

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin \frac{\pi}{4^n}; \quad 10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n - n^2}; \quad 11) \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \operatorname{arctg} \frac{a}{3^n}, a > 0;$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{\pi}{n} \right); \quad 13) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2 + 3n}{2 + 3n^2} \right)^2; \quad 14) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n+1} - 2\sqrt{n} + \sqrt{n-1} \right).$$

5. Підготуватися до практичного заняття № 8.3.

Відповіді

Частина II. 1. 1) збіжний; 2) збіжний; 3) розбіжний; 4) розбіжний; 5) розбіжний; 6) збіжний; 7) збіжний; 8) збіжний; 9) збіжний; 10) збіжний; 11) збіжний; 12) збіжний.

Частина III. 1. 1) збіжний; 2) розбіжний; 3) збіжний.

Частина IV. 4. 1) розбіжний; 2) розбіжний; 3) розбіжний, якщо $a \neq 1$, при $a = 1$ ряд збіжний; 4) ряд збіжний для довільного $a > 0$; 5) збіжний; 6) збіжний; 7) розбіжний; 8) збіжний; 9) збіжний; 10) збіжний; 11) збіжний; 12) збіжний; 13) збіжний; 14) збіжний.

На кафедрі математичного аналізу Миколаївського державного університету проведено апробацію дидактичних матеріалів протягом останніх чотирьох років. На даний час розроблено і апробовано 52 практичних заняття – вступ до математичного аналізу (3 модуля, 15 практичних занять), диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної (4 модуля, 26 практичних занять), числові і функціональні ряди (2 модуля, 11 практичних занять).

Досвід показав високу ефективність організації вивчення математичного аналізу за наведеною схемою. У даний час готуються п'ять модулів за темами “Метричні простори”, “Диференціальне числення функцій багатьох змінних”, “Інтегральне числення функцій багатьох змінних”, “Звичайні диференціальні рівняння”, “Основи теорії аналітичних функцій”. Таким чином, матеріал 14 модулів буде охоплювати понад 95 відсотків програмного матеріалу з курсу математичного аналізу для спеціальності ПМСО Математика.

Література:

1. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.С., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. – М.: Высш. шк., 1984. – 200 с.
2. Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., Михалін Г.О., Шкіль М.І. Математичний аналіз у задачах і прикладах. Частина I. – К.: Вища шк., 2002. – 462 с.
3. Каплан И.А. Практические занятия по высшей математике. Ч. IV. Кратные и криволинейные интегралы. – Харьков, Из-во Харьк. ун-та, 1972. – 236 с.
4. Ляшко И.И., Боярчук А.К., Гай Я.Г., Головач Г.П. Справочное пособие по математическому анализу. Часть I. Введение в анализ, производная, интеграл. – К.: Вища шк., 1978. 696 с.
5. Тесленко Л.С., Чадаев О.М., Лейфура В.М., Менько Я.П. Методичні рекомендації і дидактичні матеріали для студентів фізико-математичних факультетів вищих навчальних закладів. Частина I. Вступ до математичного аналізу. – Миколаїв: МДУ, 2004. – 119 с.
6. Шунда Н.М., Томусяк А.А. Практикум з математичного аналізу: Інтегральне числення. Ряди. Навч. посібник. – К.: Вища шк., 1995. – 541 с.

Анотація.

В роботі пропонується схема організації вивчення математичного аналізу на основі спеціально розроблених дидактичних матеріалів. Автори пропонують наступну схему викладу матеріалу практичного заняття: краткі теоретичні висновки, запитання для самоперевірки, приклади розв'язання задач, набір задач для роботи студентів в аудиторії, завдання підвищеної складності, домашнє завдання, відповіді. Описується досвід використання матеріалів в навчальному процесі.

Чашечникова О.С.
НПУ ім.М.П.Драгоманова

Шляхи залучення учнів до творчої діяльності з математики.

Залежно від організації навчального процесу і ролі в ньому учня один й той самий зміст і обсяг знань може обумовлювати різний тип мислення та, на наш погляд, сприяти формуванню різних рівнів мислення.

