Дійсні члени НТШ здійснювали велику наукову роботу. Їх дослідження, стосувалися теорії аналітичних функцій, теорії алгебраїчних та диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей, теорії множин, математичної логіки, методів розв'язування задач прикладної математики тощо. Науковці НТШ мали тісні зв'язки з вченими зарубіжних країн. У 20-30 роках зміцнюються наукові стосунки з членами Української Академії Наук, створеної в Києві в 1918 році.

Довгий час діяльність математиків НТШ замовчувалась і їх роботи були більш знаними за межами УРСР. Особливо замовчувалася у радянські часи наукова діяльність М. Кравчука і М. Чайковського, які були репресовані і перебували в таборах Гулагу.

Протягом тривалого часу офіційною історіографією ігнорувалася та замовчувалася справжня дата заснування Української академії наук – 14 листопада 1918 р. Саме тоді гетьман України П. Скоропадський затвердив ухвалений Радою Міністрів "Закон Української держави про заснування Української академії наук, а вже 27 листопада 1918 р. відбулося перше Спільне зібрання УАН, на якому головою-президентом Академії обрано В.І. Вернадського, неодмінним секретарем А. Ю. Кримського. "Спотворення дати заснування Академії почалося наприкінці 20-х років, коли в листопаді 1928 р. мали відзначити 10-річний ювілей Академії. Однак святкування не відбулося, не побачив світ і ювілейний збірник. … Було вигадано нову дату – 12 лютого 1919 р. (встановлення у Києві радянської влади), яка, на думку радянських ідеологів, поклала початок фактичному існуванню Академії" [12, с. 3].

Першими дійсними членами Академії наук були обрані: Д.О. Граве (1920); Г.В. Пфейффер (1920); М.М. Крилов (1922); Кравчук М.П. (1929); О.Ю. Шмідт (1934). За 85 років існування Академії наук в Україні у її складі (за спеціальністю математика) було 34 дійсних членів і 35 членів-кореспондентів.

Висвітлюючи майбутнім учителям історію розвитку вітчизняної математики, слід звертати увагу на питання, які довгий час несправедливо замовчувалися і приховувалися. Імена математиків, які приумножували славу України, мають стати відомими прийдешнім поколінням.

Література:

1. Аксіоми для нащадків: Українські імена у світовій науці. Зб. Нарисів /Упоряд. І передм. О. К. Романчука. – Львівська істор.-просвіт. Організ. "Меморіал", 1992. – 544с.
2. Антонюк О.П. Невідомий рукопис М.І Гулака //Методика викладання та історія математики: Тези доп.УМК – 2001, Секція 6.- К.:ІМ НАН України, 2001. – 40с.
3. Институт математики /АН УССР; Сост. Митропольский Ю.А., Строк В.В. – К.: Наук. думка, 1988.-176 с.
4. История отечественной математики: В 4-х т. 5-ти кн. / Отв. Ред. И.З. Штокало. – К.: Наук. думка, 1967 – 1970.
5. Києво-Могилянська академія. – К.: В-во Київського університету. – 1970. – 174 с.
6. Киевские математики-педагоги. Под ред. чл.-кор. АН УССР А.Н, Боголюбова.- К.: Вища школа, 1979. – 312 с.
7. Кучма Л.Д. Україна – не Росія. – М.:Время, 2004. – 560 с.
8. Ленюк М.П., Михацький М.А. Нариси з історії розвитку математики в Україні. – Чернівці: Прут, 2004. – 56 с.
9. Маланюк М.П. Нариси з історії розвитку математичної освіти у Галичині. – Тернопіль. – Збруч, 1993. – 58 с.
10. Матвиишин Я.А. История математики на Украине с древнейших времен до XVIII векаю – Автореф. Дис. …канд. фіз.-мат. наук.-К., 1969. –16с.
11. Назаров В.Ю. Елементи історії математики. Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів. – Ніжин. – НДПУ, 2002. – 172 с.
12. Національна академія наук України. Персональний склад. 1918 – 2003. – К.: "Фенікс", – 2003. – 300 с.
13. Павленко Ю.В та ін. Природознавство в Україні до початку XX ст. в історичному, культурному та освітньому контекстах. – К.: Видавничий дім "Академперіодика", 2001. – 420с.
14. Чайковський М. А. Історичні екскурси в шкільному курсі математики. // Методика викладання математики: Респ. наук.-метод. зб., Вип. І . – К.: Рад.школа, 1964. С. 132 – 136.
15. Швецов К.І. Математика на Україні. – К.: Рад. школа, 1968. –76 с.
16. Штокало Й.З. Нарис розвитку математики в Україні за 40 років радянської влади. – К.: Вид-во АН УРСР. – 1958. – 82 с.
17. Шут М.І., Форостяна Н.П. Вибрані питання історії молекулярної фізики (XVIII – початок XX ст.). Навчальний посібник. – К.: "Шлях", 2003. – 152 с.

