

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ им. А. М. ГОРЬКОГО

Е. А. ЧЕНАКАЛ

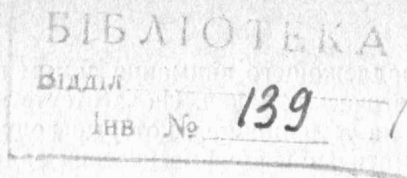
**Типизация задач в систематическом
курсе арифметики средней школы**

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогиче-
ских наук (методика математики)

Научный руководитель — Заслуженный деятель
науки УССР, профессор А. М. АСТРЯБ

Киев — 1955



5/67
Чен

Успехи учащихся в обучении арифметике расцениваются не только по умению сознательно, быстро и рационально производить действия с целыми и дробными числами, но и по умению решать задачи. Такая высокая оценка умения решать задачи объясняется тем, что задачи имеют большое образовательное, воспитательное и практическое значение. Важность обучения решению арифметических задач еще более усиливается сейчас, когда наша школа стоит накануне осуществления всеобщего десятилетнего политехнического образования, так как решение задач в наибольшей степени обеспечивает связь теории с практикой.

Однако, по общему признанию, одним из слабых мест в деле обучения арифметике является у нас решение задач. Это объясняется как сложностью самого процесса обучения детей решению задач, так и отсутствием определенной системы в размещении задач в наших сборниках.

Учителя часто отмечают неудовлетворительную последовательность задач в стабильных сборниках. «Задачи приходится брать то в конце, то в начале, то в середине сборника. Учитель превращается в жонглера, изощряющегося в ловкости выхватывать из разных мест необходимые ему для обучения детей задачи»¹. Еще есть такие учителя, которые всю методику решения задач сводят к механической тренировке; решают задачи без всякой системы номер за номером, в таком порядке, как они напечатаны.

Учитель до сих пор еще не имеет общепризнанной типизации задач.

Дискуссия по вопросам распределения задач по типам в курсе арифметики, проведенная в 1952—55 годах на страницах журнала «Математика в школе», показала, что обучение решению задач в курсе арифметики нуждается в серьезном улучшении.

Отсутствие общепризнанной типизации при решении задач до сих пор является одной из важнейших причин, снижающих успеваемость учащихся по арифметике.

Изучением проблемы о принципах типизации арифметических задач занимались многие методисты, но этот вопрос в методике математики окончательно не решен. В частности, наши методисты

¹ «Учительская газета», 13.VII. 1955.

не уделяют надлежащего внимания самим принципам систематизации арифметических задач. Из-за отсутствия у методистов единого взгляда на те принципы, которые должны быть положены в основу систематизации арифметических задач, имеется большой разбой в систематизации задач, что и влечет за собой отсутствие согласованности и единого мнения в этом важном вопросе и среди учителей.

Особенно ощущается потребность в целесообразном размещении так называемых типовых задач. Поэтому необходимо дать учителю образцы системы уроков при решении типовых задач в систематическом курсе арифметики.

Перенесение, согласно новой программе, наиболее сложных типовых задач в курс алгебры требует от учителя такой работы над типовыми задачами, которая помогла бы ученикам VI и VII классов яснее осознать связь арифметики с алгеброй.

Настоящая работа имеет целью наметить пути методического расположения типовых задач в курсе арифметики V и VI классов, а также составления системы уроков при решении типовых задач в этих классах на основании изучения вопроса о типизации арифметических задач и обобщения положительного опыта наших школ в этом направлении.

Нами указан также один из путей для установления связи между арифметикой и алгеброй посредством сопоставления арифметического и алгебраического способов решения типовых задач в систематическом курсе арифметики в VI классе и на уроках алгебры в VII классе.

Для выполнения работы необходимо было изучить литературу по методике и психологии, относящуюся к данному вопросу, изучить и проанализировать работу многих учителей республики, не только тех, которые добиваются значительных успехов в деле обучения детей решению задач, но и тех, ученики которых еще имеют слабую подготовку в решении арифметических задач.

Нами был учтен опыт работы таких квалифицированных учителей: Жовтобрюх М. П. (школа № 92, г. Киев), Рихтер Р. С. (школа № 155, г. Киев), Керовой О. А. (школа № 135, г. Киев), Завиславской Г. Т., Терещенко Н. В. (Ново-Сенжарская средняя школа, Полтавской области), Садовенко С. Я. (школа № 17, г. Полтава) и ряда других учителей как городских, так и сельских школ.