Творче мислення передбачає наявність власної думки, відсутність побоювання відрізнятись власними поглядами від інших і, водночас, спроможність бути відкритим до ідей, думок інших, навіть, якщо вони не співпадають із власними. Проблема є те, що достатньо важко в процесі навчання встановити паритет цих якостей творчого мислення, щоб жодна з них не домінувала.

Для розвитку творчого мислення учнів ефективним є залучення їх до діяльності у творчих групах, але водночас – мінімізувати групове мислення, формувати здатність відстоювати аргументовано власну думку. Необхідним є виховання “пріоритету думки” над “пріоритетом автора думки”. І цьому сприяє індивідуальна творча робота з математики.

Мета нашої статті: продемонструвати можливості залучення учнів до систематичної творчої діяльності в реальному процесі навчання математики.

Підкреслимо важливість вольового акту в процесі творчості. Формування здатності до вдосконалення вольових дій ефективно реалізується через надання цим діям іншого змісту, іноді й через введення ігрових елементів, що є можливим в процесі роботи «творчої групи». Співпраця з ровесниками сприяє не лише підвищенню якості знань і формуванню контрольно-оціночних дій (В.В.Рубцов, Г.О.Цукерман). Вона позитивно впливає й на розвиток творчого мислення учнів, тому що тільки усвідомлені суб'єктом знання можуть бути ним вербалізовані у формі, що є зрозумілою для інших. В ході групового розв'язування підвищується інтелектуальний потенціал та набувається досвід співтворчості.

Звичайно, що сама по собі спільна робота учнів ще не забезпечує найкращого розв'язання когнитивного завдання. Відмічають, що умовами для цього є наявність різноманітних когнитивних розв'язань, обмін цільовою інформацією для творчого остаточного розв'язання. За А.Т.Шумилиним завдання розвитку творчого мислення конкретизується і перетворюється у завдання навчити умінню ставити запитання, а «таким надійним способом є колективне розв'язування задач, розв'язування задач вчителем спільно з учнями» [11,130].

Існують різноманітні класифікації амплуа учнів, що працюють у групі (Е.І.Маствиликер, В.П.Карцев, М.В.Кларин). Достатньо розширену класифікацію функціональних позицій учасників малих груп (з точки зору змістової сторони спілкування та з точки зору активності) надав Ю.М.Кулюткін [2]. Звичайно, навіть досвідченому вчителю-практику дуже складно абсолютно детально прослідкувати роль кожного з учнів. На наш погляд, це й не є нагальною необхідністю, тим більше, що в процесі розв'язування “чисті” типи практично не зустрічаються.

Доцільною є зміна звичного амплуа учня. Непоодинокі випадки, коли учень не вживається в певну “роль” лише через обставини (відношення до навчального предмету; специфіка конкретного завдання; особливості взаємовідношень у групі, розподілу ролей – певне амплуа вже “зайнято”). Тому є необхідність внесення певних коректив вчителем. Але, для того, щоб не нав'язувати непритаманні конкретному суб'єкту ролі (з суб'єктивних причин - через невідповідність особистісних рис учня певному амплуа: несумісність з ним) необхідно виділити ті амплуа, які, за певних обставин, може виконувати практично будь-який учень. Хоча така зміна може призвести на перших етапах до меншої продуктивності роботи, вона є корисною для більш повного розкриття потенціалу особистості, для формування творчого мислення учня.

На наш погляд, доцільно як основні амплуа виділити такі: генератор ідей (учень, що продукує ідеї розв'язування); тактик-аналітик (учень, що відділяє раціональне в ідеї, обґрунтовує, знаходить прийоми і засоби досягнення мети); виконавець (ретельно виконує всі етапи, доводить розв'язування до кінцевого результату); рецензент (визначає якість роботи, знаходить недоліки, нерозв'язані питання). При створенні груп необхідно враховувати не тільки психологічну сумісність, але й наявність в групі представників всіх цих основних амплуа.

