использования в учебном процессе.

Ключевые слова: *эксплицитный, имплицитные знания, усвоение, обучение, преподавание, преимущества, недостатки.*

NAZOLA O. V. Advantages and limitations of explicit and implicit teaching of foreign language grammar to students.

This paper provides a comparative analysis of two approaches – explicit and implicit – to forming foreign language grammatical competence of students. Advantages and limitations of the two approaches are reviewed, and the most rational ways of their use in the teaching process are suggested.

Keywords: *explicit, implicit knowledge, acquisition, learning, teaching, merits, drawbacks.*

Нижник О. В.
Національний педагогічний університет
імені М. П. Драгоманова

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ НОРМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ ВИПАДКОВИХ ПОХИБОК ВИМІРЮВАНЬ МАЙБУТНІМИ ВЧИТЕЛЯМИ ТЕХНОЛОГІЙ

У статті розглядається методика вивчення нормального розподілу випадкових похибок вимірювань студентами першого курсу спеціальності "Технологічна освіта" з використанням гістограм інтервального розподілу величин.

Ключові слова: *випадкова похибка, гістограма, густина ймовірності, нормальний розподіл, довірча границя похибки вимірювань.*

Одним із шляхів забезпечення належного формування метрологічних знань та умінь в майбутніх учителів технологій є введення до навчального плану спеціальності "Технологічна освіта" дисципліни "Основи метрології". В Інституті гуманітарно-технічної освіти Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова дисципліна проводиться в другому семестрі обсягом 2 кредити ЄКТС. Проведена експертна оцінка показала, що таке місце дисципліни забезпечує усунення дублювання відповідного матеріалу в технологічних дисциплінах і загальній фізиці, сприяє формуванню метрологічних знань і вмінь студентів. Проте, викладання дисципліни на першому курсі виявило ряд проблем пов'язаних з тим, що вивчення дисципліни повинне базуватися тільки на знаннях студентів, які вони одержали в загальноосвітній школі. Значні проблеми виникли при вивченні теорії випадкових похибок вимірювання, бо в курсі "вищої математики" елементи теорії ймовірностей і математична статистика не вивчаються.

Державним стандартом [1] передбачено способи вираження точності вимірювань. Вкажемо перші дві, які є найпростішими і їх доцільно рекомендувати для вивчення студентами. Точність вимірювання повинна виражатися одним із таких простих способів: 1) інтервалом, в якому з встановленою ймовірністю знаходиться сумарна похибка вимірювання; 2) інтервалом, в якому з встановленою ймовірністю знаходиться систематична складова похибки вимірювань, стандартною апроксимацією функції розподілу випадкової складової похибки вимірювань і середнім квадратичним відхиленням випадкової складової похибки вимірювання. З другим способом студентів потрібно ознайомити на рівні розуміння, а з першим – на рівні умінь.

Зупинимося на основних моментах методики вивчення теорії випадкових похибок, яка реалізує дієвий підхід і проблемний виклад матеріалу.

1. Ставимо завдання відшукати істинне значення дальності польоту кулі (X_0), випущеної із лабораторного балістичного пістолета під кутом 45^o до горизонту, за сорока пострілами (n = 40): x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_n. Результати повторних вимірювань подані в табл. 1. Даємо визначення випадкової похибки вимірювання, як складової похибки, що непрогнозовано змінюється в ряді вимірювань однієї і тієї ж величини. Випадкова похибка $\Delta_в$ визначатиметься як відхилення x_i від X_0: $\Delta_в = x_i - X_0$.

Таблиця 1

Результати повторних вимірювань дальності польоту кульки (х)

i	x_i, м	*i*	x_i, м	*i*	x_i, м	*i*	x_i, м
1	1,365	11	1,376	21	1,372	31	1,358
2	1,352	12	1,359	22	1,338	32	1,350
3	1,370	13	1,367	23	1,346	33	1,364
4	1,362	14	1,349	24	1,368	34	1,358
5	1,353	15	1,342	25	1,364	35	1,374
6	1,333	16	1,382	26	1,353	36	1,344
7	1,345	17	1,357	27	1,357	37	1,348
8	1,323	18	1,361	28	1,378	38	1,327
9	1,341	19	1,353	29	1,378	39	1,338
10	1,355	20	1,387	30	1,330	40	1,354

2. Повторюємо зі студентами матеріал основної школи про частоту та імовірність випадкової події [3, с. 142], побудову гістограми частот інтервального розподілу результатів спостережень [3, с. 149]. Застосовуємо знання студентів для опису результатів повторних вимірювань дальності польоту кульки. Розбиваємо проміжок значень результатів вимірювань на інтервали довжиною 0,01 м і підраховуємо частоту появи результатів

