Аннотация

В работе проведен анализ экспериментальных результатов температурного поведения люминесценции и проводимости специально нелегированных высокоомных монокристаллов селенида цинка. Предложена энергетическая модель центра свечения с максимумом излучения при 960нм, объясняющая температурное поведение люменисценции доминирующих полос (630 та 960нм) и рост тока рентгенопроводимости при высоких температурах.

Annotation

The paper analyzes the experimental results of the temperature behavior of luminescence and conductivity of the specially undoped high-ohmic zinc selenide crystals. An energy model of the luminescence center with an emission peak et 960nm, explaining the temperature behavior luminescence dominant bands (630 and 960nm) and an increase in the X-ray conductivity at the high temperatures is proposed.

УДК 378.147: 512.8

Требенко Д. Я., Требенко О. О.

ПРО ВВЕДЕННЯ ПОНЯТТЯ МНОГОЧЛЕНА ВІД БАГАТЬОХ ЗМІННИХ В КУРСІ "АЛГЕБРА І ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ"

Аналіз сучасної навчальної літератури з алгебри дозволяє виділити 3 основні підходи до введення поняття многочлена від багатьох змінних: функціональний, формальний і сучасний алгебраїчний.

Відповідно до функціонального підходу многочлен від багатьох змінних над кільцем K – це функція дійсних (комплексних) змінних $x_1, x_2, ..., x_n$, яка може бути представлена у вигляді $f(x_1, x_2, ..., x_n) = \sum_{i=0}^{s} A_i x_1^{\alpha_{1i}} x_2^{\alpha_{2i}} ... x_n^{\alpha_{ni}}$, де $A_i \in K$. Така "функціональна" точка зору на многочлен характерна для математичного аналізу, часто використовується в природничих науках. Однак в алгебрі вона не завжди є коректною (див. [1]).

Формальний підхід тлумачить многочлен від багатьох змінних над кільцем K як формальний вираз виду $\sum_{i=0}^{s} A_i x_1^{\alpha_{1i}} x_2^{\alpha_{2i}} ... x_n^{\alpha_{ni}}$, де $A_i \in K$, $x_1, x_2, ..., x_n$ – деякі символи, букви, "картинки" з певними формальними правилами дій над ними. Таке означення активно використовується в тих областях математики, для яких природа об'єктів-символів значення не має, а важлива лише форма запису. Але виникає питання, що розуміти під символами $x_1, x_2, ..., x_n$. Далі, якщо $x_1, x_2, ..., x_n$ – символи, то треба і вирази $A_i x_1^{\alpha_{1i}} x_2^{\alpha_{2i}} ... x_n^{\alpha_{ni}}$ і знак + також вважати символами і домовлятись про певні правила дій на множині всіх цих символів. При першому ознайомленні із поняттям такі громіздкі записи сприймаються студентами надзвичайно складно. Але не сказати про ці символи нічого, не вводити правила дій – значить не досить науково викласти матеріал.

Сучасний алгебраїчний підхід полягає в означенні многочлена як елемента певної алгебраїчної структури (кільця, векторного простору, лінійної алгебри). За такого підходу розгляд починається із побудови цієї структури, її елементи називають многочленами. А потім встановлюється загальний вигляд цих елементів. За такого підходу проблеми виникають вже на етапі відтворення студентом означення. Адже, щоб сформулювати означення многочлена, студенту спочатку необхідно описати процес побудови структури, і лише потім означити многочлен як елемент даної структури. В результаті, як показує досвід, студенти формулюють те означення, до якого звикли в шкільному курсі: многочлен – це сума одночленів (формальне означення, недоліки якого було описано вище). Досить громіздка побудова стає абсолютно даремною тратою часу. В результаті такого підходу не формується чітке "бачення" поняття, суть його не розкривається, вивчення матеріалу стає формальним.

Відмітимо також один досить важливий нюанс, який чомусь в підручниках, що беруть за основу сучасний алгебраїчний підхід, не знаходить відображення: при індуктивній побудові кільця многочленів від багатьох змінних слід показати "рівноправність" всіх змінних. Цей факт використовується, але не обґрунтовується.