В работе использованы материалы учительских конференций, педагогических и научных сессий и конференций УНИИП'а и Киевского педагогического института им. А. М. Горького.

Учен также личный опыт работы автора в Ланчинской средней школе, Станиславской области (1950—1952).

ков при решении типовых задач в V классе средней школы.

Диссертация состоит из вступления, 3-х глав и заключения:

1. Типизации арифметических задач в их историческом развитии.

2. Объединение арифметических задач в группы типов в систематическом курсе арифметики средней школы и методические замечания к решению типовых задач.

3. Арифметический и алгебраический способы решения типовых задач, их место и сравнительная ценность.

В приложении даются: 1) календарные планы уроков по арифметике учителей Жовтобрюх М. П. и Завиславской Г. Т., 2) материалы эксперимента по проведению системы уроков при решении типовых задач в V классах Ново-Сенжарской средней школы, Полтавской области, 3) таблицы номеров задач стабильного сборника, указывающие на определенные типы и 4) список использованной литературы, содержащий 162 названия.

Результаты наших исследований по этой теме обсуждались на математическом семинаре при физико-математическом факультете Киевского государственного педагогического института им. Горького и на объединенном заседании кафедр методики математики и математического анализа этого же института.

I

В I главе диссертации собран и проанализирован материал о распределении арифметических задач по типам отечественными методистами со времени выхода в свет арифметики Л. Ф. Магницкого и до наших дней.

§ 1. Возникновение потребности типизации арифметических задач.

§ 2. Принципы типизации арифметических задач у отечественных методистов дореволюционного периода. Их недостатки.

§ 3. Принципы типизации арифметических задач у советских методистов.

§ 4. Обоснование потребности распределения задач по типам.

На основании анализа научно-методической литературы по арифметике конца XVIII и начала XIX столетий нами установлено (§ 1), что затруднения учащихся в решении арифметических задач, в значительной степени зависели от следующих причин:

1) задачи в сборниках были расположены без определенной четкой последовательности и учета сил учеников; 2) количество задач было чрезмерно большое, и более или менее удовлетвори-

не уделяют надлежащего внимания самим принципам систематизации арифметических задач. Из-за отсутствия у методистов единого взгляда на те принципы, которые должны быть положены в основу систематизации арифметических задач, имеется большой разбой в систематизации задач, что и влечет за собой отсутствие согласованности и единого мнения в этом важном вопросе и среди учителей.

Особенно ощущается потребность в целесообразном размещении так называемых типовых задач. Поэтому необходимо дать учителю образцы системы уроков при решении типовых задач в систематическом курсе арифметики.

Перенесение, согласно новой программе, наиболее сложных типовых задач в курс алгебры требует от учителя такой работы над типовыми задачами, которая помогла бы ученикам VI и VII классов яснее осознать связь арифметики с алгеброй.

Настоящая работа имеет целью наметить пути методического расположения типовых задач в курсе арифметики V и VI классов, а также составления системы уроков при решении типовых задач в этих классах на основании изучения вопроса о типизации арифметических задач и обобщения положительного опыта наших школ в этом направлении.

Нами указан также один из путей для установления связи между арифметикой и алгеброй посредством сопоставления арифметического и алгебраического способов решения типовых задач в систематическом курсе арифметики в VI классе и на уроках алгебры в VII классе.

Для выполнения работы необходимо было изучить литературу по методике и психологии, относящуюся к данному вопросу, изучить и проанализировать работу многих учителей республики, не только тех, которые добиваются значительных успехов в деле обучения детей решению задач, но и тех, ученики которых еще имеют слабую подготовку в решении арифметических задач.

Нами был учтен опыт работы таких квалифицированных учителей: Жовтобрюх М. П. (школа № 92, г. Киев), Рихтер Р. С. (школа № 155, г. Киев), Керовой О. А. (школа № 135, г. Киев), Завиславской Г. Т., Терещенко Н. В. (Ново-Сенжарская средняя школа, Полтавской области), Садовенко С. Я. (школа № 17, г. Полтава) и ряда других учителей как городских, так и сельских школ.

В работе использованы материалы учительских конференций, педагогических и научных сессий и конференций УНИИП'а и Киевского педагогического института им. А. М. Горького.

Учен также личный опыт работы автора в Ланчинской средней школе, Станиславской области (1950—1952).

ков при решении типовых задач в V классе средней школы.