Дійсно, учню з ще невисоким рівнем розвитку творчого мислення, дуже важко прийняти на себе амплуа “генератора ідей” не тільки за умови розв'язування достатньо складної задачі, але й тоді, коли в групі, в якій він працює, вже є учень (і, можливо, не один), що звик до цього амплуа (назвемо його “звичний генератор ідей”). Особливо, якщо рівень знань і вмінь, рівень інтелектуального розвитку та розвитку творчих здібностей “звичного генератора ідей” на даному етапі вище. Тому спробувати себе в такому амплуа учню легше саме у групі, де немає учня з яскраво вираженими задатками виконавця цього амплуа.

Відмітимо, що вчителю необхідно оперативно реагувати на появу у групі “незапланованого” генератора ідей, слідкувати за його роботою, аналізувати її, спиратися на результати аналізу у подальшій роботі (при наданні домашнього завдання, залученні та спонуканні до більш активної творчої роботи на уроці і т. ін.). Також важливо враховувати, що за дослідженнями психологів в однорідних за темпераментом групах швидко падає праездатність, відбувається створення ворожо настроєних одного до іншого угруповань. Необхідно розмежовувати “ворожій настрій”, утворення групувань за “особистими уподобаннями” і продуктивне створення неформальних груп “за єдністю ідей”. У дійсно творчій групі не може бути єдності думок, абсолютно однакових підходів. обов'язковим атрибутом дійсно творчої групи є незалежність думок, бажання і право кожного висловлювати власну ідею щодо розв'язування спільного завдання, навіть, якщо вона абсолютно розходиться з думкою інших.

Діяльність групи, де є суперечності, розходження думок, свідчить про відсутність побоювань відкрито висловлювати власну точку зору. Такі групи є більш результативними, їх робота є більш плідною. Повноцінні контакти між членами групи в процесі спільної діяльності руйнують психологічні бар'єри між ними: створюється атмосфера, коли індивід з дуже високою самооцінкою починає більш адекватно відноситися до себе, індивід з низькою початковою самооцінкою – підвищує її [3].

Важливим є також питання про розмір творчої групи. Дослідження доводять більшу результативність груп з 10-14 учасників, ніж з двох. Подальше збільшення кількості учасників групи знижує продуктивність [4]. Результати експериментів свідчать на користь роботи в триадах, які вже є міні-групами, тому існує можливість

для учнів здобути досвід творчої роботи у колективі, але вчителю на перших етапах легше спостерігати за роботою такої групи, а учням пристосовуватися до атмосфери колективної роботи.

Найбільш відомим методом організації діяльності творчої групи є брейнстормінг, основна ідея якого: кожний має право висловити будь-яке судження; головний принцип – заборона критики; колективна розумова діяльність обумовлює взаємне стимулювання “асоціативного потоку” завдяки духу змагання і сприяє більш вільному висловленню ідей (А. Осборн). Беручи участь у груповому обговоренні в процесі “мозкового штурму”, засвоївши його принципи, людина привчається створювати відповідний настрій, який сприяє генеруванню ідей (Е.Р. Нілгард), і може практикувати це й в процесі індивідуальної роботи. На наш погляд, це ще раз підкреслює важливість залучення й учнів класів нематематичного профілю до роботи у творчих групах на уроках математики. Отриманий досвід вони зможуть ефективно застосовувати не тільки в процесі вивчення інших предметів, але й при розв’язуванні реальних проблем.

Ефективним є використання синектики – моделі групової творчої діяльності і навчального дослідження по розв’язуванню проблем (використання здогадок, сміливих гіпотез, інтуїтивних розв’язань). Для генерування ідей визначальною є процедура: необхідним є “новий погляд” на добре знайоме; видозміна звичних способів сприймання і реагування (J.J. Gordon).

Недостатня кількість навчального часу на вивчення математики призводить до думки про неможливість пропонувати на уроках математики у класах нематематичного профілю достатню кількість завдань творчого характеру. Тим більше, що саме учням таких класів часто необхідно на самостійне індивідуальне розв’язування таких завдань значно більше часу. Кожний суб’єкт відрізняється за стилем діяльності, за її темпом. Необхідність враховувати індивідуальні особливості учнів вимагає надання їм можливості самим обирати стратегію і тактику виконання завдання, методи розв’язування, що водночас передбачає часто не досить велику швидкість просування в процесі розв’язування.