В навчальному посібнику авторів [2] пропонується новий підхід до введення поняття многочлена від багатьох змінних в курсі "Алгебра і теорія чисел" педагогічного університету. Даний підхід є строго науковим і водночас не громіздким, доступним для студентів. Він є узагальненням підходу до введення поняття многочлена від однієї змінної, запропонованого в [1]. Експериментальні дослідження, проведені в

НПУ імені М. П. Драгоманова, підтвердили його ефективність.

Розглянемо особливості даного підходу.

За основу означення було взято можливість запису многочлена від багатьох змінних над кільцем K у вигляді

$$f = \sum_{\substack{k_1,k_2,\ldots,k_n \\ 0\le k_i\le m_i}} a_{k_1k_2\ldots k_n} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \ldots x_n^{k_n} \qquad (1).$$

Щоб не означати дії множення елементів a_i кільця K на елементи x_i і на степені x_i^k, дії множення елементів x_i і x_j, зручно розглядати і елементи a_i, і елементи x_i як елементи одного більш ширшого кільця L. В такому випадку для того, щоб забезпечити єдиність запису многочлена у вигляді (1), необхідно і достатньо вимагати, щоб система елементів $x_1, x_2, \ldots, x_n$ була алгебраїчно незалежною над кільцем K. Під алгебраїчно незалежною (АНЗ) над K системою елементів ми розуміємо таку систему елементів $x_1, x_2, \ldots, x_n$, що рівність $\sum_{k_1=0}^{m_1}\sum_{k_2=0}^{m_2}\ldots\sum_{k_n=0}^{m_n} a_{k_1k_2\ldots k_n} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \ldots x_n^{k_n} = 0$, де $a_{k_1k_2\ldots k_n} \in K$, можлива тоді і лише тоді, коли $a_{k_1k_2\ldots k_n} = 0$ для всіх наборів показників ($k_1, k_2, \ldots, k_n$).

Використання поняття алгебраїчно незалежної над кільцем системи елементів для означення многочлена від багатьох змінних пропонується вперше. Це дозволяє ввести поняття многочлена від однієї і багатьох змінних абсолютно аналогічно.

Кільце многочленів від однієї змінної	*Кільце многочленів від багатьох змінних*
Нехай $\langle L;+,\cdot\rangle$ – комутативне кільце з одиницею 1, K – підкільце кільця L, $1\in K$, і нехай $x \in L$ – трансцендентний над K елемент. Многочленом від змінної x над кільцем K називається кожен елемент $f\in L$, який можна записати у вигляді $f = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$, де $a_i \in K$ для всіх $i = 0,1,\ldots,n$, $n \in \mathrm{N} \cup \{0\}$.	Нехай $\langle L;+,\cdot\rangle$ – комутативне кільце з одиницею 1, K – підкільце кільця L, $1\in K$, і нехай система елементів $x_1, x_2, \ldots, x_n \in L$ – АНЗ над K. Многочленом від змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над кільцем K називається кожен елемент $f \in L$, який можна записати у вигляді $f = \sum_{\substack{k_1,k_2,\ldots,k_n \\ 0\le k_i\le m_i}} a_{k_1k_2\ldots k_n} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \ldots x_n^{k_n}$, де $a_{k_1k_2\ldots k_n} \in K$, $m_i \in \mathrm{N} \cup \{0\}$ для всіх $i = 0,1,\ldots,n$.
Для довільного многочлена $f\in L$, $f \ne 0$, від змінної x над K розклад за степенями елемента x існує і єдиний.	Кожний многочлен $f\in L$, $f \ne 0$, від змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над K можна, причому єдиним чином, записати у вигляді $f = \sum_{(k_1,k_2,\ldots,k_n)\in M} a_{k_1k_2\ldots k_n} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \ldots x_n^{k_n}$ де $a_{k_1k_2\ldots k_n} \in K$, M – скінченна, в такий спосіб, що f не матиме подібних членів і членів з рівними 0 коефіцієнтами.
Теорема. Нехай K – підкільце з одиницею комутативного кільця $\langle L;+,\cdot\rangle$, x – елемент із L, трансцендентний над K. Тоді: 1) множина $K[x]$ всіх многочленів від змінної x над	Теорема. Нехай K – підкільце з одиницею комутативного кільця $\langle L;+,\cdot\rangle$, $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – система елементів із L, АНЗ над K. Тоді: 1) множина $K[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ всіх многочленів від змінних

