

### Пропедевтика стохастичної лінії в основній школі

Проблема наступності стала особливо актуальною на сучасному етапі

Програмними документами передбачена узгодженість та наступність основних цілей і змісту навчання елементів стохастичності, але для конкретизації цілей і змісту в програмах та підручниках, методиках навчання початків теорії ймовірності необхідна більш обґрунтована і детальна концепція реалізації наступності навчання.

На основі аналізу програм і навчальних посібників для шкіл і класів з поглибленим вивченням математики та результатів констатуючого експерименту можна зробити висновок про те, що ймовірнісний матеріал вивчається нерівномірно, відсутня чітка система його вивчення, деякі поняття вивчаються однобічно або зовсім не вивчаються (наприклад, закон великих чисел, нормальний розподіл, який має велике теоретичне і практичне значення).

Наступність у вивченні елементів стохастичності як цілісна проблема залишається не розробленою. На наш погляд особливо потребує удосконалення наступність навчання між основною і старшою школою, оскільки саме при навчанні в школі учні набувають знання, виробляють уміння і навички, необхідні для успішного вивчення систематичних курсів теорії ймовірностей та математичної статистики у вищій школі.

Прагнення вчителя підняти школяра на нову вищу ступінь пізнання, розширити і поглибити його знання та уміння не повинно переступати межі допустимого. Якщо учня перевантажувати знаннями та вміннями, то вони перетворюються із передумови розвитку особистості в його гальмо, зауважує І.О. Менчинська [5]. Категорії доступності і наступності у навчанні тісно пов'язані між собою. "Доступність навчання – відповідність змісту і об'єму вивчуваних знань віковим особливостям учнів, а також наявним у них знанням і уявленням" [5]. Наприклад, потрібно, на наш погляд, вводити в загальноосвітній школі аксіоматичне означення ймовірності, так як це зроблено у [2]. Введення поняття площі та об'єму у шкільному курсі математики подається як аксіоматичне, хоча увага на тому, що воно аксіоматичне не акцентується. Так само й ймовірності. При введенні цього поняття завжди звертають увагу на три основні властивості. Ці властивості не будуть викликати труднощів.

Доцільно донесення до свідомості учнів основних властивостей подій (пов'язання їх з властивостями фігур, що мають площі або об'єми) та основних властивостей ймовірностей – як міри сподівання (пов'язати їх з властивостями площ та об'ємів). Обов'язково прагнути до опанування тим, що

1<sub>s</sub>) вірогідна подія завжди є подією;

2<sub>s</sub>) протилежна до події завжди є подією;

3<sub>s</sub>) сума подій завжди є подією,

а також:

1<sub>p</sub>)  $P(A) \geq 0$ ;

2<sub>p</sub>)  $P\left(\sum_k A_k\right) = \sum_k P(A_k)$ , коли  $A_k$  попарно несумісні події;

3<sub>p</sub>)  $P(\Omega) = 1$  [2].

Це по суті аксіоматичне означення ймовірності – будь-яка функція, визначена на сукупності  $S$  підмножини  $\Omega$ , яка задовольняє властивості 1<sub>p</sub>-3<sub>p</sub>. Усі інші властивості треба доводити за допомогою основних властивостей.

Для формування стохастичного мислення важливо донести до розуміння учня, що на одній і тій самій сукупності подій можна різними способами визначити ймовірності. При підкиданні грального кубика ймовірність випадання «6» може дорівнювати  $\frac{1}{6}$ , а може й  $\frac{k}{6}$  (наприклад,  $\frac{5}{6}$ ), коли на  $k$  гранях,  $k \in \overline{0,6}$ , є цифра «6» (або шість крапок).

Тільки враховуючи вікові і психологічні особливості учня можна сприяти досягненню ним високих результатів у вивченні будь-якого, в тому числі і стохастичного матеріалу. Але, водночас, не можна вважати, що рамки доступності є раз і назавжди встановленими, незмінними для учнів даного віку, тим більше в класах з поглибленим вивченням математики. Вони значною мірою визначаються методами та засобами навчання.

