УДК 372.851: 372.853

НАУКОВИЙ ЧАСОПИС НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 3.Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. наукових праць – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. – № 3. – 83 с.

У часопису розглядаються актуальні питання викладання фізики і математики у вищій школі, висвітлюються актуальні проблеми методики навчання фізики і математики у загальноосвітніх закладах та пропонуються шляхи їх вирішення.

Свідоцтво про державну *реєстрацію друкованого засобу масової інформації*
КВ № 8809 від 01.06.2004 р.

Рекомендовано до друку рішенням Вченої ради
НПУ імені М.П. Драгоманова
протокол № 6 від 01 лютого 2007 року

Зміст

Фізика у вищій і середній школі

Математика у вищій і середній школі

Астрономія у вищій і середній школі

УДК 378.016:52

Г.М. Бойко
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, м. Київ

Лабораторний практикум в контексті контролю готовності до професійної діяльності

Стаття присвячена проблемам створення системи ефективного контролю готовності до професійної діяльності майбутніх фахівців під час виконання лабораторних робіт.

Реформування вищої освіти, що особливо активізувалось в 90-і роки минулого століття вступило в новий етап. В суспільстві поступово формується розуміння, що головним результатом та показником якісної освіти є фахові досягнення випускників. Різноманітні моделі освіти, програми розвитку освітніх установ, новітні педагогічні та інформаційні технології, авторські програми та педагогічні інновації важливі лише в тій мірі, в якій вони можуть забезпечити необхідні навчально-особистісні досягнення студентів та фахові досягнення випускників. Суспільство оцінює діяльність навчальних закладів не за звітами про впроваджені інновації, а за ступенем готовності до професійної діяльності їх випускників.

Проблема якості освіти є надзвичайно актуальною як для тих хто вчиться, так і для тих, хто реалізує освітній процес та організовує діяльність освітніх установ. Тому, поряд із проблемою формування змісту освіти, проводяться активні дослідження проблеми діагностики якості освіти, її моніторингу, розробляються інструменти перевірки та об'єктивного оцінювання.

За означенням, прийнятим XX сесією Генеральної конференції ЮНЕСКО, під освітою розуміється «процес і результат удосконалення здібностей і поведінки особистості, при якому вона досягає соціальної зрілості та індивідуального зростання» [1, ст. 241]. При цьому головним є не обсяг знань, а поєднання останніх з особистісними якостями, вміння самостійно розпоряджатись своїми знаннями.

Якість освіти охоплює в собі якість освітніх послуг і якість освітньої підготовки випускників. Під «якістю освітніх послуг розуміють сукупність характеристик освітнього процесу, які вимірюються (оцінюються) шляхом узагальнення результатів підсумкової атестації випускників» [2, ст. 196]. Якість освітньої підготовки – «це сукупність характеристик, що визначають ступінь засвоєння громадянином в процесі навчання умінь, знань та навичок» [2, ст. 197].

Професійна готовність – «суб'єктивний стан особистості людини, яка вважає себе підготовленою до виконання певної професійної діяльності і бажаючої її виконувати. Вона не обов'язково відповідає об'єктивній професійній підготовленості» [2, ст. 362]. В теорії та методиці професійної освіти питання професійної готовності посідає особливе місце, оскільки, дозволяє визначити можливості досягнення певного (наперед спроектованого) рівня в майбутній професійній діяльності випускника. На думку Л.Г. Семушиной, визначати її необхідно «не тільки (не стільки) за ефективністю використання умінь і навичок, скільки за інтелектуальними уміннями – умінню аналізувати обставини та завдання, проектувати діяльність на певний період, бачити перспективу» [3, ст. 14].

Як відомо, контроль є одним із головних елементів навчального процесу, мета якого полягає у виявленні, вимірюванні та оцінюванні умінь й знань студентів, в діагностиці результатів навчальної діяльності. Педагогічний контроль – «це система перевірки результатів навчання, розвитку і виховання студентів. Існування і розвиток різних видів педагогічного контролю пояснюється стимулюючою і діагностичною роллю перевірки у навчальній діяльності учнів і студентів» [4, ст. 165]. Контроль складається з: перевірки – виявлення рівня знань, умінь і навичок; оцінки – вимірювання знань, умінь і навичок; обліку – фіксування результатів у вигляді оцінок, рейтингових балів таке інше.

Система контролю умінь, знань та навичок повинна будуватись на єдиних об'єктивних критеріях, бути простою й зручною, визначати якість підготовки контингенту студентів не лише з точки зору наявності предметних умінь і знань, але й сформованості загальних та специфічних розумових дій, прийомів розумової діяльності та тих прийомів навчальної роботи, без яких програма навчання не може бути реалізована [4].

Дослідники та педагоги-практики високо оцінюють роль контролю в забезпеченні ефективності навчального процесу. Навчання не може бути ефективним без регулярної та об'єктивної інформації про те, як студент опановує матеріал. Завдяки контролю, між викладачем і студентом налагоджується зворотній зв'язок, що дозволяє оцінювати та корегувати динаміку та спрямованість засвоєння. Н.Г. Ярошенко та Л.Г. Семушина зауважують, що контроль умінь і знань студентів виконує в навчальному процесі діагностичну, навчальну, розвиваючу, виховну і методичну функції [5].

Вищі навчальні заклади несуть повну відповідальність за рівень та якість підготовки фахівців до професійної діяльності, але практика контролю готовності випускників ґрунтується, головним чином, на перевірці якості запам'ятовування знань й лише частково – професійних умінь. Оскільки, вимоги до умінь, знань та навичок фахівців, в розроблених у 80-х роках минулого століття кваліфікаційних характеристиках, мають декларативний зміст, що дозволило продовжувати домінувати «знаннієвій» освіті.

На нашу думку, підвищити рівень готовності до професійної діяльності можна за умов:

- адекватності цілей підготовки вимогам майбутньої професійної діяльності фахівця;

- системного підходу до формулювання змісту освіти, коли основна увага надається не загальному опису майбутньої діяльності (об'єкту та засобам діяльності), а тим проблемам (типовим професійним завданням), що повинен вміти розв'язувати майбутній фахівець в професійній діяльності;
- забезпечення формування системи методологічних умінь майбутнього фахівця формулювати та розв'язувати проблеми на основі проблемно-орієнтованого масиву інформації;
- об'єктивності й оперативності вимірювання та оцінювання рівня досягнення поставлених цілей.

Для об'єктивного оцінювання ступеню професійної готовності випускника необхідно чітко уявляти, що являє собою готовність фахівця конкретної спеціальності до виконання професійних функцій. На нашу думку, готовність до професійної діяльності є результатом навчальної діяльності студента в оволодінні уміннями та знаннями, елементарним професійним досвідом й проявляється в уміннях випускника розв'язувати типові професійні завдання. Якість підготовки випускника буде визначатись як переліком, змістом та рівнем складності типових професійних завдань, так і ступенем опанування уміннями успішно їх розв'язувати.

Методика розробки змісту контролю професійної готовності повинна охоплювати чотири етапи:

- конкретизація узагальненої мети освіти до рівня системи умінь шляхом декомпозиції типових професійних завдань вчителя фізики;
- розробка квазіпрофесійних завдань шляхом моделювання професійної діяльності з розв'язку типових професійних завдань в навчальному процесі;
- розробка системи завдань і створення відповідної організації навчальної діяльності для забезпечення поточного та проміжного контролю професійної готовності;
- розробка завдань узагальненого типу для підсумкового контролю.

Досліджуючи проблему організації лабораторного практикуму в контексті контролю готовності майбутнього фахівця до виконання професійних функцій слід зазначити, що проблема контролю й оцінювання виконання лабораторних робіт, яка неодноразово висвітлювалась в науково-методичній літературі, залишається актуальною й нині.

За класичної організації лабораторного практикуму діяльність студента контролюється, в кращому випадку, в два етапи. На початку лабораторної роботи викладач проводить допуск до виконання експерименту. В переважній більшості випадків, студент просто чітко повторює приведену в інструктивних матеріалах послідовність виконання роботи. Наступним етапом контролю є перевірка правильності та охайності написаного (а іноді переписаного з несуттєвими змінами) письмового звіту.

Таким чином, фактично, викладач оцінює правильність отриманих результатів та охайність записів, а оцінка за лабораторну роботу в такому випадку акумулює в собі лише частку інформації щодо опанованих вмінь й навичок та набутих знань. За таких умов ймовірною може бути ситуація, коли студент, який був пасивний під час проведення експерименту, одержує кращу оцінку, ніж студент, який виконував експеримент.

Результатом спрощень в організації навчальної діяльності студентів під час проведення лабораторного практикуму є виникнення проблем з готовністю майбутніх фахівців до професійної діяльності, зокрема в області методики та техніки шкільного фізичного експерименту. Незважаючи на знання студентами шкільних фізичних й астрономічних приладів та часткову сформованість умінь зі збирання (юстування) установок, спостерігається стійка відсутність комплексних експериментальних умінь та навичок, впевненості під час проведення демонстрацій та організації лабораторних робіт в школі. Спеціально організовані дослідження дозволили сформулювати типові помилки майбутніх фахівців:

- студенти не завжди повністю усвідомлюють важливість чіткого формулювання мети експерименту перед учнями оскільки не можуть сформулювати її для себе;
- не розуміють важливість теоретичного обґрунтування експерименту;
- не можуть виділити об'єкт спостережень при проведенні демонстраційних дослідів;
- не вміють докладно розробляти план експерименту (хід виконання роботи);
- використовують експерименти в переважній більшості випадків як ілюстрацію теоретичним положенням і лише як виключення – в якості засобу формулювання навчальної проблеми.

Слабко проявляється у майбутніх учителів фізики уміння застосовувати знання на практиці для пояснення фізичних й астрономічних явищ та процесів.

Перераховані недоліки суттєво впливають на якість проведення уроків як студентами в період педагогічної практики, так і молодими фахівцями на початкових етапах професійної діяльності. Невдалі уроки формують невпевненість фахівця в своїх знаннях та уміннях, що з часом лише катастрофічно зростає.

Сутність викладених недоліків дозволяє стверджувати, що вони характеризують недоліки в професійній підготовці вчителя фізики пов'язаній з організацією та проведенням фізичного експерименту чи спостереження в навчальних лабораторіях університету.

Зрозуміло, що успішність виконання лабораторного експерименту та ефективність формування вмінь розв'язувати типових професійні завдання визначається ступенем свідомої активності студента на всіх етапах виконання лабораторної роботи. Для створення на заняттях такої ситуації персональної свідомої активності кожного студента авторами були внесені суттєві зміни в структуру інструктивних матеріалів, зміст яких полягав в повній відмові від подання чіткої послідовності виконання експериментальної частини [6].

На нашу думку, доцільним є створення та використання такої системи оцінювання, яка охоплює всі важливі моменти діяльності студента, необхідні для успішного планування та проведення експерименту.

Зауважимо, що кожна з лабораторних робіт практикуму передбачає формування як узагальнених умінь та навичок пов'язаних з експериментом, так і предметно-специфічних умінь, що визначаються змістом навчальної дисципліни (астрофізики). Оцінка за виконання роботи повинна враховувати всі уміння, знання та навички, набуті в процесі планування та проведення експерименту. Тобто, вміння розв'язувати типові професійні завдання пов'язані з фізичним експериментом чи спостереженнями.

Таку узагальнену оцінку можна розглядати як сукупний (кумулятивний) результат послідовного оцінювання всіх етапів діяльності студента. Пропонована структура контролю результатів навчальної діяльності студентів, що є варіантом модульно-рейтингової системи, передбачає наступні послідовно виконувані етапи:

- виявлення та оцінка рівня засвоєння теоретичного матеріалу;
- перевірка та оцінювання готовності до виконання експериментального завдання;
- оцінювання виконання й результатів експерименту чи спостережень;
- оцінювання письмових звітів та захист студентом отриманих результатів.

На кожному з приведених вище етапів викладач (а на третьому – і студент) за результатами навчальної діяльності нараховує студенту відповідну кількість балів, що відображає не тільки рівень сформованості умінь та навичок, а й активність, самостійність та творчість.

Перший етап оцінювання передбачає письмову відповідь на одне з теоретичних питань (за вибором викладача), що наведені в інструктивних матеріалах до лабораторної роботи. Це дозволяє виявити рівень індивідуальної теоретичної підготовки студента з певної теми. Важливою є передбачувана змістом та формою запитання повна розгорнута відповідь, що сприяє зростанню рівня теоретичної підготовки студента до лабораторного експерименту.

Наступний етап оцінювання має два принципових аспекти:

- подання студентами бригади на окремому аркуші паперу докладного плану виконання експериментального завдання (в стандартизованому вигляді);
- обговорення з викладачем розробленого студентами плану виконання експерименту.

Тобто, студент ґрунтуючись на сформульованих в робочому завданні навчальних цілях та використовуючи загальні уміння (оскільки формування нових умінь можливе лише на підґрунті попереднього досвіду – тезаурусі студента) складає хід виконання роботи. В процесі наступного діалогу з викладачем студент повинен викласти та обґрунтувати розроблену методику експериментального розв'язку робочого завдання, представити чіткий поопераційний план досліджень, довести його раціональність та висвітлити можливі складності.

Оскільки інструктивні матеріали до лабораторних робіт, розроблені авторами, не містять чіткої послідовності виконання експериментального завдання, максимальна кількість балів, що викладач нараховує за допуск до виконання такої роботи, може сягати 30% від загальної кількості.

Такий підхід дозволяє організувати сумісний та одночасно розподілений між учасниками пізнавальний процес. Власне, на цьому етапі протікає процес розподілу ролей необхідний для створення умов групової взаємодії під час проведення експерименту, що передбачає глибоке узгодження партнерами розуміння моделі, на основі якої буде розв'язуватись експериментальна задача.

Третій етап передбачає оцінювання практичного виконання лабораторного експерименту, в якому, окрім викладача, кожний студент приймає безпосередню участь. Оцінюючи виконання експерименту викладач звертає увагу на такі аспекти як:

- рівень сформованості експериментальних умінь та навичок;
- ступінь самостійності під час проведення експерименту;
- ступінь експериментальної культури;
- дотримання правил техніки безпеки.

Очевидно, що протягом заняття викладач не в змозі простежити за всіма студентами одночасно та оцінити їх діяльність. Тому після виконання експерименту бригада подає викладачу аркуш паперу, де кожний із членів бригади приводить оцінку ступеню власної активності та активності товариша певною кількістю балів. Оскільки виконання роботи оцінюється студентом, у якого (як правило) відсутній педагогічний досвід існує ймовірність певної необ'єктивності в оцінюванні. Тому отримана кількість балів не може мати вирішального впливу на загальний рейтинг студента.

Четвертий етап передбачає оцінювання результатів експерименту та оформлення письмового звіту. Викладач перевіряє правильність отриманих результатів та їх обробку, обґрунтованість висновків, охайність побудови графіків та схем, грамотність. Та вислуховує пояснення студента, щодо отриманих результатів, виявляючи уміння використовувати результати експерименту як аргумент в дискусії.

Орієнтація на контроль готовності до професійної діяльності в процесі навчання (під час поточного контролю) передбачає відповідні зміни в організації контролю на етапі підсумкового контролю.

Оскільки, головним кінцевим результатом професійної готовності є операційна і мотиваційна готовність та здатність майбутнього фахівця розв'язувати типові професійні завдання до білетів державного екзамену з астрономії було включено квазіпрофесійні завдання практичної спрямованості. Наприклад, визначити основні характеристики шкільного телескопа-рефрактора або виміряти висоти Сонця за допомогою теодоліту та розрахувати географічні координати точки спостереження.

Узагальнені результати педагогічного експерименту, проведеного на кафедрі експериментальної і теоретичної фізики та астрономії НПУ імені М.П. Драгоманова, теоретичний аналіз проблеми і здобуті результати науково-дослідної роботи дають змогу зробити наступні висновки:

- пропонована система організації, контролю та оцінювання виконання лабораторних робіт дозволяє суттєво підвищити ефективність підготовки майбутніх фахівців до професійної діяльності;
- накопичувальна схема оцінювання суттєво інтенсифікує навчальний процес, стимулюючи систематичну самостійну роботу, підвищує об'єктивність оцінювання умінь, знань та навичок пов'язаних з експериментом;
- загальної кількості отриманих балів студентом (навчального рейтингу) дозволяє використовувати для інтелектуальної та соціальної стратифікації кількісні показники;
- комплекс створених лабораторних робіт з практичної астрофізики разом з пропонованою системою контролю та оцінювання активізує інтелектуальні здібності та мотивацію студентів, забезпечує успішне формування експериментальних умінь та навичок;
- результати педагогічного експерименту дозволяють говорити про педагогічну ефективність створеної системи контролю та оцінювання виконання лабораторних робіт в контексті перевірки готовності до професійної діяльності фахівця.

Проведене дослідження не вичерпує всіх аспектів проблеми контролю готовності до професійної діяльності під час проведення лабораторних робіт.

Література

1. Український педагогічний словник /Гончаренко Семен. – К.: Либідь, 1997. – 376 с.
2. Психолого-педагогический словарь для учителей и руководителей общеобразовательных учреждений / Под ред. П.И. Пидкасистого. – Ростов н/Д.: Феникс, 1998. – 544 с.
3. Разработка методики контроля готовности к профессиональной деятельности студентов средних специальных учебных заведений /Л.Г. Семушина, В.С. Кагерманьян, Е.С. Жидкова, Л.Н. Иванова и др. – М.: НИИВО, 2002. – 84 с.
4. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі. – К.: НПУ, 2000. – 210 с.
5. Семушина Л.Г., Ярошенко Н.Г. Содержание и методы обучения в средних специальных учебных заведениях: Учеб.-метод. пособие. – М.: Высш. шк., 1990. – 192 с.
6. Бойко Г.М., Грищенко Г.П. Завдання лабораторного практикуму та структура інструктивних матеріалів // Фізика та астрономія в школі. – 1998. – №2. – С. 9-10.

Ващенко О.П.
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова,
м. Київ

Зміст і ефективність інформаційно-організуючих таблиць.

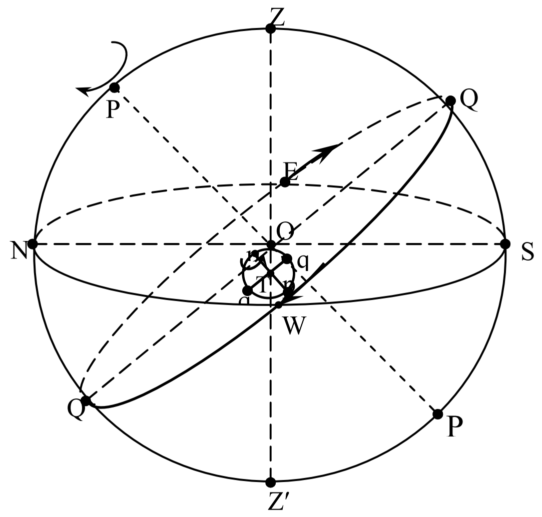
Метою створення таких таблиць є систематизація матеріалу, який подається в лекційному курсі і економне використання учбового часу, який в сучасних перевантажених навчальних планах строго лімітується.

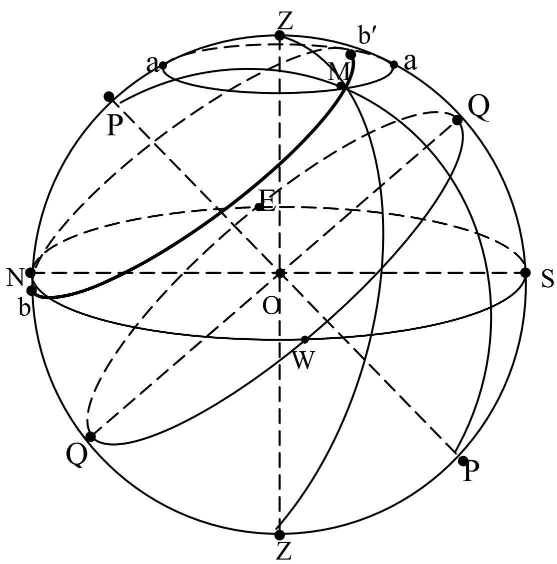
Протягом декількох років для різних спеціальностей були проведені експерименти, що до ефективності засвоєння матеріалу теоретичного курсу, представленого в різних формах: лекції, опорного конспекту, опрацювання з підручником, лабораторної роботи. Звичайно ж, вибір такого чи іншого виду подачі теоретичного матеріалу залежить від змісту даної теми. Необхідно враховувати, що однією з ведучих частин в системі подачі матеріалу є структурна система текстів. Саме через текст відбувається викладення учбового матеріалу, розкривається система знань. [1]. Але ж поза текстові структурні компоненти, хоча і не вміщують нової інформації, виконують важливу функцію служити тексту: організовувати його розуміння і засвоєння, розвивати здатності активного аналізу взаємозв'язків між явищами, які вивчаються, а також розвивати вміння практичного використання. [2]. Також поділяють не основний, до якого відносять все те, що визначає логіку викладення матеріалу, логіку його побудови, теоретико-пізнавальні тексти, які вміщують термінологію, поняття, факти, закони, світоглядні узагальнення, трансформаційні тексти, які дають основи практичної діяльності, принципи і правила застосування знань, пояснювальні тексти, які є засобом організації самостійної учбової діяльності. До пояснювальних текстів відносять різноманітні зведені таблиці. Які і представляються в роботі. [3].

В структурі таблиць дана систематизуючи, пояснювальна і ілюстративна частини, максимально, в межах даного матеріалу, стиснуті, але в повному обсязі фундаментальних понять. Результати перевірки самостійної роботи студентів за такими таблицями показали біль високі рейтингові бали, позитивні емоційні навантаження і зменшення кількості часу на засвоєння матеріалу.

Інформаційно-організуючі таблиці

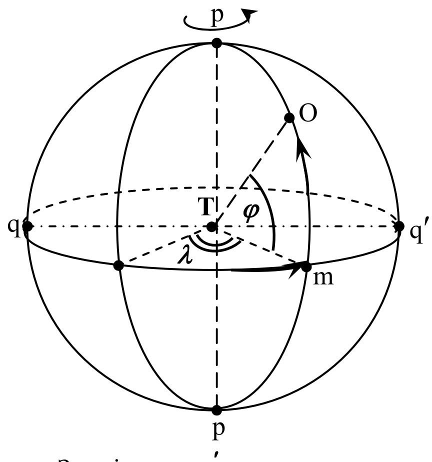
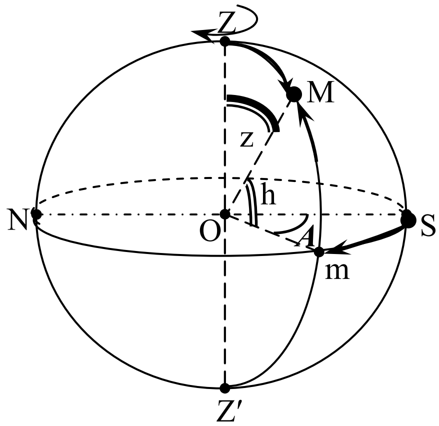
Небесна сфера. **Табл. 1**

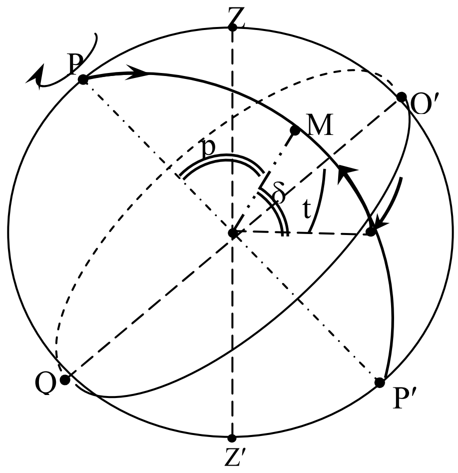
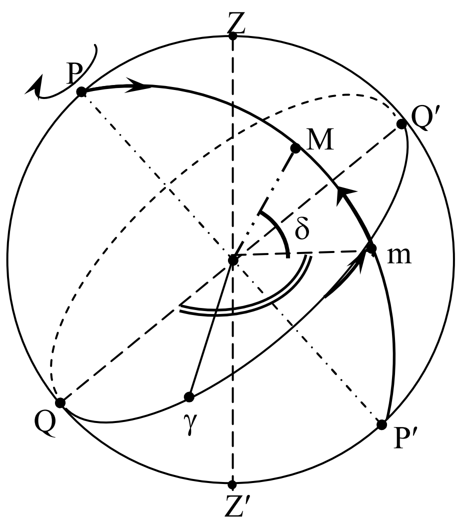
<table>
<tr><td colspan="2">Небесною сферою називається уявна сфера довільного радіуса, центром якої є місце розташування спостерігача, і на поверхні якої світила видно так, як їх видно на небі в деякий момент часу без урахування реальної відстані до них.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Основні точки і лінії</td></tr>
<tr><td>1. Центр небесної сфери O – точка спостережень на поверхні Землі (pp′ – вісь обертання Землі, qq′ – екватор)
2. Прямовисна лінія ZZ′ (OT), T – центр Землі.
3. Зеніт Z і надір Z′ – точки перетину прямовисної з небесною сферою.
4. Площина математичного горизонту NS ⊥ до ZZ′
5. Вісь світу PP′ || pp′.
6. Північний полюс світу P і південний полюс P′ – точки перетину осі світу з небесною сферою.
7. Площина небесного екватора QQ′⊥ до PP′.
8. Лінія небесного меридіана PZP′Z′ – проходить через полюси світу, зеніт, надір.
9. Точки півночі N і півдня S – точки перетину математичного горизонту з небесним меридіаном.
10. Точки сходу E і заходу W – точки перетину математичного горизонту з небесним екватором.
11. Полуденна лінія NS – лінія, яка лежить в площині математичного горизонту і сполучає точки N і S.
12. Верхня Q′ і нижня Q точки небесного екватора – точки перетину небесного екватора і небесного меридіана.
13. Вертикал (коло висот) світила M – ZMZ′, проходить через світило, точки зеніту і надіру.
14. Альмукантарат світила M – aMa′ мале коло, площина якого || до математичного горизонту.
15. Коло схилень світила M – PMP′, проходить через світило і полюси світу.
16. Добова паралель світила M – bMb′, мале коло, площина якого || до небесного екватора.</td>
<td>



Внаслідок добового обертання Землі навколо осі pp′ проти годинникової стрілки небесна сфера протягом доби виконує оберт навколо осі світу PP′ за годинниковою стрілкою, якщо дивитися з північного полюсу світу P.
Добова паралель утворюється внаслідок добового обертання небесної сфери.</td></tr>
</table>

Системи координат. **Табл. 2**

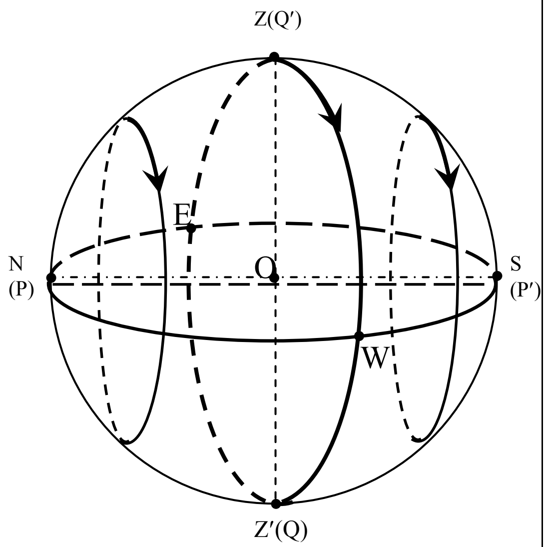
Назва системи	Основна площина, напрямок і координати	Зображення
Географічна с.к.	Основною площиною є площина екватора Землі. Основним напрямком є вісь обертання Землі. Перша координата λ – довгота точки O на поверхні Землі. Відлічується від гринвичського меридіану на схід і вимірюється від 0^h до 24^h. Друга координата φ – широта точки O. Відлічується від екватора в напрямку до північного полюсу і вимірюється від 0° до +90°. В південній півкулі Землі широти змінюються від 0° до -90°.	 T – центр Землі; qq′ – екватор Землі; pp′ – вісь обертання Землі; O – точка на поверхні Землі; pOmp′ – меридіан точки O.
Горизонтальна с.к.	Основною площиною є площина математичного горизонту. Основним напрямком є прямовисна лінія. Перша координата A – азимут світила M. Відлічується від точки півдня S за годинниковою стрілкою в напрямку до точки заходу W і вимірюється від 0° до 360°. Друга координата h – висота світила M над математичним горизонтом. Відлічується від математичного горизонту в напрямку до зеніту і вимірюється від 0° до +90°. Друга координата h має дублікат – зенітну відстань z, яка відлічується від точки зеніту і вимірюється від 0° до +180° в напрямку до надіра z′. <u>z+h=90°</u>	 O – центр небесної сфери; NS – математичний горизонт; ZZ′ – прямовисна лінія; M –світило; ZMmZ′ – вертикал світила M.

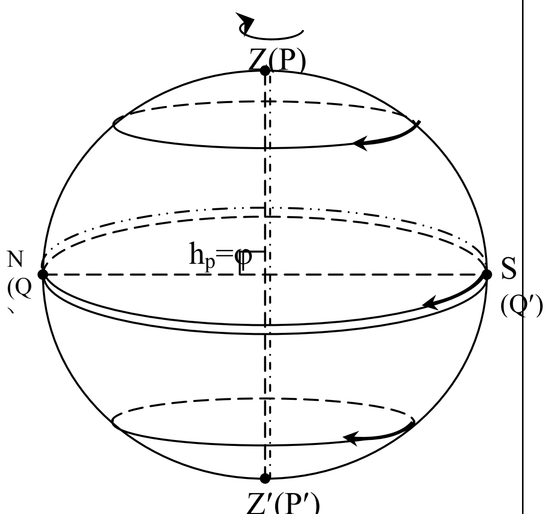
I екваторіальна с.к.	Основною площиною є площина небесного екватора. Основним напрямком є вісь обертання світу. Перша координата ***t*** – годинний кут світила M. Відлічується від верхньої точки Q′небесного екватора за годинниковою стрілкою і вимірюється від 0^h до 24^h. Друга координата $\boldsymbol{\delta}$ – схилення світила M. Відлічується від небесного екватора в напрямку до північного полюсу світу і вимірюється від 0° до +90°. В північній півкулі небесної сфери схилення змінюється від 0° до -90°. Друга координата δ має дублікат – полярну відстань **P**, яка відлічується від точки північного полюсу світу P′. <u>P+δ =90°</u>.	 O –центр небесної сфери; QQ′ – небесний екватор; PP′ –вісь обертання світу; PZP′Z′ –небесний меридіан; Q′ –верхня точка небесного екватора; PMmP′ – коло схилень світила M.
II екваторіальна с.к.	Основною площиною є площина небесного екватора. Основним напрямком є вісь обертання світу. Перша координата $\boldsymbol{\alpha}$ – пряме піднесення світила M. Відлічується від точки γ весняного рівнодення проти годинникової стрілки і вимірюється від 0^h до 24^h. Друга координата $\boldsymbol{\delta}$ – схилення світила залишається як і в I е.с.к.	 O –центр небесної сфери; QQ′ – небесний екватор; PP′ –вісь обертання світу; γ – точка весняного рівнодення; PMmP′ – коло схилень світила M.

Рух світил на різних географічних широтах. **Табл. 3**

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Теорема</u>: Висота північного полюсу світу над горизонтом дорівнює географічній широті місця спостережень: $h_p=\varphi$</td></tr>
<tr><td>Географічна широта φ місця спостережень</td><td>Взаємна орієнтація основних ліній небесної сфери і добових паралелей світил</td><td>Зображення</td></tr>
<tr><td>$\varphi=0°$.
Спостерігач знаходиться на екваторі Землі.

$\varphi=90°$.
Спостерігач знаходиться на полюсі Землі.</td><td>$h_p=\varphi=0°$.
Кут між площиною математичного горизонту і полюсом світу P дорівнює 0°, отже вісь світу PP′ лежить в площині математичного горизонту. Небесний екватор ⊥ до математичного горизонту. Всі світила небесної сфери протягом доби сходять і заходять, і кожне з них 12 годин перебуває над горизонтом, а 12 годин –під горизонтом.

$h_p=\varphi=90°$.
Кут між площиною математичного горизонту і полюсом світу P дорівнює 90°, отже вісь світу PP′ співпадає з прямовисною ZZ′. Небесний екватор співпадає з математичним горизонтом NS в даному випадку і всі добові паралелі || до математичного горизонту. Це означає, що добові паралелі не мають точок перетину з математичним горизонтом і світила не мають явищ сходу і заходу. Світила зі схиленнями δ від 0° до +90°ніколи не заходять під горизонт, а з δ від 0° до -90°ніколи не з′являються над горизонтом.</td><td>

Добовий рух світил на земному екваторі


Добовий рух світил на полюсі Землі.</td></tr>
</table>

$\varphi=50°$. Спостерігач знаходиться на середніх широтах (Київ)	$h_p=\varphi=50°$. Кут між площиною математичного горизонту NS і полюсом світу P дорівнює 50°. Отже, площиною небесного екватора QQ′ нахилена до площини математичного горизонту під кутом 90°-50°=40°. Це означає, що всі добові паралелі нахилені під таким кутом до математичного горизонту. Світила для яких схилення $\delta>(90°-\varphi)$, $\delta>40°$ описують добові паралелі bb′, які розташовуються над площиною математичного горизонту. Такі світила не мають точок сходу і заходу і протягом доби знаходяться над горизонтом, <u>не заходять.</u> Світила для яких схилення $\delta<[-(90°-\varphi)]$, $\delta<-40°$, описують добові паралелі $\ell\ell'$, які розташовуються під площиною математичного горизонту. Такі світила теж не мають точок сходу і заходу і протягом доби знаходяться під горизонтом, <u>не сходять.</u> Світила, для яких схилення $[-(90°-\varphi)]<\delta<(90°-\varphi)$, $-40°<\delta<40°$, описують добові паралелі кк′, які перетинають математичний горизонт. Такі світила протягом доби <u>сходять і заходять.</u>	Добовий рух світил на середніх широтах Землі. Точка сходу світила — точка перетину добової паралелі даного світила з лінією математичного горизонту в східній його частині. Точка заходу світила — точка перетину добової паралелі світила з лінією математичного горизонту в західній його частині.

Екліптика **Табл. 4.**

<u>*Екліптикою*</u> називається велике коло небесної сфери, лінія якого зображується сукупністю точок положень Сонця серед зірок на небесній сфері протягом року і є результатом річного орбітального руху Землі навколо Сонця Площина екліптики нахилена до площини небесного екватора під кутом ε =23^{0}27′.		
Основні точки екліптики.	Координати точки і дати перебування Сонця в ній.	Зображення.
Точка весняного рівнодення γ позначається знаком сузір'я Овна. В сучасну епоху знаходиться в сузір'ї Риби. Точка осіннього рівнодення Ω, позначається знаком сузір'я Терези. В сучасну епоху знаходиться в сузір'ї Діва. Точка літнього сонцестояння 69, позначається знаком сузір'я Рака. В сучасну знаходиться в сузір'ї Тельця. Точка зимового сонцестояння ζ, позначається знаком сузір'я Козерога. В сучасну епоху знаходиться в сузір'ї Стрільця.	$\alpha = 0^h$; $\delta=0^o$. 21-22. III. $\alpha = 12^h$; $\delta=0^o$. 21-23. IX. $\alpha = 6^h$; $\delta=23^o27'$. 22.VI $\alpha = 18^h$; $\delta=-23^o27'$. 22.XII.	Сонце рухається по екліптиці проти годинникової стрілки, як і Земля по орбіті. Точки рівнодень і сонцестоянь змінюють своє положення серед зірок, переходячи від сузір'я до сузір'я, через явище <u>прецесії</u>____– повільного переміщення в просторі земної осі, яка описує конічну поверхню з періодом ~26000 років.

Література

1. Нечкина М.В., Лейбенгруб П.С. Учебник отечественной истории и его роль в коммунистическом воспитании, формировании знаний и развитии учащихся – М., 1973.
2. Коровкин Ф.П. Основные виды источников знаний в советских школьных учебниках истории – М., 1973.
3. Зуев Д.Д. Школьный учебник – "Педагогика", 1983.

УДК 37.016:53

Кучменко О.М., Касперський А.В.

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, м. Київ

Експериментально-розрахункові задачі з фізики

Курс загальної фізики забезпечує оволодіння науковою інформацією, що сприяє формуванню в учнів та студентів знань основних закономірностей природи.

Основною доктриною при вивченні фізики є триєдина система, що об'єднує комплекс теоретичних, лабораторно-практичних засобів пізнання процесів природи. Тобто, три форми навчання: сприйняття теоретичних положень, їх перевірка в лабораторному практикумі та моделювання в задачах — рівнозначні, по суті, в набутті знань з фізики.

А тому важливим елементом у формуванні знань фізичних закономірностей і процесів, що відбуваються у природі, є експериментально-розрахункові задачі, виконання яких має на меті поглибити знання з фізики та навики використання математичного апарату студентів і учнів старшої школи. Вони можуть виступати у двох іпостасях: як апріорні завдання та як наслідок експериментальних вимірювань параметрів і величин, придатних для складання задач. У цих задачах на базі експериментальних даних необхідно визначити ряд інших параметрів і величин досліджуваного процесу.

При розв'язуванні експериментально-розрахункових задач професійне навчання студентів передбачає реалізацію наступних цілей: 1) навчання студентів складанню експериментальних задач; 2) навчання студентів методиці розв'язування задач такого роду; 3) навчання студентів методиці діяльності учнів при розв'язуванні експериментальних задач.

Реалізацію цих цілей необхідно починати на заняттях лабораторно-практичного циклу курсу загальної фізики.

Експериментальні задачі дають можливість відтворювати в навчальному процесі процедуру перевірки наукової гіпотези, що дозволяє реалізувати ідею перевірки наукової гіпотези в експерименті і показати шлях наукового становлення фізичної теорії.

Однією з основних складових оволодіння фізичними знаннями студентами у вищій педагогічній школі є вироблення навиків розв'язування фізичних задач на практичних заняттях.

Це пов'язано з рядом причин:

а) процес розв'язування фізичних задач (ПРФЗ) за своїм характером — являє спосіб добування знань;

б) системний підхід до ПРФЗ дозволяє викладачу узагальнити і систематизувати величезну кількість фактичного матеріалу. Розв'язуючи логічно побудований ряд задач, студент чіткіше уловлює стрижневі ідеї досліджуваного кола питань;

в) системний підхід в організації ПРФЗ дозволяє ознайомити студентів з найбільш загальними прийомами і методами розв'язування традиційних фізичних задач, а потім виробити алгоритмічний підхід до розв'язування задач;

г) залишається актуальної проблема складної, нетрадиційної задачі, тобто задачі, що, з одного боку, як би не виходить за межі звичайної програми, але, з іншого боку, припускає при її розв'язуванні нетиповий підхід. Дійсно, розв'язування більшості так званих «важких» задач цілком залежить як від розуміння студентами суті фізичного явища, так і від їхньої математичної підготовленості. Відмітимо, що спроби розв'язування задач, контрольних завдань, одержання рецензованих відповідей є сильним стимулом для студентів у їхній подальшій роботі над більш складними задачами, змушує студентів вивчати додатковий матеріал. Придбання навичок аналізу нетрадиційних задач, найчастіше їхнього розчленовування на складені «міні» задачі і правильного вибору відповідних алгоритмів стає основною задачею ПРФЗ даного рівня. Таким чином, ПРФЗ, поставлений на високий рівень, припускає придбання навичок аналізу, уміння розв'язувати нетрадиційні задачі. Ці навички надалі допомагають студентам справитися з більш складними задачами в різних ситуаціях. Від викладача потрібно лише організувати ПРФЗ, підтримати інтерес студентів, направити їхній творчий інтерес, вчасно допомогти в подоланні виникаючих труднощів, підказати, вказати потрібну літературу.

В зв'язку з вище зазначеним ми пропонуємо наступну систему організації практично-лабораторних занять курсу загальної фізики.

1. Виконання лабораторної роботи на лабораторному практикумі. У відповідності до критеріїв діагностики рівня знань студентів при виконанні та аналізі лабораторних робіт при підготовці до лабораторної роботи та при її виконанні студенти повинні дотримуватися таких положень критеріїв: 1) як називається робота?; чим це обумовлено?; 2) основна мета роботи: а) що вияснити; б) що підтвердити; в) в чому переконатися; 3) фізичні закономірності та процеси, що характеризують дану лабораторну роботу; 4) основні характеристики та параметри, що знімаються та вимірюються в ході роботи; їх фізичний зміст; 5) спосіб вимірювання параметрів та хід роботи; якими способами досягається розв'язання завдань в роботі; 6) навіщо потрібні вимірювання та знання характеристик і параметрів; 7) розрахунок похибок вимірювання [1].
2. Одержання експериментальних даних. Перевірка їх достовірності. Оформлення результатів лабораторної роботи: 1) розрахунок похибок вимірювань; 2) написання висновків.
3. Складання групи розрахункових завдань, які за змістом пов'язані з лабораторною роботою.
4. Формування задач за експериментальними параметрами.
5. Розв'язування задач на практичному занятті з використанням експериментальних даних, які були одержані при виконанні лабораторної роботи.
6. Порівняння результатів розв'язування задач на практичному занятті і експериментальних результатів лабораторної роботи.

Як приклад розглянемо лабораторну роботу по вивченню обертального руху твердого тіла та створену на її основі групу розрахункових задач.

Назва лабораторної роботи: «Вивчення законів обертального руху твердого тіла за допомогою маятника Обербека.» [2].

Основна мета лабораторної роботи полягає в:

1) перевірці основного закону динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі.
2) вивченні залежності кутового прискорення від зміни обертального моменту та моменту інерції.

Фізичні закономірності та процеси, що вивчаються в ході лабораторної роботи.

Рівняння руху обертового твердого тіла $\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}$ навколо нерухомої осі Ох, що проходить через точку, має вигляд

$$M_x=I_x\varepsilon, \qquad (1)$$

де $\vec{L}$ і $\vec{M}$ – моменту імпульсу тіла і зовнішніх сил відносно довільної точки О; M_x – проекція моменту зовнішніх сил на вісь Ох; I_x – момент інерції тіла відносно вісі Ох; ε – кутове прискорення.

Обертальний момент* M_x=Fr. *Якщо до твердого тіла, момент інерції якого залишається сталою величиною, прикладені різні обертальні моменти, то

$$\frac{M_1}{\varepsilon_1}=\frac{M_2}{\varepsilon_2}=const\,. \qquad (2)$$

Рівність (2) дає змогу перевірити основний закон динаміки обертального руху твердого тіла.
Залежність кутового прискорення від зміни обертального моменту та моменту інерції можна вивчити за допомогою хрестоподібного маятника Обербека.
На стержнях хрестовини закріплюють тягарці однакової маси m_2. Під дією ваги важків масою m_1 нитка, попередньо намотана на шків радіуса r, розмотується. При цьому вантаж опускається з прискоренням і приводить в обертальний рух маятник.

Натяг нитки визначають з рівняння $F=m_1g-m_1a$,

де m_1 – маса важків, прикріплених до нитки, яку намотують на шків маятника. Сила, під дією якої маятник приводиться в обертальний рух, дорівнює натягу нитки F, а її момент: $M=m_1r(g-a)$.

Прискорення a можна визначити, якщо відомий час t, протягом якого важки на нитці опускаються з висоти h:

$$a=\frac{2h}{t^2}\,. \qquad (3)$$

Тоді

$$M=m_1r(g-\frac{2h}{t^2})\,. \qquad (4)$$

Кутове прискорення маятника обчислюється за формулою $a=\varepsilon r$, звідки

$$\varepsilon=\frac{2h}{rt^2}\,. \qquad (5)$$

Момент інерції хрестовини маятника $$I_0=2\frac{1}{12}m_0l^2 \qquad (6)$$

де m_0 – маса стержня, l – довжина частини АВ хрестовини.
Момент інерції маятника дорівнює сумі моментів інерції хрестовини і тягарців, маса яких m_2:

$$I=I_0+4m_2R^2\,, \qquad (7)$$

якщо розміри тягарців $l_0 \ll R$, де R – відстань від осі обертання до центра мас тягрців.
Порядок виконання лабораторної роботи.

1. Виміряти довжину частини АВ хрестовини маятника l. Визначити масу одного стержня. За формулою (6) обчислити момент інерції хрестовини I_0.
2. Закріпити тягарці на стержнях на однакових відстанях R_1 від осі обертання. За формулою (7) обчислити момент інерції маятника I.
3. Штангенциркулем виміряти радіус шківа r, на який намотують нитку.
4. Підвісити важки масою m_1 на намотану на шків нитку. Відпустити маятник і зафіксувати час t опускання важків з висоти h. Досліди повторити 3 рази. Для кожного з дослідів за формулами (4) і (5) обчислити M_1, ε_1.
5. Збільшити масу важків на нитці. Виконати вимірювання, вказані в п. 4. Обчислити M_2, ε_2.
6. За рівністю (2) перевірити основний закон динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі.
7. З рівняння (1) за визначеними M_i, ε_i (i=1,2,3) обчислити середнє значення моменту інерції системи і порівняти його зі значенням, обчисленим за формулою (7).
8. Закріпити тягарці на стержнях на однакових відстанях R_2 від осі обертання. Визначити момент інерції маятника за формулою (7). Зробити висновок про характер зміни моменту інерції маятника.