Диссертация состоит из вступления, 3-х глав и заключения:

1. Типизации арифметических задач в их историческом развитии.

2. Объединение арифметических задач в группы типов в систематическом курсе арифметики средней школы и методические замечания к решению типовых задач.

3. Арифметический и алгебраический способы решения типовых задач, их место и сравнительная ценность.

В приложении даются: 1) календарные планы уроков по арифметике учителей Жовтобрюх М. П. и Завиславской Г. Т., 2) материалы эксперимента по проведению системы уроков при решении типовых задач в V классах Ново-Сенжарской средней школы, Полтавской области, 3) таблицы номеров задач стабильного сборника, указывающие на определенные типы и 4) список использованной литературы, содержащий 162 названия.

Результаты наших исследований по этой теме обсуждались на математическом семинаре при физико-математическом факультете Киевского государственного педагогического института им. Горького и на объединенном заседании кафедр методики математики и математического анализа этого же института.

I

В I главе диссертации собран и проанализирован материал о распределении арифметических задач по типам отечественными методистами со времени выхода в свет арифметики Л. Ф. Магницкого и до наших дней.

§ 1. Возникновение потребности типизации арифметических задач.

§ 2. Принципы типизации арифметических задач у отечественных методистов дореволюционного периода. Их недостатки.

§ 3. Принципы типизации арифметических задач у советских методистов.

§ 4. Обоснование потребности распределения задач по типам.

На основании анализа научно-методической литературы по арифметике конца XVIII и начала XIX столетий нами установлено (§ 1), что затруднения учащихся в решении арифметических задач, в значительной степени зависели от следующих причин:

1) задачи в сборниках были расположены без определенной четкой последовательности и учета сил учеников; 2) количество задач было чрезмерно большое, и более или менее удовлетвори-

тельно систематизировать их методистам того времени не удавалось; 3) методика решения задач была разработана еще недостаточно.

Затруднения учащихся при решении задач, возникающие в значительной степени от неудовлетворительной системы их расположения, вызвали необходимость распределить задачи по типам.

В конце XIX столетия появляется целый ряд попыток типизации арифметических задач. Принципы типизации арифметических задач у отечественных методистов дореволюционного периода, их недостатки рассмотрены нами в § 2.

Наиболее распространенное в дореволюционное время было распределение задач по типам по их фабуле, т. е. внешнему содержанию. Объединение задач по их фабуле встречается еще в Л. Ф. Магницкого.

Особенно широко пользовались этим принципом А. А. Терешкевич и А. Ф. Комаров¹. Распределяя задачи по типам, упомянутые авторы вводили чрезвычайно большое число типов (у Комарова их было 34). Очень часто задачи, относящиеся по своей фабуле к различным типам, имели одинаковую математическую структуру. Встречались также случаи объединения в один тип задач с различным ходом размышлений при их решении, но одинаковых только по своему внешнему содержанию.

Практика работы школ показала, что распределение задач по типам по их фабуле очень поверхностно и не способствует успешному решению задач.

Новым принципом, положенным в основу распределения задач по типам, было то количество действий и та их последовательность, при помощи которых решались задачи. Но и этот принцип не помог расположить арифметические задачи в порядке постепенного возрастания трудностей при их решении, так как задачи, решаемые с помощью одинакового количества действий, могут быть различной трудности. Например: такие задачи: 1) Одновременно из двух станций, расстояние между которыми 680 км, выезжают навстречу один другому поезд и автобус. Скорость поезда 45 км/час, а скорость автобуса 55 км/час. Через сколько времени они встретятся?

2) Ученик тратит в месяц на тетради 2 руб., а на другие учебные принадлежности 3 руб. На сколько месяцев ему хватит 30 руб.?

Эти задачи решаются одинаковыми действиями, применяемыми в одинаковой последовательности, но каждый учитель скажет, что

¹ А. Ф. Комаров, Методическое решение типических арифметических задач в начальных училищах, М. 1899; А. А. Терешкевич, Опыт систематизации употребительнейших арифметических задач по типам, М., 1898.

вторая задача не требует специальных подготовительных упражнений, в то время как для первой они необходимы.

Вследствие указанных недостатков и эта классификация задач по типам не получила широкого распространения.

В практике школ наиболее популярным было распределение задач по типам в зависимости от способа решения¹. Это распределение принято и в наших школах, хотя оно также имеет существенные недостатки.