Ломаєва Т.В., Шаповалова Н.В.
НПУ імені М.П. Драгоманова

Питання з історії науки при викладанні геометрії в педагогічних університетах

В теперішній час в світлі росту інтернаціоналізації та глобалізації всіх сфер діяльності людини підготовка нового покоління високоосвічених фахівців, здатних жити і працювати у високо інтегрованому, заснованому на використанні високих технологій світу, набуває особливої актуальності. Це повинні бути не лише висококваліфіковані спеціалісти, а мислячі люди, здатні твердо й нестандартно вирішувати технічні й наукові проблеми, швидко орієнтуватися в світовому інформаційно-культурному колі та визначати найбільш актуальні напрямки науки, техніки та промисловості.

На шляху вирішення цієї задачі надзвичайно ефективним виявляється включення курсів з історії окремих наукових дисциплін в учбовий процес вищої та середньої шкіл. Висвітлення предмету дослідження не ізольовано, а в контексті світової культурної спадщини сприяє формуванню механізмів строгого мислення та наукового світогляду людини, свідомого розуміння та гуманістичного відношення нею до процесів і явищ навколишнього світу. Усвідомлення успіхів науки стимулює тверду активність студентів та піднесення інтересу до вивчення самої фундаментальної дисципліни, історія якої вивчається. Це сприяє покращенню якості та рівня вищої освіти в цілому. Мета статті - проілюструвати це на прикладі викладання аналітичної геометрії. М.І. Лобачевський писав, що аналітична геометрія "...может развиваться лишь после того, как будут даны правила для определения места в пространстве и измерения величин тел ..."

Розвиток аналітичної геометрії в просторі Лобачевського відноситься до періоду, коли аналітична геометрія, як метод в евклідовому просторі, повністю сформувалась в певну науку, яка пройшла цілу еволюцію в своєму розвитку, починаючи від робіт Декарта і Ферма, а від них до розробок Ейлера, Крамера, Лагранжа і, на кінець, до досліджень Монжа. Але питання аналітичної геометрії в працях М.І.Лобачевського не одержало достатнього розвитку, бо в своїх дослідженнях він ставив перед собою дві основні задачі:

по-перше, встановити в результаті досліджень і міркувань деякі головні положення, щоб вони мали бути твердою основою для введення і застосувань координатного методу;

по-друге, підтвердити несуперечливість побудованої ім системи, для чого він направив свої дослідження на обчислення довжин, площ, об'ємів. Розглядаючи основи неевклідової геометрії, Лобачевський встановлює основні властивості паралельних прямих і вводить поняття кута паралельності, граничної лінії граничної поверхні, які являють собою граничний випадок відповідно кола і сфери, якщо їх центри прямують до нескінченності. Не приводячи доведення, Лобачевський стверджує, що "геометрия на предельной сфере совершенно та же, в каком виде мы ее знаем на плоскости. "Властивості граничної поверхні, співвідношення між кутами прямокутного трикутника і кутами паралельності дозволили вивчити основну формулу "воображаемой геометрии" (назва введена самим Лобачевським), яка має вигляд:

$$tg\frac{\Pi(\alpha)}{2}=e^{-\frac{a}{t}}$$

де $\Pi(\alpha)$ - функція кута паралельності. Ця формула встановлює залежність між довжиною відрізка і відповідному до нього кута паралельності.