Реальна ж ситуація є такою, що вчителю необхідно “вкластись у програму”, тому він або прискорює виконання учнями завдання, надаючи їм допомогу значно частіше, ніж реально необхідно, що не дозволяє учням працювати дійсно самостійно; або “обриває” хід розв’язування відразу після знаходження ідеї розв’язування і пропонує учням завершити виконання завдання вдома. З цього приводу В.Г. Розумовський писав, що “творчий цикл” повинен вкладатися у регламент шкільного навчального часу, але цього не відбувається насправді [5].

Вимога завершити виконання такого завдання вдома спрацьовує тільки для учнів із вже достатньо високим рівнем розвитку творчого мислення, тому що в них вже розвинені інтерес до вивчення математики, до творчої діяльності в процесі вивчення математики, спрямованість на пізнання, інтелектуальна ініціатива, творча активність. Такі учні не тільки дійсно спроможні завершити виконання творчого завдання вдома, але й здатні вдосконалити вже знайдене розв’язання, знаходити інші способи виконання.

Для інших учнів на уроці для того, щоб виконання завдання принесло реальну користь розвитку творчого мислення, творчих здібностей, необхідно, щоб етап знаходження кінцевого розв’язку був не дуже віддаленим у часі від етапу ознайомлення з умовою і вимогою завдання і первинного аналізу умови. Це пояснюється тим, що саме ці учні мають ускладнення, якщо необхідно досить довго концентрувати увагу на певній проблемі, вони легко відволікаються. У випадку, коли дослідницьке завдання не розв’язано повністю на уроці, відбувається певний «відхід» учня від завдання, і вимога вчителя завершити виконання його вдома у даних умовах є недоцільною. Підкреслимо, що у даному контексті повним розв’язанням завдання ми вважаємо знаходження ідеї розв’язання, ходу розв’язування з повним обґрунтуванням всіх його етапів. Це не стосується простого виконання обчислень, коли залишається тільки підставити конкретні числові дані; таку роботу можна пропонувати учням завершити вдома незалежно від рівня розвитку їх творчого мислення.

Процес «відходу» від розв’язування завдання учнів з ще недостатньо сформованим творчим мисленням, умінням досліджувати, значно зменшує ефект від розв’язування завдань творчого характеру через низку причин.

Учні цього типу, коли повертаються до процесу розв’язування творчих завдань, ще не вміють достатньо швидко мисленево відтворити “ланцюг” попередніх етапів; для “входження у діяльність” їм необхідно знов пройти кожний з них. Причому те, що на уроці в процесі “занурення у розв’язування” здавалося нескладним через можливість отримання певної консультації у вчителя, у однокласників, в умовах роботи над завданням дійсно “на одинці” викликає труднощі.

Ті, кому ще не прищеплений “смак” до творчої роботи з математики, зустрівшись з першими ж труднощами, можуть зовсім не завершити виконання завдання вдома. Пропонування творчого завдання таким чином позитивного ефекту не дає. Навіть якщо вчитель підводить підсумок розв’язування завдання на наступному уроці, це не дає необхідного результату: або для учнів вищевказаного типу необхідно буде ще раз повторити весь хід розв’язування; або розв’язання буде сприйнято фрагментарно, учень не “побачить” його загальну картину, звідки, - не зможе користуватися результатами, досвідом виконання у подальшому.

З вищесказаного випливає, що для учнів з ще невисоким рівнем розвитку творчого мислення діяльність по розв’язуванню творчих завдань на уроці буде дійсно результативною, якщо проходження всіх її етапів буде відбуватися на одному уроці, тобто не буде розтягнутим у часі. Але це вимагає значного часу, який виділити у навчальному процесі вчитель математики, що працює в класах нематематичного профілю, часто не може через недостатність навчального часу на вивчення програмного матеріалу взагалі.