Как указывает проф. Арнольд в статье «Принципы отбора и составления арифметических задач»², есть целый ряд арифметических задач, имеющих, по его выражению, одинаковую «алгебраическую структуру», то-есть решаемых одним и тем же способом, но трудность решения их различна, в зависимости от конкретного содержания их.

Значительным препятствием для использования этой типизации служит существование нескольких способов решения одной и той же задачи.

Наши видные отечественные методисты С. И. Шохор-Троцкий, А. И. Гольденберг и др. очень много работали по методическому размещению арифметических задач. До сих пор рекомендуется в нашей методической литературе распределение С. И. Шохор-Троцкого простых задач на задачи, в которых на выполнение действия указывается прямо или косвенно. (Например: $a-b=x$ есть вычитание в прямой форме и $a+x=b$ есть вычитание в косвенной форме). Мы пользуемся также его делением нетиповых задач на «приведенные» (указан порядок действий в условии задачи) и «неприведенные» (не указан порядок действий в условии задачи). Однако его разделение арифметических задач на чисто арифметические и на задачи алгебраического характера недостаточно четкое, так как фактически все арифметические задачи могут быть решены при помощи алгебры, а потому могут быть названы задачами алгебраическими.

Этот параграф оканчивается следующими выводами:

1) В отечественной методической литературе дореволюционного периода были систематизированы по трудности решения простые задачи (задачи в одно действие).

2) Что касается сложных задач (в несколько действий), то распределения этих задач по типам, основанного на научном принципе, еще не было.

¹ И. И. Александров, Методы решения арифметических задач, М., 1889.

² И. В. Арнольд, Принципы отбора и составления арифметических задач. АПН, 1946, № 6.

тельно систематизировать их методистам того времени не удавалось; 3) методика решения задач была разработана еще недостаточно.

Затруднения учащихся при решении задач, возникающие в значительной степени от неудовлетворительной системы их расположения, вызвали необходимость распределить задачи по типам.

В конце XIX столетия появляется целый ряд попыток типизации арифметических задач. Принципы типизации арифметических задач у отечественных методистов дореволюционного периода, их недостатки рассмотрены нами в § 2.

Наиболее распространенное в дореволюционное время было распределение задач по типам по их фабуле, т. е. внешнему содержанию. Объединение задач по их фабуле встречается еще в Л. Ф. Магницкого.

Особенно широко пользовались этим принципом А. А. Терешкевич и А. Ф. Комаров¹. Распределяя задачи по типам, упомянутые авторы вводили чрезвычайно большое число типов (у Комарова их было 34). Очень часто задачи, относящиеся по своей фабуле к различным типам, имели одинаковую математическую структуру. Встречались также случаи объединения в один тип задач с различным ходом размышлений при их решении, но одинаковых только по своему внешнему содержанию.

Практика работы школ показала, что распределение задач по типам по их фабуле очень поверхностно и не способствует успешному решению задач.

Новым принципом, положенным в основу распределения задач по типам, было то количество действий и та их последовательность, при помощи которых решались задачи. Но и этот принцип не помог расположить арифметические задачи в порядке постепенного возрастания трудностей при их решении, так как задачи, решаемые с помощью одинакового количества действий, могут быть различной трудности. Например: такие задачи: 1) Одновременно из двух станций, расстояние между которыми 680 км, выезжают навстречу один другому поезд и автобус. Скорость поезда 45 км/час, а скорость автобуса 55 км/час. Через сколько времени они встретятся?

2) Ученик тратит в месяц на тетради 2 руб., а на другие учебные принадлежности 3 руб. На сколько месяцев ему хватит 30 руб.?

Эти задачи решаются одинаковыми действиями, применяемыми в одинаковой последовательности, но каждый учитель скажет, что

¹ А. Ф. Комаров, Методическое решение типических арифметических задач в начальных училищах, М., 1899; А. А. Терешкевич, Опыт систематизации употребительнейших арифметических задач по типам, М., 1898.

вторая задача не требует специальных подготовительных упражнений, в то время как для первой они необходимы.

Вследствие указанных недостатков и эта классификация задач по типам не получила широкого распространения.

В практике школ наиболее популярным было распределение задач по типам в зависимости от способа решения¹. Это распределение принято и в наших школах, хотя оно также имеет существенные недостатки.

Как указывает проф. Арнольд в статье «Принципы отбора и составления арифметических задач»², есть целый ряд арифметических задач, имеющих, по его выражению, одинаковую «алгебраическую структуру», то-есть решаемых одним и тем же способом, но трудность решения их различна, в зависимости от конкретного содержания их.