Міцності і стійкості, глибшому засвоєнню знань з початків теорії ймовірностей сприяють узагальнення і систематизація. Розрізнені, не пов'язані між собою факти учень не спроможний активно і усвідомлено сприймати. Він вивчає їх пасивно, забуває. Тому принципи систематичності і послідовності лежать в основі побудови навчальних програм. Принцип систематичності впливає з асоціативно рефлексорної теорії. На основі цієї теорії шлях розвитку починається від найпростіших локальних асоціацій, що характеризують окремі ізольовані елементи знань, через частково-системні і внутрішньопредметні до найскладніших міжпредметних асоціацій. А завдання вчителя – "вести учня до все більш складної глибокої системи знань" [1, с.51]. Нові знання розкриваються на основі одержаних раніше. Для цього в попередньому матеріалі потрібно виділити головне, повторити, узагальнити найважливіші факти і поняття. В такому випадку набуті знання стануть дійсно діючими, сприятимуть засвоєнню нових знань.

Основними складовими взаємозв'язків наступності у процесі навчання вважають: пропедевтика і наступність; наступність і повторення; наступність та міжпредметні та внутріпредметні зв'язки; наступність і перевивчення.

Пропедевтика – важлива робота з вивчення попередніх тем, що готує до введення нового поняття.

Питання про пропедевтику виникає тоді, коли виникають значні труднощі при формуванні деякого поняття або при дуже концентрованому вивченні деякої теми. Тоді і необхідно розподілити матеріал на більший проміжок часу. Якщо це зробити з виділенням початкового концентру, то отримаємо пропедевтичний курс: якщо це зробити неперервним чином, включаючи частину матеріалу в іншу тему, отримаємо пропедевтику деякого поняття. Формування математичних понять є однією з найважливіших і найскладніших проблем у методиці навчання математики. Рівень сформованості математичних понять в учнів і вміння оперувати ними при розв'язуванні задач, доведенні теорем, в різних стандартних і нестандартних життєвих ситуаціях, визначає рівень розвитку математичних здібностей, мислення.

Поняття випадкової події та її ймовірності, випадкової величини та її математичного сподівання по суті і психологічно є надзвичайно складними. Навіть великі математики минулого неодноразово помилялися при розв'язуванні конкретних імовірнісних задач, оскільки неправильно тлумачили основні поняття. А суперечки про зміст цих понять тривали до ХХ ст. Тому формувати у дітей правильне розуміння цих понять слід дуже обережно й поступово, і не заучуванням напам'ять величезної кількості незрозумілих означень, а розв'язуванням і обговоренням ретельно дібраних цікавих і змістовних задач. Помилки і парадокси виникають зокрема і тому, що відсутні чіткі означення відповідних понять.

Правильно розв'язати питання про пропедевтику деякого поняття можна лише при повному врахуванні всіх вимог наступності.

Розуміння наступності допоможе виділити суттєві частини теми і розмістити їх так, щоб було встановлено зв'язки між окремими частинами і етапами вивчення цих частин.

Реалізація нового змісту у діючих підручниках здійснюється по різному.

У сучасному російському посібнику [4] пропонується реалізація нової змістової лінії від комбінаторних задач з використанням поняття графа до нормального розподілу. Безумовно, розглянутий матеріал є дуже корисним і цікавим, але навіть для поглибленого курсу математики завеликий за обсягом.

Виходячи з вікових психологічних особливостей учнів, пропедевтику початків теорії ймовірностей і елементів статистики доцільно розпочинати ще в 5-6 класах. Більшість учнів зазначених класів українських шкіл навчаються за підручниками [3, 6, 8]. Покажемо, як можливо працювати з цими підручниками з метою реалізації пропедевтики нової змістової лінії. Для цього необхідна адаптація традиційного змісту до цілей, які вводяться у шкільні програми знань про випадкове.

Учителю треба чітко знати наявність основних неозначуваних понять як в теорії ймовірностей, як науці, так і в шкільному курсі елементів стохастичності, щоб правильно організувати навчання дітей.

Перш ніж говорити про випадкову подію, бажано розтлумачити, що у математиці випадкова подія завжди є сукупністю результатів випадкового експерименту (дослід). Задачі, пов'язані з випадковими експериментами та їх результатами, бажано розглядати навіть у початковій школі. Абсолютна частота появи (відбування) елементарної події – це натуральне число або нуль, з якими можна оперувати у молодших класах, вирішуючи, зокрема, яка подія відбувається частіше у порівнянні з іншою.