повторних вимірювань в кожному інтервалі. Результати підрахунків подано в табл. 2 (колонки 1 і 2). Будуємо гістограму інтервального розподілу результатів повторних вимірювань дальності польоту кульки (рис. 1). Над стовпцем діаграми вказана частота. За гістограмою пропонуємо студентам визначити імовірність попадання результату окремого вимірювання (пострілу) в певний проміжок, наприклад, від 1,34 до 1,37 м. Імовірність *P* буде складати (8 + 12 +7) / 40 = 0,675.

Таблиця 2

Розподіл частот, ймовірностей та густин ймовірностей за інтервалами

Інтервал, м (ширина інтервалу 0, 01 м)	*Частота*	*Ймовірність*	*Густина ймовірності, $м^{-1}$*	*Інтервал, м (ширина інтервалу 0,005м)*	*Частота*	*Ймовірність*	*Густина ймовірності, $м^{-1}$*
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
[1,320; 1,330)	2	0,05	5,0	[1,320; 1,325)	1	0,025	5
				[1,325; 1,330)	1	0,025	5
[1,330; 1,340)	4	0,10	10,0	[1,330; 1,335)	2	0,050	10
				[1,335; 1,340)	2	0,050	10
[1,340; 1,350)	8	0,20	20,0	[1,340; 1,345)	3	0,075	15
				[1,345; 1,350)	5	0,125	25
[1,350; 1,360)	12	0,30	30,0	[1,350; 1,355)	6	0,150	30
				[1,355; 1,360)	6	0,150	30
[1,360; 1,370)	7	0,75	17,5	[1,360; 1,365)	4	0,100	20
				[1,365; 1,370)	3	0,075	15
[1,370; 1,380)	5	0,15	15,0	[1,370; 1,375)	3	0,075	15
				[1,375; 1,380)	2	0,050	10
[1,380; 1,390)	2	0,05	5,0	[1,380; 1,385)	1	0,025	5
				[1,385; 1,390)	1	0,025	5

3. Для того, щоб з вигляду діаграми просто і наочно можна було б обчислювати ймовірність попадання результату окремого вимірювання, побудуємо діаграму не для частот, а для ймовірностей, яка обчислюється діленням частоти на загальну кількість вимірювань. Заповнюємо колонку 3 табл. 2. За одержаними даними будуємо розподіл, який подано на рис. 2. За одержаною гістограмою просто розв’язати попередню задачу: *P* = 0,30 + 0,20 + 0,175 = 0,675. Гістограма практично несе всю інформацію про вимірювання, але таке наочне подання результатів залежить від ширини інтервалу. Побудуємо гістограму для інтервалів шириною 0,005 м за результатами обчислень, що в колонках 5-7 табл. 2. На рис. 2 цей розподіл подано затемненим. Гістограма розподілу змінила свій вигляд, що говорить про залежність її від ширини інтервалу.