Оформлення результатів лабораторної роботи.

Виміряли параметри маятника Обербека: 1) m_0=0,392 кг; 2) l=0,58 м; 3) m_2=0,530 кг; 4) r=0,023 м.

№ п/п	R, м	m_1, кг	h, м	t, с	M, Н·м	ε, рад/с^2
1	0,255	0,25	1	16,40	0,056	0,323
2	0,255	0,25	1	16,25	0,056	0,329
3	0,255	0,25	1	16,30	0,056	0,327
				16,32	0,056	0,326
1	0,255	0,50	1	11,80	0,113	0,625
2	0,255	0,50	1	11,39	0,113	0,670
3	0,255	0,50	1	11,50	0,113	0,658
				11,56	0,113	0,651
1	0,120	0,25	1	9,27	0,056	1,012
2	0,120	0,25	1	9,37	0,056	0,990
3	0,120	0,25	1	9,57	0,056	0,949
				9,40	0,056	0,984
1	0,120	0,50	1	6,67	0,112	1,955
2	0,120	0,50	1	6,64	0,112	1,972
3	0,120	0,50	1	6,60	0,112	1,996
				6,64	0,112	1,974

Обчислили момент інерції хрестовини I_0: $I_0 = 2\frac{1}{12}0{,}392кг(0{,}58м)^2 = 21{,}98\cdot 10^{-3}(кг\cdot м^2)$.

Обчислили момент інерції маятника I:

а) при R_1=0,255 м: $I_1 = 2{,}2\cdot 10^{-2}кг\cdot м^2 + 4\cdot 0{,}53кг\cdot(0{,}255м)^2 = 159{,}8\cdot 10^{-3}(кг\cdot м^2)$.

б) при R_2=0,12 м: $I_2 = 2,2\cdot 10^{-2}кг\cdot м^2 + 4\cdot 0,53кг\cdot(0,12м)^2 = 52,51\cdot 10^{-3}(кг\cdot м^2)$.

Перевірили основний закон динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі: а) при R_1=0,255 м: $\frac{M_1}{\varepsilon_1} = \frac{0{,}056Н\cdot м}{0{,}326\frac{рад}{с^2}} \approx 0{,}17(кг\cdot м^2)$; $\frac{M_2}{\varepsilon_2} = \frac{0{,}113Н\cdot м}{0{,}651\frac{рад}{с^2}} \approx 0{,}17(кг\cdot м^2)$. Тобто $\frac{M_1}{\varepsilon_1} = \frac{M_2}{\varepsilon_2} = 0{,}17 = const$.

б) при R_2=0,12 м: $\frac{M_3}{\varepsilon_3} = \frac{0{,}056Н\cdot м}{0{,}984\frac{рад}{с^2}} \approx 0{,}057(кг\cdot м^2)$; $\frac{M_4}{\varepsilon_4} = \frac{0{,}1122Н\cdot м}{1{,}974\frac{рад}{с^2}} \approx 0{,}057(кг\cdot м^2)$.

Тобто $\frac{M_3}{\varepsilon_3} = \frac{M_4}{\varepsilon_4} = 0{,}057 = const$.

Обчислення похибок вимірювання:

1) Моменту інерції хрестовини:

$$\varepsilon = \pm\frac{\Delta I_0}{I_0} = \pm\sqrt{\left(\frac{\Delta m_0}{m_0}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2} = \pm\sqrt{\left(\frac{0{,}001}{0.392}\right)^2 + 2\left(\frac{0{,}001}{0{,}580}\right)^2} = 0{,}0035\ ; \qquad \Delta I_0 = \varepsilon\cdot I_0 = 0{,}0035\cdot 0{,}02198 = 8\cdot 10^5$$

(кг·м^2); $I_0 = (21{,}98 \pm 0{,}08)\cdot 10^{-3}$ кг·м^2; ε =0,35 %.

2) Моменту інерції маятника при R_1=0,255:

$$\varepsilon = \pm\frac{\Delta I_1}{I_1} = \pm\sqrt{\left(\frac{\Delta m_0}{m_0}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_2}{m_2}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta R_1}{R_1}\right)^2}\ .$$

$$\varepsilon = \pm\frac{\Delta I_1}{I_1} = \pm\sqrt{\left(\frac{0,001}{0,392}\right)^2 + 2\left(\frac{0,001}{0,580}\right)^2 + \left(\frac{0,001}{0,580}\right)^2 + 2\left(\frac{0,001}{0,255}\right)^2} = \pm 0,0072\ ;$$

$\Delta I_1 = \varepsilon\cdot I_1 = 0{,}0072\cdot 0{,}1598 = 12\cdot 10^{-4}$ (кг·м^2); $I_1 = (\mathbf{15,98 \pm 0,12})\cdot\mathbf{10^{-2}}$ кг·м^2; ε =0,72 %.

3) Моменту інерції маятника при R_2=0,12 м:

$$\varepsilon = \pm\frac{\Delta I_2}{I_2} = \pm\sqrt{\left(\frac{\Delta m_0}{m_0}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_2}{m_2}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta R_2}{R_2}\right)^2}\ .$$

$$\varepsilon = \pm\frac{\Delta I_2}{I_2} = \pm\sqrt{\left(\frac{0{,}001}{0{,}392}\right)^2 + 2\left(\frac{0{,}001}{0{,}580}\right)^2 + \left(\frac{0{,}001}{0{,}580}\right)^2 + 2\left(\frac{0{,}001}{0{,}120}\right)^2} = \pm 0{,}01266\,;$$

$\Delta I_2 = \varepsilon \cdot I_2 = 0{,}01266 \cdot 0{,}053 = 6{,}7 \cdot 10^{-4}$ (кг·м^2); $I_2 = (52{,}51 \pm 0{,}67)\cdot 10^{-3}$ кг·м^2; ε =1,27 %.

4) Моменту сили М, під дією якої маятник обертається навколо нерухомої вісі:

$$\varepsilon = \pm\frac{\Delta M}{M_{cp}} = \pm\sqrt{\left(\frac{\Delta m_1}{m_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta t}{t_{cp}}\right)^2}\ ;$$

а) моменту сили M_1 для m_1=0,25 кг при R=0,255 м:

$$\varepsilon = \pm\frac{\Delta M_1}{M_{1cp}} = \pm\sqrt{\left(\frac{0{,}001}{0{,}25}\right)^2 + \left(\frac{0{,}00005}{0{,}023}\right)^2 + \left(\frac{0{,}001}{1}\right)^2 + 2\left(\frac{0{,}001}{16{,}23}\right)^2} = \pm 0{,}004658\,;$$

$\Delta M_1 = \varepsilon \cdot M_{1cp} = 0{,}004658 \cdot 0{,}056 = 3 \cdot 10^{-4}$ (Н·м); $M_1 = (56{,}0 \pm 0{,}3)\cdot 10^{-3}$ Н·м; ε =0,47 %.

б) моменту сили M_2 для m_1=0,50 кг при R=0,255 м:

$$\varepsilon = \pm\frac{\Delta M_2}{M_{2cp}} = \pm\sqrt{\left(\frac{0{,}001}{0{,}25}\right)^2 + \left(\frac{0{,}00005}{0{,}023}\right)^2 + \left(\frac{0{,}001}{1}\right)^2 + 2\left(\frac{0{,}001}{11{,}56}\right)^2} = \pm 0{,}002258\,;$$

$\Delta M_2 = \varepsilon \cdot M_{2cp} = 0{,}002258 \cdot 0{,}113 = 2{,}55 \cdot 10^{-4}$ (Н·м); $M_1 = (113{,}0 \pm 0{,}3)\cdot 10^{-3}$ Н·м; ε =0,47 %.

в) моменту сили M_3 для m_1=0,25 кг при R=0,12 м:

$$\varepsilon = \pm\frac{\Delta M_3}{M_{3cp}} = \pm\sqrt{\left(\frac{0{,}001}{0{,}25}\right)^2 + \left(\frac{0{,}00005}{0{,}023}\right)^2 + \left(\frac{0{,}001}{1}\right)^2 + 2\left(\frac{0{,}001}{9{,}4}\right)^2} = \pm 0{,}004658\,;$$

$\Delta M_3 = \varepsilon \cdot M_{3cp} = 0{,}004658 \cdot 0{,}056 = 3 \cdot 10^{-4}$ (Н·м); $M_1 = (56{,}0 \pm 0{,}3)\cdot 10^{-3}$ Н·м; ε =0,47 %.

г) моменту сили M_4 для m_1=0,50 кг при R=0,12 м:

$$\varepsilon = \pm\frac{\Delta M_4}{M_{4cp}} = \pm\sqrt{\left(\frac{0{,}001}{0{,}25}\right)^2 + \left(\frac{0{,}00005}{0{,}023}\right)^2 + \left(\frac{0{,}001}{1}\right)^2 + 2\left(\frac{0{,}001}{6{,}64}\right)^2} = \pm 0{,}002258\ .$$

$\Delta M_4 = \varepsilon \cdot M_{4cp} = 0{,}002258 \cdot 0{,}112 = 25 \cdot 10^{-4}$ (Н·м); $M_1 = (112{,}0 \pm 0{,}3)\cdot 10^{-3}$ Н·м; ε =0,47 %.

5) Кутового прискорення маятника:

а) ε_1 для m_1=0,25 кг при R=0,255 м: $\varepsilon = \pm\dfrac{\Delta\varepsilon_1}{\varepsilon_{1cp}} = \pm\sqrt{\left(\dfrac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\dfrac{\Delta h}{h}\right)^2 + 2\left(\dfrac{\Delta t}{t_{1cp}}\right)^2}\ ;$

$$\varepsilon = \pm\frac{\Delta\varepsilon_1}{\varepsilon_{1cp}} = \pm\sqrt{\left(\frac{0{,}00005}{0{,}023}\right)^2 + \left(\frac{0{,}001}{1}\right)^2 + 2\left(\frac{0{,}001}{16{,}23}\right)^2} = \pm 0{,}001049\,;$$

$\Delta\varepsilon_1 = \varepsilon \cdot \varepsilon_{1cp} = 0{,}001049 \cdot 0{,}326 = 3{,}4 \cdot 10^{-4}$ (рад/с^2); $\varepsilon_1 = (326{,}0 \pm 0{,}3)\cdot 10^{-3}$ рад/с^2; ε =0,1 %.

б) ε_2 для m_1=0,50 кг при R=0,255 м:

$$\varepsilon = \pm\frac{\Delta\varepsilon_2}{\varepsilon_{2cp}} = \pm\sqrt{\left(\frac{0{,}00005}{0{,}023}\right)^2 + \left(\frac{0{,}001}{1}\right)^2 + 2\left(\frac{0{,}001}{11{,}56}\right)^2} = \pm 0{,}001049\,;$$

$\Delta\varepsilon_2 = \varepsilon \cdot \varepsilon_{21cp} = 0{,}001049 \cdot 0{,}651 = 6{,}8 \cdot 10^{-4}$ (рад/с^2); $\varepsilon_2 = (651{,}0 \pm 0{,}7)\cdot 10^{-3}$ рад/с^2; ε =0,1 %.

в) ε_3 для m_1=0,25 кг при R=0,12 м:

$$\varepsilon = \pm\frac{\Delta\varepsilon_3}{\varepsilon_{3cp}} = \pm\sqrt{\left(\frac{0{,}00005}{0{,}023}\right)^2 + \left(\frac{0{,}001}{1}\right)^2 + 2\left(\frac{0{,}001}{9{,}4}\right)^2} = \pm 0{,}001049\,;$$

$\Delta\varepsilon_3 = \varepsilon \cdot \varepsilon_{3cp} = 0{,}001049 \cdot 0{,}984 = 10{,}3 \cdot 10^{-4}$ (рад/с^2); $\varepsilon_3 = (98{,}4 \pm 0{,}1)\cdot 10^{-2}$ рад/с^2; ε =0,1 %.

г) ε_4 для m_1=0,50 кг при R=0,12 м:

$$\varepsilon = \pm\frac{\Delta\varepsilon_4}{\varepsilon_{4cp}} = \pm\sqrt{\left(\frac{0,00005}{0,023}\right)^2 + \left(\frac{0,001}{1}\right)^2 + 2\left(\frac{0,001}{6,64}\right)^2} = \pm 0,001049\,;$$

$$\Delta\varepsilon_4 = \varepsilon\cdot\varepsilon_{41cp} = 0,001049\cdot 1,974 = 20,7\cdot 10^{-4}\ (\text{рад/с}^2);\ \varepsilon_4 = (197,4\pm 0,2)\cdot 10^{-2}\ \text{рад/с}^2;\ \varepsilon = 0,1\ \%.$$

Похибки вимірювання:
а) мас: $\Delta m_0=\Delta m_1=\Delta m_2=1\cdot 10^{-3}$ кг; б) лінійних розмірів: $\Delta l=\Delta h=\Delta R=1\cdot 10^{-3}$ м; в) діаметра: $\Delta r=5\cdot 10^{-5}$; г) проміжків часу: $\Delta t=1\cdot 10^{-3}$ с.

Висновки.

В результаті виконання лабораторної роботи:
а) перевірили та підтвердили основний закон динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі;

б) встановили, що зі зменшенням відстані від осі обертання маятника до центра мас важків, розташованих на осях хрестовини, момент інерції маятника також зменшується. Це підтверджує відповідні теоретичні положення.

Складання групи розрахункових завдань, які за змістом пов'язані з лабораторною роботою.

1. На хрестовині маятника Обербека закріплено чотири тягарці масою m_2 кожний на відстані R_1 від осі обертання. Маса кожного стержня m_0 . Довжина частини AB хрестовини l. Радіус шківа, на який намотують нитку, r.
   а) обчислити момент інерції хрестовини I_0.
   б) обчислити момент інерції маятника I_1.
2. Важки масою m_1, прикріплені до кінця нитки, намотаної на шків, опустилися з висоти h за час t_1. Необхідно обчислити:
   а) момент сили M_1, під дією якої маятник приводиться в обертання;
   б) кутове прискорення обертання маятника ε_1;
   в) прискорення α_1, з яким опускаються важки масою m_1.
3. Важки масою $2m_1$, прикріплені до кінця нитки, намотаної на шків, опустилися з висоти h за час t_2. Необхідно обчислити:
   а) момент сили M_2, під дією якої маятник приводиться в обертання;
   б) кутове прискорення обертання маятника ε_2;
   в) прискорення α_2, з яким опускаються важки масою $2m_1$.
4. За рівністю $\frac{M_1}{\varepsilon_1} = \frac{M_2}{\varepsilon_2} = const$ перевірити основний закон динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі.
5. З рівняння $M=I\varepsilon$ за визначеними $M_1, \varepsilon_1, M_2, \varepsilon_2$ обчислити середнє значення моменту інерції маятника I_1 і порівняти його з моментом інерції маятника I_1, обчисленим в задачі №1 (б).
6. На хрестовині маятника Обербека закріпили чотири тягарці масою m_2 кожний на відстані R_2 ($R_2 > R_1$).
   а) обчислити момент інерції маятника I_2.
7. Важки масою m_1, прикріплені до кінця нитки, намотаної на шків, опустилися з висоти h за час t_3.
   а) обчислити момент сили M_3, під дією якої маятник приводиться в обертання.
   б) обчислити кутове прискорення обертання маятника ε_3.
   в) обчислити прискорення α_3, з яким опускаються важки масою m_1.
8. Важки масою $2m_1$, прикріплені до кінця нитки, намотаної на шків, опустилися з висоти h за час t_4.
   а) обчислити момент сили M_4, під дією якої маятник приводиться в обертання.
   б) обчислити кутове прискорення обертання маятника ε_4.
   в) обчислити прискорення α_4, з яким опускаються важки масою $2m_1$.
9. За рівністю $\frac{M_3}{\varepsilon_3} = \frac{M_4}{\varepsilon_4} = const$ перевірити основний закон динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі.
10. З рівняння $M=I\varepsilon$ за визначеними $M_3, \varepsilon_3, M_4, \varepsilon_4$ обчислити середнє значення моменту інерції маятника I_2 і порівняти його з моментом інерції маятника I_2, обчисленим в задачі №1 (б).
11. Зробити висновки:
   а) про характер зміни моменту інерції маятника зі зміною відстані тягарців на хрестовині від осі обертання;
   б) про перевірку основного закону динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі.

Література

1. Касперський А.В. Система формування знань з радіоелектроніки у середній та вищій педагогічній школах. — К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2002. — 325 с.
2. Загальна фізика: Лабораторний практикум.: Навч. посібник /За заг. ред. І.Т.Горбачука. — К.: Вища школа, 1992. — С. 72—73.

Медведський Є.В.
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова,
м. Київ

Математичне моделювання при вивченні механіки

1. Загальне уявлення про математичне моделювання.

У цьому столітті, очікується чергова промислова революція, серцем якої, за нашими розрахунками, стануть методи математичного моделювання оточуючої нас дійсності. Ці методи, ще із часів Ньютона, посіли непорушні позиції у світовій науці.

Наступний розвиток цих ідей і технологій що виросли з них говорить про те, що в найближчому майбутньому методи математичного моделювання повинні перетворитися в справжній локомотив світового науково-технічного прогресу. Реальною основою для такого прогнозу є фантастичне зростання потужності цих методів і грандіозне розширення списку областей їхнього реального застосування. На підтвердження безумовної справедливості цих слів варто лише нагадати, що методи математичного моделювання послужили теоретичною базою для багатьох фундаментальних досягнень XX століття, включаючи сюди й розробку всіх аспектів атомної проблеми, і підкорення космосу, і множини інших складних проблем, багато в чому принципово змінили життя всього людства. І саме тому важливо підкреслити, що вплив цих найбільших досягнень не обмежився лише зазначеними спеціальними галузями людської діяльності, а безпосередньо торкнувся й всіх самих глибинних істотних основ розуміння загального устрою світу сучасної цивілізації, тобто всього чисто філософського, а значить і будь-якого іншого аспекту людського буття.

При цьому варто особливо звернути увагу на той фундаментальний факт, що основна роль в справі створення в середині минулого століття комп'ютерів, які в момент своєї появи були призначені тільки для обслуговування математичного моделювання (модель – алгоритм – програма), належить методам математичного моделювання і тим хто їх розробив. І тільки по закінченні деякого часу, освоївши відносно тісний плацдарм, запланований їхніми творцями, комп'ютери надзвичайно швидко стали розвиватися самі й захоплювати все нові й нові території для свого застосування. До кінця XX століття комп'ютери зайняли своє особливе місце в структурі сучасної цивілізації. І, завдяки особливій важливості зайнятого ними місця, вони сьогодні є одним з найважливіших двигунів світового науково-технічного й економічного прогресу, змушуючи на диво дуже швидко вдосконалюватися і вдосконалювати всі природно пов'язані з ними, а часом і просто викликані до життя їхнім народженням, технології.

Але попереду, як нам вважається, новий поворот - істотна зміна стратегічної тенденції світового технологічного розвитку. Комп'ютери, продовжуючи вдосконалюватися, можливо, навіть ще більш швидкими темпами, ніж колись, поступляться таки своєю роллю одного з найголовніших каталізаторів і стимуляторів технологічного прогресу. Ця роль поступово повернеться, але вже зовсім на іншому рівні, до того, що стимулювало саме виникнення комп'ютерів, до так званого математичного забезпечення обчислювальних, але вже зовсім і не обов'язково чисельних, процесів обробки інформації.

Такий стан справ вимагає глибокого й повного усвідомлення ролі й місця в історичному процесі методів математичного моделювання оточуючої нас дійсності, - змушує дуже серйозно замислитися про необхідність підготовки фахівців, до принципово нових, відповідно зазначених задач, та паралельно знову переосмислити багато, можливо навіть прямо не пов'язаних з цим, проблем навчання.

Однак, що таке «модель» і «моделювання» та «математична модель» і «математичне моделювання»? Однозначного визначення цих понять у науці немає. Ми будемо дотримуватися формулювання філософа В. А. Штоффа: «Під моделлю ми розуміємо систему, що представляється або матеріально реалізується й, відображаючи або відтворюючи об'єкт дослідження, здатна заміщати його так, що її вивчення дає нам нову інформацію про цей об'єкт» [163, с. 19]. У моделі об'єкт спрощується. Абстрагуючись від другорядного, у ній можна виділити, істотні зв'язки й відносини. У процесі дослідження в моделі розкриваються нові зв'язки, які потім переносяться на реальний об'єкт. У цьому й полягає евристична функція моделі. Отже моделювання це процес спрощення реальної системи, абстрагування від другорядного, виділення істотних зв’язків та відношень. Тепер перейдемо до терміну «математична модель». З цим визначенням ситуація приблизно така сама – існує декілька визначень, які з більшою або меншою мірою різняться між собою. Проаналізувавши ці визначення ми прийшли до наступного: явище або процес який описаний за допомогою математичного апарату певного рівня та зв’язки між елементами якого та зовнішнім середовищем, визначені математичними співвідношеннями називається математичною моделлю. Звідси і випливає що процес математичного моделювання це виділення системи, визначення її елементів та зв’язків між ними та зовнішнім (по відношенню до системи) середовищем, та встановлення математичного співвідношення, яке б описувало стан або зміну станів системи.

2. Математичні моделі механіки в шкільному курсі фізики.

Математичне моделювання є чудовим та універсальним інструментом, який можна застосовувати для досліджень у будь-якій не гуманітарній галузі, але нашою метою є аналіз математичного моделювання саме під час вивчення механіки. Основа математичного моделювання підчас вивчення фізики закладається саме під час вивчення механіки. Ми не даремно на початку цієї статті згадали, що методи математичного моделювання посіли панівне місце ще з часів Ньютона, адже саме його можна вважати батьком динаміки – одного з розділів механіки. Шкільний курс механіки наскрізь пронизаний математичними моделями. Навіть формулювання основної задачі механіки підтверджує цей факт: «Основна задача механіки полягає у з'ясуванні закону або рівняння руху тіла через характеристики, що його описують, - координати, довжину пройденого шляху, переміщення, кут повороту, швидкість, прискорення тощо». Отже, за мету ставиться пошук математичної моделі яка б описувала рух тіла.

Застосовуючи математичні моделі на заняттях з механіки, можливі два шляхи розв'язку задач за їх допомогою:

1. Дається готова математична модель (студент або учень знають цю модель), досліджуючи яку можна розв'язати задачу – шлях ідентифікації моделі. Тобто під певну проблему, задачу ми ідентифікуємо (знаходимо та ставимо у відповідність) математичну модель.
2. Даються початкові умови, змінюючи які певним чином та за певними правилами ми повинні дістати математичну модель певної проблеми або задачі, поширити її (якщо це можливо) на якесь коло задач та дослідити, таким чином, розв'язуючи певну задачу.

Виходячи зі специфіки навчання, а саме з того, що у шкільному курсі фізики математичні моделі здебільшого вводяться емпірично можна запропонувати перший шлях застосування математичних моделей саме для шкільного курсу фізики. Це також зумовлено рівнем математичної підготовки учнів та знаннями взаємозв'язків між величинами, що входять в емпірично виведену математичну модель. В шкільному курсі фізики (наприклад, кінематика), учні ще не знають основних (диференціальних) зв'язків між координатою, швидкістю та прискоренням матеріальної точки, що в свою чергу ще не дозволяє ним будувати модель, але дозволяє ідентифікувати її та поширювати на певний клас задач.

Другий шлях видається дещо складнішим, але саме його краще пропонувати у курсі теоретичної фізики, йдучи цим шляхом відбувається більш глибоко усвідомлена, самостійна актуалізація і систематизація знань з певного розділу фізики, повторення взаємозв'язків між певними величинами та встановлення системи – математичної моделі. Звичайно, не є якоюсь аксіомою суворе слідування тому чи іншому методу. У кожному конкретному випадку викладач повинен сам вибирати який шлях застосовувати, або якщо треба їх комбінацію на різних етапах розв'язку задачі, очевидно, опираючись на такі фактори як рівень математичної підготовки, рівень глибини знань фізики, цілей які він ставить перед собою.

Математичні моделі механіки в шкільному курсі фізики здебільшого вводяться емпірично. Виникає логічне запитання: «Чи можна вважати кожну формулу, яка подається у шкільному курсі механіки математичною моделлю?». Ми вважаємо що так, дійсно можна, але з такою кількістю моделей, ще на початку вивчення механіки (йдеться про кількість моделей які отримуємо по закінченню шкільного курсу) ми не зможемо досягти оптимального навчання, саме для цього пропонується ця методика. Тому ми дещо уточнили список математичних моделей – надалі розглядатимемо математичні моделі явищ та процесів.

Перший розділ шкільної механіки це «Кінематика». Основи механіки (зокрема, «Кінематики») починають вивчати у 7 класі, але ніяких математичних моделей явищ чи процесів у цьому курсі не вводять У 7 класі вивчаються такі величини та поняття з розділу «Кінематика»: механічний рух, час, траєкторія, шлях швидкість, середня швидкість. У шкільному курсі фізики за 9 клас, середньої загальноосвітньої школи у розділі «Кінематика» вивчаються наступні поняття і величини: механічний рух, система відліку, траєкторія руху, матеріальна точка, шлях і переміщення, швидкість, прискорення. Це все є ніщо інше як елементи системи, математичну модель якої і треба знайти. Лише після описання елементів системи вводиться модель що описує найпростіший вид руху – рівномірний прямолінійний рух. Наступні математичні моделі – прямолінійний рівнозмінний рух та рух тіла по колу. Проаналізувавши навчальну літературу по цьому розділу ми дійшли висновку, що в результаті вивчення розділу «Кінематика» вивчається процес руху тіла (матеріальної точки) і в результаті цього процесу розглядаються наступні явища (класифікація математичних моделей явищ, за ознакою послідовності їх введення в курс шкільної механіки):

1. Явище рівномірного прямолінійного руху.

$$x = x_0 + \upsilon_{0x} t$$

2. Явище рівноприскореного прямолінійного руху, або руху тіла по нахиленому жолобу.

$$x = x_0 + \upsilon_{0x} t \pm \frac{a_x t^2}{2}$$

$$\upsilon = \upsilon_{0x} \pm a_x t$$

3. Явище руху тіла що падає вертикально вниз або кинуто вертикально вгору.

$h = \upsilon_0 t \pm \dfrac{gt^2}{2}$ або у випадку руху вздовж осі OX від т. O $x = \upsilon_{0x} t \pm \dfrac{gt^2}{2}$

$\upsilon = \upsilon_0 \pm gt$ $\qquad$ $\upsilon_x = \upsilon_{0x} \pm gt$

4. Явище руху тіла кинутого під кутом до горизонту.

$$x = \upsilon_0 t \cos\alpha$$

$$y = \upsilon_0 t \sin\alpha \pm \frac{gt^2}{2}$$

5. Явище руху тіла по колу.

$$\omega = \frac{\varphi}{t}$$

$$\upsilon = \omega R$$

Ці математичні моделі шкільної «Кінематики» дуже тісно пов'язані між собою. Наприклад, модель явища «руху тіла кинутого під кутом до горизонту» ми отримуємо з моделей явищ «прямолінійного рівнозмінного руху» та «прямолінійного рівномірного руху». Математична модель явища «тіла що падає вертикально вниз, або кинуто вертикально вгору» отримуємо з моделі явища «рівнозмінного прямолінійного руху». Навіть, використовуючи ті нескладні математичні співвідношення (правила що відомі) між основними величинами, ми маємо змогу переходити від однієї моделі до іншої, такої яка задовольняє поставленій задачі. Виходить, що для того щоб розв'язувати задачі з кінематики не має необхідності знати всі формули. Необхідно знати (в залежності від рівня знань математичних зв'язків між моделями) одну чи, як у шкільному курсі з кінематики дві математичні моделі і розв'язувати за допомогою побудови математичних моделей цілий клас задач – задачі з «кінематики».

3. Математичні моделі механіки в загальній і теоретичній фізиці.

Математичні моделі механіки в загальній і теоретичні фізиці, на прикладі «кінематики» лише поглиблюють знання з кінематики уточнюючи, розширюючи та розкриваючи додаткові більш складніші математичні зв'язки між представленими математичними моделями. Якщо розглядати, наступні розділи механіки «Динаміку», «Механіку рідин і газів», «Закони збереження» тощо, то можна зробити висновок, що в загальному випадку, коли в загальному та теоретичному курсі фізики розглядаються явища, що вже були описані математичними моделями раніше – в шкільному курсі фізики, математичні моделі добудовуються за ієрархічним методом (ускладнюються). Тобто має місце загальний принцип побудови математичної моделі – постійне її наближення до оригіналу. Таким чином, виробляється певна навичка бачення картини світу в цілому та самоорганізації. Лише деякі явища, що не розглядаються у шкільному курсі фізики отримують нові математичні моделі, які знову ж таки вже не емпірично, а індуктивно виводяться з попередніх моделей. Прикладом нових зв'язків між параметрами математичних моделей є зв'язок координати, швидкості та прискорення у диференціальній формі. Причому знову ж таки цей зв'язок носить універсальний характер, отже, його можна застосовувати для побудови моделей для будь-якої задачі.

Проаналізувавши навчальну та методичну літературу курсу загальної фізики, використовуючи рівень математичної підготовки та рівень знань зв'язків між математичними моделями, що набувається в курсі загальної фізики, дійшли висновку, що можливо класифікувати математичні моделі «Кінематики» за їх загальністю. Ми використаємо майже той самий список математичних моделей, що вивчається у шкільному курсі механіки, тільки побудуємо ієрархічний ланцюжок від більш універсальної моделі до конкретної:

1. **Процес** рівноприскореного прямолінійного руху.

$x = x_0 + \upsilon_{0x} t \pm \frac{a_x t^2}{2}$ на відміну від моделі з шкільного курсу, математична модель у курсі загальної фізики складається з одного рівняння, бо є відповідні знання що таке похідна від координати по часу $\frac{dx}{dt}$ і є відповідно рівняння $x = x(t)$ з якого шляхом диференціювання можна отримати рівняння $\upsilon = \upsilon(t)$

2. Явище руху тіла що падає вертикально вниз або кинуто вертикально вгору.

$$h = \upsilon_0 t \pm \frac{gt^2}{2}, \quad \upsilon = \upsilon_0 \pm gt$$

або якщо вздовж осі OX від т. O

$$x = \upsilon_{0x} t \pm \frac{gt^2}{2}, \quad \upsilon_x = \upsilon_{0x} \pm gt$$

математична модель вводиться на основі заміни «вільного» параметра a на величну прискорення вільного падіння (конкретні умови даної задачі) g.

3. Явище рівномірного прямолінійного руху.

$x = x_0 + \upsilon_{0x} t$ математична модель на відміну від шкільного курсу виводиться з математичної моделі рівноприскореного руху тіла, через перетворення більш загальної моделі (спрощення).

4. Явище руху тіла кинутого під кутом до горизонту.

$$x = \upsilon_0 t \cos\alpha$$

$$y = \upsilon_0 t \sin\alpha \pm \frac{gt^2}{2}$$

ця математична модель є узагальненням рівномірного прямолінійного та рівноприскореного прямолінійного руху тіла, вона поєднує ці два види руху в результаті чого отримуємо шукану модель шляхом поєднання двох більш універсальних математичних моделей із застосуванням можливостей які відкривало знайомство з векторами.

5. Явище руху тіла по колу.

$\omega = \dfrac{\varphi}{t}$ математична модель цього явища отримана із встановлених зв’язків між лінійними та $\upsilon = \omega R$ кутовими величинами, та використання аналогії математичних зв’язків між лінійними величинами для встановлення відповідних співвідношень між кутовими величинами.

В курсі теоретичної фізики математичний вигляд моделей буде той самий, лише зміниться спосіб їх встановлення. Спосіб встановлення математичних моделей в теоретичній фізиці в розділі «Кінематика» використовує інтегральний зв’язок координати, часу та прискорення. Тому не будемо повторювати весь список моделей а лише покажемо ланцюжок взаємозв’язку. При отриманні моделей визначаємо характер руху, наприклад, рух рівноприскорений отже $a = \dfrac{d\upsilon}{dt}$. Розділяємо змінні та розв’язуємо диференціальне рівняння $d\upsilon = adt \;\Rightarrow\; \upsilon = \int adt \;\Rightarrow\; \upsilon = at + const$, де const визначається початковими умовами (умовами даної задачі). Отже в результаті $\upsilon = \upsilon_0 + at$ або $\upsilon = at$, якщо ця математична модель не є розв’язком задачі (наприклад, треба знайти координату тіла x у момент часу t), використаємо співвідношення $\upsilon = \dfrac{dx}{dt}$ та розв’яжемо рівняння $d\upsilon = (\upsilon_0 + at)dt$ або $d\upsilon = atdt$ в результаті отримаємо $x = \upsilon_0 t + \dfrac{at^2}{2} + const$ де const визначається умовами даної задачі. Математична модель рівномірного руху отримується аналогічно (змінюються тільки початкові умови).

4. Висновки щодо дидактичного значення математичного моделювання під час вивчення механіки.

Таким чином, розглянувши курс шкільної, загальної та теоретичної фізики, курсу механіка та розділу «Кінематика» ми дійшли висновку, що математичні моделі які використовуються під час навчання у школі або у ВНЗ описують однакові явища та процеси, лише складність та шлях отримання математичної моделі явища чи процесу різняться між собою. Звичайно, не можна не згадати, такі процеси або явища, що вивчаються тільки в ВНЗ, або математичні моделі яких вводяться тільки в ВНЗ, але такі моделі є уточнюючими і в свою чергу, їх можна отримати із більш загальної моделі даного курсу. Коротко, у кожному курсі є загальна модель з якої, знаючи правила (зв’язки між величинами) можна отримати всі інші, навіть нові, математичні моделі. Це призводить до того, що використовуючи алгоритм побудови математичних моделей і знання про зв’язки між величинами можна розв’язати будь-яку задачу, шляхом побудови математичної моделі та її дослідження.

В результаті аналізу і узагальнення цього матеріалу ми вирішили запропонувати такий алгоритм побудови математичної моделі. З наступними основними етапами:

1. Визначення меж фізичної системи (межі фізичної системи визначаються переліком її елементів, таким чином система виділяється із зовнішнього середовища).
2. Виявлення властивостей елементів фізичної системи
3. Визначення зовнішніх умов (все, що не входить до переліку елементів фізичної системи вважаємо зовнішнім середовищем).
4. Виділення системо-утворюючих зв’язків між елементами системи та записуємо їх у математичній формі.
5. Дослідження отриманої математичної моделі.

Використовуючи математичне моделювання у вивченні механіки ми дійшли наступних висновків:

1. У процесі дослідження в моделі розкриваються нові зв'язки, які потім переносяться на реальний об'єкт. Це евристична функція моделі.
2. Будучи опорою для виконання розумових операцій і пізнавальних завдань, моделювання сприяє формуванню в учнів абстрактного мислення й підвищенню теоретичного рівня в навчанні. Особливо велике значення має моделювання при системному підході до вивчення складного теоретичного матеріалу.
3. Графічні й знакові (математичні моделі), сприяють осмисленню учнями сутності предметів і явищ та формуванню вмінь виконувати з ними відповідні перетворення, у достатньому ступені використовуючи їхні евристичні можливості.
4. Математичні моделі служать зовнішньою опорою для розумової діяльності учнів, спрямованої на виявлення або осмислення внутрішньої сутності досліджуваних явищ, теоретичної інтерпретації результатів спостережень (експериментів), проведених учнями, або фактів, про які вони довідалися від учителя або з підручника.
5. Широке застосування моделей різних видів і рівнів сприяє органічному переходу учнів від наочно-чуттєвого до абстрактного пізнання, від емпіричного до теоретичного, дозволяє підсилити науково-теоретичний рівень знань.
6. У зв'язку зі зростаючою роллю системного підходу та моделювання структура процесу навчання вдосконалюється, педагогічний арсенал учителя збагачуються, його дидактичні можливості для підвищення ефективності навчально-виховного процесу й поліпшення якості знань учнів розширюються.

Павлова Н.Ю.,
Національний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ
Шевченко В.І., Картузов В.В.
Інститут проблем матеріалознавства АН НАНУ,
м. Київ

Фононний спектр алмазоподібної плівки на підкладці SiC

Методом молекулярної динаміки розраховано коливальні спектри алмазоподібної плівки, розміщеної на повехні (111) 3C-SiC. Спостерігається певна схожість щільності коливальних станів, розрахованих для поверхні алмазу та алмазоподібної плівки.

Oscillatory spectra of diamond-like film adsorbed on surface (111) of 3C-SiC were calculated by a method of molecular dynamics. A certain similarity in the density of oscillatory states designed for a free surface of diamond and diamond-like film on SiC surface is observed.

В роботі [1] експериментально та шляхом комп'ютерного моделювання досліджено процеси утворення різноманітних вуглецевих плівок на поверхні SiC. Моделювання плівок проводилось методом молекулярної динаміки з використанням потенціалів Терсофа для системи Si-C [2]. Автори роботи [1] вказали на можливість утворення на поверхні (111) SiC тонких алмазоподібних плівок. Було виконано структурні дослідження змодельованих алмазоподібних плівок. Однак співставлення непружного розсіювання електронів такими плівками виконано не було, оскільки фононні спектри цих об'єктів не досліджувались. Тому в даній роботі розраховано коливальні спектри алмазоподібних плівок, які покривають поверхню (111) SiC. В якості вхідної було вибрано атомну структуру, отриману в роботі [1].

Розрахунок коливальних спектрів в даній роботі базується на методі використаному в роботі [3]. В цьому методі спочатку розраховується швидкість-швидкісна автокореляційна функція (ШАКФ) для деякої групи атомів, потім виконується перетворення Фур'є знайденої функції. В порівнянні з стандартним методом, в якому знаходяться власні частоти відповідної динамічної матриці, метод, оснований на використанні автокореляційної функції, має ту перевагу, що дозволяє враховувати нелінійність міжатомної взаємодії.

Миттєві швидкості вибраної групи атомів, необхідні для обчислення відповідної ШАКФ, записуються (з малим часовим інтервалом між сусідніми записами) в достатній кількості в процесі проведення молекулярної динаміки. Температура моделювання, часовий інтервал між сусідніми записами швидкостей та загальна кількість таких записів є важливими параметрами, які визначають якість відповідної автокореляційної функції, а відтак і шуканого коливального спектра. Зауважимо, що описуваний метод дозволяє просто розраховувати локальні частотні характеристики системи, що коливається, і тому є зручним для розв'язуваної задачі.

ШАКФ $Z(t)$ розраховується за наступною формулою [3]

$$Z(t) = \sum_{\tau}^{\tau_m} \frac{\langle \vec{v}_n(t+\tau)\cdot v_n(\tau)\rangle}{\langle \vec{v}_n(t)\cdot v_n(\tau)\rangle},$$

де дужки вказують на усереднення по всіх атомах вибраної групи атомів. Для отримання спектру $Z(\omega)$, пов'язаного з вибраними атомами, проводиться перетворення Фур'є [4]

$$Z(\omega) = \int dte^{i\omega t} Z(t)\cdot$$

Коливання досліджуваної системи моделювались методом молекулярної динаміки. Взаємодія між атомами описувалась відомими емпіричними потенціалами [2].
Попередні (оцінкові) розрахунки дозволили вибрати оптимальні параметри розрахунків, а саме, температура моделювання - 500°K, крок інтегрування рівнянь руху (молекулярна динаміка) – 10^{-17} сек, кількість послідовних записів швидкості атомів - 1000, часовий інтервал між сусідніми записами швидкостей – 10^{-16} сек, загальна кількість атомів - 1000.

З ціллю тестування вибраного методу було розраховано коливальний спектр алмазу. На рис. 1 зображено отримані ШАКФ та фононний спектр алмазу. Відхилення розрахованого спектру від експериментальних даних можна пояснити не достатньою точністю параметрів Терсофа.

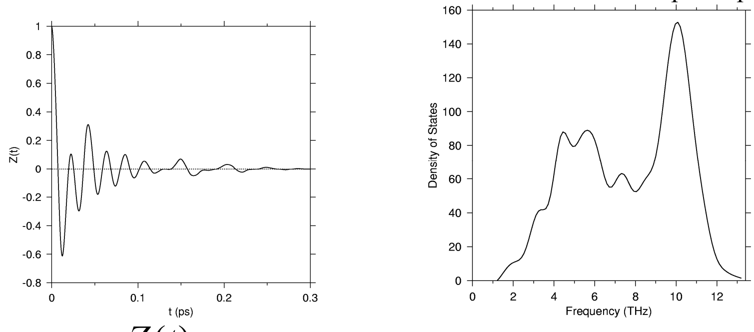


Рис. 1 ШСКФ $Z(t)$ та фононний спектр алмазного кластера.

Аналогічно розраховувались локальні щільності коливальних станів, які відповідають

- атомам, розміщеним на та поблизу вільної (релаксованої) поверхні (111) алмазу
- та атомам алмазоподібної плівки, адсорбованої на поверхні (111) 3C-SiC.

Отримані щільності фононних станів ілюструє рис. 2. Видно, що щільності коливальних станів, які відповідають алмазоподібній плівці на поверхні SiC, в загальних рисах подібні до щільностей фононних станів вільної поверхні алмазу. Це може служити додатковим свідченням на користь того, що отримані шляхом моделювання вуглецеві плівки дійсно являються алмазоподібними. Зсув вліво піків, які відповідають алмазоподібній плівці, відносно подібних піків, що відповідають поверхні алмазу, викликаний тим, що алмазоподібна плівка злегка розтягнута. Зміна форми та інтенсивності піків обумовлено впливом матеріалу підкладки (SiC) на коливальні властивості алмазоподібної плівки.

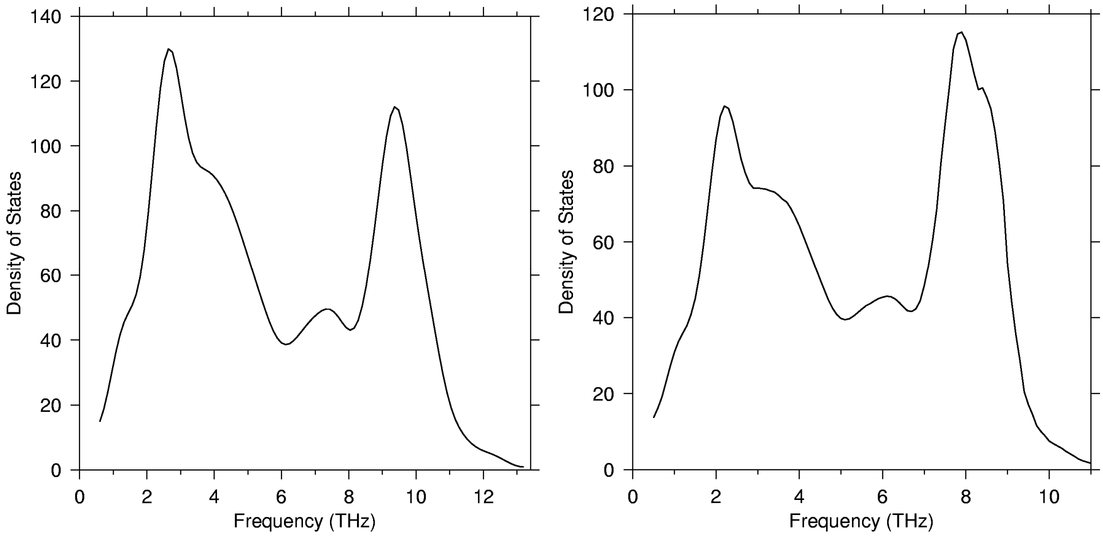


Рис. 2. Щільності фононних станів, які відповідають поверхні алмазу (зліва) та алмазоподібної плівки, адсорбованої на підкладці із SiC.

Звичайно, вичерпною відповіддю на питання, підняті в цій роботі, було б пряме експериментальне дослідження фононних спектрів вуглецевих плівок, адсорбованих на повехні SiC. Наприклад, дослідження □едружнього розсіювання електронів вуглецевими плівками на підкладці SiC. Поки що авторам, на жаль, не відомі такі дослідження коливальних станів вуглецевих плівок.

Висновки

Спостерігається певна схожість щільності станів, розрахованих для поверхні алмазу та алмазоподібної плівки, адсорбованої на (111) поверхні SiC, що є ще одним свідченням можливості отримання на поверхні карбіду кремнію алмазоподібної плівки.

