

2Г

Черкаський державний університет
імені Б.Хмельницького

На правах рукопису


АКУЛЕНКО ІРИНА АНАТОЛІВНА

УДК 372.851

**Система диференційованих вправ з
логічним навантаженням як засіб
розвитку логічного мислення учнів
5-6 класів при вивченні математики**

13.00.02. Теорія і методика навчання математики

Дисертація на здобуття наукового ступеня
кандидата педагогічних наук



Науковий керівник
кандидат педагогічних наук, доцент
Тарасенкова Ніна Анатоліївна

Черкаси - 2000

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1. Предмет і теоретичні основи розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів при вивченні математики	
1.1. Основні тенденції формування та розвитку логічного мислення учнів у теорії і практиці навчання математики.	14
1.2. Психолого-педагогічні основи розвитку логічного мислення учнів.	29
1.3. Основні компоненти логічного мислення учнів.	47
1.4. Методична модель розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів при вивченні математики.	66
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1	86
РОЗДІЛ 2. Методика формування та розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів при вивченні математики.	
2.1. Будова системи диференційованих вправ з логічним навантаженням.	90
2.2. Методика впровадження системи диференційованих завдань у процес навчання математики.	135
2.3. Система засобів навчання та використання нових інформаційних технологій для розвитку логічного мислення учнів у процесі навчання математики.	163
2.4. Організація, проведення та результати педагогічного експерименту.	171
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2	181
ВИСНОВКИ	184
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	190
ДОДАТКИ	208

ВСТУП

Розширення міжнародного співробітництва, формування відкритого ринку праці спонукають до того, щоб рівень освіти у кожній країні, яка стала на шлях розширення міжнародних зв'язків, був якомога вищим. Україна, як самостійна і незалежна держава, зараз здійснює реформування шкільної освіти, виходячи з проблем, традицій, рівня духовного і економічного розвитку суспільства. Прийняті Закон України “Про освіту” [1] і національна програма “Освіта. (Україна XXI ст.)” [67], яка передбачає диференціацію навчання в основній і старшій школі, як необхідну умову гуманізації навчального процесу та гуманітаризації змісту освіти.

Основною метою загальноосвітньої школи є гармонійний розвиток особистості. Одним із аспектів процесу формування особистісних якостей школярів є забезпечення відповідного рівня розвитку їх логічного мислення, який виступає необхідною передумовою адаптації учнів до соціального, професійного, культурного життя у суспільстві. Сучасні соціальні умови вимагають від людини здатності знаходити ефективні способи вирішення проблем, вибирати оптимальний розв'язок із декількох альтернативних, вміння передбачати можливий розвиток подій, аргументовано і несуперечливо обґрунтовувати свою точку зору перед опонентами.

У концепції математичної освіти України серед цілей навчання математики виділено інтелектуальний розвиток дітей, формування позитивних рис особистості, розумової активності, пізнавальної самостійності, саморегуляції, творчого підходу у навчальній діяльності [108].

У проекті стандарту освітньої галузі “Математика” підкреслено, що “вирішальне значення для системи шкільної освіти має формуючий аспект предмету математики, широкі можливості його для інтелектуального розвитку особистості. Йдеться, насамперед, про розвиток логічного мислення, просторових уявлень та уяви, пам'яті, уваги, алгоритмічної культури, вмінь встановлювати причинно-наслідкові зв'язки між окремими фактами, обґрунтовувати твердження, математизувати реальні ситуації” [68,с.15]. Серед цілей і завдань вивчення математики у проекті стандарту вказується “розвиток логічного мислення і математичної мови, умінь

логічно обґрунтовувати твердження, використовувати різні мови математики (словесну, символічну, графічну)” [68, с.16].

У програмі з математики як для основної, так і для профільної школи велика увага надається розвитку мислення, зокрема, абстрактного, логічного, алгоритмічного [167]. Високий рівень розвитку логічного мислення учнів виступає і як мета математичної освіти і як основа, на якій опанування учнями математичних знань йде значно ефективніше. У ході оволодіння математичними знаннями формується і розвивається здатність дедуктивно міркувати на основі застосування інтуїтивних логічних “передзнань”. У той же час, у процесі цілеспрямованого застосування дедуктивного методу міркувань на уроках математики відбувається подальше вдосконалення логічного мислення учнів, зокрема, їх інтуїтивної логіки.

Соціальний досвід формує певний рівень правильності і логічності суджень. Але його утворення проходить шляхом проб і помилок. Як доводить Н.Ф.Тализіна [201], розвиток логічного мислення учнів йде “взагалі” - без знання системи необхідних прийомів, їх змісту і послідовності формування. Це призводить до того, що логічне мислення учнів значною мірою розвивається стихійно.

Стихійне формування та розвиток логічного мислення учнів є недостатньо надійним, раціональним та ефективним. Констатуючий експеримент показав, що учні часто допускають такі логічні помилки: починаючи доводити одну тезу, “перескакують” на іншу, іноді по декілька разів; допускають невиправдані узагальнення, коли на основі недостатнього числа фактів виводяться закономірності. Іноді, висновок, справедливий лише при виконанні певних умов, формулюється як безумовний. Складним для учнів є виведення і встановлення різниці між причинно-наслідковими та інспіраційними (зв’язок типу “привід - явище”) відношеннями і залежностями. Встановлюючи причинно-наслідкові зв’язки, учні часто не вказують обмежень. Не поодинокими є помилки при визначенні понять.

Зазначені помилки мають психологічну основу. Цим обумовлена складність завдання розвитку логічного мислення учнів. Так, у психології доведено, що у процесі сприйняття і переробки інформації у кожного індивіда має місце відносне домінування однієї з півкуль головного мозку. Права півкуля оперує іконічними,

ієрогліфічними знаками або образами, ліва - забезпечує ті форми психічної діяльності, які базуються на сприйнятті штучних знаків та їх інтерпретації. Але це не означає, що індивіди з переважно лівопівкулевим типом не здаті образно сприймати навколишній світ, а індивіди з переважно правопівкулевим типом не здатні орієнтуватися у чисто логічній ситуації. У психологічних дослідженнях [18,184] обґрунтовується необхідність і можливість розвитку не лише специфічних притаманних суб'єкту півкульових структур, але і тих, які в індивіда розвинені менше.

Таким чином, завдання розвитку логічного мислення учнів у процесі навчання математики є об'єктивно необхідним і виконуваним, хоча і складним. Для його реалізації вчителю необхідно глибоко володіти логічними основами матеріалу, що вивчається, враховувати психолого-педагогічні основи процесу розвитку логічного мислення і мати адекватний методичний інструментарій.

Ставити завдання розвитку логічного мислення учнів лише у процесі навчання математики було б неправомірно. Аналогічне завдання висувається і у процесі навчання іншим дисциплінам. Так у програмі з фізики [171] зазначено, що однією з цілей навчання фізики є розвиток логічного мислення учнів, уміння користуватися методами індукції та дедукції, аналізу, синтезу, робити висновки та узагальнення. У програмі з біології вказується, що курс біології вирішує завдання забезпечення уявлення і розуміння наукової картини живої природи на основі аналізу загальнобіологічних закономірностей, встановлення причинно-наслідкових зв'язків [170]. Шкільна програма з географії передбачає розв'язування багатьох задач, серед яких виділяють опанування навичками логічного мислення [169]. У ході навчання хімії передбачається розвивати уміння спостерігати, класифікувати і пояснювати хімічні явища [168].

В Україні на сучасному етапі розвитку загальноосвітньої школи розробка проблеми розвитку логічного мислення у процесі навчання математики посідає особливе місце і ведеться у декількох напрямках. Визначаються логічні основи шкільного курсу математики (О.В.Кужель [111]), розробляються питання методики вивчення деяких питань математичної логіки у процесі вивчення поглибленого курсу математики (Б.Г.Орач [151]), пропонується до вивчення курс "Логіка" як у старшій школі

(В.Н.Гладунський [56]), так і в основній школі (Г.А.Апостолова), формуються програми розвитку творчого мислення, однією з характеристик якого виступає його логічність (О.Г.Гісь [55]). Однак, всі перелічені вище напрямки передбачають у ході своєї реалізації виділення спеціального часу у навчальному процесі на опанування логічних знань і умінь, що призводить до збільшення навчального навантаження школярів. Водночас, практика нашої роботи у школі показує, що учні, які вивчають елементи логіки, також припускаються логічних помилок. Непоодинокими є випадки логічної неузгодженості, суперечливості думок і суджень, недостатньої обґрунтованості висновків.

Аналіз літератури, вітчизняних та зарубіжних досліджень, досвіду роботи вчителів та власного досвіду роботи у школі свідчить, що спроба перекласти розв'язання проблеми формування та розвитку логічного мислення учнів лише на спеціалізовані класи або спеціальні навчальні курси є невиправданою. Водночас, побудова шкільного курсу математики на базі теоретико-множинної концепції і включення до нього елементів логіки з метою розвитку логічного мислення, зокрема, формування вміння визначати поняття, аргументувати і доводити судження прослідковується у математичній освіті Австрії (З.І.Слепкань, Б.Фуртак [194]), Німеччини (Т.М.Хмара [213]), Італії [4].

Ми поділяємо думку тих авторів, які звертають увагу на те, що часто можна зустріти твердження, що діяльності по засвоєнню та застосуванню математичних знань достатньо для розвитку логічного мислення учнів. Але, як підкреслює З.І.Слепкань, кожна з цих проблем має самостійне значення і свій шлях реалізації. Одночасно з цим, необхідно враховувати ті труднощі, які виникають при вивченні математики і обумовлені психологічними закономірностями людського мислення [192, с.3].

З проблемою розвитку мислення пов'язані роботи психологів про структуру та типологію мислення (А.Валлон, Л.С.Виготський, Г.С.Костюк, С.Л.Рубінштейн [36,45,174,185,186] та ін.), про загальні психологічні закономірності мислительного процесу (Д.Н.Богоявленський, П.П.Блонський, В.В. Давидов, А.М. Леонтьєв А.В.Петровський, М.Н.Шардаков [26,23,25,64,41,217] та ін.), про системи розумових

дій, що формують основу мислення (П.Я.Гальперін, А.З.Зак, Є.М.Кабанова-Меллер, Н.А.Подгорецька, Н.Ф.Тализіна [48,49,83,160,200,201] та ін.), про індивідуальні особливості мислення (Дж.Брунер, Ю.З.Гільбух [32,54] та ін.)

При розробці теоретичних і методичних аспектів проблеми ми спиралися на науково-методичні дослідження дидактів з проблеми розвитку мислення (І.Я.Лернер, М.Н.Скаткін, В.Ф.Паламарчук, О.І.Федоренко [70,154,155,206] та ін.), методики навчання математики з проблеми вивчення логічних понять, які використовуються у математиці, у середній ланці загальноосвітньої школи (А.А. Столяр, І.Л.Нікольська, Л.А.Латотін [115,146,147,196,197] та ін.), реалізації логічної складової формування понять і доведень при навчанні математики в загальноосвітній школі (З.І.Слепкань, Г.І.Саранцев, В.М.Осинська, Н.А.Тарасенкова, Н.М.Рогановський [192,188,130,202,152] та ін.), визначення змісту та обсягу курсу логіки для вивчення учнями старших класів у сучасних умовах (В.Н.Гладунський, О.А.Івін, Ю.А.Петров, В.Ю.Середа, І.В.Хоменко [56,89,157,191,214] та ін.), особливостей формування у дітей молодшого шкільного віку певних логічних умінь (О.І.Гришко, Р.В.Загоруй, О.П.Кисіль, К.П.Маланюк, Т.С.Михайлович [61,82,101,129,142] та ін.).

Теоретичний аналіз показав, що у науково-методичних дослідженнях існує певна неузгодженість у термінології щодо визначення понять “логічне мислення”, “рівні розвитку логічного мислення”, щодо вікових меж формування логічного мислення, щодо критеріїв, показників та особливостей процесу розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів, адекватних їм шляхів і засобів педагогічного впливу в умовах диференціації навчання математики.

Серед шляхів формування знань і умінь у методиці математики виділяють прямий і опосередкований. Проведено багато досліджень по проблемі формування в учнів логічних знань і умінь прямим шляхом, тобто, у явному вигляді (А.А.Столяр, І.Л.Нікольська та ін.). Однак, практика показує, що такий шлях не завжди приводить до бажаних результатів. Нерідко більш ефективним виявляється опосередкований шлях. Проте, змістове, методичне та організаційне забезпечення опосередкованого формування логічних знань і умінь учнів на основі диференціації навчання математики з використанням програмового математичного матеріалу і відповідно віковим

особливостям учнів 5-6 класів залишається мало вивченим на сучасному етапі. Не знайшли належного розкриття питання: 1) змістового наповнення компонентів логічного мислення учнів вказаного вікового періоду, 2) створення у школярів орієнтаційної основи усвідомленого застосування логічних умінь через виявлення і засвоєння ними операційного складу окремих логічних умінь, адекватного логіко-математичним основам, 3) методичного забезпечення опосередкованого формування логічних знань і умінь учнів в умовах диференціації навчання математики з використанням програмового математичного матеріалу, 4) про вплив використання у процесі навчання математики системи вправ з логічним навантаженням на розвиток логічного мислення учнів 5-6 класів і якість опанування ними математичних знань.

Отже, сучасні соціальні вимоги до розвитку логічного мислення учнів, необхідність визначення рівнів його розвитку, врахування останніх в умовах диференціації навчання математики і сучасний стан теоретичної і методичної розробки цього питання призводять до протиріччя, яке, на нашу думку, потрібно і можливо розв'язати. Цим і визначається вибір нами теми дисертаційного дослідження.

Актуальність дослідження обумовлена :

- 1) недостатньо чітким формулюванням означень понять “логічне мислення”, “структура логічного мислення”, “рівень розвитку логічного мислення”;
- 2) несформованістю єдиних підходів до визначення критеріїв та показників розвитку логічного мислення, зокрема, в учнів 5-6 класів;
- 3) недостатньою методичною розробкою науково-обґрунтованих методів, прийомів і засобів опосередкованого формування та розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів, адекватних віковим та індивідуальним особливостям, наявному рівню навченості учнів;
- 4) необхідністю створення науково-обґрунтованої методики цілеспрямованого формування та розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів в умовах диференціації навчання математики.

Дослідження розпочиналося відповідно до плану науково-дослідної роботи кафедри математики з теми “Удосконалення методики викладання провідних ідей математичного аналізу, геометрії та методики викладання математики”, затвердженої

рішенням вченої ради ЧДІП ім.300 річчя об'єднання України з Росією (протокол № 4 від 11.12.95 року). У зв'язку з реорганізацією кафедри та ВНЗ - закінчувалось відповідно до плану науково-дослідної роботи кафедри алгебри, геометрії та методики викладання математики з теми: “Актуальні проблеми методики викладання математики в середній школі”, затвердженої рішенням вченої ради ЧДУ ім.Б.Хмельницького (протокол №2 від 21.12.99 року).

Об'єкт дослідження - процес навчання математики, розвиток логічного мислення учнів 5-6 класів у процесі навчання математики.

Предмет дослідження - зміст, шляхи, методи, прийоми, організаційні форми та засоби розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів при вивченні математики.

Мета дослідження - розробити і теоретично обґрунтувати методичну систему розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів у процесі диференційованого навчання математики.

Гіпотеза дослідження - систематичне і цілеспрямоване використання у процесі навчання математики учнів 5-6 класів системи диференційованих вправ з логічним навантаженням, яка побудована з урахуванням загальних психологічних особливостей мислення учнів даного віку, зокрема, логічного мислення, рівнів розвитку його компонентів, специфіки навчального предмету, різних напрямків диференціації навчання, сприятиме підвищенню якості навчання математики.

Відповідно до мети і гіпотези дослідження було визначено такі **завдання**:

- 1) на основі аналізу літератури з проблеми дослідження уточнити зміст понять “компоненти логічного мислення”, “рівень розвитку логічного мислення”;
- 2) виявити психолого-педагогічні закономірності формування та розвитку логічного мислення молодших підлітків у сучасних умовах;
- 3) побудувати модель методичної системи формування та розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів у процесі навчання математики;
- 4) розробити та науково обґрунтувати будову та методику впровадження системи диференційованих вправ з логічним навантаженням, спрямованих на розвиток логічного мислення учнів 5-6 класів, експериментально перевірити її ефективність.

Методологічна основа: теорія пізнання, концепція навчальної діяльності (А.М.Алексюк, В.В.Давидов, Д.Б.Ельконін, А.М.Леонтьєв, І.П.Підласий та ін.), психологічні теорії мислення (Л.С.Виготський, С.Л.Рубінштейн, Г.С.Костюк, Дж.Дьюї та ін.), теорія поетапного формування розумових дій (П.Я.Гальперін, Н.Ф.Талізін та ін.), теорія розвиваючого і проблемного навчання (Л.В.Занков, І.С.Якиманська, М.І.Махмутов та ін.), положення дидактики та методики математики про системний підхід та структуру дидактичного циклу (Л.Я.Зоріна, Н.А.Тарасенкова), про закономірності формування та розвитку логічного мислення учнів (В.Ф.Паламарчук, А.А.Столяр, І.Л.Нікольська та ін.), положення про роль задач і вправ у формуванні знань і умінь (М.І.Бурда, Г.П.Бевз, О.С.Дубінчук, Ю.М.Колягін, Д.Пойя, З.І.Слепкань, А.А.Столяр, Л.М.Фрідман та ін.), сучасні концепції розвитку шкільної математичної освіти, теоретичні основи структури, методики та технології сучасного уроку (Ю.І.Мальований, Є.І.Лященко, В.О.Онищук, І.М.Чередов), комп'ютерної підтримки навчального процесу (М.І.Жалдак, Ю.С.Рамський).

У ході дослідження були використані такі **методи** науково-педагогічних досліджень:

теоретичні: аналіз психолого-педагогічної, методичної та навчальної літератури з проблеми дослідження, змісту програм і підручників з математики для 5-6 класів українських, російських та інших зарубіжних шкіл (австрійської, італійської, німецької);

емпіричні: вивчення та узагальнення вітчизняного та зарубіжного педагогічного досвіду, систематизація та узагальнення власного педагогічного досвіду, аналіз та самоаналіз уроків, спостереження, анкетування, тестування, бесіди з учителями та учнями; педагогічний експеримент (констатуючий, пошуковий, формуючий). Експериментальні дані оброблялись за допомогою методів математичної статистики.

Наукова новизна дослідження: розроблена, теоретично і експериментально обґрунтована методика розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів в умовах диференціації навчання математики на основі використання програмового математичного матеріалу, виділено логічну складову курсу математики 5-6 класів, визначена

система вимог до побудови і впровадження у процес навчання математики системи диференційованих вправ з логічним навантаженням.

Теоретичне значення дослідження:

- 1) уточнено зміст понять “компоненти логічного мислення”, “рівень розвитку логічного мислення”, критерії та показники розвитку компонентів логічного мислення учнів, виділено його рівні у контексті дослідження;
- 2) уточнено модель логічного мислення з урахуванням взаємодії свідомої і несвідомої сфери суб’єкта, виділено операційний склад окремих логічних умінь;
- 3) виявлені шляхи, методи, прийоми, організаційні форми та засоби, сприятливі для розвитку логічного мислення учнів в умовах диференційованого навчання математики;

Практичне значення результатів дослідження:

- 1) розроблені методичні рекомендації для вчителів математики по формуванню та розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів у ході навчання математики: запропоновано методика вибору шляхів, методів і прийомів, засобів впливу на формування логічних знань і умінь учнів на різних рівнях опанування програмового матеріалу у відповідності до вікових особливостей і змісту навчання;
- 2) розроблено методика побудови і застосування системи диференційованих вправ з логічним навантаженням, як одного із засобів розвитку логічного мислення учнів відповідно до їх вікових та індивідуальних особливостей, розглянуто вплив використання такої системи на якість навчання математики;
- 3) розроблені системи диференційованих вправ з логічним навантаженням з конкретних програмових тем, які впроваджені у практику роботи шкіл різних типів;
- 4) розроблені методичні рекомендації для авторів підручників, укладників збірників задач, вчителів щодо розробки подібних систем завдань;
- 5) впровадження у шкільну практику розробленої методики створення і застосування системи вправ з логічним навантаженням сприяє активному і свідомому

засвоєнню учнями навчального матеріалу, розвитку їх логічного мислення, саморозвитку і самовдосконаленню.

Обґрунтованість і достовірність отриманих результатів і висновків дисертації забезпечена методологією вихідних позицій дослідження, кількісним та якісним аналізом значного обсягу теоретичного та емпіричного матеріалу, застосуванням методів дослідження, які відповідають меті, предмету і завданням, достатнім обсягом вибірки, статистичними методами обробки даних.

Особистий внесок здобувана полягає в уточненні змісту поняття “компоненти логічного мислення” відповідно визначеному віковому періоду, моделі логічного мислення з урахуванням свідомих і несвідомих процесів психіки; визначенні змістового наповнення та рівнів розвитку компонентів логічного мислення молодших підлітків; визначенні операційного складу окремих логічних умінь; виділенні логічної складової курсу математики у 5-6 класах; виявленні ефективних шляхів, методів, прийомів, організаційних форм та засобів опосередкованого впливу на процес формування та розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів при вивченні математики; розробці методики побудови і застосування системи диференційованих вправ з логічним навантаженням як одного із виділених засобів.

Апробація і впровадження результатів дослідження здійснювались у загальноосвітніх школах №7, №9 м. Черкаси, у Черкаському колегіумі “Берегиня” при Національному Університеті “Києво-Могилянська академія”, у загальноосвітніх школах №1, №2 с.Червона Слобода Черкаської області, ЗОШ №2 с.Руська Поляна Черкаської області, ЗОШ с.Хутори Черкаської області.

Основні положення дисертаційного дослідження обговорювались на наукових конференціях “Формування інтелектуальних умінь у процесі вивчення математики та інформатики” (Суми, 1995), “Математика, її застосування і викладання” (Кіровоград, 1999), “Педагогічні технології організації навчально-виховного процесу в закладах нового типу” (Суми, 2000), на республіканському науково-методичному семінарі (Київ, 1999), на засіданнях керівників методоб’єднань вчителів математики м. Черкаси і Черкаського району (1998, 1999 р.р.), на курсах підвищення кваліфікації вчителів м.Черкаси і Черкаської області (2000 р.), на

засіданнях творчих груп вчителів, які були створені на базі міського і районного відділу освіти м. Черкаси і Черкаського району (1998-2000 р.р.), на засіданнях кафедри алгебри, геометрії та методики викладання математики Черкаського державного університету (1997-2000 р.р.)

Публікації. Результати дослідження опубліковано у 11 публікаціях. Серед них 3 статті у наукових журналах, 5-у збірниках наукових праць, 3-у матеріалах конференцій.

Розділ 1

ПРЕДМЕТ І ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ РОЗВИТКУ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ 5-6 КЛАСІВ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ

1.1. Основні тенденції формування та розвитку логічного мислення учнів у теорії і практиці навчання математики

Навчально-виховний процес повинен бути орієнтований на становлення особистості учнів, на пошук засобів педагогічного впливу, сприятливих для формування їх мислення і творчих здібностей. Оволодіння основами наук і розвиток особистісних якостей передбачають наявність логічно-несуперечливого способу мислення, який би характеризувався високим рівнем сформованості загальних розумових дій (аналізу, синтезу, порівняння, абстрагування, узагальнення, аналогії, класифікації) і прийомів розумової діяльності, активністю, цілеспрямованістю. Не менш важливою рисою є багатоваріантність мислення, яка виявляється у здатності до продукування широкого спектру гіпотез, нестандартних ідей, варіантів розв'язання проблем на основі виділення суттєвого у явищах.

Вчитель у процесі навчання математики ставить за мету не лише опанування учнями математичних знань на обов'язковому, підвищеному або поглибленому рівнях, але і інтелектуальний розвиток учнів, розвиток логічного мислення, інтуїції, просторових уявлень та уяви, алгоритмічної та інформаційної культури [59]. У теорії навчання математики і у шкільній практиці склалися різні тенденції у розв'язанні проблеми формування та розвитку логічного мислення учнів.

1.1.1. Проблема розвитку логічного мислення учнів у теорії навчання математики.

Розробка проблеми розвитку мислення учнів у теорії навчання математики відбувається на основі досліджень психологів Л.С.Виготського, С.Л.Рубінштейна, А.В.Брушлінського, Г.С.Костюка, П.П.Блонського, Д.Б.Ельконіна, В.В.Давидова, П.Я.Гальперіна, Є.М.Кабанової-Меллер, Н.Ф.Тализіної, Н.О.Менчинської,

Г.О.Люблінської, І.С.Якиманської, Я.А.Пономарьова, Ж.Піаже, А.З.Зака [45,185,33, 174,33,222,65,49,93,200,141,126,226,162,158,84] та ін., дидактів В.Ф.Паламарчук, М.М.Скаткіна, І.Я.Лернера, А.М.Алексюка, О.І.Федоренко [154,155,70,16,206] та ін.

Питанням методики формування та розвитку логічного мислення учнів надано велику увагу в роботах методистів - математиків А.А.Столяра, З.І.Слепкань, А.Д.Сьомушина, Г.І.Саранцева, В.М. Осинської, І.Л.Нікольської, Л.А.Латотіна, К.П.Маланюк [195-197,192,188,153,147,115,129] та ін.

Особливості формування у дітей молодшого шкільного віку певних логічних умінь проаналізовано у дисертаційних дослідженнях О.І.Гришко, Р.В.Загоруй, О.П.Кисіль, Т.С.Михайлович, [61,82,101,142]. В роботах В.Н.Гладунського, О.А.Івіна, В.І.Кириллова, Ю.А.Петрова, В.Ю.Середі, І.В.Хоменка, [56,90,100,157,191,214] розглядається значення вивчення курсу логіки учнями старших класів у сучасних умовах.

Проаналізована література свідчить про те, що у теорії навчання математики сформувався три основні напрямки, реалізація яких покликана сприяти вирішенню проблеми формування та розвитку логічного мислення учнів.

Перший напрямок - це введення курсу логіки в школах. Позитивний вплив вивчення курсу логіки в школах доводиться О.А.Івіним, В.Ю.Середою, І.В.Хоменком, В.Н.Гладунським [56,90,100,157,191,214] та ін. На думку цих авторів, вивчення теорії множин і логіки як окремого курсу створює єдину методологічну основу для опанування програмового матеріалу з інших дисциплін, зокрема, з математики. На нашу думку, твердження про те, що логічні знання і уміння учень може набувати лише на уроках логіки, є неправомірним. Однією з перешкод, які виникають на цьому шляху, є перевантаженість учнів матеріалом, обов'язковим для засвоєння, з інших предметів, а також недостатній рівень наукового і навчально-методичного забезпечення для реалізації даного курсу в школі.

Інший напрямок представлено у роботах методистів, які ставлять питання про включення у курс математики деякого мінімального обсягу понять класичної формальної логіки для їх спеціального вивчення. (А.А.Столяр, І.Л.Нікольська, В.М.Брадїс, К.П.Маланюк [197,147,30,129]). Специфіка проведення такої роботи у

старшій школі розглянута І.Л.Нікольською [147], у 1-5 класах - К.П.Маланюк [129], у 7-8 класах - Л.А.Латотіним [115].

А.А.Столяром [195-197] розроблялися питання створення методики логічної пропедевтики і методики виховання культури мислення у процесі навчання математики у середній і старшій школі за рахунок: математичної організації емпіричного матеріалу, логічної організації математичного матеріалу (локальної - всередині однієї теми, або глобальної - всередині цілої теорії), використання елементів логіко-математичної мови в якості засобу особливого виду наочності - “логічної наочності” [196,с.237], розгляду питань формальної логіки на факультативних заняттях і у класах з поглибленим вивченням математики.

Зокрема, до факультативних занять А.А.Столяр пропонує віднести аналіз міркувань. Однак, як переконує практика, аналіз найпростіших міркувань у ході розв'язування логічних задач є доступним вже учням 5-6 класів. Наприклад, вони інтуїтивно уявляють і застосовують закон суперечності, закон виключення третього, закони де Моргана, деякі правила виводу. Проте, наявність логічних помилок (див.додаток Д.3.) свідчить про те, що інтуїтивне застосування найпростіших правил виводу є недостатнім для формування вміння правильно міркувати.

На нашу думку, усвідомлене застосування найпростіших правил виводу сприяє подальшому розвитку інтуїції у процесі побудови правильних міркувань. Усвідомлені дії по засвоєним правилам, які ґрунтуються на логічних законах, переходять у правильні інтуїтивні дії, які безпосередньо не спираються на ці правила, а є їх опосередкованим відображенням у внутрішньому плані.

І.Л.Нікольською [146,147] поставлена проблема виховання логічної грамотності як необхідної і найважливішої частини загальної культури мислення. Нею досліджено теоретичні можливості включення елементів логіки у сучасний курс шкільної математики. Під терміном “логічна грамотність”, за І.Л.Нікольською, розуміється вільне володіння комплексом елементарних логічних знань і умінь, які утворюють основу логічного мислення і необхідні для подальшого його розвитку [147]. До них автор відносить знання правил визначення і класифікації понять, знання точного змісту і функцій слів “і”, “або”, “неправильно, що”, “якщо.. ,то...”, “тоді, і

тільки тоді” як логічних зв’язок, знання про логічну форму тверджень і правильних міркувань, про логічні помилки у міркуваннях, розуміння змісту і правильне застосування слів “логічно слідує”, “необхідно”, “достатньо”, “не більше п”, “не менше п”, знання прийомів доведення, які найчастіше використовуються.

Вихідними для нашого дослідження є наступні положення, які теоретично обґрунтовані автором.

1. Логічну грамотність необхідно починати формувати якомога раніше, по аналогії з мовною грамотністю, засвоєння логічних знань і умінь повинно проходити поступово протягом всього терміну навчання в школі.

2. Для введення і вивчення логічних понять і дій над ними доцільно використовувати теоретико-множинні поняття, останні мають інтерпретувати перші.

3. Вводити логічні поняття можливо на основі фактичного математичного матеріалу, що дозволяє суттєво спростити і впорядкувати розгляд обох видів понять, і пов’язати вивчення логічних понять з програмовим матеріалом з математики.

К.П.Маланюк [129] проведено дослідження щодо формування логічної грамотності учнів молодшої школи, в якому запропоновано програму пропедевтичної роботи з учнями по формуванню логічної грамотності на основі психологічних особливостей засвоєння знань учнями молодшого шкільного віку. Однак, поза увагою дослідників залишилась специфіка проведення такої роботи з учнями 5-6 класів.

Деякі автори, зокрема, А.А.Столяр [197], О.І.Маркушевич [134] розглядають питання про використання елементів математичної логіки для впорядкування і вдосконалення логічної побудови курсу математики. На сучасному етапі у роботах українських авторів (О.В.Кужель [111]) висвітлюються питання про логічні основи коректної побудови шкільного курсу математики.

Характерною спільною особливістю розглянутих двох напрямків є те, що акцент робиться на внесенні змін у зміст навчального матеріалу, на його логічній систематизації, методичному забезпеченні засвоєння певного обсягу логічних знань у явному вигляді. Але ми вважаємо, що прослідковується певне недооцінювання важливості опосередкованого вдосконалення операційної сторони мислення. Ми схиляємось до думки тих дослідників, хто вбачає розвиток логічного мислення на шля-

хах рівномірного формування та розвитку змістової, операційної, мотиваційної і контрольної-корекційної сторони логічного мислення учнів шляхом опосередкованого формування логічних знань і умінь.

Третій напрямок є розробкою проблеми методичного забезпечення процесу формування та розвитку логічних умінь учнів на основі знань правил логіки у процесі навчання математики. Він відображений у дослідженнях В.М.Осинської, Д.Пойа, Н.М.Рогановського, Г.І.Саранцева, З.І.Слепкань [132,153,161,183,188,192] та ін. Дисертаційне дослідження О.І.Гришко [61] присвячене особливостям формування у молодших школярів умінь доказово міркувати. Р.В.Загоруй [82] проаналізувала специфіку формування умінь робити різні види умовиводів у молодших школярів, М.Н.Шардаков [217] сформулював вимоги до системи завдань на формування вміння робити індуктивні умовиводи, А.М.Капіносів [97] обґрунтував запропоновану методику формування вміння проводити доказові міркування при вивченні математики у 5-6 класах в умовах диференціації навчання.

Однак, методики, запропоновані авторами, не передбачають формування орієнтаційної основи тих логічних умінь, розвитку яких вони мають сприяти. На нашу думку, усвідомленість застосування логічних умінь учнями 5-6 класів досягається за рахунок опановування логічних основ окремих умінь і засвоєння їх операційного складу. Розробка питання диференціації у процесі розвитку логічного мислення, а також ролі, будови і методики застосування системи вправ з логічним навантаженням як одного із засобів опосередкованого впливу на процес формування та розвитку логічних знань і умінь учнів 5-6 класів не знайшла свого адекватного висвітлення.

1.1.2. Тенденції формування та розвитку логічного мислення учнів у практиці навчання математики.

Проаналізуємо деякі тенденції формування логічного мислення, які склалися у практиці навчання математики протягом 60х-90х років. У кінці 60-х на початку 70-х років була проголошена реформа шкільної математичної освіти. Основою процесу модернізації як початкової математичної освіти, так і змісту курсу математики у цей період у середній і старшій школі стали експерименти психологів, дидактів, мето-

дистів В.В.Давидова, Д.Б.Ельконіна, А.І.Маркушевича, групи співробітників сектора навчання математики Інституту загальної і політехнічної освіти АПН ССРСР. Відомий угорський дослідник в області модернізації початкової освіти З.П.Дьонеш [210] ставив завдання навчати дітей дошкільного і молодшого шкільного віку логіці засобами гри. Ним було створено спеціальний дидактичний матеріал “логічні блоки” і спеціальні ігри, у процесі яких діти навчалися правильному виконанню логічних операцій.

У 1971р. була прийнята програма з математики для середньої школи з 4-го по 10 клас і групою вчених під керівництвом академіка А.М.Колмогорова розроблено пакет відповідних підручників. Побудова курсу математики базувалася на теоретико-множинній концепції. А.М.Колмогоров підкреслював: “Ми бачимо без сумніву, що основною позицією курсу математики повинна бути позиція “наївної теорії множин” [103,с.16]. Шкільна програма не визначала логіку як окремий предмет, однак, передбачалось ознайомлення учнів з початками логіки на уроках математики разом з використанням логіко-математичної мови і символіки.

Прибічники широкого впровадження відповідної мови у шкільну математику (А.М.Колмогоров, А.А.Столяр, А. А. Ляпунов [103,195,197]) обґрунтовували доцільність цього процесу у зв'язку з викладанням основ теорії множин і логіки на описовому рівні. Проте, Н.Я.Віленкін, А.І.Маркушевич та ін. вважали, що сучасну символічну мову математики при безсумнівно великому її значенні не можна вважати обов'язковою для засвоєння кожним учнем. Тому немає необхідності починати вивчення символіки з 5 - 6 класу [134, с.26].

Місце теорії множин і математичної логіки у навчанні математики різні автори також визначали по-різному. Одні (А.А.Столяр) вимагали відвести цим розділам одне з основних місць у шкільній математиці, інші, навпаки, вважали, що навіть згадування цих розділів у загальноосвітній школі зайве. Ряд українських авторів (В.А.Вишенський, Л.А.Калужнін [46] та ін.) схилилися до поміркованого, але систематичного використання елементів математичної логіки і теорії множин у шкільному курсі математики. Акцентувати увагу при цьому пропонувалося не стільки на тому, щоб елементи математичної логіки були включені до шкільної про-

грами, скільки на тому, щоб ідеї, що сформувалися у цій галузі математики, стали наскрізною лінією курсу математики в загальноосвітній школі. Пріоритетного значення надавалося формуванню уміння логічними міркуваннями виводити одні твердження з інших, критично аналізувати ситуації і твердження, будувати узагальнення.

Експериментальне навчання, яке здійснювали названі автори, показало, що неусвідомлюваний, інтуїтивно сформований досвід аналізу логічної структури доведень, підкріплений введеними поняттями логічних зв'язок утворює такий логічний апарат, який допомагає учням краще розуміти структуру поняття і математичного твердження, хід його доведення [46, с.36]. Однак, говорячи про необхідність введення, зокрема, кванторів загальності, існування, правила контропозиції, схеми доведення від супротивного, у згаданих роботах не уточнюється як, коли і в якій формі доцільно проводити відповідне навчання.

Хоча елементи математичної логіки формально не ввійшли у прийняту в 1971 програму з математики, однак побудова шкільного курсу математики без врахування основних положень математичної логіки, без використання її основних понять вважалася неможливою.

Наприклад, у розроблених на той час підручниках не згадується про операції над висловленнями, але фактично багато понять, що зустрічаються у курсі математики 4-5 класів, пов'язані з поняттями кон'юнкції і диз'юнкції висловлень, зокрема, подвійні нерівності і нестрогі нерівності. Операція заперечення висловлень у 4-5 класах не вводиться, однак, певна пропедевтична робота проводилася з метою кращого усвідомлення учнями методу доведення "від супротивного".

Учням 4-5 класів давалося поняття про множини, елементи множин, підмножини, відношення належності, включення, операції об'єднання множин, перетину множин разом із відповідною символікою. Починаючи з 6 класу в курсі алгебри і геометрії рекомендувалося застосовувати позначення логічного слідування (\Rightarrow) рівносильності (\Leftrightarrow), використовувати позначення для заперечення висловлення

Аналіз практики впровадження прийнятої на той час програми, проведений Ю.І. Мальованим та З.І.Слепкань [132], показав як позитивні, так і негативні моменти. Авторами відзначався більш високий рівень математичних знань і логічного мислення учнів експериментальних класів, їх уміння порівняно вільно користуватися термінологією і висловлювати свої думки математичною мовою. Водночас, наголошувалося на недостатньо чіткому поясненню у діючих на той час підручниках окремих понять, наприклад, поняття об'єднання множин, що негативно впливало на його розуміння учнями.

Поступово навчання математики переорієнтувалося зі способів формального запам'ятовування або заучування фактичного математичного матеріалу на навчання прийомам розумової діяльності. Так, В.М.Осинська серед пріоритетних називала завдання розвитку мислення учнів у ході цілеспрямованого навчання прийомам розумової діяльності уже в 4-5 класі [152,с.43]. Б.В.Гнеденко застерігав від формального засвоєння математичних знань і наголошував на тому, що формалізм математичних знань, допущений на цьому етапі, важким тягарем супроводжує учнів на протязі подальшого навчання, заважаючи набуванню звички до повноцінного мислення [58, с.4-5]. П.М.Ерднієв наголошував на неприпустимості захоплення "символікою заради символіки", надмірною формалізацією подачі математичних фактів і ставив питання про взаємозв'язок логіки і психології у реальних процесах мислення дітей, а також необхідність врахування впливу обох складових при створенні методик навчання [224, с.69].

З 1978 року знову постало питання про певні зміни у змісті математичної освіти. Серед факторів, які спричинили реформування тогочасного шкільного курсу математики, можна виділити наступні.

По-перше, зміст шкільного курсу математики необхідно було привести у відповідність до змін у програмах з інших природничих дисциплін, зокрема, фізики, біології, у зв'язку з чим посилювалася прикладна складова математичної освіти, на перший план висувалися вимоги теоретико-функціонального виховання учнів, розвитку функціонального мислення, ознайомлення з методами математичного аналізу, а в геометрії - з елементами векторної алгебри, поняттям руху.

По-друге, відзначалося те, що рівень обчислювальних та алгоритмічних навичок учнів знизився, використання термінології і символіки було недостатньо впорядкованим.

По-третє, реалізація ідей, закладених у прийнятих програмах, не знайшла адекватного відображення у підручниках, які були перевантажені матеріалом занадто високого ступеню абстрактності (В.С.Владимиров, Л.С.Понтрягін, А.Н.Тихонов, Л.В.Канторович, С.Л.Соболев [39,96]). Відзначалася недостатня спрямованість програм на розвиток асоціативного мислення, інтуїції, винахідливості, творчого мислення [96].

Названі вище недоліки реформи математичної освіти 70-х років поєднувалися з багатьма позитивними моментами. Наведемо коротко нові елементи, якими збагатився шкільний курс математики.

1. Теоретико-множинний підхід.
2. Введення елементів математичної логіки. На першочерговому прикладному і міжпредметному значенні “логічної складової” курсу математики наголошували О.Д.Александров, Т.А.Кондрашенкова, І.Л.Нікольська, М.В.Потоцький, Н.М.Рогановський [15,107,163,183].
3. Геометричні перетворення площини і простору (рухи, гомотетія, подібність).
4. Метод координат. Цей метод у попередніх шкільних курсах був поданий лише при дослідженні основних елементарних функцій. Введення вивчення методу координат у шкільну геометрію дозволило по-новому підійти до розв’язування геометричних задач.
5. Векторна алгебра, яка в попередніх шкільних курсах була практично відсутньою, стала важливим засобом розв’язання математичних і фізичних задач.
6. Початки диференціального та інтегрального числення.

Важливими для нашого дослідження є наступні положення, які повинні були реалізовуватись у ході модернізації шкільної математичної освіти. Система виховання логічної культури включає у себе такі етапи: у процесі навчання математики виділяється логічна складова шкільного курсу, розглядаються логічні поняття на

уроках математики, а потім здійснюється перехід до їх використання як у математиці, так і в інших дисциплінах [107]. Формування та розвиток логічного мислення учнів доцільно пов'язувати не із засвоєнням певного обсягу формулювань, доведень і готових міркувань, а з виконанням якнайбільшої кількості вправ з логічним навантаженням, які б допомагали засвоювати логіку формулювань, доведень і міркувань на прийнятному рівні строгості [46].

При вивченні математики у середніх класах доцільно застосувати “прематематичні доведення” і обґрунтування (за К.Фрейтегом [210]), типові узагальнюючі приклади, які передбачають менший рівень абстрактності і здійснення розумових дій на рівні оперування з матеріальними або матеріалізованими об'єктами. Під терміном “прематематичний” К.Фрейтег розуміє первинність такої діяльності, яка у процесі пізнання передуює розвитку абстрактних математичних уявлень. У той час вказувалось, що учнів 4-5 класів необхідно вчити правильно будувати означення понять через рід і видову відмінність, бачити положення означуваного поняття у системі інших понять, правильно і усвідомлено виконувати таку логічну дію як класифікація і переносити сформовані вміння на інші дисципліни [15, с.62.]. Це положення не втратило своєї актуальності і у теперішній час.

Як показує проаналізована література, на початку 80-х років у навчанні математики домінуючим став змістовий підхід, в основу якого було покладено акцентування уваги на змістовій стороні теоретичного матеріалу, звільнення від понадмірної формалізації, посилення прикладної спрямованості шкільного курсу математики. При цьому підкреслювалося, що засвоєння змісту математичного поняття повинно передувати роботі над його логічною структурою, а символіка повинна використовуватись у тій мірі, в якій вона полегшує запис, допомагає економити час і прояснювати зміст математичного матеріалу.

Прийняття змістового підходу передбачало певне вивільнення часу за рахунок відмови від вивчення формальних конструкцій і спрямування його на формування і розвиток практичних навичок учнів. Аналізуючи систему понять тогочасного шкільного курсу математики, Л.С.Понтрягін і А.С.Міщенко [143] вказували на наступні її особливості: по-перше, ця система повинна якнайбільше відповідати

інтуїтивним уявленням школярів; по-друге, число понять, які безпосередньо не використовуються при розв'язуванні задач, повинно бути мінімальним; по-третє, поняття, уявлення, які важко підкріпити матеріалізованими моделями, по можливості, повинні бути виключені зі шкільного курсу.

У відповідності до прийнятих підходів були внесені зміни до підручників 4-5 класів. Були вилучені питання, пов'язані з теорією множин (числові множини, множини з будь-якими елементами, перетин і об'єднання множин, знаки \in , \emptyset). Знайомство з нерівностями обмежувалось введенням знаків " $<$ ", " $>$ ", не розглядалися подвійні або нестрогі нерівності так само, як і питання про розв'язок нерівностей. Були вилучені питання, що стосуються геометричних перетворень площини, спрощена символіка, знято задачі на побудову циркулем і лінійкою. Завдання формування логічної культури учнів поступилося місцем питанню формування культури обчислень.

Поряд із цим у програмі 1985 року відзначалося, що одним із найважливіших завдань шкільної математики є логічний розвиток учнів. Як зазначалося, самі об'єкти математичних умовиводів і прийняті у математиці правила їх конструювання сприяють формуванню умінь обґрунтовувати і доводити судження, наводити чіткі означення, розвивають логічну інтуїцію [166].

У методичному забезпеченні процесів формування та розвитку логічного мислення учнів акценти змістилися з питань ознайомлення учнів з елементами основ математичної логіки на питання- формування навичок доведень і обґрунтувань (К.Фрейтег [210]), правильного визначення понять на прийнятому рівні строгості (Н.Я.Віленкін, С.К.Абайдулін, Р.К.Таварткіладзе, Р.К.Богачова [37,24]), узагальнюючого повторення на рівні понять, на рівні систем понять і на рівні теорії (Г.В.Дорофєєв [72]). Особливого значення набула проблема застосування школярами евристик, яка продовжує розроблятися і зараз (Д.Пойа, М.Б.Балк, Г.Д.Балк, В.М.Лейфура, В.Н.Пушкін [161,20,117,179]). Для нашого дослідження важливим є положенням про те, що озброєння учнів евристичними прийомами повинно йти поряд із виділенням логічних кроків, пошуком і усуненням логічних прогалин, посту-

повим розгортанням дедуктивних умовиводів у логічну схему (Т.С.Маліков, В.М.Медведська, Г.І.Саранцев [130,131,138,188]).

Проблема визначення доцільного співвідношення інтуїції і логіки з метою підвищення ефективності процесу навчання математики проаналізована в роботах Г.В.Дорофєєва, Т.С.Малікова [72,131] та ін. Процес формування математичних понять досліджувався в роботах А.Д.Мишкіса, П.Г.Сатьянова [145]. У нашому дослідженні ми виходили із положення про необхідність проводити спеціальну роботу по формуванню та розвитку інтуїтивного логічного “передзнання” аналогічно до інтуїтивного математичного “передзнання” [145,с. 18].

У кінці 80-х на початку 90-х років у зв'язку зі зміною пріоритетів у системі освіти, які втілювалися у переорієнтації на гуманізацію навчально-виховного процесу і гуманітаризацію змісту освіти, на перший план виступило завдання створити реальні умови для диференціації навчання у відповідності до здібностей і нахилів учнів з урахуванням різноманітних умов, у яких знаходяться школи. У руслі цього процесу постала проблема формування та розвитку логічного мислення учнів [187].

Серед недоліків попереднього змісту математичної освіти відзначали перевантаженість технічними деталями і віддаленість від загально-культурних цілей, деякі дефекти наукового характеру і стилю викладання матеріалу в підручниках. До проблем змісту освіти у 5 - 6 класах, які вимагають спеціальної уваги, відносили пропедантику елементів дедукції.

Гальмування розвитку логічного мислення учнів цього віку пов'язувалося з виключенням дійсно застарілих за змістом арифметичних задач і громіздких обчислень. Але відхід від розв'язування задач арифметичним способом і недостатня увага до завдань з логічним навантаженням привели до виникнення прогалин у системі логічних знань і умінь молодших підлітків. Тому розроблялися питання методики розв'язування арифметичних задач і задач логічного конструювання у 5-6 класах (І.К.Акірі, А.Г.Гайштут, Л.Н.Удовенко [14,47,205]). Однак, питання розробки, методики вибору і застосування вправ з логічним навантаженням на основі диференціації у процесі розвитку логічного мислення і диференціації навчання математики у 5-6 класах залишилося мало розробленим.

Отже, у практиці навчання математики прослідковується тенденція: від активного впровадження елементів логіки разом із відповідною символікою і термінологією у шкільний курс математики у 60-х роках до повної відмови від них у 80-х роках. Зміна пріоритетів в освітній галузі на початку 90-х років знову поставила на порядок денний необхідність виділення логічних основ шкільного курсу математики, методичного забезпечення процесу формування в учнів певних логічних знань і умінь.

1.1.3. Вивчення елементів логіки в курсі математики шкіл Італії.

Система освіти в Італії, яка склалася на сьогоднішній день, є багатоступінчатою і досить розгалуженою. Вона включає у себе навчання і виховання на декількох ступенях і охоплює дітей віком від 3 до 18 років (рис. 1.1).

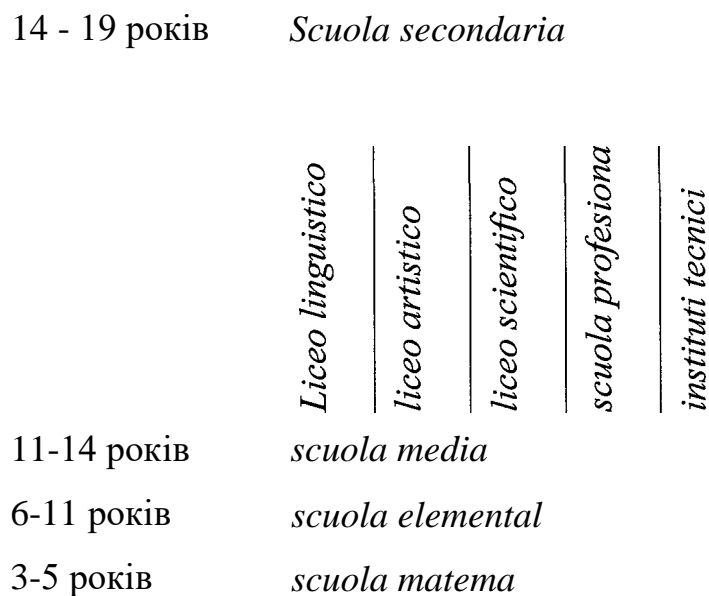


Рис. 1.1. Система шкіл Італії.

Основною метою навчання в італійських школах є формування та розвиток інтелектуальної та висококультурної особистості, здатної самостійно та критично мислити. Дисципліни, які вивчаються, покликані гармонійно здійснювати свій внесок у виконання цього завдання.

У програмі з математики наголошується, що значення цієї науки полягає у тому, що вона дає можливість вивчати шляхом формалізації реальні явища природи, а,

з іншого боку дає можливість конструювати моделі того, що в природі у реальному фізичному плані не існує, але є продуктом розумової праці людини (числові системи і т. п.). У процесі вивчення математики розвивається як інтуїція, так і логіка, здатність до аналітико-синтетичного мислення. Учні навчаються евристичним прийомам мислення, вчать застосовувати індукцію і дедукцію, правильно міркувати відповідно до законів логіки [229,230]. Тому елементи логіки вивчаються на кожному ступені навчання в італійській школі.

Проаналізуємо, як на ступенях навчання, відповідних молодшому підлітковому віку, забезпечується розвиток логічного мислення учнів на уроках математики. Спочатку в *scuola elementari* більше уваги приділяється розвитку “інтуїтивної логіки”, формуванню логічних знань і умінь на рівні неусвідомленого застосування.

При переході в *scuola media* на початку навчання учні засвоюють деякі евристичні прийоми, навчаються діям абстрагування і формалізації. Більша увага приділяється умінню міркувати як індуктивно, так і дедуктивно, усвідомлено застосовувати аналіз і синтез для розв’язування математичних задач і завдань іншого характеру.

Пропедевтика вивчення понять формальної логіки має місце на першому курсі навчання в *scuola media* при вивченні поняття “множина”, операцій над множинами. Учні знайомляться із поняттями “множина”, “скінченна та нескінченна множина”, “підмножина”, “порожня множина”, способами задання множин. Вивчаються основні операції над множинами і активно використовується теоретико-множинна символіка і діаграми Ейлера-Венна [231,с.470-512]. Елементи формальної логіки вводяться як матеріал, обов’язковий для засвоєння. Як результат вивчення елементів логіки “інтуїтивна логіка” дитини поступово трансформується в усвідомлене застосування основних правил і законів логіки.

У результаті вивчення елементів логіки в *scuola media* учень повинен: розуміти зміст і знати означення поняття “висловлення”, “логіка висловлень”; розрізняти та інтерпретувати кон’юнкцію, диз’юнкцію та заперечення висловлень за допомогою сполучників “і”, “або”, “або..., або...”, “неправильно, що...”; розуміти аналогію між цими операціями і раніше вивченими операціями над множинами; вміти

інтерпретувати логічні операції та таблиці істинності за допомогою електричних схем; знати означення імплікації та еквіваленції, як подвійної імплікації; розуміти співвідношення між прямим та оберненим висловленнями.

Крім елементів пропозиційної логіки вивчаються різні види означень понять: через найближчий рід і видову відмінність, генетичне, аналізуються прийоми, якими часто замінюють визначення понять (опис і характеристику). Діти знайомляться з деякими схемами правильних міркувань:

$A \vee B; A \wedge B; A \Rightarrow B; B \Rightarrow C; A \Rightarrow B; A$

$B \wedge B \wedge A \wedge C \wedge B$

При цьому передбачається, що учні знайомляться з символікою, яка застосовується. Також даються початкові знання описового характеру про логіку предикатів, але не в плані застосування, а в плані ознайомлення.

Для того, щоб учні краще розуміли зміст операцій з висловленнями, проводиться аналогія між операціями з висловленнями і операціями з множинами, операції кон'юнкції, диз'юнкції, заперечення інтерпретуються через електричні ланцюги. Зміст операції еквіваленції пояснюється на прикладах без використання таблиць істинності.

Однак, спеціально виділеного часу на вивчення елементів логіки, на думку вчителів, недостатньо, тому часто на уроках використовуються додаткові вправи для розвитку логічного мислення. Більшість завдань, які пропонуються для розв'язування, передбачають не алгебраїчний, а арифметичний спосіб розв'язання. Більш детальне висвітлення питання про вивчення елементів логіки в італійських школах представлено у роботі [4].

1.2. Психолого-педагогічні основи розвитку логічного мислення учнів

Процеси мислення людини є предметом вивчення таких наук як філософія, логіка, психологія, дидактика. Означення мислення, які існують у цих науках, дещо відрізняються. Проте філософське розуміння мислення є методологічною базою для розкриття суттєвих властивостей цього поняття всіма іншими науками.

У філософії мислення визначається, як вища форма відображення об'єктивної реальності, цілеспрямоване, опосередковане і узагальнене пізнання суб'єктом суттєвих зв'язків і відношень предметів і явищ, яка виникає і реалізується у процесі постановки і розв'язання практичних і теоретичних проблем [207,с. 382].

Питання про форми і закони людського мислення вивчаються *логікою*. Процес мислення розглядається як активне відображення об'єктивного світу, що здійснюється у формі суджень, понять, умовиводів, у ході якого виділяються і усвідомлюються різні сторони і властивості об'єкту, що відображається, йде встановлення відповідних відношень і зв'язків [106,с.367]. Більш детально розглянемо психологічні концепції мислення.

1.2.1. Психологічні концепції мислення.

Вивчення розумової діяльності психологами і дидактами ведеться у декількох напрямках. Досліджується структура та типологія мислення (А.Валлон, Л.С.Виготський, Г.С.Костюк, В.Ф.Паламарчук, С.Л.Рубінштейн [36,45,174,154,187] та ін.), загальні психологічні закономірності мислительного процесу (Д.М.Богоявленський, П.П.Блонський, В.В. Давидов, А.М.. Леонтьєв, А.В.Петровський, М.Н.Шардаков [25,26,23,64,118,41,217] та ін.), системи розумових дій, що формують основу мислення (П.Я.Гальперін, А.З.Зак, Є.М.Кабанова-Меллер, Н.О.Менчинська, Н.А.Подгорецька, Н.Ф.Тализіна [48,49,84,93,141,160,201] та ін.), індивідуальні особливості мислення (Г.Ю.Айзенк, Дж.Брунер, Ю.З.Гільбух [3,32,53,54] та ін.).

У дослідженнях Л.С.Виготського [45] розроблена теорія культурно-історичного походження і генезису вищих психічних функцій (мислення, МОВИ І Т.Д.), основою якої є наступний закон: всяка вища психічна функція з'являється двічі: спочатку як зовнішня, соціальна, а потім як внутрішня, психічна. Особливо важливим для теорії і практики формування та розвитку мислення є положення про взаємовідношення навчання, виховання, розвитку, а також про зони розвитку дитини.

Діяльнісний підхід до розвитку психіки та концепція інтериоризації розумових дій знайшла своє втілення у теорії їх поетапного формування. У дослідженнях А.М. Леонтьєва, П.Я.Гальперіна, Д.Б.Ельконіна, В.В. Давидова, Н.Ф.Тализіної,

Н.А.Подгорецької [119,49,222,175,200,201,160] теоретично обґрунтовано і експериментально доведено, що одним із шляхів розумового розвитку дітей є пряме поетапне формування розумових дій шляхом їх поступового переходу із зовнішнього плану у внутрішній, від дій учня з матеріальними або матеріалізованими об'єктами через зовнішню мову у внутрішню.

Аналітико-синтетична концепція мислення представлена у роботах С.Л.Рубінштейна [185,186]. Розглядаючи мислення як процес, С.Л.Рубінштейн виділяє три його найважливіші сторони: змістову, операційну, мотиваційну, які детермінуються об'єктивною реальністю.

Концепцію формування мислення, яка представлена у роботах Г.С.Костюка, Н.О.Менчинської, Є.М.Кабанової-Меллер, Г.О.Люблінської [174,141,94,126] та ін., узагальнюють як “задачний підхід” (за В.Ф.Паламарчук [154]). Розглядаючи задачу як цілеспрямовану діяльність, що описується як система різноманітних процесів, центральне місце ці автори відводять мислительній задачі, у ході розв'язання якої відбувається розвиток мислення учнів на основі спеціального формування прийомів розумової діяльності. Назвемо положення розглянутих концепцій, які стали базовими для нашого дослідження.

Існує органічний зв'язок процесів розвитку мислення і навчання. Тому цілеспрямоване керівництво процесом формування та розвитку мислення учнів у ході навчання є можливим і необхідним (Л.С.Виготський та ін.). Мислення слід розглядати із змістової, операційної, мотиваційної сторони (С.Л.Рубінштейн та ін.). У той же час, це є процес недискретний, який можна лише умовно поділити на окремі компоненти або акти. Виділення цих сторін є певною мірою абстрагуванням єдиної нероздільної розумової діяльності як прояву психічного (А.В.Брушлінський [33] та ін.). Розвиток мислення має певні внутрішньо обумовлені закономірності і передбачає рівномірне прогресування кожної із вказаних сторін (Н.О.Менчинська та ін.). Закони, за якими відбувається процес мислення, і основні форми мислення є загальними, спільними для всіх людей (Г.С.Костюк та ін.).

У психолого-педагогічній літературі можна зустріти різні класифікації видів мислення у залежності від того, що покладено в основу поділу. Систематизуючи

дані літературних джерел, В.Ф.Паламарчук [154] наводить наступні основи класифікацій мислення (табл. 1.1.)- Ми у своєму дослідженні приймаємо першу з наведених класифікацій і, слідуючи за А.В.Петровським, вважаємо, що необхідною передумовою для розгортання абстрактно-понятійного мислення є мислення логічне [41].

Таблиця 1.1.