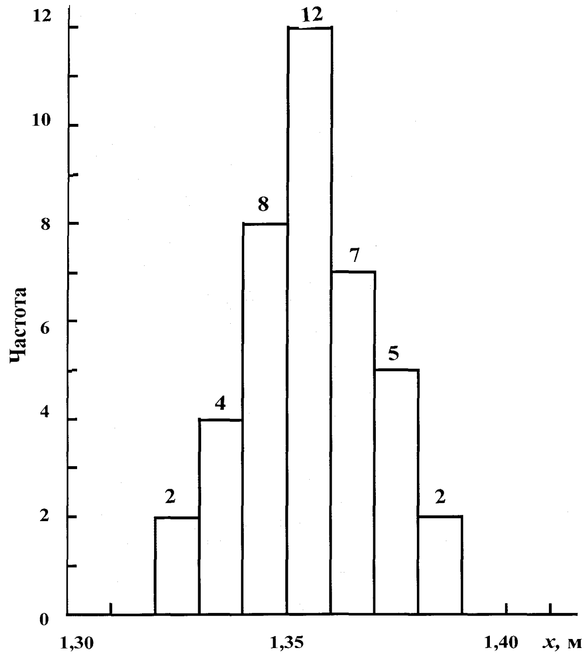


Рис. 1

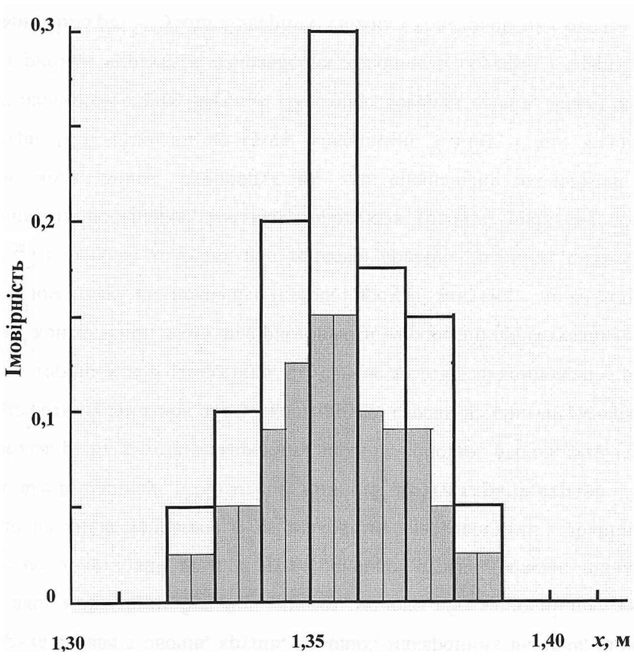


Рис. 2

4. Спробуємо відшукати наочний опис розподілу, який би не залежав від ширини інтервалу. Із попереднього маємо підказку для пошуку: на вертикальній осі будемо відкладати ймовірність поділену на ширину інтервалу. Проводимо відповідні обчислення, які заносимо до табл. 2 (колонки 4 і 8), і будуємо гістограми. Гістограми показані для різних інтервалів (0,01 та 0,005 м) на рис. 3. Гістограми практично не змінилися. З цього робимо висновок, що розподіл величини, яка дорівнює відношенню ймовірності попадання результату вимірювання в інтервал до ширини інтервалу, претендує на загальний опис розподілу. Цю величину назвали ***густиною ймовірності розподілу результатів повторних вимірювань за інтервалами***. Із способу побудови діаграми зрозуміло, що її повна площа дорівнює одиниці, що відповідає $P = 1$.

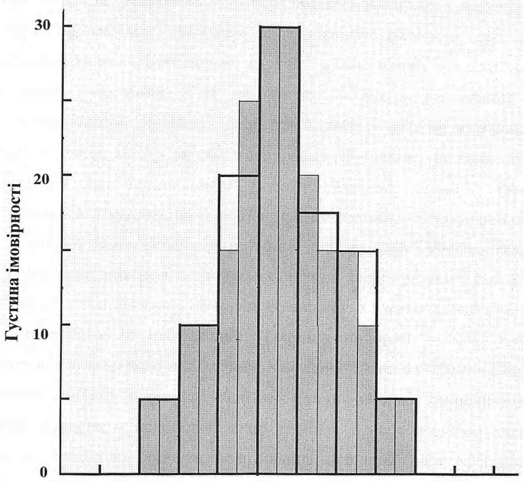


Рис. 3

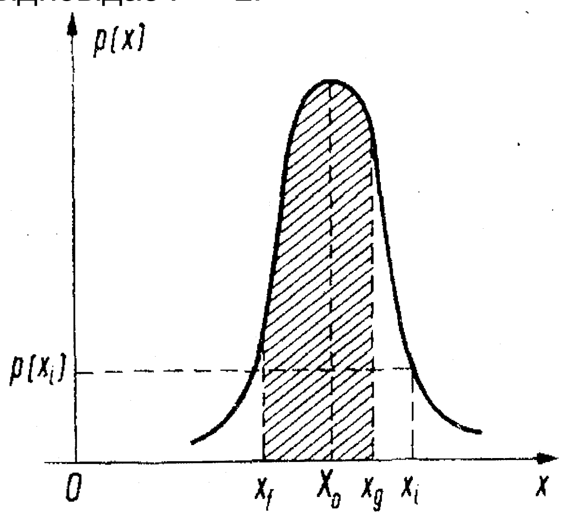


Рис. 4

5. При кількості вимірювань, що прямує до нескінченності, можна взяти дуже малі інтервали і гістограма втратить ступінчастий характер, – перейде у плавну криву (рис. 4). Таку криву називають графіком розподілу густини ймовірності для неперервної випадкової величини, а рівняння, що їй відповідає, – законом розподілу. Площа під кривою обмежена значеннями від x_f до x_g буде відповідати ймовірності попадання результату вимірювання в даний інтервал. У переважній більшості випадків графік розподілу такий як на рис. 4, тому його називають нормальним. Він має форму дзвона і є симетричним відносно вертикальної осі. Описує розподіл формула Гауса, яка виводиться з таких міркувань: 1) похибки вимірювань можуть приймати неперервний ряд значень; 2) при великій кількості вимірювань випадкові похибки одного значення, але різних знаків зустрічаються однаково часто; 3) частота появи похибок зменшується із збільшенням значення похибки:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