Література

1. Nanostructured carbon coatings on silicon carbide: experimental and theoretical study /Y. Googotsi, V. Kamyshenko, V. Shevchenko et al. // Proceeding NATO ASI on "Functional Gradient Materials and Surface Layers Prepared by Fine Particle Technology" / Ed. by M. I. Baraton, I. Uvarova. - Dordrecht, NL: Kluwer, 2001. - Pp. 239-255.
2. Tersoff J. Modeling solid-state chemistry: Interatomic potentials for multicomponent systems // Phys. Rev. B. - 1989. - Vol. 39, no. 8. Pp. 5566-5568.
3. Kim E. and Lee Y. H. Structural, electronic, and vibrational properties of liquid and amorphous silicon: Tight-binding molecular-dymamics approach // Phys. Rev. B. - 1994. -.Vol. 49, no. 3. -. Pp. 1743 -1749.
4. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. Выпуск 2. –Москва: Мир, 1972 – 287 с.

УДК:378.016:53

Погорілко Т.М.
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова,
м. Київ

Розв'язування задач з фізики і моделювання професійної діяльності

Дуже часто молодому спеціалісту важко влаштуватися на роботу, оскільки одразу після закінчення навчального закладу вчорашній студент не готовий до цілісної професійної діяльності. Він безперечно має необхідні знання, але ці знання розрізнені, як частинки мозаїки і цілісної картини людина не має. Тому викладачі намагаються знайти такі форми занять, які були б спрямовані саме на практичне ознайомлення з професійною діяльністю, формували б професійно-значимі якості особистості. Моделювання професійної діяльності в навчальному процесі є одним з шляхів вдосконалення професійної підготовки.

Моделювання – це метод дослідження об’єктів пізнання на їх моделях. Процес моделювання полягає в побудові і вивченні моделей реально існуючих предметів і явищ. Проблему моделювання професійної діяльності розглядали такі автори як Тукачов, Смирнова, Семушина та ін. Професійна діяльність багатогранна, тому моделювання всіх сторін діяльності спеціаліста-фахівця – завдання складне.

Суть моделювання професійної діяльності полягає у відтворенні професійної діяльності в процесі навчання у спеціальних штучно створених, максимально наближених до реальності умовах, коли при виконанні дій, операцій відображаються її головні, найбільш істотні, суттєві риси.

Далі будемо говорити про моделювання професійної діяльності вчителя фізики. Однією з форм моделювання професійної діяльності в навчальному процесі є практичні заняття. На практичних заняттях для студентів створюються такі умови при яких вони вчаться поводитися так, як вчителі. Одним з елементів практичного заняття є розв’язування задач. Студент, який отримує диплом повинен вміти навчити учнів багатьом речам, зокрема розв’язувати задачі. Зміст цього вміння полягає у:

1. володінні знаннями про значення розв’язуваня задач для навчання учнів фізики.
2. володінні знаннями про різні способи формулювання задач (текстовий, графічний, експериментальний тощо).
3. володінні технологією розв’язування задач з фізики.
4. володінні методикою навчання учнів розв’язуванню фізичних задач.
5. вмінні підбирати експериментальні, творчі та олімпіадні задачі з фізики для учнів основної школи.
6. вмінні відбирати систему задач для контролю і корекції знань учнів.
7. вмінні використовувати комп’ютерні і технічні засоби для навчання учнів розв'язуванню задач з фізики.

Для того, щоб сформувати ці вміння і використовують професійне моделювання, яке допомагає їх набути. Розв’язування задач студентом це не просте механічне розв’язування, а спільна діяльність.

Задачі є одним з найбільш продуктивних засобів стимулювання продуктивної діяльності. Під час розв’язування задач, студент концентрується, осмислює фізичні закони, вчиться розпізнавати логічні взаємозв’язки між різними явищами в природі, поглиблює, закріплює знання, розвиває творчі здібності. При розв’язуванні задач студенти набувають навичок мислити цілеспрямовано, а не стихійно. Метод моделювання професійної діяльності у процесі навчання дозволяє ефективно оволодіти основними методами і прийомами розв’язування, складання, задач; сформувати знання, вміння, навички без яких неможливо добрати потрібну *систему* фізичних задач, спланувати свої дії та спрогнозувати дії учнів при розв’язуванні задач.

У процесі розв’язування будь-якої задачі студенти аналізують її зміст, виконують синтез складових елементів. Тобто процес розв’язування задачі – поєднання двох розумових операцій: синтезу і аналізу. Формування в студентів наукового мислення передбачає формування навичок переходу від спостереження конкретних фактів і явищ до загальних закономірностей – метод індукції і від знань загальних закономірностей або теорії до окремих конкретних висновків – метод дедукції. Важливим способом розвитку логічного мислення студентів є широке використання аналогій і моделей для ряду процесів, а також для пояснення дії установок, приладів. За допомогою аналогій і моделей порівняно легше виявити зв’язки між явищами і розкрити „родзинки”, специфіку, тонкощі окремих процесів.

Розглянемо текстові задачі, які розв’язують студенти на практичних заняттях з фізики. Найчастіше до текстових задач відносять якісні і кількісні, які після „обробки” можна подати у вигляді символів, графіків, малюнків, схем. Якісні задачі вимагають у студентів логічних умовиводів, які ґрунтуються на закономірностях, законах фізики. Як правило, такі задачі вимагають розуміння суті і природи описаного явища, а не кількісних розрахунків. Вони допомагають примусити студента пояснювати явища; передбачати ситуацію (що було б, коли...); виявляти спільні і відмінні риси предметів, явищ; систематизувати поняття, знання. Ці задачі часто розв’язують евристично (що вчить аналізувати фізичні явища, синтезувати дані умови, узагальнювати факти, робити висновки) чи графічно (що допомагає показати всі плюси наочності, розвивати функціональне мислення, точність). Якісні задачі можна розв’язувати за такою схемою:

1. Ознайомлення з умовою задачі (уважне читання тексту, з’ясування невідомих термінів; повторення тексту, повний чи скорочений запис умови; розгляд графіка, малюнка, схеми, що наведені в умові; виділення запитання задачі (Що відомо? Що треба знайти? Яка мета розв’язування задачі?)).

2. Аналіз змісту задачі: дослідження вхідних даних; з’ясування фізичного змісту задачі (про які явища, факти, властивості тіл говориться в ній, зв’язок між ними), з’ясування уточнюючих умов.

3. Складання плану розв’язання.

4. Здійснення плану розв’язування (побудова ланцюга умовиводів: а) опис початкового стану системи – виділення основних властивостей, якостей системи; б) опис зміни стану системи; в) опис кінцевого стану системи).

5. Перевірка відповіді.

Прикладом може бути така задача: якщо відро холодної води вносять в приміщення, то воно вкривається дрібними краплями води. Поясніть це явище. Чому краплі через деякий час зникають?

1. Уважно читаємо задачу. 2. *Аналізуємо запитання*: що таке дрібні краплі води? Це конденсат, що є у повітрі. 4.1. *Початковий стан*: водяна пара, що є у повітрі, біля холодних стінок відра стає насиченою і конденсується у водяні краплі. 4.2. *Зміна стану:* Через деякий час температура води у відрі стає майже такою ж як і повітря в приміщенні. 4.3. *Пояснення*: процес конденсації припиняється, крапельки води з поверхні відра випаровуються. 5. *Перевірити* правильність відповіді можна експериментально.

Перейдемо до розгляду кількісних задач. Бажано, щоб задачі добирались певним чином: з поступовим ускладненням зв'язків між величинами і поняттями, що характеризують явище чи процес, який розглядається в задачі. Потрібно спочатку розв'язувати якісну задачу далі задачу-вправу потім експериментальну, графічну, скласти ієрархію задач зі зростаючою кількістю зв'язків між величинами і поняттями. На завершення треба розв'язувати комбіновані задачі, які зачіпають значне коло питань, вимагають знань не з однієї теми, розділу і допомагають встановити місце даних явищ в системі фізичних знань.

Як зазначалось вище, при розв'язуванні задач використовують аналітичний і синтетичний методи, але слід зауважити, що у чистому вигляді кожен з цих методів на практиці не застосовується, ці методи нероздільні, вони застосовуються одночасно. При навчанні розв'язуванню задач студентів можна скористатися таким планом розв'язання:

1) читання умови задачі, пояснення невідомих чи незрозумілих термінів.
2) з'ясування фізичного змісту задачі.
3) короткий запис умови задачі з виконанням малюнка, схеми, моделі (якщо це можливо і якщо в цьому є потреба).
4) складання плану (декількох планів, якщо це можливо) розв'язання.
5) обґрунтування раціональності певного розв'язку.
6) складання рівнянь або системи рівнянь.
7) розв'язання задачі в загальному вигляді. Аналіз отриманої формули.
8) зведення фізичних величин до однієї системи вимірювання (СІ).
9) Знаходження числового значення шуканої величини та її назва.
10) аналіз отриманого результату.

Для прикладу розглянемо задачу. Обчислити роботу, яка виконується при випаровуванні 1 моля води для розширення пари. Тиск нормальний.

1) Уважно перечитуємо задачу. Уточнюємо, що нормальний – атмосферний тиск становить $1{,}01\cdot10^5$ Па, вода випаровується при температурі 100°С.
2) Робота виконується з водяною парою, яка є ідеальним газом за даних умов.
3) Короткий запис умови:

Дано:

Дано	
$\nu(H_2O)=1$моль $t=100°C$ $p=1{,}01\cdot10^5$ Па	Запишемо чому дорівнює робота ідеального газу при ізобарному процесі. Застосуємо рівняння стану ідеального газу. Врахуємо, що процес відбувається при сталому тиску. Визначимо з останнього рівняння необхідні величини, підставимо в рівняння для визначення роботи.
A–?	

Робота, яка виконується при сталому тиску:

$A= p(V_2- V_1)$

V_1 – об'єм води в 1 молі;

V_2 – об'єм пари при 100°С і нормальному тиску.

$V_1=\nu M/\rho$

$V=m/\rho$; m-?

$m=\nu M$,

де *M – молярна* маса води, величина стала

$M(H_2O)=1\cdot10^3\cdot2+16\cdot10^3=18\cdot10^{-3}$ *кг/моль*,.

$\rho(H_2O)= 10^3$ *кг/м*^{3}

За нормальних умов V_0– молярний об'єм, він становить 22,4*л*, а T=273*K*

$pV=\nu RT$– рівняння стану ідеального газу,

ν =1моль

$pV=\nu RT$ $\qquad V/T= R/p$,

оскільки і R, і p величини сталі, то $\qquad V/T$– const.

Справедлива рівність:

$V_0/T_0= V_2/T_2$, $\qquad V_2= V_0\, T_2/T_0$,

де T_2– кінцева температура газу. В задачі вона становить 100°С.

$A= p(V_2- V_1)= p\,(V_0T_2/T_0- \nu M/\rho)$.

Всі величини відомі.

Зводимо всі дані до СІ:

$T_2= t+273$*K*.; $\qquad V_0= 22{,}4\cdot10^{-3}$*м*^{3}

Переходимо до обчислення:

A=1,01·10^5(22,4·10^{-3}·(100+273)/373-1·18·10^{-3}/10^3)=3050 (*Дж)*

Яку ж роботу треба виконати, щоб перетворити 1*г* води на пару?

3050 *Дж* – 18 *г*

х – 1 *г*

х = 170 *Дж.*

Обрахуємо кількість теплоти, яка витрачається при пароутворенні:

Q=m·*r*=1*г* ·225*Дж/кг*=2256 *Дж*

Отже, при пароутворенні на кожен грам води витрачається 2256 *Дж*. З них лише 170 *Дж* іде на виконання роботи розширення пари, а решта витрачається на те, щоб звільнити воду з рідкого стану (розірвати зв'язки) і перетворити її в газ.

Програмами з фізики для педагогічних ВНЗ передбачено обов'язкове розв'язування задач різного типу при вивченні фізики. Оскільки, як можна стати справжнім професіоналом без систематичного розв'язування задач, які формують наполегливість, самостійність, організовують знання у взаємопроникну систему?

Література

1. Коршак Є.В. Розв'язування задач з фізики. — К: «Вища школа», 1986. – 310 с.
2. Балл Г.А. Теорія учебных задач: Психолого-педагогический аспект. – М.: Педагогика. 1990.

Бушок Г. Ф., Колупаєв Б.С. Науково-методичні основи викладання загальної фізики. – Рівне: Діва, 1999. – 410

УДК 535. 343.2

Рибалко А.В.

Національний педагогічний університетімені М.П. Драгоманова,

м. Київ

Власне і резонансне двофотонне поглинання напівпровідникового кристалу $ZnGeP_2$

Стаття присвячена результатам досліджень двофотонного поглинання в напівпровідниковому кристалі $ZnGeP_2$. Виконаний комплекс кінетичних, інтенсивнісних, спектральних, поляризаційних і кутових експериментальних досліджень $ZnGeP_2$ тетрагональної модифікації, в результаті яких були одержані спектри власного двофотонного поглинання (ВДФП). Результати дослідження ВДФП корелюють з розвиненою в літературі теорією для дозволено-забороненого типу ДФП в напівпровідниках з врахуванням континуальних екситонних станів.

На спектрах $ZnGeP_2$ була виявлена спектральна лінія з максимумом при $\hbar\omega_2$ =1,27 еВ. В результаті проведених інтенсивнісних, спектральних, поляризаційних і кутових експериментальних досліджень цієї лінії, було виявлено, що вона належить дозволено-дозволеним когерентними двофотонним резонансним переходам. Аналіз результатів досліджень показав, що проміжні реальні стани резонансного двофотонного поглинання (РДФП) лінії 1,27 еВ належать дефектним центрам b , енергетичний рівень яких знаходиться в забороненій зоні на глибині $E_C - 0,93$ еВ. Час поперечної релаксації електронів на b - центрах 3,9·10^{-14} с. Енергія 1,27 еВ відповідає переходам з валентної підзони, вершина якої знаходиться на глибині 0,18 еВ, а лазерне випромінювання поглинається на переходах b - центри – зона провідності в області Г - точки зони Бріллюена.

Д-д двофотонні переходи при РДФП пояснюються тим, що проміжні стани, які належать глибоким домішковим центрам, мають змішану симетрію. Належність ВДФП д-з когерентним переходам пояснюється належністю цих переходів двозонній моделі, коли один із фотонів переводить електрон із валентної зони в зону провідності, а інший взаємодіє з електроном в одній і тій же зоні. Виявлено, що інтенсивнісні залежності ВДФП є пропорційними інтенсивності лазерного імпульсу в його максимумі I_1, тоді як для РДФП через домішкові реальні стани f інтенсивнісні залежності зазнають насичення, що пов'язане з насиченням заселеності центрів f . Спектри ВДФП є широкими, наростаючими по інтенсивності в короткохвильову область, а спектри РДФП являють собою вузькі лоренцеві криві. Виявлено, що для д-з когерентних двофотонних переходів коефіцієнт лінійно-циркулярного дихроїзму більше одиниці, а для д-д переходів – значно більше одиниці.

Одержані експериментальні результати, які були віднесені до ВДФП і РДФП, добре узгоджуються з результатами теоретичного аналізу.

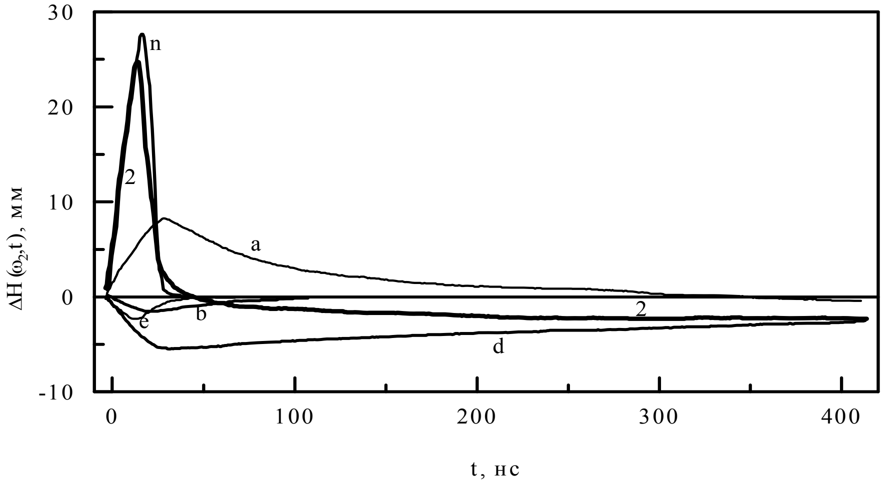
Фізичні властивості $ZnGeP_2$ вивчені ще недостатньо. Однак проведені дослідження показали, що $ZnGeP_2$ має високу нелінійну сприйнятливість, яка пов'язується з переважно ковалентним характером хімічного зв'язку [1]. Причому із напівпровідникових сполук $A^2B^4C^5{}_2$ кристали $CdGeAs_2$ і $ZnGeP_2$ мають найбільш високі значення оптичної нелінійності.

Особливе значення має вивчення кубічної нелінійності, з якою пов'язані двофотонне поглинання, генерація третьої гармоніки, вимушене комбінаційне розсіювання, параметрична генерація сумарних і різницевих частот і інші нелінійні ефекти. Тому важливе значення має вивчення кубічної нелінійної сприйнятливості $\chi^{(3)}$. Фактично йдеться про універсальну характеристику речовини, на вивченні якої ґрунтується різноманітні сучасні спектроскопічні методи [2, 3]. Одним із таких методів є лазерно-модуляційна спектроскопія [4]. Якщо врахувати, що в цій спектроскопії крім нової інформації про двофотонне поглинання з більшою чутливістю, точністю, з кращим спектральним розділенням можуть бути одержані відомості, які є предметом традиційної лінійної спектроскопії, то можна навіть висловити допущення, що в майбутньому вимірювання дисперсії кубічної сприйнятливості $\chi^{(3)}$ напівпровідників будуть мати більше значення, ніж традиційні вимірювання лінійної сприйнятливості $\chi^{(1)}$. Тому дослідження ДФП в $ZnGeP_2$ сучасними методами амплітудної лазерно-модуляційної спектроскопії вважається нам актуальною задачею.

Досліджувані зразки $ZnGeP_2$ вирощувалися методами хімічних транспортних реакцій з вихідних компонентів з використанням йоду як транспортуючого агента. Ідентифікація отриманих кристалів проводилася за допомогою рентгенографічного аналізу. Дебаєграми відповідали структурі халькопірита. Результати дослідження лауеграм узгоджувались з результатами дослідження порошкових рентгенограм. Проведений хімічний аналіз свідчить, що сполука кристалів відповідає хімічній формулі з точністю до 2 %. Вони мали діркову провідність. Тип провідності встановлювався методом Холла. Ширина забороненої зони при кімнатній температурі складала 2,02 еВ. Отримані кристали були однофазними і мали стійку кристалохімічну структуру.

Експерименти проводились при кімнатній температурі. Визначалась величина зміни коефіцієнта поглинання в кристалі зондуючої електромагнітної хвилі з частотою ω_2 при збудженні середовища хвилею накачування з частотою ω_1 без підсвічування і в умовах підсвічування. Зондуючий і лазерний пучки розповсюджувались вздовж оптичної вісі с кристалів , а пучок підсвічування – перпендикулярно до них.

На рис.1 приведені отримані нами осцилограми $\Delta h(\omega_2,t)$, при I_1=10 МВт·см$^{-2}$, $\hbar\omega_2$=1,75 еВ і $q_1 || q_2 || c \perp e_1 || e_2$ і наявності підсвічування спектром, який містив кванти $\hbar\omega_3$ від 0,87 еВ до 1,09 еВ (1) і кванти $\hbar\omega_3$ від 1,10 еВ до 1,32 еВ (2). Значення $\Delta h(\omega_2,t)$, розміщені вище і нижче рівня $h_0(\omega_2)$, обумовлені відповідно потемнінням і просвітлінням кристалу на частоті зондуючої хвилі ω_2 під дією хвилі накачування ω_1.



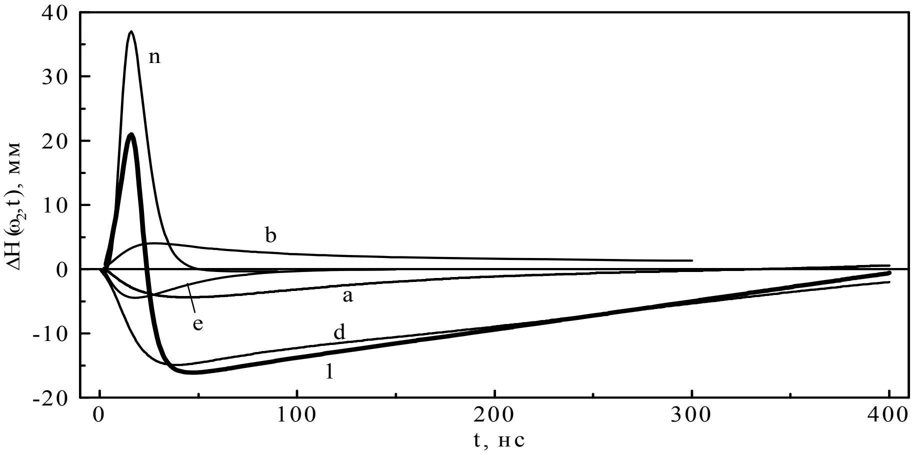


Рис.1. Осцилограми $\Delta h(\omega_2,t)$ кристалів $ZnGeP_2$, вирощених методом хімічних транспортних реакцій при I_1=10 МВт·см$^{-2}$, $\hbar\omega_2$=1,75 еВ і $q_1 // q_2 // c \perp e_1 // e_2$ і наявності підсвічування спектром, який містив кванти $\hbar\omega_3$ від 0,87 еВ до 1,09 еВ (1) і кванти $\hbar\omega_3$ від 1,10 еВ до 1,32 еВ (2)

За величинами значень $h_0(\omega_2)$ і $\Delta h(\omega_2,t)$ при $t=\tau_Л$=15нс були визначені $\Delta K(\omega_2,t)$, а також їх інтенсивнісні $\Delta K(\omega_2,\tau_Л)=f(I_1)$ і спектральні $\Delta K(\omega_2,\tau_Л)=\varphi(\hbar\omega_2)$ залежності. Вимірювання інтенсивнісних залежностей проводилася при значеннях $\hbar\omega_2$ від 0,85 еВ до 2,02 еВ через інтервали 0,01-0,05 еВ. На рис.2 і рис.3 приведені інтенсивнісні залежності, отримані в точці $\hbar\omega_2$=1,60 еВ, $q_1||q_2||c\perp e_1||e_2$ і наявності підсвічування спектру, який містить кванти $\hbar\omega_3$ відповідно від 0,87 еВ до 1,09 еВ (1) і від 1,10 еВ до 1,32 еВ (2). Використовуючи значення $\Delta K(\omega_2,\tau_Л)$ інтенсивнісних залежностей, а також провівши додаткові вимірювання в ділянках, де були

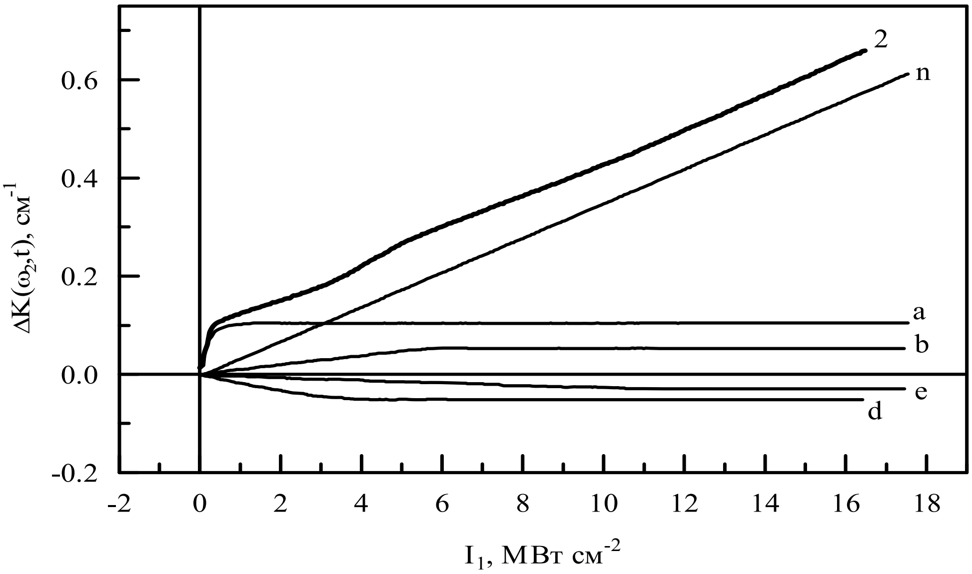


Рис.2. Інтенсивнісна залежність $\Delta K(\omega_2,\tau_Л)=f(I_1)$, отримана на кристалах $ZnGeP_2$, вирощених методом хімічних транспортних реакцій, в точці $\hbar\omega_2$=1,60 еВ при $t=\tau_Л$=15 нс, $q_1//q_2//c\perp e_1//e_2$ і наявності підсвічування спектром, який містив кванти $\hbar\omega_3$ від 0,87 еВ до 1,09 еВ (1). Графік 1 проведений по експериментальних точках, які являються усередненням десятків вимірювань.

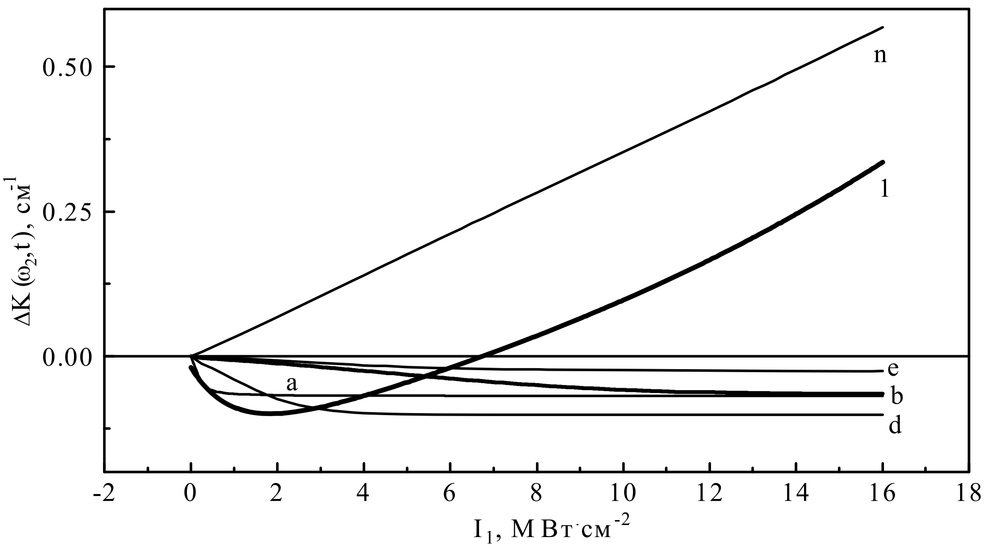


Рис.3. Інтенсивнісна залежність $\Delta K(\omega_2,\tau_Л)=f(I_1)$, отримана на кристалах $ZnGeP_2$, вирощених методом хімічних транспортних реакцій, в точці $\hbar\omega_2$=1,60 еВ при $t=\tau_Л$=15 нс, $q_1//q_2//c\perp e_1//e_2$ і наявності підсвічування спектром, який містив кванти $\hbar\omega_3$ від 1,10 еВ до 1,32 еВ (2).

відсутні іненсивнісні залежності, були одержані подані на рис.4 і рис.5 спектральні залежності $\Delta K(\omega_2,\tau_Л)$. Спектри відповідають I_1=10 МВт·см$^{-2}$. Кожна експериментальна точка - результат усереднення десятків вимірів. Довірчі інтервали відповідають довірчій імовірності 0,8.

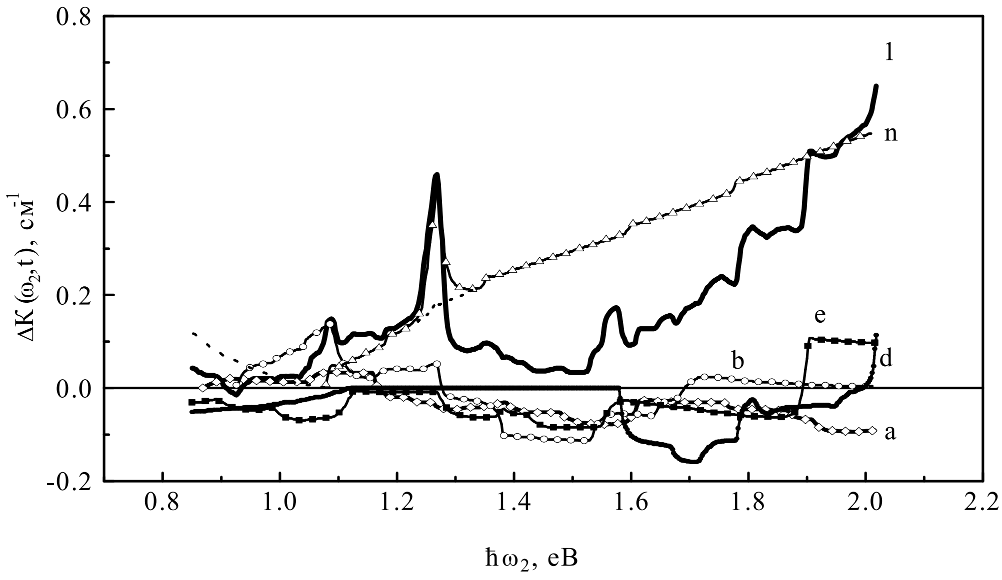


Рис.4. Спектральна залежність $\Delta K(\omega_2, \tau_Л)= \varphi\ (\hbar\omega_2)$, отримана на кристалах $ZnGeP_2$, вирощених методом хімічних транспортних реакцій при I_1=10 МВт·см$^{-2}$, $t=\tau_Л$=15 нс, $q_1//q_2//c\perp e_1//e_2$ і наявності підсвічування спектром, який містив кванти $\hbar\omega_3$ від 0,87 eB до 1,09 eB (1). Спектр 1 проведений по усереднених експериментальних точках.

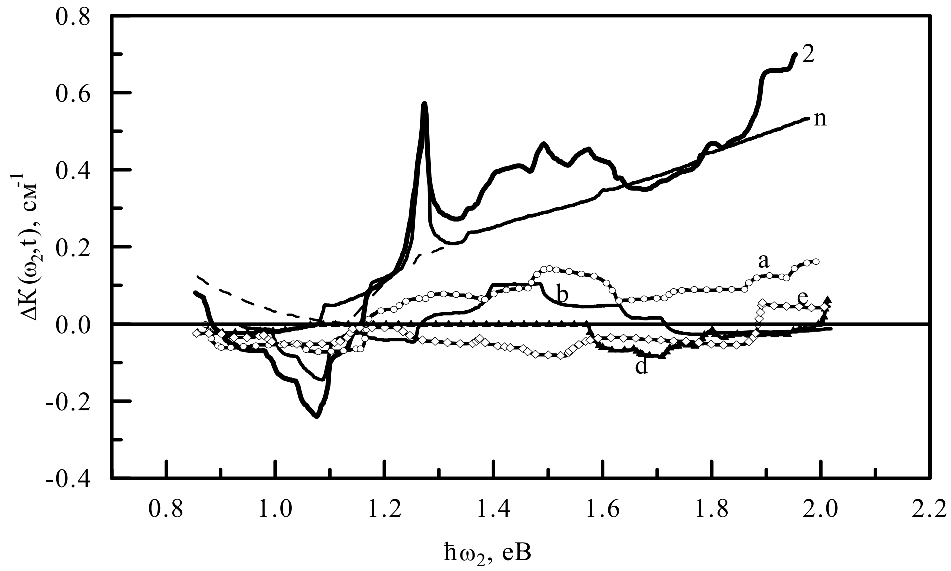


Рис.5. Спектральна залежність $\Delta K(\omega_2, \tau_Л)= \varphi\ (\hbar\omega_2)$, отримана на кристалах $ZnGeP_2$, вирощених методом хімічних транспортних реакцій при I_1=10 МВт·см$^{-2}$, $t=\tau_Л$=15 нс, $q_1//q_2//c\perp e_1//e_2$ і наявності підсвічування спектром, який містив кванти $\hbar\omega_3$ від 1,10 eB до 1,32 eB (2). Спектр 2 проведений по усереднених експериментальних точках.

Інтенсивнісні залежності по всьому спектру вимірювань, за винятком спектральної лінії з максимумом при $\hbar\omega_2$=1,27 eB, розкладаються на одну прямолінійну (n) і чотири прості експоненціальні складові, максимальні згини яких відповідають енергіям лазерного випромінювання в максимумі імпульсів $I_1^{м.з.}$=0,5 МВт·см$^{-2}$ (a), 5 МВт·см$^{-2}$ (b), 3 МВт·см$^{-2}$ (d) і 10 МВт·см$^{-2}$ (e). Причому в області $\hbar\omega_2$=1,12÷1,58 eB відсутня складова d, а при $\hbar\omega_2$=1,69 eB відсутня складова b. Із збільшенням інтенсивності підсвічування, яке містило кванти світла $\hbar\omega_3$ від 0,87 eB до 0,98 eB внесок в $\Delta K(\omega_2,\tau_Л)$ складової a зменшувався до нуля, а потім, змінивши свою полярність, збільшувався. Аналогічно поводилась і $\Delta K_b^{(1)}(\omega_2,\tau_Л)$ – складова при підсвічуванні спектром, який містить кванти $\hbar\omega_3$ від 0,98 eB до 1,09 eB. Такі залежності від підсвічування дали можливість по черзі і одночасно виключати з кінетики, інтенсивнісних і спектральних залежностей $\Delta K(\omega_2,\tau_Л)$ a – і b - складові.

Інверсія знаків $\Delta K_a^{(1)}(\omega_2,\tau_Л)$ і $\Delta K_b^{(1)}(\omega_2,\tau_Л)$ можлива тільки внаслідок попереднього перезарядження підсвічуванням глибоких центрів. Приведена на рис.1 кінетика також розкладена на складові a, b, d, e, n. Для одержання такого розкладу використовувались складові інтенсивнісних залежностей, які були одержані при t=15, 25, 30, 40, 55, 75, 100, 150, 200, 300, 400 нс.

При поширенні пучків ω_1 і ω_2 уздовж оптичної осі с кристалів $ZnGeP_2$ залежність спектрів a, b, d, e від того, чи є пучки лінійно чи циркулярно поляризованими, який кут між площинами поляризації, збігаються чи є протилежними спіральності циркулярно поляризованих пучків, експериментально не була виявлена, тоді як спектр n істотно залежав від типу поляризації пучків, кута між площинами лінійних поляризацій і відносними напрямками спіральностей циркулярно поляризованих пучків. На рис.6 наведений отриманий нами спектр коефіцієнта лінійно-циркулярного дихроїзму (ЛЦД) $\alpha_n(\omega_2,\tau_\Lambda)=\Delta K_n^{л.п.}(\omega_2,\tau_\Lambda)/\Delta K_n^{ц.п.}(\omega_2,\tau_\Lambda)$. Спектральна лінія спектрів з максимумом в точці $\hbar\omega_2$=1,27 еВ при $q_1||q_2||c\perp e_1\perp e_2$ практично не проявлялася і спектр у цій області мав вигляд, зображений на рис.4 і 5 пунктиром. У випадку циркулярних поляризацій пучків ці лінії також не виявлялися при однаково спрямованих спіральностях поляризації. При зміні інтенсивності I_1 спектр $\alpha_n(\omega_2,\tau_\Lambda)$ за винятком спектральної лінії 1,27 еВ, практично залишався без зміни, а в області зазначеної лінії спостерігалася лише незначна зміна при великих інтенсивностях I_1.

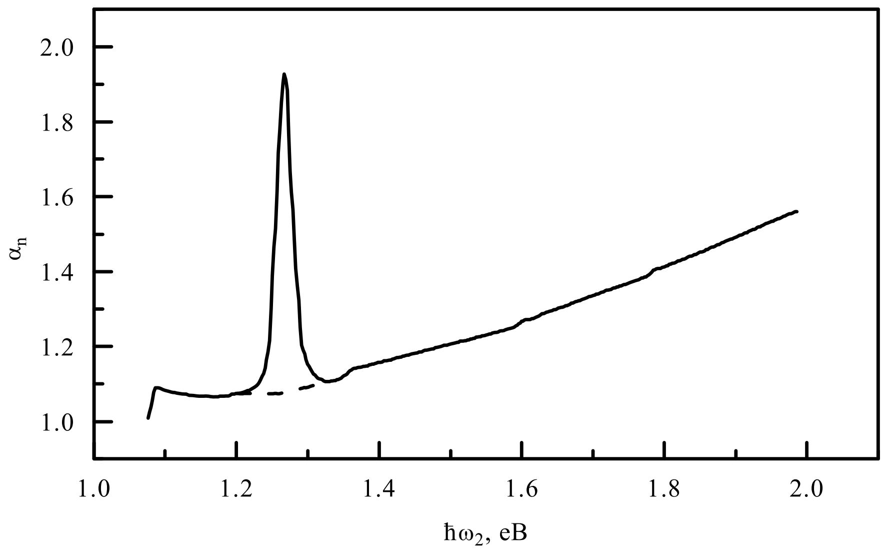


Рис.6. Спектр ЛЦД $\alpha_n=\varphi(\hbar\omega_2)$, отриманий на кристалах $ZnGeP_2$, вирощених методом хімічних транспортних реакцій при I_1=10 МВт$\cdot$см$^{-2}$, $t=\tau_Л$=15 нс.

Отримані експериментальні, кінетичні, інтенсивнісні і поляризаційні залежності спектра *n* є характерними для ДФП [6-10]. Оскільки для власного ДФП $K^{(2)}_{л.п}(\omega_2,t)$ і $K^{(2)}_{ц.п}(\omega_2,t)$ пропорційні інтенсивності лазерного випромінювання в зразку, то $\alpha_n(\omega_2,t)$ є незалежним від I_1. Тому в $\alpha_n(\omega_2,t)$ $\Delta K_n^{л.п.}(\omega_2,\tau_\Lambda)=K^{(2)}_{л.п.}(\omega_2,\tau_\Lambda)$ і $\Delta K_n^{ц.п.}(\omega_2,\tau_\Lambda)=K^{(2)}_{ц.п.}(\omega_2,\tau_\Lambda)$. Причому у всій спектральній області, за винятком лінії 1,27 еВ, значення $\alpha_n(\omega_2,\tau_\Lambda)$ відповідають д-з двофотонним переходам [4, 7, 9, 11].

В області лінії $\hbar\omega_2$=1,27 еВ (рис.6) спостерігається значне збільшення $\alpha_n(\omega_2,\tau_\Lambda)$. На рис.7,а наведені контури лінії 1,27 еВ з відрахуванням пунктирного спектра, а інтенсивнісні залежності ліній 1,27 еВ - на рис.7,б. Контури і їх інтенсивнісні залежності були одержані при підсвічуванні спектром, який містив кванти $\hbar\omega_3$ від 0,87 еВ до 1,09 еВ (1) і кванти $\hbar\omega_3$ від 1,10 еВ до 1,32 еВ (2). Контури лінії 1,27 еВ близькі до лоренцевих. Отримані експериментальні результати дослідження лінії 1,27 еВ узгоджуються з результатами теоретичних досліджень резонансних двофотонних переходів (РДФП).

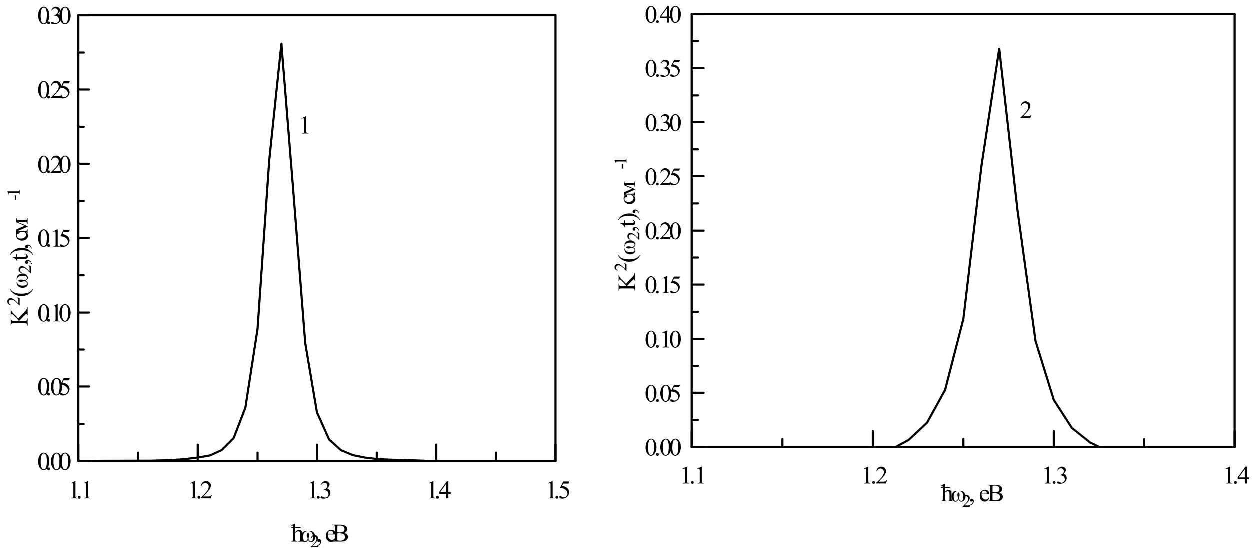


Рис.7. а.

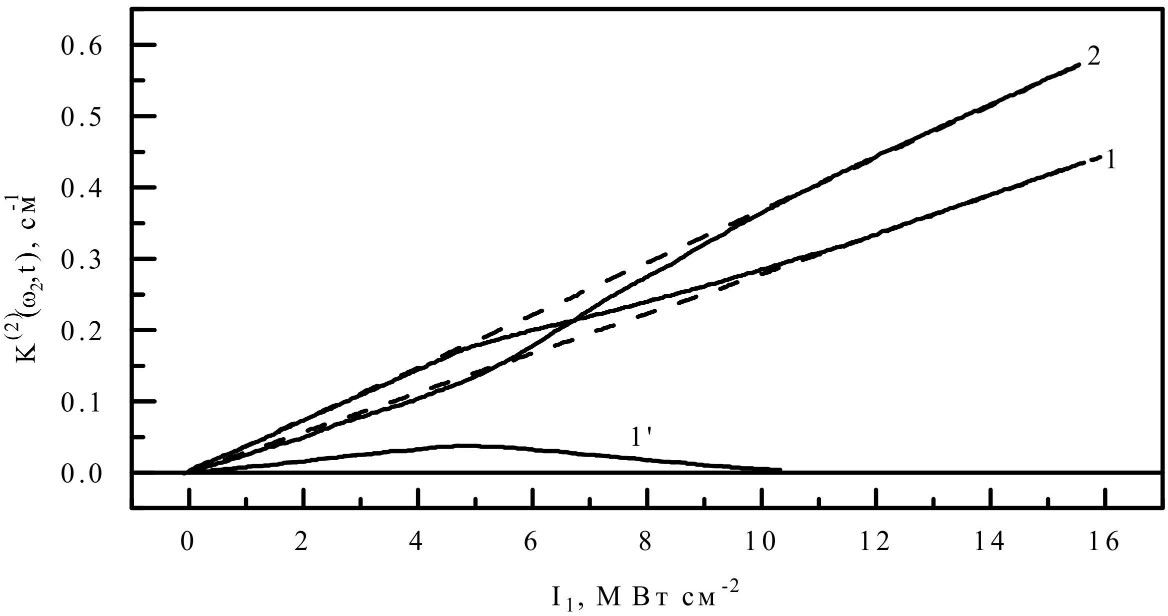


Рис.7. а – контури ліній РДФП $\hbar\omega_2$=1,27 еВ при підсвічуванні спектром $\hbar\omega_3 \in$ (0,87 еВ, 1,09 еВ) (1) і $\hbar\omega_3 \in$ (1,10 еВ, 1,32 еВ) (2) при I_1=10 МВт·см$^{-2}$, $t=\tau_Л$=15 нс, $q_1//q_2//c\perp e_1//e_2$; б– інтенсивнісні залежності ліній 1 і 2 (рис.7, а).

Узгодженість виразів (1-5) з результатами експерименту підтверджує належність лінії 1,27 еВ д-д РДФП. Д-д тип двофотонного поглинання обумовлений невизначеністю парності глибоких домішкових станів у забороненій зоні [4, 11].