Крім того, в групах старшокласників через психологічні особливості відповідного віку практично обов'язково виникає суперництво. В результаті суперництва в процесі творчої діяльності рівень продуктивності одних стає вище середнього, але в інших спадає, через що спадає загальна продуктивність роботи колективу [3]. Базуючись на даних нашого дослідження, а також на дослідження психологів, ми можемо стверджувати, що ситуація суперництва і змагання негативно впливає особливо на талановитих учнів з нестандартним мисленням. Саме вони через нерідку незадоволеність собою, меншу впевненість у собі є найбільш чутливими до атмосфери суперництва, реагують на неї негативно. Така атмосфера пригнічує їх, гальмує розкриття їх здібностей. Атмосфера змагання позитивно впливає на менш талановитих, але більш впевнених у собі учнів.

За О.Матейко творчість притаманна розуму, що здатний мислити самостійно, не пов'язуючи оцінку тієї чи іншої інформації з авторитетністю її джерела [3]. Дослідження психологів свідчать, що прогресують саме ті, хто не піддається тиску в ході розв'язування задач (А.Н.Перре-Клермон). Нерідко ж в процесі роботи у групі крім постійно домінуючого авторитету підручника, авторитету вчителя, додається ще авторитет лідера групи; часто як авторитетна нав'язується групова думка, яка не завжди може бути правильною або найбільш раціональною і цікавою.

Формування ж здатності розв'язувати творчі завдання є неможливим без формування інтелектуальної самостійності, творчої самостійності учнів. Але ці якості формуються лише в процесі дійсно творчої самостійної діяльності (підкреслимо, що діяльність повинна бути водночас і самостійною, і творчою).

Попередньо розглянута нами робота у творчих групах [6;7] не задовольняє одну вимогу – діяльність повинна бути самостійною в тому розумінні, що учень має працювати незалежно не тільки від допомоги вчителя, але й від допомоги інших учнів. В творчій групі цю вимогу задовольнити не можна, тому що їй спрямованість цього виду роботи дещо інша.

Ще раз підкреслимо, що метод синектики спрацьовує й в процесі індивідуальної роботи. Що стосується методу «брейнстормингу», то його індивідуальна форма, в якій збережено лише вимогу заборони критики ідей, які виникають, приносить більше користі, ніж групова (J.P.Guilford). Експериментально було доведено гальмування творчого мислення в процесі групового «мозкового штурму» та більшу ефективність індивідуального (M.Jr. Hare, T.J.Bouchard).

Тому ми пропонуємо паралельно з роботою у «творчих групах» систематичне виконання учнями творчих домашніх завдань з математики, у процесі яких відбувається необхідне «поринання» у діяльність, наполеглива робота, поступове зростання інтересу до вивчення предмету.

Важливим є питання про зміст завдань, які можуть пропонуватися в якості творчих. Для цього певним чином доцільно «обигрувати» програмний матеріал.

Нами вже неодноразово розглядалися в цьому аспекті можливості використання вивчення тригонометричного матеріалу [8;10]. На жаль, аналіз стану проблеми в сучасній школі свідчить про неузгодженість вивчення тригонометричного матеріалу в курсах алгебри та геометрії, математики та фізики. Порушено принцип наступності при вивченні матеріалу в основній та старшій школі. По-перше, вивчення формул тригонометрії пов'язане із значним навантаженням на пам'ять, а їх свідоме застосування в процесі тотожних перетворень вимагає наявності здатності логічно обробляти матеріал для кращого запам'ятовування, збереження у пам'яті, оперативного і якісного відтворення. Саме вік 14-15 років є сензитивним для цього: механічна пам'ять ще «співпрацює» з логічною (поступово відбувається певна «поляризація» – якщо краще розвиненою стає пам'ять на логічній основі, то механічна пам'ять погіршується). Крім того, ефективність застосування основних формул тригонометрії в ході вивчення тригонометричних функцій, методів розв'язування тригонометричних рівнянь і нерівностей значно мірою залежить від того, наскільки «відстроченим» є цей процес від первинного сприймання до застосування (особливо в процесі розв'язування нестандартних завдань). По-друге, тригонометричний матеріал є потужним засобом розвитку творчого мислення учнів, і не використовувати це недоцільно.