де $p(x)$ – густина ймовірності, x – значення випадкової величини, для якої визначається $p(x)$; a, σ – параметри нормального розподілу, e = 2,7183 – основа натурального логарифма. Значення абсциси вісі симетрії графіка a буде найближчим до істинного значення вимірюваної величини X_0 (значення густини імовірності найбільше). За оцінку X_0 приймають середнє арифметичне результатів повторних вимірювань $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$. Для форми графіка характерні точки перегину, у яких дотична до графіка перетинає його лінію. Абсциси цих точок X_0 – σ та X_0 + σ, де σ – середнє квадратичне відхилення результатів повторних вимірювань від істинного. Оцінкою σ є експериментальне середнє квадратичне відхилення результатів вимірювань S: $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\bar{x} - x_i)^2}{n-1}}$. Ймовірність знаходження результату вимірювань x_i в інтервалі $[X_0 - \sigma; X_0 + \sigma]$ і похибки $\Delta_в$ в інтервалі [– σ; σ] дорівнює 0,68.

6. Можна побудувати графік розподілу густини ймовірності для випадкової похибки $p(\Delta_в)$ (рис. 5). Графік зміститься на значення a (X_0). Його вісь симетрії проходить через 0. Дзвоноподібний і симетричний характер графіка буде властивий практично для всіх вимірювань, а крутизна буде залежати від середнього квадратичного відхилення. На рис. 5 подано графіки розподілів для трьох різних величин. У розподілів 1 – 3 різні значення середнього квадратичного відхилення: $\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$. Площа під кривими однакова і відповідає ймовірності 1. Ймовірність знаходження випадкової похибки для кожного з вимірювань в інтервалах $[-\sigma_1; \sigma_1]$, $[-\sigma_2; \sigma_2]$ та $[-\sigma_3; \sigma_3]$ буде дорівнювати 0,68. Статистичний характер розподілу демонструємо на дошці Гальтона з використанням кульок різних розмірів.

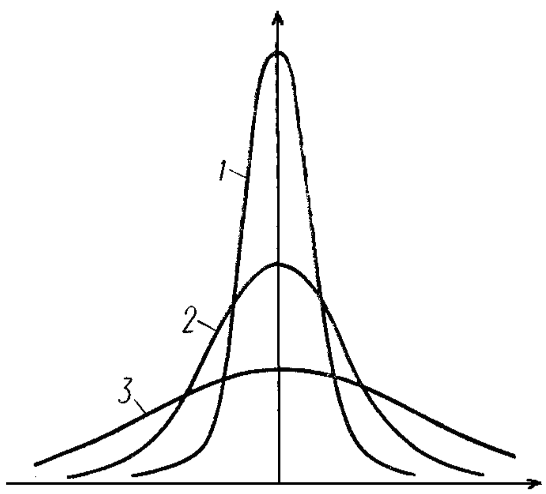
Розподіл дрібних кульок буде близьким до розподілу 1, а великих до розподілу 3 (рис. 5) [5].

7. Збільшення границі довірчого інтервалу для випадкової похибки збільшує ймовірність знаходження похибки (рис. 6). Для інтервалу [– 2σ; 2σ] імовірність буде *P* = 0,95, для [– 3σ; 3σ] *P* = 0,997 [8]. Наявність функції розподілу зобов'язує подати результат вимірювання через проміжок, який у символічному виді записують так: $X_0 = \bar{x} \pm \Delta_{гр.в}$, де $\Delta_{гр.в}$ –довірча границя випадкової похибки для довірчої ймовірності *P* . Будь-яке значення довірчої границі похибки подають у вигляді $\Delta_{гр.в} = St$, де *t* – коефіцієнт, який залежить від вибраного значення *P*. Його визначають за спеціальними таблицями [2; 6-8]. Результат вимірювання буде:

$X_0 = \bar{x} \pm tS$; *P.*

Поданий запис відповідає першому способу представлення результату вимірювання [1].