Інтенсивнісні залежності лінії 1,27 еВ узгоджуються з рівнянням

$$K_2^{(2)}(\omega_2,t) = \beta_{CfV}^m(\omega_2)\cdot I(\omega_1,t)\times$$
$$\times\left[1-\frac{\sigma'_{Vf}}{\sigma'_{Vf}+\sigma'_{fC}}+\left(\frac{\sigma'_{Vf}}{\sigma'_{Vf}+\sigma'_{fC}}-\rho_{ff}^{(0)}\right)\cdot exp\left(-\frac{\sigma'_{Vf}+\sigma'_{fC}}{\hbar\omega_1}\int_0^t I(\omega_1,t)dt\right)\right] \quad (1)$$

Тут

$$\beta_{CfV}^m(\omega_2) = \frac{8\pi^2\omega_2}{c_0^2 n_1^2 n_2\hbar}\left|M_{CfV}^{(2)}(\vec{k},\vec{e}_1,\vec{e}_2)\right|^2 \frac{\Gamma_{CV}\cdot N_f}{(\omega_1+\omega_2-\omega_{cv})^2+\Gamma_{CV}^2}, \quad (2)$$

при умовах $\sigma'_{Vf}/(\sigma_{Vf}{}'+\sigma_{fC}{}') > \rho_{ff}^{(1)}(0)$ і $\sigma'_{Vf}/(\sigma_{Vf}{}'+\sigma_{fC}{}') < \rho_{ff}^{(2)}(0)$. Ці умови можуть виконуватися для глибокого домішкового рівня f, для якого $\sigma_{Vf} \neq 0$ і $\sigma_{fC} \neq 0$. Оскільки $\rho_{ff}^{(1)}(0) < \rho_{ff}^{(2)}(0)$, то лазерний імпульс дозаселяє рівень f при підсвічуванні спектром, який містив кванти $\hbar\omega_3$ від 0,87 еВ до 1,09 еВ і спустошує його при підсвічуванні спектром, який містив кванти $\hbar\omega_3$ від 1,10 еВ до 1,32 еВ. Цим умовам відповідають центри a і b. Для визначення того, через який з них здійснюється РДФП, зобразимо асимптоту інтенсивнісної залежності $K_p^{(2)}(\omega_2,\tau_\Lambda)$ (рис.7) пунктирними прямими 1 і 2. З умови екстремуму $\partial(\Delta K_2^{(2)}(\omega_2,\tau_\Lambda))/\partial I_1 = 0$ знаходимо $\sigma_{Vf}{}'+\sigma_{fC}{}' = 2\hbar\omega_1/\tau_\Lambda \cdot I_1^{ekc}$. Для $\hbar\omega_1$=1,17 еВ і $\tau_Л$=15 нс, одержуємо: $\sigma_{Vf}{}'+\sigma_{fC}{}' = 2{,}5\cdot 10^{-17}$ МВт/$I_1^{екс}$, де $I_1^{екс}$ - значення I_1, яке відповідає екстремальному відхиленню інтенсивнісної залежності від асимптоти, зображеної пунктирною лінією. Згідно рис.7,б, значення $I_1^{екс}$=5 МВт·см$^{-2}$. Тому $\sigma_{Vf}{}'+\sigma_{fC}{}' = 0{,}5\cdot 10^{-17}$ см^2.

Якщо в період дії лазерного випромінювання воно являється визначальним у зміні заселеності f – центрів, то, згідно [4].

$$\Delta K_f^{(1)}(\omega_2,\tau_\Lambda) = N_f(\sigma''_{Vf} - \sigma''_{fC})\left(\rho_{ff} - \frac{\sigma_{Vf}{}'}{\sigma_{Vf}{}'+\sigma_{fC}{}'}\right)\cdot\delta_f(t_f^e) \tag{3}$$

де N_f – концентрація f – центрів, σ' і σ' – перерізи поглинання відповідно лазерного і зондуючого випромінювання на вказаних переходах, $\rho_{ff}(0)$ – заселеність f – центрів в момент часу $t_0 = 0$,

$$\delta_f(t_f^e) = 1 - exp\left(-\frac{\sigma_{Vf}{}'+\sigma'_{fC}}{\hbar\omega_1}\int_0^{t_f^e} I(\omega_1,t)dt\right) \tag{4}$$

t_f^e - час в межах ширини лазерного імпульсу, за який f - складова осцилограми $\Delta h(\omega_2,t)$ досягає екстремального значення. Якщо ж час вимірювання значення $\Delta h(\omega_2,t)$ t_b не співпадає з t_f^e, то замість формули (4) слід використовувати формулу

$$\delta_f(t_b) = \eta\left\{\ 1 - exp\left(-\frac{\sigma_{Vf}{}'+\sigma'_{fC}}{\hbar\omega_1}\int_0^{t_f^e} I(\omega_1,t)dt\right)\ \right\}, \tag{5}$$

де $\eta = \Delta h_f(\omega_2,t_b)/\Delta h_f(\omega_2,t_f^e)$. Для визначення η можна використати складові осцилограм $\Delta h_f(\omega_2,t)$. Враховуючи, що для приблизно рівнобедреного імпульсу лазерного випромінювання $\int_0^{t_f^e} I(\omega_1,t)dt \cong \frac{1}{2} I_1\cdot t_f^e$, із (5) одержуємо:

$$\sigma'_{Vf} + \sigma'_{fC} = \frac{2\hbar\omega_1}{I_1\cdot t_f^e} ln\left[1/\left(1 - \frac{\delta_f(t_b)}{\eta}\right)\right]. \tag{6}$$

Знання відповідного $\delta_f(t_b)/\eta$=0,63 значення $I_1^{(0,63)}$ спрощує визначення $\sigma'_{Vf}+\sigma'_{fC}$. Враховуючи, що $I_1^{(0,63)}$ приблизно дорівнює половині інтенсивності $I_{1_f}^{м.з.}$, при якій експонента $\delta_f(t_b)$ зазнає максимального згину, одержуємо:

$$\sigma'_{Vf} + \sigma'_{fC} = \frac{7{,}49\cdot 10^{-25}\,МДж}{I^{м.з.}{}_{1_f}\cdot t_f^e}, \tag{7}$$

де $I_{1_f}^{м.з.}$ в МВт·см$^{-2}$, а t_f^e - в нс. Згідно рис.1 для b - складової t_b^e=30 нс. Тому $\sigma'_{Vf}+\sigma'_{fC} = 2{,}5\cdot 10^{-17}\frac{1}{I_{1_f}^{м.з.}} MBm$.

Для b – складової $I_{1_f}^{м.з.}$=5 МВт·см$^{-2}$, тому $\sigma'_{Vf}+\sigma'_{fC} = 0{,}5\cdot 10^{-17}$ см^2. Отже, РДФП в $ZnGeP_2$, якому відповідає спектральна лінія з максимумом при $\hbar\omega_2$=1,27 еВ, відбувається через проміжні стани, які належать глибоким домішковим центрам b.

Ми припускаємо, що кванти лазерного випромінювання з енергією $\hbar\omega_1$=1,17 еВ переводять електрони з b– центрів у зону провідності, а кванти зондуючого випромінювання з енергією $\hbar\omega_2$=1,27 еВ – з валентної зони на b – центри. У цьому випадку поглинання квантів лазерного випромінювання буде здійснюватися в дуже невеликій області k- значень в центрі зони Бріллюена. Тому двофотонні переходи електронів, що здійснюються із збереженням хвильового вектора k, будуть здійснюватися через b – центри тільки для електронів з k-векторами, що належать цій області значень. Отже, електрони, що приймають участь у РДФП, будуть належати вузьким енергетичним лініям, ширина яких буде визначатися константами затухання Γ_{CV}. Контури таких смуг будуть визначатися формулою

$$\Delta\chi(\omega_2,t)=\Delta\chi^{(1)}(\omega_2,t)+\chi^{(3)}(\omega_1,t)\vec{E}^*(\omega_1,t)\cdot\vec{E}(\omega_1,t),$$

якій відповідає лоренцева крива. Це погоджується з контурами спектральної лінії 1,27 еВ. Напівширина кожної з цих ліній дорівнює $\hbar\Gamma_{CV}$=0,03 еВ. Звідси час поперечної релаксації електронів на b – центрах при РДФП дорівнює $3{,}9\cdot10^{-14}$ с. Відмітимо також, що положення лінії 1,27 еВ відповідає переходам з валентної підзони, вершина якої знаходиться на глибині 0,18 еВ, а лазерне випромінювання поглинається на переходах b – центри – особлива точка M_0 – типу в області Г - точки зони Бріллюена, яка залягає на глибині 0,23 еВ зони провідності. Ця точка знаходиться на відстані від b - станів 1,16 еВ. Невелика відмінність цієї величини від енергії квантів лазерного випромінювання $\hbar\omega_1$=1,17 еВ можна пояснити деяким зміщенням цієї особливої точки M_0 відносно центру зони Бріллюена.

Збільшення інтенсивності електронної лінії 1,27 еВ при підсвічуванні спектром, який містив кванти $\hbar\omega_3$ від 1,10 еВ до 1,32 еВ, може бути пояснене тим, що при такому підсвічуванні рівноважна заселеність центрів менша, в результаті чого збільшується концентрація незаселених електронних проміжних для РДФП b - станів.

Література

1. Слэтер Дж. Диэлектрики. Полупроводники. Металлы. – М.: Мир. 1969. – 647 с.
2. Нелинейная спектроскопия/Под редакцией Н.Бломбергена. – М.: Мир, 1979. – 586 с.
3. Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики. – М.: Наука, 1989.
4. Пацкун И.И. Амплитудная модуляционная спектроскопия нерезонансного и резонансного двухфотонного поглощения в *p*-ZnP_2//Квантовая электроника, 1993. – Вып. 45. С. 3 – 30.
5. Данишевский А.М., Ивченко Е.Л., Кочегаров С.Ф., Степанова М.И. Зависимость коэффициента двухфотонного поглощения от поляризации света в полупроводниках кубической симметрии//Письма в ЖТЭФ., 1972. – 16, вып. 11. С. 625 – 628.
6. Ивченко Е.Л. Двухфотонное поглощение и оптическая ориентация свободных носителей в кубических кристаллах: InSb (PlTe, PlSe, PlS)// ФТТ, 1972. Т. 14, №12. С. 3479 – 3487.
7. Берегулин Е.В., Дворников Д.П., Ивченко Е.Л., Ярошецкий И.Д. Поляризационные свойства и линейно-циркулярный дихроизм при нелинейном поглощении света в полупроводниках группы A_2B_6// ФТП, 1975. Т.9, №5. С. 876 – 885.
8. Дворников Д.П., Ивченко Е.Л., Сальманов В.М., Ярошецкий И.Д. Линейно-циркулярный дихроизм при нелинейном поглощении света в полупроводниках группы A_2B_6 // ФТП, 1976. Т.10, №3. С.474 – 478.
9. Дворников Д.П., Ивченко Е.Л., Першин В.В., Ярошецкий И.Д. Нелинейное поглощение света в кристаллах A_3B_5. // ФТП, 1976. Т.10, №12. С. 2308 – 2315.
10. Дворников Д.П., Ивченко Е.Л., Ярошецкий И.Д. Линейно-циркулярный дихроизм в кристаллах A_3B_5 вблизи края двухфотонного поглощения//ФТП, 1978. Т.12, №8. С. 1571 – 1576.
11. Бассани Ф., Пастори Парравичини Дж. Электронные состояния и оптические переходы в твердых телах. - М.: Наука, 1972. – 391 с.

УДК-378.016

Бакал А. М.
Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова,
м. Київ

Основні принципи реалізації технології модульного навчання фізики в старшій школі

Розробка ефективних технологій індивідуалізації і диференціації навчання з фізики пов’язана, насамперед, з визначенням індивідуальних особливостей особистості учнів, які враховуються в процесі навчання, і на основі яких здійснюється диференціація. Діагностування даних особливостей на початку процесу навчання та визначення їх видозмінення в процесі навчання є необхідною умовою й найважливішими елементами цих технологій.

До найбільш перспективних технологій індивідуалізації і диференціації навчання можна віднести такі:

- технологію рівневого навчання, яка надає учням можливість обирати рівень навчання відповідно до їх потреб та здібностей і дотримуватись у навчальному процесі індивідуального темпу.
- технологію відкритого навчання, яка забезпечує навчання учнів в індивідуальному темпі за індивідуальними навчальними програмами, що створюються для навчання окремих учнів, відносяться до певних навчальних курсів або до комплексної освіти учня і враховуються вчителем при конструюванні загальної навчальної програми та здійсненні навчально-виховного процесу;
- технологію модульного навчання, зміст якої полягає в тому, що учень самостійно (або з певною допомогою вчителя) засвоює навчальний матеріал, структурований у вигляді системи навчальних елементів;

На нашу думку, саме технологія модульного навчання фізики є найбільш ефективною для роботи з учнями старших класів на певних етапах навчальної діяльності. Вона забезпечує вибір учнями індивідуальних шляхів пізнання і діяльнісних засобів в процесі опрацювання модуля, який містить матеріал певного розділу шкільного курсу фізики, структурований у вигляді системи навчальних елементів.

Модульне навчання є альтернативним до традиційного, в ньому поєднуються прогресивні надбання сучасної педагогічної теорії і практики. Технологія модульного навчання дає можливість індивідуалізувати навчально-виховний процес, забезпечити самостійне регулювання учнями своєї навчальної діяльності [1].

Мета технології модульного навчання – створити умови для засвоєння учнями змісту навчальних програм в індивідуальному темпі на основі розподілу навчального матеріалу на окремі модулі, опрацювання яких здійснюється відповідно до цілей навчання фізики. Конструювання модулів полягає у розподілі кожної теми курсу фізики на складові навчальні елементи відповідно до методичних, дидактичних і професійних завдань, а також у визначенні для всіх елементів доцільних видів та форм навчання і контролю.

Модуль – це логічно завершена частина навчального курсу фізики, яка складається з навчальних елементів – взаємопов'язаних між собою у певному співвідношенні теоретичних, емпіричних і практичних компонентів змісту. В модулі вивчається одне фундаментальне поняття або група взаємопов'язаних понять. Модуль реалізує інтегровану дидактичну мету, навчальний елемент – часткову дидактичну мету. Для утворення модуля виконується поелементний аналіз навчального матеріалу теми і виділяються навчальні компоненти змісту модуля, відповідно до яких здійснюється його структурування на такі інформаційні одиниці, подальший поділ яких у даних умовах навчання є недоцільним.

Технологія модульного навчання має забезпечити модульність при структуруванні навчального матеріалу, виділення із змісту навчання логічно обґрунтованих елементів, усвідомлення учнями особистісної перспективи навчання, всебічне консультування з боку вчителя, співпрацю. Основними принципами реалізації технології модульного навчання фізики учнів старших класів, є такі:

- навчання фізики повинно здійснюватись за окремими функціональними модулями, призначеними для досягнення конкретних завдань. Навчальний матеріал розподіляється на окремі модулі так, щоб забезпечити учню досягнення поставленої дидактичної мети, яка визначає не лише обсяг навчального матеріалу, а й рівень його засвоєння. Відповідно до навчального матеріалу інтегруються різні види і форми навчання, які спрямовані на досягнення визначеної мети;
- виділення із змісту курсу фізики логічно завершених і обґрунтованих елементів вимагає цілісного подання навчального матеріалу. Модуль повинен мати чітку структуру і складатися із сукупності навчальних елементів, які при поєднанні утворюють завершену систему. Досягнення кожної конкретної мети забезпечується в процесі опрацювання навчального матеріалу відповідного елемента [2];
- за принципом побудови модуль може відповідати на два запитання: що досліджується, і як досліджується. По-перше, модуль повинен забезпечити формування в учнів фундаментальних понять, які випливають з теоретичних припущень, спостережень або експериментів, що розглядаються в даному розділі. Такі фундаментальні поняття створюють базу для формування системи наукових знань. По-друге, навчальний матеріал модуля повинен відображати, якими методами можна проводити наукові дослідження. Очевидно, що вказані функції модуля взаємопов'язані і це повинно бути враховано при конструюванні модуля;
- здійснення модульного навчання фізики забезпечується при наявності спеціально розробленої модульної програми, яка складається з комплексу модулів, конкретизує інтегровані і часткові дидактичні цілі, рівні вимог до знань і умінь учнів, форми діяльності вчителя і учнів. Навчальний матеріал модуля повинен бути розподілений на той, що вивчається під час уроків (лекцій), практичних чи лабораторних занять, а також запропонований для самостійного опрацювання. Форми контролю та їх кількість повинні відповідати складності матеріалу даного модуля. Методи навчання при вивченні модуля можуть бути різноманітними, але узгодженими з тематикою курсу фізики;
- при використанні модульної програми в навчально-виховному процесі з фізики учні повинні бути завчасно, на певний термін навчання, ознайомлені з модульною програмою, з формами і термінами контролю, що забезпечить глибоке розуміння учнями своїх перспектив і завдань, буде сприяти виникненню особистісних стимулів щодо результатів навчання, а також дозволить учням разом із вчителем здійснювати керування процесом навчання;
- в модульному навчанні важливим фактором є взаємодія між вчителем та учнем. Вчитель повинен виконувати інформаційну, консультуючу і контролюючу функції, що буде створювати умови для спільного вибору оптимального шляху розв'язання проблеми і дозволить учням на певних етапах самостійно регулювати навчальний процес. Модульна технологія забезпечує індивідуалізацію навчального процесу учнів, дозування індивідуальної допомоги з боку вчителя, а також вдосконалення форм спілкування вчителя і учня.

Наш досвід роботи з учнями старших класів свідчить про те, що технологія модульного навчання спонукає учнів до системної навчальної діяльності, внаслідок чого результативність навчання стає значно вищою, ніж за умов традиційного навчання. Гуманістичні основи цієї технології зумовлюють її використання в системі особистісно-орієнтованого навчання фізики в старшій школі.

Література

1. А.М. Бакал. До питання використання модульної технології навчання в організації шкільного курсу фізики// Збірник наукових праць. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ. – 2003. – С. 13-16.
2. А.М. Бакал. Змістова характеристика етапів навчального модуля// Матеріали VIII Всеукраїнської наукової конференції «Фундаментальна та професійна підготовка фахівців з фізики». – Миколаїв, 2003. – С. 33–34.

УДК 373.54:53:[502]

Макаренко К.С.,
Матяш Л.О
Полтавський державний педагогічний університет,
Полтава

Вдосконалення вміння пояснювати явища природи на основі фізичних теорій учнями загальноосвітньої школи

В наш час інтенсивного зростання обсягу наукової інформації без оволодіння адекватними методами засвоєння знань з певної галузі досить важко вибрати оптимальний варіант серед альтернативних. Лише за умови постановки проблеми вибору на наукову основу можливе її раціональне розв'язання. Це вимагає від педагогічної науки пошуку методів активізації пізнавальної діяльності учнів у процесі засвоєння знань.

Одним з основних шляхів розв'язання поставленого завдання є оптимальне поєднання змісту, методів і засобів навчання на основі одного з провідних принципів дидактики – свідомості й активності учнів при керівній ролі педагога.

Педагогічна практика показує, що при навчанні фізики він не завжди є вихідним. Так, пояснення явищ навколишньої дійсності на основі фізичних теорій, як один з етапів її засвоєння, часто не забезпечує достатнього рівня свідомості й активності учнів, оскільки орієнтований на збільшення кількості однотипних вправ, а не на опанування науковим методом міркування, що лежить в основі пояснення явищ теорією певного рівня узагальнення. При цьому схематизація власного способу міркування при поясненні не узагальнюється і не стає засобом рефлексивної дії.

Неволодіння на достатньому рівні таким теоретичним методом наукового пізнання як дедуктивний приводить до того, що учні в ході пояснення явищ природи допускають логічні помилки, формування окремих елементів цього методу через таку діяльність опосередковано ускладнюється тим, що пояснення вчителів і підручника подаються у формі полісилогізмів і гіпотетичних силогізмів. Труднощі логічного характеру особливо відчувають учні, які лише починають вивчати фізичну теорію (7-8 кл.).

Розкриттю окремих елементів процесу пояснення присвячені праці М.О.Данілова, М.М.Скаткіна, А.М.Сохора, П.А.Швпоринського та ін. На логіко-пізнавальний характер пояснення вказували О.І.Бугайов, О.І.Ляшенко, Н.О.Родіна. Проведені дисертаційні дослідження в цьому напрямку (Ч.Гурбенгелдієв, В.А.Ніколаєв, М.І.Шафієв).

Не применшуючи зробленого даними авторами, відмітимо, що системного дослідження проблеми пояснення з логічного аспекту у власне методичному плані, як того вимагає теорія й практика навчання фізики, до цього часу не було.

Причини формалізму при поясненні учнями явищ природи не шукалися в змісті самої теорії, яка в згорнутому вигляді містить метод міркування, оволодіння яким необхідне для свідомого підходу до процедури пояснення.

Щодо цього відома праця Ю.О.Корелякова, де на матеріалі вивчення фізики в 7-8 класах загальноосвітньої школи досліджені особливості засвоєння учнями методу міркування, який ложить в основі причинного положення. Це дослідження показало, що підвищення якості пояснення явищ на основі фізичної теорії (молекулярно-кінетичної й електронної, пояснення яких є причинним) можливе при проведенні досліджень спрямованих на підвищення культури розумної діяльності учнів у процесі причинного пояснення.

У зв'язку з цим проблемою свого дослідження ми обрали процес формування в учнів елементів дедуктивного методу міркувань в ході поясненні явищ на основі наукових теорій.

Дидактичний аспект проблеми полягав у визначенні й розробці адекватного засобу управління пізнавальною діяльністю учнів при системному підході до оволодіння дедуктивним методом; методичний – в пошуку форм функціонування цього засобу в процесі вивчення фізичної теорії в 7-8 класах загальноосвітньої школи.

Все більше дослідників схиляються до думки, що ефективним засобом управління пізнавальною діяльністю учнів є вправи та їх системи (Л.А.Закота, Г.А.Монахова, Н.М.Тулькібаєва, П.М.Ерднієв, Б.П.Ерднієв і ін.).

Останнім часом виконано ряд досліджень щодо побудови систем вправ і задач (І.А.Бірюков, В.С.Володарський, К.В.Даутова, Г.А.Монахова, Л.Ф.Обухова та ін.), які як системотвірні фактори виділили дидактичні вимоги до задач чи змісту курсу фізики, та при цьому не прослідковувався розвиток вправи в багатокомпонентне завдання, як системотвірний фактор, не розглядалося логічне відношення.

В основу побудови системи вправ ми поклали:

а) відношення підпорядкування, яке лежить в основі дедуктивного методу на формально-логічному рівні;

б) структуру розумової діяльності учнів у зв'язку з засвоєнням даного відношення на цьому рівні.

Основою для розв'язання методичного аспекту проблеми стали принципи оптимізації навчально-виховного процесу та діяльнісний підхід до нього, виражені в ідеї укрупнення дидактичних одиниць.

Мета статті – описати особливості конструювання системи вправ, направленої на формування вміння пояснювати явища на основі теорії певного рівня узагальнення та особливості її ефективного функціонування в навчальному процесі.

Одним із перспективних і недостатньо вивчених шляхів вдосконалення вміння пояснювати явища природи на основі фізичних теорій є оволодіння методом міркування, що в «знятому», «згорнутому» вигляді містить та чи інша теорія і реалізується через процес пояснення.

З усіх аспектів проблеми пояснення був вибраний логічний. За такого підходу до пояснення суть його полягає у встановленні логічного зв'язку між відображенням об'єкту в мові, і мовним відображенням інших об'єктів.

Пояснення явищ на основі молекулярно-кінетичної і електронної теорій є дедуктивним, його моделлю є «дедуктивна схема міркування» (К.Гемпель і П.Опенгейм). У запропонованих, згідно мети дослідження змістовних межах, модель, конкретизована С.П.Нікітіним, може бути представлена таким чином:

C_1, C_2, C_3…,C_K – основні положення молекулярно-кінетичної і електронної теорій;

L_1, L_2, L_3, …, L_K – поняття й закони, суть яких розкривається на основі виділених теорій;

E – опис явища, яке необхідно пояснити, подане в формі текстової якісної задачі.

Незважаючи на те, що дана модель не відображає структури розумової діяльності в дедуктивному поясненні, вона дозволяє:

- встановити коректність побудованого пояснення чи такого, яке необхідно побудувати;
- виділити його структурні елементи.

Таким чином, була встановлена можливість оволодіння дедуктивним методом міркування через раціональну організацію процесу пояснення явищ на основі виділених теорій. Введені вікові межі дозволяють говорити про системне оволодіння методом лише на формально – логічному рівні.

Виходячи з того, що молекулярно-кінетична та електронна теорії одного рівня узагальнення, яке зберігає інваріантність формально-логічних структур при переході від пояснення явищ на основі однієї до пояснення на основі іншої, ми прийшли до висновку про можливість перенесення даного методу на зміст виділених теорій.

Дедуктивне пояснення будується за правилами формальної логіки. Виходячи з можливостей інтелекту прослідковувати без ускладнень умовиводи, що складаються з трьох речень, в формальній логіці виділяються такі підходи до аналізу правильності умовиводів;

- зведення умовиводу до відомої формули силогізму;
- узагальнений спосіб, що ґрунтується на вмінні встановлювати співвідношення між поняттями. Оволодіння цим умінням потребує певного рівня логічної культури.

Спроби заповнити пробіли у вихованні логічної культури учнів введенням логіки як спеціального предмету не дали результатів. Не можна вивчати в школі логіку у відриві від предметів, де вона широко використовується. Опосередковане засвоєння логічних структур відбувається в процесі засвоєння математичних понять і моделей. З метою вивчення пропедевтичного етапу у формуванні логічної культури ми проаналізували можливості математики як навчального предмету на рівні 5-6 класів. У процесі вивчення математики логічні знання та вміння у 5 класі застосовуються як у явному, так і неявному вигляді. Так, наприклад, у вигляді умовних висловлень сформульовані правила порівняння й округлення натуральних чисел, основна властивість дробу, основна властивість пропорції та ін. У 5 класі передбачається також виконання певних логічних операцій з поняттями: означення, поділ, класифікація на основі виділення суттєвих властивостей (виділити суттєві властивості натурального ряду, координатної прямої, геометричних фігур) [1].

Встановлений рівень логічних знань та умінь учнів як 5, так і 6 класу, дозволяє зробити висновок, що формування умінь означувати поняття, проводити класифікацію понять, міркувати за аналогією, знаходити закономірності краще здійснювати опосередковано.

Спинимося на проведенні пропедевтичної роботи з формування перед знань про необхідні і достатні умови .

Дітям цього віку мало відоме розчленування випадку необхідності умови В для А і достатності умови В для А. Однак загальний підхід, згідно з яким пряме і обернене імплікативне судження в разі їх істинності можна замінити одним за допомогою логічної зв'язки «тоді і лише тоді», виявляється доступним дітям.

Міркування, які застосовуються при вивченні математики у 5-6 класах переважно представлені суто умовно, умовно-категорично і розділово-стверджувально.

Слід пам'ятати, що учні даного віку використовують прості дедуктивні міркування, здебільшого орієнтуючись на змістові зв'язки. Головним критерії істинності проведених міркувань є відповідність відомим фактам [2,3].

Отже, рівень володіння логічною культурою залежить від змісту навчального предмету.

У методиці навчання фізики немає єдиного погляду на місце логічних знань в курсі фізики. Одні автори (В.Ф.Юськович і ін.) вважають включення у вивчення фізики логічних знань недоцільним, а інші А.В.Усова, В.В.Зав'ялов і ін.) вказують на їх необхідність. Та коли мова іде про свідоме й вільне оволодіння силогічною формою в процесі вивчення фізичної теорії учнями середніх класів думки методистів співпадають – така розумова діяльність не під силу учням виділеної вікової групи.

Вчити учнів встановлювати співвідношення між поняттями можна вже з 8 класу загальноосвітньої школи (А.В.Усова, В.І.Рєшанова, Л.А.Бірюков і ін.). Ґрунтуючись на висновку вказаних авторів, що в основі будь-якого обґрунтованого міркування лежить відношення підпорядкування (роду і виду), ми зупинилися саме на цьому відношенні.

Аналіз літературних джерел дав можливість визначити критерій для оцінки якості пояснення учнями явищ на основі фізичної теорії, яким може виступати текстова якісна задача на пояснення явищ. Під нею розуміється задача, задачна ситуація якої реалізує причинно-наслідкові зв'язки.

Шкільна практика показує, що при вивченні фізики в 7-8 класах вчителі орієнтуються здебільшого, на озброєння учнів практичними методами наукового пізнання. Такий стан справ обумовлений перш за все недостатньою розробленістю теоретичних методів у межах, доступних для оволодіння учнями виділеної вікової групи.

Наявність окремих елементів опосередкованого формування в учнів основної школи дедуктивного методу міркування (активне використання класифікаційних схем, складання логічних задач за логічною структурою і ін.) говорить про те, що в практиці масової школи визріли умови для системного підходу до формування в учнів 7-8 класів загальноосвітньої школи методу міркування за дедукцією. Цьому сприяє і структура курсу фізики для цих класів.

При вивченні стану шкільної практики з логічного аспекту процесу пояснення було проведено серію експериментів.

Якісний аналіз результатів самостійної роботи показав, що в процесі обґрунтування учнями розв'язків якісних задач на пояснення явищ прослідковується розкриття зв'язків

спостережуване → положення фізичної
явище ← теорії (м.-к.; електронної) або
спостережуване → фізичне
явище ← поняття
зв'язки: спостережуване → фізичне ← положення фізичної
явище ← поняття ← теорії (м.-к.; електронної)
в повному обсязі не розкривалися.

З переходом до 8 класу учні більше апелюють до фізичного поняття у процесі пояснення явищ природи.

Для визначення місця початкового вміння дедуктивного пояснення в системі роботи над поняттям (А.В.Усова) був проведений другий етап експерименту.

Статистичне опрацювання результатів тестування методом рангової кореляції за Спірменом дало можливість зробити висновок про необхідність введення виділеного вміння на рівні віддиференціювання поняття, що вивчається, від родового.

Аналіз підручників для 8 класу загальноосвітньої школи показав, що система вправ поміщена в них не може бути основою для формування в учнів вміння дедуктивного пояснення, оскільки в ній не подані вправи всіх рівнів засвоєння даного вміння.

Таким чином, ми прийшли до висновку про необхідність і доцільність розроблення методики цілеспрямованого формування в учнів 8 класу вміння дедуктивного пояснення через систему вправ, інваріантом якої виступає логічне відношення підпорядкування з врахуванням факторів, що позитивно впливають на цей процес:

- зразки пояснення, що пропонує вчитель чи підручник;
- практикування письмового запису обґрунтованого розв'язку якісних задач;
- використання класифікаційних схем;
- складання задач, інваріантних за логічною структурою обґрунтування.

При розробці системи вправ ми виходили з розуміння цього терміну П.М.Ерднієвим (система вправ повинна складатися з певного набору їх типів, порядок слідування яких обґрунтований) і конкретизованим в підходах до практичного конструювання системи вправ (Л.А.Бірюков, Л.А.Воробйов), що на нашу думку є найбільш близьким до розуміння поняття «система».

Виходячи з цього розуміння системи вправ було виділено відношення, що несе в собі ознаки цілісності – логічне відношення підпорядкування.

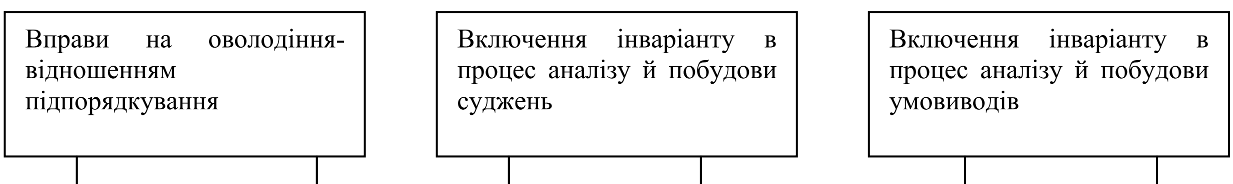
Розгортання виділеного відношення в навчальному процесі як елементу розумової діяльності учнів у зв'язку з його засвоєнням дозволило виділити основні його структурні елементи – форми мислення: поняття, судження, умовивід.

Враховуючи взаємозв'язок форм мислення, і структурних елементів мови та їх ієрархічну підпорядкованість в межах дослідження, ми виділили такі етапи формування дедуктивного методу міркування:

- встановлення відношення підпорядкування між окремими термінами;
- застосування вміння встановлювати відношення підпорядкування між окремими термінами до аналізу і побудови суджень;
- застосування вміння встановлювати відношення підпорядкування між термінами до аналізу й побудови умовиводів.

Як предметна ділянка, на якій проходить розгортання виділеного відношення на ІІ етапі, виділено – процес побудови й аналізу означень; на ІІІ етапі – процес розв'язування якісних задач.

З врахуванням предметної ділянки була розроблена практична система вправ[7, ст.16].



Пропонуємо зразки вправ різних типів.

Вправи І типу:

1.1. Яке поняття: “речовина”, “рідина”, “вода” є більш загальним? Розмістіть вказані поняття в порядку зростання загальності.

1.2. Доберіть приклади, які показують, що поняття “речовина” більш загальне ніж “рідина”.

Вправи ІІ типу:

2.1. Ту частину внутрішньої енергії, яку тіло отримує або втрачає при теплопередачі, називають кількістю теплоти. Чи є кількість теплоти фізичною величиною? Чи можна з означення випустити слова “при теплопередачі”? Чому? Чи можна в означенні “при теплопередачі” замінити словами “при теплообміні”? Чому?

2.2. Знайдіть у підручнику пояснення, що слід розуміти під випромінюванням, теплопровідністю, конвекцією. Що об’єднує ці поняття? Що їх роз’єднує? Дайте означення поняття: теплопровідність, випромінювання, конвекція.

Вправи ІІІ типу:

3.1. На якому явищі ґрунтується соління овочів, риби та ін. продуктів? Відповідь обґрунтуйте.

Обґрунтування будується за І фігурою силогізму модусу ААА.

3.2. Шматочки замазки і парафіну з’єднали за звичайних умов. Чи спостерігається при цьому явище дифузії?

Обґрунтування будується за ІІ фігурою силогізму модусу АЕЕ.

Обґрунтування якісних задач на пояснення явищ являє собою умовивід, що складається з ряду речень, в основному більше ніж три, причому друге залежить від першого і т.д. (в логіці такі умовиводи називаються сорітами).

Узагальнений підхід до розв’язування задач, оснований на ідеї змістових (теоретичних) узагальнень (В.В.Давидов), передбачає оволодіння узагальненим способом розв’язування певного виду задач на основі теоретичного аналізу однієї – двох. Для усвідомленого підходу до такого аналізу необхідно володіти його засобом. Як такий засіб нами розглядається метод міркування за дедукцією, що має здатність виконувати функцію розумової рефлексії в процесі обґрунтованого міркування.

Функціонування системи вправ, спрямованої на оволодіння цим методом, забезпечувалося:

- через визначення місця системи в змісті самої теорії як системи понять (на рівні в і диференціювання понять від родового);
- врахуванні факторів, що забезпечують активне функціонування системи;
- через врахування закономірностей навчальної діяльності й встановленої психологічною наукою структури пізнання (поданих на даному рівні в рекомендаціях В.Ф. Паламарчук) щодо формування прийомів і методів навчальної діяльності;
- врахування факторів, що сприяють укрупненню дидактичних одиниць: конструювання вправ навколо понять однієї класифікаційної групи (укрупненню сприяє наявність одних і тих же слів або словосполучень в ланцюгу доведень, обґрунтувань) (М.П. Ерднієв, Б.П. Ерднієв); усунення калейдоскопічності й ізольованості вправ (формування вміння проходило через серію узагальнюючих уроків; вправи всіх трьох типів розв’язувалися на одному уроці);
- вправи ІІІ типу перетворювалися в багатокомпонентні завдання (доповнювалися такими елементами: складання задачі, що має спільне пояснення з вихідною задачею; складання й

розв’язування задачі, узагальненої за логічною структурою пояснення; складання й розв’язування оберненої задачі).

Взаємооберненими задачами можна вважати такі: текстова якісна задача, в якій конкретне явище підводиться під фізичне поняття (обґрунтування розв'язку будується за І фігурою силогізму модусу ААА) – умовно пряма задача, в якій необхідно виключити певне явище з об’єму, який охоплює фізичне поняття (обґрунтування розв’язку будується за ІІ фігурою силогізму модусу АЕЕ) – умовно обернена.

В основу виділення рівнів сформованості дедуктивного методу міркування покладено творчу активність учнів (за В.Г. Разумовським). Залежно від вміння учнів виконувати певні види завдань та з врахуванням етапності в формуванні самого вміння виділені такі рівні:

Перший рівень – учні правильно виконують вправи на застосування окремих дій, що входять до складу початкового вміння дедуктивного пояснення та вміння в цілому на виконавському рівні (володіють інваріантом). Другий рівень – учні правильно виконують вправи на продуктивному рівні застосування вміння, що формується поза зв’язком з іншими інтелектуальними вміннями одного рівня (міркування за індукцією). Третій рівень – учні правильно застосовують вміння в комплексі з вмінням міркувати за індукцією. Формування в учнів певних методів розумової діяльності проходить у процесі оволодіння адекватними методами навчальної діяльності. Засвоєння методу міркування за дедукцією на формально-логічному рівні проходить через дедуктивне пояснення.

На сучасному етапі розвитку педагогічної науки інтенсивно розвиваються два шляхи формування прийомів і методів навчальної роботи: прямий – пряме навчання прийому (Н.М. Менчинська, К.Є. Кабанова-Меллер, В.Ф. Паламарчук та ін.); опосередкований через засвоєння певним чином організованих знань (В.В. Давидов, В.В. Мултановський, В.І. Рєшанова та ін.).

Аналіз виділених шляхів формування прийомів навчальної діяльності показав, що вони мають свої позитивні й негативні моменти. Дослідження орієнтоване на оптимальне поєднання цих шляхів: вправи І типу, спрямовані на засвоєння учнями матеріалізованої форми виділеного відношення прямим шляхом. Вправи ІІ і Ш типів побудовані так, щоб це відношення засвоювалося учнями опосередковано.

Нами пропонується конструювати вправи всіх трьох типів навколо понять однієї класифікаційної групи.

Традиційна методика пропонує використовувати класифікаційні схеми в основному для систематизації знань. При цьому не розкривається в повному обсязі зв’язок понять однієї класифікаційної групи з теоретичними положеннями, що розкривають їх суть, не прослідковується зв’язок явищ природи з положеннями фізичної теорії через фізичне поняття (про що свідчить констатація). Включення піраміди понять однієї класифікаційної групи в повноцінний акт діяльності – побудову означення поняття та обґрунтування положень на основі фізичної теорії дозволяє більш повно розкрити взаємозв’язки:

явище → фізичне → положення
природи ← поняття ← м.-к. (електр.) теорії

Коли мова йде про оволодіння формами мислення, то важливо враховувати вікові особливості учнів, ґрунтуючись на дослідженнях психологів (П.П. Блонського, Л.С. Виготського, В.А. Крутецького і ін.) було визначено, що саме підлітковий вік сензитивний для системного навчання вмінню обґрунтовано міркувати.

Узагальнюючи дослідження параметрів системи вправ та основних методичних підходів, ми прийшли до висновку, що виділена її структура і методика функціонування сприяв цілісному формуванню дедуктивного методу міркування на формально-логічному рівні в процесі вивчення фізичної теорії.

Його метою було встановлення:
- можливості формування початкового вміння дедуктивного пояснення на базі розробленої методики;
- впливу сформованості вказаного вміння на процес пояснення явищ на основі молекулярно-кінетичної і електронної теорій.

У процесі формуючого експерименту уточнювалося місце цілісного формування методу міркування за дедукцією серед загальних прийомів розумової діяльності, з’ясовувалась доцільність формування методу через систему вправ, визначалася питома вага вправ різних типів в розробленій системі, вплив розробленої методики на теоретичність процесу причинного пояснення, виконання рефлексивної функції даним методом.

Статистичне опрацювання даних експерименту проводилося такими способами (за А.А. Киверялгом): [7, с.20-22]

- при оцінці ефективності розробленої методики формування початкового вміння з дедуктивного пояснення – спосіб оцінки достовірності різниці між коефіцієнтами надійності виконання завдань контрольними й експериментальними класами (спосіб різниці);
- при визначенні зв’язку між сформованістю вміння пояснювати і виконанням творчих завдань на встановлення причинно-наслідкових зв’язків на основі молекулярно-кінетичної і електронної теорій;
- спосіб достовірності на основі аналізу коефіцієнта кореляції (метод лінійної кореляції за К. Пірсоном).

Експерименти показали, різниця отриманих результатів в контрольних і експериментальних класах збільшувалася в міру оволодіння початковим умінням дедуктивного пояснення, засвоєння лише матеріалізованої форми відношення підпорядкування між термінами не дає бажаного результату, про що свідчить недостовірність різниці коефіцієнтів надійності після проведення І контрольного зрізу.

Аналіз результатів, опрацьованих другим способом, показав:
- на низькому рівні сформованості методу міркування за дедукцією зв’язок практично відсутній;

- в міру засвоєння методу зв'язок цілком визначений як на матеріалі теми «Теплові явища», так і на матеріалі теми «Електричні явища».

Якісна оцінка спостережуваних педагогічних явиш проводилася з метою розкриття рефлексивної функції, яку виконує початкове вміння дедуктивного пояснення в процесі вивчення фізичної теорії. Так, при аналізі означень учні експериментальних груп прагнули встановити тотожність між виразами, про що свідчило використання такої термінології «перше правило ідентичне другому...», «... це на мій погляд одне і те ж...» Тоді як більшість учнів контрольних груп обмежувалися відповідями «так» і «ні».

Різниця в відповідях учнів була тим помітніша, чим вищий був рівень завдання. В процесі розв'язування якісних задач учні експериментальних груп все більше апелювали до означення поняття.

Відмінність у способі мислення учнів стала відчутнішою при переході до вивчення теми «Електричні явища». При розв'язуванні некоректно сформульованої задачі учні експериментальних груп пішли в напрямку відшукання негативного наслідку, до якого приводить результат задачі. У групах контрольних класів учні впевнено давали відповідь на запитання задачі.

Якісний і кількісний аналіз формуючого експерименту підтвердили гіпотезу дослідження й довели педагогічну доцільність розробленої і теоретично обґрунтованої методики формування початкового вміння дедуктивного пояснення в процесі вивчення фізичної теорії учнями основної школи.

Таким чином, проблема формування в учнів 8 класу елементів дедуктивного методу міркування на формально-логічному рівні в процесі пояснення явищ природи на основі фізичної теорії може бути розв'язана при організації вчителями адекватної діяльності, яка ґрунтується на принципі структурування навчального матеріалу навколо логічного відношення підпорядкування.

Виходячи з результатів дослідження, вчителям основної школи можна пропонувати використання розробленої системи вправ та методики її розв'язання, [4,5,6,8] яка ґрунтується на ідеї укрупнення дидактичних одиниць. Взаємодія учителя й учнів при цьому повинна будуватися таким чином, щоб задачі формування дедуктивного методу міркування, поставлені вчителем, ставали особистими задачами кожного учня. Лише за цієї умови засвоєний метод перетворюється в засіб рефлексивної дії.

Розглянута проблема не вичерпується цим дослідженням. Потребують дальшого вивчення питання: взаємодії дедуктивного й індуктивного методів міркування в процесі причинного пояснення; врахування індивідуально-типологічних особливостей учнів при формуванні методу міркування за дедукцією; пошуку активних форм організації пізнавальної діяльності учнів на уроці в зв'язку з засвоєнням виділеного наукового методу пізнання, підготовка вчителів до реалізації розвивальних технологій навчання (деякі аспекти виділеної проблеми розглянуті в роботі [9]).

Література:

1. Акуленко І. Вправи з логічним навантаженням на уроках математики в 5-6 класах// Математика в школі. – 2002. – №5. – С. 35-38.
2. Акуленко І. Розвиток логічного мислення учнів 5-6 класів // Математика в школі. – 1998. - №2. – С. 22-24.
3. Акуленко І.А. Вправи з логічним навантаженням на уроках математики в 5-6 класах : Автореф. дис.... канд. пед. наук:13.00.02 – К., 2000 – 20 с.
4. Макаренко К.С., Гнатюк В.А., Методика навчання учнів обґрунтуванню розв'язків якісних задач: Методичні рекомендації для вчителів (8 кл. загальноосвітньої шкоди, рівень В). – Полтава: НГДУ. 1994. – 24 с.
5. Макаренко К.С. Логіка на уроках фізики // Рідна школа. -1994. – №10. – С. 51-52.
6. Макаренко К.С. Логічна підготовка як елемент професіограми сільського вчителя// Проблеми сільських навчально-виховних закладів / Тези всеукраїнської науково-практичної конференції. – Полтава: ПДПІ: ПОІПОПП, 1994. – С. 132.
7. Макаренко К.С. Формування в учнів елементів дедуктивного методу міркування в процесі пояснення явищ природи на основі фізичних теорій.: Автореф. дис....канд. пед.наук:13.00.02 – К.: УДПУ. –1994. – 24 с.
8. Макаренко К.С. Формування в учнів загальної логічної культури у процесі засвоєння фізичної теорії // Методичні особливості викладання фізики на сучасному етапі / Тези доповідей і повідомлень міжвузівської науково-практичної конференції. – Кіровоград: КДПІ, 1994. – С.123-124.
9. Матяш Л.О., Мирна Н.Г. Розвиток пізнавальної активності студентів на практичних заняттях – важлива складова підготовки вчителя математики / Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи. Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції. – Полтава, ПДПУ, 2003. – С. 116 – 117.