На підставі цієї формули і вказаних вище залежностей між кутами прямокутного трикутника і кутами паралельності, М.І.Лобачевський виводить тригонометричні формули для прямокутного та косокутного прямолінійного трикутника. Все це дозволило перейти до питань аналітичної геометрії.

Безсмертні ідеї Лобачевського містять в собі два аспекти: по-перше, Лобачевський довів можливість існування геометрії, відмінної від геометрії Евкліда; по-друге, він виразив сумнів в тому, що геометрія реального фізичного простору є геометрією Евкліда. Проходячи довгий шлях, на якому зустрічаємося з Гаусом, Ріманом та Ейнштейном, ідеї Лобачевського глибоко проникли в сучасну фізику і стали тим золотим фондом, який живить сучасну науку. Обидва напрямки, що містяться в ідеях Лобачевського, одержали широкий розвиток. З одного боку, ми звикли користуватися мовою геометрії при формулюванні математичних співвідношень, які виражають певні фізичні закони. З другого боку, після робіт Ейнштейна ми звикли до думки, що реальний фізичний простір не є простором Евкліда і що, крім того, він може розглядатися окремо від часу, а являє собою, разом з часом, єдиний чотиривимірний простір – многовид, який характеризується геометрією, що визначається розподілом мас.

Застосування геометричних образів до формулювання фізичних законів настільки численні, що обізнаність вчителів фізики з елементами геометрії Лобачевського не можливо переоцінити. Достатньо пригадати про фазовий простір статистичної фізики або про гільбертовий простір, який має однаково велику роль як у фізиці так і у математиці. Набагато менше робіт, які мають за мету застосування неевклідової геометрії до реального фізичного простору. Усі вони представляють в той чи іншій формі розвиток теорії тяжіння Ейнштейна.

Як приклад, розглянемо фізичну задачу, формулювання якої припускає тлумачення за допомогою понять геометрії Лобачевського або Рімана у вузькому розумінні (тобто геометрії з постійною від'ємною або додатною кривиною).

Запишемо рівняння Шредингера для атома водню в просторі імпульсів. Оскільки оператор множення на кулонівську потенціальну енергію $-\frac{e^2}{r}$ є в просторі імпульсів інтегральним оператором, то рівняння Шредингера буде інтегральним рівнянням виду:

$$\frac{1}{2m}p^2\psi(p)-\frac{e^2}{2\pi^2 h}\int\frac{\psi'(p)(dp')}{|p-p'|^2}=E\psi(p), \qquad (1)$$

де через $(dp')=dp_x' dp_y' dp_z'$ позначений елемент об'єму в просторі імпульсів. Величина h є поділена на 2π стала Планка, а величини m, e, E – маса, заряд та повна енергія електрона.

Розглянемо спочатку точковий спектр, для якого енергія E від'ємна, і позначимо через p_0 середній квадратичний імпульс

$$p_0=\sqrt{-2mE}\,.$$

Поділені на p_0 складові вектора кількості руху p ми будемо розглядати як прямокутні координати на гіперплощині, яка є стереографічною проекцією кулі радіуса одиниця в чотиривимірному евклідовому просторі. Прямокутні координати деякої точки на кулі матимуть вигляд:

$$\begin{aligned}
\xi&=\frac{2p_0p_x}{p_0^2+p^2}=\sin\alpha\sin\theta\cos\varphi,\\
\eta&=\frac{2p_0p_y}{p_0^2+p^2}=\sin\alpha\sin\theta\sin\varphi,\\
\delta&=\frac{2p_0p_z}{p_0^2+p^2}=\sin\alpha\cos\theta,\\
\chi&=\frac{p_0^2-p^2}{p_0^2+p^2}=\cos\alpha,
\end{aligned} \qquad (2)$$

причому

$$\xi^2+\eta^2+\delta^2+\chi^2=1. \qquad (2')$$

Кути α, θ і φ - сферичні координати на гіперсфері. Разом з тим, кути θ і φ є звичайними сферичними кутами, що характеризують напрямок кількості руху. Елемент поверхні на гіперсфері дорівнює

$$dS=\sin^2\alpha d\alpha\sin\theta d\theta d\varphi \qquad (3)$$

і пов'язаний з елементом об'єму простору імпульсів співвідношенням:

$$(dp)=dp_x dp_y dp_z=p^2dp\sin\theta d\theta d\varphi=\frac{1}{8p_0^3}(p_0^2+p^2)^3dS. \qquad (4)$$