Кільце многочленів від однієї змінної	Кільце многочленів від багатьох змінних
кільцем K утворює кільце; 2) кільце $K[x]$ є мінімальним підкільцем кільця L, яке містить як кільце K, так і елемент x.	$x_1, x_2, ..., x_n$ над кільцем K утворює кільце; 2) кільце $K[x_1, x_2, ..., x_n]$ є мінімальним підкільцем кільця L, яке містить як кільце K, так і елементи $x_1, x_2, ..., x_n$.
Теорема. Кільце многочленів від однієї змінної існує над довільним комутативним кільцем K з одиницею.	Теорема. Кільце многочленів від багатьох змінних існує над довільним комутативним кільцем K з одиницею.
Теорема. Нехай K і K_1 – комутативні кільця з одиницею, $K[x]$ – кільце многочленів від змінної x над K, $K_1[y]$ – кільце многочленів від змінної y над K_1. Тоді якщо $K \overset{\varphi}{\cong} K_1$, то $K[x] \overset{\psi}{\cong} K_1[y]$. **Наслідок.** З точністю до ізоморфізму кільце многочленів від однієї змінної над довільним комутативним кільцем K з одиницею – єдине.	Теорема. Нехай K і K_1 – комутативні кільця з одиницею, $K[x_1, x_2, ..., x_n]$ – кільце многочленів від змінних $x_1, x_2, ..., x_n$ над K, $K_1[y_1, y_2, ..., y_n]$ – кільце многочленів від змінних $y_1, y_2, ..., y_n$ над K_1. Тоді якщо $K \overset{\varphi}{\cong} K_1$, то $K[x_1, x_2, ..., x_n] \overset{\psi}{\cong} K_1[y_1, y_2, ..., y_n]$. **Наслідок.** З точністю до ізоморфізму кільце многочленів від багатьох змінних над довільним комутативним кільцем K з одиницею – єдине.

Пропонований авторський підхід до введення поняття многочлена від багатьох змінних, як показує практика, і сприймається легше, оскільки узагальнює відомий студенту вже осмислений матеріал, і, що дуже важливо, дозволяє уникнути неточностей, пов'язаних із необхідністю доведення “рівноправності” змінних, про які йшла мова вище.

Використана література:

1. *Требенко Д. Я., Требенко О. О.* Методика введення поняття многочлена над комутативним кільцем з одиницею // Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія №5. Педагогічні науки: реалії та перспективи. – Випуск 17: збірник наукових праць. – К. : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2009. – С. 226-234.
2. *Требенко Д. Я., Требенко О. О.* Алгебра і теорія чисел: У 2 ч. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2013. – Ч.2.
3. *Требенко Д. Я.,Требенко О. О.* Методика введення поняття многочлена над комутативним кільцем з одиницею // Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія №5. Педагогічні науки: реалії та перспективи. – Випуск 17: збірник наукових праць. – К. : Вид-во НПУ імені М.П.Драгоманова, 2009. – С. 226-234.
4. *Требенко Д. Я., Требенко О. О.* Алгебра і теорія чисел: У 2 ч. – К. : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2013. – Ч. 2.

Аннотация

Рассматривается авторский подход к введению понятия многочлена от многих переменных над коммутативным кольцом с единицей. Для определения понятия многочлена впервые предложено использовать понятие алгебраической независимости над кольцом конечного множества элементов.

Annotation

Authors' approach to the introduction of the concept of a polynomial in several variables over the commutative ring with identity is considered. A concept of algebraic independence over the ring of a finite set of elements for the definition of the polynomial is proposed for the first time.

УДК 511.72 + 517.51

Замрій І. В.

МНОЖИНИ ЧИСЕЛ З ПОСЛІДОВНІСТЮ ФІКСОВАНИХ $\overline{Q_3}$-СИМВОЛІВ ТА З ОБМЕЖЕННЯМ НА ВЖИВАННЯ ЦИФРИ

Існує багато різних моделей загальної аксіоматичної теорії дійсних чисел. Один з класів таких теорій використовує трисимвольний алфавіт $A = \{0,1,2\}$. Він включає і класичну теорію дійсних чисел як теорію трійкових рядів і її різнопланові узагальнення та модифікації. Разом з цим розвиваються теорії зображення дійсних чисел засобами нескінченного алфавіту [1-4]. Крім того між системами зображення