А.В. Грохольська

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова,

Київ

Місце лекції-візуалізація при вивченні курсу методики навчання математики в умовах модульно-кредитної системи навчання

Перебудова системи освіти та перехід на кредитно – модульну систему навчання створює нові умови і пред'являє нові вимоги до особистості викладача та діяльності студентів, підвищує рівень відповідальності останніх за систематичність та результативність навчання. Існуюча традиційна модель навчання, слабким місцем якої є пасивність тих, хто навчається при високій активності викладача, не відповідає новим умовам і вимогам.

Все частіше поряд з традиційною моделлю стали використовувати нові моделі навчання (активні, інтерактивні, інтеріоактивні) та відповідні їм організаційні методи і форми.

Метою статті є з'ясування змісту двох співзвучних за назвою моделей навчання – інтерактивна та інтеріоактивна та можливості їх реалізації за допомогою лекції з елементами візуалізації.

Слово "інтерактив" прийшло до нас з англійської мови від слова "interact", де "inter" – взаємний і "act" – діяти. Отже інтерактивний – здатний до взаємодії, діалогу.

В педагогіці розрізняють три моделі навчання. В 60 – х р. XXст. Я. Голант виділяв активну та пасивну моделі навчання залежно від участі учнів в навчальному процесі, останнім часом розглядається третя – інтерактивна модель навчання. В стислій формі дамо їх порівняльну характеристику у вигляді таблиці 1.

Різні моделі навчання. **Таблиця 1**

№ п/п	Назва моделі навчання	Мета навчання	Роль		Лекції, які обслуговують модель	Умови реалізації моделі
			викладача	студентів		
1.	Пасивна	Одержання інформації з теми	Інформатор (основний поставник знань)	Об'єкт навчання споживач знань)	Лекція – монолог	Дошка, крейда
2.	Активна	Формування дій та операцій, які лежать в основі професійної діяльності майбутнього фахівця	Режисер, який створює умови активної пізнавальної діяльності студентів	Суб'єкт навчання	Лекція – діалог, лекція з аналізом конкретних випадків чи ситуацій, лекція з елементами колективного дослідження, лекція – мозковий штурм тощо.	В додаток екранні засоби наочності, кодоскоп, мульти-медійна дошка тощо.
3.	Інтерактивна	Інформація - засіб досягнення мети	Менеджер, консультант	Суб'єкт здатний до активної самостійної пізнавальної діяльності	Проблемна лекція, лекція – дискусія, лекція – презентація, лекція – конференція тощо.	В додаток наявність спеціально розроблених дидактичних матеріалів для активизації самостійної пізнавальної діяльності

"Інтеріоактивні" (від лат. "Interioris" – внутрішній) походить від "інтеріоризація" – процес перетворення реальних дій з моделями, речами у внутрішні ідеальні. На думку видатного психолога Л.С. Виготського – будь-яка форма людської психіки спочатку утворюється як зовнішня, соціальна форма спілкування між людьми, як трудова або інша діяльність і лише з часом в результаті інтеріоризації стає компонентом психіки індивіда. Інтеріоактивне навчання базується на використанні методичної системи, основу якої становлять активізаційні методи навчання, що забезпечують формування особистісне, професійно та соціально значущих якостей тих, хто навчається, через інтеріоризацію за рахунок спеціально створених умов навчального середовища.

Пріоритетними принципами інтеріоактивного навчання є:

- проблемність (основу якої становлять ситуації з оточуючої дійсності зв'язаних з інтересами і проблемами тих, хто навчається);
- професійна орієнтованість;
- спрямованість на самонавчання (студент в першу чергу повинен нести відповідальність за результати навчання); викладач – помічник, консультант;
- орієнтованість на наявний досвід студентів;

- наявність систематичного зворотного зв'язку (постійна оцінка викладача та самооцінка студента результативності своїх дій);

Методами та формами інтеріоактивного навчання є: методи дидактичних дискусій (круглий стіл, метоплан), інсценізації, випадків, ситуацій та різноманітних дидактичних ігор. Вичерпна характеристика вказаних методів і форм наведена в літературі [3].

Використання перерахованих методів та форм інтерактивної та інтеріоактивної моделей навчання потребує набагато більше часу ніж традиційна лекція – монолог і по іншому обладнаних аудиторій.

З'ясуємо деякі можливості здійснення навчального процесу на різних видах лекцій в існуючих умовах відповідно до сучасних вимог і моделей навчання за рахунок візуалізації інформації.

Психолог Б.Г. Ананьєв зазначав, що сприйняття через зорову систему здійснюється на трьох рівнях: відчуття, сприйняття і уявлення, а через слухову систему лише на рівні уявлення [1].

Професор Н.В. Краснов наводить наступні дані з приводу сприймання людиною інформації: "... людина запам'ятовує 15% інформації, яку вона одержує через слуховий канал і 25% – в зоровий; якщо ж ці способи передачі інформації використовуються одночасно, вона може сприйняти до 65% обсягу цієї інформації" (4).

Використання наочності є рушійною силою роботи як механізмів сприйняття та пам'яті так і механізму мислення, бо спроможне впливати через центри емоцій та розгальмування на механізм мислення. Це відбувається за рахунок роботи обох півкуль, а не однієї лівої, логічної, що забезпечує засвоєння точних наук. В умовах візуалізації розпочинає працювати і права півкуля, яка відповідає за образно – емоційне сприйняття інформації.

Лекція-візуалізація являє собою перетворення усної інформації у візуальну форму. Викладач готуючись до такої лекції повинен розробити такі демонстраційні матеріали, які б не тільки доповнювали мовну інформацію але і самі були її носіями. Читання такої лекції зводиться до вільного, розгорнутого коментування підготовлених візуальних матеріалів з боку викладача чи за участю студентів та дають можливість залучити студентів до активної частіше всього самостійної пізнавальної діяльності.

Розглянемо приклади можливостей удосконалення основних видів лекцій (вступної, тематичної, підсумкової) з курсу методики навчання математики через її візуалізацію.

В умовах кредитно – модульного підходу навчання на вступній (вводній) лекції в додаток до традиційного змісту (характеристика навчальної дисципліни, історичної довідки, цілей і завдань), необхідно включити інформацію про зміст, форми вивчення, види контролю, самоконтролю та літературу.

Це зручно представити у формі таблиць 2 і 3 за допомогою будь-яких існуючих у вузі екранних засобів наочності.

Таблиця 2

Робоча програма

з методики навчання математики

для IV курсу, спеціальностей "мф", "ме"

Лекцій – 11год. **Укладач: доцент Грохольська А.В.**

Практичних занять – 22 год.

Консультацій – 3 год. Срс – 20 год.

№	Тема	К-ть годин	Дата проведення	Примітки про самостійну роботу	К-ть годин	Види контролю	Дата проведення
1.	Наближені обчислення в шкільному курсі математики	2	16.03.2006	Округлення натуральних чисел та десяткових дробів. Використання знань з теми на уроках геометрії і фізики. Можливі теми бінарних уроків.	3	Розрахункова робота. Модульна перевірочна робота № 1	30.03.2006 30.03.2006
2.	Геометричні побудови в курсі	2	30.03.2006	Місце побудов в	4	Розрахункова	13.04.2006

	планіметрії			темах: “Чотирикутник”, та “Геометричні перетворення”. Різні методи розв’язування задач на побудову.		робота. Модульна перевірочна робота № 2	
3.	Чотирикутники, многокутники, вписані і описані многокутники	2	13.04.2006	Описані многокутники	2	Модульна перевірочна робота № 2	27.04.2006
4.	Геометричні перетворення фігур: рухи, перетворення подібності, гомотетія	2	27.04.2006	Осьова симетрія, поворот, гомотетія. Метод геометричних перетворень.	4	Модульна перевірочна робота № 3 Опорний конспект за наведеною викладачем структурою	25.04.2006
5.	Вектори на площині	2	11.04.2006	Віднімання векторів. Колінеарні вектори. Векторний метод.	4	Модульна перевірочна робота № 3	25.04.2006
6.	Геометричні величини в шкільному курсі планіметрії	2	25.04.2006	Градусна міра кута. Площа ромба, трапеції. Довжина кола, частин круга.	3	Модульна перевірочна робота № 4	29.04.2006

Основна література

1. Альтернативні підручники з алгебри і геометрії для основної школи.
2. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5 – 12 класи / М – во освіти України. – К.,2005. – 64 с.
3. Бевз Г.П. Методика викладання математики. Навч. посібник. – 3 – тє вид., перероб. і доп. – К.Вища школа, 1989. – 367с.
4. Груденов Я.М. Совершенствование методики работы учителя математики: Кн.. для учителей. М..Просвещение,1990. – 223с.

Таблиця 3

<table>
<tr><td colspan="29">Структура кредитно – модульно – рейтингової системи (КМРС)
Навчання з курсу методики викладання математики для спеціальності 7.080101 “Математика” у VIII семестру (11тижнів)</td></tr>
<tr><td>№</td><td>П.І.Б. студента</td><td colspan="5">Лекції 11годин</td><td>Підсу-мок за лекцій-ний курс пози-ція 1</td><td colspan="4">Оцінка знань, умінь на основі експрес контролю з кожного модуля позиція2</td><td colspan="11">ПРМЗ (22год.) позиція 3</td><td colspan="3">Гурток позиція 4</td><td>Підсу-мок в балах по позиції (1 –4)</td><td>Оцінка семест. роботи</td><td>Екзем. оцінка</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td></td><td>№1</td><td>№2</td><td>№3</td><td>№4</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11 к.р</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>Набли-жені обчис-лення</td><td>Геомет-ричні побу-дови мно-гокут - ників</td><td>Геомет-ричні перет - ворення. Вектори</td><td>Геомет-ричні величини</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Вимоги до студентів</td><td colspan="7">з позиції 1</td><td colspan="4">з позиції 2</td><td colspan="11">з позиції 3</td><td colspan="3">з позиції 4</td><td colspan="3" rowspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="7">1.Присутність 2
2.Наявність конспекту 2
3.Ефективна участь у розв’язанні проблемних питань - (1 до 4)
4.Виконання дом. завдання:
-пророблення теми за шкіл. підручниками 2
індивідуальні завдання (одне в семестр) 5

max $5 + 5 \cdot 4 = 25$</td><td colspan="4">1. Знання підручника з ШКМ від 1до2
2.Рівень методичних умінь від 1 до 3

max 20</td><td colspan="11">1. Присутність (відсутність -2)
2.Ступінь готовності до заняття
3.Виконання групового завдання (не виконання -2)
4. Наявність опорних конспектів (відсутність їх -2)
5.Участь у діловій грі або інших активних формах заняття від 1до 4 по захисту виконаного завдання

max 40 + max за к.р.6 = 46</td><td colspan="3">Участь у роботі проб. груп (гурток з ШКМ)

max
$3 \cdot 3 = 9$</td></tr>
<tr><td colspan="29">25 + 20 + 46 + 9 = 100</td></tr>
<tr><td colspan="29">Підсумкову кількість балів студент має право підвищити за рахунок екзамену (по всім або окремим модулям) до 100 балів</td></tr>
</table>

Передбачається ведення обліку успішності у формі заповнення таблиці 3 студентами, старостою і викладачем.

Кожну тематичну лекцію необхідно розпочинати з презентації її теми, мети, плану, літератури, проблемних завдань із вказівкою на те, які будуть розв'язуватися на лекції, які на практичних (семінарських заняттях), які є об'єктом самостійної роботи студентів в позааудиторний час, вид контролю. Презентацію зручно і швидко провести з допомогою будь-якого екранного засобу наочності. Наведемо зміст такої презентації до теми :" Геометричні побудови в курсі планіметрії".

ТЕМА: ГЕОМЕТРИЧНІ ПОБУДОВИ В КУРСІ ПЛАНІМЕТРІЇ

МЕТА: Охарактеризувати різні методи розв'язування задач на побудову і методику їх вивчення.

ПЛАН: 1. Види задач на побудову і методи їх розв'язування.

2. Основні побудови.

3. Методика формування умінь розв'язування задач на побудову :

- тих, які зводяться до основних побудов;
- методом геометричних місць точок;
- методом геометричних перетворень;
- алгебраїчним методом.

Проблемні питання (завдання)

1) Чи є різниця і в чому вона полягає між:

а) видами задач на побудову,

б) методом їх розв'язування, які розглядаються у :

- вузівському курсі геометрії
- елементарній математиці
- основній школі
- старшій школі (Л.пит.1)

2) Чи однозначні погляди методистів на етапи розв'язування задач на побудову? (Л.пит.2)

3) Знайти місце в шкільному курсі геометрії кожному із перерахованих методів розв'язування задач на побудову (СРС, С.з.)

4) Можливості здійснення алгоритмічного підходу при формуванні умінь розв'язування задач на побудову (Л.пит.2,3)

5) Проаналізувати задачі на побудову в темі "Чотирикутники" (8 кл.) і вказати методи їх розв'язування (Срс, С.з.)

6) В чому полягає різниця вивчення теми в різнопрофільних класах (Срс, С.з.).

Проблемні завдання: – з позначкою (Л.пит.1,2,3,4) розв'язується студентами, або по ходу лекції, або при підведенні її підсумку; – з позначкою (Срс, С.з.)— самостійно в позааудиторний час, результати роботи представляються і захищаються на семінарському занятті, або на модульній перевірочній роботі.

На завершення лекції, вивчення теми, модуля, курсу необхідно проводити підсумок вивченого з активною участю студентів. Реалізації на підсумковому етапі лекції чи на підсумковій лекції з модуля таких принципів як: системність, професійна спрямованість, реалізація внутрішньопредметних та міжпредметних зв'язків допомагають заздалегідь розроблені студентами та викладачем структурні схеми, таблиці, опорні конспекти та можливості їх виведення на екран.

Наприклад підвести підсумок вивчення теми:" Методики вивчення похідної та її використання " зручно з використанням опорного конспекту 1.

Опорний конспект 1

Похідна

Похідна складеної функції

Якщо $y = f(x) = g(u)$, *де* $u = u(x)$, *та* $y' = y'_u \cdot u'_x$

$c' = 0;\ x' = 1;$

$(u+v)' = u' + v';$

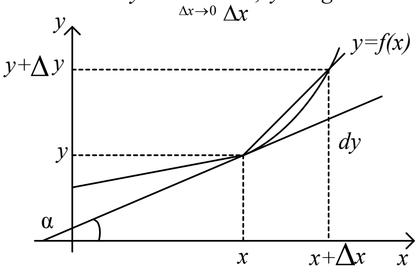
$(cu)' = cu';$

$(uv)' = u'v + uv';$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

Похідна

$y' = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x};\ y' = tg\,\alpha$



$\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$

Диференціал

$dy = f'(x)\,\Delta x;\ dx = \Delta x$

$\left(x^n\right)' = nx^{n-1};$

$\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}};\quad \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2};$

$\left(e^x\right)' = e^x;\ \left(a^x\right)' = a^x \ln a;$

$\left(\ln x\right)' = \dfrac{1}{x};\ \left(\log_a x\right)' = \dfrac{1}{x \ln a}$

$(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}};$

$(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}};$

$(arctg\,x)' = \dfrac{1}{1+x^2};$

$(arcctg\,x)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$

Рівняння дотичної

$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

$(\sin x)' = \cos x;$

$(\cos x)' = -\sin x;$

$(tg\,x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x};$

$(ctg\,x)' = \dfrac{1}{\sin^2 x}$

Застосування похідної:

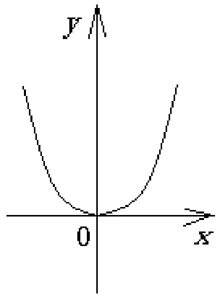
– *фізика...*

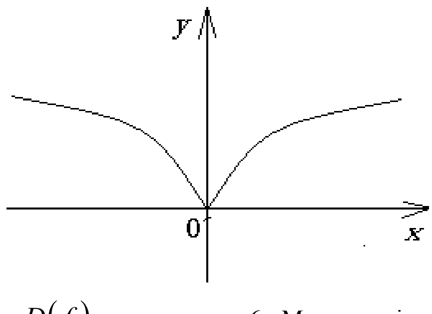
– *геометрія...*

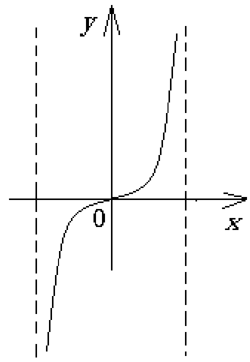
– *алгебра і початки аналізу...*

– *економіка...*

Математичні прогалини ШКМ







$y = x^2$	1. $D(f)$	6. Монотонність
$y = tg\,x$	2. Парність	7. Точки екстремуму
$y = x^3$	3. Неперервність	8. Дослідити на опуклість
$y = \sqrt{x}$	4. Асимптоти	9. Точки перетину з O_x, O_y
$y = \sqrt{\lvert x \rvert}$	5. Періодичність	10. $E(f)$

Коментування студентами наведеного опорного конспекту теми передбачає:

- проведення логіко-дидактичного аналізу теми (вказуються порядок вивчення окремих блоків теми, дається порівняльна характеристика методики вивчення теми в різнопрофільних класах та в курсі математичного аналізу, методи доведення теорем залежно від порядку їх вивчення);
- з′ясування прикладної спрямованості теми.

Дамо порівняльну характеристику технологічних карт тематичної традиційної лекції і лекції-візуалізації (табл.4), які характеризують діяльність студентів на них.

Технологічна карта тематичної традиційної лекції та лекції – візуалізації.

Таблиця 4.

№ п/п	**Етапи лекції**	**Дії студентів на**		**Вид візуалізації**
		традиційній лекції	**лекції - візуалізації**	
I	**Вступ:** 1. Мотивація 2. Презентація: - теми, - мети, - плану, - літератури, - проблемних завдань	Конспектують	Спостереження, усвідомлення, рефлексія з приводу рівня обізнаності з темою за рахунок знань з психології, педагогіки, вищої та елементарної математики або педагогічної практики	Літературні примірники. Вивід інформації на екран, інтерактивну дошку, мультимедійне проектування Роздрукований або електроний варіант візуальної інформації до лекції дається студентам для особистого користування
II	**Основна частина** - з'ясування змісту лекції за планом, - розв'язування проблемних завдань	Конспектують	Конспектуються лише коментарі викладача до візуальної частини змісту лекції. Активна участь у розв'язуванні проблемних завдань.	
III	**Заключна частина** - підсумок (виділення вузлових питань теми); - узагальнення, - систематизація	Участь у бесіді	Колективне або групове створення опорного конспекту теми методом метоплану	Демонстрація опорного конспекту, створення викладачем або попереднім потоком студентів
IV	**Домашнє завдання**		1. Доповнення та удосконалення створеного ескізу опорного конспекту 2. Підготовка до участі у наступній лекції	

Візуальна форма представлення інформації економічна в часі і набагато продуктивніша, оскільки пропускна здатність зорового каналу, сприйняття інформації є набагато вищою за пропускну здатність слухового каналу (приблизно в 7,5 разів). Це пояснюється тим, що з 4 млн. нервових закінчень (волокон), які передають інформацію в людський організм близько 2 млн. припадає на зір і лише 60 тис. – на слух.

Найбільш ефективне сприйняття інформації забезпечує оптимальне поєднання вербальної та візуальної форм її подачі. Це корисно також з огляду на потребу періодичного переключення уваги аудиторії для стимуляції процесу запам′ятовування навчального матеріалу.

Зазначені переваги та миттєве постачання інформації дають можливість лекцію – візуалізацію проводити одним із методів проблемного навчання.

Носіями змістової інформації на такій лекції з методики навчання математики можуть бути крім традиційних записів на дошці, таблиці, моделі, програми, підручники, опорні конспекти, слайди з різноманітною інформацією тощо. Наведемо приклад перетворення усної інформації у візуальну форму до теми: "Первісна та методика її вивчення".

Фрагмент 1

Первісна

→ *Означення*: $F(x)$ первісна для $f(x)$ на Y, якщо $F'(x) = f(x)$.

→ *Визначення її по заданій функції за означенням*:

1) Підбір $F(x)$
2) Перевірка вірності підбору $F'(x) = f(x)$

→ *Основні властивості*: $F(x)$ +С – загальний вид первісної для $f(x)$.

→ *Графік первісних* (одержаних шляхом паралельного перенесення на С).

→ *Три правила знаходження первісних:*

1) $\left.\begin{array}{l} F(x) \text{ первісна } f(x) \\ G(x) \text{ первісна } g(x) \end{array}\right\} \Rightarrow F(x)+G(x)$ первісна $f(x)+g(x)$

2) $\left.\begin{array}{l} F(x) \text{ первісна } f(x) \\ k \text{ – стала} \end{array}\right\} \Rightarrow kF(x)$ первісна $k\,f(x)$

3) $\left.\begin{array}{l} F(x) \text{ первісна } f(x) \\ k, b \text{ – сталі, } k \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{k}F(kx+b)$ первісна $f(kx+b)$

Фрагмент 2

Дія	+	*	a	Диференціювання $(f'(x))$
Обернена дія	–	:	$\sqrt{a}$	Інтегрування $F(x)$?
Однозначна чи многозначна (м)	0	0	М	М ?

Зв'язок між $f(x)$, $f'(x)$, $F(x)$

$f(x)$ від ? $f'(x)$

Загальний вигляд первісної	*Функція ?*	*Похідна*
$x^3 + C$ $5x^4 + C$	x^3 $x^3+4,\ x^3-1,5$	$3x^2$
	$5x^4$	$20x^3$
$\cos x + C$	$\cos x$ $\cos x + 2,5$ $\cos x + 6$	$-\sin x$
$F(x)+C$	Первісна $F(x)$?	Функція $f(x)$

для

$$\underbrace{x \in (a;b)}, = \underbrace{F'(x) = f(x)}$$

$F(x)$ – *первісна для* $y = f(x)$. *Похідна для* $F(x)$.

Фрагмент 3

Необхідна та достатня умови

необхідна умова *достатня умова*

Функція

Неперервна $\leftarrow$ $y = f(x)$, $x \in [a,b]$ $\rightarrow$ Має похідну $(f'(x))$

Має первісну $(F(x))$

Створення таблиці первісних

Функція $y = f(x)$	Загальний вигляд первісної $F(x) + C$
1. k	$kx + C$
2. $x^n, n \in Z, n \neq 1$	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C$
3. $\sin x$	$-\cos x + C$
4. $\cos x$	$\sin x + C$
5. $\dfrac{1}{\cos^2 x}$	$tgx + C$

Фрагмент 4

Теорема 1.

Дано: $F(x)$ первісна для $f(x)$ на J(1), C – стала

Довести: $F(x) + C$ – первісна для $f(x)$ на J

$\Downarrow$

$(F(x) + C)' = f(x)$

Доведення теореми

$(F(x) + C)' = F'(x) + C' =$

(за формулою похідної суми)

$= f(x) + 0 = f(x)$ за умови (1) і (2)

$(F(x) + C)$ первісна $f(x)$

(за означенням первісної)

Переформулювання вимоги теореми:

Теорема 2.

Дано: $\Phi(x)$, $F(x)$ – первісні для $f(x)$ на J

Довести: $\Phi(x) - F(x) = C, C$ – стала

$\Downarrow$

$(\Phi(x) - F(x))' = 0$

$(\Phi(x) - F(x))' = \Phi'(x) - F'(x) =$ Чому?

$= f(x) - f(x) = 0$ Чому?

Висновок:

Фрагмент 5.

Формули знаходження похідних, правила знаходження первісних.

Формули	Правила
знаходження похідних	знаходження первісних
1. $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$	1. $F(x)$ первісна $f'(x)$ $G(x)$ первісна $g(x)$, то $F(x) + G(x)$ первісна $f(x) + g(x)$

2. $(c\,f(x))' = c\,f'(x)$ 3. $(f(kx+b))' = kf'(kx+b)$	2. $F(x)$ первісна $f(x)$ $c - const$, то $cF(x)$ первісна $cf(x)$ 3. $F(x)$ первісна $f(x)$ $k, b - const,\ k \neq 0$ $\frac{1}{k}F(kx+b)$ первісна $f(kx+c)$

Розв'язання вправ

1. Знайти загальний вигляд первісної для функцій:

   а) $\sin(3x+5)$

   б) $\sin\left(\frac{1}{2}x - \pi\right) + x$

Дано: $f(x) = \sin(3x+5)$

Визначити: $F(x) + C$

Зразок розв'язування вправи 1а.

Визначити	для $\sin t$	для $\sin(3x+5)$
$F(x)$	$-\cos t$	$-\frac{1}{3}\cos(3x+5)$
$F(x)+C$	$-\cos t + C$	$-\frac{1}{3}\cos(3x+5) + C$

До вправи 1 б.

Визначити	для
$F(x)$	
$F(x)+C$	

Відповідь: $F(x) + C = -\frac{1}{3}\cos(3x+5) + C$

Носіями такої інформації можуть бути звичайні кодопозитиви. Таку візуальну інформацію, виведеною на екран, можна використовувати на різних етапах лекції:

1) На початку лекції з метою актуалізації знань студентів теоретичного матеріалу з теми (фрагмент 1).

2) На основній частині лекції з метою з'ясування:

- місце теми та програмних вимог до знань, умінь та навичок (фрагменти 1,3,5);
- методики формування основних понять теми (фрагмент2);
- методики вивчення основних теорем теми та їх доведень (фрагмент 3,4);
- з'ясування видів задач з теми та можливості здійснення алгоритмічного підходу при формуванні певних умінь (фрагмент 1,5), тощо.

Перспективною моделлю навчання є модель заняття з комплексним інформаційним впливом, яка стає можливою з впровадженням у навчальний процес новітніх інформаційних технологій: мультимедійної проекції, інтерактивних дошок, комп'ютерно–програмних засобів інтенсивного вивчення предмета, перспективних технологій навчання через Інтернет тощо. Мова йде про нову модель системи передачі – отримання знань, основаної, на відміну від систем традиційних, на зовсім іншому психологічному і педагогічному підґрунті. Викладач в таких умовах не джерело інформації чи наставник, а навігатор інформації, що передбачає набагато більшу самостійність студентів у пошуках і засвоєнні нових знань. Основними чинниками, що перешкоджають впровадженню в навчальну практику такої моделі знань це відсутність належно обладнаних аудиторій та недостатній рівень комп'ютерної компетентності з боку лаборантсько і викладацького складу до роботи із сучасними мультимедійними та комп'ютеризованими технічними засобами навчання. Комп'ютерна компетентність суб'єктів навчального процесу передбачає наявність наступних якостей:

- інтерес до проблем розвитку інформаційних технологій;
- усвідомлена установка на використання комп'ютерних технологій в навчальній і майбутній професійній діяльності;
- уміння міркувати згорнутими формами і формалізованими структурами;
- здібність швидко і ефективно підключатися до віртуальної ситуації, моделювати об'єкти за допомогою комп'ютерних засобів;
- володіти етикетом електронного ділового спілкування.

Зрозуміло, що будь-яке нововведення не може бути миттєвим. Це як правило тривалий процес, який може здійснюватися як через радикальні зміни (перебудова процесу навчання на основі комп'ютерної технології) так і шляхом поєднання відомих елементів в нове (комбінаторно) або через удосконалення існуючих – через їх модифікацію.

Література

1. Архангельський С.И. Учебный процесс в высшей школе, его закономерность, основы и методы: Учебно-метод. пособие. – М.: Высшая школа, 1980. – 368 с.
2. Голованова Н.Ф. Общая педагогика. Учебное пособие для вузов. – СПб.:Речь, 2005. – 317 с.
3. Ковальчук Г.О. Активізація навчання в економічній освіті.– К.: КНЕУ, 1999, – 128 с.
4. Краснов Н.В. Актуальные проблемы научной организации обучения // Вест. Высш. Шк. 1977. № 6. С. 16 – 26.
5. Пометун О.І. та ін. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: Наук. – метод. Посібн. / О.І. Пометун, Л.В. Пироженко. За ред. О.І. Пометун. – К. Видавництво А.С.К., 2004. – 192 с.
6. Столяренко Л.Д. Педагогическая психология. Серия "Учебники и учебные пособия". – 2-е изд., перераб. и доп. – Ростов н/Д: "Фенікс", 2003 – 544 с.

УДК 539.128.32

О.О. Курченко,
Київський університет імені Тараса Шевченка,
К.В. Рабець,
Українська академія банківської справи

Границя послідовності мовою скінченності (альтернативний підхід до вивчення теми)

В статье изложена альтернативная методика изучения темы «Предел последовательности» в курсе математического анализа. Сущность предложенной методики состоит в систематическом использовании понятия конечных множеств.

Оперування з нескінченним
може стати надійним
лише через скінченне.
Д. Гільберт

1. Вступ

Серед розділів математики математичний аналіз виділяється систематичним застосуванням поняття границі. Ісаак Ньютон та Готфрід Лейбніц незалежно один від одного винайшли диференціальне та інтегральне числення, але не дали своєму винаходу належного логічного обґрунтування. Обґрунтувати диференціальне та інтегральне числення вдалося на основі теорії границь, якщо не створеної, то систематизованої Огюстом Коші на початку XIX століття. Без такого фундаменту поняття похідної та інтеграла були внутрішньо суперечливими, що викликало нищівну критику з боку філософів [1, с. 119]. Так, Джордж Берклі після критики „явних софізмів з ньютоновими флексіями (похідними)" пише: „Той, хто може перетравити другу або третю флюксію ... не повинен, як мені здається, прискіпуватися до будь-чого у богослов'ї."

Наш досвід викладання математичного аналізу у різних навчальних закладах свідчить, що поняття границі послідовності є глибоким абстрактним поняттям, досить складним для розуміння. Цю обставину вдало відобразив Саша Чорний в оповіданні „Ієрогліфи". Головний герой оповідання, Павло Федорович, читаючи у конспекті означення границі, „ ... представил себе бесконечный ряд мух, которые должны были бесконечно уменьшаться справа налево и стремиться к нулю. Но так как разность между двумя соседними мухами оставалась меньше сколь угодно малой величины, то мухи нисколько не уменьшались и были все одинакового роста. Он плюнул и сердито перевернул несколько страниц." [2,с. 49].

Таким чином, у методиці викладання математичного аналізу існує проблема висвітлення концепції границі. Один із способів розв'язання цієї проблеми ми вбачаємо у альтернативних підходах до введення поняття границі послідовності. Складність традиційного означення границі послідовності зумовлене поєднанням в одному висловленні трьох кванторів: загальності, існування і знову загальності. В основу пропонованої нами методики викладу теми „Границя послідовності" покладено простіше означення з використанням одного квантора загальності та більш зрозумілого поняття скінченності. Ідея такого означення зустрічається, наприклад, у роботах [3 - 5].

Мета цієї статті – викласти методику вивчення теми „Границя послідовності" на основі такого альтернативного означення границі, включаючи поняття фундаментальності та критерій Коші. Подібна методика може бути застосована у курсах вищої математики для студентів нематематичних спеціальностей, а у поєднанні із традиційною – для студентів-математиків класичних та педагогічних університетів. Це, на нашу думку, сприятиме формуванню компетентності майбутніх фахівців у галузі математики [6].

2. Границя послідовності

Послідовність дійсних чисел $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ позначимо символом (a_n).

Означення 1. Число a називається границею послідовності (a_n), якщо для довільного додатного числа ε існує таке натуральне число N, що для всіх натуральних чисел $n \geq N$ виконується нерівність $|a_n - a| < \varepsilon$.

Позначення $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ походить від латинського слова limes — межа. Швейцарський математик С. Люїльє (1750 – 1840) запровадив це слово для позначення границі. В наш час користуються символом lim. Водночас застосовують позначення $a_n \to a, n \to \infty$.

Запис означення 1 за допомогою кванторів має наступний вигляд:

$$\lim_{n\to\infty} a_n = a \in \mathbf{R} \Leftrightarrow \forall\varepsilon > 0 \ \ \exists N \in \mathbf{N} \ \ \forall n \geq N : |a_n - a| < \varepsilon .$$

Послідовність, яка має границю $a \in \mathbf{R}$, називається збіжною. Послідовність, яка не є збіжною, називається розбіжною.

Потрібно немало методичних зусиль, щоб студенти засвоїли це означення. Складність його сприйняття обумовлена тріадою кванторів $\forall, \exists, \forall$.

Наступне означення границі послідовності, сформульоване у термінах скінченності, видається нам менш складним для початкового ознайомлення з поняттям границі послідовності.

Означення 2. Число a називається границею послідовності (a_n), якщо для довільного $\varepsilon > 0$ поза $\varepsilon -$ околом точки a знаходиться не більш ніж скінченне число членів послідовності (a_n).

Запишемо це означення за допомогою квантора загальності: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a \in \mathbf{R} \Leftrightarrow \forall\varepsilon > 0$ множина $\{n \in \mathbf{N} \,|\, |a_n - a| \geq \varepsilon\}$ не більш ніж скінченна.

Ми називаємо не більш ніж скінченною множину, яка порожня або містить лише скінченне число елементів.

Теорема 1. Означення 1 і означення 2 границі послідовності еквівалентні

Доведення. Нехай $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a \in \mathbf{R}$ у розумінні означення 1. Тоді $\forall\varepsilon > 0 \ \ \exists N \in \mathbf{N} \ \ \forall n \geq N : |a_n - a| < \varepsilon$, тобто $\{N, N+1, N+2, ...\} \subset \{n \,|\, |a_n - a| < \varepsilon\}$. У цьому включенні перейдемо до доповнення: $\{1, 2, ..., N-1\} \supset \{n \,|\, |a_n - a| \geq \varepsilon\}$, тобто множина $\{n \,|\, |a_n - a| \geq \varepsilon\}$ не більш ніж скінченна. Отже, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a \in \mathbf{R}$ у розумінні означення 2.

Навпаки, нехай $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a \in \mathbf{R}$ за означенням 2. Тоді $\forall\varepsilon > 0$ множина $A = \{n \,|\, |a_n - a| \geq \varepsilon\}$ не більш ніж скінченна. Якщо множина A порожня, то $\exists N = 1 \ \ \forall n \geq 1 : |a_n - a| < \varepsilon$. Якщо ж множина A не порожня і скінченна, то містить найбільший елемент, який ми позначимо через $N-1$. Тоді $\exists N \in \mathbf{N} \ \ \forall n \geq N : |a_n - a| < \varepsilon$. Отже, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a \in \mathbf{R}$ у розумінні означення 1.

Теорему доведено. Зауважимо, що з рівності $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ випливає, що для довільного $\varepsilon > 0$ нерівність $|a_n - a| < \varepsilon$ виконується для нескінченного числа номерів — всіх натуральних чисел, починаючи з деякого.

Далі ми розвиваємо методику викладу теми „Границя послідовності” на основі означення 2.

На рис. 1 зображена геометрична інтерпретація означення 2 границі послідовності (a_n).

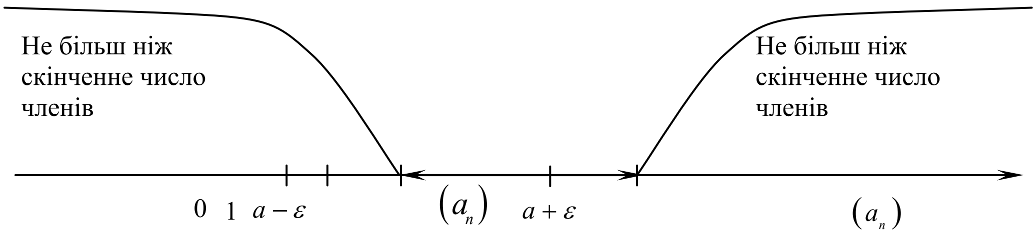


Рис. 1: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a \Leftrightarrow \forall\varepsilon > 0$ кожний з променів $(-\infty, a-\varepsilon]$, $[a+\varepsilon, +\infty)$ містить не більш ніж скінченне число членів послідовність (a_n).

Приклад 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$.

Дійсно, $\forall\varepsilon>0$ $\left|\frac{1}{n}-0\right|\ge\varepsilon\Leftrightarrow n\le\frac{1}{\varepsilon}$, а множина всіх таких натуральних чисел n не більш ніж скінченна.

Зауважимо, що доводити збіжність послідовності за допомогою означення 2 методично простіше.

Приклад 2. Послідовність $\left((-1)^{n-1}\right)$ розбіжна. Справді, якщо $a=1$, то для $\varepsilon=\frac{1}{2}$ поза околом $\left(1-\frac{1}{2},\,1+\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2},\,\frac{3}{2}\right)$ лежить нескінченна кількість членів цієї послідовності – всі члени послідовності з парними номерами. Для $a\ne1$ існує $\varepsilon=\frac{1}{2}|a-1|$ таке, що поза околом $(a-\varepsilon,\,a+\varepsilon)$ лежить нескінченна кількість членів послідовності $\left((-1)^{n-1}\right)$ – всі члени послідовності з непарними номерами. Таким чином, жодне дійсне число a не є границею послідовності $\left((-1)^{n-1}\right)$, тобто ця послідовність розбіжна.

Теорема 2 (про єдиність границі послідовності). Збіжна послідовність має рівно одну границю.

Доведення. Нехай (a_n) – збіжна послідовність і $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a\in\mathbf{R}$. Доведемо, що число $b\in\mathbf{R}, b\ne a$ не є границею послідовності (a_n). Покладемо $\varepsilon=\frac{1}{2}|a-b|>0$. В силу означення 2, поза ε – околом точки a лежить лише скінченне число членів цієї послідовності. Отже, ε – окіл точки b містить лише скінченне число членів послідовності (a_n), і тому b не є границею цієї послідовності. Теорему доведено.

Теорема 3. Нехай (a_n), $(\tilde{a}_n)$ – послідовності дійсних чисел такі, що множина $\{n\,|\,a_n\ne\tilde{a}_n\}$ не більш ніж скінченна (відрізняються не більш ніж скінченною кількістю членів). Тоді ці послідовності збіжні або розбіжні одночасно, причому у випадку збіжності $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{n\to\infty}\tilde{a}_n$.

Доведення. Нехай послідовність (a_n) збіжна, $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$. Тоді $\forall\varepsilon>0$ множина $\{n\,|\,|a_n-a|\ge\varepsilon\}$ не більш ніж скінченна. Тоді множина $\{n\,|\,|\tilde{a}_n-a|\ge\varepsilon\}\subset\{n\,|\,|a_n-a|\ge\varepsilon\}\cup\{n\,|\,a_n\ne\tilde{a}_n\}$ – також не більш ніж скінченна, і тому $\lim\limits_{n\to\infty}\tilde{a}_n=a$. Аналогічно, із збіжності послідовності $(\tilde{a}_n)$ випливає, що послідовність (a_n) збіжна і $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{n\to\infty}\tilde{a}_n$. Теорему доведено.

Серед розбіжних послідовностей виділяють ті, що мають границю символи $+\infty$ або $-\infty$.

Означення 3. Символ $+\infty$ називається границею послідовності (a_n), якщо для довільного числа $C\in\mathbf{R}$ множина $\{n\in\mathbf{N}\,|\,a_n\le C\}$ не більш ніж скінченна.

Запис: $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=+\infty$.

Аналогічно дається означення $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=-\infty$.

За допомогою кванторів ці означення запишуться так: $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=+\infty\Leftrightarrow\forall C\in\mathbf{R}$ множина $\{n\in\mathbf{N}\,|\,a_n\le C\}$ не більш ніж скінченна.

$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=-\infty\Leftrightarrow\forall C\in\mathbf{R}$ множина $\{n\in\mathbf{N}\,|\,a_n\ge C\}$ не більш ніж скінченна.

На рис. 2 зображена геометрична інтерпретація $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=+\infty$

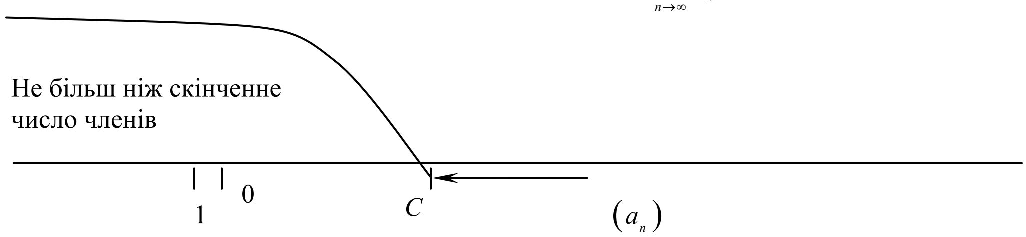


Рис. 2: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty \Leftrightarrow \quad \forall C \in \mathbf{R}$ промінь $(-\infty, C]$ містить не більш ніж скінченне число членів послідовності (a_n).

Приклад 3. $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n} = +\infty$.

Справді, для довільного $C \in \mathbf{R}$ розглянемо нерівність $\sqrt{n} \le C$. Якщо $C < 1$, то ця нерівність не має розв'язків, а для $C \ge 1$ після піднесення до квадрату обох частин нерівності, отримуємо нерівність $n \le C^2$, яка виконується лише для скінченної множини натуральних чисел n.

Приклад 4. Нехай $a_n > 0$, $n \ge 1$. Доведемо, що $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ тоді і тільки тоді, коли $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{a_n} = +\infty$.

Доведення. Необхідність. Нехай $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$. Тоді для довільного $C > 0$ нерівність $a_n \ge \frac{1}{C}$ виконується не більше ніж для скінченної множини номерів n. Обидві частини цієї нерівності додатні і тому вона еквівалентна нерівності $\frac{1}{a_n} \le C$. Отже, й остання нерівність виконується не більше ніж для скінченної множини номерів n. Для $C \le 0$ нерівність $\frac{1}{a_n} \le C$ не виконується для жодного номера n. Тому $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{a_n} = +\infty$.

Достатність. Нехай тепер $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{a_n} = +\infty$. Тоді для довільного $\varepsilon > 0$ нерівність $\frac{1}{a_n} \le \frac{1}{\varepsilon}$ виконується не більш ніж для скінченної множини номерів n. Обидві частини цієї нерівності додатні, і тому вона рівносильна нерівності $a_n \ge \varepsilon$. Отже, й остання нерівність виконується не більш ніж для скінченної множини номерів n. Врахувавши, що $a_n > 0, \quad n \ge 1$, дістанемо, що $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$.

3. Основні властивості границь

Теорема 4. Збіжна послідовність обмежена.

Доведення. Нехай (a_n) – збіжна послідовність, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$. Тоді для $\varepsilon = 1$ множина $A = \{n \mid |a_n - a| \ge 1\}$ не більш ніж скінченна і тому $\{a_n \mid n \in A\}$ обмежена як не більш ніж скінченна множина. Далі, $\{a_n \mid n \in \mathbf{N} \setminus A\} \subset (a-1, a+1)$ і тому також обмежена. Таким чином, множина значень послідовності (a_n).

$$\{a_n \mid n \in \mathbf{N}\} = \{a_n \mid n \in A\} \cup \{a_n \mid n \in \mathbf{N} \setminus A\}$$

обмежена, як об'єднання двох обмежених множин. Отже, послідовність (a_n) обмежена. Теорему доведено.

Теорема 5. Нехай $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = p > q$. Тоді $\{n \mid a_n \le q\}$ не більш ніж скінченна.

Доведення. Покладемо $\varepsilon = p - q > 0$. Тоді множина $\{n \mid a_n \le q\} \subset \{n \mid |a_n - p| \ge \varepsilon\}$ – не більш ніж скінченна. Теорему доведено.

Теорема 6 (про арифметичні дії над границями). Нехай (a_n), (b_n) – збіжні послідовності дійсних чисел, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = b$. Тоді

1) для довільного $c \in R$ існує $\lim\limits_{n\to\infty} (ca_n) = ca$;
2) існує $\lim\limits_{n\to\infty} (a_n + b_n) = a + b$;
3) існує $\lim\limits_{n\to\infty} (a_n b_n) = ab$;
4) якщо $b \ne 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{a}{b}$.

Доведення. Доведемо твердження 2) і 4). Твердження 1) і 3) доводять аналогічно.