Не слід поспішати з підрахунками відносних частот, а тим паче з висновками (сумнівними) про стабілізацію відносної частоти. Спочатку слід сформувати поняття (математичне) випадкової події, для чого доцільно на кожному уроці (у 5-х, 6-х, 7-х, і т.д.) розв'язувати задачі, пов'язані із стохастичними експериментами (дослідами) та їх результатами (елементарними подіями, як сукупностями можливих наслідків дослід), подіями їх відбуваннями чи невідбуваннями, виділення кожного разу вірогідної та неможливої події, які теж є випадковими подіями. Не потрібно протиставляння типу: є вірогідна подія, є неможлива подія, а є ще й випадкова подія. Можна сформувати уявлення про те, що кожна елементарна подія сприяє чи ні певній події, що одна подія може спричинювати іншу, про рівні події, про суму та добуток подій, про сумісні та несумісні події, про різницю подій та протилежну до даної подію. Для цього не потрібні ніякі обчислення, і без цього стохастичного мислення не сформувати.

Для пропедевтики основних понять елементів стохастичності з наведених вище підручників можуть бути використані такі вправи:

- випадковий експеримент (дослід) - № 280, 295, 348, 394, 458, 769, 927 [6], 421, 1244, 1245 [8];
- елементарна подія, простір елементарних подій - № 280, 348, 394, 458, 769, 927 [6], 444, 863 [8];
- випадкова подія - № 295, 650 [6], 76, 77, 157 [8];
- відбування події, порівняння подій, шанс (ймовірність) - № 80, 81, 82, 83, 459, 460 [3], 732, 741, 1024, 1025 [6];
- статистичні таблиці – № 624, 741 [3], 215, 219, 248 [6];
- відхилення - № 622, 623, 624 [3];
- середнє значення - № 845 [3].

У 5-6-х класах є можливість, звертаючись до життєвого досвіду та досвіду проведення і участі у різноманітних іграх і жеребкуваннях, говорити про більш або менш можливі події, неможливі та вірогідні події. Так, після вивчення звичайних дробів (5-й кл.) можна один урок присвятити темі „Звичайні дробі та

підрахунок шансів на успіх”, на якому розв’язувати задачі на підрахунок „шансів” на виграш. Введення поняття „шанс” розглянуте у посібнику для вчителів З.І. Слєпкань, І.С. Соколовської [7].

Учні ознайомлюються зі способами підрахування статистичних даних у вправах 624, 741 [3], № 215 [5]; аналіз табличних даних - № 219, 248 [5]. Однак, таких вправ мало. Ми пропонуємо їх доповнити.

Після того, як школярі в 5 класі познайомилися з нерівностями і наближенням натуральних чисел та звичайних дробів, їм можна запропонувати таку задачу.

**Приклад 1.** Яке розташування кораблів у грі «Морський бій» з перелічених на рис. 1.1-1.6 здається вам більш вдалим, щоб мати більшу можливість для виграшу? Зіграйте з товаришами в цю гру.

Роздуми учнів необхідно спрямувати так. У ході гри у «Морський бій» кожен гравець намагається «вбити корабель» супротивника навмання, вказуючи можливе розташування корабля. На рис. 1.1 кораблі зосереджені його лівій частині. Супротивник може швидко помітити, що спроби «нанесення удару» в ліву частину приносять успіх і розгадати їх задум. На кожному з рис. 1.1-1.5 можна помітити деяку закономірність, яку теж може розгадати супротивник. Найбільш хаотично розташовані «кораблі» на рис. 1.6. Тому саме такому розташуванню треба віддати перевагу рис. 1.6. у його лівій частині. Супротивник може швидко помітити, що спроби «нанесення удару» в ліву частину приносять успіх і розгадати їх задум. На кожному з рис. 1.1-1.5 можна помітити деяку закономірність, яку теж може розгадати супротивник. Найбільш хаотично розташовані «кораблі» на рис. 1.6. Тому саме такому розташуванню треба віддати перевагу рис. 1.6. Це лише припущення, яке не обов’язково може підтвердитись у ході реальної гри. Однак саме при такому розташуванні «кораблів» більше шансів на перемогу, тобто більше можливостей виграшу.