Класифікації видів мислення

ОСНОВА КЛАСИФІКАЦІЇ	ВИДИ МИСЛЕННЯ
Співвідношення між основними категоріями пізнання	Практично-дійове, наочно-образне, конкретно-понятійне, абстрактно-понятійне
Розрізнення видів діяльності людини	Теоретичне, практичне, емпіричне
Розрізнення віку людини	Мислення дитини молодшого віку, молодшого школяра, підлітка, старшокласника
Розрізнення способів і результатів розумової діяльності людини	Репродуктивне, продуктивне, непродуктивне
Розрізнення основних видів логіки	Формально-логічне, діалектичне
Розрізнення змісту задач, у розв'язання яких включається мислення	Наукове, технічне, математичне, художнє, філософське і т.ін.

При цьому ми дотримуємося наступних психолого-педагогічних положень: процес формування та розвитку мислення функціонує не як стрибкоподібний процес переходу від одного виду мислення до іншого, або, як такий, коли види мислення формуються і розвиваються паралельно один з одним без взаємовпливу, але як діалектично суперечливий процес постійної взаємодії різних видів мислення (Г.О.Люблінська, Н.О.Менчинська [126,141]).

Проблема формування та розвитку логічного мислення учнів і його співвідношення з іншими видами мислення також не залишилася поза увагою пси-

хологів (Г.С.Костюк, А.В.Петровський, Я.А.Пономарьов, Н.О.Менчинська, Ж.Піаже [174,41,162,140,158] та ін.), дидактів (В.Ф.Паламарчук, М.М.Скаткін, І.Я.Лернер, О.І.Федоренко [154,155,70,206] та ін.), методистів (В.Н.Гладунський, О.І.Гришко, К.П.Маланюк, І.Л.Нікольська, В.М.Осинська, А.А.Столяр, З.І.Слепкань, [56,61,129, 147,152,196,192] та ін.).

У літературних джерелах з психології, педагогіки, методики навчання математики можна зустріти різні підходи до трактування і вживання понять “логічне мислення”, “логічна грамотність”, до визначення співвідношення між поняттями “логічне мислення” і “математичне мислення”. Звернемося до деяких з них.

Я.А.Пономарьов [162] наголошує на необхідності розрізнати вживання і розуміння поняття мислення у теорії пізнання, логіці, психології. Логічне мислення, на його думку, пов’язане зі здатністю людини діяти у “внутрішньому плані”, не лише безпосередньо, але і опосередковано, шляхом вивчення моделей. “Мислення людини є завжди мисленням логічним у тій мірі, в якій у нього залучаються знакові надбудови” [162,с.10].

Г.С.Костюк [174], не даючи чіткого визначення логічного мислення, трактує його як таке, що характеризується послідовністю. “Послідовність мислення полягає в умінні людини дотримуватись логічних його правил, не суперечити самій собі у своїх міркуваннях, доводити, обґрунтовувати свої висновки, стежити за тим, щоб думка впливала одна з одною, не ухилятися вбік від теми міркування, дотримуватись певного плану у викладенні думок, контролювати їх хід” [174,с.285].

Не прослідковується повної однастайності думок психологів і педагогів щодо визначення місця і характеру зв’язків логічного мислення з іншими видами мислення людини. Як вказує В.Ф.Паламарчук [154], можна зустріти протиставлення формально-логічного і діалектичного мислення. Ми поділяємо думку автора про те, що таке протиставлення є методологічно неправильним, оскільки формальна логіка - це невіддільна частина логіки діалектичної [154,с.31].

Г.О.Люблінська [126] вживає термін “словесно-логічне мислення” і наголошує, що цей вид мислення формується всередині дійового і образного мислення на шляхах його вербалізації. “Включаючись у будь-яку діяльність людини, мова її перетво-

рює, змінюючи і характер всієї розумової діяльності дитини. У такій розумовій діяльності бере свій початок і розвиток вищих форм логічного мислення [126,с.335]”. З.І.Слепкань наголошує на неприпустимості ототожнення логічного мислення з математичним мисленням [192,с. 18].

А.В.Петровський [41] пов’язує процес логічного мислення з використанням зв’язків предметів і явищ, які поєднані між собою таким чином, що одні факти можуть бути виведені з інших теоретично за правилами логіки. Коли у фокусі уваги учнів постають відношення між поняттями (роду, виду; заперечення, ствердження; слідування, протиставлення), то знання про ці відношення закріплюються у логічних структурах мислення, а саме мислення проявляється у використанні цих структур для встановлення і перетворення понять. “... Мислення, яке замінює дії з реальними речами оперуванням поняттями за правилами логіки, називається логічним мисленням [41,с.213]”. Це трактування поняття “логічне мислення” лягло в основу нашого дослідження.

Особливе місце серед психологічних досліджень, присвячених проблемам логічного мислення, посідають експериментальні роботи вчених Женевської школи під керівництвом Ж.Піаже [158]. Його теоретичні та експериментальні роботи присвячені з’ясуванню факту існування певної відповідності між структурами, якими оперує формальна логіка, і операційними структурами мислення. Ж.Піаже у своїй теорії виходить з положення про залежність формування логічних структур від віку дитини і незалежність від навчання, хоча і не заперечує повністю можливості навчання логічним структурам. Виявлені Ж.Піаже стадії розвитку інтелекту відображають шлях стихійного становлення логічних структур.

У двох напрямках операційної концепції наочування, за З.І.Слепкань, представлених у роботах Ж.Піаже і у прихильників теорії поетапного формування розумових дій (П.Я.Гальперін, Л.Ф.Обухова, Н.Ф.Тализіна та ін.), виявляються певні розходження щодо питання про шляхи формування логічного мислення.

Ми цілком розділяємо позиції теорії поетапного формування розумових дій. Проте було б неправомірно зовсім заперечувати стихійний шлях формування логічного мислення дитини, яке часто формується некеровано, під впливом

різноманітних побутових ситуацій. На нашу думку, для цілеспрямованого формування логічного мислення у процесі навчання дуже важливим є врахування цього факту, оскільки стихійно сформовані “передзнання” у подальшому навчанні потребуватимуть удосконалення у разі їх правильності, або руйнування у разі їхньої хибності. Один і той самий методичний інструментарій в обох випадках може принести не однакові результати. Тому виникає проблема вибору адекватного методичного впливу на процес формування та розвитку логічного мислення учнів.

1.2.2. Вплив несвідомої сфери на процес логічного мислення.

Зупинимося більш детально на психологічних положеннях про вплив несвідомої сфери на логічне мислення суб'єкта. Парадокс несвідомої діяльності заключається у тому, що вона проявляється як змістовна, здатна до виведення найскладніших розв'язань, до врахування найбільш тонких особливостей складних ситуацій, будучи неусвідомленою.

Ведеться активна розробка питання про природу і механізми несвідомого у вищій інтелектуальній сфері. Різним аспектам проблеми несвідомого присвячені наукові та експериментальні роботи: про роль неусвідомлених компонентів в інтелектуальній діяльності суб'єкта пізнання (Л.Г.Канчавелі [22, с.138-141]), про особливу “логіку несвідомого” (С.Леклер [22, с.260-269]), про співвідношення несвідомого та інтуїції (А.С.Кармін [22, с.90-97]), про роль несвідомого в структурі діяльності (Ф.В.Бассін, А.С.Прагнішвілі, А.Є.Шерозія [22, с.337-339]).

У працях Т.С.Яценко [228] зроблено теоретичний аналіз в історичному плані поняття несвідомого. У ході досліджень автор приходить до наступних висновків:

- 1) процеси у несвідомому не змінюються із плином часу і не мають чітко виявленої послідовності у часі, а свідоме оперує зв'язками між об'єктами дійсності і часу;
- 2) несвідомі процеси регулюються принципом уникнення дискомфорту;
- 3) енергія, що пов'язана з несвідомим, значно мобільніша, ніж енергія свідомого.

Нейропсихічний аналіз процесу розв'язування задач (В.Н. Пушкін, Г.В. Шавіріна) дозволяє намітити деякі диференціації структури суб'єкта: при-

наймні два рівні мозкової регуляції мислення. Один рівень здійснює керування цілісною поведінкою, другий пов'язаний з керуванням власне пізнавальною функцією. Згідно результатів проведених експериментальних досліджень, автори приходять до висновку, що свідомі діяльність виникає у тому випадку, коли одночасно працюють обидва крупні блоки або рівні психологічної саморегуляції - особистісний і пізнавальний. Якщо ж ці блоки працюють окремо, то у такому випадку можна говорити, в основному, про несвідому психічну діяльність [22, с.771].

Положення про те, що характер співвідношень між вказаними рівнями може бути стійким для даної людини, характеризувати її як суб'єкта мислення, і що його необхідно враховувати у процесі формування та розвитку логічного мислення учнів на уроках математики, лягло в основу нашого дослідження.

Таким чином, у процесі формування та розвитку логічного мислення учнів необхідно враховувати вплив і прояви інформаційно-змістових процесів вищої нервової діяльності, які завдяки своєму руху, взаємодії і інформаційним характеристикам є об'єктивно осмисленими, залишаючись при цьому психологічно неусвідомленими.

Одним із проявів взаємодії свідомої і несвідомої сфери суб'єкта є неповне співпадання свідомого і несвідомого у мисленні, що особливо яскраво відображено у такій логічній операції, як заперечення. У свідомій сфері заперечення твердження розуміється як заперечення зв'язку між суб'єктом і предикатом. У несвідомій сфері - як ствердження доповнення суб'єкта в універсальному класі.

Таким чином, виявляється зв'язок між нелогічними, суперечливими судженнями людей і сферою несвідомого. Тому, складність завдання формувати мислення дітей на основі законів логіки є психологічно обгрунтованою, адже труднощі випливають з фактів об'єктивного неспівпадання мислення і мови, протилежності свідомого і несвідомого у мисленні людини.

Несвідомі психічні процеси можуть бути не лише перешкодою у процесі розвитку логічного мислення. Вони часто призводять до несподіваних, нестандартних розв'язувань тих чи інших проблем. Практика показує, що при виборі методики навчання з метою розвитку логічного мислення учнів, учитель повинен враховувати

Різноманітність підходів і висновків у вивченні питання про особливості логічного мислення, його взаємозв'язків з іншими видами мислення, шляхів його формування і впливу сфери свідомого і несвідомого на цей процес свідчить про те, що саме поняття “логічне мислення” є надзвичайно складним і багатогранним. Тому методологічною основою дослідження феномену логічного мислення має бути системно-структурний підхід.

Особливо корисним, на нашу думку, для розкриття змісту цього поняття є метод моделювання - метод теоретичного дослідження, який передбачає створення штучних або природних систем (моделей), які імітують суттєві властивості оригіналу. Ми вважаємо, що найбільш адекватною є узагальнена модель-еталон мислення, яку запропонувала В.Ф.Паламарчук [155, с.14]. В основі цієї моделі лежить методологія системно-структурного підходу. Матеріальним аналогом моделі, яка запропонована автором, слугує трикутна піраміда, основа якої означає змістовий компонент або вихідні знання, бічні грані - операційний компонент, а поле, що пронизує піраміду,- мотиваційний компонент, тобто, мотиви діяльності. Однак, на нашу думку, у такій моделі потрібно було б висвітити окремо місце і роль контрольнo-корекційного компоненту мислення і вплив свідомої і несвідомої сфери на процес логічного мислення.

Наша модель-еталон логічного мислення (рис. 1.2.) є комплексом, що представлений тригранною поверхнею з внутрішньою областю, обмеженою нею, та двома сферами. Три грані означають змістовий, операційний, контрольнo-корекційний компоненти логічного мислення, внутрішня область - мотиваційний компонент. Грані і внутрішня область розширюються, бо у результаті навчання відбуваються певні накопичення у кожному з виділених компонентів. Розширюється і мотиваційне поле за рахунок урізноманітнення мотивів діяльності. Дві сфери - це сфери свідомого і несвідомого. Вплив сфери несвідомого проявляється в інтуїції, у процесі висунення гіпотез і у феномені “інсайту”. Вплив сфери свідомого втілюється у знаннях про закони логіки, уміннях їх застосовувати і будувати схеми правильних міркувань.

		Примітки:	
		1 — J — змістовий компонент	
		1 --- 1 — операційний компонент	
		L — J — контроль-корекційний компонент	
		Внутрішня область	— мотиваційний компонент
	ч Qs. zO /		
	(4^		1) інтуїція;
			2) гіпотези;
			3) правдоподібні міркування;
			4) індуктивні міркування;
			5) дедуктивні міркування.
	T) (D		
	*£ ,o / A^4 /		

Рис. 1.2. Модель логічного мислення.

технологій, що відрізняються цільовими орієнтирами, особливостями змісту і методик (див. до даток Б) [189,190].

Розвиток логічного мислення ми вбачатимемо у появі змін, новоутворень у кожному з виділених його компонентів (змістовому, операційному, мотиваційному, контрольнo-корекційному). А показниками розвитку вважатимемо перехід від одного до іншого, більш високого, рівня сформованості компонентів логічного мислення учнів. При цьому змістове наповнення виділених компонентів логічного мислення має бути адекватним віковим особливостям учнів.

1.2.3. Вікові особливості мислення учнів 5-6 класів.

Для того, щоб виділити зміст і розглянути компоненти логічного мислення учнів 5-6 класів, необхідно враховувати вікові особливості мислення молодших підлітків. Психологами (Д.Б.Ельконим, А.М.Леонтьєвим [222,118]) розроблено теорію періодизації розвитку в дитячому віці. У працях Л.І.Божович, В.В.Давидова, Т.В.Драгунової, А.К.Маркової, Л.М.Проколієнко [27,42,43,65,133,173] та ін. досліджувались ті новоутворення, які характеризують особливості розвитку мислення у цей віковий період.

У психологічній літературі можна зустріти положення, згідно яких формування теоретичного типу мислення і логічного мислення відносять до молодшого шкільного віку (В.В.Давидов, Д.Б.Ельконін [65,133,222]) або до старшого шкільного віку (М.П.Заденесенець [83]), які, на нашу думку, є крайніми.

В основу нашого дослідження взято положення про те, що необхідно розрізнити метаморфози мислення і психіки та їх розвиток. У період розвитку формується новий семіоз особистості (знаки, знакові системи, засоби і способи оперування ними), нові форми діяльності і комунікації [184]. Відбувається взаємна адаптація всіх структур психіки, їх ускладнення і вдосконалення. Завершення циклу означає виникнення протиріч між типом психіки людини, семіозом, який склався і умовами соціального життя. Ці протиріччя призводять до метаморфозу: розпаду попереднього і утворення нового семіозу, діяльності і психіки. Період метаморфозу мислення у психології відносять до підліткового віку, період розвитку - до попереднього

вікового етапу (молодшого підліткового віку). Тобто, саме у цей віковий період активно відбувається формування і розвиток логічного мислення школярів.

Аналіз психолого-педагогічної літератури, спостереження, проведені у ході нашого дослідження, дозволяють виділити наступні загальні особливості мислення учнів 5-6 класів: критичність мислення (як позитивна, так і негативна); рефлексивність (здатність рефлексувати свої розумові дії і отримувати від цього інтелектуальні емоції); самостійність (відмова від авторитетів), однозначність і прямолінійність (яскраво виражена потреба знаходити однозначну відповідь на запитання); більша доказовість і аргументованість міркувань порівняно з попереднім віковим періодом (зміни у логічному мисленні); гіпотетичність (орієнтація на потенційно можливе, а не на обов'язково очевидне, намагання відкрити можливе у реальному).

Психофізіологічні зміни, які відбуваються у молодшому підлітковому віці, зміна типу ведучої діяльності та загальні особливості мислення учнів цього віку не можуть не відбиватися на процесі та результатах формування логічного мислення. На основі проведених спостережень і аналізу психолого-педагогічних джерел ми вважаємо за доцільне виділити наступні особливості цього процесу у молодших підлітків, беручи за основу прийняту модель логічного мислення.

Змістовий компонент.

Відбувається подальше формування нових понять, встановлюються відношення підпорядкування видових і родових понять, будуються системи понять. Відбувається формування нових видів суджень, здійснюється поступовий перехід від індуктивних міркувань до дедуктивних, вдосконалення міркувань за аналогією. Однак, учні 5-6 класів відчувають значні труднощі при встановленні причинно-наслідкових зв'язків. При цьому вони швидше визначають причини подій чи явищ, ніж логічні їх наслідки, тобто регресивне розглядання причинно-наслідкових зв'язків (від наслідку до причини) викликає у дитини менше труднощів, ніж прогресивне (від причини до наслідку).

Операційний компонент.

Вдосконалюються загальні розумові та логічні дії (порівняння пізнавальних об'єктів, виділення суттєвих властивостей, аналіз і синтез, абстрагування, узагальнення). Формуються вміння встановлювати змістові зв'язки в системах реального світу, образно-знакових системах, у природно-соціальному просторі. Формується вміння доказово міркувати і діяти у системі понять і суджень, орієнтуючись на загальні засновки, незалежно від реальності, що сприймається [112, с.159]. Формується вміння розгортати логічно впорядковані ланцюги суджень. Недостатньою є узгодженість висновків із вихідними положеннями. У ході міркувань пропускаються необхідні логічні ланки.

Мотиваційний компонент.

Залежність від оцінки вчителя переходить у зростання ролі самооцінки. Причиною міркувань стають не лише запитання вчителя, а і бажання впевнитися в істинності тих чи інших суджень. Сильними є мотиви, пов'язані зі встановленням свого місця в колективі, бо на зміну навчальній діяльності, як ведучій, приходиться діяльність спілкування у процесі навчання. Формується пізнавальний інтерес, в основі якого лежить намагання досягти успіху на границі можливого. Разом з тим, цікавість викликає лише те, що є доступним і зрозумілим, об'єднаним у логічно-впорядковану структуру. Сильними стають потреби самореалізації: самоствердження (самоосвіта, свобода вибору, залучення до світу дорослих), самовираження (спілкування, творчість, пошук).

Контрольно-корекційний компонент.

Формується здатність рефлексувати свій процес мислення, планувати його, стежити за його послідовністю, виявляти його недоліки, усувати їх. Довільність стає характерною не тільки для таких загальних розумових дій, як аналіз, синтез, порівняння, тощо, а й для таких складних мислительних процесів, як міркування і умовиводи [174, с.294]. Спостерігається прагнення відшукувати помилки і логічні суперечності як у власних міркуваннях, так і у міркуваннях товаришів. Хоча самооцінка часто є завищеною, оцінювання товаришів, навпаки, є заниженим.

Отже, перебудова всієї пізнавальної сфери, що виражається у переході розумової діяльності на більш високий рівень самоорганізації, складає зміст особливостей мислення молодшого підлітка. Врахування особливостей мислення дітей 11-12 років є необхідною передумовою сприятливого педагогічного впливу на процес розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів.

1.2.4. Диференціація навчання як педагогічна основа процесу розвитку логічного мислення на уроках математики.

У концепції математичної освіти зазначається, що сучасний навчально-виховний процес у школі повинен будуватись за принципами диференційованого навчання і бути адаптованим до особливостей і рівнів розвитку учнів [108].

Диференціація учнів за рівнями розвитку логічного мислення має фізіологічне і психологічне обґрунтування, яке полягає у функціональній міжпівкульовій асиметрії мозку. Дві півкулі головного мозку являють собою різні підсистеми, які оперують різними знаковими символами і по-різному взаємодіють із навколишнім середовищем. Але це не означає, що індивіди з переважним півкульовим типом (ліво-, або правопівкульовим) не здатні виконувати діяльність, яка є характерною для іншого типу. Однак, механізми цієї діяльності інші, більш енергозатратні, пов'язані із включенням не лише специфічних півкульових структур кори, але і неспецифічних стовбурових утворень мозку, які активізують всю кору повністю [18, с32]. Цим фактором обумовлена необхідність диференціації у процесі розвитку логічного мислення учнів поряд із диференціацією навчання математики.

Теорія рівневої диференціації навчання математики представлена у роботах Г.В.Дорофеева, Г.І.Саранцева [73,74,187]. В Україні розробляється М.І. Бурдою, З.І. Слєпкань, Ю.І. Мальованим, А.М.Капіносовим [34,35,97] та ін. Різні методичні аспекти проблеми диференціації навчання математики знайшли своє висвітлення у науково-методичній літературі. В.Я.Забранський [80] дослідив особливості диференційованого навчання математики у 5-6 класах, Т.В.Сукач [198] розглянула завдання, шляхи, методи і прийоми здійснення диференційованого навчання математики у 7-9 класах, Н. А. Тарасенкова [203] - особливості диференціації у старшій школі в умовах лекційно-практичної системи навчання математики, А. М. Капіносов

[97] - особливості змісту і методів роботи по формуванню в учнів 5-6 класів початкових умінь проводити доказові міркування в умовах диференційованого навчання. У роботах К.П.Маланюк [129], О.І.Гришко [61] основна увага зверталася на формування логічного мислення в умовах уніфікованого навчання. Проте, поза увагою дослідників залишились питання про необхідність, доцільність і можливість застосування рівневої диференціації у процесі формування та розвитку логічного мислення учнів на уроках математики в 5-6 класах.

Етапи діяльності вчителя по впровадженню диференціації у процес розвитку логічного мислення можуть бути такими: 1) вивчення наявного рівня розвитку логічного мислення учнів, їх індивідуальних особливостей, здібностей; 2) створення умов для самостійного вибору учнем рівня опанування логічних знань і умінь; 3) розподіл на групи, постановка диференційованих вимог; 4) подача диференційованого навчального матеріалу (логічні вправи, математичні вправи з логічним навантаженням); 5) диференціація допомоги.

Питання про рівні сформованості логічного мислення учнів, відбір методики їх виявлення і психологічне обґрунтування розроблених методик відображено у роботах з психологічної діагностики А.Анастасі, Г.Ю.Айзенка, Д.Б.Ельконіна, А.З.Зака, Н.Ф.Тализіної, Н.І.Непомнящої [17,3,222,84,176,178] та ін. Інститут психології АПН України запропонував ряд методик діагностики, розроблені відповідні комп'ютерні програми. Діагностичну роботу вчитель математики може організувати у співпраці із шкільним психологом

Серед психологічних методик, які доцільно використовувати для оцінки логічного мислення можна виділити наступні: тест Г.Ю.Айзенка, тест Д.Векслера WISC для учнів від 6,5 до 16,5 років, адаптований співробітниками відділу психодіагностики НДІ психології України під керівництвом Ю.З.Гільбуха [53], ШТРР (шкільний тест розумового розвитку), розроблений вченими НДІ Загальної і педагогічної психології АПН СРСР, методика "Прогресивні матриці Равенна", "Задачі А.Г.Гайштута, або тест математичних аналогій (ТМА)". Коротка характеристика цих методик наведена у додатку (див. додаток Г. 1.).

На констатуючому етапі серед інших ми використовували “Задачі А.Г.Гайштута, або тест математичних аналогій (ТМА)” [75, с.310]. Один із варіантів завдань наведено у додатку Г.2. Доцільність застосування цього тесту обумовлена тим, що успішність його виконання, з одного боку, пов’язана з рівнем розвитку уміння знаходити закономірності, міркувати за аналогією, умінням мисленно виявляти відношення між графічними (просторовими) об’єктами і знаковими елементами умови задачі, а, з іншого боку, з наявністю знань про деякі математичні факти. З його допомогою можна діагностувати рівень розвитку мислення учнів, а також здатність оперувати абстрактними структурами на математичному матеріалі.

Тест ТМА розбитий на 5 субтестів: 1) субтест для 5 класу; 2) субтест для 6 класу; 3) субтест для 7 класу; 4) субтест для 8-9 класу; 5) субтест для 10-11 класу. Субтести для 5 і 6 класів містять по 10 завдань. Якщо учні розв’язують більше п’яти завдань, то можна зробити висновок про високий рівень сформованості виділених логічних умінь.

У нашому дослідженні під час констатуючого експерименту тестування проходило 445 учнів. Проведене тестування дозволило виділити 5 груп учнів щодо розуміння, оперування і використання логічних знань і умінь (рис.1.3.).



Рис.1.3. Розподіл частот правильного виконання тесту математичних аналогій.

Перша група. Учні досягли високого рівня засвоєння понять, вільно оперують ними на евристично-логічному рівні, тобто, застосовують їх у ситуаціях, які вимагають застосування евристик. Учні цієї групи мають високий рівень оволодіння загальними розумовими діями, логічними прийомами, оперування якими проходить у внутрішньому плані без опори на зовнішню мову або предметну діяльність; мають яскраво виражений пізнавальний інтерес, допускають неточності рідко, здебільшого через брак інформації або неуважність.

Друга група. Учні досягли вищесереднього рівня: здатні досить легко засвоювати знання як логічного, так і математичного характеру, оперують ними на логіко-пошуковому рівні, тобто здатні кожне своє міркування сформулювати як логічний наслідок з попередніх. Деякі логічні уміння характеризуються усвідомленістю та згорнутістю, застосування інших потребує розгортання операційного складу уміння у зовнішній мові у вигляді правила або алгоритму. Для учнів цієї групи характерна широка стійка мотивація активної розумової діяльності, здатність контролювати свій процес мислення і при незначній допомозі вчителя знаходити, усвідомлювати і виправляти логічні помилки.

Третя група. Учні досягли репродуктивно-узагальненого рівня засвоєння знань логічного і математичного характеру, застосування яких відбувається переважно на основі виділення спільного в умові запропонованого і раніше розв'язаного завдання, ситуація застосування знань розпізнається учнем як типова і узагальнений спосіб розв'язування завдання відомий. Логічні уміння застосовуються повільно з опорою на зовнішню мову, правило або алгоритм проговорюється. Перенесення умінь у нові нестандартні умови відбувається слабо, тому часто допускаються логічні помилки. Але за допомогою вчителя (вказівка про наявність помилки, вказівка про місце і суть помилки) учні здатні їх відшукати і виправити. Характерне переважання прагматичних інтересів у навчанні.

Четверта група. Учні досягли репродуктивного рівня засвоєння знань, застосування яких відбувається переважно на рівні простого відтворення, тобто запропоноване завдання співвідноситься з раніше розв'язаним і всі міркування є простим відтворенням раніше проведених міркувань. Застосування логічних умінь можливе

лише з опорою на знаково-символічну або предметну діяльність і перенесення їх у незвичну ситуацію відбувається дуже слабо або не відбувається зовсім. Переважає конкретно-ситуаційний інтерес до навчання. Часто допускаються логічні помилки, у більшості випадків однієї вказівки вчителя на помилку недостатньо для її усвідомлення.

П'ята група. Засвоєння знань учнями проходить лише шляхом їх відтворення і залишається на рівні простого відтворення. Певні логічні уміння сформовані, але застосовуються неусвідомлено. Учень не в змозі розгорнути у зовнішній мові хід своїх міркувань, тому має постійні труднощі при роз'язуванні завдань, постійно допускає логічні помилки, не може їх відшукати і виправити без допомоги вчителя. Пізнавальні інтереси відсутні, розвинене прагнення уникати труднощів у навчанні.

Виявлені групи учнів свідчать про необхідність впровадження диференціації у процес розвитку логічного мислення учнів.

1.3. Основні компоненти логічного мислення учнів 5-6 класів

1.3.1. Змістовий компонент логічного мислення молодших підлітків.

Змістовий компонент мислення (за В.Ф.Паламарчук [154,155]) являє собою опорні знання, структуровані за рівнем засвоєння і застосування. Значення знань основ логіки, на нашу думку, в тому, що вони складають той каркас, який приводить у систему знання з окремих предметів, полегшує оволодіння новими знаннями, навичками, уміннями. Ми не є прихильниками того, щоб елементи математичної логіки були включені до курсу математики 5-6 класів як самостійний розділ, але схиляємось до думки, що логічні знання у 5-6 класах на сучасному етапі доцільно давати опосередковано, виділяючи логічну складову програмового математичного матеріалу (див. додаток В), а також використовуючи вправи з логічним навантаженням.

Ми схиляємось до думки К.П.Маланюк про те, що не існує прямопропорційної і безпосередньої залежності між обсягом знань з формальної логіки і вмінням правильно, послідовно, доказово міркувати. [129]. На нашу думку, гальмування процесу

перенесення формально-логічних знань у реальні життєві ситуації є результатом нерівномірності впливів на формування змістового і операційного компонентів логічного мислення учнів. Опанування учнями програмового матеріалу з математики, особливо арифметичного, яких зосереджено у 5-6 класах, вимагає сформованості в учнів певних логічних знань та умінь.

Курс математики 5-6 класу значною мірою є пропедевтичним. Великий обсяг навчального матеріалу дублює початкову школу, разом з тим попередньо вивчений матеріал розширюється і поглиблюється. Розширення програмового матеріалу проходить за рахунок введення нових числових систем, правил дій над новими видами чисел, нових геометричних понять і фактів. На цій основі формуються обчислювальні навички та навички перетворень буквенних виразів, розв'язуються рівняння, здійснюється функціональна пропедевтика, створюються можливості для зміни співвідношення між індукцією і дедукцією у міркуваннях школярів. Роль дедуктивних міркувань поступово посилюється. Наприклад, обчислення числових виразів більш раціональним способом у 5-6 класі проходить вже на основі законів дій над числами. Водночас, передбачається проведення учнями міркувань за аналогією та індуктивних міркувань.

Поглиблення математичного матеріалу проявляється, наприклад, при узагальненні знань про закони арифметичних дій, які записуються у буквенному вигляді, формулюється загальне словесне правило. Ми поділяємо думку про те, що за рахунок зменшення кількості часу, який виділяється на виконання обчислювальних вправ, можливо знайти резерв часу для опосередкованого формування логічних знань і умінь у ході розв'язування математичних вправ, логічних вправ і математичних вправ з логічним навантаженням.

Нововведенням сучасного курсу математики 5-6 класу є посилення пропедевтики геометричних знань та функціональна пропедевтика. У процесі спостережень, вимірювань та виконання малюнків встановлюються індивідуальні, схожі та суттєві властивості геометричних фігур. Встановлені властивості слугують для розпізнавання фігур, які виступають їх носіями. Вивчаються формули площ і об'ємів геометричних фігур. Для запам'ятовування вони є необов'язковими, а вико-

ристовуються як приклад практичного застосування математичних знань, для вдосконалення обчислювальних навичок при знаходженні значень буквенних виразів (обчислення за формулою).

Застосування логічних знань і умінь при вивченні програмового матеріалу з математики у 5-6 класах, може відбуватися як у явному, так і у неявному виді (додаток В). У підручнику [40,121] передбачено, що учні розуміють зміст умовних висловлень і вміють їх будувати. У вигляді умовних висловлень сформульовані правила порівняння і округлення натуральних чисел, основна властивість дроби, основна властивість пропорції, властивості прямопропорційних і обернено пропорційних величин та ін.

Деякі математичні факти подано у вигляді категоричних висловлень. Наприклад, твердження: “Рівні фігури мають рівні площі” [40,с.84]. Наші спостереження показали, що діти сприймають зміст цього висловлення як кон’юнкцію прямого і оберненого висловлення. Лише після проведення додаткової роботи всі учні зрозуміли, що пряме висловлення - істинне, а обернене - хибне. Як результат, школярі спромоглися самостійно сформулювати дане категоричне висловлення у вигляді умовного висловлення і прояснити для себе його зміст.

З побудовою виділяюче-умовних висловлень або, за іншою термінологією, суджень еквівалентності діти зустрічаються як у неявній, так і у явній формі. У підручнику [121] за допомогою зв’язки “ті, і тільки ті...” сформульовані, наприклад, ознаки подільності [121,с.50]. Однак, необхідні і достатні умови рівності добутку або частки нулю не формулюються у вигляді виділяюче-умовного висловлення. У вигляді розподільно-виключаючого висловлення сформульоване твердження про розміщення прямих у площині. Властивості геометричних фігур сформульовані у вигляді умовних, єднальних, єднально-розподільних висловлень.

У 5-6 класі проводяться і певні логічні операції з поняттями: визначення, поділ, класифікація на основі виділення суттєвих властивостей. Виділяються суттєві властивості натурального ряду, координатної прямої, геометричних фігур. У підручнику подано зразки означень через найближчий рід і видову відмінність (ламана, діагональ многокутника та ін.), генетичних означень (кут, коло (у 5 кл.),

півпряма та ін.). Діти знайомляться з прийомами, що замінюють визначення понять: описом, показом, характеристикою (симетричні фігури, піраміда, конус, призма та ін.).

Програмовим матеріалом передбачено проведення учнями класифікацій трикутників, дробів, задач певних типів. Як показала практика, операції логіки класів та їх інтерпретація за допомогою діаграм Ейлера-Венна полегшують процес узагальнення знань про вивчені числові системи.

Проведення індуктивних міркувань та простих одно-двокрокових дедуктивних міркувань, застосування схем правильних міркувань передбачено при розв'язуванні задач. Розв'язування будь-якої арифметичної задачі, крім суто математичного компонента, містить і логічний компонент і, якщо останній незрозумілий учням, то навіть детальне прояснення математичного змісту не приведе до повного розуміння способу розв'язування. Засвоєння теоретичного матеріалу також проходить значно легше і вимагає менше часу, коли розуміння логічних зв'язків, переходів, висновків проходить вже у згорнутому вигляді, у внутрішньому плані, а свідомість зосереджена лише на фактичному математичному матеріалі.

При розв'язуванні арифметичних задач синтетичним способом знаходяться наслідки із наведених засновків, проводиться виділення суттєвого в умові, виділяються необхідні умови для даних, наведених у задачі. При розв'язуванні арифметичних задач аналітичним способом проводиться виділення суттєвого у запитанні задачі, знаходження засновків щодо виділеного наслідку, знаходяться достатні умови для наслідку. При розв'язуванні нестандартних арифметичних задач знаходяться закономірності, проводиться висунення гіпотез, одні з яких доводяться, а інші спростовуються, застосовуються схеми правильних одно-двокрокових дедуктивних міркувань, індуктивних міркувань, міркувань за аналогією.

Способи розв'язування вправ і задач формулюються у вигляді алгоритмів, правил. У вигляді алгоритмів подані правила дій з десятковими дробами, округлення натуральних чисел і десяткових дробів, правила дій із звичайними дробами, правила знаходження НСД і НСК, середнього арифметичного, тощо.

Кількість вправ з логічним навантаженням у підручниках для 5-6 класів відображена у таблиці 1.2.

Таблиця 1.2.

Кількість вправ з логічним навантаженням у підручниках для 5-6 класів.

Назва підручника	Загальна кількість вправ	Кількість вправ з логічним навантаженням	Кількість вправ з логічним навантаженням у %
Математика 5 кл. (Г.М.Возняк та ін.)	1085	156	14,4%
Математика 6 кл. (Г.М. Литвиненко, Г.М.Возняк)	1035	122	11,8%
Математика 5 кл. (Е.Р.Нурк, А.Е.Тельгмаа)	1495	58	3,9%
Математика 6 кл. (Е.Р.Нурк, А.Е.Тельгмаа)	1118	51	4,6%
Математика 5 кл. (Н.Я.Віленкін та ін.)	1681	155	9,2%
Математика 6 кл. (Н.Я.Віленкін та ін.)	1579	142	8,9%

На нашу думку, вправ з логічним навантаженням у підручнику представлено недостатньо, прослідковується певна одноманітність при їх підборі, позначаються вони, в основному, зірочкою, тобто, мають підвищений рівень складності. Логічні вправи не диференціюються, тому викликають інтерес, переважно, у сильних учнів, а слабкі до них навіть не приступають. Доцільним є якісне вдосконалення системи таких завдань. За нашими спостереженнями, знижають ефективність роботи вчителя по формуванню логічного мислення математичні твердження, в яких не виділено логічних зв'язок, а за змістом не зовсім зрозумілим є спосіб зв'язку суттєвих властивостей, таким чином, логічна структура правила чи означення не є чітко представленою. Тому доцільно було б представити завдання, в яких розкривався б зміст

логічних зв'язок, логічних переходів від одного твердження до іншого. Приклади таких завдань будуть нами наведені у другому розділі.

Щодо того, які знання з логіки повинні отримати учні 5-6 класів, у методичній літературі існують різні думки. У дисертаційному дослідженні К.П.Маланюк [129] запропонована програма пропедевтичної роботи по формуванню логічної грамотності учнів початкових класів. Деякі автори, зокрема, Л.А.Латотін [115], обґрунтовують необхідність і доцільність роз'яснення понять кон'юнкції і диз'юнкції вже у першій чверті 6 класу, а понять “логічне слідування” і “логічна рівносильність” не пізніше, ніж у 7 класі.

На нашу думку, застосування знань правил логіки проходитиме більш успішно, якщо учнями буде засвоєний операційний склад тих логічних умінь, що ними використовуються, який формується відповідно логіко-математичним основам цих умінь. При формуванні змістового наповнення умовно виділеного нами змістового компоненту логічного мислення учнів 5-6 класів ми враховували результати педагогічних і методичних досліджень А.А.Столяра, І.Л.Нікольської, К.П.Маланюк, Л.А.Латотіна та ін. і виходили з наступних положень.

1. Логічні знання, які повинні засвоїти учні 5-6 класів є комплексом, що складається з трьох частин: знання елементів логіки, знання про логічні помилки, знання про операційний склад і логічні основи окремих логічних умінь. Формування логічних знань відбувається переважно у неявному вигляді.
2. Засвоєння логічних фактів, законів, правил повинно проходити опосередкованим шляхом і органічно сплітатися з процесом формування логічних умінь.
3. Усі виділені види логічних знань ми пропонуємо формувати у процесі засвоєння математичних знань. У подальшому опановані логічні знання сприяють більш ефективному засвоєнню математичних знань.
4. Математичну символіку доцільно використовувати як спосіб компактного представлення інформації, а не як матеріал, обов'язковий для засвоєння всіма учнями.

Сутність змістового компонента логічного мислення розкриємо через зміст окремих його складових.

ПОНЯТТЯ. Схожі, індивідуальні, суттєві властивості об'єктів. Означення понять. Правила визначення. Прийоми, що замінюють визначення (опис, показ, характеристика). Класифікація понять.

ВИСЛОВЛЕННЯ. Висловлення істинні та хибні. Прості, складені висловлення. Зв'язки “і”, “або”, “або...або...”, “якщо...,то...”, “неправильно, що...”, “тоді, і тільки тоді,...”. Умовні, категоричні висловлення.

ДЕЯКІ ЗАКОНИ ЛОГІКИ ВИСЛОВЛЕНЬ. Уявлення про логічні закони: закон виключення третього, закон подвійного заперечення, закон суперечності, закони де Моргана.

ДЕЯКІ СХЕМИ ПРАВИЛЬНИХ МІРКУВАНЬ. Уявлення про умовні міркування, умовно-категоричні міркування, розділово-категоричні міркування.

ЛОГІЧНІ ПОМИЛКИ. Помилки при визначенні понять та їх класифікації. Помилки при утворенні та запереченні складних висловлень. Помилки у індуктивних та простих дедуктивних міркуваннях.

ОПЕРАЦІЙНИЙ СКЛАД І ЛОГІЧНІ ОСНОВИ ЛОГІЧНИХ УМІНЬ. Уміння знаходити закономірність. Уміння висувати гіпотези. Уміння міркувати за аналогією. Уміння індуктивно міркувати.

1.3.2. Операційний компонент логічного мислення.

Операційний компонент розумової діяльності або операційні структури мислення ми будемо розглядати з точки зору діяльнісного підходу. У теорії діяльності (А.М.Леонтьєв [119]) внутрішня активність розглядається як така, що має певну структуру (діяльність-дія-операція-мотив-ціль-установка). Елементами розумової діяльності є розумові дії та операції, прийоми розумової діяльності. “Дією називають процес, підпорядкований уявленню про результати, які повинні бути досягнені, тобто процес, підпорядкований свідомій цілі... Засоби, якими здійснюється дія, називають операціями” [119, с.128]. Розумові дії є основою прийому розумової діяльності.

Д.М.Богоявленський трактує прийом розумової діяльності як систему операцій аналізу, синтезу, абстрагування, узагальнення та ін., якщо вказані операції спеціально організовані для розв'язування задач-проблем різного типу і різного сту-

поняття, уміння виконати класифікацію понять, уміння розрізняти зміст і функції слів: “і”, “або”, “неправильно, що...”, “якщо ..., то...”, “тоді, і тільки тоді ...”, уміння виділяти логічну форму речення, уміння формулювати у стверджувальній формі заперечення складних суджень і суджень з кванторами, уміння перевірити правильність міркування, уміння виявити і виправити логічну помилку.

Н.А.Подгорецька [160] серед логічних умінь виділяє наступні: уміння орієнтуватися на суттєві властивості об'єктів і явищ, уміння будувати міркування відповідно до законів логіки, уміння виконувати логічні операції (логіки класів, логіки висловлень), свідомо їх аргументувати, уміння будувати гіпотези.

Проведене нами анкетування вчителів гуманітарних і природничо-математичних дисциплін мало на меті виявити, які логічні уміння, на їх думку, сприяють успішному оволодінню учнями 5-6 класів їх предметом. Результати анкетування представлені у формі графіка (див.додаток Д.4.). Як показало проведене анкетування, існують деякі розходження щодо того, які логічні уміння, на думку вчителів, є більш значущими для успішного оволодіння учнями гуманітарними знаннями чи знаннями природничо-математичного спрямування. Серед найбільш значущих виділилися уміння знаходити закономірності, доказово міркувати.

Структура умінь визначається їх *операційним складом*, тобто, сукупністю дій і операцій, які входять у нього та особливостями зв'язків між ними. Ознайомлення учнів з операційним складом окремих логічних умінь, як показала практика, може призвести до покращення опанування того чи іншого умінь.

На основі проаналізованої психолого-педагогічної і методичної літератури, результатів опитування вчителів, власного досвіду роботи в школі, беручи за основу програму формування загальнонавчальних умінь і навичок, складеної В.Ф.Паламарчук [155], і враховуючи вікові особливості молодших підлітків, ми вважаємо, що у 5-6 класі необхідно і можливо формувати наступні три групи логічних умінь.

I. Уміння, в основі яких лежать операції логіки висловлень.

II. Уміння, в основі яких лежать операції логіки класів та логічні операції, спрямовані на встановлення тотожності, відмінностей.

III. Уміння, які передбачають проведення одно-, дво-, багатокрокових міркувань.

Виділення операційного складу певних логічних умінь проведено, враховуючи їх логіко-математичні основи (додаток А.1.). Розглянемо операційний склад логічних умінь, які входять у кожную з виділених груп.

I. Уміння, в основі яких лежать операції логіки висловлень.

Операційний склад уміння утворювати умовні висловлення: 1) виділити прості висловлення, які перебувають у причинно-наслідкових відношеннях; 2) поєднати їх в одне за допомогою логічної зв'язки “якщо..., то..3) визначити, чи є істинним отримане висловлення, за правилом: умовне висловлення хибне тоді, і лише тоді, коли засновок істинний, а висновок хибний.

Операційний склад уміння утворювати єднальні висловлення: 1) виділити предмет або явище, якому притаманні декілька властивостей, або властивість, яка є притаманною декільком предметам чи явищам; 2) утворити прості висловлення; 3) поєднати прості висловлення за допомогою логічної зв'язки “і”; 4) визначити значення істинності отриманого висловлення за правилом: єднальне висловлення істинне тоді, і лише тоді, коли істинні всі прості висловлення, що входять до його складу.

Операційний склад уміння утворювати єднально-розподільні висловлення: 1) виділити предмет або явище, якому притаманна хоча б одна з властивостей, або властивість, яка є притаманною хоча б одному предмету чи явищу; 2) утворити прості висловлення; 3) поєднати прості висловлення за допомогою логічної зв'язки “або”; 4) визначити значення істинності отриманого висловлення за правилом: єднально-розподільне висловлення істинне тоді і лише тоді, коли істинне хоча б одне з простих висловлень, що входять до його складу.

Операційний склад уміння утворювати розподільно-виключаючі висловлення: 1) виділити предмет або явище, якому притаманна одна і тільки одна з властивостей, або властивість, яка притаманна одному і тільки одному предмету чи явищу; 2) утворити прості висловлення; 3) поєднати прості висловлення за допомогою логічної зв'язки “або..., або...”; 4) визначити значення істинності отриманого

висловлення за правилом: розподільно-виключаюче висловлення істинне тоді і лише тоді, коли істинне одне і тільки одне з простих висловлень, що входять до його складу.

Уміння утворювати заперечення простих висловлень.

За нашими даними заперечення простих суджень учні виконують інтуїтивно і майже безпомилково. Але логічні основи цього уміння є надто складними для учнів 5-6 класів. Тому, ми вважаємо, що формування уміння заперечувати прості судження при навчанні математики у 5-6 класі доцільно обмежити інтуїтивним їх застосуванням.

II. Уміння, в основі яких лежать операції логіки класів та логічні операції, спрямовані на встановлення тотожності, відмінностей.

Операційний склад уміння виділяти спільні та індивідуальні властивості предметів чи явищ: 1) виділити об'єкти порівняння А і В; 2) виділити властивості кожного з цих об'єктів; 3) співставити або протиставити множини виділених властивостей за правилом: спільними є властивості, які входять в обидві з виділених множин, індивідуальними є ті, які входять в одну і тільки одну із виділених множин.

Операційний склад уміння виділяти суттєві, несуттєві властивості понять: 1) визначити множину предметів, що відносяться до поняття А (обсяг поняття); 2) визначити множину властивостей поняття А; 3) виділити одну з властивостей; вона буде суттєвою, якщо її відкидання спричинить зміну обсягу поняття А.

Операційний склад уміння визначати поняття через найближчий рід і видову відмінність: 1) визначити найближче родове поняття за правилом: це має бути таке найближче поняття, яке включає у свій обсяг, обсяг поняття, що визначається; 2) виділити особливу видову ознаку або декілька таких ознак за правилом: вони мають характеризувати означуване поняття як один із видів визначеного роду; 3) виділити характер зв'язку видових ознак; 4) утворити складне висловлення: означення, в якому було б відображене родове поняття, видові властивості та характер їх зв'язку.

Операційний склад уміння проводити класифікацію понять: 1) встановити обсяг поняття, яке підлягає поділу; 2) встановити суттєві властивості об'єктів, що

Практика показує, що виявити помилки математичного змісту для учнів значно легше, ніж логічні. “Логічні помилки пов’язані з порушенням у змістовних мислительних актах, недотриманням законів і правил логіки, а також з конкретним застосуванням логічних прийомів та операцій” [207, с.322].

На нашу думку, знання учнів про логічні помилки (див. додаток А. 1.), які вони набувають опосередковано, виконуючи справи з логічним навантаженням, роблять застосування логічних умінь більш усвідомленим. Нами було проведено анкетування вчителів математики, щодо характеру логічних помилок, які найчастіше зустрічаються в учнів (див. додаток Д.3.). Найчастіше, на думку вчителів, учні допускають логічні “перескоки” в обґрунтуванні своїх думок, тобто роблять правильний висновок, однак, такий, що безпосередньо не слідує з наведених аргументів, у доведенні за основу беруть положення, які необхідно довести, або посилаються на твердження, обернене до раніше доведеного, плутають означення і ознаку поняття.

Вчителі відзначають, що значні труднощі викликають у дітей розуміння належності предмету ознак, які пов’язані між собою сполучниками “і”, “або”, “або..., або...”. Багато помилок допускається при визначенні понять: при використанні означень посилаються лише на частину суттєвих властивостей, що містяться в означеннях, або виділяють несуттєві, другорядні властивості. Нерідко учні помиляються при класифікації понять. Часто в міркуваннях учнів зустрічаються неправильні міркування за схемою: $A \Rightarrow B$; $\neg A$

-пВ

Констатуючий експеримент і перший етап формуючого експерименту дозволили нам виділити різного роду дефекти у системі логічних знань та логічних умінь учнів: а) знання, які мають учні, часто є неточними або неправильними; б) відсутні знання про можливі логічні помилки; в) не відбувається актуалізація необхідного логічного прийому або уміння, учні утруднюються у виборі потрібного логічного уміння; г) відбувається збій у застосуванні певного логічного уміння, і тому, навіть знаючи, яку послідовність логічних умінь необхідно застосувати, учень не в змозі її виконати.

1.4. Методична модель розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів при вивченні математики.

Аналіз поняття “логічне мислення”, умовне виділення його компонентів, їх змістове наповнення відповідно віковим особливостям молодших підлітків дає змогу побудувати модель методичної системи розвитку логічного мислення при вивченні математики у 5-6 класах в умовах диференційованого навчання. При розробці цієї моделі ми спиралися на загальну модель методичної системи (А.М.Пишкало [171]), визначаючи цілі, зміст, методи і прийоми, організаційні форми та засоби розвитку логічного мислення учнів.

Цільовий компонент методичної системи має чотири аспекти: особистісний (загальнорозвиваючий), гностичний (логіко-пізнавальний), практичний і методичний.

Розвиток логічного мислення і опанування учнями математичних знань є процеси взаємопов'язані і взаємозумовлені. Зростання рівня розвитку логічного мислення виступає як мета математичної освіти, і як засіб опанування математичних знань, бо саме на цій основі оволодіння учнями основами математичних знань, навичок, умінь проходить значно ефективніше. При цьому необхідно враховувати наявний рівень сформованості компонентів логічного мислення учнів.

Розвиток компонентів логічного мислення ми вбачатимемо у появі таких змін (новоутворень), що призводять до переходу від нижчого до вищого рівня сформованості у кожному із виділених компонентів окремо, а також у вдосконаленні зв'язків між ними.

1.4.1. Рівні сформованості компонентів логічного мислення учнів 5 — 6 класів.

У психолого-педагогічних дослідженнях теоретично і експериментально доведено положення про активну роль знань в актах мислення. Тому постає питання про виділення рівнів сформованості змістового компонента логічного мислення учнів. Як зазначалося вище, учень може мислити логічно, будувати ланцюги логічних міркувань і не вивчати спеціально при цьому елементи логіки як окремий розділ або предмет. Логічне мислення може ґрунтуватися на інтуїтивних логічних уявленнях.

На початковому рівні розвитку змістового компонента логічного мислення формуються інтуїтивні уявлення, які становитимуть основу побудови системи логічних знань на наступних рівнях. Інтуїтивні уявлення не вимагають вербалізації і необов'язково виражені у точній словесній формі. Такі “передзнання” у подальшому навчанні, у разі їх правильності, будуть вдосконалюватися, поповнюватися і уточнюватися, а у випадку неправильності - коректуватися. Тому перший початковий рівень в умовно виділеному змістовому компоненті є рівнем інтуїтивних логічних уявлень, “передзнань”. Для цього рівня характерна відсутність усвідомленості процесу їх формування та використання, неспроможність учня у словесній формі сформулювати логічні факти або логічні поняття, якими він оперує. Процес набуття і застосування таких знань неконтрольований і важко піддається корекції.

Наступний рівень - це рівень усвідомленого сприйняття, накопичення і застосування логічних знань. У відповідності до етапів засвоєння знань можна виділити три рівні усвідомленого застосування знань: знання репродуктивного рівня застосування, знання продуктивного рівня застосування і знання творчого рівня.

До *усвідомлених знань* ми відноситимемо *знання репродуктивного і продуктивного рівнів застосування*. Знання *творчого рівня застосування* виділятимемо у окрему групу, відзначаючи, що при формуванні таких знань значну роль відіграє самостійна постановка мети їх застосування, а також сфера несвідомого, проявами якого є інтуїція, інсайт і продукування гіпотез.

Знання репродуктивного рівня застосування характеризуються тим, що процеси мислення, які забезпечують функціонування знань на цьому рівні, мають переважно репродуктивний характер. Слідуючи за поділом, запропонованим А.М.Капіносовим [97], враховуючи дані констатуючого експерименту, *знання репродуктивного рівня застосування* ми поділяємо на два підрівні: *рівень простого відтворення і рівень узагальненого відтворення*.

Знання продуктивного рівня застосування - це знання, які отримані у результаті трансформації знань репродуктивного рівня (за допомогою, наприклад, виділення суттєвих властивостей, порівняння у двох його формах, абстрагування, узагальнення, виведення наслідків та ін.). Характерною особливістю мислительного

процесу при формуванні продуктивних знань є те, що у результаті розумової діяльності виникає новий для суб'єкта діяльності продукт: матеріальний або ідеальний, проходить трансформація знань.

Знання цього рівня можна поділити на *логіко-пошукові* та *евристично-логічні*. *Логіко-пошукові знання* виступають логічним наслідком попередніх знань і отримуються як результат трансформації знань через виконання логічних операцій, застосування логічних прийомів і умінь. Формування *евристично-логічних знань* проходить через трансформацію попередньо отриманих знань репродуктивного рівня шляхом застосування як логічних прийомів і умінь, так і шляхом застосування різноманітних правил і схем, так званих евристик, що направляють пошук і дозволяють скоротити його.

Формування репродуктивних і продуктивних знань передбачає їх вербалізацію для передання і сприйняття інформації, для показу зразка застосування знань, для розпізнавання варіацій даного зразка, для розгортання, роз'яснення і сприйняття процесів логічної або евристично-логічної трансформації знань. Ці знання є експліцитними. Процес їх опанування і застосування характеризується деталізацією і поетапною формалізацією.

Знання творчого рівня застосування набуваються у ході самостійної пошукової діяльності учнів. Вони формуються за рахунок використання “передзнань”, інтуїтивних логічних уявлень, знань репродуктивного і продуктивного рівнів, у процесі виділення напрямку пошукової діяльності, формулювання мети, завдань, гіпотези, плану пошуку, при проведенні самого пошуку і, власне, розв'язання проблеми, при отриманні висновків і перевірці отриманих даних. Характерною особливістю процесу формування знань творчого рівня є те, що усвідомлювані і неусвідомлювані знання, на базі яких проходить це формування, попередньо інтеоризувалися і поповнили сферу несвідомого.

Отже, ми виділяємо наступні **рівні розвитку змістового компонента логічного мислення учнів.**

I рівень. Логічні неусвідомлювані “передзнання”, інтуїтивні уявлення логічного характеру.

II рівень. Знання усвідомленого застосування: репродуктивні знання (рівень простого відтворення; рівень узагальненого відтворення); продуктивні знання (логіко-пошукові; евристично-логічні).

III рівень. Творчі знання на базі неусвідомлюваних уявлень і “передзнань” та усвідомлюваних знань репродуктивного і продуктивного рівнів.

Вдосконалення системи логічних знань ми розглядатимемо як розвиток змістового компонента логічного мислення. Основною умовою розвитку цього компонента виступає організація цілеспрямованого формування знань на одному з виділених вище рівнів, які відображають закономірності процесу засвоєння і використання знань, і поступового переведення знань з більш низького рівня на більш високий. Якщо таке переведення відбувається, ми будемо говорити про розвиток у змістовому компоненті логічного мислення учнів.

Було б неправомірно стверджувати, що лише “передзнання” інтуїтивного рівня і усвідомлювані знання дають змогу вивести знання на рівень творчого застосування. Надзвичайно важливу роль відіграє поступове поетапне вдосконалення прийомів розумової діяльності, логічних умінь і умінь використовувати евристики.

У нашому дослідженні ми виходимо з положення про тісний зв'язок логічних знань з логічним мисленням і схилиємось до думки Н.О.Менчинської, що при раціональних умовах навчання процеси накопичення знань і оволодіння способами оперування ними прогресують рівномірно за наявності прогресивних змін у мотиваційній сфері учня [141]. При неправильно організованому навчанні інтенсивне накопичення знань може супроводжуватись недостатньою сформованістю умінь, і цей фактор негативно впливає на розвиток мислення.

У дослідженні О.І.Федоренко критеріями сформованості логічних умінь прийняті: умовивідні знання (варіативне застосування логічних прийомів з метою отримання нових знань), пізнавальна самостійність (використання готових і конструювання нових моделей), якість одержаних знань (міцність, обсяг), рівень сформованості пізнавального інтересу і зв'язаного з ним пізнавального мотиву, уміння роз'язувати пізнавальні задачі різного рівня складності, критичність мислення [206, с.8]. Показником сформованості логічних умінь вона вважає уміння одержувати

знання шляхом логічного міркування [206, с.8]. У нашому дослідженні показником сформованості логічних умінь приймається спроможність їх застосування на певному рівні.

При визначенні рівнів в операційному компоненті логічного мислення ми виходили із загальновизнаного положення, що закономірності процесу формування логічних умінь співвідносяться із закономірностями опановування знань. Розумові дії, а відповідно і прийоми розумової діяльності починають формуватися розгорнуто, по елементах, а в процесі освоєння дія поступово скорочується, виконується швидше і менш усвідомлено, набуває згорнутого характеру. Однак, у випадку утруднення знову переходить у розгорнутий план зовнішньої мови (П.Я.Гальперін та ін. [175]).

У загальноприйнятому рівневому поділі оперування уміннями (О.І.Гришко, А.М.Капіносів [61,97] та ін.) рівень неусвідомленого застосування умінь не передбачений. Проте, досвід показує, що певні логічні уміння формуються в учнів стихійно і застосовують вони їх часто неусвідомлено. Якщо загальноприйнятий поділ доповнити зазначеним рівнем, то утворена градація рівнів сформованості логічних умінь стає співвідсною з рівневим поділом логічних знань. Це узгоджується з положенням, що процеси розвитку змістового і операційного компонентів є взаємопов'язаними і взаємообумовленими, і поділ не дискретного процесу мислення на ці компоненти є умовним.

Отже, ми виділяємо наступні **рівні розвитку операційного компонента логічного мислення учнів.**

I рівень. Неусвідомлене застосування логічних прийомів і логічних умінь.

II рівень. Усвідомлене застосування логічних прийомів і логічних умінь.

2.1. Репродуктивний рівень (рівень простого відтворення, рівень узагальненого відтворення).

2.2. Продуктивний рівень (логіко-пошуковий, евристично-логічний рівень).

2.3. рівень. Творче застосування логічних прийомів і умінь для проведення самостійного творчого пошуку, у ході якого проходить формування нових логічних прийомів і умінь.

Віковими та індивідуальними особливостями обумовлені зміни у мотиваційному компоненті логічного мислення. Розвиток мотиваційної сфери особистості одні автори пов'язують із розширенням та активізацією наявних мотивів, інші - з появою нових мотивів. “Особливе значення має виникнення нових спонукань особистості до мислительної діяльності і характер цих спонукань (інтересів, потреб), що означає розвиток пізнавальних можливостей особистості, її здібностей не тільки до опанування знаннями, але і до творчого оволодіння прийомами мислення...” [204, с.25]. Експериментальні дослідження Л.І.Божович, А.К.Маркової, О.П.Кисіль [27,133,101] та власні спостереження дозволяють виділити три **рівні розвитку пізнавального інтересу**.

I рівень - локальні, ситуаційні інтереси, що активізують мислення лише у певній області знань, роблять учнів інертними по відношенню до всього, що не входить в область цього інтересу.

II рівень - прагматичний інтерес: мислення активізується відносно обмеженого кола питань, наприклад, тих, які виносяться на екзамен, тощо.

III рівень - теоретичний пізнавальний інтерес, тобто інтерес до навчання як самоціль.

Усвідомлення учнем процесу свого мислення, виділення тих логічних фактів, понять, закономірностей, законів, які він використовує, а також логічних умінь, якими він оперує, має важливе значення для цілеспрямованого розвитку логічного мислення. Реальний мислительний процес не може бути заключений у рамки закінчених логічних конструкцій: у ньому неминучі пошуки, проби, помилки.

Знання про логічні помилки і уміння їх помічати взаємопов'язані, але однозначно не визначають один одного. Однак, знання про те, яких правил логіки необхідно дотримуватись, і які можуть виникнути помилки при недотриманні цих правил, а також шляхи їх усунення є важливими для опанування програмового матеріалу з математики у 5-6 класі.

Нами виділені наступні **рівні сформованості контрольньо-корекційного компонента логічного мислення**, які співвідносні з процесом відшукування помилки.

I рівень - інтуїтивне “відчуття” логічної помилки.

II рівень - відшукування логічної помилки: під керівництвом і за допомогою вчителя або товариша, самостійне відшукування помилки.

III рівень - усвідомлення логічної помилки.

IV рівень - виправлення помилки.

На першому з виділених рівнів учень не може самостійно покроково проаналізувати хід свого мислення, але усвідомлює його результати і, співставляючи свої результати з тими, що отримали інші учні, “відчуває” помилковість своїх міркувань.

На другому з виділених рівнів учень, відтворюючи хід своїх міркувань і порівнюючи його з міркуваннями вчителя або товариша, може виявити наявність помилки. Порівняння також може проходити не з міркуваннями інших, а з відомими йому схемами правильних міркувань, правилами виконання логічних операцій, операційним складом логічних умінь. На цьому рівні необхідним є застосування відповідних логічних знань.

Загально визнаним є положення, що відшукування помилки є лише вихідним, базовим для наступного більш глибокого і різностороннього усвідомлення мислительного процесу [156, с.126].. У психолого-педагогічній літературі усвідомлення мислительного процесу пов'язують із співставленням кожного проробленого кроку з бажаним результатом. Тому на рівні усвідомлення логічних помилок, учень не просто відтворює хід своїх міркувань, а співставляє результат кожної проведеної ним логічної операції (дії) з тим результатом, який повинен бути при правильному її виконанні, або з тим, який може бути при недотриманні правил виконання логічної операції. При цьому, можливо, виявляться дефекти у побудові послідовності логічних операцій, або у застосуванні окремих логічних умінь.

Виявлені рівні сформованості знань, умінь, мотивів, контролю дозволяють вважати показником розвитку логічного мислення перехід від нижчого рівня до вищого. Зазначимо, що, оскільки розбиття на компоненти цілісного процесу логічного мислення є умовним, то прогресивні зміни в одному компоненті приводять до певних прогресивних зрушень у інших, а також у їх сукупності в цілому, що виливається в інтелектуальний розвиток особистості.

1.4.5. Методи, прийоми, організаційні форми та засоби розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів.

Уточнення цілей і змісту розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів відповідно до їх вікових особливостей, врахування змісту курсу математики у 5-6 класах дозволяє виділити методи, прийоми, організаційні форми та засоби формування та розвитку логічного мислення учнів у ході диференційованого навчання математики.

У роботі по цілеспрямованому формуванню та розвитку логічного мислення учнів доцільно розрізняти такі *шляхи*: прямий, опосередкований. Використовуючи *прямий шлях*, учитель подає логічні знання (факти, поняття, закони, правила) у явному вигляді, формує логічні уміння шляхом введення у явному вигляді їх операційного складу, розкриття їх логічної основи. При використанні *опосередкованого шляху* вчителю також доцільно ставити за мету засвоєння логічних знань і формування логічних прийомів і умінь водночас із засвоєнням математичного матеріалу, але подання логічних фактів, понять, правил і законів здійснювати опосередковано через систему диференційованих завдань. Одне із головних завдань вчителя - забезпечити підбір системи диференційованих завдань, на основі яких можна було б вводити логічні знання, формувати та розвивати логічні уміння.

У навчальному процесі прямий і опосередкований шляхи часто виступають у єдності. Це породжує різноманітні перехідні варіанти, для яких характерні певні особливості обох шляхів. У формуючому експерименті на уроках ми застосовували опосередкований шлях і перехідні варіанти. Варіант можливого вибору прямого чи опосередкованого шляху формування логічних знань і умінь у відповідності до змісту навчального математичного матеріалу наведено у додатку (див. додаток В).

Результат и проведеного експериментального навчання дозволили визначити наступні особливості у діяльності вчителя.

1. З метою виявлення наявних рівнів логічних знань, навичок, умінь учнів доцільно використовувати опосередкований шлях.
2. Формувати логічні знання і уміння, приводячи їх у систему, краще використовуючи перехідний і опосередкований шляхи.

3. Деякі схеми правильних міркувань (умовних, умовно-категоричних, категорично-розподільних) відпрацьовувати опосередковано.
4. Знання про логічні помилки і способи спростування неправильних тверджень доцільно формувати, використовуючи перехідні варіанти.
5. Уміння знаходити, усвідомлювати і виправляти свої і чужі логічні помилки краще формувати опосередковано.
6. Процес формування логічних знань і умінь не пов'язувати із засвоєнням їх на формально-логічному рівні. Символіку вводити і застосовувати лише для зручності і скорочування записів математичних тверджень.

Необхідно зазначити, що у ході експериментальної роботи нами виявлено, що формування знань про складні і прості висловлення, умінь визначати поняття, проводити класифікацію понять, знаходити закономірності, висувати гіпотези проходить ефективніше опосередкованим шляхом. Формування ж інших знань і умінь, наприклад, знань про логічні закони (виключення третього, закон суперечності, закони де Моргана), знань про логічні помилки проходить краще, коли опосередкований шлях змінити на перехідні варіанти, тобто, певні логічні факти давати у явному вигляді.

У сучасній дидактиці метод навчання розглядається як спосіб досягнення мети навчання, виховання та розвитку учнів у процесі їх спільної діяльності з учителем. Існує декілька різних концепцій і класифікацій методів навчання (І.Я.Лернера, М.І.Махмутова, Ю.К.Бабанського, В.О.Онишука). Ми у своєму дослідженні приймаємо концепцію І.Я.Лернера, М.Н.Скаткіна [70], згідно якої у методі навчання визначальними є зміст навчання та способи його засвоєння [70, с. 188], і виділяємо п'ять загальнодидактичних методів навчання: пояснювально-ілюстративний (інформаційно-рецептивний), репродуктивний, проблемного викладення матеріалу, частково-пошуковий (евристичний) і дослідницький метод.

Використовуючи *прямий шлях*, доцільно застосовувати переважно пояснювально-ілюстративний метод (розповідь, бесіда, ілюстрація) і репродуктивний метод (виконання вправ за зразком). Можна також використовувати метод проблемного

го матеріалу на різних рівнях складності; г) індивідуальна робота по розробці і реалізації програм-мінімумів для слабо встигаючих учнів, програм-розвитку для добре встигаючих учнів, програм-корекції по ліквідації прогалин у знаннях, д) індивідуальні консультації. У програми розвитку доцільно включати, наприклад, розрізнення різних видів означень, ознайомлення учнів з правилами і прикладами класифікацій понять, з логічними основами окремих логічних умінь.

Групова форма роботи з учнями 5-6 класів, як показує практика, є найбільш ефективною. У ході групової роботи, яка має на меті розвиток логічного мислення учнів, передбачається створення гомогенних або гетерогенних груп серед учнів класу. *До гомогенних груп* доцільно включати учнів з приблизно однаковим рівнем розвитку логічного мислення; *гетерогенні групи* утворюються з учнів, які мають різний рівень сформованості і розвитку логічного мислення. Серед видів групової роботи доцільно виділити наступні: парна робота одностороннього або двостороннього характеру; сумісно-розподільна навчальна діяльність (діяльність по розв'язуванню вправ з логічним навантаженням розподіляється між різними групами учнів класу); особистісно-рольова (в процесі групової роботи кожний учень виконує певну роль: опонента, контролера, консультанта, асистента тощо) [9].

Наприклад, при опрацюванні означень геометричних фігур учнів класу можна розбити на групи, які отримують різні завдання: а) утворити неправильні означення, свідомо допустивши одну із логічних помилок при визначенні понять, але так, щоб своїм формулюванням вони були схожі на правильні; б) утворити правильні але переформульовані означення; в) утворити неправильні означення і такі, щоб суттєво відрізнялися формулюванням.

Співставляючи утворені правильні, але переформульовані, і неправильні означення з тими, які подані у підручнику, учні вчаться визначати поняття через найближчий рід і видову відмінність, усвідомлюючи види зв'язку між суттєвими властивостями поняття (кон'юнктивний, диз'юнктивний), давати генетичне означення понять, знаходити і виправляти логічні помилки. Такі завдання доцільно пропонувати для домашньої роботи. Конкретні приклади застосування групової форми роботи з

Якщо пріоритетною ціллю виступає уяснення математичних фактів, понять та опанування способів математичної діяльності, а супутньою - застосування логічних умінь, то такі вправи ми будемо відносити до *математичних вправ*. Якщо пріоритетною ціллю виступає уяснення логічних фактів і застосування логічних умінь, а супутньою - відпрацювання математичних способів діяльності, то такі вправи ми відноситимемо до *математичних вправ з логічним навантаженням*. Вправи нематематичного змісту, пріоритетною ціллю яких є уяснення логічних фактів і застосування логічних умінь, а супутня ціль не висувається, ми будемо відносити до *логічних вправ*.

Загально визнано, що застосування у процесі навчання математики математичних вправ є необхідною умовою розвитку логічного мислення учнів. У ході нашого дослідження встановлено, що застосування лише математичних вправ не є достатнім для реалізації цього завдання. Зокрема, про це свідчить велика кількість логічних помилок, які допускають учні, у яких спеціально не формували логічних знань та умінь. Тому, поряд із застосуванням математичних вправ доцільно використовувати логічні вправи і вправи з логічним навантаженням.

У ході виконання вправ учні можуть опанувати не лише навички і уміння. За певних умов на основі виконання вправ можна формувати також і елементи теоретичних знань. Для опанування елементів теоретичних знань і оволодіння навичками і уміннями необхідною є *система вправ*, яка побудована відповідно до визначеної мети. Через систему вправ можна виявляти інтуїтивні уявлення, на основі яких формуватимуться нові знання на усвідомленому і творчому рівнях застосування. Систему вправ з логічним навантаженням ми розглядатимемо як засіб прямого впливу на процес розвитку логічного мислення і як засіб опосередкованого впливу на ефективність засвоєння математичних знань, навичок, умінь.

Наявність груп учнів з неоднаковим рівнем розвитку логічного мислення, різні типи логічних помилок, яких припускаються сильні, середні і слабкі учні (додаток Д.3.) свідчать про те, що процес розвитку логічного мислення учнів доцільно організовувати на основі диференціації. Відповідно, здійснювати диференціацію вимог, допомоги і навчального матеріалу. Таким чином, необхідною є диференціація

На етапі пошуку плану розв'язування задачі, як показано у дослідженнях [192, 130,211,161], учні проводять низки індуктивних, або дедуктивних міркувань, у ході яких елементи задачі виключаються із одних зв'язків і вступають в інші. Г.П.Бевз [21] наголошує, що особливу увагу учнів необхідно звернути на те, яким методом проходить відшукування плану розв'язування задачі: синтетичним, аналітичним чи аналітико-синтетичним.

Аналітичний метод міркувань у процесі відшукування плану розв'язання задачі передбачає побудову послідовних суджень від питання до даних задачі, синтетичний - від даних до питання. Логічною основою дій учнів при відшукуванні плану розв'язування задач синтетичним методом є знаходження наслідків із засновків на основі виділення суттєвого в умові, застосування низки простих категоричних або умовних силогізмів. При відшукуванні плану розв'язування задачі аналітичним способом учні на основі виділення суттєвого у запитанні повинні знаходити достатні умови для певного наслідку. Деякі аспекти формування логічного мислення учнів 5-6 класів у ході розв'язування арифметичних задач розглядатимуться у другому розділі.

У реальному процесі навчання математики розв'язування математичних задач доцільно поєднувати з розв'язуванням вправ із системи диференційованих вправ з логічним навантаженням. Будова такої системи у відповідності до загальних вимог і методика впровадження у процес навчання математики у 5-6 класах будуть розглянуті нами у другому розділі.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1

1. На сучасному етапі розвиток логічного мислення розглядається як мета математичної освіти і як основа, на якій опанування учнями математичних знань йде значно ефективніше. Формування логічного мислення учнів 5-6 класів відбувається у процесі діяльності, зокрема, по засвоєнню та застосуванню математичних знань, однак, переважно, стихійно. Стихійне формування та розвиток логічного мислення учнів є недостатньо надійним, раціональним та ефективним. Цілеспрямований

вплив на цей процес дозволяє інтенсифікувати його. На основі підвищення рівня розвитку логічного мислення учнів опанування ними математичних знань проходить у подальшому навчанні значно ефективніше. Тому розвивати логічне мислення учнів при вивченні математики у 5-6 класах необхідно і можливо.

У сучасній школі склалися декілька напрямків, реалізація яких покликана розв'язати проблему формування та розвитку логічного мислення учнів. Серед них виділимо: 1) введення курсу логіки у старшій школі; 2) включення елементів логіки до курсу математики з метою формування логічних знань учнів у явному вигляді; 3) пріоритетне формування та розвиток логічних умінь на основі формування певних логічних знань у неявному вигляді; 4) удосконалення змісту і структури навчального матеріалу на основі врахування виділених логічних основ курсу математики середньої школи.

Найбільш прийнятним для формування логічного мислення учнів 5-6 класів є опосередковане формування та розвиток логічних умінь через засвоєння учнями орієнтаційної їх основи (операційного складу). При цьому передбачається: виділення тих елементів логіки, які закладені у програмовому матеріалі у неявному вигляді; визначення обсягу логічних знань і умінь, які необхідні учням для подальшого успішного опанування математичних знань; формування елементів логічних знань у неявному вигляді. Операційний склад логічних умінь доцільно встановлювати разом з учнями у ході виконання вправ і фіксувати його. Процес розвитку логічного мислення учнів вчителю математики доцільно будувати на основі врахування загальних психологічних закономірностей мислення, зокрема, логічного мислення, вікової специфіки протікання мислительного процесу.

2. Логічне мислення необхідно розглядати зі змістової, операційної, мотиваційної, контрольної-корекційної сторони. Однак, виділення цих компонентів є певною мірою абстрагуванням єдиної нероздільної розумової діяльності. Модель логічного мислення доцільно будувати на основі системно-структурного підходу з урахуванням виділених компонентів логічного мислення а також взаємодії сфери свідомого і несвідомого з логічним мисленням. Змістовий компонент логічного мислення - логічні знання, структуровані за рівнем засвоєння і застосування, опе-

раційний компонент - логічні уміння, які формуються на основі прийомів розумової діяльності, логічних прийомів, системи логічних знань та навичок їх застосування, контрольньо-корекційний компонент - рефлексія учнем власного процесу мислення на основі знань про логічні помилки та умінь їх відшукувати, усвідомлювати і виправляти, мотиваційний - цілі, потреби, інтереси та мотиви.

3. Розвиток логічного мислення передбачає рівномірне прогресування кожної із вказаних сторін, появу змін, новоутворень у кожному з виділених його компонентів. Показниками розвитку є перехід від одного до іншого, більш високого, рівня сформованості компонентів логічного мислення учнів.

Рівні розвитку змістового компонента логічного мислення учнів: логічні неусвідомлювані “передзнання”, інтуїтивні уявлення логічного характеру, усвідомлювані знання: репродуктивні (рівень простого і узагальненого відтворення); продуктивні знання (логіко-пошукові; евристично-логічні); творчі знання. Рівні розвитку операційного компонента логічного мислення учнів: неусвідомлене застосування логічних прийомів і умінь; усвідомлене (репродуктивне, продуктивне) застосування логічних прийомів і умінь; творче застосування логічних прийомів і умінь. Рівні розвитку мотиваційного компонента: локальний (ситуаційний) інтерес; прагматичний інтерес; теоретичний пізнавальний інтерес. Рівні сформованості контрольньо-корекційного компонента: інтуїтивне “відчуття” логічної помилки; відшукування логічної помилки, усвідомлення логічної помилки; виправлення помилки.

Загальноприйнятий рівневий поділ опанування знань і умінь доцільно доповнити рівнем неусвідомленого застосування логічних знань і умінь, який відповідний етапу стихійного некерованого формування і використання учнем інтуїтивних логічних уявлень, “передзнань”, оскільки у процесі формування та розвитку логічного мислення учнів необхідно враховувати вплив і прояви інформаційно-змістових процесів вищої нервової діяльності, які завдяки своєму руху, взаємодії і інформаційним характеристикам є об’єктивно осмисленими, залишаючись при цьому психологічно неусвідомленими.

Ефективним засобом діагностування рівня розвитку логічного мислення, поряд із традиційними методиками, є психологічні портрети-еталони учнів з певним яскраво вираженим рівнем розвитку логічного мислення.

4. Здійснення цілеспрямованого педагогічного впливу на процес формування та розвитку логічного мислення учнів вимагає вибору адекватних шляхів і методичного інструментарію. У роботі по формуванню в учнів логічних знань та умінь доцільно розрізняти прямий шлях і опосередкований, а також перехідні варіанти. Ефективними шляхами опанування учнями 5-6 класів певних логічних знань і умінь є здебільшого опосередкований шлях і варіації перехідного шляху.

Опосередкований шлях доцільно використовувати з метою виявлення наявних рівнів логічних знань і умінь учнів, формування знань про складні і прості висловлення, умінь визначати поняття, проводити класифікацію понять, знаходити закономірності, висувати гіпотези, застосувати деякі схеми правильних міркувань (умовних, умовно-категоричних, категорично-розподільних), знаходити, усвідомлювати і виправляти свої і чужі логічні помилки. Формування знань про логічні закони (виключення третього, суперечності, закони де Моргана), логічні помилки проходить краще, коли опосередкований шлях змінити на перехідні варіанти, тобто, певні логічні факти давати у явному вигляді.

5. У процесі опосередкованого формування логічних знань і умінь учнів 5-6 класів доцільним є використання частково-пошукового методу навчання (евристична бесіда, проведення аналізуючого спостереження, порівняння, диференціації різних властивостей, виділення суттєвих властивостей, стимулювання навчальної роботи через використання софізмів, парадоксів тощо). Можливим є використання пояснювально-ілюстративного методу (повідомлення суперечливих фактів, постановка проблемних питань, демонстрація, ілюстрація), репродуктивного методу. Найбільш ефективними є конкретно-індуктивний метод (виявлення закономірностей, поступове підведення до узагальнень, проведення індуктивних міркувань) і метод доцільних задач.

6. Одним із найбільш впливових засобів опосередкованого формування та розвитку умінь учнів, зокрема логічних умінь, є вправи, які можуть бути сформульова-

ними як на математичному, так і на нематематичному змісті. Перші з них доцільно поділити на математичні вправи і математичні вправи з логічним навантаженням у залежності від пріоритетності цілі, яку переслідує їх застосування. Якщо пріоритетною ціллю виступає уявлення математичних фактів, понять та опанування способів математичної діяльності, а супутньою - застосування логічних умінь, то такі вправи доцільно відносити до *математичних вправ*. Якщо пріоритетною ціллю виступає уявлення логічних фактів і застосування логічних умінь, а супутньою - відпрацювання математичних способів діяльності, то такі вправи відносяться до *математичних вправ з логічним навантаженням*. Вправи нематематичного змісту, пріоритетною ціллю яких є уявлення логічних фактів і застосування логічних умінь, а супутня ціль не висувається, доцільно відносити до *логічних вправ*.

Розв'язування математичних вправ і арифметичних задач у процесі навчання математики у 5-6 класах є необхідною умовою для розв'язання завдання розвитку логічного мислення учнів. Проте використання лише математичних вправ не є достатнім для реалізації цього завдання, необхідним є використання також логічних вправ і математичних вправ з логічним навантаженням. Використання безсистемних наборів таких вправ не приносить бажаного дидактичного ефекту. Водночас, система вправ з логічним навантаженням дозволяє опосередковано формувати в учнів елементи знань логічного характеру.

7. Доцільність, необхідність і можливість диференціації у процесі формування та розвитку логічного мислення учнів слідує з неоднорідності психо-фізіологічних особливостей школярів. Диференціація вправ реалізує можливість диференціації у процесі розвитку логічного мислення учнів.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ ТА РОЗВИТКУ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ 5-6 КЛАСІВ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ

2.1. Будова системи диференційованих вправ з логічним навантаженням

Система диференційованих вправ з логічним навантаженням виступає як засіб розвитку логічного мислення і забезпечує оволодіння учнями 5-6 класів відповідними логічними знаннями і вміннями (див. додаток В). Виходячи із наведених вище загальних вимог до системи диференційованих вправ з логічним навантаженням (с.80,81), ми пропонуємо наступну її будову. Система диференційованих вправ з логічним навантаженням повинна містити блоки вправ, спрямованих на формування та розвиток змістового, операційного і контрольного-корекційного компонентів логічного мислення. Кожен із блоків доцільно розбивати на окремі групи вправ: вправи, які передбачають застосування логічних знань і умінь на інтуїтивно-неусвідомленому, усвідомленому і творчому рівні.

2.1.1. Особливості системи вправ, які передбачають застосування логічних знань і умінь на інтуїтивно-неусвідомленому рівні.

Системи логічних завдань розроблялись методистами К.П.Маланюк [129], О.І.Гришко [61], В.Н.Гладунським [56] О.І.Федоренко [206] та ін. Виконання запропонованих ними вправ ґрунтується на усвідомленні учнями процесу розв'язування, проведених міркувань та обґрунтувань. Практика показує, що така система є недостатньою для успішного поступового поетапного розвитку логічного мислення учнів, такого, що піддається контролю. Поза увагою дослідників залишився етап неусвідомленого застосування інтуїтивних логічних знань та умінь і відповідна цьому етапу система завдань. При проведенні експериментального навчання нами виявлені ознаки таких завдань, які були б доступні для переважної більшості учнів без розгортання низки міркувань.

діяльністю, або наочне сприйняття об'єктів, якими ми оперуємо, приводить до полегшення уваги і активізації розумової діяльності.

Дані нашого дослідження дозволяють виділити декілька груп вправ, які побудовано, враховуючи перелічені вище закономірності сприйняття, мислення та їх взаємодії на рівні несвідомого. Ці групи завдань ми умовно назвали:

предметні -> наочно-символічні —>	перехідні
Пі; П₂; П₃	Ні; Н₂; Сі; С₂ <i>ny, Пг</i>

Завдання групи “предметні” (Пі; П₂; П₃) доцільно пропонувати у наступній послідовності:

Пі; П₂ - завдання, що передбачають предметне оперування, інтуїтивне застосування певного логічного уміння без математичного навантаження;

П₃ - завдання, що передбачає предметне оперування, інтуїтивне застосування певного логічного уміння, але з математичним навантаженням;

Ні; Н₂ - завдання, які передбачають оперування з наочним зображенням певних предметів, інтуїтивне застосування логічних умінь, в яких використано нещодавно вивчений математичний матеріал (Ні) або необхідний для вивчення поточної теми математичний матеріал (Н₂), що сприяє реалізації принципу безперервного повторення (за Я.І.Грудьоновим);

Сі; С₂ - завдання, які передбачають оперування символічними записами величин, символічним зображенням понять або предметів, інтуїтивне застосування логічних умінь; при цьому використовується як нещодавно вивчений матеріал (Сі), так і математичний матеріал, необхідний для вивчення поточної теми (С₂).

Особливої уваги заслуговують перехідні завдання (щ, и₂). Вони є тим “містком”, завдяки якому несвідома мислительна діяльність “переходить” у свідому. У нашому дослідженні ми прийшли до висновку, що перехідні завдання доцільно подавати не у наочному, а у словесному вигляді. Процес сприйняття при цьому, як показало наше експериментальне навчання, якісно змінюється, він уповільнюється і, у результаті, швидкість отримання відповіді зменшується. Це обумовлено тим, що у цей час відбувається актуалізація наочного або символічного образу предмета. Нами виявлено шляхи прискорення цього процесу.

Зокрема, актуалізація наочного або символічного образу проходить швидше і адекватніше, якщо завдання, що подане у вербалізованій формі, слідує безпосередньо після завдання, що передбачало оперування лише наочними і символічними образами, і пов'язане з ним по змісту. Цією закономірністю обумовлене розташування перехідних вправ у наміченій системі і змістове їх наповнення, яке повинно бути адекватним попередньо розв'язаним наочно-символічним вправам.

Експериментальне навчання дозволило виділити наступні особливості вправ, які передбачають інтуїтивно-неусвідомлене застосування логічних знань і умінь.

1. Вправи повинні містити значний елемент наочності, пропонуватися у цікавій формі, мати невербальний, можливо, тестовий характер, передбачати багатоваріантність відповіді.

2. Розв'язування вправ цього рівня не передбачає певної етапності. Виділення етапів можливе на основі усвідомлення, а цього при виконанні вправ на інтуїтивне використання логічних знань та умінь не передбачається.

3. Кожна вправа повинна містити елемент, на якому може сконцентруватися свідомість, оскільки свідомі і несвідомі розумова діяльність взаємодіють. На уроках математики доцільно, щоб цей елемент мав математичний характер.

4. Вправи, які передбачають застосування інтуїтивних “передзнань” логічних законів або умінь, в основі яких лежать операції логіки висловлень (див. с.58), краще подавати у вербальній формі. Вправи, які передбачають інтуїтивне застосування логічних умінь II і III груп (див. с.59,60), успішніше сприймаються і розв'язуються, коли їх умова подається у вигляді малюнків, схем, таблиць та ін.

5. Вправи на інтуїтивне застосування умінь, в основі яких лежать операції логіки класів (див. с.60,61), передбачають, що у ході їх розв'язування учні від предметної діяльності по оперуванню об'єктами переходять до оперування наочними зображеннями предметів, потім до оперування символічними образами, а від них - до дії “в умі”, без будь-якої підтримки з боку органів чуття. Використання предметних вправ, спрямованих на застосування деяких логічних знань, зокрема, знань про логічні закони, як показало експериментальне навчання, є недоцільним.

Наприклад, розглянемо задачу: “На відкритті змагань повідомили, що поруч із кожним бігуном буде йти гімнаст. Сергійко йшов з Павликом. Яким видом спорту займається Сергійко, якщо Павлик встановив рекорд на стометрівці?”

При її розв’язанні передбачається використання логічних законів і схем правильних міркувань. Текст задачі можна було б представити у вигляді таблиці або схеми. Однак у такому випадку вона не буде відповідати поставленим дидактичним цілям, бо логічні дії, які повинні виконати учні (виділення суттєвих властивостей, зв’язків), будуть уже виконані. Тому, враховуючи особливість 4, її доцільно пропонувати у вербальній формі. Учні, навіть слабо встигаючі з математики, швидко орієнтуються, що, якщо Павлик встановив рекорд на стометрівці, то - він бігун, а раз Павлик - бігун, то Сергійко - гімнаст. Інтуїтивна логіка дозволяє провести умовне міркування у згорнутому вигляді і швидко отримати правильний результат. Спостереження показали, що, якщо вправи подаються у вербальному вигляді, то для рівня інтуїтивного застосування логічних знань і умінь краще, щоб математичне навантаження було незначним.

Для застосування умінь II і III групи на інтуїтивному рівні, враховуючи особливість 4, можна використовувати, наприклад, завдання: “Знайди закономірність і дай відповідь на питання (рис.2.1., 2.2.)”. Тема: “Симетричні фігури” (6 кл.). Такі і подібні їм завдання представлені в тестах Г.Ю.Айзенка [3], у логічних вправах В.Г.Гайштута [47].

2.1.2. Особливості системи вправ, які передбачають застосування логічних знань і умінь на усвідомленому і творчому рівнях.

У процесі побудови системи таких вправ ми виходили з результатів психологічних і методичних досліджень, представлених у роботах психологів П.А.Шеварева, П.Л.Гальперіна [219,49], методистів Я.І.Грудьонова, З.І.Слепкань [62,192] та ін. Психологічні основи побудови системи вправ з математики концентровано представлені у роботах Я.І.Грудьонова [62,63]. Важливими для нашого дослідження є виділені Я.І.Грудьоновим закономірності мислення у навчальному процесі, розглянутий ним негативний вплив узагальнених асоціацій на активність розумової діяльності.

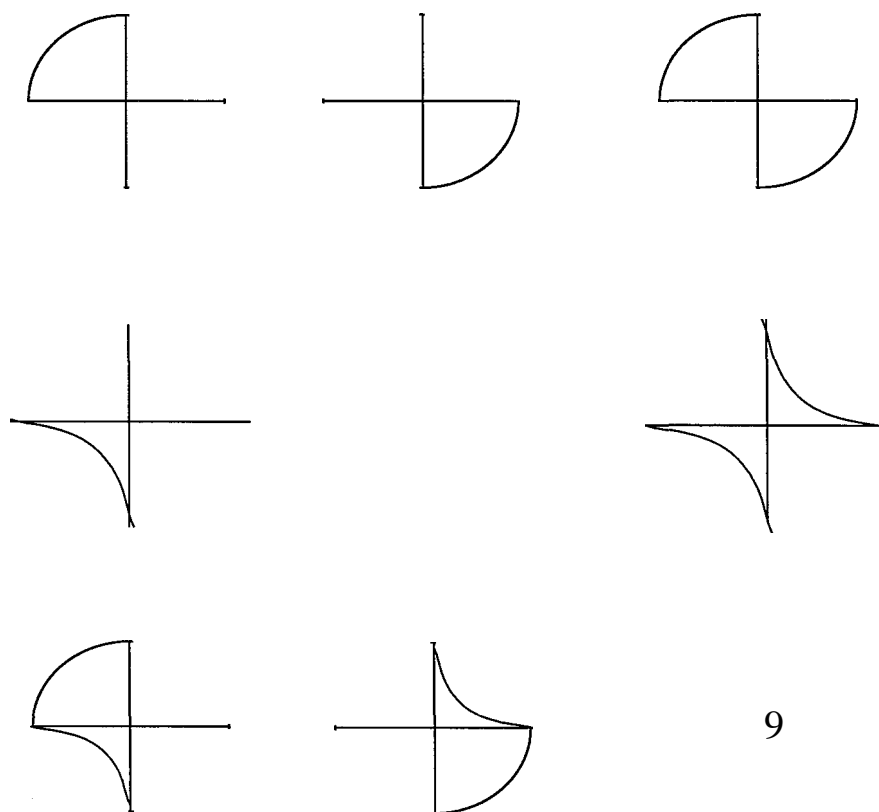


Рис.2.1. Знайти закономірність

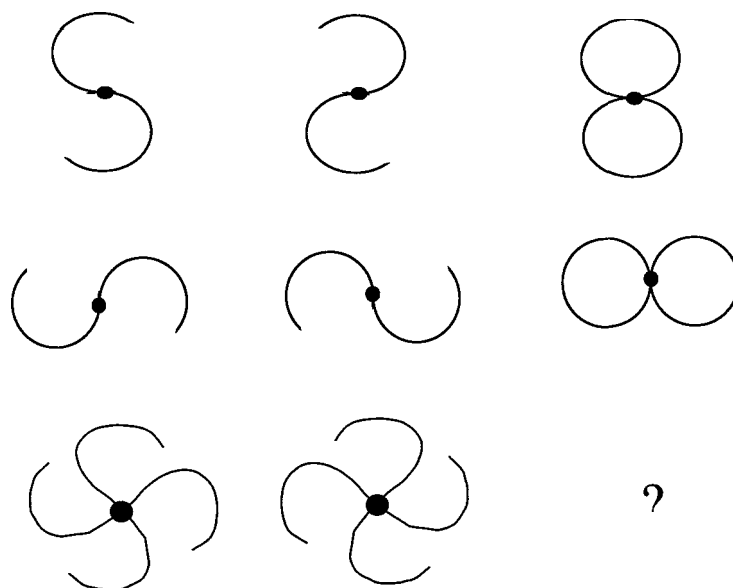


Рис.2.2. Знайти закономірність.

У процесі формування логічних знань і умінь, як показало експериментальне навчання, необхідно, щоб реалізовувався весь ланцюжок $P \rightarrow V \rightarrow T$.

Особливості *репродуктивних вправ* полягають у тому, що: ситуація, запропонована у вправі, передбачає одно-, двокрокове розв'язання за певною схемою; у формулюванні умови наявна повна несуперечлива система даних; процес розв'язування максимально наближений до того, який попередньо представлений учителем і передбачає використання знайомих способів діяльності.

Особливості *варіативних вправ* полягають у тому, що у ході їх розв'язування необхідно виділити підпроблему; можливими є декілька способів розв'язування; передбачене комбінування відомих способів розв'язування або їх перенесення у нову ситуацію; можлива наявність надлишкових даних або нестачі даних.

Особливості *творчих завдань* полягають у тому, що у ході їх розв'язування передбачається виділення нових проблем у знайомих ситуаціях; у завданні проблема може бути сформульована неявно, тому в процесі розв'язування необхідно її переформулювати так, щоб виділились явно проблема і підпроблеми; завдання передбачає декілька можливих способів розв'язання або винайдення нових способів; можлива наявність надлишкових даних або нестачі даних.

Вправи P_1, P_2, V_1, V_2 можуть бути однотипними. Репродуктивні вправи P_1, P_2 , спрямовані на актуалізацію, формування і однокрокове застосування певних логічних знань і умінь у стандартних ситуаціях, а також при розв'язуванні елементарних математичних завдань. Тому їх можна створювати, використовуючи наступні прийоми: розкласти ситуацію складеної задачі на низку простих ситуацій; актуалізувати у кожній з отриманих ситуацій використання певних логічних знань або умінь; представити стандартні ситуації у зручному для сприйняття словесно сформульованому або наочному вигляді (таблиця, графік тощо).

Варіативні вправи V_1, V_2 передбачають багатокрокове застосування знань і умінь на продуктивному рівні (логіко-пошуковому та евристично-логічному). В однотипних варіативних завданнях V_1, V_2 зовнішня форма задачі може змінюватися незначним чином, але варіації змісту не повинні спричиняти необхідності інших підходів до самого процесу розв'язування або до оформлення (синтезу) відповіді.

Вправи, які передбачають інтуїтивно-неусвідомлене застосування логічних уявлень і умінь (проводити прості дедуктивні міркування, знаходити закономірності).

1. Поїзд, у якому вирішили поїхати Пончик і Сиропчик до Шпунтика, складається з восьми вагонів. Вони домовились їхати у п'ятому вагоні. Як сталося, що Пончик і Сиропчик їхали у різних вагонах?

2. Будинок Чебурашки є шостим, якщо лічити будинки на вулиці як зліва, так і справа. Скільки будинків на цій вулиці?

3. Баба-Яга поїхала на конкурс "Міс Чарівність", який проводився серед 17 болютих і лісових кікімор. Якщо рахувати з кінця, то Баба Яга зайняла 14 місце. Яке місце зайняла Баба Яга, якщо рахувати з початку?

Репродуктивні вправи.

1. Знайди закономірність і встав пропущене число

4 6 9 13 18 24 31

2. У рівності

може позначати число ...

3. Чи правильно, що

а) найменше шестизначне натуральне число, яке можна утворити з цифр 8, 6, 7, 0, 1, 2 - це число 126780;

б) найбільше шестизначне натуральне число, яке можна утворити з цифр 8, 6, 7, 0, 1, 2 - це число 876210.

Варіативні вправи.

1. Знайди закономірність побудови першого і другого рядка і за знайденою закономірністю знайди невідоме число третього рядка:

9	5	7
13	7	10
6	8?	

2. З цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 утвори найменше (найбільше) десятицифрове натуральне число, так, щоб кожна цифра зустрічалась один раз.

3. Як зміниться двозначне число, якщо до нього зліва (справа) приписати цифру чотири?

Творчі вправи.

1. Заповніть пусті клітинки таблиці так, щоб сума чисел, які стоять у будь-яких трьох сусідніх клітинках таблиці, дорівнювала 15.

2. Числа від 1 до 9 розташуйте у кружечках таким чином, щоб сума трьох чисел уздовж кожної лінії дорівнювала 15 (рис.2.3.).

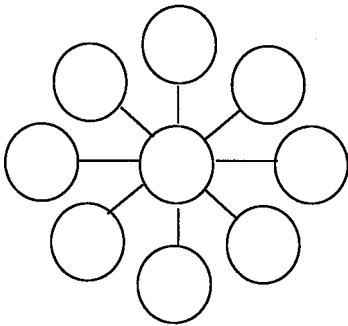


Рис.2.3. Завдання 2.

Тема: “Побудова і вимірювання відрізків” (5 кл.).

Мета: формувати вміння виділяти суттєві та несуттєві властивості об’єктів, міркувати за аналогією.

Вправи, які передбачають інтуїтивно-неусвідомленого застосування логічних уявлень і умінь.

1. Трикутник 1) розділено на три частини так, як показано на малюнку (рис.2.4.).

Яка з фігур 2), 3), 4), 5) не може бути складеною із цих складових частин?

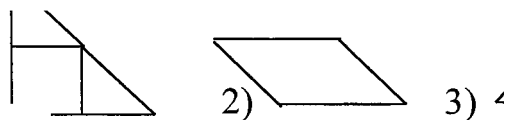


Рис. 2.4. Завдання 1..

2. Знайди закономірність і зроби малюнок на місці знака запитання (рис.2.5.).

3. За аналогією дай відповідь на запитання: мм $_ >$ см; дм $\text{—} \blacktriangleright$?

2. Відомо, що $BR=RE$, $AD=DB$, $AB=12$ см, $BE=9$ см. Знайдіть довжину відрізка DR (рис.2.7.).

A D B R E

Рис.2.7. Завдання 2.

3. Відомо, що $BR=RE$, $AD=DB$, $AB=9$ см, $AE=12$ см. Знайдіть довжину відрізка DR (рис.2.7.).

Творчі вправи

1. Відрізок довжиною a см поділено точкою на два відрізки. Знайти відстань між серединами цих відрізків.

2. Відрізок довжиною a см поділено на три нерівних відрізка. Відстань між серединами крайніх відрізків становить b см. Знайти довжину центрального відрізка.

3. 1.3. Приклади систем завдань, спрямованих на розвиток змістового компонента логічного мислення учнів.

Розвиток змістового компонента логічного мислення учнів, згідно побудованої методичної моделі, можливо здійснювати, використовуючи прямий шлях, опосередкований і різні перехідні варіанти. Структура системи вправ, спрямованих на розвиток змістового компонента логічного мислення учнів, подана у таблиці 2.1.

Таблиця 2.1.

логічного мислення учнів.

	Рівень неусвідомленого застосування	Рівень усвідомленого застосування	Рівень творчого застосування
I блок ЗК	ЗН ₁ ; Н ₁ ; Н ₂ ; Q; С ₂ ; n	ЗР ₁ ЗР ² ЗР ₃ ЗВ ₁ ЗВ ² ЗК	Т ₁ ; Т ₂ ; Т ₃ .

ЗН_z: вправи, що передбачають неусвідомлене застосування інтуїтивних передзнань: наочні (№ і Н₂), символічні (С₁ і С₂), перехідна (л).

ЗР_z: вправи, що передбачають застосування логічних знань на репродуктивному рівні.

ЗВ,: варіативні вправи передбачають застосування логічних знань на продуктивно-му рівні.

Т/ : вправи, що передбачають застосування логічних знань і умінь у ситуаціях творчого пошуку.

Для прикладу використання системи вправ, спрямованих на формування логічних знань учнів 5-6 у *явному вигляді*, візьмемо систему завдань, які передбачають формування знань учнів про логічні закони виключення третього і суперечності.. Оскільки передбачається, що результатом виконання завдання буде засвоєння певного логічного закону, то доцільним є використання логічних вправ.

Інтуїтивно-неусвідомлене застосування знань про логічні закони виключення третього і суперечності відбувається у процесі розв'язування наочно-символічних і перехідної вправ. У ході виконання завдань усвідомленого рівня застосування знань інформація про ці закони дається у явному вигляді, проходить її уточнення і засвоєння. При виконанні вправ творчого рівня засвоєні знання використовуються учнями у нестандартних ситуаціях.

Наприклад, наочно-символічними вправами можуть виступати завдання на знаходження недоречностей у малюнках. Дітям пропонуються малюнки з певними суперечностями змістового характеру у ситуації, що зображається (одночасно світять місяць і сонце; зображена ніч і яскраве сонце в небі; парусник, який рухається проти вітру тощо).

Перехідну вправу доцільно сформулювати у словесному вигляді. Наприклад, такою вправою може бути завдання типу: “Знайди суперечності у розповіді”:

“Жили - були двоє близнюків Біллі і Віллі, один із яких був старший за іншого на 12 років. Біллі був німий і любляв поговорити. Одного ранку, як тільки зайшло сонце за обрій, Біллі приніс своєму братові кругле колесо з багатьма тупими кутами. Однак, Віллі йому відповів, що вже бачив таке у одного знайомого незнайомця, який займався літературною творчістю і писав літературні твори не прозові і не віршовані.”

Репродуктивні вправи P_1 ; P_2 ; P_3 спрямовані на уявлення, усвідомлення і відпрацювання учнями знань про закони виключення третього і суперечності.

Приклади таких вправ можна зустріти в посібниках [80,82].

Р₁: Незнайко сказав: “Зараз ніч і світить сонце”. Чому всі сміялися?

Р₂ : Яка логічна помилка допущена у казці О.С.Пушкіна: “Ты царица всех милее, всех румяней и белее”?

Р₃: Нейзнайко виправдовувався: “Я ніколи не був у Зачарованому містечку”, а вже через 5 хвилин сказав: “Коли я був у Зачарованому містечку...”, і всі засміялися. Чому?

Р₄ :На двох сторонах листка клоуну запропонували записати рівні числа. Публіка побачила такі записи: $(241 + 374) - 5$ і $241 \cdot 5 + 373 \blacksquare 5$. Чому всі сміялися?

У якості варіативних вправ можуть виступати логічні задачі, які у підручнику [40] для 5 класу віднесені до завдань підвищеної складності. Проте практика експериментального навчання показує, що вони доступні всім учням за умов: учнями усвідомлюється, які логічні закони при цьому використовуються, учні знайомі з евристичною схемою розв’язування подібних завдань.

Нами застосовувались завдання типу: “Зустрілися три товариші: скульптор Білик, художник Чорних, музикант Рудих. “Чудово, що один із нас - білявий, другий - чорнявий, а третій - рудоволосий, але в жодного нема волосся того кольору, на який вказує його прізвище”, - відзначив чорнявий. “Ти правий”, - сказав Білик. Який колір волосся у художника?” [109,с.49]

Хоча задача віднесена до завдань підвищеної складності, однак її розв’язання доступне учням, якщо його оформляти, як це і пропонується авторами підручника, у табличному вигляді. Хід міркувань може бути таким:

Учитель: Чи можемо ми зробити певний висновок з того факту, що у жодного з друзів немає волосся того кольору, на яке вказує його прізвище?

Дані спостережень показують, що деякі учні роблять висновок про те, що Рудих має біле або чорне волосся, Білик - руде або чорне, а Чорних - руде або біле. Це є прикладом того, як свідомість працює у формі ствердження певних ознак предиката. Але вчитель може підкреслити, що у кожному разі маємо двозначну відповідь (двомісний предикат), а пам’ять і свідомість краще утримують однозначну відповідь (одномісний предикат). Тому доцільно перейти до заперечення ознаки, бо одночасно

одна і та сама ознака не може бути притаманною і не притаманною одному і тому самому предмету (дається інформація про закон суперечності).

Учень: Білик - не білий, Рудих - не рудий, Чорних - не чорний.

Таким чином, проведена вчителем додаткова робота спрямовує свідомість учня на заперечення певної ознаки, і наступний факт, на основі якого можна утворити заперечу вальне судження, учень вже знаходить сам.

Учень: Якщо говорив чорнявий, а йому відповів Білик, то Білик не чорнявий.

І далі вже навіть без нагадування вчителя учні міркують самостійно.

Учень: Якщо Білик - не чорнявий і не білявий, то він - рудий.

Наступний крок учні часто роблять інтуїтивно і відразу, без розгорнутих міркувань, стверджують, що Чорних - білий, а Рудих - чорний. Вчителів часто задовольняє така відповідь, оскільки вона є правильною. На нашу думку, для учнів значну користь принесло б розгортання процесу отримання такої відповіді, хоча більшість учителів не витрачає часу на таку роботу.

Якщо вчитель передбачає використання цього завдання для виявлення рівня інтуїтивних логічних знань учнів, то такої відповіді достатньо. Але, якщо метою є формування усвідомленого застосування знань про логічні закони, то відповідь має бути отриманою на основі розгорнутого ланцюжка міркувань, кожна ланка якого усвідомлюється кожним учнем. При цьому доцільно спиратися на таблицю, яку наведено у посібнику [109].

Учень: Якщо Білик - рудий, то Рудих і Чорних - не руді. Якщо Чорних - не рудий і не чорний, то він - білий. Якщо Чорних - білий, то Рудих і Білих - не білі. Якщо Рудих - не білий і не рудий, то він - чорний.

Ці міркування є строго логічними і їх розгортання вимагає більше часу. Однак, вони є основою для утворення ланок складеної асоціації, яка продовжує формуватися у процесі розв'язування другої, а особливо третьої варіативної задачі. Особливістю утвореної складеної асоціації є те, що вона при необхідності може розгортатися у початковий ланцюжок міркувань.

Наступною варіативною вправою може виступати задача: “Дівчатка, прізвища яких Береза, Верба і Тополя - посадили троє дерев: березу, вербу і тополь. Жодна з

них не посадила дерева, від назви якого пішло її прізвище. Яке дерево посадила кожна дівчинка, якщо відомо, що Береза посадила не тополлю” [40, с.67]. Хоча розв’язання цієї задачі подано в підручнику, але діти успішно і самостійно, не підглядаючи в підручник, з нею справляються. При цьому міркування дітей поступово згортаються і, як показують наші спостереження, на виконання учнями другої вправи часу витрачається втричі менше. Однак, при розв’язуванні такої вправи усвідомлення того, які саме логічні закони застосовуються, є не обов’язковим для отримання правильної відповіді. Йде нарощення умов, при яких мислительна активність поступово уповільнюється, тому що: 1) завдання практично однотипні; 2) розв’язання кожної зводиться до низки однакових міркувань; 3) учень не усвідомлює особливість низки міркувань, бо не передбачена можливість вибору іншого шляху; 4) дані задачі не є для учнів незвичними; учень стає більш впевненим у безпомилковості своїх дій. Тому третє завдання із варіативних вправ (контрприклад) має містити елемент, що розриває хоча б одну з цих умов.

У ході експериментального навчання ми запропонували в одному класі контрприклад: “У пляшці, склянці, глечуку і банці є молоко, лимонад, квас і вода. Відомо, що молоко і квас не у пляшці, посуд з лимонадом стоїть між глечиком і посудом з квасом, у банці - не лимонад і не вода. Склянка стоїть біля банки і посуду з молоком. У якому посуді знаходиться кожна рідина?” [109,с.51]). У запропонованому завданні нарощення складності відбувається за рахунок збільшення кількості компонентів даних задачі.

В іншому класі як контрприклад використовувалося завдання: “Наталка, Оля, Тарасик і Михайлик одягли на новорічний бал маскарадні костюми Лисички, Зайчика, Грибочка, Сніжинки. У костюмі Сніжинки була одна з дівчаток, але не Оля. Тарасик був у костюмі не Лисички і не Зайчика. Михайлик теж не одягнув костюм Лисички. Які костюми одягли Наталка, Оля, Тарасик і Михайлик?” [40,с.67]. У ході розв’язуванні цього завдання міркування спиралися вже на іншу схему правильних міркувань: розділово-категоричний силогізм.

Спостереження показали, що за рахунок кількісного ускладнення даних задачі дидактична мета не досягається, бо усвідомленість проміжних міркувань продовжує

падати. А от у випадку застосування розділово-категоричного силогізму свідомість концентрується на ствердженні певної ознаки, що спричинює розрив другої із вищеназваних умов, і рівень усвідомленості застосування логічних знань зростає. Таким чином, третім завданням варіативних вправ (контрприкладом) доцільно підбирати не заплутані задачі з великою кількістю даних, а задачі, хоч і з незначною відмінністю в умові, але такі, в яких передбачено проведення іншої низки міркувань.

Творчі вправи краще пропонувати такі, які б зовні не відрізнялися від варіативних вправ, однак, при їх розв'язанні передбачалося б використання “згорнутої складеної асоціації”, а також певних евристичних прийомів. У процесі виконання завдань такого типу утворюється ще одна складена асоціація, але вже така, проміжними ланками якої є не просто окремі міркування, а “згорнуті” складені асоціації. Застосування прийому видозміни умови задачі шляхом рокладання її на елементи і утворення з них нових комбінацій, використання “допоміжних задач” (за термінологією Д.Пойа [161]), використання аналогій і вірогідних умовиводів також є характерним для розв'язування творчих задач. На основі попередньо розглянутих репродуктивних (P_1 P_2 P_3) і варіативних (V_1 ; V_2 ; K) вправ можна запропонувати наступне творче завдання (T_1).

T_1 “У змаганнях з бігу брали участь три спортсмени: Авраменко, Василенко, Синиченко. Перед стартом один болільник сказав, що Василенко першим не прийде, інший, що Синиченко не буде останнім, а третій, що Авраменко буде чемпіоном. Після забігу виявилось, що один болільник вгадав, а два інших помилились. Як закінчилося змагання, якщо всі три бігуни закінчили біг у різний час?”

Як показало експериментальне навчання, якщо розв'язувати задачу такого типу з використанням однієї таблиці, як це рекомендується у посібнику [109], то багатьом учням хід міркувань і обґрунтування висновку залишається незрозумілим. Ми пов'язуємо це з тим, що важко, спираючись на двоваріантний випадок, розглядати послідовність наслідків обох варіантів і слідкувати за несуперечливістю висловлень. Кращого результату можливо досягти за рахунок використання декількох таблиць. Діяльність учителя при такому підході до розв'язування спрямована на формування евристичних прийомів мислення.

Учитель: Видозмінюємо умову задачі і розділяємо на 3 випадки:

- 1) якщо I болільник правий, то II неправий і III неправий;
- 2) якщо II болільник правий, то I неправий і III неправий;
- 3) якщо III болільник правий, то I неправий і II неправий, і подаємо їх у вигляді таблиць (таблиця 2.2, 2.3, 2.4.).

Розглядаємо перший випадок

Таблиця 2.2

Перший випадок

	1 місце	2 місце	3 місце
Авраменко	—		
Василенко	—		
Синиченко	—	—	+

Якщо перший болільник правий, то Василенко не зайняв перше місце. Якщо другий болільник не правий, то Синиченко зайняв третє місце, а тому - не перше і не друге. Якщо третій болільник не правий, то Авраменко не зайняв перше місце. У результаті розглядання цього випадку приходимо до висновку, що першого місця не зайняв ніхто, що суперечить умові задачі.

Таблиця 2.3.

Другий випадок

	1 місце	2 місце	3 місце
Авраменко	—	—	+
Василенко	+	—	—
Синиченко	—	+	—

Якщо правий другий болільник, то Синиченко не зайняв третє місце. Якщо неправий перший болільник, то Василенко був першим. А тому Синиченко не був першим. Таким чином, Синиченко зайняв друге місце, а Авраменко - третє, що не суперечить тому, що неправим був третій болільник. Цей випадок задовольняє умову задачі.

Таблиця 2.4.

Третій випадок.

	1 місце	2 місце	3 місце
Авраменко	+	—	—
Василенко	+		
Синиченко			

Якщо правим був третій болільник, то Авраменко зайняв перше місце. Якщо неправим був перший болільник, то Василенко також був першим. Цей висновок суперечить умові задачі. Отже, відповідним умові задачі є другий випадок.

Використання трьох таблиць значно полегшує розв'язування, бо інформація сприймається не тільки вербально, але і візуально і є рочленованою на прості випадки. Якщо першу таблицю краще будувати вчителю, даючи зразок для наслідування, то другу учні можуть будувати за допомогою вчителя, а третю - самостійно. Оскільки ніяких додаткових логічних знань і умінь при побудові третьої таблиці у порівнянні з двома попередніми не вимагається, то її побудова є доступною і для слабо встигаючих учнів.

Було б неправомірно вимагати безпомилкового розв'язування всіма учнями завдань творчого характеру. Для сильних учнів розв'язування цих завдань є і метою і засобом навчання, для слабких лише засобом формування і засвоєння певних логічних знань і умінь, а також деяких евристичних прийомів.

Пропедевтична робота по формуванню елементів логічних знань у *неявному вигляді* для вчителя є особливо складною, оскільки програмою не передбачено часу на проведення такої роботи. До того ж учитель повинен володіти ґрунтовними логічними знаннями, але не повинен передавати ці знання у явному вигляді учням. У процесі навчання вчителю необхідно без використання термінології і символіки будувати систему завдань з урахуванням логічних основ тих передзнань, які він формує у неявному вигляді (див. додаток А), використовуючи програмовий математичний матеріал. Тому при формуванні логічних знань у неявному вигляді

доцільним є використання математичних вправ з логічним навантаженням (див.с.79).

Зупинимось на проведенні пропедевтичної роботи з учнями 5-6 класів по формуванню передзнань про необхідні і достатні умови. Формування знань про необхідні і достатні умови у явному вигляді віднесено до програмового матеріалу 8-9 класів у школах з поглибленим вивченням математики і є досить складним навіть для дітей старшого шкільного віку. Тим необхіднішою є пропедевтична робота, яку можна розпочинати вже у 5-6 класі, наприклад, при вивченні умови рівності добутку (частки) нулю, умови, за якої дріб є правильним або неправильним, ознак подільності, при вивченні поняття “модуль числа”.

Експериментальне навчання показало, що дітям цього віку мало доступне розчленування випадку необхідності умови В для А і достатності умови В для А. Однак, загальний підхід, згідно якого пряме і обернене імплікативне судження (якщо А, то В і якщо В, то А) в разі їх істинності можна замінити одним за допомогою логічної зв'язки “тоді, і лише тоді”, виявляється доступним дітям цього віку.

Наприклад, при вивченні теми “Модуль числа” (6 кл.) вчителю доцільно роз'яснити на прикладах, що геометричною інтерпретацією модуля числа є відстань від точки, що позначає число на координатній прямій, до початку координат. Після цього, міркування вчителя можуть мати вигляд:

Якщо $|x|=5$, то $x=5$, або $x=-5$, і навпаки, якщо $x=5$, або $x=-5$, то $|x|=5$.

Вчитель може використати таблицю 2.5. і співставляти хід своїх міркувань із наведеними у таблиці 2.5.

Таблиця 2.5.

Необхідні і достатні умови

Якщо має місце тоді має місце ★	★ необхідно слідує 3 ®, або ★ необхідно для ®	® достатньо для ★
Якщо має місце тоді має місце ®	★ достатньо для ®	® необхідно слідує 3*, або ® необхідно для ★

Якщо мають місце перше і друге твердження, то ★ є необхідною і достатньою умовою для ®, тобто ® має місце тоді, і лише тоді, коли має місце ★.

Тобто, для того, щоб $|x - 5| = 5$ необхідно і достатньо, щоб $x = 5$ або $x = -5$.

Інакше, $|x - 5| = 5$ тоді, і тільки тоді, коли $x = 5$ або $x = -5$.

На усвідомленому рівні застосування знань (див. таблицю 2.1.) можливим є виконання вправ типу:

P1: Чому необхідною і достатньою умовою рівності $|x - 3| = 3$ є виконання умови: $x = 3$ або $x = -3$?

P2: Сформулюйте необхідну і достатню умову для того, щоб $|x - 1| = 2$. За допомогою якої логічної зв'язки утворене це твердження?

P3 (контрприклад): Сформулюйте необхідну, достатню, необхідну і достатню умови того, щоб

$$|x| = -3.$$

Варіативні вправи можна змінювати шляхом ускладнення логічної складової або ускладнення математичного навантаження вправ. Нарощувати складність логічної складової таких вправ є недоцільним, бо вони спрямовані на формування правильних інтуїтивних уявлень про необхідні і достатні умови. Тому варіативні вправи краще ускладнювати за рахунок нарощування математичного, а не логічного навантаження. Перевірку необхідності і достатності умови здійснювати через перевірку істинності двох імплікативних висловлень. У якості варіативних вправ можна застосовувати завдання типу:

Вр. Вставте замість необхідні логічні зв'язки “і”, “або”, “якщо..., то...”, “тоді, і тільки тоді...”. Розгляньте всі можливі варіанти.

$$\dots |x - 5| = 4, \dots x - 5 = 4 \dots x - 5 = -4.$$

$$\dots x - 5 = 4 \dots x - 5 = -4, \dots |x - 5| = 4$$

$$\dots |x - 5| = 4 \dots x - 5 = 4 \dots x - 5 = -4$$

82: Знайдіть розв'язки рівняння $10 - |2x - 2| = 2$

$$|1x + 3| - 5 = |1 - 2|$$

83: Знайдіть множину цілих розв'язків нерівності

$$I \times I < 2; 1 < I \times I < 5$$

Творчі вправи.

Тр Серед наведених тверджень знайдіть відповідні пари необхідних і достатніх умов. Утворіть правильні твердження. Яку логічну зв'язку при цьому використано?

А) Добуток $av = 0$; В) $a = 0$ і $v \neq 0$; С) $I a I = a$; Д) $I a I = -a$;

Е) Частка $a:v = 0$; Р) $a = 0$ або $v = 0$; К) $a > 0$; М) $a < 0$.

T₂: Запишіть у вигляді висловлення із зв'язкою “якщо ..., то...”

1) А достатня умова для В; 2) F необхідна умова для X.

Формування деяких логічних знань учнів, зокрема, про схеми правильних міркувань і закони де Моргана, доцільно проводити, *змінюючи прямиий шлях на опосередкований*. Тобто, невеликий обсяг логічних знань подавати у *явному вигляді*, при цьому використовувати логічні вправи, а опанування домагатися *опосередковано* у ході виконання системи математичних вправ з логічним навантаженням.

Як показало експериментальне навчання, міркування, які застосовуються при вивченні математики у 5-6 класі, переважно представлені: суто умовними, умовно-категоричними і розділово-категоричними силлогізмами, схеми міркувань - стверджувальним і заперечувальним модусом. Наприклад, при розв'язуванні рівнянь способом визначення невідомого компонента арифметичної дії, а пізніше на основі використання властивостей рівнянь, спочатку наводиться загальне положення, а потім частинне, істинність якого слідує з істинності загального положення. Таким чином у неявному вигляді використовується стверджувальний модус.

Однак, необхідно пам'ятати, що учні 5-6 класів виконують прості дедуктивні міркування, здебільшого орієнтуючись на змістовні зв'язки. Головним критерієм істинності проведених міркувань є відповідність відомим фактам. Тому вправи, що розв'язуються на інтуїтивно-неусвідомленому рівні (Н₁; Н₂) і сприяють виявленню рівня “інтуїтивних передзнань” учнів, сприймаються краще, якщо подані у вербалізованій формі, і мають змістове наповнення, яке узгоджується із здоровим глуздом. А от провокуюча вправа повинна суперечити здоровому глузду і слугувати

“містком” для переходу до виконання вправ на усвідомленому рівні, мотивувати цей перехід.

Проілюструємо вищесказане на прикладі.

Н₁: Зроби висновок із наступних тверджень:

1. Всі ліки не смачні. Александрійський лист - лікарська рослина.
2. Жодна дитина не має терпіння. Жодна нетерпляча людина не може сидіти спокійно.
3. Деякі з тих, хто вартий слави, отримують нагороди. Жоден, крім хороброго, не вартий слави.

Н₂: Чи можна зробити деякий висновок із наведених тверджень? Якщо відповідь позитивна, то який саме висновок?

1. Деякі уроки - важкі. Те, що є важким, вимагає посиленої уваги.
2. Сергійко - охайна дитина. Всі охайні люди - щасливі.
3. Деякі гарні булочки - некорисні. Жодна смачна булочка не є некорисною.

Н₃ : Наведи приклад математичного змісту, де використовуються аналогічні схеми міркувань.

Для успішного розв’язання третього завдання вправи Н₂ орієнтації на змістові зв’язки не достань, необхідно застосувати певні логічні знання (висловлення у заперечу вальній формі перетворити у висловлення у стверджувальній формі). При цьому необхідно дотримуватися закону подвійного заперечення і правила, за яким заперечуються квантифіковані висловлення. Виконання такого завдання мотивує перехід до репродуктивних вправ.

У ході розв’язування репродуктивних вправ відповідні логічні знання даються учням у явному вигляді, але в описовому плані без введення формальнологічної символіки і термінології. Змістове наповнення репродуктивних вправ ($P^{\wedge} P_2; P_3$) доцільніше брати математичного характеру.

Розглянемо, наприклад, тему “Подільність чисел” (6 кл.). Вправу P_{15} яка передбачає “дію за зразком” учитель починає розв’язувати сам, даючи у деталізованій формі зразок міркувань, закінчують її виконувати учні, наслідуючи зразок міркувань учителя. Процес розв’язування характеризується деталізацією і вербалізацією.

P₁: Нехай дано послідовність чисел 4; 6; 8; 13; 15; 17; 19. На пропущене місце вставте слово “всі” або “деякі” так, щоб твердження було спочатку істинним, а потім хибним.

- а) ... записані числа парні;
- б) ... записані числа з другого десятку непарні;
- в) ... записані числа з першого десятку або другого;
- г) ... записані числа двозначні;
- д) ... записані числа можна подати у вигляді $2n + 1$, n - натуральне число;
- е) ... записані числа можна подати у вигляді $2n$ або $2n + 1$, n - натуральне число;
- ж) ... записані числа округлюються до 20;
- з) ... записані числа округлюються до 10.

P₂: Визначте істинність твердження. Якщо воно є хибним, заперечте його.

На дошці записані числа 10; 8; 6; 4; 2,

- а) кожне із записаних чисел не більше 10 і ділиться на 2;
- б) деякі із записаних чисел не менше 4 і округлюються до 10;
- в) деякі із записаних чисел можна подати у вигляді $2n$ або $2n+1$, n - натуральне число;
- г) жодне із даних чисел не є тризначним числом;
- д) усі числа записані у порядку спадання і є парними.

P₃: Незнайко сказав, що він зібрав не менше 105 грибів, уточнив, що приблизно 100 грибів, якщо округлити число зібраних ним грибів до десятків, і, що всі його гриби можна розкласти у три корзини. Чому всі сміялися ?

Варіативні вправи (V₁; V₂; V₃) передбачають формування логічних знань на продуктивному рівні.

Вр Дмитрик розказав, що у нього не більше 50 марок, і він може їх розкласти порівну в 2 альбоми, але 1 марка залишиться, у 3 альбоми, але 2 марки залишаться, у 4 альбоми, але 3 марки залишаться, у 5 альбомів, але 4 марки залишаться. Виявилося, що Дмитрик помилився. У чому міг Дмитрик помилитися? Яка кількість марок могла бути у нього?

B_2 : Яке висловлення Незнайки заперечив Знайко, сказавши, що:

- 1) для кожного натурального числа сума цифр ділиться на 3, або це число не ділиться на 3;
- 2) для кожного натурального числа сума цифр не ділиться на 9, або число ділиться на 9;
- 3) кожне натуральне число парне або закінчується непарною цифрою;
- 4) кожне натуральне число непарне або закінчується парною цифрою;
- 5) кожне натуральне число кратне 10 або не закінчується на 0;
- 6) кожне натуральне число не ділиться на 10 або закінчується на 0?

Щоб відповісти на запитання задачі, необхідно утворити заперечення наведених висловлень. Таким чином відпрацьовуються у явному вигляді застосування закону подвійного заперечення, законів де Моргана і правила заперечення квантифікованих висловлень.

Завдання такого типу також можуть виконувати пропедевтичну роль для розуміння учнями змісту необхідності і достатності певних умов. Вони конструюються із ознак подільності на основі перетворення еквіваленції:

$A \Leftrightarrow B = ((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)) = (\neg(A \vee B) \wedge (\neg B \vee A))$. Тому, якщо доповнити завдання виду $\neg(A \vee B)$ ще і завданням виду $A \vee \neg B$ і наголосити на одночасному виконанні двох висловлень, тобто істинності кон'юнкції, то досягається більш глибоке розуміння необхідності і достатності умови B для умови A . Тобто, в цьому випадку доцільно, по-перше, доповнити систему завдань вправи B_2 ще завданнями:

- 7)) для кожного натурального числа сума цифр не ділиться на 3, або це число ділиться на 3;
- 8)) для кожного натурального числа сума цифр ділиться на 9, або число не ділиться на 9.

По-друге, важливо зосередити увагу учнів на одночасному виконанні висловлень 1) і 1*). Також можна запропонувати подумати, як можна сказати коротше про те, про що говорить Знайко у висловленнях 1) і 1*). В якості вправ B_3 можуть виступати вправи, в яких вимагається сказати коротше про те, про що Знайко говорить у висловленнях: 3) і 4); 5) і 6).

Перетворення операції еквівалентності у кон'юнкцію імплікативних висловлень, які у свою чергу подаються як єднально-розподільні, дозволяє вчителю змінити систему вправ у залежності від мети, яку він ставить. Якщо метою виступає тільки утворення заперечення складних квантифікованих висловлень, то доцільно обмежитись вправами 1, 2, 3, 5. Але, якщо за мету ставиться досягнення розуміння змісту необхідності і достатності умов, хоча б на інтуїтивному рівні, то вправу доцільно поповнити завданнями 1*), 2*), 4), 6).

Розглянемо також спосіб формування таких вправ, якщо необхідна і достатня умова виражена складним висловленням. Тоді система варіативних вправ може поповнюватись у залежності від конструкції висловлення В.

Наприклад. Якщо $B = CAD$, тоді вправи типу $\neg AvB$ перетворюються у вправи типу $\neg Av(CAD) = (\neg AvC) \wedge (\neg AvD)$. Утворюються нові висловлення $(\neg AvC)$ і $(\neg AvD)$ та перевіряється їх одночасне виконання. У систему вправ включаються два додаткових висловлення $(\neg AvC)$ і $(\neg AvD)$.

Якщо $B = CvD$, тоді вправи типу $\neg AvB$ перетворюються наступним чином $\neg Av(CvD) = (\neg AvC) \vee D = (\neg AvD) \vee C$. Три висловлення $\neg A$, C , D можуть не виконуватись одночасно. Якщо ми включимо в систему вправ хоча б одне з них, то система буде повною.

Вправи типу $\neg iBvA$ перетворюються таким чином:

9) $BvA = \neg i(CvD)vA = (\neg iCA \neg iD)vA = (\neg iCvA) \wedge (\neg iDvA)$. У систему вправ доцільно включати обидва висловлення $(\neg iCvA)$ і $(\neg iDvA)$.

Проілюструємо сказане вище на прикладі необхідності і достатності умови рівності $I \times I = a$ для $a > 0$ і $x \in \mathbb{Z}$. З рівнянням $1 \times I = a$ учні зустрічаються вперше у 6 класі.

Згідно проведеного логічного аналізу вчитель може скласти вправу, ставлячи завдання: "Перевірити чи правильно, що:

- а) для будь-яких цілих x і $a > 0$ $I \times I \neq a$ або $x = a$;
- б) для будь-яких цілих x і $a > 0$ $I \times I \neq a$ або $x = -a$;
- в) для будь-яких цілих x і $a > 0$ $I \times I \wedge a$ або $x = a$, або $x = -a$;

- г) для будь-яких цілих x і $a > 0$ $|x| = a$ або x^a ;
 д) для будь-яких цілих x і $a > 0$ $|x| = a$ або x^{-a} ”.

Якщо у вправу включити лише висловлення а), б), в), то вправа забезпечує пропедевтику розуміння необхідності слідування умови $x = a$ або $x = -a$ з умови $|x| = a$ для $a > 0$. Якщо вправу обмежити висловленнями г), д), то вправа забезпечує пропедевтику розуміння достатності. Для осмислення необхідності і достатності необхідно запропонувати усі висловлення або висловлення в), г), д). Учням при виконанні таких вправ недоцільно наголошувати, що відпрацьовується розуміння необхідності і достатності певних умов.

Творча вправа Т₁ може бути сформульована так: “Як можна сформулювати коротше твердження, що передбачає одночасне виконання тверджень в), г), д)”. Творчі вправи можна підібрати як з опорою на поточний, так і на попередньо вивчений математичний матеріал. Нами застосовувались вправи наступного типу (тема “Ознаки подільності”, 6 кл.).

Т₁: “Число записане 30 нулями і 30 одиницями. В якому випадку воно ділиться на 2 і на 5? Довести, що воно ділиться на 3 або на 9. Довести, що воно ділиться на 3 і не ділиться на 9.”

Т₂: а) довести, що будь-яке натуральне число ділиться без остачі на 3, або його квадрат не ділиться на 9;

б) довести, що будь-яке натуральне число ділиться без остачі на 7, або його квадрат не ділиться на 49;

в) сформулювати загальне правило на основі попередніх задач для будь-якого натурального числа і його простого дільника.

Можливим є використання логічних вправ (ст.79), без математичного навантаження на застосування знань про закони де Моргана. Наведемо приклад такого завдання.

Т: “На столі стоять 3 однакові скриньки. В одній лежать 2 білих кульки, в другій - 2 чорних, а в третій - біла і чорна. На скриньках надписи “2 білі”, “2 чорні”, “біла і чорна”, але жоден з надписів не є істинним. Як, витягнувши кульку з однієї скриньки, дізнатися, де які кульки?” [109,с.49].

У наведеному посібнику відразу пропонується витягти кульку із скриньки з написом “біла і чорна”, але у дітей відразу виникає питання: “Чому? Чому саме з неї?” Тому вчителю краще організувати роботу так, щоб до такого висновку учні прийшли самостійно. Міркування починаються із заперечень висловлень.

$$ч л ч = (баб) \vee (наб)$$

$$б л б = (члч) \vee (члб)$$

$$члб = (блб) \vee (члч)$$

Учні переконуються, що лише у третьому випадку колір кульки визначає однозначно її місце розташування, тому витягувати необхідно саме із скриньки з написом “чорна і біла”.

Експериментальне навчання показало, що діти з контрольних класів, де не проводилася пропедевтична робота по запереченню складних висловлень, розв’язували задачу шляхом перебору всіх випадків. Утримувати у пам’яті всі розгалуження випадків їм було важко. Діти з експериментальних класів, записавши заперечення надписів на скриньках, значно швидше самостійно знаходили правильні кроки до розв’язування задачі. Необхідні скорочені записи учні виконували, використовуючи звичайну мову і логічні зв’язки “і”, “або”, “неправильно, що”.

2.1.4. Приклади систем завдань, спрямованих на розвиток операційного компонента логічного мислення учнів.

Структуру системи вправ, спрямованих на розвиток операційного компонента логічного мислення учнів, подано у таблиці 2.6.

Таблиця 2.6.

Система вправ, спрямованих на розвиток операційного компонента логічного мислення учнів.

	Рівень неусвідомленого застосування	Рівень усвідомленого застосування	Рівень творчого застосування
II блок ОК	ОНШ! П ₂ ; Н ₂ ; С ₁ С ₂ ; n	ОР ₁ ; ОР ₂ ; ОР ₃ ; ОВ ₁ ; ОВ ₂ ; ОК	Т ₁ Т ₂ Т ₃

ОН: вправи, що передбачають інтуїтивне, неусвідомлене застосування логічних умінь: предметні вправи (Π_1 ; Π_2), наочно - символічні вправи (Π_1 ; Π_2 ; Π_3 ; Π_4), перехідна вправа (и).

ОР_г : вправи, що передбачають застосування логічних умінь на ре-продуктивному рівні.

ОВд вправи, що передбачають застосування логічних умінь на продуктивному рівні.

Т/ : вправи, що передбачають застосування логічних знань і умінь у ситуаціях творчого пошуку.

Проілюструємо її змістове наповнення на прикладі системи вправ, спрямованих на формування уміння міркувати за аналогією. Операційний склад уміння міркувати за аналогією подано в 1.3. а логічні основи цього уміння - у додатку А.1. Предметні вправи Π_1 ; Π_2 ; Π_3 вимагають наявності шаблонів, або предметів. Наприклад, при вивченні теми: “Прямокутний паралелепіпед” (5 кл.), коли вчитель ставить за мету повторення вивчених геометричних фігур, учням роздають набори фігур Π_1 (рис.2.8.), Π_2 (рис.2.9.), Π_3 (рис.2.10.) і дається завдання показати зайву фігуру.

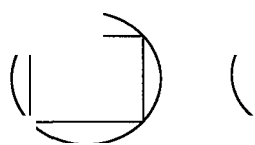


Рис.2.8. Завдання Π_1

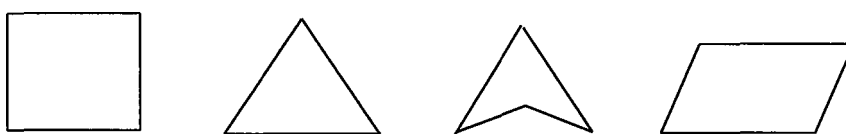
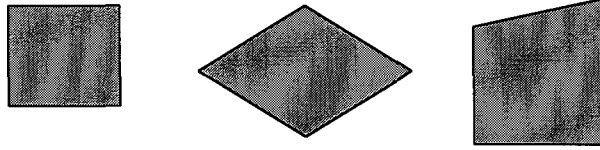


Рис.2.9. Завдання Π_2

Вправи (Π_1 ; Π_2 ; Π_3) носять діагностичний характер, бо дають можливість визначити не лише інтуїтивний рівень сформованості логічних умінь, але і тип підструктури мислення (топологічну, порядкову, метричну, алгебраїчну, проєктивну) [98]. Це дозволяє у подальшому побудувати навчання з урахуванням виявлених підструктур.

У завданні П₃ необхідно виявити, що об'єднує червоні фігури і які з білих фігур можна було б зафарбувати у червоний колір.

Червоні фігури



Білі фігури

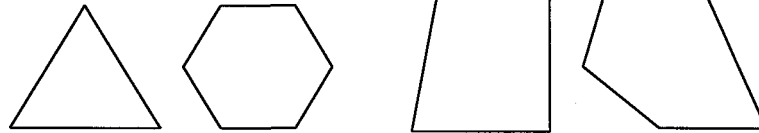


Рис. 2.10. Завдання П₃

Наступна група вправ - наочно-символічні вправи Н₁ (рис.2.11.), Н₂ (рис.2.12.), С₁, С₂ (табл.2.6.). Вони можуть проектуватися за допомогою кодоскопа на дошку.

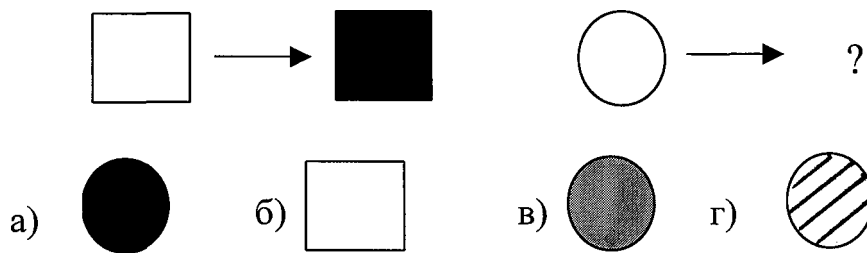


Рис.2.11. Завдання Н₁ знайди пару для фігури:



а) 6; б) 5; в) 3; г) 12

Рис. 2.12. Завдання Н₂: знайди невідоме число

С_р Знайди пару для слова

см —> мм; га -> ?;

а) ар; б) м²; в) площа; г) метр.

n (перехідна вправа): знайди пару для слова

квадрат —> прямокутник; куб —> ?

а) прямокутний паралелепіпед; б) куля; в) ромб; г) піраміда.

Вправи на розвиток уміння міркувати за аналогією з урахуванням диференціації на наступних рівнях застосування умінь (усвідомленому і творчому) утворюють комплекс, що складається з трьох підгруп (табл. 2.6.). Вправи першої підгрупи є вправами репродуктивного характеру (P_1 P_2 P_3) і формують уміння на репродуктивному рівні (P_1 - на рівні простого відтворення; P_2 - на рівні узагальненого відтворення; P_3 - є “провокуючою” вправою і водночас перехідною до вправ наступної підгрупи). Вправи B і B_2 K є варіативними і формують уміння міркувати за аналогією на продуктивному рівні. Вправи T_b T_2 , T_3 є творчими.

Наприклад, при вивченні теми: “Дробові числа. Дії з дробовими числами” (5 кл.) нами використовувались вправи P_1 (рис.2.13.), P_2 (рис.2.14.), P_3 (рис.2.15.).

Зразок міркування при розв’язуванні вправи P_1 (рис.2.13.) дає вчитель. Доцільно це робити не у готовому вигляді, а у ході евристичної бесіди. У ході виконання вправ P_2 (рис.2.14.), P_3 (рис.2.15.) учні міркують самостійно. Після виконання вправи P_3 вчителю доцільно розгорнути перед учнями операційний склад уміння міркувати за аналогією (див.с.60), тоді перехід від виконання репродуктивних вправ до варіативних вправ проходить успішніше і використання цього уміння відбувається на узагальнено-репродуктивному рівні. Вчителю необхідно роз’яснити учням, що запропоновані елементи першого рядка (рис.2.13., 2.15.) мають певний зв’язок. Порівнюючи їх, аналізуючи, необхідно встановити цей зв’язок і відповідно до характеру виявленого зв’язку підібрати невідомий елемент другого рядка. Для цього відомі елементи другого рядка повинні були співвідносні з елементами першого рядка (фігури, вирази, рівняння тощо). Тоді невідомий елемент другого рядка встановлюється однозначно.

Математичне навантаження вправ P_b P_2 - невелике, головна увага концентрується на виконанні загальних розумових дій: порівняння у формі співставлення і протиставлення, виявлення суттєвих властивостей, встановлення взаємовідношень об’єктів. Поступово можливе нарощення складності математичної складової вправ (P_3). Обґрунтування відповіді учнем у ході розв’язування вправ P_2 , P_3 співвідноситься із зразком обґрунтування вчителя при розв’язуванні вправи P_b

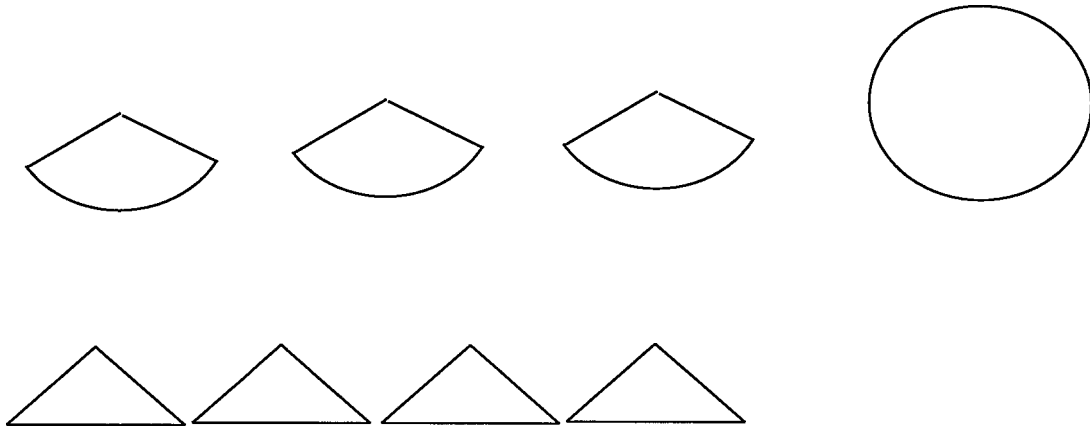


Рис.2.13. Дай відповідь на запитання за аналогією.

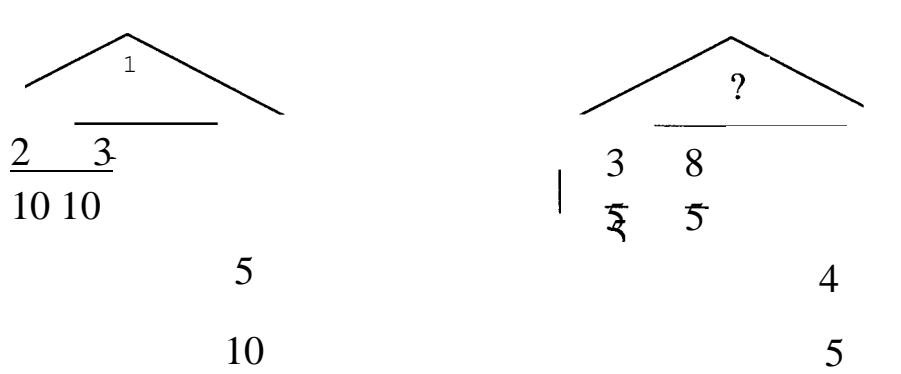


Рис. 2.14. Дай відповідь на запитання за аналогією

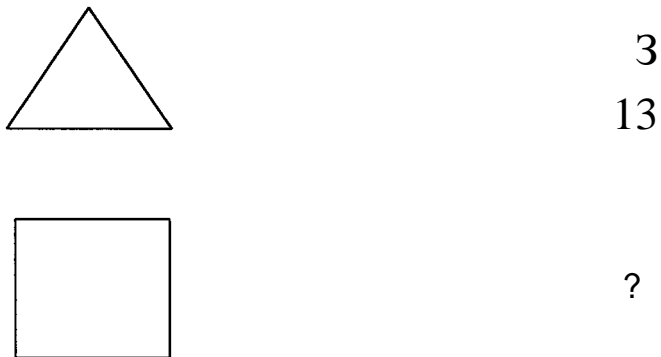


Рис. 2.15. Дай відповідь на запитання за аналогією

Варіативними вправами B_1 , B_2 можуть виступати вправи, розроблені А.Г.Гайштутом [47]. Серед завдань, запропонованих цим автором, є двокрокові і трикрокові. Двокрокові завдання передбачають міркування за аналогією, трикрокові - відшукування закономірності.

Експериментальне навчання виявило, що варіативні вправи B_1 , B_2 на застосування аналогії розв'язуються учнями успішніше, якщо математичним навантаженням виступають математичні факти, поняття і способи діяльності, які давно засвоєні учнями. Тому вправи на формування вміння міркувати за аналогією доцільно використовувати, щоб актуалізувати у пам'яті певні факти давно пройденого матеріалу.

А от завдання на пошук закономірностей краще розв'язуються, коли вони містять математичні факти, поняття і правила з поточного матеріалу. Тому їх доцільніше використовувати, якщо вчитель має на меті повторити нещодавно вивчений матеріал. Вправа К (контрприклад) повинна розірвати узагальнену асоціацію, яка утворюється при виконанні однотипних вправ B_1 , B_2 і знову актуалізувати у свідомості учнів необхідність встановлювати якнайбільше властивостей порівнюваних об'єктів і вибирати в якості порівнюваних - суттєві. Крім того, вправа К повинна бути перехідною до групи вправ творчого характеру, тому доцільно змінити її форму, порівняно з попередніми вправами. Прикладом вправи К при вивченні теми "Дробові числа" у 5 класі може бути наступне завдання.

К: Дана пара слів. Знайти співвідношення між значеннями даних двох слів і вибрати серед інших наведених пар ту, співвідношення між якими найбільш схоже на знайдене вами співвідношення у даній парі. Порядок слів у парі має значення.

Частка - дріб.

- а) натуральне число - дробове число; б) палець - рука; в) вага - речовина;
- г) неправильний дріб - мішане число.

Між поняттями дріб і частка співвідношення таке, що дріб є одним із видів запису частки двох чисел. Схоже співвідношення існує між поняттями неправильний дріб і мішане число, оскільки мішане число є одним із видів запису неправильного дробу. Може виникнути запитання, що дробове число також може бути видом запису натурального числа. Але не всі дробові числа є записом будь-якого натурального

числа. Водночас, будь-який дріб є одним із видів запису частки, аналогічно, будь-яке мішане число є одним із видів запису неправильного дробу. Таким чином, проходить уточнення математичних знань учнів про поняття “натуральне число”, “дробове число”, “частка”, “дріб”, учні починають глибше розуміти співвідношення між множинами натуральних чисел і дробових чисел; те, що множина натуральних чисел є підмножиною множини дробових чисел, бо будь-яке натуральне число можна записати у вигляді дробу, але існують дроби, які не можна подати у вигляді натурального числа [47, с. 1 ЗО].

Завдання творчого рівня застосування уміння міркувати за аналогією T_1 , T_2 , T_3 можна пропонувати як набір більш ускладнених задач або як набір допоміжних задач, розв’язуючи які, через використання вказаного уміння, учень може прийти до розв’язання задачі підвищеної складності.

Наприклад, при вивченні тієї самої теми можна запропонувати учням завдання, подібні наступним: [109, с.40]

T_1 : У мами було 5 яєць. Для приготування сніданку вона використала 3 яйця. Як ви скажете про це, використовуючи слово “половина” ? На скільки більше яєць мама використала, ніж у неї залишилось ?

T_2 : У спортзалі було 9 м’ячів. Для гри діти взяли п’ять. Як ви скажете про це, використовуючи слово “половина”? На скільки м’ячів діти взяли більше, ніж залишилось ?

T_3 : Селянин продавав на ринку яблука. Перший покупець купив у нього половину яблук і ще пів’яблука, другий - половину, що лишилась, і ще пів’яблука, третій - останні 10 яблук. Скільки яблук привіз селянин на ринок?

Після розв’язування перших двох завдань учні, співставляючи їх умови і умову третього завдання, міркують за аналогією. Операційно саме це уміння не розгортається, а застосовуються способи діяльності, аналогічні тим, які застосовувались при розв’язанні завдань T_1 T_2 .

Уміння міркувати за аналогією тісно пов’язане з умінням знаходити закономірності. В їх основі лежить виділення істотних, схожих та індивідуальних властивостей досліджуваних об’єктів. Однак, завдання, спрямовані на формування

уміння знаходити закономірності, мають свої особливості. Серед них відзначимо наступні.

1. Якщо завдання на формування уміння міркувати за налогією є двокроковими, то завдання на знаходження закономірності - трикроковим, оскільки для більшої достовірності відповіді учень повинен мати матеріал для перевірки поміченої закономірності.
2. Пошук закономірностей полегшується, якщо завдання репродуктивного рівня підібрати так, щоб на їх основі учнів познайомити з правилами Дж.Мілля (див.додаток А)

У ході експериментального навчання виявилось, що після ознайомлення учнів з правилами Дж.Мілля і розгортання перед ними схеми операційного складу уміння відшукувати закономірності (див.с.62), успішність виконання вправ репродуктивного і продуктивного рівнів суттєво не змінюється, а от виконання вправ творчого рівня проходить успішніше. Наведемо зразки варіативних і творчих вправ на знаходження закономірностей у відповідності до правил Дж.Мілля.

Правило єдиної схожості

Ві: Знайди невідоме число (рис. 2.16.)

5	8	6;7
11	13	12
4	9	?

Рис. 2.16. Завдання Зі

Тр У послідовності 19752...кожна цифра, починаючи з п'ятої, дорівнює останній цифрі суми попередніх чотирьох цифр. Чи зустрінеться у цій послідовності набір цифр 1234, чи 7485?

Правило єдиної різниці

Ві : Знайди невідоме число

$$\text{ЗИМА} + \text{ЛІТО} = 8$$

$$\text{БУДИНОК} - \text{ВУЛИЦЯ} = 1$$

$$\text{АВТОМОБІЛЬ} - \text{ВЕЛОСИПЕД} = ?$$

Ті : У ряд виписані декілька нулів, одиниць і двійок. Дозволяється витерти дві нерівні цифри і замість них вписати цифру, нерівну їм. Доведіть, що, якщо після таких операцій на дошці залишилось число, то воно не залежить від порядку витирання чисел.

Правило супутніх змін

Вр Знайди невідоме слово:

Затока $3 < x < 6$ ток

Комар $x > 4$ ар

Листопад $2 < x < 6$?

Ті : У ряд виписані у порядку зростання числа кратні 9. Під кожним числом з цього ряду записана сума його цифр. На якому місці у другому ряду перший раз зустрінеться число 81?

Правило остач

Вр Дай відповідь на запитання (рис. 2.17.):

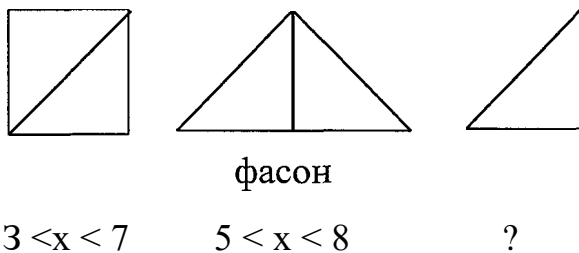


Рис. 2.17. Знайди закономірність і дай відповідь на запитання.

Тр У ряд виписані 2000 цифр так, що кожне двоцифрове число записане двома сусідніми цифрами ділиться на 17 або на 23. Яка перша цифра послідовності, якщо остання одиниця?

2.1.5. Система вправ, спрямованих на розвиток контрольного-корекційного компонента логічного мислення.

Будова системи таких вправ, наведена у таблиці 2.7.

У таблиці використані позначення:

ІВП : вправи на “інтуїтивне відчуття помилки”; **Від П**: вправи на відшукування помилки; **УП**: вправи на усвідомлення помилки; **Вип П**: вправи на виправлення помилки.

Таблиця 2.7.

Структура системи вправ, спрямованих на розвиток контрольного-корекційного компонента логічного мислення.

	Рівень неусвідомленого застосування	Рівень усвідомленого застосування	Рівень творчого застосування
III блок КК	ІВП	Від П; УП	Вип П

Розвиток контрольного-корекційного компонента логічного мислення ми трактуємо, як перехід від інтуїтивного відчуття помилки до її відшукування і усвідомлення, а від нього - до виправлення. При створенні вправ, спрямованих на розвиток контрольного-корекційного компонента логічного мислення, необхідно враховувати, які логічні помилки найчастіше роблять учні (див.с.4, додаток Д.3.). Як показало експериментальне навчання, такі вправи доцільно використовувати як з метою попередження логічних помилок, так і для виправлення помилок при аналізі раніше розв'язаних учнями завдань.

Розглянемо особливості вправ на інтуїтивне “відчуття”, відшукування усвідомлення та виправлення помилок в означеннях понять, при класифікації понять, при запереченні простих квантифікованих або складних квантифікованих висловлень, при проведенні індуктивних та одно-, двокрокових дедуктивних міркувань і при застосуванні правил виведення.

Термінологічна робота над означеннями понять має свої особливості у 5-6 класі. Як правило, для учнів 5 класів незвичною є вимога давати точні, повні наукові означення понять, оскільки у початковій школі здебільшого визначення понять замінюється описом, показом, характеристикою. Тому, учнів необхідно психологічно підготувати до цієї вимоги і проводити термінологічну роботу поступово і систематично.

У ході експериментального навчання нами застосовувалась методика формування уміння відшукувати помилки в означеннях понять, яка запропонована у роботі Н.А.Тарасенкової [202]. Слідуючи за автором, у експериментальному навчанні ми здійснювали таку послідовність етапів: введення нового поняття і формулювання його означення; порівняння двох формулювань (правильного, взятого з підручника, і

неправильного (“альтернативного”)); використання одного означення (еталонного, неправильного, правильного але переформульованого, неправильного і переформульованого); запис правильного означення; обмін зошитами, рецензування роботи товариша; рецензування усних відповідей товаришів.

Зупинимось на особливостях формулювання “альтернативних” означень і відповідних вправ. Вимогу вправ, спрямованих на інтуїтивне “відчуття” помилок в означеннях, можна формулювати у вигляді: “Серед означень вибери правильне”. Наприклад, до теми “Степінь” (6 кл.) нами пропонується наступне змістове наповнення такої вправи.

О₁: Степенем називається добуток кількох множників.

О₂: Степенем є результат піднесення числа до степеня.

О₃: Степенем є результат множення кількох однакових множників, взятих у довільному порядку.

О₄: Степенем називається добуток кількох рівних множників.

О₅: Якщо взяти чотири однакових множника, їх помножити, то отриманий результат називається степенем.

Означення О₄ наведене у підручнику [121,с.54]. При утворенні О₁; О₂; О₃ допущені логічні помилки (див.додаток.А.1.), але оскільки завдання сформульоване: “Знайди правильне означення”, свідомість учнів не фокусується на тому, яка саме логічна помилка допущена. Для правильного виконання завдання достатньо інтуїтивного “відчуття” помилки.

Завдання, спрямовані на усвідомлене відшукування помилки, можна створювати шляхом утворення неправильних означень, допускати логічні помилки (додаток А.1.). Вимогу вправ такого типу доцільно формулювати у вигляді: “Знайди помилку”. При складанні, а особливо, при розв’язуванні таких вправ, учні вже виходять на рівень самостійного усвідомленого відшукування помилки.

Завдання, спрямовані на усвідомлення помилки передбачають її відшукування, пояснення її сутності, і причини виникнення. Наприклад, при вивченні теми: “Види чотирикутників” (6 кл.) з метою досягнення усвідомлення логічної помилки пропонується завдання: “Чому помилився Незнайко, сказавши, що:

- а) чотирикутник, у якого дві протилежні сторони паралельні, є паралелограм;
- б) паралелограм, у якого дві протилежні сторони непаралельні, є трапецією;
- в) відрізок, що сполучає дві вершини чотирикутника, називається діагоналлю;
- г) відрізок, що перпендикулярний до сторони трапеції, називається її висотою?”

Практика показує, що розумова діяльність учнів спрямована перш за все на спростування цих означень через наведення контрприкладів, але поза увагою залишаються логічні дефекти наведених означень та причини їх виникнення. Їх виявлення потребує додаткової роботи, але затрачений час компенсується у подальшому, коли в учнів сформовано достатньо високий рівень контрольної-корекційної компоненти мислення.

Виконання завдання “Виправ помилку в означенні” передбачає її відшукування (під керівництвом вчителя або самостійно), усвідомлення (через виявлення сутності помилки, причини її допущення, опрацювання відповідного матеріалу) і власне відповідь на питання, тобто правильне формулювання означення. Одні вчителі правильним вважають лише таке означення, яке подане у підручнику, і не допускають інших формулювань, інші допускають можливість переформулювання означень. На нашу думку, у 5-6 класі доцільно допускати певні переформулювання означень, але лише у процесі їх формування.

Експериментальне навчання показало, що у серії завдань типу: “Виправ помилку в означенні”, доцільно помістити декілька видів правильних означень одного і того самого поняття (через найближчий рід і видову відмінність, генетичне). Такі означення виконують роль контрприкладів, оскільки категоричність вимоги “знайди помилку” призводить до того, що учні впевнені в обов’язковій наявності помилки. Тому її пошук стає особливо старанним, а обґрунтування відсутності помилки додатковим фактором, що сприяє засвоєнню змісту визначуваного поняття.

Така робота створює передумови для опосередкованого ознайомлення учнів із видами означень понять. Подібні вправи доцільно пропонувати учням після вивчення теми, у ході якого проходило формування декількох математичних понять. Наприклад, тема: “Відношення і пропорції” (6 кл.). Завдання: “Виправи помилку в означеннях”.

Op Пропорцією називаються два відношення.

Og: Пропорцією називається рівність двох величин.

O₃: Відношенням називається число, яке показує, у скільки разів одна величина більша за другу.

O₄: Якщо коефіцієнт пропорційності двох змінних величин рівний відношенню їх відповідних значень, то такі величини називаються пропорційними.

O₅ : Якщо із зміною однієї величини, інша збільшується у декілька разів, то такі величини називаються обернено пропорційними.

Og: Якщо дві величини змінюються так, що добуток відповідних значень цих величин є сталим числом, то такі величини називаються обернено пропорційними.

Особливості вправ на “інтуїтивне відчуття” помилок *при формулюванні математичних* тверджень, обумовлені тим, що джерелом таких помилок є: не врахування всіх випадків, які даються у правилах або означеннях, або не врахування виключень з правил, які мають кон’юнктивну або диз’юнктивну структуру. Як показало експериментальне навчання, доцільним виявилось розв’язання вправ типу: “Чи правильно, що...?”; “Серед тверджень знайди правильне”. Послідовність тверджень у вправі краще витримувати таким чином, що кожне наступне твердження було б утворене з помилкового попереднього або навпаки. У такому випадку неправильне твердження інтуїтивно співставляється з наступним правильним, таким чином, інтуїтивно фіксується помилка.

Вправи, які спрямовані на усвідомлення відшукування *помилки у твердженнях*, можна утворювати наступними способами: вилучати певні елементи правила, закона і т.ін. (умови, винятки); вносити доповнення до правил, законів і т.ін.; утворювати заперечення формулювань правил.

Експериментальне навчання показало, що складність подібних завдань можна варіювати за рахунок кількості допущених помилок. Якщо допускається декілька помилок, особливо комбінацією перелічених вище способів, то відшукування першої помилки проходить довше. Ми пояснюємо це тим, що свідомість учнів зорієнтована на змістові зв’язки об’єктів, про які говориться у твердженні. Коли подумки виправивши помилку, учень не отримує правильного твердження, мислительний процес

уповільнюється. Тому на рівні “відшукування помилки” недоцільно пропонувати учням твердження з декількома помилками, їх доцільно віднести до вправ на виправлення помилок.

Зауважимо, що після 2-3 неправильних тверджень доцільно навести правильне з метою зменшення впевненості учнів у помилковості всіх тверджень. Помилковість тверджень учень може демонструвати, наводячи контрприклад, або деяке правильне твердження, яке знаходиться у відношенні суперечності з даним. Практика показує, що саме наведення контрприкладу є найбільш доступним учням 5-6 класів. Приклади вправ на усвідомлене відшукування помилки у твердженні.

Тема: “Додатні і від’ємні числа. Модуль числа” (6 кл.)

Завдання 1: ”Серед тверджень знайти правильні.

- 1) Марійка зайшла в ліфт на 7 поверсі 9-поверхового будинку, проїхавши 4 поверхи, вона вийшла на третьому поверсі.
- 2) Марійка зайшла в ліфт на 7 поверсі 15-поверхового будинку, проїхавши 4 поверхи, вона вийшла на третьому поверсі.
- 3) Модуль цілого числа завжди є числом натуральним.
- 4) Модуль цілого числа не завжди є числом натуральним.
- 5) Кожне число відмінне від протилежного йому.
- 6) Кожне число, крім 0, відмінне від протилежного йому.

Тема: “Осьова симетрія”.(6 кл.)

Завдання 1: “Чи правильно, що

1. Кожна пара симетричних точок розташована по різні боки від осі симетрії.
2. Кожний відрізок має центр симетрії, який співпадає з його кінцем.
3. Будь-яка пряма (промінь) має центр симетрії.
4. Будь-які дві фігури, симетричні відносно осі симетрії, рівні між собою.
5. Квадрат має дві осі симетрії. Круг не має осей симетрії.
6. Точки, симетричні відносно ОУ (ОХ) мають різні абсциси (ординати).

Особливістю вправ, спрямованих на усвідомлення помилки у математичних твердженнях, є те, що з їх допомогою вчитель допомагає учневі не тільки знайти помилку, але і усвідомити, які саме математичні факти, поняття, правила ним не за-

своєні. Наприклад, при вивченні теми “Ознаки подільності” (6 кл.) можна запропонувати набір вправ: “Знайди помилкові твердження; чому ти вважаєш їх помилковими?”

1. Існують числа, найменший дільник яких є числом простим.
2. Існують числа, у яких найменший, відмінний від 1 дільник, є число просте (складене).
3. Всі прості числа не мають спільних дільників.
4. Взаємнопрості числа - це такі числа, які не мають спільних дільників.
5. Чисельник і знаменник нескоротного дроби не мають спільних дільників.
6. Кожне натуральне число або просте, або складене.
7. З двох довільних послідовних чисел жодне не ділиться на 2.
8. З двох довільних послідовних чисел одне ділиться на 3.
9. Усі натуральні числа діляться на 2 і на 3; кожне натуральне число ділиться на 2 або на 3; існують натуральні числа, які діляться на 2 і не діляться на 3.
10. Відомо, що всі записані числа діляться на 6, тому а) деякі з них діляться на 2; б) деякі з них не діляться на 3; в) всі дані числа не діляться на 5; г) деякі з даних чисел діляться на 5.”

Робота над *помилками у міркуваннях* з учнями 5-6 класів має пропедевтичний характер. Вона включає у себе наступні етапи: виявляється помилкове міркування і підбираються аргументи для обґрунтування його помилковості. Розгортання і послідовна побудова спростування для учнів цього віку є малодоступними.

Практика показала, що математичний матеріал може як полегшувати, так і ускладнювати процес встановлення логічної помилки у міркуванні. Учні легше знаходять і виправляють змістову (математичну) помилку, ніж виявляють, усвідомлюють і виправляють логічну помилку в проведених міркуваннях. Для того, щоб учням 5-6 класів було доступно знаходити логічні помилки у міркуваннях, математичне наповнення відповідних вправ доцільно брати з поточної теми, або з таких фактів, понять чи правил, які ними добре засвоєні.

Учні 5-6 класів міркують переважно індуктивно. Основною помилкою при проведенні індуктивних міркувань є те, що вони не враховують того, що висновки,

які отримуються при цьому, є лише вірогідними. Практика показала, що завдання на інтуїтивне “відчуття” помилки при формуванні уміння знаходити помилки у міркуваннях є недоцільними. В учнів виникають питання, чому те чи інше міркування є неправильним, як його виправити, чи можна виправити взагалі. Ефективними виявилися вправи на усвідомлене відшукування, усвідомлення і виправлення помилок у індуктивних міркуваннях. Включення до вправ прикладу правильно проведеного індуктивного міркування слугує для того, щоб учитель зміг виявити факт, усвідомили чи ні учні логічну помилку, а також шлях її усунення.

Наприклад, завдання 1: “Знайди помилку у міркуванні.

А: Число 10 ділиться на 2 і на 5 і ділиться на їх добуток.

Число 20 ділиться на 2 і на 5 і ділиться на їх добуток.

Число 30 ділиться на 2 і на 5 і ділиться на їх добуток.

Отже, кожне натуральне число, яке ділиться на a і на b , ділиться і на їх добуток ab .

Б: $1^2 > 1$; $(-1)^2 > 1$; $2^2 > 2$; $(-2)^2 > 2$; $3^2 > 3$; $(-3)^2 > 3$. Отже, квадрат будь-якого раціонального числа не менше самого числа.

III

1

В: $1 < 1$; $1 < 1$; $1 < 1$. Отже, для будь-якого натурального a має місце $1 < a$

Г: $\frac{1}{2} < 1$; $\frac{2}{2} < 2$; $\frac{3}{2} < 2$; $\frac{4}{2} < 4$; $\frac{5}{2} < 5$. Отже, 1) для будь-якого натурального

числа a має місце нерівність $1 < a$; 2) для будь-якого натурального числа a і числа

0 має місце нерівність $0 < a$; 3) для будь-якого цілого числа a має місце

нерівність $\frac{a}{2} < a$.

Групу вправ на усвідомлене відшукування, усвідомлення і виправлення помилок у дедуктивних міркуваннях можна представити такими вправами, які не мають математичного навантаження, не суперечать здоровому глузду, висновок яких є явно хибним; мають математичне навантаження, і висновок яких є явно хибним; не мають математичного навантаження, суперечать здоровому глузду і тому істинність чи хибність висновку не є очевидною.

У вправах першого і другого типу хибність висновку є показником допущення помилки у міркуваннях. Тому діяльність учнів спочатку спрямовується на спростування висновку (контрприкладом), а вже потім на відшукування помилки власне у міркуванні.

Причиною логічних помилок у простих дедуктивних міркуваннях, доступних учням цього віку, є недостатність наведених аргументів для доведення тези. Для відшукування і усвідомлення логічної помилки у міркуванні доцільно застосувати прийом часткової або повної формалізації проведеного міркування. Співставляючи отриману схему даного міркування із схемою правильного міркування (умовно-категоричні міркування, стверджувальний або заперечувальний модус), учні усвідомлюють, що із даних засновків не можна зробити наведений висновок. Для виправлення помилки необхідно застосувати схему правильного міркування, навести інший засновок і отримати новий висновок.

Завдання, які не мають математичного навантаження і суперечать здоровому глузду, можуть містити або не містити логічну помилку. Практика експериментального навчання показала, що такі завдання, які містять логічну помилку у міркуваннях, доцільно формувати у вигляді простих одно-, двокрокових міркувань і утворювати їх, вносячи певні помилки у схеми правильних міркувань.

Наприклад,

Завдання 1. (на відшукування помилки у простих дедуктивних міркуваннях)

“Сашко і Сергійко вирішили: якщо ми обоє зробимо всі уроки, то разом підемо на стадіон. На стадіоні їх не було, тому

- а) Михайлик вирішив, що всі вони зробили всі уроки;
- б) Оленка подумала, що один з них зробив всі уроки, а інший - ні;
- в) Тарасик гадав, що жоден з них не зробив всі уроки;
- г) Дмитро вважав, що жоден з них не зробив жодного урока.

Хто з них був правий, а хто ні ?”

Завдання 2.

Знайди помилку у міркуванні:

1. Кожний квадрат - прямокутник, кожний квадрат - ромб. Отже кожний прямокутник - ромб.
2. Якщо кожний доданок ділиться на 5, то їх сума теж ділиться на 5. Жоден із двох доданків не ділиться на 5. Отже і їх сума також не ділиться на 5.
3. Якщо кожен множник ділиться на 3, то і добуток ділиться на 3. Добуток двох чисел ділиться на 3. Отже, і кожен з множників ділиться на 3.

Таким чином, система вправ, спрямованих на розвиток логічного мислення учнів може бути поданою у вигляді зведеної таблиці (табл.2.8.)

Таблиця 2.8.

Система вправ, спрямованих на розвиток логічного мислення учнів.

	Рівень неусвідомленого застосування	Рівень усвідомленого застосування	Рівень творчого застосування
I блок ЗК	$3N_1; N_i; N_2; Q; C_2; n$	$3P_1; 3P_2; 3P_3;$ $3B_1; 3B_2; 3K$	$T_1; T_2; T_3.$
II блок ОК	$ON_1; P_i; P_2; N_i; N_2;$ $C_1; C_2; n$	$OP_1; OP_2; OP_3;$ $OB_1; OB_2; OK$	$T_1; T_2; T_3$
III блок КК	ІВП	Від П, УП,	Вип П

2.2. Методика впровадження системи диференційованих завдань у процес навчання математики у 5-6 класах

Спираючись на виділені нами вимоги до впровадження системи диференційованих вправ з логічним навантаженням (див.с.82), розкриємо особливості забезпечення змістово-структурного поєднання дидактичних циклів по засвоєнню математичних і логічних знань а також методів і прийомів впровадження системи диференційованих вправ.

2.2.1. Забезпечення змістово-структурного поєднання дидактичних циклів по засвоєнню математичних і логічних знань.

В основу впровадження системи вправ, спрямованих на розвиток логічного мислення учнів, нами взято положення дидактики про дидактичний цикл і його

структуру (Л.Я.Зоріна [87,88]), методики про адекватну його структуру відповідно до процесу навчання програмової теми з математики (Н.А.Тарасенкова [203]), а також положення про загальні особливості системи навчальних задач, спрямованих на формування елементів теоретичних знань, навичок, умінь (Є.І.Лященко [114]).

Структуру дидактичного циклу, відповідно до трактування Л.Я.Зоріною [87], утворюють п'ять ланок:

- 1) створення початкових уявлень про зміст програмової теми, постановка цілей і мотивації вивчення теми;
- 2) і 3) засвоєння змісту блоку інформації і оволодіння необхідними вміннями;
- 4) підсумковий контроль;
- 5) визначення шляхів використання отриманих результатів у подальшому навчанні.

Оскільки у межах останньої ланки дидактичного циклу створюються умови також і для виявлення початкових уявлень про зміст наступної програмової теми, то процес циклічно повторюється.

У реальному навчанні, як показано у дослідженні Н.А.Тарасенкової [203], така структура уточнюється, особливо її друга і третя ланка. Автором теоретично і експериментально обгрунтовано, що засвоєння змісту блоку інформації і оволодіння відповідними вміннями у навчальному процесі організується через підцикли: актуалізації, уявлення змісту і опрацювання. Кожен із підциклів також має структуру, що складається з 5 ланок, аналогічних ланкам дидактичного циклу. Тобто, у процесі актуалізації базових для вивчення певної теми знань, навичок, умінь доцільно проводити їх корекцію (четверта і п'ята ланки підцикла актуалізації).

У підциклі уявлення учнями змісту нових понять, фактів або способів діяльності проходить також і формування навичок і умінь з опорою на допомогу, тобто у зоні найближчого розвитку. При організації підциклу опрацювання нових понять, фактів або способів діяльності знання і вміння переходять на рівень актуального розвитку. Процес їх застосування проходить без опори на допомогу у знайомих і незнайомих ситуаціях, а також у ситуаціях, які вимагають творчого підходу. На кожному з етапів (актуалізації, уявлення і опрацювання) виділяється також 5 ланок:

постановка мети діяльності на виділеному етапі, засвоєння певної інформації; опанування способів застосування цієї інформації; контроль та корекція результатів освоєння інформації та способів її застосування; співставлення результатів діяльності на етапі із запланованими підсумковими результатами навчання.

У процесі вивчення великої програмової теми, як вказується у дослідженні Н.А.Тарасенкової, для завершення процесу формування комплексу умінь по всій темі систему підциклів освоєння окремих блоків інформації необхідно доповнити ще одним інтегруючим підциклом. Його структура може бути поданою аналогічно [203]. Зауважимо, що такий підхід є доцільним, якщо вивчається систематичний курс математики, який можна розбити на досить великі блоки інформації. У 5-6 класі курс математики, переважно, є пропедевтичним, тому виникає необхідність у деякому коректуванні описаних вище підходів.

Як показало експериментальне навчання, доцільним є цілеспрямований поділ програмової теми на навчальні теми. Під терміном “навчальна тема” ми розумітимемо відносно самостійний обсяг змісту програмового матеріалу, який сконцентровано в одному пункті підручника. Кожну навчальну тему ми розглядатимемо як одиницю змісту, тому процес засвоєння окремої навчальної теми виступає як окремий дидактичний цикл. Вивчення програмової теми у цілому забезпечується серією дидактичних циклів. Фактично, таким чином реалізується індуктивний підхід до навчання, який відподає віковим особливостям молодших підлітків.

Програмою з математики 5-6 класів не передбачено вивчення певних програмових або навчальних тем з логіки. Проте, необхідність формування логічних знань та умінь, починаючи принаймі з 5-го класу, доведена як теоретично, так і практично. Процес розвитку логічного мислення учнів при вивченні математики у 5-6 класі утруднюється також тим, що формування елементів логічних знань, навичок і умінь не можна сконцентрувати у ході вивчення окремої програмової теми, більшість логічних знань і умінь у процесі навчання математики у 5-6 класі формуються опосередковано протягом вивчення багатьох тем.

Одним із підходів є акцентування уваги учнів на логічній складовій математичних вправ, які використовує вчитель на кожному із етапів дидактичного цикла. Тому

ми дослідили, як саме і який логічний матеріал повинен органічно вплітатись у вивчення програмового математичного матеріалу (див. додаток В). Така робота є необхідною. Однак, як показує практика, вона є недостатньою для повного і ефективного засвоєння учнями логічних знань і умінь, оскільки поза увагою залишаються закономірності послідовності ланок дидактичного циклу. Адже, для того, щоб навчальні результати були досягнуті, процес формування логічних знань також має підкорятися закономірностям дидактичного циклу. Тому дидактичний цикл, у ході якого формуються математичні знання і способи діяльності, потрібно узгодити з дидактичним циклом по формуванню логічних знань і умінь.

Дидактичний цикл, у ході якого проходить засвоєння логічних знань і умінь, можливо реалізовувати у другій і третій ланці дидактичного циклу по засвоєнню математичних знань і способів діяльності. Однак структура “логічного” дидактичного циклу не може бути явно вираженою, оскільки шлях формування логічних знань і умінь переважно опосередкований. Постановка мети формування саме логічних знань не подається у явному вигляді. Практична організація “логічного” дидактичного циклу у рамках “математичного” можлива за рахунок включення у ланки останнього завдань із системи диференційованих вправ, спрямованих на розвиток логічного мислення учнів (додаток Е.3.).

Виділимо деякі особливості впровадження вправ, спрямованих на розвиток логічного мислення учнів, у дидактичний цикл по формуванню математичних знань і способів діяльності.

Дидактичний цикл починається із постановки цілі діяльності і мотивації. На цьому етапі мета засвоєння певних логічних знань або умінь у явному вигляді не ставиться. До того ж вчителю необхідно виявити рівень початкових уявлень учнів про зміст навчального матеріалу, тому на цілепостановчому і мотиваційному етапі доцільним є використання вправ, які передбачають неусвідомлено-інтуїтивне застосування логічних знань і умінь (ЗН_{1(i,2)} або ОЩЦГ)). Як зазначалося, такі вправи або зовсім не містять математичного навантаження і для їх розв'язання достатньо життєвого досвіду (ЗН₁; ОН₁), або мають певне математичне навантаження, але завдання розпізнається як знайоме, спосіб застосування саме математичних знань відомий

($3H_2$; OH_2). Процес розв'язування може показати рівень інтуїтивних логічних уявлень учнів (при розв'язуванні вправ типу $3Hi$; OHi), а також рівень математичних початкових уявлень про зміст навчального матеріалу (при розв'язуванні вправ типу $3H_2$; OH_2). Ці ж вправи слугують для мотивації переходу до підциклу актуалізації.

Розглянемо, наприклад, тему “Рівні фігури” (5 кл.). У підручнику [40] рівні фігури визначаються як такі, що співпадають при накладанні [40,с.83]. Прийом накладання разом з умінням знаходити закономірності і міркувати за аналогією використовується у матрицях Равенна. Тому для мотивації вивчення рівних фігур можна запропонувати учням набір матриць Равенна (див.додаток Е.2). Щоб завдання набуло дослідницького характеру, його можна запропонувати у формі: ”Відгадай закодоване слово”. На дошці записати іншу таблицю (див. фрагмент уроку у додатку Е.2.), де у відповідність кожному варіанту відповіді поставити букву. Правильні відповіді на запитання відповідають послідовності букв, які утворюють слово “фігура”. У якості вправ типу $3H_2$ (OH_2) можна запропонувати вправу з вимогою: “Вкажи зайву фігуру”. При цьому необхідно роздати набір різнокольорових фігур (квадратів, прямокутників, трикутників, трапецій, кругів тощо), одна з яких нерівна всім іншим. Експериментальне навчання показало, що діти відразу визначають, що фігура, нерівна всім іншим - зайва. Це створює ситуацію, у якій вчитель мотивує перехід до визначення того, які фігури називаються рівними.

При актуалізації певного матеріалу в учнів деякі знання і уміння із довгострокової пам'яті переводяться у пам'ять оперативну. Це можуть бути знання про факти, поняття і способи діяльності, засвоєні або давно, або нещодавно. Для забезпечення такого переведення слугують варіативні вправи типу $3B_r$; OB_r , які мають відповідне математичне наповнення для вивчення даної теми. Необхідно враховувати, що при переході із довгострокової в оперативну пам'ять можуть виявлятися певні дефекти у знаннях або уміннях учнів. У такому випадку вчителю необхідно їх скоректувати. Для корекції актуалізованих знань і умінь доцільно використовувати вправи на інтуїтивне відчуття, відшукування, усвідомлення логічної помилки (ІВП; Від П; УП), якщо виявляються логічні помилки, або математичні вправи, якщо помилка була суто математичною.

Для мотивації переходу до підциклу уяснення змісту можливо використати одну з творчих вправ (T_r), але не з метою її негайного розв'язання, а з метою створення проблемної ситуації. Як результат, виникає розходження (“ножиці”) між рівнем наявних актуалізованих знань, навичок і умінь учнів і рівнем знань, необхідних для успішного розв'язання T_r . Для уникнення психологічного дискомфорту, в учнів виникає потреба в уясненні змісту нового блоку інформації, з'являється пізнавальний інтерес, відбуваються зміни у мотиваційній сфері особистості. Задачі-проблеми стимулюють активну пізнавальну діяльність учнів, яка стає переважно самостійною і продуктивною.

При переході на підцикл уяснення (сприйняття, осмислення) вчитель може ставити різні цілі:

- 1) уяснення (сприйняття, осмислення) змісту математичного матеріалу, при цьому формування логічних знань і умінь передбачається опосередкованим шляхом;
- 2) уяснення (сприйняття, осмислення) змісту інформації логічного характеру, при цьому формування логічних знань і умінь передбачається прямим шляхом.

У першому із зазначених випадків учителю доцільно використовувати репродуктивні вправи типу OP_1 ; OP_2 ; OP_3 ; OB_b математичне наповнення для яких брати відповідно навчальній темі. Таким чином, у підциклі уяснення реалізуються ланки засвоєння і застосування певного математичного змісту, а також певних логічних знань. У другому із зазначених випадків, коли вчитель має на меті засвоєння певних логічних знань (понять, фактів або законів), деяку інформацію логічного характеру доцільно давати у явному вигляді і використовувати репродуктивні вправи (ZP_1 ; ZP_2 ; ZP_3 ; ZB_i ; (OB_i)). Введення на цьому етапі варіативної вправи (ZB_i або OB_i) слугує для мотивації переходу до підциклу опрацювання, початок роботи на якому вже відбувся при виконанні вправи OB_i (ZB_i) •

Наприклад, при опрацюванні означення рівних фігур можна давати знання про прямі і обернені імплікативні судження і на прикладах роз'яснювати, що не завжди істинність прямого судження супроводжується істинністю і оберненого судження. Завдання формулюються у вигляді: ”За допомогою логічної зв'язки “якщо..., то...”

утвори прямі судження “якщо А, то В”, і обернені: “якщо В, то А”. Перевір істинність обох з утворених суджень” (таблиця 2.9.).

Таблиця 2.9.

Утвори прямі і обернені судження

А	В
Сторони одного трикутника відповідно рівні сторонам іншого трикутника	Трикутники рівні
Довжина одного прямокутника дорівнює довжині іншого прямокутника	Прямокутники рівні
Сторона одного квадрата дорівнює стороні другого квадрата	Квадрати рівні
Площа одного квадрата дорівнює площі другого квадрата	Квадрати рівні
Площа одного прямокутника дорівнює площі другого прямокутника	Прямокутники рівні

На підциклі опрацювання також може відбутися розгалуження цілей: 1) опрацювання змісту математичного матеріалу, формування логічних знань і умінь проходить опосередкованим шляхом; 2) опрацювання змісту інформації логічного характеру, формування логічних знань і умінь передбачається у явному вигляді.

У першому випадку доцільно використовувати математичні вправи, а також репродуктивні і варіативні вправи, спрямовані на формування операційного компоненту логічного мислення ($OP_1, OP_2, OP_3, OB_1, OB_2, OK$), наповнюючи їх необхідним математичним змістом. Наприклад, таким є завдання визначити периметр фігури (рис.2.18.).

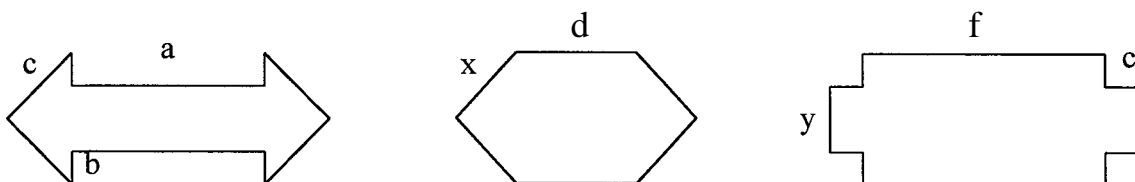
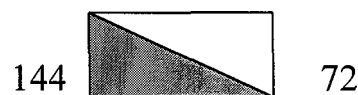


Рис.2. 18. Знайти периметри фігур.

У другому випадку доцільно брати репродуктивні і варіативні вправи, спрямовані на формування змістового компоненту (ЗР₁, ЗР₂, ЗР₃, ЗВ₁, ЗВ₂, ЗК), математичний зміст яких береться із відповідної навчальної теми. Наприклад, при вивченні теми “Площа прямокутника, квадрата і трикутника” (5 кл.) вчитель ставить за мету формування уміння знаходити закономірності і пропонує учням завдання: ”Знайти закономірність і дати відповідь на запитання” (рис. 2.19., 2.20.).



$$(X-3)+11=21$$

?

$$123 \quad \underline{\underline{1/3}}$$

Рис.2.19. Знайти закономірність

Рис.2.20. Знайти закономірність

Дати відповідь на запитання рис.2.20. п'ятикласникам досить важко, але інтуїтивно вони здогадуються, що невідоме число повинно становити третю частину числа 123, як площа заштрихованої фігури становить третину площі всього трикутника. Повного доведення цього факту від учнів 5 класу не вимагається, але поставлене вчителем питання: ”Чому?” спонукає учнів застосовувати математичні знання (формулу площі трикутника). Малюнок доцільно перенести у зошит, провести висоту і переконатися, що висота великого трикутника буде висотою проведеною до основи кожного із маленьких трикутників.

Таким чином уміння знаходити закономірності, яке у явному вигляді формує вчитель, даючи його операційний склад (порівняй об'єкти першого рядка, знайди якнайбільше суттєвих властивостей, знайди взаємозв'язки між об'єктами рядка і т.д.), переноситься на розв'язання математичної задачі: виділи 3 трикутники, на які

поділяється даний, знайди суттєві властивості кожного з них (основи рівні), знайди взаємозв'язок між висотами проведеними до рівних основ (висоти рівні), застосуй формулу обчислення площі трикутника, зроби висновок про рівність площ трикутників.

Під час контролю і корекції у підциклі опрацювання можливим є використання вправ, спрямованих на розвиток контрольної-корекційного компонента (ІВП; УП; Від П; Вип П). Наприклад, при вивченні теми “Звичайні дроби”(6 кл.) можна запропонувати закодований диктант. Якщо вчитель говорить правильне твердження, то учні записують у зошит цифру 1, якщо неправильне, то 0:

1. Усі неправильні дроби можна записати у вигляді мішаного числа.
2. Деякі правильні дроби можна округлити до 1.
3. Жоден неправильний дріб не можна округлити до 1.
4. Якщо дріб неправильний, то його чисельник більший за знаменник.
5. Якщо дріб правильний, то його чисельник менший за знаменник.

Додаткове завдання: “Утвори судження, обернені до четвертого і п'ятого наведеного судження, перевір їх правильність”.

Включення правильного твердження (правила), на нашу думку, є недоцільним, оскільки його зовнішній вигляд відрізняється від наведених неправильних тверджень і, фактично, містить підказку. Усвідомлення і виправлення помилок у неправильних твердженнях відбувається у ході додаткової роботи.

Використання цих вправ і успішне їх виконання готує учнів до переходу на четверту ланку дидактичного циклу - контролю і успішності засвоєння певного обсягу інформації математичного або логічного характеру і корекції у разі необхідності. На цьому етапі вчителем, як правило, використовуються завдання математичного характеру, передбачені для проведення контрольних або самостійних робіт. При цьому можливим є використання репродуктивних і варіативних завдань.

Наступною, п'ятою ланкою дидактичного циклу, є визначення шляхів використання отриманих результатів у подальшому навчанні. На цьому етапі доцільно використовувати творчі вправи типу T_r , успішне розв'язання яких передбачає застосу-

вання комплексу засвоєних математичних і логічних знань, навичок і умінь, евристичних прийомів для розв'язування задач у ситуаціях творчого пошуку.

Наприклад, при вивченні теми: "Дільники і кратні" (6 кл.) можна запропонувати розв'язати задачу: "У ряд виписані у порядку зростання числа, які діляться на 9: 9;18;27... Під кожним числом у цьому ряду записана сума його цифр. На якому місці у другому ряду зустрінеться число 81?"

Вчителю бажано направити хід думок учнів на знаходження закономірності, коли у другому рядку вперше з'являється число, відмінне від попереднього. Розглядаючи частинні випадки, учні доходять загального висновку: зміна числа у другому рядку відбувається, коли у першому рядку з'являється число, записане дев'ятками, тому достатньою умовою появи 81 у другому рядку є поява числа, записаного дев'ятьма дев'ятками у першому. У ході евристичної бесіди учні приходять до необхідності знайти номер місця, на якому стоїть число 999 999 999 у першому рядку. Тут уже необхідно застосувати формулу числа кратного 9.

Якщо це завдання пропонується на початку вивчення теми, створюється розрив між наявним і необхідним рівнем знань учнів. Таким чином, має місце проблемна ситуація, у результаті розв'язування якої, учні повинні набути знання про формулу числа кратного 9 і узагальнити її на формулу числа кратного k . Якщо це завдання передбачається використовувати на етапі застосування вже опанованих знань, то його можливо запропонувати для самостійного розв'язування.

Такий розподіл задач забезпечує поступове нарощення складності завдань, а також можливість здійснення диференційованого навчання, бо на етапі опрацювання одним учням можна обмежитись вправами репродуктивного рівня (ЗР; ОР), а іншим перейти до вправ продуктивного рівня (ЗВ; ОВ). Можливо, деяким учням на цьому ж етапі можна запропонувати вправи типу Т₁. На етапі контролю і корекції можлива диференціація вимог і допомоги вчителя.

Прослідкуємо, як при такому розподілі виконуються закономірності впровадження системи вправ, спрямованих на формування теоретичних знань [114,с.69]. У методиці математики загально визнано, що система вправ, спрямованих на формування елементів теоретичних знань, повинна містити підготовчі вправи, ввідні

вправи, вправи пов'язані із застосуванням теоретичного матеріалу і вправи, пов'язані з контролем за результатами освоєння знань.

Серед *підготовчих вправ* виділяються *мотиваційні вправи*, спрямовані на створення мотивації вивчення певного обсягу навчальної інформації, і *вправи, спрямовані на актуалізацію наявних знань, навичок і умінь*. Мотиваційні вправи застосовуються у ході реалізації першої ланки дидактичного циклу. *Мотиваційними вправами* можуть бути вправи на неусвідомлене використання інтуїтивних передзнань логічного характеру і логічних умінь або вправи творчого характеру, для успішного розв'язування яких наявних знань і умінь учнів недостатньо.

До підготовчих вправ відносять також *вправи на актуалізацію наявних знань, навичок, умінь*. Цей тип вправ відповідає підциклу актуалізації з другої ланки дидактичного циклу (засвоєння одиниці змісту навчального матеріалу). У якості *вправ на актуалізацію* можуть виступати: а) математичні вправи з логічним навантаженням на опосередковану актуалізацію відповідних логічних знань і умінь; б) логічні вправи, за допомогою яких проходить у явному вигляді актуалізація логічних знань, умінь, необхідних для вивчення поточної теми.

Експериментальне навчання показало, що у якості вправ на актуалізацію наявних знань, навичок, умінь доцільно використовувати вправи переважно репродуктивного характеру ($ZP_T; OP_T$). Однак, бажано, щоб серед них вчитель застосовував і вправи на відшукування і усвідомлення логічної помилки. Таким чином, здійснюється не лише актуалізація необхідних математичних і логічних знань, але і остаточна корекція.

До *ввідних вправ* належать: 1) вправи за допомогою яких “вводиться” елемент нового матеріалу; 2) вправи, за допомогою яких уявляється зміст отриманої інформації і проходить формування знань “у зоні найближчого розвитку”, з опорою на допомогу; 3) вправи, за допомогою яких коректуються сформовані нові знання (початкова корекція нових знань).

Застосування таких вправ відповідає другій і третій ланкам дидактичного циклу (засвоєння блоку інформації і оволодіння відповідними вміннями). Ввідними вправами на уроках математики виступають як математичні вправи, так і логічні

вправи з відповідним математичним наповненням, які дозволяють вводити елементи математичних знань. При цьому логічні знання і уміння у явному вигляді формувати не передбачається. У такому випадку доцільно використовувати вправи репродуктивного характеру, які не передбачають певну трансформацію наявних в учнів логічних знань або умінь. У нашій системі вправ це вправи типу $ЗР_{Г}; ОР_{Г}$ (ст.135). Застосування таких вправ відповідає підциклу уясування навчальної інформації.

До *вправ, пов'язаних із застосуванням навчального матеріалу*, відносять: 1) вправи, за допомогою яких нові знання і уміння відпрацьовуються до рівня самостійного застосування у незнайомій ситуації; 2) вправи, за допомогою яких нові знання і уміння застосовуються у ситуаціях, що вимагають творчого пошуку. До таких вправ у нашій системі (ст.135) відносяться вправи, виконання яких передбачає усвідомлене застосування логічних знань і умінь на продуктивному рівні, а також творчі вправи. До них можна віднести і вправи на відшукання, усвідомлення і виправлення помилок як математичного так і логічного характеру. Це можуть бути також і математичні вправи.

До *вправ, пов'язаних із контролем за результатами освоєння знань*, відносять: 1) вправи, за допомогою яких забезпечується частковий або повний самоконтроль (відшукання, усвідомлення і виправлення помилки із допомогою або повністю самостійно); 2) вправи, спрямовані на співставлення результатів засвоєння теоретичних знань або опанування умінь та способів діяльності із запланованими результатами.

У нашій системі вправ до першої з виділених груп вправ можна віднести вправи на інтуїтивне відчуття, відшукання, усвідомлення і виправлення помилки. На етапі співставлення результатів засвоєння знань і опанування умінь із запланованими результатами у ході контрольних або самостійних робіт виконуються математичні вправи, за допомогою яких учитель може виявити, на якому рівні (обов'язковому, підвищеному, поглибленому) пройшло засвоєння відповідних математичних знань і способів діяльності. Для контролю за тим, на якому рівні сформовані в учнів логічні знання і уміння, доцільно брати вправи типу: $ЗР_{Г}; ОР_{Г}$ (репродуктивний рівень застосування); $ЗВ_{Г}; ОВ_{Г}$ (продуктивний рівень застосування); $Т_{Г}$ (творчий рівень застосування).

2.2.2. Методи і прийоми впровадження системи диференційованих вправ.

Розглянемо деякі методи і прийоми впровадження системи вправ, спрямованих на розвиток логічного мислення учнів у процесі навчання математики у 5-6 класах. Вони обумовлюються наявним рівнем розвитку компонентів логічного мислення учнів (змістового, операційного, мотиваційного, контрольо-корекційного); наявним рівнем математичної підготовки учнів; особливостями навчальної теми (обсяг інформації, ступінь складності тощо).

Діяльність по впровадженню системи вправ має бути цілеспрямованою, систематичною і послідовною, забезпечувати диференціацію навчання, спонукати учителя і учнів до співробітництва. У ході впровадження системи диференційованих завдань важливо створити умови як для пізнавальної, так і для рухової активності учнів, що зумовлено їх віковими особливостями, а також давати можливість для реалізації як навчальної діяльності учнів, так і діяльності по спілкуванню, яка стає особистісним новоутворенням і ведучою діяльністю у молодшому підлітковому віці.

Серед прийомів, які допомагають впровадженню системи диференційованих вправ, спрямованих на розвиток логічного мислення, можна виділити евристичну бесіду, застосування задач-проблем, усне або письмове коментоване виконання вправ, виконання вправ “за зразком”, застосування дидактичних ігор (логічні естафети тощо), логічні диктанти, закодовані диктанти, тести, застосування індивідуальних карток. Доцільним виявилось також використання наступних прийомів:

- “сканування” міркувань;
- драматизація процесу розв’язання шляхом введення обмеження на час виконання вправ або введення драматичних ігрових ситуацій;
- вибір варіанту відповіді вправи;
- інформаційна недостатність або інформаційна перенасиченість умови вправи, що сприяє активізації процесів мислення на початкових стадіях її розв’язування;
- спеціальні та загальні підказки (за методикою, запропонованою Н.А.Тарасенковою, О.С.Чашечниковою [202,215]).

Оскільки процес розв’язування вправ, спрямованих на розвиток деяких логічних умінь (уміння знаходити закономірності, знаходити аналогію, міркувати за ана-

логією) є глибоко Інтеріоризованим, то при розв'язуванні варіативних, а особливо, творчих вправ, ставилася вимога “сканувати”, тобто, проговорювати, вербалізувати асоціації, образи, міркування, на основі яких знаходилися суттєві властивості, аналогії, закономірності. З цього приводу учні і вчителі-експериментатори відзначали, що, хоча процес розв'язування уповільнювався, проте був більш правильним, відбувалося скорочення (а згодом і зникнення) такого ланцюжка міркувань, який приводив до неправильної відповіді.

Завдяки покроковому “скануванню” досягається подвійний ефект. З одного боку, вчитель має можливість контролювати процес логічного мислення, з іншого - учень може певною мірою рефлексувати його, бо проговорене вголос правильне міркування фіксується у свідомості і пам'яті, і учень може повернутися до нього у разі неправильності подальших міркувань. Застосування цього прийому особливо корисне, якщо вчителем ставиться завдання впровадження вправ, спрямованих на розвиток контрольного-корекційного компонента логічного мислення, зокрема, при формуванні вміння усвідомлено знаходити помилки, а також їх осмислювати і виправляти. Таким чином, виявляються дефекти у системі логічних знань або логічних умінь учня.

Як було зазначено вище, такі вправи можливо застосовувати практично на кожній ланці дидактичного циклу. При впровадженні вправ, спрямованих на розвиток контрольного-корекційного компонента, доцільно використовувати також прийом “навідних питань”. Прийом “навідних питань” ґрунтується на тому, що учитель, знаючи послідовність міркувань або послідовність дій при застосуванні певного логічного вміння (операційний склад логічного вміння) задає учневі, який допустив помилку, питання, що стимулюють перш за все виконання необхідних міркувань або дій, які утворюють операційний склад певного логічного вміння. Але при цьому необхідно, щоб запитання вчителя стимулювали учня виконувати дії відповідно до власних уявлень учня про послідовність цих дій. Тоді цей прийом дозволяє виявити недоліки у виконанні учнями окремих операцій, які утворюють операційний склад логічного вміння.

При формуванні вміння відшукувати помилки доцільно використовувати складені разом з учнями таблички-пам'ятки, у яких було б відображено типові логічні помилки. Наприклад, при складанні вправ на відшукування помилок в означенні, вчитель формує неправильні означення, свідомо допускаючи логічні помилки: не перелічуючи всі суттєві властивості поняття, або даючи зайві властивості, означуючи поняття не через найближче родове поняття та ін. Учні співставляють наведене учителем означення з правильним, знаходять і формулюють правила, які необхідно пам'ятати при формулюванні означення поняття, сформовані правила учитель демонструє учням у вигляді таблиці-пам'ятки, можливо, за допомогою кодоскопа. Учні записують її і вдома готують таблицю-пам'ятку на окремій картці. Деякі приклади таблиць-пам'яток наведені у додатку А.2.

Вправи, які використовуються для співставлення результатів засвоєння елементів логічних знань або опанування логічних умінь із запланованими, тобто, власне контрольні вправи, доцільно включати у самостійні і контрольні роботи. Як показало еспериментальне навчання, невиправданим є проведення контрольних або самостійних робіт, складених лише із логічних вправ, але включення їх до планових контрольних або самостійних робіт на протязі вивчення програмової теми і побальне оцінювання допомагає узгодити ланки контролю дидактичних циклів по засвоєнню як математичних так і логічних знань і умінь.

У самостійні і контрольні роботи доцільно включати по одній вправі репродуктивного і варіативного типу. Кожну вправу бажано оцінювати певною кількістю балів і вести на протязі вивчення декількох навчальних тем облік успішності виконання логічних вправ. При цьому успішність або неуспішність їх виконання не повинна впливати на оцінку самостійної або контрольної роботи. Після декількох проведених робіт учителю потрібно підсумувати набрану кількість балів по виконанню логічних завдань репродуктивного і продуктивного рівнів і виставити оцінку. Успішне виконання вправ рівня простого відтворення відповідає оцінці "3", вправи рівня узагальненого відтворення або продуктивного рівня - відповідно оцінці "4" або "5". Для контролю факту опанування логічних знань і умінь на творчому рівні доцільно відвести позаурочний час (консультації тощо).

2.2.3. Деякі аспекти формування логічного мислення учнів 5-6 класів у процесі розв'язування математичних задач.

Загальний підхід до навчання учнів аналітичному і синтетичному способам міркувань у процесі розв'язування задач передбачає послідовність наступних кроків: створення в учнів попереднього інтуїтивного розуміння аналітичного і синтетичного способів міркувань, “прослідковування” їх у міркуваннях учителя, вибір способів міркувань для конкретної задачі. Інтуїтивне уявлення про аналітико-синтетичний хід міркувань можливо формувати при розв'язуванні практичних задач у побутових або навчальних ситуаціях, направляючи думки учнів у такий спосіб: ”Що можна отримати, маючи...?”-або: ”Що достатньо мати, щоб отримати...?” Виділяти час на уроці для проведення такої роботи немає необхідності. Формування інтуїтивних уявлень може проходити у спілкуванні вчителя з учнем під час позакласної, індивідуальної роботи.

Подальша робота по розвитку логічного мислення учнів у процесі розв'язування задач - це організація “прослідковування” міркувань учителя із залученням учнів. У ході евристичної бесіди вчитель виявляє суттєві властивості аналітичного або синтетичного способу міркувань, демонструючи їх у явному виді, бо усвідомлений вибір способу міркувань для конкретної задачі передбачає виявленість структури аналітичного і синтетичного способу міркувань для учнів. У цьому разі в учнів формується орієнтаційна основа для усвідомлення процесу пошуку розв'язування задачі, забезпечується цілеспрямованість дій. Тим самим формується основа для уникнення будь-яких проявів угадування, випадкового комбінування даних тощо.

Наприклад, розв'язуємо задачу 1: “У пакеті лежали яблука. Спочатку з нього взяли половину всіх яблук, а потім $\frac{1}{3}$ тих яблук що залишились. Після цього у пакеті залишилось 10 яблук. Скільки яблук було у пакеті?” (бкл.).

Роботі над такою задачею передують роботи над простими задачами, у ході якої учні освоювали схеми міркувань по знаходженню цілого за його частиною, частини за цілим. Як доведено у роботі П.М.Ерднієва [214], такі задачі краще розглядати одночасно, щоб сюжет і числові дані не змінювались, а змінювався характер взаємо-

зв'язку між ними. Робота над даною задачею заключається не лише у тому, щоб розв'язати її декількома способами, але порівняти побудовані і використані ланцюжки міркувань. Доцільно починати аналіз умови з побудови схеми (рис.2.21.), домовившись що у прямокутниках записуємо кількість яблук, а поруч відповідну кількість частин.

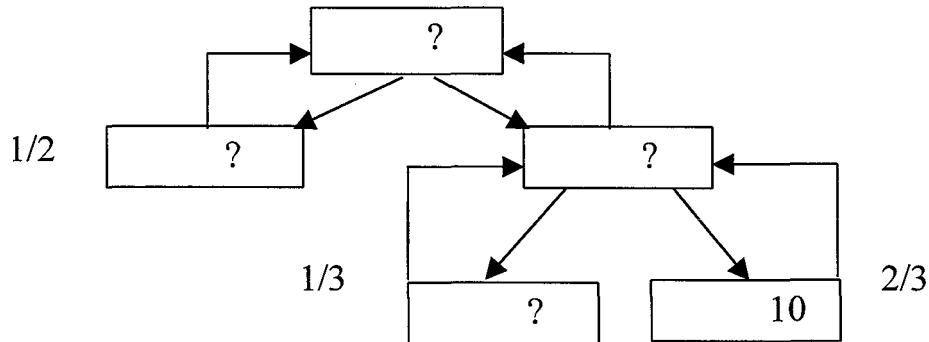


Рис.2.21. Схема до задачі 1.

Якщо учні вперше зустрічаються із задачами подібного типу, то здогад про те, що кожному числу відповідає певний дріб, який показує, яку частину від цілого становить це число, направляє пошук. Складання плану розв'язування синтетичним методом бажано, щоб розпочинав учитель.

Учитель: Якщо ми маємо кількість яблук, які залишилися (10) і не знаємо поки що, який дріб відповідає цьому числу, то саме це і знайдемо спочатку.

Учні швидко знаходять, що числу 10 відповідає дріб $2/3$, але складність для них у тому, що вони не усвідомлюють, що $1/3$ і $2/3$ частини беруться від половини всіх яблук. Тому, правильно застосувавши правило знаходження цілого за частиною, віднісши частину умови саме до потрібного типу задач, стверджують, що 15 - це загальна кількість яблук. Тому схему доцільно доповнити зв'язкою, яка б показала, частину від якого саме цілого становить те чи інше число. Відразу цього робити не варто, оскільки логічним наслідком того факту, що 10 становить $2/3$ від деякого цілого може бути також і те, що 5 становить $1/3$ частину. І діти не піднімаються відразу вгору по "сходинах" схеми, а "заповнюють" клітинки що знаходяться поруч.

Навіть якщо цього не сталося у ході розв'язування, вчителю варто провести роботу по знаходженню всіх наслідків з умови. І у залежності від прийнятого наслідку намічається той чи інший план розв'язування задачі. Ланцюжок проведених мірку-

вань у другому випадку буде довшим, але допомагає учням усвідомити, що отримане число 15 - це не загальна кількість яблук, а лише та кількість, яка становить відповідну ($1/2$) частину всіх яблук. Практика показує, що добре встигаючі учні здебільшого використовують перший шлях. Для них очевидно, що хоча застосовується правило знаходження цілого за його частиною, але отримане число не буде показувати, якою є загальна кількість яблук. Результатом буде “проміжне” ціле, те, відповідно якого ситуація задачі повторювалась вдруге.

Ця проблема виникає для слабо встигаючих учнів 6-го класу, тому, направляючи їх свідомість на знаходження інших наслідків із даних задачі, вчитель може уникнути неповного розуміння ходу міркувань при розв'язуванні задачі. На цьому етапі можливим є організований вчителем відкритий діалог двох учнів, які вголос промовляють по черзі хід своїх міркувань.

Якщо у класі не виникла ситуація, коли знайдені обидва наслідки, то учасником відкритого діалогу доцільно стати вчителю. Організація відкритого діалогу за принципом “змінного протиставлення”, сприяє тому, що кожен учень класу спочатку сприймає найбільш зрозумілий йому спосіб, а потім інший.

На дошці доцільно навести записи виконаних дій. Бажано, щоб учасники діалогу усно пояснювали отримані записи, а всі інші учні виконували детальні пояснення письмово. Письмова фіксація пояснення переводить розуміння процесу розв'язування з інтуїтивного рівня на усвідомлений.

I спосіб.

- 1) $1 - 1/3 = 2/3$ (част.) яблук, що залишились, взяли другого разу;
- 2) $10 : 2/3 = 15$ (яб.) залишилось після того, як взяли декілька яблук першого разу;
- 3) $15 : 1/2 = 30$ (яб.) початкова кількість яблук.

II спосіб.

- 1) $1 - 1/3 = 2/3$ (част.) яблук, що залишились, взяли другого разу;
- 2) $10 : 2 = 5$ (яб.) взяли яблук другого разу;
- 3) $10 + 5 = 15$ (яб.) залишилось після того, як взяли декілька яблук першого разу;
- 4) $15 + 15 = 30$ (яб.) початкова кількість яблук.

Аналітичний спосіб міркувань на прикладі цієї задачі вчитель продемонструє, якщо хід думки учнів спрямує від головного запитання на знаходження всіх достатніх умов і співставлення їх із даними умови. При виявленні достатніх умов для відповіді на запитання даної задачі учні говорять, що достатньо знати, скільки взяли яблук першого разу і скільки їх залишилось. Однак, якщо вчитель націлює учнів на знаходження всіх достатніх умов, то вони здогадуються, що також достатньо знати яку частину від цілого складають 10 яблук, які залишились після другого разу, а для цього достатньо знати, яку частину вони становлять від залишку. Таким чином шестикласники приходять до необхідності позначення залишку за 1. Тоді послідовність ходу розв'язування буде наступною:

- 1) $1 - 2/3 = 1/3$ частину залишку становлять 10 яблук.
- 2) $2/3$ від $1/2 = 1/3$ всіх яблук становлять 10 яблук.
- 3) $10 : 1/3 = 30$ (яб.) всього було яблук.

Розв'язування задач арифметичним способом передбачає виконання арифметичних дій над числами або числовими виразами. При цьому утруднення для учнів полягає у тому, щоб побачити типи взаємозв'язків між числовими даними, наведеними у задачі. При проведенні такої роботи нами використовувались наступні види вправ.

1. Вправи на формування вміння добувати інформацію з умови і вимоги задачі, вичленяти окремі елементи, комбінувати їх, співвідносити вимоги з умовою.
2. Вправи на формування вміння виводити логічні наслідки на основі логічних законів.
3. Вправи на формулювання умови задачі заданої тематики за готовим числовим виразом або набором запропонованих дій.
4. Вправи на самостійне формулювання або переформулювання вимоги задачі за певними даними.

Одним із прийомів, які полегшують знаходження спочатку, можливо, неочевидних для учня взаємозв'язків між даними числовими значеннями є введення змінної, утворення буквенних виразів і складання рівняння.

Розглянемо, наприклад, розв'язування задачі 2, аналогічної попередній:

“У пакеті лежали яблука. Спочатку з нього взяли половину усіх яблук без 5. А потім третину тих що залишились. Після цього у пакеті залишилось 10 яблук. Скільки яблук було у пакеті?”[109,с 39]. Схему (рис.2.22.) доцільно застосувати як для аналізу умови задачі, так і для розв'язування.

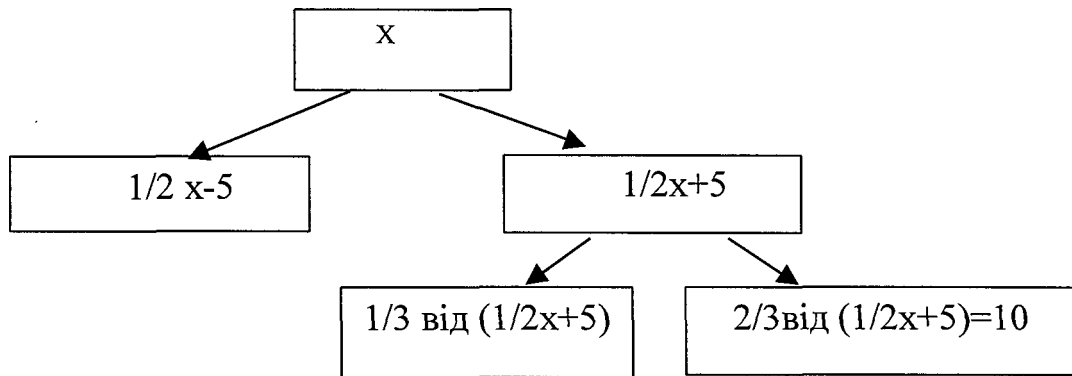


Рис.2.22. Схема до задачі 2.

У виконанні завдання допомагає схема, яку вчитель заздалегідь приготував, або формує учень, виконуючи записи на дошці. Склавши рівняння учні його розв'язують. Але після цього вчитель пропонує розв'язати цю задачу арифметичним способом.! саме дії, які виконували учні у процесі розв'язування рівняння допомагають визначити стратегію пошуку розв'язування задачі арифметичним способом, бо більш очевидними стають для них зв'язки між числовими даними задачі.

Учитель: Перетворіть кожне речення задачі, виражене звичайною мовою на мову математичних знаків, дій, виразів, попередньо ввівши невідоме.

$$2/3 (1/2x + 5) = 10$$

$$1/2x + 5 = 10 : 2/3$$

$$1/2x + 5 = 15$$

$$1/2x = 15 - 5$$

$$1/2x = 10$$

$$x = 10 : (1/2)$$

1) $10 : 2/3 = 15$ (яб.) залишилось після першого разу;

2) $15 - 5 = 10$ (яб.) половина всіх яблук;

3) $10 : 1/2 = 20$ (яб.) всього було яблук.

Учитель може використати прийом змістового аналізу дій, проведених при розв'язуванні рівняння, через систему запитань: “Що ми визначаємо за допомогою ...

дії?” Записана поруч із рівнянням послідовність виконаних дій дозволяє прослідкувати відповідність кроків при розв'язуванні рівняння, складеного по умові задачі і синтетичних міркувань у ході арифметичного способу розв'язування. Використання як алгебраїчного, так і арифметичного способів розв'язування задач нівелює “заучування” арифметичних способів розв'язування задач і, водночас, допомагає розвивати мислення учнів.

У процесі пошуку плану розв'язання задач у 5-6 класі доцільно використовувати конкретно-індуктивний метод навчання і метод доцільних задач. Наприклад, маємо задачу 3: “У ряд виписані натуральні числа від 1 до 252. Спочатку витерли всі числа, які діляться на 2, але не діляться на 5. Потім витерли всі числа, які діляться на 5, але не діляться на 2. Скільки чисел залишилось?” Учитель пропонує учням спочатку сформулювати і розглянути частинні випадки (допоміжні задачі), а потім їх узагальнити і дати відповідь на запитання задачі (індуктивні міркування). Учні розбивають множину всіх записаних чисел на десятки і розглядають, скільки залишиться чисел в одному десятку. У першому десятку таких чисел залишиється п'ять (1;3;7;9; 10). До 250 таких чисел буде 125. З чисел, які залишились (251,252) одне необхідно викреслити. Отже, всього залишиться 126 чисел.

Важливим етапом у роботі над задачею є “погляд назад”. Серед прийомів, які застосовують при обговоренні (аналізі) розв'язку задачі можна виділити: 1) розв'язування задач різними способами; 2) наближена оцінка очікуваного результату, коли, маючи на увазі можливі границі відповіді, учень уважніше виконує проміжні дії; 3) розчленування умови задачі на окремі смислові частини і визначення у кожній частині вихідного даного з урахуванням отриманої відповіді; 4) складання задачі, оберненої до даної, або, якщо задача складена, то оберненої смисловим частинам даної задачі, шляхом введення в умову отриманої відповіді і виключення одного з даних, який стає невідомим. Можливо використовувати різні види перевірки (повна або неповна, письмова, напівписьмова, усна) з використанням наступних форм запису перевірки: окремими діями без тексту, з питаннями перед діями, з попередніми або наступними поясненнями, тощо.

2.2.4. Організаційні форми впровадження системи диференційованих вправ.

Організаційні форми впровадження системи диференційованих вправ повинні створювати умови для пізнавальної і рухової активності учнів, реалізовувати можливість спілкування у системах учитель-учень, учень-учень. У процесі експериментального навчання нами використовувались фронтальна, індивідуальна і групова робота при проведенні стандартних і нестандартних уроків. У процесі впровадження розробленої системи вправ, спрямованих на розвиток логічного мислення учнів, доцільними виявились такі форми групової роботи, як робота в парах і робота командами.

Роботу в парі можна організувати у вигляді “закритого” або “відкритого” діалогу. “Відкритий” діалог передбачає наступне: два учні вголос проводять аналіз умови завдання, демонструють процес пошуку розв’язування, ставлячи один одному запитання у певній послідовності. Інші слідкують за правильністю проведених міркувань. Вчитель може контролювати процес формування розумових дій, логічних прийомів. В учнів формується вміння аналізувати дані умови, виділяти головне, проводити класифікацію задач, робити узагальнення, грамотно формулювати і висловлювати свої думки, застосовувати евристики.

Групова форма, як показує практика, є ефективною при організації самостійної роботи учнів по розв’язуванню логічних вправ і проведенні аналізу її результатів. Після перевірки проведеної самостійної роботи, вчитель організовує розподіл учнів на групи, відповідно неправильно виконаного завдання. Кожна група отримує картку-допомогу, де подається зразок виконання завдання. Учні, порівнюючи свій хід виконання завдання із зразком, відшуковують помилку, повторно виконують своє завдання, звіряючись із зразком, а потім ще одне, на закріплення. Допомога вчителя одим учням носить характер “залучення до діяльності”, іншим - характер “співпраці”. Наведемо деякі варіативні і творчі вправи, які можна пропонувати у ході підсумкового повторення.

Ві : Ми потрапили у наукове містечко, де живуть Знайко, Незнайко, Фунтик, Шпунтик, лікар Пілюлькін, поет Светік. Усі вони живуть у шестиповерховому бу-

динку, по одному на кожному поверсі. Число поверхів, які відділяють Фунтика від Незнайка, дорівнює числу поверхів, які відділяють Незнайка від Знайка. Светік живе вище, ніж Ппунтик. Знайко живе на п'ятому поверсі, а Фунтик - на першому. Хто де живе?

B_2 : Картки з цифрами від 1 до 9 покладені цифрами донизу (рис.2.23.) і з'єднані стрілками, які направлені від меншого числа до більшого. Коли одну картку перекинули, тона ній виявилось число 7. Знайти суму чисел на картках А і В.

B_3 : Яка рівність завжди буде правильною, якщо ми запишемо у квадратик будь-яке число: А) $3 \cdot \Pi + 1 = 4$; Б) $(D-1) / ?^{\wedge}$; В) $\square / 2 = \Pi$; Г) $(13-5) / 2 = O$; Д) $2 \cdot 3 + 0 \cdot (1 + \Pi) = 6$.

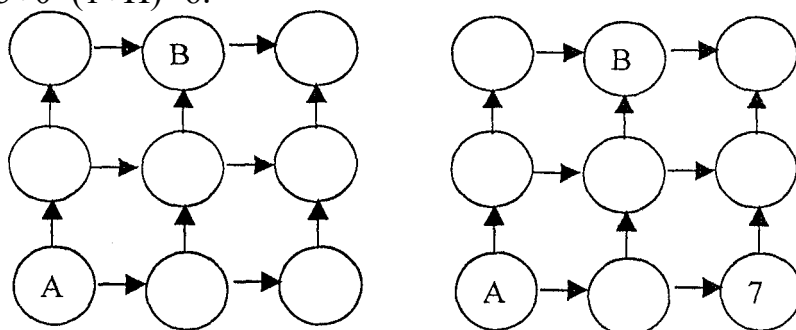


Рис. 2.23 Вправа В₂

B_4 : Яка остача від ділення $100\dots 0$ (число складається з 1 і 2000 нулів) на 15?

B_5 : У парку ростуть дуби і сосни. Яке із наведених тверджень може бути істинним?

А: Кожен дуб є нижчим від деякої сосни, а кожна сосна є нижчою від довільного дуба.

Б: Кожен дуб є нижчим від деякої сосни, а деяка сосна є нижчою від довільного дуба.

В: Деякий дуб є нижчим від деякої сосни, а кожна сосна є нижчою від довільного дуба.

Г: Деякий дуб є нижчим від довільної сосни, а деяка сосна є нижчою від довільного дуба.

Особливої уваги вимагає від учителя робота з обдарованими дітьми. У ході такої роботи можна застосовувати набори творчих вправ. Наприклад, наведемо зразки творчих завдань для відпрацювання уміння знаходити закономірності. Логічною ос-

новою цього уміння є правила Дж.Мілля, зокрема, правило єдиної схожості і єдиної різниці. Єдиний незмінний фактор називають інваріантом. Тому, для застосування учнями цього уміння на творчому рівні, доцільно пропонувати завдання, які розв'язуються шляхом визначення інваріанту.

Знайомство з інваріантом можна почати з гри. Учитель пропонує дітям провести експеримент: записати у довільному порядку 11 чисел: 6 нулів і 5 одиниць. Потім 10 разів підряд закреслити будь-які два числа і, якщо вони були однаковими, дописати до чисел, що залишились, нуль, а якщо різними - одиницю. Після завершення вчитель може сказати, що він знає, яке число залишилось у кожного. Це повинна бути одиниця. Всі учні виконували операції різними способами, тому необхідно знайти, що залишалось незмінним при різних способах закреслення чисел. Цим незмінним фактором залишалось значення парності суми записаних чисел. Тому, після десяти закреслень число, що залишилось, повинно бути непарним, тобто рівним 1. Таким чином, виявлення або обчислення деякої кількісної або якісної характеристики задачної ситуації, яка залишається незмінною, допомагає знайти розв'язок задачі. Наприклад,

Тр Знайти суму натуральних чисел від 1 до 500 включно.

Інваріантом є сума доданків $1+500$; $2+499$ і т.д. Помітивши цю закономірність, учні знаходять кількість таких пар, а відповідно і суму натуральних чисел від 1 до 500 включно.

Однією з якісних характеристик задачної ситуації може бути парність. Наприклад,

Т₂: На дошці виписані числа від 1 до 1999 включно. Дозволяється витерти два довільних числа і замість них вписати модуль їх різниці. Після 1998 таких кроків на дошці залишиться одне число. Чи може воно дорівнювати нулю?

Для успішного розв'язання задачі учитель може звернути увагу учнів на деяку незмінну характеристику суми витертих двох чисел та модуля їх різниці. Цією характеристикою є парність виразів $a_p + a$, і $|a_p - a|$. Тому парність суми всіх записаних на дошці чисел не змінюється при кожному витиранні. А, відповідно, і результат, який залишиться після 1998 кроків має бути тієї ж парності, що і сума всіх виписа-

них чисел. Отже, задача зводиться до відшукування суми чисел від 1 до 1999 і встановлення її парності, тобто, до задачі Ц. Ця сума є числом непарним. Тому, єдине число, яке залишиться повинно бути непарним. Отже, нулем воно бути не може.

T₃: Розставити замість зірочок знаки “ + ” або “ - ” так, щоб отримати правильну рівність: $1*2*3*4*5*6*7*8*9 = 10$.

Учителю доцільно спрямувати міркування учнів на встановлення певного незмінного фактора. Цим фактором є те, що незалежно від розташування знаків, значення виразу у лівій частині буде непарним числом (записана непарна кількість непарних чисел). А у правій частині рівності подане парне число. Отже, рівність виконуватись не може.

Інваріантом може бути така якісна характеристика, як періодичність або циклічність певної ситуації, яка повторюється в задачі. Наприклад, вправа Ті (с.35). У ряд виписані 2000 цифр так, що кожне двоцифрове число записане двома сусідніми цифрами ділиться на 17 або на 23. Яка перша цифра послідовності, якщо остання одиниця? Спочатку учні знаходять двозначні числа, кратні 17: 17,34,51,68,75. Потім - двозначні числа, кратні 23: 23, 46, 69, 92. Тому послідовність записаних цифр може бути утвореною наступними цифрами: 234692..., або 23468517. Друга послідовність містить одиницю, але не займе 2000 місць, т.я. обривається на цифрі 7. Щоб одиниця стояла на 2000-му місці, двійка має стояти на 1993-му місці. Тому, перша послідовність цифр займає 1992 місця. Але, оскільки перша послідовність складається з повторюваних циклічно 5-ти цифр, то ці 5 цифр заповнять, повторюючись, 1990 місць. Останні два місця заповнять дві останні з кінця цифри першої послідовності, тобто, послідовність починається з цифри 6.

T₄: Цілі числа від 1 до 2000 з'єднані так, як показано на малюнку: (рис.2.24.). Якою буде послідовність стрілок від 1997 до 2000?

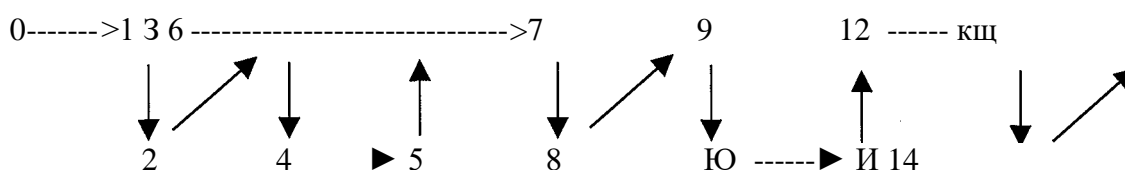


Рис.2.24. Завдання T₄.

Робота командами є ефективною при проведенні математичних і логічних ігор, естафет, математичного і логічного лото тощо. Ігрова діяльність у молодшому підлітковому віці має велике значення. В основу дидактичної гри покладено спонукання до розумової і практичної діяльності, що дає можливість формувати і розвивати в учнів пізнавальні інтереси, здібності, мобілізувати психічні і фізичні сили, знімати надмірну розумову напруженість. Методика проведення дидактичних ігор на уроках математики розкривається у роботі В.Г.Коваленка [102] та ін. Він розрізняє поняття “дидактична гра” і “ігрова форма занять”, хоча і зауважує, що цей поділ є умовним [102,с.6]. У ході навчання математики з метою розвитку логічного мислення учнів, як показує практика, доцільно використовувати наступні ігрові прийоми: постановка дидактичної мети у вигляді ігрової задачі, організація навчальної діяльності за певними ігровими правилами із введенням елементу змагання, пов’язування успішності виконання завдання з певним ігровим результатом.

У процесі експериментального навчання з метою розвитку логічного мислення учнів нами використовувались пізнавальні ігри “Логічне лото”, “Мовчанка”, “Логічний кросворд” та ін, а також пізнавально-рухові ігри. Вправи, які виконувалися в грі, слугували для розв’язування складних завдань.

Наприклад, при вивченні теми: “Дії з дробами” (6 клас) можна провести математичну естафету “Піднімісь по сходах”. На дошці вчитель попередньо готує малюнок (рис.2.25.).

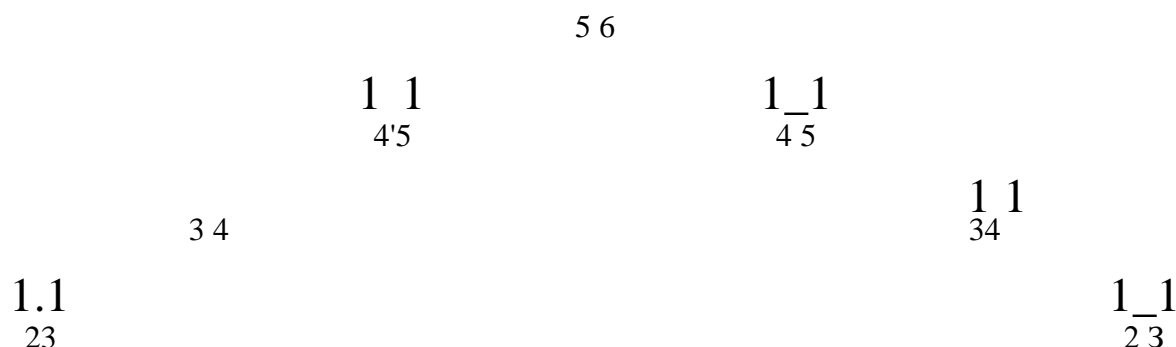


Рис.2.25. Піднімісь по сходах

Учні вибігають по черзі і пишуть результат виконання дії. Перемагає команда, яка без помилок і швидше за іншу виконала завдання. Контролюють виконання за-

вдання учні інших команд. Вчитель звертає увагу учнів на певну закономірність, яку можливо помітити, порівнявши відповіді з різних сторін сходів (результати рівні). А потім пропонує розв'язати приклад:

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & \text{£} & 1 & 1 & 1 & \text{J} & \text{_____} & 1 \\ 2 & 3 & + & 3 & 4 & + & 5 & 6 & + & 1999 & 2000 \end{array}$$

Виявлена закономірність переноситься у нові, нестандартні умови і учні самостійно виконують завдання підвищеної складності. Уміння порівнювати, висувати гіпотези, знаходити закономірності, що формуються у ході гри, переходять на більш високий рівень, створюються умови для перенесення їх у нестандартні умови.

Специфіка дидактичної гри у тому, що вона має свою стійку структуру, яка відрізняє її від інших видів діяльності: ігровий задум, правила, ігрові дії, пізнавальний зміст або дидактичні задачі, обладнання, результат гри [102, с. 12]. З метою розвитку логічного мислення нами застосовувались такі пізнавальні ігри як логічні лабіринти, логічне лото, логічна дуель та ін. Наприклад, гра “Логічна дуель”. Задум цієї гри у тому, щоб, отримавши певні твердження, учні вчилися виводити всі можливі наслідки. Виграє той, хто виведе останній наслідок. Наприклад, при вивченні теми: “Рівні фігури” (5 кл.) можна запропонувати завдання: “Перед вами таблиця, у якій 9 фігур (рис. 2.26.). Одна з них - фіолетова, одна - рожева, одна - чорна, одна - біла. Всі інші фігури - жовті або червоні. Невідомо, які фігури розташовані у клітинках зі знаком питання.

Додаткові правила, яких було дотримано при побудові таблиці: 1) є тільки 2 жовтих круга; 2) фіолетова фігура і рожева фігура — прямокутники; 3) червоний прямокутник розташований над іншим прямокутником і під фігурою, колір якої - червоний; 4) жовтий трикутник і жовтий круг знаходяться в одному стовбчику але не поруч. Які наслідки щодо розташування фігур необхідно слідує із запропонованих правил?”

Групова форма роботи у процесі впровадження системи вправ, спрямованих на розвиток логічного мислення учнів, може бути застосованою на кожному з видів уроків (урок формування нових знань, формування і опанування навичок і умінь, контролю і корекції знань і умінь, узагальнення і систематизації знань і умінь, ком-

бінований урок). Така форма роботи є ефективною при проведенні нестандартних уроків: урок-казка, урок-подорож, урок-бенефіс однієї задачі (додаток Е.2.).

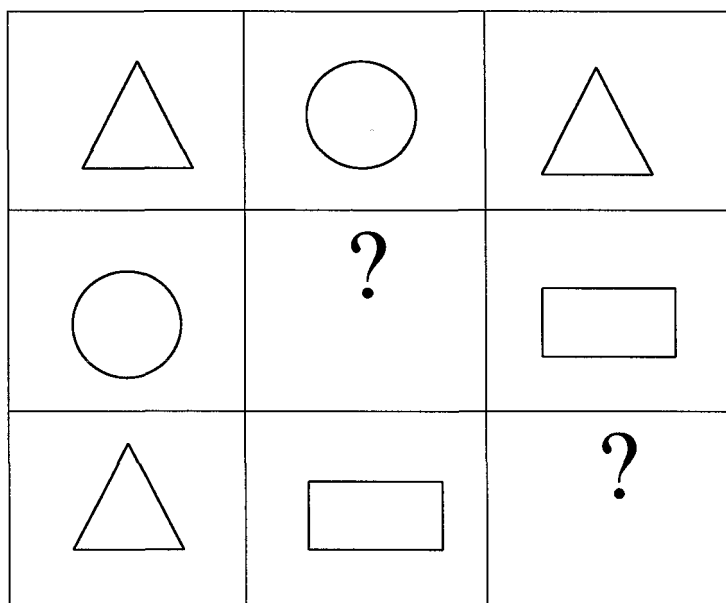


Рис.2.21. Логічна дуель.

Ефективність і плідність нестандартних уроків забезпечується попередньою організаційною роботою. Завдання по підготовці до уроку ставиться за один - два дні до його проведення. Вчитель може запланувати використання завдань логічного характеру, підготовлених самими учнями. Ці завдання доцільно використовувати на одному з етапів уроку. Для організації такої роботи вчителю необхідно попередньо визначити і ознайомити учнів із програмою-мінімум і програмою-максимум, які зручно вивісити в класі. Програма-мінімум містить у собі ті математичні факти і поняття, які повинні знати учні, і логічні факти, у яких вони повинні орієнтуватися. У програмі-мінімум визначаються, які логічні уміння повинні опанувати учні і рівень їх опанування. Програма-максимум містить у собі завдання, які передбачають елемент творчості.

Поєднання індивідуальних, фронтальних і групових форм роботи необхідно здійснювати на основі врахування особливостей змісту навчальної теми, змісту діяльності по її засвоєнню, особливостей класу і окремих учнів.

2.3. Система засобів навчання та використання нових інформаційних технологій для розвитку логічного мислення у процесі навчання математики

Система засобів навчання, які використовує вчитель у ході навчання математики з метою розвитку логічного мислення учнів, включає як традиційні засоби, так і ШТН, які разом утворюють навчально-методичний комплекс. Традиційні компоненти цього комплексу розробляються на основі вимог Державного стандарту математичної освіти і представлені: навчальними програмами, календарними і тематичними планами, базовими підручниками, методичними посібниками для вчителів, дидактичними і довідковими посібниками. Вчитель у процесі підготовки до уроку користується також альтернативними підручниками і навчальними посібниками, науково-популярною літературою.

Використання *друкованих засобів* навчання (підручники, посібники, таблиці, картки, зошити з друкованою основою тощо) органічно поєднується із застосуванням *засобів наочності* (настінні таблиці, моделі геометричних фігур тощо). *Екранні засоби наочності* представлені переважно кодопозитивами і діапозитивами, які вчителі виготовляють самостійно і демонструють використовуючи традиційні *технічні засоби навчання* (діапроектори, кодоскопи, тощо).

Використання традиційних засобів навчання сприяє: організації диференційованого навчання (набори карток з індивідуальними завданнями, з диференційованими завданнями, тощо); підвищенню інтересу і пізнавальної активності шляхом активізації різних органів чуття: зору, слуху, тактильних органів (засоби наочності, набори предметів, моделей, тощо); формуванню навичок самоорганізації, самостійності, адекватної самооцінки (самостійний вибір карток із завданнями відповідного рівня); здійсненню гнучкого і мобільного зворотного зв'язку; зниженню перевантаження вчителя і учнів у ході уроку.

Експериментальне навчання показало ефективність використання зошитів-довідників "Логіка", які складаються з двох частин: теоретичної і практичної. У теоретичній частині фіксувалися: символіка (0; n; u; c; e; £); логічні закони і схеми правильних міркувань, у яких формально-логічна символіка замінювалася логічними

сполучниками “і”; “або”; “або..., або...”; “неправильно, що...”; “якщо...,то...”; правила визначення і класифікації понять. У практичній частині подавалися зразки виконання деяких типів вправ або логічних задач. Ведення зошита-довідника сприяє формуванню вміння аналізувати, класифікувати, систематизувати і використовувати отриману інформацію.

Як показало експериментальне навчання, у роботі по розвитку логічного мислення учнів доцільно використовувати настінні планшети з перекидними сторінками “Логічні уміння”, із зафіксованими правилами-орієнтирами деяких логічних умінь (див. с.57-62). З їх допомогою діти знайомляться з операційним складом логічних умінь. При цьому передбачається можливість представлення неповної інформації з метою виникнення ефекту “підказки”.

Доцільним виявилось використання наборів карток із диференційованими завданнями, спрямованими на розвиток певного логічного уміння. Набір містить репродуктивні, варіативні і творчі завдання. Класифікацію карток доцільно проводити за логічними уміннями, на формування та розвиток яких спрямоване виконання представленої серії вправ.

Традиційні засоби навчання на уроках математики доцільно поєднувати з використанням ІТН, які забезпечують унаочнення навчального процесу, сприяють активному включенню кожного учня у навчальний процес, активізують увагу, сприяють стійкому запам’ятовуванню, економлять час вчителя на уроці.

Використання комп’ютерів може сприяти позитивній мотивації учнів у навчанні шляхом: 1) своєчасної корекції діяльності учня, введенням необхідної порції допомоги, коли кожний попередній етап створює необхідні передумови для виконання наступного; 2) надання навчальної цінності помилковому розв’язанню. У разі помилкової відповіді комп’ютер може визначити область, у якій знання учнів мають певні дефекти, і вивести на екран інформацію саме з цієї області знань.

Звичайно, застосовувати ІТН можливо лише за наявності комп’ютерного класу і педагогічних програмних засобів: навчальних програм з різними рівнями зворотного зв’язку з користувачем. М.І.Жалдак, Н.В.Морзе виділяють наступні типи педагогічних програмних засобів (11113): тренажерні, контролюючі, демонстраційні,

моделюючи, довідково-інформаційні [78]. На окремому етапі формування логічних знань і умінь учнів можливим є використання певного виду 11113.

Зокрема, на етапі діагностування наявного в учнів рівня розвитку логічного мислення можливо використовувати комп'ютерні діагностуючі програми, у які закладено тести, метою яких є визначення рівня розвитку логічного мислення учнів.

Довідково-інформаційні системи можуть використовуватись на етапі формування певних логічних або математичних знань, для їх систематизації та реорганізації, для встановлення логічних зв'язків нових понять із уже відомими [181,с.35]. Однак, практика показує, що робота з такими системами для учнів 5 класів є малодоступною. Учні 6 класів за певних умов можна залучати до роботи з такими системами.

Ю.С.Рамський, Н.Р.Балик пропонують використання різних експертних оболонок: FIRSTCLASS (розроблена в США фірмою Programs in Motion), INTER (розроблена в НПУ ім. М.П.Драгоманова), EC BESS (розроблена в Інституті кібернетики АН України ім. В.М.Глушкова) [181,с.35]. У ході вивчення експертних систем учні старших класів навчаються тому, як складати навчальну базу знань з певної теми. При цьому можна утворити різновікові творчі групи, до яких залучити зацікавлених учнів 6 класів у якості експертів. Шестикласники беруть участь у підготовці і представленні відповідного матеріалу з логіки для бази знань (символіка, логічні закони, схеми правильних міркувань, правила визначення і класифікації понять, з якими вони знайомились). При цьому доцільним є використання матеріалів із зошитового довідника з логіки.

Формування логічних знань і умінь опосередкованим шляхом не передбачає подання учням логічних фактів, правил і понять у явному вигляді, тому у ході підготовки матеріалів для бази знань учні виконують під керівництвом і за допомогою вчителя посильну науково-дослідну роботу. У ході такої роботи учні 6 класів навчаються визначати мету проведення досліджень, область досліджуваних знань; розрізняти області математичних і логічних знань; проводити аналіз матеріалу; класифікувати вивчені поняття; визначати ієрархію вивчених понять, структурувати

зв'язки між ними; створювати моделі (табличну, графічну або схематичну модель), які б відтворювали логічні зв'язки між вивченими поняттями.

Наші спостереження показали, що участь шестикласників у роботі різновікових груп у якості експертів знань є сприятливою як для них, так і для старшокласників. Таким чином здійснюється наступність у навчальному процесі. Учням 6 класів доступною є розробка баз знань і оформлення їх у вигляді структурно-логічних схем з наступних тем: “Дробі”, “Пряма і обернена задача”, “Многокутники”, та ін. Таку роботу доцільно проводити під час узагальнюючого повторення.

Учнів 5 класів можливо залучати до іншого виду діяльності під час роботи з експертними системами - це отримання інформації у процесі консультації, використання даних, які вже зберігаються у базі знань. Якщо у школі проводиться робота по створенню баз знань, то користування ними можливе як на уроці, так і у позаурочний час, звичайно, якщо школа має відповідне комп'ютерне забезпечення. Діяльність учнів при цьому полягає у відшуванні і виведенні на екран необхідної бази знань; у перегляді структури бази знань; у виділенні такого елемента з бази знань, який їх цікавить; опрацюванні отриманої інформації з бази знань і завершенні роботи з базою знань.

З метою формування логічних умінь за умови наявності комп'ютерного забезпечення можливим є використання програм-тренажерів. Переваги навчання з використанням програм-тренажерів полягають у наступному.

1. Комп'ютер дозволяє вчителю контролювати індивідуальний темп просування в учінні; учень має можливість самостійно вибирати момент переходу до наступної порції навчальної інформації, регулювати швидкість подання задач, час розв'язання задачі.
2. Учень має змогу переходити від більш високого ступеня складності навчального матеріалу і задач до більш низького, і навпаки. Є можливість пробувати свої сили на різних рівнях складності і враховувати прогалини у знаннях. При цьому учневі і вчителю надходить інформація, яка показує, яким є темп і якість виконання завдань.

Особливе місце серед програм-тренажерів займають навчальні програми-тренажери з ігровим змістом. До них можна віднести ігрові комп'ютерні програми під умовною назвою "Вгадай" [105,с.49]. У них комп'ютер "випадково" видає характеристики того чи іншого предмету або явища, який ним "задуманий". Завдання учня полягає у тому, щоб за отриманими характеристиками визначити цей предмет або явище. Використовувати такі програми можливо, наприклад, при формуванні вміння виділяти схожі, індивідуальні, суттєві властивості об'єктів.

Інший вид завдань під назвою "Четвертий зайвий" можна також пропонувати виконувати учням 5-6 класів за допомогою комп'ютера, який виводить на екран чотири властивості, три з яких характеризують певний об'єкт, а четверта - ні. Від учня вимагається визначити "зайву" властивість та об'єкт, до якого відносяться три основних властивості. [105,с.49]. Робота з програмами такого типу сприяє розвитку логічного мислення учнів. Однак, широке використання таких програм ускладнюється нестачею відповідного забезпечення комп'ютерною технікою.

Якщо вчитель має на меті використання комп'ютерів на етапі навчання чи контролю процесу розв'язування задач учнями, то доцільно використовувати програми-тренажери, які містять орієнтовну, тренажерну і контролюючу частину. Теоретичні відомості, правила або схеми, які допомагають скласти план розв'язування задач певного типу, подаються в орієнтовній частині. Вправи репродуктивного і продуктивного рівня застосування знань і умінь містяться у тренажерній частині. Контролююча частина містить репродуктивні і варіативні вправи, які розбито по рівнях, і користувач може обирати посильний для себе рівень складності задач.

У ході експериментального навчання нами використовувались 11113, спрямовані на розвиток логічного мислення учнів. Зокрема, для розв'язування логічних задач можна використовувати інструментальну систему "Master of Logic", розроблену К.М.Любченком [127,128]. Ця система розроблена у середовищі Delphi під Windows 95\98\NT\2000 і використовується у Черкаському державному університеті. У ході нашого експериментального навчання ми використовували цю програму у позаурочний час і залучали до роботи з нею обдарованих дітей. Це пов'язано з тим, що її використання передбачає наявність досить потужного комп'ютерного забезпечення,

а також певного рівня знань учнів формально-логічної символіки, що не передбачено програмою і є доступним не всім учням.

Робота з “Master of Logic” ґрунтується на наявності в учнів знань з наступних питань: висловлення та їх типи, логічні операції над висловленнями, побудова складних висловлень за допомогою логічних операцій, формалізація складних висловлень, міркування та їх формалізація. Оскільки розгляд цих питань не передбачений програмою, то робота з цією системою вимагає проведення додаткової підготовчої роботи.

Дітям роз’яснюється, що комп’ютер сприймає інформацію, якщо вона подана особливим чином: логічні сполучники “і”, “або”, “неправильно, що...”, “якщо..., то...” комп’ютер сприймає, якщо вони подані у вигляді спеціальних значків. Таким чином, мотивується введення формально-логічної символіки. Вчитель пропонує учням декілька вправ на формалізацію складних висловлень. Формалізовані складні висловлення учні за допомогою панелі набору або клавіатури вводять у комп’ютер. Наступним завданням виступає обернена задача - “розшифрувати” формалізоване висловлення. При виконанні цього завдання використання комп’ютера є обов’язковим.

Наступним етапом є робота по аналізу даних задачі. Для цієї роботи вчителю краще підбирати логічні задачі, в умові яких містяться декілька висловлень. Такі задачі можна знайти у посібниках [79,91,124,157,220]. Завдання учнів полягає у тому, щоб розкласти умову задачі на висловлення-складники, виділити посилки і висновок, формалізувати їх і формалізовані висловлення ввести у комп’ютер.

Вчитель може підібрати задачу таким чином, що виділені учнями висловлення виступатимуть посилками, із яких є можливість вивести логічний наслідок. Цю роботу виконує комп’ютер. Від користувача при цьому не вимагається значного обсягу спеціальних знань з логіки. Програма виконує операцію виведення наслідків, якщо учень натисне клавішу “Слідування”.

Результат, який висвітлиться на екрані, вчитель співставляє з правильним і має можливість визначити, чи правильно учень ввів формалізовані висловлення. Лише після проведення підготовчої роботи учні під керівництвом і за допомогою вчителя

можуть приступати до розв'язування логічних задач. При цьому учні повинні вміти проаналізувати і формалізувати дані задачі, за допомогою вчителя визначити пункт, який необхідно виконати програмі, щоб дати відповідь на запитання задачі. А на комп'ютер покладається завдання застосування запрограмованих механізмів розв'язку.

Наприклад, розглянемо логічну задачу:

“Учень прийшов здавати екзамен комп'ютеру. На екрані записано 5 запитань, на кожне з яких необхідно відповісти “так” чи “ні”. За правильну відповідь на одне запитання комп'ютер нараховує один бал. Учень бачить, що не знає правильної відповіді на жодне із запитань. Але йому відомо:

- 1) на перше і останнє запитання відповіді протилежні;
- 2) друге і четверте запитання мають однакові відповіді;
- 3) хоча б одне з двох перших запитань передбачає ствердну відповідь;
- 4) якщо на четверте запитання відповідь “так”, то на п'яте - відповідь “ні”;
- 5) у комп'ютер закладено більше запитань, які передбачають відповідь “так”, ніж запитань, які передбачають відповідь “ні”.

Поміркувавши, учень встановив, що він може отримати оцінку “4” а, якщо поталанить, то і оцінку “5”. Як йому треба відповідати?”[220,с.38].

Перш, ніж використовувати програму “Master of Logic”, учням необхідно формалізувати посилки, ввівши відповідні позначення: А, В, С, Х, Y, - позитивні відповіді на 1, 2, 3, 4, 5 запитання; $\rightarrow A$, $\neg B$, $\neg C$, $\neg X$, $\neg Y$ - негативні відповіді на 1, 2, 3, 4, 5 запитання. Після цього учні формалізують посилки.

Посилки: 1) $(A \wedge \neg Y) \vee (\neg A \wedge Y)$; 2) $(B \wedge X) \vee (\neg B \wedge \neg X)$; 3) $A \vee B$; 4) $X \Rightarrow \neg Y$.

Головне меню програми представлене пунктами: Файл, Побудова, Рівносильність, Слідування, Система, Мінімізація, Допомога.

Вчитель пояснює, що, якщо одночасно виконуються всі посилки, то для розв'язання задачі учням необхідно вибрати пункт меню “Мінімізація - Побудова

За допомогою панелі набору учні вводять кон'юнкцію формул 1), 2), 3), 4) і отримують мінімальну кон'юнктивну нормальну форму (МКНФ), яку необхідно проаналізувати: $A \wedge \neg Y \wedge (\neg B \vee X) \wedge (B \vee \neg X)$. У цьому їм також допомагає вчитель.

Якщо кон'юнкція висловлень істинна, то мають бути істинними висловлення A і $\neg Y$ і $(\neg B \vee X)$ і $(B \vee \neg X)$. Учні самостійно доходять висновку, що відповідь на перше запитання повинна бути ствердною, а на останнє - негативною. Оскільки за умовою задачі ствердних відповідей необхідно давати більше, ніж негативних, то мають виконуватись висловлення B і X , тобто, на друге і четверте запитання відповідь повинна бути ствердною. Таким чином, змістовий аналіз отриманої КНФ дає можливість визначити відповіді на чотири запитання. Оцінка "4" учневі гарантована. Якщо йому пощастить, то він може вгадати відповідь на третє запитання.

Звичайно, аналіз міркувань, спрощення формул, зведення їх до МКНФ, ДКНФ виконує комп'ютер. Завдання учнів полягає у тому, щоб навчитися аналізувати і формалізувати умову логічної задачі і "розшифровувати" зміст отриманих у формалізованому вигляді логічних наслідків або формул.

Експериментальне навчання показало, що добре встигаючі учні за допомогою вчителя можуть успішно справлятися з такими завданнями. Використання програми "Master of Logic" для розв'язування логічних задач викликає в них зацікавленість.

Традиційні і НІТН є складовими навчального середовища учня. Однією з найважливіших вимог до навчального середовища є його валеологічність, тобто здатність зберігати і примножувати фізичне, психічне, духовне здоров'я учнів. Валеологічність навчального середовища має запезпечуватись також змістом і структурою навчального матеріалу, методів, які використовує вчитель, педагогічною майстерністю і мовою вчителя, ступенем обґрунтованості використання персональних комп'ютерів, педагогічних програмних засобів, розкладом занять і харчування, та ін. Тому застосування традиційних і НІТН повинно здійснюватись, орієнтуючись на вимогу валеологічності.

2.4. Організація, проведення і результати педагогічного експерименту, методичні рекомендації

Для дослідно-експериментальної перевірки дієвості і результативності впровадження розробленої системи вправ і вироблення методичних рекомендацій щодо її застосування з метою розвитку логічного мислення учнів у ході навчання математики нами проводились констатуючий (1995-1998 р.р.) і формуючий (1998-2000 р.р.) експерименти.

У ході констатуючого експерименту нами ставились завдання:

- 1) виявити стан розробки проблеми розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів у практиці навчання;
- 2) виявити методи, прийоми і засоби педагогічного впливу, якими користуються вчителі математики для розвитку логічного мислення учнів у процесі навчання.

У ході констатуючого експерименту нами застосовувались обсерваційні методи педагогічних досліджень (спостереження) та діагностичні методи (анкетування вчителів і учнів, тестування учнів). Діагностичний пакет, розроблений і використаний нами, містив анкети, тестові завдання, методики виявлення рівнів розвитку логічного мислення учнів, контрольні і самостійні роботи, матеріал для співбесід з учителями і учнями (див. додаток Г, Д, Е).

Учням 5-6 класів (390 уч.) було запропоновано дати відповідь на запитання анкети №1 (додаток Д.1.). Зміст запитань і результати анкетування відображені у додатку Д.2. Аналіз анкетування показав, що учні проявляють зацікавленість у завданнях, спрямованих на розвиток логічного мислення. Найчастіше з такими завданнями учні зустрічаються у газетах та книгах. Переважна більшість учнів може успішно розв'язати такі завдання, але після консультації з дорослими.

Учні виявили зацікавленість у розв'язуванні таких завдань на уроках, бо завдяки ним в урок вноситься елемент розваги, легше сприймається новий матеріал, виникає зацікавленість предметом. Переважна більшість учнів бажала б складати аналогічні завдання самостійно. Було проведене анкетування вчителів математики (120 вч.), вчителів природничого профілю (30 вч.) та вчителів гуманітарного профілю (30

вч.). Запитання анкет №1, №2, № 3 для вчителів наведені у додатку Д.1. Результати анкетування показали, що значимість навичок та умінь, які формують учителі на уроках математики, розподілилася наступним чином (табл.2.10.).

Проявляється невідповідність між завданням, яке стоїть перед освітою в плані розвитку мислення учнів, і установкою вчителів на формування перш за все обчислювальних навичок у процесі навчання математики. Анкетування показало, що спеціальні завдання, спрямовані на розвиток логічного мислення учнів, використовують систематично 19% опитаних вчителів, несистематично 16%. Ті вчителі, які практикують у своїй роботі використання вправ з логічним навантаженням, пропонують їх учнім для розв'язування у домашній роботі (3%), під час виконання усних вправ (9%), під час актуалізації і повторення вивченого матеріалу (5%), у процесі закріплення нового матеріалу (8%), у процесі подання нового матеріалу (2%), у ході виконання індивідуальних завдань (8%).

Таблиця 2.10.

Значимість навичок і умінь, які формують учителі на уроках математики.

Навички і уміння	Ранг
Обчислювальні	1
Уміння розв'язувати розрахункові задачі	2
Логічні уміння	3
Уміння розв'язувати логічні задачі	4
Уміння вільно і грамотно володіти математичною мовою	5
Уміння контролювати себе і товариша	6
Уміння доказово міркувати	7
Уміння виводити логічні наслідки	8

Разом з тим, анкетування виявило, що вправи з логічним навантаженням, на думку опитаних вчителів, сприяють активізації пізнавальної діяльності (30%), створенню проблемних ситуацій на уроках (27%), підтримці уваги (21%), внесенню розважального елемента до уроків (22%).

При підборі вправ з логічним навантаженням 23% вчителів користуються науково-популярною літературою, підручником користуються 11% вчителів, власними розробками 8%, розробками вчителів-колег 3%. Стосовно вправ з логічним навантаженням, які представлені у підручниках для 5 і 6 класу [31,112], 19% вчителів вважають, що вони відповідають віковим особливостям молодших підлітків, 14% опитаних вважають, що представлені у підручниках вправи допомагають реалізувати диференціацію навчання, і лише 2% погоджуються з тим, що наведених у підручнику вправ достатньо для забезпечення процесу формування логічного мислення на уроках математики.

Застосування вправ з логічним навантаженням вчителі обумовлюють наступними факторами (табл.2.11.).

Таблиця 2.11.

Фактори, які обумовлюють застосування вправ з логічним навантаженням
1 - назва фактора; 2 - числові значення фактора

1	2
Зростання пізнавального інтересу в учнів	7,1
Нестандартність способу розв'язування завдань	6,5
Можливість зміни виду діяльності з репродуктивної на продуктивну	6,0
Відповідність вправ програмовій темі	5,8
Зв'язок логічних вправ із життєвими ситуаціями	5,4
Розважальний потенціал вправ	5,1
Наявність вільного часу на уроках	4,9

Числові значення фактора, обчислені за формулою $R_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N C_{ij} f_j$, де N - число опитаних, f_j - частота ранга, C_{ij} - числові значення рангів у нормальній шкалі.

Уроки, на яких розв'язуються лише логічні завдання, практикують 18% вчителів, які їх використовують. 24% вчителів спостерігають, що в учнів виникає бажання самим підбирати або створювати вправи з логічним навантаженням.

У ході нашого дослідження було проведене анкетування вчителів гуманітарного профілю (ЗО вч.) і природничого профілю (ЗО вч.) з метою виявлення, які логічні уміння, на думку вчителів, є найбільш необхідними для успішного опанування їх предметом. Результати анкетування подані у вигляді графіка (додаток Д.4).

Аналіз анкетування виявив, що уміння знаходити закономірності є дуже важливим для успішного опанування учнями знань обох спрямованостей. Тому ми дослідили, як проходить формування цього уміння на уроках математики (анкета № 3, додаток Д.1.). Результати анкетування показали, що 92% вчителів математики застосовують вправи на знаходження закономірностей. Серед них 46% при поданні нового матеріалу, 31% під час виконання усних вправ, 23% під час закріплення нової теми. Більшість вчителів (60%) наповнюють вправи на знаходження закономірностей математичним змістом. При підборі вправ на знаходження закономірностей 47% вчителів використовують власні методичні розробки, 35% користуються лише підручником, 18% використовують методичні розробки вчителів-колег, зокрема, методичні розробки Спілки творчих вчителів України.

Крім вправ, де вимогою ставиться знайти закономірність, вчителі у своїй роботі застосовують також вправи з вимогами: продовжи числовий ряд (55%); викресли зайве (30%); знайди логічні наслідки з тверджень (26%); які з тверджень суперечать одне одному (18%); утвори заперечення твердження (5%); розшифруй анаграму (2%).

Результати відповіді вчителів на четверте запитання анкети № 2 щодо типів логічних помилок, які допускають учні, представлені у таблиці 2 12. і у додатку Д.4.

Аналіз результатів (додаток Д.4.) дозволяє зробити висновок про те, що сильні учні найчастіше припускаються помилки, коли роблять правильний висновок, але такий, який безпосередньо не слідує із наведених міркувань (так звані “логічні перескоки”), рідше беруть за основу доведення те, що необхідно довести, або будують міркування на неправильних посилках. Середні учні допускають більш різноманітні логічні помилки: будують міркування на неправильних або попередньо недоведених засновках, або на тому, що необхідно довести, існує “замкнене коло” у міркуваннях. Слабкі учні найчастіше з правильних засновків виводять неправильні висновки, до-

пускаючи помилки у застосуванні логічних операцій, логічних законів і правил виводу, або міркують, ґрунтуючись на недоведених або неправильних засновках.

Різні типи логічних помилок, яких припускаються сильні, середні і слабкі учні свідчать про те, що необхідні різні засоби педагогічного впливу на процес розвитку логічного мислення різних груп учнів, а відповідно і диференціація вправ з логічним навантаженням.

У таблиці 2.12. використані позначення:

- 1 - кількість вчителів (у %), які вважають, що учні помилку роблять рідко;
- 2 - кількість вчителів (у %), які вважають, що учні помилку роблять часто;
- 3 - кількість вчителів (у %), які вважають, що учні помилку не роблять зовсім

Таблиця 2.12.
Типові логічні помилки учнів

Логічна помилка	Сильні учні			Середні учні			Слабкі учні		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Міркування будуються на неправильних посилках	36	0	64	56	18	26	9	82	9
З правильних посилок роблять неправильні висновки, неправильно застосовують логічні операції	45	0	55	91	9	0	0	100	0
“Замкнене коло” у міркуваннях	45	0	55	55	18	27	9	73	18
Міркування ґрунтується на тому, що треба довести	45	9	46	64	18	18	27	64	9
Висновок правильний, але не слідує з наведених міркувань	36	18	46	91	9	0	18	64	18
Попередньо не доведена основа міркування	73	0	27	64	18	18	9	82	9

Результати відповіді вчителів математики на друге запитання анкети № 2 наведені у таблиці 2.13.

Таблиця 2.13.

Логічні уміння, які застосовують учні, у процесі навчання математики (результати анкетування вчителів)

Логічні уміння	Сильні учні					Середні учні						Слабкі учні			
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	6	3	4	5	6
Уміння визначати поняття	65	35	0	0	0	13	25	25	37	0	0	14	14	25	47
Уміння класифікувати поняття	13	62	15	10	0	0	0	20	48	32	0	0	10	74	16
Розуміння змісту основних логічних зв'язок	30	35	0	35	0	0	23	27	50	0	0	0	30	60	10
Уміння розпізнавати логічну форму математичних тверджень	25	30	15	20	10	0	10	25	50	15	0	0	25	10	65
Уміння доказово міркувати	25	75	0	0	0	0	38	0	50	0	12	0	10	40	50
Уміння виявляти логічні помилки	30	25	25	20	0	0	10	20	60	0	10	0	40	10	60
Уміння обґрунтовувати судження	63	37	0	0	0	0	0	25	60	12	13	0	0	60	40

1 - кількість вчителів (у %), які вважають, що учень застосовує уміння правильно і самостійно;

3 - кількість вчителів (у %), які вважають, що учень застосовує уміння правильно але не самостійно (підказка вчителя);

4 - кількість вчителів (у %), які вважають, що учень застосовує уміння іноді неправильно але намагається це робити без підказки вчителя;

5 - кількість вчителів (у %), які вважають, що учень застосовує уміння іноді неправильно і систематично чекає на допомогу вчителя;

6 - кількість вчителів (у %), які вважають, що учень рідко застосовує уміння правильно, навіть після підказки вчителя;

7 - кількість вчителів (у %), які вважають, що учень застосовує уміння неправильно, навіть після підказки вчителя.

Аналіз результатів опитування вчителів свідчить про те, що у процесі некерованого, стихійного формування та розвитку логічних умінь навіть сильні учні застосовують правильно деякі логічні уміння переважно за допомогою вчителя. До таких умінь відносяться: уміння класифікувати поняття, розпізнавати логічну форму тверджень, виявляти логічні помилки, розуміти зміст логічних зв'язок. Середні учні правильно і самостійно застосовувати логічні уміння практично не вміють. їм для правильного застосування логічних умінь потрібна постійна допомога вчителя. А слабкі учні часто помиляються при застосуванні майже всіх логічних умінь навіть після підказки вчителя.

Основні положення нашого дисертаційного дослідження перевірялися у ході формуючого експерименту, який проводився у 1998-2000 р.р. Експериментальною базою дослідження були: Черкаський колегіум “Берегиня” Національного Університету “Києво-Могилянська академія”; загальноосвітні школи № 7, № 9 м.Черкаси; загальноосвітні школи №1, №2 с.Червона Слобода; ЗОШ №2 с.Руська Поляна; ЗОШ с.Хутори Черкаського району. Формуючий експеримент проводили вчителі Т.А.Євтушевська, Ю.О.Ткаченко, М.Л. Бакланова, Т.Л.Зима, Ю.Г.Поліщук, Л.В.Канарська, К.М.Волкова, О.В.Полль, Л.І.Охрямкіна, Ф.Г.Гольдштейн, Т.А.Овчаренко, М.М.Шинкаренко, О.Г.Мигаль.

Для експериментального навчання були відібрані класи, у яких навчання проводилося з використанням розробленої нами методики розвитку логічного мислення учнів. У контрольних класах навчання проходило традиційно. Для того, щоб результати експерименту були статистично достовірні нами був визначений мінімальний обсяг вибірки. Для цього ми скористалися формулою $n = t^2 G^2 l b^2$ де 5 - наперед задана точність, що дорівнює $0,1$, t обчислюється із формули $\Phi(t) = \alpha/2$, де $\alpha = 1 - \alpha = 1 - 0,05 = 0,95$, $\Phi(x)$ - інтегральна функція Лапласа, σ - середнє квадратичне відхилення. Для $\alpha = 0,05$ визначаємо $\Phi(t) = 0,475 \Rightarrow t = 1,96$. Використовуючи знайдене значення t , $\sigma = 0,8$, $\alpha = 0,1$ і формулу (2.1.), одержуємо $n = (1,96^{1,96} \cdot 0,8)^2 \cdot 245$ (2.1.)

Отже, мінімальний обсяг вибірки має бути 245 учнів. У ході формуючого експерименту приймали участь 10 експериментальних класів (257 уч.) і 10 контрольних класів (252 уч.).

На початку і в кінці експерименту проводилось тестування для визначення рівня розвитку логічного мислення учнів. Серед тестових методик, які застосовувались нами, виділимо результати виконання тесту математичних аналогій (табл. 2.14.). Результати тестування дозволяють виявити підвищення рівня розвитку логічного мислення учнів експериментальних класів (7%) і контрольних класів (3%).

Таблиця.2.14.

Результати виконання тесту математичних аналогій на початку і в кінці експериментального навчання.

Кількість зроблених завдань	На початку експерименту		У кінці експерименту		Зміни за час експерименту	
	Е.К	К.К.	Е.К.	К.К.	Е.К.	К.К.
0-2 завдання	9%	2%	4%	1%	-5%	-1%
3-4 завдання	60%	57%	58%	59%	-2%	+2%
5-6 завдань	29%	32%	31%	33%	+2%	+1%
7-8 завдань	2%	8%	6%	6%	+4%	-2%
9-10 завдань		1%	1%	1%	+1%	0%

Проводились самостійні роботи, складені із завдань з логічним навантаженням. Тексти самостійних робіт наведено у додатку Е.3. У цих роботах перше і друге завдання - це завдання репродуктивного рівня, третє і четверте - завдання продуктивного рівня, п'яте - завдання творчого рівня застосування логічних знань і умінь. Результати виконання робіт представлені у таблиці 2.15.

Як показав формуючий експеримент, в експериментальних класах у 15% учнів відбулося підвищення рівня застосування логічних знань і умінь: з репродуктивного до продуктивного рівня (10%), і з продуктивного до творчого рівня (5%), у контро-

льних класах у 5% учнів прослідковувалось підвищення рівня застосування логічних знань і умінь.

Таблиця 2. 15.

Результати виконання самостійних робіт

		Сам. робо- та №1		Сам. Робо- та №2		Сам. робо- та №3		Сам. робо- та №4		Зміни за час навчання	
		1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
1-2 зав- дання	Уч.	236	202	234	192	232	192	198	189	-38	-13
	%	92	80	91	76	91	76	77	75	-15	-5
3-4 зав- дання	Уч.	21	40	23	48	20	50	46	53	+25	+13
	%	8	16	9	19	8	20	18	21	+10	+5
5 завдан- ня	Уч.	0	10	0	12	3	10	13	10	+13	0
	%	0	4	0	5	1	4	5	4	+5	0

Примітки: у таблиці використані позначення

1 - експериментальні класи, 2 - контрольні класи.

Це дає можливість зробити висновок про сприятливий вплив запропонованої методики на розвиток логічного мислення учнів. Ми проаналізували вплив запропонованої методики на якість опанування учнями математичного програмового матеріалу. З цією метою ми обробили статистичними методами якісні показники виконання учнями планових контрольних робіт з математики в експериментальних і контрольних класах на початку і в кінці експериментального навчання (табл. 2.16.).

Оскільки генеральна сукупність контрольних і експериментальних класів розподілена наближено за нормальним законом, нами були визначені вибіркові середні і дисперсії S^2 розподілу якості знань учнів з математики в експериментальних (Е.К.) і контрольних (К.К.) класах для перевірки нульової гіпотези про рівність генеральних дисперсій. При цьому ми користувалися критерієм Фішера - Снедекора. Знайдена критична точка $E_{\text{крит}}$ правосторонньої критичної області розподілу Фішера - Снедекора $E_{\text{крит}} = 2,97$.

Таблиця 2.16.

Значення середніх вибірових і дисперсій.

	№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	* _в	S ²
Початок експерименту	Е.К. (% якості)	24	41	12	13	10	35	28	29	19	36	27,4	119,56
	К.К. (% якості)	69	43	50	50	62	44	28	35	50	62	49,3	159,79
Кінець експерименту	Е.К. (% якості)	42	55	41	43	28	48	34	39	44	46	42	55,11
	К.К. (% якості)	72	50	63	59	48	50	32	37	45	64	52	158,88

На початку навчання $F_{\text{сн0СТ}} = \frac{S^2}{S^2} = 1,34 < 2,97$. Немає підстав відхилити нульову гіпотезу про рівність генеральних дисперсій в експериментальних і контрольних класах. У кінці навчання $F_{\text{сн0СТ}} = 2,84 < 2,97$. Немає підстав відхилити нульову гіпотезу про рівність генеральних дисперсій.

Оскільки припущення про рівність генеральних дисперсій виконується, порівнюємо середні. Обчислюємо значення критерію Стюдента на початку і в кінці навчання за формулою (2.2.) при нульовій гіпотезі про рівність генеральних середніх і знайденому значенні $t_{\text{крит}} = 2,10$ для ступенів вільності $k = 18$ (табл 2.17.):

$$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sqrt{\frac{S_1^2 + S_2^2}{n_1 + n_2}}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \quad (2.2)$$

На початку навчання $T_{\text{спост}} > T_{\text{крит}}$, тому гіпотезу про рівність середніх вибірових відхиляємо і робимо висновок, що середні вибірові різняться істотно, тобто, на початку навчання якість знань у контрольних класах вища істотно.

У кінці навчання $T_{\text{спост}} < T_{\text{крит}}$, тому гіпотезу про рівність вибірових середніх немає підстав відхилити. Тобто, у кінці експериментального навчання якість знань з математики у контрольних і експериментальних класах вирівнялась.

Таблиця 2.17.

Значення критерію Стюдента на початку і в кінці експериментального навчання

	(Е.К.)	\bar{X}_{B2} (К.К.)	$S,^2$ (Е.К.)	s_2^2 (К.К.)	$\Pi \setminus$ (Е.К.)	«2» (К.К.)	т-ст	Ікрит
На початку навчання	24,7	49,3	119,56	159,79	10	10	4,41	2,10
У кінці навчання	42	52	55,11	156,88	10	10	2,06	2,10

Порівняння середніх вибірових в експериментальних і контрольних класах на початку і у кінці навчання дозволяє зробити висновок про статистично вагому перевагу якісних показників результатів навчання учнів математики з використанням розробленої методики порівняно з якісними показниками результатів навчання учнів за традиційною методикою.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2

1. Одним із найбільш впливових засобів розвитку логічного мислення учнів є система диференційованих вправ з логічним навантаженням. У ході експериментального навчання встановлено, що система диференційованих вправ з логічним навантаженням повинна містити блоки вправ, спрямованих на формування та розвиток змістового, операційного і контрольньо-корекційного компонентів логічного мислення. Кожен із блоків доцільно розбивати на окремі групи вправ: вправи, які передбачають неусвідомлене застосування логічних “передзнань” і логічних умінь; вправи, які передбачають усвідомлене застосування логічних знань і умінь; вправи, які передбачають творче застосування логічних знань та умінь.

2. Група вправ, які передбачають неусвідомлене застосування логічних “перезнань” та умінь, повинна містити предметні, наочно-символічні і перехідні вправи, хоча можуть допускатися деякі відмінності у групах таких вправ відповідно

“змістового” і “операційного” блоків. Ці вправи повинні містити значний елемент наочності; мати невербальний характер, передбачати багатоваріантність відповіді, однак містити елемент (бажано математичного характеру), на якому може сконцентруватися свідомість. Вправи, які передбачають застосування інтуїтивних “передзнань” логічних законів або умінь, в основі яких лежать операції логіки висловлень, краще подавати у вербальній формі. Умову вправ, які передбачають інтуїтивне застосування логічних умінь, в основі яких лежать операції логіки класів, доцільно подавати у вигляді малюнків, схем, таблиць та ін. У ході їх розв’язування учні від предметної діяльності по оперуванню об’єктами переходять до оперування наочними зображеннями предметів, потім до оперування символічними образами, а від них - до дії “в умі”, без будь-якої підтримки з боку органів чуття.

3. Група вправ, які передбачають застосування логічних знань і умінь на усвідомленому і творчому рівнях повинна містити репродуктивні, варіативні і творчі вправи.

Особливості *репродуктивних вправ* полягають у тому, що: ситуація, запропонована у вправі, передбачає одно-, двокрокове розв’язання за певною схемою; у формулюванні умови наявна повна несуперечна система даних; процес розв’язування максимально наближений до того, який попередньо представлений учителем і передбачає використання знайомих способів діяльності.

Особливості *варіативних вправ* полягають у тому, що у ході їх розв’язування необхідно виділити підпроблему; можливими є декілька способів розв’язування; передбачене комбінування відомих способів розв’язування або їх перенесення у нову ситуацію; можлива наявність надлишку або нестачі даних.

Особливості *творчих завдань* полягають у тому, що: у ході їх розв’язування передбачається виділення нових проблем у знайомих ситуаціях; у завданні проблема може бути сформульована неявно, тому в процесі розв’язування необхідно її переформулювати так, щоб виділились явно проблема і підпроблеми; завдання передбачає декілька можливих способів розв’язання або винайдення нових способів; можлива наявність надлишку або нестачі даних.

Така система вправ дає можливість реалізувати диференцію вимог до опанування логічних знань і умінь учнями. Показником розвитку логічного мислення є успішність самостійного безпомилкового розв'язання учнем спочатку репродуктивних, потім варіативних, потім творчих вправ.

4. Формування та розвиток логічних знань і умінь учнів мають відбуватися у межах спеціального дидактичного циклу. Впровадження у процес навчання математики системи диференційованих вправ з логічним навантаженням повинно відбуватися у такий спосіб, щоб узгоджувались дидактичні цикли, у ході яких проходить засвоєння математичних фактів, понять і способів діяльності а також логічних знань і умінь. Методи і прийоми впровадження системи вправ з логічним навантаженням повинні створювати умови для реалізації як пізнавальної, так рухової активності учнів. Організаційні форми роботи по впровадженню системи диференційованих завдань повинні реалізовувати можливість діяльності по спілкуванню, яка починає ставати ведучою у цьому віці. Діяльність по впровадженню системи диференційованих вправ, спрямованих на розвиток логічного мислення, повинна бути цілеспрямованою, систематичною, сприяти співробітництву вчителя з учнем.

Ефективними прийомами у діяльності вчителя і учнів на уроках математики з метою розвитку логічного мислення учнів є: “сканування” міркувань вчителя або учнів; драматизація процесу розв'язання вправ шляхом введення обмеження на час виконання вправ або введення драматичних (ігрових) ситуацій; спеціальні та загальні підказки. Процес розвитку логічного мислення учнів реалізується у ході використання різноманітних форм організації занять (традиційно і нестандартно побудованих уроків), раціонального співвідношення фронтальної, індивідуальної і групової форм роботи, органічного поєднання традиційних засобів навчання і нових інформаційних технологій навчання, які повинні відповідати вимогам валеологічності навчального середовища.

ВИСНОВКИ

На основі результатів проведеного нами дослідження ми зробили такі висновки.

1. На сучасному етапі розбудови загальноосвітньої школи необхідним і можливим є теоретичне узагальнення та нове вирішення проблеми створення науково-обгрунтованої методики формування та розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів в умовах диференціації навчання математики. Використання системи диференційованих вправ з логічним навантаженням, яка побудована адекватно віковим особливостям учнів 5-6 класів, спрямована на розвиток компонентів логічного мислення, базується на використанні програмового математичного матеріалу, сприяє розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів і підвищенню якості засвоєння ними математичних знань. У дисертації теоретично обгрунтовано та експериментально підтверджено ефективність запропонованої будови та методики впровадження у процес навчання математики у 5-6 класах системи диференційованих вправ з логічним навантаженням.

2. Логічне мислення необхідно розглядати зі змістової, операційної, мотиваційної, контрольної-корекційної сторін. Змістовим компонентом логічного мислення є логічні знання, структуровані за рівнем засвоєння і застосування, операційним компонентом - логічні уміння, які формуються на основі прийомів розумової діяльності, логічних прийомів, елементів теоретичних логічних знань та навичок їх застосування, контрольної-корекційним компонентом - рефлексія учнем власного процесу мислення на основі знань про логічні помилки та умінь їх відшукувати, усвідомлювати та виправляти, мотиваційним - мотиви, цілі, потреби та інтереси. Однак, виділення цих компонентів є певною мірою абстрагуванням єдиної нероздільної розумової діяльності. Модель логічного мислення доцільно будувати на основі системно-структурного підходу з урахуванням виділених компонентів логічного мислення а також взаємодії сфери свідомого і несвідомого з логічним мисленням.

3. Розвиток логічного мислення передбачає рівномірне прогресування кожної із вказаних сторін, появу змін, новоутворень у кожному з виділених його компонентів.

Показниками розвитку є перехід від одного до іншого, більш високого, рівня сформованості компонентів логічного мислення учнів. Загальноприйнятий рівневий поділ опанування логічних знань і умінь (репродуктивний, продуктивний, творчий рівень) доцільно доповнити рівнем неусвідомленого їх застосування, який відповідний етапу стихійного некерованого формування і використання учнем інтуїтивних логічних уявлень, “передзнань”.

4. У процесі навчання математики учнів 5-6 класів формування логічних знань та умінь може відбуватися прямим або опосередкованим шляхом та за допомогою варіацій перехідного шляху. Найбільш прийнятним для формування логічного мислення учнів 5-6 класів є опосередкований шлях і варіації перехідного шляху. Використання таких шляхів передбачає: виділення тих елементів логіки, які закладені у шкільному курсі математики 5-6 класів у неявному вигляді; визначення обсягу логічних знань і умінь, які необхідні учням для подальшого успішного опанування математичних знань; формування елементів логічних знань у неявному вигляді. Формування та розвиток логічних умінь опосередкованим шляхом проходить більш ефективно, якщо учнями засвоюється орієнтаційна основа їх застосування. Операційний склад логічних умінь доцільно встановлювати разом з учнями у ході виконання вправ, фіксуючи його в учнівських довідниках.

Використання опосередкованого шляху у процесі формування логічних знань та умінь учнів 5-6 класів є ефективним для виявлення наявного рівня сформованості логічних знань та умінь, формування знань учнів про прості та складні висловлення, формування умінь визначати поняття, знаходити закономірності, висувати гіпотези, застосовувати деякі схеми правильних міркувань. У процесі формування знань учнів про логічні закони (виключення третього, суперечності, закони де Моргана), про види логічних помилок певні логічні факти доцільно давати у явному вигляді, використовуючи варіації перехідного шляху.

5. Ефективність опосередкованого формування логічних знань і умінь учнів 5-6 класів забезпечується: 1) застосуванням різних методів навчання: частково-пошукового, пояснювально-ілюстративного, репродуктивного, конкретно-індуктивного та методу доцільних задач (найбільш ефективними є два останні); 2)

використанням різноманітних форм організації занять (традиційно і нестандартно побудованих уроків); 3) раціональним співвідношенням фронтальної, індивідуальної та групової форм роботи; 4) органічним поєднанням традиційних засобів навчання і нових інформаційних технологій навчання.

6. Одним із найбільш впливових засобів розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів опосередкованим шляхом є *система диференційованих вправ з логічним навантаженням*, розв'язування яких у процесі навчання математики поєднується з розв'язуванням математичних вправ і арифметичних задач. Це пояснюється необхідністю формування елементів теоретичних логічних знань, недостатністю використання лише математичних вправ для формування логічних знань та умінь учнів, а також необхідністю диференціації у процесі розвитку логічного мислення учнів (диференціації вимог, допомоги і навчального матеріалу).

Основні теоретичні позиції при формуванні такої системи вправ полягають у тому, що: 1) математичні вправи з логічним навантаженням повинні враховувати цілі навчання математики і створюватися на основі програмового матеріалу курсу математики 5-6 класів; 2) структуру системи диференційованих вправ з логічним навантаженням необхідно визначати, спираючись на загальні психологічні закономірності сприйняття, мислення, уваги, пам'яті та особливості логічного мислення молодших підлітків; 3) така система вправ повинна будуватися з урахуванням взаємодії усвідомленої та неусвідомленої розумової діяльності учнів, тому необхідною є група вправ, яка передбачає неусвідомлене застосування логічних "передзнань" та умінь; 4) у системі повинні реалізовуватись принципи розвиваючого навчання та загальні дидактичні принципи; 5) виконання системи диференційованих вправ з логічним навантаженням повинно забезпечувати засвоєння математичних знань на основному, підвищеному і поглибленому рівнях, логічних знань - на репродуктивному, продуктивному і творчому рівнях.

7. У ході експериментального навчання встановлено, що система диференційованих вправ з логічним навантаженням повинна містити блоки вправ, спрямованих на формування та розвиток змістового, операційного і контрольнокорекційного компонентів логічного мислення.

Кожен із блоків доцільно розбивати на окремі групи вправ: вправи, які передбачають неусвідомлене застосування логічних “передзнань” і логічних умінь; вправи, які передбачають усвідомлене застосування логічних знань і умінь; вправи, які передбачають творче застосування логічних знань та умінь.

Група вправ, які передбачають неусвідомлене застосування логічних “перезнань” та умінь, повинна містити предметні, наочно-символічні і перехідні вправи, хоча можуть допускатися деякі відмінності у групах таких вправ відповідно змістового і операційного блоків. Ці вправи повинні містити значний елемент наочності, мати невербальний характер, передбачати багатоваріантність відповіді, однак містити елемент (бажано математичного характеру), на якому може сконцентруватися свідомість.

Група вправ, які передбачають застосування логічних знань і умінь на усвідомленому і творчому рівнях повинна містити репродуктивні, варіативні і творчі вправи.

Така будова системи вправ з логічним навантаженням дає можливість реалізувати диференціацію навчального матеріалу, вимог до опанування логічних знань і умінь учнями, а також диференціацію допомоги вчителя, створює умови для засвоєння математичних знань на основному, підвищеному і поглибленому рівнях, логічних знань та умінь - на репродуктивному, продуктивному та творчому рівнях.

Показником розвитку логічного мислення є успішність самостійного безпомилкового розв’язання учнем спочатку репродуктивних, потім варіативних та творчих вправ з логічним навантаженням.

У ході дослідження доведено ефективність застосування систем вправ з логічним навантаженням, спрямованих на розвиток уміння учнів 5-6 класів міркувати за аналогією, знаходити закономірності, на інтуїтивне “відчуття”, відшукування, усвідомлення та виправлення логічних помилок в означеннях понять, при проведенні індуктивних та простих однокрокових дедуктивних міркувань. У ході навчання математики у 5-6 класах доцільно використовувати також системи вправ, спрямованих на формування уявлень учнів про закони виключення третього,

суперечності, закони де Моргана, про схеми правильних міркувань, вправ, які передбачають формування “передзнань” учнів про необхідні і достатні умови.

8. Проведене експериментальне навчання показало, що формування та розвиток логічних знань і умінь учнів мають відбуватися у межах спеціального дидактичного циклу, який містить п'ять ланок (етапів): створення початкових уявлень про зміст навчальної теми, засвоєння змісту, оволодіння необхідними вміннями, підсумковий контроль і корекція, визначення шляхів використання отриманих результатів у подальшому навчанні. Узгодження дидактичних циклів, у ході яких відбувається опанування учнями математичних і логічних знань, є можливим за рахунок використання системи диференційованих вправ з логічним навантаженням.

На етапі створення початкових уявлень про зміст навчальної теми доцільно використовувати вправи з логічним навантаженням, що виконуються на інтуїтивно-неусвідомленому рівні. На підциклі актуалізації, з метою переведення опорних знань із довгострокової пам'яті в оперативну доцільним є застосування варіативних вправ, для залишкової корекції опорних знань - вправ із контрольно-корекційного блоку, для мотивації переходу до підциклу уявлення нових знань - творчих вправ.

Уявлення (сприйняття, осмислення) змісту логічних фактів і законів забезпечується у процесі розв'язування репродуктивних вправ змістового і операційного блоків. У ході опрацювання (закріплення, застосування) логічних знань і умінь доцільним є виконання варіативних вправ змістового і операційного блоків. Початковий контроль і корекцію необхідно здійснювати з використанням вправ із контрольно-корекційного блоку. Підсумковий контроль і корекцію доцільно проводити у процесі розв'язування репродуктивних та варіативних вправ.

Під час визначення шляхів використання отриманих результатів у подальшому навчанні доцільним є застосування вправ, що виконуються на інтуїтивно-неусвідомленому рівні, а також творчих вправ.

9. У ході експериментального навчання встановлено, що ефективними є методи і прийоми впровадження системи вправ з логічним навантаженням, які створюють умови для реалізації як пізнавальної, так і рухової активності учнів. Організаційні форми роботи по впровадженню системи диференційованих завдань повинні ре-

алізувати можливість діяльності по спілкуванню, яка починає ставати ведучою у цьому віці.

10. Методичні рекомендації щодо побудови системи диференційованих вправ з логічним навантаженням можуть бути використані авторами підручників та дидактичних матеріалів, укладниками збірників задач. Розроблена методика може бути використана вчителями різних категорій у процесі навчання математики учнів 5-6 класів різних типів шкіл, враховуючи соціальні та матеріальні аспекти роботи загальноосвітньої школи.

Напрямами подальшого дослідження можуть бути: більш детальна розробка питання змістового наповнення вправ на неусвідомлене застосування логічних “передзнань” і логічних умінь, врахування міжпредметних зв’язків та вивчення можливостей більш широкого застосування комп’ютерної техніки у процесі формування та розвитку логічного мислення учнів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Закон України про внесення змін і доповнень до закону Української РСР “Про освіту”.- К.: “Генеза”, 1996.- 36 с.
2. Абрамова Г.С. Возрастная психология: Учебное пособие для студ. вузов.- М.: «Академия», Раритет, 1997.- 704 с.
3. Айзенк Г.Ю. Проверьте свои способности: Пер. с англ. А.Н.Лука и И.С.Хорола. Предис. д-ра пед. наук проф. Ф.Д.Горбова.- М.: Мир, 1972.- 176 с.
4. Акуленко І.А. Огляд підручників з математики італійської scuola media // Наука і сучасність. Збірник наукових праць НПУ ім. М.П.Драгоманова.- К., Логос, 1999. Вип.2., Ч.3. - С.7-17.
5. Акуленко І.А. Математичні вправи для розвитку логічного мислення учнів // Проблеми освіти: Наук.-метод.збірник. Вип.10.- Київ: ІЗМН, 1997. - С. 172-177.
6. Акуленко І.А. Диференціація вправ з логічним навантаженням // Наукові записки: Збірник наукових статей НПУ ім.М.П.Драгоманова. 4.2. - К.: НПУ, 1999.-С. 13-24.
7. Акуленко І.А. Щодо питання про формування логічних умінь учнів при вивченні математики // Евристика і дидактика точних наук: Міжнародний збірник наукових робіт. Вип.9- Донецьк: ТЕАН, 1998. - С. 18-22.
8. Акуленко І.А. Залежність логічного мислення від несвідомої сфери суб'єкта // Психологія: Збірник наукових праць НПУ ім. М.П.Драгоманова. Вип.3. - К.: НПУ, 1998.-С.9-18.
9. Акуленко І.А. Виховна робота з розвитку в учнів здібностей до спілкування // Практична психологія та соціальна робота.- 1998.- №6-7 - С.88.
10. Акуленко І.А. Розвиток логічного мислення учнів 5-6 класів // Математика в школі.- 1998.- №2.- С.22-25.
11. Акуленко І.А. Диференційовані вправи з логічним навантаженням // Математика, її застосування та викладання: Матеріали міжвузівської регіональної наукової конференції / Упорядники: О.М.Вороний, З.Ю.Філер.- Кіровоград: РВГ ІЦ КДПУ ім.В.Винниченка, 1999.-С.104.

12. Акуленко Л.А. Про деякі методи формування інтелектуальних умінь учнів у п'ятому класі при вивченні математики // Міжвузівська науково-практична конференція "Формування інтелектуальних умінь учнів у процесі вивчення математики та інформатики": Тези доповідей.- Суми: Сум ДНІ, 1995.- С.40-41.
13. Акуленко І.А. Система вправ, які передбачають неусвідомлено-інтуїтивне застосування логічних умінь // Матеріали науково-методичної конференції "Педагогічні технології навчально-виховного процесу в закладах нового типу".- Суми: СумДПУ, 2000.- С.54-55.
- М.Акири И.К. Логические тесты на уроках математики // Математика в школе.- 1994.-№6.- С.27-32.
- 15 .Александров А.Д. О геометрии // Математика в школе.-1980.- № 3.- С.56-62.
- 16 .Алексюк А.М. Загальні методи навчання в школі. 2-е вид. перероб. і доп.- К.: Рад.школа, 1981.- 206 с.
- 17 .Анастаси А. Психологическое тестирование. Кн.1.: Пер. с англ. / Под ред.К.М.Гуревича.-М.: Педагогика, 1982.- 320 с.
- 18 .Аршавский В.В. Популяционные механизмы формирования полиморфизма межполушарной асимметрии мозга человека // Мир психологии. Моск, псих.-соц. ин- т НПО МОДЭК.- 1999.-№1.-С.29-46.
- 19 .Ахмедов Э. Формирование у учащихся умений по использованию аналогии в курсе математики средней школы: Автореф. дис....канд. пед. наук: 13.00.02 / Ташкентский гос.пед.ин-т им.Низами.-Ташкент, 1989.-18с.
- 20 .Балк М.Б., Балк Г.Д. О привитии школьникам навыков эвристического мышления // Математика в школе.- 1985. - № 2.- С. 55-60.
- 21 .Бевз Т.П. Методика викладання математики: Навч. посібник.-3-є вид., перероб. і допов.-К.: Вища школа, 1989.-367 с.
- 22 .Бессознательное: Природа, функции, методы исследования: в 4-х томах / Предисловие, введение, вступительные статьи Ф.В. Басейна, А.С.Пронгишвили, А.Е. Шерозия.- Тбилиси: Изд-во "Мецниереба", 1978.- Т.2.- 785 с.,Т.3.- 787 с.
- 23 .Блонский П.П. Избранные педагогические и психологические сочинения: В 2-х т. / Под ред. А.В.Петровского.- М.: Педагогика, 1979.- Т.2.- 399 с.

- 24 .Богачева Г.И. К методике обучения школьников IV-V классов анализу текстовых задач // Математика в школе.- 1984.- № 1.- С. 37-38.
- 25 .Богоявленский Д.Н. Формирование приемов умственной работы учащихся как путь развития мышления и активизации учения // Вопросы психологии,- 1962.- № 4.- С.74-82.
- 26 .Богоявленский Д.Н., Менчинская Н.П. Психология усвоения знаний в школе.- М.: Изд-во АПН РСФСР, 1989.- 147с.
- 27 .Божович Л.И. Этапы формирования личности в онтогенезе // Возрастная и пед. психология / Сост. и коммент. Шуаре Марта О.- М.: Изд-во Моск, ун-та, 1992.- 272с.
- 28 .Болтянский В.Г., Глейзер Г.Д. К проблеме дифференциации математического образования // Математика в школе. - 1988.- № 3.- С. 9-13.
- 29 .Бочаров В.А., Маркин В.И. Основы логики: Учебник- М.: Инфра-м, 1998.- 296 с.
- 30 .Брадис В.М. Ошибки в математических рассуждениях. Пособие для учителей.- изд. 3-е .- М.: Просвещение, 1967.- 191 с.
- 31 .Брейтигам Э.К. Формирование математических понятий высокого уровня абстракции // Педагогика.-М.-1998.- № 7.- С.45-49.
- 32 .Брунер Дж. Психология познания: Пер.с англ. К.И.Бабицкого / Под общ. ред. А.Р.Лурия.- М.: Прогресс, 1977.- 412 с.
- 33 .Брушлинский А.В. Психология мышления и проблемное обучение.- М.: Знание, 1983.- №:6.-96 с. (Новое в жизни, науке и технике. Педагогика и психология.№6.)
- 34 .Бурда М.І Методичні основи диференційованого формування геометричних умінь учнів основної школи: Дис... доктора пед наук: 13.00.02.- К., 1994.- 347 с.
- 35 .Бурда М.І., Литвиненко Г.М. Особливості диференційованих програм: Учителю математики // Радянська школа.-1991.- № 5.- С. 58-61.
- 36 .Валлон А. Психологическое развитие ребёнка: Пер с англ. Л.Анцыферова.- М.: Просвещение, 1967.- 196 с.
- 37 .Виленкин Н.Я., Абайдулин С.К., Таварткиладзе Р.К. Определения в школьном курсе математики и работа над ними // Математика в школе.-1984.- № 4.- С.43-47.

38. Виленкин Н.Я., Шварцбурд С.И. Высказывание, выражение, переменные // - 1970.-№3.-С.34-41.
39. Владимиров В.С., Понтрягин Л.С., Тихонов А.Н. О школьном математическом образовании // Математика в школе.- 1979.- № 3.- С. 12-14.
40. Возняк Г.М. та ін. Математика. Навчальний посібник для учнів 5 кл. сер. загальноосвітн. шк. / Г.М.Возняк, Г.М.Литвиненко, М.П.Маланюк.- 3-є вид., перероб.- К.: Освіта, 1998.- 287с.
41. Возрастная и педагогическая психология: Учебное пособие для студентов пед. ин-тов / Под ред. А.В. Петровского.- М.: Просвещение, 1973. - 288 с.
42. Возрастные и индивидуальные особенности младших подростков / Под ред Д.Б.Элькониной, Т.В.Драгуновой.- М.: Просвещение, 1967.- 360 с.
43. Возрастные и индивидуальные особенности образного мышления учащихся / Под ред. И.С. Якиманской.- М.: Педагогика, 1989.- 221 с.
44. Вольтер М.И. Проблема дифференциации обучения в советской педагогике и практике общеобразовательной школы. Автореф. дис...канд. пед. наук. 13.00.01/ Гос. пед. ин-т им. А.М.Горького.- Минск, 1977.- 25 с.
45. Выготский Л.С. Собрание сочинений в 6 т./ Гл. ред. А.В.Запорожец.- М.: Педагогика, 1983.- Т.3: Проблемы развития психики.- 367 с.
46. Вышенский В.А., Калужнин Л. А. О месте теории множеств и математической логики в преподавании математики в средней школе // Математика в школе.- 1970.-№3.- С.35-40.
47. Гайштут А.Г. Математика в логических упражнениях.- К.: Радянська школа, 1985.- 192 с.
48. Гальперин П.Я. Основные исследования по проблемам формирования умственных действий и понятий.- М.: Издательство Моск, ун-та, 1965.- 51 с.
49. Гальперин П.Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий // Исследования мышления в современной психологии.- М.: 1966.- С.11-13.
50. Георгиев В.С. Опыт активизации деятельности школьников на основе использования циклов задач // Математика в школе.- 1988.- № 1.- С.77-78.

- 51 .Герасков Е. Некоторые аспекты интуиции и установки // Вопросы психологии.- 1988.-№5.- С.117-121.
- 52 .Гжегорчик А. Популярная логика: Пер.с польск. С.П.Беляева- 3-е изд. стереотип.- М.: Наука, 1979.- 111 с.
- 53 .Гильбух Ю.З. Критериально-ориентированный нормативный тест умственного развития (КОНТУР) / Общество психологов Украины. АПН Украины. Ин-т психологии./ Под ред. Ю.З.Гильбуха.- Киев: Перспектива, 1998.- 72 с. (В помощь школьному психологу; Вып.8).
- 54 .Гильбух Ю.З. Внимание: одаренные дети.- М.: Знание, 1991.- 79 с.
- 55 .Гісь О.М. Розвиток творчого мислення дітей молодшого шкільного віку // Математика в школі.- 1999.- № 1.- С.37-38.
- 56 .Гладунський В.Н. Методичні основи вивчення курсу логіки в загальноосвітніх, спеціалізованих та профільних навчальних закладах. Автореф. дис...канд. пед. наук: 13..00.02./ Ін-т педагогіки і психології проф.освіти АЛЛ України.- К., 1998.- 20с.
- 57 .Гнеденко Б.В. Математика в современном мире и математическое образование // Математика в школе.- 1991.- № 1.- С.2 - 4.
- 58 .Гнеденко Б.В. Развитие мышления и речи при изучении математики // Математика в школе.- 1991.- № 4.- С.3 - 9.
- 59 .Гончаренко С.У. Український педагогічний словник.- Київ: Либідь, 1997.- 376 с.
- 60 .Грабарь М.И., Краснянская К.А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях: Непараметрические методы.- М.: Педагогика, 1977.- 203 с.
- 61 .Гришко О.І. Формування у молодших школярів умінь доказово міркувати в процесі навчання математики: Дис... канд. пед. наук: 13.00.02.- К., 1994.- 199 с.
- 62 .Груденов Я.И. Психолого-дидактические основы методики обучения математике.- М.: Педагогика, 1980.- 160 с.
- 63 .Груденов Я.И. Совершенствование работы учителя математики: Книга для учителя.- М.: Просвещение, 1990.- 224 с.
- 64 .Давыдов В.В. Виды обобщений в обучении.- М.: Педагогика, 1972.- 423 с.

- 65 .Давыдов В.В., Маркова А.К. Развитие мышления в школьном возрасте // Возрастная и педагогическая психология. Тексты / Сост. и коммент. Шуаре Марта О.- М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1992.- 272 с.
- 66 .Давыдов В.В. Теория развивающего обучения / Междунар, асоциация «Развивающее обучение».- М.: Интер, 1996.- 544 с.
- 67 .Державна національна програма “Освіта”. Україна. ХХІ століття.- К.: Райдуга, 1994.-61 с.
- 68 .Державний стандарт загальної середньої освіти в Україні. Освітня галузь “Математика”. Проект.- К.: Вид-во “Генеза”, 1997.- 63 с.
- 69 .Дернер Д. Логика неудачи. Стратегическое мышление в сложных ситуациях.- М.: Смысл, 1997.- 243 с.
- 70 .Дидактика средней школы. Некоторые проблемы современной дидактики / Под ред. М.Н.Скаткина.- 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Просвещение, 1982.- 319 с.
- 71 .Дорофеев Г.В. О составлении циклов взаимосвязанных задач // Математика в школе,- 1983.- № 6.- С.34-36
- 72 .Дорофеев Г.В. Строгость определений математических понятий с методической точки зрения // Математика в школе.- 1984,- № 3. С.56-60.
- 73 .Дорофеев Г.В., Кузнецова Л.В., Суворова С.Б., Фирсов В.В. Дифференциация в обучении математике // Математика в школе.- 1990.- № 4.- С. 15-21.
- 74 .Дорофеев Г.В. О принципах отбора содержания школьного математического образования // Математика в школе.- 1990.- № 6.- С.3-5.
- 75 .Дружинин В.Н. Психология общих способностей.- СПб.: Питер. Ком., 1999.- 368с.
- 76 .Дубинчук О.С. Методика викладання математики в IV-V класах. Арифметика і початки алгебри.- К.: Радянська школа, 1974.- 206 с.
- 77 .Дубровина И.В., Акимова М.К., Борисова Е.М. Рабочая книга школьного психолога.- М.: Международная педагогическая академия, 1995.- 376 с.
- 78 .Жалдак М.І. Комп’ютер на уроках математики: Посібник для вчителів.- К.: Техніка, 1997.- 303 с.
- 79 .Жоль К.К. Вступ до сучасної логіки.- К.: Вища школа, 1992.- 128 с.

80. Забранський В.Я. Диференційоване навчання математиці учасників 5-6 кл. основної школи: Дис...канд.пед.наук: 13.00.02.-К., 1990.- 174 с.
81. Зависимость обучения от типа ориентировочной деятельности / Под ред. ПЛ.Гальперина, Н.Ф.Талызиной.- М.: Изд-во Моск, ун-та, 1968.- 238 с.
82. Загоруй Р.В. Обучение младших школьников умозаключениям (на материале математики): Дис... канд.пед.наук: 13.00.02.-К, 1990.- 195 с.
83. Заденесенець М.П. Вікові особливості розвитку дітей і формування їх особистості: Посібник для студ.пед.ін-тів, учителів, вихов.дошк.установ.- К.: Вища школа, 1978.- 263 с.
84. Зак А.З. Как определить уровень развития мышления школьника.- М.: Знание, 1982.- 96 с.
85. Занков Л.В. Избранные педагогические труды.- М.: Педагогика, 1990.- 424 с.
86. Запорожец А.В. Избранные психологические труды: В 2 т.- М.: Педагогика, 1986.- Т1: Психологическое развитие ребенка.- 320 с.
87. Зорина Л.Я. Дидактический цикл процесса обучения и его элементы // Сов. педагогика.- 1983.- №10.- С.31-35.
88. Зорина Л.Я. Слово учителя в учебном процессе.- М.: Знание, 1984.- 80 с.
- 1.1 Івін О.А. Логіка: Експ. навч. посібник для факультативних курсів за вибором учнів старших класів загальноосвітніх шкіл, ліцеїв, гімназій.- К.: "АртЕк", 1996.- 232 с.
90. Ивин А.А. Искусство правильно мыслить: Кн. для уч-ся ст. классов- 2-е изд.перераб. и доп.- М.: Просвещение, 1990.- 237 с.
91. Игошин В.И. Задачник - практикум по математической логике: Учеб, пособие для студентов-заочников физ.-мат. фак. пед. ин-тов.- М.: Просвещение, 1986.- 156 [3] с.
92. Изучение мотивации поведения детей и подростков / Под ред. Л.И.Божович, Л.В.Благонадежина.- М.: Педагогика, 1972.- 351 с.
93. Кабанова-Меллер Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся.- М.: Просвещение, 1968.-288 с.

- 94 .Кабанова-Меллер Е.Н. Приемы учебной работы и овладения ими (в условиях развивающего обучения) // Вопросы психологии.- 1980.- № 4.- С.145-150.
- 95 .Калмыкова З.И. Продуктивное мышление как основа обучаемости.- М.: Педагогика, 1981.- 200 с.
- 96 .Канторович Л.В., Соболев С.Л. Математика в современной школе // Математика в школе.- 1978.- №4.- С.6-11.
- 97 .Капинос А.Н. Методика формирования умений проводить доказательные рассуждения при обучении математике в 4-5 (5-6) классах: Дис... канд.пед.наук: 13.00.02. М., 1988.- 143 с.
- 98 .Каплунович И.Я., Петухова Т.А. Пять подструктур математического мышления: как их выявить и использовать в преподавании // Математика в школе.- 1998.- № 5, С.45-48.
- 99 .Карапузова К.Д., Багрий Н.І., Гібалова Н.В. Задачі з логічним навантаженням як засіб розвитку математичних здібностей: Методичний посібник.- Полтава: ПО ШОГШ, 1998.- 53 с.
- 100 . Кириллов В.И., Старченко А.А. Логика: Учеб, для юр. вузов.- 3-е изд.переаб. и доп.- М.: Юрист, 1999.- 256 с.
- 101 . Кисіль О.П. Психологічні фактори успішного навчання математики учнів 5-6 класів: Дис... канд.псих. наук: 13.00.07.- К., 1996.- 176 с.
- 102 . Коваленко В.Г. Дидактические игры на уроках математики: Кн.для учителя.- М.: Просвещене, 1990.- 96 с.
- 103 . Колмогоров А.Н. Научные основы школьного курса математики // Математика в школе.- 1969.-№3.- С. 12-17.
- 104 . Колягин Ю.М. Функции задач в обучении математики и развитии мышления школьников *И* Сов.педагогика.- 1974.-№ 7.- С.56-61.
- 105 . Коновалец Л.С. Познавательная самостоятельная работа учащихся в условиях комп'ютерного обучения // Педагогика.- 1999.- №2.- С.46-50.
- 106 . Кондаков Н.И. Логический словарь-справочник.- М.: Наука, 1975.- 720 с.

- 107 . Кондрашенкова Т.А. Никольская И.Л. О межпредметном значении «логической составляющей» курса математики // Математика в школе.- 1980.- №3.- С.62-63.
- 108 . Концепція базової математичної освіти в Україні / Ін-т системних дослід, освіти.- К.,1993.- 31 с.
- 109 . Кострикина Н.П. Задачи повышенной трудности в курсе математики 4-5 классов: Книга для учителя.- М.: Просвещение, 1986.- 96 с.
- ПО. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников.- М.: Просвещение, 1968.-431 с.
111. Кужель О.В. Логічні основи шкільного курсу математики // Математика в школі.- 1999.- № 1.-С.3-6., -№ 3.- С.7-9.
112. Кулагина И.Ю. Возрастная психология. (Развитие ребенка от рождения до 17 лет): Учебное пособие.- М: УРАО, 1998.- 176 с.
113. Кэрролл Л. Логическая игра: Пер. с англ. Ю.А. Данилов.- М.: Наука, 1991.- 192 с.
114. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: Учебное пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов / Под ред. Е.И.Лященко,- М.: Просвещение, 1988.- 223 с.
115. Латотин Л.А. Развитие логического мышления учащихся 4-7 классов на алгебраическом материале: Автореф. дис...канд.пед.наук 13.00.02 / МГПИ им. А.М.Горького.-Минск, .-16 с.
116. Левченко Т.Н. Современные дидактические концепции в образовании: Монография.- К.: МАУП, 1995.- 168 с.
117. Лейфура В.М. Математичні задачі евристичного характеру.- К.: Вища школа. 1992.- 91 с.
118. Леонтьев А.Н. Избранные психологические произведения: В 2-х т. / под ред.В .В. Давыдова и др.- М.: Педагогика, 1983.- Т.2.- 318 с.
119. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность.- М.: Политиздат., 1977.- 304с.

120. Лиман Ф.М. Математична логіка і теорія алгоритмів: Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів вищих педагогічних навчальних закладів.- Суми: Вид-во “Слобожанщина”, 1998.- 152 с.
121. Литвиненко Г.М., Возняк Г.М. Математика: Пробний підручник для 6 кл. серед.шк.- 2-е вид.- К.: Освіта, 1996.- 287с.
122. Лихачев Б.Т. Основные категории педагогики // Педагогика.- 1999,- № 1,- С.10-19
123. Ломов В.Ф. Методологические и теоретические проблемы психологии.- М.: Наука, 1984.- 444 с.
124. Лоповок Л.М. Збірник математичних задач логічного характеру.- К.: Радянська школа, 1972.- 151 с.
125. Лукавецький В.І., Маланюк М.П. Завдання з математики для 4 і 5 класів: Метод, посібник.- К.: Радянська школа, 1987.- 207 с.
126. Люблинская А.А. Ранние формы мышления ребенка // Исследование мышления в современной психологии / Под ред. Е.В.Шороховой.- М.: Наука, 1966,- 476 с.
127. Любченко К.М. Інструментальна система Master of logic та її використання при розв’язуванні логічних задач // Рідна школа.- 1998.- № 9.- С.70-72.
128. Любченко К.М., Триус Ю.В. Програмне забезпечення математичної логіки // Матеріали Всеукраїнської конференції молодих науковців “Інформаційні технології в науці та освіті”.- Черкаси, 1997.- С. 191-195.
129. Маланюк Е.П. Формирование логической грамотности учащихся 1-5 классов в процессе обучения математике: Дис... канд. пед. наук: 13.00.02.- К., 1979.- 163 с.
130. Маликов Т.С. Индуктивные и дедуктивные рассуждения как средство развития активности и критичности мышления учащихся при изучении математики: Автореф. дис... канд. пед.наук: 13.00.02./ МГПИ им. В.И.Ленина - М, 1988.- 16 с.
131. Маликов Т.С. Логический и интуитивный компоненты в определениях математических понятий // Математика в школе.- 1987.- № 1.- С.44-48.

132. Мальованный Ю.И., Слепкань З.И. Из опыта работы в 5 классе // Математика в школе.- 1970.- № 6.- С.23-28.
133. Маркова А.К. и др. Формирование мотивации учения в школьном возрасте: Кн. для учителя / А.К.Маркова, Т.А.Матис, А.Б.Орлов.- М.: Просвещение, 1990.- 191с.
134. Маркушевич А.И. Некоторые проблемы обучения математике в школе // Математика в школе.-1969.- № 6.- С.22-28.
135. Математика: Учебник-собеседник для 5-6 кл. средней школы / Л.Н.Шеврин, А.Г. Гейн, И.О.Коряков, М.В.Волков.- М.: Просвещение, 1989.- 495 с.
136. Математика: Учеб, для 5 кл. сред. шк. / Н.Я.Виленкин, А.С.Чесноков, С.И.Шварцбурд, В.И.Жохов.- Санкт-Петербург: ИЧП «Хардворд», 1995.- 304 с.
137. Математика 6: Учебник для 6 кл. общеобразов, учрежд. Изд. 4-е испр., допол.- М.: Русское слово, 1998.- 285 с.
138. Медведская В.Н. Обучение младших школьников доказательству математических предложений: Автореф. дис... канд. пед. наук 13.00.02./ ГПИ им.А.М.Горького.- Минск, 1988.- 18 с.
139. Мельников В.Н. Логические задачи.- Киев - Одесса: Вища школа, 1989.- 343 с.
140. Менчинская Н.А, Пчелко А.С. Развитие логического мышления на уроках арифметики // Развитие логического мышления в процессе обучения в начальной школе.- М.: Учпедгиз, 1959.- С.65-67.
141. Менчинская Н.А. Мышление в процессе обучения // Исследования мышления в советской психологии / Отв. ред. Е.В.Шороховой.- М.: Наука, 1966.- С.349-387.
142. Михайлович Т.С. Формирование логических умений у младших школьников в процессе решения задач: Дис... канд. пед. наук: 13.00.02.- К., 1990.- 159с.
143. Мищенко А.С. О некоторых принципах преподавания математики в школе // Математика в школе.- 1982,- №2.- с. 50-52.
144. Мотивация учения и ее воспитание у школьников / Маркова А.Н., Орлов А.Б., Фридман Л.М.- М.: Педагогика, 1983.- 64 с.

145. Мышкис А.Д., Сатьянов П.Г. О развитии математической интуиции учащихся // Математика в школе.- 1987.- № 5.- С. 18-22.
146. Никольская И.Л. Логическая грамотность и школьные учебники математики // Математика в школе.-1969.- № 5.- С.29-31.
147. Никольская И.Л. Привитие логической грамотности при обучении математике: Автореф. дис... канд. пед.наук: 13.00.02./ НИИ содержания и методов обучения АПН СССР.- М., 1973.- 26 с.
148. Нурк Э.Р., Тельгмаа А.Э. Математика: Учебник для 5 класса средней школы.- 3-е изд.- М.: Просвещение, 1992.- 304 с.
149. Нурк Э.Р., Тельгмаа А.Э. Математика: Учебник для 6 класса средней школы. 3-е изд.- М.: Просвещение, 1993.- 224 с.
150. Онищук В.А. Урок в современной школе: Пособие для учителя. 2-е изд., перераб.- М.: Просвещение.- 1986.- 158 с.
151. Орач Б.Г. Необхідні і достатні умови // Математика в школі.- 1999.- №2.- С.22, №3.- С.28-30.
152. Осинская В.Н. Учить учащихся мыслить // Математика в школе.- 1976.- № 1.- С.43-44.
153. Осинская В.Н. Формирование умственной культуры учащихся в процессе обучения математике: Кн. для учителя.- К.: Рад.школа, 1989.- 188 [3] с.
154. Паламарчук В.Ф. Дидактические основы формирования мышления учащихся в процессе обучения: Дис... д-ра пед. наук. 13.00.01.- К., 1983.- 392 с.
155. Паламарчук В.Ф. Школа учит мыслить- 2-е изд., доп. и перераб.- М.: Просвещение, 1987.- 208 с.
156. Педагогика: Учебное пособие для студентов пед. ин-тов / Под ред. Ю.К. Бабанского,- М.: Просвещение, 1983.- 608 с.
157. Петров Ю.А. Азбука логичного мышления.- М.: изд-во МГУ, 1991.- 103 с.
158. Пиаже Ж. Избранные психологические труды,- М.: Международная пед академия, 1994.- 680 с.
159. Платонов К.К. Краткий словарь системы психологических понятий.- 2-е изд., перераб. и доп..- М.: Высшая школа, 1984.- 174 с.

160. Подгорецкая Н.А. Изучение приемов логического мышления у взрослых.- М.: Изд-во Московского ун-та, 1980,- 149 с.
161. Пойя Д. Как решать задачу.- Львов: «Квантор», 1991,- 214 с.
162. Пономарев Я.А. Знание, мышление и умственное развитие.- М.: Просвещение, 1967.- 264 с.
163. Потоцкий М.В. Логика на уроках математики и в жизни // Математика в школе.- 1980.- №2.- С.24-26.
164. Пошукові задачі з математики для 5 класу. Задачі про піратів./ Гендштейн Л.Е., Маджева Е.Л., Маланюк М.П., Маланюк П.М. - Тернопіль: Підручники і поїбники, 1996.- 56 с.
165. Проблемы мышления и закономерности анализа, синтеза и обобщения / Под ред. С.Л.Рубинштейна.- М.: Изд-во АН СССР, 1960.- 168 с.
166. Программа по математике для средней общеобразовательной школы. 5-11 кл. // Математика в школе.- 1985.- №6.- С.7-25.
167. Програми загальноосвітніх навчальних закладів, шкіл, ліцеїв та гімназій фізико-математичного, природничо-наукового, економічного, гуманітарного профілів: Математика. 5-11 кл. // Математика. - 1999.- №39-42.- 95 с.
168. Программа для средней общеобразовательной школы. Химия. 8-11 кл.- К.: Перун, 1997.- 31 с.
169. Программы для средней общеобразовательной школы. География 5-10 кл. Основы экономических знаний. 11 кл.- К.: Перун, 1996.- 63 с.
170. Програма для середньої школи. Біологія. 6-11 кл.- К.: Перун, 1996.- 62 с.
171. Програма для середніх загальноосвітніх шкіл. Фізика. Астрономія. 7-11 кл. - К.: Перун, 1996.-140 с.
172. Програма для середніх закладів освіти: Основи інформатики та обчислювальної техніки- К.: Перун, 1996.- 23 с.
173. Проколієнко Л.М., Ніколенко Д.Ф. Сімейне виховання. Підлітки.- К.: Рад. школа, 1981.- 144 с.
174. Психологія. Підручник для пед. вузів / За ред. Г.С. Костюка,- К.: Рад. школа, 1968.- 572 с.

175. Психология формирования понятий и умственных действий.- М. Междунар, псих, конгрес,- 1966.- 227с.
176. Психологическая диагностика: Проблемы и исследования / Под ред. К.М.Гуревича.- М.: Педагогика, 1981.- 232 с.
177. Психологические проблемы неуспеваемости школьников / Ред. Н.А.Менчинская.- М.: Педагогика, 1971.- 272 с.
178. Психодиагностика. Теория и практика / Под ред. Н.Ф.Талызиной.- М.: Прогресс, 1986.- 207 с.
179. Пушкин В.Н. Эвристика - наука о творческом мышлении.- М.: Политиздат, 1967.- 270 с.
180. Пышкало А.М. и др.Совершенствование обучения младших школьников / А.М.Пышкало, Л.К.Назарова, Г.А.Фомичёва.- М.: Педагогика, 1984.- 128 с.
181. Рамський Ю.С., Балик Н.Р. Використання експертних систем у школі // Комп'ютер у школі і сім'ї.- 1998.- № 3.- С.34-37.
182. Решетников В.И. Формирование приёмов мышления школьников: Метод, пособие для студентов и учителей.- Владимир, 1973.- 184 с.
183. Рогановский Н.М. Формирование навыков дедуктивных рассуждений в процессе решения задач // Математика в школе.- 1980.- № 3.- С.52-53.
184. Розин В.М. Культурно-семиотическая концепция мышления // Мир психологии.- 1999.- № 1.- С.171-182.
185. Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования.- М.: Изд-во АН СССР, 1958.- 147 с.
186. Рубинштейн С.Л. Принципы и пути развития психологии.- М.: Изд-во АН СССР, 1959.-354 с.
187. Саранцев Г.И. Гуманизация образования и активные проблемы методики преподавания математики // Математика в школе.- 1995.- № 5.- С. 36-39.
188. Саранцев Г.И. Обучение доказательству // Математика в школе.- 1996.- № 6.- С. 16-20.
189. Саранцев Г.И. Теория, методика и технология обучения // Педагогика.- 1999.- №1,- С. 19-24.

190. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии: Учеб, пособ. для пед. вузов и ин-тов повыш. квалиф. М.: Народное образование, 1998.- 255 с.
191. Середа В.Ю. Вчись мислити логічно: Для ст. шк. віку.- К.:Рад.школа, 1989.- 175с.
192. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике: Метод, пособие.- К.: Рад. школа, 1983.- 192 с.
193. Слепкань З.І., Фуртак Б. Структурування змісту в сучасних австрійських підручниках з математики для середньої школи // Математика в школі.- 1999.- №4.-С.46-51.
194. Смирнова И.М. Об измерении интереса на уроках математики // Математика в школе.- 1998.-№5.- С.56-58.
195. Столяр А.А. Зачем и как мы доказываем в математике: Беседы со старшеклассником.- Минск: Нар. osveta, 1987.- 142 с.
196. Столяр А.А. Педагогика математики.- Изд. 3-є перераб. и доп..- Минск: Высшая школа, 1986.- 413 с.
197. Столяр А.А. Логические проблемы преподавания математики: Автореф. дис... д-ра пед. наук: 13.00.02.- М., 1969.- 37 с.
198. Сукач Т.Н. Дифференцированный подход к обучению математике учащихся 7-9 классов (на материале уравнений и неравенств): Дис... канд. пед. наук: 13.00.02. / УГЛУ им. М.П.Драгоманова.- К., 1994.- 217 с.
199. Сухарев В.А. Логика и интуиция в творческом мышлении // Психология интеллекта.- Донецк, 1997.- С.105-115.
200. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний.- М.: Изд-во Моск, унта, 1975.- 343 с.
201. Талызина Н.Ф. Формирование познавательной деятельности учащихся,- М.: Знание, 1983.- 96 с. (Новое в жизни, науке и технике. Педагогика и психология. №3).
202. Тарасенкова Н.А. Найти ошибку // Математика в школе.- 1997.- № 2.- С.19-23.

203. Тарасенкова Н.А. Активизация познавательной деятельности учащихся в условиях лекционно-практической системы обучения математике в школе: Автореф.дис... канд. пед. наук: 13.00.02 /КГПИ им.А.М.Горького.- К., 1991,- 19с.
204. Таточенко В.И. Методика формирования у учащихся 6-8 классов приемов умственной деятельности при обучении математике: Дис...канд. пед. наук: 13.00.02,- К.,1989.- 179 с.
205. Удовенко Л.Н. Упражнения развивающие логические способности учащихся // Математика в школе.- 1993.- № 3.- С. 66-67.
206. Федоренко О.І. Формування логічних умінь учнів основної школи: Автореф.дис...канд.пед.наук: 13.00.01. / Інститут педагогіки АПН України.- К., 1999.- 16 с.
207. Философский энциклопедический словарь / Редкол. С.С.Аверинцева, Э.А.Араб-Оглы, А.Ф.Ильичёв и др.- 2-е изд.- М.: Сов. энциклопедия, 1989.- 815 с.
208. Фирсов В.В. и др. Планирование обязательных результатов обучения математике / Л.О.Денищева, Л.В.Кузнецова, И.А.Лурье и др.; сост. В.В.Фирсов.- М.: Просвещение, 1989.- 237 с.
209. Форми навчання в школі: Кн. для вчителя / За ред. Ю.І.Мальованого.- К.:Освіта, 1992.- 160 с.
210. Фрейтег К Математические доказательства и обоснования // Математика в школе.- 1984.- № 4.- С.71-73.
211. Фридман Л.М. Методика обучения решению математических задач // Математика в школе.- 1994.- № 5.- С.59-63.
212. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о пед. психологии.- М.: Просвещение, 1983.- 160 с..
213. Хмара Т.М. Зміни у системі навчання математики у після об'єднання Німеччини // Математика в школі.- 1999.- №2.- С.33-36.
214. Хоменко І.В., Алексюк І.А. Основи логіки: Підручник для студентів вищих навч. пед. закладів.- К.: Золоті ворота, 1996.- 256 с.

215. Чашечникова О.С. Развитие математических способностей учнів основной школы: Дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Институт педагогики АПН Украины.- К., 1997.- 208 с.
216. Чередов И.М. Формы учебной работы в школе: Кн. для учителя.- М.: Просвещение, 1988.-157 с.
217. Шардаков М.Н. Мышление школьника.- М.: Учпедгиз, 1963.- 256 с.
218. Шахмаев Н.М. Дифференцированное обучение в средней общеобразовательной школе // Дидактика средней школы / Под. ред. М.Н.Скаткина.- 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Просвещение, 1982.- С.269-296.
219. Шеварев П.А. Обобщенные ассоциации в учебной работе школьника.- М.: Изд-во АПН РСФСР, 1959.- 304 с.
220. Шевченко В.Е. Некоторые способы решения логических задач.- К.: Вища школа, Головне вид-во, 1979.- 80 с.
221. Щукина Г.И. и др. Актуальные вопросы формирования интереса в обучении / Г.И.Щукина, В.Н.Линник, А.С.Роботова и др. / Под ред. Г.И.Щукиной.- М.: Просвещение, 1984.- 176 с.
222. Эльконин Д.Б. Психическое развитие в детских возрастах. Избранные труды / Под ред Д.И.Финкелыптейна.- М.: Изд-во «Институт практической психологии», Воронеж: НПО «МОДЭК», 1995.- 416 с.
223. Эрдниев П.М. Методика упражнений по математике: Пособие для учителя.- 2-е изд. доп. и перераб.- М.: Просвещение, 1970.- 319 с.
224. Эрдниев П.М. О взаимосвязи логики и психологии в решении вопросов методики // Математика в школе.- 1977.- №6.- С.69-70.
225. Юдина О.Н. Практическая диагностика психологических причин ошибок у учащихся // Новые исследования в психологии.- 1977.- № 2.- С.57-61.
226. Якиманская И.С. Знания и мышление школьника.- М.: Знание, 1985.- 80 с. (Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Педагогика и психология», № 9).
227. Якиманская И.С. Развивающее обучение.- М.: Педагогика, 1979.- 144 с.
228. Яценко Т.С. Психологічні основи групової психокорекції: Навч. Поібник.- К.: Либідь, 1996.-264с.

229. Programmi di matematica e fisica per il biennio ed triennio degli istituti secondari superiori. — 10c
230. Programma di matematica per il triennio del liceo scientifico. — 11c.
231. Livia Tonolini. Algebra Corso di matematica per la scuola media. Minerva Italia, Bergamo, 1991. — 559 c.
232. Livia Tonolini. Aritmetica. Corso di matematica per la scuola media. Minerva Italia, Bergamo, 1991. — 703 c.
233. Gilda Flaccavento Romano. Numero e spazi. Corso di matematica 1 per scuola media. Fabri editori R.C. S. Libri, S.P.A.: 1997.- 750 c.
234. Gilda Flaccavento Romano. Numero e spazi. Corso di matematica 2 per scuola media. Fabri editori R.C. S. Libri, S.P.A.: 1997.- 428 c.
235. Gilda Flaccavento Romano. Numero e spazi. Corso di matematica 3 per scuola media. Fabri editori R.C. S. Libri, S.P.A.: 1998,- 718 c.

ДОДАТКИ

Додаток А

А.1. Логічні основи деяких логічних умінь.

Уміння формувати складні висловлення з простих.

Під висловленням (за іншою термінологією “судженням”) розумітимемо таке речення, про яке можна сказати істинне воно чи хибне. У логіці також існує трактування судження як думки, в якій утверджується або заперечується що-небудь про предмет чи явище об’єктивної дійсності. В.Ю.Середа дає означення судження (висловлення) як форми мислення, в якій стверджується або заперечується щось про предмет, про певні зв’язки і відношення між предметами і явищами. Істинне висловлення те, яке правильно відображає реальність [191].

Структура судження представлена суб’єктом, предикатом і логічною зв’язкою. Суб’єкт -ім’я предмета, про який йдеться в судженні. Позначається літерою S (перша літера латинського слова *subjectum*). Предикат - ім’я ознаки, притаманної або не притаманної суб’єкту [89,с. 143]. Суб’єкт виражає знання про предмет думки, предикат - про ознаку, відношення, властивість суб’єкту. Позначається предикат літерою P (від латинського слова *praedicatum*). Суб’єкт і предикат називають термінами суджень. Зв’язка в судженні є відображенням зв’язку, існуючого між суб’єктом і предикатом. Вона виражається словами “є” або “не є” тощо.

Якщо судження складається з одного суб’єкту і предикату, воно називається простим, якщо з декількох - складним Прості судження в залежності від того, що вони відображають, поділяють на атрибутивні, судження відношення, судження існування. Атрибутивним судженням називають таке судження, у якому стверджується або заперечується належність предмету визначеної ознаки. Якщо в судженні щось стверджується або заперечується у безумовній формі, то судження називають категоричним. Судження відношення - це судження, що відображає відношення між окремими предметами, або їхніми ознаками. Судження існування - це таке судження, в якому стверджується або заперечується сам факт існування предмету. Прості судження знаходяться у відношеннях супротивності, суперечності, підсупротивності, підпорядкування. Для кращого запам’ятовування їх подають у формі логічного квадрату [89,ст. 146]. Суперечні судження не можуть бути одночасно

істинними або хибними. Якщо одне є істинним, то друге - хибним. Відношення суперечності простих суджень складає основу операції заперечення категоричних суджень. Супротивні судження можуть бути одночасно хибними, але не можуть бути одночасно істинними. Підсупротивні судження не можуть бути одночасно хибними, але можуть бути одночасно істинними. Якщо судження знаходяться у відношенні підпорядкування, то з істинності підпорядковуючого судження випливає істинність підпорядкованого.

У логіці існує поділ категоричних суджень (таблиця А. 1.1.)

Таблиця А. 1.1.

Поділ категоричних суджень

За якістю	Ствердні ($S \in P$), заперечні ($S \notin P$)
За кількістю	Одиничні ($S \in P$), часткові (деякі $S \in P$, деякі $S \notin P$), загальні (всі $S \in P$, всі $S \notin P$)

Найбільш вживаним є об'єднаний поділ: (таблиця А. 1.2.)

Таблиця А. 1.2.

Загально-ствердні	Всі $S \in P$	$S \text{ а } P$ (affizmo - стверджую)
Частково-ствердні	Деякі $S \in P$	$S \text{ і } P$ (affizmo - стверджую)
Загально-заперечні	Всі $S \notin P$	$S \text{ е } P$ (nego - заперечую)
Частково-заперечні	Деякі $S \notin P$	$S \text{ о } P$ (nego - заперечую)

Умовне висловлення (імплікативне) утворюється з простих за допомогою логічної зв'язки “якщо ..., то...”. У логіці досліджуються висловлення, що відображають умовну залежність одного явища, об'єкту від іншого. *Виділяюче умовне висловлення* (висловлення еквівалентності) утворюється за допомогою логічної зв'язки “тоді, і лише тоді”. *Єднальним висловленням* називають таке, в якому су'єкту належать усі перелічені предикати. Такі висловлення утворюються за допомогою логічної зв'язки “і”. *Розподільними* називають висловлення, які утворені з простих за допомогою поєднання їх логічним сполучником “або”. Розрізняють два види розподільних висловлень: розподільно-виключаючі і єднально-розподільні. В

розподільно-виключаючому висловленні властивості, виражені предикатами, виключають один одного. Утворюються такі висловлення за допомогою логічної зв'язки “або, ...або...”. Єднально-розподільне висловлення виражає належність суб'єкту не тільки одного а й усіх перелічених предикатів. Утворюються єднально-розподільні висловлення за допомогою логічної хв'язки “або”.

Уміння виділяти спільні та індивідуальні властивості предметів чи явищ.

Нехай маємо два об'єкти O_1 і O_2 . Об'єкт O_1 має множину властивостей

$A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, об'єкт O_2 має множину властивостей $B = \{B_1, B_2, \dots, B_n\}$.

Множина властивостей $S = A \cap B$ є множиною спільних властивостей.

Множина властивостей $B \setminus A = \{B_i \mid B_i \in B \wedge B_i \notin A\}$ є множиною індивідуальних властивостей об'єкта O_2 . Множина властивостей $A \setminus B = \{A_i \mid A_i \in A \wedge A_i \notin B\}$ є множиною індивідуальних властивостей об'єкта O_1 .

Уміння виділяти суттєві, несуттєві властивості понять.

“Істотними, суттєвими вважають ті властивості предмета, кожна з яких необхідна, а їх сукупність достатня для того, щоб відрізнити даний предмет від інших...” [191, с.29]. Зміст поняття - це множина суттєвих властивостей поняття, Обсяг поняття - множина предметів, кожному з яких притаманні суттєві властивості, які складають зміст поняття. Нехай ми маємо поняття A , зміст якого складає множина властивостей $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$. Якщо при вилученні з даної множини однієї з властивостей A_i змінився обсяг поняття, то властивість A_i є суттєвою, якщо ні, то несуттєвою.

Уміння визначати поняття через найближчий рід і видову відмінність.

Під визначенням понять у логіці розуміють логічну операцію, за допомогою якої розкривається зміст поняття. Визначення поняття має на меті з'ясувати суттєві властивості даного поняття і обмежити визначуване поняття від усіх суміжних з ним понять. Означення поняття може мати кон'юнктивну і диз'юнктивну структуру. Означення даного поняття має кон'юнктивну структуру тоді і лише тоді, коли об'єкт одночасно володіє кожною із вказаних в означенні властивостей.

$$x \in B \Leftrightarrow B_1(x) \wedge B_2(x) \wedge B_3(x) \wedge \dots \wedge B_n(x)$$

Визначення поняття має диз'юнктивну структуру тоді і лише тоді, якщо даний об'єкт володіє хоча б однією з властивостей, вказаних в означенні.

$$x \in B \iff B_1(x) \vee B_2(x) \vee B_3(x) \vee \dots \vee B_n(x)$$

Визначення характеру зв'язку видових ознак передуює формуванню уміння визначати поняття через рід і видову відмінність.

Уміння проводити класифікацію понять.

Класифікація понять широко використовується при вивченні математики. Вона є особливим видом поділу понять. Поділ поняття - це логічна операція, яка полягає в мисленному поділі обсягу поняття (родового), на групи (види) понять, в яких відображені видові властивості [191, с.37]. За допомогою поділу визначаються види, з яких складається рід. Одержані групи є членами поділу. Поділ можливо здійснювати на основі спільної властивості. Правила поділу обсягу поняття:

- 1) поділ повинен здійснюватися за однією основою;
- 2) основою поділу повинна бути чітко визначена суттєва ознака;
- 3) поділ повинен бути співмірним; якщо обсяг поняття A був розбитий на групи A_1, \dots, A_n , то $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = A$;
- 4) члени поділу повинні виключати один одного, тобто, якщо обсяг поняття A розбито на групи A_1, \dots, A_n , то $A_i \cap A_k = \emptyset$; $i = 1, \dots, n$; $k = 1, \dots, n$; $i \neq k$;
- 5) поділ поняття має бути послідовним, тобто ділене поняття повинно бути найближчим родовим поняттям для членів поділу.

Суттєвою властивістю класифікації як одного з видів поділу є те, що при її виконанні не обмежуються поділом поняття на класи. Класи, в свою чергу, поділяються на підкласи, підкласи - ще на дрібніші класи.

Уміння міркувати за аналогією.

Аналогія - розумова операція, за допомогою якої відшукуються певні подібності у деякому відношенні між об'єктами. Логічну основу міркувань за аналогією можна сформулювати у вигляді правила: якщо об'єкт a має властивості P_1, P_2, P_3 , об'єкт b має властивості P_1, P_2 , то, ймовірно, що об'єкт b має властивість P_3 . Схема міркувань за аналогією може бути поданою таким чином.

має місце	$P_1(\ll)$,	$P_2(a)$,	$P_3(a)$
має місце	$P_1(b)$,	$P_2(b)$	

ймовірно, що має місце $P_3(b)$

Часто міркування за аналогією приводять до помилок. Ситуація “неправомірної аналогії” має схему:

має місце		$P_2(\ll)$,	$P_3(\ll)$
має місце	$P_1(<0)$,	$P_2(*)$	

має місце $P_3(b)$

Висновок помилковий, бо лише ймовірно, що об’єкт b має властивість P_3 .

Щоб підвищити достовірність міркувань за аналогією, необхідно: встановлювати якнайбільше властивостей об’єктів, що порівнюються; вибирати в якості порівнюваних суттєві властивості об’єктів; слідкувати за тим, щоб об’єкти, що порівнюються, входили в один клас за ознаці, яка переноситься з одного об’єкту на інший.

Уміння висувати гіпотези.

Гіпотези виступають фактором, який пов’язує раніше здобуті і нові знання, є пізнавальним засобом, що регулює логічний перехід від попереднього неповного і неточного знання до нового більш повного і більш точного [100,с.238]. В.І.Кирилов наводить наступні класифікації гіпотез (таблиця А. 1.3.)

Нехай маємо досліджуваний об’єкт F , виділимо множину емпірично виявлених суттєвих властивостей цього об’єкту $\{f_1, f_2, \dots, f_k\}$, актуалізуємо множину теоретичних знань про нього $\{g_1, g_2, \dots, g_m\}$ - На основі аналізу множин емпіричних і теоретичних знань про досліджуваний об’єкт, синтезуємо логічно несуперечливу множину суджень про невідомі властивості або закономірні зв’язки досліджуваного об’єкту. Це судження і буде гіпотезою. Схемою це можна подати у вигляді:

Якщо $\{f_1, f_2, \dots, f_j\}$ і $\{g_1, g_2, \dots, g_m\}$

Ймовірно H

H - гіпотеза

Ймовірність справедливості гіпотези забезпечується:

- 1) її несуперечливістю (висунуте припущення не повинно суперечити вихідному емпіричному базису, не повинно містити внутрішніх протиріч);
- 2) принциповою можливістю перевірки;
- 3) емпіричним і теоретичним обґрунтуванням;
- 4) інформативністю (виражається у прогностичній або пояснювальній силі гіпотези).

Таблиця А. 1.3.

Класифікації гіпотез

За формами пізнавального процесу	<p><i>Описові</i> - обґрунтовані припущення про властивості, притаманні об'єкту, що вивчається.</p> <p><i>Пояснювальні</i> - обґрунтовані припущення про причини виникнення самого об'єкту, що вивчається, або причини виникнення певних його властивостей.</p>
За характеристикою пізнавального об'єкту	<p><i>Загальні гіпотези</i> - обґрунтовані припущення про закономірні зв'язки в природі і суспільстві.</p> <p><i>Часткові гіпотези</i> — обґрунтовані припущення про походження і властивості окремих фактів, явищ, подій.</p> <p><i>Робочі гіпотези</i> - припущення, що висуваються на першому етапі дослідження, є умовним базисом, на основі якого можливо структурувати результати спостережень і дати їм початкові пояснення.</p>

Уміння проводити індуктивні умовиводи.

Індуктивним називається умовивід, у результаті якого на підставі знань про окремі об'єкти певного класу, дістають загальний висновок про об'єкти всього класу. Філософським обґрунтуванням індуктивного умовиводу є такі положення:

- 1) наявність необхідних, закономірних зв'язків між предметами і явищами об'єктивної реальності дає можливість із знань про одні об'єкти виводити певні знання про об'єкти, що з ними пов'язані;

- 2) кожен предмет крім неповторних властивостей, що становлять його індивідуальність, містить і такі властивості, які належать також іншим предметам цього роду, є їх загальними властивостями;
- 3) безпосередньою основою індуктивного умовиводу є повторюваність властивості, але повторюваність може бути як неминучою, так і випадковою. Тому, повторюваність фактів чи явищ обґрунтовує лише ймовірність індуктивного умовиводу, а не його достовірність.

Розрізняють повну і неповну індукцію. *Повною індукцією* називають умовивід, у якому загальний висновок про клас предметів робиться на основі вивчення всіх предметів цього класу. Нехай є множина елементів $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ і кожен з елементів має властивість P , тоді можна зробити висновок, що множина A має властивість P . Схемою це можна подати так:

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} \quad \text{або} \quad S_1 \in P \text{ і } S_2 \in P \text{ і } \dots \text{ і } S_n \in P$$

$$\text{Має місце } P(a_1) \text{ і } P(a_2) \text{ і } \dots \text{ і } P(a_n) \text{ і } S = \{S_1; S_2; \dots; S_n\}$$

$$\text{Має місце } P(A) \quad \text{всі } S \in P$$

Повна індукція дає висновки не ймовірні, а достовірні. Основою достовірності є те, що засновки у повній індукції вичерпують весь клас об'єктів. Це спричинило те, що деякі автори відносять її до дедуктивних міркувань. Але ми в основу свого дослідження беремо положення про те, що повна індукція є видом індуктивних міркувань, бо рух думки здійснюється від окремого до загального.

Неповною індукцією називається умовивід, у якому загальний висновок виводиться із засновків, які не охоплюють усіх предметів класу. Нехай є множина A , яка складається з елементів a_1, \dots, a_n , : $A = \{a_1; \dots; a_n\}$ і скінчена кількість цих елементів має властивість P , тоді ймовірно, що всі елементи множини A мають властивість P . Схема неповної індукції може мати вигляд:

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

$$\text{Має місце } P(a_1) \text{ і } P(a_2) \text{ і } \dots \text{ і } P(a_k) \text{ і } k < n$$

$$\text{Ймовірно, } P(a_{k+1}) \text{ і } P(a_{k+2}) \text{ і } \dots \text{ і } P(a_n)$$

Уміння проводити дедуктивні міркування.

Дедуктивним умовиводом називають такий умовивід, у якому висновок про окремий предмет класу робиться на підставі знання про клас в цілому. Тобто, “якщо окремий факт підводимо під загальне правило, а потім із загального правила дістаємо висновок, щодо цього конкретного факту, ми будемо дедуктивні умовиводи.” [191,с. 105] Дедукція дає висновки достовірні, якщо засновки дедуктивного умовиводу істинні і правильно пов’язані. Проте, якщо один із засновків дедуктивного умовиводу є не достовірним, а вірогідним, то і висновок може бути тільки вірогідним.

У залежності від того, з яких суджень складається дедуктивний умовивід, (категоричних, умовних, розподільних) розрізняють наступні види дедуктивних умовиводів: категоричний силогізм, умовний силогізм, розподільний силогізм. Правилom виведення називають схемою дедуктивного умовиводу. При вивченні математики в 5 - 6 класах, на нашу думку, доцільно зосереджувати увагу лише на деяких правилах виведення, тих, які в подальшому найбільш активно застосовуються при доведеннях (таблиця А. 1.4.)

Таблиця А. 1.4.

Види силогізмів	Схема міркування
У мовно-категоричні силогізми	$X \Rightarrow Y ; X$ стверджувальний модус Y $X \Rightarrow Y ; \neg Y$ заперечувальний модус $\neg X$
Суто умовний силогізм	$A \Rightarrow B ; B \Rightarrow C$ $A \Rightarrow C$
Розділово-категоричний силогізм	$A \vee B ; A$ стверджувально-заперечний модус $\neg B$ $A \vee B ; \neg A$ заперечно-стверджувальний модус B

Уміння спростовувати неправильні твердження.

Під *спростуванням* розуміють логічну операцію, у процесі якої встановлюється хибність певного положення або неспроможність доведення в цілому [191,с.159]. У логіці виділяють наступні структурні елементи спростування:

- 1) теза спростування - положення, яке треба спростувати;
- 2) аргументи спростування - судження, за допомогою яких спростовується теза;
- 3) демонстрація спростування - спосіб зв'язку між тезою і аргументами спростування.

Крім них у спростуванні часто фігурує *антитеза* - положення, що своїм змістом суперечить тезі, яка спростовується. Спростування може бути спрямоване проти тези, проти аргумента, проти способу доведення або міркування. *Спростування тези* можна досягти двома шляхами: доводити істинність антитези, або вивести з неї наслідки, що суперечать дійсності або доведеним раніше істинним положенням. В залежності від того, які шляхи ми використовуємо змінюється операційний склад уміння спростовувати тезу.

Уміння встановлювати закономірності.

Логічну основу вміння встановлювати залежність між об'єктами становлять правила Дж.Мілля, за допомогою яких можна встановлювати, з певною мірою вірогідності, будь-якого роду обумовленність одних фактів і об'єктів іншими. Ці правила індуктивні, дають лише вірогідні або правдоподібні висновки.

Правило 1 (єдиної схожості): якщо кожен раз при наявності множин, явищ, подій і т.д., що мають єдиний схожий (спільний для всіх) фактор А, з'являється і фактор В, то спільний фактор А, ймовірно, обумовлює фактор В.

Коли А, К, U, P, тоді В

Коли А, Y, E, H, тоді В

Коли А, F, W, Q, тоді В

Ймовірно, А обумовлює В

Правило 2 (єдиної різниці) \ якщо при наявності системи повторюваних явищ, фактів, подій, результатом яких є подія В, відсутність одного з факторів А спричиняє відсутність фактора В, то, ймовірно, А обумовлює В.

Схемою це правило можна записати так:

Коли А, У, Е, Н, тоді В

Коли немає А, але є У, Е, Н, тоді немає В

Ймовірно, А обумовлює В

Правила єдиної схожості і єдиної різниці складають логічну основу такого способу

відшукування розв'язку математичних завдань, як відшукування інваріанту. Виявлення незмінного інваріантного фактора допомагає сформулювати стратегію пошуку. Таким фактором, звичайно, є деяка кількісна, або якісна характеристика об'єктів, що описані

Правило 3 (супутніх змін). Якщо при деяких постійних факторах С і D зміна одного фактора А: А₁, А₂, А₃ призводить до зміни фактора В: В₁, В₂, В₃, то, ймовірно, фактор В обумовлений фактором А.

Цей умовивід можна подати у вигляді схеми:

Коли А₁, С, D, тоді В₁

Коли А₂, С, D, тоді В₂

Коли А₃, С, D, тоді В₃

Ймовірно, А обумовлює В

Правило 4 (правило остач). Якщо складний фактор А: А₁, А₂ обумовлює складний результат В: В₁, В₂, і частина фактора А (А₁) обумовлює частину фактора В (В₁) то, ймовірно, частина складного фактора, що залишилась (А₂) обумовлює частину результату, що залишилась (В₂).

Схема правила остач:

Коли А₁, А₂, тоді В₁, В₂

А₁ обумовлює В₁

Ймовірно, А₂ обумовлює В₂

Уміння відшукувати логічні помилки

У логіці розглядаються логічні помилки, які допускаються при: визначенні, поділі і при класифікації понять, в ході проведення індуктивних та дедуктивних міркувань, у доведеннях, при спростуванні тверджень та інші. Наведемо типові помилки при визначенні понять та шляхи їх усунення, про які, на нашу думку, необхідно знати учням 5-6 класів (таблиця А.1.5.). Визначення не можна змішувати з описом, характеристикою, порівнянням або показом.

Таблиця А. 1.5.

Помилки при визначенні понять

Помилка	Шлях усунення помилки
Занадто широке визначення, коли названі лише родові властивості і не названі специфічні видові.	Давати у визначенні видові властивості предмета.
Занадто вузьке визначення, коли названі зайві видові властивості і обсяг визначаючого поняття вузьчий за обсяг поняття, яке визначається	Не давати зайві видові властивості.
“Коло у визначенні”, або тавтологія - визначаюче поняття повторює визначуване.	Визначати невідоме через уже відоме, використовуючи основні види означень.
Нечіткість, невиразність в означеннях	Уникати в означенні образів, метафор, порівнянь, всього того, що можна по-різному тлумачити.

При класифікації понять також необхідно дотримуватись певних правил, про які повинні знати учні 5-6 класів:

- 1) поділ має бути співмірним: сума обсягів членів поділу має бути рівною обсягу поняття, яке поділяється;
- 2) поділ має відбуватися на одній основі, основа має бути чітко визначеною;
- 3) члени поділу мають виключати один одного;

4) поділ має бути безперервним, в процесі поділу необхідно переходити до найближчих видів, не робити логічних перескоків.

Найбільш типовою помилкою при проведенні індуктивних міркувань є те, що учні вважають їх висновки достовірними, хоча останні є лише вірогідними. Виключення становлять випадки повної і математичної індукції. Типами прикладами помилок в індуктивних міркуваннях є поспішність узагальнення, наприклад, на базі “простого переліку”, або заключення по типу: після цього, значить по причині цього (post hoc ergo, propter hoc). Наведемо деякі типи помилок у дедуктивних міркуваннях і шляхи їх усунення (таблиця А. 1.6.)

Таблиця А. 1.6.

Типи помилок у дедуктивних міркуваннях.

Помилки	Шляхи усунення
1. Помилки стосовно тези: 1) нечіткість формулювання тези; 2) підміна тези (ingoratio elenchi).	Чітко сформулювати, що відомо і що треба довести.
1.1. Помилки стосовно аргументів: 1) хибність аргументу (error fundamentales); 2) недоведенність умовиводів, які беруться як аргумент (petitio principii); 3) недостатність наведених аргументів для доведення тези; 4) коло в доведенні (circulus in denostrando), коли теза виводиться з аргументів, а аргументи, в свою чергу, виводяться з тези.	В доведеннях ґрунтуватися лише на істинних або раніше доведених судженнях; основа доведення має бути повною.
I.I.I. Помилки стосовно застосування правил умовиводу і схем правильних міркувань.	Дотримуватися логічних законів і правил індуктивних або дедуктивних міркувань.

А.2. Таблиці-пам'ятки.

Таблиця-пам'ятка, щодо помилок, які допускаються в означеннях понять.

1. Визначай нове поняття через уже відоме найближче родове поняття.
2. Перелічуй всі суттєві властивості поняття.
3. Не вказуй несуттєві, зайві властивості.
4. Уникай в означенні образів, метафор, нечіткості.

Таблиця-пам'ятка, щодо помилок, які допускаються при класифікації понять.

1. Чітко визнач основу поділу.
2. Слідкуй, щоб не було об'єктів, які б входили одразу у декілька з утворених класів.
3. Слідкуй, щоб не знайшлось об'єкту, який не можливо було б віднести до жодного з утворених класів.
4. Пам'ятай, що при класифікації не можна обмежитись одноразовим поділом, необхідно виконати поділ хоча б одного з утворених класів.

Автор технології	Пріоритет цілей	Особливості процесу розвитку мислення	Особливості методики
А.В.Занков	Розвиток мислительної, практичної діяльності, духовне зростання дитини	Домінує індуктивний шлях формування понять, способів діяльності	Аналізуюче спостереження, порівняння, диференціація різних сторін об'єкта, його відношень, чітка вербалізація
Д.Б.Ельконін, В.В. Давидов	Розвиток теоретичного мислення, логічного мисленн	Домінує дедуктивний шлях формування понять.	Змістовий аналіз, змістове абстрагування, змістове узагальнення, змістова рефлексія
І.П.Волков	Розвиток творчого мислення і практичної діяльності з орієнтацією на конкретний кінцевий продукт	Алгоритмізація розв'язування творчих задач з використанням наукових методів і узагальнених способів розв'язання проблем	Блочне структурування навчального матеріалу, дослідницькі, творчі проекти
Г.С.Альтшутер	Розвиток творчої уяви з орієнтацією на розв'язання винахідницьких задач	Продуктування якісно нових ідей у ході розв'язання протиріч на основі теоретичних знань і творчої інтуїції	Мозкова атака, колективний пошук
І. С .Якиманська	Розвиток пізнавальних здібностей і способів навчальної діяльності, спрямованих на використання і поповнення особистісного досвіду	Формування нових понять базується на актуалізації тих понять, зв'язків, відношень, які входять до особистого досвіду дитини, який є вирішальним	Прийоми спостереження, «мислячого сприйняття», прийоми динамічності образу

Тема	Логічні знання і уміння	Шлях формуванн
Натуральний ряд чисел	Знаходження закономірностей, висунення гіпотез, проведення індуктивних міркувань	Опосередкований
Позначення і читання натуральних чисел	Опис і характеристика понять	Перехідний
Округлення чисел	Умовні висловлення. Достатні умови. Міркування за аналогією.	Перехідний Опосередкований Опосередкований
Побудова і вимірювання відрізків	Виділення суттєвих і несуттєвих властивостей об'єктів. Відшукання закономірностей. Уміння міркувати за аналогією	Опосередкований
Порівняння натуральних Чисел	Утворення складних висловлень для формулювання правил. Уміння індуктивно міркувати	Перехідний Опосередкований
Числовий промінь	Виділення схожих, індивідуальних, суттєвих властивостей.	Опосередкований
Додавання, властивості додавання	Уміння проводити однокрокові дедуктивні міркування. Утворення заперечень неправильно сформульованих простих квантифікованих висловлень, Утворення складних висловлень.	Опосередкований
Віднімання, властивості віднімання	Проведення простих дедуктивних міркувань. Деякі схеми правильних міркувань	Опосередкований
Табличне, письмове, усне додавання та віднімання, розв'язування арифметичних задач	<u>Синтетичний спосіб розв'язування задач</u> : виведення наслідків з умови, виділення суттєвого в умові, виділення необхі умов; <u>аналітичний спосіб розв'язування задач</u> виділення суттєвого у запитанні задачі, знаходження засновків для певних наслідків, виділення достатніх умов, проведення простих дедуктивних міркувань	Опосередкований

Рівні фігури	Утворення прямих і обернених умовних висловлень, виділення необхідних, достатніх, необхідних і достатніх умов	Перехідний, Опосередкований
Площі прямокутника і трикутника	Уміння доказово міркувати, уміння знаходити закономірності, міркувати за аналогією при виведенні формули площі трикутника	Опосередкований
Прямокутний паралелепіпед і його об'єм	Означення понять, прийоми, що замінюють визначення поняття (опис, показ, характеристика), помилки при визначенні понять, уміння виправляти помилки при визначенні понять	Опосередкований Перехідний Опосередкований
Розв'язування задач і вправ на повторення	Знаходження значення істинності кон'юнктивних і диз'юнктивних висловлень, знаходження закономірностей, виділення необхідних і достатніх умов, встановлення залежностей між величинами, застосування логічних знань при розв'язуванні задач аналітичним, синтетичним, аналітико-синтетичним способом, проведення індуктивних і простих дедуктивних міркувань	Опосередкований
Поняття про дріб, правильні, неправильні дроби, мішані числа	Класифікація понять як один із видів поділу, помилки при Класифікації понять, утворення простих квантифікованих висловлень	Опосередкований
Порівняння звичайних дробів	Утворення складних умовних висловлень, Виділення необхідних, достатніх, необхідних і достатніх умов, знаходження закономірностей	Перехідний Опосередкований
Поняття про десятковий дріб, округлення десяткових дробів, порівняння десяткових дробів	Виділення достатніх, необхідних умов, умовнео-категоричні міркування (стверджувальний і заперечувальний модус). Знаходження закономірностей, встановлення залежностей між величинами	Опосередкований

Продовження таблиці В.

Додавання, віднімання, множення, ділення десяткових дробів	Проведення індуктивних міркувань та міркувань за аналогією	Опосередкований
Десятковий дріб як частка від ділення натуральних чисел	Висунення гіпотез, знаходження закономірностей, проведення індуктивних міркувань, дихотомічний поділ обсягу понять	Опосередкований
Відсотки	Прості і складні висловлення. Пряме і обернене твердження	Перехідний
Чотирикутники, многогранники	Уміння виділяти спільні, індивідуальні властивості об'єктів, визначати поняття через найближчий рід та видову відмінність, проводити індуктивні міркування та прості дедуктивні міркування, міркувати за аналогією, знаходити закономірності. Уявлення про окремі закони логіки висловлень (суперечності, виключення третього, закони де Моргана). Логічні помилки при визначенні понять, прийоми, які замінюють визначення понять (опис, показ, характеристика).	Перехідний Опосередкований
Подільність натуральних чисел	Уміння утворювати складні висловлення, давати визначення понять (через рід та видову відмінність, генетичне (НСК, НСД, степінь числа)). Пропедевтика знань про необхідні і достатні умо. Логічні зв'язки "і", "або", "якщо..., то ...", "тоді, і тільки тоді", "неправильно, що", прямі і обернені висловлення.	Перехідний Опосередкований
Додавання, віднімання, ділення, множення звичайних дробів	Уміння утворювати прості і складні висловлення, проводити індуктивні міркування, прості дедуктивні міркування, міркувати за аналогією, встановлювати закономірності, висувати гіпотези. Логічні помилки при проведенні індуктивних міркувань.	Опосередкований Перехідний
Відношення і пропорції	Опис і характеристика понять, визначення понять, прості і складні висловлення. Уміння проводити прості дедуктивні міркування, виводити наслідки. Логічні помилки при проведенні дедуктивних міркувань.	Опосередкований Перехідний

Продовження таблиці В.

Круглі тіла	Опис, показ і характеристика понять, визначення понять (через рід і видову відмінність, генетичне). Уміння індуктивно міркувати, уміння застосовувати окремі схеми правильних міркувань, логічні помилки при визначенні понять.	Опосередкований Перехідний
Напрями і числа. Додатні і від'ємні числа. Осьова симетрія.	Уміння знаходити закономірності, висувати гіпотези, індуктивно міркувати, проводити класифікацію понять. Пропедевтика знань про необхідні і достатні умови. Логічні помилки при класифікації понять, при проведенні прости дедуктивних міркувань.	Опосередкований Перехідний
Додавання, віднімання, множення і ділення раціональних чисел	Уміння знаходити закономірності, висувати гіпотези, індуктивно міркувати, проводити прости дедуктивні міркування. Уявлення про розділово-категоричні і умовно-категоричні міркування. Логічні помилки у розділово-категоричних і умовно-категоричних міркуваннях.	Опосередкований Перехідний Опосередкований
Властивості множення і ділення	Пропедевтика знань про необхідні і достатні умови, уявлення про закони де Моргана. Уміння застосувати їх до заперечення простих і складних висловлень. Логічні помилки при запереченні простих і складних висловлень	Перехідний Опосередкований
Основні властивості рівнянь. Розв'язування задач за допомогою рівнянь	Уміння утворювати складні математичні твердження, логічні помилки при утворенні та запереченні складних математичних тверджень. Уявлення про умовні, умовно-категоричні, розділово-категоричні міркування. Уміння знаходити закономірності, висувати гіпотези, індуктивно міркувати, проводити прости дедуктивні міркування.	Опосередкований Перехідний Опосередкований

Етапи розв'язування задачі	Логічні уміння, які застосовуються	Шлях формуванн
Постановка і аналіз умови задачі	Членування даних і вимог задачі на складові частини, виявлення структури логічних зв'язків між даними задачі (кон'юнктивні, диз'юнктивні зв'язки), виявлення логічних зв'язків між даними і вимогою задачі (вимога безпосередньо і необхідно слідує з даних, є достатньо для вимоги, чи немає зайвих даних), співвіднесення структури даної задачі із структурою задач, спосіб розв'язування уже відомий.	Опосередкований
Моделювання задачної ситуації	Виділення суттєвих зв'язків між даними і вимогою даної задачі і типових задач і поелементне їх порівняння.	
Відшукування плану розв'язування задачі	<u>Синтетичний метод</u> : знаходження наслідків із засновків на основі виділення суттєвого в умові, застосування низки простих категоричних або умовних силогізмів. <u>Аналітичний метод</u> : на основі виділення суттєвого у запитанні знаходження достатніх умови для певного наслідку	
Розв'язування задачі	Проведення індуктивних, дедуктивних міркувань, міркувань за аналогією.	
Перевірка і обговорення проведеного розв'язування.	Виділення головної ідеї розв'язування (суттєвих способів діяльності у ході розв'язування). Узагальнення та складання алгоритму, виявлення можливо інших способів розв'язування.	

Назва тестової методики		Логічні уміння, які виявляються, за допомогою тестової методики
ШТРР	Субтест “обізнаність”	Виділення суттєвих, індивідуальних, схожих властивостей, визначення змісту понять, визначення, опис, характеристика понять
	Субтест “аналогії”	Визначення типів логічних зв’язків між поняттями (рід-вид, частина-ціле, причина-наслідок, протилежність, функціональні зв’язки), уміння міркувати за аналогією
	Субтест “класифікації”	Виділення суттєвих, індивідуальних, схожих властивостей, уміння проводити нескладні класифікації понять
	Субтест “узагальнення”	Знаходження найбільш суттєвих спільних властивостей, узагальнення понять (за конкретною, видовою, родовою властивістю)
	Субтест “числові ряди”	Уміння знаходити закономірності, проводити індуктивні міркуванн, міркувати за аналогією
Методика “кількісні відношення”		Виведення логічних наслідків з посилок, у яких сформульовані кількісні відношення між величинами, проведення однокрокових дедуктивних міркувань.
Методика “виділення суттєвих властивостей”		Виділення суттєвих властивостей, відокремлення суттєвих і несуттєвих властивостей, проведення класифікаці понять.


Методика “ матриці Равенна”		Виділення суттєвих, індивідуальних, схожих властивостей об’єктів, знаходження закономірностей.
Адаптований тест Векслера WISC		
	Загальна обізнаність	Діагностується рівень простих знань.
	Розуміння	Оцінюється здатність до міркувань.
	Арифметика	Оцінюється легкість оперування числовим матеріалом.
	Знаходження подібності	Оцінюється понятійне мислення, здатність знаходити спільні властивості, підводити під поняття, абстрагувати і узагальнювати.
	Запам’ятовування цифр	Визначається об’єм короткочасної пам’яті і рівня активної уваги.
	Словниковий запас	Оцінюється здатність давати означення поняттям.
	Шифровка	Діагностуються зорова і моторна швидкість.
	Завершення малюнків	Діагностується зорова спостережливість, здатність виявляти суттєві ознаки.
	Кубики Косса	Оцінюється моторна координація і візуальний синтез.
	Послідовні малюнки	Діагностується здатність організації цілого із частин, розуміння ситуації, екстраполяції.
	Складання фігур	Діагностується здатність до синтезу цілого із деталей.
Тест математичних аналогій (ТМА)		Виділення суттєвих, індивідуальних, схожих властивостей об’єктів, знаходження закономірностей, проведення міркувань за аналогією.

Продовження таблиці Г.


Г.2. Зразок завдання тесту математичних аналогій для 5 і 6 класу

5 клас.











1

39°	51°	
112°	68°	?



2

50%	
25%	?


3

			6	
				10
			?	

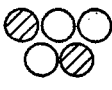

4

2	
?	


5

25%	
200%	?





6

	$\frac{2}{5}$
	?


7

128°	52°	
51°	39°	?


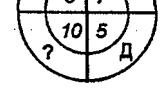
8

	$\frac{4}{3}$	
	?	


9

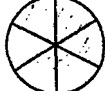
100%	
12,5	?

10

6 клас.

$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{8}$?








$7x - 1 = x + 4$	
$5x + 3 = x + 6$?

5,749	$5 < x < 6$
9,501	?

4

$\frac{3x}{5} = \frac{1}{3}$	$\frac{25}{81}$
$\frac{2x}{3} = \frac{1}{5}$?

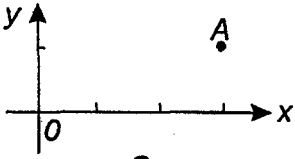
5



		—	
		—	
		—	

6

7	июль
10	?

7




$(-3; 1)$	
$(2; -5)$?

	
СТОИ	ФАСИ
?	?
$\frac{3}{7}; 2; -\frac{1}{3}; 3; -\frac{1}{3}; \frac{5}{2}$?

9

1 2 3 4 5	АВТОР
3 4 2 1 5	?

10

$2a + 9$		17
$4 - 5a$		?
$\frac{3}{2}a + 1$		8,5

Додаток Д

Д.1. Анкета № 1 для вчителів природничо-математичного і гуманітарного профілю.

1. Які логічні уміння, на Вашу думку, сприяють успішному оволодінню учнями Вашим предметом (необхідне підкреслити)?

Уміння визначати схожі, індивідуальні, суттєві властивості предметів чи явищ;
 уміння знаходити закономірності; уміння визначати відомі поняття;
 уміння проводити класифікацію понять; уміння доказово міркувати;
 уміння виявляти логічні помилки; уміння виявляти головне в тексті;
 обґрунтовувати судження;

Інші уміння _____

2. Які логічні помилки найчастіше роблять учні при вивченні Вашого предмета (необхідне підкреслити)?

Міркують, ґрунтуючись на неправильних фактах.

У міркуваннях присутнє “замкнене коло”.

Міркують, беручи за основу те, що треба довести.

Висновок роблять правильний, але такий, що безпосередньо не слідує із наведених міркувань.

Роблять логічні перескоки.

Інші помилки _____

3. Чи ставите Ви за мету розвивати логічне мислення учнів на Ваших уроках? _____

Якщо так, якого типу завдання Ви використовуєте з цією метою?

АНКЕТА № 2 для вчителів математики

1. Які уміння формує вчитель на уроці математики? Пронумеруйте за ступенем значущості.

Обчислювальні

Уміння розв'язувати розрахункові задачі

Логічні уміння

Уміння розв'язувати логічні задачі

Уміння вільно і грамотно володіти математичною мовою

Уміння контролювати себе і товариша

Уміння доказово міркувати

Уміння виводити логічні наслідки

2. Якими з логічних умінь володіють сильні, середні, слабкі учні:

Логічні уміння	Сильні учні	Середні учні	Слабкі учні
Уміння визначати поняття			
Уміння класифікувати поняття			
Розуміння змісту основних логічних зв'язок			
Уміння розпізнавати логічну форму математичних тверджень			
Уміння доказово міркувати			
Уміння виявляти логічні помилки			
Уміння обґрунтовувати судження			

1 - учень застосовує уміння правильно і самостійно;

2 -учень застосовує уміння правильно але не самостійно (підказка вчителя);

3 -учень застосовує уміння іноді неправильно але намагається це робити без підказки вчителя;

4 -учень застосовує уміння іноді неправильно і систематично чекає на допомогу вчителя;

5 -учень рідко застосовує уміння правильно, навіть після підказки вчителя;

6 -учень застосовує уміння неправильно, навіть після підказки вчителя.

3. Які види завдань, на Вашу думку, сприяють формуванню та розвитку логічного мислення учнів (необхідне підкреслити): розв'яжи, порівняй, поясни, доведи, обгрунтуй відповідь товариша, знайди закономірність, відгадай?

4. Які типи логічних помилок найчастіше роблять сильні середні, слабкі учні?

Логічна помилка	Сильні учні	Середні учні	Слабкі учні
Міркування будуються на неправильних посилках			
З правильних посилок роблять неправильні висновки, неправильно застосовують логічні операції			
“Замкнене коло” у міркуваннях			
Міркування ґрунтується на тому, що треба довести			
Висновок правильний, але не слідує з наведених міркувань			
Попередньо не доведена основа міркування			

1 - учні помилку роблять рідко;

2 - учні помилку роблять часто;

3 - учні помилку не роблять зовсім.

5. Чи використовуєте Ви у своїй роботі спеціальні вправи, спрямовані на розвиток логічного мислення учнів?

6. На якому етапі уроку Ви найчастіше використовуєте завдання з логічним навантаженням (необхідне підкреслити)?

У домашньому завданні, під час виконання усних вправ, під час повторення вивченого матеріалу, під час закріплення нової теми, під час вивчення нової теми, під час виконання індивідуальних завдань.

7. З якою метою можна застосовувати логічні завдання, крім мети формування та розвитку логічного мислення учнів (необхідне підкреслити)?

Для активізації пізнавальної діяльності, для створення проблемної ситуації, для підтримки уваги, як розважальний момент.

8. У підручнику для 5-6 класів зустрічаються завдання з логічним навантаженням.

а) чи відповідають вони, на Вашу думку, віковим особливостям учнів?

б) чи достатня їх кількість для розвитку логічного мислення учнів на уроках математики?

в) чи враховують вони диференціацію навчання математики?

г) чи всі вправи Ви застосовуєте? Відповідь поясніть.

9. При підборі вправ Ви користуєтесь підручником, власними розробками, розробками вчителів-колег, інша відповідь (необхідне підкреслити)?

10. Чим пояснити Ваш вибір вправ з логічним навантаженням для конкретного уроку (пронумеруйте)?

Наявністю цих вправ у підручнику стосовно певної теми.

Наявністю вільного часу на уроці.

Необхідністю зміни виду діяльності з репродуктивного на продуктивний.

Особливим інтересом, який, Ви вважаєте, викликають такі завдання.

Нестандартністю способів розв'язування.

Зв'язком таких завдань із життєвими ситуаціями.

Розважальним потенціалом таких вправ.

11. Чи виникає у Ваших учнів бажання самим підбирати або створювати задачі з логічним навантаженням? Як Ви їх заохочуєте?

12. Чи проводите Ви уроки, на яких розв'яжете тільки вправи з логічним навантаженням?