2) помітимо, що

$$\forall n \in \mathbf{N}: \quad |(a_n + b_n) - (a + b)| \le |a_n - a| + |b_n - b|. \qquad (1)$$

Тому $\forall\varepsilon>0$ має місце включення

$$\{n | (a_n+b_n)-(a+b)\ge\varepsilon\}\subset\left\{n \middle| |a_n-a|\ge\frac{\varepsilon}{2}\right\}\cup\left\{n \middle| |b_n-b|\ge\frac{\varepsilon}{2}\right\}. \qquad (2)$$

Дійсно, $\forall m\in\{n \mid |(a_n+b_n)-(a+b)|\ge\varepsilon\}$, в силу нерівності (1), виконується хоча б одна з нерівностей $|a_m-a|\ge\frac{\varepsilon}{2}$, $|b_m-b|\ge\frac{\varepsilon}{2}$. Звідси отримуємо, що $m\in\left\{n \mid |a_n-a|\ge\frac{\varepsilon}{2}\right\}\cup\left\{n \mid |b_n-b|\ge\frac{\varepsilon}{2}\right\}$. Включення (2) доведено. Оскільки $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$, то множина $\left\{n \mid |a_n-a|\ge\frac{\varepsilon}{2}\right\}$ не більш ніж скінченна. Аналогічно, множина $\left\{n \mid |b_n-b|\ge\frac{\varepsilon}{2}\right\}$ не більш ніж скінченна. Об'єднання двох не більш ніж скінченних множин є не більш ніж скінченною множиною, а отже і множина $\{n | (a_n+b_n)-(a+b)\ge\varepsilon\}$, яка є підмножиною цього об'єднання, не більш ніж скінченна. Тому існує $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n+b_n)=a+b$. Твердження 2) доведено.

4) Нехай $b>0$. Тоді множина $\left\{n \mid b_n\le\frac{b}{2}\right\}$ не більш ніж скінченна. Змінивши значення не більш ніж скінченного числа членів послідовності (b_n), перейдемо до послідовності $(\tilde{b}_n)$, такої, що $\tilde{b}_n>\frac{b}{2}$, $n\ge 1$. В силу теореми 3, $\lim\limits_{n\to\infty}\tilde{b}_n=b$, а послідовності $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$ та $\left(\frac{a_n}{\tilde{b}_n}\right)$ збіжні або розбіжні одночасно, причому у випадку збіжності мають однакові границі. Маємо

$$\forall n\in\mathbf{N}:\left|\frac{a_n}{\tilde{b}_n}-\frac{a}{b}\right|=\frac{|a_nb-a\tilde{b}_n|}{|b\tilde{b}_n|}\le\frac{2}{b^2}\left(|a||\tilde{b}_n-b|+|b||a_n-a|\right).$$

Таким чином, $\forall\varepsilon>0:\left\{n \;\middle|\; \left|\frac{a_n}{\tilde{b}_n}-\frac{a}{b}\right|\ge\varepsilon\right\}\subset\left\{n \;\middle|\; |\tilde{b}_n-b|\ge\frac{\varepsilon b^2}{4(|a|+1)}\right\}\cup\left\{n \;\middle|\; |a_n-a|\ge\frac{\varepsilon b^2}{4(|b|+1)}\right\}$.

Це включення доводиться так само, як включення (2) у доведенні твердження 2). Оскільки $\lim\limits_{n\to\infty}\tilde{b}_n=b$, то $\left\{n \;\middle|\; |\tilde{b}_n-b|\ge\frac{\varepsilon b^2}{4(|a|+1)}\right\}$ не більш ніж скінченна. Аналогічно, множина $\left\{n \;\middle|\; |a_n-a|\ge\frac{\varepsilon b^2}{4(|b|+1)}\right\}$ не більш ніж скінченна. Далі повторюємо міркування з доведення твердження 2) і приходимо до висновку, що множина $\left\{n \;\middle|\; \left|\frac{a_n}{\tilde{b}_n}-\frac{a}{b}\right|\ge\varepsilon\right\}$ не більш ніж скінченна. Тому існує $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{\tilde{b}_n}=\frac{a}{b}$. Твердження 4) доведено.

Теорема 7 (про граничний перехід у нерівності). Нехай послідовності (a_n), (b_n) задовольняють наступні умови:

1) $\forall n\ge 1: a_n\le b_n$;

2) існують $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$, $\lim\limits_{n\to\infty}b_n=b$.

Тоді $a\le b$.

Доведення. Нехай $a,b\in\mathbf{R}$. Застосуємо метод від супротивного. Припустимо, $a>b$. Покладемо $\varepsilon=\frac{a-b}{2}>0$. Тоді множини $A_1=\{n \mid a_n\le a-\varepsilon\}$ та $A_2=\{n \mid b_n\ge b+\varepsilon\}$ не більш ніж скінченні. Тому об'єднання $A_1\cup A_2$ – не більш ніж скінченне і $\overline{A_1}\cap\overline{A_2}=\overline{A_1\cup A_2}\ne\varnothing$. Але для $n\in\overline{A_1}\cap\overline{A_2}$ маємо $a_n>a+\varepsilon$ і $b_n<b+\varepsilon$, звідки $b_n<a_n$. Суперечність. Теорему доведено.

Теорема 8 (про три послідовності). Нехай (a_n), (b_n),(c_n) – три послідовності дійсних чисел і виконуються такі умови:

1) для довільного номера n: $a_n\le b_n\le c_n$;

2) $a_n \to a, \quad n \to \infty$ і $c_n \to a, \quad n \to \infty$.

Тоді $b_n \to a, \quad n \to \infty$.

Доведення. Нехай $a \in \mathbf{R}$. Оскільки $c_n \to a, \quad n \to \infty$, то для довільного $\varepsilon > 0$ поза інтервалом $(a-\varepsilon, \quad a+\varepsilon)$ лежить не більш ніж скінченне число членів послідовності (c_n). Зокрема, праворуч від точки $a+\varepsilon$ лежить не більш ніж скінченне число членів цієї послідовності. Але $b_n \le c_n, \quad n \ge 1$ і тому праворуч точки $a+\varepsilon$ також знаходиться не більш ніж скінченне число членів послідовності (b_n). Аналогічно, оскільки $a_n \to a, \quad n \to \infty$, то ліворуч точки $a-\varepsilon$ лежить не більш ніж скінченне число членів послідовності (a_n). Але $a_n \le b_n, \quad n \ge 1$ і тому ліворуч точки $a-\varepsilon$ лежить не більш ніж скінченна кількість членів послідовності (b_n). Отже, множина $\{n \mid |b_n - a_n| \ge \varepsilon\}$ не більш ніж скінченна і тому $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = a$. Теорему доведено.

4. Фундаментальність послідовність. Критерій Коші

Означення 4. Послідовність дійсних чисел (a_n) називається фундаментальною, якщо для довільного $\varepsilon > 0$ існує такий номер N, що множина $\{n \mid |a_N - a_n| \ge \varepsilon\}$ не більш ніж скінченна.

За допомогою кванторів це означення запишеться так: (a_n) фундаментальна $\Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \ \exists N \in \mathbf{N}$: множина $\{n \| a_N - a_n| \ge \varepsilon\}$ не більш ніж скінченна.

Приклад 5. Послідовність $a_n = \frac{\cos 1}{2^1} + \frac{\cos 2}{2^2} + ... + \frac{\cos n}{2^n}, n \ge 1$ фундаментальна.

Доведення. Нехай $N \in \mathbf{N}$ і $n > N$. Оцінимо $|a_n - a_N|$:

$$|a_n - a_N| = \left| \frac{\cos(N+1)}{2^{N+1}} + ... + \frac{\cos n}{2^n} \right| \le \frac{1}{2^{N+1}} + ... + \frac{1}{2^n} + ... = \frac{1}{2^N}.$$

Для довільного $\varepsilon > 0 : \frac{1}{2^N} < \varepsilon \Leftrightarrow N > \log_2 \frac{1}{\varepsilon}$. Нехай далі $N = N(\varepsilon) > \log_2 \frac{1}{\varepsilon}$ фіксоване. Тоді множина $\{n \mid |a_n - a_N| \ge \varepsilon\} \subset \{1, 2, ..., N-1\}$ і тому не більш ніж скінченна. Отже, послідовність (a_n) фундаментальна.

Теорема 9. Фундаментальна послідовність обмежена.

Доведення цієї теореми аналогічне доведенню теореми 4 про обмеженість збіжної послідовності.

Теорема 10 (критерій Коші). Послідовність дійсних чисел збіжна тоді і тільки тоді, коли вона фундаментальна.

Доведення. Необхідність. Нехай (a_n) – збіжна послідовність, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$. Тоді для довільного $\varepsilon > 0$ множина $\left\{n \mid |a_n - a| \ge \frac{\varepsilon}{4}\right\}$ не більш ніж скінченна і тому існує $N \in \mathbf{N}$: $|a_n - a| < \frac{\varepsilon}{4}$. Тоді множина $\{n \mid |a_n - a_N| \ge \varepsilon\} \subset \left\{n \mid |a_n - a| \ge \frac{\varepsilon}{4}\right\}$ – також не більш ніж скінченна. Отже послідовність (a_n) фундаментальна.

Достатність. Нехай послідовність (a_n) фундаментальна. В силу теореми 9, ця послідовність обмежена. Довільна послідовність дійсних чисел містить монотонну підпослідовність [7]. Нехай $(a_{n(k)})$ – монотонна підпослідовність (a_n). За теоремою Вейєрштрасса про збіжність монотонної обмеженої послідовності, існує $\lim\limits_{k\to\infty} a_{n(k)} = a \in \mathbf{R}$.

Доведемо, що існує $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Послідовність (a_n) фундаментальна, і тому $\forall \varepsilon > 0 \ \exists N \in \mathbf{N}$: множина $\left\{n \mid |a_n - a_N| \ge \frac{\varepsilon}{4}\right\}$ не більш ніж скінченна. Тому і множина $\left\{k \mid |a_{n(k)} - a_N| \ge \frac{\varepsilon}{4}\right\}$ не більш ніж скінченна, як і множина $\left\{k \mid |a_{n(k)} - a| \ge \frac{\varepsilon}{4}\right\}$. Тому $\exists K_1 \in \mathbf{N}, N_1 = n(K_1) : |a_{N_1} - a_N| < \frac{\varepsilon}{4}$ і $|a_{N_1} - a| < \frac{\varepsilon}{4}$

Тоді множина $\{n \mid |a_n - a| \geq \varepsilon\} \subset \left\{n \mid |a_n - a_N| \geq \dfrac{\varepsilon}{4}\right\}$ – не більш ніж скінченна. Тому існує $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$. Теорему доведено.

5. Висновки

Методика викладання теми „Границя послідовності” на основі альтернативного означення 2 границі послідовності дозволяє в термінах скінченності довести основні властивості границь послідовності. Ця методика, поряд з традиційною, сприяє, на нашу думку, більш свідомому, компетентному засвоєнню розділу „Границя послідовності”, базового у нормативному курсі математичного аналізу для студентів математичних та педагогічних спеціальностей. Міркування у доведенні теореми про арифметичні дії над границями послідовностей пропедевтичні для курсів теорії міри та теорії ймовірностей.

Запропонована методика може бути використана при вивченні теми „Підпослідовності. Часткові границі”.

Література

1. Шилов Г. Е. Математический анализ. Функции нескольких переменных. – М.: Наука, 1972. – 622 с.
2. Черный Саша. Иероглифы // Избранная проза. — М.: Книга, 1991. С. 46 – 52.
3. Привалов И.И., Гальперн С.А. Основы анализа бесконечно малых. – М.: Наука, 1966. – 256 с.
4. Михалін Г.О., Дюженкова Л.І. Границя і неперервність функції. – К.: УДПУ, 1997. – 96 с.
5. Курченко О. О. Про границю послідовності // У світі математики. – Вип 20, 1991. с. 160 – 167.
6. Овчарук О. Компетентності як ключ до оновлення змісту освіти. // Стратегія реформування освіти в Україні. – К.: „К.І.С.”, 2003. – С. 13 – 41.
7. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз: Частина 1. – К.: Либідь, 1993. – 320 с.

Ломаєва Т.В., Шаповалова Н.В.

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова,

м. Київ

Деякі застосування ідей Лобачевского в механіці та фізиці

Досить цікаві спроби вивчити статистику і кінематику твердого тіла в просторі Лобачевського, які були зроблені Де-Тілі, Джаннокі, Ліндеманом, Андрадом та іншими привели до того ж результату, що й аналогія між статикою і кінематикою твердого тіла, яка має місце для евклідового простору (це відображено в роботах Пуансо, а саме в «Thèorie nouvelle de la rotation des corps» повинна існувати і в механіці неевклідових просторів. Тому цілком природно, що математична обробка цих двох галузей механіки вимагала нової побудови теорії векторів. До кінця XIX сторіччя в теорії векторів, тобто в тих геометричних теоріях, в яких доводиться мати справу з величинами, які пов’язані напрямком або положенням прямої, вектор завжди зображався або напрямленим відрізком, або впорядкованою сукупністю двох точок – початку та кінця вектора. Але оскільки в неевклідових просторах виконується принцип двоїстості не тільки для проективних, а й для метричних властивостей, то це наводить на думку про необхідність поряд з фігурою, утвореною двома точками, розглядати як елемент теорії векторів фігуру, що утворена двома площинами (точкою і площиною), а потім і фігуру, яка утворена двома прямими.

Вихідним пунктом для нової теорії векторів неевклідових просторів є задача про додавання двох векторів $\bar{p}$ та $\bar{q}$, які мають спільний початок. Закон додавання векторів (сил, швидкостей) в евклідовому просторі виражається в двох різних формах – геометричній (правило трикутника та правило паралелограма) та аналітичній – сукупності рівностей:

$$\frac{|\bar{p}|}{\sin(\bar{q},\bar{r})} = \frac{|\bar{q}|}{\sin(\bar{r},\bar{p})} = \frac{|\bar{r}|}{\sin(\bar{p},\bar{q})}, \tag{1}$$

де $|\bar{p}|, |\bar{q}|, |\bar{r}|$ - довжини складових векторів $\bar{p}$ та $\bar{q}$ і їх суми $\bar{r}$, а $(\bar{q},\bar{r})$ $(\bar{r},\bar{p})$ $(\bar{p},\bar{q})$ - кути між ними.

Яким же буде закон додавання векторів в неевклідовому просторі? Чи може він також виражатися в двох вище наведених формах? Це питання виникає перед нами коли вивчаємо механіку неевклідових просторів.

Якщо в неевклідовому просторі будемо розглядати нескінченно малі вектори, наприклад, нескінченно малі переміщення, то ми можемо без будь-яких змін застосовувати до них правило трикутника та правило паралелограма, а також формули (1), оскільки геометрія нескінченно малого околу неевклідового простору співпадає з геометрією Евкліда.

Для додавання скінчених векторів ми не можемо користуватися вище згаданими правилами, бо паралелограмів скінчених розмірів в неевклідовому просторі не існує. Інша справа з формулами (1). Оскільки вони однорідні відносно довжин векторів $\bar{p}$, $\bar{q}$, $\bar{r}$, то зрозуміло, що вони залишаться справедливими і для таких скінчених векторів, які одержуються з нескінченно малих переміщень шляхом поділу їх на нескінченно малий проміжок часу. Звідси випливає, що формули (1) не містять внутрішнього протиріччя і ніщо не заважатиме нам застосовувати закон додавання векторів в аналітичній формі до скінчених векторів і в неевклідовому просторі. Тому бажаючи мати закон додавання векторів в аналітичній формі, ми повинні йти двома шляхами: прийняти формулу (1) за означення операції додавання і з неї виводити ті властивості, які мають місце при додаванні векторів, або рухатись іншим, оберненим шляхом — припустивши деякі властивості операції додавання і з їх допомогою одержати (1). Цей шлях обрали такі вчені, як Джаннокі та Андрад. Обираючи останній шлях, ми можемо для виводу аналітичної форми операції додавання використати доведення правила паралелограма в евклідовому просторі, яке й наводить Бернуллі, а потім вдосконалює Даламбер.

Припустимо, що операція додавання має наступні властивості:

1. Комутативність та асоціативність.
2. Геометрична сума векторів перетворюється в алгебраїчну тоді, коли вектори належать одній прямій.
3. Сума $\bar{r}$ двох рівних векторів $\bar{p}$, кут між якими дорівнює $2x$, напрямлена вздовж бісектриси кута між складовими і довжина її обчислюється наступним чином:

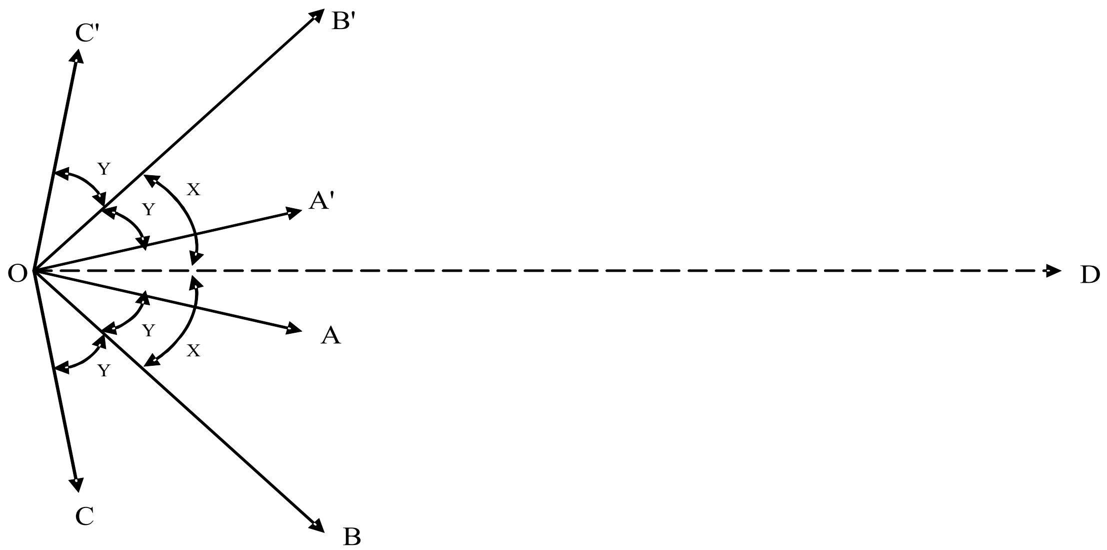
$$\bar{r} = 2\bar{p}\, f(x),$$

де $f(x)$ — невідома поки функція (неперервна для $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$).

Надаючи міркуванням Бернуллі і Даламбера аналітичну форму неважко довести, що формули (1) і в неевклідовому просторі дають нам геометричну суму двох векторів, якщо вони справедливі для двох рівних векторів $\bar{p}$ і $\bar{q}$, які мають однакову довжину і нахилені один до одного під кутом $2x$. Тоді формули додавання мають вигляд

$$\bar{r} = 2\bar{p}\cos 2x, \quad \left(\bar{r}, \bar{p}\right) = \left(\bar{q}, \bar{r}\right) = x.$$

Щоб впевнитися в справедливості останніх формул проведемо через точку O в одній і тій же площині прямі OC, OB, OA, OA', OB', OC' таким чином, щоб $\angle COB = \angle B \quad OA = \angle A'OB' = \angle B'OC' = y$, $\angle BOB' = 2x$, і припустимо, що на прямих OC, OA, OA', OC' розташовані вектори $\overline{OC}$, $\overline{OA}$, $\overline{OA'}$ і $\overline{OC'}$ однакової довжини р (мал.1).



Мал. 1

Їх суму можна побудувати двома способами: 1) додаючи вектори $\overline{OA}$ з $\overline{OC}$, $\overline{OA'}$ з $\overline{OC}'$, одержуємо два вектора $\overline{OB}$ і $\overline{OB'}$, які мають однакову довжину $2pf(y)$, які напрямлені вздовж прямої OD, яка поділяє навпіл кути $\angle AOA'$, $\angle BOB'$, $\angle COC'$;

2) додаючи вектори $\overline{OC}$ і $\overline{OC'}$, $\overline{OA}$ і $\overline{OA'}$, маємо два вектори $2pf(x+y)$ і $2p'f(x-y)$, що співпадають з OD і що додаються, утворюючи один $2pf(x+y)+2p'f(x-y)$. Отже, $2pf(x+y)+2p'f(x-y)= 4pf(y)f(x)$, звідки маємо, що

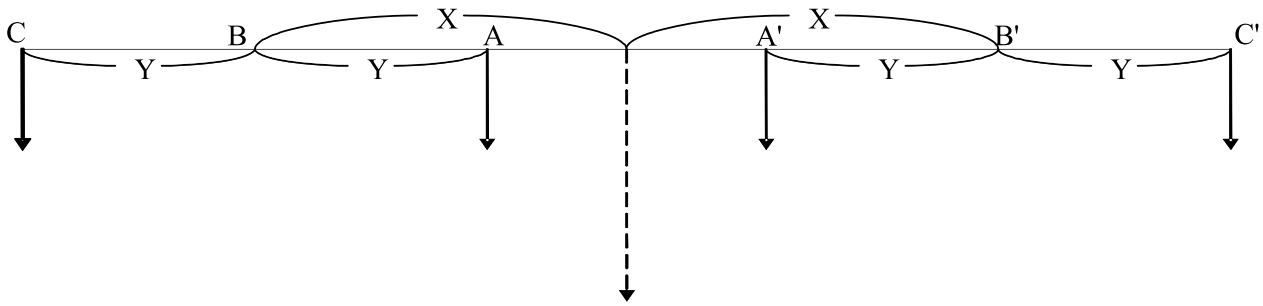
$$f(x+y)+f(x-y)= 2f(y)f(x) \tag{2}$$

Таким чином, приходимо до відомого функціонального рівняння, яке вперше одержав Даламбер. Воно має розв'язок:

$$f(x) = \cos kx \text{, де } k=const \; (k \text{ - довільна стала}).$$

Ця стала k повинна дорівнювати 1, бо $f(x) \geq 0$, а $x = \frac{\pi}{2}$. А враховуючи припущення 2, ми повинні одержати $r = 2p\,f(x) = 2p\cos kx\frac{\pi}{2}$. Подібним чином можемо визначити також суму двох рівних векторів, які лежать в одній площині на прямих, які перетинаються. При цьому слід припущення 3 замінити аналогічним припущенням 4, а саме: сума $\bar{r}$ двох векторів рівної довжини p, які лежать в одній і тій же площині, перпендикулярні до прямої AA', яка з'єднує їх початки, і напрямлені в один бік, проходить через середину відрізка $AA'=2x$, перпендикулярна до відрізка AA' та міститься в одній площині з складовими векторами і дорівнює $2pf(x)$, де $f(x)$ — невідома поки функція (неперервна при $x \geq 0$).

Візьмемо на прямій в певному порядку шість точок C, B, A, A', B', C' (мал. 2) так, щоб $CB=BA=A'B'=B'C'=y$, причому $BB'=2x$.



Мал. 2

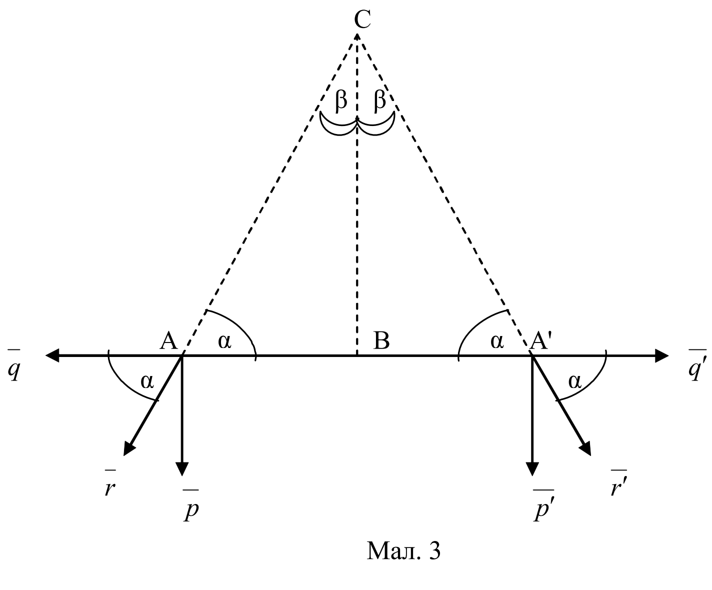
Проведемо в одній і тій же площині через точки C, A, A', C' чотири прямі, які перпендикулярні до CC'. Візьмемо на них чотири вектори рівної довжини p. Додаючи їх двома різними способами, як і в попередньому випадку, ми одержимо для визначення $f(x)$ рівняння Даламбера (2). Таким чином, геометрична сума двох векторів довжини p в цьому випадку буде:

$$\left|\bar{r}\right| = 2\left|\bar{r}\right|\cos kx,$$

де $2x$ є відстань між їх початками.

Нас цікавить питання про те, яке значення маємо брати для довільної сталої k? Зроблене вище припущення не дає змоги визначити її так просто, як у випадку векторів, що мають спільний початок. Для визначення k Джаноккі порівняв вираз $2\bar{p}\cos 2x$ з тим же результатом, який ми одержимо, якщо рівні довжини p будемо додавати способом, який застосовується в статиці евклідового простору для додавання паралельних сил. При цьому зробимо ще одне припущення, а саме: сума двох векторів не зміниться, якщо один з них перенести вздовж прямої, до якої він належить.

Візьмемо два вектори $\bar{p}$ і $\bar{p}'$ (мал.3), які мають рівні довжини p, однаковий напрямок та перпендикулярні до прямої, що з'єднує їх початки A і A', а також два інших вектори $\bar{q}$ і $\bar{q}'$, які належать до прямої AA', мають рівні довжини q і протилежні напрямки.



Мал. 3

Два останніх вектори $\bar{q}$ і $\bar{q}'$ взаємно знищуються, і сума всіх чотирьох векторів буде такою ж, як і сума двох векторів $\bar{p}$ і $\bar{p}'$. Нехай вектор $\bar{r}$ є сумою $\bar{p}$ і $\bar{q}$, а $\bar{r}'$ є сумою $\bar{p}'$ і $\bar{q}'$. Введемо позначення:

$$\angle \bar{r} A \bar{q} = \angle \bar{r}' A' \bar{q}' = \alpha ;$$

Оскільки $\angle \bar{p} A \bar{q} = \angle \bar{p}' A' \bar{q}' = \frac{\pi}{2}$, то враховуючи попередні позначення, згідно формули (1) маємо:

$$|\bar{r}| = |\bar{r}'| = \frac{p}{\sin\alpha} = \frac{q}{\cos\alpha},$$

Внаслідок симетрії, прямі, на яких лежать вектори $\bar{r}$ і $\bar{r}'$ перетнуться в точці *C*, яка належить перпендикуляру *CB*, де В - середина відрізка *AA'*. Отже, пряма *CB* буде бісектрисою кута $\angle ACA'=2\beta$, причому сума $\bar{r}$ і $\bar{r}'$ (за припущеннями 5 і 3) дорівнює:

$$2r\cos\beta = 2p\ \frac{\cos\beta}{\sin\alpha}.$$

Це і буде разом з тим сума векторів $\bar{p}$ і $\bar{p}'$. Отже, порівнюючи одержаний результат з попереднім, одержимо:

$$2p\cos kx = 2p\ \frac{\cos\beta}{\sin\alpha},$$

звідси

$$\cos kx \sin\alpha = \cos\beta, \tag{3}$$

де $AA'=2x$.

Рівність (3) виражає співвідношення між катетом і кутами прямокутного трикутника *ABC* в залежності від того чи буде *k* дорівнювати 0, чи дійсному або чисто уявному числу, з рівності (3) одержимо:

1) якщо $\cos kx = 1$, то $\cos\beta = \sin(\frac{\pi}{2} - \beta) = \sin\alpha$;

2) якщо $\cos kx < 1$, то $\sin(\frac{\pi}{2} - \beta) < \sin\alpha$; (4)

3) якщо $\cos kx > 1$, то $\sin(\frac{\pi}{2} - \beta) > \sin\alpha$.

В першому випадку сума кутів трикутника *ABC* буде дорівнювати π, в другому буде більшою за π, і в третьому – меншою за π. Таким чином три геометрії евклідова або параболічна, неевклідова гіперболічна і неевклідова еліптична випливають з однієї і тієї ж самої формули (3).

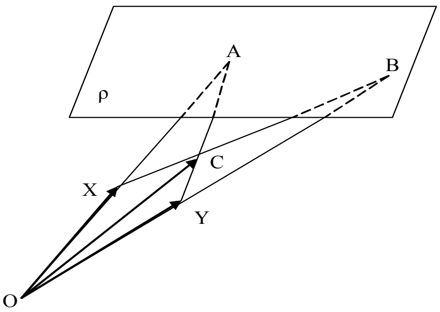
Незалежність формул (1) від постулату Евкліда і можливість їх застосування в механіці неевклідового простору пояснюється тим, що автори самих перших робіт з вищезгаданої теми користувалися законами додавання векторів в його аналітичній формі, яка визначає метод, покладений в основу наведених робіт. В них переважне значення мають метричні співвідношення і метрична геометрія.

Питання про геометричну інтерпретацію операцій додавання векторів у неевклідовому просторі було поставлено і розроблено в роботі А.П. Котєльнікова [1], в основі якої покладено закон додавання векторів в формі правила чотирикутника.

Питання про те, як потрібно буде змінити закон паралелограма для неевклідового простору – невизначене: можна дати різні узагальнення цього закону, але найбільш простим є наступне:

1. Назвемо вектором $\overline{OX}$ сукупність двох точок – початку *O* і кінця *X*; променем відповідного вектора – орієнтовану пряму, яка проходить через початок і кінець.

2. Розглянемо правило чотирикутника (мал. 4). Для того, щоб скласти два вектори $\overline{OX}$ і $\overline{OY}$, які мають спільний початок *O*, будуємо площину *ρ*, полярну до початку О відносно абсолюта, і продовжуємо промені *OX* і *OY* до перетину з площиною *ρ* відповідно в точках *A* і *B*. Прямі *AY* і *BX* перетнуться в точці *C*.



Мал. 4

Вектор $\overline{OC}$ є геометричною сумою векторів $\overline{OX}$ і $\overline{OY}$:

$$\overline{OX} + \overline{OY} = \overline{OC}.$$

В евклідовому просторі площина ρ являє собою нескінченно віддалену площину цього простору, а чотирикутник $OXCY$ буде паралелограмом, а правило чотирикутника стає правилом паралелограма. Для кожного вектора ми розглядаємо дві величини: довжину вектора

$$\alpha = \left|\overline{OX}\right|$$

і тензор вектора

$$g = \frac{1}{k} tg(k\alpha),$$

де k – дійсна величина для еліптичного простору, чисто уявна для гіперболічного і дорівнює «нулеві» для параболічного. Модуль числа k, коли воно відмінне від нуля, залежить від одиниці вимірювання довжини, яку завжди можна вибрати так, що $k = 1$ або $k = 0$, в залежності від того, чи буде це простір Рімана, чи Лобачевського, чи Евкліда. Очевидно, що для евклідового простору тензор вектора дорівнює його довжині.

Література

1. Котельников А.П. Проективная теория векторов. Известия Казанского физ. мат. общества, 2-е серия.
2. Фок В. Атом водорода и неевклидова геометрия. Изд. АН. СССР, отд. мат и естеств. наук, 1935.— 169 с.

Л.В. Процак

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, Київ

Навчання вищої математики в умовах модульно-рейтингової системи

Відповідно до наказу Міністерства освіти та науки України №48 від 23.01.2004 ”Про проведення педагогічного експерименту з кредитно-модульної системи організації навчального процесу” ряд підрозділів Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова перейшли до модульної системи організації навчального процесу.

Згідно з означенням професора В.І. Бондаря “Модуль навчальної дисципліни – це не просто її частина (тема чи розділ), а інформаційний вузол, який у свою чергу є одиницею, що уніфікує підхід до структурування цілого на частини, тобто на окремі модулі”.

Модульне навчання – це процес засвоєння навчального матеріалу, організованого у вигляді модулів, який включає в себе такі компоненти:

- мету та завдання;
- мотивацію на якісне засвоєння;
- зміст (навчальний модуль);
- методи і форми опосередкованої самостійної навчально-пізнавальної діяльності;
- корекцію, самооцінку й оцінку результатів засвоєння знань умінь та навичок.

Позитивним моментом впровадження модульного навчання є звуження ролі інтерактивних форм самостійної роботи студентів під керівництвом викладача. При модульному навчанні той, хто навчається більш самостійно чи абсолютно самостійно може працювати із запропонованою йому навчальною програмою, що містить у собі цільову програму дій, банк інформації та методичне керівництво щодо досягнення поставлених дидактичних цілей.

Одним із варіантів організації модульного навчання є модульно-рейтингова система, при якій вивчення студентом навчальної дисципліни відбувається шляхом послідовного і ґрунтовного опрацювання навчальних модулів, а оцінювання якості його роботи та рівня здобутих вмінь і знань здійснюється безпосередньо за рейтинговою системою.

Модульно-рейтингова система передбачає:

- стимулювання систематичної роботи студентів протягом усього семестру і підвищення якості їхніх знань;
- підвищення об’єктивності оцінювання знань студентів;
- запровадження здорової конкуренції в навчанні;
- виявлення творчих здібностей студентів.

Найважливішим моментом модульно-рейтингової системи, окрім розбиття матеріалу на змістовні модулі, є організація та проведення рейтингового контролю. Рейтингова система оцінювання навчальної роботи студента – це така методика визначення якості його роботи та рівня здобутих знань, яка передбачає оцінювання в балах усіх результатів, досягнутих під час поточного та підсумкового контролю. Навчальний рейтинг студента визначається з усіх видів робіт, передбачених навчальним планом за семестр, конкретні числові показники успішності студента (оцінювання знань) визначаються відповідно до методики, описаної у положенні про модульно-рейтингову систему ВНЗ.

Зупинимося більш детально на проблемі самостійності навчання студентів як важливої складової модульно-рейтингової системи навчання.

Основними факторами самостійності студентів ВНЗ при вивченні математики є:

- підвищення самостійності студентів у контролі засвоєння знань;
- посилення інформативної ємності змісту освіти за рахунок активізації суб'єктної позиції студента;
- розвиток навичок його самостійної навчальної праці.

Самостійна робота студентів вимагає наявності інформаційно-предметного забезпечення: підручників, навчальних і методичних посібників, конспектів лекцій, опорних конспектів, засобів інформаційної підтримки комп'ютерного забезпечення у вигляді автоматизованих курсів або іншої інформації, що забезпечує одержання знань, довідників з того чи іншого питання досліджуваного предмета, відповідної матеріальної бази (лабораторне устаткування, тренажери, ТЗН, комп'ютери тощо). Методичні матеріали повинні забезпечувати можливість самоконтролю студента з того чи іншого блоку навчального матеріалу чи предмета в цілому. Рекомендується також відповідна наукова і спеціальна монографічна і періодична література.

У навчальному плані не випадково повинна бути збільшена частка часу, що припадає на самостійну роботу студентів. Традиційний виклад вузівських курсів природничо-наукових дисциплін носить інформаційний характер. Величезний обсяг нової інформації, засвоєння якої, крім всього іншого, ускладнюється великою чисельністю студентів на лекціях, не може бути засвоєний без подальшої індивідуальної та самостійної роботи, зокрема, під керівництвом викладача.

Практика підготовки фахівців у вищих навчальних закладах показує, що традиційні форми і методи оцінки якості засвоєння студентами інформації недостатньо стимулюють їхню самостійність у цій діяльності, не сприяють адекватності цієї оцінки дійсному рівню знань, умінь і навичок.

Якість контролю засвоєння навчальної інформації можна підвищити лише на базі прогресивних навчальних технологій, орієнтованих на реалізацію таких дидактичних норм як інтенсифікація й оптимізація самоконтролю знань студентами в навчальному процесі, індивідуалізація і диференціація навчальної діяльності суб'єктів навчання, об'єктивізація поетапного і підсумкового контролю результатів навчання. Сьогодні розроблені теоретичні передумови комп'ютерної технології навчання, що забезпечує реалізацію основних принципів дидактики, пов'язаних не тільки з процесом вивчення, але і з процесом навчання студентів, їх самостійною пізнавальною діяльністю, навчанням самоконтролю предметних знань за курсом математики.

На даний час у вищій школі педагогічний тест використовується, як правило, лише як засіб контролю знань після завершення кожного навчального модуля. Включення різних форм тестових завдань у процесі самонавчання і самоконтролю підвищує психологічну привабливість навчальної програми, реалізує на ділі суб'єктну позицію студента в навчанні.

До прогресивних методів контролю варто віднести рейтинговий метод як спосіб усвідомлення студентом ступеня самостійності в оцінці власних знань, умінь і навичок з математики. Цей метод володіє такими важливими перевагами перед традиційними методами контролю знань, як більш висока об'єктивність контролю і диференціація оцінки (результати тестів можуть бути представлені, якщо необхідно, у більш диференційованих шкалах, що містять більше градацій оцінки). Тому збільшуються і можливості студентів у самоконтролі знань з математики.

Тестування забезпечує більш високу ефективність й у систематизації знань студентів з математики у порівнянні з традиційними методами контролю. У студентів з'являється можливість порівняльної оцінки повноти і всебічності знань з основних розділів курсу математики. Цей процес носить масовий характер, оскільки тести можна одночасно проводити на великих групах студентів. Та й обробка результатів для одержання остаточних оцінок проводиться легше, швидше, ніж, скажімо, перевірка контрольних робіт.

Рейтинг слугує розвитку і закріпленню системного підходу студентів до вивчення дисципліни. Узагальнюючи переваги рейтингової системи як одного з інноваційних методів контролю знань, можна констатувати, що рейтингова система – це не тільки оцінка рівня засвоєння знань студентів, але й метод системного підходу до розвитку їхньої самостійності у вивченні такої дисципліни як математика.

При раціональному, з дидактично виправданої позиції, поділі математики на блоки, стає можливим її засвоєння кожним, хто навчається, самостійно. У цьому випадку самостійна робота студентів, її реалізація у ВНЗ створює умови для розвитку особистості студента.

Самостійна діяльність з набуття студентами знань і вмінь припускає чітку регламентацію навчання в залежності від змісту предмета, умов навчання, рівня підготовленості студентів до сприйняття і засвоєння матеріалу. Тому при рейтинговому контролі знань варто ретельно проробляти і потім повідомляти студентам пооперaційний склад їхньої діяльності з самооцінки математичних знань.

Тести, при професійному конструюванні й застосуванні, заощаджують час педагога на проведення одноманітних операцій контролю знань. Але в жодній сучасній дидактичній системі вони не є єдиним засобом контролю. Окремі тестові завдання дійсно не можуть вимірювати складні знання й уміння. Але будь-яке складне завдання можна, при певній переробці, представити у вигляді простих (наприклад, у вигляді блокових тестів).

Як складову частину самостійної роботи студентів у ВНЗ доцільно рекомендувати комп'ютерний практикум з математики. Метою впровадження засобів автоматизації математичних розрахунків є не тільки розширення фундаментальних знань студентів як результату дослідження й аналізу математичних понять і фактів, але й формування навичок самостійної оцінки ступеня оволодіння практичними прийомами роботи у вивченні математики. Ці прийоми закріплюються в курсовому, дипломному проектуванні і науковій роботі студентів.

Література

1. Бондар В.І. Модульно-рейтингова технологія вивчення навчальної дисципліни: навчальний посібник. – 1999 – 48 с.
2. Чернилевский Д.В. Дидактические технологии в высшей щколе: Учеб.пособие для вузов. – М.:ЮНИТИ-ДАНА,2002. – 437 с.
3. Актуальні проблеми теорії і методики. Всеукраїнська наук.-практич. конференція (6 жовтня 2004 р., Київ). – НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2004.

Ткаченко Н.В.
Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова,
м. Київ

Складові однієї інтерактивної системи навчання вищої математики

Мета роботи: удосконалення системи навчання з вищої математики, яка б забезпечувала повноту, якість та довготривалість знань, вмінь і навичок студентів в умовах кредитно-модульної системи навчання вищої математики.

Рівень пізнання людиною природи і самої себе дозволяє розробляти все ефективніші методи навчання вищої математики.

Система навчання, що розглядається, мною розроблялась і впроваджувалась при викладанні курсів з вищої алгебри та геометрії на фізико-математичному факультеті НПУ ім. М.Драгоманова протягом багатьох років. Ефективність та довготривалість знань, що отримали тоді студенти з вищої математики за такою методикою, підтвердилась через десятки років самими студентами.

Система створена з огляду на основні види занять при навчанні: лекція та практичне заняття.

Довговічність та ефективність знань з вищої математики залежить від якості теоретичних знань, вмінь та навичок студента. Саме цей порядок визначає пріоритети системи, що нами пропонується.

Сукупність усієї інформації, що надходить до людини через органи чуття (зір, слух, нюх, смак та дотик) збирається у найдосконаліший "комп’ютер", яким наділено людину – її мозок. При отриманні нової інформації у мозку формується образ, який визначається словом (або невеликою кількістю слів). Слово є назва сукупності всієї інформації, що за ним стоїть. Подібно до назви комп’ютерного файла. Людська мова є сукупність слів. Тож за висловом : «Спочатку було Слово...» криється ще до кінця неусвідомлена таїна. Глибина та якість людських знань залежить від точності сформованого образу, сукупності всієї інформації, що визначає назву слова.

XXI століття названо століттям освіти. Освіта покликана міняти свідомість людини. Сьогодні людство визнало пріоритетом формування свідомості людини над отриманням просто знань, що мали досі своєю метою створення все досконаліших технологічних благ. Такий поступ у розвитку цивілізації здійснювався до XXI століття – задоволення чисто споживацьких потреб людства – від винайдення сокири, до парової машини тощо. Але такий шлях привів планету на край загибелі, адже відомо, що зараз на кожного одного землянина виготовлено 2500 тонн вибухових речовин. Це і спонукало людство змінити освітні пріоритети.

Математика є строгою і логічною наукою. Саме математика здатна дуже сильно вплинути на особистість, формуючи її позитивні якості: точність висловлення, порядність, чесність, терпеливість, дбайливість, працьовитість тощо. Звичайно ж, це можливо за умови належної організації спілкування студентів, що вивчають математику. Саме цьому покликана запропонована система вивчення математики.

Весь об’єм інформації, що визначає навчальну програму, розбивається на частини, які стають об’єктом вивчення на поточній лекції. На лекції видається студенту нова порція інформації з навчальної програми. Ця порція структурується за такими категоріями: 1. Формулювання (означення) нових понять. 2.Формулювання нових теорем. 3. Доведення теорем. 4. Формулювання базових алгоритмів. 5. Ілюстративні вправи на засвоєння алгоритмів.

Такі частини повністю охоплюють знання, вміння і навички, якими студент повинен оволодіти на цій лекції. Звичайно, знання з математики є синтетичними і базуються на якості раніше засвоєного студентами програмного матеріалу. Під час читання лекції ці категорії переплітаються відповідно до потреб творчості і логіки самого викладача.

Відомо, що викладач має обмаль часу, щоб приділити увагу кожному студенту зокрема. Тому ефективність отриманої інформації студентом, якість інформації, засвоєної ним на кожній лекції та її своєчасне коригування стає величезною проблемою. Саме тому кредитно-модульна система навчання і виникла. Ця система покликана частково поліпшити контроль викладача за засвоєними студентом теоретичними знаннями, вміннями і навичками. За кредитно–модульною системою навчання передбачається широке комп’ютерне тестування з усіма виникаючими при цьому перевагами і недоліками. Проте головний недолік навчання студента – малий час спілкування з даної теми в середовищі людей – залишається. Акцент ставиться на самостійне опрацювання студентом навчального матеріалу за всіма визначеними раніше категоріями та комп'ютерний контроль якості цих знань.

Навчальні методики розвинутих країн досягли великих успіхів у комп'ютерному процесі подання і вивчення нової інформації. Комп'ютерні підручники передбачають з кожного алгоритму декілька рівнів не тільки контролю, а і пропонують для різнорівневих за своїми особливостями студентів різні, адаптовані до них програми з кожного елементу навчального матеріалу. Ці програми мають мету – досягти самого високого рівня знань через поступовість окремих малих кроків. Комп'ютерний підручник передбачає включення у процес якості сприйняття нової інформації якомога більше органів чуття людини. Зір сприймає не тільки чорно білий текст, а всю гамму спеціально підібраних для полегшення сприйняття матеріалу, кольорів. Слух сприймає детальні пояснення процесів. Відеофільм лекції дозволяє студенту зупинитися у будь-який час і прослухати матеріал ще раз. Комп'ютерні тренінгові програми дозволяють студенту відшліфувати техніку використання алгоритмів.

Напрацювання таких програм робиться великими колективами вчених, реалізується за допомогою не тільки підручника, відеофільму, магнітофонної касети, дискети, а і тренінгової комп'ютерної програми на CD або DVD –диску, що містить не тільки комп'ютерний підручник, а і все інше. Вільний доступ до Інтернет дозволяє студенту звертатися за допомогою до викладача. Всі ці засоби, безумовно позитивно впливають на якість знань студентів.

Проте, обмеженість часу у спілкуванні з людьми ще більше загострюються. Про це неодноразово відмічали вчені з розвинутих країн під час своїх виступів на міжнародних конференціях [1].

На жаль, наші технічні можливості ще далекі від таких комп'ютерних методик навчання вищої математики.

Запропонована мною методика дає можливість для значно ефективнішого навчального спілкуванню викладача та студентів. Для того, щоб можна було вкласти весь процес спілкування у короткий час, відведений на самостійну роботу студента під керівництвом викладача відповідно до робочої навчальної програми, на кожній лекції викладач формулює і студенти записують наступну інформацію: перелік питань на взаємоконтроль, що містить перелік означень, перелік теорем для доведення, перелік базових алгоритмів для розв'язування задач та перелік типових задач.