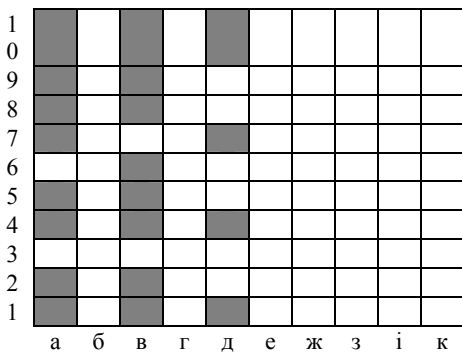


Рис. 1.1

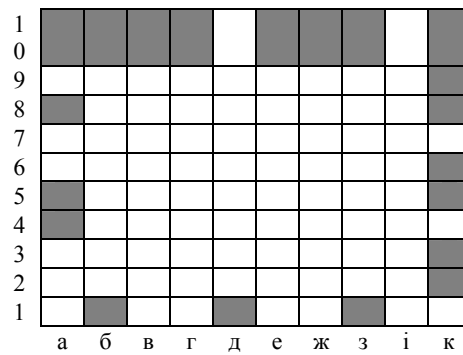


Рис. 1.4

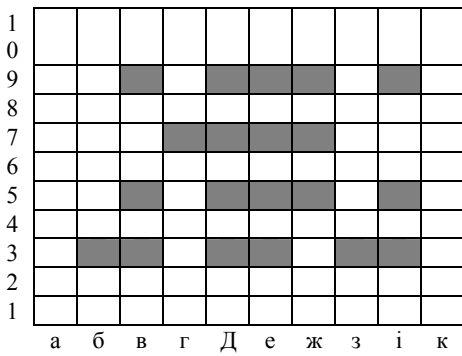


Рис. 1.2

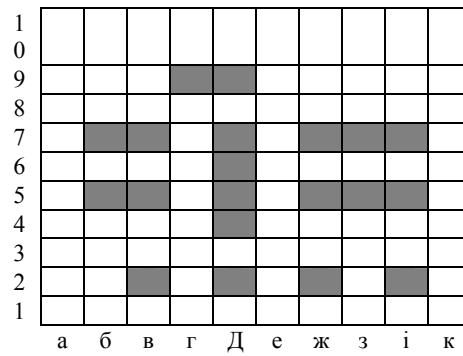


Рис. 1.5

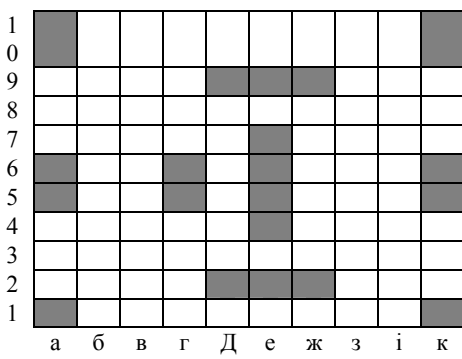


Рис. 1.3

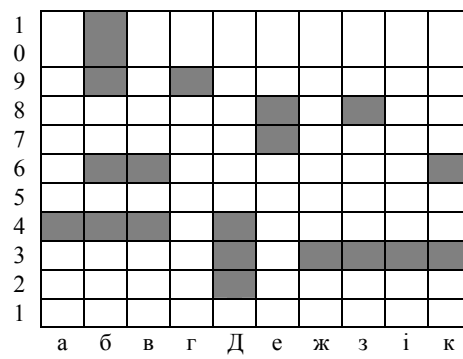


Рис. 1.6

Потім учням пропонують знайти площі «кораблів Морського бою», рахуючи одну клітину зошита одиницею виміру площі. Вони відповідають на такі запитання:

1. Яку частину площі квадрата займають всі «кораблі»?
2. Яку частину всієї площі займають чотирипалубні, трипалубні тощо?
3. Для якого типу кораблів ця частина більше?
4. Для яких типів кораблів ці частини рівні?

Зауважимо, що учням 5-6 класів ще не треба пропонувати проводити дослідження, пов'язані зі збиранням даних на вибірках, об'єм яких більше ніж 25. Бажано обмежитися вибірками з доступною для огляду дітей кількістю даних, наприклад, числом учнів у класі.