Покладаючи

$$\lambda=\frac{me^2}{hp_0}=\frac{me^2}{h\sqrt{-2mE}}\,, \qquad (5)$$

утворимо замість $\psi(p)$ функцію

$$\Psi(\alpha,\theta,\varphi)=\frac{\pi}{\sqrt{8}}p_0^{-\frac{5}{2}}(p_0^2+p^2)^2\psi(p). \qquad (6)$$

Множник обраний таким чином, щоб умова нормування мала вигляд:

$$\frac{1}{2\pi^2}\int[\Psi(\alpha,\theta,\varphi]^2dS=\int\frac{p^2+p_0^2}{2p_0^2}|\psi(p)|^2(dp)=\int|\psi(p)|^2(dp)=1 \qquad (7)$$

(тут p_0 є середній квадратичний імпульс).

Оскільки площа поверхні чотиривимірної кулі одиничного радіуса дорівнює $2\pi^2$, то цій умові задовольняє зокрема функція $\Psi = 1$.

Тоді в нових позначеннях рівняння Шредінгера матиме вигляд:

$$\Psi(\alpha,\theta,\varphi)=\frac{\lambda}{2\pi^2}\int\frac{\Psi(\alpha',\theta',\varphi')}{4\sin^2\frac{\omega}{2}}dS, \qquad (8)$$

де $2\sin\frac{\omega}{2}$ є довжина хорди, а ω - довжина дуги великого круга, що з'єднує точки α, θ, φ і α', θ', φ' на чотиривимірній кулі так, що

$$4\sin^2\frac{\omega}{2}=(\xi-\xi')^2+(\eta-\eta')^2+(\delta-\delta')+(\chi-\chi')^2$$

або

$$\cos\omega=\cos\alpha\cos\alpha'+\sin\alpha\sin\alpha'\cos\gamma,$$

причому $\cos\gamma$ має звичайне значення

$$\cos\gamma=\cos\theta\cos\theta'+\sin\theta\sin\theta'\cos(\varphi-\varphi').$$

Рівняння (8) являє собою не що інше, як інтегральне рівняння для кульових функцій чотиривимірної кулі. Його власні значення дорівнюють $\lambda = n$, де n є ціле додатне число(n = 1, 2, 3, ...). з формули (5) одержуємо при $\lambda = n$:

$$E=-\frac{me^4}{2h^2n^2}, \tag{9}$$

звідки видно, що n є так зване головне квантове число. Власні функції Ψ_n можуть бути представленими у вигляді однорідних поліномів $n-1$ степеня від змінних ξ, η, δ, χ. Вони визначаються однозначно, якщо задати, крім n, ще два інших цілі числа

$$\left.\begin{aligned} l&=0,1,\dots,n-1,\\ m&=-l,-l+1,\dots,l.\end{aligned}\right\}, \tag{10}$$

які носять назву азимутального і магнітного квантових чисел. Заданому числу n відповідають n^2 лінійно незалежних власних функцій. Вони задовольняють різним співвідношенням(в тому числі теоремі додавання) на яких ми будемо зупинятися, але які мають широке застосування як в теорії атома водню, так і в теорії електронних оболонок інших атомів.

Наведені результати дозволяють встановити групу перетворень, що припускаються рівнянням Шредингера для атома водню. Для нас ця група цікава тим, що припускає геометричне тлумачення. Дійсно, з формул (2) видно, що вона зв'язана з групою обертань чотиривимірної кулі. Таким чином, ця група ширше, ніж група звичайних тривимірних обертань, наявність якої пов'язана з сферичною симетрією атома водню, тобто остання група є підгрупою першої.

З наведених формул випливає, що при розгляді становища атома водню з від'ємною повною енергією, доцільно приписати простору імпульсів метрику, що відповідає простору з сталою додатною кривизною. Подібно до цього, при додатній енергії можна ввести метрику з постійною від'ємною кривизною, тобто метрику простору з геометрією Лобачевського.