Значительным препятствием для использования этой типизации служит существование нескольких способов решения одной и той же задачи.

Наши видные отечественные методисты С. И. Шохор-Троцкий, А. И. Гольденберг и др. очень много работали по методическому размещению арифметических задач. До сих пор рекомендуется в нашей методической литературе распределение С. И. Шохор-Троцкого простых задач на задачи, в которых на выполнение действия указывается прямо или косвенно. (Например: $a-b=x$ есть вычитание в прямой форме и $a+x=b$ есть вычитание в косвенной форме). Мы пользуемся также его делением нетиповых задач на «приведенные» (указан порядок действий в условии задачи) и «неприведенные» (не указан порядок действий в условии задачи). Однако его разделение арифметических задач на чисто арифметические и на задачи алгебраического характера недостаточно четкое, так как фактически все арифметические задачи могут быть решены при помощи алгебры, а потому могут быть названы задачами алгебраическими.

Этот параграф оканчивается следующими выводами:

1) В отечественной методической литературе дореволюционного периода были систематизированы по трудности решения простые задачи (задачи в одно действие).

2) Что касается сложных задач (в несколько действий), то распределения этих задач по типам, основанного на научном принципе, еще не было.

¹ И. И. Александров, Методы решения арифметических задач, М., 1889.

² И. В. Арнольд, Принципы отбора и составления арифметических задач. АПН, 1946, № 6.

3) Почти все методисты при распределении задач по типам обращали внимание на специфику только каждого отдельного типа задач, не останавливаясь на вопросе о математической взаимосвязи между этими отдельными типами.

Принципы типизации арифметических задач у советских методистов рассмотрены в § 3.

Советским методистам после долгих попыток и исканий стало ясно, что в основу типизации арифметических задач нужно положить математическое содержание самих задач. Это математическое содержание задачи предусматривает усвоение учащимися двух общих понятий: понятия о разностном сравнении числовых значений величин и понятия об их кратном сравнении.

В основу типизации арифметических задач советские методисты¹ и положили эти общие понятия. Это распределение задач по типам значительно сократило количество различных типов за счет их обобщения.

Вначале методистами не учитывались специфические особенности задач на прямо и обратно пропорциональные величины, а также взаимосвязь между типовыми и нетиповыми задачами.

Советские методисты пытались преодолеть и этот недостаток. Так, в типизации задач с пропорциональными величинами Г. Б. Поляка² учитывается прямо пропорциональная зависимость между величинами. Но распределение задач по типам Г. Б. Поляка предназначено для начальных классов и поэтому автор не учитывает обратно пропорциональной зависимости между величинами. Вследствие этого данная типизация оказалась недостаточной для систематического курса арифметики.

Нашими методистами предусмотрен и вопрос об обучении учащихся за внешними явлениями вскрывать однородные внутренние связи. Как показывают специальные исследования, нередко ученики вовсе не замечают, что между новой задачей и предшествующими ей есть какая-либо связь.

Полное и сознательное усвоение всех видов задач может быть достигнуто лишь на основе понимания не только их специфики, но и их взаимосвязи. С этой целью советские методисты на базе усвоения особенностей отдельных типов задач сделали и их обобщение. При этом они стремились объединить те типы задач, кото-

¹ Астряб О. М., Теоретичне обґрунтування типизації арифметичних задач в систематичному курсі арифметики, Наукові записки, Київський педінститут, т. X, педагогічна серія № 2, 1950; Нариси з методики викладання арифметики, стаття Сергунової О. П. та Астряба О. М. «Задачі в систематичному курсі арифметики», зб. УНДІП'у, К., «Радянська школа», 1953.

² Г. Б. Поляк, Як навчати розв'язуванню задач у початковій школі, «Радянська школа», 1952.

рые наиболее легко и естественно допускают взаимный переход друг в друга.

Наши методисты вместе с психологами разрешили и вопрос о месте названия типов задач в процессе обучения учащихся их решению. Был сделан вывод, что при формировании понятия о типе задачи необходимо вводить его название, ибо мысли без слова не существует. «Какие бы мысли не возникли в голове человека и когда бы они не возникли, они могут возникнуть и существовать лишь на базе языкового материала, на базе языковых терминов и фраз. Оголенных мыслей, свободных от языкового материала, свободных от языковой «природной материи» — не существует»¹.