$p(\Delta_в)$



$\Delta_в$

0 $\Delta_в$

Рис. 5

$p(\Delta_в)$

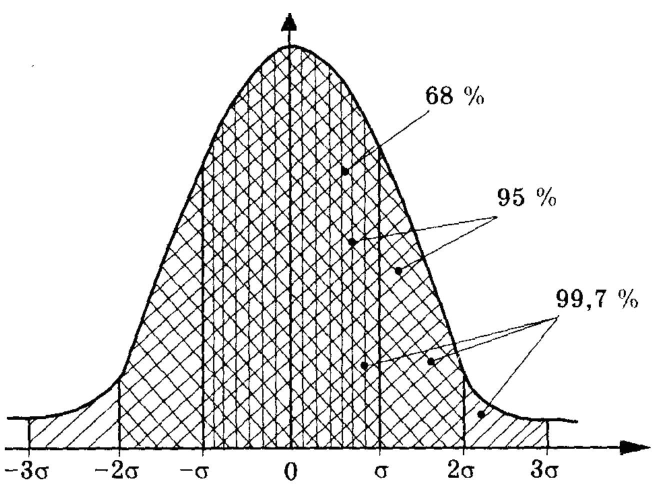


Рис. 6

8. Функція розподілу несе повну інформацію про результат вимірювання. У державних стандартах забезпечення єдності вимірювань [1] вказані стандартні апроксимації функції розподілу: нормальний, рівномірний (форма прямокутника), трикутний, трапецієвидний та ін.

Завершується вивчення випадкових похибок двома фронтальними лабораторними роботами: "Вивчення розподілів випадкових похибок та оцінка довірчого інтервалу результатів прямих вимірювань", "Вивчення розподілів випадкових похибок та оцінка довірчого інтервалу результатів опосередкованих вимірювань" [6]. Результати опосередкованого вимірювання перевіряють експериментально. Наприклад, у завданнях до робіт оцінюють довірчий інтервал результату опосередкованого вимірювання місця найвищого підняття кульки, випущеної з лабораторного балістичного пістолета під певним кутом, для ймовірності 0,70. Результат перевіряють десятьма контрольними "пострілами": наближено 7 разів кулька має пролетіти через отвір визначених розмірів.

Проведені педагогічні експерименти показали, що за описаною методикою студенти засвоюють досить складний матеріал теорії випадкових похибок не лише на рівні знань, а і на рівні розуміння.

Використана література:

1. ГОСТ 8.011–72. Показатели точности измерений и формы представления результатов измерений. – М. : Изд-во стандартов, 1972. – 6 с.
2. *Зайдель А. Н.* Ошибки измерений физических величин / А. Н. Зайдель. – Ленинград : Изд-во "Наука", 1984. – 108 с.
3. *Кравчук В.* Алгебра : підручник для 9 класу / В. Кравчук, М. Підручна, Г. Янченко. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2009. – 256 с.
4. Навчальна програма з дисципліни "Основи метрології": Напрям підготовки – 010103 "Технологічна освіта" / О. В. Нижник ; за ред. М. С. Корця. – К. : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2012. – 16 с.
5. *Нижник В. Г.* Вимірювання фізичних величин та обчислення похибок / В. Г. Нижник. – К. : Рад. шк., 1979. – 104 с.
6. *Нижник О. В.* Лабораторні роботи з основ метрології : навчально-методичний посібник / О. В. Нижник. – К. : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2012. – 68 с.
7. *Тюрин Н. И.* Введение в метрологию / Н. И. Тюрин. – М. : Изд-во стандартов, 1978. – 280 с.
8. *Цюцюра С. В.* Метрологія, основи вимірювань, стандартизація та сертифікація : навч. посіб. / С. В. Цюцюра, В. Д. Цююра. – 3-є вид.– К. : Знання, 2006. – 242 с.

НИЖНИК О. В. Методика изучения нормального распределения случайных погрешностей измерений будущими учетелями технологий.

В статье рассматривается методика изучения нормального распределения случайных погрешностей измерений студентами первого курса специальности "Технологическое образование" с использованием гистограмм интервального распределения величин.

Ключевые слова: *случайная погрешность, гистограмма, плотность вероятности, нормальное распределение, доверительная граница погрешности измерения.*

NIZHNIK O. V. Method of study of normal distribution of random error terms of measurings future uchetelyami technologies.

This article deals with the learning methodology of normal distribution of measurement random errors by the students of the first year of study whose speciality is "Technological education" by using histograms of interval distribution of quantity.

Keywords: *random error, histogram, density of probability, normal distribution, confidence error of a measurement.*