Розглядувана задача являє собою один з багатьох прикладів формального застосування ідей неевклідової геометрії у фізиці.

Любий крок в розвитку теорії відносності та тяжіння Ейнштейна є разом з тим новим кроком в розвитку ідей Лобачевського. Дійсно, припущення, що, може бути, геометрія фізичного простору, яка не є евклідовою, було проголошено самим Лобачевським, який шукав підтвердження цьому в астрономічних спостереженнях. Правда, не знайшовши такого підтвердження, Лобачевський назвав свою геометрію "воображаемой" геометрією. Але тепер, після створення теорії відносності та теорії тяжіння Ейнштейна, ми знаємо, що відхилення геометрії від евклідової виявляються найбільш очевидним чином не прямо, а посередньо – в явищі всесвітнього тяжіння. Тому для нас та неевклідова геометрія, яка лежить в основі вказаних теорій, перший крок до яких зробив Лобачевський, вже не є "воображаемой", вона відображає ті сторони фізичної реальності, для характеристики яких евклідової геометрії виявилось недостатньо.

Необхідно підкреслити, що при житті Лобачевського більшість вчених вважали, що ідеї великого російського вченого безглузді. Крига зрушила з місця лише у 1868 році, коли виникли дві важливі події, пов'язані з іменами італійського математика Еудженіо Бельтрамі(1835 – 1900) та німецького математика Бернхарда Рімана(1826 – 1866). Бельтрамі показав, що існують реальні тіла, на поверхні яких виконується геометрія Лобачевського. Цей висновок був дуже вражаючим: виявилось, що в евклідовому реальному світі є об'єкти неевклідової природи. Одну з поверхонь, на якій виконується геометрія Лобачевського, він одержав при обертанні трактриси. Цю поверхню він назвав псевдосферою. Відомо, що її називають поверхнею сталої від'ємної кривизни.

Досить вагомий крок в розвитку неевклідової геометрії був зроблений Бернхардом Ріманом, який 10 червня 1854 року прочитав знамениту лекцію "О гипотезах, лежащих в основании геометрии". Ріман ввів в кількість аксіом таке твердження: кожна пряма, яка лежить в одній площині з заданою прямою, перетинає цю пряму, тобто в геометрії Рімана взагалі немає паралельних прямих. Закінчуючи лекцію, Ріман сказав, що ми стоїмо на порозі галузі, яка належить іншій науці – фізиці. Таким чином, наявність трьох логічно безперечних і рівноправних геометричних систем, привела до виникнення питання: яка геометрія Всесвіту? Яка геометрія внутріатомного світу? Однозначну відповідь на це питання сучасна наука дати не може. Але вона наблизилася до відповіді на це питання після відкриття на початку XX століття великим фізиком Альбертом Ейнштейном(1879 – 1955) спеціальної та загальної теорії відносності.

Все вище сказане бажано довести до студентів після вивчення питань, пов'язаних з геометрією Лобачевського. Слідуючи за історичним ходом цієї думки від Д.Бернуллі і до теперішнього часу, ми бачимо, який багатий внесок і різноманітності внесла в цю область неевклідова геометрія. Крім того, бачимо, що інші ідеї і результати, які мають значення для евклідової геометрії, виникають і розвиваються на грунті неевклідової геометрії. Такими є, наприклад, ті різні геометричні відображення, пов'язані з поняттям про вектор, різні форми операції їх додавання і випливаючи з них наслідки.

Таким чином, сам історичний екскурс в геометрію Лобачевського свідчить про те, що неевклідова геометрія завдяки різнобічності своїх образів, з одного боку, і тісному зв'язку між ними – з другого, є інколи більш простою порівняно з геометрією Евкліда, а іноді більш прямий і легкий шлях до геометрії Евкліда проходить через неевклідові простори.

У зв'язку підвищення рівня викладання математики, особливо в школах з її поглибленим вивченням, необхідність знайомства як майбутніх вчителів, так і школярів з вище викладеними питаннями з історії розвитку геометрії очевидна.