Параграф заканчивается такими выводами.

1) Распределение задач по типам у советских методистов представляет собой значительный шаг вперед в разработке этого вопроса.

Методически более совершенно разработана была типизация задач с пропорциональными величинами для начальной школы. Однако и распределение задач по типам советскими методистами требует дальнейшего улучшения и уточнения.

2) Необходимо довести до конца методическую последовательность, в которой надо располагать арифметические задачи в процессе обучения.

3) Надо практиковать упражнения, которые помогают учащимся видеть общие черты отдельных типов задач, больше вникать в зависимость между величинами, а не во внешнюю фабулу (текст) задачи.

В § 4 нами обосновывается потребность распределения задач по типам. Здесь исследованы недостатки в обучении детей решению задач, распределенных по типам, и их причины.

Учитель должен: 1) следить за недопущением ошибок в подборе типов, 2) придерживаться последовательности в чередовании типовых и нетиповых задач, 3) соблюдать преемственность типов от III до VI классов школы, 4) не злоупотреблять искусственными приемами решения задач.

Как показывает опыт работы передовых учителей и исследования советских психологов, чтобы избежать механического решения учениками типовых задач, подбор задач не должен сводиться лишь к изменению числовых данных; каждая задача должна иметь свою особую фабулу, свою особую формулировку. При соблюдении этих условий ученик будет неизбежно вдумываться в смысл задачи (отыскивать сходство и различие ее с другими задачами, думать

¹ И. Сталин, Марксизм и вопросы языкознания. Госполитиздат, 1952, стр. 39.

над формулировкой вопросов при составлении плана решения и т. п.).

II.

Во II главе диссертации делается попытка указать пути дальнейшего усовершенствования методики расположения типовых арифметических задач.

Исходя из распределения всех арифметических задач на типовые (требующие специальных приемов при их решении) и нетиповых (не требующие особых способов при решении), мы в § 1 этой главы остановились сначала на роли нетиповых задач в курсе арифметики.

Обобщая положительный опыт многих школ, мы установили, что нетиповыми задачами целесообразно пользоваться в таких случаях:

- а) при решении жизненных, практических вопросов;
- б) при усвоении учениками функциональных зависимостей между величинами;
- в) при ознакомлении с теоретическим материалом;
- г) для устных вычислений;
- д) целесообразно **подобранные нетиповые задачи должны помогать усвоению способа решения типовых задач.**

Последняя цель особенно важна для установления связи типовых и нетиповых задач, а также для успешного решения типовых задач.

В результате детального изучения вопроса об объединении типов арифметических задач в определенные группы по их математическому содержанию нами дан образец распределения основных типов задач с пропорциональными величинами, если в основу его положить понятия о разностном и кратном сравнении числовых значений величин.

В указанном образце даются только основные типы задач с пропорциональными величинами. К основным типам нами отнесены задачи на простое тройное правило, пропорциональное деление и кратное сравнение разностных отношений двух величин. Из структуры задач названных типов видно, что может быть много различных вариантов усложнения этих основных типов задач.

В работе детально рассмотрены усложнения основных типов задач с помощью использования разностного и кратного сравнения числовых значений величин наиболее распространенные в практике наших школ. Нами даются и образцы подробного решения большинства типовых задач, как эти решения проводятся нашими передовыми учителями.

Далее исследуется вопрос о методической последовательности решения арифметических задач (§ 3). На основании анализа расположения типовых задач в существующих сборниках нами установлено, что при таком их размещении у учителей нет возможности для установления математической взаимосвязи между отдельными типами задач, ибо не учитывается последовательность в усложнении способов решения каждой новой типовой задачи и преемственная связь ее с предыдущим типом.

В связи с этим нами в порядке эксперимента проведена была система уроков в одной из киевских школ¹, на которых после решения задачи основного типа, решались типовые задачи, являющиеся усложнением задач предыдущего типа, и которые до этого считались отдельным самостоятельным типом.

Например, сначала на уроке была решена задача на пропорциональное деление № 118₁ из стабильного сборника (С. А. Пономарева и Н. И. Сырнева). «В двух пачках вместе 270 тетрадей. Сколько тетрадей в каждой пачке, если известно, что в одной из них в 4 раза больше, чем в другой?», а потом учительница видоизменила данную задачу так, что получилась задача, относящаяся в методической литературе к новому типу «на замену». «В трех больших и двух малых пачках вместе 756 тетрадей. Сколько тетрадей в каждой пачке, если известно, что в большей из них в 4 раза больше тетрадей, чем в меньшей?».

Эта вторая задача была решена учениками самостоятельно. Причем, ими же было подчеркнуто как отличие, так и сходство рассмотренных задач. Так, ученики подчеркнули, что и в первой и во второй задаче известно общее количество тетрадей и во сколько раз больше тетрадей в большей пачке, чем в меньшей, а отличие между ними в том, что во второй задаче взято не по одной пачке тетрадей, как в первой, а больше. В представлении учеников вторая задача была усвоена не как задача нового, самостоятельного типа, а как задача прежнего, но только более усложненного, хорошо известного им типа задач.

Таким образом, учительница подчеркнула учащимся, что решение сложных типовых арифметических задач в конце концов сводится к решению задач основных типов.

При расположении типов задач в различной последовательности в систематическом курсе арифметики, по нашему мнению, надо учесть следующие возможности: 1) решаются сначала все основные виды определенных типов задач, а потом их усложне-

¹ Школа № 92, г. Киев, V класс, учительница Жовтобрюх М. П.

ния, 2) после решения основного вида задач определенного типа решаются его усложнения, 3) используется и первая и вторая последовательности.

Вопрос, в какой последовательности более рационально располагать типовые задачи, по нашему мнению, надо решать в зависимости от конкретных обстоятельств.

Если класс имеет недостаточную подготовку, то лучше сначала достичь сознательного решения учащимися основных видов задач определенных типов и только под конец остановиться на более сложных типовых задачах. Если же ученики имеют хорошую подготовку из начальных классов, то целесообразно решать основные виды типовых задач вместе с их последовательными усложнениями. При этом в зависимости от обстоятельств учитель сам меняет последовательность в решении типовых задач.

Уроки по решению типовых задач надо заранее планировать в определенной, целесообразной последовательности. Учителя, не планирующие системы уроков при решении типовых задач, не в состоянии дать учащимся глубоких, систематических знаний.

В диссертационной работе приведены в качестве образца системы уроков при решении основных типов задач.

В § 4 этой главы рассмотрено место типовых задач в систематическом курсе арифметики. Школьная практика распределения учебного времени на решение определенных задач имеет такие недостатки:

- 1) отдельные учителя очень мало решают типовых задач,
- 2) решаются в большинстве случаев легкие задачи. Об этом часто упоминается в нашей прессе¹.

Как показывает опыт работы школ и исследования советских психологов, понятие о типе задачи формируется у учеников не сразу. Формирование у учеников понятия о типе задачи тесно связано с правильным решением вопроса о системе варьирования типовых задач.

«Недостаточно, если ученик усвоит только данную типовую задачу, он должен уметь решать ее различные варианты. Цель обучения заключается именно в этом, а не в том, чтобы научить учеников решать ту или иную определенную задачу»².

Только решая типовые задачи систематически, в четко выдержанной последовательности, учитель имеет возможность сформировать у учащихся понятие о типе задачи.

¹ Газ. «Радянська освіта», 1/VI. 1954.

² Н. А. Менчинская, Очерки психологии обучения арифметике, Учпедгиз, 1950, стр. 102.

Количество времени, уделяемое опытными учителями на решение типовых задач, составляет приблизительно третью часть учебного времени, указанного программой на решение задач. Аналогичное количество времени уделяется этими учителями и на решение задач политехнического содержания, а также нетиповых задач.

Выбор сложных арифметических задач должен быть сделан учителями особенно тщательно и осторожно; только те задачи будут развивать учащихся, в решении которых они сами принимают деятельное участие и не только в вычислениях, а самое главное — в исследовании зависимости между величинами, входящими в задачу, и в установлении приема решения этой задачи.

III

В III главе диссертации намечены пути решения очень важного для учителя, но мало еще разработанного вопроса об осуществлении связи арифметики с алгеброй при решении типовых арифметических задач путем сопоставления арифметического и алгебраического способов решения как на уроках арифметики и алгебры в VI классе, так и на уроках алгебры в VII классе.

Советские методисты¹ утверждают, что алгебраический способ решения арифметических задач не только можно использовать на уроках арифметики, но при определенных условиях и нужно. Дискуссия идет лишь по вопросу: необходимо ли алгебраический способ использовать только тогда, когда арифметический способ очень сложен, и нельзя ли использовать его также и в том случае, когда арифметический способ тоже дает возможность без особых усложнений решить определенную типовую задачу, а алгебраический способ вытекает из него и вместе с тем имеет свои определенные преимущества.