Основний навчальний елемент системи навчального спілкування, що пропонується, називається «Взаємоконтроль».

Така назва найбільше відповідає суті навчального спілкування студентів.

Взаємоконтроль відбувається наступним чином. У кожній академічній групі викладачем разом із колективом групи призначаються студенти-консультанти із розрахунку один консультант від 5-6 студентів. Академічна група розбивається на підгрупи по 5-6 студентів з одним консультантом.

У визначений заздалегідь час (в залежності від особливостей: на практичному занятті або на консультації) викладач збирає консультантів разом навкруги одного стола і проводить із ними бліц-опитування. У дуже швидкому темпі викладач ставить по порядку кожному студенту одне запитання із першої частини. Студент не має можливості підглянути або скористатися підказкою друзів. Студент повинен відповідати без підготовки і негайно! Навіть при невеличкій затримці викладач виставляє студенту мінус і швидко надає слово наступному студенту. У такому ритмі студенти швидко опрацьовують матеріал лекції на рівні означень і формулювань. Як правило, для проведення бліц-опитування достатньо 15 хвилин. У другій частині взаємоконтролю "Логічні міркування" студенту пропонується доведення теореми та розв'язування задачі. На підготовку дається не більше 2-3 хвилини. Після того, як викладач видасть завдання останньому студенту, перший студент уже починає відповідати.

Ефективність процесу досягається тим, що кожен студент ще раз працює над засвоєнням усього теоретичного матеріалу лекції і має можливість негайно оцінити як свої знання, так і знання друзів. Вочевидь, що в цьому процесі дуже зростають такі якості студентів, як правдивість, відповідальність та уважність. Обманути неможливо. Елемент змагання і гри, притаманний такій системі, імпонує студентській молоді і вони із задоволенням, хоч і важко, систематично вчать, уважно конспектують на лекції і виконують домашнє завдання самостійно.

Звісна річ, що викладач не має часу на таку об'ємну роботу із кожним студентом групи зокрема. Тому він передає функцію проведення взаємоконтролю консультантам, кожному у своїй невеличкій групі. Консультанти виставляють плюси і мінуси, рахують, скільки правильних відповідей має кожен студент і виставляють оцінки відповідно до стандартів. Це, звичайно ж, можуть бути і стандарти ECTS з перенесенням до вузівської шкали оцінок. Роботу можна проводити у зручний для студентів час.

Облік всіх оцінок проводять як консультанти, так і викладач. На ведення такого обліку доводиться витрачати невеличкий час. Підсумкова оцінка за складання всіх взаємоконтролів відіграє велику роль на екзамені. І це дуже обгрунтовано! Адже, якщо впродовж семестру студент здавав кожну лекцію, то у нього, без сумніву, сформувалися знання, вміння і навички високої якості назавжди.

Виділення базових алгоритмів дозволяє навчити студента технології розв'язувати типові задачі кожної теми і сприяє формуванню вмінь і навичок високої якості.

Під час проведення взаємоконтролю після бліц-опитування формулювань, кожному студенту пропонується довести теорему. В залежності від готовності студента доводити теорему без підготовки чи з підготовкою, оцінюється доведення. Вміння студентом точно пояснити логічний хід доведення є визначальним. За цим криється його рівень якості математичних знань. Ймовірність того, що студент випадково всі потрібні слова виставить у потрібному логічному порядку близька до нуля! Та ще, коли це студент робить після кожної лекції! Тому такий підхід гарантує розуміння студентом математики, а не бездумне репродуктивне повторення. Це спонукає студентів готувати доведення всіх теорем систематично впродовж семестру, а не тільки до колоквіуму чи перед екзаменом. Систематичні вправи з доведень теорем, ще й під контролем своїх одногрупників, без сумніву, додають значної якості у розвиток математичної культури студента, його здатності логічно мислити і строго висловлювати свою думку.

Доцільно формулювання алгоритмів та їх відпрацювання до рівня автоматичної технології об'єднувати в один блок із теоремами. Тоді вся процедура проведення взаємоконтролю складається із двох частин : бліц – опитування і логічні міркування. У першій частині перевіряється якість сформованих у студента назв понять, означень та формулювань, у другій – практичні вміння студента реалізувати їх при конструюванні логічних міркувань у теоремах, алгоритмах або задачах.

Синтез таких частин успішно справляється як із проблемою міцності математичних знань, так і з належною самооцінкою студента. Цей факт безумовно є великим стимулом до систематичної праці студента впродовж семестру, бо дозволяє йому своєчасно коригувати власні дії і своєчасно направляти їх на поліпшення якості свого навчання.

Підсумовуючи сказане у технологію дій для викладача, пропонуємо їх послідовність:

1. При підготовці кожної лекції викладач структурує її зміст, записуючи наступні категорії відповідно до теми цієї лекції:

I. Перелік нових понять, означень та теорем.

II. Перелік назв теорем для доведення, базових алгоритмів для розв'язування практичних задач або типових завдань для доведень.

2. Викладач на лекції оголошує час проведення взаємоконтролю.

Технологія проведення взаємоконтролю складається, як уже зазначалося вище, з двох частин: бліц-опитування та логічних міркувань. Під час проведення першої частини взаємоконтролю у групах «Викладач-консультанти» або «Консультант - студенти» процес опитування відбувається у швидкому темпі відтворення і обліку адекватності інформації у спеціально призначеному зошиті шляхом відзначення навпроти прізвищ кожного із п'яти студентів «+» або «-» .

Студенти під час проведення взаємоконтролю повинні відтворити свій рівень знань через дії:

1. Формулювання (означення) нових понять.
2. Формулювання нових теорем.
3. Доведення теорем.
4. Формулювання базових алгоритмів.
5. Ілюстративні вправи на засвоєння алгоритмів.

В умовах навчання за кредитно-модульною системою і оцінювання знань студента за 100-бальною шкалою бажано розробити критерії такого оцінювання рівня знань студента, які були б простими і легко реалізовувалися в умовах браку часу. Пропоную наступний простий підхід: Якщо N - кількість всіх питань із переліку, що йдуть на бліц-опитування, тобто першої частини, що виносяться на взаємоконтроль, то «вартість» кожного питання визначається формулою: 100:N. Друга частина переліку питань із розділу "Логічні міркування" оцінюється аналогічно. Остаточна оцінка за взаємоконтроль є середнім арифметичним цих двох.

Перед модульним контролем відповідно до робочої навчальної програми для кожного студента підраховують його підсумковий бал за роботу у семестрі у період до модуля, як просте середнє арифметичне балів, отриманих під час проведення взаємоконтролів. Позначимо це число через С, $0 \le C \le 100$.

Для врахування якості роботи студента у між-модульний період при виставленні підсумкового балу Б за модульний контроль доцільно визнати бали рівноправними і взяти їх середнє арифметичне. Такий підхід є дуже справедливим і потужним стимулюючим фактором у навчанні студента. Тому, якщо під час тестування при модульному контролі студент отримав бал Т, підсумковий бал, що виставляється у відомість деканату, підраховують за формулою середнього арифметичного, тобто Б=(С+Т):2.

Така навчальна система гарантує високий загальний рівень математичних знань студентів. Адаптація цієї системи організації навчального спілкування з вищої математики до будь-якої іншої дисципліни цілком можлива.

Література

1. Barylo O.Ideas of Free Education in the Process of Renewal of Higher Education.//Society for Higher Education Innovation, International Conference on Higher Education Innovation.-Abstracts of Presentations at the First Conference of the Society.-Kiev, May 16-19, 2003.-P.19-20.

3. Tkachenko N.V. About Use of Structural Mathematical Modeling in Training in High School to Knowledge of World Around.//Society for Higher Education Innovation, International Conference on Higher Education Innovation.-Abstracts of Presentations at the First Conference of the Society.-Kiev, May 16-19, 2003.-P.183-184.

4. Ismail Sahin. Innovative Uses of Excel Applications in Math Education.//Society for Higher Education Innovation, International Conference on Higher Education Innovation.-Abstracts of Presentations at the First Conference of the Society.-Kiev, May 16-19, 2003.-P.10.

Кушнірук А.С.
Південноукраїнський державний педагогічний університет ім. К.Д. Ушинського,
м. Одеса

Тестування при вивченні формул скороченого множення

Перевірка знань учнів у поєднанні з оцінкою – це невід'ємний елемент процесу навчання. Система контролю знань повинна базуватися на таких визначальних принципах: об'єктивність, комплексність, послідовність. Ці вимоги легко реалізувати за допомогою тестових перевірочних робіт. Добре продумана і розроблена система тестів дає змогу ефективно контролювати навчальний процес з метою внесення потрібних коректив у навчальну діяльність.

Починаючи з 2002/2003 навчального року [1], Міністерство освіти і науки України за підтримки Міжнародного фонду "Відродження" в межах проекту "Центр тестових технологій" проводить експеримент щодо зовнішнього тестування навчальних досягнень учнів (наказ Міністерства освіти і науки України № 409 від 17.07.2002 р.). Елементи тестування як перевірки знань, умінь і навичок (ЗУН) учнів, також використовуються багатьма вищими навчальними закладами на вступних іспитах, а отже завдання вчителів школи – підготувати учнів до розуміння тестів і правильного їх виконання.

На нашу думку, формування ЗУН буде більш ефективним за умов цілеспрямованого та систематичного контролю за допомогою тестових перевірок як у початкових, так і в середніх та старших класах. Метою цієї статті є спроба розробити та апробувати тестові завдання щодо однієї з найважливіших тем шкільної математики "Формули скороченого множення" для сьомого класу. Запропоновані тести можна використовувати під час роботи за будь-яким діючим підручником алгебри 7 класу, змінюючи порядок завдань.

Тестові завдання, які нами було розроблено, створені не для фіксування рейтингу досягнень учнів по завершенні навчального семестру або навчального року, а тести як засіб контролю за станом знань та вмінь учнів з питань тотожних перетворень, які мають значення для подальшого вивчення матеріалу або вивчення нового матеріалу. При цьому, на нашу думку, можна корисно поєднувати тест, який має за мету перевірку знань і вмінь учнів, з вправами на актуалізацію (і корекцію за необхідністю) цих знань і вмінь, тобто оптимально поєднувати контроль і повторення.

В старших класах на уроках математики можливе використання тестів трьох видів: вхідні, проміжні та підсумкові. Тести першого виду спрямовані на запобігання неуспішності, пов'язаної з наявністю прогалин, які заважають засвоєнню нової інформації. Тести другого виду проводяться, зазвичай, після вивчення нового матеріалу для перевірки вмінь розв'язувати основні, типові задачі. Основна мета цього тестування є перевірка правильності відтворення і розуміння учнями означень, правил, алгоритмів. Тому, що продуктивного, творчого навчання не може бути на порожньому місці, без репродуктивних тренувань. При цьому здійснюється найбільш ефективне коригування знань учнів. Тести третього виду призначені для заключного контролю після того, як вже проведені уроки з розв'язування задач і прикладів на різноманітне застосування нових знань. У такий тест включені питання для визначення глибини засвоєння теоретичного матеріалу, а не тільки для його репродуктивного відтворення.

Для сьомого класу ми пропонуємо тести з тем: "Квадрат суми і квадрат різниці", "Різниця квадратів" та "Формули скороченого множення". Зауважимо, що запропоновані тести можливо використовувати для фронтального або індивідуального контролю. Для кожної теми подано тестові завдання у двох варіантах, але якщо вчителю недостатньо такої кількості, він може скласти аналогічні варіанти або запропонувати ці ж завдання, змінивши номер правильної відповіді.

Перший і другий тести можна розглядати як проміжні тести або вхідні під час вивчення теми 7 класу "Розкладання многочленів на множники" та теми 8 класу "Раціональні вирази". Тести складаються з дванадцяти завдань закритої форми різної складності: від простіших до складніших. Кожне правильно виконане завдання оцінюється в один бал, це дає змогу учням отримати 12 балів, а вчителю швидко оцінити знання і вміння школярів.

Третій тест призначений для поточного контролю успішності вивчення теми "Формули скороченого множення" та, як і два попередні, як вхідного під час вивчення теми 7 класу "Розкладання многочленів на множники" і теми 8 класу "Раціональні вирази". Тест складається з восьми завдань: сім завдань закритої форми й останнє завдання відкритої форми. Завдання 1–4 оцінюються в один бал, завдання 5–8 оцінюються в два бали.

Виконання тестів залежно від призначення, підготовленості учнів та допоміжних матеріалів (мається на увазі, що учні відмічають відповіді та розв'язують приклади в тестових буклетах або на окремих листах) потребують різного часу.

Інструкція з виконання тестів (надається перед виконанням кожного тесту):

Уважно прочитайте завдання і запропоновані варіанти відповідей, якщо вони подані.

В ході виконання завдання з короткою відповіддю Ви повинні обвести або підкреслити одержану відповідь (наприклад, А, В і т.д.). Пам'ятайте, що правильна відповідь тільки одна. Завдання вважається виконаним, якщо Ви обрали правильну відповідь, закреслювання, підчищення, виправлення або відсутність відповіді вважаються помилкою.

Під час виконання завдання з розгорнутою відповіддю Ви повинні записати повне розв'язання вправи.

Бажаємо успіху!

ТЕСТ 1

"КВАДРАТ СУМИ І КВАДРАТ РІЗНИЦІ"

1-й варіант

Заповніть пропущені місця так, щоб дістати тотожності.

1. $(p+q)^2=p^2+...+q^2$

А. pq. Б. $2pq$. В. $-2pq$.

2. $(m-3)^2=m^2-...+9$

А. $3m$. Б. $6m$. В. $9m$.

3. $(5-x)^2=...-10x+x^2$

А. $10x$. Б. $25x^2$. В. 25.

4. $(...+4)^2=y^2-8y+16$

А. y^2. Б. $8y$. В. y.

5. $(5a+b)^2=25a^2+10ab+...$

А. b^2. Б. $(5a)^2$. В. $5ab$.

6. $(4m+3n)^2=16m^2+...+9n^2$

А. $7mn$. Б. $12mn$. В. $24mn$.

7. $(x^5+y^4)^2=...+2x^5y^4+y^8$

А. x^5y^4. Б. x^{10}. В. x^{25}.

8. $(m^2-2m)^2=m^4-...+4m^2$

А. $4m^3$. Б. $2m^3$. В. $4xm^6$.

9. $(-11a+2b^5)^2=121a^2.....+4b^{10}$

А. $44ab^5$. Б. $-44ab^5$. В. $\pm 44ab^5$.

10. $(4x^3+...)=...+40x^3y+25y^2$

А. $8y$; $16x^6$. Б. $16x^6$; $5y$. В. $5y$; $16x^6$.

11. $49x^2-...+4y^2=(........)^2$

А. $14xy$; $9x-2y$. Б. $28xy$; $7x+2y$. В. $28xy$; $7x-2y$.

12. $(........)^2=16m^6-...+49k^4m^8$

А. $4m^3-7k^2m^4$; $28\mathrm{m}^7k^2$. Б. $4m^3-7k^2m^4$; $56m^7k^2$. В. $4m^3-7k^2$; $28\mathrm{m}^7k^2$.

ТЕСТ 1

"КВАДРАТ СУМИ І КВАДРАТ РІЗНИЦІ"

2-й варіант

Заповніть пропущені місця так, щоб дістати тотожності.

1. $(x-y)^2=x^2-...+y^2$

А. $2xy$. Б. xy. В. $3xy$.

2. $(x-6)^2=x^2-...+36$

А. $36x$. Б. $12x$. В. $6x$.

3. $(4-y)^2=...-8y+y^2$

А. 16. Б. $8y$. В. $4y^2$.

4. $(...+5)^2=x^2+10x+25$

А. x^2. Б. x. В. $10x$.

5. $(7a+b)^2=49a^2+14ab+...$

А. b^2. Б. $7ab$. В. $(7a)^2$.

6. $(5m+3n)^2=25m^2+...+9n^2$

А. $8mn$. Б. $15mn$. В. $30mn$.

7. $(x^3+y^2)^2=...+2x^3y^2+y^4$

А. x^3y^2. Б. x^6. В. x^9.

8. $(y^3–3y)^2=y^6–...+9y^2$

А. $6y^8$. Б. $3y^4$. В. $6y^4$.

9. $(–7a+3b^3)^2=49a^2.....+9b^6$

А. $–42ab^3$. Б. $42ab^3$. В. $\pm 42ab^3$.

10. $(2x^7+...)=4x^{14}+...+81y^4$

А. $18y^2$; $36x^7y^2$. Б. $9y^2$; $18x^7y^2$. В. $9y^2$; $36x^7y^2$.

11. $25k^2–10k+...=(........)^2$

А. 1; $5k–1$. Б. k^2; $5–k$. В. 4; $5k–4$.

12. $(........)^2=25m^{10}+...+121k^2m^6$

А. $5m^5+11km^3$; $55m^6k$. Б. $5m^5–11km^3$; $110m^6k^3$. В.$5m^5+11km^3$; $110m^8k$.

ТЕСТ 2

"РІЗНИЦЯ КВАДРАТІВ"

1-й варіант

Заповніть пропущені місця так, щоб дістати тотожності.

1. $(x+y)(x–y)=x^2–...$

А. $2xy$. Б. y^2. В. $–y^2$.

2. $a^2–c^2=(a–c)(.....)$

А. $a–c$. Б. $a \pm c$. В. $a+c$.

3. $(x+2y)(x–2y)=x^2–...$

А. $4y^2$. Б. $2y^2$. В. $4y$.

4. $(5x–2)(5x+2)=...–4$

А. $25x^2$. Б. $10x^2$. В. $5x^2$.

5. $(3m+4n)(3m–4n)=9m^2–...$

А. $4n^2$. Б. $16n^2$. В. $16n^4$.

6. $(0{,}6a+0{,}7b)(0{,}6a–0{,}7b)=0{,}36a^2–...$

А. $0{,}49b$. Б. $4{,}9b^2$. В. $0{,}49b^2$.

7. $(m^3+n^2)(m^3–n^2)=...–n^4$

А. m^6. Б. m^9. В. $2m^3n^2$.

8. $(x^2+2x^3)(x^2–2x^3)=x^4.....$

А. $4x^6$. Б. $\pm 4x^6$. В. $–4x^6$.

9. $(–7a+2b^2)(7a+2b^2)=.........$

А. $–49a^2+4b^4$. Б. $49a^2–4b^4$. В. $49a^2+4b^2$.

10. $(...–12x^3)(0{,}7x+12x^3)=0{,}49x^2–...$

А. $0{,}7x^2$; $144x^6$. Б. $0{,}7x$; $144x^6$. В. $0{,}7x$; $24x^6$.

11. $a^2–(b+c)^2=(a+b+c)(........)$

А. $a+b–c$. Б. $a–b+c$. В. $a–b–c$.

12. $a^6–(a^2+4)^2=(a^3–a^2–4)(.......)$

А. a^3+a^2+4. Б. $a^3–a^2–4$. В. $a^3+a^2–4$.

ТЕСТ 2

"РІЗНИЦЯ КВАДРАТІВ"

2-й варіант

Заповніть пропущені місця так, щоб дістати тотожності.

1. $(m–n)(m+n)=m^2–...$

А. mn. Б. $2mn$. В. n^2.

2. $c^2–d^2=(c+d)(.....)$

А. $c–d$. Б. $c\pm d$. В. $c+d$.

3. $(x–3y)(x+3y)=x^2–...$

А. $3y^2$. Б. $6y^2$. В. $9y^2$.

4. $(6x+5)(6x–5)=...–25$

А. $12x^2$. Б. $36x^2$. В. $6x^2$.

5. $(4m–2n)(4m+2n)=16m^2–...$

А. $4n^4$. Б. $2n^2$. В. $4n^2$.

6. $(0,5\,a+0,9\,b)(0,5\,a–0,9\,b)=0,25\,a^2–...$

А. $0,81\,b^2$. Б. $8,1\,b^2$. В. $0,81\,b$.

7. $(x^2+y^3)(x^2–y^3)=x^4–...$

А. $2x^2y^3$. Б. y^6. В. y^9.

8. $(x^3+3x^2)(x^3–3x^2)=x^6.....$

А. $9x^4$. Б. $\pm 9x^4$. В. $–9x^4$.

9. $(–10\,a+3\,b^3)(10\,a+3\,b^3)=.........$

А. $100\,a^2–9\,b^9$. Б. $–100\,a^2+9\,b^6$. В. $–10\,a^2+9\,b^6$.

10. $(...–11y)(0,6x^3+11y)=0,36x^6–...$

А. $0,6x^3$; $22y^2$. Б. $0,6x^3$; $121y^2$. В. $0,6x^2$; $121y^2$.

11. $x^2–(y+z)^2=(x+y+z)(........)$

А. $x+y+z$. Б. $x–y+z$. В. $x–y–z$.

12. $m^6–(m^2–3)^2=(m^3–m^2+3)(.......)$

А. $m^3+m^2–3$. Б. m^3+m^2+3. В. $m^3–m^2–3$.

ТЕСТ 3

"ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ"

1-й варіант

1. Яка із запропонованих рівностей є формулою різниці квадратів?

А. $(a – b)^2= a^2–2\,a\,b + b^2$. В. $a^2– b^2 = (a – b)(a + b)$.
Б. $(a + b)^2= a^2+2\,a\,b + b^2$. Г. $a\,(a + b)= a^2+ a\,b$.

2. Неповним квадратом суми виразів x і y є:

А. $x^2–xy+y^2$. В. $x^2+xy–y^2$.

Б. $x^2+2xy+y^2$. Г. x^2+xy+y^2.

3. Яка з рівностей вірна?

А. $49–y^2=(7–y)^2$. В. $x^2–1=(x–1)(x–1)$.

Б. $(a + b)^2=(a + b)(a + b)$. Г. $(a – b)^2=(a + b)(a – b)$.

4. Вираз $(8–m)^2$ у вигляді многочлена можна записати так:

А. $8–m^2+m$. В. $64–m^2$.

Б. $64–8m+m^2$. Г. $64–16m+m^2$.

5. Перетворити $(3x+0,5y)(3x–0,5y)$ у многочлен стандартного вигляду.

А. $9x^2+0,25xy$.

Б. $9x^2–0,25y^2$.

В. $9x^2+0,25y^2$.

Г. Інша відповідь.

6. Який із запропонованих добутків є многочленом $7a^2–7$?

А. $7(a–1)(a–1)$.

Б. $–7(a^2+1)$.

В. $7(a–1)(a+1)$.

Г. Інша відповідь.

7. Перетворити $2(5x+6y)^2$ у многочлен стандартного вигляду.

А. $25x^2+30xy+36y^2$.

Б. $50x^2+60xy+72y^2$.

В. $50x^2+120xy+72y^2$.

Г. Інша відповідь.

8. Подати у вигляді добутку $(a–5)^3–8$.

Розв'язання ____

ТЕСТ 3

"ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ"

2-й варіант

1. Яка із запропонованих рівностей є формулою квадрата суми?

А. $(a–b)^2= a^2–2ab + b^2$.

Б. $(a+b)^2= a^2+2ab + b^2$.

В. $a^2– b^2 = (a–b)(a + b)$.

Г. $a(a + b)= a^2+ ab$.

2. Неповним квадратом різниці виразів x і y є:

А. $x^2–xy+y^2$.

Б. $x^2+2xy+y^2$.

В. $x^2+xy–y^2$.

Г. x^2+xy+y^2.

3. Яка з рівностей вірна?

А. $b^2–25=(b–5)^2$.

Б. $(b–5)^2=(b–5)(b+5)$.

В. $b^2–25=(b–5)(b+5)$.

Г. $(b+5)^2=(b+5)(b–5)$.

4. Вираз $(m–3)^2$ у вигляді многочлена можна записати так:

А. $m^2–9$.

Б. $m^2–6m+9$.

В. $m^2–3m+9$.

Г. m^2+6m+9.

5. Перетворити $(4x+0,6y)(4x–0,6y)$ у многочлен стандартного вигляду.

А. $16x^2+0,36xy$.

Б. $4x^2–0,6y^2$.

В. $16x^2–0,36y^2$.

Г. Інша відповідь.

6. Який із запропонованих добутків є многочленом $2x^2–2$?

А. $2(x–1)(x–1)$.

Б. $–2(x^2+1)$.

В. $2(x–1)(x+1)$.

Г. Інша відповідь.

7. Перетворити $3(2x+5y)^2$ у многочлен стандартного вигляду.

А. $12x^2+60xy+75y^2$.

Б. $4x^2+10xy+25y^2$.

В. $12x^2+10xy+75y^2$.

Г. Інша відповідь.

8. Подати у вигляді добутку $(m–1)^3+27$.

Розв'язання ____

ВІДПОВІДІ

Тест 1

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Відповідь, 1 варіант	Б	Б	В	В	А	В	Б	А	Б	В	В	Б
Відповідь, 2 варіант	А	Б	А	Б	А	В	Б	В	А	В	А	В

Тест 2

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Відповідь, 1 варіант	Б	В	А	А	Б	В	А	В	А	Б	В	А
Відповідь, 2 варіант	В	А	В	Б	В	А	Б	В	Б	Б	В	Б

Тест 3

Завдання	1	2	3	4	5	6	7
Відповідь, 1 варіант	В	Г	Б	Г	Б	В	В
Відповідь, 2 варіант	Б	А	В	Б	В	В	А

Запропоновані тести було апробовано на уроках математики школи-інтернату №5 м. Одеси для поточного контролю та з метою подальшого коригування знань учнів, тобто як проміжні. Задля перевірки валідності тестових завдань результати тестування порівнювалися з результатами тематичних контрольних робіт з відповідних тем. Наприкінці року ці тестові завдання пропонувалися учням у процесі повторення матеріалу навчального року. Результати тестування не мали суттєвих відмінностей, отже, тести можна вважати надійними.

Література

1. Дворецька Л. Зовнішнє сертифікаційне тестування (2003) // Мат. в шк. – 2004. – №3, 4 – С. 6-11, 2-5.
2. Бевз Г.П. Алгебра: Проб підр. Для 7–9 кл. серед. шк. – К.: Освіта, 2000. – 303 с.
3. Кравчук В., Янченко Г. Алгебра. Підручник для 7 класу. / За редакцією Слєпкань З.І. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2005. – 192 с.
4. Математика, 7 кл.: Зб. завдань для тематичного оцінювання знань. Метод. рекомендації / Н.С.Прокопенко, А.Г.Мерзляк, В.Б.Полянський, М.С.Якір. – К.: КІМО, 2002. – 56 с.
5. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Рабинович Е.М., Якир М.С. Сборник задач и заданий для тематического оценивания по алгебре для 7 класса. – Харьков: Гимназия, 2001. – 112 с.
6. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спец. пед. навч. закладів. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
7. Стадник Л.Г., Оленич В.Н. Алгебра. Геометрия. 7 класс: Варианты заданий для тематического оценивания учебных достижений учащихся. – Харьков: Веста: Издательство «Ранок», 2002. – 88 с.
8. Чебикін О.Я., Хаджирадєва С.К. Можливості побудови та використання дидактичних тестів у системі фахової підготовки державних службовців: Інструктивно-методичні матеріали для викладачів. – Одеса: ОРІДУ УАДУ при Президентові України, 2002. – 25 с.

Науменко А. А.

НПУ імені М. П. Драгоманова,

м. Київ

Сучасний стан теоретичної розробки проблеми активізації навчально-пізнавальної діяльності

Значення пізнавальної активності особи у всіх сферах її діяльності визначається роллю пізнання в житті окремої людини і суспільства в цілому. Процес системоутворюючого пізнання людиною дійсності або учіння полягає у засвоєнні знань, навичок та вмінь, способів їх набуття, форм поведінки та видів діяльності, що відкриває шлях до творчості, до пізнання буття на якісно новому, вищому рівні. Отже, завдяки пізнанню функціонує та розвивається суспільство, а кожна окрема людина знаходить своє місце в ньому.

Саме в процесі учіння індивід стає особистістю. Учіння є необхідною умовою всебічного розвитку людини і триває у різних формах впродовж усього її життя. Особливо важливу роль воно відіграє у шкільний період. Під впливом учіння виникають зміни у різних підструктурах особистості, яка формується, зокрема, в інтелектуальній та емоційно-вольовій сферах, у спрямованості особистості школяра, його характері, здібностях тощо. Учіння може відбуватися спонтанно, в різних видах діяльності (у грі, праці тощо), але найбільш результативним цей процес стає в умовах організованого засвоєння досвіду, тобто коли учіння набуває форми учбової (пізнавальної) діяльності.

Питання активізації навчально-пізнавальної діяльності школярів завжди було одним з найважливіших серед актуальних проблем педагогіки, психології і методик навчання.

У різні часи цією проблемою займалися А. М. Алексюк, Ю.К. Бабанський, П. П. Блонський, Д. Б., Богоявленська, В. І. Бондар, Л. С. Виготський, П.Я. Гальперін, В.В.Давидов, Є.І. Машбиць, В.М. Осинська, М. М Скаткін, З.І. Слєпкань, Н.Ф. Тализіна, Н.А. Тарасенкова, Р. А. Хабіб, І. Ф. Харламов, Я. Ф. Чепіга, Т. І. Шамова, Г. І.Щукина та інші.

Історія педагогіки налічує численні яскраві приклади такого взаємозв’язку і взаємної обумовленості. Зокрема варто згадати досвід радянської педагогіки 20 – 30-х років минулого століття. Провідними принципами освіти того часу були зв’язок теорії й практики, активності та самостійності навчання. Реалізація цих принципів здійснювалась через організацію трудового навчання, використання так званих активних методів навчання. У педагогічній практиці 20-х років можна знайти чимало прикладів різних форм активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів, які не втратили своєї актуальності й сьогодні. Досвід минулого корисний ще й тим, що дозволяє уникнути ряду помилок, негативних наслідків, до яких може призвести абсолютизація та надмірне захоплення цим методом.

В нашій роботі [7] зроблено детальний аналіз проблеми активізації навчально-пізнавальної діяльності кінця XIX початку XX століття. Мета пропонованої статті розкрити сучасний стан проблеми: з'ясувати понятійний апарат, проаналізувати види та рівні активності, охарактеризувати її зміст і прояви у навчальному процесі.

У сучасній педагогіці термін учбова діяльність використовується, щоб розрізнити такі поняття як навчальна діяльність учителя, учіння, учбова діяльність учня.

Навчальна діяльність по відношенню до учбової діяльності виконує управлінську функцію. При цьому учень виступає не просто об'єктом управління, а суб'єктом учбової діяльності лише тоді, коли навчальний вплив набуває для учня особистісного змісту. Самого лише факту повідомлення тих чи інших знань учню недостатньо для того, щоб відбулося їх засвоєння. Ще у середині XIX століття видатний німецький педагог А. Дістервег писав: „Розвиток і освіта жодній людині не можуть бути дані або повідомлені. Кожний, хто до них прилучиться, має досягти цього власною діяльністю, власними силами, власним напруженням...". Так само й сучасний психолог і педагог Ю. І. Машбиць вважає неправомірним поширення такого терміну як „передача знань" і наголошує, що знання як ідеальні утворення не можуть бути безпосередньо передані іншому суб'єкту, їх може виробити тільки сам суб'єкт в результаті власної активності [5].

Отже, проблема формування пізнавальної активності школярів є однією із найгостріших у теорії й практиці навчання. Дана проблема настільки глобальна, що може бути віднесена до метапроблем сучасної педагогіки. Вона є джерелом цілого ряду інших проблем, таких як розвиток мислення учнів, їх інтелектуальних здібностей; формування пізнавальних інтересів; вивчення мотивації навчальної діяльності та формування мотивів учіння; посилення зв'язку навчання з життям; формування загальнонавчальних умінь;підвищення рівня самостійності учнів у навчанні та багато інших. Дослідження усіх цих проблем так чи інакше знаходяться у площині реалізації принципу активності учнів у навчанні.

Щоб з'ясувати сутність поняття „пізнавальна активність", доцільно розглянути поняття активності взагалі. Іменник „активність" походить від латинського прикметника *activus*, який означає діяльний, енергійний, ініціативний. Це слово з латинським коренем увійшло у більшість європейських мов і часто використовується як синонім слова „діяльність" (англійська мова: *activity* – діяльність, активність, енергія; німецька мова: *die Aktivität* – активність, діяльність, дієвість). Взаємозв'язок даних понять і в українській мові надзвичайно тісний. Проте вони далеко не тотожні, інакше широко вживане словосполучення „активна діяльність" втратило б свій смисл. При цьому діалектика їх взаємозв'язку досить складна і під різними кутами зору розкривається по-різному.

У філософському аспекті активність розглядається як широка категорія, яка включає в себе діяльність. Зокрема, поняття „активність" ширше, ніж „діяльність", бо активність властива всьому матеріальному світові. Дійсно, існують такі поняття як „вулканічна активність", „сонячна активність", „радіоактивність" тощо, які стосуються природних процесів, що відбуваються без втручання людини. Тоді як діяльність – категорія, що стосується живих істот, а в психолого-педагогічному контексті – виключно людей. Так, М. М. Заброцький визначає діяльність як специфічно людську, регульовану свідомістю активність, зумовлену потребами і спрямовану на пізнання та перетворення зовнішнього світу та самої людини [2, с. 108].

В. І. Лозова звертає увагу на те, що слід розрізняти активність людини як біологічної істоти і як соціальної. У біологічному аспекті людині, як і всім живим істотам властива активність у розумінні реакції, подразливості, вибірковості тощо. Тоді як соціальна активність людини – „це не природна риса, вона може змінюватися у зв'язку з розвитком особистості, зміною того соціального середовища, у якому людина перебуває" [3, с. 11]. Тому у педагогічному словнику ми зустрічаємо тлумачення поняття „активність особистості", а не „активність" взагалі чи „активність людини": *активність особистості* – здатність людини до свідомої трудової і соціальної діяльності, міра цілеспрямованого, планомірного перетворення нею навколишнього середовища й самої себе на основі засвоєння нею багатств матеріальної і духовної культури [1, с.21].

У наведеному визначенні активність розглядається у двох аспектах: як риса людини і як якісна характеристика, міра діяльності. Саме до такого тлумачення приходить і В. І. Лозова, здійснивши ґрунтовний аналіз різних підходів до визначення цього поняття: „поняття „активність" у педагогічному розумінні можна трактувати як рису людини, яка виявляється в стані готовності, в прагненні до самостійної діяльності, а також у якості здійснення діяльності, виборі оптимальних шляхів до досягнення поставленої мети" [3, с. 12].

Отже, активність у педагогічній науці розглядається не тільки і не стільки як діяльний стан особистості, а як якість особистості, її соціальна особливість. Це дозволяє ставити перед освітою завдання виховання особистісної активності школярів, формування у них активної життєвої позиції. При цьому формуючий вплив може здійснюватись у трудовій, спортивній, громадській, інших видах діяльності, але особливо – в учбовій. Оскільки остання є провідною діяльністю людини у шкільний віковий період.

Учбова діяльність, в першу чергу, передбачає пізнання нового. З'ясовуючи функціональні можливості різних видів діяльності у навчанні, Г. І. Щукіна вказує, що пізнавальна діяльність озброює знаннями, вміннями, навичками; сприяє вихованню світогляду, морально-естетичних якостей учнів; розвиває їх пізнавальні сили, інтереси; виявляє й реалізує потенційні можливості учнів; залучає до пошукової, творчої діяльності [11, с. 61].

Проектуючи визначення поняття активності на пізнавальний процес, пізнавальну активність слід розуміти як свідоме бажання й готовність здійснювати пізнавальну діяльність.

Психологи й дидакти, визначаючи поняття „пізнавальна активність”, переважно одностайні й, головним чином, акцентують на вольовому та емоційному ставленні учнів до пізнавальної діяльності. Так, М. І. Махмутов під пізнавальною активністю розуміє виявлення в учбовому процесі вольової, емоційної та інтелектуальної сторін особи [4, с. 44]. І. Ф. Харламов розглядає активність як стан учня, який характеризується прагненням до навчання, розумовим напруженням і виявом вольових зусиль у процесі оволодіння знаннями [9, с. 31]. Г. І. Щукіна визначає пізнавальну активність як „творення особистості, яке виявляє інтелектуальний відгук на процес пізнання, живу участь, розумово-емоційну чуйність учня в пізнавальному процесі” [11 , с. 116]. У дослідженнях Т. І. Шамової активність розглядається „як якість діяльності, в якій проявляється особистість самого учня з його відношенням до змісту, характеру діяльності і бажанням мобілізувати свої морально-вольові зусилля на досягнення учбово-пізнавальної мети” [10,с. 54]. Поділяючи позицію Т. І. Шамової, Р. А. Хабіб вказує три основні вияви пізнавальної активності учня: 1) у його ставленні до змісту і процесу учіння; 2) у прагненні до ефективного оволодіння знаннями і способами діяльності за оптимальний час; 3) у мобілізації морально-вольових зусиль на досягнення навчально-виховної мети [8, с. 6].

Як і будь-яка особистісна якість, пізнавальна активність може бути притаманна конкретному учневі більшою чи меншою мірою, а також і проявлятись у різних ситуаціях по-різному. Тому в дослідженнях цієї проблеми значне місце відводиться визначенню видів та рівнів пізнавальної активності, а також їх оцінюванню та діагностиці.

Перш за все, слід зазначити, що як діяльний стан особистості активність може бути зовнішньою і внутрішньою. Зовнішній вияв активності має місце в тих випадках, коли учень виконує завдання механічно, думаючи при цьому про щось стороннє, тоді як внутрішня активність спрямовує всі розумові й фізичні зусилля учня на виконання поставленого завдання. Вчителю важливо вміти розпізнавати, яку саме активність виявляє учень.

Залежно від характеру пізнавальної діяльності суб’єкта, Г. І. Щукіна виділяє три рівні активності: 1) репродуктивно-наслідувальна активність; 2) пошуково-виконавська; 3) творча [12 , с. 27].

Схожий розподіл на рівні пропонує й Т. І. Шамова:

перший рівень – *відтворююча активність* – характеризується прагненням учня зрозуміти, запам’ятати і відтворити знання, оволодіти способами їх застосування за зразком;

другий рівень – *інтерпретуюча активність* – характеризується прагненням учня пізнати зв’язки між явищами і процесами, оволодіти способами його застосування в змінених ситуаціях, умовах;

третій рівень – *творча активність* – характеризується інтересом і прагненням не тільки глибоко проникнути в суть явищ, які вивчаються, а й знайти для цього новий спосіб [10, с. 52 – 54].

За змістом активність може бути всебічною (охоплює всі сторони особистості й проявляється в усіх видах діяльності, на заняттях з усіх предметів) або однобокою (проявляється лише в окремих видах діяльності, з окремих навчальних предметів); за тривалістю – стійкою та тимчасовою; за спрямованістю – позитивною і негативною. Враховуючи дані характеристики, В. І. Лозова розрізняє пізнавальну активність ситуативну й інтегральну, коли активність піднімається до стійкої риси особистості [3, с. 34].

Ми в цілому погоджуємося з тим, що пізнавальну активність доцільно розглядати як рису особистості, яка знаходить вияв у відношенні до пізнавальної діяльності. Але, крім цього, варто вказати ще на два аспекти цього поняття. По-перше, активність учнів у навчальному процесі виступає як засіб здійснення ними пізнавальної діяльності, запорука її ефективності. Очевидно, що за відсутності активності, принаймні на першому рівні, ні про яке пізнання не може бути й мови. Саме пасивність учнів, їх байдуже ставлення до знань, до власного особистісного зростання є першопричиною низької успішності та, як наслідок, застійних тенденцій у розвитку, а нерідко й деградації особистості. З цим пов’язаний другий аспект педагогічного розуміння пізнавальної активності, а саме: пізнавальна активність учнів є метою навчальної діяльності вчителя. Тобто, перед вчителем постає завдання активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів.

У сучасному педагогічному словнику активізація процесу навчання тлумачиться як „удосконалення методів і організаційних форм навчально-пізнавальної роботи учнів, яке забезпечує активну й самостійну теоретичну і практичну діяльність школярів у всіх ланках навчального процесу” [1, с. 21].

На нашу думку, більш повно розкривається зміст цього поняття у визначенні, запропонованому Л. С. Межейніковою. У ньому підкреслюється рівневість сформованих якостей учнів, що передбачає диференціацію, а також вказується основний напрямок здійснення активізації. Активізацію пізнавальної діяльності учнів автор розглядає як перехід до вищого рівня активності та самостійності учнів у процесі навчання, який стимулюється розвитком пізнавального інтересу, та відбувається завдяки удосконаленню методів та прийомів навчального процесу [6 , с. 8].

Розглянуті визначення викликають у нас деякі зауваження. Зокрема, на нашу думку, не зовсім вдалим у даному контексті є використання слова „удосконалення”. Хоча, як відомо, немає меж досконалості, але практика свідчить, що процес вдосконалення професійної діяльності швидше дискретний, ніж неперервний. Крім того, далеко не кожен вчитель є новатором, що не обов’язково має свідчити про його низький професійний рівень. У такому разі виникає питання, чи здійснює активізацію процесу навчання вчитель, який з тих чи інших причин у деякому часовому відрізку використовує сталі методи і прийоми роботи? Тому більш доцільним нам видається розуміння активізації як застосування вчителем у своїй навчальній діяльності методів і організаційних форм, які здійснюють вплив на психологічну структуру особистості учня (потребнісно-мотиваційні, емоційно-вольові, когнітивні її компоненти) з метою формування пізнавальної активності та самостійності.

Література

1. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник. – К.: Либідь, 1997. – 376 с.
2. Заброцький М. М. Основи вікової психології. Навчальний посібник. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2003. – 112 с.
3. Лозова В. І. Пізнавальна активність школярів: (Спецкурс із дидактики): [Навч. посібник для пед. ін-тів]. – Х.: Основа, 1990. – 89 с.
4. Махмутов М. И. Развитие познавательной активности и самостоятельности учащихся. – Казань, 1963.
5. Машбиц Е. И. Психологические основы управления учебной деятельностью. – К.: Вища школа, 1987. – 224 с.
6. Межейнікова Л. С. Активізація пізнавальної діяльності учнів основної школи в процесі розв'язування математичних задач фінансового змісту: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – К., 2005. – 20 с.
7. Науменко А.А. З історії проблеми активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів на уроках математики. // Вісник Черкаського університету. Серія Педаг. Науки, 2006 р., – № 93. –С. 90 – 96.
8. Хабіб Р. А. Активізація пізнавальної діяльності учнів на уроках математики: Метод. посібник. – К.: Рад. шк., 1985. – 152 с.
9. Харламов И. Ф. Как активизировать учение школьников. (Дидактические очерки.) Изд. 2-е, доп. и перераб. – Мн.: Нар. асвета, 1975. – 208 с.
10. Шамова Т. И. Активизация учения школьников. – М.: Педагогика, 1982. – 208 с.
11. Щукина Г.И. Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся. – М.: Педагогика, 1988. – 208 с.
12. Щукина Г. И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1979. – 160 с.

Скворцова С.О.
Південноукраїнський державний педагогічний університет ім. К.Д.Ушинського,
м. Одеса

Система навчання розв'язування сюжетних задач

Сюжетні задачі є одним з видів математичних задач і пропонуються учням протягом всього навчання у середній школі. У навчанні математики сюжетні задачі, з одного боку виконують навчальні, розвивальні та виховні функції. Але останнім часом на перший план виходить функція формування вмінь розв'язувати задачі. Дослідженню цієї проблеми присвячені роботи М.О.Бантової М.В.Богдановича, Г.П.Бевза, М.І.Бурди, Н.Б.Істоміної, Ю.М.Колягіна, Є.І.Лященко, В.І.Мішина, В.Н.Осинської, Г.І.Саранцева, З.І.Слєпкань, Н.А. Терешина, Л.М.Фрідмана, Т.М.Хмари, С.Є.Царьової, П.М.Ерднієва та інших.

Усі вчені, що розробляли проблему навчання розв'язування сюжетних задач, одностайні в тому, що кінцевою метою такого навчання повинно бути формування загального уміння розв'язувати задачі, але певну увагу слід приділяти й формуванню окремих умінь розв'язування задач. Аналіз сучасних підручників, методичної літератури свідчить, що практично усі складові загального уміння розв'язувати сюжетні задачі формуються переважно в початковій школі; також в початковій школі учні навчаються розв'язувати 11 типових задач. Таким чином, формування загального та окремих умінь розв'язування задач арифметичним методом, здебільшого, відбувається у початковій школі; у середній школі в школярів формуються спеціальні вміння розв'язувати задачі певними методами: алгебраїчним та геометричним.

Пропозиції методистів щодо вирішення проблеми формування вмінь розв'язувати задачі відображують загальні напрямки цієї роботи [6; 7]. У дисертаційних роботах розробляються окремі аспекти підвищення ефективності навчання учнів розв'язування задач або за рахунок реалізації диференційованого підходу до учнів [1; 3] , або через впровадження наступності між початковою та середньою школою [4], або через застосування окремої системи задач, частіше на рух [2; 5].

Таким чином, у роботах наших попередників відсутня цілісна методична система, яка б передбачала формування загального уміння та окремих умінь розв'язувати задачі певних видів. Мета даної статті полягає у розкритті суті методичної системи навчання молодших школярів розв'язування сюжетних задач.

В основу розробки методичної системи навчання розв'язування сюжетних задач нами покладено наступні ідеї:

1. Навчання розв'язування сюжетних задач буде ефективнішим, якщо проводити спеціальну роботу з формування загальних умінь розв'язувати задачі, переважно, в 1-3 класах та окремих умінь в 4-му класі, на основі опрацювання дій, що складають ці уміння.

2. Основним засобом формування дій, що складають уміння розв’язувати задачі, є спеціальні системи взаємопов’язаних навчальних задач.

3. Навчання діям, що складають загальне уміння розв’язувати задачі слід здійснювати через їх поетапне опрацювання на основі теорії П.Я. Гальперіна та Н.Ф. Тализіної із застосуванням системно-структурного аналізу за З.О. Решетовою.

4. Методика формування загального уміння розв’язувати задачі, повинна висвітлювати динаміку опрацювання окремих дій, що складають загальне уміння розв’язувати задачі, на основі теорії поетапного формування розумових дій і понять П.Я. Гальперіна.

5. Для навчання учнів розв’язання типових задач застосовується теорія змістовних узагальнень В.В.Давидова і метод системно-структурного аналізу З.О. Решетової, через зміни сюжету задачі або величин або числових або шуканих даних задачі.

Виходячи з вищесказаного пропонована методична система містить обов’язкові елементи:

1) методику формування загального уміння розв’язувати задачі;

2) методику формування у молодших школярів уміння розв’язувати задачі певних видів.

Кожний з двох елементів системи є комплексним і містить елементи нижчого порядку :

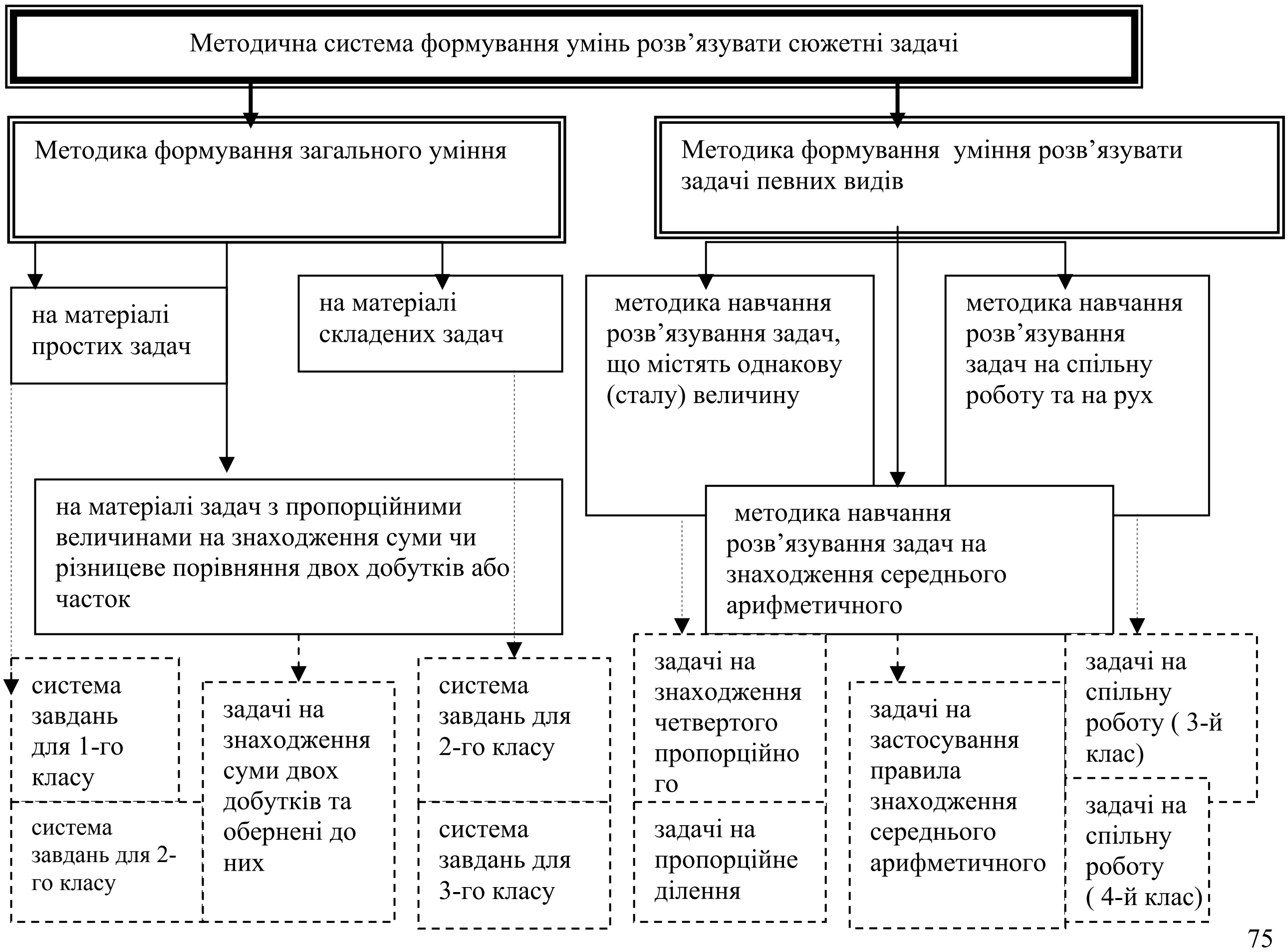
1) методика формування загального уміння розв’язувати задачі реалізується: на матеріалі простих задач; на матеріалі складених задач; на матеріалі задач, що містять пропорційні величини, на знаходження суми або різницеве чи кратне порівняння двох добутків або часток;

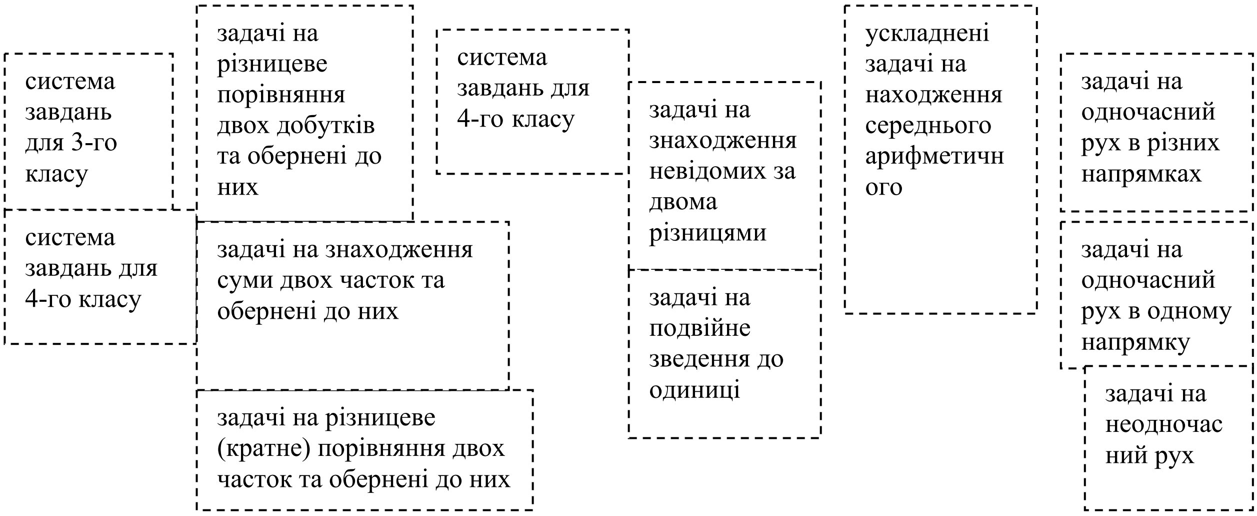
2) методика формування у молодших школярів умінь розв’язувати задачі певних видів, що містять пропорційні величини, реалізується: на матеріалі типових задач, що містять однакову (сталу) величину для двох випадків (задач на знаходження четвертого пропорційного, задач на пропорційне ділення, задач на знаходження невідомих за двома різницями, задач на подвійне зведення до одиниці); на матеріалі типових задач на спільну роботу та на рух; на матеріалі типових задач на знаходження середнього арифметичного.

Кожний з поданих елементів реалізується засобом відповідних систем навчальних задач, отже він також може розглядатися як система (див. мал. 1).

Теоретичною основою складання методики формування у молодших школярів загального уміння розв’язувати прості та складені задачі є вимоги до процесу формування розумових дій, які забезпечують високу ефективність навчання умінь і навичок, що сформульовані Л.М.Фрідманом, а також теорія поетапного формування розумових дій і понять П.Я.Гальперіна, яка відповідає цим вимогам. А *теоретичною основою складання методики формування у молодших школярів уміння розв’язувати задачі певних видів* є теорія змістовних узагальнень В.В.Давидова, навчання за ІІІ типом орієнтування (П.Я.Гальперін) методом системно-структурного аналізу за З.О.Решетовою.

Розглянемо послідовність формування в молодших школярів умінь розв’язувати задачі за пропонуємоєю методичною системою і надамо коротку характеристику кожному з елементів системи.





Мал. 1. Структура методичної системи навчання розв’язування сюжетних задач

<u>Методика формування у молодших школярів загального уміння розв’язувати сюжетні задачі</u>

Ця частина системи забезпечує спеціальне формування окремих дій та операцій, що складають загальне уміння розв’язувати задачі, через їх поетапне опрацювання за П.Я. Гальперіним із дотриманням вимог до процесу формування вмінь і навичок Л.М. Фрідмана. Методика формування загального уміння розв’язувати задачі використовує запропонований нами операційний склад загального уміння розв’язувати задачі на матеріалі простих і складених задач, а також класифікацію простих та складених задач початкового курсу математики.

<u>Методика формування загального уміння розв’язувати задачі на матеріалі простих задач</u>

Формування загального уміння розв’язувати прості задачі відбувається за етапами, які є загальноприйнятими у методичній науці: 1 етап – підготовча робота до введення поняття „задача” (1 клас); П етап – ознайомлення з поняттям „задача”, його структурними елементами та етапами її розв’язання (1-й клас); Ш етап – формування загальних умінь розв’язувати будь-які прості задачі (1 - 4 класи).

На відміну від традиційної методики ми розширили коло питань підготовчої роботи, а саме передбачили опрацювання знань і умінь, які є достатніми для засвоєння поняття „задача”: конкретного змісту арифметичних дій додавання і віднімання, конкретного змісту відношення різницевого порівняння, ознайомлення із їх схематичним зображенням, навчання учнів переходу від словесного формулювання до схематичної моделі, а від неї до математичного виразу і навпаки тощо. Така ґрунтовна підготовча робота надає можливість здійснити ознайомлення учнів з поняттям „задача” на матеріалі простих задач перших п’яти видів, тоді як традиційно це поняття вводиться на матеріалі задач на знаходження суми та різниці. Цей підхід спонукає учнів до свідомого обрання арифметичної дії, за допомогою якої розв’язується задача, попереджає шаблонний, а тому неадекватний, підхід до її розв’язання.

При формуванні умінь розв’язувати прості задачі ми передбачили опрацювання складових дій загального уміння розв’язувати задачі на матеріалі простих задач і визначили динаміку їх формування в певних формах за П.Я. Гальперіним. На відміну від традиційної методики при навчанні розв’язування простих задач учні знайомляться із словами-ознаками окремих видів співвідношень за Л.М. Фрідманом, з моделюванням задачного формулювання у вигляді схематичного малюнка, і на цих підставах вчаться вибирати арифметичну дію, за допомогою якої розв’язується задача. Для оволодіння кожною дією чи операцією застосовуються різноманітні навчальні завдання. Їх варіативність забезпечується використанням в них низки методичних прийомів, а також дій, які виконують діти зі структурними компонентами задачі, текстовими конструкціями, способами моделювання, математичними поняттями і відношеннями; широко застосовуються прийоми вибору, перетворення і конструювання.

Вже в 1-му класі нами передбачено ознайомлення школярів з поняттям оберненої задачі, із складанням обернених задач. Це дає можливість побудувати методику ознайомлення із задачами на знаходження невідомого зменшуваного або невідомого від’ємника через складання обернених задач до задачі на знаходження різниці. Передбачається порівняння структур взаємно обернених задач, що містять співвідношення додавання, віднімання, різницевого порівняння, – з метою визначення відмінних ознак та їх впливу на розв’язання задачі. При введенні задач нових математичних структур також здійснюється порівняння із задачами відомих математичних структур, визначення їх відмінності та її вплив на розв’язання задачі. Таким чином, вже на матеріалі простих задач учні привчаються „досліджувати” задачу.

<u>Методика формування загального уміння розв’язувати задачі на матеріалі складених задач</u>

Формування загального уміння розв’язувати складені задачі відбувається за загальноприйнятими у методиці етапами, які ми дещо конкретизували: І етап – підготовча робота до введення поняття „ складена задача” (2-й клас); П етап – ознайомлення з поняттям „ складена задача” та процесом її розв’язання (2-й клас); Ш етап – формування загальних умінь розв’язувати будь-які складені задачі (2-4-й клас).

На етапі підготовчої роботи учні усвідомлюють: що за двома певними числовими даними можна відповісти на кілька запитань; що задачі різних видів можуть мати однакові розв’язання; що неможливо відповісти на запитання задачі якщо числових даних бракує; що для відповіді на запитання треба знати два певні числові значення, тому їх слід вибрати; що існують задачі, на запитання яких не можна відповісти однією арифметичною дією; що існують задачі, які складаються з двох послідовних простих задач. Учні опрацьовують у матеріалізованій формі дії, які є достатніми для розв’язання складених задач: аналітичний пошук розв’язання, розбиття складеної задачі на прості, визначення плану розв’язання задачі.

Ознайомлення із складеною задачею здійснюється на задачах різноманітних математичних структур, тоді як традиційно учні протягом майже усієї теми розв’язують задачі на знаходження остачі. На відміну від традиційної методики ми передбачаємо формування поняття про складену задачу та процес її розв’язання. Тому передбачені завдання на підведення під поняття, визначення істотних ознак тощо: учні змінюють запитання або умову простої задачі так, щоб отримати складену задачу, підбирають запитання до даної умови або умову до даного запитання, щоб одержати складену задачу тощо.

При формуванні уміння розв’язувати складені задачі здійснюється подальше опрацювання дії моделювання тексту задачі і розпочинає засвоюватися дія моделювання пошуку розв’язання задачі на матеріалі різноманітних математичних структур складених задач (яких близько 150). Ми не зосереджуємось на навчанні розв’язування задач цих математичних структур, а реалізуємо завдання опрацювання дій, що складають загальне уміння на матеріалі складених задач. Тому, нами визначено динаміку формування окремої форми дії за П.Я. Гальперіним і типи завдань, на яких воно здійснюється.

Ознайомлення учнів із задачами нової математичної структури передбачено через введення їх на основі або порівняння з простими задачами, або продовження сюжету простої задачі, або зміни запитання простої задачі, або зміни умови чи запитання складеної задачі відомої математичної структури. Таким чином, досліджується вплив цих змін на розв’язання задачі. Крім того, застосовується й такий методичний прийом, коли задача нової структури подається без зіставлення з відомими структурами. У цьому випадку учні постають перед необхідністю відтворення повного складу дій, які містить загальне уміння розв’язувати складені задачі.

<u>Методика формування загального уміння на матеріалі задач з пропорційними величинами на знаходження суми чи різницеве порівняння двох добутків або часток</u>

На задачах на знаходження суми чи різницеве порівняння двох добутків або часток ми дедалі вдосконалюємо загальне уміння розв’язувати задачі згідно теорії поетапного формування розумових дій і понять на основі ІІІ-го типу навчання (П.Я. Гальперін) з системним типом орієнтування (З.О. Решетова), що надає нам можливість побудувати методику роботи над типовими задачами на основі їх всебічного дослідження та узагальнення математичної структури і способу розв’язання на базі теорії змістовних узагальнень (В.В. Давидов) та її застосування до навчання учнів розв’язування задач певних видів (В.Н. Осинська).

Щоб реалізувати поставлену мету ми дещо змінили традиційний порядок розгляду складених задач, що містять пропорційні величини. Так, традиційно, типові задачі на знаходження четвертого пропорційного пропонуються раніше задач на знаходження суми двох добутків та обернених до них. Це пояснюється тим, що задачі на знаходження четвертого пропорційного розв’язуються двома арифметичними діями, а задачі на знаходження суми двох добутків – трьома; в традиційній методиці притримуються розгляду задач за збільшенням кількості арифметичних дій. Але задачі на знаходження четвертого пропорційного належать до типових задач, прямі і обернені задачі мають подібну математичну структуру, яку учні легко впізнають, а тому й згадують загальний спосіб їх розв’язання. Тим часом задачі на знаходження суми двох добутків з оберненими до них задачами мають дещо відмінну математичну структуру і різні плани розв’язання. Хоча й існує можливість узагальнити способи розв’язання і цих задач, проте робота над цими задачами, в основному, відбувається у загальному порядку, який передбачає виконання операцій, що складають загальне уміння розв’язувати сюжетні задачі. Тому видається доцільним спочатку сформувати в учнів уміння розв’язувати задачі на знаходження суми чи різницеве порівняння двох добутків або часток і лише потім перейти до типових задач.

На відміну від попередніх складових системи, де формування загального уміння здійснювалось через поетапне опрацювання певних дій, на цьому етапі усі основні дії, що складають загальне уміння вже сформовані, а лишається опрацювати дії, що стосуються логіко-семантичного аналізу задачного формулювання з пропорційними величинами, припущення відповіді, перевірки правильності очікуваного результату. Учні навчаються визначати істотні ознаки задач та узагальнювати план розв’язання на основі ІІІ типу навчання за П.Я. Гальперіним. Тут нами застосовано методичні прийоми, що будуть основними при дослідженні типових задач: зміна або величин задачі, або її числових даних, або шуканого, а також дослідження впливу цих змін на план розв’язання задачі.

В основу складання методики формування умінь розв’язувати задачі, що містять знаходження суми або різницеве чи кратне порівняння двох добутків (часток), ми поклали такі загальні підходи: розбиття задачі на підзадачі (на складові прості задачі); зведення задачі до раніш розв’язаної; аналіз і дослідження математичної структури задачі з визначенням її істотних ознак, шляхом складання і розв’язування обернених задач і шляхом зміни величин задачі або числових даних; виявлення загальних методів розв’язання задач; встановлення зв’язків між задачами, встановлення схожості і відмінності у їх розв'язаннях та виявлення чинників від яких це залежить; розв'язання особливої системи навчальних задач.

Таким чином, розроблено програми і системи завдань з формування у молодших школярів уміння розв'язувати складені задачі з 2-го по 4-й клас. В яких передбачено, що усі основні дії, які дозволяють учневі самостійно розв'язувати складені задачі, формуються до 4-го класу, тому в 4-му класі увага зосереджується на формуванні умінь розв'язувати задачі окремих типів, а загальне уміння розв'язувати складені задачі набуває подальшого засвоєння на прикладі задач нових математичних структур і задач, які містять дроби.

Методика формування у молодших школярів умінь розв'язувати сюжетні задачі певних видів

Методика формування у молодших школярів умінь розв'язувати задачі певних видів будується на поданому нами означенні окремого уміння і класифікації типових задач. Окреме уміння визначено через комплекс умінь нижчого порядку, серед яких основними є: уміння співвідносити дану задачу з раніш вивченими і впізнавати задачу вивченої математичної структури; уміння актуалізувати узагальнений спосіб розв'язання задач даного виду, а потім його реалізувати.

Щоб співвіднести дану задачу з раніш вивченими і впізнати задачу вивченої математичної структури, а також актуалізувати узагальнений спосіб розв'язання задач цього типу, учень повинен мати знання різноманітних математичних структур типових задач та узагальнених способів їх розв'язання. Для зменшення матеріалу, який підлягає запам'ятовуванню учнями ми об'єднали типові задачі у групи з метою узагальнення їх математичних структур і способів розв'язання. Так, задачі на знаходження четвертого пропорційного, на пропорційне ділення, на знаходження невідомих за двома різницями, на подвійне зведення до одиниці об'єднані у групу на основі спільної ознаки – наявності сталої величини для обох випадків. Задачі на спільну роботу та на рух об'єднані в групу на основі подібності їх структур та способів розв'язання.

При наявності зазначених знань про типи задач і способи їх розв'язання успішність розв'язання типових задач залежить, насамперед, від якості орієнтувальної діяльності школяра, яка визначається якістю подання, схеми тієї дії, яка за цієї схемою потім виконується. Головна характеристика III типу орієнтування полягає в тому, що учням пропонується метод аналізу предмета, шляхом його „розчленування„ на складові „одиниці" і вказуються закони їх сполучення, що становить основи складу предмету, а різні види сполучень одиниць – його варіанти. Пошук ООД III типу йде за методом системно-структурного аналізу запропонованим З.О. Решетовою. Метою системно-структурного аналізу є багаторівневе дослідження задач заради визначення істотних ознак задачі та їх узагальнення. Цей підхід повністю узгоджується з теорією змістовних узагальнень В.В. Давидова, який розглядає теоретичний шлях узагальнення при розв'язуванні задач як узагальнення через аналіз умови і вимоги, що дозволяє абстрагувати представлені в задачах істотні залежності. Завдяки цьому розв'язання задачі відразу набуває узагальненого значення і переноситься на цілий клас задач, забезпечуючи теоретичний підхід з позицій єдиного типу розв'язання. Зазначимо, що методику навчання учнів розв'язування задач певних видів за теорією змістовних узагальнень було розроблено В.Н. Осинською. Але ця методика була розроблена для учнів старшої школи, тому ми її адаптували для молодших школярів.

Методичну основу розробки методики формування у молодших школярів умінь розв'язування типових задач:

1) предметом навчання і основним змістом навчання є види задач, способи і зразки розв'язування задач конкретних видів (С.Є. Царьова);
2) навчання розв'язування задач протікає успішно у тому випадку, коли спосіб розв'язання, його засвоєння виступає як мета дії, а власно розв'язання окремої задачі є лише побічним продуктом (Ю.І.Машбиць);
3) задачі, їх генезис, особливості, структура повинні стати предметом глибокого вивчення учнями (Л.М. Фрідман);
4) при навчанні розв'язування задач певного виду на перших етапах слід розгорнути процес розв'язання як процес моделювання задач (Л.М. Фрідман);
5) основним методом навчання розв'язування задач повинен стати метод розв'язання особливої системи підготовчих навчальних задач (Л.М. Фрідман).

Методика формування окремого уміння розв'язувати задач, що містять однакову (сталу) величину

Вивчення задач, що містять однакову (сталу) величину відбувається за загальною програмою:

1. Введення задач на знаходження четвертого пропорційного, в яких однаковою (сталою) є величина однієї одиниці виміру чи лічби, за допомогою складання задачі нового виду з двох простих задач. Спосіб розв'язання полягає у знаходженні однакової величини (3-й клас).
2. Формування уміння розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного, в яких однаковою (сталою) є величина однієї одиниці виміру або лічби, шляхом знаходження однакової (сталої) величини. Перший та другий вид задач на знаходження четвертого пропорційного. (3-й клас).
3. Введення задач на подвійне зведення до одиниці. Складання задачі на подвійне зведення до одиниці з двох простих задач (3-й клас).
4. Формування умінь розв'язувати задачі на подвійне зведення до одиниці. Перший та другий вид. (3-й клас, 4-й клас).
5. Формування уміння розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного, в яких однаковою (сталою) є значення загальної величини, шляхом знаходження однакової (сталої) величини. (4-й клас).

6. Формування уміння розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного, в яких однаковою (сталою) є значення кількості або часу, шляхом знаходження однакової (сталої) величини (4-й клас).

7. Формування уміння розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного способом відношень (4-й клас).

8. Введення задачі на пропорційне ділення, в якій однаковою (сталою) величиною є значення величини однієї одиниці для обох випадків, шляхом перетворення відповідної задачі на знаходження четвертого пропорційного, яка розв'язується способом знаходження однакової (сталої) величини (4-й клас).

9. Формування уміння розв'язувати задачі на пропорційне ділення, в якій однаковою (сталою) величиною є значення величини однієї одиниці для обох випадків способом знаходження однакової (сталої) величини. Перший вид та другий вид (4-й клас).

10. Формування уміння розв'язувати задачі на пропорційне ділення, в яких однаковою (сталою) величиною є значення кількості або часу. Спосіб знаходження однакової (сталої) величини. (4-й клас).

11. Введення задачі на знаходження невідомих за двома різницями, в яких однаковою (сталою) величиною є значення величини однієї одиниці для обох випадків, шляхом перетворення відповідної задачі на пропорційне ділення, яка розв'язується способом знаходження однакової (сталої) величини (4-й клас).

12. Формування уміння розв'язувати задачі на знаходження невідомих за двома різницями, в яких однаковою (сталою) величиною є значення величини однієї одиниці для обох випадків шляхом знаходження однакової (сталої) величини. Перший вид та другий види задач на знаходження невідомих за двома різницями (4-й клас).

13. Формування уміння розв'язувати задачі на знаходження невідомих за двома різницями, в яких однаковою (сталою) величиною є значення кількості. Спосіб знаходження однакової (сталої) величини (4-й клас).

Центральною ідеєю методики навчання учнів розв'язування цих типів задач є всебічний аналіз і дослідження задачі за наступними рівнями:

- за зміною групи пропорційних величин і визначення впливу цієї зміни на розв'язання задачі;
- за зміною числових даних і визначення впливу цієї зміни на план розв'язання задачі;
- за зміною шуканої величини при певній однаковій величині і визначення її впливу на план розв'язання задачі;
- за зміною однакової величини і визначення впливу цієї зміни на план розв'язання задачі;
- за зміною числових даних задачі з метою застосування іншого способу розв'язання (для задач на знаходження четвертого пропорційного).

Для реалізації загальної програми вивчення задач, що містять однакову (сталу) величину нами розроблено методики навчання молодших школярів розв'язування кожного з зазначених типів задач.

<u>Методика формування окремих умінь розв'язування задач на спільну роботу та на рух.</u>

Задачі на спільну роботу та на рух мають багато спільного у математичній структурі: обидва типи задач містять три пропорційні величини, два об'єкти, але вони описують різні процеси: перші описують процес спільної праці двох об'єктів, а інші спільний рух двох тіл. Математична структура цих типів задач містить характеристики $\frac{\textit{роботи}}{\textit{руху}}$ кожного з двох об'єктів, та характеристики їх спільної $\frac{\textit{роботи}}{\textit{руху}}$. А також задачі на спільну роботу та задачі на рух мають однакові способи розв'язання. Тому нами реалізовано ідею співставлення задач цих типів з метою узагальнення їх математичних структур та способів розв'язання.

Вивчення задач на спільну роботу та на рух відбувається за загальною програмою:

1. Задачі на спільну роботу, в яких дано продуктивність кожного виконавця (3 – й клас).
2. Задачі на спільну роботу (не дано продуктивність кожного виконавця), в яких спільна продуктивність являє собою суму продуктивностей кожного виконавця (4-й клас).
3. Задачі на спільну роботу (не дано продуктивність кожного виконавця), в яких спільна продуктивність являє собою різницю продуктивностей виконавців (4-й клас).
4. Задачі на одночасний рух в різних напрямках: назустріч та у протилежних напрямках (4-й клас). Два способи розв'язання задач на знаходження відстані і швидкості. Розв'язання задач на знаходження часу руху одним способом.
5. Співставлення задач на спільну роботу, в яких спільна продуктивність являє собою суму продуктивностей кожного виконавця, та задач на одночасний рух в різних напрямках (назустріч або у протилежних напрямках). Узагальнення істотних ознак математичних структур задач та способів їх розв'язання (4-й клас).
6. Задачі на рух в одному напрямку: навздогін або з відставанням (4-й клас).
7. Співставлення задач на спільну роботу, в яких спільна продуктивність являє собою різницю продуктивностей виконавців, та задач на одночасний рух в одному напрямку. Узагальнення істотних ознак математичних структур задач та способів їх розв'язання (4-й клас).
8. Задачі на неодночасний рух (4-й клас).

Центральною ідеєю методики навчання учнів розв'язування цих типів задач є всебічний аналіз і дослідження задачі, залежно від таких її трансформацій:

- за зміною ситуації задачі і визначення впливу цієї зміни на розв'язання задачі;

- за зміною числових даних і визначення впливу цього на план розв'язання задачі;
- за зміною шуканої величини і визначення впливу цієї зміни на план розв'язання задачі;

Для реалізації загальної програми нами розроблено методику навчання молодших школярів розв'язуванню кожного з зазначених типів задач.

Методика формування окремих умінь розв'язування задач на знаходження середнього арифметичного.

Задачі на знаходження середнього арифметичного вивчаються за планом:

1. Задачі на застосування правила знаходження середнього арифметичного: на знаходження середньої температури; на знаходження середньої довжини; на знаходження середньої маси; на знаходження середньої швидкості; на знаходження середньої схожості насіння; на знаходження середньої ціни.
2. Ускладнені задачі на знаходження середнього арифметичного: на знаходження середньої довжини; на знаходження середньої маси; на знаходження середньої швидкості; на знаходження середньої схожості насіння; на знаходження середньої ціни.

Дослідження задач на знаходження середнього арифметичного відбувається за наступними змінами:

- за зміною ситуації задачі: задача на знаходження середньої температури перетворюється у задачу на знаходження середньої довжини, а потім – на знаходження середньої маси і так далі;
- за зміною числових даних задачі;
- за наступною зміною: задача, у якій містилося кілька значень однієї і тієї самої величини перетворюється у задачу, що містить групу пропорційних величин (ускладнену).

Виконавши певні зміни учні досліджують їх вплив на математичну структуру та план розв'язання задачі.

Результати експериментального навчання дозволяють зробити наступний висновок: розроблена експериментальна методична система дозволяє більш, ніж 50% учнів засвоїти знання про задачі та методи і способи їх розв'язання та уміння у їх розв'язуванні на рівні частково-продуктивної діяльності.

Проведене дослідження не вичерпує усієї глибини проблеми навчання молодших школярів розв'язування сюжетних задач. Подальша її розробка може бути здійснена в плані дослідження можливості введення алгебраїчного та геометричного методів розв'язання сюжетних задач в початковій школі та створення відповідних методик. На розв'язання даної проблеми можуть здійснити істотний вплив розробка більш загальних проблем – забезпечення наступності між початковою та середньою школою в плані формування умінь розв'язувати задачі, створення загальної методичної системи навчання розв'язування сюжетних задач в курсі математики, а далі й алгебри.

Література

1. Баринова О.В.Уровневая дифференциация в обучении младших школьников решению текстовых математических задач: Дис. канд. ... пед. наук – Саранск, 1999.
2. Мендыгалиева А.К. Система задач как средство развития младших школьников при обучении математике (на примере задач на движение): Дисс. … канд. пед. наук. – С-Пб., 1995.
3. Мізюк В. А. Формування вмінь учнів початкової школи розв'язувати текстові задачі: Автореф. дис... канд. пед. наук – К., 2000.
4. Сафонова Л.А. Обучение учащихся 1 – 8 классов решению текстовых задач в условиях преемственности изучения математики: Дисс… канд. пед. наук – Саранск, 2000.
5. Утепкалиев С. Методика обучения младших школьников самостоятельному решению текстовых задач по матемаике: Дисс… канд. пед. наук – Атырау, 1998.
6. Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике. – М.: Школьная Пресса, 2002.
7. Царева С.Е. Обучение решению текстовых задач, ориентированное на формирование учебной деятельности младших школьников. – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 1998.

Романов В.

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова,
м. Київ

Сонячна активність і Земля

Загально прийнято, що джерелом сонячної енергії є термоядерний синтез. Оскільки енергія вивільняється з сталою швидкістю, можна було чекати, що Сонце випромінює енергію завжди і всюди однаково на всіх довжинах хвиль. Однак часом на деяких ділянка поверхні Сонця спостерігається швидкі коливання інтенсивності, причому вони особливо сильні в ультрафіолетовій та рентгенівській областях спектру. Змінюється також потік частинок, які випромінює Сонце. Згадана змінна радіація складає дуже малу частку загального потоку сонячної енергії, однак вона активно діє на верхні шари земної атмосфери.

Зовнішній вигляд Сонця також змінюється. За короткі проміжки часу (дні, місяці) на поверхні Сонця з'являються і зникають плями. Іншими проявами нестаціонарних процесів на Сонці є факели, флоккули, хромосферні спалахи, активні та еруптивні протуберанці, корональні конденсації, тощо.

Сукупність явищ в атмосфері і магнітосфері Сонця, які викликають збурення поля випромінення і магнітного поля Сонця з періодом приблизно 11 років, носить загальну назву "сонячна активність".

Практично будь-яке природне явище, що відбувається на Землі безпосередньо або опосередковано має своїм першоджерелом Сонце. Два основних впливи Сонця, гравітаційний і енергетичний, є вирішальними в житті Землі, незважаючи на те, що вся Земля в цілому одержує лише одну двохміліардну частину повного випромінення Сонця. Цікавим і важливим є вплив сонячної активності на явища і процеси, що відбуваються на Землі. Останнім часом Сонце поводить себе незвичайно. Протягом другої половини циклу номер 24 активність Сонця не зменшувалась, а тепер активність Сонця "не запускається". Астрономи і геофізики шукають пояснення дивної поведінки Сонця.

Для кількісного оцінювання сонячної активності використовуються індекси, які характеризують ті або інші її прояви:

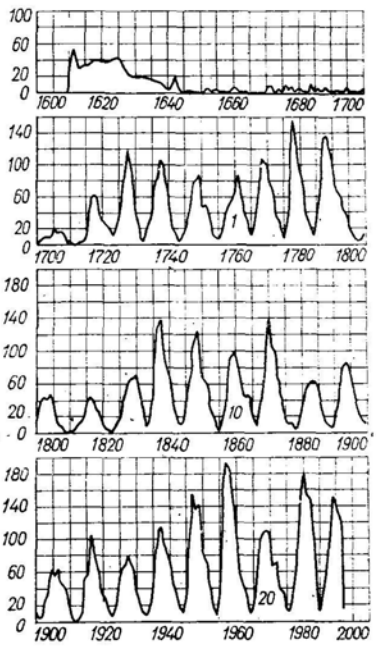
- числа Вольфа характеризують відносне число сонячних плям;
- потік радіовипромінення на хвилі 10,7 см характеризує сонячну активність у хвильовому випроміненні;
- потік рентгенівського випромінення в діапазоні 1–8 Å.

Основною характеристикою активності Сонця служить число Сонячних плям. Це обумовлено доступністю їх спостережень. Їх помітив і спостерігав за допомогою телескопу Галілео Галілей в 1610 році. Плями можна спостерігати без телескопа. Найкраще це робити під час сходу та заходу Сонця, коли сонячні промені проходять більшу товщу земної атмосфери.

Вперше думку про періодичність сонячної активності висунув німецький любитель астрономії Генріх Швабе в 1843 році. Згодом швейцарський астроном Рудольф Вольф запропонував числову характеристику плям, яку можна одержати користуючись таким виразом $W = k(10g + f)$, де g - кількість груп плям, f - загальна кількість плям, k - коефіцієнт пропорційності, який дозволяє узгоджувати числа W, одержані різними спостерігачами ($k = 1$ для лінзового телескопа з діаметром об'єктива 8 см і збільшенням в 64 рази). Числа W називають числами Вольфа.

Р.Вольф, статистично опрацювавши відомі йому дані, показав, що числа W змінюються періодично і цей період становить 11,1 року. Ця періодичність дістала назву закон Швабе-Вольфа. Перший цикл мав максимум активності в середині 1761 року. Цикл може тривати від 7,5 до 17,1 років. Це ілюструє графік [3].

Основною особливістю плям є те, що в них сильно сконцентроване магнітне поле Сонця, напруженість якого досягає 4000 ерстед, в той час як поза плямами по всій поверхні Сонця напруженість не перевищує 100 ерстед. Температура фотосфери Сонця становить близько 6000 К, а плям – 4000 К. Внаслідок такої різниці температур плями виглядають темнішими ніж фотосфера. За деякими уявленнями плями утворюються там де трубочки магнітних силових ліній перетинають фотосферу. Крім плям, на Сонці можна спостерігати протуберанці. Це своєрідні викиди речовини Сонця, які інтенсивно світяться. Це значить, що речовина протуберанця розсіює випромінювання, яке надходить до нього від фотосфери.



Мал. 1. Зміна чисел Вольфа за 400 років

Коли протуберанець проектується на сонячний диск, його видно як *темне волокно.* Форма протуберанців з часом істотно змінюється. Довжина деяких протуберанців досягає 200 000 км, товщина – до декількох тисяч кілометрів. Середня густина речовини в протуберанцях у сотні разів більша від густини навколишньої корональної речовини, а температура не перевищує 6000 . .. 8000 К. Напруженість магнітного поля в цих об'єктах 20...200 ерстед, хоча в окремих випадках досягає 1000 ерстед.

Одним із найпотужніших і швидких у часі проявів сонячної активності є *сонячні спалахи.* У роки максимумів сонячної активності може траплятися до десяти спалахів за добу, тоді як у мінімумі – протягом багатьох місяців – жодного. Найчастіше спалахи виникають у нейтральних зонах між плямами, які мають протилежні магнітні полярності. Розміри зони, охопленої спалахом, близько 1000 км. Процес розвитку невеликих спалахів триває 5 ... 10 хв, найпотужніших – декілька годин. За цей час в об'ємі 10^{14} км^3 виділяється енергія близько 10^{21} ... 10^{25} Дж, а це співмірно з енергією, яку Сонце випромінює з усієї своєї поверхні за 1 с. Енергія 10^{25} Дж еквівалентна вибухові 1 млн мегатонних водневих бомб. Спалах це результат руйнування магнітних полів плям, що мають протилежні полярності. Під час спалаху виникає потужне випромінення в ультрафіолетовому, рентгенівському та радіодіапазонах. З'являються також *сонячні космічні промені* – потоки електронів, протонів і важких ядер.

Для оцінки спалахів з 1963 року застосовують уже згадані індекси F 10,7, пов'язані з потоками радіовипромінення на хвилі 10,7 см (частота 2800 МГц). Вони вимірюються в сонячних одиницях потоку (с.о.п.), причому 1 с.о.п. = 10^{-22} Вт/(м^2·Гц). Індекс F 10,7 характеризує зміни сумарної площі сонячних плям і кількість спалахів у всіх активних областях. Для статистичних досліджень використовуються середньомісячні значення.

З розвитком супутникових досліджень Сонця з'явилася можливість прямих вимірів потоків рентгенівського випромінення в окремих діапазонах. З 1976 року регулярно визначається щоденне фонове значення потоку м'якого рентгенівського випромінення в діапазоні 1-8 Å (12.5-1 кеВ). Відповідний індекс позначається латинською буквою (A, B, C, M, X), що характеризує порядок величини потоку в діапазоні 1-8 Å (10^{-8}, 10^{-7} Вт/м^2 тощо) з наступним числом у межах від 1 до 9,9, що дає саме значення потоку. Так, наприклад, M 2,5 означає рівень потоку $2{,}5\cdot10^{-5}$ Вт/м^2. В результаті отримаємо таку шкалу оцінок:

A(1-9)	=	$(1\text{-}9)\cdot10^{-8}$ Вт/м^2
B(1-9)	=	$(1\text{-}9)\cdot10^{-7}$ Вт/м^2
C(1-9)	=	$(1\text{-}9)\cdot10^{-6}$ Вт/м^2
M(1-9)	=	$(1\text{-}9)\cdot10^{-5}$ Вт/м^2
X(1-n)	=	$(1\text{-}n)\cdot10^{-4}$ Вт/м^2

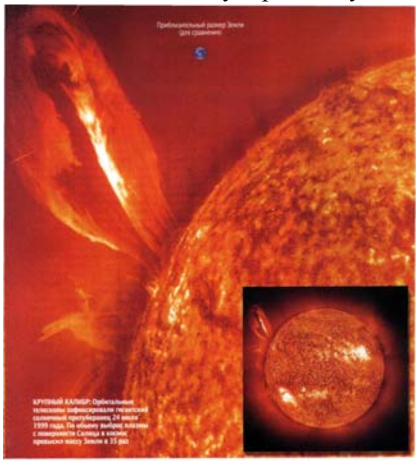
Цей фон змінюється від величин A1 у мінімумі сонячної активності до C5 у максимумі. Ця ж система застосовується для позначення рентгенівського бала сонячного спалаху. Максимальний бал X20 = $20\cdot10^{-4}$ Вт/м^2 зареєстрований 16 серпня 1989 року.

Під час спалахів різко змінюється потік сонячного вітру. В максимумі циклу сонячної активності потік може бути в 3-6 разів більший ніж у мінімумі. Частинки сонячного вітру можуть проникати в атмосферу Землі до висоти 80 км. Як і короткохвильове випромінення, сонячний вітер не впливає на біосферу Землі, але магнітні поля, які він переносить, створюють в іоносфері змінні електричні струми, внаслідок яких виникають магнітні бурі.

Геофізики виявили, що майже всі сильні магнітні бурі супроводжуються звуковими коливаннями дуже низької частоти (інфразвук) 0,01 Гц. Їх джерелом є полярні сяйва. Багато різних живих організмів реагують на цей звук, власне реагує їх нервова система. Щодо людей, то це викликає почуття страху, психічні розлади, гальмування реакції організму на подразник, тощо. Наука яка займається проблемами дії електромагнітних полів на біосферу називається геліобіологія.

Аналіз статистичних даних щодо змін захворюваності людей, збільшення дорожньо транспортних пригод, загострення психічних хвороб, дає змогу зробити висновок, що вони пов’язані з циклічністю сонячної активності, тобто максимум порушення роботи організму співпадає з максимумом циклу сонячної активності.

Останній максимум сонячної активності припав на 2000 рік. Наступний, за прогнозами враховуючи періодичність, має бути у 2012-2013 роках. Проте, починаючи з 2000 року поведінка Сонця суперечить усім уявленням про періодичність активності. Активність Сонця після максимуму не зменшувалась. Найбільш велика катастрофа відбулася в липні 2002 року, коли надпотужний сонячний спалах безпосередньо передував зіткненню російського літака Ту-154 з Boeing-757 у небі над Німеччиною. В 2003 році був виведений з ладу японський комунікаційний супутник Kodama. Обладнаний по останньому слову космічної техніки, супутник вартістю в сотні мільйонів доларів повинен був функціонувати на орбіті сім років, а замість цього не пропрацював і одного. Рекордний по потужності спалах на Сонце був відзначений 4 листопада того ж року. Безпосередньо виміряти його інтенсивність не вдалося - датчики орбітальних телескопів, не витримавши такої потужної інтенсивності спалаху, відмовили на цілих 11 хвилин. Пізніше, на підставі непрямих даних, цей спалах був класифікований як X28, однак багато вчених заявляли, що мова йде про спалах класу X40 або навіть потужніший. Викид плазми був настільки сильним, що швидкість сонячного вітру досягала 2300 км/с. За підрахунками вчених, маса викинутої плазми перевищувала 10 млрд тон. У серпні 2004 року серія потужних сонячних спалахів призвела до того, що полярні сяйва можна було бачити у Нью-Йорку й Каліфорнії – далеких від обох полюсів американських штатів. Тоді ж з незрозумілих причин вийшли з ладу кілька комунікаційних супутників.



У 2005 році на поверхні Сонця була зафіксована група плям, добре помітна навіть неозброєним оком. 9 вересня 2005 року відбувся неймовірний спалах, він був класифікований як X17. Спалах був спрямований прямо на Землю, тому він перевершив той, що відбувся в листопаді 2003 року. Електромагнітне поле й рентгенівське випромінення в навколоземному космічному просторі досягли рекордного рівня інтенсивності. Полярні сяйва можна було спостерігати на широті Москви.

Усього за останнє десятиліття сонячна активність завдала страховим компаніям збитків приблизно в $ 1 млрд. Саме таку суму вони виплатили у зв'язку з виходом з ладу більше десяти орбітальних супутників.

З початку 2007 року виникла інша проблема. Активність Сонця зменшилась до нульового рівня і не збільшується. Ця ситуація викликає стурбованість у геофізиків

Література

1. Физика космоса: Маленькая энциклопедия /Редкол.: Р.А. Сюняев (Гл.ред.) и др. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Сов.энциклопедия, 1986. – 783 с.

2. Никольский Г.М. Цикличность солнечной активности. // Земля и Вселенная. Научно-популярный журнал. – М..: Наука, 1983, № 4.
3. Климишин І.А.. Астрономія. – Львів: Світ, 1993. –384 с.
4. Бондарев А. Апокалипсис сегодня. // Корреспондент. – К.: 2005, №46 (185).