Тематика практичних робіт може бути такою:

- опитування учнів класу з метою виявлення улюбленого учбового предмету, місяця року і т. п.
- спостереження за природою і підрахунок ясних і похмурих, дощових і сніжних днів протягом місяця або року.
- дослідження кількості часу, який витрачають учні на подорож від домівки до школи.

Із необхідністю використання транспортира, а також знаходженням частини від числа і числа за його частиною може бути розглянута така задача.

Приклад 2. У зимовий вихідний день школярі вирішили піти класом на прогулянку. Одні взяли з собою лижі, інші – санчата, а 4 учні ковзани. На круговій діаграмі (рис.1.7) зображені ці дані. Скільки школярів у класі? Скільки з них взяли лижі? Санчата? Побудуйте відповідну діаграму.

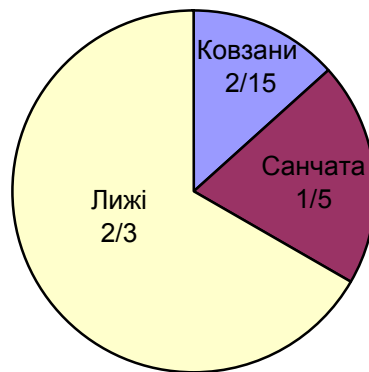


Рис. 1.7

Епізодичне проведення випадкових експериментів скоріше за все не дасть позитивних результатів у справі формування стохастичного мислення. Приклади вказаних типів бажано наводити протягом усього навчального року. Підстави для цього завжди можна знайти.

Дотримання наступності при вивченні елементів статистики сприяє підвищенню рівня знань і умінь учнів. Проведена експериментальна робота дозволила нам сформулювати деякі рекомендації для забезпечення наступності в процесі вивчення ймовірнісних понять.

Насамперед доцільно дотримуватися таких вимог: обмеженість рамками змісту навчання, конкретність у визначенні основних понять, практична значущість для подальшого застосування, наочність для більш ефективного формування стохастичного мислення.

#### Література

1. Дидактика современной школы: Пособие для учителей / НИИ педагогики УССР / Под ред. В.А. Онищука. – К.: Рад. шк., 1987. – 350с.
2. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою: Посібник для вчителів / Спеціальний випуск: Додаток до газети «Інформатика» № 29-30 (365-366), серпень 2006. – К.: Шкільний світ, 2006.- 119с.
3. Литвиненко Г.М., Возняк Г.М., Мальований Ю.І. Математика 6: Підручник. - Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2002. – 208с.
4. Макарычев Ю.М, Миндюк Н.И. Алгебра: Элементы статистики и теории вероятностей: Учебное пособие для учащихся 5-9 классов общеобразовательных учреждений / Под ред. С.А. Теляковского. - М.:Просвещение, 2003.- 78с.
5. Менчинская Н.А. Взаимоотношение слова и образа в процессе усвоения знаний школьниками // Доклады на совещании по вопросам психологии.- М.Изд. АПН СССР, 1954. - С.13-24.
6. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика:Підручник для 5-го класу .- Х.: Гімназія, 2005. - 288с.
7. Слєпкань З.І., Соколовська І.С. Методика вивчення елементів комбінаторики. Початків теорії ймовірностей і вступ до статистики: Посібник для вчителів / Спеціальний випуск: Додаток до газети «Математика» № 29-30 (281-282), серпень 2004. – К.: Шкільний світ, 2005.- 112с.

8. Янченко Г., Кравчук В. Математика: Підручник для 5-го класу.-Тернопіль:Підручники і посібники, 2005. - 280с.

УДК 372. 851: 373. 51

**В.В. Ачкан**

Бердянський державний педагогічний університет  
м. Бердянськ

### **Формування математичних компетентностей старшокласників у процесі вивчення рівнянь та нерівностей як засіб реалізації інноваційного характеру математичної освіти**

Сучасний етап розвитку освіти України характеризується спрямованістю на побудову особистісно – орієнтованої системи математичної підготовки учнів, впровадженням інноваційних підходів до навчання. Модернізація національної української школи потребує підвищення активності та самостійності учнів, формування в них вмінь опрацювати та плідно використовувати освітню інформацію. Це, у свою чергу, підвищує роль інтелектуалізації навчальної роботи і значення оволодіння прийомами розумової діяльності, завдяки яким знання набувають дієвості та системності, що забезпечує можливість їх подальшого творчого використання.