В програмі факультативного курсу з геометрії для вищезгаданих шкіл є питання, яке стосується неевклідової геометрії, зокрема, гіперболічної геометрії. У зв'язку з цим робиться наголос на різних аксіоматиках, їх відмінностях між собою.

При вивченні геометрії у педагогічних університетах природно висвітлення історії розвитку аксіоматичних теорій, вклад в їх створення різних вчених. Досить важливо підкреслити роль школи М.І.Кованцова – видатного українського геометра у розвиток питань про геометрії як теорії інваріантів неперервних груп перетворень.

Досить велика увага при викладанні геометрії в педагогічних вузах відводиться вивченню аксіоматичного методу та побудові аксіоматичних теорій. У значній мірі саме математичне осмислення теорії М.Лобачевського збудило до життя той аксіоматичний напрямок, яким зараз пройняті багато галузей математики. При цьому виникли такі важливі ідеї сучасної математики, як реалізація аксіоматики або її моделювання всередині іншої математичної системи, ізоморфізм математичних систем та інші. Тому вірними є слова видатного вітчизняного математика П.С.Александрова, який стверджував, що Лобачевський є також одним з фундаторів сучасної абстрактної течії в математиці. Хоча, потрібно сказати, що самого М.Лобачевського при вивченні ним нового неевклідового простору більш цікавила не аксіоматична точка зору, а питання про те, якими є властивості нашого фізичного, реального простору. Крім того, було б значною прогалиною не відмітити велике значення застосування геометрії Лобачевського в теорії функцій комплексної змінної, адже у 80-х роках Ф.Клейн і А.Пуанкаре показали, що геометрія Лобачевського може бути застосованою до розв'язування найбільш глибоких питань теорії функцій, а саме: до побудови так званих автоморфних функцій, яка є в деякому розумінні однією з вершин всієї теорії функцій комплексної змінної. Отже, саме та робота А.Пуанкаре, яка прославила французьку науку другої половини XIX століття, мала в основі відкриття М.Лобачевського.

Література:

1. Александров П.С. Что такое неевклидовая геометрия. – М.: Гостехиздат, 1943. – 56 с.
2. Лобачевский Н.И. Избранные труды по геометрии. – М.: Изд-во Акад. Наук СССР, 1956. – 343 с.
3. Лобачевский Н.И. Полное собрание сочинений. – Т.1. – М.: Гостехиздат, 1946. – 272 с.
4. Сенкевич А.К. Математика. Воспитание через предмет. – Куйбышев, 1965. –196 с.
5. Силин А.В., Шмакова Н.А. Открываем неевклидову геометрию. – М.: Просвещение, 1988. – 123, [2] с.
6. Щербаков Р.Н., Пичурин Л.Ф. От проективной геометрии – к неевклидовой (вокруг абсолюта): – М.: Просвещение, 1979. – 158 с.

Розуменко А.О.

Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренко

Зміст семінарсько-практичних занять з історії математики у вищих навчальних педагогічних закладах.

Курс історії математики має на меті: формування наукового світогляду студентів; розширення їх історико-математичного кругозору; надання майбутнім вчителям історичних знань, необхідних їм для правильного розв'язування методичних і методологічних питань, які виникають в процесі викладання математики.

Як бачимо, мета курсу є глобальною. Історія математики містить цікавий фактичний матеріал, широкі можливості його викладу. Але на вивчення такого змістовного курсу передбачено „аж" 30 годин, з них 20 годин – лекції, 10 годин – семінарські заняття. Перед викладачем стає проблема вибору змісту і методики викладання курсу історії математики. На наш погляд, проведення традиційних семінарських занять, коли студенти заздалегідь готують виступи по окремих питаннях, а потім обговорюють їх на занятті, є недостатньо ефективним. З метою підвищення пізнавальної активності студентів, їх зацікавленості, ми пропонуємо поєднати такі форми, як семінарське заняття і практичне заняття. Обґрунтування доцільності такого поєднання є метою нашої статті. Тобто поруч з обговоренням теоретичних питань пропонувати задачі для розв'язування. Такі заняття ми називаємо семінарсько-практичними. Зміст семінарсько-практичних занять розроблено нами з урахуванням таких вимог: