Національний педагогічний університет ім. М. П. Драгоманова
1834

НАУКОВИЙ ЧАСОПИС

НАЦІОНАЛЬНОГО ПЕДАГОГІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ ІМЕНІ М. П. ДРАГОМАНОВА

СЕРІЯ 3
ФІЗИКА І МАТЕМАТИКА У ВИЩІЙ І СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ

ВИПУСК 1

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАУКОВИЙ ЧАСОПИС

НПУ імені М.П.Драгоманова

Серія 3

Фізика і математика у вищій і середній школі

Випуск 1

КИЇВ - 2005

УДК 372.851: 372.853

НАУКОВИЙ ЧАСОПИС НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 3.Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. наукових праць – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2004. – № 1. – 136 с.

У часопису розглядаються актуальні питання викладання фізики і математики у вищій школі, висвітлюються актуальні проблеми методики навчання фізики і математики у загальноосвітніх закладах та пропонуються шляхи їх вирішення.

Свідоцтво про державну *реєстрацію друкованого засобу масової інформації*
КВ № 8809 від 01.06.2004 р.

Рекомендовано до друку рішенням Вченої ради
НПУ імені М.П. Драгоманова

До читача.

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова започатковує видання нового наукового часопису "Фізика і математика у вищій і середній школі". Потреба в цьому обумовлена новими суспільними вимогами до якісної підготовки майбутніх вчителів фізики та математики, до того ж в Україні відсутні спеціалізовані наукові часописи з методики навчання фізики та математики у вищій школі.

Значний внесок у започаткування та становлення педагогічних спеціальностей "фізика" і "математика" у нашому університеті внесли відомі вчені, методисти: академіки АН УРСР М.П. Кравчук, С.І. Пекар, члени-кореспонденти АН УРСР Є.Я. Ремез, С.М. Черніков, професори К.Ф. Лебединцев, О.А. Астряб, О.К. Бабенко, Б.Л, Букреєв, Г.Г. Де Метц, М.О. Давидов, В.П. Дущенко, В.А. Зморович, С.І. Зуховицький, О.І. Бугайов, С.С. Левіщенко, М.Я. Лященко, М.Ф. Казанський, Г.Г. Кордун, Й.Б. Погребиський, І.Я. Рапопорт, О.С. Смогоржевський, І.Є Шиманський, С.Ф. Фещенко, доценти О.П. Сергунова, В.М. Котлова, В.П. Білоусова, Г.П. Бевз, А.Г. Конфорович, Б.Ю. Миргородський, Є.В. Сандакова.

В НПУ імені М.П. Драгоманова працюють відомі вчені, методисти, автори підручників і стандартів освіти для вищої та середньої школи: професори М.І. Шкіль, М.І. Жалдак, О.І. Ляшенко, М.І. Бурда, М.І. Шут, І.Т. Горбачук, Г.О. Грищенко, Т.В. Колесник, Є.В. Коршак, Ю.С. Рамський, З.І. Слєпкань, В.О. Швець.

Університет активно співпрацює з академічними центрами науки і освіти України. Ми пишаємося співпрацею з Інститутом педагогіки та Інститутом вищої освіти АПН України, з усіма вищими педагогічними навчальним закладами України. Результати нашої співпраці зможуть отримати широке висвітлення, для чого власне й засновано часопис "Фізика і математика у вищій і середній школі". В ньому мають знайти відображення результати спільних наукових досліджень в галузі теорії і методики навчання фізики та математики, матеріали наукових конференцій і семінарів. На його сторінках будуть публікуватися статті провідних вчених-методистів, педагогів-практиків, викладачів університету, аспірантів та студентів.

Глибоко переконаний, що науковий часопис "Фізика і математика у вищій і середній школі" буде вагомим внеском у розвиток кращих освітянських та наукових традицій вищої школи.

Віктор Андрущенко

ректор НПУ імені М.П. Драгоманова,
дійсний член АПН України,
доктор філософських наук, професор

Волинка Г.І.
НПУ імені М.П. Драгоманова

До питання про витоки НПУ імені М.П.Драгоманова.

Новий сплеск дискусій з приводу винесеного в заголовок статті питання розпочався декілька років тому. Ініціатором цього сплеску тоді стала начебто стороння педуніверситетові людина, яка виявилась на диво глибоким знавцем історії педагогічної освіти і якось делікатно-непомітно зуміла навіяти мені, історикові філософії, та декільком моїм учням щиру зацікавленість до питань історії вітчизняної школи. Цією людиною був В.П.Андрущенко, професор кафедри філософії, нині – ректор нашого університету. Ми, ще тоді казав він, маємо честь тут працювати і складати його науково-навчальну спільноту або власне universitas. Але звідкіля ми, хто ми, куди йдемо? З цього непростого питання і почалися наші спільні сумніви і пошуки.

Звідкіля ми? Довгий час відповідь була однозначною. З Київського інституту народної освіти (КІНО) імені М.П.Драгоманова, утвореного радянською владою у 1920 році на грунті ліквідованого Київського університету Св.Володимира, Київського українського державного університету, Київських вищих жіночих педагогічних курсів (Університету Св. Ольги), Київського учительського інституту, Фребелівського педінституту, Географічного інституту та інших закладів. Всі вони чітко пераховані у відповідному документі.

Звернувшись до архівних справ, присвячених цим закладам, ми прийшли у захват. Внесок до КІНО імені М.П.Драгоманова двох ліквідованих державних університетів (бувшого Св. Володимира і українського) виявився на фоні інших не таким вже й домінуючим. Скажімо, Вищі педагогічні жіночі курси (приватний університет Св. Ольги), де навчалось близько 6000 студенток за університетськими навчальними планами на чотирьох факультетах у величній будівлі, яку нині займає Міністерство з надзвичайних ситуацій, внесли не менше.

Але оті два факультети (історико-філологічний та фізико-математичний), що влилися до КІНО з ліквідованих університетів, зробили чи не найголовнішу справу у передачі з XIX у XX століття безцінного досвіду підготовки вчителів на Київщині. Бо саме з них пішли і Вищі жіночі курси, і інші вищеназвані педагогічні заклади. Все, як і завжди, вирішували педагогічні кадри. А зрощувались вони на факультетах університету Св. Володимира.

Конкретизуючи вищесказане, не буду робити посилань. Газетна стаття не терпить громіздких описів архівних джерел, які свідчать, що грунтом влитих до КІНО інституцій був постійний ріст числа шкіл в Київському регіоні, а витоком – університет Св. Володимира в Києві.

Вищі педагогічні жіночі курси, наприклад, зросли на грунті розвою народних, недільних шкіл, повітових і губернських училищ (гімназій). Їх реформатором у 1878 році став завідувач кафедри педагогіки університету С.С.Гогоцький. В групу засновників входили професори В.Б.Антонович, В.С.Іконніков, І.В.Лучицький, П.І.Аландський, Ф.Г.Міщенко, О.О. Козлов, П.Е. Ромер, М.Ф. Хандриков та інші. Київський учительський інститут був відкритий професором К. Щербиною, віце-головою Фізико-математичного товариства при університеті Св. Володимира. Фребелівський педінститут – керівником кафедри психіатрії і нервових хвороб університету І.О.Сикорським, батьком авіаконструктора І.І.Сикорського. Створений у 1869 р. і реформований на поч. XX ст. географічний інститут для підготовки вчителів географії і народознавства очолював професор Київського університету П.А.Тутковський. Тут же працювали професори В.І.Лучицький, О.В. Фомін, М.В. Донвар-Запольський. Інші заклади також зросли на грунті потреб школи і вищої педагогічної освіти Київщини та за участю професорів університету, які отримали добрий педагогічний вишкіл і стали палкими ревнителями освітянства.

Оскільки фундатори названих навчальних закладів самі були університетськими професорами, вони, зрозуміло, не могли не продовжувати освітянські традиції своїх попередників. Справді, ще на поч. другої половини XIX ст. С.С.Гогоцький продовжив справу першого в університеті ординарного професора філософії О.М. Новицького, який з листопада 1834 р. читав у Педагогічному інституті педагогіку і який запросив С.С.Гогоцького на роботу. В.Б. Антонович та В.С.Іконніков через своїх вчителів-істориків В.Шульгіна, О.І. Ставровського продовжили справу першого ординарного професора загальної історії В.Ф. Циха. Філолог Ф.Г. Міщенко уособив традиції, закладені М.О.Максимовичем; П.А.Тутковський, О.В.Фомін принесли до Географічного інституту освітянські звичаї фізико-математичного факультету університету Св. Володимира. Тобто вищі педагогічні навчальні заклади Києва XIX початку XX століття, які влились у 1920 році до КІНО імені М.П.Драгоманова, так чи інакше мали своїм спільним витоком Київський університет.

Тоді виникає питання, чому останній з перших місяців свого існування у складі одного факультету з історико-філологічним (декан М.О.Максимович) і фізико-математичним (декан С.С.Вижевський) відділеннями так опікувався освітньою справою? В яких інституційних формах тоді здійснювалась підготовка вчителів?

Пересічний освітянин, можливо, і не відає, що Київський університет засновувався як переважно освітянський заклад, що цілком відповідало ідеї цього навчального закладу. Перший його історик В.Шульгін писав: „по характеру он не был университетом в обширном, идеальном смысле слова", бо, як висловлювався тодішній міністр освіти граф С.Уваров, мав головним завданням прищеплювати польському і полонізованому юнацтву Київщини і Західних губерній „общий дух русского народа". Другий історик – М.Владимирський-Буданов спеціально наголошував, що „Университет Св. Владимира призван быть проводником общерусского просвещения". Як освітній заклад він до 1842 року працював за Тимчасовим проектом статуту 1833 р. Проект відрізнявся від Статутів 1804 року інших університетів імперії хоча б тим, що в них підготовка вчителів покладалась на директорів Педагогічних інститутів при університетах (§ 7; 127), а в Києві – на університет в цілому і його ректора. Тобто і за своєю основоположною ідеєю останній мав стати суто педагогічним навчальним закладом.

Хочу наголосити, що підготовка вчителів була справді обов'язковою статутною вимогою до університету Св. Володимира (див. § 65 Проекту.) Відбирались майбутні вчителі з казеннокоштних студентів. Їх контингент замовлявся урядом і був на 25% більшим ніж в інших університетах – аж 26 чоловік. Педагогічна підготовка мала розпочинатись вже з першого семестру. Як проголошує § 67 Проекту, „студенты предназначаемые к званию Учителей, сверх слушания Университетских курсов, получают руководство в практических упражнениях по части Отечественной Словесности, Древних языков, Математики и Педагогики, сочиняют рассуждения, произносят пробные лекции и, под надзором Профессоров, дают уроки в училищах".

Я не хотів би, щоб у читача під впливом висловлювань перших істориків університету Св. Володимира склалося враження, що це і в подальшому був такий собі вчительський інститут. Після восьми років складної еволюції він стає повноцінним російським університетом, про що свідчить Статут 1842 р., де закріплюється і статус окремого Педагогічного інституту з його директором, штатом і правами.

Але до цього підготовка вчителів в університеті Св. Володимира не переривалась, розпочавшись у листопаді 1834 року за ст. стилем. Більше того, Звіт про роботу університету протягом 1834 – 1835 року дає підстави стверджувати, що справа вищої педагогічної освіти вже тоді закономірно відділилась від загальної освітньо-наукової справи університету Св.Володимира і набула „особливої" інституційної форми, завдяки чому фактично „вчительський інститут" почав ставти справжнім університетом.

Як зазначено у Звіті, віднесений до „Особливих Виховних закладів"... „Інститут казеннокоштних студентів, заснований при Університеті Св.Володимира на підставі Проекту Статуту буде складатись в повному своєму складі з 59 вихованців, з яких 24 призначаються до цивільної служби, а 25 для учительських посад. В минулому академічному році прийнято було ... 12 осіб. Зверх цього в ньому утримувалось своєкоштних пансіонерів 3." Оскільки юридичний факультет не відкрився, набрані до нього казенні студенти також отримували вчительську підготовку протягом першого 1834 - 1835 академічного року, а Інститут казеннокоштних студентів був включно Педагогічним інститутом.

Звіт свідчить і про повне укомплектування штату професорів, за наявності якого згідно з § 68 Проекту статуту університетом отримувалось право на кваліфікаційні випробування осіб, бажаючих отримати вчительський атестат. В 1834 – 1835 навчальному році такі випробування пройшли 9 осіб.

Придивимось пильніше до викладацького складу Інституту казеннокоштних студентів – фактично Педагогічного інституту, як його називають і В. Шульгін, і М.Владимирський-Буданов. Остаточне формування штату професорів, що мали відповідати за вчительську підготовку студентів, вкаже нам на дату відкриття цього інституту.

Для відкриття педагогічного Інституту казеннокоштних студентів за Проектом статуту § 68 потрібно було 4 ординарні професори з фахових дисциплін. „Наблюдение за учебною частию приготовляемых к Учительскому званию Студентов возлагается на Профессоров Российской Словесности, Древней Филологии, Философии и Чистой Математики. Из них Профессор Философии преподает Педагогику. Независимо от преподавания в Университете, профессоры сии обязаны заниматься по два часа в неделю с оными Студентами".

Необхідні кадрові умови відкриття Педагогічного інституту склалися на кінець листопада 1834 року (ст. стиль). З початку семестру (з 28 серпня 1834 р.), в університеті працювали лише три ординарні професори з чотирьох необхідних для створення самостійного закладу підготовки вчителів. Це професор російської словесності М.О.Максимович, ректор і декан історико-філологічного відділення; професор стародавньої філології М.Ю.Якубович; професор чистої математики С.С.Вижевський, декан фізико-математичного відділення. Не було лише професора філософії, який мав читати педагогіку, знакову для педагогічного інституту дисципліну.

На цю посаду запросили молодого викладача Київської духовної академії О.М.Новицького, який 17 жовтня 1834 року (тут і далі датування за ст. стилем) розпочав в університеті лекції з філософії, залишаючись в Академії завідувачем кафедри. В листопаді ординарний професор О.М.Новицький отримує університетську кафедру філософії і залишає Академію. З його приходом до університету та початком педагогічних читань напередодні свята Введення в Храм Пресвятої Богородиці (21 листопада 1834р.) відбулося фактичне відкриття Педагогічного інституту при університеті Св. Володимира. Воно не позначилось якимось державним Указом, бо це була внутрішня подія, здійснена в „робочому порядку".

Посаду директора вчительського закладу як і передбачалось Проектом статуту довелося обійняти М.О.Максимовичу, суміщаючи її з ректорством і деканством. Її не могли запропонувати бувшим кременчанам М.Ю.Якубовичу та С.С.Вижевському, полякам за національністю. Не міг зайняти цю посаду і українець О.М.Новицький, який хоч і був глибоким філософом та педагогом, але його „російська словесність" була не на висоті, бо часто-густо супроводжувалась польсько-українським суржиком. Зважаючи на тогочасне акцентування урядом російськомовної підготовки вчителів, зобов'язаних нести „дух русского народа", зрозуміло, чому не лише за Проектом статуту першим директором Педагогічного інституту мав бути М.О.Максимович. Свідчення про покладену на нього загальним Статутом копітку директорську роботу у наставлянні майбутніх учителів в мистецтві викладати науки зрозуміло, ясно і систематично є у споминах його учнів.

Умови формування контингенту казенних студентів для вчительської підготовки були особливими. Вступ до Інституту збігався як із проходженням абітурієнтом вступних випробувань із загальних предметів гімназичного курсу, так і з жорстким відбором за національними та віросповідальними ознаками і укладанням угоди про казенне утримання та зобов'язанням після закінчення Інституту казеннокоштних студентів „прослужити 6 років у тому відомстві, в яке вони начальством призначені будуть". Студенти Педагогічного інституту – майбутні поширювачі „російського духу", – на відміну від інших студентів університету перебували на повному пансіоні і під жорстким наглядом інспектора, якого призначав сам міністр, і двох помічників інспектора, яких призначав попечитель округу. Наглядала за студентами також університетська поліція та екзекутор. Як свідчить М.Ф.Владимирський-Буданов, „Институт казеннокоштных студентов сначала помещался в наемных домах (в Липках) [приватні будинки Корта і Гербеля. Авт.]; а с окончанием собственного здания Университета, - в главном корпусе его. С устройством медицинского института, этот последний помещался отдельно, между тем как институты педагогический и юридический всегда вместе … помещение для них отведено было на 4-м этаже здания". „Еще по штату 1833 г. при институтах казеннокоштных положена была студенческая больница … Воспитанники институтов имели особые права на пользование библиотекою Университета".

М.Ф.Владимирський-Буданов особливо наголошує, що „згідно зі Статутами 1833 та 1842 р.р. Інститути (педагогічний та юридичний – авт.) були не благодійними закладами при Університеті, а насамперед самостійними навчально-виховними закладами, зв'язок яких з Університетом полягав тільки у тому, що їх вихованці повинні були користуватись загальнообов'язковими теоретичними університетськими лекціями. Їхні ж інститутські заняття не повинні були збігатись з факультетським набором наук; наприклад, для студентів педагогічного інституту, які були вихованцями 2-х відділень філософського факультету, проводилися обов'язкові лише для них спільні заняття з педагогіки".

Дослідницька група професорів НПУ ім. М.П. Драгоманова, натхненником якої є В.П. Андрущенко і яку я представляю, не має жодних сумнівів щодо існування на базі університету Св. Володимира з осені 1834 року „особливого виховного закладу", котрий тоді ж зосередився на підготовці вчителів, тобто почав виконувати справу, спочатку покладену на університет в цілому. Про це свідчить написаний каліграфічно Звіт за 1835 р., згадуваний вище. Наступні Звіти свідчать про еволюцію закладу. Хоча він офіційно почав зватись Педагогічним інститутом лише у 1842 році, ми схильні іменувати його даним словосполученням з листопада 1834 р., як іменувались аналогічні заклади інших університетів Росії за Статутом 1804 року.

По великому рахунку для нас не так вже й важливо, який заклад, з якою назвою почав у Києві систематичну вищу світську педагогічну освіту вчителів для створеного у 1832 році Київського навчального округу. Головне, що він існував з листопада 1834 року, що розпочав велику справу, породив інші славні і великі навчальні заклади і став витоком НПУ ім. М.П. Драгоманова, спадкоємиця і продовжувача цієї справи.

Ми не надто журимося і з того приводу, що початок у 1834 році нашого 170-річного поступу не підкріплений тогочасними указами, скажімо, про створення НПУ ім. М.П.Драгоманова. По секрету скажу, що такого указу, окрім постанови № 38, не було і в 1920 році. Є лише справді солідне рішення НКО УРСР від 10 липня 1933 року про утворення на базі Інституту соціального виховання КІНО Київського педагогічного інституту. Тоді ж і тим же, до речі, державним органом УРСР було ухвалене теж солідне рішення про заснування Київського державного університету, якому КІНО передав свої будівлі, і два інститути – професійної освіти і фізико-математичного-природничий.

Виходить, НПУ ім. М. Драгоманова та КНУ ім. Т. Шевченка і у XX столітті годувалися ґрунтом КІНО і мали спільне коріння, і навіть дійсно стали ровесниками. Але обом нашим університетам, незважаючи на наявність чи відсутність указів про створення їх більш давніх перед витоків заснованих у позаминулому столітті та ліквідованих на початку XX-го, було би надзвичайно важко встановлювати з ними юридично коректні зв'язки правонаступності. Думаю, що справу не варто й розпочинати. Бо епіцентри культури, до яких відносяться університети, мають особливі метафізичні стосунки з минулим. Вони вільно обирають його, проектуючи майбутнє. І ніхто не в змозі завадити їм у цьому, оскільки у минулого не буває одноосібних власників. Воно – спільний виток усіх, хто справді опікується майбутнім.

Грищенко Г.О.
НПУ імені М.П. Драгоманова

Підготовка вчителів математики на фізико-математичному факультеті НПУ імені М.П. Драгоманова.

Фізико-математичний факультет Національного педагогічного університету імені М.П.Драгоманова був створений як структурний підрозділ Київського інституту народної освіти на початку 1934-35 навчального року.

Разом з тим, слід зауважити, що підготовка вчителів математики велась і у попередні роки. Зокрема, у 20-х роках (навчальний заклад тоді називався Київський інститут народної освіти) студентам читали лекції такі відомі вчені-математики: академіки ВУАН з 1919 року Дмитро Олександрович Граве (1863—1939), академік ВУАН з 1922 року Микола Митрофанович Крилов (1879—1955), професор Борис Якович Букрєєв (1859—1962).

Проректором Київського інституту народної освіти працював математик-методист Костянтин Феофанович Лебединцев (1878—1925). Він закінчив Київський університет (1900), відомий як автор багатьох методичних робіт, посібників і підручників з алгебри для середньої школи, підготував «Введение в современную методику математики» (1925).

У 1923 році закінчив Київський інститут народної освіти Наум Ілліч Ахієзер (1901—1980). У 1928—1933 роках він працював викладачем інституту народної освіти. Н.І. Ахієзер чл.-кор. АН УРСР (1934), доктор фізико-математичних наук (1936), професор (1940). Дослідження присвячені теорії функцій, аеродинаміці, функціональному аналізу, інтегральним рівнянням, наближеним і чисельним методам, теорії моментів, історії математики.

У 1924 році закінчив Київський інститут народної освіти Микола Хрисанфович Орлов (1900—1936), доктор фізико-математичних наук (1931), член-кореспондент АН УРСР (1934). У 1924 — 1930 роках він працював викладачем в інституті народної освіти і одночасно в Київському політехнічному інституті. Пізніше він працював у Харківському та Київському університетах, в Інституті математики АН УРСР. Основні роботи присвячені наближеним методам розв'язування диференціальних та інтегральних рівнянь, наближеним обчисленням, балістиці.

Математичні кафедри факультету ведуть свою історію від створеної у 1930 році кафедри математики. Першим завідувачем цієї кафедри був математик зі світовим ім'ям Михайло Пилипович Кравчук (1892 — 1942). Він закінчив Луцьку гімназію з золотою медаллю і Київський університет з дипломом І ступеня (1914). Магістр (1917), доктор фізико-математичних (1924), професор (1925), академік АП УРСР (1929). З 1921 року М.П. Кравчук працював у Київському інституті народної освіти, був деканом факультету професійної освіти. Одночасно він працював у політехнічному та сільськогосподарському інститутах. З моменту організації в Києві Інституту математики (1933) і до початку 1938 року очолював у ньому відділ математичної статистики.

М.П. Кравчук одержав важливі результати в алгебрі і теорії чисел, теорії аналітичних функцій, теорії функцій дійсної змінної, теорії ймовірностей і математичній статистиці. Він підготував ряд грунтовних праць з історії математики, підручники для вищої школи, навчальні програми для вищої і середньої школи, зробив великий внесок у розвиток української математичної термінології, був організатором першої в Україні математичної олімпіади для учнів (1935). За 25 років науково-педагогічної діяльності академік М.П.Кравчук написав понад 170 праць з різних галузей математики, разом з своїм учнем професором О.С.Смогоржевським підготував посібник для вузів «Вища математика» (1934).

Академік М.П.Кравчук відзначався рідкісним педагогічним талантом, доброзичливістю, принциповістю, чуйністю. У вересні 1937 року Михайла Пилиповича звинуватили у тому, що він «рекламував ворогів». Репресований, він загинув у Колимському краї. Вже потім були реабілітація, повернення його імені із забуття.

З вересня 1937 року кафедрою математики завідував член-кореспондент АН УРСР професор Євген Якович Ремез. На кафедрі тоді працювали доценти К.О.Хлєбніков, С.Ф.Фещенко, Д.М.Майєргоз, В.В.Іваненко, А.Я.Орієвський, І.Є.Шиманський, В.П.Білоусова, О.К.Лебединцева, К.Я.Латишева. У 1938-39 навчальному році на основі цієї кафедри створено кафедри математичного аналізу (завідувач Є.Я.Ремез) і геометрії, яку очолив професор Олександр Степанович Смогоржевський (випускник інституту, 1929).

Член-кореспондент АН УРСР, доктор фізико-математичних наук, професор Євген Якович Ремез викладав курс математичного аналізу і інтенсивно проводив науково-дослідну роботу. Ним, на відміну від класичних теорій дійсного числа (К.Вейєрштраса, Г.Кантора, Р.Дедекінда), розроблена більш прозора теорія сумісних наближень. Методичну основу цієї теорії розробив професор І.Є.Шиманський, яку виклав у своєму підручнику «Математичний аналіз».

Смогоржевський О.С. (1896-1969) — український математик, доктор фізико-математичних наук (1945), професор, Заслужений діяч науки УРСР. Народився в с.Лісове Вінницької області. Закінчив Немирівську гімназію (1916). Працював вчителем в сільських школах Вінницької області (1918- 1930). В 1929 році закінчив Київський інститут народної освіти. З 1930 року працював в Київському політехнічному інституті. Основні наукові роботи О.С.Смогоржевського відносяться до математичного аналізу, зокрема до теорії диференціальних рівнянь ортогональних поліномів, і геометрії, а саме — теорії геометричних побудов в просторі Лобачевського. В результаті роботи керованого ним в 1950-1960 роках наукового семінару, учасниками якого були, зокрема, і педагоги фізико-математичного факультету педагогічного інституту О.П.Сергунова, В.П.Білоусова, О.С.Боришполець та ін., була створена Київська наукова школа з геометрії. В цей час в світ виходить його визначна праця методичного і наукового характеру з основ геометрії – книга «Геометричні побудови на площині Лобачевського». Науковий доробок складає понад 90 наукових праць, серед яких широко відомі праці і підручники, деякі з них перекладені іноземними мовами. О.С.Смогоржевський нагороджений двома орденами Трудового Червоного Прапору, а в 1969 році йому було присвоєно звання Заслужений діяч науки УРСР.

У другій половині тридцятих років заступником директора інституту працював доцент А.Я.Орієвський, який викладав на фізико-математичному факультеті аналітичну геометрію. Деканом факультету був доцент Іван Михайлович Гурін. Психологію на факультеті викладав П.Р.Чамата, а педагогіку — доцент Д.Ф.Ніколенко. Про це свідчать записи у заліковій книжці № 339, виданій 22 жовтня 1938 року студенту першого курсу Заварицькому І.П., яка зберігається на факультеті як реліквія. Третьокурсник І.П.Заварицький 20 червня 1941 року склав на «відмінно» іспит з історії педагогіки. Далі його випробувала війна.

У повоєнні роки (1943-1960) факультет очолювали А.П.Карлова, І.М.Гурін, П.Й.Коваль, П.В.Черняк, В.К.Мітюрьов, О.П.Сергунова. Це був період відбудови, створення матеріально-технічної бази, комплектування кафедр науково-педагогічними кадрами. Велась підготовка вчителів математики і фізики за денною і заочною формами навчання. Розпочалася робота аспірантури, яка мала забезпечувати висококваліфікованими кадрами всі педагогічні інститути республіки.

Студентом фізико-математичного факультету був видатний український математик Іван Іванович Ляшко (народ. 1922). Він працював вчителем математики у Ставищанському районі Київської області, у 1952 році закінчив Київський педагогічний інститут. І.І. Ляшко доктор фізико-математичних наук (1963), професор (1965), дійсний член АН УРСР (1973). З 1955 року він працював у Київському університеті асистентом, доцентом, завідувачем кафедри математичної фізики, деканом механіко-математичного факультету, проректором з наукової роботи. У 1969 році разом з академіком В.М. Глушковим він створив перший в СРСР факультет кібернетики, був його першим деканом і завідувачем кафедри обчислювальної математики.

Основні дослідження академіка І.І. Ляшка стосуються механіки суцільних середовищ і обчислювальної математики. В теорії фільтрації довів ряд варіаційно-топологічних теорем про зміни різних інтегральних характеристик потоку при просочуванні грунтових вод в пористих середовищах. Вперше використав метод мажорантних областей і руху граничних точок при вивченні планових фільтраційних потоків. У галузі обчислювальної математики одержав принципово нові результати з узагальнення методу Р– трансформацій на нескінченні і шаруваті області, з доведення коректності різницевих схем, із способу застосування скінченно-різницевих методів при розв'язуванні багатовимірних задач математичної фізики.

У шістдесятих роках факультет почергово очолюють доцент Гурій Григорович Кордун і професор Микола Іванович Шкіль. Здійснюється підготовка вчительських кадрів для середньої політехнічної школи з трудовим навчанням за спеціальностями «Фізика і основи виробництва», «Математика і фізика», «Математика і програмування», «Фізика і електротехніка» з п'ятирічним терміном навчання. Робиться спроба готувати вчителів для викладання математики і фізики іноземними мовами. Готуються вчителі математики за заочною формою навчання.

У сімдесятих роках деканами факультету були доценти Володимир Єфремович Тарасюк і Андрій Григорович Конфорович. У цей період в СРСР здійснюється перехід до обов'язкової середньої освіти. Зростає потреба в учителях-предметниках для старших класів. Мабуть, це стало причиною переходу на чотирьохрічний термін підготовки вчителів фізики і вчителів математики. У середині сімдесятих років припиняється заочна підготовка вчителів математики.

У 1982 році деканом факультету був обраний професор Геннадій Опанасович Грищенко.

З 1982 року розпочалась підготовка вчителів за спеціальністю «Математика і фізика» з п'ятирічним терміном навчання, а у 1986 році студенти, які навчались за спеціальністю «Математика», були переведені на п'ятирічне навчання для одержання кваліфікації «Вчитель математики, інформатики і обчислювальної техніки». Разом з тим, навчальні плани були перевантажені, тривалість навчальних занять протягом тижня досягала 40-42 академічних годин.

З середини восьмидесятих років у країні розпочинається реформа середньої (1984) і перебудова вищої (1987) школи. Ці обставини загострюють проблеми підготовки вчительських кадрів взагалі і організації навчального процесу у педагогічних навчальних закладах зокрема. За рішенням Вченої ради факультету розпочинається науково-методична робота з створення більш досконалих навчальних планів і програм навчальних дисциплін. У 1988 році Міністерство освіти СРСР затвердило розроблений вченими факультету експериментальний навчальний план підготовки вчителів математики, інформатики і обчислювальної техніки. Цей план передбачав вивчення двадцяти двох навчальних дисциплін, максимальне тижневе навчальне навантаження не перевищувало двадцяти восьми годин. Вивільнення часу для самостійної роботи студентів давало можливість інтенсифікувати навчально-виховний процес. Витяг із цього плану подано нижче.

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель
Министра
Просвещения СССР
19 марта 1988 г

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ СССР
Киевский педагогический институт
им. А.М.Горького

УЧЕБНЫЙ ПЛАН

Специальности 01.01.00 МАТЕМАТИКА
Квалификация специалиста учитель математики информатики и вычислительной техники
Срок обучения 5 лет

№ п/п	Название дисциплины	К-во часов
1.	История КПСС	120
2.	Марксистско-ленинская философия	120
3.	Политическая экономия	100
4.	Научный коммунизм	88
5.	Психология	119
6.	Педагогика	238
7.	Математический анализ	515
8.	Алгебра и теория чисел	358
9.	Геометрия	344
10.	Информатика	236
11.	Численные методы	64
12.	Теория вероятностей и элементы математической статистики	68
13.	Технические средства обучения	34
14.	Использование технических средств обучения и вычислительной техники в учебном процессе	123
15.	Школьный курс математики и методика его преподавания	493
16.	История математики	42
17.	Общая физика	259
18.	Астрономия	56
19.	Физическое воспитание	316
20.	Возрастная физиология, школьная гигиена и охрана труда	72
21.	Иностранный язык	206
22.	Дисциплины по выбору	148
	Число часов учебных занятий	**4119**

Зміни у суспільному і господарському житті України на початку дев'яностих років, впровадження ступеневої системи освіти стали причиною пошуків нових напрямів і форм підготовки вчителів математики і фізики. У 1991-92 роках творчі колективи викладачів факультету під загальним керівництвом проф. М.І.Шкіля і проф. Г.О.Грищенка на замовлення Міністерства освіти України підготували сучасні програми навчальних дисциплін для фізико-математичних факультетів педвузів. У наступні роки наукові групи факультету розробили концепцію і новий зміст спеціальної підготовки вчителів математики і фізики. Все це було враховано при формуванні загальнодержавної системи ступеневої підготовки фахівців з вищою освітою і переліку напрямів підготовки фахівців з вищою освітою (1994).

У 1994 році науковці факультету брали участь у створенні освітньо-професійних програм підготовки бакалаврів математики (М.І.Шкіль, Г.О.Грищенко, Л.І.Дюженкова, С.С.Левіщенко, В.О.Швець) і бакалаврів фізики (Г.О.Грищенко, М.Ф.Вознюк, Є.В.Коршак, М.І.Шут).

На факультеті відкриваються нові спеціальності і спеціалізації: «Фізика і інформатика» (1995), «Математика і економіка» (1996), «Економічна теорія» (1997). Відновлюється підготовка вчителів фізики (1996) і математики (1997) за заочною триместровою формою навчання; відкривається екстернат (1997).

За розробленими на факультеті навчальними планами з 1995 року розпочинається ступенева підготовка вчителів. У 1999 році вперше були випущені бакалаври математики і бакалаври фізики — вчителі основної школи. З 1998-99 навчального року розпочата підготовка магістрів за спеціальностями «Математика» і «Фізика» для викладання математики або фізики у класах і школах з поглибленим вивченням цих предметів і для викладацької діяльності у вищих закладах освіти. З 2002-03 навчального року факультет готує магістрів зі спеціальності «Економічна теорія».

Під керівництвом професорів М.І.Шкіля та Г.О.Грищенка розроблені і у 2002 році затверджені Галузеві стандарти вищої педагогічної освіти для підготовки вчителів математики і фізики. В цих стандартах вперше сформульовані основні види діяльності вчителів математики і фізики та вміння, які необхідні для виконання цієї діяльності.

Основні види діяльності вчителя математики:
• дослідження математичних відображень ідеалізованих об'єктів;
• математичне моделювання природних технічних економічних та соціальних процесів;
• прикладні дослідження в галузі математики;
• забезпечення безпеки людей на виробництві і у побуті;
• планування (проектування) навчально-виховної роботи;
• проведення навчальних занять;
• проведення виховних заходів;
• розробка і використання дидактичних засобів;
• проведення психолого-педагогічних і методичних досліджень, оформлення їх результатів;
• ведення шкільної документації;
• робота з персональним комп'ютером;
• підвищення кваліфікації.

Розроблена вченими факультету таксономія видів діяльності вчителя дозволила створити науково-обґрунтовані освітньо-професійні програми підготовки вчителів, навчальні плани.

Гордістю факультету є його випускники, серед них: **Заслужені діячі науки і техніки** І.І.Тичина, М.І.Шкіль, **Заслужені працівники освіти України** І.Т.Горбачук, Г.О.Грищенко, Ю.І.Мальований, **Заслужені працівники культури** В.Т.Бусел, В.В.Смолянець, **Заслужені вчителі України** Т.Д.Драч, М.М.Коміренко, Є.В.Коршак, В.І.Мороз, І.П.Сторож, А.І.Шенгур, К.Т.Шкіль, М.С.Якір; **Лауреати Державної премії України** Т.В.Колесник, В.М.Котлова, М.І.Шкіль.

Серед випускників факультету — десятки докторів наук, сотні кандидатів наук, керівники органів та закладів освіти. Серед випускників аспірантури — кандидати наук для Болгарії, Куби, Словаччини, В'єтнаму, республік колишнього СРСР.

У листопаді 2004 року факультет відзначає своє 70-річчя.

Кафедра математичного аналізу

Кафедру очолює дійсний член АПН України, професор, доктор фіз-мат. наук М.І.Шкіль, на кафедрі працюють професори Т.В.Колесник, І.Г.Шевчук, доценти М.М.Астаф'єва, М.М.Білоцький, Л.І.Дюженкова, Г.В.Завізіон, Ю.П.Підченко, П.Ф.Самусенко, старший викладач канд. фіз-мат. наук С.Я.Деканов, асистент В.Д.Залізко, зав.лаб. Т.О.Гулак, ст. лаб. Т.М.Драмарецька, Л.В.Літвінова.

У перші повоєнні роки на факультеті було дві математичні кафедри: математичного аналізу (завідувач — професор Є.Я.Ремез) і геометрії (завідувач — професор О.С.Смогоржевський). Ці кафедри у 1955 році були об'єднані. Новоутворену кафедру математичного аналізу і геометрії почергово очолювали професори І.М.Рапопорт і С.Ф.Фещенко.

Доктор фізико-математичних наук, професор Ілля Маркович Рапопорт читав курс математичного аналізу, проводив наукові семінари, керував аспірантами. В цей час вийшла його монографія: «О некоторых асимптотических методах в теории дифференциальных уравнений», яка дістала високу оцінку математичної громадськості.

Доктор фізико-математичних наук, професор Степан Федорович Фещенко майстерно читав курси: теоретичну механіку, теорію функцій комплексної змінної, методи математичної фізики. Проводив спецкурси, спецсемінари з асимтотичних методів інтегрування диференціальних рівнянь, коефіцієнти яких залежать від параметрів, здійснював керівництво аспірантами. Доведені С.Ф.Фещенком теореми про асимптотичне розщеплення систем диференціальних рівнянь з повільно змінними коефіцієнтами увійшли в математичну літературу як класичні.

У 1960 році завідувачем кафедри математичного аналізу і геометрії був призначений доктор фізико-математичних наук, професор Микола Олексійович Давидов. На початку шістдесятих років при кафедрі була заснована електронно-обчислювальна лабораторія з ЕОМ «Мінськ-1». На кафедрі починають працювати професори В.М.Остапенко (1961), С.І.Зуховицький (1962-1965), член-кореспондент АН УРСР С.М.Черніков (1964), доцент М.Я.Лященко (1962).

У 1965 році кафедра математичного аналізу і геометрії була реорганізована: на її базі були створені кафедра математики (завідувач — професор С.Ф.Фещенко) і кафедра математичного аналізу, яку до 1989 року очолював професор М.О.Давидов.

Професор М.О.Давидов був відомим математиком, фахівцем у галузі теорії підсумовування розбіжних рядів. Серед математиків колишнього СРСР його внесок у створення цієї теорії, мабуть, найвагоміший. Найавторитетніші математичні журнали публікували наукові праці М.О.Давидова. Він багато років керував Республіканським семінаром з теорії підсумовування розбіжних рядів і підготовкою наукових кадрів в аспірантурі, чимало його учнів захистили кандидатські дисертації і успішно працюють у нашому університеті (професор Г.О.Михалін, доцент М.М.Білоцький) та в інших навчальних закладах на ниві підготовки математиків. Двічі видавався написаний М.О.Давидовим підручник для студентів фізико-математичних факультетів «Курс математичного аналізу» ч. 1, 2, 3; тривалий час використовується в навчальному процесі збірник задач з математичного аналізу, підготовлений за його участю.

З 1989 р. кафедру очолює дійсний член АПН України та АН Вищої школи України, іноземний член Російської академії освіти, віце-президент Асоціації математиків України, доктор фізико-математичних наук, професор Микола Іванович Шкіль. У 1955 році він з відзнакою закінчив фізико-математичний факультет, одержавши кваліфікацію «Учитель математики і фізики». З того часу його доля пов'язана з кафедрою математичного аналізу і геометрії: аспірант (1955-1958), асистент (1958), старший викладач (1959), доцент (1961). У 1959 році М.І.Шкіль захистив кандидатську дисертацію, а у 1968 році — докторську.

Наукові інтереси М.І.Шкіля пов'язані з розробкою асимптотичних методів інтегрування диференціальних рівнянь та їх систем. Він вперше всебічно дослідив досить складні випадки зовнішніх та внутрішніх резонансів, які часто зустрічаються на практиці. М.І.Шкіль створив на факультеті наукову школу теорії диференціальних рівнянь, яка розробляє методи побудови алгоритмів асимптотичних розв'язків диференціальних та інтегро-диференціальних рівнянь. У роботі цієї школи беруть участь викладачі, аспіранти, студенти. М.І.Шкіль та його учні, серед яких 4 доктори і понад 30 кандидатів наук, видали 8 монографій та значну кількість наукових статей. Монографія «Асимптотичні методи в теорії лінійних диференціальних рівнянь» (автори Фещенко С.Ф., Шкіль М.І., Ніколенко Л.Д.) у 1967 р. перевидана в США. Цикл робіт М.І.Шкіля в галузі математики відзначений премією АН УРСР імені академіка М.М.Крилова (1989). М.І.Шкіль нагороджений премією Фонду «Інтелектуальної співпраці Україна — XXI століття» імені В. Вернадського (2002), премією НАН України імені М.В.Остроградського (2003). Під науковим керівництвом професора М.І.Шкіля на замовлення Міністерства освіти України виконується дослідження «Асимптотичне інтегрування систем лінійних диференціальних рівнянь з точками повороту та рівнянь з виродженням» (доценти Ю.П.Підченко, Г.В.Завізіон, П.Ф.Самусенко).

У 1949 році закінчив фізико-математичний факультет Микола Якович Лященко. Потім він навчався в аспірантурі Інституту математики АН УРСР, захистив кандидатську дисертацію у математичному інституті АН СРСР імені В.А.Стєклова, працював у Інституті атомної енергії АН СРСР (Москва). З 1962 до 2000 року М.Я.Лященко працював на фізико-математичному факультеті.

Професор М.Я.Лященко викладав математичний аналіз, диференціальні рівняння, обчислювальну математику, елементи теорії алгоритмів тощо. Особливу увагу він приділяв розвитку алгоритмічної культури логічного мислення студентів, встановленню зв'язків між університетом і шкільним курсом математики.

Наукові інтереси М.Є.Лященка були зосереджені на питаннях наближеного розв'язування задачі Коші для диференціальних рівнянь другого порядку, нелінійних інтегральних рівнянь типу Вольтерра (з кратними вузлами), а також на побудові квадратурних і кубатурних формул для окремих класів функцій з інтегрованою особливістю. Під його керівництвом чотири аспіранти з цієї тематики успішно захистили кандидатські дисертації. Науковий і методичний доробок М.Я.Лященка складає 135 праць. Особисто і в співавторстві видано 13 посібників. М.Я.Лященко активний учасник Великої Вітчизняної війни, нагороджений бойовими орденами та медалями.

З 60-х років на кафедрі працює випускниця фізико-математичного факультету Лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки професор Тамара Всеволодівна Колесник.

Наукові дослідження Т.В.Колесник присвячені методам розв'язання задач математичної фізики, пов'язаних з теорією потенціалу. Вона плідно працює над проблемами наукового та методичного забезпечення вивчення математики у вищій та середній загальноосвітній школі. Автор підручників з вищої математики підручників з алгебри і початків аналізу для шкіл з поглибленим вивчення математики. У своїй діяльності Т.В.Колесник приділяє розробці і впровадженню ефективних педагогічних технологій (модульно-рейтингова, проблемне навчання тощо).

У науковому та навчально-методичному доробку професора Колесник Т.В. понад 120 праць, серед яких дві наукові монографії, сім підручників, чотири навчальні посібники, шість навчально-методичних посібників.

З 1970 року на кафедрі математичного аналізу працює кандидат фізико-математичних наук доцент Дюженкова Любов Іванівна. Наукові дослідження, які вона виконує, присвячені питанням теорії самоспряжених операторів і диференціальних рівнянь з частинними похідними. Останнім часом Л.І.Дюженкова значну увагу приділяє проблемам навчання математичних дисциплін у вищій школі, зокрема, проблемам теорії та методики навчання математичного аналізу. Опублікувала біля 90 наукових та навчально-методичних праць, серед яких наукова монографія та 10 навчальних посібників з математичного аналізу і вищої математики (у співавторстві).

Л.І.Дюженкова — активний член української асоціації «Жінки в науці та освіті», велику увагу приділяє виховній роботі зі студентами.

У 1969—2000 рр. навчався в аспірантурі ,а потім працював на кафедрі випускник факультету, учень професора М.О.Давидова доцент Геннадій Олександрович Михалін. Коло його наукових інтересів — математичний аналіз і прикладна математика. Останнім часом Г.О.Михалін досліджував проблеми навчання математичного аналізу. Зараз працює на посаді завідувача кафедри вищої математики філії МАУП у Білій Церкві. Автор понад 120 наукових робіт у галузі математичного аналізу, прикладної математики та теорії й методики професійної освіти та методики навчання математики. У 1998 р. його дослідження підтримано Міжнародною Сорівською Програмою підтримки освіти в галузі точних наук (ISSEP).

Керував написанням кандидатських дисертацій чотирьох аспірантів, двоє з яких уже захистили дисертації.

Відмінник народної освіти України.

У жовтні 2004 року він захистив дисертацію на здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук «Формування основ професійної культури вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу».

Кафедра математичного аналізу забезпечує фахову підготовку студентів із математичного аналізу, комплексного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, основ векторного і тензорного аналізу, пропонує студентам спецкурси, спецсемінари, курсові та кваліфікаційні роботи з актуальних питань сучасної математики та методики викладання математики в середній та вищій школі.

Колектив кафедри математичного аналізу багато працює над вдосконаленням форм і методів навчання, над проблемами методики викладання навчальних дисциплін у вузі, над впровадженням у навчальний процес нових інформаційних технологій. Викладачі кафедри беруть активну участь у підготовці та проведенні шкільних і студентських математичних олімпіад; ведуть плідну методичну роботу, активно працюють над створенням підручників, навчальних посібників, методичних рекомендацій для вищої та середньої школи, науково-популярної літератури для учнів.

Друге видання витримали підручники: «Математичний аналіз», ч. 1, 2 (Шкіль М.І.) для студентів фізико-математичних факультетів і «Вища математика», ч. 1, 2, 3 (Шкіль М.І., Колесник Т.В., Котлова В.М.) для студентів педагогічно-індустріальних факультетів. У 1996 р. авторський колектив у складі: Шкіль М.І., Колесник Т.В., Котлова В.М. відзначений Державною премією України в галузі науки і техніки за цикл підручників з вищої математики для педагогічних навчальних закладів.

У методичному та науковому доробку кафедри — підручники «Чисельні методи» (Лященко М.Я., Головань М.С.), «Алгебра і початки аналізу» для 10 та 11 класів шкіл і класів з поглибленим вивченням математики (Шкіль М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М.), «Алгебра і початки аналізу» (пробний підручник для 10-11 кл.) (Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубінчук О.С.), навчальні посібники — «Асимптотичні методи в диференціальних рівняннях» (Шкіль М.І.), «Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом.» (Шкіль М.І. та ін.).

«Математичні машини і програмування з практикумом» (Лященко М.Я.), «Програмування. Спецкурс факультативних занять з математики в 9 кл» (Лященко М.Я.), «Основы программирования», 1-е та 2-е видання (Лященко Н.Я., Козин А.С.), «Производная и ее приложения. Пособие для самообразования учителей» (Лященко Н.Я.), «Вища математика. Практикум.» (Дюженкова Л.І., Носаль Т.В.).

Підручник «Алгебра і початки аналізу» для 10 класу шкіл і класів з поглибленим вивченням математики відзначений премією АПН України (1993).

При кафедрі працюють наукові студентські гуртки з математичного аналізу (керівники С.Я.Деканов, В.Д.Залізко). Випускники університету мають можливість продовжити навчання в аспірантурі при кафедрі математичного аналізу за спеціальностями диференціальні рівняння (наукові керівники професори Шкіль М.І., Лучка А.Ю.) і математичний аналіз (науковий керівник професор Шевчук І.О.).

Кафедра вищої математики

Кафедру очолює професор, доктор фіз-мат. наук М.В.Працьовитий, на кафедрі працюють професор А.Ф.Турбін, доценти Н.Ю.Верпатова, Т.В.Ломаєва, Л.С.Можарівська, Л.В.Процак, Н.В.Ткаченко, Г.М. Торбін, Д.Я.Требенко, Н.В.Шаповалова, старші викладачі Я.В.Гончаренко, Л.Л.Панченко О.В.Школьний, асистенти В.В.Коваль, М.О.Хмельницький, ст.лаб. Г.І.Бедренко, Н.М.Самкіна.

З 1938/39 навчального року кафедру геометрії очолював професор Олександр Степанович Смогоржевський.

У 1955-1965 роках функціонувала об'єднана кафедра математичного аналізу й геометрії, яка стала базою для створення в 1965 році кафедр математики та математичного аналізу. В 1962-1965 роках на кафедрі працював доктор фізико-математичних наук, професор С.І.Зуховицький (науковий керівник аспіранта М.І.Жалдака). З 1961 року на кафедрі почав працювати за сумісництвом доктор фізико-математичних наук, професор В.М.Остапенко, з 1964 року — член-кореспондент АН України, доктор фізико-математичних наук, професор С.М.Черніков.

Черніков Сергій Миколайович (1912-1987) народився в м. Загорську Московської області. Після закінчення в 1933 році Саратовського педагогічного інституту працював викладачем математики в середніх навчальних закладах м. Саратова. В 1933-1934 роках Сергій Миколайович працював асистентом кафедри математики Уральського фізико-механічного інституту. В 1934-1946 рр. — асистент, доцент, професор, а з 1939 по 1945 р. — завідувач кафедри математики Уральського політехнічного інституту. З 1945 по 1951 р. — завідувач кафедри математичного аналізу і в 1947-1950 роках — декан фізико-математичного факультету Уральського університету. 1951-1961 рр. — завідувач кафедри алгебри і геометрії Пермського університету. 1961-1964 рр. — завідувач відділу алгебри і геометрії Свердловського відділення Математичного інституту ім. В.А. Стеклова АН СРСР. З 1965 по 1975 р. Черніков С.М. завідував відділом алгебри Інституту математики АН УРСР і в цей же період працював професором кафедри математики нашого інституту. Ім'я Чернікова С.М., як відомого вченого-алгебраїста, добре відоме в Україні та за її межами. Творчий доробок вченого відіграв визначну роль у розвитку теорії груп і алгебраїчної теорії лінійних нерівностей. Ним створена фундаментальна теорія локально розв'язних і локально нільпотентних груп, він збагатив теорію груп новими видами детально вивчених груп (зокрема, один з них носить назву груп Чернікова). Фундаментальні результати, отримані ним в області лінійної алгебри, послужили основою для створення алгебраїчної теорії лінійних нерівностей, яка в свою чергу склала основу для подальшого розвитку теорії лінійного програмування.

Серед учнів Чернікова С.М. більше 10 докторів та 40 кандидатів фізико-математичних наук. Учні створеної професором С.М.Черніковим відомої алгебраїчної школи, нині працюють в усіх провідних вузах

України. Серед них такі випускники аспірантури при кафедрі: доктори фізико-математичних наук, професори С.С.Левіщенко, Л.А.Курдаченко (завідувач кафедри алгебри Дніпропетровського університету), Ф.М.Лиман (завідувач кафедри Сумського педінституту); доценти Л.М.Кляцька (Черкаський педінститут), О.М.Зуб (Уманський педінститут), М.М.Семко (Національна академія податкової служби України), В.Е.Горецький (Хмельницький державний університет), Є.Алексеєва, П.П.Баришовець, Т.Г.Леліченко (Національний авіаційний університет), Б.Й.Міщенко, Л.С.Можарівська, Д.Я.Требенко та ін.

Створив свою школу також професор В.М.Остапенко. З 1961 р. він підготував 14 аспірантів, які захистили кандидатські та дві докторські дисертації.

В 1968-1980 роках кафедру очолював доктор фізико-математичних наук, професор Микола Іванович Шкіль, в 1972-1974 роках вона називалась кафедрою алгебри і геометрії, а потім кафедрою вищої математики.

У 1980-85 роках кафедру очолював доцент Мирослав Іванович Жалдак. Це був період інтенсивного запровадження в навчальний процес середньої і вищої школи звичайних і програмованих мікрокалькуляторів. На кафедрі була створена навчальна лабораторія програмованих мікрокалькуляторів (завідувач лабораторії Л.М.Немировська), яка була попередником теперішніх лабораторій кафедри інформатики. В зв'язку з бурхливим розвитком електронно-обчислювальної техніки, зокрема, персональних комп'ютерів, виникла потреба у спеціалізованій кафедрі. У 1985 році була створена кафедра основ інформатики та обчислювальної техніки, на яку перейшла частина викладачів кафедри вищої математики.

З лютого 1986 року кафедру вищої математики очолив доцент Сергій Сергійович Левіщенко, який завідував нею до своєї передчасної смерті в жовтні 1996 р.

С.С.Левіщенко народився 5 вересня 1944 року в с.Зубарі Фастівського району на Київщині. По закінченні школи із золотою медаллю він працював будівельником на Кожанському цукровому комбінаті. Потім було навчання на фізико-математичному факультеті. Навчався на «відмінно», за що йому було призначено Ленінську стипендію. Після закінчення інституту працював учителем в Миронівській середній школі. За тим — навчання в аспірантурі при КДПІ ім. О.М.Горького за спеціальністю «Алгебра і теорія чисел». З 1972 року Сергій Сергійович — асистент кафедри алгебри і геометрії. У 1973 році він захистив кандидатську дисертацію, в 1979 році йому присвоєно звання доцента. З серпня 1980 р. по грудень 1981 р. він працює заступником декана фізико-математичного факультету. У 1994 році С.С.Левіщенко захистив ним докторську дисертацію, того ж року йому було присвоєно високе звання професора. Відомий вчений в галузі алгебри і теорії чисел, автор підручників і посібників для студентів та понад 70 наукових праць, він постійно опікувався майбутнім своїх студентів, залучаючи їх до наукової роботи, керував науковим студентським і аспірантським гуртком з алгебри. Професор С.С.Левіщенко продовжував традиції алгебраїчної школи кафедри, серед його учнів доценти С.В.Драганюк і Н.Ю.Верпатова.

Ім'я С.С.Левіщенка пов'язане з активною популяризацією математики, він був редактором журналу «У світі математики», вченим секретарем Київського математичного товариства.

З липня 1997 року кафедрою вищої математики завідує доктор фізико-математичних наук, професор Микола Вікторович Працьовитий (учень професора Турбіна А.Ф., випускник фізико-математичного факультету, аспірантури і докторантури Інституту математики НАНУ).

З 1998 р. на кафедрі починає працювати член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор Ядренко М.Й. — видатний український вчений та педагог, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки. Ядренко Михайло Йосипович (1932-2004) народився в с.Дрімайлівка неподалік від м.Ніжин, навчався в Ніжинській середній школі № 1. В 1950 р. зайняв II місце в математичній олімпіаді для школярів, яку проводив Київський університет імені Тараса Шевченка, і, закінчивши школу з золотою медаллю, був зарахований на механіко-математичний факультет цього вузу. З Київським національним університетом імені Тараса Шевченка пов'язана педагогічна і наукова діяльність М.Й.Ядренка: з 1955 року — навчання в аспірантурі під керівництвом Гіхмана Й.І., з 1956 року — викладач, в 1966-1999 роках — завідувач кафедри теорії ймовірностей. Під керівництвом Михайла Йосиповича захищено 9 докторських та 34 кандидатські дисертації. Ядренко М.Й. був одним з ініціаторів видання та редакторів започаткованого в 1995 році наукового журналу «Теорія ймовірностей і математична статистика». З 1968 по 1989 р. був редактором, з 1991 року — головним редактором науково-популярного збірника «У світі математики».

В другій половині 90-х років на кафедрі під керівництвом професора М.В.Працьовитого розгортаються дослідження в галузі фрактальної геометрії, фрактального аналізу сингулярних розподілів ймовірностей та операторів з сингулярно неперервним спектром.

За цією тематикою було захищено докторську дисертацію: «Дослідження фрактальних об'єктів аналізу та теорії ймовірностей» (Працьовитий М.В., 1999), та чотири кандидатські дисертації (Торбін Г.М., Школьний О.В., Лещинський О.Л., Гончаренко Я.В.).

З 1997 року на кафедрі ведуться роботи по розробці фундаментальних і прикладних держбюджетних тем: «Дослідження фракталів в теоріях чисел, функцій, розподілів ймовірностей», «Фрактальна геометрія і її місце в професійній роботі вчителя». З 2004 року на кафедрі розробляється держбюджетна тема "Дослідження фрактальних об'єктів алгебри, геометрії, функціонального аналізу і теорії ймовірностей» (виконавці — Працьовитий М.В., Турбін А.Ф., Торбін Г.М., Школьний О.В., Гончаренко Я.В., Барановський О.М.).

В 2000 р. розпочинається активне міжнародне наукове співробітництво кафедри з різними науковими центрами Європи. Кафедра підтримує тісні наукові зв'язки з університетами міст Бонн та Білефельд (Німеччина), з міждисциплінарним центром складних систем (IZKS, Bonn), з університетом Гумбольдта

(Humboldt-University), Берлін; Інститутом математики НАНУ, НТУУ «КПІ», КНУ імені Тараса Шевченка, Луганським державним педагогічним університетом імені Тараса Шевченка, Інститутом прикладної математики та механіка НАНУ (Донецьк) та багатьма іншими науковими центрами в Україні та за її межами.

Співробітники кафедри Працьовитий М.В., Кошманенко В.Д., Торбін Г.М., Гончаренко Я.В. отримують міжнародні гранти. У 2001 р. Торбін Г.М. за результатами конкурсу, організованого німецьким фондом академічних обмінів (DAAD), здобув грант на п'ятимісячне стажування в Боннському університеті.

Кафедра завжди приділяла значну увагу науково-методичній роботі. Серед найбільш вагомих здобутків в цьому напрямі слід відмітити підготовку підручників та навчальних посібників: «Аналітична геометрія» (Білоусова В.П., Ільїн І.Г., Сергунова О.П., Котлова В.М.), «Практикум з проективної геометрії» (Сергунова О.П., Котлова В.М.), «Математика: Пособие для факультативных занятий в 7 классе» (Резниченко З.А., Бевз Г.П., Конфорович А.Г., Ченакал Е.А.), «Алгебра і теорія чисел. Практикум: В 2-х ч.» (Завало С.Т., Левіщенко С.С., Пилаєв В.В., Рокицький І.О.), «Группы с условиями дисперсивности для подгрупп: Учебное пособие» (Левищенко С.С., Кузенный Н.Ф.), «Числові системи» (Вивальнюк Л.М., Григоренко В.К., Левіщенко С.С.), «Вища математика. Практикум» (Носаль Т.В., Дюженкова Л.І.), «Перетворення і аксіоматичний метод в геометрії. В 3-х ч.» (Ломаєва Т.В., Семенович О.Ф.), «Вища математика. Довідник для студентів вищих навчальних закладів» (Пастушенко С.М., Підченко Ю.П.), «Вища математика. Основні поняття, формули, зразки розв'язання задач» (Пастушенко С.М., Підченко Ю.П.), «Вища математика з елементами інформаційних технологій» (Торбін Г.М., Жильцов О.Б), «Практикум з вищої математики» (Торбін Г.М., Дюженкова О.Ю., Жильцов О.Б., та ін.), «Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики» (Торбін Г.М., Дюженкова О.Ю., Жильцов О.Б. та ін.).

Кафедра веде систематичну роботу з обдарованими дітьми в Щасливському навчально-виховному комплексі Бориспільського району, в загальноосвітній школі № 2 міста Ірпінь, в ліцеї № 208 міста Києва.

Викладачі кафедри постійно беруть участь в організації та проведенні Київської міської та обласної олімпіад з математики для школярів, а також обласних та загальноукраїнських етапів конкурсів-захистів науково-дослідницьких робіт МАН.

Кафедра математики та методики викладання математики

Кафедру очолює професор, кандидат пед. наук В.О.Швець, на кафедрі працюють професори З.І.Слєпкань, М.І.Бурда, доценти В.Г.Бевз, О.Є.Волянська, А.В.Грохольська, В.Я.Забранський, С.Є.Яценко, старші викладачі І.А.Дремова, Л.В.Тополя, С.М.Лук'янова, О.П.Сазонова, І.С.Соколовська, асистенти А.А.Науменко, О.М.Марценюк, зав. лаб. В.Г.Морачова, ст.лаб. С.Ю.Мазур, лаб. Л.В.Піддубченко.

Велику роль у підготовці майбутніх вчителів математики відіграють курси, які веде кафедра математики та методики викладання математики: методика викладання математики, елементарна математика, історія математики та спецкурси.

Засновано кафедру в 1947 році. Її першим завідувачем був Заслужений діяч науки УРСР професор Олександр Матвійович Астряб, уроженець м. Лубни, випускник Київського університету імені Святого Володимира (1904). Під його керівництвом викладачі кафедри розробляли навчальні програми з математики, посібники та підручники для учнів і студентів, досліджували актуальні проблеми методики викладання математики.

З 1953 по 1971 рік кафедру очолював професор Іван Євгенович Шиманський. У цей період при кафедрі починає діяти Республіканський науково-методичний семінар, активними учасниками якого були викладачі, науковці, вчителі та аспіранти. Змістовну наукову, навчальну та виховну роботу проводили відомі на сьогодні широкому загалу викладачі Г.П.Бевз, А.С.Бугай, О.С.Боришполець, А.Г.Конфорович, В.М.Кухар, Д.М.Майєргоз, А.В.Михалєвський, А.В.Шевченко, З.І.Слєпкань, Є.О.Ченакал, В.Є.Тарасюк.

У 1971 році завідувачем кафедри стає доцент Григорій Петрович Бевз. Під його керівництвом починає видаватись збірник наукових праць «Методика викладання математики». На кафедрі працюють З.І.Слєпкань, Є.О.Ченакал, Г.С.Титова, Г.Ф.Олійник, Є.Ф.Савич, В.Є.Тарасюк та інші. Водночас ведеться інтенсивна науково-дослідна робота з основних питань методики математики. Наукові дослідження спрямовуються на прищеплення інтересу до математики, на підвищення ефективності сучасного уроку, на розробку методик вивчення окремих розділів шкільної математики.

З 1983 по 1992 рік кафедру очолювала професор Зінаїда Іванівна Слєпкань. У цей період обновився склад кафедри за рахунок досвідчених вчителів-практиків таких, як А.В.Грохольська, Н.В.Морзе, Г.Г.Науменко, В.О.Швець, О.І.Глобін, Т.І.Титова, В.Я.Забранський та ін. Згодом більшість з них захистили кандидатські дисертації і стали провідними викладачами на кафедрі та в інших вищих навчальних закладах м.Києва.

З 1992 року кафедрою завідує професор Василь Олександрович Швець.

При кафедрі діють докторантура й аспірантура зі спеціальності «Теорія і методика навчання математики», Всеукраїнський науково-методичний семінар «Актуальні проблеми методики математики», кореспондентські пункти газети «Математика» та журналу «Математика в школі», видається міжнародний збірник наукових праць «Дидактика математики: проблеми і дослідження». Зусиллями провідних викладачів розробляються програми з курсів, які веде кафедра, видаються навчальні посібники і підручники для студентів та школярів.

У різний час були видані такі праці: «Методика стереометрії», «Нариси з методики викладання систематичного курсу арифметики» (Астряб О.М.); «Математичний аналіз» (Шиманський І.Є.); «Методика викладання алгебри», «Методика викладання математики», «Алгебра 7-9» (Бевз Г.П.); «Добрий день, Архімеде», «В пошуках інтеграла», «Визначні математичні задачі» (Конфорович А.Г.); «Психолого-педагогічні основи навчання математики», «Методика викладання алгебри і початків аналізу», «Алгебра і початки аналізу, 10-11», «Викладання геометрії в середніх ПТУ», «Методика навчання математики» (Слєпкань З.І.); «Тлумачний словник з елементарної математики», «Біографічний словник діячів у галузі математики» (Бугай А.С.), «Контрольно-тренувальні вправи з елементарної математики» (Ченакал Є.О.), «Практикум з розв`язування задач з математики» (Ченакал Є.О., Савич Є.Ф. та ін.); «Дидактичні матеріали з математики: 8, 9, 10, 11 класи» (Швець В.О., Яценко С.Є. та ін.), «Збірник екзаменаційних завдань з математики на атестат про середню освіту, 10-11 кл. ч.1 і ч.2» (Швець В.О. і ін.), «Математика: посібник для фінансово-економічних коледжів» (Швець В.О., Білянін Г.І.); «Виготовлення динамічних планіметричних моделей» (Олійник Г.Ф.); «Геометрія 10-11», «Робочі зошити з алгебри для 7, 8, 9 класів» (Бевз В.Г. і ін.); «Збірник навчальних завдань з геометрії для 7, 8, 9 класів» (Швець В.О., Яценко С.Є., Тополя Л.В.) та інші.

До наукового доробку кафедри належать численні навчальні діафільми та кінофільми, сценарії яких розробив доцент А.В.Михалєвський («Задачі на рух», «Логарифмічна спіраль у природі і техніці», «Циліндрична система координат» тощо).

Вагомий внесок робить кафедра в справу підготовки фахівців вищої кваліфікації — кандидатів і докторів педагогічних наук. Так, за минулі роки підготовлено і успішно захищено чотири докторських (З.І.Слєпкань, Т.В.Крилова, Н.А. Тарасенкова і О.В. Співаківський) і понад 85 кандидатських дисертацій, зокрема під керівництвом завідувачів кафедри О.М.Астряба — понад 15, І.Є.Шиманського — понад 15, Г.П.Бевза — понад 15, З.І.Слєпкань — понад 25, В.О.Швеця — 8.

З метою увічнення пам`яті видатних математиків-педагогів при кафедрі створені іменні аудиторії професорів О.М.Астряба та І.Є.Шиманського.

До колективу тих, хто створював державний стандарт шкільної математичної освіти (затверджений Постановою Кабінету міністрів України у 2004 р.) входили викладачі кафедри З.І. Слєпкань, В.Г. Бевз, С.Є. Яценко. У даний час наукові дослідження кафедри зосереджені на розробці методик диференційованого навчання в умовах впровадження Державних Освітніх стандартів, технологій активного особистісно орієнтованого навчання, методичного забезпечення навчання математики.

Кафедра основ інформатики та обчислювальної техніки

Кафедру очолює дійсний член АПН України, доктор педагогічних наук професор, М.І.Жалдак, на кафедрі працюють професори Н.В.Морзе, Ю.С.Рамський, доценти В.М.Дем'яненко, Н.М.Кузьміна, В.В.Лапінський, Т.В.Підгорна, старші викладачі С.А.Вернигоренко, В.В.Єфименко, О.Д.Нестерова, С.М.Онищенко, викладач В.М.Франчук, ассистент О.В.Шавальова, зав.лаб. Н.І.Бех, Т.О.Клименко, О.В.Стогній, ст..лаб. О.І Ковтун, Н.П.Франчук.

Кафедра основ інформатики та обчислювальної техніки була створена 22 квітня 1985 році на базі кафедри вищої математики. З 1985 до 1989 року кафедру очолював академік Микола Іванович Шкіль. З 1989 року нею керує доктор педагогічних наук, дійсний член АПН України, професор Мирослав Іванович Жалдак.

М.І.Жалдак народився в с. Лазівки Полтавської обл. У 1959 р. закінчив механіко-математичний факультет Київського державного університету імені Т.Г.Шевченка, за фахом «математик-обчислювач». Працював інженером у конструкторському бюро (м. Тула), асистентом кафедри вищої математики Київського військового інженерного радіотехнічного училища. З 1962 р. його доля пов'язана з Київським державним педагогічним інститутом — Національним педагогічним університетом імені М.П.Драгоманова: аспірант, молодший науковий співробітник електронно-обчислювальної лабораторії, асистент, старший викладач, доцент, завідувач кафедри, професор.

М.І.Жалдак досліджує проблеми комп'ютерно-орієнтованих систем навчання природничих дисциплін в середніх і вищих педагогічних навчальних закладах. Читає лекції з обчислювальної математики, теорії ймовірностей, інформатики. Серед його учнів понад 20 кандидатів наук і 2 доктори наук.

З 1966 року працює на фізико-математичному факультеті професор Рамський Юрій Савіянович. Сфера наукових інтересів: чисельний аналіз, теорія і методика навчання інформатики, комп'ютерно-орієнтовані системи навчання в школі та вищих навчальних закладах. Ю.С.Рамський читає лекційні курси з основ інформатики і обчислювальної техніки, чисельних методів, математичної логіки і теорії алгоритмів, керує підготовкою аспірантів, підготував дванадцять кандидатів наук.

Значним є науково-методичний доробок професора Рамського Ю.С. Він співавтор програм навчальних дисциплін для педагогічних навчальних закладів; один із авторів концепції інформатизації освіти в Україні, Державного стандарту загальної середньої освіти з інформатики, Галузевих стандартів вищої освіти для підготовки вчителів математики і фізики. Він підготував і провів на республіканському телебаченні 125 навчальних телепередач з основ інформатики та обчислювальної техніки; опублікував понад 160 праць, серед яких 39 монографій, навчальних і навчально-методичних посібників.

За час своєї діяльності кафедра основ інформатики та обчислювальної техніки стала важливим осередком інформатизації навчального процесу як в університеті, так і в усій системі середньої загальної та вищої педагогічної освіти України. З 1987 року при кафедрі діє Всеукраїнський науково-методичний семінар з проблем інформатизації навчального процесу (науковий керівник М.І.Жалдак, вчений секретар Ю.С.Рамський). За цей час було проведено більше 100 засідань. За результатами роботи семінару щорічно видається збірник наукових праць «Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання» (в роботі редколегії беруть участь співробітники кафедри: М.І.Жалдак — головний редактор, Ю.С.Рамський — вчений секретар, Н.В.Морзе — член редколегії, Т.О.Клименко — секретар).

Плідно працює кафедра над створенням підручників, монографій, посібників, методичних рекомендацій, педагогічних програмних засобів. Серед них: «Чисельні методи математики» (Жалдак М.І., Рамський Ю.С.), «Основи інформатики та обчислювальної техніки» (Жалдак М.І., Морзе Н.В., видавався в 1985, 1986, 1987 роках), «Изучение языков программирования в школе» (Жалдак М.І., Морзе Н.В., Рамський Ю.С., Шкіль М.І.), «Інформатика» (Жалдак М.І., Рамський Ю.С.), «Turbo Pascal: алгоритми і програми. Чисельні методи в фізиці та математиці. Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних інститутів» (Рамський Ю.С., Бартків А.Б., Гринчишин Я.Т., Ломакович А.М.), «Теорія ймовірностей і математична статистика з елементами інформаційної технології» (Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Трофимчук С.Ю.), «Комп'ютер на уроках математики» (Жалдак М.І.), «Методичні основи вивчення експертних систем у школі (монографія)» (Рамський Ю.С., Балик Н.Р.), «Фізика. Основні поняття і закони» (Лапінський В.В., Терещук Б.М.), «Інформатика — 7» (Жалдак М.І., Морзе Н.В.), «Основи операційних систем» (Лапінський В.В., Габрусєв В.Ю, Бачинська Н.Д.), «Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою» (Жалдак М.І., Михалін Г.О.), «Комп'ютер на уроках геометрії» (Жалдак М.І., Вітюк О.В.), «Методика навчання інформатики» в 4-х частинах (Морзе Н.В.), «Логічні основи інформатики» (Рамський Ю.С.), «Інформаційні технології» (Жалдак М.І., Хомік О.А. , Володько І.В., Снігур О.М.), «Математика (алгебра і початки аналізу) з комп'ютерною підтримкою. Посібник для вступників до вузів» (Жалдак М.І., Жильцов О.Б., Грохольська А.В.), «Програмно-методичний комплекс Gran» (включає 3 програмні засоби Gran1, Gran-2D, Gran-3D та 3 посібники для вчителів, автори Жалдак М.І., Горошко Ю.В., Вітюк О.В., Вінниченко Є.Ф.), «Основи методичної підготовки вчителя інформатики» (Морзе Н.В.), «Вивчення Web- програмування в школі: посібник для вчителів» (Рамський Ю.С., Іваськів І.С., Ніколаєнко О.Ю.), «Проектування і опрацювання баз даних» (Рамський Ю.С., Цибко Г.Ю.), «Математика з комп'ютером» (Жалдак М.І., Горошко Ю.В., Вінниченко Є.Ф.) та багато інших.

Навчальний посібник «Теорія ймовірностей і математична статистика з елементами інформаційної технології» був відзначений премією АПН України (1996).

При кафедрі працює докторантура та аспірантура зі спеціальності «Теорія і методика навчання інформатики». Підготовлено два доктори наук: Н.В.Морзе (2003), Г.О.Михалін (2004), науковий консультант академік М.І.Жалдак.

Під керівництвом академіка М.І.Жалдака захистили кандидатські дисертації: Н.В.Морзе (1987, м.Київ), Ю.В.Триус (1987, м.Черкаси), А.В.Пеньков (1991, м.Чернігів), В.В.Дровозюк (1992, м.Київ), Ю.В.Горошко (1994, м.Чернігів), М.С.Головань (1997, м.Суми), Є.М.Смірнова (1994, м.Херсон), Ю.О. Жук (1995, м.Київ), А.В.Фіньков (1995, м.Ізмаїл), Т.І.Чепрасова (1998, м.Луцьк), Т.В.Зайцева (2001, м.Херсон), Т.Л.Архіпова (2002, м.Херсон), О.В.Вітюк (2001, м.Житомир), І.В.Лупан (2002, м.Кіровоград), О.А.Смалько (2003, м.Кам'янець-Подільський), В.М.Дем'яненко (2003, м.Київ), В.Ю.Габрусєв (2004, м.Тернопіль), Ю.В.Красюк (2004, м.Київ), Ю.Г.Лотюк (2004, м Рівне).

Під керівництвом професора Морзе Н.В. захистили кандидатські дисертації: О.Б.Жильцов (1996, м.Київ), Т.В.Підгорна (2002, м.Київ), В.Б.Івасик (2001, м.Київ), П.С.Ухань (2001, м.Київ).

Під керівництвом професора Рамського Ю.С. захистили кандидатські дисертації: Н.О.Клочко (1991, м.Вінниця), М.І.Легенький (1993, м.Київ), Н.В.Кульчицька (керівники Слєпкань З.І., Рамський Ю.С.) (1994, м..Івано-Франківськ), Н.Р.Балик (1995, м.Тернопіль), Г.Ю.Цибко (1998, м.Чернігів), І.С.Іваськів (2000, м.Тернопіль), О.М.Спірін (2001, м.Житомир), І.М.Лукаш (2003, м.Чернігів), О.П.Зеленяк (2004, м.Олександрія), О.В.Клочко (2004, м.Вінниця).

За роки свого існування кафедра підготувала понад 15000 вчителів математики, фізики, інформатики та інших предметів до використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій у навчальному процесі. Розроблено цикл телепередач для республіканської програми «Шкільний екран» (1986-1995, автор сценаріїв і ведучий телепередач професор Ю.С.Рамський, проведено 125 телепередач по 30 хв. кожна), ряд програмних засобів та супровідних навчально-методичних матеріалів для комп'ютерної підтримки навчально-пізнавальної діяльності, зокрема пакет для контролю знань Arbeit (1999, науковий керівник доцент Лапінський В.В.), програмно методичний комплекс Gran (2004, науковий керівник академік Жалдак М.І.), програмно-методичний комплекс «Пошук — МЕТА» (2004, науковий керівник професор Рамський Ю.С.).

Викладачі кафедри (М.І.Жалдак, Н.В.Морзе, Ю.С.Рамський) беруть активну участь у роботі методичних комісій з інформатики та сучасних засобів навчання при Науково-методичній раді Міністерства освіти і науки України (М.І.Жалдак — голова методичної комісії з інформатики) та засобів навчання (В.В.Лапінський).

З 1993 року в середніх загальноосвітніх школах в Україні курс інформатики вивчається за програмою, розробленою на кафедрі (автори М.І.Жалдак, Н.В.Морзе, Г.Г.Науменко).

Значну роботу співробітники кафедри проводять з учителями міських і сільських шкіл, завідуючих кабінетами інформатики та математики, обласних інститутів післядипломної освіти (М.І.Жалдак, Н.В.Морзе).

Активну участь викладачі кафедри брали у роботі обласних і республіканських олімпіад з інформатики (М.І.Жалдак з 1987 р. по 2002 р. був головою республіканського журі, Ю.С.Рамський, Н.В.Морзе — члени журі), республіканських конкурсів «Вчитель року» з інформатики (2002, м.Херсон) та математики (2004, м.Біла

Церква) — М.І.Жалдак очолював журі, у роботі Малої Академії наук (1998-2000 рр. голова журі М.І.Жалдак, 2001-2004 рр. голова журі В.В.Лапінський, члени журі: Ю.С.Рамський, С.М.Онищенко, С.А.Вернигоренко, В.В.Єфименко, С.М.Кравченко, О.В.Жабровець, В.М.Франчук).

З 1986 до 1991 року члени кафедри керували республіканською цільовою комплексною науково-дослідною програмою «Комп'ютер в школі і педагогічному навчальному закладі» (голова координаційної ради — Шкіль М.І., заступник голови і керівник одного з напрямів — Жалдак М.І., вчений секретар і керівник одного з напрямів — Рамський Ю.С.). Проводяться наукові і психолого-педагогічні дослідження з актуальних проблем використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій в процесі навчання.

Розроблені на кафедрі засоби навчання, зокрема й педагогічні програмні засоби, широко використовуються в педагогічних навчальних закладах України, середніх школах, СПТУ, середніх спеціальних навчальних закладах і дають високий педагогічний ефект. Зокрема програмно-методичний комплекс Gran включено в комплект постачання комп'ютерних класів для шкіл.

Викладачі кафедри досліджують актуальні проблеми навчального процесу, розробляють нові інформаційні технології навчання природничих дисциплін, систему підготовки вчителів до використання інформаційних технологій в навчальному процесі.

Кафедра підтримує тісні зв'язки із спорідненими кафедрами вищих навчальних закладів Вінниці, Дніпропетровська, Донецька, Кам'янець-Подільського, Києва, Львова, Луганська, Луцька, Одеси, Переяслав-Хмельницького, Рівного, Сімферополя, Сум, Тернополя, Умані, Ужгорода, Чернігова, Черкас, Харкова, Херсона, Інститутом кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, науково-дослідними Інститутами педагогіки і психології АПН України, з Київським НВО «Електронмаш», Київським педагогічним університетом імені Б.Грінченка, обласним інститутом вдосконалення вчителів, спорідненими вузами і науково-дослідними установами Росії, Білорусі, Казахстану, Польщі та інших країн.

Джерела інформації.

1. Спогади викладачів і співробітників факультету.
2. Механіко-математичному факультету-60. За редакцією проф. Перестюка М.О. — К., КНУ імені Тараса Шевченка, 2000. — 248 с.
3. Шкіль М. ,Булах Г. Інтеграл його життя. Серія: Видатні постаті Національного університету — Іван Іванович Ляшко. — К.:НПУ імені М.П.Драгоманова, 2002. — 152 с.
4. Бородин А.И., Бугай А.С. Выдающиеся математики: Биогр.слов.-справ. — 2-е изд. перераб. и доп. — Киев: Рад. школа, 1987. — 656 с.
5. Боголюбов А.Н. Математики, механики: Биографический справочник. К.:Наукова думка, 1983. — 639 с.
6. Сорока М.О. Михайло Кравчук: Біографічний роман. —К.: Молодь, 1985. — 192 с. — (Б-ка юнацтва. Серія біографічних творів «Уславлені імена»; Вип. 63).

В.О.Швець
НПУ імені М.П. Драгоманова

Про науково-практичну конференцію
"Актуальні теорії і методики навчання математики".

6 жовтня 2004 р. в м. Києві на фізико-математичному факультеті Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова пройшла Міжнародна науково-практична конференція "Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики".

Конференція проведена з нагоди 125-й річниці від дня народження видатного математика-методиста Олександра Матвійовича Астряба і присвячена 170-річчю НПУ імені М.П. Драгоманова і 70-річчя фізико-математичного факультету. В організації конференції взяв участь Інститут педагогіки АПН України.

У роботі конференції взяли участь понад 90 учасників не лише з усіх регіонів України, а також із Росії, Білорусії, Болгарії, Ізраїлю. Якщо говорити про якісний склад учасників, то серед присутніх було академіків АПН України – 2, член-кореспондентів АПН України – 2, докторів педагогічних наук – 2, докторів фізико-математичних наук – 2, професорів – 10, доцентів – 37, старших викладачів – 15, аспірантів і докторантів – 14, асистентів – 10, наукових співробітників – 4, студентів – 8.

На пленарному засіданні з вітальним словом до учасників конференції звернувся проректор з наукової роботи НПУ імені М.П. Драгоманова професор Г.І. Волинка. Він зробив доповідь про створення університету, основні етапи його становлення і розвитку, проблеми і перспективи.

Декан фізико-математичного факультету професор Г.О. Грищенко ознайомив присутніх із сучасним і минулим факультету, охарактеризував основні напрямки підготовки педагогічних кадрів, поділився досвідом організації навчально-виховної роботи із студентами.

Завідувач кафедри математики та методики викладання математики фізико-математичного факультету, професор В.О. Швець виступив з доповіддю про фундатора української школи методики математики О.М. Астряба.

Значення і вплив ідей О.М. Астряба на сучасний розвиток методики математики охарактеризував у своїй доповіді заступник директора Інституту педагогіки АПН України, член-кореспондент АПН України, професор М.І. Бурда.

Учасники конференції взяли участь у роботі п'яти секцій.

Секція 1. Методологічні аспекти розбудови сучасної математичної освіти в Україні (співголови М.І. Бурда, В.Я. Забранський).

Секція 2. Науково-методичні засади особистісно орієнтованої системи навчання математики в середній вищій школах (співголови З.І. Слєпкань, С.Є. Яценко).

Секція 3. Шляхи вдосконалення технологій навчання математики (співголови В.О. Швець, Л.В. Тополя).

Секція 4. Інформаційні технології як засіб інтенсифікації навчання математики (співголови М.І. Жалдак, А.В. Грохольська).

Секція 5. Історія математики в навчальному процесі у середніх і вищих навчальних закладах (співголови В.Г. Бевз, О.П. Сазонова).

На конференції панувала творча атмосфера. Її учасники ділилися досвідом організації навчальної, наукової та практичної діяльності учнів і студентів, пропонували різні моделі і технології навчання, повідомляли про сучасні й актуальні аспекти вдосконалення кваліфікації вчителів. Йшлося також про проблеми й шляхи вирішення методичного забезпечення навчально-виховного процесу, застосування сучасних інформаційних технологій.

В.Г.Бевз, Г.Ф.Олійник, В.О.Швець
НПУ імені М.П. Драгоманова

Олександр Матвійович Астряб – засновник школи з методики математики в Україні

Минає 125 років від дня народження Олександра Матвійовича Астряба – відомого українського математика-педагога, заслуженого діяча науки УРСР, першого завідувача кафедри математики і методики викладання математики Київського педагогічного інституту імені О.М.Горького (нині НПУ імені М.П.Драгоманова).

Олександр Матвійович Астряб народився 4 вересня 1879 р. у м. Лубни Полтавської губернії в сім'ї вчителя. У 1899 р. після закінчення Лубенської гімназії він поступив на фізико-математичне відділення природничо-історичного факультету Київського університету, який закінчив у 1904 р. з дипломом I ступеня.

У 1904/05 навчальному році О.М. Астряб працював викладачем математики і фізики у Глухівській гімназії. Про обов'язки вчителів гімназії та їх ставлення до учнів можна судити зі спогадів О.М. Астряба: "Перший документ, з яким я ознайомився в учительській, був журнал відвідування вчителями квартир гімназистів. Тут були такі записи: "Оглянув в учнів шухляди письмових столів і чемодани. Нічого недозволеного не знайшов". Бути в ролі наглядача Олександр Астряб не міг. На відміну від інших учителів він підтримував дружні стосунки з учнями, вбачаючи в кожному з них найперше Людину. Це викликало незадоволення з боку дирекції і О.М. Астряб залишає м. Глухів.

З 1905 р. він викладав математику і фізику у київському комерційному училищі М.М. Володкевича. Молодого О.М. Астряба зацікавили проблеми нової школи і він став одним з організаторів комерційного училища нового типу ("Первое общество преподавателей"). У цей час він читав курс математики і методики математики слухачам вищих жіночих курсів, народного університету, Київського і Лубенського вищих педагогічних курсів.

Олександр Матвійович постійно цікавився новітніми досягненнями у педагогіці і методиці, тому у 1907 р. він здійснив поїздку до Франції для вивчення стану і особливостей викладання математики у французьких школах. У цьому самому році його обрали дійсним членом Київського фізико-математичного товариства, яке приділяло велику увагу питанням викладання математики в школі.

У 1912 р. О.М. Астряб брав участь в роботі I Всеросійського з'їзду учителів математики. У 1910–1916 рр. він працював у комісії Київського навчального округу зі складання проекту програми з математики і фізики для гімназій.

З перших років діяльності Олександр Матвійович Астряб працював над створенням підручників і посібників для школи. Його перша друкована праця – "Наглядная геометрия" (152 с.) – вийшла в 1909 р. Відомий математик-педагог, професор К.М.Щербина писав про неї так: "Поява цієї праці безперечно мала великий вплив на викладання геометрії в нашій країні. Це було тоді, коли в нас майже не було оригінальних праць з наочної геометрії, а тільки переклади з чужоземних видань". Вона була перекладена на українську, німецьку, польську, болгарську, татарську та деякі інші мови і витримала 13 видань. "Задачник по наглядной геометрии" (198 с.) було видано в 1916 р. і перекладено на українську, єврейську та болгарську мови. Ці книги містили не тільки планіметричний матеріал, а й стереометричний, включаючи теми на обчислення об'ємів многогранників і тіл обертання.

У 1918 р. підручник "Наглядная геометрия" виходить п'ятим виданням. Математична комісія відділу реформ школи дала високу оцінку цій книзі, зокрема у відзиві було сказано: "Наглядная геометрия А.М.Астряба … лучший, пожалуй, учебник среди учебников лабораторного типа".

У 20-х роках О.М.Астряб багато працював над створенням підручників для молодшого (I—IV) і старшого (V—VII) концентрів трудової семирічної школи. Його «Наочна геометрія. Перший ступінь» (1922 р.), «Задачник до наочної геометрії» (1923 р.) і «Курс опытной геометрии. В четырех частях» (1923 р.) побудовані за індуктивно-лабораторним принципом. Кожну геометричну властивість учні спочатку спостерігали на прикладах з навколишнього середовища і встановлювали її за допомогою "досліду". Тільки після цього її доводили математично.

Оскільки першим ступенем пізнання геометричних форм є безпосереднє їх сприйняття, то, як вважав автор, для найповнішого враження необхідно, щоб у сприйнятті брали участь не тільки очі, а за можливістю, й інші органи чуття. Так, у процесі першого ознайомлення з геометричними тілами передбачалося їх виготовлення з глини, воску, картону, паперу. Широко використовувався принцип фузіонізму. Органічною частиною курсу були вимірювальні роботи на місцевості.

Навчання за підручником і задачником передбачало виконання креслень, малювання, вимірювання, вирізання, ліплення та ін. Задачник містив багато цікавого матеріалу історичного характеру.

У 1922–1925 рр. О.М. Астряб читав лекції з математики і фізики на робітничих факультетах Київського політехнічного і Київського сільськогосподарського інститутів, працював на робітничому факультеті при Київському інституті народного господарства і в трудовій школі. З 1925 р. працював доцентом, пізніше – професором Київського інституту народної освіти, з 1930 р. — у Київському інституті соціального виховання (який потім був перетворений у Київський педагогічний інститут, нині НПУ імені М.П.Драгоманова) і Київському фізико-хіміко-математичному інституті. У 1936 р. О.М. Астряб очолив відділ методики математики Українського науково-дослідного інституту педагогіки.

Починаючи з 1924 р. в школах УРСР запровадили комплекси, а згодом їм на зміну прийшли проекти. Тому виникла потреба у розробці нової методики математики відповідно до нових форм і методів навчання. Найбільший внесок до неї зробив О.М.Астряб. Йому належить одна із перших спроб створення задачників з арифметики для молодшого концентру, побудованих за комплексною системою викладання. Перший підручник з математики для молодшого концентру трудшколи за "методом проектів" також підготував О.М. Астряб. Підручник мав виконувати одночасно дві функції: забезпечення опрацювання комплексної теми і формування певної системи знань і вмінь учнів з математики. Для цього матеріал кожної теми підручника поділено на дві частини – А і В, а в кінці підручника запропоновано довідник. У першій частині (А) вміщувався матеріал, який стосувався комплексної теми і мав назву "практичні роботи". Друга частина (В) складалася з:

• вказівок до виконання практичних вимірювань, підрахунків та арифметичних дій, якими слід володіти для виконання попередньої практичної роботи;

• задач і вправ, які не завжди пов'язані з комплексною темою і запропоновані з метою засвоєння "математичної техніки" після того, як комплексна тема закінчена й підводяться підсумки роботи.

У 1927 – 1928 рр. О.М. Астряб став керівником групи київських авторів зі створення аналогічних підручників з математики для міських шкіл, а в 1929–1931 рр. він очолив роботу над підручником "Робітна книжка з математики для 4-го року навчання". Кожен з підручників мав свою структуру, але спільним для них була наявність:

• "комплексних проектів" – завдань, що вимагають проведення певних спостережень, порівнянь, дослідів, трудових процесів;

• "математичних проектів" – завдань суто математичного характеру;

• задач і вправ тренувального характеру (не пов'язаних з комплексною тематикою) на засвоєння "математичної техніки";

• найрізноманітнішого довідкового матеріалу;

• матеріалу з історії математики, математичних ігор тощо.

У 1923–1929 рр. авторським колективом за безпосередньої участі О.М. Астряба (а також ним самим) видано книжки, які потім перевидавалися кілька разів: «Арифметичний задачник для першого року навчання» (1924 р.), «До світла» (1924 р.), «До праці» (1926 р.), «Задачник для другого року навчання» (1927 р.) та інші. Особливістю цих видань є зв'язок теорії з життям, цікавий і жвавий виклад матеріалу (задачі-оповідання, віршований виклад, математичні ігри), наявність завдань, які активізують учнів, спонукують їх самостійно працювати, досліджувати, робити відповідні висновки. Наочність викладу, простота і чіткість у побудові речень робили підручники Олександра Матвійовича доступними для учнів.

Як відомо, комплексне навчання не знайшло підтримки в школах УРСР. Тому передові педагоги математики, виступаючи проти цього принципу як єдиного і головного в системі навчання, спрямовували свою діяльність на піднесення математичної освіти, забезпечення систематичності і міцності знань учнів з математики. Особливого значення Олександр Матвійович надавав питанню типізації і систематизації арифметичних задач, що не втратило актуальності і в наш час. Принципове значення на той час мала стаття О.М.Астряба "Методика арифметичної задачі в сучасній трудшколі" (1929 р.), у якій автор виступав проти "панування фабули задачі над математичною суттю". Критикуючи типізацію задач за фабулою, він зупинявся на з'ясуванні того, які типи задач, згрупованих за ознакою відповідних математичних дій, бажано розв'язувати в школі. До таких типів він відносив: а) задачі на різницеве порівняння двох чисел; б) задачі на кратне порівняння двох чисел; в) задачі на проценти.

Взагалі, праці з арифметики О.М.Астряба відзначалися великою різноманітністю й оригінальністю і займали важливе місце в його науково-методичній діяльності. Розв'язуванню арифметичних задач автор присвятив 11 робіт, загальним обсягом 40 друк. аркушів.

У 1924–1927 рр. у старшому концентрі трудових шкіл України геометрію вивчали за підручником «Геометрія на дослідах», а з 1927 р. – за підручником «Геометрія для трудшкіл» О.М.Астряба. У «Геометрії на дослідах» відповідний матеріал викладено індуктивно-лабораторно в такій послідовності: формулювання теореми (властивості); виконання досліду; доведення; задача на практичне застосування даної властивості. У «Геометрії для трудшкіл» математичні твердження вводяться і обґрунтовуються так: розглядається задача, з'ясовується, що шукану величину можна знайти, якщо певні фігури мають якусь властивість; пропонується за допомогою досліду (креслення, вимірювання тощо) переконатися в тому, що така властивість справді має місце; доводиться ця властивість; робиться загальний висновок, формулюється властивість.

У 1941–1942 рр. Олександр Матвійович працював професором Астраханського педагогічного інституту, а потім професором Українського об'єднаного університету (створеного в період війни на базі Київського і Харківського університетів), який знаходився в м. Кзил-Орда (Казахстан). Одночасно він викладав математику в Кзил-Ординському педагогічному інституті.

Після визволення Києва від фашистських загарбників учений продовжив роботу в Українському науково-дослідному інституті педагогіки і в Київському педагогічному інституті.

У 30–60-х рр. колектив математиків-методистів під керівництвом професора О.М. Астряба заклав основи методики викладання початкового і систематичного курсів арифметики, геометрії і тригонометрії. Упродовж цього часу написано посібники з методики викладання математики в школі: «Як викладати геометрію в політехнічній школі» (1934 р.), «Як викладати геометрію в середній школі» (1934 р.), «Розв'язування стереометричних задач» (1936 р.), «Принцип систематизації арифметичних задач» (1939 р.), «Теорія і методика задач на побудову» (1939 р.), «Методика розв'язування задач на побудову в середній школі» (1940 р.), «Арифметична задача» (1941 р.), «Методика стереометрії» (1949 р.), «Нариси з методики викладання арифметики» (1950 р.), «Наочна геометрія в IV—V класах» (1951 р.), «Викладання геометрії в середній школі. Планіметрія» (1953 р.), «Особливості викладання математики в середній школі при політехнічному навчанні» (1954 р.) та інші.

У стереометрії особливу увагу О.М. Астряб приділяв зв'язку між вивченням просторових форм і вимірюванням геометричних величин, а в планіметрії – вивченню рівності трикутників. Він вважав, що для доведення ознак рівності трикутників у шкільному курсі геометрії слід спиратися на поняття руху, але під час заключного повторення курсу геометрії необхідно ознайомити учнів і з аксіоматичним підходом до доведення цих ознак.

Кілька видань витримала колективна праця "Методика розв'язування задач на побудову", у якій О.М. Астряб виступив редактором і автором розділу "Загальні методичні зауваження до розв'язування задач на побудову в середній школі". Міркування автора з приводу корисності від розв'язування задач на побудову залишаються слушними для вчителів математики і сьогодні. "Розв'язування геометричних задач на побудову, – писав О.М. Астряб, – дає учням велику користь, особливо при політехнічному навчанні.

По-перше, щоб розв'язувати задачі на побудову, учень повинен грунтовно вивчити певну геометричну фігуру, положення її елементів у просторі, взаємозв'язок між ними тощо. Усе це впливає на розвиток просторових уявлень, виховує свідоме ставлення до просторової форми, що так потрібно кожній людині в усіх галузях практичної діяльності.

По-друге, під час розв'язування задач на побудову учень повинен робити вступний аналіз умови задачі за рисунком, доводити правдивість певного процесу побудови, досліджувати можливість різних її випадків. Усе це вимагає від учня використання певних логічних тверджень та міркувань. Отже, розв'язування задач на побудову позитивно впливає на розвиток загального математичного мислення.

По-третє, розв'язуючи задачі на побудову, учень повинен широко застосовувати найрізноманітніші зв'язки між даними і шуканими елементами фігури, пригадувати велику кількість теорем з різних розділів курсу геометрії, вміти з великого запасу відомих йому теорем вибрати саме ту, яка потрібна для розв'язування даної задачі… Разом з цим учень набуває дуже корисних при політехнічному навчанні навичок щодо застосування загальних теоретичних тверджень до окремих конкретних випадків, дістає можливість пов'язувати теорію з практикою.

Наприкінці треба звернути увагу ще й на таке дуже важливе значення задач на побудову. Коли ми в систематичному курсі геометрії починаємо вперше вживати поняття про ту або іншу нову геометричну форму, то ми повинні дати не тільки означення цієї фігури, а й довести учням можливість її існування, тобто можливість побудови її простішим приладдям (наприклад, циркулем і лінійкою). Таку вимогу також підкреслює Евклід в своїх «Началах». Тому, ознайомлюючи учнів з поняттям трикутника, треба показати можливість побудувати його за певних умов; вводячи поняття паралелограма, слід показати на окремих задачах можливість побудови цієї фігури; вивчаючи правильні многокутники, треба навчити учнів будувати ці многокутники, знаючи, скажімо, радіус вписаного або описаного кіл і кількість сторін многокутника.

Отже, задачі на побудову повинні становити органічну частину всього теоретичного курсу елементарної геометрії в середній школі".

Говорячи про завдання політехнічного навчання на уроках і позакласних заняттях з математики, учений передбачав такі шляхи їх здійснення: підвищення обчислювальної культури учнів і озброєння їх відповідними практичними навичками; проведення вимірювальних робіт на місцевості та інших вимірювальних робіт і прищеплення навичок користування вимірювальними приладами; використання на уроках математики виробничого матеріалу і розв'язування задач, які розкривають різні процеси виробництва або будову найпоширеніших сучасних машин та інструментів; технічне моделювання у зв'язку з виготовленням наочних посібників. Цій проблемі О.М. Астряб присвятив статтю "Особливості викладання математики в середній школі при політехнічному навчанні", надруковану в 1954 р. у збірнику статей за його редакцією. Розглядаючи проблему ознайомлення учнів з історією математики, він доходить такого висновку: "При політехнічному навчанні на ознайомлення учнів з історією розвитку математики треба робити ще більший наголос, треба виховувати ще більший інтерес в учнів до тих чи інших відомостей з історії математики взагалі і зокрема до ролі наших вітчизняних математиків у розвитку математики як науки. При цьому вчитель математики не повинен обмежуватися ознайомленням учнів тільки з датами з життя нашого вченого або тільки переліком певних фактів з історії математики. Викладачеві треба щоразу особливий наголос робити на таких особливостях усієї діяльності наших вітчизняних вчених-математиків:

- по-перше, на їх прагнення поєднувати теорію з практичними застосуваннями (Чебишев, Остроградський, радянські вчені);
- по-друге, на пошуках нових прогресивних шляхів для розв'язування певної наукової проблеми і наполегливій упертій боротьбі із застарілими консервативними поглядами (Лобачевський, Марков, Ляпунов);
- по-третє, на прагненні наших вчених математичним знанням озброювати широкі кола людей, математичну культуру робити досягненням для всього людства (Остроградський, Чебишев, Лобачевський, Ковалевська, наші радянські вчені-математики)".

Характерною особливістю багатьох робіт О.М. Астряба є історичний підхід до теми, критичний аналіз літератури, врахування психологічних особливостей учнів певного віку, переконливість, обґрунтованість і конкретність методичних пропозицій. Він неодноразово наголошував на тому, що вдосконалення викладання математики має відбуватися у двох напрямках – підвищення ідейно-теоретичного рівня викладання та органічний зв'язок теорії з практикою.

Багато уваги приділяв О.М.Астряб загальній методиці математики: розвитку самостійності й активності учнів, питанням міжпредметних зв'язків, організації позакласної роботи, елементам історизму у викладанні. Великого значення надавав Олександр Матвійович вихованню в учнів звички користуватися підручником. Він радив учителям після ознайомлення учнів з означенням, доведення певної властивості пропонувати учням відкрити підручники і прочитати відповідний матеріал; щоб перед розв'язуванням певної задачі учні спочатку знайшли її в підручнику й один з учнів (або вчитель) прочитав умову. Підсумовуючи опрацьований матеріал, учитель знову має використати підручник, запропонувати учням відкрити його на певній сторінці і наголосити, що там вони знайдуть основні висновки, до яких дійшли на уроці.

«Треба прагнути до того, – говорив О.М. Астряб, – щоб учні в підручнику бачили знаряддя, яке допомагає засвоїти матеріал, опрацьований у класі під керівництвом учителя».

У своїх працях О.М. Астряб зазначав також, що тільки знання учнями словесного означення певного математичного поняття, або тільки вміння словами формулювати певне правило ще не свідчать про те, що учень добре засвоїв і зрозумів їх. Він радив учителям не захоплюватися швидким заучуванням дітьми словесних формулювань певних правил, а прагнути допомогти їм ґрунтовно усвідомити зміст цього поняття або правила і тільки після цього вимагати від учнів стислих і правильних формулювань.

Багато уваги Олександр Матвійович приділяв систематизації математичних задач. Він вважав, що вміння розв'язувати типові задачі певної групи конче потрібно для опанування вміння розв'язувати задачі взагалі, але воно не може бути самоціллю, є не головним і далеко не єдиним чинником у складному процесі набуття навичок самостійного розв'язування задач. Таке вміння – це тільки допоміжний засіб у цьому процесі. Щоб не зв'язувати ініціативи учнів алгоритмами розв'язування типових задач, треба щоб основних типових груп було якнайменше. Розглядаючи процес навчання учнів розв'язуванню задач, О.М. Астряб вважав неприпустимим, щоб задачу розв'язував тільки учень біля дошки, а весь клас пасивно, суто механічно копіював те, що записується на ній. Розв'язувати задачу мають усі учні, і вчитель повинен щоразу звертатися із запитаннями до різних учнів класу. Учень біля дошки є тільки одним з активних учасників колективу, який розв'язує задачу.

Він ставив за зразок тих учителів, які після розв'язування задачі одним способом обмірковують (за активної участі всього класу) всі інші способи розв'язування, та знаходять, який з них можна вважати найраціональнішим.

Цікавий підхід мав О.М. Астряб до проблеми навчання учнів доведенню теорем. "Уміння зацікавити дітей змістом даної теореми, викликати в них інтерес до дослідження певної невідомої ще залежності є одним з важливих стимулів для свідомого ставлення учнів до процесу доведення цієї теореми. В усіх наших підручниках так повелося, що спочатку дається готовий текст теореми з остаточно сформульованою шуканою залежністю, а учням залишається тільки засвоїти саме доведення справедливості поданої в готовому вигляді закономірності. Коли ми хочемо викликати в дітей більшу зацікавленість, пробудити в них інтерес дослідницького характеру, то доцільніше буде починати нову теорему з формулювання завдання в загально цільовому напрямі з таким розрахунком, щоб вона була остаточно розшифрована і сформульована тільки в кінці дослідження – доведення, тобто так, як це буває в кожного дослідника."

Значний внесок зробив О.М. Астряб і в організацію підготовки майбутніх учителів математики. Так, у 1928 р., виступаючи з доповіддю на конференції методистів-математиків інститутів народної освіти України, він виголошує програму педагогічної практики студентів педвузу. У ній зазначається що підготовка вчителя математики не мислима без проходження педагогічної практики в школі.

Така практика має відбуватись у два етапи. Спочатку має бути так звана "пасивна практика", на якій студенти протягом певного часу відвідують уроки, ознайомлюються з основними принципами навчання, програмою, робочими планами вчителів, відповідною літературою, наочними посібниками. Кожний студент складає плани різних типів уроків, готується до їх проведення (хоч і не проводить безпосередньо).

На другому етапі студенти самостійно проводять уроки, на яких мають бути присутні всі практиканти і методист. О.М. Астряб не радив захоплюватись великою кількістю проведених уроків, а пропонував звертати особливу увагу на серйозну підготовку до них студентів і детальне обговорення проведених уроків з виставленням оцінок.

Після закінчення педпрактики пропонувалося проводити підсумкову конференцію всього курсу, на якій детально обговорювалися б загально-методичні і організаційні питання, що виникли під час практики.

Хіба не за цією програмою працюють педвузи і нині?!

Свої погляди з питань історії математичної освіти і розвитку методико-математичної думки в Україні О.М. Астряб виклав в статтях: «З історії викладання математики в радянській школі» (1947 р.), «З історії розвитку методики викладання математики в школах України» (1957 р.), «Викладання математики в Росії і на Україні в XVII—XVIII ст.» (1954 р.).

Цікаві історико-методичні нариси, в яких учений аналізує методичні погляди Л.М.Толстого, М.В.Остроградського, К.Ф.Лебединцева, О.В.Ланкова; розкриває роль Евкліда і Лежандра як основоположників підручників з геометрії.

Олександр Матвійович часто виступав з лекціями перед учителями Києва і інших міст України. Жодна серпнева чи січнева нарада вчителів математики м. Києва та багатьох районів Київської обл. не проходила без участі професора Астряба та його співробітників. І кожного разу його виступи були присвячені актуальним темам, насичені фактичним матеріалом, значними конкретними і реальними пропозиціями.

Олександр Матвійович Астряб був частим і бажаним гостем на учнівських вечорах і урочистих ранках, в учнівських майстернях, на уроках і екзаменах. Учні обирали його почесним членом своїх математичних товариств, вели з ним жваве листування.

Великі заслуги мав учений у підготовці молодих наукових кадрів з методики математики в Науково-дослідному інституті педагогіки та в Київському педагогічному інституті імені О.М.Горького. Близько двадцяти аспірантів, учителів і робітників педвузів захистили написані під його керівництвом кандидатські дисертації. Сотні вчителів були його учнями.

О.М. Астряба можна охарактеризувати як виключно чуйного, дбайливого, тактовного педагога. До останніх днів свого життя він відповідав на листи своїх учнів, учителів і колег, які містили наукові або методичні питання. Ось як говорив про листи, одержані від професора, учитель математики школи № 2 м. Гайсина С.М.Петров: «Уже одержав 5 листів. Це не відписки, ні! У них багато інформації, малюнки. Від них віє теплотою, увагою до вчителя. З якою радістю читаються такі листи!»

Багатогранною була також діяльність О.М. Астряба як громадянина і як педагога-вченого. Він був депутатом Київської міської Ради депутатів трудящих, головою математичної підсекції науково-методичної ради Міністерства освіти УРСР, членом експертної комісії з математики та теоретичної механіки Головного управління вищих і середніх спеціальних навчальних закладів УРСР, членом редакційної колегії журналу «Радянська школа».

У 1944 р. Президія Верховної Ради УРСР присвоїла професору Астрябу звання заслуженого діяча науки УРСР. Він кавалер ордена Леніна, лауреат премії імені К.Д.Ушинського.

Помер О.М.Астряб 18 листопада 1962 р., залишивши нащадкам велику наукову і педагогічну спадщину – понад сто статей, підручників, навчальних посібників. Він похований на Байковому цвинтарі у м. Києві.

У вчителів і методистів-математиків України збереглися найкращі спогади про О.М. Астряба як людину великої і прекрасної душі.

Бурда М.І.
Інститут педагогіки АПН України

Спадщина О.М.Астряба і сучасна шкільна геометрична освіта.

Погляди, підходи, принципи відбору змісту навчання, закладені в працях О.М. Астряба, багато в чому співзвучні з нинішнім, новим соціальним замовленням на цілі і завдання шкільної математичної освіти. Адже лейтмотивам освіти сьогодні є: пріоритет соціально-мотиваційних факторів і загальнолюдських цінностей; методологічна переорієнтація освіти на особистість, на забезпечення активної пізнавальної позиції суб'єкта навчання; організація навчання на основі максимального врахування досвіду взаємодії учня з навколишнім світом, врахування не лише раціональної, а й особистісно-почуттєвої сфери його діяльності; спрямованість освіти на найповнішу реалізацію здібностей, інтелектуального, духовного і творчого потенціалу молодої людини, на вироблення стійких механізмів самонавчання, самовиховання та саморозвитку.

Саме про центрованість навчального процесу на особистості дитини і наголошував завжди вчений у своїх багаточисельних публікаціях. Вони містять ідеї, які надзвичайно корисні для удосконалення сучасної геометричної освіти, особливо програм і підручників для 1-6 класів і гуманітарних профілів.

Зупинимося на деяких методичних позиціях вченого і мірі їх реалізації у документах, які визначають сучасну геометричну освіту. Їх впровадження передбачає, звичайно, врахування нинішньої освітньої ситуації, особливо досягнення таких наук як інформатика, психологія, логіка, філософія, теорія управління і ін.

1. Одна з них – **мисленні образи учня мають бути адекватні його практичному досвіду**. Відбираючи зміст важливо правильно абстрагуватись від властивостей реальних предметів з тим, щоб забезпечити мисленні переходи від предметів до відповідних наочних образів, і навпаки. Від нього залежить гуманістична орієнтація змісту і його прикладна спрямованість.

Візьмемо приклад з шкільної геометрії. Вона вивчає геометричні фігури і їх властивості, які утворені шляхом абстрагування від реального змісту предметів, коли до уваги береться лише їх форма і розміри, або лише форма (площина, лінія, промінь і ін). Ось тут і виникає складність. Вона полягає в тому, що результати абстрагування не завжди тлумачаться однозначно. Так, кут визначається як фігура, яка складається з двох променів із спільним початком. Але таких кутів на практиці і на складніших геометричних фігурах немає. Є кути, утворені двома відрізками із спільним кінцем (кути трикутника, кут між вусиками кімнатної антени, кут між ребрами піраміди і ін.). Тобто, мислений образ кута, який закладено в його означенні, не підкріплюється реально, не має матеріального змісту. Як тут бути?

Вчений обґрунтував, що властивості геометричних понять, пов'язаних з безмежністю, доцільно ілюструвати на геометричних об'єктах, які мають форму і розміри. Так властивості взаємного розміщення прямих і площин в просторі ілюструються на окремих видах многогранників. Цей виправданий підхід почали використовувати і автори діючих підручників із стереометрії.

2. Наступна позиція вченого полягає в тому, що **пізнання учня має становити повний цикл**, тобто включати два етапи: від одиничного через особливе до загального і від нього, через логічне обґрунтування до практики. З цього приводу вчений писав: "... необхідно дати учню можливість шляхом вправ над окремими, конкретними випадками зібрати необхідний матеріал над яким він буде оперувати шляхом логічних умовиводів". Йдеться про належне забезпечення емпіричного досвіду учня. Звичайно співвідношення між окремим і загальним, індуктивним і дедуктивним, емпіричним і теоретичним має бути різним залежно від ступеня навчання. Але обидва етапи мають бути притаманними у навчальній діяльності, оскільки впливають на розвиток творчості учня, його активність, ініціативу, привчають до самостійного відкриття фактів.

У нинішній концепції математичної освіти ця ідея вченого реалізована. Стосовно програм і деяких підручників для 5-6 класів цього сказати не можна. Увага приділяється в основному другому етапу – подаються кваліфіковано готові загальні положення і системи вправ на їх застосування. Пошук, самостійні відкриття, дослідження – відсутні. Ця непродуктивна тенденція нерідко проявляється і в старших класах, коли недотримуються етапи застосування математичних знань на практиці (формалізація, розв'язання задачі в межах побудованої моделі, інтерпретація). Увага приділяється, як правило, лише другому етапу, що приводить до вироблення чисто технічних умінь. Тоді як математична культура учня передбачає оволодіння всіма етапами застосування знань до розв'язування задач, які виникають в людські практиці.

3. **Врахування практично-діяльнісного підходу, творчої складової при відборі змісту геометрії** – важлива, плідна ідея вченого, яка актуальна і сьогодні. Вчений радив: 1) забезпечувати повноту видів діяльності; 2) послідовність навчального матеріалу визначати як логікою його внутрішнього взаємозв'язку, так і чередуванням видів діяльності. При цьому, Олександр Матвійович вважав, що постановка геометричного експерименту з реальними прообразами фігур - важливий прийом навчання в 1-4 класах. О.М.Астряб обґрунтував, що при практично-діяльнісному підході до навчання "... проявляється самодіяльність, допитливість, намагання самостійно одержати той чи інший результат". Потрібно відмітити, що у програмах початкової школи і 5-6 класах основної ця проблема розв'язана далеко не повністю. Вилучені побудови, деякі перетворення фігур, потрібно збільшити питому вагу прикладних математичних ситуацій комбінаторного і імовірнісного характеру та засобів їх аналізу.

Щоб забезпечити інтерес, мотивацію навчання, потребу пізнати нове вчений вперше весь пропедевтичний курс геометрії побудував у вигляді вправ і коротких вказівок, підсумків, пояснень для учнів.

Такий підхід, як показав насамперед досвід автора, зменшує час, відведений на вивчення матеріалу. Чому б не використати його при підготовці навчальної літератури сьогодні?

4. **Плідна ідея стосується геометричних величин –** проблеми, яка повністю не вирішена і сьогодні. Позиція автора полягала в тому, що потрібно підвести учня до розуміння того, що геометричні фігури можуть мати не лише властивості, але й кількісну їх міру. (Довжина, площа, об'єм - це властивості геометричних фігур). Кількісні міри цих властивостей (міри довжини, площі, об'єму) є числовими характеристиками фігур. У змісті геометричного матеріалу О.М.Астряба ці поняття розмежовуються, нині – не завжди.

Візьмемо узагальнююче поняття многокутника. У елементарній геометрії розрізняють два різні поняття, які позначаються терміном "многокутник": многокутник як деяка лінія і многокутник як деяка область. Вживаються різні назви цих фігур, наприклад, "одновимірний многокутник" і "двовимірний многокутник". Перший многокутник не має числової характеристики – площі, а другий – її має.

У шкільній геометрії зустрічаються такі підходи:

1. Дається одне означення многокутника (трикутника, чотирикутника і ін.) як області: частина площини, обмежена замкненою ламаною лінією, разом з цією лінією називається многокутником.

2. Вводиться означення многокутника теж як області, але таке: частина площини обмежена замкненою ламаною лінією називаються многокутником. У кмітливого учня може виникнути запитання: чи потрібно до частини площини віднести і ламану, яка її обмежує?

3. Спочатку даються "каркасні" означення геометричних фігур. Пізніше, перед вивченням площ фігур, вводиться нове поняття "плоский многокутник" і даються нові означення.

4. Поняття многокутника як ломаної і як області ототожнюються. Дається, спочатку означення: Проста замкнена ламана називається многокутником. Потім робиться уточнення: .. Фігуру, яка складається із многокутника і його внутрішньої області, також називають многокутником. Проте смисл цих понять різний з погляду з'ясування числових характеристик відповідних фігур.

Наведення прикладів можна продовжити. Це говорить про те, що розробляючи зміст математики і відображаючи його в стандарті, програмах і підручниках виникає немало питань, які вирішуються неоднозначно і потребують детального аналізу. У цьому допоможуть нам методичні ідеї і підходи Олександра Матвійовича Астряба.

НАУКОВО-МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ ОСОБИСТІСНОЇ ОРІЄНТОВАНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В СЕРЕДНІЙ І ВИЩІЙ ШКОЛІ.

Г.І.Білянін
Буковинська державна фінансова академія
м. Чернівці

Психологічні особливості навчання математики студентів фінансово-економічних коледжів.

Сьогодні вища школа перестає бути тільки засобом підготовки фахівців. Вона – обов'язковий етап у розвитку особистості. Навчальний процес у вищій школі можна розглядати як реалізацію "формуючої" функції спілкування, тому що тут загальна думка виступає як найважливіша умова формування і зміни психічного вигляду людини. Метою статті є розкриття психологічних особливостей навчання студентів фінансово-економічних коледжів математики. Передбачається, що викладач чинить на студентів не тільки навчальний вплив, він також впливає на них своєю особистістю, духовністю, емоційністю, одержуючи від них відповідний відгук, зв'язаний з їх індивідуально-особистісними особливостями й емоційним станом. Така ситуація багато в чому подібна з тим, що називається психотерапевтичним впливом у широкому розумінні цього слова, або психологічним супроводом. Метою психологічного супроводу є зміна особистості, звільнення її від травматичного досвіду, що формує захисні, обмежуючі реакції, тривоги, страхи, непевність у своїх силах і можливостях [1].

Психологічний супровід неможливий без "викладацької" психодіагностики. Діяльність викладача повинна бути буквально просякнута діагностичними діями. І це зрозуміло. Адже дії, вчинки кожної людини, колективу мають, так би мовити, дві сторони: зовнішню й внутрішню. Зовнішня – це те, що ми безпосередньо сприймаємо: висловлення, рухи, жести, міміка даної людини. Психологи все це об'єднують в одному понятті – поведінка. Внутрішня ж сторона – це власне психічні процеси, розумові дії, психічні стани, емоційні переживання тощо. Саме в них суть життєдіяльності людини.

Ю.З.Гільбух справедливо зазначає, що "... внутрішня, психічна сторона життя іншої людини недоступна безпосередньому спостереженню: ми не можемо прямо сприйняти думки, мотиви, емоції. Викладача, як відомо, цікавлять не просто факти, а ті психічні явища (думки прагнення, переживання), які їх породили. Чи можна, виходячи з перших, дізнатися про останні? Можна, але тільки за умови відповідного аналізу, побудови певного ланцюга умовиводів. Адже співвідношення тут у більшості випадків є неоднозначним. Той же вчинок може бути зумовлений різними мотивами. Той же мотив може мати різні прояви. Отже, шлях від фіксації факту поведінки до розкриття його внутрішнього, психологічного змісту часом буває досить складним. Як правило, виникає необхідність у певній інтерпретації (витлумаченні). Така інтерпретація, точніше, її результат (висновок, яким вона завершується) – це і є психологічний діагноз" [2].

Отже, як бачимо, будь-яке спілкування – це постійна психодіагностика. У багатьох випадках діагнози, які ставлять викладачі, вчителі, вихователі, мають "житейський" характер. Вони побудовані на здоровому глузді, виробляються інтуїтивно, тобто підсвідомо. Однак, це, як правило, не дозволяє глибоко проникнути у внутрішній світ студента, нерідко призводить до недостовірних, помилкових висновків. Наприклад, викладач вважає, що юнак не встигає в навчанні через невміння логічно мислити, хоча насправді причина має більш глибокий характер – у хлопця надзвичайно обмежена стійкість сприймання, малий обсяг короткочасної пам'яті. Отже, єдиний вихід – якомога швидше, всіма можливими засобами викладач повинен оволодіти необхідною йому психопедагогічною інформацією.

Психодіагностичні функції педагога мають внутрішню, регулятивну природу. Вони опосередковують співробітництво педагога зі студентським колективом, окремими його членами. Що стосується тестових методик вивчення психологічних основ колективу, то це інструмент насамперед психолога. Що ж до викладача, то він може користуватися ними у досить вузьких межах, які визначаються, як правило, двома факторами:

1) відсутністю відповідної кваліфікації;
2) браком часу, необхідного для тестування.

У чому ж тоді може полягати застосування тестів вузівським викладачем? На це запитання можна відповісти так: у використанні по ходу навчально-виховного процесу деяких найелементарніших тестів (точніше сказати, тестоподібних методик). Як правило, такі методики мають форму звичайних навчальних завдань, дидактичних ігор, вікторин тощо. Прикладами можуть бути такі найпростіші тести, як "Цифрові ряди" (для вимірювання обсягу короткочасної пам'яті), "Фігурні панелі" (для оцінки просторового сприймання і просторової уяви), тест Равена (для випробування тих самих здібностей). Деякі викладачі з успіхом застосовують тестоподібні методики для діагностики учбових помилок студентів, зокрема, із математики. Таким чином, із заманливої ідеї, якою вона залишалася протягом останніх десятиріч, "викладацька" психодіагностика вже в недалекому майбутньому може стати цілком реальним елементом вузівської системи. Висновок – важливим чинником роботи в цьому напрямі повинен бути психологічний супровід освітнього процесу в системі неперервної освіти. Мета такого супроводу полягає у створенні в межах даного соціально-педагогічного середовища умов для формування особистості студента як суб'єкта власної діяльності, тобто людини, яка здатна вибирати власну поведінку відповідно до індивідуальних потреб, громадського обов'язку й можливостей з їх реалізації.

При побудові методичної системи навчання необхідно, опираючись на висновки психології, добре собі уявляти, що таке психологічні основи навчання, які процеси їх характеризують, їх особливості й закономірності. Так як фундаментальною рисою психічної індивідуальності є темперамент , то потрібно розпочати саме з темпераменту. Не визначивши темперамент кожного студента, не можна зрозуміти особливості його поведінки, діагностувати здібності, характер.

Оскільки майже всі риси темпераменту мають виражені зовнішні прояви (темп мовлення, інтенсивність жестикуляції, імпульсивність поведінки тощо), визначити темперамент того чи іншого студента можна на основі порівняно короткочасних спостережень. Однак, як показує найпростіший тейпінг-тест, між висновками по спостереженню і результатами тестування є значна розбіжність, не кажучи вже про те, що результати тестування дають більш об'ємну інформацію.

Так із 150 студентів нового набору у 9% студентів розрив між їх максимумом і звичайним темпом досить значний. А ще в 10% він не досягає середнього рівня. Такі студенти не зможуть успішно засвоювати навчальний матеріал. Тут є резерв збільшення рухливості. Особливо, коли повільність поведінки зумовлена не властивістю нервової системи, а недоліками виховання, зокрема, звичайним ледарством. Плюс 9% студентів виявляють високу рухливість, яка перевищує темп рухів, який для студентів є зручним і, отже, типовим. Не секрет, що це приводить до механічних помилок.

Психологічні основи навчання математики включають такі елементи, як сприйняття, увагу, інтерес, мислення, запам'ятовування, уяву. Також у психологічних основах навчання важливу роль відіграє внутрішня готовність студентів до процесу навчання, або, як кажуть психологи, внутрішня установка. Зупинимося коротко на розкритті деяких особливостях цих елементів виходячи з проведеного нами діагностування студентів нового набору – випускників основної школи.

Тестування показує, що 20% студентів нового набору володіють чисто ригідним мисленням (рівень стійкої жорсткості). Це означає, що вони звикли до алгоритмічного розв'язування задач, не помічають взагалі оригінальних способів розв'язування. Ще 35% студентів (рівень відновленої жорсткості) схильні швидше до алгоритмічної роботи, ніж до творчої. Ригідності протистоїть гнучкість мислення. Мати гнучке мислення – значить насамперед бути в змозі негайно відмовитися від звичайного способу дії, коли він перестає бути ефективним, замінивши його новим, незвичним, що відповідає новим умовам, що склалися. Оскільки логічне мислення відіграє вирішальну роль у засвоєнні математики, даний тест може прислужитися при організації диференційовної роботі зі студентами.

Тест на перевірку здібностей до логічного аналізу наочних об'єктів та просторового мислення, який дає можливість виснити сформованість логічних операцій, показує, що у 40% студентів нового набору не сформовані операції логічного мислення, а 29% студентів початківців не володіють просторовим мисленням (і це перед початком вивчення стереометрії). Саме тому в курс математики для студентів–першокурсників коледжів слід вводити розділ з елементів математичної логіки. Так як їх навчальна й трудова діяльність із вступом значно ускладнюється, формування навичок довільного переключення зовнішньо-внутрішньої уваги слід будувати шляхом озброєння їх відповідними узагальненими алгоритмами або правилами-орієнтирами (це може бути алгоритм перетворення математичного виразу, дослідження функції і побудова графіка, знаходження похідної за означенням тощо), якомога більше унаочнювати викладання курсу стереометрії, навчати уявляти та будувати просторові фігури.

Якщо студент володіє цими операціями на рівні усталеної навички, то решта джерел (емоційний стан, атмосферний ефект, інші установки) не зможуть впливати на результати мислительного процесу.

Результати тестування на перевірку абстрактного та логічного мислення, м'яко кажучи, не втішні. Якщо студент затрудняється при розв'язувані задач у запропонованому тесті, то це означає, що він не бачить у них скритих закономірностей, тому не може ними скористатися. Отже, його логічне мислення в математиці розвинуте слабо. Цим якраз і пояснюється той факт, що 49% від вибірки виконали завдання тесту на слабку "сиру" оцінку 2-4, а ще 30% – на середню "сиру" оцінку 5-6.

Перевіряючи, наскільки студентові доступне розуміння складних логічних відношень та можливість виділення ним абстрактних зв'язків, ми прийшли до таких висновків:

- а) студенти збиваються під час заключення умовиводів;
- б) в їх мисленні присутні розбіжності, нелогічність міркувань, диффузність, розпливчастість думок на фоні розуміння логічних зв'язків, помилкове розуміння аналогії логічних зв'язків.

Із усієї вибірки тільки 7% студентів нового набору володіють абстрактним мисленням на хорошому рівні, а 50% – нижче середнього. Очевидно, що саме під час вивчення математики студенти повинні навчитися мислити як логічно, так і абстрактно. Це одне з головних завдань курсу математики.

Зупинимося на цій проблемі більш детальніше. Рівень мислення значимо залежить від інтересу студента до даного предмета, від його здібностей. Крім того, він визначається і відповідною побудовою заняття, і правильним вибором методів викладання. Якщо обрати пояснювально-ілюстративний метод навчання, то можна виробити активне мислення, якщо ж проблемний метод або інформаційно-евристичний – то вироблятимемо самостійне мислення. У випадку вибору дослідницького методу можна чекати, що вироблятиметься творчий тип мислення, який не скований вузькими рамками.

Формування творчого мислення, його перетворення з емпіричного, наочно-образного, конкретного в абстрактне й узагальнене можливо лише при спеціальній організації навчання, що забезпечує професійну орієнтацію самовизначення особистості. При цьому необхідно виділити конкретні якості особистості студентів найбільш значимі для їхнього цілеспрямованого формування, це – самооцінка, на яку впливають рівень домагань, задоволеність діяльністю, система значень і змісту діяльності, відповідальність перед собою і суспільством за результати діяльності, здатність до прийняття позицій іншої людини, комунікативна діяльність. Ці фактори можуть впливати на формування особистісних якостей безпосередньо або опосередковано, через створення творчого, розвиваючого психолого-педагогічного простору, у якому відбувається досягнення високого рівня активності, розвиток творчості й розуміння необхідності власної реалізації. В основу створення такого розвиваючого простору повинні бути закладені такі принципи як співробітництво й відкритість.

Розвиток мислення вимагає стійкості пам'яті, певного рівня її розвитку. Тестування показало, що якщо із зоровою пам'яттю в студентів першого курсу серйозних проблем не існує (тільки в 6% студентів вона нижче середньої), то слухова вимагає уваги викладача. В 61% студентів вона нижче середньої "сирої" оцінки, а при тестуванні на запам'ятовування зв'язного тексту 31% з них не може запам'ятовувати великі фрагменти тексту, щоб потім конспективно записати їх. Тут великі міжіндивідуальні відмінності. Одному студентові достатньо раз уважно вислухати вказівки викладача, щоб виконати повністю запропоноване завдання, а другий, який з такою ж увагою сприймав ці вказівки, змушений перепитувати сусіда за партою або безпосередньо викладача. Отже, слід серйозно враховувати цю обставину при читанні лекції та записуванні в конспект необхідних тверджень. Бо якщо один студент при цьому запам'ятає коротке речення (з 5 – 6 слів) з першого сприймання, то іншому для цього знадобиться кілька сприймань. Звичайно, орієнтовано ці відмінності можуть бути виявлені і в результаті простих спостережень. Але для того, щоб подати студенту конкретну допомогу в удосконалені мнемічних здібностей, цього замало. Потрібні точні кількісні показники. А їх дадуть тільки тестові методики.

Сприйняття – найбільш тісно зв'язане з перетворенням інформації, що надходить із зовнішнього середовища. При цьому формуються образи, із якими в подальшому оперують пам'ять, мислення. Правильність сприйняття характеризується адекватністю відчуттів і вимагає розвитку спостережливості, уміння ставити пізнавальні цілі. Що таке спостережливість, інтуїтивно знає кожна доросла людина. Адже йдеться про фундамент розумового життя. Але щоб діагностувати і формувати його у студентів, таких знань замало, необхідно розуміти наукову сутність. Спостережливою може бути лише та людина, в довготривалій пам'яті якої зберігаються чіткі, деталізовані уявлення про предмети, що її оточують. Тільки, зіставляючи з ними образи живого сприймання, і можна ідентифікувати останні як такі, що мають певні прогалини, спотворення тощо. Таким чином, спостережливість – це своєрідний синтез трьох психічних процесів: зовнішньої мимовільної уваги, мислення й довготривалої пам'яті (відповідних уявлень).

Тестування показує, що в 68% респондентів спостережливість розвинута на рівні нижчому від середнього. Жоден із студентів не отримав "сиру" оцінку вищу за 7. В іншому тесті "сира" оцінка не перевищила 8 , а 79% студентів показали рівень спостережливості нижче середнього. Звідси слідує завдання формувати у студентів здатність звертати увагу (в основному мимовільно) на відсутність у тому чи іншому предметі (або його зображенні) певного елемента або наявність чогось незвичного. Потрібно боятися того, щоб студент, сприймаючи матеріал у цілому, привчився не помічати незвичних елементів, які мають істотне значення для істинності, для функціонування теорії у цілому. Цю рису називають як "поверховість сприймання" або "відсутністю спостережливості". Саме поверхове сприйняття матеріалу, до якого схильна, як показує тестування, більшість студентства, не дозволяє їм творчо мислити, робити глибокий аналіз тих чи інших явищ і процесів.

Людина за своєю природою – істота допитлива, прагне пізнати невідоме, їй притаманні нормальна увага, уява, пам'ять, мислення та інші психічні якості. Усе це є запорукою успішного навчання.

З метою чіткої організації навчально-пізнавальної діяльності студентів нового набору після 9 класу нами було проведено анкетування, яке допомогло розкрити деякі причини труднощів під час засвоєння знань. Питання були запропоновані такого плану, щоб прослідкувати проблеми, які виникають при зміні навчально-виховного процесу саме такою категорією студентів. Так наприклад на запитання: "Чи вважаєш ти свій старт в інституті, за підсумками І семестру вдалим?", – так відповіло 10,8% студентів; не зовсім: могло бути краще – 68,9%; не зовсім: з'явились певні розчарування – 13,5%; ні – 6,8%.

Ось як самі студенти визначають причини незадоволення результатами навчання та появою певних розчарувань в порядку їх важливості (можливе було обрання кількох варіантів): більша ніж у школі навантаженість – 77%; рівень та певна нестача шкільних знань – 32%; відірваність від батьків, їх опіки та підтримки – 29%; відсутність певних навичок внутрішньої самодисципліни та вміння самостійно організовувати власний розпорядок дня – 23%; незадоволення умовами проживання – 11%; моя особиста поведінка і ставлення до навчання – 9%; невдоволення умовами для самопідготовки та самоосвіти – 10%; матеріальні (фінансові) труднощі, що впливають на процес навчання – 8%; відсутність певної допомоги і підтримки з боку куратора групи – 7%; незадоволення атмосферою відношень у групі – 5%. Інші варіанти відповідей носили поодинокий характер тому до уваги не брались. Цікаво, що відірваність від батьків, їх опіки та підтримки для "молодших" студентів є суттєвою причиною, яка впливає на навчання, а для студентів, які поступили після 11 класу (із аналогічного анкетування) , це незначна причина. Великий вплив на навчальну діяльність студентів має зміна місця проживання та побутові умови. Так із 64% студентів, які переїжджають для навчання, на запитання: "Чи задоволений ти умовами проживання?", – відповіли: а) у гуртожитку – так –66%; скоріше так –14%; скоріше ні –20%; б) у приватному секторі – так –44%; скоріше так –37%; скоріше ні –13%; ні – 6%. Зрозуміло, що в навчанні не можна не враховувати все сказане вище. Викладач в деякій мірі повинен замінити батьків, нести не тільки знання, але і уважність, людяність, тепло.

Проведений аналіз результатів психолого-педагогічної діагностики студентів нового набору Буковинської державної фінансово-економічної академії на факультеті молодшого спеціаліста та наукової психолого-педагогічної літератури, вказують на необхідність застосування раціональних психолого-педагогічних методів і прийомів наукової організації навчально-виховної діяльності студентів.

Література:

1. Скляр В.С. Психологические взаимодействия в учебном процессе высшей школы // Психолого-педагогічна наука і суспільна ідеологія: матеріали методологічного семінару АПН України (12 листопада 1998 р.). К., 1998. – с.51-54.
2. Гільбух Ю.З. "Учительська" психодіагностика: предмет, функції, методи //Радянська школа, К., 1990. – №№ 2-12. 1991. – №№2-5.
3. Удовенко М.В. Психологізація як передумова побудови сучасного освітнього середовища // Педагогіка і психологія. К.: "Педагогічна думка", - 2002. – №3(36). – 159 с..

Копняк К.В.

Вінницький торговельно-економічний інститут

Київського національного торговельно-економічного університету,

м. Вінниця

Взаємозв'язок змісту навчання математики із завданнями особистісного розвитку майбутніх фахівців економічних спеціальностей

Останнє десятиліття освіта України, а, зокрема, вища фахова освіта, знаходиться у стані глобальної трансформації та інтеграції до світових освітніх просторів. На даний момент відбувається визначення стратегічного курсу України на входження до Європейського Союзу, а отже і культурно-освітньої та науково-технічної інтеграції.

Нормативно-правова база модернізації вищої освіти України майже повністю сформована. Загальні стратегічні напрямки розвитку вищої освіти визначені чисельними законами та національними доктринами, програмами та постановами. Основною метою державної політики в галузі освіти є створення умов для розвитку особистості і творчої самореалізації кожного громадянина України, оновлення змісту освіти та організації навчально-виховного процесу відповідно до демократичних цінностей, ринкових засад економіки, сучасних науково-технічних досягнень.

Пріоритетним напрямком реформування вищої освіти в Україні є переведення кількісних показників освітніх послуг у якісні. У зв'язку з цим постає необхідність розробки нових освітніх технологій у вищій школі, зокрема, в процесі навчання студентів математики, аналізі змісту освіти та приведення його у відповідність проголошеним орієнтирам розвитку творчої особистості.

Головний стратегічний напрямок розвитку системи освіти на даний момент лежить на шляху вирішення проблеми особистісно-орієнтованого навчання – такого навчання, в якому особистість учня або студента та його пізнавальна діяльність була б в центрі уваги педагога.

Бурхливий сплеск досліджень в напрямку особистісно-орієнтованого навчання припадає на другу половину 90-х років XX століття. Це пов'язане, насамперед, з проголошенням курсу на гуманізацію та гуманітаризацію освіти. Більша частина написаних робіт присвячена питанню особистісного підходу до навчання у середній школі. Відомими дослідниками в цій галузі є Якиманська І.С., Виноградова Н.Ф., Бех І.Д., Горелік І.Ф., Зайцев С.В., Погрібна Н.І., Пахальян В.Е., Плігін А.А., Подмазін С.І., Кузнєцова А.Г., Серіков В.В. тощо. Безпосередньо питанню особистісно-розвиваючого навчання у вищій школі присвячені роботи Коссова Б.Б., Пінявої С.Є., Андрєєва М.В., Зеєра Е.Ф., Давидової О.С., Романцева Г.М. та ін. В роботах цих авторів висвітлені проблеми переходу до особистісно-орієнтованої підготовки спеціалістів, проаналізовані загальні засади та запропоновані стратегії особистісно-орієнтованого навчання в контексті загального та професійного розвитку.

Питанню навчання студентів математики у вузах економічного профілю теж присвячено немало науково-практичних досліджень. Останнє десятиліття розробкою технологій та методик підвищення якості вищої математичної освіти займаються Берегова Г.І., Бобик О.І., Бурковська М.А., Ванжа Н.В., Горбачевська О.В., Дрибан В.М., Дутка Г.Я., Зиміна О.В., Кирилов А.І., Красс М.С., Чупринов Б.П., Кудрявцев Л.Д., Кігель В.Р., Кохановський І.М., Нічуговська Л.І., Пастушок Г.С., Фомкіна О.Г. та інші.

Зокрема, у дослідженнях вказаних вище науковців висвітлені питання методики проведення практичних занять з математики та самостійної роботи студентів економічних спеціальностей, формування вмінь розв'язувати прикладні задачі при навчанні математики та активізації економічного мислення студентів засобами розв'язування математичних задач. Побудовані загальні концепції викладання математики для економістів, окреслені тенденції та перспективи розвитку вищої математичної освіти тощо.

Критичний аналіз змісту математичної освіти як у середній, так і у вищій школі проводять відомі російські науковці Кудрявцев Л.Д., Кирилов А.І., Бурковська М.А. та Зиміна О.В. у статті "О тенденциях і перспективах математического образования". Зокрема, вони наголошують на тому, що настав час, коли необхідно привести у відповідність програми вивчення математики в школі та у вузі, а також модернізувати курс математики, звільнивши його від рутини та перенісши акцент з питання "як" (розв'язати, обчислити, знайти тощо) на питання "що" і "навіщо". Автори пропонують переглянути зміст математичної освіти та привести його у відповідність проголошеним освітнім стандартам та прийнятим доктринам.

Аналізуючи праці науковців в галузі педагогіки і методики навчання та враховуючи власний досвід викладання математики у вузі, зокрема економічного профілю, приходимо до висновку, що на даний момент існує певна проблема неузгодженості змісту вищої математичної освіти та ідей концепції особистісно-орієнтованого навчання та гуманізації освіти.

Мета даної статті – провести аналіз змісту вищої математичної освіти з позиції особистісного розвитку майбутніх фахівців економічних спеціальностей та аргументувати доцільність проведення науково-практичного дослідження в цьому напрямку.

Дослідивши близько десятка навчальних програм та навчальних планів курсу "Вища математика" для студентів базової освіти економічних спеціальностей, вважаємо за необхідне зазначити:

По-перше, немає єдиного підходу до викладання математики для студентів споріднених спеціальностей у різних вузах:

- загальний обсяг часу, який відведений на вивчення предмету, коливається від 100 до 400 годин;
- курс вивчається від 1 до 4 семестрів;
- перелік тем, що вивчаються протягом курсу, не є сталим для однакових спеціальностей;
- послідовність при вивченні матеріалу іноді прямо протилежна.

По-друге, в курсі відсутній цілий ряд тем, які не вивчаються ні в середній, ні у вищий школі, але які мають велике розвиваюче значення в підготовці фахівця та формуванні математичного мислення людини взагалі, наприклад, основи математичної логіки.

По-третє, в програмах є теми, які надалі при вивченні дисциплін математичного та економічного циклу не використовуються, є складними для розуміння студентами та не мають подальшого практичного застосування в майбутній спеціальності.

Таким чином, мета нашого дослідження: відібрати зміст, теоретично обґрунтувати наявність кожної з тем та запропонувати технології навчання математики студентів економічних спеціальностей в контексті вирішення завдань особистісного розвитку майбутніх фахівців.

Вважаємо, що успішній реалізації проголошеним суспільним орієнтирам на особистісний розвиток студентів може сприяти науково-обґрунтований перегляд змісту навчання математики, який буде враховувати специфіку підготовки майбутніх фахівців економічних спеціальностей.

Для досягнення мети та підтвердження гіпотези дослідження вважаємо за необхідне:

1) провести порівняльний та ретроспективний аналіз навчальних програм з вищої математики та проаналізувати їх щодо оптимальності змісту;

2) дослідити питання особистісного розвитку студента у процесі навчання математики: визначити завдання, з'ясувати прийоми, методи та описати конкретні технології;

3) визначити зміст навчання математики для кількох економічних спеціальностей: обґрунтувати теми, послідовність їх вивчення та орієнтовну кількість годин, аргументуючи доцільність кожної з них з позиції особистісного розвитку майбутнього фахівця;

4) розробити технології організації та проведення навчального процесу з умовою забезпечення взаємозв'язку змісту навчання математики із завданнями особистісного розвитку майбутніх фахівців економічних спеціальностей.

Під завданнями особистісного розвитку майбутніх фахівців будемо розуміти:

- інтелектуальний розвиток фахівця, що має проявлятися у вихованні вміння самостійно активно набувати знання та навички протягом усього життя;
- виховання в студентів раціонально-логічного та мобільного математичного мислення;
- використання суб'єктивного досвіду, індивідуальних особливостей та схильностей для надання студентам можливості обирати форми та засоби оволодіння матеріалом;
- акцентування уваги на розвитку професійно важливих якостей особистості засобами математики.

Фахівець має грамотно працювати з інформацією: вміти збирати факти, необхідні для дослідження конкретної задачі, аналізувати їх, висувати гіпотези вирішення проблем, робити необхідні узагальнення, проводити аналогії, знаходити альтернативні варіанти, встановлювати статистичні закономірності, формулювати аргументовані висновки та на їх основі розв'язувати нові проблеми.

В наш час з появою нових інформаційних та комунікативних технологій питання особистісно-орієнтованого навчання постає у новому світлі. Сучасне суспільство набагато в більшій мірі зацікавлене в тому, щоб його громадяни були здатні самостійно, активно діяти, приймати рішення, швидко адаптуватись до мінливих умов життя. Майбутній спеціаліст має самостійно критично і творчо мислити, вміти побачити проблеми, що виникають в реальному світі, та шукати шляхи їх раціонального подолання, використовуючи сучасні технології. Він повинен чітко усвідомлювати, де і яким чином набуті ним знання можуть бути застосовані в оточуючій дійсності. У зв'язку з цим, по-перше, має бути посилена практична направленість змісту навчання математики у вищих навчальних закладах, а, по-друге, змінені акценти в навчанні за рахунок зменшення частки репродуктивної діяльності.

Серед основних дисциплін математичного циклу у вищих навчальних закладах економічного профілю є вища математика, математичне програмування, теорія ймовірностей та математична статистика. Курс вищої математики вивчається, здебільшого, починаючи з першого семестру (триместру) навчання у вузі. Програма курсу має бути скоректована таким чином, щоб студенти відчували неперервність математичної освіти. Тобто елементи математичного аналізу, векторної алгебри та аналітичної геометрії у вузі вивчаються на якісно новому, більш глибокому рівні, переслідуючи цілі розвитку в студентів абстрактного мислення, озброєння їх потужним апаратом для проведення досліджень та з акцентом на розв'язування професійних задач. З іншого боку, курс вищої математики на першому курсі має ліквідувати прогалини в знаннях шкільної математики, навчити студента самостійно повторювати раніше вивчений матеріал, самому планувати свій час, відповідати за рівень своїх знань та надалі використовувати їх для побудови математичних моделей економічних процесів.

Як раніше було зазначено, в жодному із перерахованих вище курсів не розглядаються навіть загальні питання математичної логіки, без яких неможливе якісне вивчення не тільки математичних та інформаційних дисциплін, а й взагалі формування апарату логічного мислення людини. Як наслідок: більшість студентів не відрізняють достатні та необхідні умови, не вміють правильно та послідовно провести доведення, чітко сформулювати критерії відбору або пошуку інформації, невірно використовують основні логічні операції тощо. Тому вважаємо, що в змісті математичної освіти для студентів перших курсів економічних спеціальностей має бути вивчення понять логічних операторів та операцій, таблиць істинності, кванторів існування та загальності, логіки висловлень та предикатів, найпростіших законів.

З питанням математичної логіки нерозривно пов'язане питання математичної символіки. Математична символіка з різних міркувань в свій час була практично виключена з курсу середньої математичної освіти. Але в наш час важко уявити собі вищу математику без спеціальних символів, позначень, скорочених записів і т.п. Тому варто, на наш погляд, ознайомити студентів з основними позначеннями, загальними правилами запису тверджень у символічному вигляді, навчити їх правильно стисло записувати теореми, оформлювати розв'язання задач, що значно зекономить час на заняттях та допоможе студентам при роботі з конспектами.

Поряд з тим деякі теми в курсі вищої математики на сучасному етапі розвитку обчислювальної техніки стали архаїчними. Наприклад, приклади застосування послідовностей, похідних, диференціалів, інтегралів та інших засобів математичного аналізу до наближених обчислень втратили своє методичне значення. Замість цього краще звільнений час виділити для ілюстрації використання зазначених тем в задачах економіки, ознайомити студентів з елементами математичного моделювання.

На наш погляд, занадто широко (з позиції невеликої загальної кількості годин, які відведені на вивчення всього курсу вищої математики), розглядаються числові, степеневі та тригонометричні ряди. По-перше, величезна кількість ознак збіжності рядів, ознаки порівняння рядів, поняття радіусу та області збіжності, умовної та абсолютної збіжності ряду потім фахівцями практично не використовуються. По-друге, геометрична та арифметична прогресія, як приклади числових рядів, вивчаються в середній школі. Нарешті, ця тема також втратила своє значення для виконання наближених обчислень. Тому знайомство студентів з рядами може обмежуватись тільки основними поняттями, символікою та класичними прикладами.

Основні теореми диференціального числення, розклади елементарних функцій за формулами Тейлора і Маклорена, ортогональні системи тригонометричних функцій та інші подібні теми теж носять в курсі вищої математики більше фактичний, ніж пізнавально-розвиваючий характер, оскільки в подальшому не мають застосування.

Отже, на основі вище сказаного, можна зробити висновок, що має сенс детальний аналіз і відбір теоретичного та практичного матеріалу, який має бути запропонований для вивчення студентам економічних спеціальностей. В умовах постійного зменшення аудиторної кількості годин на вивчення математики у вузах, зниження рівня підготовки абітурієнтів з математики та цілою низкою інших суб'єктивних та об'єктивних причин, слід оптимально розподілити час на якісне засвоєння необхідних майбутнім фахівцям знань та вмінь. Теми, які не мають подальшого застосування до розв'язування задач, доведення теорем, викладення іншого матеріалу, мають бути виключені. Натомість зміст навчання математики має бути доповнений темами, які носять розвиваючий характер або мають незаперечне практичне значення.

На даний момент в рамках модернізації вищої освіти України та Болонського процесу відбувається часткова перебудова вищої школи та приведення її у відповідність світовим нормам освіти. Результати такого дослідження можуть вплинути на завершення розробки та перегляд частини галузевих компонент державних освітніх стандартів для економічних спеціальностей відповідно особистісній орієнтації вищої школи.

Вивчення математики має бути звільнене від рутини, повторів, технічних деталей, його форма та зміст повинні відповідати сучасним досягненням науки та технологій. Звільнений час можна використати для обговорення та дослідження отриманих результатів, для аналізу практичних задач і побудови відповідних математичних моделей, для вивчення нових сучасних розділів математики.

Оновлення змісту освіти є визначальною складовою реформування освіти в Україні і передбачає приведення його у відповідність з сучасними потребами особистості та суспільства. Вважаємо, що дослідження, спрямоване на пошук оптимального змісту навчання математики майбутніх фахівців економічних спеціальностей та розробку ефективних технологій організації навчального процесу в умовах особистісно-орієнтованого навчання, є актуальним, результати такого дослідження матимуть важливе практичне значення для сучасної вищої математичної освіти.

Література:

1. Коссов Б.Б. Обобщенность содержания высшего образования как фактор его развития (личностно-развивающее образование) // Вопросы психологии. – 1995. – № 6. – С. 9-19.
2. Математическое образование: тенденции и перспективы / Кудрявцев Л.Д., Кириллов А.И., Бурковская М.А., Зимина О.В. // Высшее образование сегодня. – 2002. – № 4. – С. 20-29.
3. Стратегія розвитку освіти України в першій чверті XXI століття // Науково-освітній потенціал нації: погляд у XXI ст.: В 3 кн. / Ред. В.Литвин. – Книга 3: Модернізація освіти. – К.: Навчальна книга, 2003. – С. 211-226.
4. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: Учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина, М.В. Моисеева, А.Е. Петров; Под. ред. Е.С. Полат. – М.: Издательский центр «Академия», 2003. – 272 с.

Т. В. Крилова, Н.І. Тіхонцова

Дніпродзержинський державний технічний університет

О.Ю. Орлова

Одеська національна академія харчових технологій

Самостійна робота студентів в умовах особистісно орієнтованого навчання

Мета статті – висвітлення деяких заходів щодо організації та проведення самостійної роботи з дисциплін математичного циклу студентів вищих закладів технічної освіти в умовах особистісно орієнтованого навчання.

Сучасний соціально-економічний розвиток суспільства відзначений реалізацією освітньої реформи, наданням надзвичайної уваги проблемі якості освіти [1], визначенням таких напрямків, як розвиток активності, самостійності, творчих здібностей майбутніх фахівців, які матимуть ґрунтовну теоретичну і практичну підготовку, зокрема математичну, які будуть здатні до самоосвіти, до постійного оновлення здобутих знань, до коригування професійної діяльності. Це вимагає перебудови і вдосконалення системи вищої освіти, пошуку шляхів удосконалення навчально-виховного процесу, розробки нових педагогічних технологій, вироблення нових форм і методів навчання, зокрема форм і методів активізації діяльності як викладачів, так і студентів, формування мотиваційної основи самостійної роботи, стимулювання самостійної пізнавальної активності студентів. Одним з головних стимуляторів навчальної активності студентів є їх самостійна навчально-пізнавальна діяльність [2].

Загальновідомо, що знання, вміння та навички, набуті студентом в процесі добре спланованої й організованої самостійної роботи, є міцнішими і більш ґрунтовними. Ще К.Д. Ушинський вважав, що тільки самостійна робота створює умови для глибокого здобування знань та розвитку мислення.

Роль самостійної навчально-пізнавальної діяльності студентів в останні роки зросла у зв'язку з реформуванням системи освіти та проблемами вищої школи в Україні в контексті Болонського процесу.

Все вищеозначене явилося передумовами переходу вищої школи від передачі інформації студентам до організації й керівництва їх самостійною навчально-пізнавальною діяльністю.

Самостійна навчально-пізнавальна діяльність студентів з математики підвищує не тільки якість їх математичної освіти, а і освіти взагалі, тому що "математика має широкі можливості для інтелектуального розвитку особистості, в першу чергу, розвитку логічного мислення, просторових уявлень і уяви, алгоритмічної культури, формування уміння встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, обґрунтовувати твердження, моделювати ситуації та ін. Математика є основою вивчення фізики, хімії, астрономії, біології, загально технічних і спеціальних дисциплін, мовою техніки" [3].

Проблема навчально-пізнавальної діяльності студентів є багатогранною. Тому нема єдиної точки зору на її розв'язання. Самостійна робота розглядається як метод навчання і як вид навчальної діяльності (В.К. Буряк [4], Є.Я. Голант [5], Н.Г. Дайрі [6], Б.П. Єсіпов [7], Р.Г. Лемберг [8], П.І. Підкасистий [9], А.В. Усова [10], Т.І.Шамова [11] та інші).

Самостійна навчально-пізнавальна діяльність студентів забезпечує умови учіння за умови наявності або відсутності безпосереднього керівництва з боку викладача.

Оптимальне керування навчально-пізнавальною діяльністю студентів найвищою мірою індивідуалізовано. Воно повинно враховувати індивідуальні відмінності у мотивах, темпах і прийомах пізнавальної діяльності студентів у зв'язку з особливостями розвитку організму і психіки, рівнів довузівської математичної підготовки студентів тощо. У ході керування самостійною роботою передбачається формування у студентів інтелектуальних умінь, особистісних якостей, елементів розумової, математичної та мовної культури.

Самостійну роботу студентів фахівців поділяють на три групи:

- обов'язкова (передбачена навчальними і робочими програмами),
- бажана (науково-дослідницька робота у вищому навчальному закладі),

– добровільна (робота в позааудиторний час).

Для керування самостійною навчально-пізнавальною діяльністю студентів необхідно:

– точне визначення цілей,

– забезпечення досягнення мети за допомогою навчальної програми з математики,

– перевірка досягнення визначених цілей навчання математики у процесі вивчення і засвоєння кожної дисципліни математичного циклу шляхом самоконтролю, контролю і спрямованої корекції з боку викладача.

Згідно дидактичної мети самостійна навчальна робота може бути підготовчою, спрямованою на засвоєння нових знань, тренувальною, узагальнююче-повторювальною та контрольною.

Найбільш поширеними видами самостійної роботи студентів з математики є:

– праця з підручниками, навчальними та навчально-методичними посібниками, дидактичними матеріалами з метою осмислення та засвоєння нових знань;

– робота на персональному комп'ютері;

– розв'язування задач, прикладів, зокрема завдань творчого характеру;

– лабораторні роботи;

– математичне моделювання;

– написання рефератів з елементами наукового дослідження на наукові, науково-методичні та науково-практичні студентські конференції.

Самостійне виконання завдання – самий надійний показник якості засвоєних знань, набутих умінь і навичок студента.

Дуже важливо правильно організувати самостійну навчальну роботу студентів з математики, здійснювати керівництво цією роботою та контроль за її виконанням.

В роботі [7] з'ясовано етапи її організації, а саме:

– стимулююче мотиваційний;

– навчаючий;

– діагностично-корегуючий;

– контролююче-оцінний.

Серед вимог, що висуваються до організації самостійної роботи студентів, відмітимо наступні [2, 12, 13, 14]:

– відповідність меті та завданням вивчення й опрацювання матеріалу;

– ретельний відбір викладачем змісту та обсягу навчального матеріалу;

– відповідність видів самостійної роботи реальним навчальним можливостям студентів;

– урахування принципів диференціації та індивідуалізації навчання;

– використання нових інформаційних і педагогічних технологій навчання;

– особистісна орієнтованість система самостійних завдань;

– дотримання норм обсягу навчального матеріалу для самостійного опрацювання студентами.

Гадаємо, що перед виконанням першої самостійної роботи студентам корисно було б нагадати та роз'яснити мудрість: "Навчити не можна, можна навчитися". Треба, щоб студенти усвідомили істину, що самостійна робота за своєю сутністю передбачає максимальну активність студентів, що навчитись можна лише працюючи активно, самостійно доходячи певних висновків у процесі вивчення теоретичного матеріалу та розв'язуючи навчальні завдання. При проведенні самостійної роботи необхідно вміло переконати студентів, що вони здатні, можуть, тобто збудити віру в свої сили, важливо спонукати студентів до подолання бар'єру страху перед новим теоретичним матеріалом з математики, перед розв'язуванням навчальних формальних, професійно спрямованих і прикладних математичних завдань.

Організація самостійної роботи – самий важкий етап заняття. Щоб навчити студента працювати самостійно, необхідна велика підготовча робота, а саме: викладач повинен ретельно відібрати задачі та приклади з даної теми, підготовити картки з диференційованими завданнями, продумати послідовність завдань, їх варіантність тощо. Використання потужних комп'ютерних засобів навчання та відповідних програмних продуктів підвищує ефективність самостійної роботи студентів. Студенти, які систематично самостійно працюють з комп'ютером, навчаються відбирати, систематизувати інформацію, робити висновки, швидше адаптуються в нових умовах. Викладач повинен враховувати в достатній мірі різний рівень навчально-пізнавальних можливостей студентів. Для цього необхідно знати інтереси студентів, диференційовано підходити до організації їх самостійної роботи, враховувати індивідуальні навчальні можливості з математики кожного студента.

Ю.К. Бабанський [15] визначив три рівні самостійності:

– низький рівень, коли людина прагне отримати готові розв'язання завдань або звертається за допомогою до викладача або товариша;

– середній рівень, коли людина намагається самостійно виконати і частково виконує завдання;

– високий рівень, коли людина вміє самостійно зрозуміти і розв'язати завдання, активно міркує, висловлює свої думки, доповнює відповіді інших.

При керуванні самостійною роботою студентів з математичних дисциплін особливо важливим є використання методичних і дидактичних матеріалів (підручники, посібники, збірники задач, методичні вказівки та інструкції тощо).

Методичні вказівки за даною темою є засобом безпосереднього керування самостійною роботою студентів, де в загальному вигляді викладено в стислій формі теоретичний матеріал, рекомендації, вказівки, алгоритм розв'язання, розглянуто декілька прикладів. Такі "методички" націлюють студентів на певну інформацію, дозують, стимулюють і скеровують самостійну аудиторну та домашню роботу студентів.

Наприклад. При вивченні розділу "Диференціальні рівняння першого порядку" важливо на практичному занятті приділити увагу розв'язанню рівнянь з відокремлюваними змінними, підкресливши, що розв'язання інших типів диференціальних рівнянь першого порядку і рівнянь, що допускають зниження порядку, зводяться до розв'язання саме рівнянь з відокремлюваними змінними.

В математичних вказівках за темою "Диференціальні рівняння першого порядку" кожен тип рівняння розглядається окремо. Для кожного типу рівняння наводиться теоретичний матеріал в стислій формі, список літератури, контрольні питання, алгоритм розв'язування рівнянь.

Нами пропонується такий алгоритм розв'язання рівняння з відокремлюваними змінними:

1. Розв'язати рівняння відносно y', тобто привести його до вигляду $y' = f(x, y)$;
2. Замінити y' на $\dfrac{dy}{dx}$ і переконатися в тому, що $f(x, y) = f_1(x) \cdot f_2(y)$, тобто права частина рівняння являє собою добуток двох співмножників, кожний з яких є функцією тільки одної змінної

$$\frac{dy}{dx} = f_1(x) \cdot f_2(y) ; \tag{1}$$

3. Відокремити змінні одна від одної, тобто привести рівняння (1) до вигляду

$$\frac{dy}{f_2(y)} = f_1(x)dx , \quad f_2(y) \neq 0 ; \tag{2}$$

4. Проінтегрувати рівняння (2)

$$\int \frac{dy}{f_2(y)} = \int f_1(x)dx + C ; \tag{3}$$

5. Знайти частинний розв'язок (інтеграл), якщо задані початкові умови задачі

$$y(x_0) = y_0 ; \tag{4}$$

а) для цього в загальний розв'язок (інтеграл) (3) підставити початкові умови (4) і знайти відповідне значення $C = C_0$;

б) записати частинний розв'язок (інтеграл), підставивши в загальний розв'язок (інтеграл) (3) замість C знайдене значення C_0.

Після пояснення нового матеріалу і розв'язання на дошці двох-трьох прикладів можна роздати студентам методичні вказівки і картки з завданнями для аудиторного самостійного опрацювання. На нашу думку, в картці повинно бути три типи завдань (відповідно індивідуальним можливостям і рівням самостійності студентів) по 1-2 диференціальних рівнянь. (Якщо зробити картки окремо по кожному типу завдань і запропонувати студентові картку з завданнями, правильне розв'язання яких оцінюється самими низькими балами, то це може принизити його в очах інших студентів, образити його і відвернути від вивчення математики). Коли студенти виконують цю самостійну роботу, викладач відповідає на їх запитання, дає рекомендації щодо розв'язання рівняння, дає окремим студентам додаткове завдання додому (наприклад, повторити таблицю інтегралів), оцінює їх роботу. Ті студенти, що швидко справилися зі своєю роботою і не зробили помилок при розв'язанні рівнянь, можуть консультувати інших студентів, у яких виникли труднощі при розв'язанні рівняння. При цьому студент, який роз'яснює своєму товаришеві, як розв'язувати рівняння, глибше усвідомлює навчальний матеріал.

На різних етапах навчання самостійна робота студентів може мати різне цільове призначення:

- самостійна робота на повторення опорних знань,
- самостійна робота, спрямована на набуття знань,
- самостійна робота на закріплення знань,
- самостійна робота на повторення набутих знань.

Для самостійного домашнього опрацювання студентам видаються аналогічні картки з завданнями, де кожний тип завдання складається з п'яти рівнянь. Ці рівняння треба розв'язати аналітично та за допомогою комп'ютерної програми Maple або Mathcad.

У вищому закладі технічної освіти на опрацювання теми "Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними" відводиться одна академічна година. Але приступати до нової теми "Однорідні диференціальні рівняння першого порядку" можна лише після високої якості засвоєння попередньої теми.

При проведенні самостійної роботи потрібний систематичний зворотний зв'язок: це контроль з боку викладача і самоконтроль. Студенти повинні мати можливість в ході учіння удосконалювати свої знання, виправляти допущені помилки. Чим точніша інформація про помилку або неправильне розв'язування задачі, тим ефективніша допомога, яка надається студентам.

Для самостійного домашнього опрацювання пакет завдань з теми "Визначений інтеграл і його застосування" складається з трьох комплектів індивідуальних завдань різного рівня складності (по 20 варіантів в кожному комплекті), що оцінюються рейтинговими балами і відповідають оцінкам "задовільно", "добре", "відмінно". Кожний варіант містить три приклади на обчислення визначеного інтеграла (почленне, частинами, заміна змінної), три приклади на обчислення площі плоскої фігури, об'єму тіла обертання, довжини дуги плоскої кривої. Приклади треба розв'язати аналітично та за допомогою комп'ютерної програми Maple або Mathcad.

Кожне індивідуальне домашнє завдання повинно бути вчасно перевірено. Прийом викладачем домашніх самостійних індивідуальних завдань відбувається у визначений термін, при цьому студент повинен розв'язати один-три приклади (кількість прикладів залежить від об'єму та складності завдання, а також від відповідей студента) з його завдання або аналогічні їм в присутності викладача, щоб робота була зарахована та оцінена.

Міра самостійності студента при виконанні індивідуального завдання – важливий показник його успішності в навчанні.

Проведення самостійної роботи повинно мати не епізодичний, а систематичний характер, що сприяє залученню студентів до систематичної роботи в аудиторії й вдома при виконанні індивідуальних завдань.

Самостійна робота збуджує студентів до активної розумової діяльності, сприяє виробленню їх свідомого відношення до систематичної навчальної праці.

В процесі самостійної навчально-пізнавальної діяльності у студентів розвиваються такі якості особистості, як самостійність, продуктивність, гнучкість, ініціативність, увага, наполегливість, витримка, критичність мислення та інші позитивні якості. Таким чином, при проведенні самостійної роботи досягається єдність процесів "засвоєння знань" та розвитку "уміння мислити".

Література:

1. Національна доктрина розвитку освіти України в XXI столітті.–К.: Шкіл. світ, 2002. –24 с.
2. Крилова Т.В. Проблеми навчання математики в технічному вузі.–К.: Вища шк., 1998. –438 с.
3. Концепція базової математичної освіти в Україні. –К.: МО України, Інститут системних досліджень освіти, 1993.–31 с.
4. Буряк В.К. Самостоятельная работа учащихся: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1984.– 64 с.
5. Галант Е.Я. Воспитание познавательной активности и самостоятельности учащихся. – М.: Просвещение, 1969. – 320 с.
6. Дайри Н.Г. Главное усвоить на уроке. – М.: Знание, 1984. – 80 с.
7. Есипов Б.П. Самостоятельная работа учащихся на уроке.–М.: Учпедгиз, 1961. –239 с.
8. Лемберг Р.Г. О самостоятельной работе учащихся //Сов. педагогика. –1962.– № 2.– С. 25-29.
9. Организация самостоятельной работы учащихся на уроке / Под ред. П.И. Пидкасистого.– М.: Педагогика, 1996. – 328 с.
10. Усова А.В. Влияние системы самостоятельных работ на формирование у учащихся научных понятий: Автореф. д-ра пед. наук.– Л., 1970. –38 с.
11. Шамова Т.И. Активизация учения школьников. – М.: Знание, 1979. – 96 с.
12. Лутченко Л.І. Організація самостійної навчально-пізнавальної діяльності учнів 7-9 класів при вивченні математики: Дис. канд. пед. наук: 13.00.02. –К., 2002.– 236 с.
13. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі. –К.: НПУ, 2000. – 210 с.
14. Слєпкань З.І. Методика навчання математики. – К.: Зодіак – ЕКО, 2000.–512 с.
15. Бабанский Ю.К. Рациональная организация учебной деятельности. – М.: Педагогика, 1981. – 96 с.

Кушнірчук В.Й., Кушнірчук Л.В.

Деякі аспекти особистісно орієнтованої системи навчання.

Одним з пріоритетів державної політики розвитку освіти є особистісна орієнтація навчання. Така система навчання математики повинна враховувати особливості засвоєння навчального матеріалу учнями з різними пізнавальними можливостями. <u>Метою даної статті</u> є висвітлення деяких аспектів особистісної орієнтації навчання.

Особистісно орієнтовану систему навчання можна побудувати лише на науковій та методично забезпеченій основі. Філософським фундаментом такої системи навчання є гуманізм – система поглядів, які визнають цінність людини як особистості, її право на свободу, щастя, розвиток і виявлення всіх здібностей. Ця система вважає благо людини критерієм оцінки соціальних явищ, а принципи рівноправності, справедливості – бажаною нормою відношень в суспільстві.

Відбуваються зміни в освітній парадигмі: пропонується інший зміст, інші підходи, інше право, інші відношення, інша поведінка, інший педагогічний менталітет.

Принцип варіативності надає педагогічним колективам навчальних закладів можливість вибору та конструювання педагогічного процесу за будь-якою моделлю, включаючи й авторську.

При цьому важлива організація свого роду діалогу різноманітних педагогічних систем і технологій навчання, апробація на практиці нових форм – додаткових і альтернативних державній системі освіти, використання в сучасних умовах цілісних педагогічних систем минулого.

Особистісно орієнтована система навчання протиставляє авторитарному, позбавленому індивідуальності підходу до дитини в традиційному навчанні – атмосферу любові, турботи, співробітництва, створює умови для творчості і самоактуалізації особистості.

Людина-індивід являє сукупність фізичного та психічного змісту. Психіка людини має дві складові: емоції та свідомість. Свідомість відрізняє людину від тварини, вона відображає навколишній світ в мозку людини і складає основу того, що називають особистістю. Особистість – це психічна, духовна сутність людини, що відображається в різноманітних узагальнених системах якостей. В якостях особистості поєднуються спадкові (біологічні) та набуті за життя (соціальні) складові [3].

1) Рівень темпераменту включає якості, найбільш зумовлені спадковістю, зв'язані з індивідуальними особливостями нервової системи.

2) Рівень особливостей психічних процесів утворюють якості, що характеризують індивідуальний характер сприйняття, відчуття, уваги, пам'яті, мислення, почуття, волі. Розумові логічні операції (порівняння, абстрагування, індукція, дедукція і т.п.) називаються способами розумових дій (умовно – СРД).

3) Рівень досвіду особистості. Сюди входять такі якості, як знання, вміння, навички, привички. Вони формуються в процесі вивчення шкільних дисциплін – ЗУН, і ті, які набувають в трудовій, практичній діяльності – СДП (сфера діяльно-практична).

4) Рівень спрямованості особистості об'єднує соціальні за змістом якості, що визначають відношення людини до навколишнього світу, є спрямовуючою і регулюючою психологічною основою її поведінки: інтереси, погляди, переконання, соціальні установки, ціннісні орієнтації, морально-етичні принципи, світогляд. Всі ці якості становлять основу самоуправлінського механізму особистості (умовно – СУМ).

5) Морально-етичні та естетичні погляди і властивості особистості разом з комплексом відповідних знань презентують сферу естетичних і моральних якостей (умовно – СЕМ).

Гуманно-особистісний підхід ставить в центр шкільної освітньої системи розвиток всієї цілісної сукупності якостей особистості.

Такий підхід повертає школу до особистості дитини, її внутрішнього світу, де заховані ще не розвинуті здібності і можливості. Мета школи – розбудити, викликати до життя ці внутрішні сили і можливості, використати їх для більш повного і вільного виховання особистості.

Гуманно-особистісний підхід до дитини в навчально-виховному процесі – це ключова ланка, комунікативна основа особистісно орієнтованої системи навчання. Вона об'єднує наступні ідеї:

новий погляд на особистість як мету освіти, особистісну напрямленість навчально-виховного процесу;
гуманізацію і демократизацію педагогічних відносин;
відмову від прямого примусу як методу, що не дає результату за сучасних умов;
нове трактування індивідуального підходу;
формування позитивної Я-концепції.

Новий погляд на особистість презентують наступні позиції:

прояв особистості відбувається в ранньому дитинстві, дитина в школі – повноцінна людська особистість;
особистість є суб'єктом, а не об'єктом в педагогічному процесі;
особистість – це мета освітньої системи, а не засіб для досягнення будь-яких зовнішніх цілей;
кожна дитина володіє здібностями, є багато талановитих дітей;
пріоритетними якостями особистості є вищі етичні цінності (доброта, любов, працелюбність, совість, гідність, громадськість і ін.).

Особистісні відносини є важливим фактором, який визначає результати навчально-виховного процесу. Гуманне відношення до дітей включає:

педагогічну любов до дітей, зацікавленість в їх долі;
оптимістичну віру в дитину;
співробітництво, майстерність спілкування;
відсутність прямого примусу;
пріоритет позитивного стимулювання;
терпимість до дитячих недоліків.

Демократизація відношень стверджує:

зрівняння учня і учителя в правах;
право дитини на вільний вибір;
право на помилку;
право на власну точку зору;
дотримання Конвенції про права дитини.

Стиль відношення учителя і учнів: не забороняти, а направляти; не керувати, а співкерувати; не примушувати, а переконувати; не командувати, а організовувати; не обмежувати, а надавати свободу вибору.

У концепції співробітництва важливе місце займають відношення "учитель-учень". Обидва є суб'єктами одного процесу, разом діють, є партнерами, співучасниками; жоден з них не повинен стояти над другим.

Співробітництво у відношенні "учень-учень" реалізуються в загальній життєдіяльності шкільних колективів, приймаючи різні форми (співробітництва, співучасті, співпереживання, співтворчості, співкерування).

Основним підходом до організації системи навчання в сучасній школі залишається класно-урочна система, за якої провідною формою організації навчальної роботи є урок. В межах сучасного уроку особистісно орієнтовані технології самостійними напрямами виділяють гуманно-особистісні технології, технології співробітництва і технології вільного виховання. Вони характеризуються антропоцентричністю, гуманістичною та психотерапевтичною спрямованістю і мають за мету різносторонній, вільний і творчий розвиток дитини.

Монодидактичні технології застосовуються дуже рідко. Переважно навчальний процес побудований так, що конструюється деяка полідидактична технологія, яка поєднує, інтегрує ряд елементів різноманітних технологій на основі якої-небудь пріоритетної авторської ідеї. Така комбінована дидактична технологія може володіти якостями, що переважають якості кожної окремої технології.

Існує думка, що участь дитини в навчальному процесі і є навчальна діяльність. Це те, що дитина робить, перебуваючи на уроці. З точки зору технологій особистісно орієнтованої системи навчання це не так. Цілеспрямована навчальна діяльність (ЦНД) відрізняється від інших видів навчальної діяльності перш за все тим, що напрямлена на одержання не зовнішніх, а внутрішніх результатів, на досягнення теоретичного рівня мислення.

ЦНД – особлива форма активності дитини, напрямлена на зміну самого себе як суб'єкта навчання.

Ознаки ЦНД.

1. Наявність у дитини внутрішніх пізнавальних мотивів, що йдуть від пізнавальних потреб.

2. Наявність мети свідомої самозміни ("Я про це дізнаюсь, зрозумію, розв'яжу"), розуміння і сприйняття дитиною навчального завдання.

3. Позиція дитини як повноцінного суб'єкта діяльності, що самостійно здійснює всі етапи: постановка мети, планування, реалізація мети і аналіз (оцінка) результату.

4. Напрямленість на засвоєння теоретичних ЗУН, СРД, пошук і побудова основ дій, оволодіння загальними принципами розв'язування задач визначеного класу.

5. Учень перебуває в стані дослідника-творця.

6. Рефлексивний характер розгляду основ власних дій.

Згідно Л.С.Виготському, вихідним суб'єктом психічного розвитку є не окрема людина, а група людей. В їх соціально-культурній діяльності і під її вирішальним впливом формується індивідуальний суб'єкт, який на певній стадії становлення набуває автономних джерел своєї свідомості і переходить "в ранг" суб'єкта, що розвивається.

Організувати, направити цей діалог (полілог) – одне з найважливіших завдань учителя. В діалозі "учитель-учень" спостерігається принцип поступового зменшення допомоги і збільшення долі самостійної діяльності дитини.

На відміну від традиційного навчання особистісно орієнтоване пропонує зовсім інший характер оцінки навчальної діяльності. Якість і об'єм виконаної учнем роботи оцінюється не з точки зору її відповідності суб'єктивному уявленню вчителя про посильність, доступність знань учню, а з точки зору суб'єктивних можливостей учня. Тому, якщо учень працює на межі своїх можливостей, він неодмінно заслуговує вищої оцінки, навіть, якщо з точки зору можливостей іншого учня цей результат досить посередній.

Тільки при наявності дидактичного забезпечення, який реалізує принцип суб'єктної освіти, можна говорити про побудову особистісно орієнтованого процесу. Основні вимоги до дидактичного забезпечення:

навчальний матеріал повинен забезпечувати вияви змісту суб'єктного досвіду учня, включаючи досвід його попереднього навчання;

виклад знань в підручнику (вчителем) повинен бути напрямлений не тільки на розширення їх об'єму, структурування, інтегрування, узагальнення предметного змісту, але й на перетворення наявного досвіду кожного учня;

в ході навчання необхідно постійно узгоджувати досвід учня з науковим змістом завдань, що задаються;

активне стимулювання учня до самооцінки освітньої діяльності повинно стимулювати йому можливість самоосвіти, саморозвитку, самовираження в ході оволодіння знанням;

навчальний матеріал повинен бути організований таким чином, щоб учень мав можливість вибору і використанню найбільш значущих для нього способів обробки навчального матеріалу;

навчальний матеріал повинен забезпечувати побудову, реалізацію, рефлексію, оцінку учіння як суб'єктивну діяльність.

Щоб успішно навчати учня, необхідно спочатку вивчити особливості його психічного розвитку, а також особливості пізнавальних психічних процесів, а саме: увагу, мислення, здібності. Тут у нагоді стають різноманітні психологічні дослідження.

Починаючи навчання математиці в 5-ому класі на перших уроках проводжу діагностику особливостей з допомогою певного кола завдань. Мета такої діагностики також – викликати інтерес до математики, до результатів навчальної діяльності. Одне з головних загальнонавчальних вмінь, якими повинен оволодіти учень, є вміння слухати. Пропоную учням уважно вислухати завдання, яке повторюю лише один раз (у таблиці багатоцифрових чисел викреслити цифри 0, 1, 3) і виконати його за 4-5 хвилин. При цьому контролюється розуміння учнем умови та якість виконання завдання. Якщо учень виконав завдання за цей час близько 80% роботи, то в нього добре розвинута увага.

Увага безпосередньо пов'язана з функцією контролю. Пропоную учням 30 вправ на виконання дій з одно -, двоцифровими числами, у деяких результат дії записано неправильно. Завдання учня – знайти за певний час якомога більше допущених помилок (3-4 хвилини, близько 75-80% помилок). Цей вид роботи дає інформацію про сформованість в учнів умінь самоконтролю, уваги і контролю.

Основою процесу навчання є сприймання. У процесі сприймання людина розпізнає предмети, виділяє їх істотні ознаки, підводить під певний клас. Тут пропонуються такі завдання:

– з ряду предметів (понять) вилучити зайвий, який не відповідає спільній ознаці решти предметів (понять);

– доповнити ряд чисел, визначивши ознаку за якою він побудований.

Важливим фактором процесу навчання є пам'ять (слухова, зорова, моторна). Учням читаю послідовність одно-, двоцифрових чисел, яка складається з 3-5 чисел, і протягом однієї хвилини вони повинні відтворити її. Аналогічно демонструється таблиця з послідовністю чисел або зображенням геометричних фігур, і через деякий час учні повинні відтворити її. Або учням пропоную на аркуші паперу в клітинку у квадраті 3×3 накреслити кілька квадратів з вершинами в даних точках. Тут включається ще й моторна діяльність учня.

Під час таких досліджень можна виявити і інтелектуальні можливості учнів, зокрема, просторова уява, конструктивні здібності. Завдання пропоную такі:

– з чотирьох рівних прямокутних рівнобедрених трикутників скласти квадрат, трикутник;

– одним розрізом ножиць вирізати на смужці паперу квадрат, два квадрати;

– підрахувати кількість трикутників у певній конфігурації;

– трьома розтинами розрізати пиріг на 8 рівних частин.

В результаті такого дослідження в 5-А класі було виявлено, що увага розвинута в 63%, пам'ять зорова в 52%, слухова 72%, навички контролю і самоконтролю в 48%, конструктивні здібності 10%. Через рік результати значно покращилися. В результаті застосування психотренінгу (для розвитку пам'яті, фантазії, уяви, асоціативного мислення, усного мовлення) вправ на розвиток логічного мислення конструктивні здібності підвищились до 36%.

Глибокий аналіз психолого-фізіологічних особливостей учнів, запровадження нетрадиційних уроків особистісно орієнтованої системи навчання сприяють активізації пізнавальної діяльності учнів, формуванню в них стійкого інтересу до вивчення математики.

У процесі навчання математиці використовую особистісно орієнтовані технології [3], що мають за мету різносторонній, вільний, творчий розвиток дитини. В своїй роботі використовую технології розвивального навчання. Зокрема, загальнопедагогічні технології Занкова Леоніда Давидовича, Ельконіна Данила Борисовича в співавторстві з Давидовим Василем Васильовичем, які спрямовані на розвиток і становлення всієї сукупності якостей особистості: ЗУН, СРД, СУМ, СЕМ, СДП.

Часто використовую технологію "Укрупнення дидактичної одиниці – УДО". Це – загальнопедагогічна технологія. Її автор Ердніев Пюрва Мучкаєвич, обґрунтував ефективність укрупненого введення нових знань, що дозволяє:

– використовувати узагальнення в поточній навчальній роботі на кожному уроці;

– встановлювати більше логічних зв'язків в матеріалі;

– виділяти головне і істотне в великій дозі матеріалу;

– розуміти значення матеріалу в загальній системі ЗУН;

– виявити більше міжпредметних зв'язків;

– більш емоційно подати матеріал;

– зробити більш ефективним закріплення матеріалу.

Хоча П.М.Ердніев нерідко і перебільшував роль методу навчання великими блоками, в головному слід погодитись. Багато хто з вас переконався на практиці, що коли матеріал зводиться до крупних блоків, то з'являється можливість збільшити обсяг матеріалу, що вивчається, вивільнити час для розв'язування задач. У крупному блоці легше встановити логічні зв'язки, легше виділити головну думку та показати її учням. Звичайно, все залежить від матеріалу. Недоцільно доводити всі формули скороченого множення на одному уроці. Але з власного досвіду можу порадити виклад методом УДО теми "Відсотки". Ознайомившись з усіма типами задач на відсотки та способами їх розв'язання, учні краще визначають тип задачі, і вибирають найбільш зрозумілий спосіб розв'язання. В 9-ому класі при вивченні теми "Розв'язування трикутників" весь теоретичний матеріал та ключові задачі викладаю на спареному уроці. За належної організації уроку доведення теорем вдається повторити кілька разів. У восьмих класах тема "Квадратні рівняння" вивчається двома блоками: "Квадратні рівняння та способи їх розв'язування", "Властивості квадратних рівнянь та їх практичне застосування до розв'язування прикладних задач".

Навчання математиці – це перш за все навчання розв'язуванню задач, тому наступна технологія, яку використовую – це "Технологія навчання математиці на основі розв'язування задач" Хазанкіна Романа Григоровича. За рівнем застосування – це конкретно-методична (предметна технологія), спрямована за орієнтацією на особистісні структури на формування ЗУН+СРД [3]. В системі форм навчальних занять особливу увагу мають нетрадиційно побудовані: урок-лекція, уроки розв'язування ключових задач, уроки-консультації, залікові уроки [4].

Урок-лекція – найскладніший вид уроку. Це не просто переказ, "розжовування" підручника, це трансформація теми через власний досвід вчителя, інтерпретація теми вчителем. В процесі підготовки до лекції вирішую який матеріал освітити самій, який залишити учням для самостійної роботи, що розбирати більш детально. Часом доручаю одному з учнів доповісти одне з питань.

Урок розв'язування ключових задач. Багато задач запропонованих в підручнику дублюють одна одну відрізняючись лише числовими значеннями, фізичним змістом, позначеннями чи іншими не дуже істотними деталями, тоді як їх математична суть одна і та ж. Р.Г. Хазанкін помітив, що по кожній темі можна виділити 7-8 ключових задач, майже всі решта задач зводяться до однієї з них.

Коли алгоритми ключових задач засвоєні, необхідна база фундаментальних знань, вмінь, навичок закладена, можна переходити до нестандартних завдань, щоб задовольнити потреби тих учнів, які проявляють інтерес до математики.

Особливе значення для контролю динаміки знань і навичок має урок-консультація. Напередодні такого уроку учні одержують домашнє завдання – підготувати за даною темою картки з умовами задач, які вони не можуть розв'язати самі. Оскільки дата проведення такого уроку відома зарання, то це спонукає їх до пошуку і відбору найбільш цікавих задач. Якщо клас не дає відповіді на запитання, вчитель розв'язує сам. Ситуація, коли вчитель не справився з задачею, активізує роботу учнів. Пошук розв'язання такої задачі стає спільною справою, зближує всіх, робить однодумцями вчителя. Найчастіше в результаті спільного пошуку задача одержує розв'язок. Емоційний підйом при цьому одержують всі і вчитель, і учні.

До уроків-заліків готуємось протягом вивчення теми. Залік – це свято, до якого готуються всі в міру своїх можливостей. Це – шанс покращити результат, порадувати вчителя і однокласників своїми досягненнями. В кожному класі є група консультантів, яка допомагає мені об'єктивно, з економією в часі опитати всіх. Заліки проводяться усній, письмовій, а найчастіше комбінованій формі. Така співпраця вчителя і учнів формує особливу традицію взаємної вимогливості учнів, відсутності формалізму в оцінці знань. Оцінка перестає бути фетишем.

Урок-залік за темою "Квадратні корені" був проведений за таким сценарієм. На першому уроці з даної теми учні були ознайомлені з переліком теоретичних запитань, які виносяться на атестацію. Протягом вивчення теми проведено поточну і підсумкову контрольні роботи, попередню атестацію.

Кожний учень одержує атестаційний лист, в який внесені оцінки за контрольні роботи, попередню атестацію, оцінка за зошит, а також оцінка-допуск – думка вчителя про рівень на якому б він міг скласти атестацію. Хоч учень самостійно вирішує, на якому рівні йому атестуватись. На партах заготовлені рівневі завдання. Починається урок з перевірки четвертого рівня, для того, щоб решта учнів почули і побачили, як потрібно відповідати. Учні, які атестуються на високий рівень діляться на дві групи. Перша група виконує на дошці практичні завдання, а друга здає теорію. Кожний тягне по три білети, на які потрібно дати вичерпну відповідь. Далі групи міняються місцями.

В цей час клас виконує рівневі завдання по вибору. Ці учні сидять в крайніх рядах. Учні, що атестуються на високий рівень сидять в центральному ряду. Після здачі атестації та повідомлення оцінок учні повертаються на свої місця. Середній ряд стає консультаційним пунктом. Учні, які підтвердили високий рівень знань допомагають вчителеві приймати залік. На останній парті консультанти перевіряють письмові роботи учнів, які писали рівневі роботи на крайніх рядах. Решта консультантів перевіряють знання теорії. В атестаційних листах є графа теорія. Учень, який відповідає, одержує бали за кожне з дванадцяти запитань теорії.

Перевіряючий підсумовує бали. Далі атестаційний лист здається консультантам, що перевіряють практичні завдання. В графу "практика" перевіряючі вносять оцінку і повертають атестаційний лист вчителю, який виставляє остаточну оцінку аргументуючи її.

Учні з крайніх рядів (після здачі теорії), які зробили помилки в роботах і хочуть їх виправити, виконують на дошці завдання. Це дає можливість одночасно провести корекцію знань. Така форма проведення атестації дозволяє грунтовно перевірити наявні знання, сприяє самоорганізації, взаємоконтролю і самоконтролю, співпраці вчителя і учнів.

До проведення атестації на допомогу вчителю можна залучити старшокласників. Для цього вчитель повинен підготувати їх: ознайомити з обсягом навчального матеріалу, який виноситься на атестацію, критерієм оцінювання.

Після написання контрольної роботи корекцію знань і вмінь проводимо в такій формі. Учні, які підтвердили високий рівень знань, стають консультантами і допомагають (при потребі) іншим учням, що дозволяє економити час, сприяє взаємонавчанню.

Ще одна технологія, яку ми використовуємо на практиці – це "Технологія інтенсифікації навчання на основі схемних і знакових моделей навчального матеріалу". Її автор Шаталов Віктор Федорович. За рівнем застосування технологія загальнопедагогічна, за орієнтацією на особистісні структури – інформаційна - ЗУН.

Матеріал вводиться великими дозами. Оформлення матеріалу у вигляді опорних схем-конспектів. І хоча технологія не прижилася, та все ж її елементи ми використовуємо на практиці.

Сучасні російські психологи довели, що учень найкраще засвоює матеріал в процесі спільної діяльності та навчаючи інших. Тому розглянемо, що таке інтерактивне навчання. Існують такі моделі навчання: пасивна (репродуктивна, без елементів творчості, учні спілкуються тільки з учителем, учень – об'єкт навчання); активна (учень – суб'єкт навчання, запитання від учня до вчителя і навпаки); інтерактивна (взаємодія, учні спілкуються з учителем і між собою) [2]. Інтерактивні технології – це така організація праці, за якої неможлива неучасть школяра у колективному процесі, заснованому на взаємодії всіх учасників цього процесу. Інтерактивні технології не вибираються для певних навчальних завдань, а самою структурою визначають кінцевий результат.

Пояснення нового матеріалу і ознайомлення з ключовими задачами часто завершуємо інтерактивною грою. Учні об'єднуються в групи. Кожна одержує свій комплект задач та задач своїх суперників. Після обговорення групою, розв'язання повідомляється класу (з однієї групи можна виступати тільки один раз). Решта груп задають по ходу запитання і доповнюють та виправляють помилки та неточності. Розв'язки задач, які потребували творчого підходу записуємо на дошці.

В класах з поглибленим вивченням математики, де учні мають стійку внутрішню мотивацію, стало традицією проведення уроків з використанням інтерактивних технологій. Урок за темою "Рівняння вищих порядків, розв'язування яких зводиться до квадратних рівнянь" проводимо в такій формі. Заздалегідь (за 10 днів до проведення уроку) учням повідомляються тема та зміст семінару, питання теорії, які слід повторити, рівняння, які потрібно розв'язати та оформити до захисту розв'язань перед іншими учнями класу, список літератури.

Клас об'єднується на п'ять груп, які на семінарі по черзі захищатимуть розв'язані рівняння. У кожній групі обирається консультант. Учитель проводить додаткове заняття з консультантами, які повинні вміти розв'язувати всі рівняння, що будуть розглядатися на семінарі. Протягом часу, що передує семінару, вчитель контролює хід підготовки до нього. В результаті дослідницько-пошукової роботи учні створюють довідник, який на уроці стає опорою для всіх учасників навчального процесу. Це дає змогу учням з різними пізнавальними можливостями добре засвоїти матеріал і швидко відновити набуті знання та вміння в старших класах.

Урок узагальнення і систематизації знань за темою "Напрями і числа" в шостому класі проводиться у формі науково-практичної конференції.

По ходу вивчення теми було створено наукову лабораторію. Клас за бажанням поділено на п'ять дослідницьких груп, кожна з яких вибрала об'єкт дослідження.

Назви груп: "Модуль", "Раціональні числа", "Координатна площина", "Координатна пряма", "Симетрія". По периметру класу розташовані круглі столи для кожної групи. На столах назви груп, емблеми створені учнями. В кожній групі є старший науковий керівник та консультант.

Протягом вивчення теми кожній групі потрібно було створити опорні конспекти (плакати) та на уроці, в відповідний час, захистити їх, а також аргументувати вибір тематики довільним способом (математичним, літературним,...).

Кожний етап уроку проходить у взаємодії учнів. Кожна відповідь обговорюється групою. Представник групи знайомить клас з прийнятим рішенням.

В ході вивчення теми та проведених досліджень діти склали алгоритм розв'язування рівнянь та нерівностей з модулями, в якому застосовується геометричний зміст модуля, оскільки в підручнику пропонуються подвійні нерівності (підмодульний вираз – лінійний двочлен). Це дає можливість перевіряти їх усно і носить пропедевтичний характер для вивчення методу інтервалів (для рівнянь, виразів з модулями) в класі з поглибленим вивченням математики.

Зміст алгоритму.

1. Знайдемо центр симетрії розв'язків рівняння (нерівності). Для цього знаходимо нулі підмодульних виразів.

2. З'ясовуємо на якій відстані від центра симетрії знаходяться розв'язки (множини розв'язків) рівнянь (нерівностей).

3. Записуємо їх.

Приклад застосування алгоритму.

Розв'яжемо нерівність: $2 \le |x-3| \le 5$.

Центр симетрії: $x-3=0$, звідси $x=3$. Вліво і вправо від центра симетрії розв'язки знаходяться на відстані більшій або рівній двом одиничним відрізкам але меншій або рівній п'яти таким відрізкам. Справді вліво від трійки такою множиною є відрізок $[-2;1]$, а вправо – $[5;8]$.

При вивченні теми "Прості числа" учні знаходять їх за допомогою алгоритму решета Ератосфена або ж користуються таблицею простих чисел Оскільки такі способи не завжди доступні або трудомісткі, то ми застосовуємо алгоритм, який стає в пригоді і в старших класах. Якщо натуральне число р, більше від одиниці, не ділиться на жодне з простих чисел, квадрати яких не перевищують р, то число р просте. Учні добре запам'ятовують прості числа перших трьох десятків, тому застосування такої властивості не складає труднощів. Число 127 – просте, оскільки не ділиться на жодне з простих чисел (2,3,5,7,11) квадрати, яких не перевищують числа 127, а квадрат наступного числа – 13 дорівнює 169 і є більшим від заданого числа.

Відшукання таких локальних методик активізує пізнавальну активність учнів, стимулює до творчого пошуку нових родзинок, якими не завжди користуються їхні ровесники.

Щоб школярі краще сприймали матеріал, спочатку бажано створити відповідну атмосферу: стимулювати вчення, викликати інтерес до даної теми, взагалі – привернути увагу. Ось чому найважливішими групами методів навчання математики у сучасній загальноосвітній школі Г.П.Бевз вважає такі [1]:

методи активізації уваги учнів (метод мотивації учіння, метод збудження інтересу, метод проблемних ситуацій, метод стимулювання учнів);

методи викладу нового матеріалу (метод доцільності задач, конкретно-індуктивний та абстрактно-дедуктивний методи, сократичний та евристичний методи, дослідницький метод, метод укрупнення дидактичних одиниць, поскриптивний та інскриптивний методи);

методи закріплення знань та вмінь (метод повторень, метод вправ);

методи навчання розв'язання задач (метод поступового ускладнення задач, метод евристичних наставлянь).

Використання на уроці новітніх технологій може не дати позитивного результату (потрібно враховувати доцільність такого використання), тому головним критерієм застосування педагогічної технології є її ефективність та результативність.

Темпи розвитку особистості індивідуальні, і завдання вчителя – не вивести всіх на деякий, заданий рівень знань, вмінь і навичок, а вивести особистість кожного учня в режим розвитку, пробудити в учня інстинкт пізнання, самовдосконалення.

Література:

1. Бевз Г.П. Методи навчання математики. – Х.: Вид. група "Основа", 2003. – 96с. – (Серія «Бібліотека журналу „Математика в школах України"»; Вип.4).
2. Пометун О.І., Пироженко Л.В. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: Наук. метод. посібн. / За ред. О.І.Прометун / – К.: Видавництво А.С.К., – 2004. – 192с.
3. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии. М.: Народное образование., 1998. – 256с.
4. Халамайзер А.Я. Об опыте работы учителя Р.Г.Хазанкина // Математика в школе. – 1987.– №4. – С.16–19.

Прус А.В.

НПУ імені М.П.Драгоманова

Чинники прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії.

Сьогодні ідеї гуманізації та гуманітаризації освіти, зокрема, математичної освіти – це основні ідеї для методичної роботи вчених та методистів, учителів у напрямку реформування освіти. За висновками Г.І.Саранцева, реалізація вказаних ідей передбачає залучення учнів до духовної культури, до творчої діяльності і вимагає так організувати учбовий процес, щоб знання мали для учня особистісний сенс, і при цьому враховувались би індивідуальності учнів [1, с.4].

У зв'язку із сказаним, нас цікавить шкільний предмет геометрія, а саме – стереометрія. Як наголошував І.Ф.Шаригін, геометрія є феноменом загальнолюдської культури, людина не може по справжньому розвиватися культурно та духовно, якщо вона не вивчала у школі геометрію [2, с.2]. Тому важливим є завдання привернення уваги учнів до вивчення вказаного предмету. На нашу думку, одним із напрямків вирішення проблеми навчання стереометрії, керуючись ідеями гуманізації та гуманітаризації – це її прикладна спрямованість. Оскільки основний зміст прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії полягає в тому, щоб знання, уміння та навички, які здобуває кожен учень у процесі її вивчення можна було використовувати для власних потреб (продовження навчання, здобування професії та вдосконалення майстерності в обраній сфері тощо). Тобто, при вказаному підході на першому місці знаходиться учень як особистість, його розвиток, його потреби.

Проте проблема реалізації прикладної спрямованості математики, зокрема, стереометрії ще не знайшла повного розв'язання. Загальними питаннями прикладної спрямованості займались наступні вчені-методисти: А.С.Адигозалов, Г.П.Бевз, Б.В.Гнеденко, Ю.М.Колягін, В.В.Фірсов, З.Я.Хаметова та ін. В їх роботах, зокрема, сформульовані умови та основні засоби реалізації прикладної спрямованості, дано визначення поняття прикладної спрямованості. Підкреслювалась необхідність формування в учнів правильних уявлень про математику і її застосування, оволодіння учнями елементами математичної культури, що відносяться до трьох етапів застосування математики під час розв'язування задач (формалізації, розв'язування задач всередині побудованої моделі, інтерпретації). Окремі аспекти вирішення вказаної проблеми висвітлені в роботах А.Д.Александрова, І.Бекбоєва, С.С.Варданяна, Г.Д.Глейзера, Л.Карамова, М.Мирзоахмедова, Я.І.Перельмана, Л.О.Соколенко та ін. Так, досліджувалась проблема прикладної спрямованості окремих шкільних предметів математичного циклу, розглядалась методика використання системи прикладних задач, прикладів дієвості математичних методів дослідження дійсності та проведення лабораторних робіт, аналізувались міжпредметні зв'язки в контексті прикладної спрямованості тощо.

На нашу думку, кожен із перелічених вище чинників прикладної спрямованості може вирішити означену проблему лише якщо буде задіяний у певній системі, причому за провідної ролі мотиваційного фактору, який є одним із основних чинників дійсної прикладної спрямованості (відомо, що успіх, який досягає людина у своєму житті, лише на 20-30% залежить від його інтелекту, а на 70-80% - від мотивів [1, с.4]).

Отже, завданнями даної статті є: 1)обгрунтувати важливість мотиваційного фактору для здійснення прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії; 2)розглянути питання прикладної орієнтації цілей вивчення предмету; 3)показати роль т'юторського підходу для підвищення мотивації вивчення курсу стереометрії.

Ми вже наголошували, як важливо учням якісно опанувати такий шкільний предмет як стереометрію. Для цього учні повинні включитись у відповідну навчальну діяльність. Успіх у будь-якій діяльності, як пише у своїй роботі С.С.Занюк, залежить не лише від здібностей і знань, а й від мотивації. Чим вище рівень мотивації, тим більше мотивів спонукають людину до діяльності, тим більше зусиль вона схильна докладати [3, с. 9]. Як відомо, мета є потужним мотиваційним фактором. Вона стимулює, активізує, організовує дії людини. Для учнів мета вивчити той чи інший предмет, у нашому випадку – стереометрію, є зовнішньою вимогою. Вона висувається суспільством, учителем, батьками, сторонньою людиною, а не являється особистісно-значимою. Проте доки зовнішня вимога не стане метою суб'єкта, годі сподіватися на активність людини.

У науково-методичній літературі, наприклад, у навчальному посібнику [3], виділяють ряд загальних заходів для перетворення зовнішніх завдань у мету суб'єкта. Сформулюємо їх по відношенню до стереометрії. Для того, щоб завдання вивчити стереометрію було внутрішньою метою учня, потрібно забезпечити виконання наступних завдань.

1. Чітке формулювання мети діяльності (які стереометричні знання, вміння та навички потрібно набути, що потрібно опрацювати тощо). Причому, конкретизація мети, розробка проміжних цілей – важливий мотиваційний фактор.
2. Усвідомлення значення діяльності (для чого необхідна ця діяльність, що вона принесе кожній конкретній особистості).
3. Визначення засобів досягнення мети (яким чином краще вивчати стереометрію, що потрібно для цього використовувати).
4. Аналіз труднощів досягнення мети і способів їх подолання.
5. Забезпечення самоконтролю (наскільки успішно відбувається просування до цілі).

Загальна концепція прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії теж передбачає виконання системи заходів. Ми окреслимо її таким чином.

1. Прикладна орієнтація цілей вивчення всього курсу стереометрії в цілому, окремих блоків та тем стереометрії.
2. Систематичне використання прикладної складової курсу стереометрії та прикладна орієнтація суто стереометричного матеріалу.
3. Вивчення стереометрії відбувається за допомогою попереднього системно-структурного розподілу стереометричного матеріалу. В ході вивчення неодноразово використовується метод математичного моделювання в явному вигляді.
4. Подолати труднощі, які виникають під час вивчення стереометричного матеріалу (складність дедуктивних доказових міркувань; абстрактність матеріалу, особливо, перших тем стереометрії; оперування трьохвимірними об'єктами, зображеними на площині; досить великий обсяг важливого стереометричного матеріалу, яким необхідно вміти оперувати тощо) допомагають засоби прикладної спрямованості: як то опора на реальні предмети, виготовлення моделей многогранників у техніці орігамі, розв'язування прикладних задач, можливість застосування елементів т'юторського підходу, використання спеціальних карток учбово-математичних теорій для планування своєї діяльності та її контролю, широке застосування комп'ютерних технологій.
5. Бажаним є проводити вивчення стереометричного матеріалу укрупненими блоками.

Оскільки ми вважаємо прикладну орієнтацію цілей (перші пункти у приведених переліках) найбільш потужним фактором мотиваційного підкріплення вивчення стереометрії, то зупинимось на ньому докладніше.

Цілі вивчення вказаного предмету мають містити відповідь на запитання, чому старшокласники повинні вивчати саме стереометрію, а не який-небудь інший шкільний предмет. Це і буде прикладна орієнтація цілей даного рівня для учнів. В тій інтерпретації, якій цілі подані зараз у програмі, учням незрозуміла мета вивчення цього предмета з точки зору їх інтересів та потреб. У програмі записано: "Мета вивчення геометрії в 10-11 класах – систематичне вивчення властивостей геометричних просторових фігур; розвиток просторових уявлень і уяви; засвоєння способів зображення просторових фігур на площині; обчислення площ поверхонь і об'ємів геометричних тіл і подальший розвиток логічного мислення" [4]. Зрозуміло, що така редакція цілей потрібна для вчителів (програма і є переважно документом лише для вчителів). Але навчальна діяльність учнів теж обов'язково передбачає першим етапом планування, тобто, перш за все, потребує ясного визначення її цілей.

Перебираючи можливі цілі викладання шкільної стереометрії, ми повинні, звичайно, переформулювати або роз'яснити в термінах значимості для молодої людини такі відсторонені і незрозумілі учневі цілі, як розвиток просторової інтуїції і виховання логічного мислення. Як підкреслював Я.І.Перельман [5, с.7], ці цілі можуть ставитись учителем, але для учня являються лише результатом вивчення геометрії, а не заздалегідь усвідомленою метою. Така мета як пізнання властивостей геометричних фігур – могла б слугувати для учня дійсним стимулом лише в тому випадку, якби він відчував потребу знати ці властивості. Саме ж по собі вивчення властивостей ідеалізованих геометричних фігур, не може більшості учнів здаватись потрібною та осмисленою роботою. І доти в очах учня єдине застосування властивостей геометричних фігур полягає лише в тому, що за допомогою них виводяться інші геометричні властивості, які в свою чергу слугують для обґрунтування нових, - не можна чекати, щоб така мета могла зацікавити учнів.

Зрештою, як учні можуть ознайомитись з метою вивчення стереометрії? Перший спосіб. Мету у вступній бесіді на початку опрацювання нового предмету, як правило, повідомляє вчитель. Знову ж постає питання, а в якому вигляді вона буде сформульована: як у програмі (тоді це швидше за все, пройде поза увагою учнів) чи адаптована певним чином до потреб старшокласників? Проте останнє не так просто виконати навіть для досвідченого вчителя, враховуючи відсутність подібної практики і потрібних вказівок у методичній літературі. Можливий інший спосіб ознайомитись з метою вивчення нового предмету. Цілі вивчення стереометрії для учнів часто сформульовані у підручниках. Розглянемо шкільні підручники стереометрії з цієї точки зору.

В підручнику О.В. Погорєлова [6] відсутні будь-які повідомлення щодо того, чому потрібно опанувати стереометричними ЗУН, як їх можна буде використати.

В підручнику Г.П.Бевза [7] у передмові до учнів чітко сформульовано основну мету вивчення стереометрії: "Дати мінімум знань про геометричні фігури в просторі, необхідні для більшості спеціалістів. А ще – розвивати просторову уяву та логічне мислення учнів." Далі в передмові розкривається, людям яких спеціальностей потрібна просторова уява, йдеться про необхідність геометричних знань багатьом фахівцям (які використовують геометричні форми) та навіть філософам і гуманітаріям. На доведення останнього твердження приводяться висловлювання видатних людей Платона, Феофана Прокоповича та Ле Корбюзьє. На нашу думку, подібне формулювання цілей вивчення стереометрії за змістом є найближчим до бажаного (щодо прикладного спрямування). Лише, на нашу думку, потрібно додатково сказати про необхідність розвитку логічного мислення та геометричних ЗУН не лише для професійної діяльності у майбутньому, але і у теперішньому часі для повсякденного життя, для успішного продовження навчання. Необхідність стереометрії для спеціалістів гуманітарного напряму теж потребує розкриття.

Проаналізуємо також із вказаної точки зору пробний підручник В.О.Тадеєва [8]. У попередньому слові до учнів сформульовані причини корисності вивчення даного предмету. Серед них: вивчення стереометрії розвиває та шліфує мислення (образне та логічне), вона є джерелом естетичних відчуттів. На підкріплення сказаного приводься висловлювання Платона та М.В.Ломоносова та ін. Ще один із аргументів корисності геометрії – поширеність геометричних термінів не лише у природничих, технічних та гуманітарних науках, мистецтвознавстві, але і розмовній мові. Тут же автор приводить приклади. Учень, безсумнівно, дізнається досить багато цікавого про необхідність стереометрії для себе. Але цілі вивчення стереометрії записані у підручнику в неявному вигляді, їх потрібно "вишукувати" впродовж читання передмови. Також потребує розширеної аргументації потрібність просторового та логічного мислення (яке розвиває вивчення стереометрії) та власне стереометричних ЗУН для старшокласників, їх застосовність.

Який був стан справ відносно цілей навчання стереометрії у деяких підручниках, які використовувались раніше? У підручнику А.П.Кисельова [9] відсутні будь-які пояснення необхідності вивчення стереометрії. В неявному вигляді сформульовані цілі вивчення даного предмету в підручнику В.М.Клопського та ін. [10]. Так, говориться про велике значення стереометрії для підготовки до практичної діяльності (без пояснення та наведення прикладів) та йдеться про те, що засвоєння стереометричних відомостей дає глибше, повніше усвідомити властивості реальних предметів, які створюються природою та людьми (знову ж без обгрунтування).

Звернемось до зарубіжних підручників геометрії. В польському підручнику математики для III та IV класів, де поряд із курсом алгебри міститься і курс стереометрії, зовсім відсутні будь-які відомості щодо цілей вивчення вказаних предметів [11]. Розглянемо як сформульовані цілі вивчення геометрії (зокрема, стереометрії) в підручнику для старших класів американських шкіл [12]. Підручник містить і планіметрію, і стереометрію. Перед першим розділом - лист до учнів, підписаний авторами, який називається: "Чому вивчають геометрію?". Лист містить чотири чітко виділених (логічно та поліграфічно) тезиси, які можна вважати цілями вивчення геометрії, виділеними авторами підручника. Перерахуємо їх в тому ж порядку: геометрія корисна; геометрія розвиває; геометрія логічна; геометрія являється візуальним підгрунтям для арифметики та алгебри. Кожен тезис коротко обгрунтовано. Нам імпонує така форма подачі цілей вивчення стереометрії, хоча зміст, точніше, розкриття тезисів потребує корекції стосовно пріоритету цінностей для молоді різних країн.

Пропонуємо, враховуючи попередній досвід та власне бачення, визначити цілі вивчення стереометрії для учнів, виходячи з їх інтересів та потреб наступним чином. Звичайно, що основою будуть слугувати дійсні цілі вивчення стереометрії, визначені нормативними документами.

1. Розвиток мислення. Систематичне вивчення шкільного курсу стереометрії формує логічне, креативне та доказове мислення. Як відомо, людьми, які розуміють, що таке доведення, важко і навіть неможливо маніпулювати [13, с.3]. Розвиток мислення принесе вам радість самостійного пізнання. Таке мислення допоможе вам оволодівати майбутньою професією у вищому навчальному закладі, стане в пригоді під час пошуків роботи по закінченню навчання або паралельно з ним, спростить процес підвищення своєї кваліфікації тощо. Ви отримаєте здатність адаптуватись до умов, що змінюються.

2. Розвиток просторових уявлень та уяви. Вони необхідні людині для орієнтації в навколишньому середовищі і в розвинутій формі істотні для багатьох видів діяльності. Просторова уява потрібна кваліфікованому робітнику, інженеру, архітектору, авіатору, скульптору і т.д. Розвинене просторове мислення збагачує внутрішній світ людини, даючи їй можливість створювати у собі та споглядати різноманітні картини [14, с.57].

3. Систематичне вивчення властивостей геометричних просторових фігур, обчислення їх площ поверхонь та об'ємів. Засвоєння способів зображення просторових фігур на площині. Вказане вище знадобиться багатьом із вас під час продовження навчання. Також набуті знання, уміння та навички (далі – ЗУН) дадуть вам новий – геометричний спосіб розгляду світу. Це корисно, оскільки в оточуючому середовищі безліч геометричних об'єктів: ви повинні вміти їх правильно назвати, зобразити (наприклад, потрібно буде

будь-якій іншій людині – дизайнеру, будівельнику, кравцю тощо передати інформацію щодо реальних або існуючих у вашій уяві об'ємних тілах). У побуті також потрібно буде досить часто використовувати геометричні ЗУН (наприклад, під час ремонту квартири самостійно обчислити необхідну кількість фарби, рулонів шпалер тощо). Для частини із вас означені ЗУН стануть необхідним елементом професії (архітектори, стилісти, диспетчери та ін.). Наша мова пронизана термінами, які взяті із геометрії. Це, наприклад, вислови "загнати у кут", "лежати в одній площині", "знаходитись на вершині", "через призму часу", "грані таланту", "сфера інтересів" тощо. Фактично, в інтелектуальному багажі кожної освіченої та успішної людини має бути вагома геометрична частина.

4. Подальше виховання естетичного смаку. Виховання екологічної культури. Визначення місця стереометрії в системі шкільної освіти. Ви відчуєте багатогранність зв'язків предмету стереометрії з предметами фізикою, алгеброю, хімією, географією та гуманітарними науками. Ви навчитесь використовувати ці зв'язки для особистих навчальних цілей. На заняттях стереометрії ви обов'язково дізнаєтесь про її естетичний потенціал, про роль стереометрії в архітектурі, живописі тощо.

5. Моделювання. Застосування здобутих геометричних знань, вмінь та навичок для розв'язування різноманітних реальних задач. Кожного разу, якщо ви будете вирішувати за допомогою математичних засобів (обчислень, вимірювань тощо) певні реальні задачі, потрібно виконувати одні і ті ж стандартні етапи, характерні для математичного моделювання. У дієвості цього методу ми будемо з вами переконуватись не тільки протягом вивчення курсу стереометрії, а і потягом вашої майбутньої діяльності.

Ми не претендуємо на найкращий варіант орієнтації цілей вивчення шкільного курсу стереометрії, але приведена редакція може бути основою для подальшої корекції вчителем, враховуючи профіль, рівень класу та учнів. Роз'яснення цілей вивчення стереометрії також має бути насичене професійно-значимим матеріалом для кожного конкретного класу. У залежності від профілю, доцільно ставити наголос на тій чи іншій меті. Наприклад, для гуманітарних класів доцільно виділити першу, третю та четверту ціль тощо.

Зауважимо, що на нашу думку, форма (не зміст!), в якій повинні бути сформульовані цілі вивчення всього курсу (як і окремих блоків та тем) має мати рекламний характер, якщо висловлюватись у термінах нашого часу. Перефразуючи відому фразу, реклама цілком може стати рушійною силою навчання. Особливо, якщо мова йде про рекламу такого суспільно значимого предмету як геометрія. Реклама досягає успіху, якщо вона запам'ятовується. Це досягти можливо за допомогою часового фактору (неприйнятно у випадку стереометрії, якщо взяти до уваги загальний час, що відведено для її вивчення) або яскравості подачі рекламної інформації. Тому дуже важливо з метою наближення стереометрії до інтересів дитини, грамотно провести саме перше заняття презентацію основних ідей шкільного курсу стереометрії. Використання комп'ютерних технологій, на нашу думку, є надзвичайно важливим на цьому етапі. Можливо, не зовсім коректно змішувати поняття освіти та бізнесу, проте вони вже мають свої спільні області і, думаємо, прийшов час більш активно це використовувати.

Для формулювання цілей вивчення стереометрії для старшокласників у прикладному напрямку можна використати інший підхід. Назвемо цей підхід т'юторський. "Т'ютор" в перекладі з англійської мови означає "наставник". Це поняття, швидше за все, з'явилось у зв'язку із специфічною системою отримання освіти в університетах Оксфорда та Кембриджа. Нагадаємо, що ці університети висували свої вимоги лише на екзаменах, і студент повинен був сам обирати шлях, яким він досягне знань, необхідних для отримання ступеня. Людиною, яка допомагала знайти свій шлях, був т'ютор. Т'юторський підхід передбачає рухатись у зворотному напрямку: від інтересів учня до предмету. Тобто, він не нав'язує, не примушує, а створює ситуацію, яка виявляє потребу у вивченні, наприклад, стереометричного матеріалу. Фактично, це означає, що потрібно для кожного профілю, навіть професії визначити степінь значимості геометричних ЗУН та визначити той обов'язковий "геометричний набір", який потрібен кожному для реалізації своїх планів, фахових та особистих. Щоб здійснити такий підхід, потрібно досконало вивчити необхідні ЗУН для основних, найбільш поширених та "модних" професій (яких чимало), щоб перейти від них до необхідності вивчати ті чи інші геометричні теми і сам курс стереометрії. Незважаючи на означені труднощі його здійснення, на наш погляд, це досить перспективний підхід, який може стати темою окремого дослідження.

Форму повідомлення учням цілей вивчення предмету учитель може обрати самостійно. Ми рекомендуємо це зробити у вигляді моно розповіді вчителя із обов'язковим залученням наочності (прикладів, які ілюструють сказане: фото, таблиці, предмети) та засобів комп'ютерної підтримки.

Таким чином, орієнтація цілей вивчення систематичного курсу стереометрії, наприклад, в поданому варіанті, допоможе створити мотивацію вивчення курсу. Щоб підтримати її, необхідно продовжувати дану роботу на кожному занятті, вивчаючи окремі теми та блоки стереометричного матеріалу.

У подальшому ми плануємо розглянути питання інших чинників прикладної спрямованості для підвищення мотивації вивчення стереометрії.

Література:

1. Саранцев Г.И. Методика обучения математике на рубеже веков. //Математика в школе. - №7. – 2000. – с.2-5.
2. Шарыгин И.Ф. Нужна ли школе XXI века Геометрия? // Математика. – 2004. - №12.
3. Занюк С.С. Психологія мотивації: Навч. посібник. – К.: Либідь, 2002. – 304с.
4. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5-11 класи. (Затверджено Міністерством освіти і науки України №1/11-3580 від 22.08.2001).

5. Перельман Я.И. Практические занятия по геометрии. – Л.,1924. – 120с.
6. Погорєлов О.В. Геометрія: Стереометрія: Підруч. для 10-11 кл. серед. шк. – 4-те вид. – К.: Освіта, 1998. – 128с.
7. Бевз Г.П. Геометрія: Підруч. для 10-11 кл. загальноосіт. навч. закладів / Г.П.Бевз, Н.Г.Владімірова. – К.: Вежа, 2002. – 224с.
8. Тадеєв В.О. Геометрія. Основи стереометрії. Многогранники: Дворівневий підручник для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів /За ред. В.І.Михайловського. – Тернопіль: навчальна книга – Богдан, 2003. – 384с.
9. Кисельов А.П. Геометрія. Частина друга. Підручник для IX-X класів середньої школи. – К.: Рад. школа, 1957. – 96с.
10. Клопський В.М., Скопець З.А., Ягодовський М.І. Геометрія: Навчальний посібник для 9 і 10 класів середньої школи. – К.: Рад. школа, 1982. – 256с.
11. Krzysztof Klaczkow, Marcin Kurczab, Elzbieta Swida. Matematyka dla licealistow. – Warszawa, 2001. – 311.
12. Richard Rhoad, George Milauskas, Robert Whipple. Geometry for Enjoyment and Challenge. – Evanston, Illinois, 1991. – 770.
13. Шарыгин И.Ф. Нужна ли школе XXI века Геометрия? // Математика. - №12. – 2004. – с.2-4с.
14. Александров А.Д. О геометрии. // Математика в школе. - №3. – 1980. – с.56-62.

Спусканюк Л.В., Яценко С.Є.
НПУ імені М.П. Драгоманова

Стан проблеми особистісно орієнтованого навчання у психологічно-педагогічній літературі.

Суспільна проблема. Система освіти у будь-якій країні покликана сприяти реалізації основних задач соціально-економічного і культурного розвитку суспільства, бо саме школа готує людину до активної діяльності у різних сферах життя суспільства. Сьогодення висуває нові вимоги до національної системи освіти, які відображені у державних програмних документах. Так, у Концепції 12-річної загальної середньої освіти одним з пріоритетних напрямків розвитку національної школи є "...створення передумов для всебічного розвитку і саморозвитку особистості, індивідуалізації і диференціації навчання, переходу на особистісно зорієнтовані педагогічні технології" [6, с. 18].

Таким чином, головний стратегічний напрямок розвитку системи шкільної освіти лежить на шляху розв'язання проблеми особистісно зорієнтованої освіти – такої освіти, де особистість дитини знаходиться у центрі уваги педагога, психолога, у якому учіння, а не викладання є провідним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питаннями розвитку особистості дитини у процесі навчальної діяльності займалися провідні педагоги і психологи: І.Д.Бех, Л.І.Божович, Л.С.Виготський, П.Я.Гальперін, В.В.Давидов, Л.В.Занков, О.М.Леонтьєв, І.Я.Лернер, І.С.Якиманська та інші.

Теоретичне обгрунтування різних моделей особистісно зорієнтованого навчання проводили: І.Д.Бех, О.В.Бондаревська, О.О.Леонтьєв, В.В.Рибалка, В.В.Сериков, Г.К.Селевко, І.С.Якиманська та інші.

Різні аспекти розвитку особистості учня у процесі математичної освіти розглянуті у роботах Е.Г.Гельфман, Г.В.Дорофєєва, Л.Г.Петерсон, М.О.Холодної, Югової та інших.

Невирішена раніше частина проблеми. Огляд та узагальнення праць вітчизняних та зарубіжних авторів свідчить про те, що проблема особистісно зорієнтованого навчання досить широко висвітлена у педагогічній та психологічній науковій літературі і на сьогодні є актуальною не тільки для освітнього простору України, але й найближчого сусіда – Російської Федерації. Проте на відміну від неї, в Україні майже відсутні методичні розробки цього питання відповідно до конкретних шкільних предметів, зовсім відсутні методики особистісно зорієнтованого навчання математики, зокрема геометрії в основній школі.

<u>Метою статті</u> є аналіз стану проблеми особистісно зорієнтованого навчання, математичної освіти зокрема.

Актуальність концепції особистісно зорієнтованого навчання зумовлена не тільки значущістю для розбудови оновленого українського суспільства, але й обгрунтованістю емпіричних і теоретичних передумов. До перших можна віднести накопичений за останні десятиліття досвід новаторської педагогічної діяльності, до других – фундаментальні дослідження у галузі психології особистості та суміжних з нею дисциплін.

Особистісно зорієнтована освіта ґрунтується на принципах гуманістичного напрямку у психології і педагогіці. Мова йде про виховання особистості із загальновизнаними людськими цінностями такими, як відкритість, чесність, альтруїзм, взаємодопомога тощо. І, як зазначає І.Д.Бех, особистісно зорієнтоване навчання і виховання є дійовим засобом формування саме такого типу особистості [1, с. 15].

На сьогодні можна вести мову про велике розмаїття технологій, що претендують на реалізацію особистісно зорієнтованого підходу у навчанні.

Науково-методичні підвалини особистісно зорієнтованого навчання з культурологічних позицій розроблялися колективом вчених під керівництвом О.В.Бондаревської. Метою такої освіти, на її думку, виступає людина, що пізнає і творить культуру шляхом діалогічного спілкування, вироблення "власних витворів" індивідуальної і колективної творчості [4, с. 38].

О.В.Бондаревська [3] характеризує парадигму особистісно зорієнтованої освіти за п'ятьма положеннями: сутність та призначення освіти, ставлення педагога до дитини, визначення людинотворчих функцій, зміст освіти та використання педагогічних технологій.

Дати людині освіту, на думку О.В.Бондаревської, – це означає допомогти їй стати суб'єктом культури, навчити життєтворчості. "Зміст особистісно зорієнтованої освіти повинен включати все, що потрібно людині для побудови і розвитку власної особистості" [3, с. 14]. Відповідно до цієї тези у зміст такої освіти вона включає наступні обов'язкові компоненти: аксиологічний, когнітивний, діяльнісно-творчий та особистісний.

Під педагогічними технологіями О.В.Бондаревська розуміє такі технології, при яких можна вести мову про перехід від пояснення до розуміння, від монологу до діалогу, від соціального контролю до розвитку, від управління до самоуправління. Вибір тієї чи іншої технології залежить від позиції вчителя та учня у навчальному процесі. Дитині потрібна педагогічна допомога і підтримка і, як зазначає О.В.Бондаревська, це ключові слова, що характеризують технології особистісно зорієнтованої освіти.

Отже, О.В.Бондаревська виділяє ряд суттєвих вимог до технологій особистісно зорієнтованої освіти: діалогічність, діяльнісно-творчий характер, спрямованість на підтримку індивідуального розвитку дитини, надання їй необхідного простору свободи для прийняття самостійних рішень, творчості, вибору змісту і способів учіння і поведінки. Науковець робить наголос на тому, що будь-яка технологія може стати особистісно зорієнтованою, якщо вона відповідає даним вимогам [3, с.17].

Про особистісно зорієнтовану модель виховання веде мову і І.Д.Бех. На його думку, модель, що ставить за мету розвиток вищих духовних цінностей особистості, має зважати, з одного боку, на диференційований аспект розвитку дитини, її специфіку, а з іншого - на культурно-нормативні характеристики розвитку дитини у кожному віковому періоді. Тому проектування духовного зростання сучасної дитини можливо реалізувати лише у найтіснішому зв'язку із психологічною наукою [1, с. 1]. Особистісно зорієнтоване виховання, за І.Д.Бехом, – це виховання у дитини переживань і тільки те, що емоційно переживається особистістю, стає її ціннісно-смисловим надбанням. Переживаючи смисли життєвих явищ, дитина освоює соціокультурний світ. У просторі переживань і відбувається саморозвиток і самовизначення людини як особистості. Значні морально-духовні розвивальні можливості особистісно зорієнтованої моделі виховання І.Д. Бех, як і О.В.Бондаревська, розглядає саме із культурологічних засад [1, с. 2].

Стратегічними орієнтирами проектування особистісно зорієнтованого процесу навчання І.Д.Бех вважає такі: створення необхідних умов для різнобічної життєтворчості дитини; забезпечення успішності підростаючої особистості; створення ситуацій позитивних емоційних переживань суб'єкта у комунікативній діяльності; утвердження школяра як рівноправного учасника педагогічного процесу; створення стимулюючого і розвивального середовища [1, с. 23].

Таким чином, на думку І.Д.Беха, середовище, діяльність, відносини є основою проектування особистісно зорієнтованої освіти.

Значний вклад у розвиток теоретичних положень Л.С.Виготського, підвалин особистісно зорієнтованого навчання зроблений колективом вчених під керівництвом О.М.Леонтьєва. Процес навчання він розглядає як цілеспрямований процес привласнення культурних цінностей, а процес виховання - як цілеспрямований процес привласнення здібностей до спілкування, тобто взаємодії з іншими членами суспільства. При цьому навчання і розвиток не є паралельними, взаємонезалежними процесами. Взаємозв'язок розвитку і навчання здійснюється шляхом самостійної діяльності учня. О.М.Леонтьєв уперше зробив наголос на необхідності зміни структури діяльності учня на уроці як передумові втілення цього взаємозв'язку [10, с. 126]. У контексті проблеми особистісно зорієнтованого навчання дана модель є значущою, бо вона визначає дитину як абсолютну цінність, яка потребує поваги своєї гідності та прав.

Проблемами розвитку і виховання підростаючої особистості займалася Л.І.Божович. До безумовних наукових досягнень цього автора можна віднести розробку основних принципів вікового підходу у вихованні молодого покоління [2, с. 10]. Вона зазначала, що, "…формування особистості не може характеризуватися незалежним розвитком лише якогось одного її аспекту – раціонального, вольового або емоціонального. Особистість – це діюча вища інтегративна система, деяка нерозривна цілісність, та можна вважати, що існують деякі психічні новоутворення, які послідовно виникають та характеризують етапи центральної лінії її онтогенетичного розвитку. Центральне для даного віку системне новоутворення, яке виступає мов би узагальненим результатом, підсумком всього психічного розвитку дитини у відповідний період, не залишається нейтральним по відношенню до подальшого розвитку, а стає вихідним для формування особистості дитини наступного віку" [10, с. 99].

Теоретичне призначення концепції особистісно зорієнтованого навчання В.В.Сериков [13] бачить у розкритті сутності та умов реалізації особистісно розвивальних функцій освітнього процесу, в означенні цільових, змістовних та процесуальних характеристик системи освіти. Він розглядає особистісно зорієнтований підхід у межах предмету дидактики, включаючи категорію мети, змісту освіти, методів навчання, діяльність викладання і учіння, критерії ефективного навчального процесу.

На його думку, власні особистісні функції учня "підключаються" до освітнього процесу у тому випадку, коли когнітивне орієнтування вже не може забезпечити адекватну позицію учня у структурі навчальної ситуації. Особистісні функції (мотивації, опосередкування, колізії, критики, рефлексії, смислотворчості, орієнтації, самореалізації та інше) у даному трактуванні це не характерологічні якості людини, а саме ті людські прояви, які власне і реалізують соціальне замовлення "бути особистістю" [13, с. 17]. Повнота цих функцій, представленість у діяльності суб'єктів навчального процесу можуть свідчити про те, що освітній процес досяг особистісного рівня свого функціонування

Методологія особистісно зорієнтованої освіти, як зазначає В.В.Сериков, спрямована на дослідження специфічної сутності цілісного педагогічного знання, умови його функціонування у авторській діяльності, особливу особистісно діяльнісну форму існування цього знання, тим самим допомагає переходу теорії цілісного педагогічного процесу на новий ступінь свого розвитку.

Науковець підкреслює, що особистість у тій мірі може брати участь у визначенні мети, змісту освіти, у якій передбачається освіта саме цілісної особистості, а не окремих функціонально-діяльнісних компонентів індивіда, стандарт яких у кожну історичну епоху задається соціумом. Особистісно те, що з самого початку самовизначається людиною, вибудовується як власний світ.

Розробка концепції особистісно зорієнтованої освіти породжує деякі методологічні проблеми, серед яких В.В.Сериков виділяє – співвідношення науково-педагогічного знання з іншими способами регуляції педагогічної діяльності, з креативністю, "авторською" сутністю самого вчителя як конструктора особистісно зорієнтованої ситуації.

У спеціальній галузі психології і педагогіки профільного навчання старшокласників важливі передумови становлення особистісного підходу розроблялися В.В.Рибалкою. Розробка особистісного підходу, на думку автора, - дуже складна теоретична і практична проблема. Її складність зумовлена тим, що особистість є чи не найскладнішим новоутворенням у світі і одночасно – суб'єктом перетворення цього світу і самого себе [11, с. 1].

Особистісний підхід, як зазначає В.В.Рибалка, доцільно розглядати як важливий психолого-педагогічний принцип, основу якого складає сукупність вихідних теоретичних положень про особистість та практичних засобів, що сприяють її цілісному розумінню, вивченню та гармонійному розвитку [11 с. 2]. Психолого-педагогічні компоненти особистісного підходу потребують подальшої суттєвої доробки або корекції у різних аспектах і узгодження одне з одним у цілому контексті. В.В.Рибалка зазначає, що аналіз відповідних даних свідчить про тісний зв'язок між індивідуально-психологічним, соціально-психологічним, віковим та діяльнісним підходами до особистості, які фактично утворюють єдиний комплекс підходів, і все це дає підставу розглядати все у контексті єдиного особистісного підходу. Особистісний підхід набуває при цьому більш повної, аніж у первісних спробах його побудови, змістовної, структурної характеристики [11, с. 12].

Теоретичні засади діяльнісно-орієнтованої концепції особистісно зорієнтованої моделі навчання розробляються колективом вчених під керівництвом О.О.Леонтьєва. Як зазначає автор даної концепції, важливішими її положеннями є такі: школа повинна бути школою для усіх і кожного, незалежно від індивідуальних здібностей конкретного учня; головна мета школи – розвиток не тільки мислення дитини, але й розвиток цілісної особистості, здатної до подальшого розвитку; дитині має бути комфортно на уроці, необхідно зняти стресоутворюючі фактори навчального процесу.

О.О.Леонтьєв також виділяє такі суттєві положення своєї теорії: навчання з позицій "педагогіки здорового глузду" не є взагалі розвивальним, а воно має готувати дитину до подальшого розвитку. Звідки можна вивести критерій особистісно зорієнтованого навчання: навчати дитину треба таким чином, щоб ніякі зміни у реальному житті не змогли загнати її у глухий кут, щоб навчання орієнтувало дитину на можливе гідне майбутнє. Далі автор концепції вводить принцип "мінімаксу", що означає пропонувати дитині зміст освіти по максимуму і у той самий час вимагати, щоб учень засвоїв цей зміст по мінімуму [8 с. 17].

Система особистісно зорієнтованого навчання О.О.Леонтьєва отримала назву "Асоціація "Школа - 2100"". Вона прагне "охопити усі аспекти діяльності навчання (з боку вчителя) та діяльність учіння (з боку учня), роблячи основний наголос на забезпеченні самостійної і творчої орієнтації учня у процесі учіння" та на відміну від альтернативних шкіл, які спираються на теорії розвивального навчання, прагне максимально співвіднести власну концепцію з практикою загальноосвітньої школи [8, с. 18].

До особистісно зорієнтованих моделей навчання можна віднести і технологію навчання, що саморозвивається , Г.К.Селевка, яка вмістила у себе суттєві якості розвивального навчання. При розробці такої моделі особливо виділяється той факт, що у діяльності дитини присутні потреби, що стосуються саморозвитку особистості, а саме потреба у самоствердженні, самовираженні, захищеності, самоактуалізації [12, с. 174].

Підгрунтям такої моделі виступає наступна гіпотеза: всі найвищі духовні потреби людини пов'язані з прагненням до самовдосконалення та саморозвитку, тому для підвищення якості шкільної освіти необхідно використовувати ці потреби для мотивації учіння. Характерним для цієї моделі є те, що переноситься наголос з викладання на учіння, використання поряд з пізнавальною і морально-вольової мотивації діяльності, надається пріоритет самостійним методам та прийомам навчання. На думку Г.К.Селевка, технологія навчання, що саморозвивається, представляє собою „більш високий рівень розвивального навчання і є найкращим продовженням розвивальних технологій навчальної ланки, що ґрунтуються на пізнавальних мотивах" [12, с. 163].

Розвиток особистості, на думку Г.К.Селевка, - це „процес фізичної та психічної зміни індивіда у часі, спрямований до удосконалення, перехід у будь-яких його властивостях та параметрах від меншого до більшого, від простого до складного, від нижчого до вищого" [12, с.181].

На наш погляд, найбільш теоретично обгрунтована особистісно зорієнтована модель навчання колективом вчених під керівництвом І.С.Якиманської, яка отримала назву суб'єктно-особистісний підхід у навчанні. Особливе значення автор цієї концепції надає суб'єктному досвіду життєдіяльності дитини. У межах такого підходу кожен учень цінний "відтворенням не стільки суспільного, скільки індивідуального досвіду" [15, с.10].

І.С.Якиманська виділяє такі принципи особистісно зорієнтованого навчання: будь-який учень є суб'єктом пізнання, він має свої власні індивідуальні особливості; зміст, засоби та методи освіти повинні бути підібрані таким чином, щоб будь-який учень міг проявити власну вибірковість до навчального матеріалу;ураховувати у якості критеріїв не тільки рівень досягнутих знань, але й сформованість певного інтелекту при цьому оцінювання динаміки розвитку дитини повинно проходити у порівнянні з самим собою, а не з іншими учнями; виділення у якості основної мети освіти становлення освіченості, яка розглядається як сукупність знань, вмінь, індивідуальних здібностей; побудова особистісно зорієнтованого навчання ґрунтується на принципі варіативності, тобто викладач відбирає форми та зміст навчального процесу, який дозволяє здійснити педагогічну підтримку у пізнавальному процесі з урахуванням мети розвитку кожної дитини [15, с. 6].

Стосовно математичної освіти, зазначимо, що, починаючи з кінця XX століття, починаються активні спроби впровадження психологічних технологій у викладення математики.

Так, науковими школами Е.Г.Гельфман та М.О.Холодної [14] розроблялася концепція викладення математики на діяльнісній основі з урахуванням психологічних особливостей учнів. Ця концепція отримала назву "Математика. Психологія. Інтелект", ключовим моментом якої є "ментальний досвід" учня. Під ментальним досвідом Е.Г.Гельфман та М.О.Холодна розглядають "систему індивідуальних інтелектуальних ресурсів, що зумовлюють особливості пізнавального відношення суб'єкта до світу та характер відтворення дійсності у індивідуальній свідомості" [14, с. 362].

Даний проект містить у собі навчальний зміст курсу математики 5-9 класів, комплект методичного забезпечення цього змісту та засоби його контролю. У відповідності до загальновизнаної мети освіти, автори даної концепції виділили наступну мету вивчення математики: формування здібностей до переносу математичної мови на опис реальних процесів; формування здібностей до побудови системи понять; формування здібностей до переносу математичних методів на розв'язування проблем інших наук; формування засобами навчального предмету математики культурних та моральних цінностей; розвиток на уроках математики індивідуальних можливостей кожної дитини [7].

Разом з тим у даному проекті відсутній опис діяльності учня і вчителя, що робить його не технологічним. Крім того, він не охоплює ту частину шкільного курсу математики, у процесі вивчення якого, відповідно до періодизації Д.Б.Ельконіна, власне, і формуються діяльнісні здібності.

Над концепцією розвитку математичної освіти "математика для кожного" працює колектив науковців під керівництвом Г.В.Дорофєєва [5]. Провідною ідеєю даної концепції виступає гуманітаризація та гуманізація математичної освіти. Втілення такої ідеї автор бачить в "орієнтації курсу математики на особистість учня, розвиток його духовної сфери" [5, с. 10]. На думку Г.В.Дорофєєва, мета освіти повинна відповідати інтересам як суспільства, так і конкретної дитини. Якщо мета освіти є провідним компонентом методичної системи, то й усі інші компоненти повинні визначатися цією метою, причому реально, а не декларативно.

Науковець проголошує принцип пріоритету розвивальної функції у навчанні математики, тобто головною метою навчання математики Г.В.Дорофєєв бачить у загально інтелектуальному розвитку дитини, причому задача формування умов для індивідуальної діяльності людини з метою пізнання та розуміння оточуючого світу засобами математики розглядається як найбільш суттєва компонента шкільної математичної освіти.

Таким чином, з точки зору пріоритету розвивальної функції освіти конкретні математичні знання у "математиці для кожного" Г.В.Дорофєєв розглядає не стільки як мету освіти, а скільки як підґрунтя для організації повноцінної у інтелектуальному відношенні діяльності учнів. Саме ця діяльність стосовно загальноосвітньої школи є найбільш значущою для формування особистості дитини, ніж самі конкретні математичні знання, які виступають базою цієї діяльності [5, с. 14].

Провідним принципом, що визначає зміст математичної освіт, науковець проголошує принцип "розумного консерватизму", тобто з одного боку визнання, що традиційний зміст математичної освіти містить у собі необхідний обсяг доступних учням фундаментальних знань, а з іншого - додаткове включення у цей зміст компонентів, які сприяють інтелектуальному розвитку дитини та підвищують можливості особистості в освоєнні традиційних математичних знань.

З точки зору комунікативного аспекту навчання Г.В.Дорофєєв веде мову про те, що якщо не навчити людину "математичному стилю" сприйняття усної або письмової інформації (тобто такої інформації, яка не має безпосереднього відношення до математики, але особистісно значуща для цієї людини), то вона легко може стати жертвою демагогії, політичної або іншої спекуляції [5, с. 250]. Посилення такого аспекту у навчанні, з точки зору Г.В.Дорофєєва, потребує створення нового підходу до визначення результатів навчання, який би насамперед виявляв рівень сформованості мислення та діяльнісних здібностей, тобто готував дитину "до життя".

Треба зазначити, що вищезазначені теорії, насамперед, спрямовані на виявлення закономірностей розвитку мислення у процесі діяльності, тобто об'єктом дослідження виступає психологічний розвиток дитини, а не власне діяльність учня. Структура цієї діяльності, її вплив на формування здібностей дитини науковцями не розглядається. Проте саме педагогічна наука потребує системи засобів практичної побудови діяльності, її методологічної версії [9 с. 105].

Проблемами побудови дидактичної системи неперервної математичної освіти, що орієнтована на цінності саморозвитку особистості, займається Л.Г.Петерсон. Ця дидактична система охоплює дошкільну освіту, початкову ланку та 5-6 класи загальноосвітньої школи. Автор даної концепції розглядає параметри системи загальної освіти, у яких реалізується неперервна індивідуальна освітня траєкторія учня. Крім того, Л.Г.Петерсон розглядає предикат, що задає структуру базового процесу у системі неперервної загальної освіти, яку науковець називає інтегративною технологією діяльнісного підходу. На основі цього предиката Л.Г.Петерсон вибудовує технологію проектування уроку. До досягнень даної дидактичної системи можна віднести те, що автор на теоретичному рівні формулює систему вимог до структури та морфологічне наповнення змісту освіти, що використовується при організації процесу навчання у системі неперервної загальної освіти. На підставі досвіду побудови такої інтегративної теорії та концепції її впровадження у шкільну практику Л.Г.Петерсон пропонує розробляти моделі розв'язування аналогічних освітніх задач [9, с. 18].

Висновки та перспективи подальших досліджень. Огляд та узагальнення психолого-педагогічної літератури з означеної проблеми дає змогу зробити такі висновки:

1. На сьогодні можна вести мову про існування декількох концепцій особистісно зорієнтованої освіти, які ґрунтуються на різних підходах до навчання: культурологічному (О.В.Бондаревська, І.Д.Бех); діяльнісно-орієнтованому (О.О.Леонтьєв, В.В.Сериков); суб'єктно-орієнтованому (Г.К.Селевко, І.С.Якиманська).

2. На наш погляд, найбільш ґрунтовно теоретичні засади особистісно зорієнтованого навчання розроблені І.С.Якиманською, ключовим моментом даної концепції виступає суб'єктний досвід дитини.

3. Щоб навчання можна було вважати особистісно зорієнтованим та найбільш ефективним, на нашу думку, воно повинно орієнтуватися на:

- рівень навченості та ступінь загального розвитку, культури, тобто на раніш отриманий досвід;
- особливості психічного складу особистості (пам'яті, мислення, сприйняття, уміння управляти та регулювати своєю емоційною сферою та інше);
- особливості характеру та темпераменту.

Крім того, необхідно ураховувати та розвивати індивідуальні пізнавальні стилі пізнавальної діяльності кожного учня. При особистісно зорієнтованій моделі навчання важливе значення набуває місце вчителя у навчальному процесі, його професіоналізм, вміння майстерно та делікатно визначати і ураховувати індивідуальні відмінності учнів не тільки в академічних знаннях, але й у психологічному плані. Необхідно відповідно готувати навчальні матеріали, плани, вміти реагувати на індивідуальні відмінності дітей.

4. Відповідно до вимог Державних освітніх стандартів і програм, у тому числі і з математики, на сьогодні вкрай актуальна проблема впровадження у шкільну практику конкретних особистісно зорієнтованих педагогічних технологій. На цьому шляху дещо вже зроблено. Так, спроби використання досягнень психологічної науки у викладанні шкільного курсу математики зроблені колективом вчених під керівництвом Е.Г.Гельфман та М.О.Холодної; теоретико-методичні засади побудови неперервного курсу математики (дошкільна, початкова освіта та 5-6 класи основної школи) зроблені Л.Г.Петерсон; проблемами гуманітаризації та гуманізації шкільної математичної освіти займався Г.В.Дорофєєв. Проте всі вищезгадані дослідження стосуються розробки загальних теоретичних питань впровадження даної технології та й розробляються у Російській Федерації. Ураховуючи вітчизняний та зарубіжний педагогічний досвід предметом подальшого наукового дослідження стає проектування змісту і методичного забезпечення особистісно зорієнтованого навчання математики, зокрема геометрії в основній школі.

Література:

1. Бех І.Д. Виховання особистості: У 2-х кн. Кн. 2: Особистісно-орієнтований підхід: науково-практичні засади. – К.: Либідь, 2003. – 344с.
2. Божович Л.И. Избранные психологические труды. /Под ред Д.И.Фельдштейна. – М.: Межд. педакадемия, 1995. – 209 с.
3. Бондаревская Е.В. Гуманистическая парадигма личностно ориентированного образования. //Педагогика, 1997. - № 4. - С. 11-17.
4. Бондаревская Е.В. Педагогическая культура как общественная и личная ценность. //Педагогика, 1999. - № 3. - С. 37-43.
5. Дорофеев Г.В. Математика для каждого. – М.: Аякс, 1999. – 292 с.
6. Концепція 12-річної загальної середньої освіти. //Інформаційний збірник Міністерства освіти України. - К.: Педагогічна преса. – 2000. - № 21. – С.
7. Концепция и программа проекта "Математика. Психология. Интеллект", 5-9 кл. /Под рук. Э.Г.Гельфман, М.А.Холодной. – Томск: Том. ун-т, 1999. – 56 с.
8. Леонтьев А.А. Педагогика здравого смысла //Школа 2000. Вып. 1. – М.: Баллас, 1997. – С. 9-23.
9. Петерсон Л.Г. Теория и практика построения непрерывного общего образования (на примере курса математики для дошкольников, начальной школы, 5-6 кл. основной школы). Дис. ... докт. пед и психол. наук. –
10. Райгородский Д.Я. Психология личности. Хрест. по психол. Т.2. – Самара.: Изд. Дом "БАХРАМ-М", 2002. – 544 с.

11. Рибалка В.В. Особистісний підхід у профільному навчанні старшокласників. Автореф.... дис. доктора психол. наук. - К., 1998. - 34 с.
12. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии. – М.: Народное образование, 1998. – 256 с.
13. Сериков В.В. Личностно ориентированное образование. //Педагогика, 1994. - № 5. – С. 16-21.
14. Холодная М.А. Психология интеллекта. – М.: Барс, 1997. – 392 с.
15. Якиманская И.С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе. – М.: Сентябрь, 2000. – 112 с

Тесленко Л.С., Чадаєв О.М., Менько Я.П.
Миколаївський державний університет

Модульна організація практичних занять з математичного аналізу.

Організація навчального процесу, а також його методичне і дидактичне забезпечення, є необхідною умовою якісного засвоєння навчального матеріалу. В даний час в Миколаївському державному університеті оцінювання роботи студентів в основному здійснюється за модульно-рейтинговою системою. При цьому значну увагу приділяється самостійній роботі студентів. Цю роботу необхідно дуже ретельно планувати і здійснювати постійний контроль її результатів. Велике значення має наявність методичних матеріалів, які відповідають діючим програмам і навчальним планам. В даній роботі описується один з можливих підходів до організації практичних занять з математичного аналізу на підставі власних методичних і дидактичних матеріалів.

Існує багато посібників методичного характеру, які можуть бути використані при проведенні занять з математичного аналізу, а також для організації самостійної роботи студентів [1–4, 6]. Одним з перших широко відомих посібників такого плану є посібник І.А Каплана [3]. В цьому посібнику наведено розробки практичних занять з вищої математики у відповідності до програми вищої математики для вищих технічних навчальних закладів на той час. Матеріал кожного практичного заняття містить: 1) основні відомості з теорії, означення, формули; 2) докладне рішення типових задач різної складності; 3) задачі для самостійного розв'язування з вказівками і проміжними результатами. Однак ці практичні заняття містять дуже багато матеріалу, який опанувати на одному занятті практично неможливо. Наприклад, перше практичне заняття в [3] передбачає практичне засвоєння таких питань: обчислення подвійного інтегралу по прямокутній області, обчислення подвійного інтегралу по криволінійній області, подвійний інтеграл у полярних координатах, обчислення площ плоских фігур. Цей посібник доцільно використати, на наш погляд, для самостійного засвоєння матеріалу. Такого ж плану є посібник [4], в якому по кожній темі наводяться теоретичні відомості і розв'язання задач, в основному, з збірника задач і вправ з математичного аналізу Б.П. Демидовича.

Більш вдале викладення матеріалу можна знайти в роботах [1, 2, 6]. По-перше, це посібники з математичного аналізу і в більшій степені відповідають діючій програмі курсу. У [2] по кожній темі наводяться: 1) теоретичні відомості, 2) зразки розв'язування задач, 3) вправи. Посібник [1], крім того, містить ще і контрольні питання і завдання, які дозволяють самостійно визначити якість засвоєння теоретичного матеріалу.

Матеріал посібника [6] містить, в основному, такі ж елементи, як і в [1, 2]. Однак, на відміну від інших посібників, тут наводяться ще і завдання самостійних робіт. На жаль матеріал згруповано за темами, які не завжди співпадають з темами практичних занять.

Таким чином, на даний час не існує посібника, який би повністю відповідав діючій програмі курсу математичного аналізу і був би структурований відповідно навчальному плану і робочої програми курсу.

В даній роботі описується схема організації практичних занять і самостійної роботи студентів з математичного аналізу для студентів математичних спеціальностей, [5]. При цьому матеріал курсу розбито на модулі змістовно пов'язаних практичних занять. Наводиться реалізація цієї схеми для спеціальності "Педагогіка і методика середньої освіти. Математика" у відповідності до діючої програми.

Аналіз наявної методичної літератури і багатий досвід практичного викладання математичного аналізу дозволяють запропонувати наступну схему викладення матеріалу практичного заняття:

1) короткі теоретичні відомості,
2) запитання для самоперевірки,
3) зразки розв'язання задач,
4) набір задач для роботи студентів в аудиторії,
5) завдання підвищеної складності,
6) домашнє завдання,
7) відповіді.

Модульна структура і дидактичні матеріали, що містять завдання різної складності, дозволяють викладачеві суттєво активізувати пізнавальну діяльність студентів при вивченні математичного аналізу. А саме:

- індивідуалізувати навчання за темпом, обсяг за змістом;
- поширити в практику вузівського навчання елементи самонавчання;
- навчити студентів виконувати творчі завдання та розв'язувати задачі підвищеної складності;
- налагодити взаємодопомогу в навчанні між студентами академічної групи;
- поєднати аудиторні і позааудиторну роботу студентів при вивченні математичного аналізу та ін.

Модульна структура практичних занять дозволяє без суттєвих додаткових зусиль перейти до рейтингової системи організації навчання.

Кожний модуль складається з чотирьох частин. Перша частина містить: назву теми; посилання на літературу; короткі теоретичні відомості, необхідні для розв'язання задач по темі; зразки розв'язання задач з методичними вказівками і поясненням до розв'язків; алгоритми розв'язків найбільш типових задач; запитання для самоперевірки. Наприклад, при вивченні теми "Невласні інтеграли" пропонуються питання:

- Чи збігається інтеграл $\int\limits_a^{+\infty} \frac{\cos ax}{1+x^n}\,(n>0)$?
- Навести приклади абсолютно збіжних і умовно збіжних невласних інтегралів першого роду.
- Якщо $\int\limits_a^{+\infty} f(x)dx$ збігається, то чи обов'язково $f(x) \to 0$ при $x \to +\infty$?

Друга частина містить набір завдань з розрахунку, як правило, на дві академічні години роботи студентів в аудиторії. Якщо вони не встигли виконати всі завдання, то повинні доопрацювати їх вдома. Це дозволяє індивідуалізувати самостійну роботу студентів за темпом.

Третя частина містить завдання підвищеної складності, що дозволяє індивідуалізувати навчання за складністю та обсягом.

Четверта частина містить домашнє завдання.

Вивчення кожної теми модуля рекомендуємо проводити за такими етапами: 1) вивчити теоретичний матеріал самостійно, виділивши головне, 2) відповісти на запитання самоперевірки і опрацювати вдома зразки розв'язків завдань по темі, 3) на заняттях в аудиторії відповісти письмово або усно на питання викладача за темою і перейти до розв'язування завдань другої частини модуля, 4) для більш поглибленого вивчення теми розв'язати завдання третьої частини модуля, 5) виконати домашнє завдання.

Після опрацювання модуля студент виконує контрольну роботу і складає модуль на оцінку. Розпочинати вивчення наступного модуля можна лише за умови успішного складання попереднього. Одержана оцінка враховується викладачем при складанні студентом заліку чи екзамену та визначенні рейтингу студента при рейтинговій системі організації навчання.

Наведемо приклад одного з практичних занять модуля "Числові ряди".

Тема: Ознака порівняння збіжності додатних рядів

Частина I

а) Основні теоретичні відомості ([1], с.292-295; [2], с.11-12)

1. Числовий ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ називають <u>додатним</u>, якщо $a_n \geq 0,\ n \in N$.

2. Ознака порівняння. Нехай $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ і $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ – додатні ряди і нехай

$$a_n \leq C\, b_n \ (n = 1, 2, \ldots), \tag{1}$$

де C – стале число.

Якщо ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ збігається, то збігається і ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

Якщо ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ розбігається, то розбігається і ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$.

3. Ознака порівняння має місце і тоді, коли нерівність (1) виконується для всіх n більших деякого натурального числа.

4. Ознака порівняння в граничній формі. Нехай $b_n > 0$ і $a_n \geq 0$ $(n = 1, 2, \ldots)$ і нехай існує границя

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \alpha \leq +\infty \tag{2}$$

скінченна або нескінченна.

Якщо ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ збігається і $0 \leq \alpha < +\infty$, то ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ збігається.

Якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ розбігається і $0 < \alpha \le +\infty$, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ розбігається.

5. Порівняння рядів виконується з відомими рядами:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} aq^{n-1}$, $a \ne 0$, – геометричний ряд, збіжний при $|q| < 1$ і розбіжний при $|q| \ge 1$;

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ – розбіжний гармонічний ряд;

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ – узагальнений гармонічний ряд, збіжний при $p > 1$ і розбіжний при $p \le 1$.

б) Питання для самоперевірки

1. Сформулюйте ознаку порівняння в звичайній і граничній формах.
2. Чи правильні твердження:

- Якщо додатні ряди $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ і $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{b_n}$ розбіжні, то розбіжний і ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n + b_n}$;
- Якщо дано ряди $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ і $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ з довільними членами і $a_n \le b_n$, $\forall n$, то із збіжності ряду $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ випливає збіжність ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

3. Що можна сказати про збіжність ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, якщо $0 < a_n \le \frac{1}{n^2}$ $(n = 1, 2, \ldots)$?

в) Методичні вказівки до розв'язування задач

1. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{1+3^{2n}}$.

Розв'язання. Порівняємо загальний член $a_n = \frac{3^n}{1+3^{2n}}$ даного ряду з загальним членом $b_n = \frac{1}{3^n}$ ряду $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}$:

$$\frac{3^n}{1+3^{2n}} < \frac{3^n}{3^{2n}} = \frac{1}{3^n}.$$

Оскільки $a_n < b_n$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ і ряд $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}$ збіжний (геометричний ряд з $q = \frac{1}{3}$), то за ознакою порівняння даний ряд збіжний.

2. Дослідити на збіжність ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$.

Розв'язання. Із очевидної нерівності

$$\frac{1}{n} < 2 \cdot \frac{1}{2n-1} \qquad (n = 1, 2, \ldots)$$

і розбіжності гармонічного ряду за ознакою порівняння даний ряд розбігається.

3. Дослідити на збіжність ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^3 + 2n^2 + n + 1} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Розв'язання. Даний ряд порівняємо з збіжним рядом

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\sum_{n=1}^{\infty}b_n .$$

Оскільки $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{(n+3)\cdot n^2}{n^3+2n^2+n+1}\right)=1$, то за ознакою порівняння в граничній формі даний ряд збіжний.

4. Показати, що коли добуток $n\cdot a_n$, де $a_n\ge 0$ обмежений, то ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n^2$ збіжний.

Розв'язання. Так як добуток $n\cdot a_n$ обмежений, то існує стала C така, що $na_n\le C$ $(n=1,2,\dots)$. З останньої нерівності маємо

$$a_n^2\le C^2\frac{1}{n^2}. \qquad (3).$$

За ознакою порівняння, враховуючи збіжність ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ і нерівність (3), дістаємо висновок: даний ряд збіжний.

5. Дослідити збіжність ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\ln^2 n}{\sqrt[4]{3n^5-1}}$.

Розв'язання. За ознакою порівняння в граничній формі даний ряд і ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\ln^2 n}{\sqrt[4]{n^5}}$ збігаються або розбігаються одночасно. Дослідимо збіжність ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\ln^2 n}{\sqrt[4]{n^5}}$. Запишемо його загальний член у вигляді

$$\frac{\ln^2 n}{\sqrt[4]{n^5}}=\frac{\ln^2 n}{n^{\frac{10}{8}}}=\frac{\ln^2 n}{\sqrt[8]{n}}\cdot\frac{1}{n^{\frac{9}{8}}}.$$

Так як

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\ln^2 n}{\sqrt[8]{n}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln^2 x}{\sqrt[8]{x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2\ln x\cdot\frac{1}{x}}{\frac{1}{8}\cdot x^{-\frac{7}{8}}}=16\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^{\frac{1}{8}}}=$$

$$=16\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{8}\cdot x^{-\frac{7}{8}}}=128\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^{\frac{1}{8}}}=0,$$

то починаючи з із деякого номера буде виконуватися нерівність $\frac{\ln^2 n}{\sqrt[8]{n}}<1$ і, отже, для достатньо великих n справедлива нерівність $\frac{\ln^2 n}{\sqrt[4]{n^5}}<\frac{1}{n^{9/8}}$. Ряд з загальним членом $\frac{1}{n^{9/8}}$ збігається як узагальнений гармонічний із показником $p=\frac{9}{8}>1$. Отже, за ознакою порівняння збігається ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{ln^2 n}{\sqrt[4]{n^5}}$, тому даний ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{ln^2 n}{\sqrt[4]{3n^5-1}}$ також збігається.

Частина II

Виконати завдання

1. Дослідити збіжність ряду:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)\cdot 2^{2n-1}}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} sin\frac{\pi}{2^n}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n(n+2)}$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty} tg\frac{\pi}{4n}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{ln(n+1)}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+n+1}{n^4+n^2+2}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{7^n+n}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3+2n^2+3}}$; 9) $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{\frac{n}{n^4+1}}$;

10) $\sum_{n=1}^{\infty} ln\left(1+\frac{1}{n^2}\right)$; 11) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{5^n+1}$; 12) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}}{n}$.

Частина III

Задачі підвищеної складності

1. Дослідити збіжність ряду:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{n-2}}{e^n n!}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{e^n n!}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{ln\, n}{n^2}$.

2. Нехай $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ збіжний ряд. Довести збіжність рядів:

1) $\sqrt{a_1a_2}+\sqrt{a_2a_3}+\ldots+\sqrt{a_na_{n+1}}+\ldots$; 2) $\frac{\sqrt{a_1}}{1}+\frac{\sqrt{a_2}}{2}+\ldots+\frac{\sqrt{a_n}}{n}+\ldots$

Частина IV

Домашнє завдання

1. Виконати завдання другої і третьої частин даного практичного завдання, які не було розглянуто в аудиторії.

2. Навести приклади трьох рядів, дослідження збіжності яких можна виконати за допомогою ознаки порівняння в звичайній формі.

3. Навести приклади трьох рядів, дослідження збіжності яких можна виконати за допомогою ознаки порівняння в граничній формі.

4. Дослідити збіжність ряду:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cdot\sqrt[n]{n}}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} sin\frac{1}{n}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{a}-1\right), a>0$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(a^{\frac{1}{n}}+a^{-\frac{1}{n}}-2\right), a>0$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{4n^4-n^3+n^2+1}}$;

6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(5n-2)^2}$; 7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{ln(n+1)}{3n-1}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[5]{n^4}\cdot\sqrt[4]{n+1}}$;

9) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin\frac{\pi}{4^n}$; 10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n - n^2}$; 11) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \operatorname{arctg}\frac{a}{3^n}$, $a > 0$;

12) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos\frac{\pi}{n}\right)$; 13) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2+3n}{2+3n^2}\right)^2$; 14) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n+1} - 2\sqrt{n} + \sqrt{n-1}\right)$.

5. Підготуватися до практичного заняття № 8.3.

Відповіді

Частина II. 1. 1) збіжний; 2) збіжний; 3) розбіжний; 4) розбіжний; 5) розбіжний; 6) збіжний; 7) збіжний; 8) збіжний; 9) збіжний; 10) збіжний; 11) збіжний; 12) збіжний.

Частина III. 1. 1) збіжний; 2) розбіжний; 3) збіжний.

Частина IV. 4. 1) розбіжний; 2) розбіжний; 3) розбіжний, якщо $a \neq 1$, при $a = 1$ ряд збіжний; 4) ряд збіжний для довільного $a > 0$; 5) збіжний; 6) збіжний; 7) розбіжний; 8) збіжний; 9) збіжний; 10) збіжний; 11) збіжний; 12) збіжний; 13) збіжний; 14) збіжний.

На кафедрі математичного аналізу Миколаївського державного університету проведено апробацію дидактичних матеріалів протягом останніх чотирьох років. На даний час розроблено і апробовано 52 практичних заняття – вступ до математичного аналізу (3 модуля, 15 практичних занять), диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної (4 модуля, 26 практичних занять), числові і функціональні ряди (2 модуля, 11 практичних занять).

Досвід показав високу ефективність організації вивчення математичного аналізу за наведеною схемою. У даний час готуються п'ять модулів за темами "Метричні простори", "Диференціальне числення функцій багатьох змінних", "Інтегральне числення функцій багатьох змінних", "Звичайні диференціальні рівняння", "Основи теорії аналітичних функцій". Таким чином, матеріал 14 модулів буде охоплювати понад 95 відсотків програмного матеріалу з курсу математичного аналізу для спеціальності ПМСО Математика.

Література:

1. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. – М.: Высш. шк., 1984. – 200 с.
2. Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., Михалін Г.О., Шкіль М.І. Математичний аналіз у задачах і прикладах. Частина І. – К.: Вища шк., 2002. – 462 с.
3. Каплан И.А. Практические занятия по высшей математике. Ч. IV. Кратные и криволинейные интегралы. – Харьков, Из-во Харьк. ун-та, 1972. – 236 с.
4. Ляшко И.И., Боярчук А.К., Гай Я.Г., Головач Г.П. Справочное пособие по математическому анализу. Часть І. Введение в анализ, производная, интеграл. – К.: Вища шк., 1978. 696 с.
5. Тесленко Л.С., Чадаєв О.М., Лейфура В.М., Менько Я.П. Методичні рекомендації і дидактичні матеріали для студентів фізико-математичних факультетів вищих навчальних закладів. Частина І. Вступ до математичного аналізу. – Миколаїв: МДУ, 2004. – 119 с.
6. Шунда Н.М., Томусяк А.А. Практикум з математичного аналізу: Інтегральне числення. Ряди: Навч. посібник. – К.: Вища шк., 1995. – 541 с.

Анотація.

В работе предлагается схема организации изучения математического анализа на основе специально разработанных дидактических материалов. Авторы предлагают следующую схему изложения материала практического занятия: краткие теоретические сведения, вопросы для самопроверки, примеры решения задач, набор задач для роботы студентов в аудитории, задания повышенной сложности, домашнее задание, ответы. Описывается опыт использования материалов в учебном процессе.

Чашечникова О.С.
НПУ ім.М.П.Драгоманова

Шляхи залучення учнів до творчої діяльності з математики.

Залежно від організації навчального процесу і ролі в ньому учня один й той самий зміст і обсяг знань може обумовлювати різний тип мислення та, на наш погляд, сприяти формуванню різних рівнів мислення.

Творче мислення передбачає наявність власної думки, відсутність побоювання відрізнятися власними поглядами від інших і, водночас, спроможність бути відкритим до ідей, думок інших, навіть, якщо вони не співпадають із власними. Проблемою є те, що достатньо важко в процесі навчання встановити паритет цих якостей творчого мислення, щоб жодна з них не домінувала.

Для розвитку творчого мислення учнів ефективним є залучення їх до діяльності у творчих групах, але водночас – мінімізувати групове мислення, формувати здатність відстоювати аргументовано власну думку. Необхідним є виховання "пріоритету думки" над "пріоритетом автора думки". І цьому сприяє індивідуальна творча робота з математики.

Мета нашої статті: продемонструвати можливості залучення учнів до систематичної творчої діяльності в реальному процесі навчання математики.

Підкреслимо важливість вольового акту в процесі творчості. Формування здатності до вдосконалення вольових дій ефективно реалізується через надання цим діям іншого змісту, іноді й через введення ігрових елементів, що є можливим в процесі роботи «творчої групи». Співпраця з ровесниками сприяє не лише підвищенню якості знань і формуванню контрольно-оціночних дій (В.В.Рубцов, Г.О.Цукерман). Вона позитивно впливає й на розвиток творчого мислення учнів, тому що тільки усвідомлені суб'єктом знання можуть бути ним вербалізовані у формі, що є зрозумілою для інших. В ході групового розв'язування підвищується інтелектуальний потенціал та набувається досвід співтворчості.

Звичайно, що сама по собі спільна робота учнів ще не забезпечує найкращого розв'язання когнитивного завдання. Відмічають, що умовами для цього є наявність різноманітних когнитивних розв'язань, обмін цільовою інформацією для творчого остаточного розв'язання. За А.Т.Шумилиним завдання розвитку творчого мислення конкретизується і перетворюється у завдання навчити умінню ставити запитання, а «таким надійним способом є колективне розв'язування задач, розв'язування задач вчителем спільно з учнями" [11,130].

Існують різноманітні класифікації амплуа учнів, що працюють у групі (Е.І.Маствилискер, В.П.Карцев, М.В.Кларин). Достатньо розширену класифікацію функціональних позицій учасників малих груп (з точки зору змістової сторони спілкування та з точки зору активності) надав Ю.М.Кулюткин [2]. Звичайно, навіть досвідченому вчителю-практику дуже складно абсолютно детально прослідкувати роль кожного з учнів. На наш погляд, це й не є нагальною необхідністю, тим більше, що в процесі розв'язування "чисті" типи практично не зустрічаються.

Доцільною є зміна звичного амплуа учня. Непоодинокі випадки, коли учень не вживається в певну "роль" лише через обставини (відношення до навчального предмету; специфіка конкретного завдання; особливості взаємовідношень у групі, розподілу ролей – певне амплуа вже "зайнято"). Тому є необхідність внесення певних коректив вчителем. Але, для того, щоб не нав'язувати непритаманні конкретному суб'єкту ролі (з суб'єктивних причин - через невідповідність особистісних рис учня певному амплуа; несумісність з ним) необхідно виділити ті амплуа, які, за певних обставин, може виконувати практично будь-який учень. Хоча така зміна може призвести на перших етапах до меншої продуктивності роботи, вона є корисною для більш повного розкриття потенціалу особистості, для формування творчого мислення учня.

На наш погляд, доцільно як основні амплуа виділити такі: генератор ідей (учень, що продукує ідеї розв'язування); тактик-аналітик (учень, що відділяє раціональне в ідеї, обгрунтовує, знаходить прийоми і засоби досягнення мети); виконавець (ретельно виконує всі етапи, доводить розв'язування до кінцевого результату); рецензент (визначає якість роботи, знаходить недоліки, нерозв'язані питання). При створенні груп необхідно враховувати не тільки психологічну сумісність, але й наявність в групі представників всіх цих основних амплуа.

Дійсно, учню з ще невисоким рівнем розвитку творчого мислення, дуже важко прийняти на себе амплуа "генератора ідей" не тільки за умови розв'язування достатньо складної задачі, але й тоді, коли в групі, в якій він працює, вже є учень (і, можливо, не один), що звик до цього амплуа (назвемо його "звичний генератор ідей"). Особливо, якщо рівень знань і вмінь, рівень інтелектуального розвитку та розвитку творчих здібностей "звичного генератора ідей" на даному етапі вище. Тому спробувати себе в такому амплуа учню легше саме у групі, де немає учня з яскраво вираженими задатками виконавця цього амплуа.

Відмітимо, що вчителю необхідно оперативно реагувати на появу у групі "незапланованого" генератора ідей, слідкувати за його роботою, аналізувати її; спиратися на результати аналізу у подальшій роботі (при наданні домашнього завдання; залученні та спонуканні до більш активної творчої роботи на уроці і т. ін.). Також важливо враховувати, що за дослідженнями психологів в однорідних за темпераментом групах швидко падає працездатність, відбувається створення ворожо настроєних одного до іншого угрупувань. Необхідно розмежовувати "ворожій настрій", утворення групувань за "особистими уподобаннями" і продуктивне створення неформальних груп "за єдністю ідей". У дійсно творчій групі не може бути єдності думок, абсолютно однакових підходів. Обов'язковим атрибутом дійсно творчої групи є незалежність думок, бажання і право кожного висловлювати власну ідею щодо розв'язування спільного завдання, навіть, якщо вона абсолютно розходиться з думкою інших.

Діяльність групи, де є суперечності, розходження думок, свідчить про відсутність побоювань відкрито висловлювати власну точку зору. Такі групи є більш результативними, їх робота є більш плідною. Повноцінні контакти між членами групи в процесі спільної діяльності руйнують психологічні бар'єри між ними: створюється атмосфера, коли індивід з дуже високою самооцінкою починає більш адекватно відноситися до себе, індивід з низькою початковою самооцінкою – підвищує її [3].

Важливим є також питання про розмір творчої групи. Дослідження доводять більшу результативність груп з 10-14 учасників, ніж з двох. Подальше збільшення кількості учасників групи знижує продуктивність [4]. Результати експериментів свідчать на користь роботи в тріадах, які вже є міні-групами, тому існує можливість для учнів здобути досвід творчої роботи у колективі, але вчителю на перших етапах легше спостерігати за роботою такої групи, а учням пристосовуватися до атмосфери колективної роботи.

Найбільш відомим методом організації діяльності творчої групи є брейнстормінг, основна ідея якого: кожний має право висловити будь-яке судження; головний принцип – заборона критики; колективна розумова діяльність обумовлює взаємне стимулювання "асоціативного потоку" завдяки духу змагання і сприяє більш вільному висловленню ідей (A.Osborn). Беручи участь у груповому обговоренні в процесі "мозкового штурму", засвоївши його принципи, людина привчається створювати відповідний настрій, який сприяє генеруванню ідей (E.R.Hilgard), і може практикувати це й в процесі індивідуальної роботи. На наш погляд, це ще раз підкреслює важливість залучення й учнів класів нематематичного профілю до роботи у творчих групах на уроках математики. Отриманий досвід вони зможуть ефективно застосовувати не тільки в процесі вивчення інших предметів, але й при розв'язуванні реальних проблем.

Ефективним є використання синектики – моделі групової творчої діяльності і навчального дослідження по розв'язуванню проблем (використання здогадок, сміливих гіпотез, інтуїтивних розв'язань). Для генерування ідей визначальною є процедура: необхідним є "новий погляд" на добре знайоме; видозміна звичних способів сприймання і реагування (J.J.Gordon).

Недостатня кількість навчального часу на вивчення математики призводить до думки про неможливість пропонувати на уроках математики у класах нематематичного профілю достатню кількість завдань творчого характеру. Тим більше, що саме учням таких класів часто необхідно на самостійне індивідуальне розв'язування таких завдань значно більше часу. Кожний суб'єкт відрізняється за стилем діяльності, за її темпом. Необхідність враховувати індивідуальні особливості учнів вимагає надання їм можливості самим обирати стратегію і тактику виконання завдання, методи розв'язування, що водночас передбачає часто не досить велику швидкість просування в процесі розв'язування.

Реальна ж ситуація є такою, що вчителю необхідно "вкластись у програму", тому він або прискорює виконання учнями завдання, надаючи їм допомогу значно частіше, ніж реально необхідно, що не дозволяє учням працювати дійсно самостійно; або "обриває" хід розв'язування відразу після знаходження ідеї розв'язування і пропонує учням завершити виконання завдання вдома. З цього приводу В.Г.Розумовський писав, що "творчий цикл" повинен вкладатися у регламент шкільного навчального часу, але цього не відбувається насправді [5].

Вимога завершити виконання такого завдання вдома спрацьовує тільки для учнів із вже достатньо високим рівнем розвитку творчого мислення, тому що в них вже розвинені інтерес до вивчення математики, до творчої діяльності в процесі вивчення математики, спрямованість на пізнання, інтелектуальна ініціатива, творча активність. Такі учні не тільки дійсно спроможні завершити виконання творчого завдання вдома, але й здатні вдосконалювати вже знайдене розв'язання, знаходити інші способи виконання.

Для інших учнів на уроці для того, щоб виконання завдання принесло реальну користь розвитку творчого мислення, творчих здібностей, необхідно, щоб етап знаходження кінцевого розв'язку був не дуже віддаленим у часі від етапу ознайомлення з умовою і вимогою завдання і первинного аналізу умови. Це пояснюється тим, що саме ці учні мають ускладнення, якщо необхідно досить довго концентрувати увагу на певній проблемі, вони легко відволікаються. У випадку, коли дослідницьке завдання не розв'язано повністю на уроці, відбувається певний «відхід» учня від завдання, і вимога вчителя завершити виконання його вдома у даних умовах є недоцільною. Підкреслимо, що у даному контексті повним розв'язанням завдання ми вважаємо знаходження ідеї розв'язання, ходу розв'язування з повним обґрунтуванням всіх його етапів. Це не стосується простого виконання обчислень, коли залишається тільки підставити конкретні числові дані; таку роботу можна пропонувати учням завершити вдома незалежно від рівня розвитку їх творчого мислення.

Процес «відходу» від розв'язування завдання учнів з ще недостатньо сформованим творчим мисленням, умінням досліджувати, значно зменшує ефект від розв'язування завдань творчого характеру через низку причин.

Учні цього типу, коли повертаються до процесу розв'язування творчих завдань, ще не вміють достатньо швидко мисленево відтворювати "ланцюг" попередніх етапів; для "входження у діяльність" їм необхідно знов пройти кожний з них. Причому те, що на уроці в процесі "занурення у розв'язування" здавалося нескладним через можливість отримання певної консультації у вчителя, у однокласників, в умовах роботи над завданням дійсно "на одинці" викликає труднощі.

Ті, кому ще не прищеплений "смак" до творчої роботи з математики, зустрівшись з першими ж труднощами, можуть зовсім не завершити виконання завдання вдома. Пропонування творчого завдання таким чином позитивного ефекту не дає. Навіть якщо вчитель підводить підсумок розв'язування завдання на наступному уроці, це не дає необхідного результату: або для учнів вищевказаного типу необхідно буде ще раз повторити весь хід розв'язування; або розв'язання буде сприйнято фрагментарно, учень не "побачить" його загальну картину, звідки, - не зможе користуватися результатами, досвідом виконання у подальшому.

З вищесказаного випливає, що для учнів з ще невисоким рівнем розвитку творчого мислення діяльність по розв'язуванню творчих завдань на уроці буде дійсно результативною, якщо проходженнях всіх її етапів буде відбуватися на одному уроці, тобто не буде розтягнутим у часі. Але це вимагає значного часу, який виділити у навчальному процесі вчитель математики, що працює в класах нематематичного профілю, часто не може через недостатність навчального часу на вивчення програмного матеріалу взагалі.

Крім того, в групах старшокласників через психологічні особливості відповідного віку практично обов'язково виникає суперництво. В результаті суперництва в процесі творчої діяльності рівень продуктивність одних стає вище середнього, але в інших спадає, через що спадає загальна продуктивність роботи колективу [3]. Базуючись на даних нашого дослідження, а також на дослідження психологів, ми можемо стверджувати, що ситуація суперництва і змагання негативно впливає особливо на талановитих учнів з нестандартним мисленням. Саме вони через нерідку незадоволеність собою, меншу впевненість у собі є найбільш чутливими до атмосфери суперництва, реагують на неї негативно. Така атмосфера пригнічує їх, гальмує розкриття їх здібностей. Атмосфера змагання позитивно впливає на менш талановитих, але більш впевнених у собі учнів.

За О.Матейко творчість притаманна розуму, що здатний мислити самостійно, не пов'язуючи оцінку тієї чи іншої інформації з авторитетністю її джерела [3]. Дослідження психологів свідчать, що прогресують саме ті, хто не піддається тиску в ході розв'язування задач (А.Н.Перре-Клермон). Нерідко ж в процесі роботи у групі крім постійно домінуючого авторитету підручника, авторитету вчителя, додається ще авторитет лідера групи; часто як авторитетна нав'язується групова думка, яка не завжди може бути правильною або найбільш раціональною і цікавою.

Формування ж здатності розв'язувати творчі завдання є неможливим без формування інтелектуальної самостійності, творчої самостійності учнів. Але ці якості формуються лише в процесі дійсно творчої самостійної діяльності (підкреслимо, що діяльність повинна бути водночас і самостійною, і творчою).

Попередньо розглянута нами робота у творчих групах [6;7] не задовольняє одну вимогу – діяльність повинна бути самостійною в тому розумінні, що учень має працювати незалежно не тільки від допомоги вчителя, але й від допомоги інших учнів. В творчій групі цю вимогу задовольнити не можна, тому що й спрямованість цього виду роботи дещо інша.

Ще раз підкреслимо, що метод синектики спрацьовує й в процесі індивідуальної роботи. Що стосується методу «брейнстормингу», то його індивідуальна форма, в якій збережено лише вимогу заборони критики ідей, які виникають, приносить більше користі, ніж групова (J.P.Guilford). Експериментально було доведено гальмування творчого мислення в процесі групового "мозкового штурму" та більшу ефективність індивідуального (M.Jr. Hare, T.J.Bouchard).

Тому ми пропонуємо паралельно з роботою у «творчих групах» систематичне виконання учнями творчих домашніх завдань з математики, у процесі яких відбувається необхідне "поринання" у діяльність, наполеглива робота, поступове зростання інтересу до вивчення предмету.

Важливим є питання про зміст завдань, які можуть пропонуватися в якості творчих. Для цього певним чином доцільно "обигрувати" програмний матеріал.

Нами вже неодноразово розглядалися в цьому аспекті можливості використання вивчення тригонометричного матеріалу [8;10]. На жаль, аналіз стану проблеми в сучасній школі свідчить про неузгодженість вивчення тригонометричного матеріалу в курсах алгебри та геометрії, математики та фізики. Порушено принцип наступності при вивченні матеріалу в основній та старшій школі. По-перше, вивчення формул тригонометрії пов'язане із значним навантаженням на пам'ять, а їх свідоме застосування в процесі тотожних перетворень вимагає наявності здатності логічно обробляти матеріал для кращого запам'ятовування, збереження у пам'яті, оперативного і якісного відтворення. Саме вік 14-15 років є сензитивним для цього: механічна пам'ять ще "співпрацює" з логічною (поступово відбувається певна "поляризація" – якщо краще розвиненою стає пам'ять на логічній основі, то механічна пам'ять погіршується). Крім того, ефективність застосування основних формул тригонометрії в ході вивчення тригонометричних функцій, методів розв'язування тригонометричних рівнянь і нерівностей значно мірою залежить від того, наскільки "відстроченим" є цей процес від первинного сприймання до застосування (особливо в процесі розв'язування нестандартних завдань). По-друге, тригонометричний матеріал є потужним засобом розвитку творчого мислення учнів, і не використовувати це недоцільно.

Постає проблема: як в сучасних умовах (недостатність навчального часу на вивчення теми, що не дозволяє дійсно грунтовно засвоїти її) водночас не втратити тих потенційних можливостей, що надає вивчення тригонометричного матеріалу для формування творчої особистості учнів, але й не перенавантажувати їх (серйозна перенавантаженість старшокласників тісно пов'язана з погіршенням стану їх здоров'я, і, як наслідок, - зі зниженням рівня реалізованості їх творчого потенціалу).

Доречним є зменшення недоцільного навантаження на пам'ять. Для того, щоб формули тригонометрії зберігалися в оперативній пам'яті, ми пропонуємо організовувати процес роботи з ними таким чином: запам'ятовування "базових", «ключових» формул є необхідним. Звичайно, це запам'ятовування необов'язково повинно бути механічним. Нами розроблені мнемічні правила свідомого запам'ятовування, які, як свідчать результати експерименту, підвищують якість і оперативність роботи учнів з формулами тригонометрії. Доцільно навчити учня іншу частину формул тригонометрії (формули половинного кута та ін.) виводити в ході логічного ланцюжка міркувань з певних «базових».

Але для деяких формул, на наш погляд, необхідно запам'ятовувати і їх "варіації". Це стосується, наприклад, формули косинуса подвійного кута. Особливості використання учнем тригонометричних формул нерідко є деяким покажчиком рівня розвитку в нього особливого математичного бачення, творчого мислення [8].

Наприклад, спостереження за розв'язуванням рівнянь виду

а) $\cos x + +\cos 2x=0,5$; б) $\sin x+\cos 2x=0,5$; в) $3\cos 2x+\sin^2 x-2=0$

свідчить, що знання всіх трьох форм подачі формули косинуса подвійного кута є доцільним, тому що в різних випадках економнішим є використання конкретних з них. Більш економним буде застосування для рівняння а) представлення формули косинуса подвійного кута у вигляді $2\cos^2 x-1$; для рівняння б) – у формі $1-2\sin^2 x$; для рівняння в) $\cos^2 x - \sin^2 x$.

Здатність учня оперативно обирати найбільш доцільне представлення може свідчити про достатньо високий рівень творчого мислення.

В процесі вивчення теми «Тригонометричні функції» учню можна запропонувати виконати таке творче завдання: «Дослідити особливості перетворення графіка функції $y = af(kx+c)+b$ залежно від значень параметрів a, k, c, b, якщо $y = f(x)$ одна з функцій $y = \sin x$ або $y = \cos x$ ».

При цьому пропонується один з випадків:

1)залежно від знаків a і b , за умовою, що k=1; c=0;

2)залежно від знаків a і b, за умовою, що для a можуть виконуватись як умова $|a| > 1$, так і умова $0 < |a| < 1$, k=1; c=0;

3)залежно від знаків a , b і c, за умовою, що k=1;

4)залежно від знаків a і b , знаку k, за умовою, що для k можуть виконуватись як умова $|k| > 1$, так і умова $0 < |k| < 1$; c=0.

Як бачимо, таке формулювання завдання надає певну підказку щодо випадків, які необхідно розглянути. Для частини учнів необхідно конкретизувати дане завдання, подавши функцію, що досліджується, у вигляді $y = a\sin(kx+c)+b$ (або $y = a\cos(kx+c)+b$).

Для учнів, в яких вже достатньо розвинене творче мислення, можна пропонувати це завдання у формі: «Дослідити особливості перетворення графіка функції:

а) $y = af(x+c)+b$ залежно від значень параметрів a, c, b ;

б) $y = af(kx)+b$ залежно від значень параметрів a, k, b ;

в) $y = f(kx+c)$ залежно від значень параметрів k, c ,

якщо $y = f(x)$ одна з функцій $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = tgx$ або $y = ctgx$ ».

При такому формулюванні учень повинен самостійно визначити, які саме випадки необхідно розглядати для кожного з параметрів. Зауважимо, що пропонувати в даному завданні дослідження відразу для значень всіх параметрів a, k, c, b недоцільно через достатньо велику кількість випадків. Завдання у такому формулюванні перетворюється з творчого на рутинне, що значно зменшує інтерес до його виконання в учнів та їх інтелектуальну активність.

Потужним засобом розвитку творчого мислення учнів є робота над побудовою нестандартних графіків функцій, рівнянь. Але для учнів класів нематематичного профілю нестандартність таких завдань повинна проявлятися не в їх особливій складності, але у необхідності використовувати нешаблонні підходи, мислити творчо. Прикладами таких завдань є завдання на побудову графіків: а) $y = x\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x}$; б) $y = 2^{\sin^2 \sqrt{x} + \cos^2 \sqrt{x}}$; в) $y = \dfrac{\sqrt{\sin^2 x}}{\sin x}$; г) $y = \sqrt{tg\dfrac{x}{2} \cdot ctg\dfrac{x}{2}}$; д) $y = \sqrt{tg\dfrac{x}{2} \cdot \left|ctg\dfrac{x}{2}\right|}$; е) $y = \dfrac{\sin^2 x}{\sin x}$ та ін. [6;8].

Робота з тригонометричними формулами в процесі розв'язування геометричних задач теж надає великі можливості для формування творчого мислення учнів. Нами розроблено систему тестів, в яких до кожної з задач пропонується крім декількох неправильних відповідей (складених на основі урахування можливих помилок), але й різні форми представлення правильного кінцевого результату. Варіанти подачі розв'язку отримуємо за рахунок перетворень із застосуванням формул тригонометрії. Таким чином, по-перше, учню необхідно розв'язати задачу, а не вгадати відповідь; по-друге, необхідно перевірити інші відповіді, що не тільки надасть нагоду ще раз відпрацювати уміння виконувати тотожні перетворення, але й буде сприяти водночас як розвитку критичності, так і формуванню оригінальності мислення (можливість побачити "різноманіття" підходів нерідко спонукає до пошуку власного шляху розв'язування, нешаблонного розв'язання, яке й приведе до нешаблонної форми представлення розв'язку) [9].

Вищенаведені завдання можна пропонувати як для індивідуальної, так і групової роботи. Психологами визначено, що колективні дії є більш доцільними, ніж індивідуальні, коли існує необхідність ефективного розподілу праці [3]. У випадку, коли розподіл праці не приносить користі або є неможливим (на наш погляд, це процес розв'язування творчого завдання, коли тому, хто розв'язує, для успішної діяльності необхідно мати самостійно вироблену загальну картину ситуації, що відповідає стилю його мислення), індивідуальна діяльність є більш доцільною, ніж колективна.

Результати нашого дослідження виявили:

1) Якщо творче завдання потребує "експрес-розв'язання", тобто необхідно видати ідею по методу "питання – відповідь", то в цьому випадку більш доцільною є колективна діяльність, метод "брейн-штурма".

2) Якщо творче завдання потребує розробки ідеї, найбільш доцільної стратегії її реалізації, а також і самої реалізації, то на першому етапі більш доцільною є індивідуальна робота. Учень повинен мати самостійно вироблену, "особисту" картину ситуації (завдання) і не отримувати перешкод для вироблення власної, оригінальної ідеї (цими перешкодами можуть бути думки інших учасників групи з приводу завдання).

На другому етапі виникає необхідність "винести на суд" власну ідею. Для цього учню необхідно ще раз продумати всі нюанси, визначити форму подачі таким чином, щоб вже сприйнята ним ідея була зрозумілою й іншим. Дослідження виявило, що це не менш складний етап, ніж попередній.

Якщо досвіду групової роботи ще не достатньо, у багатьох учнів з достатньо високим рівнем знань і вмінь, рівнем розвитку здібностей в процесі "подачі" ідеї іншим виникають негативні емоції, якщо необхідно давати пояснення; деякі сприймають критику на адресу запропонованих ними ідей дуже болісно, як особисту образу; в інших необхідність виносити власну ідею на обговорення викликає побоювання помилитися, не бути сприйнятими, тому вони можуть і зовсім відмовитися висловлювати власну думку.

Етап аргументованого "відсіювання" і обговорення декількох ідей, що сприймаються як найбільш продуктивні, - це, звичайно, колективна діяльність.

На етапі "доробки ідеї" і вироблення стратегії її реалізації корисною є і індивідуальна, і групова діяльність. В процесі реалізації ідеї доцільніше працювати колективно, за умовою, що рівень знань і вмінь, рівень розвитку здібностей і творчого мислення кожного з учнів групи відповідає запропонованому саме йому "підзаданню".

Можливе поєднання позитивних рис групового та індивідуального навчання в процесі «навчання у команді», яке, за Р.Славиним [12], підпорядковується таким правилам: є групова мета, що може бути досягнута лише за умови самостійної роботи кожного члена групи (персональна відповідність кожного учня); кожний повинен оволодіти певними знаннями; всі отримують один і той самий матеріал, але кожному надається тема, стосовно якій він повинен стати "експертом", тобто дуже ретельно її опрацювати; весь клас вивчає разом одну тему, але кожна група отримує завдання, яке є підрозділом цієї теми.

Дуже важливим є в такому розумінні навчання у команді те, що групи не змагаються між собою (як ми вже відмічали, змагання заважає творчості), що кожна з них має власну "планку" і отримує різний час на виконання. Така організація роботи над творчими завданнями дійсно сприяє розвитку творчого мислення ще й тому, що відбувається індивідуальна робота у команді. Більшому розкріпаченню особи допомагає принцип порівняння її результатів не з результатами інших, а з власними раніше досягнутими.

Подальшої розробки потребує питання наступності в процесі розвитку творчого мислення при вивченні математики в школі та у вищих навчальних закладах.

Література:

1.Кларин М.В. Инновации в мировой педагогике.– Рига: «Эксперимент», 1998.–180с.
2.Кулюткин Ю.Н. Диалог как предмет педагогической рефлексии. – СПб.: СпецЛит, 2001.- 75 с.
3.Матейко А. Условия творческого труда. Пер с польск.- М.: Мир, 1970.-300с.
4.Психолого-педагогические аспекты интенсификации учебной деятельности. П/р А.В.Петровского, Г.А.Китайгородской.– М.: Изд-во МГУ, 1983.
5.Разумовский В.Г. Развитие творческих способностей учащихся. – М.: Просвещение, 1975.- 272 с.
6.Чашечникова О.С. Диференційований підхід до учнів як один з напрямків індивідуалізації.- Суми: ВВП "Мрія-1" ЛТД, 1996.- 33 с.
7.Чашечникова О.С. Можливості залучення учнів неспеціалізованих класів до творчої роботи з математики // Сучасні проблеми науки та освіти. Матер. 3-ї міжнар. міждисциплін. наук.-практ. конф. 1-9 травня 2002 р., Ужгород. – 2002.- С.244.
8.Чашечникова О.С. Розвиток математичного бачення за допомогою використання тригонометричного матеріалу // Евристика та дидактика точних наук.- Вип.9.-Донецьк: ТЕАН,1998.- С.23-25.
9.Чашечникова О.С. Тести: можливості подолання протиріччя між вимогою об'єктивності оцінки знань учнів та необхідністю враховувати їх індивідуальні особливості // Дидактика математики. - Вип.21.-Донецьк: ТЕАН,2004.- С.99-105.
10.Чашечникова О.С., Чашечникова Л.Г. Використання тригонометричного матеріалу з метою розвитку творчого мислення учнів // Актуальні проблеми теорії і методики навчання. Всеукр. наук.-практ. конф. НПУ ім.М.П.Драгоманова. 6 жовтня 2004 р.- Київ, 2004.- С.189-190.
11.Шумилин А.Т. Проблемы теории творчества.- М.: Высшая школа, 1989.-143 с.
12.Slavin R.E. Research on Cooperative Learning: an international perspective // Scandinavian Journal of Educational Research.- Vol.33.-N4, 1989.

Віхрова О.В., Білоусова Г.М.
Криворізький державний педагогічний університет

Навчання розв'язуванню логічних задач на уроках математики.

Стаття присвячена проблемі навчання учнів розв'язуванню логічних задач у шкільному курсі математики. Запропонована типізація логічних задач на основі понять і законів логіки, які домінують у процесі розв'язання задачі.

The article is devoted to the problem of preparing the pupils to set up the logical exercises in school course of mathematics. The given tipisation of logical exercises is based on the notions and laws of logic, which dominate in the process of setting up the exercises.

Одним із найважливіших завдань освіти є розвиток логічного мислення учнів. Логічне мислення необхідне для чіткого лаконічного і вичерпного висловлювання думок, упевненості в міркуваннях, формування вмінь абстрагуватися від конкретного змісту і зосереджуватись на структурі своєї думки, прогнозувати результат на основі всебічного аналізу вихідних умов, розвитку інтуїції тощо.

Розвитку логічного мислення школярів сприятиме розв'язування на уроках математики логічних задач.

Логічними, як правило, називаються задачі, які дають змогу навчити учнів розмірковувати, критично мислити, аналізувати задані умови, виділяючи з них зайві, знаходити правильне розв'язання проблеми виходячи із даних посилок, переносити відомі способи дій у нові ситуації.

У шкільному курсі математики логічні задачі займають особливе місце і це зумовлено рядом причин.

По-перше, вони не вимагають трудомістких арифметичних або алгебраїчних обчислень, проте їх розв'язання неможливе без специфічних "логічних" навичок та вмінь. Формування ж останніх найчастіше передбачає ознайомлення учнів з основами математичної логіки або теорії множин.

По-друге, логічні задачі не зв'язані з жодною конкретною темою або розділом шкільної програми, тому можуть розглядатися протягом всього вивчення математики і від вчителя залежить визначення місця і ролі їх у навчальному процесі.

По-третє, внаслідок "нестандартності" логічних задач не існує загальних підходів, готових алгоритмів їх розв'язання, що безперечно ускладнює процес навчання розв'язуванню даного виду задач.

Аналізуючи літературу з даної проблематики ми дійшли висновку, що при пошуку розв'язку конкретної задачі суттєвим для вчителя виявляється передусім чітке визначення тих основ математичної логіки (понять, законів, методів, логічного апарату), які домінують у процесі її розв'язування. [3, 4].

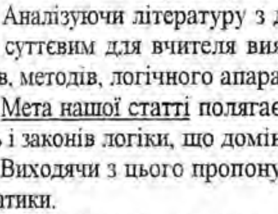
Мета нашої статті полягає в обгрунтуванні запропонованої типізації логічних задач проведеної на основі понять і законів логіки, що домінують у процесі розв'язування задач.

Виходячи з цього пропонуємо таку типізацію логічних задач, які доцільно розглядати у шкільному курсі математики.

І. Задачі теоретико-множинного (комбінаторного) змісту.

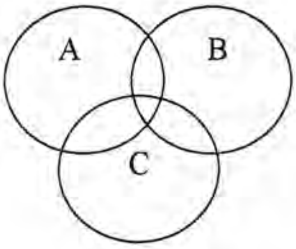
Ці задачі передбачають розуміння основного апарату теорії множин (поняття множини, операцій над множинами, їх основних властивостей). Процес розв'язання таких задач стає більш наочним і зрозумілим при використанні графічної моделі (діаграми), яка відображує зв'язок між заданими умовами і шуканими величинами.

Перед розв'язуванням задач даного типу вчитель повинен запропонувати чітке означення операцій над множинами, ввести відповідну символіку і наочно проілюструвати виконання операцій над множинами, побудувавши діаграми для всіх можливих випадків взаємного розташування множин. Оскільки в задачах даного типу мова йде про скінченні множини, доцільно встановити, як пов'язані кількість елементів, що входять до об'єднання і перерізу множини з кількістю елементів даних множин для випадку двох множин (мал.1) і трьох множин (мал.2).



$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$
$$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)$$

Мал.1



Мал.2

$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap C)-$
$-n(B\cap C)+n(A\cap B\cap C)$
$n(A\cap B\cap C)=n(A\cup B\cup C)-n(A)-n(B)-$
$-n(C)+n(A\cap B)+n(A\cap C)+n(B\cap C)$

Такі завдання є першим етапом вивчення змістової лінії "комбінаторика" і створюють умови для розвитку в учнів комбінаторного мислення.

У процесі розв'язування задач цього типу потрібно з'ясувати з учнями логічний зміст таких слів і словосполучень природної мови: "і", "або", "або... або", "тільки одне", "хоча б одне" та побудувати відповідну їм теоретико-множинну модель.

Перед розв'язуванням змістових задач, учням можна запропонувати розв'язати формальну задачу такого змісту.

Задача. Є дві множини А та В до складу яких входять 50 і 20 чоловік. Знайти максимальну та мінімальну кількість людей, що можуть входити до об'єднання цих множин та їх перерізу.

Висновки, здебільшого учні роблять, виходячи із наочного ілюстрування можливих випадків. В умовах дефіциту навчального часу, при навчанні розв'язуванню задач даного типу можна використовувати зошити з друкованою основою.

Наведемо приклади змістовних задач даного типу.

Задача 1. У класі 35 учнів. З них 20 займаються в математичному гуртку, 11 у біологічному. 10 учнів не відвідують жоден гурток. Скільки біологів займаються математикою.

Задача 2. Кожен учень у класі вивчає англійську чи французьку мову. Англійську мову вивчають - 25, французьку - 27, а ту і другу - 18 чоловік. Скільки учнів у класі?

Задача 3. У класі вчаться 40 учнів. Із них з української мови мають "задовільно" 19 учнів, з математики - 17 учнів, з фізики - 22 учня. Тільки з одного предмета мають оцінку "задовільно": з мови - 4 учня, з математики - 4 учня, із фізики - 11 учнів, 7 учнів мають "задовільно" і з математики і з фізики, із них 5 мають "задовільно" і з мови. Скільки учнів у класі навчаються на "добре" і "відмінно"? Скільки у класі задовільно встигають тільки по двом з трьох предметів?

Задача 4. У олімпіаді брали участь 50 школярів. Арифметичну задачу розв'язали 30 чоловік, геометричну - 10, логічну - 9. Всі 3 задачі розв'язали 2 чоловіка, арифметичну і логічну - 7, логічну і геометричну - 4, арифметичну і геометричну - 3. Скільки чоловік:

а) не розв'язали арифметичну або геометричну задачі;

б) розв'язали тільки арифметичну задачу;

в) розв'язали арифметичну і логічну задачі, але не розв'язали геометричної задачі;

г) розв'язали тільки логічну задачу;

д) не розв'язали жодної задачі. [5, 6]

II. Задачі на використання закону суперечності - цей клас задач розв'язується шляхом виключення випадків, що суперечать будь-якій із умов задачі.

Традиційним засобом розв'язання задач даного типу у шкільному курсі математики є побудова "умовної" таблиці, в клітинки якої вписують різноманітні комбінації елементів розглядуваних множин. Таблиця дозволяє не тільки розв'язувати логічну задачу, але й знаходити оптимальні (мінімальні за кількістю) "елементарні умови", що використовуються для знаходження розв'язку, допомагає, аналізуючи умови задачі, виявляти зайві з них, перевіряти суперечність і повноту, а також можливість розбиття задачі на підзадачі.

При розв'язуванні даного типу задач у школярів формується комбінаторне мислення, яке відіграє важливу роль у повсякденному житті.

Приклад. Воронов, Павлов, Левицький і Сахаров - чотири талановиті молоді людини. Один з них танцюрист, другий - художник, третій - співак, а четвертий - письменник. Ось що відомо про них.

Воронов і художник були в театрі в той вечір коли, співак виступав там з концертом.

Павлов і письменник разом позували художнику.

Письменник написав біографічну повість про свого друга Сахарова і збирається написати про іншого друга, Воронова. Назвіть фамілії танцюриста, художника, співака і письменника.

Розв'язання.

Будемо розв'язувати задачу, виключаючи ті випадки, які суперечать будь-якій умові задачі. Для зручності побудуємо таблицю, в яку по вертикалі запишемо прізвища молодих людей, а по горизонталі - їх спеціальності.

	Воронов	Павлов	Левицький	Сахаров
танцюрист				
художник	-	-		
співак	-			
письменник	-	-		-

В умові сказано, що художник і Воронов були в театрі, отже Воронов не художник і не співак. Ставимо у таблиці у відповідних клітинках знак мінус. Згідно умови письменник не Сахаров і не Воронов, отже відмічаємо це у таблиці у відповідних клітинка знаками мінус. Оскільки Павлов і письменник разом позували художнику, то Павлов не письменник і не художник - ставимо знаки мінус у відповідних клітинках.

За змістом задачі в кожному рядку і в кожному стовпчику повинен бути тільки один плюс, тому, що кожну спеціальність має тільки один з молодих людей, так як всього четверо спеціальностей і четверо чоловік.

Розглянемо перший стовпчик: в трьох клітинках стоять мінуси, отже Воронов - танцюрист, це позначимо знаком плюс. Тоді в останніх клітинках першого рядка ставимо мінуси. Розглянемо тепер другий стовпчик. Легко бачити, що співаком є Павлов. Поставимо плюс в другій клітинці третього рядка, в інших клітинках цього рядка мінуси. Отже художник - Сахаров, Левицький - письменник.

	Воронов	Павлов	Левицький	Сахаров
танцюрист	+	-	-	-
художник	-	-	-	+
співак	-	+	-	-
письменник	-	-	+	-

Наступні задачі пропонуємо учням для самостійного розв'язування.

Задача 5. В фіналі турніру з шахів зустрілися 6 представників військових звань: майор, капітан, сержант, старшина і єфрейтор, різних спеціальностей: льотчик, танкіст, артилерист, мінометник, сапер і зв'язківець.

У першому турі лейтенант виграв у льотчика, майор у танкіста, а сержант - у мінометника. В другому турі капітан виграв у танкіста. В третьому і четвертому турах мінометник через хворобу не брав участі в турнірі, тому вільними від гри були капітан і єфрейтор. В четвертому турі майор виграв у зв'язківця. Одержали перемогу в турнірі лейтенант і майор. Найгірше виступив сапер. З'ясуйте спеціальність кожного учасника.

Задача 6. В купе одного з вагонів їдуть шість пасажирів, які живуть в різних містах: Москві, Санкт-Петербурзі, Мінську, Києві, Харкові і Одесі. Їх прізвища: Андрєєв, Борисов, Васильєв, Григор'єв, Дмитрієв і Єлисєєв.

Під час посадки Васильєв допомагав одеситу вантажити багаж. У дорозі з'ясувалося, що Андрєєв і москвич - лікарі, Дмитрієв і пітерець - вчителі, Васильєв і мінчанин - інженери. Борисів і Єлисєєв - військові, а мінчанин в армії не служив. Андрєєв і харків'янин вийшли в Києві, а Васильєв поїхав далі. Єлисєєв вів суперечку з пітерцем про користь нових лік. Визначте місце проживання кожного з пасажирів, а потім вкажіть їх професії.

Задача 7. Чотири льотчика-випробувача: Андрій, Борис, Микола і Сергій - одержали завдання випробувати чотири літака різних марок. Кожен літак повинен бути випробуваний кожним льотчиком. Випробування проводились одночасно і були виконані льотчиками за чотири дні. В перший день Андрій випробував літак Мі, в другий літак Ла, а в четвертий літак Ту. В ті дні, коли Андрій підіймався на літаках Мі і Ан, у Бориса на випробуваннях були Ан і Ту. У Миколи першим на випробуваннях був літак Ту, а останнім Мі. В якій послідовності випробував літаки Сергій?

III. Задачі на використання методу від супротивного.

Під час розв'язування задач методом від супротивного роблять припущення, протилежне тому, яке стверджує задача. Потім шляхом міркувань приходять до твердження, що суперечить або умові задачі, або іншим відомим фактам. На цій основі роблять висновок, що припущення невірне, а правильним буде твердження задачі. Цим самим реалізується одне з двох основних положень класичної двозначної логіки: істинним може бути або деяке твердження, або його заперечення – третього не дано (закон виключеного третього). Розв'язання логічних задач методом від супротивного дозволяє школярам опанувати цим загально-математичним методом доведення і дозволить учням ефективніше застосовувати його у курсі геометрії для доведення теорем і розв'язування задач на доведення.

Покажемо застосування методу від супротивного на прикладі розв'язування логічних задач.

Приклад 1. У магазин привезли 33 ящика з яблуками чотирьох сортів, причому в кожному ящику лежать яблука якого-небудь сорту. Чи можна знайти 9 ящиків з яблуками одного сорту.

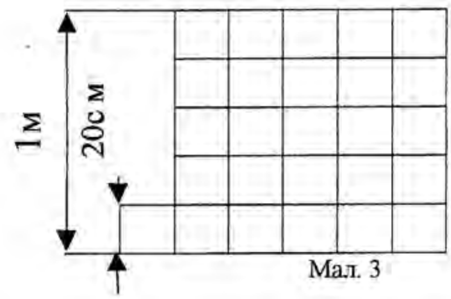
Розв'язання.

Припустимо, що серед привезених ящиків не можна знайти 9 ящиків з яблуками одного сорту. Тоді ящиків кожного сорту буде не більше ніж 8. Але в цьому випадку матимемо, що всіх ящиків не більше ніж 32($8\times4 = 32$).

А це суперечить умові задачі, (за умовою ящиків привезли 33). тому припущення неправильне, отже 9 ящиків з яблуками одного сорту можна знайти.

Приклад 2. У квадрат зі стороною 1 м кинули 51 точку. Доведіть, що принаймні три з них можна накрити квадратом зі стороною 20 см.

Розв'язання.



Мал. 3

Припустимо, що серед 25 утворених квадратів (мал. 3) не знайдеться квадрата, в якому буде 3 точки. Тоді в кожному з цих квадратів буде менше ніж три точки, тобто або 0, або 1, або 2.

У цьому випадку дістанемо, що кількість точок може дорівнювати числу, яке не більше ніж $50 (25 \times 2 = 50)$. Це суперечить умові $(50 < 51)$ тому припущення неправильне.

Отже, знайдуться три точки, які можна накрити квадратом зі стороною 20 см.

IV. Задачі на несуперечність множини висловлень.

У звичайному шкільному курсі алгебри задачі розв'язують за допомогою складання рівнянь і систем рівнянь, які виражають кількісні відносини між відомими і невідомими величинами. При розв'язуванні логічних задач даними відомими величинами є певні твердження (висловлення), а їх логічний зв'язок виражається своєрідними рівняннями алгебри висловлень або системами (логічним добутком) даних рівнянь. Маючи дані висловлення і знаючи їх логічний взаємозв'язок у задачах даного класу шукають нові висловлення, які відповідають на поставлене в логічній задачі питання, (тобто шукають ті умови, при яких дана множина висловлень буде несуперечною).

Приклад: У змаганнях з гімнастики на першість школи беруть участь Алла, Валентина, Тетяна, Даша. Вболівальники висловили пропозиції щодо майбутніх переможців:

1) "Першою буде Тетяна, Валентина буде другою".
2) "Другою буде Тетяна, Даша – третьою".
3) "Алла буде другою, Даша – четвертою".

Після закінчення змагань виявилось, що в кожному реченні тільки одне з висловлень істинне, друге – хибне. Яке місце на змаганнях зайняла кожна з дівчат, якщо всі вони виявились на різних місцях.

Розв'язання.

Даними задачі є висловлення і необхідно знайти також висловлення. Позначимо задані висловлення буквами з індексами: буква відповідає імені дівчинки (перша літера), а індекс – місцю, яка дівчинка зайняла на змаганнях. Зазначимо, що вдалі позначення сприяють успішному розв'язанню задачі.

Оскільки у кожному реченні вболівальників тільки одне із висловлень істинне, а друге хибне, то істинними будуть висловлення, якщо в них твердження з'єднаємо словом "або", тобто диз'юнкцією.

Отже матимемо систему таких істинних висловлень (логічних рівнянь).

$T_1 \square B_2 = 1$ $T_2 \square D_3 = 1$ $A_2 \square D_4 = 1$

Перемножимо перше рівняння на друге $(T_1 \square B_2) \square (T_2 \square D_3) = 1$

$T_1 \square T_2 \square T_1 \square D_3 \square B_2 \square T_2 \square B_2 \square D_3 = 1$

Відкинемо перший і третій логічні добутки; адже в них мова йде про неможливі події. Тетяна не може бути одночасно на першому і другому місцях; (перший добуток), і на другому місці не можуть бути одночасно, дві дівчинки, так як всі вони за умовою задачі виявились на різних місцях. Отже результат множення перших двох умов такий: $T_1 \square D_3 \square B_2 \square D_3 = 1$. Помножимо його на останнє рівняння:

$(T_1 \square D_3 \square B_2 \square D_3) (A_2 \square D_4) = 1$

$T_1 \square D_3 \square A_2 \square T_1 \square D_3 \square D_4 / B_2 \square D_3 \square A_2 \square B_2 \square D_3 \square D_4 = 1$

Легко визначити, що необхідно викреслити три останні добутки (кожний з них хибний).

Остаточний добуток має вигляд: $T_1 \square D_3 \square A_2 = 1$. А це означає що:

Таня посіла перше місце у змаганнях. Алла – друге, Даша – третє, Валентина – четверте. Неважко перевірити, що дійсно кожен вболівальник виявився правий лише в одному припущенні.

Таку задачу даного типу пропонуємо для самостійного розв'язування учням.

Задача 8. Олексій, Борис і Григорій знайшли в землі посудину. Кожен з них висловив по два таких речення.

Олексій "ця посудина фінікійська, III століття".

Борис "ця посудина грецька V століття".

Григорій "ця посудина не грецька, IV століття".

Вчитель історії сказав хлопцям, що кожен з них правий тільки в одному з двох своїх речень. Де і в якому столітті була виготовлена посудина?

V. Задачі розв'язування яких зводиться до пошуку мінімальних нормальних форм.

При розв'язуванні даного класу задач необхідна алгебра логіки, яка дозволяє перетворювати і спрощувати складні висловлення, записані в символічній формі. Тому цей клас задач можна розв'язувати після вивчення учнями основ логічних знань, тобто при систематичному вивченні курсу логіки.

VI. Задачі, розв'язування яких передбачає зведення до досконалих нормальних форм формули алгебри висловлень, яка логічно моделює умови конкретної задачі.

По аналогії з попереднім типом, цей клас задач можна розглядати за умови ознайомлення учнів з основами курсу логіки.

При розв'язуванні змістових логічних задач у школярів виробляються стійкі навички щодо правильного безпомилкового використання логічної термінології, поглиблюється розуміння змісту логічних зв'язок підвищується культура їх пізнавальної діяльності, формується комбінаторне мислення, необхідне кожній людині і у загальнокультурному плані і для нормальної соціалізації особистості в сучасному суспільстві.

Ми розглянули розв'язування логічних задач у шкільному курсі математики. Але оскільки їх розв'язання значно спрощується з використанням апарату алгебри висловлень, тому вважаємо, що логічні задачі мають бути необхідною складовою навчальних програм всіх учбових закладів в яких вивчається курс логіки і вища математика взагалі.

Література:

1. Бизам Д., Герцег Я. Игра и логика. 85 логических задач. - М. Мир, 1995. - 358 с.
2. Гжегорчик А. Популярная логика: Пер. с польск. - М.: Наука, 1979. - 111 с.
3. Ивин А.А. Строгий мир логики. - М.: Педагогика, 1988, 128 с.
4. Калужин Л.А. Что такое математическая логика. - М.: Наука, 1964. - 150 с.
5. Кухар В.М., Тадіян С.І., Тадіян В.П. Математика множини. Логіка. Цілі числа. К.: Вища школа, 1989. - 330 с.
6. Мельников В.Н. Логические задачи. - Київ, Одеса: Вища школа, 1989. - 344 с.

Вашуленко О.П.

Інститут педагогіки АПН України, м. Київ

Психолого-методичні принципи добору системи вправ з геометрії в основній школі

Систематичний курс геометрії, як навчальний предмет, має свої особливості. Строгість його логічного викладу вимагає знання багатьох пов'язаних між собою фактів та способів встановлення зв'язків між ними. Багаторічний досвід викладання геометрії в школі свідчить про те, що лише незначна частина учнів здатні усвідомити логічну структуру геометрії, як дедуктивної наукової системи. Спеціальні дослідження свідчать, що такі учні складають лише близько 30%. Однак, геометрія, як навчальний предмет, може забезпечити вироблення в учнів умінь і навичок, необхідних їм у практичній діяльності, вивченні суміжних дисциплін, продовженні освіти а також багатьох важливих психічних якостей.

Шкільна програма з математики передбачає опанування учнями, по-перше, понять і закономірностей та формування математичних уявлень, по-друге, вміння розв'язувати певні типи задач. При цьому вважається, що учні мають навчитися правильно оперувати поняттями та закономірностями і усвідомлювати методи, прийоми розв'язування задач. Однак з численних публікацій і результатів констатуючого експерименту навчання учнів основної школи геометрії не досягає поставленої мети. За результатами тематичних і підсумкових контрольних робіт виявлено такі загальні недоліки у засвоєнні навчального матеріалу з геометрії:

- учні не вміють застосовувати властивості фігур до розв'язування задач;
- викликає труднощі трансформація умови задачі з текстової у графічну, що свідчить про недостатній розвиток просторової уяви;
- учні не вміють застосовувати способи доведення до розв'язування задач;
- виконання малюнків нераціональне, в учнів недостатньо сформовані конструктивні навички;
- в учнів недостатньо сформовані навички обчислення значень геометричних величин.

Засвоєння учнями навчального матеріалу значною мірою залежить від системи вправ за якою здійснюється цей процес. Анкетування та бесіди з учителями свідчать про те, що діюча система вправ з геометрії в основній школі вимагає вдосконалення. 84% опитуваних доповнюють систему вправ підручника з інших джерел, 6% - компонують систему вправ самостійно. Один з головних недоліків діючої системи вправ з геометрії в основній школі є відсутність вправ для засвоєння змісту на початковому і середньому рівнях навчальних досягнень. Це пояснюється особливістю її компонентів. Учням відразу після вивчення теоретичного матеріалу пропонується геометрична задача, яка вимагає наявність багатьох вмінь (виконання рисунка, мисленої трансформації текстової інформації в графічну і навпаки і таке ін.) і таких психічних дій, як абстрагування (а виконання геометричної задачі з текстовою умовою вимагає кілька кроків абстрагування) та відшукання в уяві відповідних просторових образів. Ця проблема є особливо гострою на початковому етапі вивчення геометрії, якщо згадані вміння не відпрацьовуються окремо. Часто геометрична задача вимагає кількох логічних кроків або застосування кількох понять. За таких умов значна частина учнів не оволодіває початковим і середнім рівнями засвоєння знань. До того ж психологічні дослідження свідчать, що більшість учнів лишаються на інтуїтивно-практичному рівні оперування знаннями. За умови відсутності достатньої кількості відповідних вправ такі учні не мають можливості реалізувати і показати свої знання. Таким чином не реалізуються численні можливості шкільного курсу геометрії для розвитку мислення учнів.

Результати анкетування учнів виявили знижений їх інтерес до предмета. Тільки 17% опитаних домашні завдання з геометрії виконують, у першу чергу, близько 4% виявляють бажання виконувати додаткові завдання.

Аналізуючи процес навчання геометрії в основній школі, ми прийшли до висновку, що у якості системи вправ, як засобу вивчення предмету, на практиці є набір геометричних задач, що пропонується у підручнику, навчальних та методичних посібниках. Однак геометрична задача має свої особливості і потребує для вміння її розв'язувати набір специфічних умінь, вироблення яких є окремим завданням і предметом окремих методичних досліджень. Іншими словами, ми пропонуємо учню для засвоєння матеріалу набір задач у якості вправ, для виконання яких він ще не має потрібних вмінь (принаймні на початковому етапі вивчення систематичного курсу геометрії).

Отже, виникає протиріччя, яке вимагає дослідження проблеми побудови системи вправ для засвоєння геометричних знань учнів основної школи.

Проблема добору системи навчальних вправ багатоаспектна. Для її дослідження потрібний системний підхід, тобто врахування психологічних, дидактичних, методичних і суто предметних аспектів. Для визначення загальної процедури добору системи вправ з геометрії в основній школі необхідно окреслити межі пошуку її елементів, визначити фактори, що впливають на процес добору, а також, розробити принципи добору – загальнометодичні положення, які визначають напрями діяльності по добору системи вправ і спрямовані на досягнення відповідних методичних цілей.

Мета нашої статті провести аналіз досліджень навчально-методичної літератури, вікових особливостей учнів на предмет з'ясування психолого-методичних принципів добору системи вправ з геометрії основної школи.

Чимало досліджень присвячено питанню побудови системи математичних вправ та дидактико-методичним вимогам до них. Найбільш універсальний, на наш погляд, є підхід Г.І.Саранцева. У своєму дослідженні автор розробив теоретичну модель конкретної системи математичних вправ, виділив її основні компоненти, виявив закономірності її функціювання в процесі навчання. Значний вклад у розробку питання щодо конструювання системи вправ зробив Я.Й.Грудьонов. Ним охарактеризовано психологічні основи побудови системи вправ з математики і, спираючись на роботи П.А.Шеварьова, доведено, що сам набір вправ, без урахування психологічних закономірностей засвоєння знань, є джерелом виникнення в учнів помилкових асоціацій. Нейтралізувати негативний вплив цих закономірностей автор пропонує шляхом врахування при побудові системи вправ таких принципів: 1) неперервного повторення; 2) варіативність вправ і застосування контрприкладів; 3) принцип порівняння у вигляді періодичного протиставлення (чергування вправ на прямі і обернені операції, чергування будь-яких інших задач, коли хочуть підкреслити їх взаємозв'язок, спільне та відмінне); 4) обмеження кількості підряд розміщених однотипних вправ та ін. В.А.Черкасов у своєму дослідженні визначив дидактичні основи побудови системи вправ шляхом аналізу понять "процес навчання" і "метод навчання". Автор розглядає функції навчання і будує модель процесу навчання. А на основі моделі розробляє підхід до побудови системи вправ. В.Ф.Чучуков досліджував вплив системи диференційованих завдань на ефективність управління навчальним процесом і розробив основні дидактичні вимоги до її побудови. Ці вимоги розглядаються в трьох аспектах – загальнодидактичному, конкретно-методичному і з точки зору специфіки диференційованих завдань. До загальнодидактичних належать такі вимоги : а) відповідність змісту навчального матеріалу; б) посильність завдань відповідній віковій категорії учнів; в) сприяння розумовому розвитку учнів, свідомому засвоєнню матеріалу. Конкретно-методичні вимоги обумовлюються специфікою навчального предмету. З точки зору специфіки диференційованих завдань автор формулює ряд вимог до системи таких завдань що зводяться до вимоги бути спільними за тематикою та різними за трудністю виконання для різних типологічних груп учнів класу та різної кількості для кожної з таких груп завдань на різних етапах навчального процесу. Логічна структура навчальної системи задач (на матеріалі курсу алгебри середньої школи) досліджувалась М.І.Денисовою. Предмет даного дослідження складають спеціальні системи вправ, спрямовані на підготовку учнів до самостійного розв'язування окремої складної математичної задачі ("навчальні" системи задач). Принципи побудови таких систем ґрунтуються на аналізі складу і структури розв'язування відповідних складних задач. Враховуються, зокрема, компоненти вихідної складної задачі і логічні зв'язки між цими компонентами. Авторка формулює такі принципи забезпечення оптимальної повноти навчальної системи задач : 1) варіювання задач системи (мається на увазі варіювання як зовнішньої форми задачі так і її змісту); 2) забезпечення оптимальної кількості задач-компонентів системи; 3) увідповіднення складності процесу розв'язування вихідної задачі і математичних здібностей учня. У дослідженні С.Б.Суворової за основу пропонованої системи вправ (на матеріалі алгебри) взято основні елементи змісту навчання, які потрібно засвоїти. Методичні вимоги щодо системи вправ розглядаються окремо для кожного з трьох елементів змісту курсу. В.А Жаров обґрунтував деякі методичні принципи побудови системи геометричних задач, керуючись якими, на його погляд, можна створити систему задач, яка сприяла б засвоєнню основних ідей і методів геометрії та виробленню необхідних навичок і вмінь. В основу вимог до системи вправ з геометрії В.А.Жаров поклав ідею геометричних перетворень. У дисертаційному дослідженні Бевз В.Г. розроблено психолого-педагогічні та методичні вимоги до системи стереометричних вправ для загальноосвітньої школи, реалізація якої сприяє досягненню всіма учнями рівня обов'язкової підготовки зі стереометрії. Вимоги до системи стереометричних вправ відображають дидактичні принципи навчання математики, програмні вимоги до результатів вивчення відповідного навчального предмету, психологічні закономірності мислительної діяльності учнів при розв'язуванні задач.

За результатами аналізу навчально-методичної літератури та практики навчання геометрії нами визначено та обгрунтовано дві групи психолого-методичних принципів побудови системи вправ з геометрії для учнів основної школи. До першої групи належать принципи, що визначають **порядок** вправ у системі. Основою для встановлення порядку в системі вправ є: послідовність тем за програмою, нарощування складності вправ та послідовність етапів навчального процесу.

Друга група містить принципи, що забезпечують **повноту** системи геометричних вправ. Система вправ має містити достатню кількість вправ для реалізації їх функцій. Особливої уваги вимагає вироблення геометричних вмінь учнів, розвиток просторової уяви і логічного мислення. У системі обов'язкова присутність вправ для організації систематичного повторення матеріалу, для організації самостійної навчальної діяльності. Для її контролю і корекції. Гіпотетично система диференційованих вправ з геометрії в основній школі має структуруватися за трьома рівнями відповідно до рівнів вимог до навчальних досягнень учнів : 1) середній; 2) достатній; 3) високий. Перехід до виконання вправ високого рівня передбачає вміння виконувати вправи достатнього і середнього рівнів. Уміння виконувати вправи середнього рівня обов'язкове для всіх учнів. Однак, під час експериментальної частини дослідження було виявлено деякі проблеми психологічного характеру. З'ясувалося, що багато учнів 13 – 15 років не здатні об'єктивно вибирати для себе рівень засвоєння навчального матеріалу, з геометрії зокрема. Підлітками часто керують не особисті потреби та бажання досягнення вищих результатів у навчанні. Вони знаходяться під впливом інших факторів, наприклад, під впливом референтної групи, цінності та критерії належності до якої не співпадають з вимогами вчителів, батьків та власних майбутніх потреб. Багато учнів не бажають виконувати вправи достатнього та високого рівнів, аргументуючи це можливістю вільного вибору рівня засвоєння знань. Це пояснюється небажанням деяких підлітків перевантажувати себе, проявляти сумління у присутності друзів, демонстрацією своєї незалежності і таке інше. Спроба запропонувати учням диференційовані домашні завдання показала, що лише окремі учні приступали до виконання завдань високого рівня.

Аналізуючи вікові особливості учнів основної школи, ми прийшли до висновку, що на етапі введення та засвоєння нового змісту з геометрії слід пропонувати учням систему вправ, побудовану за принципом нарощування їх складності. Нарощування складності вправ здійснюється у такі способи: 1) збільшення кількості змістових одиниць (розширення тематики вправ); 2) ускладнення алгоритму розв'язування вправ; 3) введення у розв'язання вправ евристик та збільшення їх кількості. Диференційоване навчання геометрії здійснювати не пропонуючи учням з різним рівнем навченості різнорівневі вправи, а диференційовану дидактичну допомогу у процесі виконання вправ. Виділяють чотири типологічні групи школярів відповідно до їх рівня знань, умінь і навичок : I – з низьким, II – з середнім, III – з відносно високим та IV – з високим рівнями знань, умінь і навичок. Зазвичай, вчитель інтуїтивно відносить кожного учня до тієї чи іншої групи а також спостерігає переміщення учнів з однієї групи у іншу. Досвідом та шкільною практикою доведено : 1) потреба у підготовчих вправах зменшується по мірі збільшення номера типологічної групи; 2) усвідомлюючі вправи потрібні для учнів I і II груп, для учнів III групи – таких завдань потрібно на багато менше, а для учнів IV групи ці завдання потрібні лише для усного розв'язування; 3) сильніші учні потребують більше вправ тренувального і творчого характеру, а слабші – більше вправ на первинне застосування знань і тренувальних. Тому диференційоване навчання геометрії потрібно здійснювати не лише пропонуючи учням з різним рівнем навченості різнорівневі вправи, а й диференційовану допомогу вчителя учню у процесі виконання вправ. Така допомога може мати форму : а) загального інструктажу, б) загальних вказівок щодо способу виконання завдання, в) повідомлення плану розв'язування – повного або часткового, г) надання проміжних результатів розв'язання (для контролю чи самоконтролю), д) повідомлення кінцевого результату у закодованому вигляді (в альтернативній формі, у формі вибору відповіді із запропонованих і т. ін.) За мірою та способом надання допомоги вправи можуть поділятися на: а) вправи з необхідними вказівками щодо розв'язування, б) вправи, у яких допомога надається шляхом застосування системи пропусків, в) вправи, допомога у розв'язуванні яких передбачена лише у вигляді повідомлення правильної відповіді. Спеціальними дослідженнями доведено, що допомога при виконанні вправ найпотрібніша для учнів I і II навчальних груп. Для учнів III групи такі вправи слід застосовувати лише на складному матеріалі. Надання спеціальної допомоги при виконанні вправ учнями IV групи не ефективне. На етапі самостійної роботи та на етапі контролю корисно пропонувати учням трирівневу систему геометричних вправ. Коли учні вже набули вмінь застосовувати геометричні знання до розв'язування вправ, вони мають можливість самостійно перевірити власний рівень навченості. Диференційовані самостійні роботи виконують діагностико-прогностичну функцію. Вчитель має можливість виявити недоліки у засвоєнні навчального матеріалу і організувати корекцію цього процесу.

Серед інших принципів побудови системи геометричних вправ такі: принцип реалізації програмних вимог щодо формування геометричних умінь та відповідності їх операційному складу; принцип розміщення вправ відповідно до етапів навчального процесу; принцип реалізації розвивальної функції геометричних вправ; принцип реалізації методів навчання.

Для досягнення психолого-педагогічної повноти системи вправ необхідно забезпечити ефективне варіювання її компонентів. У навчанні математики вправи є домінуючим способом організації навчально-пізнавальної діяльності. Здійснювати управління мислительною діяльністю учнів підліткового віку, активізуючи її, неможливо без урахування психолого-дидактичних закономірностей навчальної діяльності, які забезпечують взаємозв'язки між внутрішніми процесами, що протікають у свідомості учнів, і зовнішніми, дидактичними умовами, за яких здійснюється навчальна діяльність. До зовнішніх умов належать зміст вправ, їх послідовність, прийоми організації навчальної роботи, а до внутрішніх – мислительна діяльність, процеси мислення, уваги, сприйняття, запам'ятовування і т. ін. Враховуючи психологічні закономірності мислительної діяльності школярів, можна, видозмінюючи зовнішні, дидактичні умови, координувати внутрішні процеси свідомості учнів. Практичне застосування принципу варіацій у навчанні сприяє запобіганню помилкам на початкових етапах знайомства учнів з новим поняттям. Застосування принципу варіювання істотних і неістотних ознак поняття у вправах у процесі вивчення нового матеріалу дає можливість активізувати самостійну діяльність учнів. Послідовне варіювання умови вправ сприяє зафіксуванню в пам'яті учнів того чи іншого прийому розв'язування задач. Умови вправ певних типів можна варіювати шляхом введення додаткових елементів, збільшення кількості числових даних. Педагогічний досвід свідчить, що введення додаткових даних створює для учнів нову ситуацію, що вимагає вміння виділити ту частину умови, яка визначає застосування того чи іншого твердження або способу розв'язування. Варіювання прямих і обернених дій у системі геометричних вправ відбувається завдяки чергуванню вправ на застосування прямої і оберненої теореми. Добираючи систему вправ з геометрії для досягнення певної мети, потрібно передбачати варіацію видів математичного мислення за рахунок вправ на обчислення, доведення, побудову, дослідження.

У обґрунтуванні більшості принципів добору системи вправ визначається особлива роль геометричних вправ за готовими малюнками. Вправи за готовими малюнками активізують увагу та мислительну діяльність учнів під час вивчення нового змісту. Такі вправи добре компенсують обмеженість навчального часу на уроці Вправи за готовими малюнками на обчислення та на доведення зручно застосовувати для самостійних та контрольних робіт. Вони також готують учнів до розуміння та самостійного розв'язування таких задач, для яких ці вправи є складовими.

Отже, загальна процедура добору передбачає набір вправ за принципом нарощування складності для всіх учнів. Вправи мають містити від одного до кількох логічних кроків, забезпечувати реалізацію конкретних методичних цілей. Значна частина вправ – вправи за готовими малюнками. Наявність вправ на вироблення конструктивних вмінь – обов'язкова. Система вправ містить підсистему диференційованих самостійних і контрольних робіт. Допомога учням різних типологічних груп надається на всіх етапах навчального процесу. Система вправ передбачає корекцію засвоєння знань учнів з геометрії, потреба в якій визначається після виконання самостійних і контрольних робіт.

Література:

1. Бурда М.І. Принципи відбору змісту шкільної математичної освіти. Педагогіка і психологія №1, 1996р.
2. Бевз В.Г. Методические основы построения системы стереометрических упражнений. Дис. канд. пед наук. Киев – 1989.
3. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики. – М.: «Просвещение», 1990.
4. Жаров В.А. Основные принципы построения задачника по геометрии. – Ярослав. пед. инстит., 1960.
5. Саранцев Г.И. Теоретические основы методики упражнений по математике в средней школе. Автореферат дис. докт. пед наук. – Л., 1987.
6. Суворава С.Б., Леонтьева М.Р. Упражнения в обучении алгебре. – М.: «Просвещение», 1985.

Гарвацький В.С., Кулик В.Т., Рокіцький І.О., Рокіцький Р.І

Вінницький державний педагогічний університет

Шляхи забезпечення практичної підготовки з алгебри майбутніх учителів математики

Значну роль у фундаментальній і фаховій підготовці вчителя математики відіграє курс алгебри і теорії чисел. Більша частина діючої програми курсу безпосередньо пов'язана з шкільною математикою і забезпечує її теоретичне обґрунтування. У порівнянні з курсами математичного аналізу та геометрії він має свою специфіку і ряд труднощів, які пов'язані з достатньо великою формалізацією основних базових математичних понять, їх абстрактністю, тонкими логічними міркуваннями, що проводяться при їх обґрунтуванні, та наявністю значної частини задач, що мало піддаються типізації за методами розв'язування.

Однією з передумов якісного засвоєння студентами цього курсу є належне методичне забезпечення практичної підготовки, яке б дозволяло самостійно переходити від нижчого до вищого рівня оволодіння матеріалом. Видані на початку 80-х років минулого століття посібники [1,2], які вже стали бібліографічною рідкістю, не повністю відповідають цим вимогам та не завжди враховують потреби нових технологій навчання, зокрема, кредитно-модульної системи навчання і контролю засвоєння знань.

<u>Мета нашої статті</u> розкрити шляхи забезпечення практичної підготовки з алгебри майбутніх учителів математики.

Для забезпечення застосування модульної системи в університеті видані навчально-методичні посібники [10 -- 13]. У них весь програмний матеріал курсу розбито на окремі модулі. Кожний модуль, як правило, включає два розділи з програми курсу і містить завдання для самостійних, домашніх та творчих робіт (містять до 14 варіантів), тести та варіанти контрольних робіт (по 4 варіанти), запитання до колоквіуму.

Наведемо один з прикладів.

Так, у перший модуль ми включаємо розділи "Елементи теорії множин і логіки" та "Алгебри . Основні числові системи".

По модулю проводиться 2 самостійних роботи, на написання яких студенту виділяється 10 хвилин для відповіді на 2 запитання. Наприклад, по другому розділу студент повинен бути готовим відповісти на такі запитання:

1. Дайте означення бінарної операції у множині. Наведіть приклади.
2. Якими способами можна задати бінарну операцію в множині?
3. Коли бінарну операцію в множині називають комутативною та асоціативною? Приклади.
4. Що називають напівгрупою та які її властивості ви знаєте?
5. Який елемент називають нейтральним у бінарному оперативі (групоїді) та скільки їх може бути? Приклади.
6. Який елемент називають симетричним до даного в бінарному оперативі? Скільки їх може існувати? Приклади.
7. Що розуміють під терміном "група" в алгебрі? Приклади.
8. Чи можна в мультиплікативній групі проводити скорочення та як називають відповідну дію в адитивній групі?
9. Чи можна в мультиплікативній групі розв'язати рівняння $ax=b$ та $ya=b$?
10. Які властивості груп ви знаєте?
11. Як можна порівнювати групи?
12. Дайте означення ізоморфізму та гомоморфізму груп.
13. Коли про дві бінарні операції в одній множині говорять, що вони дистрибутивні? Приклади.
14. Дати означення кільця та навести приклади.
15. Які властивості кілець ви знаєте?
16. Що називають різницею елементів у кільці і операцією віднімання та як вона пов'язана з операцією множення?
17. Що називають полем? Приклади.
18. Які властивості полів ви знаєте?
19. Що означає термін "підполе" та коли підмножина поля є підполем?
20. Які властивості підполів ви знаєте?
21. Що ви розумієте під раціональними числами?
22. Що ви розумієте під дійсними числами?
23. Як будується поле комплексних чисел?
24. Як пов'язані поля дійсних і комплексних чисел?
25. Скільки існує полів комплексних чисел?
26. Що називають числовим полем? Приклади.
27. Необхідні і достатні умови того, щоб числова множина була числовим полем.
28. Чи існують найменше і найбільше числові поля?
29. Як виконувати дії додавання, віднімання та множення над комплексними числами в алгебраїчній формі?
30. Дати означення спряженого комплексного числа. Які його властивості?
31. Як виконується ділення комплексних чисел в алгебраїчній формі?
32. Як добути квадратний корінь з комплексного числа в алгебраїчній формі?
33. Які ви знаєте геометричні інтерпретації комплексних чисел?
34. Який запис називають тригонометричною формою комплексного числа? Приклади.
35. Яка умова рівності двох комплексних чисел у тригонометричній формі?
36. Як додати два комплексних числа в тригонометричній формі?
37. Як виконується множення і ділення комплексних чисел у тригонометричній формі?
38. Як піднести до степеня комплексне число?
39. Як добути корінь n–го степеня з комплексного числа $n>2$?
40. Які властивості має множина всіх коренів n–го степеня з одиниці?
41. Зобразити на координатній площині всі корені 8-го степеня з одиниці.
42. Яке геометричне тлумачення коренів n–го степеня з одиниці?
43. Який корінь з одиниці називають первісним і скільки їх існує для конкретного $n>2$?
44. Які рівняння називають двочленними і як їх розв'язувати?

В процесі вивчення матеріалу першого модуля студенти виконують домашню контрольну роботу, яка містить до 14 варіантів. Вона містить 10 завдань. Така кількість варіантів дозволяє забезпечити самостійність їх виконання.

Тестові завдання проводяться аудиторно і перевіряють широту засвоєння

матеріалу, не вимагаючи складних математичних викладок. На виконання тесту ми виділяємо одну астрономічну годину. Він виконує також підготовчу функцію до написання аудиторної контрольної роботи.

Наприклад, один з варіантів тесту №1 за перший модуль передує аудиторній контрольній роботі включає такі завдання:

1. Задати перетин $A \cap B$ і об'єднання $A \cup B$ множин переліком елементів, якщо $A = \{x| \ x \in N \wedge x^2 - 7x + 6 \le 0\}$, $B = \{5,10,15\}$.
2. Знайти $A \times B$ та $B \times A$, якщо $A = \{-1,0,1\}$ і $B = \{a,b,c\}$.
3. Які з властивостей (рефлексивність, транзитивність, симетричність, анти-симетричність) має на множині N відношення $\rho = \{(x,y)| \ x$ ділиться на $y\}$?
4. Знайти $\rho \circ \sigma$ та $\sigma \circ \rho$, якщо $\rho = \{(1,2),(1,3),(1,4)\}$ і $\sigma = \{(2,1),(3,2),(4,3)\}$.
5. Скласти таблицю істинності для формули $\overline{p} \wedge (q \vee r \rightarrow p)$.
6. Встановити, чи є рівносильними формули $(\forall x)(p(x) \vee g(x))$ та $(\forall x)p(x) \vee (\forall x)g(x)$.
7. Які з аксіом групи мають місце для бінарної операції •, заданої в множині $A = \{a,b,c,d\}$ таблицею Келі

•	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	b	b	b	b
c	c	c	c	c
d	d	d	d	d

8. Довести дистрибутивність операції перетину відносно об'єднання множин.
9. Чи є кільцем множина всіх висловлень відносно операцій кон'юнкція і диз'юнкція?
10. Записати комплексне число $(3-2i)^3 + (1-i)^2$ в алгебраїчній формі.
11. Знайти тригонометричну форму комплексного числа $2-2i\sqrt{3}$.
12. Знайти групу коренів 6-го степеня з одиниці.

Завдання домашньої і аудиторної контрольних робіт перевіряють також вміння студента виконувати більш складні технічні викладки на обчислення та доведення. Самостійне виконання цих 50 – 60 завдань сприяє якісному засвоєнню практичних вмінь з теоретичного матеріалу кожного модуля.

Підсумовує роботу над першим модулем проведення колоквіуму. На перший колоквіум пропонуємо такі запитання:

1. Операції над висловленнями. Формули та їх таблиці істинності.
2. Логічні закони. Теорема. Система спряжених висловлень.
3. Доведення від супротивного.
4. Операції над предикатами. Формули логіки предикатів.
5. Відношення еквівалентності та їх зв'язок з розбиттями множин.
6. Розбиття множини та їх зв'язок з відношеннями еквівалентності на ній.
7. Відображення (функції) та їх види. Умова оборотності відображення.
8. Відношення порядку та упорядковані множини. Найбільші та максимальні, найменші та мінімальні елементи, sup та inf підмножини.
9. Напівгрупа та її властивості.
10. Група та її властивості.
11. Кільце та його властивості. Ізоморфізм та гомоморфізм кілець.
12. Поле та його властивості.
13. Побудова поля комплексних чисел.
14. Множення, ділення та піднесення до степеня комплексних чисел.
15. Добування кореня з комплексного числа.
16. Корені n–го степеня з одиниці та їх властивості.

Відповіді на питання колоквіуму повинні бути достатньо аргументованими зі всіма потрібними доведеннями.

Автори практикують різні форми проведення колоквіумів: усне опитування, письмові відповіді та у вигляді ділової гри.

Цікаво і корисно для студентів проходять математичні диктанти. Їх проведення вчить студентів швидко, чітко і лаконічно формулювати свої думки. До цього спонукає чіткий регламент його написання. Як правило, ми виділяємо одну хвилину на завершення розпочатої викладачем думки. Для зменшення технічної роботи в процесі написання такого диктанту ми практикуємо заготовку для кожного студента бланку-анкети, який слід заповнити своєю відповіддю. На бланку залишається достатньо місця для завершення розпочатого речення. При сучасних технічних умовах це не складає труднощів. Тому викладач роздає завдання і слідкує тільки за самостійністю роботи кожного студента без використання жодних допоміжних матеріалів.

Приведемо приклад одного з таких диктантів, присвяченого розділу "Лінійні оператори векторного простору", на написання якого виділяється 30 хвилин. Бланк-анкета має вид:

1. Лінійним оператором f векторного простору L над полем P називається…

2. Для задання лінійного оператора f n–вимірного векторного простору L_n достатньо знати ...

3. Матрицею лінійного оператора f n–вимірного векторного простору L_n називається ...

4. Для даного лінійного оператора f n–вимірного векторного простору L_n координатні рядки довільного вектора та його образу пов'язані співвідношенням ...

5. Для матриць лінійного оператора f n–вимірного векторного простору L_n у різних базисах виконується рівність ...

6. Сумою двох лінійних операторів f і g векторного простору L над полем P називається ...

7. Множина всіх лінійних операторів векторного простору L над полем P відносно операції додавання є ...

8. Добутком двох лінійних операторів і векторного простору L над полем P називається ...

9. Множина всіх лінійних операторів векторного простору L над полем P відносно операцій додавання і множення є ...

10. Добутком лінійного оператора f векторного простору L над полем P на скаляр λ з поля P називається ...

11. Множина всіх лінійних операторів векторного простору L над полем P відносно операцій додавання і множення на скаляри є ...

12. Матриця суми двох лінійних операторів f і g векторного простору L_n над полем P дорівнює ...

13. Матриця добутку двох лінійних операторів f і g векторного простору L_n над полем P дорівнює ...

14. Матриця добутку лінійного оператора f векторного простору L_n над полем P на скаляр λ з поля P дорівнює ...

15. Алгебра ... з ... бінарними операціями і .... називається лінійною, якщо ...

16. Прикладами лінійних алгебр є: ...

17. Ядром лінійного оператора f векторного простору L над полем P називається ...

18. Образом лінійного оператора f векторного простору L над полем P називається ...

19. Рангом лінійного оператора f n–вимірного векторного простору L_n над полем P називається ...

20. Дефектом лінійного оператора f n–вимірного векторного простору L_n над полем P називається ...

21. Щоб знайти образ лінійного оператора f n–вимірного векторного простору L над числовим полем P, потрібно ...

22. Щоб знайти ядро лінійного оператора f n–вимірного векторного простору L_n над числовим полем P, потрібно ...

23. Лінійний оператор f n–вимірного векторного простору L_n над полем P називається невиродженим, якщо ...

24. Матриці n-го порядку A і B називаються подібними, якщо ...

25. Вектор ... простору L над числовим полем P називається власним для лінійного оператора f цього простору, якщо ... При цьому число λ називають ...

26. Характеристичним рівнянням лінійного оператора f n–вимірного векторного простору L_n над числовим полем P називається...

27. Щоб знайти власні значення лінійного оператора f n–вимірного векторного простору L_n над числовим полем P, потрібно ...

28. Щоб знайти власні вектори, яким відповідає знайдене власне значення λ лінійного оператора f n–вимірного векторного простору L_n над числовим полем P, потрібно ...

29. Лінійний оператор має простий спектр, якщо ...

30. Говорять, що матриця n–го порядку A зводиться до діагонального вигляду, якщо ....

Систему оцінювання такого диктанту можна широко варіювати.

На другому курсі замість домашніх контрольних робіт ми практикуємо написання творчих робіт, які готують студента до майбутнього написання курсової роботи. Так, при вивченні многочленів ми пропонуємо студентам виконати творчу роботу з наступним завданням.

Дайте різні означення многочлена і проведіть дослідження їх кілець над кільцем Z_{n+1} класів лишків за модулем n+1, де n -- ваш порядковий номер у списку групи, з таких питань:

1. Рівносильність алгебраїчного і функціонального означень у кільці $Z_{n+1}[x]$.
2. Які многочлени є асоційованими в кільці $Z_{n+1}[x]$?
3. Чи можна визначити в кільці $Z_{n+1}[x]$ ділення многочленів з остачею по аналогії з таким діленням для цілих чисел?
4. Вивчіть ідеали вашого кільця .
5. Дослідіть питання про НСД і НСК многочленів у вашому кільці.
6. Чи можна узагальнити на многочлени вашого кільця поняття звідного і незвідного многочленів?
7. Вивчіть питання про корені многочленів вашого кільця.
8. Чи можна для вашого кільця визначити поняття похідної і які будуть його властивості?
9. Дослідіть питання про існування поля раціональних дробів для вашого кільця.

При вивченні останнього модуля ми практикуємо написання студентами рефератів на історичну тематику з розвитку алгебри і теорії чисел та різних алгебраїчних шкіл України, близького і дальнього зарубіжжя. Назвемо декілька з таких тем:

1. Д. Кардано і його роль розв'язанні рівнянь третього і четвертого степеня.

2. П. Ферма і його знамениті теореми.
3. К.Ф. Гаусс і його алгебраїчні дослідження.
4. Е. Галуа і вплив його досліджень на розвиток алгебри.
5. В.Я. Буняковський – наш земляк і алгебраїст.
6. О.Ю. Шмідт та вплив його досліджень на розвиток теорії груп.
7. Видатні математики Санки-Петербурзької алгебраїчної школи.
8. Алгебраїчні дослідження у Московському університеті.
9. Київська алгебраїчна школа в другій половині XX століття.
10. Видатні математики харківської алгебраїчної школи.
11. Львівська алгебраїчна школа в XX столітті.

Після написання рефератів проводиться підсумкова студентська практична конференція, на якій студенти виступають з доповідями та повідомленнями по своїх рефератах перед однокурсниками та молодшими студентами. Така робота сприяє подальшій участі студентів у студентській науковій роботі та готує їх до майбутніх виступів на студентських наукових конференціях. Відгук про одну з таких конференцій студенти написали в університетській газеті "Педагог" у віршованій формі так:

Ніколи не забудемо лекції й практичні,
Як будували многочлени канонічні,
Комбінаторику й відношення бінарні,
Контрольні й тести ми писали гарно.
Ферма, Кардано, Діофант, Вієт, --
Відкрили нам вони секрет:
Закони, теореми й аксіоми,
Які були раніше невідомі.

Зауважимо, що робота за такою системою вимагає великих затрат часу викладача (особливо на перевірку письмових робіт), які практично не обліковуються за діючими регламентними нормами. Так, при завершенні вивчення першого модуля студент отримує шість оцінок: за 2 самостійних роботи, домашню контрольну роботу, тест, аудиторну контрольну роботу та колоквіум. Така кількість робіт і оцінок дозволяє забезпечити достатню практичну підготовку майбутнього вчителя математики і досить об'єктивно оцінити здобуті студентом знання з курсу алгебри.

Для систематизації студентом отриманих з курсу алгебри знань перед державною атестацією в університеті видано посібник [3]. У ньому висвітлені всі питання, які виносяться на державний екзамен, з практичними ілюстраціями. Він містить 30 оглядових лекцій. Такий посібник особливо корисний для випускників заочної форми навчання.

Практика роботи за цими посібниками показала, що потрібен новий збірник задач, в якому практичні завдання були б класифіковані за різними рівнями складності. З цією метою колектив авторів (Гарвацький В.С., Кулик В.Т., Рокіцький І.О., Рокіцький Р.І., Ясінський В.А.) підготував і видав в університеті збірники [4 - 7]. Основною відмінністю останніх збірників від посібників [1 - 2] є розподіл задач кожного з параграфів за такими рубриками: задачі на ілюстрацію понять, на техніку обчислень і перетворень, на доведення, творчі та олімпіадні задачі. Це дає можливість студентам на першому етапі навчитися працювати з основними поняттями і теоремами кожного розділу курсу, ілюструючи їх простими прикладами. Практика роботи за цими посібниками показала, що розв'язання задач з цієї рубрики забезпечує мінімум знань, якими студент повинен оволодіти після вивчення кожного параграфа. Розв'язання більшості задач з другої і третьої рубрик дає можливість студенту добре оволодіти теоретичним матеріалом. Творчого мислення і певної винахідливості потребують задачі з останніх двох рубрик. Такі задачі можуть бути використані при підготовці студентів до всеукраїнських математичних олімпіад.

Такий розподіл задач дозволяє поступово та індивідуально переходити від простих до складних завдань, глибоко засвоювати теорію, розвивати творче мислення студентів. Видані збірники, зберігаючи добрі надбання посібників [1 - 2], містять значно більше різноманітних завдань та враховують міжнародний досвід [8,9, 14,15]. Цілий ряд задач збірників [4 - 7] можуть бути використані вчителями математики загальноосвітніх шкіл, ліцеїв та гімназій фізико-математичного профілю при проведенні математичного гуртка, шкільних математичних олімпіад, написанні науково-дослідницьких робіт у системі МАН. У кожному розділі всіх збірників є параграф "Вибрані задачі". Ці параграфи містять задачі, які виходять за рамки програми і можуть бути використані при написанні курсових і навіть дипломних робіт. Кожний збірник містить у вигляді додатків цікавий довідковий матеріал, а короткі теоретичні відомості дозволяють більш автономно користуватися ними.

Література:

1. Завало С.Т., Левіщенко С.С.,Пилаєв В.В., Рокіцький І.О. Алгебра і теорія чисел, ч.І, Практикум, К.: "Вища школа",1983. – 232 с.
2. Завало С.Т., Левіщенко С.С.,Пилаєв В.В., Рокіцький І.О. Алгебра і теорія чисел, ч.ІІ, Практикум, К.: "Вища школа",1986. -- 264 с.
3. Кулик В.Т., Рокіцький І.О. Алгебра. -- Вінниця: ВДПУ, 1999.-- 250 с.

4. Збірник задач з алгебри. Частина 1. За редакцією Рокіцького І.О.-- Вінниця: ВДПУ, 2002.-- 176 с.
5. Збірник задач з алгебри. Частина 2. За редакцією Рокіцького І.О.- Вінниця: ВДПУ, 2002.-- 200 с.
6. Збірник задач з теорії чисел. За редакцією Рокіцького І.О. - Вінниця: ВДПУ, 2001.-- 116 с.
7. Збірник задач з теорії многочленів. За редакцією Рокіцького І.О.— Вінниця: "Планер", 2004.-- 139 с.
8. Hefferon J. Linear Algebra, Vermont, 2000. -- 146 с.
9. Bolina O. Noter of Linear Algebra, Univercity of California, 2001. -- 436 с.
10. Рокіцький І.О. Алгебра. Частина 1. Методична розробка. Вінниця: ВДПУ, 1996, -- 50 с.
11. Рокіцький І.О., Сохацький Ф.М., Тимошенко О.З. Алгебра. Частина 2. Методична розробка. Вінниця: ВДПУ, 1996. -- 36 с.
12. Рокіцький І.О., Сохацький Ф.М., Тимошенко О.З. Алгебра. Частина 3. Методична розробка. Вінниця: ВДПУ, 1997. -- 30 с.
13. Рокіцький І.О. Алгебра. Частина 4. Методична розробка. Вінниця: ВДПУ, 1999. -- 36 с.
14. Куликов Л.Я., Москаленко Л.И., Фомин А.А. Сборник задач по алгебре и теории чисел. Москва: «Просвещение», 1993. -- 288 с.
15. Сборник задач по алгебре. Под редакцией Кострикина А.И. Москва: «Факториал», 1995. -- 454 с.

Дюженкова Л.І.
НПУ імені М.П.Драгоманова

Про доведення важливих тверджень в курсі математичного аналізу для студентів педагогічних вузів

Математичний аналіз відіграє важливу роль у підготовці висококісного вчителя математики, який повинен не тільки вміти доводити основні твердження шкільного курсу математики, володіти основними прийомами, способами та методами їх доведень, а й уміти навчити цьому своїх учнів.

У курсі математичного аналізу є ряд надзвичайно важливих теорем, які треба доводити детально, не жалкуючи на це часу. Інші твердження можна пояснювати або на інтуїтивному рівні, або виділяти лише ідейну сторону доведення, або давати студентам для самостійного опрацювання.

З чого починати і як проводити доведення твердження, які вивчаються в курсі математичного аналізу? Відповідь на це питання і є метою даної статті.

Ефективним способом доведення тверджень є такий: спочатку формулюється певна задача (проблема), проводиться її доведення, а вже потім за допомогою студентів формулюється доведене твердження.

Перед доведенням бажано розглянути конкретну практичну задачу, яка б привела до необхідності введення потрібних понять, чи означень, які використовуватимуться в даній теоремі. Досить довгі доведення бажано розбити на окремі частини, щоб студент відчував, на якому етапі що саме треба доводити. Після закінчення доведення, якщо це можливо, повернутися до попередньої задачі і розв'язати її, а також з'ясувати питання про інші застосування доведеного твердження.

Рекомендується особливу увагу звернути на глибоке вивчення тих питань, які пов'язані із шкільним курсом математики. При цьому доцільно не тільки зупинятися на тому, як те чи інше питання розглядається в школі, а й вказати на логічні прогалини, причини їх виникнення та можливі шляхи усунення засобами математичного аналізу. Такий підхід дасть змогу формувати не лише математичну, а й методичну культуру майбутнього вчителя. Крім того, необхідно звернути увагу на можливість застосування методів та прийомів математичного аналізу до розв'язування рівнянь і нерівностей, доведення тотожностей та інших задач шкільного курсу математики [1].

Бажано деякі важливі факти курсу аналізу розглядати в два етапи. На першому етапі виклад матеріалу має носити пропедевтичний рівень, а потім можна знову повернутися до цього матеріалу, вивчаючи його на глибшому рівні. Це стосується, зокрема, вивчення теорії рядів. Елементарну теорію числових та функціональних рядів [7] можна викласти зразу після вивчення границі та неперервності функції, а питання, що стосуються диференціювання та інтегрування функціональних (зокрема, степеневих) рядів, можна подати пізніше у відповідних розділах. Такий підхід визначає роль рядів як основного апарату дослідження функцій (ряди – один із способів аналітичного представлення функцій). Тому, користуючись розвиненнями функцій у степеневі ряди, можна раніше вивчати властивості елементарних функцій, обчислювати їхні наближені значення, чи інтеграли від таких функцій, а також деякі границі функцій.

Основні означення (границі, неперервності, ряду, похідної) та деякі твердження можна формулювати і доводити одночасно для функцій дійсної і комплексної змінних. Це дає змогу значно розширити застосування цих понять та економить час на їх вивчення в курсі комплексного аналізу.

Вивчаючи основні поняття математичного аналізу, треба з'ясувати їх суть (наприклад, що означають наближені рівності $f(x)\approx a$, $f(x)\approx f(x_0)$, $f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$, $f(x)\approx\sum_{k=1}^{n}\frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)^k$, коли $x\approx x_0$, і який їх геометричний зміст).

Для перевірки засвоєння студентами теоретичного матеріалу при проведенні практичних занять важливим фактором є чітко і грамотно сформульовані питання. Вони можуть бути такого типу: перевірити, чи є вказані твердження правильними; серед заданих тверджень знайти правильні; розв'язати усно (наприклад, обчислити інтеграл $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx$); навести приклади (функції, що одночасно є парною і непарною, опуклою догори та донизу, періодом якої є довільне дійсне число); чи можливо таке (уявний степінь уявного числа є дійсним числом)?; чи існує (логарифм від'ємного числа)?; якими способами можна розв'язати даний приклад чи довести певне твердження (обчислити інтеграл $\int \sqrt{a^2 \pm x^2}\,dx$; означити основні елементарні функції)? [3].

Спираючись на досвід моїх колег (див. вказану літературу) та свій власний досвід, продемонструємо сказане вище на прикладах розгляду деяких важливих тверджень в різних розділах математичного аналізу, зокрема тих, які пов'язані із шкільним курсом математики.

У вступі до аналізу особливої уваги заслуговує теорія дійсного числа, поняття функції, границі та неперервності.

На початку слід дати коротку історичну довідку виникнення і розвитку математичного аналізу, з'ясувати його предмет вивчення (функція) та основний метод дослідження (граничний перехід).

Теорію дійсного числа можна ввести аксіоматично, вибравши найпростіший варіант аксіоми неперервності, а саме: якщо $A \le B$ в тому розумінні, що $a \le b \quad \forall a \in A$ і $\forall b \in B$, то існує число c таке, що $A \le \{c\} \le B$. Підкреслити, що пізніше цю аксіому можна замінити еквівалентними твердженнями (наприклад, аксіомами Кантора і Архімеда або теоремою Вейєрштрасса про існування супремуму (інфімуму) для обмеженої зверху (знизу) множини).

Поняття функції, границі та неперервності є фундаментальними поняттями математики і є основою для вивчення всіх наступних розділів курсу математичного аналізу.

Прагнення досліджувати об'єкти різної природи однаковими методами приводить до найбільш загальних понять, таких як множина, функція, простір та ін.

Бажання одержати більш глибокі властивості тих чи інших об'єктів і практичні застосування загальної теорії приводить до конкретизації найбільш загальних понять, виділення вужчих класів. Наприклад, із класу усіляких функцій виділяють клас числових функцій, а з нього конкретні класи основних елементарних функцій (сталих, показникових, логарифмічних, степеневих, тригонометричних і обернених тригонометричних), з яких, у свою чергу, утворюють клас елементарних функцій [8].

На практиці основні елементарні функції відіграють важливу роль "цеглинок", з яких можна побудувати як завгодно складні об'єкти. Саме тому вони заслуговують глибокого вивчення в будь-якому математичному курсі і, зокрема, в курсі математичного аналізу [4].

Майбутній учитель математики повинен не тільки мати уявлення про основні елементарні функції, а й вільно володіти основними фактами теорії цих функцій.

Розглядаючи основні елементарні функції, в основу можна покласти експоненціальну функцію $f(x) = \exp x =: e^x$, означивши $\exp x$ за допомогою границі послідовності $\left(1+\frac{x}{n}\right)^n$, $x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, і поставити проблему про можливість її означення іншими способами. Вивчаючи диференціальне числення, можна означити її як розв'язок відповідної задачі Коші. Далі в теорії рядів дати означення за допомогою суми відповідного ряду, а також за допомогою формули Ейлера, якщо вважати відомими функції синус і косинус. І, нарешті, проводячи повне дослідження основних елементарних функцій в теорії диференціального числення, можна сформулювати і довести характеристичні властивості цієї функції, пояснивши при цьому, чому ці властивості називають характеристичними.

Вводити поняття границі та неперервності функції слід з простих прикладів та геометричних ілюстрацій, які ґрунтуються на інтуїтивному уявленні про поведінку функції в достатньо малому околі точки x_0. Після наведення вказаних означень, слід з'ясувати їхню суть, тобто пояснити, що означають наближені рівності $f(x)\approx a$ і $f(x)\approx f(x_0)$, коли $x\approx x_0$.

Перед вивченням теми "Деякі важливі границі" можна запропонувати студентам розв'язати такі вправи: знайти наближені значення $\sin 0{,}0001$; $e^{-0{,}0001}$; $\ln 1{,}0001$ $(1{,}0001)^{10000}$; $(0{,}9999)^{10000}$; $\sqrt[3]{11}$ та ін.

Важливі границі досить легко можна довести, поклавши в основу границю $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$, яку, до речі, можна зразу доводити для випадку комплексного числа z, а потім, використовуючи формули Ейлера, дати означення логарифма та степеня і довести всі інші границі [5].

Традиційними методами доведення цих границь (див. наприклад, [2]) набагато складніше і забирає значно більше часу.

В теорії числових рядів треба детально зупинитися на таких питаннях: необхідна умова збіжності ряду, критерій збіжності та достатні умови збіжності. При доведенні ознак збіжності додатних рядів підкреслити, до яких саме рядів зручно застосовувати ту чи іншу ознаку. Так, ознаки порівняння (першу та другу) зручно продемонструвати при дослідженні на збіжність рядів $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{1}{n}$, $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{1}{n^2}$, $\sum_{n=1}^{\infty}tg\frac{1}{n}$, $\sum_{n=1}^{\infty}tg\frac{1}{n^2}$, використовуючи при цьому важливу нерівність $|\sin x|\le|x|\le|tg\,x|$, $x\in\square$, та першу важливу границю.

Поняття похідної має формуватися на основі задач, які приводять до нього. Крім класичних задач (про дотичну до кривої, про миттєву швидкість, про продуктивність праці), які, крім того, дають змогу з'ясувати геометричний, механічний та економічний зміст похідної, можна розглянути й інші задачі, в яких доводиться знаходити швидкість зміни деякої функції, пов'язаної з границею спеціального вигляду. Саме різноманітністю задач можна підкреслити загальність поняття похідної та необхідність його введення для довільної функції.

Доцільно звернути увагу на алгоритмічність означення похідної, можливість складання такого алгоритму і використання його для знаходження похідних.

Необхідно виробити уявлення про те, що не всяка функція (навіть неперервна) є диференційовною (тобто має скінченну похідну) у кожній точці області визначення. На простих геометричних ілюстраціях слід показати, що графік диференційовної функції у відповідній точці має дотичну, не паралельну осі OY, а в точках неіснування похідної графік неперервної функції має злами. З'ясувати, що означає наближена рівність $f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$, коли $x\approx x_0$.

Користуючись поняттям диференційовності функції, можна глибше вивчати властивості цієї функції. Теоретичну основу застосування диференціального числення становлять зв'язки між властивостями функцій та їхніх похідних. Відповідні теореми внаслідок свого важливого значення називають основними теоремами диференціального числення, або теоремами про середнє, оскільки в деякій мірі вони характеризують середнє значення функції на певному проміжку і, крім того, встановлюють зв'язок між властивостями функції на цьому проміжку та її похідною у деякій внутрішній точці даного проміжку. До цих теорем, в першу чергу, слід віднести теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші [6]. При доведенні названих теорем доцільно звертатися до геометричних ілюстрацій. Саме використовуючи геометричне тлумачення теореми Ферма, можна сказати, що її наслідком є теорема Ролля.

Відкинувши в теоремі Ролля умову $f(a)=f(b)$, а всі інші залишивши без зміни, за допомогою рисунка можна зробити припущення про правильність твердження, яке описує теорема Лагранжа: $f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$. А потім сказати, що відношення у правій частині даної рівності є частинним випадком більш загального $\frac{f(b)-f(a)}{\varphi(b)-\varphi(a)}$, де $\varphi(x)=x$. Тому спочатку можна довести теорему Коші, а вже з неї зробити висновок про правильність теореми Лагранжа.

Записавши формулу Лагранжа через приріст функції, пояснити, що в такому вигляді її називають формулою про скінченні прирости і що вона уточнює формулу, яку доведено при застосуванні диференіала в наближених обчисленнях.

Використовуючи теореми про середнє, далі можна вивчати теореми Лопіталя, формулу і ряд Тейлора, умови монотонності функції, екстремум функції та умови опуклості функції.

Вивченню теми "Экстремум функції однієї змінної" можуть передувати питання: що більше e^{π} чи π^{e}?, а перед темою "Ряд Тейлора" можна запропонувати приклад на обчислення похідної будь-якого порядку функції $f(x)=\frac{1}{1+x^2}$, а також пояснити, чому цю функцію можна розвинути в степеневий ряд в околі точки 0 лише в інтервалі (-1;1), хоча вона є нескінченно диференційовною на всій числовій прямій (якщо розглядаються степеневі ряди з комплексними членами). Тут же доречно запропонувати пояснити відомий приклад Коші щодо функції $f(x)=e^{-\frac{1}{x^2}}, x\neq 0,\ f(0)=0$, яку не можна розвинути в ряд Тейлора ні в якому околі точки 0, хоча ця функція також є скрізь нескінченно диференційовною.

Важливо звернути увагу на надзвичайно важливу роль формули та ряду Тейлора, зокрема на суті цих понять, які полягають в наближеній рівності $f(x)\approx\sum_{k=1}^{n}\frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)^k$, коли $x\approx x_0$, і пояснити геометричний зміст цієї рівності.

Вивчаючи теореми Лопіталя, вказати на те, що саме вони дають загальне правило розкриття невизначеностей при обчисленні границь. Зразу ж після їх вивчення можна вводити поняття асимптоти.

При проведенні повного дослідження функції, треба підкреслити роль диференціального числення у вивченні властивостей функцій, вказавши на значне розширення змісту шкільного курсу математики з питань повного дослідження функцій та побудови їхніх графіків.

Продемонструвати широке застосування математики до розв'язування задач з різних галузей науки (застосування похідної до розв'язування прикладних задач, зокрема задач на екстремум, наближених обчислень, обчислення границь тощо).

Нарешті, використовуючи диференціальне числення, провести дослідження основних елементарних функцій та деяких важливих елементарних функцій, зокрема гіперболічних та обернених до них. Тут також можна сформулювати і довести характеристичні властивості цих функцій.

Це твердження для експоненціальної функції дійсної змінної можна сформулювати так [6].

Теорема (*про характеристичні властивості експоненціальної функції*). Для того щоб функція $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ була експоненціальною, необхідно й достатньо, щоб вона задовольняла принаймні одну з умов:

1) $f(x)=f'(x)\ \forall x\in\mathbb{R}$ і $f(0)=1$;

2) $f(x)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}\ \forall x\in\mathbb{R}$;

3) f – неперервна на множині $\mathbb{R}$ функція, $f(1)=e$ і

$$f(x_1+x_2)=f(x_1)f(x_2)\qquad \forall x_1,x_2\in\mathbb{R}.$$

Зручно доведення цього твердження проводити за такою схемою:

$$f(x)=e^x\Rightarrow 1)\Rightarrow 2)\Rightarrow 3)\Rightarrow f(x)=e^x.$$

Для вчителя математики істотним є те, що найважливіші математичні поняття доцільно вводити різними способами, завдяки чому з'являється можливість побачити це поняття з різних сторін і зрозуміти, що в різних математичних курсах одне й те саме поняття вводиться по-різному.

У розділі "Інтегральне числення" звернути увагу на те, що інтегрування є оберненою операцією до диференціювання, і тому виводить із класу об'єктів, на якому пряма операція була замкненою. Тому треба навести приклади функцій, неінтегровних у скінченному вигляді.

Розглядаючи основні методи інтегрування, звернути увагу на те, в яких випадках зручно використовувати ці методи. Вивчаючи певні класи інтегровних функцій, зауважити, що одну й ту саму функцію (наприклад, $\sqrt{x^2+a^2}$) можна інтегрувати, використовуючи різні підстановки або частинами.

Вивчаючи визначений інтеграл, звернути увагу на важливість формули Ньютона – Лейбніца, підкресливши при цьому обмеженість її застосування на практиці. У зв'язку з цим виникає проблема наближеного обчислення інтегралів, зокрема за допомогою степеневих рядів (цим, зокрема, можна пояснити важливість вивчення теорії рядів у попередніх розділах).

Слід підкреслити основну ідею застосування визначеного інтеграла, що грунтується на складанні відповідної інтегральної суми та відшуканні її границі.

В теорії метричних просторів важливим твердженням є теорема Банаха про стискуюче відображення у повному метричному просторі.

Почати слід заздалегідь – перед введенням поняття повного метричного простору. Можна запропонувати таку задачу: знайти розв'язок рівняння $\cos x=x$. Звернути увагу на те, що маємо справу з трансцендентним рівнянням, точний розв'язок якого не можна знайти.

Побудувати графіки функцій $y=\cos x$ і $y=x$ та з'ясувати, що завдання полягає у відшуканні абсциси точки перетину цих графіків. Спочатку виділяємо наближено відрізок (*замкнену множину*), якому цей розв'язок належить. Неважко помітити, що можна розглянути відрізок $[0;\pi/3]$. Для перевірки цього припущення використаємо теорему Больцано – Коші про проміжні значення неперервної функції. Тому задане рівняння перепишемо у вигляді $\cos x-x=0$ і розглянемо функцію $F(x)=\cos x-x$. Оскільки $F(0)=1>0$, а $F(\pi/3)=1/2-\pi/3<0$, то згідно з названою теоремою, існує така точка x^*, в якій $F(x^*)=0$, тобто графік функції $F(x)$ перетинає вісь OX. З рисунка можна помітити, що інших розв'язків не існує. Однак тут слід наголосити на тому, що не завжди можна побудувати необхідні графіки функцій, а тому стануть в нагоді аналітичні міркування. Враховуючи, що на вибраному проміжку $F'(x)=-\sin x-1<0$, тобто функція F є спадною на ньому, приходимо до висновку, що розв'язок рівняння $\cos x=x$ єдиний.

Далі треба звернути увагу на те, що розв'язком рівняння є точка x^*, для якої значення функції $f(x^*)$ дорівнює значенню аргумента. Таку точку і називають *нерухомою точкою* функції (відображення) f.

Наступний етап – введення поняття *стискуючого відображення*. Справді, помічаємо, що відрізок [$f(\pi/3)$; $f(0)$] = [1/2; 1] $\subset[0;\pi/3]$].

Далі можна підійти до методу відшукання розв'язку, а саме – *методу простих ітерацій* ($x_n = f(x_{n-1})$), або *методу послідовних наближень* (показати на рисунку, як це здійснюється). Потім обґрунтувати, що одержана послідовність є *фундаментальною* і вона є збіжною (цим можна здійснити пропедевтику введення поняття *повного метричного простору*).

Нарешті, слід підкреслити, що для стискуючого відображення на певному відрізку досить, щоб похідна функції $|f'(x)|<1$, тобто дотична до графіка функції має утворювати з віссю *Ох* кут α: або $0<\alpha<\frac{\pi}{4}$ (для зростаючої функції), або $\frac{3\pi}{4}<\alpha<\pi$ (для спадної функції).

Доведення самої теореми Банаха можна розбити на такі етапи:

1) вибрати довільну точку x_0 із замкненої множини *X*, яка належить повному метричному простору, де розглядається стискуюче відображення f, та побудувати послідовність $x_n = f(x_{n-1}),\ n\in\mathbb{N}$;
2) довести фундаментальність послідовності (x_n), використовуючи означення стискуючого відображення;
3) враховуючи повноту метричного простору, зробити висновок, що побудована послідовність є збіжною у цьому просторі до точки x^*;
4) довести, що ця точка є нерухомою точкою відображення f;
5) показати, що нерухома точка єдина.

Після доведення теореми слід знову повернутися до прикладу, що розглядався раніше, перевірити для нього виконання всіх умов теореми Банаха і знайти наближений розв'язок заданого рівняння.

Розглядаючи різноманітні застосування цієї теореми, бажано розглянути найпростіші з них, зокрема, про існування розв'язку алгебраїчного чи трансцендентного рівняння вигляду $f(x)=x$ (де $f(x)$ – функція однієї дійсної змінної) та рівнянь вигляду $F(x)=0$ (де $F(x)$ –диференційовна на відрізку $[a;b]$ функція і $F(a)F(b)<0$), показавши при цьому, як саме останні рівняння зводяться до рівнянь попереднього типу.

Література

1. М.М.Білоцький, Л.І.Дюженкова, Г.О.Михалін. Щодо програми з курсу математичного аналізу для педагогічних університетів. // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. Випуск 4. Том 1.–Кривий Ріг, Видавничий відділ НМетАУ, 2004. – .15-20.
2. Давидов М.О. Курс математичного аналізу. Ч.1–3.– К.: Вища школа, 1990, 1991, 1992.– 384, 366, 360 с.
3. Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., Михалін Г.О., Шкіль М.І. Математичний аналіз у задачах і прикладах. Ч.1. – К.: Вища школа, 2002. – 462 с.
4. Михалін Г.О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу. – К.: КДПУ ім. М.П.Драгоманова, "Дініт" 2003. – 320 с.
5. Михалін Г.О., Дюженкова Л.І. Границя і неперервність функції. – К.: КДПУ імені М.П.Драгоманова, 1997. – 166 с.
6. Михалін Г.О., Дюженкова Л.І. Диференціальне числення функцій однієї змінної. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 1998. – 98 с.
7. Михалін Г.О., Дюженкова Л.І. Ряди. – К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2000. – 66с.
8. Михалін Г.О., Дюженкова Л.І. Елементи теорії множин і теорії чисел. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2003. – 136с.
9. Шкіль М.І. Математичний аналіз. Ч.1–2.– К.: Вища школа, 1994, 1995.– 424, 430 с.
10. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Котлова В.М. Вища математика. Кн.1.– К.: Либідь, 1994.– 279 с.

Дюженкова Л.И., Михалин Г.А. Методы проблемного обучения – основные методы обучения математическому анализу будущих учителей математики // Материалы Международной научной конференции "Образование, наука и экономика в вузах. Интеграция в международное образовательное пространство", Высокие Татры – Словакия, 22–27 августа 2004. – Москва, Изд-во РУДН, Россия. – С.289–293.

Забранський В.Я.
НПУ імені М.П.Драгоманова

Про поняття "управління самостійною роботою майбутніх учителів математики".

В умовах переходу до освіти особистісно-орієнтованого типу, відповідної перебудови зазнає і навчальний процес, який має орієнтувати майбутніх учителів математики не тільки на творче засвоєння базових знань, а і на вироблення умінь самостійно навчатися та використовувати отримані знання в практичній діяльності. Це вимагає нових підходів до технологізації освітніх процесів, до управління навчальною діяльністю студентів, зокрема їх самостійною роботою.

Психолого-педагогічним проблемам управління навчальною діяльністю учнів та студентів, організації їх самостійної роботи присвячені дослідження А.М.Алексюка, Г.О.Атанова, В.І.Бондаря, І.А.Зімнєй, В.А.Козакова, Ю.І.Мащбіца, О.Г.Мороза, М.Н.Скаткіна, Н.Ф.Тализіної, Л.М.Фрідмана та інших. В той же час актуальним є питання визначення суті поняття "управління самостійною роботою майбутніх учителів математики", обгрунтування технологічності управління їх самостійною роботою в процесі методичної підготовки тощо.

Метою даної статті є: проаналізувавши різні трактування понять технологія, педагогічна технологія, управління, з'ясувати суттєві властивості поняття технологічності у дидактиці, розкрити зміст поняття "управління самостійною роботою майбутніх учителів математики", обгрунтувати необхідність технологічності управління самостійною роботою студентів в процесі їх методичної підготовки.

Відомо, що навчання у вищих навчальних закладах, як складна суб'єкт-суб'єктна педагогічна взаємодія, це не передача знань від викладача до студентів, а включення студентів в навчальну діяльність, по здобуванню цих знань та засвоєнню практичних дій / 1; 4; 9 /. Найвищою формою такої діяльності є самостійна робота студентів. Самостійна робота - це спланована навчальна робота студентів, що виконується за завданням і при методичному забезпеченні з боку викладача, але без його безпосередньої участі. В цьому аспекті визначається позиція студента в навчальному процесі. "Самостійна робота має розглядатись як специфічна форма навчальної діяльності студента... це найвища форма його навчальної діяльності..." / 2, с. 250 /. Але для того, щоб в результаті самостійної роботи студентів у них були сформовані типи діяльності, визначені галузевими стандартами вищої освіти, засвоєні знання та вміння передбачені навчальними програмами, щоб досягти поставленої мети навчання, необхідне управління їх самостійною роботою. Управління самостійною роботою студентів - це цілеспрямований, творчий, системоутворюючий процес, в якому, педагогічна діяльності викладача, спрямована на досягнення заданого результату навчання. Управління самостійною роботою студентів передбачає активне пізнання її закономірностей і розробку відповідної цілеспрямованої програми діяльності викладача. Яким має бути характер цього управління, на скільки воно має бути гнучким? Згідно Л.М. Фрідману, чим більше послідовність дій учня «...задається ззовні керуючою системою, тим більше жорстким є управління. Чим більше ця послідовність вибирається і визначається по змісту самим учнем, тим більше гнучким є управління... . Жорсткість управління повинна зменшуватись в міру того як учні підростають. До моменту завершення середньої освіти і переходу у вуз управління повинно ставати цілком гнучким / 11, с. 197 /. Гнучкість управління самостійною роботою студентів стає, таким чином, окремою методичною проблемою організації цієї роботи стосовно до тих каналів, через які управління здійснюється , тобто стосовно викладача, програми, змісту навчального матеріалу як системи задач.

Філософія трактує управління як функцію організованих систем (біологічних, технічних, соціальних), що забезпечує збереження їх структури, підтримку режиму діяльності, реалізацію її програми та мети / 10 /. В теорії управління існує кілька підходів до поняття управління: системний, що забезпечує єдність і взаємозалежність складових об'єктів і суб'єктів керованої системи; ситуаційний, як сполучення визначених прийомів, спрямованих на ефективне досягнення цілей; процесуальний, заснований на розумінні управління як безупинного ланцюга функцій управління. Управління навчальною діяльністю студентів – можна вважати однією з галузей соціального управління. Соціальне управління — цілеспрямований вплив на суспільство для упорядкування, збереження, удосконалювання і розвитку його визначеної якісної специфіки. Основні етапи процесу управління такі:

- збір і обробка інформації;
- її аналіз, діагноз і прогноз, систематизація, встановлення на цій основі мети (цілепокладання);
- вироблення рішення, направленого на досягнення мети;
- послідовна конкретизація загального рішення у вигляді планування, програмування, проектування, вироблення конкретних управлінських рішень;
- організація діяльності для виконання рішення;
- контроль за цією діяльністю;
- збір і обробка інформації про результати діяльності і новий цикл цього безупинного в ідеалі процесу. / 10 /

На практиці спостерігається два типи соціального управління: стихійний і свідомий (плановий). Для процесу навчання характерно наукове свідоме (планове) управління навчальною діяльністю студентів, що передбачає активне пізнання його закономірностей і розробку відповідної цілеспрямованої програми діяльності.

Наукою про загальні риси процесів і систем управління, в тому числі і в суспільних організаціях, є кібернетика. "Під управлінням у кібернетиці розуміють такий вплив на об'єкт(процес), який вибраний із сукупності можливих впливів з урахуванням поставленої цілі, стану об'єкта(процесу), його характеристик і веде до поліпшення функціонування або розвитку цього об'єкта, тобто до наближення мети...Усі види управління поділяються на два види: розімкнутий і циклічний. Розімкнутий вид управління не передбачає оберненого зв'язку, зокрема і поточного регулювання і коригування управлінських дій, а циклічний використовує одне і друге. Циклічне управління здійснюється або за принципом так званого "чорного ящика" (враховується лише кінцевий результат процесу на "виході"), або за принципом "білого ящика" (враховується і процесуальний компонент із постійним оберненим зв'язком, і кінцевий результат). У навчанні найбільш ефективним є циклічне управління за принципом "білого ящика" / 9, с.43 /. Для реалізації циклічного управління за принципом "білого ящика" слід дотримуватися таких кібернетичних вимог:

- визначати цілі управління;
- встановлювати вихідний стан управлінського процесу;
- визначати програму дій, яка передбачає основні перехідні етапи процесу;
- забезпечувати систематичну обернену інформацію про стан управлінського процесу за визначеною системою параметрів;
- забезпечувати переробку інформації і вироблення коригуючих дій / 9, с.45/.

Таким чином, можна вважати, що управлінський процес самостійною роботою студентів складається з взаємопов'язаних елементів: планування, організації, мотивації і контролю.

Планування передбачає встановлення вихідного стану об'єкта управління, визначення цілей самостійної роботи та складання програми дій. З допомогою планування викладач подумки осягає зміст майбутньої самостійної роботи студента, визначає план, прогнозує кінцеві результати цієї діяльності.

Організація в управлінні - це створення певної системної структури із суб'єктів учіння для досягнення поставлених цілей, визначення функціональних взаємодій, завдань для виконання.

Найкращі плани і найбільш досконала організація будуть не ефективними без відповідної мотивації, яка передбачає з'ясування і задоволення пізнавальних потреб студентів у процесі успішної реалізації визначених завдань самостійної роботи.

Управлінський цикл закінчується контролем, за допомогою якого, зрештою, перевіряється стан виконання поставлених завдань, досягнення проміжних і кінцевих результатів, створюється можливість корекції заданого плану. Контроль використовується не лише для оцінки ефективності самостійної роботи студентів, а і дозволяє вносити необхідні корективи, переглядати та уточнювати тактичні і стратегічні цілі.

В педагогічному навчальному закладі в процесі навчання, як цілеспрямованої педагогічної взаємодії, яка забезпечує розвиток і саморозвиток суб'єктів учіння, засвоєння ними необхідних знань, навичок і вмінь, методів і способів діяльності, відбувається становлення особистості майбутнього вчителя, реалізуються його потреби загального і професійного розвитку. Студент приходить в університет з певними знаннями та уміннями, уявленнями щодо майбутньої педагогічної діяльності, які сформовані протягом його попереднього періоду життя. Методична підготовка майбутнього вчителя, має сприяти осмисленню цього досвіду та наближувати його до когнітивної моделі педагогічної науки, забезпечувати можливість самостійно активно працювати над формуванням професійних умінь. Важливо, щоб методична підготовка майбутніх учителів математики реалізовувалася не лише через методику навчання математики, методичні спецкурси та спецсемінари, педагогічну практику, але й розглядалася як основний принцип при викладанні фундаментальних навчальних дисциплін на факультеті. В процесі управління самостійною роботою студентів має відбуватись цілеспрямоване оперативне регулювання процесу професійного становлення та особистісного зростання студента педагогічного навчального закладу, формуватись особистість студента як майбутнього учителя. Сказане вище дає підстави стверджувати, що управління самостійною роботою майбутніх учителів — це планомірний вплив на її зміст, структуру, передумови ефективності з метою забезпечення високого рівня професійного становлення і особистісного зростання студента, формування його особистості як майбутнього вчителя. При цьому взаємодії викладача з студентом в системі "навчання-учіння" перетворюються із суб'єкт-об'єктних у суб'єкт-суб'єктні.

В сучасних педагогічних дослідженнях велика увага приділяється проблемі технологізації освітніх процесів. Слово "технологія" походить від грецьк. *techne* - мистецтво, майстерність, вміння і *logos* - слово, учіння, тому можна вважати, що термін "технологія" означає вміння учити, або майстерне, тобто високоефективне навчання. Термін "технологія" широко вживається в різних галузях економіки. В дидактиці частіше вживають такі взаємопов'язані поняття: педагогічна технологія, навчальна технологія, технологія навчання.

У педагогічних дослідженнях поняття технології має різні визначення.

Так, Н.В.Кузьміна визначає технологію як системне планування, організацію виконання й оцінку процесу навчання відповідно до поставлених цілей, застосування людських і технологічних ресурсів для того, щоб підвищити ефективність навчання / 3, с. 10-12 /.

"Від методики технологія відрізняється відтворюваністю результатів, відсутністю безлічі "якщо": якщо талановитий вчитель, талановиті діти, багата школа. Вже стало звичним, що методика виникає в результаті узагальнення досвіду або впровадження нових засобів. Технологія ж проектується, виходячи з конкретних умов, та орієнтується на заданий, а не передбачуваний результат. Технологія не допускає варіативності, її головне призначення отримати гарантований результат... З технології не викинеш частину, там не може і не повинно бути зайвого", - вважають І.П.Підласий та А.П.Підласий / 7, с.4 /.

На думку Т.С.Назарової, "педагогічна технологія - область знань, яка включає методи, засоби навчання і теорію їх використання для досягнення цілей навчання"/6, с.26/.

І.Ф. Прокопенко та В.І.Євдокимов під педагогічною технологією розуміють "вивчення, розробку і системне використання принципів організації навчального процесу на основі новітніх досягнень науки і техніки. Педагогічна технологія виступає як педагогічна система, в якій використання засобів навчання підвищує ефективість навчального процесу" / 8, с.6 /.

На думку В.М.Монахова, якщо "методика у більшості випадків - це сукупність рекомендацій для організації і проведення навчального процесу", то "педагогічну технологію характеризують два принципові моменти: гарантія кінцевого результату і проектування майбутнього навчального процесу... " [5, с.27]. В.М.Монахов обґрунтовує, що проектування і творення педагогічної технології повинні відповідати вимогам системи дидактичних аксіом. Він виділяє три групи аксіом.

1. аксіоми включення педагогічної технології в єдиний освітній простір країни;
2. аксіоми моделювання навчального процесу ;
3. аксіоми нормалізації навчального процесу.

Кожна група містить аксіоми:

- актуальність педагогічної технології в освітньому просторі;
- адекватність педагогічної технології системі "вчитель", тобто її готовність до професійного тиражування;
- універсальність педагогічної технології стосовно предметних методичних систем;
- проектування моделі навчального процесу - основи педагогічної технології;
- цілісність і циклічність системи параметрів, які утворюють модель навчального процесу;
- технологізація інформаційної моделі навчального процесу;
- нормування проекту навчального процесу;
- формування відповідного поля, в якому оптимально функціонує педагогічна технологія, гарантуючи кінцевий результат за нормальних і комфортних умов навчання / 5, с.29-30 /.

Таким чином, аналіз різних дефініцій поняття технологічності у дидактиці, дає можливість виділити такі його суттєві властивості:

- постановка конкретних цілей;
- системне планування, організацію виконання й оцінку процесу навчання відповідно до поставлених цілей;
- проектування майбутнього навчального процесу з орієнтацією на заданий, а не передбачуваний результат;
- взаємодія і цілісність трьох компонентів: організаційної форми, дидактичного процесу і кваліфікації вчителя;
- застосування методів, засобів навчання і теорії їх використання для досягнення цілей навчання ;
- розробку і системне використання принципів організації навчального процесу на основі новітніх досягнень науки і техніки;
- використання відповідних КІТ для підвищення ефективності навчального процесу;
- алгоритмізація спільної діяльності вчителя та учнів.

Оскільки процесуальність в управлінні – це сукупність послідовних управлінських дій та кроків, то технологізація управління самостійною роботою студентів, не відкидаючи його процесуальності, має передбачати цілісне використання у навчальному процесі оптимальної кількості управлінських компонентів, певним чином упорядкованих і адаптованих до суб'єктів учіння, які доводять навчання до відповідних наперед заданих кінцевих результатів у засвоєнні знань і та професійних вмінь.

Таким чином, аналіз понять технологічності у дидактиці, управління навчальною діяльністю та самостійної роботи студентів – як вищої форми навчальної діяльності дає можливість виділити такі суттєві властивості поняття «управління самостійною роботою майбутніх учителів математики»:

- постановка конкретних цілей самостійної роботи майбутніх вчителів математики;
- системне планування і проектування самостійної роботи студентів з орієнтацією на заданий, а не передбачуваний кінцевий результат;
- організація самостійної роботи студентів на основі новітніх досягнень науки і техніки;
- використання методів і засобів, в тому числі на основі КІТ, що підвищують ефективність самостійної роботи студентів;
- алгоритмізація спільної діяльності викладача та студентів;
- суб'єкт-суб'єктні стосунки викладача та студентів;
- контроль результатів самостійної роботи відповідно до поставлених цілей.

Методична підготовка майбутніх вчителів математики має здійснюватись не лише через вивчення методики навчання математики, але і розглядатись як основний принцип і при викладанні фундаментальних навчальних дисциплін на факультеті. Так як знання і практичні вміння не можуть бути передані в готовому виді від викладача до студента, необхідне включення їх в навчальну діяльність, причому в значній мірі самостійну, по здобуванню цих знань та засвоєнню практичних вмінь. Механізмом навчання студентів є управління їх навчальною діяльністю. Самостійна робота студентів є найвищою формою їх навчальної діяльності, а управління самостійною роботою студентів є, фактично, управлінням їх навчальною діяльністю. Для того щоб у результаті самостійної роботи студентів досягти заданого результату навчання, тобто отримати те, що визначено галузевими стандартами вищої освіти та навчальними програмами, необхідна науково обґрунтована педагогічна технологія управління самостійною роботою студентів.

Література:

1.Атанов Г.А., Пустынникова И.Н. Обучение и искуственный интелект, или основы современной дидактики высшей школы. – Донецк: Изд-во ДОУ, 2002.
2. Зимняя И.А. Педагогическая психология. – Ростов н/Д: Феникс, 1997.
3.Кузьмина Н.В. Методы системного педагогического исследования. Учебное пособие. – Л.: ЛГУ, 1980.
4.Машбиц Е.И. Психологические основы управления учебной деятельностью. – К.: Вища школа, 1987.
5.Монахов В.М. Аксиоматический поход к проектированию педагогической технологии // Педагогика. - №6. – 1996. – с.26-31.
6.Назарова Т.С. Педагогические технологии: новый этап эволюции // Педагогика. - №3.- 1997.- с.20-27.
7.Підласий І.П., Підласий А.П. Педагогічні інновації // Рідна школа. - №12. – 1998. – с. 3-17.
8.Прокопенко І.Ф., Євдокимов В.І. Педагогічна технологія. – Харків, 1995.
9. Талызина Н.Ф. Управление процесом усвоения знаний. – М.: Изд. МГУ, 1975.
10. Философский словарь / Под ред. И.Т. Фролова. – М.: Политиздат, 1987.
11. Фридман Л.М. Педагогический опыт глазами психолога. – М.: Просвещение, 1987.

Кліндухова В.М.
НПУ імені М.П.Драгоманова

Наближені обчислення в шкільному курсі алгебри.

У державних вимогах до рівня загальноосвітньої підготовки учнів зростає роль уміння здобувати інформацію з різних джерел, засвоювати та поповнювати її, а також оцінювати для подальшого активного творчого застосування. На це чітко вказується зокрема у стандарті базової і повної середньої освіти, який є одним з важливих нормативних документів, що визначає розвиток освіти на сучасному етапі [7, с.1]. Складовою частиною Державного освітнього стандарту є освітня галузь "Математика", в межах якої і розглядається вищенаведена теза про розвиток інформаційної культури. Характеризуючи останню необхідно зауважити, що як сама інформація про реальні об'єкти, так і методи її обробки, в більшості випадків мають наближений характер. Цей факт безпосередньо пов'язує наближені обчислення з виконанням найважливіших завдань, які поставлено перед сучасною школою.

Розробці проблем методики вивчення наближених обчислень в школі присвячено багато праць. Більшість з них датовані 50-60-тими роками і спрямовані на удосконалення внутрішньомодельного розв'язання задач відповідно до діючих програм того часу, а також рівня обчислювальної техніки (О.Крилов, В.Брадіс, М.Кравчук, А.Суткова, І.Лобанов, Р.Хабіб, В.Грібанов, В.Прочухаєв та інші). Починаючи з середини 70-х років в дисертаційних дослідженнях С.Аллабергенова, Р.Мусаеляна, В.Фірсова, І.Адішева, М.Мадбабаєва підіймались проблеми прикладної спрямованості та міжпредметних зв'язків під час вивчення наближених обчислень в шкільному курсі математики. Важливий аспект, який стосувався використання обчислювальної техніки та її впливу на вивчення наближених обчислень частково відображено в роботах В.Демідовича та Н.Прайсмана, З.Слєпкань, З.Литовченко та Н.Єлизаветиної, А.Цорієвої. Усі ці роботи датуються 80-ми та початком 90-х років. Тому в них питання місця, мети та змісту наближених обчислень відповідно до сучасного розвитку обчислювальної та комп'ютерної техніки, не могли бути вирішені. На необхідності подальших досліджень вивчення наближених обчислень в школі з урахуванням особистісної орієнтації навчального процесу, неодноразово зверталась увага сучасних дослідників [1, с.14], [2, с.5], [5, с.9], [9, с.42], [14, с.192].

<u>**Основним завданням**</u> даної статті є уточнення обсягу та змісту поняття наближені обчислення, зокрема відображення його в шкільному курсі математики; аналіз елементів теорії наближених обчислень в шкільних програмах з алгебри; виявлення особливостей вивчення наближених обчислень в сучасних умовах.

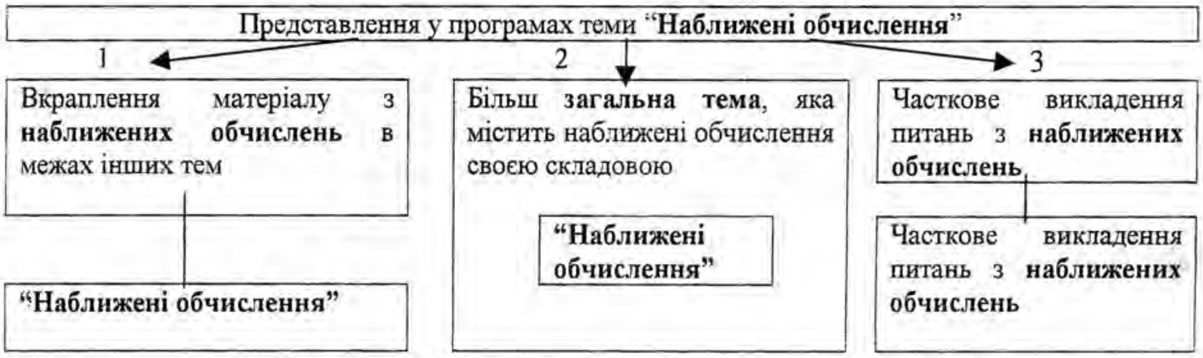
У науковій та методичній літературі можна знайти декілька тлумачень поняття наближені обчислення. Так наближеними називають обчислення, в яких дані і результат (або принаймі тільки результат) є наближеними [4, с.192]. З іншого ж боку під наближеними обчисленнями розуміють сам процес одержання наближених розв'язків різноманітним математичних задач, до яких приводить математичне моделювання реальних процесів та явищ [12, с.192]. Своєрідним узагальненням цих тлумачень є твердження А.Суткової, яке наводиться в її дисертаційному дослідженні: наближеними називаються обчислення, які виконуються тільки над наближеними значеннями величин; або тільки над точними значеннями величин наближеними методами; або над наближеними і точними значеннями величин наближеними методами [15, с.21].

Як бачимо, вищеназвані тлумачення ініціюють існування принаймі двох різних методологій вивчення наближених обчислень в шкільному курсі математики. Основною ознакою першої з них є наявність наближених значень величин, а другої – наближених математичних моделей. Кожна з них охоплює досить велику за обсягом хронологічну та змістову частину шкільної математики і потребує окремого дослідження поза межами даної статті, у відповідності з віковими особливостями учнів та психолого педагогічними засадами організації навчального процесу.

У даній статті наближені обчислення в шкільному курсі математики будемо розглядати в більш вузькому розумінні. Воно полягає в тому, що аналізуючи шкільні програми з математики братимемо до уваги лише ті теми, які мають чітку вказівку на наявність основних методів та провідних понять елементарної теорії наближених обчислень. Перелік таких елементів знань чітко подано в сучасній методичній літературі [14, с.192-194]. Так до провідних понять теорії наближених обчислень відносять: "точне і наближене значення числа (величини)", "абсолютна похибка", "відносна похибка", "значущі цифри", "точність наближених значень", "правильні цифри". Основними методами наближених обчислень в шкільній математиці вважають правила підрахунку правильних цифр, метод меж та метод врахування границь похибок. Перший з них є методом нестрогого врахування похибок, інші ж два належать до методів строгого врахування похибок.

Згідно вищенаведеного переліку, а також аналізу програм починаючи з 1959 року (бо саме тоді, за словами Г.П.Бевза [2, с.223], "вперше тема "Наближені обчислення" почала опрацьовуватись в наших школах") можна спостерігати різні варіанти представлення наближених обчислень у шкільних програмах. Так вони можуть подаватись або у вигляді окремої теми, або повністю міститись у більш загальній темі, або бути розпорошеними по різних темах та класах (див. схему 1):

Схема 1



В першому випадку, як правило, тема називалась "Наближені обчислення" і на її вивчення відводилося на них від 11 до 20 годин. Одним із факторів такого коливання годин є фрагментарне вкраплення матеріалу з наближених обчислень в інші теми, яке може відбуватися, як в попередніх ("Наближені значення чисел і величин") так і в наступних ("Абсолютна та відносна похибка") темах.

У другому випадку, коли наближені обчислення є частиною більш загальної теми, вони виступають в ній як структурні елементи змісту. Узагальнені теми можуть мати будь-яку назву та термін вивчення, а кількість годин, що відведено безпосередньо на вивчення наближених обчислень, встановлюється кожним вчителем самостійно. Прикладом такого випадку може служити чинна програма з математики, яка в межах дев'ятого класу містить тему "Елементи прикладної математики"(10 годин): Наближені значення чисел і величин. Абсолютна [і відносна] похибки наближення. Оцінка похибок. Додавання, віднімання, множення і ділення наближених значень.

Розпорошення матеріалу з наближених обчислень, яке спостерігається у третьому випадку в основному відбувається в межах двох класів. Теми ж які для цього залучаються можуть бути найрізноманітнішими. Продемонструємо лише деякі з них за допомогою таблиці 1:

Таблиця 1

Проект програми 1967 року [13]	5кл.	Дії зі звичайними та десятковими дробами: (Наближені значення числа. Похибки наближених значень)	
	7кл.	Нерівності. Наближені обчислення. Добування коренів.	
Програма 1968 року	7кл.	Нерівності: (Застосування нерівностей до оцінки значень наближених обчислень)	
	8кл.	Організація обчислень та обчислювальна практика: (Наближені обчислення)	
Програма 1976 року	7кл.	Нерівності та їх застосування до наближених обчислень	
	8кл.	Наближені обчислення	
Програма 1992	5кл.	Нурк Е.Р.	Натуральні числа. Додавання і віднімання натуральних чисел:([Наближене значення числа])
		Віленкін Н.Я.	Десяткові дроби. Додавання і віднімання десяткових дробів: ([Наближене значення десяткових дробів])
	7кл.	Степінь з натуральним показником: ([Абсолютна і відносна похибки наближеного значення])	
	8кл.	Раціональні дроби: ([Відносна похибка наближеного значення])	
	8кл.	Нерівності:([Застосування властивостей нерівностей до оцінки значень виразу])	

Незалежно від обраного варіанту представленості наближених обчислень в шкільному курсі математики їх вивчення відбувається в декілька етапів.

Схема 2

Етапи вивчення наближених обчислень в шкільному курсі математики				
I	II	III	IV	V
Пропедевтика наближених обчислень	Формування уявлень про точні та наближені значення величин	Вивчення числових характеристик точності	Виконання дій над наближеними значеннями величин	Застосування наближених обчислень
Початкова школа	Основна школа			Старша школа

Послідовність етапів, поетапний розподіл навчального матеріалу, а також вікова відповідність основній та старшій школі, є досить умовними. Вони є лише концептуальним відображенням методичної системи вивчення наближених обчислень у шкільному курсі, яке випливає з аналізу математичних програм. Кожний з етапів, являючись складовою частиною упорядкованої системи знань, умінь та навичок, є здатним до певного саморозвитку, самореалізації, а також до продукування нових знань. Саме тому застосування наближених обчислень, яке ми умовно піднесли до старшої школи повинно відбуватись систематично. При цьому повинні широко використовуватись потенційні можливості, які існують в достатній кількості як в межах природничо-математичних дисциплін, так і поза ними. Фактично ж цей етап вивчення наближених обчислень зараз є нереалізованим, хоча саме він, власне, і є основним сенсом їх існування в шкільній математиці. Пов'язано це на нашу думку з тим, що зміст, обсяг та місце наближених обчислень в шкільному курсі математики дуже часто з певних причин змінювався (зміна освітніх пріоритетів, розвиток обчислювальних засобів, тощо). Саме тому кожного разу результати, які були досягнуті в ході методичних досліджень з приводу застосування наближених обчислень, просто "не встигали" за вищенаведеними змінами.

Проведений нами ретельний аналіз програм з математики, підручників, дисертаційних досліджень та науково-методичної літератури з приводу висвітлення в них вищенаведених етапів вивчення наближених обчислень в шкільному курсі математики, дозволив виявити ряд особливостей, які є сьогодні найбільш актуальними. Наведемо деякі з них.

1. ***Імовірнісні наближення та джерела одержання наближених значень величин***

Формування поняття точних та наближених значень величин базується на поступовому ознайомленні та подальшій систематизації основних джерел одержання останніх. На необхідності та важливості цього процесу наголошували як сучасні методисти [14, с.194] так і дослідники минулого. Так за словами І.Лобанова чим більше приділяється увага джерелам отримання наближених значень величин тим успішніше відбувається оволодіння усіма основними поняттями та правилами наближених обчислень [10, с.64]. Думки дослідників, щодо кількості вищевказаних джерел, певною мірою різнились, але в основному їх можна звести до трьох наступних: вимірювання, лічба та округлення. Усі вони детально представлені та проаналізовані в сучасній методичній літературі [14, с.194-195].

Особливий інтерес, в контексті активного впровадження у процес навчання математики стохастичної змістовної лінії, набувають, так звані, „імовірнісні наближення". В науково-методичній літературі нами було знайдено два принципово різних підходи до його вивчення, але в жодному з них „імовірнісні наближення" не отримали подальшого розвитку та розповсюдження. Основною причиною цього в першому випадку була відсутність на той час імовірнісно-статистичного матеріалу в шкільній математиці. В другому випадку авторами ставились зовсім інші цілі. Висвітлимо більш детально вищезгадані підходи.

Згідно першого з підходів [8, с.9] „імовірнісні наближення" розглядаються як четверте джерело одержання наближених значень величин, зміст якого полягає в наступному. Нехай розглядається деяка сукупність предметів, які володіють певною випадковою ознакою. Причому повне дослідження впливу цієї випадкової ознаки на загальну сукупність є практично неможливим або занадто складним. Саме тому, із загальної сукупності предметів обирається часткова сукупність, для якої робляться певні кількісні висновки, що пов'язані з вищезгаданою випадковою ознакою. Тоді з деякою ймовірністю можна стверджувати, що кількісні висновки, які отримано для часткової сукупності можна розповсюдити відповідним чином і для всієї загальної сукупності. Тобто деяке числове значення, що отримане шляхом теоретичних міркувань, є наближеним значенням істинної шуканої величини.

Згідно другого підходу „імовірнісні наближення", змістовно зберігаючись, є лише складовою частиною наближеної лічби, тобто не виділяються, як окреме джерело одержання наближених значень величин. Дослідниками вказується [6, с.6], що якщо об'єкт спостереження являє собою сукупність однорідних елементів, то відбувається їх підрахунок. Результат лічби при цьому виражається натуральним числом. Підрахунок можна виконати абсолютно точно лише тоді, коли є можливість спостерігати усі елементи об'єкту. В усіх інших випадках висновки про об'єкти спостереження роблять за результатами підрахунків, які робляться по відношенню до одиниці об'єму, площі, довжини, маси об'єкту або до одиниці часу спостереження. При цьому точність таких висновків залежить від репрезентативності вибірки, а також правильності математичної моделі, яку обрано для узагальнення результатів підрахунків.

Реалізація будь-якого з цих підходів має важливе прикладне значення, а також започатковує якісно нове бачення джерел одержання наближених значень величин: одні з них приводять до апостеріорних наближених відповідей, а інші – до апріорних.

Таким чином гіпотетичне впровадження імовірнісних наближень в основній школі значною мірою сприятиме збагаченню та осучасненню змісту наближених обчислень, а також може бути пропедевтикою ймовірнісно-статистичних понять, зокрема таких як „відносна частота появи випадкової події", „статистичне означення ймовірності", „вибірковий метод".

2. Розвиток обчислювальної техніки та основні методи наближених обчислень

Рівень розвитку обчислювальної техніки, є одним з найважливіших факторів, який безпосередньо впливає на пріоритетність розвитку того чи іншого методу наближених обчислень в шкільному курсі математики. Саме тому, з моменту їх офіційного впровадження в шкільну математику, неабиякого розповсюдження в ній набули методи нестрогого врахування похибок. Зокрема це стосується правил підрахунку правильних цифр, які ще називались дослідниками елементарними наближеними розрахунками або практичними прийомами наближених обчислень. Методи нестрогого врахування похибок розглядались, перш за все, як один із засобів раціоналізації обчислень, що є доступним для розуміння учнями на початку основної школи (звісно без строгих обґрунтувань та доведень). Причому під раціоналізацією розуміли в основному економію часу та позбавлення від "рутинної громіздкості", яка супроводжувала деякі точні обчислення та використання методів строгого врахування похибок. Вищенаведеному розповсюдженню передувала, а в подальшому і супроводжувала його, широка науково-дослідницька робота, що була спрямована, як на обґрунтування самих методів нестрогого врахування похибок, так і на їх впровадження в навчальний процес. На цей період прийшовся своєрідний "пік" відповідних методичних пошуків, який відобразився у великій кількості дисертаційних досліджень, статей у періодичних виданнях та іншій науковій літературі.

Реформа освіти кінця 60-х початку 70-х років співпала з початком розвитку обчислювальної техніки, що дозволило певним чином зміцнити позиції методів зі строгим врахуванням похибок. У програмах того часу знайшли своє відображення усі три основні методи наближених обчислень: у VII класі учні знайомились з методом меж, а у VIII класі – з методом врахування границь похибок та з правилами підрахунку правильних цифр. Як бачимо, методи нестрогого врахування похибок знаходяться в них вже далеко не на першому плані.

Подальші проекти програм, програми перехідних періодів та остаточні програми, які відносяться до реформування кінця 70-х початку 80-х років, по різному декларували зміст та місце як самих наближених обчислень так і їх основних методів (див. схему 1). Вищенаведені зміни супроводжувались зниженням науково-дослідницького інтересу до методики навчання наближеним обчислення, який на сучасному етапі переріс на своєрідний "інформаційний вакуум". Така ситуація, незважаючи на якісно-прогресивний розвиток обчислювальної математики, складовою якої є і наближені обчислення, створила їм імідж "безпорадного атавізму шкільної математики".

Відповідь на питання, коли і які саме методи наближених обчислень повинні вивчатись в сучасній шкільній математиці потребують окремих ґрунтовних досліджень. В даній же статті ми дозволимо собі лише зробити припущення про те, що пріоритетними методами наближених обчислень повинні стати саме методи строгого врахування похибок. Наше припущення базується на тому, що широке впровадження обчислювальної та комп'ютерної техніки в навчальний процес дозволяє доволі легко розв'язувати так звану "проблему громіздкості обчислень" при використанні методів зі строгим врахуванням похибок. Натомість він не розв'язує і не може розв'язати більш принципових проблем, які породжуються використанням методів нестрогого врахування похибок. Назвемо деякі з них. По-перше, це проблеми термінологічного характеру, зокрема пов'язані з формуванням поняття значущі цифри. По-друге - неоднозначність, яка отримується під час розв'язання деяких задач різними способами, використовуючи правила підрахунку правильних цифр . По-третє - принцип малої ймовірності великих похибок, який лежить в основі методів нестрогого врахування похибок. Усі ці проблемні фактори, на наш погляд, вносять плутанину в міркування учнів, викликають їх недовіру до методів наближених обчислень та взагалі не вкладаються в рамки сучасних вимог, щодо постійно зростаючої точності обчислень.

3. Наближені обчислення, математичне моделювання та різні профілі навчання

Ще одним немаловажним фактором, який сигналізує про необхідність перегляду поглядів стосовно вивчення в шкільному курсі математики наближених обчислень є поява та подальше впровадження профільних програм. Однією із складових самої ідеї профільного навчання є прикладна спрямованість шкільного курсу математики, радикальним засобом реалізації якої є широке застосування методу математичного моделювання протягом усього курсу. Причому вищезгадане математичне моделювання повинно описувати не ідеалізовані об'єкти зі "зручними" числами, а реальні явища і процеси, які мають загальнокультурну значущість, а також вивчаються у суміжним предметах [11, с.73]. Звісно, що такі реальні моделі мають безпосереднє відношення до наближених обчислень. Деякі питання взаємозв'язків наближених обчислень та математичного моделювання розглянуто в сучасній методичній літературі. Так З.Слєпкань наприкладі вимірювань вказує, що з одного боку наближений характер величин, зокрема точність, суттєво впливає на кожний з усіх трьох етапів розв'язування практичних задач (вибір та побудову математичної моделі; вибір алгоритму внутрішньомодельного розв'язання; інтерпретацію та оцінювання точності одержаного математичного результату). А з іншого боку, "систематичне свідоме залучення всіх етапів математичного моделювання до процесу вивчення в школі наближених обчислень дає змогу забезпечити мотивацію вивчення й усвідомлення учнями прикладного значення математики"[14, с.192]. Ці взаємозв'язки підкреслюються також і існуванням тем "Елементи прикладної математики", які мають місце в програмах основної, старшої та профільної школи. Вони об'єднують в своєму складі поняття про математичне моделювання, елементи теорії наближених обчислень, початки теорії ймовірностей та статистики, що дозволяє, наприклад, трактувати відносну частоту як наближене значення ймовірності випадкової події; середнє арифметичне спостережених значень як наближене значення математичного сподівання, тобто реалізувати більш широкі методологічні можливості, сприяти кращому розумінню учнями прикладної значущості математики як науки, більш повному і свідомому оволодінню ними математичною культурою [11, с.53].

Наявність різних профілів навчання вимагає різних підходів щодо пріоритетності вивчення та подальшого використання основних методів наближених обчислень. Так для економічного профілю можливо буде доцільним акцентувати увагу на методі меж, який дасть можливість визначати максимальне та мінімальне значення певних затрат. Для природничого та фізико-математичного профілів таким методом може стати метод врахування границь похибок, враховуючи його необхідність для лабораторних робіт з фізики, хімії тощо. Для суспільно-гуманітарного, філологічного, художньо-естетичного та спортивного профілів можливо буде достатнім знайомство лише з методами нестрогого врахування похибок. Кожне з цих гіпотетичних припущень потребує подальших досліджень та обґрунтувань. Але в будь-якому випадку їх реалізація повинна базуватись на відповідних знаннях, уміннях та навичках, які необхідно формувати не фрагментарно, а на протязі всього навчання в основній школі, використовуючи при цьому новітні технічні засоби, що дозволяють поєднати високі моделюючі та обчислювальні можливості при дослідженні різноманітних математичних об'єктів з унаочненням результатів на всіх етапах процесу навчання [11, с.133].

Література:

1. Бевз В.Г. Міжпредметні зв'язки як необхідний елемент предметної системи навчання//Математика в школі.-2003.-№6.-С.11-15.
2. Бевз Г.П.Величини у шкільному курсі математики//Математика в школі.-2003.-№8.-С.2-6.
3. Бевз Г.П.Методика викладання математики: Навчальний посібник.-К.:Вища школа,1989.-367с.
4. Бугай А.С.Короткий тлумачний математичний словник.-К.:Рад. Школа,1964.-428с.
5. Возна М.С., Гром'як М.І. Про встановлення взаємоузгодженності програм з математики та суміжних навчальних дисциплін//Математика в школі.-2003.-№6.-С.8-11.
6. Гордеев В.А.Основы теории ошибок измерений: Учебное пособие.- Екатерринбург: Идз-во Уральской гос. горно-геолог. Академии.-2000.-182с.
7. Державний стандарт базової і повної середньої освіти//Освіта України.-2004. №5(500).-С.1-8.
8. Елизаветина Н.В.О приближенных вычислениях с учетом погрешностей в курсе математики средней школы.-Омск:Запад.-Сибир. книжное изд-во, 1966.-48с.
9. Корінь Г.Вивчаємо наближені обчислення//Математика в школі.-2003.-№2.-С.35-42.
10. Лобанов И.Б.Приближенные вычисления в средней школе:Дис. ... канд.пед.наук:13.00.02.-Николаев,1955.-336 с.
11. Математика. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів.-К.:Навчальна книга,2003.-302с.
12. Наближені обчислення//УРЕ.-К.,1982.-Т.7.-С.192.
13. Проект программы средней школы по математике //Математика в школе.-1967.-№1.-С.4-23.
14. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник для студ. математ. спеціальностей пед. навч. закладів.- К.: Зодіак- ЕКО, 2000.-512с.
15. Суткова А.В. Питання наближених обчислень у загально трудовій політехнічній школі: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02.- К,1964.- 271с.

Лук'янова С.М.
НПУ імені М.П.Драгоманова

Використання типових текстових задач, що розв'язуються арифметичними способами, під час ознайомлення учнів із поняттями модель та математичне моделювання

Розв'язування текстових задач арифметичними способами займало гідне місце в традиційному курсі арифметики вітчизняної шкільної освіти. І це не випадково. Ці задачі добре розвивають мислення, кмітливість, винахідливість учнів, готують їх до розв'язування текстових задач методом рівнянь, сприяють підсиленню прикладної спрямованості навчання та допомагають підтриманню сталого інтересу до математики.

Багато відомих вітчизняних методистів і математиків присвятили свої праці різним аспектам із проблеми використання текстових задач в навчанні математиці взагалі і використанню арифметичних способів для їх розв'язування зокрема. Різні проблеми використання типових текстових задач, що розв'язуються арифметичними способами розглядалися в працях І.В.Арнольда, О.М.Астряба, К.П.Арженікова, В.К.Беллюстіна, Є.С.Березанської, А.І.Гольденберга, О.С.Дубінчук, Д.М.Маєргойза, І.І.Олександрова, Г.Б.Поляк, С.І.Шохор-Троцького, Ф.І.Єгорова та інших і були тісно пов'язані з тими загальними цілями, які ставило суспільство перед шкільною освітою на певних етапах свого розвитку.

Сьогодні основними цілями використання текстових задач є перш за все формування в учнів загального підходу, загальних умінь і здібностей по розв'язуванню довільних задач. По-друге, як і раніше, задачі продовжують використовувати для пізнання і більш ґрунтовного засвоєння математичних понять, для закріплення теоретичних знань та їх застосування на практиці. Крім того, широке використання математики у вирішенні проблем сучасних природничих та гуманітарних наук, яке пов'язано з математичним моделюванням об'єктів, явищ і процесів, що досліджуються даними науками, ставить перед шкільною освітою завдання по оволодінню учнями поняттями модель і моделювання, математична модель і математичне моделювання.

Мета даної статті полягає у розкритті можливостей текстових задач, що розв'язуються арифметичними способами для формування понять "модель і математичне моделювання".

Здійснення вказаних цілей під час навчання розв'язуванню текстових задач повинно сприяти загальному психічному і розумовому розвитку учнів, формуванню їх творчої особистості.

Психологи стверджують, що для того, щоб певний зміст актуально усвідомлювався учнем, необхідно, щоб він був предметом його цілеспрямованої активності. Отже, потрібно ознайомити учнів із змістом поняття моделювання (означення, предметні і ідеальні види моделей, етапи процесу моделювання) та з особливостями застосування математичних моделей до вирішення практичних задач.

Це сприятиме тому, що в шкільні роки під час розв'язування текстових задач, створюючи різні ілюстративно-графічні схеми, таблиці, числові вирази, рівняння, учні будуть усвідомлювати свою діяльність, як кроки процесу моделювання. Це в майбутньому стане їм у нагоді в професійній та побутовій діяльності.

Проведені нами спостереження під час експериментального навчання в СЗШ № 99, № 202, №204, в школі-лабораторії АПН „України" № 24, Українському колежі імені В.О.Сухомлинського та в гімназії „Троєщина" м. Києва переконали нас в тому, що перші відомості про моделі учні повинні отримувати якомога раніше (наприклад, в 5-му класі, як це пропонують автори програми „Росток"[1], а не в 9-му за діючою Програмою [4]).

Крім того, ми прийшли до висновку, що це ефективно можна робити під час навчання учнів розв'язуванню текстових задач арифметичними способами, які попередньо розподілити на типи на основі однорідності математичного змісту чи фабули. Типові задачі потрібно розв'язувати не ізольовано, а розкриваючи зв'язки між різними типами через порівняння математичних структур (виявлення спільних і відмінних рис) і встановлення доцільності використання різних типових арифметичних способів. Для цього доцільно об'єднати типові задачі в систему, а вивчення типів проводити за наступними етапами: A) підготовчо-мотиваційний; B) навчально-операційний; C) етап контролю, оцінювання і корекції першого рівня; Д) творчо-розвиваючий (розгортання типу); E) узагальнення; F) контроль і оцінювання другого рівня [3]. Такий підхід, на нашу думку, має створити умови не тільки для уникнення помилок минулої практики використання арифметичних способів до розв'язування текстових задач (30-50 роки XX ст.), тобто «ефекту натаскування», але і сприятиме формуванню творчої особистості, здатної до саморозвитку та спроможної до цілеспрямованих дій в проблемних ситуаціях

Зупинимося на деяких моментах поєднання діяльностей по навчанню учнів розв'язуванню типових текстових задач і моделюванню.

Евристична схема моделювання складається з чотирьох кроків: І) попередній аналіз; ІІ) побудова моделі; ІІІ) перетворення моделі; ІУ) інтерпретація отриманого на моделі результату в термінах вихідної ситуації.

Текстова задача є знаковою моделлю деякої проблемної ситуації, в яку попадає суб'єкт (учень) в процесі своєї діяльності. Проблемна ситуація не є комунікабельною, оскільки залежить від суб'єкта. Текстова ж задача (її знакова модель) є комунікабельною, тому її можна перетворювати чи змінювати у напрямку подолання проблеми.

В момент прийняття учнем текстової задачі вона стає об'єктом, на який направлена його діяльність. Якщо алгоритм (спосіб) розв'язування задачі йому не відомий, то створюється нова проблемна ситуація. Вся подальша діяльність учня направляється на детальне всебічне вивчення задачі, в процесі якого відбувається перетворення її тексту (по мірі необхідності), побудова різних видів моделей і їх перетворення.

В розгорнутому вигляді процес розв'язування задачі представляє собою послідовне здійснення наступних 8 етапів: 1) аналіз задачі; 2) побудова моделі задачі; 3) складання плану розв'язання; 4) виконання розв'язання; 5) перевірка отриманого розв'язку; 6) дослідження задачі і її розв'язання; 7) формулювання відповіді; 8) учбово-пізнавальний етап. За звичай для розв'язування нескладних задач виконують 1), 3), 4) і 7) етапи. Під час розв'язування типових текстових задач, якщо в ході аналізу задачі визначається її тип, то відсутній і 3) етап, оскільки одним із елементів сформованості поняття типу є тісний зв'язок між особливостями структури і типовим способом розв'язання.

Аналіз задачі може бути предметно (об'єктно)- змістовим чи логіко-семантичним. Під час предметно-змістового аналізу відбувається декодування тексту, тобто відтворюється та реальна ситуація, що описується в задачі.

Логіко-семантичний аналіз направлений на встановлення величин, які описують кількісну сторону явища (процесу, події), що є сюжетом задачі, характеру їх значень (відоме, допоміжне чи шукане невідоме; виявленню тих співвідношень, якими пов'язані значення однієї величини (рівність, різницеве чи кратне порівняння, співвідношення цілого і частини) та залежностей між різними величинами (пряма чи обернена пропорційності тощо). Як правило результати аналізу тексту фіксуються у вигляді схематичного запису, таблиці, ілюстративної чи графічної схеми (все це моделі-представники). У процесі їх створення відбувається кодування початкової інформації, з метою пошуку плану розв'язання задачі на основі всебічного аналізу її елементів та зв'язків між ними.

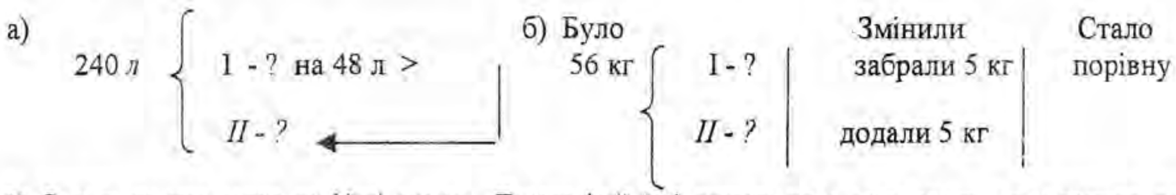
Під час проведення експериментального навчання в школах міста Києва нами було помічено, що значна частина учнів відчуває труднощі під час створення цих схем. Пов'язано це, по-перше, з тим, що в шкільній практиці склалася певна традиція у використанні коротких записів і схем текстів типових сюжетних задач. Так, до задач різних сюжетів в початковій школі та в 5-6 класах найчастіше використовують текстові схеми (скорочений запис), а для задач на рух – ілюстративні схеми (зрідка таблиці). В 7-9 класах часто коротка умова взагалі не записується або використовують таблиці чи структурні схеми. По-друге, учнів спеціально не навчають створенню різних видів схем та переходам від одного виду до іншого. Це приводить до ситуацій, коли, звикнувши, наприклад, розв'язувати задачі на рух із використанням ілюстративної схеми, учень намагається створити таку ж схему до складної задачі (декілька учасників руху чи різні види руху) і навіть не намагається спробувати зобразити умову моделлю іншого виду. Як показали наші спостереження під час проведення тестових робіт, це стає значною перешкодою на шляху пошуку плану розв'язання.

Оскільки успіх учня в розв'язуванні текстової задачі напряму залежить від його уміння „перекладати" задачний текст на „свою мову" адекватну найбільш розвиненій структурі його математичного мислення (алгебраїчній, метричній, топологічній, порядковій чи проективній), то їх потрібно вчити складати різні моделі-представники до даної задачі та показати шляхи переходу від моделі одного виду до іншого.

Діяльність по формуванню поняття про деякий тип задач умовно можна поділити на два види. По-перше, це засвоєння типових ознак і способів розв'язування (етапи А,В,С)). По-друге, розкриття зв'язків даного типу із іншими типами системи (Д,Е,F).

Перший вид діяльності потребує компактного розміщення групи типових задач. А це створює умови по навчанню учнів на основі аналізу типових слів-ознак створювати різні схеми-орієнтири (моделі-представники) для вирізнення задач даного типу із загального масиву задач і схеми-орієнтири (ООД) типових способів (моделі-замісники). Це доцільно робити, пропонуючи, наприклад, такі завдання.

Завдання 1.1) За даними схемами склади задачі та розв'яжи їх. Визнач, які символи вказують на характер відношень між заданими об'єктами.



2) Склади до цих задач графічні схеми. Проаналізуй їх і визнач: чи є вони зручними у пошуку плану розв'язання.

Якщо учень має достатні навички у виділенні слів-ознак різних відношень між об'єктами чи величинами та їх символічних (графічних) зображень, то етапи аналізу тексту задачі і побудови моделі-представника проходять в органічному поєднанні. А вдало складена модель стає надійним помічником у пошуку способу розв'язання. Особливо це стосується графічних моделей, які допускають перетворення, тобто одночасно являються моделями-представниками і моделями-замісниками.

За допомогою створення моделей-замісників можна не тільки допомогти учням оволодіти різними способами розв'язування текстових задач (в тому числі і арифметичними), але і навчити їх правильному і раціональному вибору способу для конкретної задачі. Для цього можна пропонувати виконати завдання такого виду.

Завдання 2 Периметр трикутника 48 см. Друга сторона на 4 см менше за першу, а третя на 8 см більша за першу. Постав запитання та розв'яжи задачу.

Зауваження: Умову цієї задачі, в залежності від поставленого запитання, можна зобразити різними графічними схемами. Доречно проаналізувати всі три схеми, вказавши в яких випадках яку з схем найдоцільніше використовувати.

Схема 1

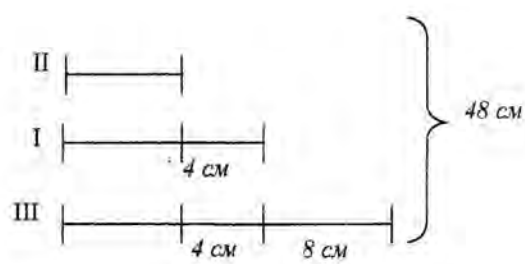


Схема 2

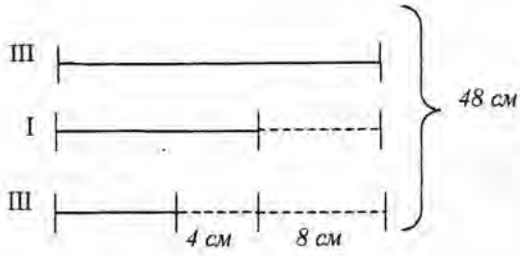


Схема 3

Після завершення виконання цього завдання, учням можна запропонувати такий вид роботи: а) змінити одиниці вимірювання в графічній схемі (наприклад, замість сантиметрів взяти кілограми, літри чи штуки); б) скласти за новою схемою задачу; в) розв'язати її; г) порівняти з попередньою за способом розв'язання та словами-ознаками, що характеризують відношення між об'єктами.

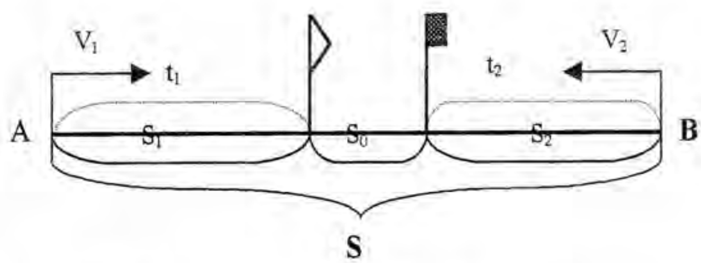
Завдяки таким завданням учні усвідомлюють, що залежностям між об'єктами однієї і тієї ж схеми можуть відповідати різні слова-ознаки: важчий – легший; довший –коротший; більший – менший; дорожчий – дешевший тощо. А, отже, одна і таж модель може бути використана для розв'язування задач різних сюжетів (зважування, обчислення довжини, купівля, виконання деякої роботи тощо).

Завдяки такому усвідомленню є можливість зменшити кількість однотипних задач неускладненої структури, розв'язування яких є необхідною умовою для засвоєння основною частиною учнів типових ознак, типових схем (моделей) і способів розв'язання. Крім того, з'являється можливість перетворити рутинну працю по розв'язуванню однотипних задач в творчість. Такі завдання можна пропонувати і під час розв'язання задачі заданої текстом на учбово-пізнавальному етапі.

Складаючи тексти за схемами, учні роблять перехід від знаково-символьної діяльності в реальність, тобто декодування. Аналогічний перехід відбувається і на етапі перевірки, коли співставляється результат, отриманий після знаходження значення виразу чи розв'язання рівняння, з сюжетом задачі

Повноцінне формування поняття про тип задачі неможливе без встановлення зв'язків задач даного типу із типами задач, що мають схожі риси (чи то сюжетні, чи то структурні). Для цього можна використати такі завдання.

Завдання 3 1) Складіть задачі за наступною схемою про зустрічний рух двох об'єктів так, щоб: А) потрібно було знайти відстань S між містами **А** і **В;** В) час руху одного із об'єктів (наприклад t_2); *С)* швидкість руху одного із об'єктів.

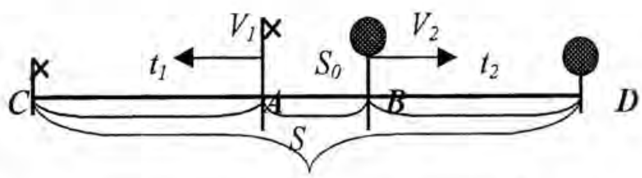


2) Запиши умову складеної тобою задачі у вигляді таблиці.

3) Поміркуй, чи можуть бути в даній задачі рухомими об'єктами літак і потяг?

4) Склади плани розв'язання отриманих задач у вигляді „дерева міркувань".

Завдання 4 1) Складіть задачі за наступною схемою про рух двох об'єктів в різні сторони, використавши наступні значення величин: А) 16 км/год, 4 год, 5 год, S_0 = 12 км; В) 60 км/год, 45 км/год, 2год, 3 год, S_0 = 25 км.



2) Скільки різних за математичним змістом варіантів можеш ти скласти?

3) Склади "дерева міркувань" та числові вирази до своїх задач. Порівняй їх. Виникає питання: чи завжди потрібно вимагати від учнів під час розв'язування задач побудови вказаних моделей-представників?

Психологічні спостереження показують, що в учнів поняття типу часто зберігається в пам'яті саме у вигляді схем-орієнтирів, які є згорнутою формою інформації і про ознаки типу і про типові способи. Тому, якщо учень вже під час читання тексту, зреагувавши на слова-ознаки, визначив тип і вказав спосіб розв'язання, то зрозуміло, що в такому випадку не слід вимагати від нього побудови схем, а ліпше запропонувати йому завдання ускладненої структури. Якщо ж учень відчуває труднощі в пошуку плану розв'язання, слід наполягати на виконанні ним детального аналізу тексту разом із побудовою (а по мірі необхідності і перебудовою) вказаних схем.

На завершення нашої статті зазначимо, що наведені нами завдання розкривають лише деякі можливості використання типових текстових задач для ознайомлення учнів з означенням та сутністю моделювання.

Література:

1. Дорофєєв Г.В., Петерсон Л.Г. Математика. 5 клас. Частина 1. – Суми: ВАТ „СОД", видавництво „Козацький вал". 2004 – 90 с.
2. Лагута Г.Л. Про доцільність курсу математичного моделювання // Вісник. Збірник наукових статей викладачів, докторантів, аспірантів НПУ імені М.П.Драгоманова /Укл.: П.В.Дмитренко, Л.Л.Макаренко, О.С.Симоненко. – К.: НПУ імені М.П.Драгоманова,2002. – Випуск 2. – С.191-193.
3. Лук'янова С.М. Методи навчання учнів розв'язуванню текстових задач арифметичними способами в умовах особистісно орієнтованого навчання // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип.20. –Донецьк: Фірма ТЕАН,2003. – С.160-171.
4. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів: Математика, 5-11 класи.-К.: Шкільний світ, 2001. – 62 с.
5. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики.-Черкаси: Відлуння-Плюс,2002. – 400с.
6. Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике: История, теория, методика. Учеб. пос. для учителей и студентов педвузов и колледжей. – М.: Школьная Пресса, 2002. –208 с.

Панченко Л.Л.
НПУ імені М.П.Драгоманова

Про понятійний апарат математичного моделювання в загальноосвітній школі та педагогічному вузі

В умовах пріоритетного світового розвитку математичної освіти проблема навчання математичному моделюванню учнів шкіл, студентів, чия майбутня професійна діяльність буде безпосередньо пов'язана з перетворенням оточуючого світу та прийняттям рішень, навчанням та вихованням підростаючого покоління, набуває особливої гостроти. На необхідність такого навчання ще в 60 — 70-ті роки минулого століття вказували видатні вчені-математики, фундатори методології математичного моделювання в сучасній науці — А.М.Колмогоров, А.М.Тихонов, О.А.Самарський, Б.В.Гнеденко.

Центральні ідеї прикладної математики та основні методичні положення навчання застосуванням математики розкриті в роботах математиків-методистів В.М.Монахова, С.І.Шварцбурда, В.В.Фірсова, Г.М.Возняка в 70-х — 80-х роках XX століття.

Дослідженню проблем прикладної спрямованості шкільного курсу математики через математичне моделювання та формуванню вмінь, пов'язаних з застосуванням математики (фактично вмінь математичного моделювання) присвячено багато наукових досліджень. Найбільш глибокими з них є дослідження В.А.Стукалова (1975 р.), Г.М.Морозова (1978 р.), М.О.Терешена (1990 р.), на Україні — Л.О.Соколенко (1997 р.).

У 80-ті роки в період реформування шкільної освіти в Радянському Союзі, в зв'язку з введенням в школи курсу "Інформатика та обчислювальна техніка" проблема навчання математичному моделюванню стає особливо актуальною.

Нажаль, сьогодні, на початку нового тисячоліття проблема навчання математичного моделювання як учнів загальноосвітньої школи, так і студентів вузів, не дивлячись на майже 40-річний досвід роботи над нею великої кількості вчених-математиків, методистів, вчителів, так і залишилась нерозв'язаною. Основні причини цього наступні:

- відсутність науково-обгрунтованої методичної системи навчання математичному моделюванню майбутніх вчителів математики в процесі вивчення фундаментальних математичних дисциплін;
- нерозробленість сучасної науково-обгрунтованої системи навчання математичному моделюванню учнів загальноосвітніх шкіл як в процесі вивчення шкільного курсу математики так і в процесі вивчення інших предметів;
- не досить чітке трактування понять "математична модель" та "математичне моделювання" вченими-методистами, що спричиняє до того, що не зрозуміло не тільки "як?" вчити математичному моделюванню, а й "чого?" саме треба вчити.

Шляхи усунення цих причин є метою нашої статті.

Сьогодні розроблено та затверджено на державному рівні такі важливі нормативні документи як "Галузеві стандарти вищої освіти. Математика" та "Концепція базової математичної освіти в Україні". У "Галузевих стандартах вищої освіти. Математика" перераховані вимоги до математичної підготовки майбутніх вчителів математики. Вимога формування вмінь математичного моделювання одна з основних. В "Концепції базової математичної освіти в Україні" теж звертається особлива увага на навчання учнів математичному моделюванню в загальноосвітній школі. Відповідно до цих державних документів створення науково обґрунтованих методичних систем навчання математичному моделюванню в процесі вивчення математики, як для педагогічних вузів так і для школи, вже ведеться. Зокрема, автор цієї статті працює над створенням такої системи для навчання математичному моделюванню майбутніх вчителів математики в процесі вивчення математики та методики навчання математики. Слід зауважити, що подібні методичні системи в Україні створені: Т.В.Криловою — для навчання математичному моделюванню майбутніх інженерів (1997 р.)[6], Л.І.Нічуговською — для навчання математичному моделювання майбутніх економістів (2002 р.)[8].

Методична система підготовки майбутніх вчителів буде значно складнішою, насамперед тому, що майбутньому вчителю слід не тільки самому оволодіти математичним моделюванням, а й навчити математичному моделюванню учнів. У педагогічних вузах є більше можливостей для навчання математичному моделюванню в умовах великої кількості математичних дисциплін, що вивчаються майбутніми вчителями, але як це робити, залишається проблемою поки що не розробленою в достатній мірі.

Ключовими словами методичної системи будемо вважати такі, як "математична модель", "математичне моделювання", "евристичні схеми діяльності математичного моделювання".

Сьогодні існує дуже багато різних означень цих понять. Самими поширеними є:

"Математична модель — наближений опис явищ оточуючого світу за допомогою математичної символіки" (Тихонов А.М.) [13].

"Математична модель — це логічна структура, у якої описано ряд відношень між її елементами" (Кудрявцев Л.Д.) [7].

"Математична модель — це система математичних співвідношень, що наближено у абстрактній формі описує досліджуваний процес або систему" (Нічуговська М.І) [8].

Ці означення математичної моделі вказують на наступні суттєві властивості цього поняття:

1) наближений опис явищ оточуючого світу;

2) опис засобами математики (символьний опис, через відношення, графіки, формули, блок-схеми, алгоритми, функції та їх похідні, рівняння і т.д.).

Як слід давати ці означення?

Щодо загальноосвітньої школи, то спроба дати учням означення поняття "математичної моделі" була зроблена Г.П.Бевзом [1]. На нашу думку, учням слід дати означення математичної моделі запропоноване А.М. Тихоновим (наведено вище). Це ж означення слід запропонувати і студентам-першокурсникам. Таке означення повністю задовольняє методичним вимогам, до означень, сформульованим у посібнику З.І.Слєпкань [12]. Відношення між родовим поняттям "моделі" та "видовим" поняттям "математичної моделі" студентам-першокурсникам слід проілюструвати у вигляді діаграм Ейлера-Венна (рис.1).

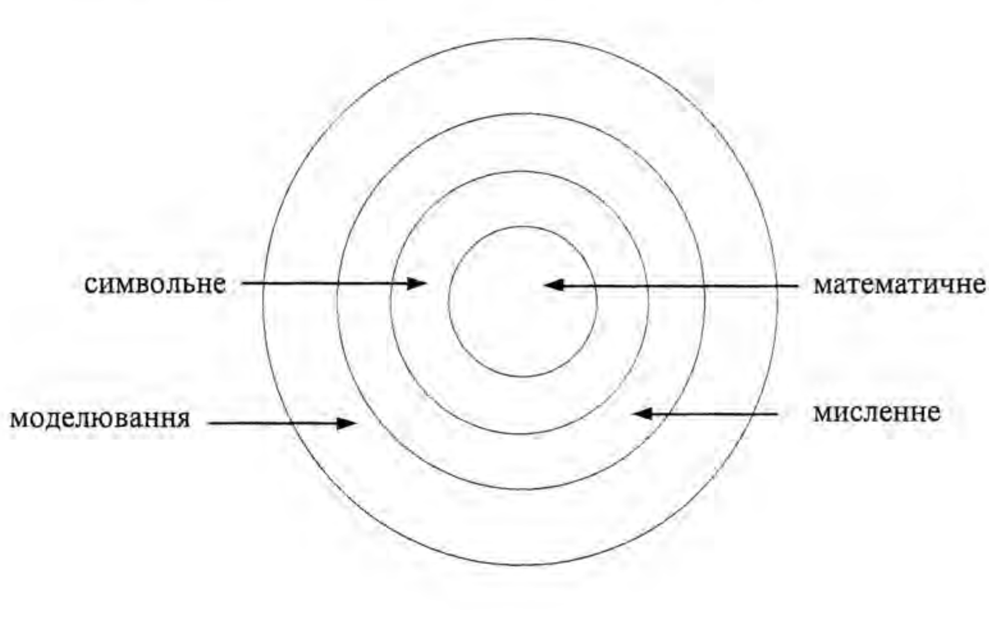


Рис. 1

Ускладнювати означення поняття "математична модель" при вивченні фундаментальних курсів: математичного аналізу, алгебри, геометрії, теорії ймовірностей не слід. Це дидактично не виправдано, тому що більш строге означення поняття "математична модель" формулюється через складніші поняття "математична структура", "ізоморфізм" чи "гомоморфізм".

В "Українському педагогічному словнику" С.Гончаренко дає наступне трактування навчальної моделі: "Моделі навчальні (франц. Modele, від modulus — міра, мірило, зразок) — навчальні посібники, які є умовним образом (зображення, схема, опис тощо) якогось об'єкта або системи об'єктів, який зберігає зовнішню схожість і пропорції частин при певній схематизації й умовності засобів зображення ... . Навчальні моделі бувають: ... математичні — геометричні фігури й тіла, ілюстрації до математичних теорем і формул тощо" [4].

М.І.Каченовський в посібнику [5] теж представляє "математичну модель — як наочну модель".

Чи є наочні моделі — математичними моделями? Звичайно є. Таке уявлення про математичну модель існувало на протязі багатьох століть і, як зазначає Б.В.Гнеденко, бере свій початок від Евкліда [3]. Поява обчислювальної техніки — перших ЕОМ, створила новий підхід до поняття "математична модель", значно розширивши його межі, і сприяла розвитку сучасного розуміння цього поняття відповідно до наведених вище означень А.М.Тихонова, Л.Д.Кудрявцева та інших.

Хоч означення наочної моделі не повністю відповідає сучасним означенням математичної моделі, проте ці моделі слід вважати математичними, тому що вони повністю відповідають означенню та властивостям об'єкта, який моделюють. Звичайно це не мисленні, а реальні, речові моделі і направлені вони на учбове пізнання, розвиток математики як науки. Це повинні розуміти правильно майбутні вчителі математики і саме такий підхід до математичних моделей слід сформувати в курсі методики навчання математики. У майбутніх вчителів математики слід сформувати правильне розуміння поняття "математичне моделювання". Це поняття доцільно вводити зразу ж після поняття "математична модель".

О.А.Самарський в посібнику [10] пише: "Математичне моделювання — це процес встановлення відповідності даному реальному об'єкту деякого математичного об'єкта, що називається математичною моделлю. Хоч взагалі, математичне моделювання — це процес розв'язання деякої нематематичної задачі чи проблеми математичними методами".

Математичне моделювання є навчально-пізнавальною евристичною діяльністю учнів та студентів. Діяльність математичного моделювання є евристичною, тому що відповідає означенню навчально-пізнавальної евристичної діяльності, даному Скафою О.І.: "Навчально-пізнавальна евристична діяльність — це діяльність учнів, що організовується та управляється педагогом з використанням різноманітних евристичних засобів, направлених на створення нової системи дій з пошуку невідомих раніше закономірностей, на формування процесів, які забезпечують пізнавальну і творчу діяльність, в результаті якої учні активно оволодівають знаннями і розвивають свої евристичні навички і уміння, формують пізнавальні мотиви і організаційні якості" [11]. На прикладі використання в навчанні математичної системи задач з параметрами як моделей реальних систем і процесів О.І. Скафа доводить, що математичне моделювання є евристичною діяльністю.

Діяльність математичного моделювання передбачає виконання певної послідовності етапів, яка називається "евристичною схемою діяльності математичного моделювання". В різних посібниках такі схеми представлені по-різному. Наприклад, у роботі Блехмана І. та інших виділяються наступні етапи математичного моделювання:

1) математична постановка задачі, тобто побудова математичної моделі, математичне моделювання;

2) вибір методу дослідження поставленої задачі;

3) проведення математичного дослідження, у якому можуть бути елементи наближених обчислень;

4) аналіз та реальна інтерпретація одержаних математичних результатів [2].

Найбільш вдалими для навчання, на нашу думку, є наступні евристичні схеми діяльності математичного моделювання:

спрощена, яка передбачає наступну послідовність етапів.

1. ***Попередній аналіз об'єкту дослідження.***

Виділяється об'єкт дослідження та галузь науки до якої він належить, чи опираючись на яку можна об'єкт вивчати разом із системою його зовнішніх взаємозв'язків.

2. ***Побудова математичної моделі.***

На цьому етапі відображаються в математичній формі найважливіші властивості об'єкта, закони, яким він підлягає, зв'язки, притаманні його складовим частинам, формулюється відповідна об'єкту математична задача.

3. ***Реалізація моделі математичними методами.***

Розв'язується поставлена у пункті 2 математична задача методами елементарної чи вищої математики.

4. ***Аналіз результатів та перенесення їх на образ, що вивчається.***

Розглядається питання про повноту результатів моделювання з метою їх практичного застосування та подальшого вдосконалення моделі, тобто її перевірки на адекватність за тими ознаками, які були відібрані як значущі.

Спрощену евристичну схему математичного моделювання слід вводити та використовувати в школі та на перших курсах педагогічних університетів.

Поступово у вузі варто здійснювати перехід до *розширеної* евристичної схеми математичного моделювання, яка включає в себе послідовність наступних етапів:

1. ***Попередній аналіз об'єкту дослідження.***

2. ***Побудова математичної моделі.***

3. ***Реалізація моделі математичними методами.***

4. ***Вибір (чи розробка) алгоритму для реалізації моделі на комп'ютері.***

Модель представляється у формі, зручній для застосування чисельних методів, визначається послідовність обчислювальних та логічних операцій, які слід провести, щоб знайти шукані величини з заданою точністю.

5. ***Створення програм, що "перекладають" модель та алгоритм на доступну комп'ютерну мову.***

6. ***Проведення обчислювального експерименту.***

Суть обчислювального експерименту полягає в тому, що на основі математичної моделі шляхом безпосереднього чисельного розв'язування, наприклад рівнянь, кількісно визначається поведінка досліджуваного об'єкту в тих чи інших умовах. Обчислювальний експеримент носить ітераційний багатоваріантний характер, оскільки в процесі його проведення уточнюється математична модель, модифікується обчислювальний алгоритм, вдосконалюється організація обчислювального процесу.

7. ***Аналіз результатів та перенесення їх на образ, що вивчається, вдосконалення моделі.***

Наведемо приклади розв'язання задач за даними схемами.

Задача 1 (диференціальні рівняння).

Знайти закон зміни швидкості ракети в залежності від її маси, якщо ракета починає рух з нульовою швидкістю, а початкова маса дорівнює m_0. Опір середовища та земного тяжіння відсутні.

Розв'язування.

I. ***Попередній аналіз об'єкту, що досліджується.***

З фізики відомо закон збереження кількості руху: якщо система складається із декількох частин і рухається без дії зовнішніх сил, то які б взаємні переміщення частин не відбувалися, сума кількості руху всіх частин (під кількістю руху розуміють добуток маси на швидкість) залишається незмінною.

Відповідно до цього закону і будуватимемо модель.

II. ***Побудова математичної моделі.***

Нехай $v(m)$ — шуканий закон зміни швидкості ракети в залежності від маси m. Нехай із сопла ракети вилітає як завгодно мала порція газу масою dm із швидкістю v_0 відносно ракети (цю швидкість називають *швидкістю витікання*). Тоді кількість руху викинутих газів дорівнюватиме — $\upsilon_0 dm$ (знак мінус вказує на те, що маса m при цьому зменшується). Після вихлопу ракета набуде збільшення швидкості на величину dv і тому збільшення кількості руху ракети дорівнюватиме mdv.

Отже, маємо рівняння

$$md\upsilon = -\upsilon_0 dm,$$

або

$$\frac{d\upsilon}{dm} = \frac{-\upsilon_0}{m}. \qquad (1)$$

Це рівняння з відокремлюваними змінними, яке слід розв'язати враховуючи початкову умову

$$\upsilon(m_0) = 0. \qquad (2)$$

III. ***Реалізація моделі математичними методами.***

Розв'яжемо рівняння (1), враховуючи початкову умову (2). Представимо рівняння (1) у вигляді

$$-\frac{d\upsilon}{\upsilon_0} = \frac{dm}{m}.$$

Проінтегруємо обидві частини, дістанемо:

$$-\frac{\upsilon}{\upsilon_0} + c_2 = \ln m + c_1.$$

Останню рівність прологарифмуємо: дістанемо розв'язок рівняння у вигляді функції:

$$m = ce^{-\frac{\upsilon}{\upsilon_0}},$$

де c — довільна стала.

Для визначення c скористаємося початковою умовою (2) — $c = m_0$. Отже розв'язком рівняння (1), який задовольняє початкову умову (2) є

$$\frac{m}{m_0} = e^{-\frac{\upsilon}{\upsilon_0}} \qquad (3)$$

Розв'яжемо рівність (3) відносно υ:

$$\upsilon = \upsilon_0 \ln \frac{m_0}{m}.$$

IV. *Аналіз результатів та перенесення їх на образ, що вивчається.*

Знайдена залежність $\upsilon = \upsilon_0 \ln \frac{m_0}{m}$ показує як зростає швидкість повітря із спалюванням ракети. Це відома формула Ціолковського. Розглянута модель — найпростіша для задач теорії ракетного руху. Врахування опору повітря та сили земного тяжіння значно ускладнить і диференціальне рівняння, що є математичною моделлю і метод його розв'язування.

За спрощеною евристичною схемою математичного моделювання задачі слід розв'язувати на практичних заняттях з математичних дисциплін, за розширеною — на спецкурсах з математичного моделювання, які організовуються на 4-му, 5-му курсах.

Розглянемо приклад задачі, яку розв'язуватимемо за розширеною схемою.

Задача 2. *Знайти температуру деталі циліндричної форми, при її локальному охолодженні кільцевою зоною з торця. Коефіцієнт теплопровідності (λ) матеріалу, з якого виготовлено деталь і густина (q) теплових джерел, розташованих в ній, є сталими.* [9]

І. Попередній аналіз об'єкту дослідження.

Охолодження деталі циліндричної форми є процесом теплообміну. З фізики відомо, що цей процес описується законом Ньютона:

$$-\lambda \left.\frac{dT}{dn}\right|_S = k(T - T_0),$$

де $T(x, y, z)$ — температура деталі, S — поверхня, що охолоджується, λ — коефіцієнт теплопровідності матеріалу з якого виготовлено деталь, k — коефіцієнт зовнішньої теплопровідності.

Отже, математичну модель локального охолодження деталі циліндричної форми слід будувати, опираючись на закон Ньютона.

ІІ. Побудова математичної моделі.

Нехай деталь циліндричної форми — скінчений циліндр висотою h та з радіусом основи R. Розглядатимемо цей циліндр в циліндричній системі координат. Будемо вважати, що центр нижньої основи співпадає з початком координат, віссю циліндра є вісь Oz, ρ_1 — радіус меншого кола з центром в початку координат, що обмежовує кільце охолодження, ρ_2 — відповідно, радіус більшого кола. Відомо, що тоді шукану температуру циліндра можна знайти з наступного диференціального рівняння:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho \frac{\partial T}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q}{\lambda} = 0. \qquad (1)$$

Оскільки, охолодження відбувається за законом Ньютона, то крайові умови при охолодженні кільцевою смужкою з торця можуть бути записані у вигляді:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=h} = \left.\frac{\partial T}{\partial \rho}\right|_{\rho=R} = 0; \qquad (2)$$

$$\lambda \left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{\substack{\rho_1 \le \rho \le \rho_2 \\ -\pi \le \varphi \le \pi}} = k\chi(\rho_1, \rho_2, \rho)(T_0 - T)\Big|_{\substack{\rho_1 \le \rho \le \rho_2 \\ -\pi \le \varphi \le \pi}}, \qquad (3)$$

де $\chi(\rho_1, \rho_2, \rho) = \begin{cases} 1, & \rho \in [\rho_1; \rho_2] \\ 0, & \rho \notin [\rho_1; \rho_2] \end{cases}$.

Формули (1) — (3) можна спростити, якщо ввести заміну змінних:

$$\rho = R\xi;\ z = R\zeta;\ T = \frac{R^2 qt}{\lambda} + T_0;\ \aleph = \frac{Rk}{\lambda}.$$

Тоді $\xi_1 = \frac{\rho_1}{R}$, $\xi_2 = \frac{\rho_2}{R}$.

Замість рівняння (1) дістанемо рівняння:

$$\frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi\frac{\partial t}{\partial\xi}\right)+\frac{1}{\xi^2}\frac{\partial^2 t}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial\zeta^2}+1=0. \tag{4}$$

і відповідно крайові умови:

$$\left.\frac{\partial t}{\partial\xi}\right|_{\xi=h}=\left.\frac{\partial t}{\partial\xi}\right|_{\substack{\xi_1\le\xi\le\xi_2\\-\pi\le\varphi\le\pi}}=0, \tag{5}$$

$$\left.\frac{\partial t}{\partial\zeta}\right|_{\substack{\xi_1\le\xi\le\xi_2\\-\pi\le\varphi\le\pi}}=\aleph\chi(\xi_1,\xi_2,\xi)t\Big|_{\substack{\xi_1\le\xi\le\xi_2\\-\pi\le\varphi\le\pi}}. \tag{6}$$

Рівняння (4) з крайовими умовами (5) і (6) є математичною моделлю локального охолодження циліндра.

Отже, для того, щоб знайти шукану температуру циліндра при охолодженні його кільцевою зоною з торця, слід розв'язати рівняння (4) з крайовими умовами (5) — (6). Рівняння (4) є диференціальним рівнянням другого порядку в частинних похідних.

III. Реалізація моделі математичними методами.

Розв'язок рівняння (4) знайдемо, розкладаючи шукану функцію — температуру циліндра, в ряд Фур'є за системою ортогональних функцій — функцій Бесселя нульового $\left(J_0(\omega)\right)$ та першого порядку $\left(J_1(\omega)\right)$.

В задачі, що розглядається функція t не залежить від змінної φ і отже, рівняння (4) набуде вигляду:

$$\frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi\frac{\partial t}{\partial\xi}\right)+\frac{\partial^2 t}{\partial\zeta^2}+1=0 \tag{7}$$

з крайовими умовами

$$\left.\frac{\partial t}{\partial\zeta}\right|_{\zeta=h}=\left.\frac{\partial t}{\partial\xi}\right|_{\xi=1}=\left.\frac{\partial t}{\partial\varsigma}\right|_{\substack{\varsigma=0\\ \xi\notin[\xi_1;\xi_2]}}=0, \tag{8}$$

$$\left.\frac{\partial t}{\partial\zeta}\right|_{\substack{\zeta=0\\ \xi_1\le\xi\le\xi_2}}=\aleph\chi(\xi_1,\xi_2,\xi)t\Big|_{\substack{\zeta=0\\ \xi_1\le\xi\le\xi_2}}. \tag{9}$$

Розв'язок рівняння (7) представимо у вигляді:

$$t=\tau-\frac{1}{2}\zeta^2,$$

де τ — деяка невідома функція, тоді рівняння (7) і крайові умови набувають вигляду:

$$\frac{1}{\xi}\left(\xi\frac{\partial\tau}{\partial\xi}\right)+\frac{\partial^2\tau}{\partial\zeta^2}=0, \tag{10}$$

$$\left.\frac{\partial t}{\partial\zeta}\right|_{\zeta=h}=\left.\frac{\partial\tau}{\partial\xi}\right|_{\substack{\zeta=0\\ \xi\notin[\xi_1;\xi_2]}}=0, \tag{11}$$

$$\left.\frac{\partial\tau}{\partial\xi}\right|_{\substack{\xi=1\\ 0\le\zeta\le h}}=0. \tag{12}$$

$$\left.\frac{\partial\tau}{\partial\zeta}\right|_{\substack{\zeta=0\\ \xi_1\le\xi\le\xi_2}}=\aleph\chi(\xi_1,\xi_2,\xi)\Big|_{\substack{\zeta=0\\ \xi_1\le\xi\le\xi_2}}. \tag{13}$$

Для розв'язування рівняння застосуємо метод Фур'є:

$$\tau=R(\xi)z(\zeta). \tag{14}$$

Тоді замість рівняння (10) матимемо:

$$\frac{\frac{1}{\xi}\frac{d}{d\xi}\left(\xi\frac{dR}{d\xi}\right)}{R}=\frac{-z''}{z}=-\omega^2. \tag{15}$$

Звідки

$$\frac{1}{\xi}\frac{d}{d\xi}\left(\xi\frac{dR}{d\xi}\right)+\omega^2 R=0, \tag{16}$$

$$z''-\omega^2 z=0. \tag{17}$$

Розв`язок рівняння (16) є функція Бесселя нульового порядку:

$$R(\xi)=J_0(\omega\xi). \tag{18}$$

Величину ω виберемо таким чином, щоб функція $J_0(\omega\xi)$ задовольняла умові (11), а для цього має виконуватися рівність:

$$\omega J_1(\omega)=0,$$

де $J_1(\omega)$ — функція Бесселя першого порядку.

Корені ω_n цього рівняння є коренями функції $J_1(\omega)$.

Розглянемо рівняння (17). Маємо:

$$z_n^{(1)}=e^{\omega_n\zeta}, \quad z_n^{(2)}=e^{-\omega_n\zeta}. \tag{19}$$

Якщо $n=0$, то

$$z_0=A_0\zeta+B_0. \tag{20}$$

З рівностей (18) — (20) випливає, що функція τ може бути представлена у вигляді:

$$\tau=A_0\zeta+B_0+\sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n e^{\omega_n\zeta}+B_n e^{-\omega_n\zeta}\right)J_0(\omega_n\xi). \tag{21}$$

Ця функція задовольняє крайові умови (11).

Провівши необхідні перетворення для того, щоб функція задовольняла крайовим умовам (12), (13), співвідношення (10) набуде вигляду:

$$\tau=h\zeta+B_0+2\sum_{n=1}^{\infty}b_n\frac{ch\omega_n(h-\zeta)}{ch(\omega_n h)}J_0(\omega_n\xi). \tag{22}$$

Тепер можна знайти функцію t:

$$\tau=-\frac{1}{2}\zeta^2+h\zeta+B_0+2\sum_{n=1}^{\infty}b_n\times\frac{ch\omega_n(h-\zeta)}{ch(\omega_n h)}J_0(\omega_n\xi), \tag{23}$$

де $b_n=B_n e^{-\omega_n h}ch(\omega_n h)$, B_n — корені нескінченної системи рівнянь:

$$\begin{cases} h=2\aleph\left(\dfrac{\xi_2^2-\xi_1^2}{2}B_0+2\sum\limits_{n=1}^{\infty}B_n e^{-\omega_n h}ch(\omega_n h)\alpha_{0n}\right) \\ -2\beta_m\omega_m e^{-\omega_n h}sh(\omega_n h)=\aleph\left(B_0\alpha_{0m}+2\sum\limits_{n=1}^{\infty}B_n e^{-\omega_n h}ch(\omega_n h)\alpha_{mn}\right), \end{cases} \tag{24}$$

де

$$\alpha_{0n}=\frac{1}{\omega_n}\left(\xi_2 J_1(\omega_n\xi_2)-\xi_1 J_1(\omega_n\xi_1)\right);$$

$$\alpha_{nn}=\frac{1}{2}\left[\xi_2^2\left(J_1^2(\omega_n\xi_2)+J_0^2(\omega_n\xi_2)\right)-\xi_1^2\left(J_1^2(\omega_n\xi_1)-J_0^2(\omega_n\xi_1)\right)\right]$$

$$\alpha_{mn}=\alpha_{nm}=\frac{1}{\omega_n^2-\omega_m^2}[\xi_2\left(\omega_n J_0(\omega_m\xi_2)J_1(\omega_n\xi_2)-\omega_m J_0(\omega_m\xi_2)J_1(\omega_m\xi_2)\right)-$$

$$-\xi_1\left(\omega_n J_0(\omega_m\xi_1)J_1(\omega_n\xi_1)-\omega_m J_0(\omega_n\xi_1)J_1(\omega_m\xi_1)\right)];$$

$$\beta_n=\frac{1}{2}J_0^2(\omega_n).$$

IV. Розробка алгоритму для реалізації моделі на комп'ютері.

Алгоритм обчислення температури реалізується у вигляді наступної послідовності кроків.

1. Ввести значення сталих величин:

- радіус циліндра R;
- висота циліндра h;
- густина внутрішніх втрат q;
- коефіцієнт теплопровідності λ;
- кількість точок координати $z - n(z)$;
- коефіцієнт тепловіддачі k;
- температура зовнішнього середовища T_0;
- кількість членів ряду розкладу температури n;
- похибка розрахунків для B_0 та B_n.

2. Обчислити B_0 за формулою: $B_0 = \dfrac{h}{\aleph\left(\xi_2^2 - \xi_1^2\right)}$.

3. Обчислити B_n — як корені системи рівнянь (24).

4. Обчислити t за формулою (23).

5. Обчислити T за формулою $T = \dfrac{R^2 gt}{\lambda} + T_0$.

6. Серед значень T вибираємо найбільше і найменше.

V. Створення програм, що перекладають модель та алгоритм на доступну комп'ютерну мову.

Програма, що відповідає побудованому алгоритму реалізована на алгоритмічній мові Bacis.

VI. Проведення обчислювального експерименту.

Підрахуємо значення температури циліндра при різних значеннях ρ_1 і ρ_2. В таблиці 1 подані результати обчислень при $\rho_1 = 0{,}5$, $\rho_2 = 0{,}7$, $R = 1$, $h = 1$, $\lambda = 0{,}1$,
$k = 0{,}04$, $q = 2$, $T_0 = 0$, точність для B_0, $B_n = 0{,}000001$, $n = 7$, $n(z) = 6$.

Таблиця 1

z/ro	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
0	205.61	208.34	206.41	198.94	207.38	208.94
2	210.49	210	208.74	208	209.47	210.33
4	212.27	212.11	211.79	211.74	212.11	212.34
6	214.02	213.98	213.92	213.95	214.06	214.12
8	215.18	215.17	215.17	215.19	215.24	215.26
1	215.58	215.58	215.58	215.6	215.63	215.64

Таблиця 2

z/ro	0	2	4	6	8	1
0	50	50	50	50	50	50
2	53.6	53.6	53.6	53.6	53.6	53.6
4	56.4	56.4	56.4	56.4	56.4	56.4
6	58.4	58.4	58.4	58.4	58.4	58.4
8	59.6	59.6	59.6	59.6	59.6	59.6
1	60	60	60	60	60	60

В таблиці 2 подані результати обчислень при $\rho_1 = 0$, $\rho_2 = 1$, $R = 1$, $h = 1$, λ=0,1, $k = 0{,}04$, $q = 2$, $T_0 = 0$, точність для B_0, $B_n = 0{,}000001$, $n = 7$, $n(z) = 6$.

VII. Аналіз результатів та перенесення їх на образ, що вивчається, вдосконалення моделі.

Аналізуючи результати обчислювального експерименту, бачимо як змінюється температура деталі циліндричної форми при її охолодженні кільцевою зоною з торця, а саме: зі збільшенням площі кільця охолодження температура циліндра зменшується, зменшується також різниця між максимальною та мінімальною температурою. Так для випадку, розглянутого в таблиці 1 $T_{max} = 215.64^0$, $T_{min} = 198.94^0$. Для випадку, розглянутого в таблиці 2 $T_{max} = 60^0$, $T_{min} = 50^0$. Це свідчить про те, що побудована модель достатньо точно описує процес теплообміну в деталі циліндричної форми при її локальному охолодженні.

Методологічно правильне розуміння понять "математична модель", "математичне моделювання", "евристична схема діяльності математичного моделювання" сприятиме підвищенню ефективності навчання математичному моделюванню як студентів вузів так і учнів загальноосвітніх шкіл.

Література:

1. Бевз Г.П. Алгебра: Проб. Підруч. для 7-9 кл. серед. шк. — К.: Освіта, 2001. — 303с.

2. Блехман И.И., Мышкис А.Д., Пановко Я.Г. Механика и прикладная математика: логика и особенности приложений математики. — М.: Наука, 1990. — 356 с.
3. Гнеденко Б.В. Математика и математическое образование в современном мире. — М.: Просвещение, 1985. — 192 с.
4. Гончаренко С.У. Український педагогічний словник. — К.: Либідь, 1997. — 376 с.
5. Каченовский М.И. Математический практикум по моделированию. — М.:Учпедгиз, 1959.— 183 с.
6. Крилова Т.В. Початки математичного моделювання. Наукові основи навчання математики студентів технічних спеціальностей. — К.: Вища школа, 1997. — 278с.
7. Кудрявцев Л.Д. Мысли о современной математике и ее изучении. — М.: Наука, 1977. — 110 с.
8. Нічуговська Л.І. Математичне моделювання в системі економічної освіти. — Полтава: ВВ.ПУСК У, 2003. — 289 с.
9. Панченко Л.Л. Математичні моделі локального охолодження циліндра та їх застосування /Некоторые модели в математической физике и методы их исследования/ Институт проблем матетиаловедения им. И.И.Францевича. — К., 1997. — 14 с., С. 141 -154, С. 173.
10. Самарский О.А. Математическое моделирование. Идеи, методы. Примеры. — М.:Физмалит, 2001. — 316 с.
11. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. — Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. — 439 с.
12. Слєпкань З.І. Методика навчання математики. — К.: Зодіак-ЄКО, 2000. — 512 с.
13. Тихонов А.М. Математическая модель / Математическая энциклопедия, т. 3. — М.: Советская энциклопедия, 1982. — С. 574 - 575.

Скворцова С.О.
Південноукраїнський Державний педагогічний університет
ім. К.Д.Ушинського

Формування умінь розв'язувати типові задачі з пропорційними величинами.

Навчання учнів розв'язуванню сюжетних задач є одним із завдань, що виконуються при навчанні математики в школі. З поняттям „задача" учні знайомляться в першому класі і протягом наступних чотирьох років в них формуються уміння розв'язувати найпростіші задачі, а також задачі окремих типів. В 5-6 класах учні розв'язують сюжетні задачі арифметичним методом, знайомляться з новими видами задач на відсотки та суміші. У 6-му та здебільшого в 7-му класі вводиться алгебраїчний метод розв'язання сюжетних задач. Треба зазначити, що в дисертаційних роботах В.В.Малихіної, та В.В.Слугина, що присвячені проблемі навчання молодших школярів розв'язуванню задач та у роботі Л.А.Сафонової, яка розглядала проблему наступності у формуванні умінь розв'язувати задачі в середній та початковій школі, автори стверджують, що учні мають великі труднощі при розв'язанні сюжетних задач. Таким чином, перед методистами та вчителями стоїть проблема пошуку шляхів навчання учнів розв'язуванню задач.

Проблемі формування умінь розв'язувати сюжетні задачі присвячені дослідження: М.О.Бантової, Г.В.Бельтюкової, М.І.Бурди, Н.Я.Віленкина, В.Л.Дрозд, Н.Б.Істоміної, Ю.М.Колягіна, С.Є.Царьової, Л.М.Фрідмана та інші. Значне число праць присвячено навчанню окремим прийомам розв'язування сюжетних задач. Зокрема, пропонується введення "зручних" одиниць вимірювання величин, які містяться в задачі (С.Є.Царьова), робота з різними формами подання даних (Т.А.Селеменева), наближення у часі розв'язання аналогічних сюжетних задач, підсилення уваги до роботи по перетворенню задач після їх розв'язання (Л.І.Шорнікова, С.Є.Царьова та інші). Н.Я.Віленкин, Н.Б.Істоміна, Б.А.Кордемьский, Л.Ш.Левенберг, Л.С.Лунина, А.І.Островський, Л.Г.Петерсон, З.І.Турлакова, Д.С.Фонин, І.І.Целищева, М.Д.Черней пропонують при розв'язуванні сюжетних задач використовувати одномірні та двомірні діаграми.

Серед сюжетних задач окремо виділяють задачі, що містять різні групи пропорційних величин (відстань, швидкість та час; загальний виробіток, продуктивність праці та час роботи; загальна маса, маса 1 предмету та кількість предметів й тощо). Ці задачі містять три пропорційні величини. В залежності від особливостей їх математичної структури виділяють задачі таких типів: задачі на знаходження четвертого пропорційного, задачі на пропорційне ділення, задачі на знаходження невідомих за двома різницями, задачі на спільну роботу, задачі на знаходження середнього арифметичного тощо.

Уміння розв'язувати задачі певних типів розглядається методистами, як окреме спеціальне уміння (В.А.Мізюк, Л.М.Фрідман, С.Є.Царьова та інші). Щодо формування спеціальних умінь розв'язувати задачі, то вчені дають лише загальні поради. Предметом навчання і основним змістом навчання є: види задач, способи і зразки розв'язання задач конкретних типів (С.Є.Царьова); спосіб розв'язання типової задачі, його засвоєння є метою дії, а власне розв'язання окремої задачі є лише побічним продуктом (Й.І.Машбиць); задачі, їх генезис, особливості, структура повинні стати предметом глибокого вивчення учнями; при навчанні розв'язуванню задач певного виду на перших етапах слід розгорнути процес розв'язання як процес моделювання задач:

основним методом навчання розв'язуванню задач повинне стати розв'язання певної системи підготовчих навчальних задач (Л.М.Фрідман). Тому, *<u>в даній статті</u> ми пропонуємо методику формування у школярів спеціальних умінь розв'язування типових задач.*

Під спеціальним умінням розв'язувати задачі ми розуміємо уміння розв'язувати задачі певного виду, яке складається з:

1. Уміння здійснювати логіко-семантичний аналіз задачі;
2. Уміння складати репрезентативну модель задачі (короткий запис задачі у вигляді схеми або таблиці; малюнок, схематичний малюнок, схему тощо);
3. Уміння співвідносити дану задачу з раніш вивченими і „впізнавати" задачу вивченої математичної структури;
4. Уміння актуалізувати узагальнений спосіб розв'язування задач даного виду, а потім його реалізувати.
5. Уміння перевіряти правильність розв'язання задачі.

Щоб співвіднести дану задачу з раніш вивченими і „впізнати" задачу вивченої математичної структури, а також актуалізувати узагальнений спосіб розв'язування задач цього типу, учень повинен мати знання різних математичних структур типових задач та узагальнених способів їх розв'язування. При наявності зазначених знань, успішність розв'язування типових задач залежить, насамперед, від якості діяльності школяра. Як доводять дослідження психологів П.Я.Гальперіна та З.О.Решетової якість самої орієнтовної діяльності визначається якістю подання, схеми тієї дії, яка за цієї схемою потім виконується. Головна характеристика Ш типу орієнтування полягає в тому, що учням пропонується метод аналізу предмету, засобом його „розчленування„ на складові „одиниці" і вказуються закони їх сполучення, що становить основи складу предмету, а різні види сполучень одиниць – його варіанти (П.Я.Гальперін). Пошук ООД Ш типу йде за методом системно-структурного аналізу, що запропоновано З.О.Решетовою. Системно-структурний аналіз передбачає багаторівневе дослідження задачі, метою якого є визначення істотних ознак задачі та їх узагальнення. Цей підхід повністю погоджується з теорією змістовних узагальнень В.В.Давидова, який розглядає теоретичний шлях узагальнення при розв'язуванні задач як узагальнення через аналіз умови і вимоги, що дозволяє абстрагувати її істотні залежності. У зв'язку з цим, розв'язування задачі відразу набуває узагальненого значення і переноситься на цілий клас задач, забезпечуючи теоретичний підхід з позицій єдиного типу розв'язування. Зазначимо, що методику навчання учнів розв'язуванню задач певних видів за теорією змістовних узагальнень було розроблено В.Н.Осинською: розв'язування опорної задачі - з'ясування її типових особливостей – виділення головного – узагальнення способу розв'язування таких задач – визначення суттєвого в процесі розв'язування, тобто таких дій, без яких задачу не можна розв'язати – складання алгоритму (схеми) розв'язання задач даного типу або з'ясування загального підходу до їх розв'язування.

Таким чином, <u>теоретичною основою</u> методики формування у школярів умінь розв'язувати типові задачі є теорія змістовних узагальнень В.В.Давидова, її реалізація при навчанні учнів розв'язанню типових задач за В.Н. Осинською, що здійснюється на основі Ш типу орієнтування за П.Я.Гальперіним, методом системно-структурного аналізу З.О.Решетової.

Системно-структурний аналіз задачі ми будемо здійснювати шляхом змін величин задачі або числових даних у прямій та обернених задачах, і дослідження впливу цих змін на її розв'язування.

Як зазначалося вище, окремі спеціальні уміння складаються із знань різних математичних структур типових задач та знань їх узагальнених планів розв'язання. Зрозуміло, що учню важко запам'ятати усе різноманіття математичних структур типових задач і відповідні плани розв'язання, тому необхідно перейти до більш високого ступеню їх узагальнення з метою зменшення об'єму навчального матеріалу, який підлягає запам'ятовуванню. Тому нами здійснено спробу узагальнення математичних структур та способів розв'язання задач на:

- знаходження четвертого пропорційного;
- на пропорційне ділення;
- на знаходження невідомих за двома різницями.

Математична структура задач перелічених типів містить спільні істотні ознаки: наявність двох випадків; одна з величин є однаковою для обох випадків; для іншої величини відомі два числові значення для обох випадків. Суттєві ознаки задач цих видів полягають у наступному: в задачах на знаходження четвертого пропорційного для третьої величини дано одне числове значення, а друге є шуканим; у задачах на пропорційне ділення та у задачах на знаходження невідомих за двома різницями обидва числові значення третьої величини є шуканими, причому у задачах на пропорційне ділення дано їх суму, а у задачах на знаходження невідомих за двома різницями – їх різницю.

Задачі на знаходження четвертого пропорційного			
I	*a*		*c*
		однакова	
П	*в*		?

	Загальна	 1	*кількість* / *час*
1			
			Однак.
П	?		

Задачі на знаходження невідомих за двома різницями			
I	*a*		?
		однак.	
П	*в*		? на *n* б (м)

Наявність спільних ознак надає можливість узагальнити спосіб розв'язування задач цих типів. Оскільки усі ці задачі містять однакову для двох випадків величину, то ключем до їх розв'язування є знаходження її значення. Але відмінність у розв'язуванні цих типів задач полягає саме у способі відшукування значення однакової величини: у задачах на знаходження четвертого пропорційного однакову величину знаходять за двома іншими величинами одного з випадків; у задачах на пропорційне ділення – за двома сумарними значеннями двох інших величин; у задачах на знаходження невідомих за двома різницями – за значеннями різницевого відношення двох інших величин.

Отже, існує можливість розробити методику навчання розв'язуванню цих видів задач на підставі перетворення одного виду в інший і визначення спільних та відмітних ознак їх математичних структур.

Центральною ідеєю методики навчання учнів розв'язуванню задач цих типів є всебічний аналіз і дослідження задачі за наступними рівнями:

- за зміною групи пропорційних величин і визначення впливу цієї зміни на розв'язання задачі;
- за зміною числових даних і визначення впливу цього на план розв'язання задачі;
- за зміною шуканої величини при певній однаковій величині і визначення впливу на план розв'язання задачі;
- за зміною однакової величини і визначення впливу цієї зміни на план розв'язання задачі;
- за зміною математичної структури задачі.

Формування узагальненого уміння розв'язування задач на знаходження четвертого пропорційного, на пропорційне ділення та на знаходження невідомих за двома різницями йде за планом:

1. Ознайомлення учнів з задачами на знаходження четвертого пропорційного, в яких однаковою (сталою) є величина однієї одиниці виміру (1 вид). Узагальнення істотних ознак математичної структури та плану розв'язання засобом зміни групи величин та числових даних задачі. Перетворення задачі І-го виду у задачу ІІ-го виду, засобом зміни шуканого при складанні оберненої задачі, і дослідження впливу цієї зміни на визначені істотні ознаки та узагальнений план розв'язання. Далі здійснюється зміна величин та числових даних у задачі ІІ-го типу і визначається, що ці зміни не впливають на структуру та план розв'язання задачі. Складання і розв'язання інших обернених задач; попарне порівняння обернених задач сприяє подальшому узагальненню істотних ознак математичної структури та плану розв'язання задач на знаходження четвертого пропорційного, в яких однаковою є величина однієї одиниці.

2. З метою узагальнення більш високого ступеню істотних ознак та плану розв'язання задач на знаходження четвертого пропорційного відбувається подальше дослідження задачі шляхом зміни однакової величини: спочатку однаковою величною стає загальна величина (загальна маса, вартість, загальний виробіток й тощо), а потім – величина кількості або часу. Задача на знаходження четвертого пропорційного, в якій однаковою є величина однієї одиниці перетворюється у відповідну задачу, в якій однаковою є загальна величина або кількість чи час. Учні з'ясовують вплив зміни однакової величини на істотні ознаки задач на знаходження четвертого пропорційного та план їх розв'язання способом знаходження однакової (сталої) величини і узагальнюють їх ,змінюючи величини та числа задачі. Робота по дослідженню задач йде аналогічно пункту 1.

План розв'язання

1) знайти значення однакової величини, за двома відомими величинами одного з випадків;
2) знайти шукане.

Істотні ознаки задач на знаходження четверто пропорційного:

- два випадки;
- три пропорційні величини;
- одна з величин є однаковою для двох випадків;
- стосовно однієї величини дані два числові значення;
- стосовно іншої величини дано лише одне числове значення, а інше є шуканим.

3. Ознайомлення з задачами на пропорційне ділення (1 вид, однаковою є величина однієї одиниці) засобом перетворення задачі на знаходження четвертого пропорційного (1 вид). Школярі досліджують вплив зміни математичної структури задачі на її розв'язання та формулюють відмінні ознаки задачі нового типу. Робота по узагальненню істотних ознак задач цього типу та плану їх розв'язання йде аналогічно: учні змінюють групу пропорційних величин в задачі або числові дані і визначають, що ці зміни не впливають на математичну структуру задачі та план її розв'язання; формулюють істотні ознаки та узагальнений план розв'язання задач 1-го виду. Далі задача 1-го виду перетворюється на задачу ІІ-го виду, досліджується вплив зміни формулювання задачі на її істотні ознаки та план розв'язання. Подальше узагальнення йде шляхом змін групи величин задачі

та числових даних; а також засобом порівняння математичних структур задач 1-го та ІІ-го виду і їх планів розв'язання. Таким чином формулюються істотні ознаки задач на пропорційне ділення, в яких однаковою є величина однієї одиниці та план їх розв'язання способом знаходження однакової (сталої) величини.

4. Дослідження задачі на пропорційне ділення шляхом зміни однакової величини: спочатку однаковою величиною стає кількість або час, а потім – загальна величина. Робота йде аналогічно відповідній роботі над задачами на знаходження четвертого пропорційного. Якщо однаковою величиною є кількість або час, то визначені істотні ознаки і план розв'язання задачі способом знаходження однакової величини майже не змінюється. У випадку, коли однаковою величиною стає загальна величина, то спосіб знаходження однакової величини не „працює", ці задачі розв'язують алгебраїчним методом - складанням дробово-раціонального рівняння. Таким чином, дослідження задачі на основі зміни групи величин, числових даних, шуканих, а також однакової величини дає можливість узагальнити істотні ознаки задач на пропорційне ділення та план їх розв'язання способом знаходження однакової величини(якщо сталою є величина однієї одиниці або кількість чи час):

План розв'язання	Істотні ознаки задач на пропорційне ділення, в яких однаковою є величина однієї одиниці або кількості чи часу:
1) Знайти суму даних числових значень однієї з величин. 2) Знайти значення однакової величини за сумарними значеннями двох величин. 3) Знайти шукане в першому випадку. 4) Знайти шукане у другому випадку.	1) три пропорційні величини; 2) два випадки: 3) одна з величин є однаковою для обох випадків; 4) для однієї величини дано два числові значення для кожного випадку; 5) числові значення іншої величини для обох випадків є шуканими, але дано їх сумарне значення.

5. Порівняння математичних структур задач на знаходження четвертого пропорційного та на пропорційне ділення, визначення спільних та відмінних ознак математичних структур та планів розв'язання, узагальнення істотних ознак та способу розв'язання.

6. Ознайомлення з задачами на знаходження невідомих за двома різницями (1 вид, однаковою є величина однієї одиниці) на основі перетворення задачі на пропорційне ділення (1 вид). З'ясування відмітних ознак задач цих математичних структур та впливу зміни формулювання задачі на план її розв'язання. Узагальнення істотних ознак математичної структури та плану розв'язання цих задач на основі зміни групи величин та числових даних задачі. Перетворення задачі 1-го виду у задачу ІІ-го виду і дослідження впливу цієї зміни на визначені істотні ознаки та план розв'язання задач. Шляхом зміни групи величин і числових даних задачі ІІ-го виду узагальнюються істотні ознаки задач на знаходження невідомих за двома різницями і план їх розв'язання способом знаходження однакової величини.

7. Дослідження впливу зміни однакової величини на істотні ознаки та план розв'язання задач на знаходження невідомих за двома різницями. Робота йде аналогічно попередній. Учні отримують висновку про те, що якщо однаковою величиною є кількість, то задачу можна розв'язати за узагальненим планом – способом знаходження однакової величини. А якщо однаковою є загальна величина, то такі задачі розв'язуються способом складання дробово-раціонального рівняння. Між тим, від зміни однакової величини не змінюються істотні ознаки задач на знаходження невідомих за двома різницями.

8. Порівняння математичних структур та планів розв'язання задач на знаходження четвертого пропорційного, на пропорційне ділення та на знаходження невідомих за двома різницями: виділення спільних та відмінних ознак математичних структур та планів розв'язання; узагальнення істотних ознак математичної структури та способу розв'язання задач з пропорційними величинами, що містять однакову величину.

План розв'язання Спосіб знаходження однакової величини	План розв'язання Спосіб знаходження однакової величини	План розв'язання Спосіб знаходження однакової величини
1) Значення однакової величини за двома числовими значеннями одного з випадків. 2) Шукане значення, відповідаємо на запитання задачі.	1) Суму даних числових значень однієї з величин. 2) Значення однакової величини за сумарними значеннями двох величин. 3) Шукане значення, відповідаємо на перше запитання задачі. 4) Шукане значення, відповідаємо на друге запитання задачі.	1) Різницю даних числових значень однієї з величин. 2) Значення однакової величини за двома різницями. 3) Шукане значення, відповідаємо на перше запитання задачі. 4) Шукане значення, відповідаємо на друге запитання задачі.

Істотні ознаки задач на знаходження четвертого пропорційного, на пропорційне ділення та на знаходження невідомих за двома різницями:

1) Три пропорційні величини.
2) Два випадки.
3) Одна з величин є однаковою для обох випадків.
4) Для однієї з величин дано два числові значення для обох випадків.
5) Для другої величини

дано..лише..одне..числове..значення, а..інше..є..шуканим

обидва..числові..значення..є..шуканими, але..дано..їх..суму..або..різницю

Розв'язання задач на знаходження четвертого пропорційного, на пропорційне ділення та на знаходження невідомих за двома різницями способом знаходження однакової величини:

- знайти однакову величину *за..двома..числовими..значеннями..стосовно..одного..звипадків* / *за..двома..сумами..або..різницями*;

- відповісти на запитання задачі.

Розроблена методика формування в учнів узагальненого уміння розв'язувати типові задачі з пропорційними величинами, що містять однакову величину реалізується через систему навчальних задач. Щодо методики роботи над окремими задачами, то слід зазначити, що при пошуку розв'язання першої задачі нового типу виконується повний аналіз (міркування від запитання задачі до числових даних), а робота над окремими задачами зазначених типів відбувається за планом: 1) логіко-семантичний аналіз тексту задачі; 2) моделювання задачної ситуації (таблиця, схематичний малюнок); 3) визначення істотних ознак математичної структури задачі, „впізнавання" типу задачі, актуалізація узагальненого плану розв'язання її; 4) припущення відповіді на основі залежності двох величин при сталій третій; 5) складання математичної моделі задачі; 6) розв'язання задачі; 7) перетворення задачі у обернену задачу або в задачу іншого типу; 8) дослідження впливу зміни формулювання задачі на її розв'язання.

Запропонована методика була експериментально перевірена протягом трьох років (2002- 2004 рр.) в 3-их - 5-их класах ЗОШ „Ніка-М" м. Одеси (експериментальні класи) та в ЗОШ № 106 (контрольні). В експериментальних класах навчання розв'язування відповідних типів задач відбувалося за описаною методикою, а в контрольному – традиційно. До початку експериментальної роботи і після вивчення задач з пропорційними величинами, що містять однакову величину, було проведено тестування. Тести було складено за методикою складання тестів з математики А.В.Агібалова (Агибалов А.В. Конструирование тестов по математике и методика их использования при контроле знаний учащегося по математике.// Автореферат дис. канд.. пед. наук. – М., 1975. – 32 с.), якою передбачено чотири рівні засвоєння знань і умінь учнями: 1 рівень – відповідає пізнавальній діяльності на підставі впізнавання об'єкту та його властивостей на підставі життєвого досвіду; 2 рівень – відповідає репродуктивній діяльності: учні вміють відтворити раніш отриману інформацію, розв'язати задачу за зразком за допомогою вивчених алгоритмів; 3 рівень – відповідає частково-продуктивній діяльності: учні не лише відтворюють раніш вивчені правила, алгоритми, але й виконують дії, які вимагають міркувань, перетворень, тобто спираються на елементи творчої діяльності; 4 рівень – відповідає найбільш складній – продуктивній діяльності: учні творчо прикладають знання в нових навчальних ситуаціях.

В методиці А.В.Агібалова пропонується шкала переходу від коефіцієнта виконання тесту до рівня засвоєння знань:

К	К > 0,9	0,8 < К< 0,9	0,6 < К < 0,7	К < 0,6
Рівень	3-4 3 - 4	2 -3 2-3	2 2	1 1

Де К – це відношення сумарної кількості балів, що набрано учнем до максимальної кількості балів за умов виконання усіх завдань тесту.

Метою констатуючого експерименту було діагностування рівня сформованості в учнів знань груп пропорційних величин та взаємозв'язку між ними, а також уміння їх виділяти в тексті задачі та розв'язувати прості задачі з пропорційними величинами, а після проведення формуючого експерименту учням усіх класів було запропоновано розв'язати кілька задач на знаходження четвертого пропорційного, на пропорційне ділення та на знаходження невідомих за двома різницями. Тести містили три частини: в першій частині тесту пропонувалися завдання репродуктивного характеру (30%), у другій – частково-продуктивного (50%), а в третій – продуктивного характеру (20%). Кожне правильно виконане завдання першої частини тесту оцінювалося в 1 бал, другої – у 2 бали, а третьої – у 3 бали.

Результати констатуючого експерименту подані в таблиці 1, а результати формуючого експерименту подані в таблиці 2.

Таблиця 1.

Середні показники по класах за засвоєнням умінь розв'язувати прості задачі з пропорційними величинами

	Кількість балів за 1 частину тесту.	Кількість балів за 2 частину тесту.	Кількість балів за 3 частину тесту.	Загальна кількість балів	Коефіцієнт виконання тесту
Максимальна кількість балів	5	16	9	30	1
ЗОШ № 106	3,2	12,4	4,2	19,8	0,66
ЗОШ „Ніка"	3,4	12,5	4,3	20,2	0,67

Таблиця 2.

Середні показники по класах за засвоєнням умінь розв'язувати задачі з пропорційними величинами, що містять однакову величину

	Кількість балів за 1 частину тесту.	Кількість балів за 2 частину тесту.	Кількість балів за 3 частину тесту.	Загальна кількість балів	Коефіцієнт виконання тесту
Максимальна кількість балів	4	12	6	22	1
Контрольний	2,7	7,0	2,4	12,1	0,55
Експериментальний	3,6	10,5	3,8	17,9	0,81

Зазначимо, що в таблиці показано відношення кількості учнів, що мають певні знання, вміння або навички до загальної кількості учнів класу.

Порівнявши результати таблиць 1 і 2 бачимо, коефіцієнт виконання тесту у контрольному класі, а тому і рівень засвоєння знань, знизився (це пояснюється складністю навчального матеріалу, що пропонувався на етапі формуючого експерименту порівняно з навчальним матеріалом, засвоєння якого діагностувалося на етапі констатуючого експерименту), а в експериментальному класі коефіцієнт засвоєння знань зріс від 0,67 до 0,78, а рівень засвоєння знань зріс з 2-го до 2-3. Таким чином, результати навчання за експериментальною методикою значно вищі, ніж за традиційною.

Зрозуміло, що запропонована методика не вичерпує усіх можливостей узагальнення математичних структур типових задач та способів їх розв'язання. Так, її подальше доопрацювання можливо, якщо до розгляду включити ще й задачі на подвійне зведення до одиниці, які також містять однакову величину, але це величина „подвійної одиниці". Крім того, підхід, реалізований у методиці формування умінь розв'язувати задачі з пропорційними величинами, що містять однакову величину може бути застосований і при навчанні учнів розв'язуванню задач інших типів.

Тополя Л.В.
НПУ імені М.П.Драгоманова

Діяльність дитини в процесі опанування суспільним досвідом.

Діяльність підростаючої людини – це складна система, у якій різні її типи, види, форми знаходяться в певних зв'язках, що ускладнюються з розвитком дитини. Оскільки в будь-яку діяльність дитини обов'язково включені такі важливі психічні процеси як сприйняття, увага, пам'ять, уява, мислення, мова, то для задоволення своїх потреб у спілкуванні, грі, навчанні, праці дитина має сприймати світ, запам'ятовувати, мислити, уявляти, висловлювати свої думки, спілкуватися тощо. Названі психічні процеси не просто беруть участь у пізнавальній діяльності дитини, вони самі формуються, розвиваються, змінюються в ній і є окремими видами діяльності.

У процесі діяльності в дитини виникають емоції, розкриваються її нахили і можливості, проявляються потреби, формуються установки, знання, вміння та навички, набувається певний соціальний досвід. Це означає, що під час діяльності формується і розвивається особистість.

На думку С.Л.Рубінштейна, формування і розвиток особистості дитини відбувається залежно від того, як педагог керує її діяльністю, а не тоді, коли він цю діяльність підмінює. Будь-яка спроба ввести дитину в процес пізнання і опанування моральними нормами поза її власною діяльністю підриває самі основи здорового розумового і морального розвитку дитини, виховання її особистісних якостей.

О.М.Леонтьєв зауважує, що діяльність людини в цілому не складається механічно з окремих видів діяльності. Певні види діяльності на даному етапі є провідними і мають вагоме, суттєве значення для подальшого розвитку особистості, інші – підпорядковані їм. Тому слід говорити про залежність розвитку психіки дитини не від діяльності взагалі, а від провідної діяльності на певному етапі її розвитку. О.М.Леонтьєв вказує на такі ознаки провідної діяльності:

1) у ній виникають нові види діяльності;
2) у ній або заново формуються або певною мірою перебудовуються та змінюються сформовані раніше психічні процеси;
3) від неї залежать психічні зміни особистості, які можна спостерігати в даний період розвитку.

Кожному віковому періоду властива певна провідна діяльність, а всі інші види діяльності або відсутні, або їх прояв обмежений і не суттєвий. Наприклад, ігрова діяльність є провідною в дошкільному віці, але поряд з нею зустрічаються елементи навчання та праці. Ігрова діяльність властива і дітям інших вікових груп (молодші школярі, підлітки), але там вона вже не є провідною. Л.С.Виготський вважає, що процеси, які є центральними лініями розвитку дитини в одному віці, стають підпорядкованим в іншому, і навпаки, підпорядковані лінії розвитку одного віку виписуються на передній план і стають центральними лініями в іншому віці, тобто змінюється їх значення і питома вага в структурі розвитку дитини.

Проблема визначення провідної діяльності дитини під час навчання у кожному із трьох вікових періодів їх розвитку (молодший шкільний, середній підлітковий, старший юнацький) широко обговорювалася й обговорюється в психології і стала метою нашої статті. Більшість психологів вважає, що провідною навчальна діяльність є тільки в молодшому шкільному віці. На її основі у молодших школярів виникає теоретичне мислення, розвивається рефлексія, аналіз, формується здатність до планування і виникають потреби і мотиви навчання. Під час визначення провідної діяльності в підлітковому та юнацькому віці серед психологів виникли певні неузгодження.

Так, за періодизацією Д.В.Ельконіна і Т.В.Драгунової провідною діяльністю у підлітковому віці є інтимно-особистісне спілкування. В.В.Давидов вказує на те, що особисте спілкування підлітків дістає своє різностороннє виявлення саме під час виконання ними різних видів суспільно-корисної діяльності, яка є провідною в підлітковому віці. В.В.Давидова підтримує інший відомий психолог Д.І.Фельдштейн, називаючи провідною діяльністю підлітків соціально визнану і соціально схвалену діяльність. Він звертає увагу на особливості провідної діяльності дітей підліткового віку в сучасних умовах. За його спостереженнями, сучасні підлітки, з одного боку, віддають перевагу індивідуальному виконанню соціально важливих справ, при цьому не завжди ідентифікуючи себе з групою, колективом, і намагаються самоствердитися в таких справах, виконуючи їх самостійно, за власним бажанням.

Підлітки кінця XX та початку XXI ст. відрізняються від своїх однолітків попередніх років більшою самокритичністю. Перспективу своєї корисності суспільству вони бачать у збагаченні власної індивідуальності, самоствердженні, набутті певної соціальної позиції і реалізації себе в ній. *Навчальна діяльність* характерна для дітей усього шкільного віку і стосується опанування ними соціальним досвідом.

Тому у сучасних умовах, коли якісно змінилися оцінки та норми стосунків між людьми, переставлено акценти в ідеалах і соціальній структурі, за умови панування ідейного і морального плюралізму, безробіття й убогості багатьох сімей особливого значення набуває пошук нових видів і форм соціально визнаної і соціально схваленої навчальної діяльності, яка б дала змогу сучасним підліткам самовиразитися та самоствердитися, навчитися таким формам взаємодії з іншими, які б у подальшому житті допомогли б відшукати своє місце у житті. Таку можливість дає особистісно орієнтоване навчання, яке максимально розкриває потенціал кожного учня, дає змогу знаходити і розвивати закладені від природи задатки і нахили, допомагати самовираженню і самоствердженню, закладати в дитині механізми самореалізації. Усе це може бути досягнуто в підлітковому віці за власної активної участі кожного учня у спільній навчальній діяльності. У самій навчальній діяльності підлітки опановують норми стосунків з однолітками і дорослими, вчаться оцінювати ділові, моральні якості своїх товаришів, власні можливості, поведінку; у процесі такої діяльності розвивається рефлексія, виникає самосвідомість, усвідомлення себе членом колективу, суспільства.

Якщо у молодшому шкільному віці навчальна діяльність набуває форми спілкування із засвоєння структури і зразків цієї діяльності (дитина вчиться вчитися), то у підлітковому віці спілкування із засвоєння структури і зразків навчальної діяльності підпорядковане іншій формі діяльності (дитина вчиться спілкуватися, опановує норми поведінки в колективі). Певною мірою у підлітковому, але переважно у юнацькому, навчання набуває форми спілкування щодо змісту ціннісної та професійної орієнтації (дитина вибудовує власну соціальну позицію, шукає своє місце в колективі, в суспільстві).

Отже, на кожному етапі психічного розвитку дитини і діяльності взагалі переважає певна форма навчальної діяльності, підпорядковуючи собі інші. Постійно відбувається розвиток, накопичення, перетворення, рекомбінація окремих видів навчальної діяльності, які свідомо або несвідомо спрямовані на розкриття індивідуальності учня, розвиток його потенційних здібностей і нахилів, що в сукупності складають мету навчання і виховання.

Розглянемо детальніше *структуру навчальної діяльності* учня. Навчальна діяльність учня – це його власна діяльність, об'єктивно спрямована (навчальним закладом, учителем, батьками) на здійснення цілей загальної і професійної освіти, на формування його як всебічно розвинутої, високоморальної, творчої, активної і соціально зрілої особистості. Навчально-пізнавальна діяльність учня має об'єктивну і суб'єктивну природу. Об'єктивна спрямованість забезпечується навчальним закладом, учителем і пов'язана із досягненням цілей загальної і професійної освіти та формуванням дитини як всебічно розвинутої, високоморальної, творчої, активної і соціально зрілої особистості. Суб'єктивна сторона навчально-пізнавальної діяльності визначається і характеризується тим, заради чого учень навчається. Наявність мотивації є важливою характеристикою суб'єкта навчання – учня. Таким мотивом може бути підготовка себе до майбутнього дорослого життя, самоствердження в референтній для учня групі, отримання високої оцінки однокласників, учителів, батьків, збереження комфортності в умовах інтелектуального, морального тиску з боку батьків, учителів, учнівського колективу. Якщо домінуючим мотивом навчальної діяльності учня виступає навчально-пізнавальний мотив, то навчальна діяльність суб'єктивно здійснюється заради пізнання, опанування системою знань, умінь і навичок, саморозвитку. А це саме те, чого вимагає суспільство і чого прагне вчитель. У цьому випадку об'єктивна і суб'єктивна сторони навчальної діяльності збігаються, і тоді діяльність набуває як суспільного, так і особистісного змісту.

Мотивація може бути включена в різні діяльнісні системи. Це означає, що навчальна діяльність підлітка стає відчутно полімотивованою. Крім отримання нового досвіду, учень, навчаючись, може бути зацікавлений і в тому, щоб завоювати повагу й авторитет серед інших людей (мотив самоствердження), отримати нагороди (моральні, матеріальні тощо), а також в отриманні задоволення від окремих складових процесу пізнання і кінцевого результату пізнання.

Суб'єктивна сторона навчальної діяльності характеризується і визначається домінуючим мотивом цієї діяльності, тим, заради чого учень навчається. Навчальна діяльність – це діяльність, навмисне спрямована на одержання досвіду одним із його учасників. Забезпечуючи пізнання, вона дає цей досвід в якості прямого або головного продукту, який є й усвідомлюється людиною як головний.

Заслуговує особливої уваги питання про зміст поняття "навчальна діяльність" з позиції соціального досвіду, який у ній засвоюється. З цього приводу існують різні думки. Так, поняття навчальної діяльності, яке використовує В.В.Давидов, обмежується ситуаціями засвоєння переважно узагальнених теоретичних знань і відповідних їм способів діяльності. Г.М.Александров та інші не вважають доцільним таке обмеження даного поняття. І.І.Ільясов вводить додатково загальніший термін "діяльність навчання" як цілеспрямоване засвоєння індивідом соціально-виробленого досвіду, довільних практичних і наукових (емпіричних і теоретичних) знань. Під навчальною діяльністю як В.В.Давидов, так і І.І.Ільясов розуміють діяльність того, хто навчається, а не спільну діяльність його з особою, яка навчає. Дотримуючись думки Н.Ф.Тализіної, під навчальною діяльністю розумітимемо спільну діяльність учителя й учня, направлену на засвоєння соціального досвіду.

Наведені думки дають підставу вважати, що провідною діяльністю підліткового віку є також навчальна діяльність. Проте спілкування із засвоєння структури і зразків навчальної діяльності підпорядковується іншій формі діяльності – спілкуванню з однолітками та вчителями з питань колективної діяльності. Такі зміни пріоритетів у діяльності підлітків вимагають пошуку видів і форм навчальної діяльності, які б сприяли їх самовираженню і самоствердженню. Вважаємо, що таку можливість надає особистісно-діяльнісна спрямованість навчально-виховного процесу і відповідно їй спланована організація навчальної діяльності учнів. Особистісно орієнтоване навчання передбачає створення умов для максимального розкриття потенціалу кожного учня і покликане розвивати в дитині закладені від природи задатки і нахили, допомагати самовираженню і самоствердженню, закладати в ній механізми самоорганізації і самореалізації. У підлітковому віці досягти такої мети можна тільки за власної активної участі кожної дитини у спільній навчально-пізнавальній діяльності, яка сприяє встановленню норм взаємостосунків між підлітками та дорослими, формуванню навичок оцінювання ділових і моральних якостей (своїх, товаришів, часто навіть старших: батьків, учителів тощо), поведінки, розвиває рефлексію, самосвідомість, уміння усвідомлювати себе членом колективу і суспільства.

Крім основного продукту в навчально-пізнавальній діяльності з'являються та формуються і побічні продукти: позитивні (наприклад, відпрацювання навичок учіння) і негативні (наприклад, втома, нудьга). Проявів останніх, що не є бажаними, можна уникнути, включивши дитину в гру, адже головне в грі – одержання її учасниками емоційного задоволення від самого процесу, бо в ній відбувається "зсув мотиву на процес". А прикладами видів діяльності "зі зсувом мотиву на процес" можуть бути життєво важливі види діяльності людини: вживання їжі та води, забезпечення відпочинку організму, перегляд вистав, кінострічок, відтворення роду тощо.

Психологи зауважують, що в грі не тільки розвиваються або по-новому формуються окремі розумові, інтелектуальні операції особистості, а й радикальним чином змінюється позиція дитини щодо оточуючого світу і формується сам механізм можливості зміни позиції і координації та зіставлення своєї точки зору з позицією інших учасників ігрового процесу. Д.Б.Ельконін вважає ігрову діяльність "арифметикою соціальних відносин", діяльністю, що є однією з форм розвитку основних психічних функцій і способів активного пізнання дитиною навколишнього світу.

Визначенню значення гри в діяльності дитини приділяли увагу також зарубіжні психологи і педагоги Е.Берн, І.Байер, Г.Холл, К.Гросс, В.Штерн, Ф.Фребель, А.Валлон. Я.Коршак вбачав у грі можливість дитини відшукати себе в суспільстві, людстві, Всесвіті. Найбільш повна картина побудови ігрової діяльності запропонована А.М.Леонтьєвим. На його думку, конституційною ознакою гри є потреба, якій відповідає гра, і яка не стосується її результату. Мотив ігрової діяльності лежить не стільки в кінцевому результаті гри, скільки у самому процесі. Така ознака виражає процесуальність самої гри та вказує на те, що гра є продуктивною діяльністю. Її мотив не в тому, щоб "зробити побудову, а в тому, щоб її робити".

Особливістю навчальної діяльності через дидактичну гру є те, що її дидактична та навчальна цілі ставляться перед учнями у формі ігрової задачі, умови навчально-пізнавальної діяльності, правила участі в навчальній діяльності набувають ігрового характеру. Навчальний матеріал при цьому використовується як засіб гри; успішність виконання навчальної задачі поєднується з виконанням та дотриманням правил гри та досягненням ігрового результату, а в навчальну діяльність включається емоційний фактор, що значно активізує діяльність підлітків та підвищує їх пізнавальний інтерес.

Кожна ігрова діяльність, як і діяльність взагалі, складається з таких видів діяльності: пізнавальної (П), перетворюючої (Пр), ціннісно-орієнтовної (Ц), комунікативної (К). Взаємодіючи між собою, вони створюють структуру ігрової діяльності або модель (М) гри (рис.1).

Якщо звернутися до структурної моделі навчання, то можна побачити певну її схожість зі структурою ігрової діяльності (рис.2). Практично, структура ігрової діяльності виявляється ізоморфною структурі навчання.

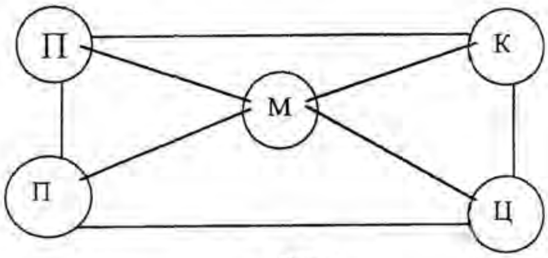


Рис. 1

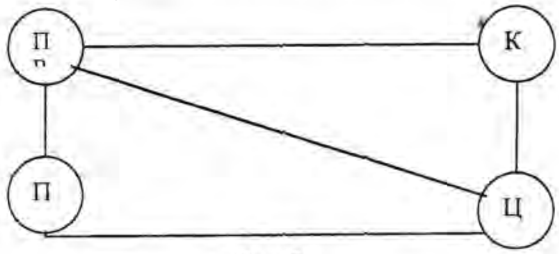


Рис. 2

Ігрову діяльність можна розглядати як особливу сферу людської діяльності, що має свої особливі форми і проявляється в інших видах діяльності. Ігрова діяльність, як стверджував відомий педагог О.С.Газман, це особлива сфера людської активності, в якій особистість не переслідує ніяких інших цілей, крім отримання задоволення від прояву фізичних, розумових чи духовних сил. Гра виступає одночасно в двох часових вимірах. З одного боку, вона відразу дарує радість і служить задоволенню актуальних потреб дитини, з іншого – завжди націлена у майбутнє, оскільки в ній або моделюються якісь життєві ситуації, або закріплюються властивості, якості, стани, уміння, навички та здібності, які важливі не тільки зараз, а й будуть важливими у майбутньому.

Гра, будучи природною основою різних видів діяльності дитини та людини взагалі, передбачає певний відрив від дійсності, вільне комбінування, перевтілення та ігрове виконання ролі. Крім того, в грі враховуються закони дійсності, що запобігає її виродженню в химеру, беззмістовну фанатичність.

В ігровій діяльності можуть народжуватися шедеври наукової думки, адже дослідницька робота – рідна сестра шарад, головоломок, кросвордів тощо. Гра захоплює перспективою, примушує стимулювати додаткові сили, і несе евристичну функцію, допомагаючи відшукувати істину.

Відомо, що ідеї, які значно пришвидшували і стимулювали розвиток науки, часто народжувалися у процесі гри. Так, чимало цікавих речей (пожежний насос, сифон, водяний орган, теодоліт) було придумано Героном Олександрійським задля розваг тогочасної еліти. Захоплення Л.Ейлера ігровою задачею про кенінгсберські мости спричинило зародження ідей нової науки – топології. Граючи в карти, перетворювалися на дослідників та почали міркувати про наукові аспекти теорії ймовірностей Г.Галілей та Б.Паскаль. Спостереження за грою інших людей також може привести до наукових відкриттів. У такий спосіб З.Ясен винайшов мікроскоп, а Р.Лаеннек – стетоскоп. Відомі такі визначні факти, коли наукові відкриття було зроблено в дитячому або юнацькому віці у процесі гри. Б.Паскаль 13-річним хлопчиком, малюючи на підлозі вугіллям, довів багато теорем геометрії Евкліда і навіть дійшов до її визначальних понять; у 14 років К.Максвел, граючись шпилькою та ниткою, встановив, як з їх допомогою накреслити овал; граючись котушками для ниток та мотузками, юний С.Волков додумався до того, як досягти принадної стрункості споруд і за його схемою стали будувати радіощогли та телевежі; внаслідок фантазії, що виникає в процесі гри дітей і підлітків, народжувалися моделі розвідних мостів та інші технічні винаходи та наукові ідеї.

Саме тому серед різних видів діяльності дитини взагалі та підлітка зокрема варто виділити гру і значне місце в навчальній діяльності учнів відвести дидактичним іграм, вважаючи їх новою "оболонкою" навчання, яка дозволяє суттєво посилити навчально-виховну спрямованість діяльності школи. При цьому навчальний, виховний та розвиваючий ефект визначається тими сприятливими обставинами, до яких потрапляють їх учасники.

Література:

1. Богуславская З.М. Игра как своеобразная форма деятельности детей: Психология игры. – М.: Педагогика, 1978. – 300 с.
2. Машбиц Е.М. Психологические основы управления учебной деятельностью. – К.: Вища школа, 1987. – 224 с.
3. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность. – М.: Политиздат, 1975. – 304 с.
4. Шмаков С.А. Игры учащихся – феномен культуры. М.: Просвещение, 1994. – 146 с.
5. Эльконин Д.Б. Психология игры. М.: Педагогика, 1978. – 324 с.

Черкаська Л.П.
Полтавський педагогічний університет

Комплексний підхід до організації корекції результатів навчання учнів з алгебри.

Одним з пріоритетних напрямів у розвитку сучасної математичної освіти є створення особистісно орієнтованої системи навчання математики. Ця ідея закладена у "Національній доктрині розвитку освіти України XXI століття", а також втілена у "Концепції математичної освіти 12-річної школи". Особистісно орієнтована система навчання математики повинна враховувати особливості засвоєння навчального матеріалу учнями з різними пізнавальними можливостями, обумовлені специфікою математики як навчального предмета. Орієнтація на кожного окремого учня має здійснюватися на всіх етапах навчання: у процесі засвоєння нових знань, формування умінь і навичок, їх застосування. Необхідним компонентом ефективної та самодостатньої методичної системи навчання математики є етап демонстрації досягнень учнів (чи то у процесі діагностики знань, умінь і навичок, чи під час здійснення контролюючих заходів). Відтак, перегляду потребує традиційна система контролю, адже лише констатація результатів навчально-пізнавальної діяльності учнів не може забезпечити ефективний перебіг процесу навчання. Одним із можливих шляхів його удосконалення, а також забезпечення неперервності математичної освіти є включення до навчального процесу етапу корекції знань і вмінь учнів.

Корекція повинна плануватися і здійснюватися на основі інформації про реальний стан досягнень учнів. Засобом одержання такої інформації є контроль: проведення контролю дає змогу за каналами зворотного зв'язку діставати відомості про помилки, недоліки і прогалини в знаннях і вміннях учнів, встановлювати причини, що їх породжують. За результатами діагностичних перевірок вносяться корективи в навчальний процес з метою удосконалення змісту, методів і засобів навчання. Отже, здійснення контролю має забезпечувати реалізацію його діагностично-коректуючої функції, а корекцію слід розглядати у відповідності до особливостей здійснення контролю.

Проблема організації і здійснення ефективної коректуючої роботи є на сьогоднішній день надзвичайно актуальною. Це обумовлено перш за все тим, що в процесі оволодівання математичними знаннями, як, напевне, знаннями з ніякої іншої науки, чи, можливо, принаймі не в такій мірі, прослідковується неперервність освіти. Пояснюється це тим, що в математиці поняття, твердження, теореми і т.д., тобто всі основні складові елементи теорії знаходяться у тісному взаємозв'язку. Не засвоївши належним чином одну тему, об'єктивних підстав говорити про оволодіння наступною немає. Якщо своєчасно не виявляти прогалини, " білі плями" в знаннях учнів та їх не усувати, то математична підготовка школярів буде, звичайно, недостатньою. Передусім це стосується початкового та середнього рівня досягнень навчальних результатів, які є базовими, та забезпечують одну з обов'язкових умов реалізації принципу неперервності освіти.

На необхідності включення в контрольно-оціночну діяльність процедури корекції наголошують і психологи, і педагоги, методисти, зокрема П.Я.Гальперін, Н.Ф.Тализіна, Ю.К.Бабанський, Л.М.Фрідман, Т.Н.Скобєлєв, О.С.Дубинчук та ін.

Деякі аспекти цієї проблеми (особливо ті, що стосуються методики здійснення контролю навчальних досягнень учнів) представлені у роботах фахівців (Б.А.Ананьєв, П.Я.Гальперін, Г.Н.Дайрі, Р.Г.Лемберг, Г.С.Костюк, Н.О.Менчинська, М.П.Маланюк, Є.І.Перовський, М.Н.Скаткін, В.О.Швець, П.А.Шеварьов та ін.). Проте розробка питання створення цілісної теорії здійснення контролю і корекції навчальних досягнень учнів, яка б включала в себе особливості організації коректуючої роботи, виділення та характеристику етапів її реалізації, прийоми і методи її проведення, наявність методичного та дидактичного забезпечення, не знайшла свого адекватного висвітлення. Цим і обумовлений вибір теми нашого дослідження і є метою нашої статті.

Контроль за засвоєнням знань учнями є невід'ємною частиною управління навчально-виховним процесом. Тому і корекція результатів навчання має бути спланованою, організованою вчителем і здійснюватися під його керівництвом безпосередньо чи опосередковано.

Практичне втілення корекції реалізується через систему відповідних засобів. До засобів корекції результатів навчання, на нашу думку, слід віднести такі форми організації навчальної і виховної діяльності, через які безпосередньо здійснюється вдосконалення знань та вмінь учнів.

Вибір тих чи інших засобів корекції повинен обумовлюватися метою їх застосування, місцем у навчальному процесі, індивідуальними особливостями учнів, специфікою математичного матеріалу. Аналіз зазначених факторів дозволяє спланувати і реалізувати корекцію. У якості об'єкта здійснення корекції будемо розглядати знання і вміння учнів. Суб'єктом корекції (тим, хто проводить коректувальну роботу) можуть бути вчитель, сам учень, інші учні. У залежності від суб'єкта корекції виділимо та згрупуємо певні засоби корекції.

I група. *Корекція спланована і здійснювана вчителем безпосередньо*

Запобігання помилкам	Усунення ситуативних помилок
• пояснення "тонких місць" у теоретичних міркуваннях, доведеннях, задачах; • аналіз помилкових розв'язань задач; • використання вправ коректуючого характеру; • надання диференційованої допомоги (картки-консультації, зразки виконання типових, аналогічних завдань, алгоритми розв'язування вправ).	• виявлення, виправлення, обговорення допущених учнями помилок під час занять (метод аналогії, конкретизації, узагальнення, контрприкладів і т.д.).

II група. *Корекція спланована вчителем безпосередньо, керована ним опосередковано, здійснювана учнями*

Запобігання помилкам	**Усунення ситуативних помилок**	**Усунення системних помилок**
• вправи коректуючого характеру; • різні види диференційованої допомоги (картки, алгоритми, зразки тощо).	• різні види диференційованої допомоги.	• спеціальні алгоритмічні приписи; • різні види диференційованої допомоги.

III група. *Корекція спланована і здійснювана самим учнем.*

Самокорекція проводиться за результатами контролю чи самоконтролю

Усунення ситуативних помилок	Усунення системних помилок
• повторення необхідних правил, теорем, алгоритмів; • розв'язування вправ, аналогічних до тих, у розв'язаннях яких допущено помилки.	• повторне опрацювання матеріалу даної теми та інших тем (у разі необхідності); • спеціальні алгоритмічні приписи.

IV група. *Корекція здійснювана учнями (взаємокорекція). Може бути спланована вчителем або самими учнями (взаємодопомога)*

Усунення ситуативних помилок	**Усунення системних помилок**
• консультаційна робота; • пояснення певного теоретичного факту; • правильне розв'язання завдання; • розв'язування аналогічних завдань.	• консультаційна робота; • пояснення особливостей матеріалу теми; • розгляд типових вправ, алгоритмів їх розв'язань.

Коректуюча робота, організована і керована вчителем безпосередньо на уроках математики, особливо на етапах запобігання помилкам та їх усунення є вкрай важливою і необхідною, проте, з огляду на об'єктивні обставини (нестача часу для тривалої індивідуальної роботи з учнями, постійне просування у навчанні тощо), носить дещо обмежений характер і не дозволяє повністю розв'язати проблему здійснення корекції навчальних досягнень учнів. Відтак, особливого значення набуває корекція, яка здійснюється учнями самостійно, але з використанням спеціальних матеріалів, підготовлених учителем завчасно, тобто корекція, керована вчителем опосередковано. Ці матеріали стануть у нагоді в ситуаціях, коли корекція планується і здійснюється безпосередньо самим учнем (самокорекція) або групою учнів (взаємокорекція). Взаємокорекція може бути також ініційована вчителем .

Специфіка таких матеріалів полягає у тому, що вони повинні містити комплекс тематично пов'язаних і узгоджених за змістом вправ для контролю та спеціальних завдань для корекції знань і вмінь учнів. Найбільш прийнятим і доцільним у даній ситуації засобом контролю є тести.

Перспективність даного засобу контролю пояснюється тим, що завдання задовольняють ряд вимог, що висуваються до контролю результатів навченості, а саме: об'єктивність, повнота охоплення, можливість встановлення кількісних критеріїв оцінювання знань, можливість статистичної обробки даних, економія часу, що витрачається на перевірку робіт. Важливою перевагою завдань із вибірковими відповідями є можливість використання ЕОМ, як під час проведення тестового контролю, так і для обробки його результатів. Зараз такі завдання дозволяють суттєво автоматизувати перевірку знань і вмінь учнів.

Використання тестової перевірки, окрім відомих переваг, за певних умов може створювати підґрунтя для майбутньої коректуючої роботи (у разі її потреби). Це досягається завдяки особливостям добору як самих завдань, так і відповідей до них.

Під час складання тестів за основу ми брали такі положення:

- тести повинні охоплювати ключові питання теми;
- порядок завдань має визначатися логікою послідовності викладу навчального матеріалу, його поступовим розширенням і ускладненням;
- умови завдань тестів повинні бути короткими, чіткими, зрозумілими;
- тести мають бути валідними щодо вимірювання тих знань, які перевіряються;
- тести повинні закладати підґрунтя для майбутньої коректуючої роботи (у разі її потреби).

Розглянемо останню вимогу більш детально.

Корекція має виключне значення при забезпеченні досягнення учнями початкового і середнього рівнів навченості (необхідна корекція), частково достатнього (можлива корекція), де алгоритмічний метод регулювання навчальної діяльності учнів є цілком виправданим, ефективнішим, доцільнішим, а отже, домінуючим. Це обумовлено загальнодидактичними характеристиками рівнів навчальних досягнень учнів:

• початковий: відповідь учня при відтворенні навчального матеріалу елементарна, фрагментарна, зумовлюється початковими уявленнями про предмет вивчення;

• середній: учень відтворює основний навчальний матеріал, здатний розв'язувати завдання за зразком, володіє елементарними вміннями навчальної діяльності;

• достатній: учень знає істотні ознаки понять, явищ, закономірностей, зв'язків між ними, а також самостійно застосовує знання у стандартних ситуаціях, володіє розумовими операціями, уміє робити висновки, виправляти помилки; відповідь учня повна, правильна, логічна, обґрунтована, хоча їй і бракує власних суджень; він здатний самостійно здійснювати основні види навчальної діяльності.

Оскільки алгебраїчні завдання, в межах однієї і тієї самої теми, є стандартними, деякою мірою типізованими, то для їх виконання існують певні набори операцій, здійснення яких забезпечить досягнення правильного результату, тобто існують алгоритми розв'язування стандартних завдань (зокрема обов'язкового рівняння складності).

Наприклад, для розв'язання рівняння $3(2x-7)-7(-5+x)=6-5x$ учням необхідно виконати такі операції:

1. Розкрити дужки, використовуючи розподільний закон множення відносно додавання та правила розкриття дужок, перед якими стоїть знак "+" чи "-".	$6x-21+35-7x=6-5x$
2. Перенести невідомі члени рівняння в одну частину, відомі – в іншу, користуючись правилами перенесення членів рівняння з однієї частини в іншу.	$6x-7x+5x=6+21-35$
3. Звести подібні доданки на основі правила зведення подібних доданків та правил виконання дій з раціональними числами	$x(6-7+5)=-8$ $4x=-8$
4. Розв'язати лінійне рівняння за алгоритмом знаходження розв'язків лінійного рівняння з однією змінною	$x=-2$

Під час виконання кожної з операцій, що складають алгоритм, учень може припуститися помилки через неохайність, неуважність або незнання, нерозуміння правила її виконання. У зв'язку з цим при складанні відповідей до завдань ми дотримувалися таких правил:

• "поле вибору", утворене рядом відповідей, має бути досить широким і не служити підказкою для відповіді;

• відповіді не повинні містити нісенітниць, безглуздих тверджень;

• до дистракторів включають ті з відповідей, що є результатом типових помилок, яких припускаються учні;

• кожна з наведених відповідей повинна одержуватися у результаті того чи іншого міркування.

Спрогнозувати появу усіх імовірних помилок неможливо, проте виділити найтиповіші з даної теми, а також дослідити, як ці помилки впливають на розв'язок завдання, не тільки можна, а й потрібно. Вибір учнем певного варіанта відповіді зорієнтує його в тому, яку саме операцію він засвоїв недостатньо. Для цього доцільно скористатися спеціальними таблицями, у яких відображені зв'язки між варіантом відповіді і типом помилки.

Ліквідація помилок, усунення виявлених прогалин у знаннях і вміннях може здійснюватися як під безпосереднім керівництвом учителя у процесі навчальних занять, так і самостійно, за допомогою спеціальних завдань для корекції, які містять:

• виклад теоретичного матеріалу за основними пунктами даної теми для повторного опрацювання (означення понять, формулювання теорем та їх доведення (структуроване, поетапне, подане у різних варіантах оформлення (схема, таблиця тощо)), формулювання правил, наведення алгоритмічних приписів виконання стандартних завдань тощо);

• відповідні контрольні запитання;

• зразки розв'язань типових вправ;

• систему задач для формування відповідних умінь і навичок чи їх удосконалення.

Організована таким чином самостійна робота порівняно із звичайним повторенням навчального матеріалу є більш цілеспрямованою (учневі немає потреби витрачати час і зусилля на повторення того, що він знає, а навпаки – дозволяє зосередитися лише на тому, що саме він не знає або знає недосконало), інтенсивною, а отже, і більш ефективною. Якість здійсненої корекції може бути перевірена шляхом проведення повторного контролю навчальних досягнень учнів.

Проблема створення методичних та дидактичних матеріалів для забезпечення об'єктивного контролю та відповідної ефективної корекції на сьогоднішній день є актуальною і потребує подальшого дослідження як у теоретичному, так і в практичному аспектах.

Черних Л.О., Войцеховська С.О.
Криворізький державний педагогічний університет

Розвиток навчально-інформаційних умінь учнів при вивченні математики.

В статті розглядаються навчально-інформаційні вміння як показник інформаційної культури учнів.
In the article educational-informational skills are regarded as an index of informational cultural of pupils.

В зв'язку з переходом до інформаційного суспільства постає потреба виховання соціально активної людини, яка може вільно орієнтуватися в потоках різноманітної інформації. Досягнення цієї мети багато в чому залежить від того, чи навчили учня самостійно знаходити, осмислювати, обробляти та використовувати інформацію в процесі навчання. Щоб засвоїти великий обсяг навчального матеріалу та розв'язати коло проблем, які висуває сучасна школа, учень, передусім, повинен досягти високого рівня інформаційної культури.

Основою для формування інформаційної культури особистості виступають загальнонавчальні вміння, серед них найважливішу роль відіграють навчально-інформаційні.

На сьогодні залишаються відкритими питання про нові принципи, системи, програми та методики формування цієї групи загальнонавчальних вмінь, необхідних для вдосконалення самостійного мислення та формування складових інформаційної культури особистості.

Метою статті є розгляд навчально-інформаційного вміння як показника інформаційної культури учня. Сучасні програми навчально-виховного процесу, зокрема математичні програми, особливо для старших класів, дозволяють формувати не лише спеціальні математичні уміння, а й групи загальнонавчальних вмінь. До того ж спеціальні вміння під дією різних факторів (досвіду практичного застосування окремих умінь, реалізації вимог міжпредметного переносу, соціальних умов та ін.) переходять до категорії загальнонавчальних. Тому будь-яка дисципліна навчально-виховного процесу, а отже і математика, формуючи спеціальні вміння дає основу для розвитку загальнонавчальних і навпаки.

Під навчально-інформаційними вміннями розуміють загальнонавчальні вміння, які забезпечують знаходження, обробку та використання інформації для розв'язання навчальних задач. В методичній літературі існує декілька класифікацій навчально-інформаційних умінь. Виходячи з інформатизованого розуміння навчально-виховного процесу розглянемо класифікацію навчально-інформаційних умінь, в основу якої покладено основні компоненти інформаційної культури [1]. Таким чином будемо виділяти наступні групи навчально-інформаційних умінь:

1) вміння слухати та сприймати пояснення вчителя;
2) вміння бібліотечно-бібліографічного пошуку;
3) вміння працювати з текстом підручника;
4) вміння працювати з комп'ютером.

В даній статті розглядаються основні етапи формування груп навчально-інформаційних умінь, спираючись на відомі в методичній літературі етапи формування загальнонавчальних, які складаються з чотирьох кроків [5]:

1) визначення початкового рівня оволодіння учнями даних умінь;
2) ознайомлення зі змістом та способами діяльності, які забезпечують оволодіння деякими вміннями;
3) використання практичних вправ для закріплення вмінь;
4) контроль за оволодінням відповідних умінь.

Перш ніж розглянути особливості формування кожної групи навчально-інформаційних умінь, в залежності від етапу формування, необхідно розкрити зміст кожного поняття.

Під поняттям *активно слухати та сприймати пояснення вчителя* будемо розуміти складне навчально-інформаційне вміння, яке складається з більш елементарних, таких як:

- вміння уважно сприймати інформацію;
- вміння порівнювати та аналізувати;
- вміння виділяти й встановлювати зв'язок з раніше вивченим матеріалом;
- вміння конспектувати;
- вміння складати план розповіді та ін.

Процес слухання та розумового слідування за мовою вчителя пов'язаний для учнів зі значними зусиллями. Учню необхідно одночасно виконувати "подвійну роботу". З одного боку, слухати – тобто перш за все намагатися точно сприймати слова, розуміти їх зміст та значення, слідувати за ходом викладання матеріалу, при цьому прагнути нічого не упускати та уловити основну ідею пояснення. З іншого боку, сприйняти та зрозуміти ту чи іншу думку - означає зв'язати її зі своїми власними думками. Поєднання цих двох моментів представляє складний процес, який вимагає від учнів посидючості, напруженої уваги, а отже – тривалих спеціальних тренувань. Основи таких вмінь закладаються в середніх класах. Особливий розвиток вони повинні отримати в старших класах, де монологічне пояснення використовується частіше.

Зупинимося докладніше на другому етапі формування відповідного вміння, який полягає в ознайомленні учнів зі змістом способів діяльності для оволодіння цим умінням. Щоб учні могли оволодіти ним, необхідно створити відповідні психолого-педагогічні умови їх протікання: активізувати процес сприйняття монологічного пояснення; давати зразки суджень та підходів до проблеми; вчити мислити самостійно; ставити собі питання в процесі пояснення.

Для того щоб другий етап формування проходив ефективно, необхідно полегшити учню процес слухового сприйняття матеріалу. Важливе значення для вчителя має досконале володіння мовою, як головним засобом пояснення. Слід використовувати різні інтонаційні характеристики мови, темп, логічні наголоси, паузи.

Абстрактний математичний матеріал не можливо пояснювати монотонно, невиразно. Темп мови слід змінювати в залежності від важливості матеріалу. Нове, найбільш важливе слід пояснювати сповільнено, знайомий або вторинний матеріал вимагає більш швидкого темпу. За допомогою логічного наголосу слід виділяти, як окремі слова та словосполучення в реченні, так і цілі речення. Наприклад, даючи означення, з яким учні ще не знайомі, вчитель інтонацією підкреслює в ньому найбільш важливі слова, істотні ознаки поняття.

Для того щоб учні усвідомили роль логічних наголосів, особливо на початку, щоб відпрацювалися звички, необхідно ставити один - два контрольні питання: " Що я підкреслила наголосом? Чому я деякі слова особливо відокремила? Яку інформацію ви отримали від виділених наголосом деяких слів?".

Важливе місце в активізації процесу монологічного пояснення займає актуалізація опорних знань у механізмах виникнення інформаційно-пізнавальних суперечностей. Вона є потужним стимулюючим фактором розуміння, про що буде розповідати вчитель на уроці. Основним елементом інформаційно-пізнавальних суперечностей є неузгодженість між наявним і потрібним рівнями знань. Інформаційно-пізнавальні суперечності виникають як результат зіткнення невідповідності, протиставлення двох інформацій, колись вже засвоєної і нової, що сприймається.

Актуалізувати опорні знання і тим самим зміцнити впевненість учнів у чому-небудь можна простим словом, нагадуванням, демонстрацією, самостійною роботою, опитуванням тощо. Якщо розглядається великий за обсягом матеріал, то доцільно перед початком вивчення нового матеріалу давати учням список основних питань, на які їм необхідно відповісти.

Розкриємо зміст наступної підгрупу навчально-інформаційних умінь. Під поняттям *вміння бібліотечно-бібліографічного пошуку* будемо розуміти складне навчально-інформаційне вміння, яке складається з більш елементарних:

- вміння користуватися абонементом та читальним залом;
- вміння користуватися довідниковою літературою, періодикою;
- вміння користуватися рекомендаційною бібліографією;
- вміння робити бібліографічний опис книжки;
- вміння знаходити необхідну книжку, користуючись алфавітними та систематичним каталогами.

Бібліотечно-бібліографічні вміння, як вже зазначено є комплексними. Кожне вміння формується, поповнюється та закріплюється на різних етапах навчально-виховного процесу. Так наприклад, правила користування абонементом, читальним залом, періодичне відвідування шкільної бібліотеки, вміння користуватися алфавітним та систематичними каталогами закладаються в молодших класах зусиллями класних керівників, вчителів - предметників, шкільним бібліотекарем.

В старших класах учні повинні вміти, отримавши книгу, за короткий час скласти деяке уявлення про зміст цієї книги, ознайомившись зі змістом та анотацією, з'ясувати чи підходить вона йому для виконання деякого завдання. Найбільш вдало робота по формуванню відповідного вміння організується при підготовці до уроків-семінарів, написання рефератів, виконання науково-дослідницьких робіт з математики та інші. Спочатку вчитель допомагає учням, даючи їм список літератури з шуканої теми, знайомлячи їх з відповідною додатковою літературою, раз чи два може показати учням як зорієнтуватися по анотації та змісту потрібної книги.

Специфічного характеру набувають бібліотечно-бібліографічні вміння з використанням пошукових програм Інтернету. Важливе місце займає досконале знання математичної термінології. Складність схеми пошуку в Інтернеті відрізняється від пошуку в каталогах читального залу, але з іншого боку містить деякі її елементи.

Розкриємо зміст та розглянемо особливості формування наступного більш традиційного навчально-інформаційного вміння – вміння працювати з текстом підручника. Задача цього вміння - навчити дітей самостійно прочитати, осмислити нескладний в математичному плані текст, виділяти в ньому основні суттєві елементи, розібратися в їх виводі та вміти використовувати прочитане на практиці, тобто сформувати вміння самостійно оволодіти текстом (зокрема, специфічним математичним текстом).

Отже, під поняттям *вміння працювати з текстом підручника* будемо розуміти складне навчально-інформаційне вміння, яке складається з більш елементарних:

- вміння працювати з основними компонентами тексту: змістом, навчальним текстом, питаннями та завданнями, схемами, таблицями тощо;
- вміння виділяти в тексті підручника означення, правила від пояснень та прикладів;
- вміння знаходити в тексті відповіді на контрольні питання (які містяться в підручнику або поставлені вчителем);
- вміння розбивати текст на окремі смислові одиниці;
- вміння складати простий план прочитаного.

Одним з найважливіших вмінь є диференційоване читання тексту підручника. В зв'язку зі збільшенням об'єму інформації, яка включається в навчальний посібник, в них достатньо часто буває представлений матеріал, який має ознайомчий, другорядний характер. Тому учнів треба навчити виділяти (якщо це не зроблено в підручнику) матеріал для вивчення (означення, поняття, формулювання теорем та ін.), а також той текст, який пояснює основні факти, що не потребують відтворення.

Працюючи з підручником учні повинні вміти відшукати в тексті підручника відповіді на контрольні питання, які знаходяться в кінці пункту (параграфу) або заздалегідь поставлені вчителем. Подібні рекомендації вже представлені в діючих підручниках з геометрії Погорєлова О.В. та з алгебри і початків аналізу Шкіля М.І.

Етапи формування відповідного навчально-інформаційного вміння відбуваються за загальною схемою. Для другого етапу, розглянемо деякі загальні дидактичні умови організації роботи з підручником на уроці математики:

1) Роботу з підручником слід ретельно планувати, включати її одним з видів самостійної діяльності школярів, підбирати вдалі теми для такої роботи.

2) Діями учнів треба чітко управляти: що читати, з якою метою, на які питання відповідати, які частини озаглавити, які виконати вправи після прочитання параграфа та ін.

3) Робота з підручником не повинна займати весь урок. Вона тісно переплітається з іншими видами учбової діяльності.

4) Не доречно вивчати прочитане напам'ять. При читанні необхідно навчитися виділяти головну думку кожного абзацу, по можливості конспектувати її, складати план прочитаного. Слід пам'ятати, що деяким учням легше вивчити завдання напам'ять, ніж самостійно виділяти смисл прочитаного. З такими учнями треба працювати особливо ретельно.

5) Широко використовувати графічний матеріал підручника для самостійної роботи: аналіз малюнків, читання та аналіз графіків, схем та інших компонентів.

5) Слід цілеспрямовано працювати з тими питаннями, які знаходяться в підручнику в кінці параграфа. Можна, наприклад, скласти план прочитаного за допомогою схеми питань, відповіді на які є смисловими опорними пунктами, які аналізуються в тексті навчального посібника (Погорєлов О.В., Шкіль М.І.) такі питання є після кожного параграфа, до того ж сформульовані вони так, що відповіді завжди можна знайти в тексті підручника.

Розкриємо зміст останньої групи навчально-інформаційних умінь „вміння працювати з комп'ютером ", при цьому треба враховувати деякі його особливості.

По-перше, в даному випадку комп'ютер розглядається, як засіб навчання, тобто інструмент, що забезпечує учням вільний і зручний доступ до навчальної інформації як в процесі занять, так і в позаурочний час.

По-друге, „вміння працювати з комп'ютером" на відміну від інших груп навчально-інформаційних уміння вимагає від учнів певних знань про комп'ютер, програмне забезпечення та відповідний практичний досвід. Тому для того щоб розкрити зміст відповідного поняття треба враховувати спеціальні „елементарні" вміння, які учні набувають на уроках інформатики.

Таким чином, під поняттям *вміння працювати з комп'ютером* ми розуміємо складне навчально-інформаційне вміння, яке складається з більш елементарних:

1) інструментальні вміння:

- вміння працювати з основними операційними системами;
- вміння працювати з основними текстовими й графічними редакторами;
- вміння зберігати інформацію на диску, завантажувати її з диску, виводити на друк.

2) вміння працювати з пошуковими системами:

- вміння вибирати засоби для підбору додаткової інформації;
- вміння зберігати знайдену інформацію у вигляді текстового документу, малюнка та ін;
- вміння працювати в режимі пошуку в ОС *Windows*;
- вміння самостійно оволодівати пошуковими системами в Інтернеті;
- вміння користуватися специфічною символікою, яка використовується в різних пошукових системах.

3) вміння працювати з навчаючими комп'ютерними системами:

- вміння створювати БД в середовищі СУБД, вміння вносити зміни, організовувати сортування, пошук інформації в БД ;

- вміння створювати, редагувати вміст розрахункової таблиці в середовищі табличного процесора *Microsoft Exel*;
- вміння користуватися додатками *help*;
- вміння самостійно оволодівати будь-якою навчаючою системою та вміння підбирати програмні засоби для виконання завдань;
- вміння працювати з навчаючими програмами *GRAN1(2,3)*, *maxima*, *matlab*, *mathematica* та ін.

Розглянемо деякі дидактичні вимоги, які слід використовувати на другому етапі при формуванні підгрупи вміння працювати з комп'ютером – вміння працювати з навчаючими системами:

1) Роботу з комп'ютером по формуванню відповідного вміння слід ретельно планувати, підбираючи відповідні теми з курсу математики.

2) Застосовувати навчаючі системи (до деякої теми з математики) доцільно після того, як учні оволоділи певними алгоритмами, вивчили відповідні теореми, властивості. Оскільки розв'язання тієї чи іншої задачі на екран не виводиться, тому важливий етап в роботі з навчаючими системами з математики є перевірка розв'язку, який потребує розуміння математичної суті задачі.

3) Слід навчати учнів працювати з додатком *help*, який присутній в будь-якій прикладній програмі. Учні повинні самостійно шукати відповіді на питання, користуючись додатком. Завдання вчителя - навчити працювати не лише з однією прикладною програмою, а узагальнити ці вміння, даючи можливість школяру переносити отриманні знання.

4) Для того, щоб учні зосередили увагу на даній темі, необхідно чітко управляти і керувати діями учнів: яку вибрати програму, з якою метою, які виконати вправи, на які питання треба знати відповідь.

5) Слід навчати учнів оформлювати, фіксувати, зберігати результати розв'язання задачі.

Наприкінці зазначимо, що розвиток відповідної групи загальнонавчальних умінь, зокрема, навчально-інформаційних, сприяє не тільки глибокому засвоєнню математичних знань і умінь, а в цілому розвивають інформаційну культуру особистості. Під інформаційною культурою особистості ми розуміємо таку складову загальної культури особистості, яка складається з комплексу знань, умінь та навичок роботи з інформацією. Її показником є рівень сформованості бібліотечно-бібліографічної грамотності, культури читання та комп'ютерної грамотності.

Література:

1. Гендина Н.И., Колова Н.И., Скипов И.Л., Стародубова Г.А. Формирование информационной культуры в библиотеках и образовательных учреждениях: Учебно-метод. пособие – 2 –е изд., перераб. – М.: Школьная б-ка, 2003. – 296с.
2. Демидова Т.Е. Общеучебные умения как ключ к решению актуальных проблем образовательной политики //Дайджест педагогічних ідей та психології, 2002. -№3.- С. 16-19.
3. Коробов Т.Є., Распопов І.В. Навчальна інформація: шляхи та прийоми поліпшення її розуміння. –Д.: РВВДНУ, 2001. -60с.
4. Лошкарева Н.А. Формирование общих учебных умений и навыков у учащихся средней школы // Автореф. дис. на соиск. уч. степ. д-ра. пед.наук. –М.-1985. -30с.
5. Самостоятельная деятельность учащихся при обучении математике (формирование умений самостоятельной работы): Сб. статей / Сост. С.И. Демидов, Л.О. Денищев. –М.: Просвещение, 1985. – 192с.

Шаповалова Н.В., Ломаєва Т.В.
НПУ імені М.П. Драгоманова

Застосування сучасних інформаційних технологій для інтенсифікації процесу вивчення геометрії у середніх і вищих навчальних закладах

Визначною ознакою сучасного періоду світового розвитку є інформатизація всіх видів діяльності людини. Це не лише отримання, обробка, передача та збереження інформації, а й розробка нових інформаційних технологій, які мають безпосередній вплив на характер і структуру виробництва, транспорту, наукових досліджень, телекомунікаційних систем, систем інформаційного обслуговування, освітньо-виховних процесів та ін. Зазначені фактори спонукають до активної розробки нових моделей і освітніх технологій, орієнтованих на виховання і розвиток всебічно розвиненої і освіченої особистості в сучасному суспільстві.

Ключову роль в освітньо-виховному процесі відіграє вища педагогічна школа, яка покликана підготувати висококваліфіковані педагогічні кадри для загальноосвітньої, професійної і вищої шкіл, які зможуть не лише споживати й передавати знання, а й самі виробляти і впроваджувати нові інформаційні технології в різні сфери освіти, виробництва і побуту. Основна мета вищих педагогічних закладів полягає в підготовці вчителя, здатного забезпечити всебічний розвиток людської особистості, формування її розумових, фізичних та естетичних здібностей, збагатити її інтелектуальний, творчий та культурний потенціал.

Розв'язанню проблеми приведення освітнього і культурного рівня педагогічних кадрів у відповідність до швидкого розвитку науки і техніки, суспільно-політичних і соціально-економічних процесів, та процесу стандартизації освіти сприяє розвиток інформаційної підготовки студентів, чому і присвячується дана стаття.

Вивчення курсу геометрії, як одного з фундаментальних курсів математичної підготовки майбутніх вчителів відкриває широкі можливості для їх інтелектуального розвитку, а саме для формування і розвитку логічного мислення, просторових уявлень і уяви, алгоритмічної культури, вміння встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, будувати математичні моделі досліджуваних процесів і явищ, обґрунтовувати отримані висновки та ін.

Одним з найбільш важливих і складних аспектів навчально-виховного процесу при цьому є розвиток просторового мислення.

Актуальність цієї проблеми визначається не тільки тим, що без достатньо сформованих просторових уявлень неможливо досягнути необхідного рівня засвоєння ряду навчальних дисциплін, але й тим, що добре розвинена просторова уява сприяє оволодінню різними знаннями і застосуванню їх до розв'язання різноманітних задач як теоретичного, так і практичного характеру.

Важливу роль і особливе значення геометрії в формуванні просторової уяви підкреслював М.Ф.Четверухін: "Однією з самих важливих задач викладання геометрії є формування і розвиток просторової уяви, а також здібностей і вмінь виконувати операції над просторовими об'єктами".[6]

Психологами встановлено, що необхідним компонентом творчої діяльності людини в різних галузях є наявність просторових уявлень і вміння оперувати ними.

Як відмічає І.С.Якиманська: "Орієнтація людини в часі і просторі є необхідною умовою її соціального буття, формою відображення оточуючого світу, умовою успішного пізнання і активного перетворення діяльності".[4]

Розв'язанню цих проблем в значній мірі допомагає застосування нових інформаційних технологій. Вони надають можливість студентам не лише використовувати математичні пакети, а й самим створювати нові комп'ютерні програми, завдяки яким розширюються не лише їх технічні, а й інтелектуальні можливості. В результаті появи нових математичних програм розширюється коло доступних дослідженню задач, а також можливості використання нових методів дослідження.

Комп'ютерні програми дають можливість побудови і дослідження моделей нових об'єктів і явищ, тому застосування нових комп'ютерних технологій до дослідження їх властивостей сприяє не лише кращому засвоєнню навчального матеріалу, а й більш повному осмисленню його студентами. Це робить їх діяльність більш усвідомленою і продуктивною.

Для сприйняття студентами оточуючого нас тривимірного простору, різної форми і величини предметів, які його складають, та їх взаємного розташування, потрібен запас просторових уявлень і знань, які складають підґрунтя геометричної уяви та мислення, необхідних при розв'язуванні задач і доведенні теорем. Це обумовлює актуальність проблеми розвитку просторових уяви та мислення.

В методиці геометрії недостатньо вивчений процес розвитку просторової уяви. Труднощі управління цим процесом виникають у викладача із-за відсутності розроблених критеріїв для виявлення і оцінки рівня розвитку просторової уяви у студентів. Тому розробка засобів для цілеспрямованого і ефективного розвитку просторової уяви у студентів є необхідною при вивченні геометрії.

Просторова уява необхідна не лише для професійної діяльності математиків, а й для орієнтації будь-якої людини в просторі і часі, що є необхідною умовою її соціального життя умовою успішного пізнання і активного перетворення діяльності.

Використання моделювання, як одного із засобів наочності, сприяє правильному формуванню абстрактних геометричних понять і вмінню доводити геометричні твердження. Воно розвиває логічне мислення, просторову уяву і вміння оперувати образом.

Математичне моделювання, як один з методів наукового пізнання, широко використовується для розв'язування практичних задач різних галузей науки, техніки, економіки та виробництва. При цьому слід зауважити, що моделі завжди будуються чи вибираються людиною для визначеної мети, тому, різні люди, переслідуючи одну й ту ж мету, можуть побудувати різні моделі для одного й того ж об'єкта або явища. Це відкриває широкі можливості для творчого підходу студентів до навчального предмету.

Моделювання сьогодні стало важливим методом наукового пізнання дослідження. Цей метод використовується на всіх етапах наукового пізнання, завдяки йому вдається звести вивчення складного до більш простого, невидимого і невідчутного до видимого і відчутного, тобто зробити довільний досить складний об'єкт або процес доступним для реального і всебічного дослідження.

Використання моделювання в навчанні має два аспекти: по-перше, побудована модель повинна відображати зміст того, що передбачається засвоїти студентами в результаті навчання, і, по-друге, моделювання є тим методом пізнання, без якого не можливе повноцінне розуміння учбового матеріалу. Цілеспрямоване формування модельованого підходу до вивчення геометрії створює сприятливі умови для розвитку у студентів теоретичного мислення, просторової уяви, внутрішньої мотивації навчання, робить їхню діяльність більш усвідомленою і продуктивною.

Використання педагогічних програмних засобів для формування модельованого підходу сприяє кращому засвоєнню базових рівнів знань, а також диференціації навчання, створює достатні умови для переходу до дослідження реальних явищ за допомогою комп'ютера.

Методи і форми застосування комп'ютерних технологій у навчальному процесі – актуальна методична і організаційна проблема кожного викладача, кожного адміністратора середнього і вищого навчального закладів.

В організації комп'ютеризації навчання можна виділити два напрямки:

1) розробка комп'ютерних навчальних програм, спеціально призначених для вивчення окремих дисциплін;

2) використання програмного забезпечення, розробленого для професійної діяльності у відповідній області знань; для більшості природничо-наукових дисциплін – це професійні математичні пакети.

Зміст навчання об'єктивно потребує реалізації сучасних інформаційних технологій. Комп'ютер є одним із засобів для формування понять, які спираються на наочні образи. Професійні математичні пакети типу Mathematica, Maple V, MatLAB, Derive, MathCad, Gran та інші — це програми, які мають засоби виконання різноманітних чисельних і аналітичних математичних розрахунків, від простих арифметичних обрахунків до розв'язування рівнянь з частинними похідними, розв'язування задач оптимізації, перевірки статистичних гіпотез засобами конструювання математичних моделей та іншими інструментами, необхідними для проведення різноманітних технічних розрахунків. Всі вони мають розвинуті засоби наукової та інженерної графіки, зручну довідкову систему та інші допоміжні засоби.

Розробники математичних пакетів швидко доповнюють свої програми новими технологічними досягненнями, розширюючи коло доступних дослідженню задач. Ці програми надають можливість побудови графіків плоских і просторових кривих, а також поверхонь, що задані в явній або параметричній формі. Педагогічний програмний засіб Графічний Аналіз 3D (GRAN-3D) є програмним продуктом, орієнтованим на застосування у навчальному процесі середніх та вищих учбових закладів при вивченні курсу стереометрії та геометрії в цілому. Він надає можливість користувачу (учню або студенту) оперувати моделями просторових об'єктів та забезпечує засобами для їх аналізу та дослідження, а також орієнтований на розв'язування стереометричних задач обчислювального характеру. GRAN-3D дає змогу оперувати такими геометричними об'єктами, як точка, відрізок, ламана, площина, многогранник, поверхня та поверхня обертання. Деякі характеристики цих об'єктів обчислюються автоматично відразу після створення об'єкта або після їх модифікації та виводяться у полі характеристик поточного об'єкту. Так, наприклад, для многогранників обчислюється об'єм та площа поверхні, а також площа і периметр окремо кожної грані. Для поверхонь можливе обчислення їх площ та об'ємів, що ними обмежуються, а також знаходження найвищих та найнижчих точок на цих поверхнях, тобто найбільших і найменших значень функцій виду $z=f(x,y)$, заданих на деякому прямокутнику чи деякій області. Для поверхонь обертання обчислюються об'єми та площі.

Впровадження сучасних інформаційно-комунікаційних технологій дає можливість значно підвищити ефективність отримання і засвоєння навчального матеріалу, доступність його, врахувати індивідуальні особливості студентів, ефективно поєднати індивідуальну і колективну діяльність, надати навчальній діяльності творчого, дослідницького характеру. Студенти мають можливість користуватися новими інформаційно-комунікаційними технологіями не лише як засобом навчання, а й самостійно створювати нові комплекси програм.

Сучасні комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання спрямовані на цілісне сприйняття досліджуваного явища, з'ясування його сутності, зв'язків між окремими його проявами, змістовної сторони отримуваних формальних розв'язків, розвиток образного, просторового мислення поряд із логічним, аналітичним, на побудову математичних моделей досліджуваних процесів і явищ.

Це яскраво можна проілюструвати за допомогою комп'ютерних програм динамічної геометрії. Вони дозволяють дослідити і вивчити динаміку розвитку процесу або явища на прикладі геометричних моделей.

Математичні та фізичні формули завдяки побудові геометричних моделей набувають конкретного змісту, образності та наочності. А також формування абстрактних геометричних понять, вміння доводити геометричні твердження можна досягнути лише при правильному використанні засобів наочності.

Вихідним пунктом пізнання є "живе споглядання". З точки зору теорії пізнання "живе споглядання" є першою сходинкою пізнання, процесом безперервного відображення об'єктивної дійсності в мозку людини. Ототожнювання "живого споглядання" і "наочності" є помилковим, оскільки "живе споглядання" – процес на окремому етапі пізнання. А "наочність" – властивість пізнання, присутня йому на всіх етапах.

Сприймання наочного матеріалу не являється чисто актом спостереження. Цей процес тісно пов'язаний з логічним мисленням і оперуванням образом. В процесі роботи над розкриттям змісту того чи іншого геометричного поняття потрібно правильно розробити абстракцію існування, порівняння, ідеалізації і так далі.

Використання засобів наочності при навчанні геометрії тісно пов'язане з встановленням рівнів геометричного мислення як учнів, так і студентів. Кожному рівню мислення відповідають свої зовнішні і внутрішні засоби наочності.

А.М.Колмогоров підкреслює евристичну сторону наочності: "В основі більшості математичних відкриттів лежить яка-небудь ідея: абсолютно наочна геометрична побудова, яка-небудь нова геометрична нерівність та ін." Математики намагаються розглядувані ними проблеми зробити геометрично наочними. Тому відмічає А.М.Колмогоров: "геометрична уява, або, як кажуть, "геометрична інтуїція", відіграє велику роль в дослідницькій роботі в усіх розділах математики, навіть в самих сторонніх".

Геометрія, як навчальний предмет, має свою специфіку. Поняття геометрії більш абстрактні, і геометричне мислення виконується на більш високому рівні абстракції, ніж в будь-якій іншій навчальній дисципліні. Цю специфіку потрібно враховувати при використанні наочності в процесі вивчення геометрії.

Засоби наочності виконують наступні функції: 1) функція світоглядної спрямованості; 2) навчальна; 3) розвиваюча; 4) виховна.

Засоби наочності повинні сприяти формуванню широкого, яскравого світогляду. В процесі викладання геометрії йде ознайомлення з одним з основних методів наукової роботи – переходом від часткового до особливого і в кінці до загального. Викладач не повинен обмежуватись лише поясненнями про те, які математичні методи сприяють розв'язанню конкретних практичних задач. Він повинен пояснити, що без цих методів багато практичних задач розв'язуються значно важче або взагалі не можуть бути розв'язані. Доведення того, що володіння такими методами передбачає знання внутрішньо геометричних зв'язків, вже має філософсько-світоглядне значення і повинно проводитись свідомо. В цьому, без сумніву, вирішальну роль може відіграти правильне застосування наочності. Вона повинна сприяти усвідомленню тісного зв'язку геометрії з суспільною практикою, повинна показати зв'язок геометрії з життям.

За абстрактністю математичних істин можна не побачити їх життєвого походження і значення. Засоби наочності відіграють важливу роль в усуненні цього недоліку, підвищують інтерес до предмету, стимулюють активну роботу думки.

Надзвичайно важливе значення мають засоби наочності з точки зору навчальної функції. Перш за все вони є носіями великої кількості інформації. Засвоєння і застосування термінології і символіки, в чому дуже допомагає застосування засобів наочності, є однією з умов, які сприяють подальшому вивченню геометричних понять, доведенню теорем, розв'язуванню задач.

Ще І.Г.Песталоцці стверджував, що наочність – основа для виникнення уявлень, вихідний початок для розвитку духовних сил, пов'язаний з роботою думки. Наочність К.Д.Ушинський вважав необхідною основою навчання, пов'язуючи її застосування з розвитком розумових сил. Отже наочність – це не тільки основа чуттєвого сприйняття, необхідна для свідомого засвоєння нових знань, але й шлях, що веде до розвитку мислення. В процесі вивчення геометрії перед засобами наочності стоїть одна з найважливіших задач – сприяти розвитку інтелектуальних здібностей, самостійних розумових дій, логічного мислення.

Величезна виховна роль засобів наочності, оскільки вивчаючи геометрію, ми знаходимо значні можливості для всебічного розвитку здібностей учнів і студентів, їх естетичного виховання.

В умовах широкого використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій в навчальному процесі, активізації пізнавальної діяльності учнів, значно зростають вимоги до професійної підготовки вчителя. Вчитель повинен мати різноманітні знання, володіти культурою мови, спілкування, поведінки, швидко орієнтуватися в потоці інформації, вміти добирати її, оцінювати її відповідність дидактичним принципам навчання, враховувати психолого-фізіологічні норми, оцінювати науковість подання матеріалу, зручність у використанні, обгрунтовувати доцільність застосування у навчально-виховному процесі. Від обізнаності і майстерності вчителя залежать ефективність і результативність навчально-пізнавальної діяльності учнів. Разом з тим нові інформаційно-комунікаційні технології повинні сприяти її вдосконаленню.

Сучасні комп'ютерні програми надають засоби для більш плідної самостійної роботи студентів під керівництвом викладача, як організатора і консультанта. При цьому поряд з формуванням у студентів знань, умінь та навичок, забезпечується розвиток їхніх особистісних якостей. Вони можуть самостійно не лише збирати інформацію, а й визначати найоптимальніший шлях розв'язку проблеми. Така діяльність розвиває особистісні риси студента, оскільки спонукає його до виконання функцій: окреслення мети, вибору, визначення суті проблеми, прийняття самостійних рішень і відповідальності за їх виконання, забезпечення творчої реалізації в обраній сфері.

Неперервна і комплексна підготовка студентів із використанням сучасних інформаційних технологій базується на комп'ютерній орієнтації всіх компонентів педагогічної підготовки вчителя.

Ретельно і правильно організована робота з комп'ютерними моделями дозволить навчити студентів не лише створювати нові технології, а й аналізувати можливі наслідки їх застосування, розвине в них почуття відповідальності перед суспільством.

Література:

1. Архангельский С.И. Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы. – М.: Высшая школа, 1980. – 368 с.
2. Жалдак М.І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Збірник наукових праць. – К.: НПУ імені М.П.Драгоманова. – Випуск 7. – 2003. – С. 3–16.
3. Жалдак М.І., Вітюк О.В. Комп'ютер на уроках геометрії Посібник для вчителів. – К.: Техніка, 2000. – 168 с.
4. Скаткин М.Н. Совершенствование процесса обучения: Проблемы и суждения. – М.: Педагогіка, 1971. – 206 с.
5. Співаковський О.В. Теорія і практика використання інформаційних технологій у процесі підготовки студентів математичних спеціальностей: монографія. – Херсон: Айлант, 2003. – 215 с.
6. Четверухин Н.Ф. Изображения фигур в курсе геометрии. Пособие для учителей и студентов. – М.: Учпедгиз, 1958. – 216 с.

ІСТОРІЯ МАТЕМАТИКИ В НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ У СЕРЕДНІХ І ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ.

Бевз В.Г.
НПУ імені М.П. Драгоманова

Проблеми висвітлення історії вітчизняної математики

Історія національної науки є невід'ємною складовою національної культури і в певній мірі визначається і залежить від умов функціонування та рівня розвитку відповідного суспільства. Саме тому історію вітчизняної (української) математики слід розглядати в контексті соціокультурного процесу в Україні і в світовій цивілізації.

Інтеграційні процеси, які відбуваються на теренах Європи і світу створюють суттєвий вплив на характер науки і освіти. Становлення інформаційного суспільства, посилення міграційних процесів на ринку праці, об'єднальні процеси в галузі освіти (Болонський процес), розширення міжкультурних обмінів сприяють інтернаціоналізації науки й освіти. Наукові знання розповсюджуються досить швидко і не тільки в межах якоїсь однієї держави. Ні державні, ні територіальні, ні часові границі їм не стають на заваді. Опублікована в якійсь державі нова математична інформація дуже швидко поширюється до вчених інших держав. А нерідко і перевідкривається. У сучасному світі стало прийнятним вважати науку феноменом інтернаціональним. Навіть умовами Філдсовської премії, якою нагороджуються кращі математики, передбачається не вказувати національну приналежність лауреата.

Все це не означає, що відмирає поняття національної культури взагалі і науки зокрема. Слід пам'ятати слова Луї Пастера: "Наука не має батьківщини, але не буває вченого без батьківщини, і те значення, яке його праці можуть мати у світі, він повинен відносити до своєї батьківщини". Для ствердження себе у світовій спільноті і виховання підростаючого покоління в дусі патріотизму і національної гідності необхідно вивчати і знати свою власну культурну історію. З цього приводу академік М.Г. Жулинський наголошує, що без глибокого знання вітчизняної історії нема змоги наповнити нашу духовність глибокою національною самосвідомістю – необхідною запорукою її вселюдської культурної значущості та інтернаціонального звучання.

Мета статті – сформулювати і розкрити основні проблеми, які виникають у процесі висвітлення історії вітчизняної математики майбутнім учителям, а також показати вплив цих проблем на зміст навчального матеріалу.

Термін "вітчизняна" стосовно математики, фізики та інших галузей науки – давній, поширений і застосовується досить часто. Користувалися ним і в радянські часи, але тоді в нього вкладали інший зміст. Оскільки Вітчизною тоді називали СРСР, то вітчизняним називали все, що було на теренах цієї наддержави або її попередниць – Російської імперії, Київської Русі, скіфських і сарматських племен і навіть раніше. У такому розумінні розвиток вітчизняної математики найповніше висвітлено у чотиритомній "Истории отечественной математики"[4]. Ця фундаментальна праця створена великим авторським колективом, очолюваним відповідальним редактором І.З. Штокало і видрукувана у п'яти великих книгах у Києві у видавництві "Наукова думка" протягом 1966-1970 років. У ній йдеться про розвиток вітчизняної математики з давніх-давен до XX століття, не тільки в Київській Русі, а й в бронзовому (А.Н. Боголюбов, М. Ю. Брайчевський) і навіть у дописьмовому (М. Ю. Брайчевський) періодах. На XIII Всесвітньому конгресі з історії науки (1971) цю фундаментальну працю відмічено медаллю ім. А. Койре.

Питання розвитку математики в Україні розглядалися і в інших роботах. Формування математичних знань українського народу досліджував Я.О. Матвіїшин у кандидатській дисертації "История математики на Украине с древнейших времен до XVIII століття"[10]. Історію розвитку математичної освіти у Галичині висвітлював М.П. Маланюк [9]. Аналіз математичної літератури, яка існувала в Україні в XIV – XVIII століттях зробив К.І. Швецов [15]. Розвиток математики в Україні за 40 років радянської влади охарактеризував Й.З. Штокало [16]. Окремі роботи присвячувалися історії створення наукових та навчальних закладів, а також видатним математикам, які працювали в Україні [3], [5], [6].

Оскільки тепер українці мають власну державу Україну, то поняття вітчизняна математика для них істотно змінилось. З одного боку, його обсяг звузився відповідно до тієї території, яку українці називають Вітчизною. З іншого боку його слід розширити, доповнивши тими відомостями з історії розвитку математики в Україні, про які російські і радянські історики математики з тих чи інших причин замовчували. Таким чином, на сучасному етапі розвитку Української держави з'являється низка проблем у відтворенні та осмисленні історії вітчизняної математики, які потребують комплексних досліджень науковців і адекватних висвітлень для широкого загалу. Ці проблеми зумовлені багатьма об'єктивними та суб'єктивними факторами. Вкажемо на основні з них.

1. До цього часу остаточно не розв'язана проблема етногенезу українського народу, що спричиняє існування різних підходів щодо часових і територіальних меж походження і формування української культури.

2. Український народ довгий час перебував у розділеному стані, а його землі входили до різних держав.

3. Кілька століть Україна існувала у складі Російської імперії, а згодом – СРСР, тому все, що створювалося на її теренах і її вченими іменувалося прикметником "російський " або "радянський".

4. В радянські часи замовчувалися математики Західної Європи і репресовані математики.

Кожен із названих факторів створював і створює відповідний вплив на розуміння змісту поняття "вітчизняна математика". Далі зупинимось детальніше на конкретних проблемах його осмислення і висвітлення, зумовлених вище названими факторами.

1. Сучасна карта світу, як і сучасні обриси території України – результат складного і багатовікового генетичного процесу. Ранні землеробські племена, які жили на території нинішньої України, належали до трипільської культури (4 –3 тис. до н.е.). З 2000 р. до н.е. на зміну трипільській культурі прийшли кочівники (скотарі) та кіммерійці (кочові вершники), які оселились на північних берегах Чорного моря. У VII - VI ст. до н. е. почалась активна колонізація північного Причорномор'я греками. Уздовж усього чорноморського узбережжя нинішньої України створювалися грецькі поселення (полиси), серед яких слід відмітити Тіру, Ольвію, Херсонес та Пантікапей.

Найдавніший період у формуванні ПраУкраїни пов'язують з виникненням, розквітом і занепадом її перших державних утворень - кіммерійських, скіфських, саматських держав та античних держав Північного Причорномор'я. Всі вони залишили помітний слід у нашій історії, сприяли культурному збагаченню сусідніх земель, і серед них – слов'янських. Спілкування скіфів і сарматів з греками ольвійськими, херсонеськими і боспорськими привело до запозичення деяких математичних знаків: іонійська нумерація, прийоми обчислень, можливо, десяткова система числення тощо.

Попередня історія України була одночасно і фоном і часткою нашої минувшини, а тому її слід враховувати, розглядаючи зародження і формування української культури. Аналізуючи розвиток вітчизняної математики не можна оминати увагою її ранній період, представлений непрямими джерелами – витворами мистецтв, посудом, знаряддями праці, будівельними спорудами, знайденими на території України (Мізинська стоянка, Трипілля, Північне Причорномор'я, Крим).

2. Впродовж багатьох віків українські землі, а відповідно і їх населення, були розділені на частини і розвивалися не однаково. Східна частина українських земель перебувала здебільшого в Російській імперії, а західна – під владами Польщі, Литви, Австро-Угорщини. Аналізуючи цивілізаційний контекст виникнення українського народу, автори монографії "Природознавство в Україні до початку XX ст." стверджують, що консолідація українського народу мала відбуватися в кінці XV ст. – протягом XVI ст. і при цьому зазначають: "Зрозуміло, що територія України, особливо Середнє Подніпров'я з Києвом, у першу чергу привертала увагу московських царів (як згодом і російських імператорів, а пізніше, у XX ст. , також більшовицьких лідерів). Але найпотужнішою цивілізаційною системою, на периферії якої відбувався етногенез і розвиток українського народу, був Західнохристиянський, католицько-протестанський світ, який упродовж XVII ст. трансформувався в Новоєвропейську (невдовзі Новоєвропейсько-Північноатлантичну) цивілізацію Нового часу". [13, с. 49]

Для Середньовічної Європи характерним був той факт, що протягом майже тисячі років (V –XV ст.) тут не відбувався розвиток науки взагалі і математики зокрема. Більш того – аж до Ренесансу спостерігався її суттєвий занепад. Для Східної Європи цей період занепаду тривав набагато довше, аж до XVII ст. В Росії епоха Відродження почалась по суті з часів реформ Петра І (XVII ст.). Про допетрівську Російську імперію Феофан Прокопович так сказав у надгробному слові Петру І: "Тая предже были мы? Не ведаю, во всем государстве был ли хотя один циркклик, а прочего орудия и имен не слыхано: а есть ли бы где некое явилося арифметическое или геометрическое действие, то тогда волшебством нарицано".

У Західній Європі епоха Відродження почалася раніше. Вже з середини XV ст., на українські території, що знаходились під владою Польщі, Литви та Австро-Угорщини, проникають гуманістичні тенденції та наукові ідеї із Західної Європи. Носіями наукових знань у середні віки ставали насамперед ті українські інтелектуали, які здобули освіту в західноєвропейських університетах. Особливу роль у розвитку освіти в Україні відіграв Краківський університет, в якому українці навчалися з першого року його заснування (1364 р.). Як показують списки, тільки протягом XV – XVI століть тут одержали освіту 800 українців: із Львова - 108, Городка - 19, Кам'янця - 14, Дрогобича - 15, Брод – 5 і т.д. Загалом у ньому навчались юнаки майже з 70 міст України, його професорами були 13 українців. А крім інших традиційних факультетів, у ньому був ще й фізико-математичний факультет.

В окремі роки лекції "державного математика" Г. Галілея слухали більше десятка студентів з України. Немало їх одержували освіту в Болонському університеті. Один з них – Мартин із села Журавки, що поблизу Перемишля. Здобувши ступінь магістра в Краківському університеті, він поїхав до Болоньї, здобув там ступінь доктора медицини, а ставши професором, повернувся до Кракова. Є свідчення, що він написав чимало математичних праць. На жаль, ми про них нічого не знаємо.

Більше відомо про Юрія Дрогобича (Котермарка). Син убогого міщанина з Дрогобича, він 1469 р. поступив до Краківського університету, внісши всього один гріш. Через рік, вивчивши Аристотеля, математику і астрономію, отримав ступінь бакалавра, а через 3 роки – і магістра. В 1478 р. він став професором, а в 1481 р. – ректором Болонського університету. Через два роки після того в Римі вийшла з друку його книжка – перша друкована книга українського автора. Повна її назва така: "Прогностична оцінка поточного 1433 року магістра Юрія Дрогобича із Русі, доктора мистецтв, медицини Болонського університету. Надруковано в Римі 1483 року, в п'ятницю 7 лютого, за папи Секста Четвертого, на дванадцятому році його понтифікату". Тепер ця книжка належить до найрідкісніших – у всьому світі збереглося тільки два її примірники. Збереглися і кілька рукописних трактатів Ю. Дрогобича, зокрема про оцінку сонячного затемнення 1478 і місячного в 1479 роках. Зрозуміло, що для їх передбачення довелось виконати багато непростих розрахунків. І це – в середині XV століття.

Багато українських юнаків протягом XV – XVI ст. навчалися і в деяких інших західноєвропейських університетах (Болонському, Гейдельберзькому, Празькому, Сорбонському). Це було можливим тільки за умови, що і в Україні існували якісь школи, принаймі початкові. В Галичині окремі школи існували ще до відкриття Краківського університету. Відомо, наприклад, що 1301 р. син галицького князя Данила Лев видав грамоту "Про звільнення школярів від світського суду". Отже, були школярі. Ще й немало, якщо про них спеціальні грамоти видавали. Школи тоді звичайно існували при церквах.

Кращі школи в Польщі і Литві організували протестанти. Це насамперед гімназії й академії в Ракові, Дубні, Хмельнику. Навчалися в них і українці. Згодом великого поширення набули єзуїтські школи – колегії. Навчання в них організовувалось досить добре. Звичайно, протестантські і єзуїтські школи не сприяли поширенню православної віри, але математика в них вивчалась на досить високому рівні. Їм протистояли православні школи. Одна з них – Острозька школа, заснована в 60-х роках 16 ст. Її називали ще тримовним ліцеєм і Острозькою академією. Крім інших навчальних предметів, у ній учні вивчали логіку і арифметику.

В кінці XVI ст. на Україні засновано кілька братських шкіл: Львівську (1586), Київську (1589), Рогатинську (1589), Городоцьку (1591) та ін. Найавторитетнішою з них вважалась Львівська школа. В її статуті писалось зокрема таке: "Сидіти повинен кожен на своєму місці, визначеному за успіхи в навчанні. Хто більше вміє, той сидить вище, якщо навіть він дуже бідний, а хто менше вміє, повинен на неславному місті сидіти... Багатий над бідним в школі нічим не повинен бути вищим". Ця школа відповідала західно-європейським школам середнього рівня; у ній вивчали сім вільних наук, а отже – арифметику і геометрію. Сім вільних наук вивчали також у Панівцях на Поділлі, в Киселівці на Волині, в Замості (її називали "генеральною школою Русі"), в Луцькій братській школі та ін.

Взагалі, другу половину XVI – першу половину XVII ст. називають Українським Ренесансом. В цей час на території України виникають вищі навчальні заклади (спочатку колегії і академії, а потім університети), засновуються друкарні, високого рівня досягає просвітительська діяльність науковців і митців тощо. "Україна стає значним культурним центром Східної Європи. В цей же час, для порівняння, в Росії була лише одна друкарня – в Москві. Вона постачала лише церковні книги, нічого іншого московська друкарня не знала. Ще в другій половині XVII ст. в Московії на науку дивилися як на "порождение исконного врага человеческого рода – диявола". В 1640 р. митрополит П. Могила писав цареві Михайлу Федоровичу, що на Москві дуже потрібно завести науку, а коли б цареві було б завгодно, то він обіцяв прислати йому вчителів. Але цар не звернув на це ніякої уваги. В 1698 р. Петро I наказує патріарху: "...священники наши грамоте мало умеют и для того в обучение хотя бы послать 10 человек в Киев в школы". І це не дивно, адже в Росії як пише Костомаров, у своїй "Русской истории в живописаннях ее главнейших деятелей", "был недостаток как в ученых людях так и в книгах. Глубокое невежество тяготило русский ум уже много веков"[11, с. 158].

Високий освітній рівень українських навчальних закладів, зокрема Київської колегії, сприяв створенню в 1687 році Слав'яно-греко-латинської академії у Москві. Для організації у ній навчання з Києва висилалися не лише викладачі, але і студенти. Так у період з 1701 по 1762 роки на викладацьку роботу в Москву з Києва виїхало не менше 95 осіб. У Києво-Могилянській академії здобули освіту 21 із 23 ректорів Московської академії та 95 із 125 її професорів.

Після заснування в 1724 році Петербурзької академії наук та створення у 1755 Московського університету значна частина української молоді для отримання вищої освіти виїздить в Росію.

В XVII – XVIII ст. нагромадження математичних знань в Україні пов'язується з Острозьким культурно-освітнім центром , Києво-Могилянською та Львівською академіями, Харківським колегіумом. Формування науки в повному розумінні цього слова, створення наукових спілок і центрів, проведення наукових досліджень, поява учених-дослідників припадає в Україні на XIX ст. А тому рівень математичних знань в Україні до того часу визначався станом і рівнем викладання математики в навчальних закладах та кваліфікацією їх викладачів.

Отже, історію розвитку математики в Україні до XIX ст. слід висвітлювати через стан і рівень викладання математики в навчальних закладах та кваліфікацію їх викладачів. Розкривати її доцільно у два етапи:

1) XV – XVII ст. – формування математичних знань у Західній Україні;

2) XVII – XIX ст. – формування математичних знань у Західній та Східній Україні.

3. В 1926 році у Парижі відомий російський вчений князь М. Трубецький зробив визнання: "Та культура, которая со времени Петра живет и развивается в России, является органическим и непосредственным продолжением не московской, а киевской, украинской культуры... Таким образом, украинизация оказывается мостом к европеизации". Але такі визнання не були характерними для істориків, науковців і культурологів попередніх століть. Біографічні словники видатних математиків ще донині рясніють прикметниками "російський" і жодного – "український".

Цілу плеяду визначних вчених у різних галузях науки зростила українська земля. Значне місце серед них займають математики М.В. Остроградський, В. Я. Буняковський, Г. Ф. Вороний та ін. Історичні обставини склалися так, що значну частину свого життя вони перебували далеко за межами рідного краю й інші народи хотіли мати їх у своєму національному пантеоні, заперечуючи при цьому їх український родовід. З цього приводу президент Міжнародної асоціації україністів І. Дзюба цілком справедливо зазначав: "Конче потрібно повернути Україні імена великих діячів, митців та вчених, "привласнених" іншими культурами".

Тоталітарній режим організовував функціонування держави так, щоб, з одного боку, забезпечити процвітання її центральних територій, а з іншого – не допустити розвитку національних периферій. З цієї причини, зокрема, українському математику Г. Ф. Вороному не знайшлося місця в центральних університетах України. Після захисту магістерської дисертації у 1894 році, Г. Ф. Вороного призначено професором Варшавського університету при кафедрі чистої математики. Там він працював з невеликими перервами до останніх своїх днів. У 1898 році Г. Вороний починає працювати за сумісництвом у Варшавському політехнічному інституті, де протягом кількох років був деканом механічного факультету. У роки революції (1905 -1907) університет і політехнічний інститут були закриті, а групу професорів цих навчальних закладів направили до Новочеркаська, бо там тільки-но відкрився Донський політехнічний інститут. У цьому інституті Г. Ф. Вороний виконував обов'язки декана механічного факультету. В 1908 році заняття у Варшавському університеті поновилися, і до початку навчального року Вороний повертається до Варшави.

За результати, здобуті в обох дисертаціях (магістерській і докторській) його було відзначено премією імені академіка Буняковського Петербурзької академії наук, а у 1907 р. Російська академія наук обирає Г. Ф. Вороного своїм членом-кореспондентом фізико-математичного відділення.

Народився Георгій Вороний у сім'ї українців у селі Журавка Полтавської губернії (нині Чернігівська обл.). Навчався в гімназіях Бердянська і Прилук. Першу його статтю опублікував у 1885 році В. П. Єрмаков у "Журналі елементарної математики", який видавався в Києві. Дружиною Г. Вороного була його землячка Ольга Крицька. На батьківщині, в мальовничому куточку України, проводив Георгій Вороний свої літні відпустки, тут його і поховано.

І все ж у науковій та популярній літературі, енциклопедіях і біографічних словниках радянського періоду його подають як "російський математик". Так само "російським математиком" довгий час називали М.В. Остроградського та інших українських математиків. Підтвердженням тому є такий факт.

В 1964 році у збірнику "Методика викладання математики" надруковано статтю М. А. Чайковського "Історичні екскурси в шкільному курсі математики". Один з абзаців цієї статті без погодження автора було змінено (вилучено слова "українського народу") і надруковано у такому вигляді: "Радянські люди не можуть не пишатися і геніальними представниками російського народу: Лобачевським, Ковалевською, Чебишевим, Ляпуновим, Остроградським, Буняковським, Вороним" [14, с. 134]. Автор вимагав від редакції публічного виправлення "неточності", але домігся лише такого формулювання : "Радянські люди не можуть не пишатися і геніальними представниками нашого народу: Лобачевським, Ковалевською, Чебишевим, Ляпуновим, Остроградським, Буняковським, Вороним".

Стосовно наведеного факту слід зробити таке зауваження. Допоки існувала Російська імперія, до складу якої входила Україна, то кожного вченого цієї держави вважали російським вченим. Це – природно. Інша справа в – Радянському Союзі. Оскільки тут визнавалась українська нація, говорили про українську культуру, то слід було розрізняти і українську науку, і українських вчених.

Зараз справедливість починає відновлюватися. В науковій і популярній літературі друкуються статті про життєвий і творчий шлях відоміших українських математиків. На їх честь проводяться всеукраїнські та міжнародні читання, семінари, конференції і конгреси.

Україна прагне стати повноправним членом світової спільноти, а для цього "слід якомога ефективніше демонструвати не лише свій танок і пісню, але й досягнення в різноманітних галузях науки і техніки, фундаментальних дослідженнях, розповідати Заходові і Сходу про світочів української науки в галузі природознавства, котрі спричинили до вагомих здобутків земної цивілізації як учора так і сьогодні" [1, с.11].

Народилися в Україні, отримали освіту і довгий час працювали на її теренах С.Н. Бернштейн, В.Л. Гончаров, Й.Б. Погребиський, І. В. Слешинський, М.Г. Чеботарьов та інші. Їх поправу слід відносити до українських математиків, не принижуючи при цьому соціокультурний і науковий вплив на їх творчість радянської держави. Той факт що певний період вони працювали в Москві чи інших містах Росії, не є причиною для їх "забуття" в Україні. Тим паче, що міграція за часів СРСР відбувалася не завжди за бажанням чи згодою вчених. Крім того в столиці створювалися кращі умови для проведення наукових досліджень, морального і матеріального забезпечення вчених.

За часи радянської влади математична школа України поповнилась когортою визначних математиків з інших територій (М.М. Боголюбов, В.М. Глушков, Б.В. Гнєденко, М.М. Крилов, М.О. Лаврентьєв, Я.Б. Лопатинський, Ю.Д.Соколов, П.Ф. Фільчаков, С.М. Черніков та інші.

На сучасному етапі розвитку національної освіти залишається дискусійним питання з приводу визнання того чи іншого математика українським. Зокрема, М.І. Шут і Н.П. Форостяна у роботі «Вибрані питання молекулярної фізики» зауважують: «Українських вчених, національний доробок яких розглянуто в навчальному посібнику, можна було б класифікувати принаймні таким чином:

- "Українські вчені", які народилися і працювали в Україні;
- "Українські вчені іноземного походження" - вчені, які працюють на теренах України;
- "Іноземні вчені українського походження", які народилися в Україні, але працюють за її межами." [17, с. 138]

З часом ця проблема знайде однозначне розв'язання. А зараз, коли незалежна Українська держава існує, коли вона визнається всією світовою спільнотою, коли підростає покоління народжене в незалежній державі, коли завдання формування українського патріотизму виходить на перше місце ця проблема набуває особливої ваги. Але її розв'язання не може бути поспішним і необдуманим. Ця проблема стосується не лише математики, а науки і культури взагалі. У такому загальному вигляді вона грунтовно аналізується в книзі Л.Д. Кучми "Україна не Росія". В її підрозділі "Інвентаризація спадщини. Наш пантеон" розглядаються критерії, які можна покласти в основу "національної інвентаризації", а саме: етнічний, історичний, мовний, територіальний, особистого визначення та ін. Значне місце в цій роботі приділяється аналізу труднощів, які виникають за умови дотримання лише одного з вищеназваних критеріїв.

"Згідно територіального критерію, прийнятого у світі в таких випадках, до нашого «Великого пантеону» потрапляють всі історичні особи на всіх теренах історії і культури, чия діяльність цілком чи значною мірою відбувалася на території України — князі, гетьмани, митрополити, губернатори, борці проти унії і борці за унію, полемісти, просвітителі, книгарі, богослови, церковні діячі, козацькі вожді, повстанці, полководці, письменники, поети, художники, зодчі, композитори й інші діячі мистецтв, журналісти, революціонери, суспільні діячі, відомі інженери, адміністратори, винахідники, учені — незалежно від етнічного походження. Когось ми, може, і не захочемо допустити до свого пантеону, але це вже буде наше рішення. (Такий принцип, територіальний, усюди є загальноприйнятим. От, наприклад, академік Володимир Андрійович Стєклов, прикраса світової математики. Росіянин і нижегородець, він скінчив Харківський університет (у 1887 році) і був вихованцем харківської математичної школи Ляпунова, іншого великого математика. Головне, що створив Стєклов у математиці, він зробив до 1906року — року, коли він залишив Харків заради Петербурга. Отже, ми маємо право пишатися ним як українським ученим) . ...

Якими б загальноприйнятими не були мовний і територіальний критерії, якщо ми будемо дотримуватись тільки їх, ми страшенно збіднимо українську культуру! Триста років підряд дві імперські столиці Росії, її нові землі й окраїни як магніт відтягали на себе значну частину енергійних і честолюбних українських талантів. На провінційній батьківщині їх залишалося не більше, ніж вона могла вмістити, залишаючись провінційною. Працюючи для імперії, спершу Російської, потім радянської, ці люди, за всіма законами справедливості, трудилися і для України, для слави України. Однак суто механічні (але поки що непереборні) причини змушують вважати все, чи майже все, зроблене ними, надбанням однієї лише Росії" [7, С. 307].

Як бачимо, проблема існує. І досить нелегка проблема, яку розв'язати однозначно - так, щоб з таким розв'язанням погодилися всі – не просто. У контексті нашого дослідження вимагає розв'язання питання про те, кого з математиків можна і слід називати українським чи вітчизняним (використовуючи ці слова як синоніми).

Вважаємо, що українськими вченими можна називати:

а) усіх тих учених, які живуть і працюють у суверенній Україні;

б) тих учених, які хоч і живуть в інших державах, але які самі себе вважають українцями;

в) тих вчених, які народилися або довгий час працювали в Україні і самі себе називали українцями, малоросами, русинами чи як-небудь інакше, пов'язуючи свою долю з українською нацією;

г) тих учених, яких ще до виникнення суверенної України офіційно називали українськими.

Майбутніх учителів математики доцільно ознайомити з життєвим і творчим шляхом математиків, які народилися чи працювали на українських землях. Ці знання в майбутньому допоможуть їм в організації навчально-виховного процесу в школі, у вихованні в підростаючого покоління гордості за свою країну.

4. Дбаючи про створення цілісного уявлення про розвиток вітчизняної математики, слід враховувати, що певний час через ідеологічні перепони замовчувалася діяльність і творчий внесок окремих вітчизняних математиків та наукових спілок.

Тільки зараз відроджується в історії математики ім'я Миколи Івановича Гулака, який будучи членом Кирило-Мефодієвського братства, виступав за відміну кріпацтва і створення незалежної української держави. Він був автором першої в Російській імперії монографії з чотиривимірної евклідової геометрії. Цей твір - "Синтетична геометрія чотирьох вимірів" - слугував першою частиною загальної роботи "Спроба геометрії чотирьох вимірів" (1877), в якій також викладалися основні поняття неевклідових геометрій Лобачевського і Рімана.

В останні роки увага до постаті М. Гулака та його математичних праць відновлюється. Перевидано його роботу "Розмова про простір", що є другою частиною праці "Спроба геометрії чотирьох вимірів". Вдалося відшукати ще одну роботу М. Гулака, а саме – другу частину праці "Аналитические изыскания". Про зміст цієї роботи і підготовку її до друку повідомила на Першому Українському математичному конгресі (Київ, 2001) О.П. Антонюк. У виступі, зокрема, повідомлялося, що знайдена частина називається "Алгебраические уравнения" і присвячена розв'язанню за допомогою комплексних чисел рівнянь п'ятого і сьомого степенів. А саме: "Узагальнюючи методи Карно і Лагранжа, аналізуючи співвідношення між сумами добутків довільних величин і комплексними коренями з одиниці п'ятого і сьомого порядку, Гулак переходить до показникових функцій коренів п'ятого степеня з одиниці. І, після вивчення основних співвідношень між введеними функціями, наводить теорему Котеса для коренів третього і п'ятого порядку з одиниці. Важливим моментом є те, що доведені формули можуть бути аналогічно виведені і для вищих непарних показників кореня з одиниці" [2, с. 4].

В кінці XIX століття у Львові для розвитку української наукової думки було створено Наукове товариство ім. Т.Г. Шевченка (НТШ), яке деякий час виконувало роль Всеукраїнської академії наук. В 1983 році при ньому була створена математико-природописно-лікарська секція. Серед 54 її членів було троє математиків: П. Огоновський, В. Левицький, К. Глібовицький. За весь період існування цієї секції (до 1939 року) до її складу входили такі відомі математики: В. Левицький, П. Огоновський, К. Глібовицький, М. Чайковський, В. Стасюк, Н. Садовський, Д. Граве, В. Варичак, М. Петрович, М. Кравчук, М. Зарицький, М. Крилов, М. Куренський, С. Банах, Д. Гільберт, А. Ейнштейн.

Дійсні члени НТШ здійснювали велику наукову роботу. Їх дослідження, стосувалися теорії аналітичних функцій, теорії алгебраїчних та диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей, теорії множин, математичної логіки, методів розв'язування задач прикладної математики тощо. Науковці НТШ мали тісні зв'язки з вченими зарубіжних країн. У 20-30 роках зміцнюються наукові стосунки з членами Української Академії Наук, створеної в Києві в 1918 році.

Довгий час діяльність математиків НТШ замовчувалась і їх роботи були більш знаними за межами УРСР. Особливо замовчувалася у радянські часи наукова діяльність М. Кравчука і М. Чайковського, які були репресовані і перебували в таборах Гулагу.

Протягом тривалого часу офіційною історіографією ігнорувалася та замовчувалася справжня дата заснування Української академії наук – 14 листопада 1918 р. Саме тоді гетьман України П. Скоропадський затвердив ухвалений Радою Міністрів "Закон Української держави про заснування Української академії наук, а вже 27 листопада 1918 р. відбулося перше Спільне зібрання УАН, на якому головою-президентом Академії обрано В.І. Вернадського, неодмінним секретарем А. Ю. Кримського. "Спотворення дати заснування Академії почалося наприкінці 20-х років, коли в листопаді 1928 р. мали відзначити 10-річний ювілей Академії. Однак святкування не відбулося, не побачив світ і ювілейний збірник. … Було вигадано нову дату – 12 лютого 1919 р. (встановлення у Києві радянської влади), яка, на думку радянських ідеологів, поклала початок фактичному існуванню Академії " [12, с. 3].

Першими дійсними членами Академії наук були обрані: Д.О. Граве (1920); Г.В. Пфейффер (1920); М.М. Крилов (1922); Кравчук М.П. (1929); О.Ю. Шмідт (1934). За 85 років існування Академії наук в Україні у її складі (за спеціальністю математика) було 34 дійсних членів і 35 членів-кореспондентів.

Висвітлюючи майбутнім учителям історію розвитку вітчизняної математики, слід звертати увагу на питання, які довгий час несправедливо замовчувалися і приховувалися. Імена математиків, які приумножували славу України, мають стати відомими прийдешнім поколінням.

Література:

1. Аксіоми для нащадків: Українські імена у світовій науці. Зб. Нарисів /Упоряд. І передм. О. К. Романчука. – Львівська істор.-просвіт. Організ. "Меморіал", 1992. – 544с.
2. Антонюк О.П. Невідомий рукопис М.І Гулака //Методика викладання та історія математики: Тези доп.УМК – 2001, Секція 6.- К.:ІМ НАН України, 2001. – 40с.
3. Институт математики /АН УССР; Сост. Митропольский Ю.А., Строк В.В. – К.: Наук. думка, 1988.-176 с.
4. История отечественной математики: В 4-х т. 5-ти кн. / Отв. Ред. И.З. Штокало. – К.: Наук. думка, 1967 – 1970.
5. Києво-Могилянська академія. – К.: В-во Київського університету. – 1970. – 174 с.
6. Киевские математики-педагоги. Под ред. чл.-кор. АН УССР А.Н, Боголюбова.- К.: Вища школа, 1979. – 312 с.
7. Кучма Л.Д. Україна – не Росія. – М.:Время, 2004. – 560 с.
8. Ленюк М.П., Михацький М.А. Нариси з історії розвитку математики в Україні. – Чернівці: Прут, 2004. – 56 с.
9. Маланюк М.П. Нариси з історії розвитку математичної освіти у Галичині. – Тернопіль. – Збруч, 1993. – 58 с.
10. Матвиишин Я.А. История математики на Украине с древнейших времен до XVIII векаю – Автореф. Дис. …канд. фіз.-мат. наук.-К., 1969. –16с.
11. Назаров В.Ю. Елементи історії математики. Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів. – Ніжин. – НДПУ, 2002. – 172 с.
12. Національна академія наук України. Персональний склад. 1918 – 2003. – К.: "Фенікс", – 2003. – 300 с.
13. Павленко Ю.В та ін. Природознавство в Україні до початку XX ст. в історичному, культурному та освітньому контекстах. – К.: Видавничий дім "Академперіодика", 2001. – 420с.
14. Чайковський М. А. Історичні екскурси в шкільному курсі математики. // Методика викладання математики: Респ. наук.-метод. зб., Вип. І . – К.: Рад.школа, 1964. С. 132 – 136.
15. Швецов К.І. Математика на Україні. – К.: Рад. школа, 1968. –76 с.
16. Штокало Й.З. Нарис розвитку математики в Україні за 40 років радянської влади. – К.: Вид-во АН УРСР. – 1958. – 82 с.
17. Шут М.І., Форостяна Н.П. Вибрані питання історії молекулярної фізики (XVIII – початок XX ст.). Навчальний посібник. – К.: "Шлях", 2003. – 152 с.

Ломаєва Т.В., Шаповалова Н.В.
НПУ імені М.П. Драгоманова

Питання з історії науки при викладанні геометрії в педагогічних університетах

В теперішній час в світлі росту інтернаціоналізації та глобалізації всіх сфер діяльності людини підготовка нового покоління високоосвічених фахівців, здатних жити і працювати у високо інтегрованому, заснованому на використанні високих технологій світу, набуває особливої актуальності. Це повинні бути не лише висококваліфіковані спеціалісти, а мислячі люди, здатні твердо й нестандартно вирішувати технічні й наукові проблеми, швидко орієнтуватися в світовому інформаційно-культурному колі та визначати найбільш актуальні напрямки науки, техніки та промисловості.

На шляху вирішення цієї задачі надзвичайно ефективним виявляється включення курсів з історії окремих наукових дисциплін в учбовий процес вищої та середньої шкіл. Висвітлення предмету дослідження не ізольовано, а в контексті світової культурної спадщини сприяє формуванню механізмів строгого мислення та наукового світогляду людини, свідомого розуміння та гуманістичного відношення нею до процесів і явищ навколишнього світу. Усвідомлення успіхів науки стимулює тверду активність студентів та піднесення інтересу до вивчення самої фундаментальної дисципліни, історія якої вивчається. Це сприяє покращенню якості та рівня вищої освіти в цілому. Мета статті - проілюструвати це на прикладі викладання аналітичної геометрії. М.І. Лобачевський писав, що аналітична геометрія "...может развиваться лишь после того, как будут даны правила для определения места в пространстве и измерения величин тел ..."

Розвиток аналітичної геометрії в просторі Лобачевського відноситься до періоду, коли аналітична геометрія, як метод в евклідовому просторі, повністю сформувалась в певну науку, яка пройшла цілу еволюцію в своєму розвитку, починаючи від робіт Декарта і Ферма, а від них до розробок Ейлера, Крамера, Лагранжа і, на кінець, до досліджень Монжа. Але питання аналітичної геометрії в працях М.І.Лобачевського не одержало достатнього розвитку, бо в своїх дослідженнях він ставив перед собою дві основні задачі:

по-перше, встановити в результаті досліджень і міркувань деякі головні положення, щоб вони мали бути твердою основою для введення і застосувань координатного методу;

по-друге, підтвердити несуперечливість побудованої їм системи, для чого він направив свої дослідження на обчислення довжин, площ, об'ємів. Розглядаючи основи неевклідової геометрії, Лобачевський встановлює основні властивості паралельних прямих і вводить поняття кута паралельності, граничної лінії граничної поверхні, які являють собою граничний випадок відповідно кола і сфери, якщо їх центри прямують до нескінченності. Не приводячи доведення, Лобачевський стверджує, що "геометрия на предельной сфере совершенно та же, в каком виде мы ее знаем на плоскости. "Властивості граничної поверхні, співвідношення між кутами прямокутного трикутника і кутами паралельності дозволили вивчити основну формулу "воображаемой геометрии" (назва введена самим Лобачевським), яка має вигляд:

$$tg\frac{\Pi(\alpha)}{2}=e^{-\frac{a}{t}}$$

де $\Pi(\alpha)$ - функція кута паралельності. Ця формула встановлює залежність між довжиною відрізка і відповідному до нього кута паралельності.

На підставі цієї формули і вказаних вище залежностей між кутами прямокутного трикутника і кутами паралельності, М.І.Лобачевський виводить тригонометричні формули для прямокутного та косокутного прямолінійного трикутника. Все це дозволило перейти до питань аналітичної геометрії.

Безсмертні ідеї Лобачевського містять в собі два аспекти: по-перше, Лобачевський довів можливість існування геометрії, відмінної від геометрії Евкліда; по-друге, він виразив сумнів в тому, що геометрія реального фізичного простору є геометрією Евкліда. Проходячи довгий шлях, на якому зустрічаємося з Гаусом, Ріманом та Ейнштейном, ідеї Лобачевського глибоко проникли в сучасну фізику і стали тим золотим фондом, який живить сучасну науку. Обидва напрямки, що містяться в ідеях Лобачевського, одержали широкий розвиток. З одного боку, ми звикли користуватися мовою геометрії при формулюванні математичних співвідношень, які виражають певні фізичні закони. З другого боку, після робіт Ейнштейна ми звикли до думки, що реальний фізичний простір не є простором Евкліда і що, крім того, він може розглядатися окремо від часу, а являє собою, разом з часом, єдиний чотиривимірний простір – многовид, який характеризується геометрією, що визначається розподілом мас.

Застосування геометричних образів до формулювання фізичних законів настільки численні, що обізнаність вчителів фізики з елементами геометрії Лобачевського не можливо переоцінити. Достатньо пригадати про фазовий простір статистичної фізики або про гільбертовий простір, який має однаково велику роль як у фізиці так і у математиці. Набагато менше робіт, які мають за мету застосування неевклідової геометрії до реального фізичного простору. Усі вони представляють в той чи іншій формі розвиток теорії тяжіння Ейнштейна.

Як приклад, розглянемо фізичну задачу, формулювання якої припускає тлумачення за допомогою понять геометрії Лобачевського або Рімана у вузькому розумінні (тобто геометрії з постійною від'ємною або додатною кривиною).

Запишемо рівняння Шредингера для атома водню в просторі імпульсів. Оскільки оператор множення на кулонівську потенціальну енергію $-\frac{e^2}{r}$ є в просторі імпульсів інтегральним оператором, то рівняння Шредингера буде інтегральним рівнянням виду:

$$\frac{1}{2m}p^2\psi(p)-\frac{e^2}{2\pi^2 h}\int\frac{\psi'(p)(dp')}{|p-p'|^2}=E\psi(p), \tag{1}$$

де через $(dp')=dp_x' dp_y' dp_z'$ позначений елемент об'єму в просторі імпульсів. Величина h є поділена на 2π стала Планка, а величини m, e, E – маса, заряд та повна енергія електрона.

Розглянемо спочатку точковий спектр, для якого енергія E від'ємна, і позначимо через p_0 середній квадратичний імпульс

$$p_0=\sqrt{-2mE}\ .$$

Поділені на p_0 складові вектора кількості руху p ми будемо розглядати як прямокутні координати на гіперплощині, яка є стереографічною проекцією кулі радіуса одиниця в чотиривимірному евклідовому просторі. Прямокутні координати деякої точки на кулі матимуть вигляд:

$$\begin{aligned}
\xi&=\frac{2p_0p_x}{p_0^2+p^2}=\sin\alpha\sin\theta\cos\varphi,\\
\eta&=\frac{2p_0p_y}{p_0^2+p^2}=\sin\alpha\sin\theta\sin\varphi,\\
\delta&=\frac{2p_0p_z}{p_0^2+p^2}=\sin\alpha\cos\theta,\\
\chi&=\frac{p_0^2-p^2}{p_0^2+p^2}=\cos\alpha,
\end{aligned} \tag{2}$$

причому

$$\xi^2+\eta^2+\delta^2+\chi^2=1. \tag{2'}$$

Кути α, θ і φ - сферичні координати на гіперсфері. Разом з тим, кути θ і φ є звичайними сферичними кутами, що характеризують напрямок кількості руху. Елемент поверхні на гіперсфері дорівнює

$$dS=\sin^2\alpha d\alpha\sin\theta d\theta d\varphi \tag{3}$$

і пов'язаний з елементом об'єму простору імпульсів співвідношенням:

$$(dp)=dp_x dp_y dp_z=p^2dp\sin\theta d\theta d\varphi=\frac{1}{8p_0^3}(p_0^2+p^2)^3dS. \tag{4}$$

Покладаючи

$$\lambda=\frac{me^2}{hp_0}=\frac{me^2}{h\sqrt{-2mE}}\ , \tag{5}$$

утворимо замість $\psi(p)$ функцію

$$\Psi(\alpha,\theta,\varphi)=\frac{\pi}{\sqrt{8}}p_0^{-\frac{5}{2}}(p_0^2+p^2)^2\psi(p). \tag{6}$$

Множник обраний таким чином, щоб умова нормування мала вигляд:

$$\frac{1}{2\pi^2}\int[\Psi(\alpha,\theta,\varphi]^2dS=\int\frac{p^2+p_0^2}{2p_0^2}|\psi(p)|^2(dp)=\int|\psi(p)|^2(dp)=1 \tag{7}$$

(тут p_0 є середній квадратичний імпульс).

Оскільки площа поверхні чотиривимірної кулі одиничного радіуса дорівнює $2\pi^2$, то цій умові задовольняє зокрема функція $\Psi = 1$.

~~Тоді в нових позначеннях рівняння Шредингера матиме вигляд:~~

$$\Psi(\alpha,\theta,\varphi)=\frac{\lambda}{2\pi^2}\int\frac{\Psi(\alpha',\theta',\varphi')}{4\sin^2\frac{\omega}{2}}dS, \tag{8}$$

де $2\sin\frac{\omega}{2}$ є довжина хорди, а ω - довжина дуги великого круга, що з'єднує точки α, θ, φ і α', θ', φ' на чотиривимірній кулі так, що

$$4\sin^2\frac{\omega}{2}=(\xi-\xi')^2+(\eta-\eta')^2+(\delta-\delta')+(\chi-\chi')^2$$

або

$$\cos\omega=\cos\alpha\cos\alpha'+\sin\alpha\sin\alpha'\cos\gamma,$$

причому $\cos\gamma$ має звичайне значення

$$\cos\gamma=\cos\theta\cos\theta'+\sin\theta\sin\theta'\cos(\varphi-\varphi').$$

Рівняння (8) являє собою не що інше, як інтегральне рівняння для кульових функцій чотиривимірної кулі. Його власні значення дорівнюють $\lambda = n$, де n є ціле додатне число(n = 1, 2, 3, ...). з формули (5) одержуємо при $\lambda = n$:

$$E=-\frac{me^4}{2h^2n^2}, \tag{9}$$

звідки видно, що n є так зване головне квантове число. Власні функції Ψ_n можуть бути представленими у вигляді однорідних поліномів $n-1$ степеня від змінних ξ, η, δ, χ. Вони визначаються однозначно, якщо задати, крім n, ще два інших цілі числа

$$\left.\begin{aligned} l&=0,1,\dots,n-1,\\ m&=-l,-l+1,\dots,l.\end{aligned}\right\}, \tag{10}$$

які носять назву азимутального і магнітного квантових чисел. Заданому числу n відповідають n^2 лінійно незалежних власних функцій. Вони задовольняють різним співвідношенням(в тому числі теоремі додавання) на яких ми будемо зупинятися, але які мають широке застосування як в теорії атома водню, так і в теорії електронних оболонок інших атомів.

Наведені результати дозволяють встановити групу перетворень, що припускаються рівнянням Шредингера для атома водню. Для нас ця група цікава тим, що припускає геометричне тлумачення. Дійсно, з формул (2) видно, що вона зв'язана з групою обертань чотиривимірної кулі. Таким чином, ця група ширше, ніж група звичайних тривимірних обертань, наявність якої пов'язана з сферичною симетрією атома водню, тобто остання група є підгрупою першої.

З наведених формул випливає, що при розгляді становища атома водню з від'ємною повною енергією, доцільно приписати простору імпульсів метрику, що відповідає простору з сталою додатною кривизною. Подібно до цього, при додатній енергії можна ввести метрику з постійною від'ємною кривизною, тобто метрику простору з геометрією Лобачевського.

Розглядувана задача являє собою один з багатьох прикладів формального застосування ідей неевклідової геометрії у фізиці.

Любий крок в розвитку теорії відносності та тяжіння Ейнштейна є разом з тим новим кроком в розвитку ідей Лобачевського. Дійсно, припущення, що, може бути, геометрія фізичного простору, яка не є евклідовою, було проголошено самим Лобачевським, який шукав підтвердження цьому в астрономічних спостереженнях. Правда, не знайшовши такого підтвердження, Лобачевський назвав свою геометрію "воображаемой" геометрією. Але тепер, після створення теорії відносності та теорії тяжіння Ейнштейна, ми знаємо, що відхилення геометрії від евклідової виявляються найбільш очевидним чином не прямо, а посередньо – в явищі всесвітнього тяжіння. Тому для нас та неевклідова геометрія, яка лежить в основі вказаних теорій, перший крок до яких зробив Лобачевський, вже не є "воображаемой", вона відображає ті сторони фізичної реальності, для характеристики яких евклідової геометрії виявилось недостатньо.

Необхідно підкреслити, що при житті Лобачевського більшість вчених вважали, що ідеї великого російського вченого безглузді. Крига зрушила з місця лише у 1868 році, коли виникли дві важливі події, пов'язані з іменами італійського математика Еудженіо Бельтрамі(1835 – 1900) та німецького математика Бернхарда Рімана(1826 – 1866). Бельтрамі показав, що існують реальні тіла, на поверхні яких виконується геометрія Лобачевського. Цей висновок був дуже вражаючим: виявилось, що в евклідовому реальному світі є об'єкти неевклідової природи. Одну з поверхонь, на якій виконується геометрія Лобачевського, він одержав при обертанні трактриси. Цю поверхню він назвав псевдосферою. Відомо, що її називають поверхнею сталої від'ємної кривизни.

Досить вагомий крок в розвитку неевклідової геометрії був зроблений Бернхардом Ріманом, який 10 червня 1854 року прочитав знамениту лекцію "О гипотезах, лежащих в основании геометрии". Ріман ввів в кількість аксіом таке твердження: кожна пряма, яка лежить в одній площині з заданою прямою, перетинає цю пряму, тобто в геометрії Рімана взагалі немає паралельних прямих. Закінчуючи лекцію, Ріман сказав, що ми стоїмо на порозі галузі, яка належить іншій науці – фізиці. Таким чином, наявність трьох логічно безперечних і рівноправних геометричних систем, привела до виникнення питання: яка геометрія Всесвіту? Яка геометрія внутріатомного світу? Однозначну відповідь на це питання сучасна наука дати не може. Але вона наблизилася до відповіді на це питання після відкриття на початку XX століття великим фізиком Альбертом Ейнштейном(1879 – 1955) спеціальної та загальної теорії відносності.

Все вище сказане бажано довести до студентів після вивчення питань, пов'язаних з геометрією Лобачевського. Слідуючи за історичним ходом цієї думки від Д.Бернуллі і до теперішнього часу, ми бачимо, який багатий внесок і різноманітності внесла в цю область неевклідова геометрія. Крім того, бачимо, що інші ідеї і результати, які мають значення для евклідової геометрії, виникають і розвиваються на грунті неевклідової геометрії. Такими є, наприклад, ті різні геометричні відображення, пов'язані з поняттям про вектор, різні форми операції їх додавання і випливаючи з них наслідки.

Таким чином, сам історичний екскурс в геометрію Лобачевського свідчить про те, що неевклідова геометрія завдяки різнобічності своїх образів, з одного боку, і тісному зв'язку між ними – з другого, є інколи більш простою порівняно з геометрією Евкліда, а іноді більш прямий і легкий шлях до геометрії Евкліда проходить через неевклідові простори.

У зв'язку підвищення рівня викладання математики, особливо в школах з її поглибленим вивченням, необхідність знайомства як майбутніх вчителів, так і школярів з вище викладеними питаннями з історії розвитку геометрії очевидна.

В програмі факультативного курсу з геометрії для вищезгаданих шкіл є питання, яке стосується неевклідової геометрії, зокрема, гіперболічної геометрії. У зв'язку з цим робиться наголос на різних аксіоматиках, їх відмінностях між собою.

При вивченні геометрії у педагогічних університетах природно висвітлення історії розвитку аксіоматичних теорій, вклад в їх створення різних вчених. Досить важливо підкреслити роль школи М.І.Кованцова – видатного українського геометра у розвиток питань про геометрії як теорії інваріантів неперервних груп перетворень.

Досить велика увага при викладанні геометрії в педагогічних вузах відводиться вивченню аксіоматичного методу та побудові аксіоматичних теорій. У значній мірі саме математичне осмислення теорії М.Лобачевського збудило до життя той аксіоматичний напрямок, яким зараз пройняті багато галузей математики. При цьому виникли такі важливі ідеї сучасної математики, як реалізація аксіоматики або її моделювання всередині іншої математичної системи, ізоморфізм математичних систем та інші. Тому вірними є слова видатного вітчизняного математика П.С.Александрова, який стверджував, що Лобачевський є також одним з фундаторів сучасної абстрактної течії в математиці. Хоча, потрібно сказати, що самого М.Лобачевського при вивченні ним нового неевклідового простору більш цікавила не аксіоматична точка зору, а питання про те, якими є властивості нашого фізичного, реального простору. Крім того, було б значною прогалиною не відмітити велике значення застосування геометрії Лобачевського в теорії функцій комплексної змінної, адже у 80-х роках Ф.Клейн і А.Пуанкаре показали, що геометрія Лобачевського може бути застосованою до розв'язування найбільш глибоких питань теорії функцій, а саме: до побудови так званих автоморфних функцій, яка є в деякому розумінні однією з вершин всієї теорії функцій комплексної змінної. Отже, саме та робота А.Пуанкаре, яка прославила французьку науку другої половини XIX століття, мала в основі відкриття М.Лобачевського.

Література:

1. Александров П.С. Что такое неевклидовая геометрия. – М.: Гостехиздат, 1943. – 56 с.
2. Лобачевский Н.И. Избранные труды по геометрии. – М.: Изд-во Акад. Наук СССР, 1956. – 343 с.
3. Лобачевский Н.И. Полное собрание сочинений. – Т.1. – М.: Гостехиздат, 1946. – 272 с.
4. Сенкевич А.К. Математика. Воспитание через предмет. – Куйбышев, 1965. –196 с.
5. Силин А.В., Шмакова Н.А. Открываем неевклидову геометрию. – М.: Просвещение, 1988. – 123, [2] с.
6. Щербаков Р.Н., Пичурин Л.Ф. От проективной геометрии – к неевклидовой (вокруг абсолюта): – М.: Просвещение, 1979. – 158 с.

Розуменко А.О.

Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренко

Зміст семінарсько-практичних занять з історії математики у вищих навчальних педагогічних закладах.

Курс історії математики має на меті: формування наукового світогляду студентів; розширення їх історико-математичного кругозору; надання майбутнім вчителям історичних знань, необхідних їм для правильного розв'язування методичних і методологічних питань, які виникають в процесі викладання математики.

Як бачимо, мета курсу є глобальною. Історія математики містить цікавий фактичний матеріал, широкі можливості його викладу. Але на вивчення такого змістовного курсу передбачено „аж" 30 годин, з них 20 годин – лекції, 10 годин – семінарські заняття. Перед викладачем стає проблема вибору змісту і методики викладання курсу історії математики. На наш погляд, проведення традиційних семінарських занять, коли студенти заздалегідь готують виступи по окремих питаннях, а потім обговорюють їх на занятті, є недостатньо ефективним. З метою підвищення пізнавальної активності студентів, їх зацікавленості, ми пропонуємо поєднати такі форми, як семінарське заняття і практичне заняття. Обгрунтування доцільності такого поєднання є <u>метою нашої статті</u>. Тобто поруч з обговоренням теоретичних питань пропонувати задачі для розв'язування. Такі заняття ми називаємо семінарсько-практичними. Зміст семінарсько-практичних занять розроблено нами з урахуванням таких вимог:

1) відповідність програмі педагогічних вузів з історії математики;
2) доступність запропонованих математичних завдань (їх формулювання та ідеї розв'язання);
3) взаємозв'язок з навчальним матеріалом шкільного курсу математики.
Теми занять і характеристика діяльності студентів подано в таблиці 1.

Таблиця 1.

№ п/п	Тема заняття	Кількість годин	Форма заняття	Діяльність студентів
1	Задачі стародавнього Єгипту	2	Практичне	Розв'язування стародавніх задач з елементарної математики сучасними методами
2-3	Задачі стародавньої Греції. Три знамениті задачі давнини	4	Семінарсько - практичне	Доповіді студентів, розв'язування запропонованих завдань (задачі на побудову, задачі на доведення)
4-5	Деякі проблеми сучасної математики	4	Семінарське	Доповіді студентів

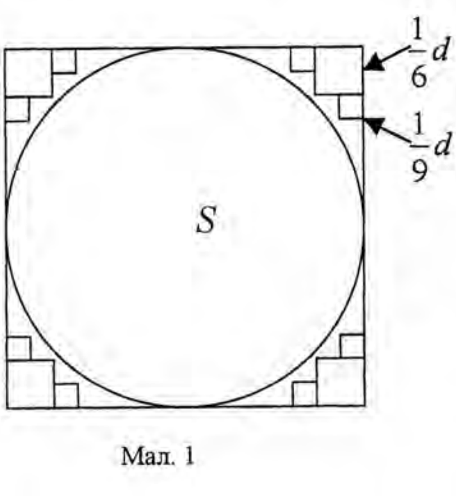
На занятті 1 „Задачі стародавнього Єгипту" студентам пропонується дати загальну характеристику країни, розкрити специфічні особливості нумерації та рахунку, проаналізувати зародження алгебраїчних методів та рівень розвитку геометричних знань, зробити висновок про історичну роль єгипетської математики. Після обговорення цих питань студентам пропонуються стародавні задачі. Кожну задачу необхідно прокоментувати з точки зору рівня розвитку єгипетської математики і сучасного шкільного курсу математики (відповідна тема, розділ, клас). Так, наприклад, студентам пропонується задача: єгиптяни, замінюючи площу круга площею рівновеликого квадрата, брали за його сторону $\frac{8}{9}$ діаметра круга. Яке наближення числа π відповідає цьому правилу?

Після повторення відомих фактів (площа круга, площа квадрата, рівновеликі фігури) отримують відповідь $\pi \approx 3{,}1605$. На наш погляд, необхідно зауважити, що для розуміння того, яким чином вчені стародавніх часів дістали той чи інший результат, треба поставити себе на їх місце, тобто спробувати розв'язати запропоновану задачу тільки на основі знань і прийомів обчислення того часу. Саме так роблять дослідники стародавніх текстів, але розв'язання, що вони знаходять не обов'язково „ті самі". Часто для однієї задачі пропонується декілька можливих варіантів розв'язання.

Щодо формули площі круга, то правдоподібною є гіпотеза дослідника А.Е.Раїка, яка полягає в тому, що площа круга діаметра d порівнюється з площею описаного навколо нього квадрата, у якого вирізають квадрати із сторонами $\frac{1}{6}d$ і $\frac{1}{9}d$ (мал. 1).

В таких позначеннях обчислення будуть такі:

$$S \approx d^2 - 4\left(\frac{1}{6}d\right)^2 = d^2\left(1-\frac{1}{9}\right) = \frac{8}{9}d^2$$



Мал. 1

$$S \approx \left(1-\frac{1}{9}\right)d^2 - 8\left(\frac{1}{9}d\right)^2 = \left(1-\frac{1}{9}\right)d^2 - \frac{1}{9}\cdot\frac{8}{9}d^2 =$$

$$= \left(1-\frac{1}{9}\right)d^2 - \frac{1}{9}\left(1-\frac{1}{9}\right)d^2 = \left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)d^2 =$$

$$= \left(1-\frac{1}{9}\right)^2 d^2 = \left(\frac{8}{9}d\right)^2$$

В підтримку цієї гіпотези свідчать аналогічні обчислення в одній із задач Московського папірусу, де пропонують обчислити $\left(1-\frac{1}{9}\right)-\frac{1}{9}\left(1-\frac{1}{9}\right)$.

Ці зауваження сприяють формуванню наукового світогляду та критичного мислення студентів, дозволяють майбутнім учителям переконатися в можливості використовування історичних задач на уроках з різних тем шкільного курсу математики.

На занятті 2-3 „Задачі стародавньої Греції. Три знамениті задачі давнини" розглядають такі питання:

1. Геометрична алгебра.
2. Задача про квадратуру круга.
3. Задача про трисекцію кута.
4. Задача про подвоєння куба.

При обговоренні першого питання акцентується увага на причини виникнення геометричної алгебри, об'єкти її вивчення. Пояснюється „монополія" лінійки та циркуля при розв'язуванні задач на побудову, формулюються постулати Евкліда, які можна розглядати як аксіоматичне обґрунтування використання названих інструментів. Студентам пропонується сформулювати і розв'язати основні задачі на побудову шкільного курсу геометрії, а також розв'язати так звані параболічну, гіперболічну та еліптичну задачі геометричної алгебри.

Три знамениті задачі давнини розглядаються за такою схемою:

1. Історія виникнення задачі.
2. Формулювання задачі.
3. Обґрунтування неможливості розв'язання задачі за допомогою циркуля і лінійки.
4. Розв'язання задачі штучними методами.

З метою активізації пізнавальної діяльності студентів в процесі обговорення цих питань студентам пропонуються завдання типу: обґрунтуйте висновок, виконайте побудову, розв'яжіть задачу. Наведемо фрагмент змісту такого заняття при аналізі задачі про квадратуру круга.

Формулювання задачі: побудувати квадрат, площа якого дорівнює площі даного круга.

Найбільш давня і популярна задача серед знаменитих математичних задач. Вчені різних часів, відшукуючи її розв'язання, збагатили математику цілою низкою видатних відкриттів. Ймовірно, що задача була відома за дві тисячі років до нашої ери в Стародавньому Єгипті і Вавилоні. Але перше пряме посилання на неї відносять до V століття до н.е. Давньогрецький історик Плутарх розповідає про те, що філософ Анаксагор, перебуваючи у в'язниці, намагався квадрувати круг. Про популярність цієї задачі свідчить, зокрема, той факт, що відомий грецький комедіограф V-IV ст. до н.е. Аристофан згадує про неї в одному із своїх творів:

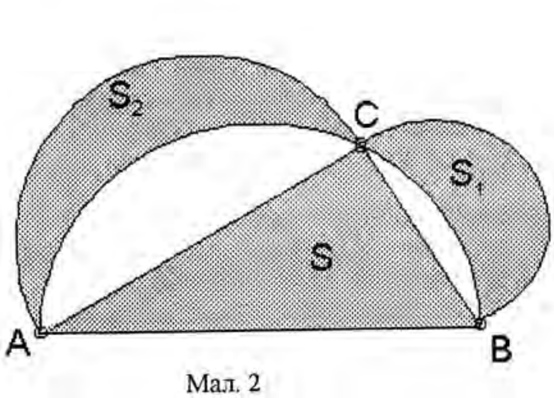
„...Візьму лінійку, проведу пряму я,
І раптом круг квадратом обернеться." („Птахи").

Великий внесок в розв'язання задачі про квадратуру круга зробив Гіппократ Хіоський (друга половина V ст. до н.е.), який зумів „квадрувати" ряд фігур, відомих під назвою „*гіппократові серпки*".

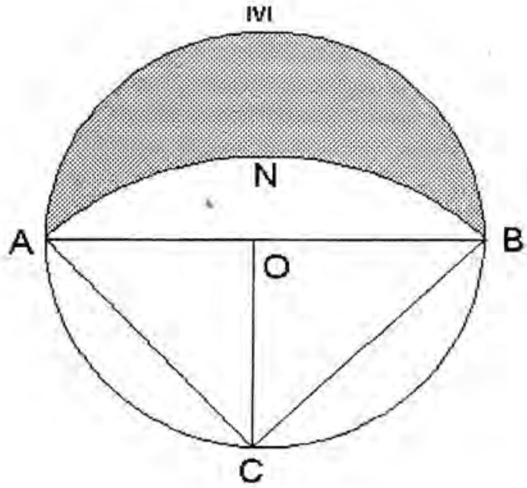
Задача 1. Довести, що сума площ серпків Гіппократа, що лежать між дугою півкруга, побудованого на гіпотенузі прямокутного трикутника, як на діаметрі, і дугами півкругів, побудованих на катетах цього прямокутного трикутника, як на діаметрах, дорівнюють площі заданого трикутника (мал. 2).

Задача 2. Довести, що серпок, який утворився відкиданням від півкруга *AMBA* сегмента *ANBA*, радіус якого дорівнює стороні *AC* або *CB* рівнобедреного трикутника, вписаного у півколо, а хордою - діаметр даного круга, є рівновеликим трикутнику *ACB* (мал. 3).

Гіппократ знайшов три типи квадровних серпків. Лише в 1840 р. було знайдено ще два типи квадровних серпків. Вже в XX ст. радянські математики М.Г.Чеботарьов і А.В.Дороднов, користуючись сучасними методами, вивели необхідну і достатню умову квадрованості серпків, утворених двома коловими дугами. Ця умова має вигляд: $\alpha : \sin^2\frac{\alpha}{2} = \beta : \sin^2\frac{\beta}{2}$, де α і β - радіанні міри зовнішньої і внутрішньої дуг відповідно.



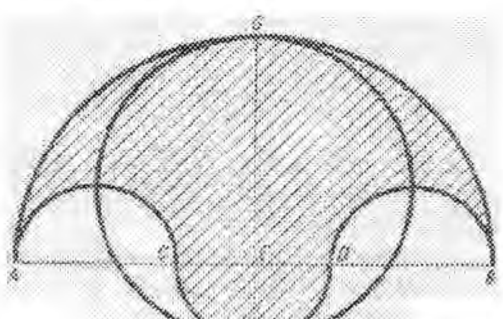
Мал. 2



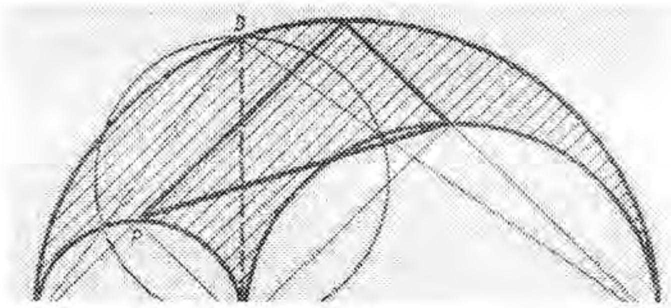
Мал. 3

Зокрема, якщо α і β сумірні, то квадровними будуть лише ті п'ять типів серпків, про які згадувалось вище.

Задача 3. (*саліон Архімеда*). Довести, що площа заштрихованої фігури (*саліон* - бочонок для солі) (мал. 4) дорівнює площі круга.



Мал. 4



Мал. 5

Задача 4. $BD \perp AC$ (мал. 5). На *AD* і *DC* як на діаметрах, проведено два півкола. Довести, що площа утвореної фігури - *арбелона*, або *„ножа шевця"*, рівновелика площі круга, побудованого на *BD*, як на діаметрі.

В задачах 1, 2 мова йде про серпки Гіппократа, рівновеликі деякому трикутнику, від якого можна легко перейти до рівновеликого квадрата. В задачах 3, 4 серпки рівновеликі деякому кругу. Виникає питання: чи не можна від площі даного круга перейти до рівновеликих серпків, а від них до рівновеликого квадрату?

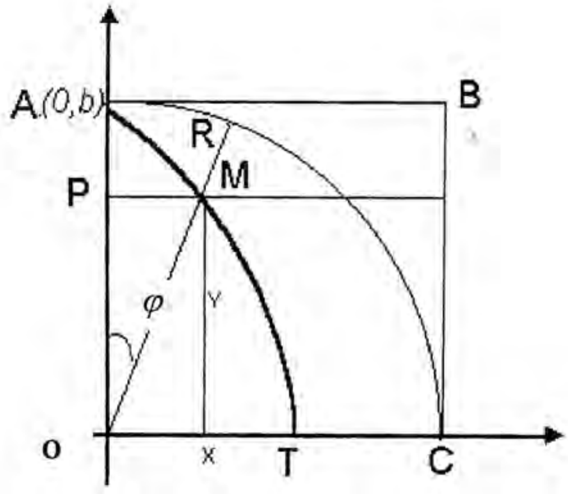
Якщо прийняти радіус даного кола за одиницю, то його площа, як нам тепер відомо, дорівнює π. Отже, квадратура круга зводиться до побудови квадрата, із стороною $\sqrt{\pi}$, якщо дано одиничний відрізок. Іншими словами, питання про можливість розв'язати проблему квадратури круга циркулем і лінійкою - це питання про побудовність числа $\sqrt{\pi}$, виходячи з поля раціональних чисел. Оскільки побудовність числа $\sqrt{\pi}$ рівносильна побудовності числа π, то вся проблема зводиться до природи числа π.

Ми знаємо тепер, що π - трансцендентне число, тобто не може бути коренем жодного алгебраїчного рівняння з раціональними коефіцієнтами. Це і означає, що воно не може бути побудоване циркулем і лінійкою, виходячи з поля раціональних чисел, тобто задача квадратури круга не може бути розв'язана циркулем і лінійкою.

Факт трансцендентності числа π був встановлений лише в 1882 році німецьким математиком Фердинандтом Ліндеманом (1852-1939). Цим завершився багатовіковий період спроб розв'язати проблему квадратури круга, а також численні дослідження арифметичної природи числа π.

Але задача про квадратуру круга може бути розв'язана, якщо розширити засоби побудов. Це було відомо ще стародавнім грекам.

При розв'язуванні задач штучними методами особливу увагу доцільно приділити цікавим кривим. Ми пропонуємо розглянути властивості квадратриси, цисоїди Діоклеса, конхоїди Нікомеда, спіралі Архімеда.



Мал. 6

Нехай у квадраті $OABC$ із стороною b (мал. 6) сторона OA рівномірно обертається навколо точки O, як центра, за годинниковою стрілкою до положення OC і проходить цей шлях за t одиниць часу. Одночасно пряма AB, перпендикулярна до OA, рівномірно переміщується від положення AB до положення OC (залишаючись весь час паралельною собі) і проходить цей шлях за той самий час. Множина точок перетину в кожний момент часу рухомого відрізка OA і рухомої прямої AB утворюють криву лінію - *квадратрису*.

З побудови квадратриси випливає її основна властивість: для будь-яких точок квадратриси кути, на які обертається рухомий промінь, пропорційні відстаням, що їх проходить за відповідний час рухома пряма.

Для виведення рівняння цієї кривої введемо декартову прямокутну систему координат так, щоб її початок збігся з точкою O, а вісь абсцис пішла по стороні OC. Якщо весь час, протягом якого рухомий радіус повернеться на кут $\frac{\pi}{2}$, а рухома сторона пройде відстань $OA=b$, прийняти за одиницю, то за час $t, (0 \le t \le 1)$ радіус повернеться на кут $\varphi = \frac{\pi}{2} t$, а сторона переміститься на віддаль $AP=bt$. Тому координати відповідної точки M квадратриси дорівнюють:

$$y = b - bt = b(1-t), \quad x = y\, ctg\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = b(1-t)\, ctg\, \frac{\pi}{2}(1-t)$$

Виключаючи з цих рівностей параметр t, дістанемо рівняння квадратриси:

$$x = y\, ctg\, \frac{\pi}{2b} y.$$

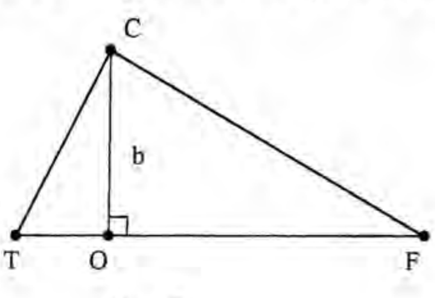
Ми бачимо, що квадратриса є трансцендентною кривою, вона була першою трансцендентною кривою в історії математики. Квадратрису можна досить легко побудувати механічно, шляхом фактичного поєднання прямолінійного і обертового рухів, або скористатися можливостями комп'ютера.

Діностpат здійснив квадратуру круга за допомогою квадратриси. А саме, він використав відрізок OT, що його відтинає квадратриса на вісі абсцис. Використовуючи методи математичного аналізу, ми тепер легко можемо обчислити абсцису точки T. На підставі відомої границі $\lim\limits_{z \to 0} \frac{z}{tgz} = 1$ дістанемо:

$$OT = \lim_{y \to 0} \frac{y}{tg\, \frac{\pi}{2b} y} = \frac{2b}{\pi}, \text{ де } b = OA.$$

Отже, маючи відрізок OT, можна побудувати циркулем і лінійкою відрізок довжиною π, а значить і квадрат із стороною $\sqrt{\pi}$.

Діностpат прийшов до того ж результату, але за допомогою складних міркувань (які в неявній формі включали зроблений нами граничний перехід).



Мал. 7

ARC - чверть кола, розміщеного в квадранті AOC, AMT - квадратриса цього квадранта (мал. 6). За властивістю квадратриси:

$$ARC : OC = OC : OT, \quad ARC = \frac{OC^2}{OT} = \frac{L}{4}, \quad \text{де } L \text{ -}$$

довжина кола.

ARC побудуємо як четвертий пропорційний відрізок (мал. 7):

$OF = ARC = \dfrac{2\pi b}{4}, (R = b)$; якщо радіус прийняти за 1, то $OF = \dfrac{2\pi}{4} = \dfrac{\pi}{2}$, $2OF = \pi$. Сторону шуканого квадрата $\sqrt{\pi}$ можна побудувати як середнє геометричне відрізків π і b.

На заняттях 4-5 „Деякі проблеми сучасної математики" студентам пропонуються такі питання:

1. Перша проблема Гільберта.
2. Проблема Ферма.

При викладенні змісту цих проблем особливий акцент доцільно зробити на можливість обговорення їх з учнями старшої школи (на факультативних чи гурткових заняттях з математики) з метою формування їх наукового світогляду.

Досвід нашої роботи показує, що організація активної діяльності, демонстрація можливості і доцільності використання елементів історизму при викладенні математики в школі значно підвищує позитивну мотивацію навчальної діяльності студентів при вивченні курсу історії математики.

Література:

1. Конфорович А.Г. Визначні математичні задачі. - Київ, Рад. школа, 1981.-188 с.
2. Чистяков В.Д. Три знаменитые задачи древности. – Москва, Учпедгиз, 1963.-95 с.
3. Костарчук В.М., Хацет Б.І. Про можливе і неможливе в геометрії циркуля і лінійки. – Київ, Рад. школа, - 1962.-126 с.

Сиваківський Б.Я.
Вінницький державний педагогічний університет
ім. Михайла Коцюбинського

Формування сучасного світогляду учнів в контексті історичного досвіду розвитку і навчання математики

Кардинальні зміни в суспільному розвитку, потреба забезпечення національних інтересів України у світовому співтоваристві, започаткована докорінна реформа системи освіти загострюють проблеми формування світогляду підростаючого покоління. Оскільки найважливішим завданням усієї навчально-виховної роботи в школі вважається формування наукового світогляду учнів, зміст цього поняття в сучасних умовах потребує всебічного обгрунтування.

В даній статті розглянуто методологічні підходи до формування світогляду учнів, з'ясовується вплив історичного розвитку математики на методичні концепції, а також окреслено можливі напрями формування наукового світогляду учнів в процесі навчання математики.

За часів Радянського Союзу світогляд визначала ідеологія марксизму-ленінізму. З цих позицій написана, зокрема, вся тогочасна науково-методична література, в тому числі й література з методики математики. Цілеспрямоване формування світогляду було віднесене до однієї з найважливіших складових комуністичного виховання, яке, у свою чергу, підпорядковувалось стратегічній меті створення суспільства без антагоністичних класів. Уособленням такого суспільства ставала "нова історична спільність" – радянський народ. Про "воспитание в духе преданности коммунизму" писалося в усіх тогочасних посібниках з методики викладання математики (В.М.Брадіс, С.А. Гастєва та ін.).

Сутність комуністичного виховання неможливо збагнути, не беручи до уваги особливого характеру марксистсько-ленінської доктрини, яка з'явилася на хвилі посилення авторитету, суспільного впливу наукових знань. В XIX ст. вражаючі здобутки природознавства, успіхи науково-технічної революції призвели до появи образу Людини-Повелителя, котрій підкорена природа і підвладні її закони. Цей образ активно культивувала призначена для молоді науково-фантастична література (Ж. Верн, О. Бєляєв, Гр. Адамов, М. Трублаїні), його в повній мірі використали ідеологи революційного перетворення природи і суспільства. Натхненне пророкання В. Лєніна "Ум человеческий открыл много диковинного в природе и откроет ещё больше, увеличивая тем свою власть над ней…" (Повне зібрання творів, т.18, с.298) втілювалося згодом у "підкоренні" Півночі і атома, цілини і Космосу... За часів Сталіна ідеологія доповнила риси Повелителя рисами Завойовника. "У нас создаётся новый человек… Социалистический человек хочет завоевать мир, и не только мир, существующий на земном шаре…". Войовнича ідеологія спричинила навіть відповідне слововживання в науково-популярній математичній літературі: "вторжение математики продолжается – и со всё возрастающей интенсивностью… математическая экспансия стала привычной…".

В період розмивання основ радянського суспільного устрою фразеологія комуністичного виховання поступово втрачала категоричність, зміст його поступово трансформується – поряд з порадами щодо формування матеріалістичного світогляду, атеїстичного виховання з'являються, наприклад, мотиви екологічного виховання, виховання почуття патріотизму.

Тим часом ставлення до наукових знань в сучасних умовах зазнало глибокої кризи, оцінка ролі науки набула негативного відтінку. Проблеми довкілля, Чорнобиль, переорієнтація соціальних та морально-етичних цінностей зумовили помітну втрату інтересу молоді до занять наукою. В суспільній свідомості посилився вплив релігії, набули поширення містичні уявлення, індустрія масової культури культивує бездуховність. З іншого ж боку, прискорений розвиток наукових знань упродовж останніх століть і їх вплив на цивілізаційні процеси надав науці незаперечного авторитету, залишаючи за нею право останнього слова в обговоренні будь-яких проблем буття.

Та чи не є загрози, що їх можемо вважати опосередкованим наслідком розвитку науки, свідченням хибної методології наукового пошуку в цивілізаційних вимірах? Якщо можливі еволюційні тупики у розвитку природи (пригадаймо хоча б дольодовиковий період життя на Землі), то чому їх не може бути й у розвитку наукових знань (яскравий приклад – тисячолітня історія геоцентричного вчення!)?.. Зрештою, хто зважиться сьогодні прогнозувати довгострокові наслідки інформатизації і генетичних експериментів?

В комуністичній ідеології науковим вважався діалектико-матеріалістичний світогляд, поширений не тільки на природу в цілому, а й на суспільство (історичний матеріалізм). Не піддавалося сумніву, що науковий світогляд грунтується на "експериментальних та теоретичних знаннях, які характеризуються об'єктивністю, істинністю, загальною значущістю, цілеспрямованістю, відтворюваністю, детермінованістю, необхідністю, ефективністю у змінах природно-історичної дійсності". Така його характеристика заздалегідь давала підстави для критичного ставлення до релігійного світогляду, який a priori характеризується менш переконливими, з точки зору "наукового" атеїзму, категоріями. Однак точки зору на науковий світогляд можуть бути й іншими.

Говорячи про формування наукового світогляду в процесі навчання математики, природно запитати – що з надбань минулого періоду ми можемо і навіть зобов'язані зберегти, що потребує критичного перегляду, що потрібно докорінно переосмислити або й взагалі рішуче відкинути?

На нашу думку, найперше потрібно визначитись щодо співвідношення між науковим і релігійним світоглядом. За радянських часів ці світогляди рішуче протиставлялись. На жаль, періоди ворожого ставлення церкви до науки, переслідування вчених за їх переконання начебто переконливо свідчили, що релігія і наука несумісні. З відмовою від марксистсько-ленінського вчення як офіційної державної ідеології, а також беручи до уваги визнання главою католицької Церкви Іваном-Павлом II помилок, допущених в ставленні до науки, вибачення за переслідування вчених, питання про стосунки науки і релігії набуло іншої тональності. Тим часом матеріали про антагонізм, непримиренність релігійного і наукового світогляду, про переслідування церквою вчених і досі використовуються вчителями у виховній роботі. А як за таких умов пояснити учням той факт, що багато відомих математиків були глибоко віруючими людьми?

І наука, і релігія мають спільне негативне ставлення до різного роду марновірств. Але якщо релігійний світогляд привертає наші погляди до Бога, науковий світогляд утверджує цінності, пов'язані з пізнанням об'єктивної Істини. Однак і те, й інше несумісне з чаклунством, магією, містичною астрологією.

Для формування наукового світогляду в процесі навчання математики кардинальним є питання про походження математичних понять. Багато переконливих і науково достовірних фактів свідчать на користь матеріалістичної теорії. Так, ми напевно знаємо, що первісне поняття натурального числа формувалося протягом надзвичайно тривалого часу в процесі практичної діяльності. У різних народів це відбувалося по-різному, але в різноманітті спостерігаємо разючі приклади схожості (наприклад, рахунок групами по п'ять, десять або двадцять та змішані групи). Мовознавчий аналіз числівників показує, що в багатьох мовах назви деяких із них мають виразний антропоморфний характер. По-різному складалися системи запису чисел, а перемога в "боротьбі за виживання" позиційної системи числення відбулася лише завдяки колективному практичному досвіду і еволюції емпіричних знань.

Цікавим прикладом тупикового розвитку техніки обчислень є рахунок за допомогою жестів. В практиці торгівлі дії над числами "на пальцях" мали своїх віртуозів, до сьогодні цю техніку використовують люди з вадами слуху, але помітного впливу на розвиток математики такі обчислення не мали. "Відмерли" і такі популярні свого часу засоби обчислень, як рахівниці і логарифмічні лінійки.

Таким чином, перефразовуючи відомі слова Дедекінда, можемо дійти висновку – якщо натуральні числа справді придумав Бог, то збагнути їх світ і навчитися ними користуватись людині довелося самотужки, доклавши для цього багато зусиль і часу й зробивши при цьому чимало хибних кроків.

Подібний висновок можемо зробити й щодо еволюції геометричних понять, які теж мають безумовне матеріальне походження. Навіть сучасна математика немислима без дивовижної сили інтуїції і просторової уяви, що дозволяє збагнути зміст неевклідових геометрій, багатовимірних і навіть нескінченновимірних просторів, ідеї і методи функціонального аналізу.

Отже, у філософському аспекті сучасний світогляд учнів має грунтуватися на матеріалізмі. Але чи можна вважати матеріалізм надійною підставою для нашої певності у собі? Світ, який прагне пізнати наука, є невичерпним джерелом завжди менш досконалих, аніж об'єкт пізнання, знань. Поняття математичної моделі переконливо пояснює і ефективність математичних методів, і їх обмеженість, і феномен надійності математичної теорії, яка є "точним знанням", одержаним за допомогою аксіоматичного методу та чітко окресленої логіки. Разом з тим, є досить підстав погодитися, що процес пізнання нескінченний, а його "завершеність" може свідчити хіба що про глухий кут, до якого мимоволі потрапляє Розум.

Кожне покоління схильне вважати, що, нарешті, саме воно пізнало Істину. Але в момент, здавалось би, остаточного тріумфу з'являється щось, що змушує докорінно переглядати усталені погляди. До наукових потрясінь спричинилися свого часу ірраціональні та комплексні числа, неевклідова геометрія і теорія відносності, квантова механіка. Наївно було б думати, що через кілька десятків чи сотень років результати нинішньої науки викликатимуть таку ж повагу у нащадків, якою вони користуються нині. Швидше навпаки, те, що сьогодні вселяє в нас певність, згодом буде виглядати безнадійним анахронізмом подібно тригонометрії Птоломея чи теорії "теплової рідини".

З середини XIX ст. у математиці триває процес аксіоматизації різних її розділів. Виникають логічно досконалі теорії дійсних чисел, створюється вичерпна аксіоматика арифметики і евклідової геометрії, формуються абстрактна алгебра і загальний погляд на геометричні системи (неевклідові геометрії, Ерлангенська програма Фелікса Клейна). Поступово утверджується переконання, що математика – це гра у символи, яку можна цілковито формалізувати, алгоритмізувати, навіть "механізувати". До середини XX століття закладаються основи ідеології інформатики, популяризатори науки захоплено розповідають про машинні переклади, гру в шахи з ЕОМ, електронних "композиторів" і "поетів". Сотні математиків залучаються до започаткованого групою Бурбакі генерального впорядкування математики на основі ідей множини і структури, надання математиці характеру формальної системи знань. Але знаменита теорема Геделя, як і змістовні математичні дослідження, переконливо засвідчили, що відчайдушні спроби "затиснути" математику в лещата формальної логіки, перетворити її на гру в символи не обіцяють успіху. Процес пізнання нескінченний, нескінченним є й розвиток математичних знань.

Важливим є питання про зв'язок наукового і мистецького світоглядів. В 60-их рр. XX століття суспільний резонанс викликала суперечка "фізиків" і "ліриків". Однак спроба протиставлення гуманітарних наук і природничих, протиставлення естетико-емоційних і математичних методів пізнання методологічно неправомірна. Давно помічено, що математиці властива особлива краса, яку інколи називають, щоправда, холодною. На наш погляд, вона є, швидше, досконалою, оскільки грунтується на симетрії. Недарма теорію груп називають математичною теорією краси! Відомо також, яку важливу роль відіграють міркування симетрії в розв'язуванні задач, в структурі математичних співвідношень. Неоціненними для естетичного сприймання математичних ідей і методів є аналогії і узагальнення.

Звичайно, в межах математики чи природничих наук морально-етичні проблеми не розглядаються. Це – компетенція релігії, філософії, гуманітарних наук. І тому, якщо науковий світогляд абсолютизується (стає, наприклад, технократичним), він здатен завдавати шкоду сфері духовності.

Тисячолітня історія накопичення, впорядкування і еволюції математичних знань є помітним явищем у світовій культурі. Тому потрібно зберегти, захистити і примножити це надбання цивілізації, забезпечити неперервність еволюції математики. Але при цьому загострюється ще одне кардинальне питання – математичні знання мають стати доступними лише вузькому колу "обраних", як це було в Давньому Єгипті, Вавилоні, чи вони можуть бути неодмінним елементом інтелекту кожного громадянина демократичного суспільства? В першому випадку поширення набудуть лише прагматичні знання (алгоритми) на рівні користувачів математики (як це й мало місце в згаданих суспільствах-деспотіях), в іншому – заняття математикою будуть ознакою інтелектуальної діяльності, що додає гідності і зміцнює становище в суспільстві.

Як відомо, у Східних деспотіях навчали виключно прагматичної математики, а "таємниці" розвитку математичних знань були відомі лише обраним, мудрецям. Подібну ситуацію спостерігаємо нині в деяких розвинутих країнах, масові школи яких демонструють вражаюче низький рівень математичної підготовки учнів, а носіями і творцями математичних знань є наукова еліта. Зменшення годин на вивчення математики в загальноосвітній школі з одночасним культивуванням профільного навчання може виявитись проявом цієї тенденції в системі математичної освіти України.

Історичний досвід і психолого-педагогічні дослідження переконують, що заняття математикою в дитинстві і юності є надзвичайно важливими для розвитку раціонального мислення, вони корисні також для формування соціально важливих якостей особистості – наполегливості, зосередженості, спрямованості на досягнення результату, працьовитості. На жаль, традиція масового навчання математики в школах далека від досконалості, про що свідчить хоча б драматичний перебіг реформ навчання математики на початку XX ст., так званої модернізації шкільної математики в другій половині XX століття. Розрив між математикою-наукою і математичною освітою залишається загрозливо великим. Ми не можемо не намагатися подолати його, хоч поки що особливих успіхів досягти не вдалося.

Щоб пояснити причини проблем і труднощів у навчанні математики, варто згадати, що методика навчання математики як наука сформувалася, за історичними мірками, зовсім недавно – їй всього лиш близько 150 років. Тому над нею тяжіють стереотипи традиційного математичного мислення, а її еволюція й досі зазнає потужного впливу процесів, які відбувалися в математиці в другій половині XIX і впродовж XX століття. Цим пояснюється та прикра обставина, що й сьогодні процес навчання математики багато в чому зберігає авторитарний характер. Неприваблива гра в символи, правила якої мало зрозумілі, – такою бачать математику багато учнів. Відлякують від математики і "монстри", що їх щедро родить практика репетиторства і математичних олімпіад. Спроби наблизити шкільну математику "до життя", "оновити" її часто зводяться до не дуже вдалого переказу "своїми словами" перших розділів університетських підручників.

Вже багато десятиліть шкільна геометрія – найбільш послідовно побудований навчальний предмет – містить виклад лише однієї з можливих, хоч і найбільш близької до практичного досвіду учнів, аксіоматичних систем. Питання про можливість побудови різних моделей світу, зв'язок геометрії з фізикою навіть не ставиться. Закінчуючи школу, більшість учнів переконані, що геометрія є завершеною наукою, яка сформувалася переважно в далеку давнину і яка займається обчисленням площ і об'ємів. Не дивно, що така світоглядна "позиція" згодом заважає зрозуміти, наприклад, ідеї лінійної алгебри і методи теорії груп.

Суттєвим недоліком шкільних курсів є мало вмотивована, а тому незрозуміла учням логіка розгортання навчального матеріалу, що нагадує багатобарвну мозаїку, в якій важко розгледіти завершене зображення. В підручниках не відображається або не розкривається навіть там, де це можливо, розвиток понять, ідей і методів математики, внутрішньопредметні зв'язки в навчанні все ще використовуються недостатньо.

Викликом для сучасної методики навчання математики є те, що ***логіка навчання математики зовсім не адекватна логіці побудови математичної теорії.*** Справді, метою побудови математичної теорії є систематизований виклад усталених теоретичних знань. Засвоєння цієї теорії стає основою для подальших досліджень. Але ж хіба учень вивчає математику лише для того, щоб згодом десь її застосовувати? Це хибна теза! Метою навчання математики є засвоєння пізнавальних технологій безпосередньо в процесі її вивчення. Розвиток мислення, формування вольових якостей, світоглядних позицій відбувається аж ніяк не після засвоєння курсу, навпаки – курс є засобом, що дозволяє розвивати мислення учнів, привчати їх до праці, яка вимагає зосередження, наполегливості тощо. І гармонійний світогляд учня сформується лише під впливом засвоєння цілісної, довершеної системи знань, в якій усі складові гармонійно поєднані. Тому вирішальним для побудови навчального курсу математики є не "дидактична" логіка розгортання матеріалу, а узгодженість, що сприймається учнями як гармонія математичних знань. Естетичні мотиви мають відігравати в навчанні математики не меншу роль, ніж силогізми.

Справді докорінні зміни в навчанні математики ще попереду.

Сьогодні зусилля переважної більшості вчителів математики спрямовані, передусім, на засвоєння учнями елементів знань, необхідних умінь і навичок, загальнокультурний і світоглядний потенціал математичної освіти ними часто не реалізується. Їх можна зрозуміти, адже математика – це мова, навчати якої нелегко. Засвоєння учнями математичних понять і методів, необхідних вмінь і навичок, оволодіння основами логічної культури вимагають багато часу, копіткої праці, зусиль. Яким же чином віднайти можливості ще й для формування світогляду? Готових рецептів і "царських доріг" тут не тільки немає, а й, напевно, бути не може.

Традиційно процес навчання математики називається навчально-виховним, що передбачає синтез у досягненні дидактичних цілей і виховного впливу на учнів. Здебільшого вчителі застосовують словесні методи виховного впливу, багато з них переконані, що для формування світогляду учнів потрібно проводити бесіди, організовувати спеціальні виховні заходи тощо. Мимоволі складається враження, що в неперервному процесі власне навчання (засвоєння навчального матеріалу, розв'язування задач) час від часу мають з'являтися "вставки", мета яких – формування світогляду учнів. Таке "механічне" поєднання навчального і виховного середовища аж ніяк не може вважатися навчально-виховним процесом. Тут над нами тяжіє більш ніж двохтисячолітня традиція.

Ще Сократ вчив – людина, котра знає, що таке доброчесність, обов'язково буде доброю. Платон захоплено розповідав: "дітей вчителі змушують вивчати вірші гарних поетів – а в них немало виховую чого, багато оповідань повчальних і похвал і прославляння древніх доблесних мужів, щоб дитя їх мало за зразок, прагнучи стати таким же". Минули століття, а віра в магічну силу слова не зникла. *Провести бесіду, корисною буде бесіда, природно розповісти, провести бесіду, доцільно розповісти, доцільно наголосити, доречною буде бесіда, доцільно провести бесіду, проводимо бесіду, провести бесіду, змістовну бесіду, провести бесіду, вивчення дає матеріал для бесід...* – такими "заклинаннями" переповнено, наприклад дві сторінки (!) книги Л.М. Лоповка, які містять рекомендації щодо виховної роботи в процесі навчання математики. Недарма В.М. Брадіс вжив навіть таке формулювання, як "проповедь советского патриотизма".

Практика комуністичного виховання цілковито ґрунтувалася, по суті, на ідеях Платона. "Воспитание в духе преданности коммунизму. При каждом удобном случае учитель должен указать… обращать внимание… Не всегда можно изложить ученикам суть научных открытий наших замечательных соотечественников, но даже знакомство с их биографиями вызовет чувство гордости и уважения к ним".

Насправді у формуванні наукового світогляду словесні методи повинні відігравати підпорядковану, далеко не найважливішу роль. Як буття людини визначає сприймання нею світу і її ставлення до нього, так зміст і організація навчального матеріалу, а також спрямованість навчально-пізнавальної діяльності закладають основи світогляду учнів. Тому проблема полягає не в збільшенні кількості бесід на світоглядні теми, а в якісній зміні розуміння категорії "навчально-виховний процес".

Передусім, слід кардинально переглянути зміст і методи навчання математики. Поряд з технологіями, мета яких "навчити", своє місце мають зайняти інформаційні технології, мета яких "ознайомити". Навчанню слід надати "інтернетного" характеру, що відводить важливе місце зручному інтерфейсу (діалогічним системам), довідковим масивам і нічим не обмеженій можливості самостійного опанування необхідних вмінь. За таких умов зростатиме і роль об'єктивного контролю результатів навчання, їх обліку і корекції.

Потрібно рішуче урізноманітнювати навчальний матеріал, створювати не тільки резервації для математичних "динозаврів" (конкурсні задачі, різнорівневі збірники вправ тощо), а й заповідники для матеріалу, наближеного до сучасної математичної проблематики. Ще чекають свого часу ідеї сучасної алгебри, не зайвим було б ще раз осмислити й уроки модернізації. У формуванні наукового світогляду учнів засобами математики на сучасному етапі значно зростає не тільки роль новітніх засобів навчання, а й видозмінюється функціонування традиційних. Необхідно врешті-решт відмовитись від безособової форми подання навчального матеріалу, посилити інформаційну насиченість підручника, його комунікативні характеристики.

На сучасному етапі значно зростає роль різноманітних форм роботи з обдарованою учнівською молоддю. Тому потрібно відновити традицію видання науково-популярної літератури, використавши для цього не тільки поліграфічні можливості, а й сучасні комп'ютерні технології. Популяризація історії розвитку математичних понять, ідей, методів повинна мати світоглядну спрямованість, виховувати повагу до цінностей світової культури. Велична і драматична картина пізнання в усій її діалектичній суперечливості, намальована щирими, небайдужими словами, зворушить юне серце, розбудить уяву, покличе до знань.

Важливим є впровадження до сучасних технологій навчання проблемно-генетичного методу. Його застосування грунтується на тому, що готові знання, які мають завершений вигляд, не є першорядним об'єктом засвоєння. Об'єкт засвоєння – це, в першу чергу, вміння самостійно здобувати знання, тому, наприклад, знайомство з творчою лабораторією видатного математика може справді виявитись і повчальним, і корисним уроком пошукової діяльності. Нами розроблена методика організації такої діяльності, зокрема на матеріалі творчості Леонарда Ейлера.

Привабливим було б виходити з того, що навчання математики є не тільки ефективною школою раціонального мислення для учнів, а й позитивно впливає на їх моральні якості. Але історія переконливо засвідчує, що в усі часи математики ніколи не належали до кращої частини людства, хоч серед них завжди було чимало достойних його представників, як, зрештою, й серед інших професійних груп.

Тому чи не єдиним вагомим аргументом на користь масового і на високому рівні навчання математики залишаються її загальнокультурні вартості. Якщо методика математики візьме на озброєння цю тезу і зуміє віднайти адекватну систему навчання, ми зможемо переконатися, що в процесі засвоєння математичних знань можна ефективно формувати цілісний науковий світогляд підростаючих поколінь. А такий світогляд, гармонійне світовідчуття, усвідомлення власної належності до сповненого таємниць і все ж таки пізнаваного світу неодмінно створять в душі учня той необхідний імунітет, перед яким виявляться безсилими сумнівні спокуси, збайдужіння і духовне спустошення.

Література:

1. М. Калінін. Виступ на нараді вчителів-відмінників 28 грудня 1938 р.
2. В. Успенський. Передмова до зб. статей "Математика в сучасному світі" – М., 1967.
3. Тростников В. Научна ли «научная картина мира»? // Новый мир. – 1989. – №12. – С. 257 –263.
4. Б. Сиваківський. Світоглядні аспекти "точного знання"/ Математика. № 42 – 43. – Листопад 2001 р.
5. Виховна робота на уроках геометрії – К.: Радянська школа, 1986.
6. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средней школе. – М., 1954
7. Гастева С.А. и др. Методика преподавания математики в восьмилетней школе. – М., 1965.
8. Б. Сиваківський. Узагальнення як метод наукового пошуку. // Математика в школі. – 2000. – №1. – С. 23 – 27.
9. Б.Сиваківський, З.Сиваківська. Деякі чудові узагальнення // Математика в школі. – 2004. – №1. – С. 30 –33.

Зміст

Історія математики в навчальному процесі у середніх і вищих навчальних закладах.

Наукове видання

НАУКОВИЙ ЧАСОПИС
НПУ ІМЕНІ М.П. ДРАГОМАНОВА

Серія 3. Фізика і математика у вищій і середній школі.

Редколегія не завжди поділяє погляди авторів статей.
За достовірність викладених фактів відповідальність несе автор.

Підписано до друку 15.12.2004 р. Формат 60x84/8.
Папір офсетний. Гарнітура Times.
Ум. др. арк. 17,25. Обл.-вид. арк. 20,57
Наклад 100 прим. Зам. № 382
Віддруковано з оригіналів.

Видавництво Національного педагогічного університету
імені М.П. Драгоманова. 01601, м.Київ, вул. Пирогова, 9
Друкарня НПУ імені М.П. Драгоманова.
01601, м. Київ, вул. Пирогова, 9
Свідоцтво про реєстрацію № 1101 від 29.10.2002.
(044) 239-30-26