Одним із шляхів оновлення змісту освіти і технологій навчання, узгодження їх із сучасними проблемами є впровадження компетентнісного підходу до навчання. Сьогодні компетентності мають розглядатися тими індикаторами, які дають змогу визначити готовність випускника школи до подальшого навчання, й активної участі в житті суспільства. Тобто, важливим нині є набуття учнем набору компетентностей, необхідних для життя в суспільстві та швидкозмінному світі. Поняття компетенції не є новим у окремих вітчизняних методиках навчання. Наприклад, лінгвістичні компетенції давно розглядаються та використовуються у методиці навчання мовам. Але на загально педагогічному та методологічному рівні це поняття стало розглядатися порівняно недавно.

Загальні теоретичні положення впровадження компетентнісного підходу до навчання досліджуються в роботах Н.М. Бібік [1], І.Г. Єрмакова [1], О.В. Овчарук [6], О.І. Пометун [7], О.Я. Савченко [6], А.В. Хуторського [12] та ін.

Впровадженню компетентнісного підходу у математичну освіту присвячені роботи Л.І. Зайцевої [4], С.А. Ракова [8, 9], З.І. Слєпкань [10]. Зокрема С.А. Раков означає математичну компетентність як “уміння бачити та застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, вміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень” [8, С. 15].

Наступним кроком впровадження компетентнісного підходу до навчання математики повинна стати конкретизація розроблених загальних підходів до рівня навчальних тем у основній та старшій школі.

Однією з основних змістовно-методичних ліній шкільного курсу алгебри і початків аналізу є лінія рівнянь і нерівностей, яка має розгалужену систему внутрішньопредметних зв'язків з іншими лініями курсу. Тому традиційно рівняння і нерівності широко представлені в завданнях державної атестації з математики, в завданнях зовнішнього тестування з математики та в завданнях вступних іспитів до ВУЗів. Але результати виконання цих завдань в останні роки суттєво погіршилися, що робить актуальною проблему визначення і обґрунтування можливості удосконалення методики вивчення рівнянь та нерівностей у курсі алгебри і початків аналізу. Одним із можливих шляхів її вирішення є переорієнтація методики на формування в учнів відповідних математичних компетентностей.

У даній статті ми окреслимо напрями формування математичних компетентностей учнів під час вивчення рівнянь, нерівностей та їх систем у курсі алгебри та початків аналізу. Отже, об'єктом нашої уваги є процес вивчення рівнянь, нерівностей та їх систем у курсі алгебри та початків аналізу; предметом – методика формування математичних компетентностей старшокласників під час вивчення рівнянь, нерівностей та їх систем у зазначеному курсі.

Взявши за основу предметно-галузевої математичні компетентності вчителя виділені С.А. Раковим [8, 9] ми вважаємо за доцільне віднести до предметно-галузових компетентностей учня наступні: процедурну компетентність – уміння розв'язувати типові математичні задачі; логічну компетентність – володіння дедуктивним методом доведення та спростування тверджень; технологічну компетентність – володіння сучасними навчальними математичними пакетами; дослідницьку компетентність – володіння передбачуваними програмою та Державним стандартом базової і повної загальної середньої освіти математичними методами дослідження практичних задач.

Нами обґрунтовані методичні вимоги щодо реалізації компетентнісного підходу при вивченні рівнянь та нерівностей в курсі алгебри та початків аналізу; обґрунтовані шляхи набуття учнями відповідних компетентностей. Зупинимось на них детальніше. Так, з'ясування та врахування взаємозв'язків між алгебраїчними поняттями і способами дій, а також виділення орієнтовних основ діяльності, необхідної для розв'язування рівнянь та нерівностей сприяє набуттю учнями процедурної компетентності. Нами з'ясовано особливості введення для учнів як загальних орієнтовних основ дій, пов'язаних з розв'язуванням рівнянь та нерівностей, так і орієнтовних основ дій, пов'язаних з розв'язуванням рівнянь та нерівностей з кожної теми.