Постає проблема: як в сучасних умовах (недостатність навчального часу на вивчення теми, що не дозволяє дійсно ґрунтовно засвоїти її) водночас не втратити тих потенційних можливостей, що надає вивчення тригонометричного матеріалу для формування творчої особистості учнів, але й не перенавантажувати їх (серйозна перенавантаженість старшокласників тісно пов'язана з погіршенням стану їх здоров'я, і, як наслідок, - зі зниженням рівня реалізованості їх творчого потенціалу).

Доречним є зменшення недоцільного навантаження на пам'ять. Для того, щоб формули тригонометрії зберігалися в оперативній пам'яті, ми пропонуємо організувати процес роботи з ними таким чином: запам'ятовування «базових», «ключових» формул є необхідним. Звичайно, це запам'ятовування не обов'язково повинно бути механічним. Нами розроблені мнемічні правила свідомого запам'ятовування, які, як свідчать результати експерименту, підвищують якість і оперативність роботи учнів з формулами тригонометрії. Доцільно навчити учня іншу частину формул тригонометрії (формули половинного кута та ін.) виводити в ході логічного ланцюжка міркувань з певних «базових».

Але для деяких формул, на наш погляд, необхідно запам'ятовувати і їх «варіації». Це стосується, наприклад, формули косинуса подвійного кута. Особливості використання учнем тригонометричних формул нерідко є деяким показником рівня розвитку в нього особливого математичного бачення, творчого мислення [8].

Наприклад, спостереження за розв'язуванням рівнянь виду
а) $\cos x + \cos 2x = 0,5$; б) $\sin x + \cos 2x = 0,5$; в) $3\cos 2x + \sin^2 x - 2 = 0$

свідчить, що знання всіх трьох форм подачі формули косинуса подвійного кута є доцільним, тому що в різних випадках економнішим є використання конкретних з них. Більш економним буде застосування для рівняння а) представлення формули косинуса подвійного кута у вигляді $2\cos^2 x - 1$; для рівняння б) – у формі $1 - 2\sin^2 x$; для рівняння в) $\cos^2 x - \sin^2 x$.

Здатність учня оперативної обирати найбільш доцільне представлення може свідчити про достатньо високий рівень творчого мислення.

В процесі вивчення теми «Тригонометричні функції» учню можна запропонувати виконати таке творче завдання: «Дослідити особливості перетворення графіка функції $y = af(kx + c) + b$ залежно від значень параметрів a, k, c, b , якщо $y = f(x)$ одна з функцій $y = \sin x$ або $y = \cos x$ ».

При цьому пропонується один з випадків:

1) залежно від знаків a і b , за умовою, що $k=1$; $c=0$;

2) залежно від знаків a і b , за умовою, що для a можуть виконуватись як умова $|a| > 1$, так і умова $0 < |a| < 1$, $k=1$; $c=0$;

3) залежно від знаків a , b і c , за умовою, що $k=1$;

4) залежно від знаків a і b , знаку k , за умовою, що для k можуть виконуватись як умова $|k| > 1$, так і умова $0 < |k| < 1$; $c=0$.

Як бачимо, таке формулювання завдання надає певну підказку щодо випадків, які необхідно розглянути. Для частини учнів необхідно конкретизувати дане завдання, подавши функцію, що досліджується, у вигляді $y = a \sin(kx + c) + b$ (або $y = a \cos(kx + c) + b$).

Для учнів, в яких вже достатньо розвинене творче мислення, можна пропонувати це завдання у формі: «Дослідити особливості перетворення графіка функції:

а) $y = af(x + c) + b$ залежно від значень параметрів a, c, b ;

б) $y = af(kx) + b$ залежно від значень параметрів a, k, b ;

в) $y = f(kx + c)$ залежно від значень параметрів k, c ,

якщо $y = f(x)$ одна з функцій $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$ або $y = \operatorname{ctg} x$ ».