Целесообразность рекомендуемых в этой главе мероприятий подтверждается данными передового опыта наших учителей, а также данными эксперимента, проводимого диссертантом в VI и VII классах как городских, так и сельских школ (в школе № 92 и № 155 г. Киева и Ново-Сенжарской средней школе, Полтавской области).

Более высокий уровень обучения решению арифметических задач в рамках ныне действующей программы можно обеспечить, если учитель:

1) для развития логического мышления учащихся остановится на решении задач, в особенности типовых, в общем виде;

¹ Н. А. Принцев, Об арифметическом способе решения задач на вычисление, «Математика в школе», 1952, № 2; Б. И. Арясов. О решении задач арифметическим и алгебраическим способами, «Математика в школе», 1954, № 3

2) рассмотрит вопрос о целесообразности решения определенных типовых задач арифметическим способом как в систематическом курсе арифметики, так и в курсе алгебры (VII классе).

3) укажет на преимущества использования алгебраической **символики** при решении отдельных типовых задач в VII классе (а также и в VI классе).

Полное и сознательное усвоение всех видов задач может быть достигнуто лишь на основе понимания не только их специфики, но и их взаимосвязи, их общности.

С этой точки зрения большое значение имеет работа с числовой формулой.

Числовая формула:

1) углубляет понимание зависимости между данными в задаче величинами;

2) способствует рационализации вычислений;

3) дает богатые возможности для перестройки силами учеников условия задачи путем изменения искомого;

4) подготавливает переход от арифметики к алгебре.

Отдавая предпочтение в систематическом курсе арифметики способам решения задач на основе арифметических рассуждений, учитель должен вооружить учащихся и всеми другими методами, могущими помочь им в решении задач.

В частности, он должен указывать в соответствующих классах на решение задач с помощью буквенной символики.

Опытные учителя еще в VI классе на уроках арифметики используют буквенную символику при решении отдельных типовых задач, сопоставляя при этом арифметическое решение их с решением при помощи неизвестного X .

Например, учительница Г. Т. Завиславская¹ при решении задачи аналогичной задаче № 2161 из сборника Е. С. Березанской, пользуется неизвестным X (причем ученики решают задачу на **основании** зависимости между компонентами и результатами действий). Вот текст этой задачи: «Имеется два бака воды по 900 ведер в каждом. Из первого бака берут для поливки **каждый** день по 21 ведро, а из второго по 57 ведер. Через сколько дней в одном из баков останется воды втрое больше, чем в другом?».

Арифметическое решение этой задачи вызвало у учеников большие трудности (несмотря на предыдущее решение аналогичных более легких задач). Ученики пытались решить задачу путем проб, но тут же отметили, что этот путь очень долгий и кропот-

¹ Ново-Сенжарская средняя школа, Полтавской области, VI класс.

ливый. А решение этой задачи с помощью X и с последующим использованием зависимости между компонентами и результатами действий не вызвало у учащихся значительных трудностей.

Исследование показало, что алгебраическим способом целесообразно решать в VI классе такие типовые задачи, в которых зависимость между искомыми и данными такова, что обыкновенный естественный ход размышлений приводит к составлению уравнений, а арифметический путь решения требует использования тяжело удерживаемых в памяти, алгебраических по своей природе, операций над известными величинами.

В VII же классе учитель может показать учащимся не только отличие арифметического и алгебраического способов решения задач, но и обратить их внимание на методическую взаимосвязь между обоими этими способами решения, имеет возможность показать учащимся как иногда естественно из арифметического способа вытекает алгебраический.

Это объяснение сходства обоих способов решения задач является большим шагом на пути к сознательному уяснению смысла уравнений, на пути преодоления формализма в знаниях учащихся.

Учитель должен на базе усвоения особенностей отдельных типов задач сделать и их обобщение. Такое использование алгебраического аппарата поднимает знания учащихся на более высокий уровень и дает им возможность увидеть то общее, что позволяет целый ряд, на первый взгляд различных задач, объединить в единую типовую группу.

Для облегчения труда учителя нами в дополнении к диссертационной работе даны таблицы номеров задач из стабильного сборника с указанием какой способ (алгебраический или арифметический) удобнее применить для решения каждой из этих задач.