При такому формулюванні учень повинен самостійно визначити, які саме випадки необхідно розглядати для кожного з параметрів. Зауважимо, що пропонувати в даному завданні дослідження відразу для значень всіх параметрів a, k, c, b недоцільно через достатньо велику кількість випадків. Завдання у такому формулюванні перетворюється з творчого на рутинне, що значно зменшує інтерес до його виконання в учнів та їх інтелектуальну активність.

Потужним засобом розвитку творчого мислення учнів є робота над побудовою нестандартних графіків функцій, рівнянь. Але для учнів класів нематематичного профілю нестандартність таких завдань повинна проявлятися не в їх особливій складності, але у необхідності використовувати нешаблонні підходи, мислити творчо. Прикладами таких завдань є завдання на побудову графіків: а) $y = x\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x}$;

б) $y = 2\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x}$; в) $y = \frac{\sqrt{\sin^2 x}}{\sin x}$; г) $y = \sqrt{\operatorname{tg} \frac{x}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{x}{2}}$; д) $y = \sqrt{\operatorname{tg} \frac{x}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{x}{2}}$; е) $y = \frac{\sin^2 x}{\sin x}$ та ін.

[6;8].

Робота з тригонометричними формулами в процесі розв'язування геометричних задач теж надає великі можливості для формування творчого мислення учнів. Нами розроблено систему тестів, в яких до кожної з задач пропонується крім декількох неправильних відповідей (складених на основі урахування можливих помилок), але й різні форми представлення правильного кінцевого результату. Варіанти подачі розв'язку отримуємо за рахунок перетворень із застосуванням формул тригонометрії. Таким чином, по-перше, учню необхідно розв'язати задачу, а не вгадати відповідь; по-друге, необхідно перевірити інші відповіді, що не тільки надасть нагоду ще раз відпрацювати уміння виконувати тотожні перетворення, але й буде сприяти водночас як розвитку критичності, так і формуванню оригінальності мислення (можливість побачити "різноманіття" підходів нерідко спонукає до пошуку власного шляху розв'язування, нешаблонного розв'язання, яке й приведе до нешаблонної форми представлення розв'язку) [9].

Вищенаведені завдання можна пропонувати як для індивідуальної, так і групової роботи. Психологами визначено, що колективні дії є більш доцільними, ніж індивідуальні, коли існує необхідність ефективного розподілу праці [3]. У випадку, коли розподіл праці не приносить користі або є неможливим (на наш погляд, це процес розв'язування творчого завдання, коли тому, хто розв'язує, для успішної діяльності необхідно мати самостійно вироблену загальну картину ситуації, що відповідає стилю його мислення), індивідуальна діяльність є більш доцільною, ніж колективна.

Результати нашого дослідження виявили:

1) Якщо творче завдання потребує “експрес-розв’язання”, тобто необхідно видати ідею по методу “питання – відповідь”, то в цьому випадку більш доцільною є колективна діяльність, метод “брейн-штурма”.

2) Якщо творче завдання потребує розробки ідеї, найбільш доцільної стратегії її реалізації, а також і самої реалізації, то на першому етапі більш доцільною є індивідуальна робота. Учень повинен мати самостійно вироблену, “особисту” картину ситуації (завдання) і не отримувати перешкод для вироблення власної, оригінальної ідеї (цими перешкодами можуть бути думки інших учасників групи з приводу завдання).

На другому етапі виникає необхідність “винести на суд” власну ідею. Для цього учню необхідно ще раз продумати всі нюанси, визначити форму подачі таким чином, щоб вже сприйнята ним ідея була зрозумілою й іншим. Дослідження виявило, що це не менш складний етап, ніж попередній.

Якщо досвіду групової роботи ще не достатньо, у багатьох учнів з достатньо високим рівнем знань і вмінь, рівнем розвитку здібностей в процесі “подачі” ідеї іншим виникають негативні емоції, якщо необхідно давати пояснення; деякі сприймають критику на адресу запропонованих ними ідей дуже болісно, як особисту образу; в інших необхідність виносити власну ідею на обговорення викликає побоювання помилитися, не бути сприйнятими, тому вони можуть і зовсім відмовитися висловлювати власну думку.

Етап аргументованого “відсіювання” і обговорення декількох ідей, що сприймаються як найбільш продуктивні, - це, звичайно, колективна діяльність.

На етапі “доброби ідеї” і вироблення стратегії її реалізації корисною є і індивідуальна, і групова діяльність. В процесі реалізації ідеї доцільніше працювати колективно, за умовою, що рівень знань і вмінь, рівень розвитку здібностей і творчого мислення кожного з учнів групи відповідає запропонованому саме йому “підзадданню”.

Можливе поєднання позитивних рис групового та індивідуального навчання в процесі «навчання у команді», яке, за Р.Славиним [12], підпорядковується таким правилам: є групова мета, що може бути досягнута лише за умови самостійної роботи кожного члена групи (персональна відповідність кожного учня); кожний повинен оволодіти певними знаннями; всі отримують один і той самий матеріал, але кожному надається тема, стосовно якій він повинен стати “експертом”, тобто дуже ретельно її опрацювати; весь клас вивчає разом одну тему, але кожна група отримує завдання, яке є підрозділом цієї теми.

Дуже важливим є в такому розумінні навчання у команді те, що групи не змагаються між собою (як ми вже відмічали, змагання заважає творчості), що кожна з них має власну “планку” і отримує різний час на виконання. Така організація роботи над творчими завданнями дійсно сприяє розвитку творчого мислення ще й тому, що відбувається індивідуальна робота у команді. Більшому розкріпаченню особи допомагає принцип порівняння її результатів не з результатами інших, а з власними раніше досягнутими.

Подальшої розробки потребує питання наступності в процесі розвитку творчого мислення при вивченні математики в школі та у вищих навчальних закладах.

Література:

- 1.Кларин М.В. Инновации в мировой педагогике. – Рига: «Эксперимент», 1998.–180с.
- 2.Кулюткин Ю.Н. Диалог как предмет педагогической рефлексии. – СПб.: СпецЛит, 2001.- 75 с.
- 3.Матейко А. Условия творческого труда. Пер с польск.- М.: Мир, 1970.-300с.
- 4.Психолого-педагогические аспекты интенсификации учебной деятельности. П/р А.В.Петровского, Г.А.Китайгородской. – М.: Изд-во МГУ, 1983.
- 5.Разумовский В.Г. Развитие творческих способностей учащихся. – М.: Просвещение, 1975.- 272 с.
- 6.Чашечникова О.С. Диференційований підхід до учнів як один з напрямків індивідуалізації.- Суми: ВВП “Мрія-1” ЛТД, 1996.- 33 с.
- 7.Чашечникова О.С. Возможности залучения учнів неспеціалізованих класів до творчої роботи з математики // Сучасні проблеми науки та освіти. Матер. 3-ї міжнар. міждисциплін. наук.-практ. конф. 1-9 травня 2002 р., Ужгород. – 2002.- С.244.
- 8.Чашечникова О.С. Развитие математического бачення за допомогою використання тригонометричного матеріалу // Евристика та дидактика точних наук. - Вип.9.-Донецьк: ТЕАН,1998.- С.23-25.
- 9.Чашечникова О.С. Тести: можливості подолання протиріччя між вимогами об’єктивності оцінки знань учнів та необхідністю враховувати їх індивідуальні особливості // Дидактика математики. - Вип.21.-Донецьк: ТЕАН,2004.- С.99-105.
- 10.Чашечникова О.С., Чашечникова Л.Г. Використання тригонометричного матеріалу з метою розвитку творчого мислення учнів // Актуальні проблеми теорії і методики навчання. Всеукр. наук.-практ. конф. НПУ ім.М.П.Драгоманова. 6 жовтня 2004 р.- Київ, 2004.- С.189-190.
- 11.Шумилин А.Т. Проблемы теории творчества.- М.: Высшая школа, 1989.-143 с.
- 12.Slavin R.E. Research on Cooperative Learning: an international perspective // Scandinavian Journal of Educational Research.- Vol.33.-N4, 1989.