АНКЕТА № 3 (для вчителів математики)

1. Чи застосовуєте Ви вправи на знаходження закономірностей на уроці? На якому етапі уроку? Підкресліть необхідне, або дайте іншу відповідь.

Під час виконання усних вправ.

Під час подання нового матеріалу.

При закріпленні нової теми.

2. Чи наповнюєте Ви вправи на знаходження закономірностей математичним змістом?

3. При підборі вправ на знаходження закономірностей Ви користуєтесь підручником, власними розробками, розробками вчителів-колег (необхідне підкресліть)?

Як Ви формулюєте вимоги завдань, які використовуєте з метою розвитку логічного мислення учнів?

Додаток Д.2. Результати анкетування учнів 5-6 класів

Таблиця Д.2.1.

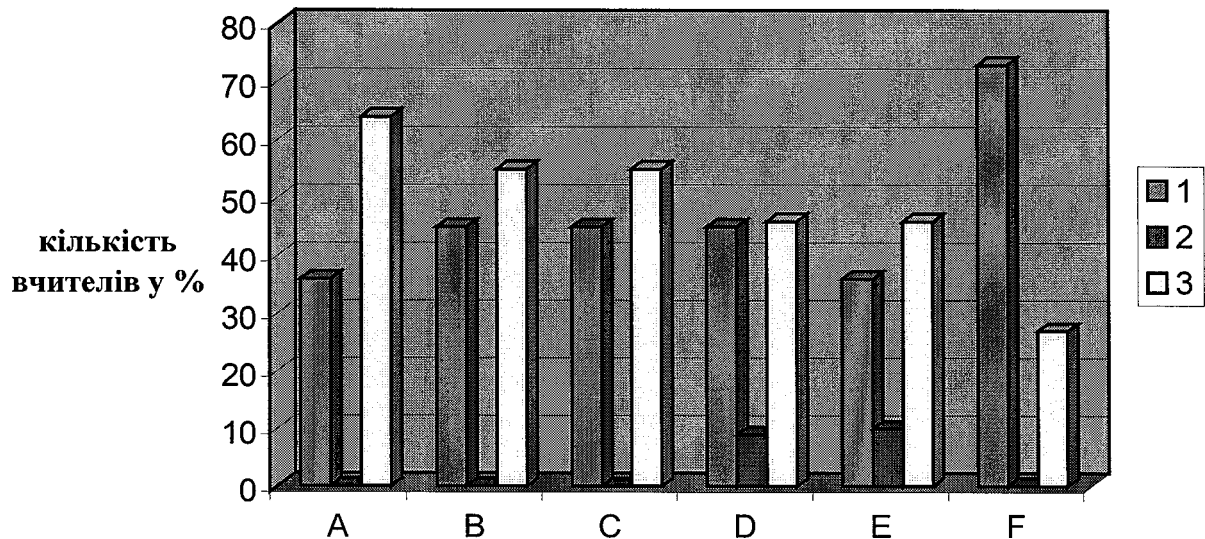
Примітки: 1 - відношення відповіді “ так” до загальної кількості відповідей
у

№	Зміст запитання		1	2
1	Чи зустрічались тобі завдання типу:	Продовжи ряд	96%	1
		Викресли зайве	93%	2
		Знайди закономірність	84%	3
		Знайди невідому фігуру або число	83 %	4
		Розшифруй анаграмму	66%	5
2	Де ти зустрічав такі завдання?	У газеті	92%	1
		У книзі	66%	2
		Пропонував учитель на уроці	55%	3
3	Чи виникало у тебе бажання їх розв’язати?		98%	
4	Якщо “так”, то чому?	Зацікавлюють	61 %	1
		Розвивають логічне мислення	19%	2
		Інші відповіді	17%	3
		Розважають	10%	4
		Не зацікавлюють	1 %	5
5	Чи вдавалося тобі їх розв’язати?	Після консультації з дорослими	70%	1
		Самостійно відразу	61 %	2
		Не вдавалося	8%	3
6	У чому ти бачиш цінність таких завдань?	Вносять елемент розваги	28%	1

		Допомагають при вивченні нової теми	26%	2
		Допомагають відволіктися від складного матеріалу	24%	3
		Зацікавлюють предметом, на якому використовуються	21 %	4
		Допомагають краще розуміти нові поняття	20%	5
		Не знаю	5%	6
		Цінності не бачу зовсім	2%	7
7	Чи хотілося тобі скласти подібні завдання самому?		77%	
8	Якщо “так”, то чому?	Цікаво	65%	1
		Підвищується рівень знань	13%	2
		Весело	7%	3
		Це було домашнім завданням	4%	

Продовження таблиці Д.2.1

Д.3. Результати анкетування вчителів щодо типів логічних помилок, які допускають сильні учні (анкета 2., питання 4)



- 1 - учні помилку роблять рідко;
- 2 - учні помилку роблять часто;
- 3 - учні помилку не роблять зовсім.

A - міркування будуються на неправильних посилках (хибність аргументу);

B - з правильних посилок роблять неправильні висновки (помилки у застосуванні правил виводу);

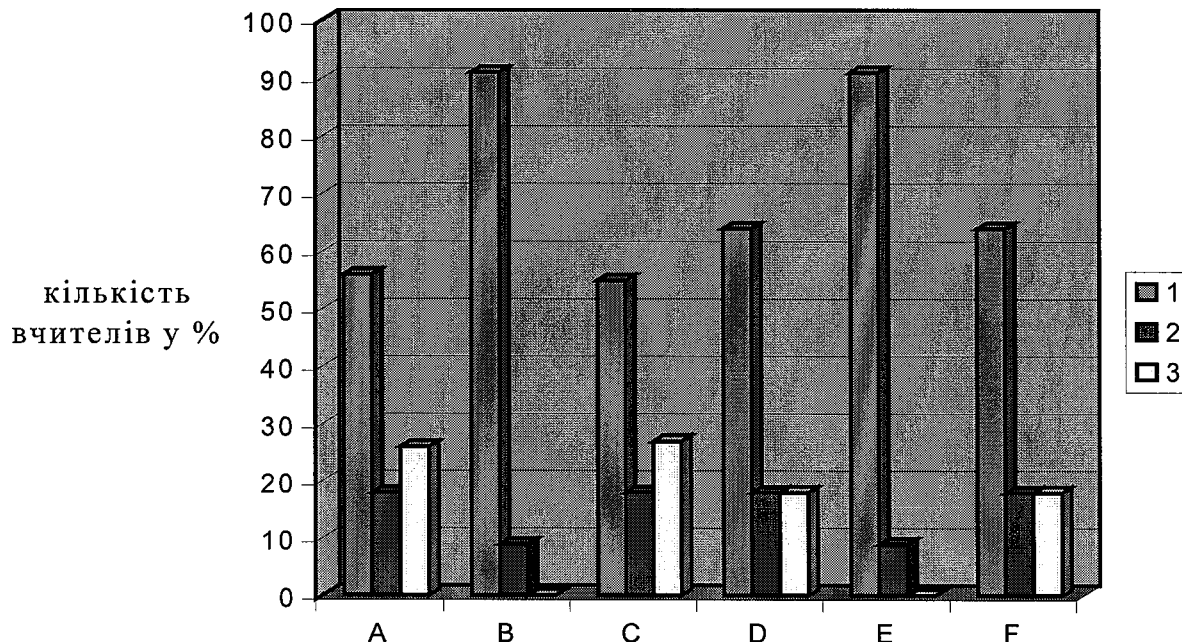
C - “замкнене коло” у доведеннях;

D - міркування ґрунтуються на тому, що треба довести (підміна тези);

E - висновок правильний, але не слідує з наведених посилок (недостатність аргументів);

F - попередньо не доведена основа міркування.

Результати анкетування вчителів щодо типів логічних помилок, які допускають
середні учні



- 1 - учні помилку роблять рідко;
- 2 - учні помилку роблять часто;
- 3 — учні помилку не роблять зовсім.

A - міркування будуються на неправильних посилках (хибність аргументу);

B - з правильних посилок роблять неправильні висновки (помилки у застосуванні правил виводу);

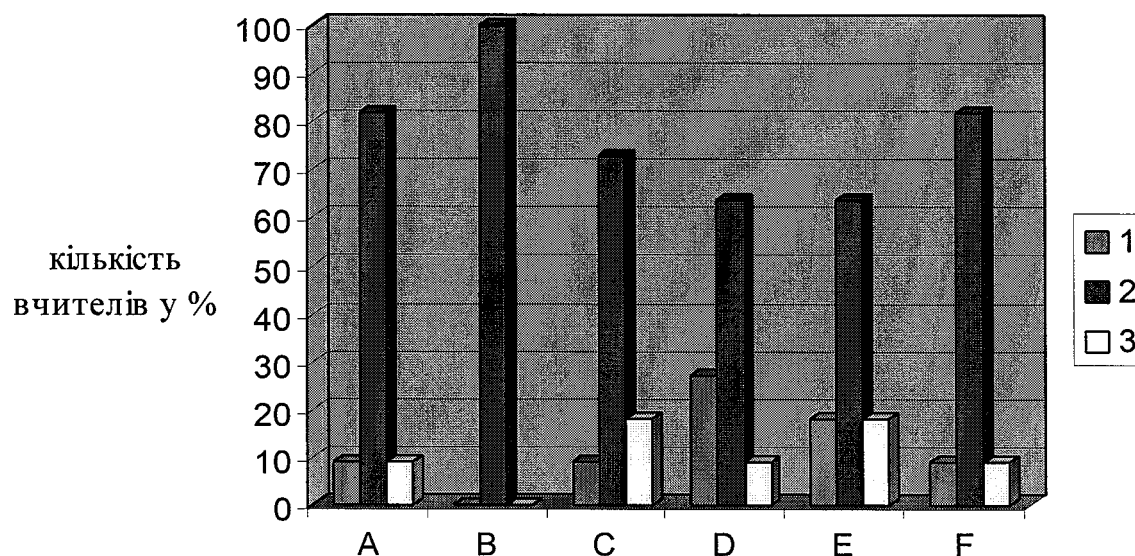
C - “замкнене коло” у доведеннях;

D - міркування ґрунтуються на тому, що треба довести (підміна тези);

E - висновок правильний, але не слідує з наведених посилок(недостатність аргументів);

F - попередньо не доведена основа міркування.

Результати анкетування вчителів щодо типів логічних помилок, які допускають
слабкі учні



- 1 - учні помилку роблять рідко;
- 2 — учні помилку роблять часто;
- 3 - учні помилку не роблять зовсім.

A - міркування будуються на неправильних посилках (хибність аргументу);

B - з правильних посилок роблять неправильні висновки (помилки у застосуванні правил виводу);

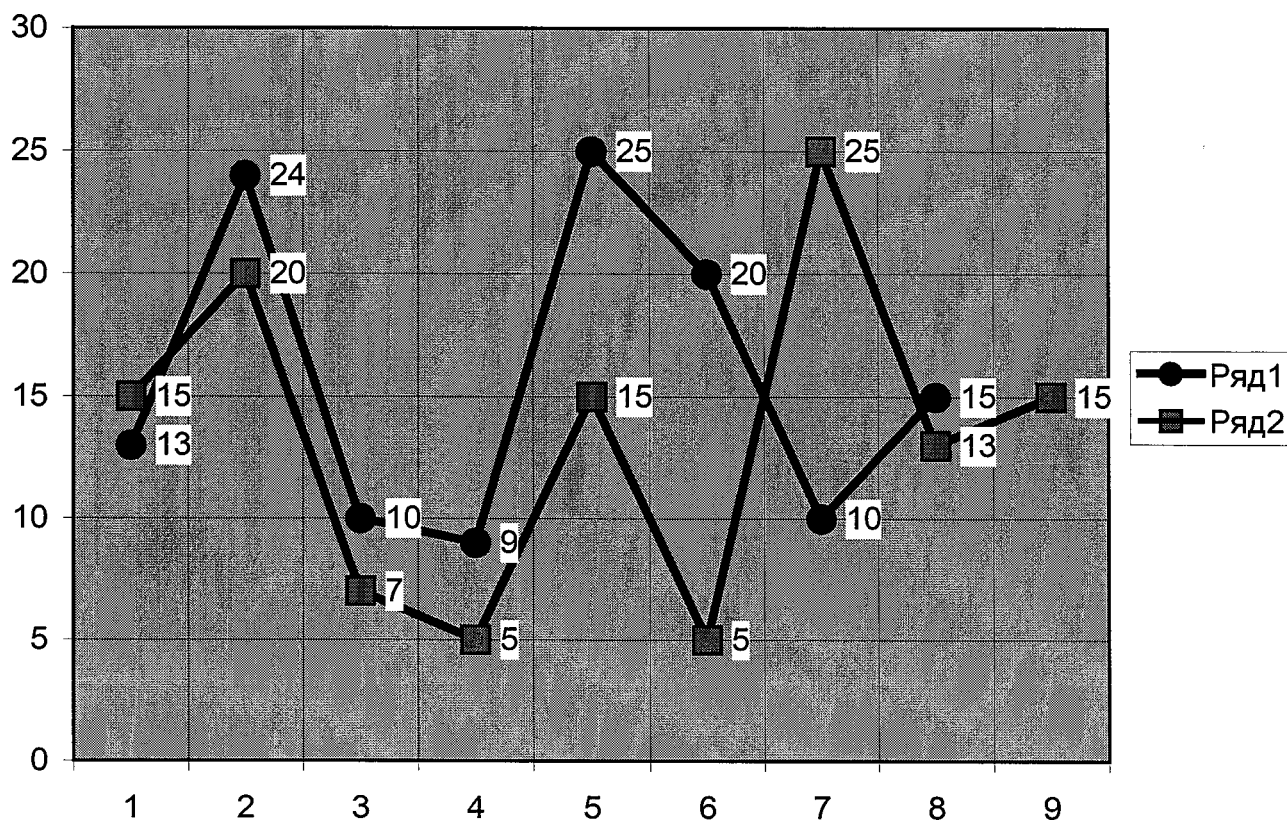
C - “замкнене коло” у доведеннях;

D - міркування ґрунтуються на тому, що треба довести (підміна тези);

E - висновок правильний, але не слідує з наведених посилок (недостатність аргументів);

F - попередньо не доведена основа міркування.

Д.4.. Результата анкетування вчителів природничо-математичних і гуманітарних дисциплін.



Ряд 1 - результати опитування вчителів природничо-математичного профілю

Ряд 2 - результати опитування вчителів гуманітарного профілю

1. - уміння визначати спільні, індивідуальні, суттєві властивості предметів чи явищ;
2. - уміння знаходити закономірності;
3. - уміння визначати поняття;
4. - уміння проводити класифікацію понять;
5. - уміння доказово міркувати;
6. - уміння виявляти логічні помилки;
7. - уміння виявляти головне в тексті;
8. - уміння обґрунтовувати судження;
9. - уміння спростовувати неправильні судження.

Додаток Е

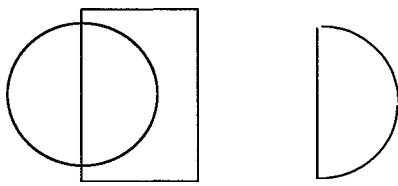
Е.1. Зразки систем вправ з логічним навантаженням відповідно програмових тем.

Тема: порівняння натуральних чисел (5 кл.).

Мета: пропедевтика уявлень про перетин і об'єднання множин, про зміст логічних зв'язок.

Вправи, які передбачають інтуїтивно-неусвідомлене застосування логічних уявлень.

1. Знайди закономірність і дай відповідь на запитання (рис. Е. 1.1.)



Слон фасон сон

$$3 < x < 7 \quad 5 < x < 8 \quad ?$$

Рис.Е.1.1. Знайди закономірність і дай відповідь на запитання.

2. Чи правильне твердження:

- 1) Якщо кожне з двох чисел більше 10, то їх сума більше 20.
- 2) Якщо кожне з двох чисел не менше 10, то їх сума більше 20.
- 3) Якщо сума двох чисел більша 20, то кожне з них не менше 10.
- 4) Якщо сума двох чисел не більша 20, то кожне з них не більше 10.
- 5) Якщо кожне з двох чисел не більше 10, то їх сума не більше 20 ?

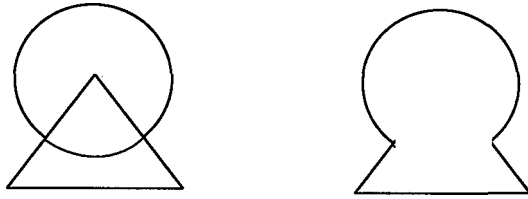
Вправи, які передбачають застосування логічних знань і умінь на усвідомленому рівні.

Репродуктивні вправи.

1. Математичний диктант (закодований: якщо твердження істинне, учні в зошит записують цифру 1, якщо хибне - 0).

- 1) У першому десятку існує не більше 2 натуральних чисел, які діляться на 2.
- 2) У першому десятку існує не менше 4 натуральних чисел, які діляться на 2.
- 3) Існує 49 натуральних чисел, які менші, ніж 100, і діляться на 2.
- 4) Існує 49 натуральних чисел, які менші, ніж 100, і не діляться на 2.

2.. Знайди закономірність і дай відповідь на запитання (рис. Е.1.2.)



{8; 5; 4} {3; 4} {3; 4; 5; 8}

$2 < x < 5$ $1 < x < 7$?

форма зима ?

Рис.Е.1.2. Знайди закономірність

3. Знайди закономірність і дай відповідь на запитання (рис. Е.1.3.)

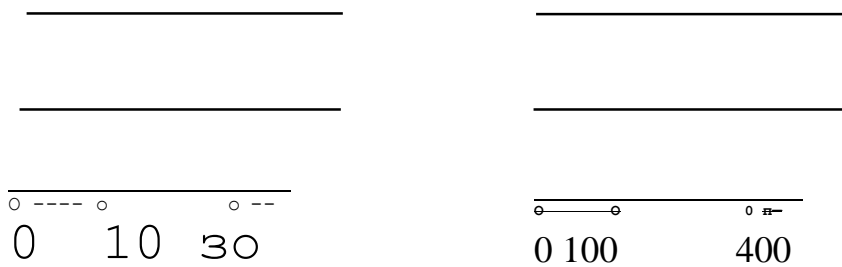


Рис.Е.1.3. Знайди закономірність

Варіативні вправи.

- Дві палиці довжиною 5 м та 7 м зв'язали і одержали одну палицю довжиною 10 м. Чому дорівнює довжина з'єднання ?
- За кордон поїхала група туристів із 100 осіб. 10 з них не знали ні німецької, ні французької мови, 75 - знали німецьку, 83 - французьку мову. Скільки туристів володіли двома іноземними мовами ?
- Математичний диктант (закодований: якщо твердження істинне, учні в зошит записують цифру 1, якщо хибне - 0).
 - існує 33 натуральних числа, які менші, ніж 100, і діляться на 3;
 - існує не більше 8 натуральних чисел, менших 50, які діляться на 2 і не діляться на 3;

- 3) існує 25 натуральних чисел, менших 50, які діляться на 2 і не діляться на 3;
- 4) існує 16 натуральних чисел, менших 50, які діляться на 3 і не діляться на 2.

Вправи, які передбачають застосування логічних знань і умінь на творчому рівні.

Творчі вправи

1. На конкурсі “Міс Чарівність”, який проводився серед болотяних та лісових кікімор, Бабі Язі, яка здобула перше місце, подарували 400 білих і рожевих троянд, 300 - рожевих і червоних, 440 - білих і червоних. Скільки троянд кожного кольору подарували Бабі Язі на конкурсі “Міс Чарівність”?
2. Двоє батьків, двоє синів та дідусь з онуком піймали по п'ять окунів, а всього 15. Як це могло статися?

Тема: повторення, розв'язування текстових задач (5 кл.).

Мета: формувати уявлення учнів про схеми правильних міркувань та уміння їх застосовувати

Вправи, які передбачають інтуїтивно-неусвідомлене застосування логічних уявлень і умінь

1. Вінні-Пух і п'ятачок прийшли у гості. На столі стояли 17 тарілок з солодощами. Якщо лічити зліва направо, то тарілка з медом стоїть на десятому місці. З якого боку потрібно Вінні-Пуху почати спустошувати тарілки, щоб скоріше дістатися до тарілки з медом?
2. Дві дівчинки народилися в один і той самий день, того ж самого місяця, в один і той самий рік, в одних і тих же батьків, але вони не двійнята. Невже це можливо?
3. Поїзд, у якому вирішили поїхати Пончик і Сиропчик до Шпунтика, складається з восьми вагонів. Вони домовились їхати у п'ятому вагоні. Як сталося, що Пончик і Сиропчик їхали у різних вагонах?
4. Будинок Чебурашки є шостим, якщо лічити будинки на вулиці як зліва, так і справа. Скільки будинків на цій вулиці?

5. Баба-Яга поїхала на конкурс “Міс Чарівність”, який проводився серед 17 болотяних і лісових кікімор. Якщо рахувати з кінця, то Баба Яга зайняла 14 місце. Яке місце зайняла Баба Яга, якщо рахувати з початку?

6. В якому варіанті гри “Спортлото” більше шансів виграти: 5 із 36 чи 31 із 36 (якщо такий вид гри існує).

Вправи на застосування логічних знань і умінь на усвідомленому рівні.

Репродуктивні вправи.

1. Два учні домовилися подорожувати в четвертому вагоні електропоїзду. Але один учень сів у четвертий вагон з голови поїзда, а другий - у четвертий з кінця. Чи правильно, що учні їдуть в одному вагоні, якщо всього вагонів 8?

2. Іван, Мирон, Сашко і Аким отримали за контрольну роботу такі оцінки: “5”, “5”, “4”, “3”. Сашко отримав оцінку вищу ніж Іван, а Мирон отримав таку саму оцінку, як і Аким. Хто з хлопчиків отримав трійку?.

3. Іра, Даша, Микола і Мишко збирали ягоди. Даша зібрала ягід більше всіх, Іра - не менше всіх. Чи дійсно, що дівчата зібрали ягід більше, ніж хлопчики?

4. У сім'ї троє дітей: Сергій, Оленка і Галинка. їм відповідно 5, 8 і 13 років. Скільки років кожному з них, якщо одна дівчина ходить до дитячого садка, а Оленка старша за Сергія?

Варіативні вправи.

1. У зустрічі футбольних команд “Торпедо” та “Динамо” рахунок після першого тайму був 2 : 0 на користь “Динамо”. Яка команда перемогла в цьому матчі, якщо остаточний результат 1 : 4? Чи можна вказати переможця, якщо рахунок був 2 : 4?

2. Ігор сказав, що в їхньому будинку номери десяти квартир виражаються двоцифровими числами, які закінчуються нулем, а Юрко відразу встановив, що такого не може бути. Як він міркував?

3. Сергійко стверджував, що в цьому році буде місяць з п'ятьма неділями і п'ятьма середами. Чи правий він?

4. Які з наведених нижче висловлень правильні завжди? Які можуть бути правильними і неправильними? Які завжди неправильні?

- а) “ Батько старший за сина ”.
- б) “ Сестра молодша за брата ”.
- в) “ Мати молодша за батька ”.
- г) “ Онук старший свого дідуся ”.

5. Чотири катери “Альбатрос” , “Бригантина” , “Вихор” та “Глобус” відходять від причалу в різний час. “Альбатрос” відходить не першим, але раніше за “Вихор” та “Глобус”, а “Глобус” не раніше за “Вихор”. Розмістіть назви катерів у тому порядку, в якому вони відходять від причалу.

6. Троє хлопчиків - Андрійко, Мишко та Сергійко - живуть в одному під’їзді на різних поверхах: третьому, п’ятому та восьмому. Андрійко живе нижче за Сергія, а Мишко не вище за Андрія. Хто з хлопчиків на якому поверсі живе?

Вправи на застосування логічних знань і умінь на творчому рівні.

Творчі вправи.

1. У класі 37 учнів. Чи знайдеться такий місяць року, у якому відзначатимуть свій день народження не менш, як 4 учні класу?
2. У школі навчається 400 учнів. Довести, що хоча б два з них народилися в один і той же день.
3. Чи можна 30 горіхів розкласти на п’ять купок так, щоб число горіхів у кожній купці було непарним?
4. На конгресі зустрілися четверо вчених: фізик, біолог, історик і математик. Вони прибули з різних країн. Хоча кожен з них володів двома мовами із чотирьох (українською, англійською, французькою і німецькою), не було такої мови, якою б вони могли спілкуватися вчотирьох. Є лише одна мова, якою можуть вести бесіду одразу троє. Жоден з них не володіє французькою і українською водночас. Хоча фізик не говорить англійською, він може бути перекладачем між біологом та істориком, якщо їм треба буде поспілкуватися. Історик говорить українською і може розмовляти з математиком, хоча той не знає жодного українського слова. Фізик, біолог і математик не можуть спілкуватися однією мовою. Якими мовами володіє кожний з учених?

Е.2. Зразки уроків, на яких впроваджувались вправи з логічним навантаженням.

Тема уроку: Рівні фігури (фрагмент уроку 5 кл.).

Мета уроку: ввести означення рівних фігур, повторити формули площі і периметра прямокутника, квадрата.

ХІД УРОКУ.

I. Ігрова ситуація.

Вчитель. До нас сьогодні завітали троє поросят. Вони розкажуть вам, діти, як їм живеться взимку в хатинці, яку побудував Наф-Наф і яку не зміг здути Вовк. Але перш ніж вони щось почнуть розповідати ви повинні відгадати закодоване слово.

На дошці вчитель записує таблицю (таблиця Е.2.1.), а дітям роздає набір карток з матрицями Равенна, по одному комплекту на парту, учні працюють у парах.

(Відповідь: фігура)

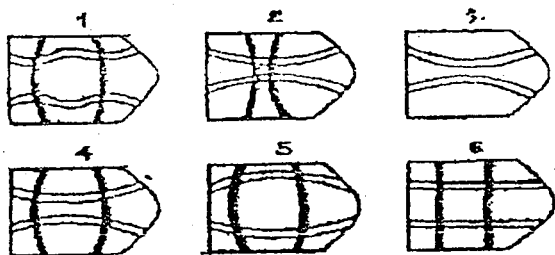
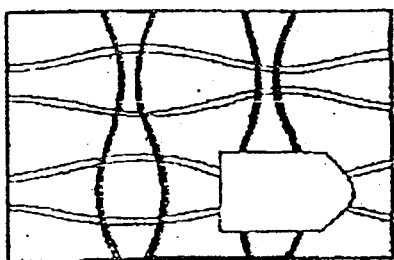
Таблиця Е.2.1.

	1	2	3	4	5	6	7	8
А	А	Л	К	Ф	О	Б	Д	М
Б	Л	І	У	Р	В	Д	О	Г
В	З	О	Б	Л	К	р	Я	Г
Г	У	ц	Ш	А	И	М	О	С
Д	А	ф	М	Р	О	р	И	К
Е	А	р	Л	Д	К	Х	Б	З

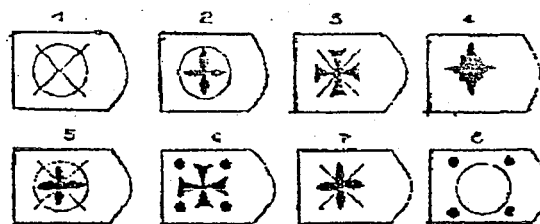
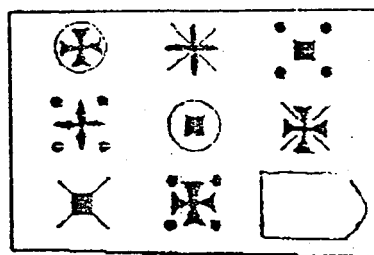
Вчитель. Як ви гадаєте, чому саме це слово запропонували нам відгадати поросята? Так, вони допоможуть нам досліджувати фігури, зокрема, ми навчимося встановлювати рівність деяких фігур.

Вчитель роздає учням комплекти шаблонів геометричних фігур, серед яких є рівні фігури і пропонує дослідити, як можна встановити рівність квадратів, прямокутників, трикутників? Вводиться означення рівних фігур.

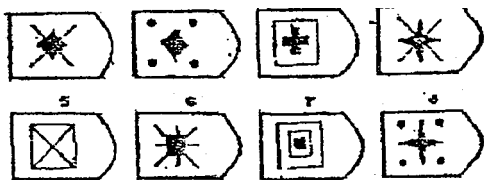
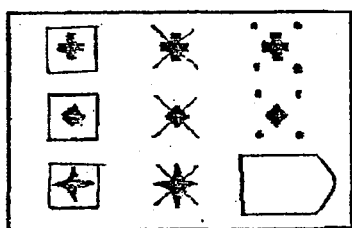
A



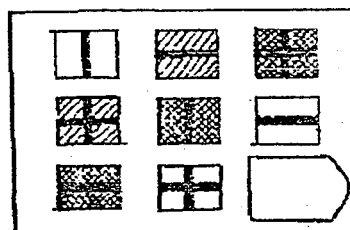
Б



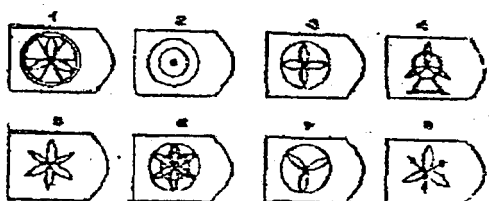
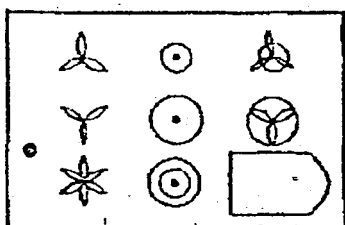
B



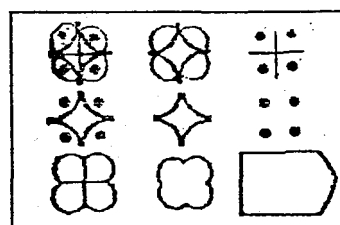
Г



Д



Е



ЮЮЮЮ®
EDQDEDIS)

Тема уроку: Площа прямокутника, квадрата і трикутника (5 кл.).

Мета уроку: ввести формули площ прямокутника, квадрата, трикутника, розвивати логічне мислення учнів, формувати вміння знаходити закономірності, міркувати за аналогією

ХІД УРОКУ

В печення нового матеріалу. Ігрова ситуація.

Вчитель. Сьогодні до нас у гості прийшли геометричні фігури квадрат і прямокутник (два учні). Це різні геометричні фігури. Але в них є спільні властивості а також такі властивості, які є індивідуальними.

Вчитель пропонує учням зробити порівняльну характеристику властивостей цих двох фігур. Актуалізуються знання учнів про властивості прямокутника і квадрата, формули периметра та площі прямокутника і квадрата. $P = 2(a+b)$, $P = 4a$, $S = a^2$, $S = ab$

Вчитель. А ось до нас завітав трикутник. Як би ви знайшли його площу?

Вчитель демонструє прямокутний трикутник (рис. Е.2.1.) і пропонує учням визначити алгоритм знаходження площі прямокутного трикутника. Потім вчитель дає завдання знайти площу трикутника, утвореного з аркушу паперу по лініям перегибання (рис. Е.2.1.). Учні пропонують розділити прямокутник на два прямокутника, знайшовши площу кожного з утворених трикутників, доходять висновку, що площу довільного трикутника можна обчислювати за формулою $S = 1/2 ah$

Рис. Е.2.1.

Підводячи підсумок, учні разом з учителем записують у зошити таблицю Е.2.2.

Таблиця Е.2.2.

Формули площі і периметра прямокутника, квадрата, трикутника

Прямокутник	Квадрат	Трикутник
$P = 2(a+b)$	$P = 4a$	$P = a+b+c$
$S = ab$	$S = a^2$	$S = 1/2 ah$

II. Закріплення нового матеріалу. Виконання диференційованих завдань.

Завдання 1.

I група. Самостійно, користуючись вивченими формулами, склади задачі на визначення площі та периметра прямокутника чи квадрата.

II група. Самостійно, користуючись вивченими формулами, склади задачу на визначення площі прямокутника чи квадрата по периметру (або навпаки) ($S_{пр.} \leftrightarrow P_{пр.}$, $S_{кв.} \leftrightarrow P_{кв.}$).

III група. Самостійно, користуючись вивченими формулами, склади задачу на визначення площі або периметра прямокутника, які пов'язані певною залежністю із площею чи периметром квадрата (взаємний перехід $S_{пр.} \leftrightarrow P_{кв.}$; $S_{кв.} \leftrightarrow P_{пр.}$).

Учні зачитують задачі, коментують розв'язки.

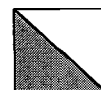
Завдання 2. Знайди закономірність і дай відповідь на питання рис.Е.2.1., Е.2.2.

$$X - 4 = 5$$



81

64



32

$$(X-3)(X-2) = 0$$



6

144



72

$$(X-3)+11 = 21$$



169

A

Рис Е.2.2.

Рис.Е.2.3.

Завдання 3. Виконай малюнки, зроби безпосередні виміри і обчисли площу заштрихованої фігури. Рис.Е.2.4..

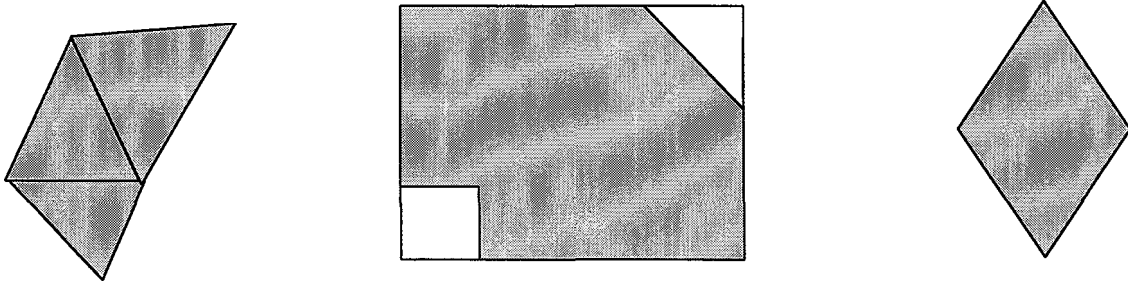


Рис.Е.2.4.. Завдання 3.

Завдання 4.

Катети прямокутного трикутника а, Б. Обчисли його площу. Заповни таблицю.

Зверни увагу на одиниці вимірювання площ.

А	3см		8,2 м	2,5 м	68 мм	
В	4см	5 см	3,4 м	1 км		45 м
8тр.		12 см ²			2516 км ²	1,53 дм ²

Задача підвищеної складності.

Із листа паперу, розміром 950 х 1200мм² можна вирізати або квадрат зі стороною 64 мм або зі стороною 46 мм. Які квадрати треба вирізати, щоб утворити найменше відходів ?

Розв'язок: спочатку підрахуємо, які відходи залишаться, коли вирізати квадрат зі стороною 64 мм. Для цього $1200: 64=18(\text{ост.}48)$, $950: 64 = 14(\text{ост.}54)$.

Отже, залишаються полоски шириною 48мм і 54 мм.

Якщо вирізати квадрат зі стороною 46 мм, то $1200:46=26(\text{ост.}4)$, $950: 46=20(\text{ост.}30)$. Отже, залишаються полоски шириною 4 мм і 30 мм. Більші полоски залишаються у першому випадку тому вигідно вирізати квадрат зі стороною 46 мм.

Підсумок уроку.

Творче домашнє завдання. Розрізати прямокутник зі сторонами 9см і 4см на дві рівні частини, з яких можна скласти квадрат.

Тема уроку: нові одиниці вимірювання площі фігур (5 кл.).

Мета уроку: повторити відомі і вивчити нові одиниці вимірювання площ.

Хід уроку (урок-подорож).

1. Актуалізація знань про суттєві властивості прямокутника, квадрата, трикутника, про відомі одиниці вимірювання площ.

Учитель. Сьогодні ми вирушаємо у подорож до чарівної країни, де живуть геометричні фігури, зокрема, завітаємо до прямокутників, трикутників і квадратів. Однак, перш, ніж потрапити у цю чарівну країну, ми повинні пройти по лабіринту (рис. Е.2.5.)

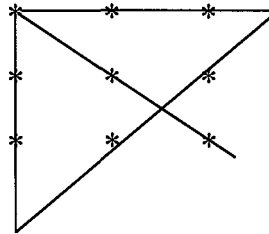


Рис. Е.2.5. Лабіринт.

Пройти через ці 9 точок необхідно по чотирьом відрізкам, і до того ж, по одному відрізку двічі проходити не можна. Пройшовши по лабіринту (рис. Е.2.5.), ми побачили маленького незнайомого чоловічка і спитали його, де можна знайти чарівне містечко, у якому живуть прямокутники. Чоловічок здивувався і запитав: “А що це таке?” Незнайко, який був разом з нами, почав пояснювати: “Прямокутник - це такий квадрат, ...” , і всі засміялися. Як би ви допомогли Незнайкові описати суттєві властивості прямокутника, спільні властивості прямокутника квадрата і трикутника, індивідуальні властивості, кожної з цих фігур?

2. Доїхали ми до квадратного ставка, посеред ставка був острів теж у формі квадрата, але ми знайшли на березі лише дві дошки, кожна з яких трошки не діставала до другого берега. Як нам перейти на другий берег (рис. Е.2.6.)? Властивості якої з фігур ми при цьому використали?

На рис.Е.2.6. показано розв’язання цієї задачі.

Тепер ми розділимося. Одна команда вирушить у містечко, де живуть прямокутники, інша - у містечко, де живуть квадрати.

Пропонуються задачі на знаходження периметра і площі прямокутника та

квадрата (по варіантам). Після роз'язування відбувається взаємоперевірка отриманих розв'язків.

Варіант 1. Ширина прямокутника 18 см, що в 4 рази менше, ніж його довжина. Знайти його периметр і площу.

Варіант 2. Площа одного квадрата - 16 см^2 , а периметр другого квадрата - 18 см. Сторона якого квадрата більша? Знайти площу й периметр обох квадратів.

Рис. Е.2.6. Розв'язання задачі 2

Завдання 2. (для обох варіантів). Як розділити незаштриховану частину квадрата (рис. Е.2.7.) на 4 однакові по формі і по площі частини?

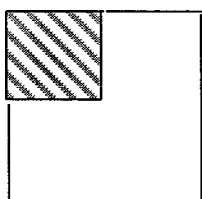


Рис.Е.2.7. Завдання 2

II. Вивчення нового матеріалу.

Учитель. Згадайте, які ви знаєте властивості площі? Які ви знаєте одиниці вимірювання площі?

Учні разом з учителем утворюють ланцюжки лінійних і квадратних одиниць вимірювання мм ----- ► см ---- ► дм ---- ► м --- ► км

мм² ----- ► см² -- ► дм² --- ► м² --- ► а ----- ► га ---- ► км²

Учитель пропонує порівняти утворені ланцюжки, знайти їх спільні та індивідуальні властивості.

III. Закріплення нового матеріалу.

Завдання 1. Скільки метрів квадратних у 12 га; 8 га; 3500 дм²? Скільки гектарів у 8400000 м²; 57000 а; 7 км². Це завдання учні виконують по варіантах із наступною взаємоперевіркою.

Завдання 2. Дано прямокутник зі стороною 20 м і квадрат. Периметр кожного з них рівний 100 м. Площа якої фігури більша?

Завдання 3. Одну сторону квадрата збільшили на 2 см, а другу зменшили на 2 см. Утворився прямокутник. Порівняйте площі цих фігур.

Завдання 4. Площі двох ділянок однакові і дорівнюють по 144 а. Перша ділянка має форму квадрата, а друга - прямокутника, ширина якого на 30 м менша від сторони першої ділянки. Яка довжина другої сторони прямокутної ділянки?

Самостійна робота з вибором учнем завдань посильного рівня складності.

I рівень.

Яка з наведених величин задає площу прямокутної ділянки зі сторонами 75 м і 12 м: а) 9000 м^2 , б) 9 а, в) 90 а, г) 900 м^2 ?

II рівень.

Точка М лежить всередині прямокутника ABCD і віддалена від менших сторін на 17 см і 13 см, а від більших сторін - на 8 см і 2 см. Знайдіть периметр і площу прямокутника.

III рівень.

Одну сторону прямокутника, довжина якої 12 см збільшили на 8 см, його площа збільшилася на 40 см^2 . Яка була початкова площа прямокутника? Який периметр нового прямокутника?

IV. Підсумок уроку.

V. Домашнє завдання.

Тема: Прямокутний паралелепіпед, куб (5 кл.).

Мета: формувати уявлення учнів про прямокутний паралелепіпед та куб, формувати вміння відшукувати спільні, індивідуальні, суттєві властивості об'єктів.

Хід уроку.

I. Актуалізація знань.

Ми вчора проводили подорож до казкового міста, де живуть різні геометричні фігури: прямокутник, квадрат, трикутник. Як ви думаєте, який із будиночків 1), 2), 3) обрали б собі відповідно прямокутник, квадрат і трикутник (рис. Е.2.8.).

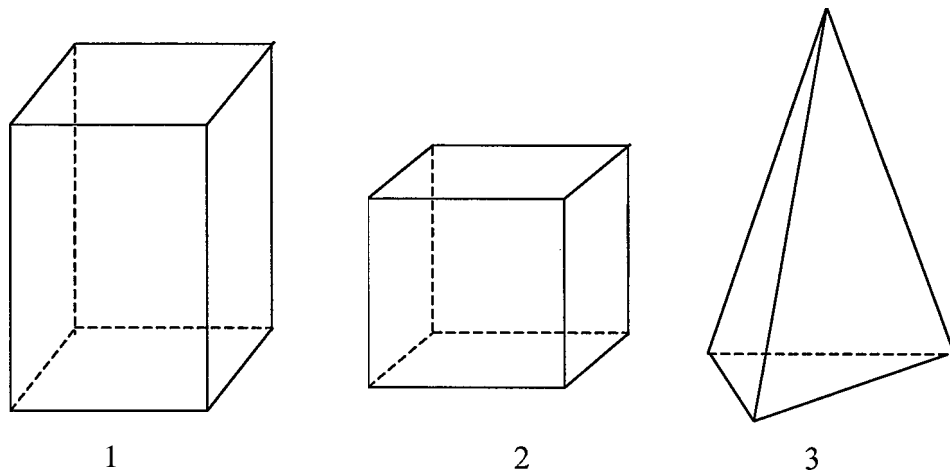


Рис. Е.2.8.

Давайте на моделях цих фігур розглянемо на сьогоднішньому уроці спільні та індивідуальні властивості прямокутного паралелепіпеда і куба. Діти виділяють і демонструють на моделях спільні індивідуальні властивості куба і прямокутного паралелепіпеда. Вчитель пропонує визначити формулу для обчислення площі повної поверхні прямокутного паралелепіпеда і куба.

На пропозицію вчителя учні складають задачу на обчислення площі бічної поверхні, основи прямокутного паралелепіпеда; площі поверхні куба.

Завдання 1. Щоб зробити куб виготовили розгортку (рис.Е.2.9.). На двох із шести граней намалювали кружечки. Який із кубів А), Б), В), Г) виготовлений із цієї розгортки?

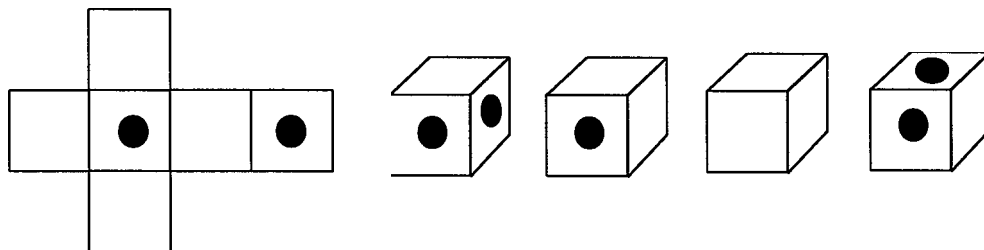


Рис.Е.2.9. Завдання 1.

Завдання 2. У розгортці куба (рис.Е.2.10.) одну грань заштрихували, а на двох інших намалювали кружечки. Який із кубів А), Б), В), Г) виготовлений із цієї розгортки?

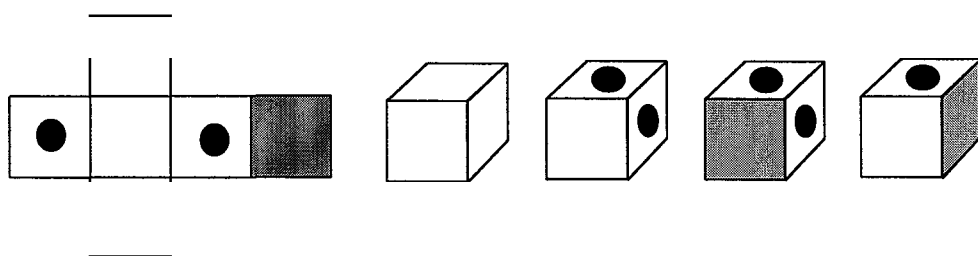


Рис.Е.2.10. Завдання 2.

Завдання 3. На двох гранях куба намальовані кружечки, а одна грань заштрихована (рис.Е.2.11.). Котра з чотирьох зображених розгорток відповідає цьому кубові?

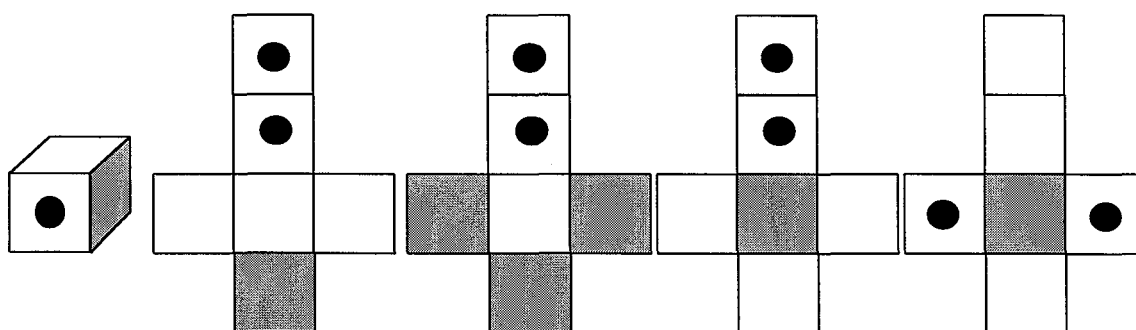


Рис.Е.2.11. Завдання 3.

II. Застосування знань та умінь.

Задача 1. Онучка хотіла подарувати бабусі гарну скриньку і обгорнути її тканиною ззовні та зсередини. За яким із наведених виразів можна обчислити необхідну кількість тканини, якщо довжина скриньки 8 см, ширина 5 см і висота 4 см?

а) $(5 \cdot 8 + 4 \cdot 5) \cdot 2 + 2 \cdot 8$; б) $(5 \cdot 8 + 2 \cdot 4 \cdot 8 + 2 \cdot 4 \cdot 5) \cdot 2$; в) $(5 \cdot 4 + 4 \cdot 8) \cdot 2 + 5 \cdot 8$; г) $(2 \cdot 8 + 5 \cdot 8) \cdot 2 + 4 \cdot 5$.

Завдання 2. Знайди відповідь на запитання, міркуючи за аналогією

Мм см, m^2 ----- > ?;

А) а; Б) dm^2 ; В) площа; Г) га.

Завдання 3 (учні розв'язують самостійно). Давайте допоможемо Незнайкові та

його друзям знайти площу Квіткового міста. У цьому місті центральна площа займає 1200 м^2 , школа - 900 м^2 , сад і город - $2 \text{ га } 4500 \text{ м}^2$, спортмайданчик і стадіон - 1100 м^2 , парк і каруселі - 2800 м^2 . Шпунтик одержав у відповіді $3 \text{ га } 500 \text{ м}^2$, Гвинтик — $2 \text{ га } 10500 \text{ м}^2$, Незнайко - $2 \text{ га } 9500 \text{ м}^2$. Хто з них був правий?

Математичне лото.

Вчитель роздає учням картки, на яких є правильні і неправильні відповіді на 10 запитань (з урахуванням можливих помилок). Учні повинні закрити правильні відповіді на отриманих кратках.

Запитання:

1. Яка площа квадрата із стороною 5 см^2 ?
2. Яка площа квадрата, якщо його периметр 28 м ?
3. Площа квадрата - 400 см^2 . Знайти його периметр.
4. У скільки разів 1 км^2 більше 1 га ?
5. Обчислити в м^2 23 а .
6. Обчислити в арах $3 \text{ га } 4 \text{ а}$.
7. У скільки разів збільшиться периметр квадрата, якщо кожен його сторону збільшити в 3 рази?
8. У скільки разів збільшиться площа квадрата, якщо кожен його сторону збільшити в 3 рази?
9. Яка площа поверхні куба, ребро якого 2 см ?
10. Знайти довжину всіх ребер прямокутного паралелепіпеда, у якого довжина 2 см , ширина 3 см і висота 4 см .

III . Підсумок.

IV . Домашнє завдання.

Тема: Площа поверхні. Об'єм прямокутного паралелепіпеда (5 кл.).

Мета: ввести поняття об'єму фігури, формули об'єму прямокутного паралелепіпеда і куба, формувати вміння давати опис, характеристику властивостей об'єктів, знаходити і виправляти помилки.

Фрагмент уроку.

I.Актуалізація знань. Розв'яжіть кросворд (рис. Е.2.12.)

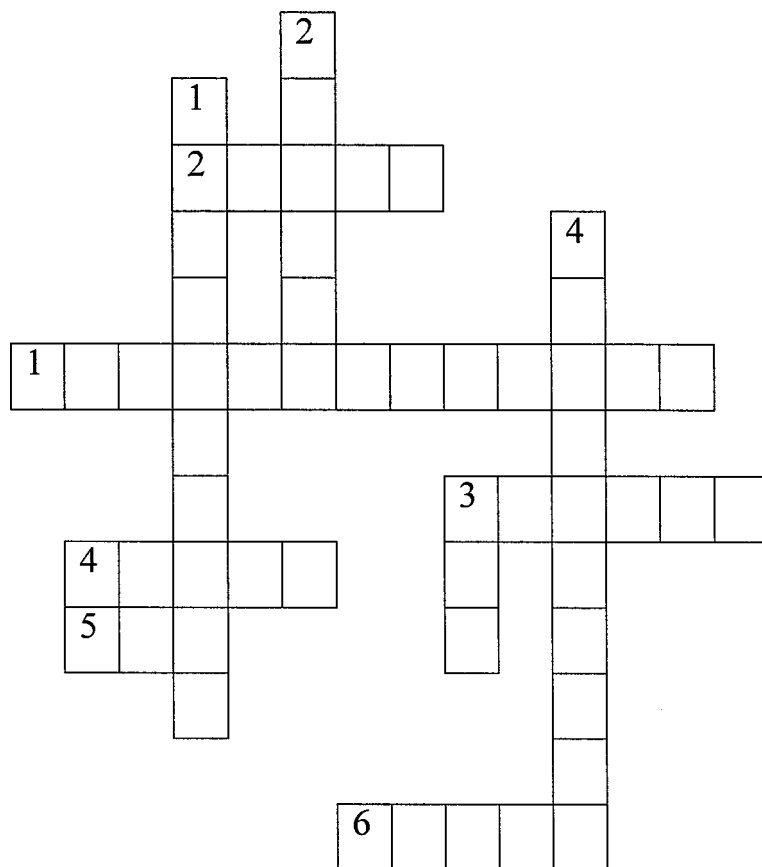


Рис Е.2.12.

По горизонталі:

- 1) Об'ємна геометрична фігура.
- 2) Скільки вершин має прямокутний паралелепіпед?
- 3) Як називаються сторони прямокутного трикутника, які утворюють прямий кут?
- 4) Які кути утворюють сусідні ребра прямокутного паралелепіпеда?
- 5) Один із спільних елементів прямокутника і квадрата.
- 6) Що обчислюється знаходженням добутку двох сторін прямокутника?

По вертикалі:

- 1) Скільки ребер у прямокутного паралелепіпеда?
- 2) Скільки граней у прямокутного паралелепіпеда?
- 3) Як називається прямокутний паралелепіпед, у якого всі грані рівні?

4) Як називається сторона прямокутного трикутника, яка лежить навпроти прямого кута?

Завдання 1. Знайди, де помилився Незнайко, записавши формули для площі повної поверхні прямокутного паралелепіпеда:

$$S_{\text{пов}} = \frac{s+s+s}{z} \dots$$

$$S_{\text{пов}} = (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c) \cdot 2.$$

$$S_{\text{пов}} = (a \cdot a + b \cdot b + c \cdot c) \cdot 2.$$

Завдання 2. Гвинтик і Шпунтик зробили бак у формі прямокутного паралелепіпеда із розмірами: 90 см, 50 см, 70 см. Бак їм треба пофарбувати зверху і всередині. Всього в них 3 кг фарби. Допоможіть їм визначити, чи вистачить фарби, якщо на 1 дм² витрачається 3 г фарби.

II. Пояснення нового матеріалу.

Завдання 3. Поет Цветік сидів грався кубиками, складаючи з них башточки. Він склав башточку довжиною 4 кубика, шириною 3 кубика і висотою 5 кубиків. Скільки всього кубиків він затратив?

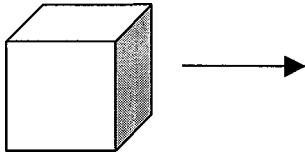
Учитель. Якщо ми будемо вважати, що ребро кожного цього кубика 1 см, то довжина башточки буде 4 см, ширина 3 см, а висота 5 см. Тоді вся башта займає у просторі 60 см³. 1 см³ - об'єм кубика з ребром 1 см, а щоб знайти об'єм фігури, необхідно дізнатися, скільки кубиків об'ємом 1 см³ можна вкласти в цю фігуру. Однак, для кожної фігури знаходять певне правило (формулу), які допомагають знаходити об'єм певної фігури. Ви, мабуть, уже здогадалися, як записати формулу, за якою знаходиться об'єм прямокутного паралелепіпеда? А хто здогадається про співвідношення 1 мм³ - 1 см³ - 1 дм³ - 1 м³?

Е.3. Завдання самостійних робіт логічного спрямування відповідно навчальних тем.

Самостійна робота №1.

1. Зроби висновок за аналогією

→ 16



2. Чи вірно, що а) якщо $x > y$, то $y < x$; б) якщо $x < y$, то $y > x$; в) якщо $x = y$, то x не більше y і x не менше y ?
3. Утвори заперечення наступних тверджень:
- а) усі числа, які округлюються до 10 не менші п'яти і менші п'ятнадцяти;
- б) деякі гарні дівчата - невиховані;
- в) жоден справжній мисливець не застрелив качку у сезон, який не відведений для полювання.
4. Яке з тверджень завжди правильне:
- а) усі двоцифрові числа можна округлити до сотень;
- б) деякі трицифрові числа можна округлювати до тисяч;
- в) жодне одноцифрове число не можна округлити до 100;
- г) жодне одноцифрове число не можна округлити до 10.

5. Знайди закономірність і дай відповідь на запитання:

Довжина	$2a-3$	11
Площа	$20-3a$	5
Гектар	$7a-19$?

Самостійна робота №2.

Тема: правильні і неправильні дроби, мішані числа.

1) Продовжи ряд чисел: 1; 5; 8; 12;...

3 5 7

7'7'7'''

16 15 17 14

32'33'31'34''

2) Встанови відношення рівності між дробами

$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{13}$ $\frac{4}{12} = \frac{2}{7}$ $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ $\frac{7}{13} = \frac{11}{15}$ $\frac{1}{2} = \frac{9}{4}$

$\frac{3}{16} \sim \frac{10}{15}$ $\frac{2}{12} = \frac{6}{13}$ $\frac{2}{12} = \frac{9}{13}$ $\frac{2}{12} = \frac{9}{13}$ $\frac{2}{12} = \frac{9}{13}$

$\frac{16}{15} \sim \frac{3}{12}$ $\frac{6}{12} = \frac{6}{13}$ $\frac{2}{12} = \frac{9}{13}$ $\frac{2}{12} = \frac{9}{13}$ $\frac{2}{12} = \frac{9}{13}$

15 12 13 12 3 13 15

3) За знайденою закономірністю дай відповідь на питання

Робот $14x=11+3$ робота

Пар $20-2x+10=0$ парк

База $4x-3x-4=17$?

4) Знайти невідоме число



5) Знайди невідоме число

поморозь мороз 21

аналогія налог 12

антракт тракт

Самостійна робота №3.

Тема: Прямокутний паралелепіпед. Об'єм прямокутного паралелепіпеда.

1. Знайдіть закономірність і вкажіть слово, яке має стояти на місці знака

запитання

10529

92501

$4(x-2)=92$

$2x+48=152$

Бук

7

2. Утвори заперечення висловлення:

а) жоден з моїх друзів не хворіє; б) деякі ліки несмачні; г) всі прямокутні паралелепіпеди - куби; д) жоден з квадратів не є прямокутником; е) деякі трикутники рівносторонні; ж) всі трикутники-прямокутні; з) деякі прямокутники мають рівні площі; к) деякі квадрати мають рівні сторони.

3. Чому всі сміялися коли клоун сказав, що він виготовив прямокутний паралелепіпед у якого грані мають площу 1м^2 ; 2м^2 ; 3м^2 ; 4м^2 ?

4. Листок паперу склали вдвоє, потім ще вдвоє. Змірявши периметр двічі складеного листка, отримали 51 см. Який периметр у розгорнутого листка?

5. Нехай у трикутнику ABC маємо: $AB+BC=8$ см, $AC+BC=10$ см, $AB+AC=12$ см, знайти сторони трикутника.

Самостійна робота №4.

Тема: звичайні дроби.

1) Знайди закономірність у рядку і за аналогією дай відповідь на питання

$$\frac{2}{1-7} \quad \frac{2}{7} \quad A$$

$$\frac{8}{15} \quad \frac{5}{15} \quad B$$

$$17 \quad 2 \quad ?$$

2. Чи істинні наступні твердження

- 1) усі неправильні дроби можна подати у вигляді мішаного числа;
- 2) деякі правильні дроби можна округлити до 1;
- 3) якщо дріб неправильний, то його чисельник більший за знаменник;
- 4) якщо дріб правильний, то його чисельник менший за знаменник?

3. Утвори обернене твердження до твердження, утвореного у завданні 3. Чи вірне воно? Чи завжди з істинності прямого твердження слідує істинність оберненого?

4. Наведи приклади істинних прямого і оберненого твердження. Наведи такі приклади, коли пряме твердження істинне, а обернене ні.

5. Сформулюй коротше: “якщо X не менше Y і Y не менше X , то...” Чи можна зробити той самий висновок коли слово “і” замінити на слово “або”?

Самостійна робота №5.

Тема: Правильні і неправильні дроби, мішані числа.

2) Чи вірно, що, якщо $x - \frac{1}{k} = \frac{1}{l} - x = 0$, то

$$x = -\frac{1}{7} \quad x = -\frac{5}{6} \quad \text{або} \quad x = \frac{1}{7} \quad x = \frac{5}{6}$$

3) Виконай поділ множини дробів, вкажи основу свого поділу

$$3,13 \quad 9 \quad 19 \quad 19 \quad 131 \\ / \quad ; \quad 0 \quad ; \quad \frac{9}{5} \quad ; \quad \frac{19}{7} \quad ; \quad \frac{19}{11} \quad ; \quad \frac{131}{127} \quad ; \quad \frac{131}{3} \quad ; \quad \frac{131}{87}$$

4) Вася склав план як розмістити весняні овочі на пришкольній ділянці: на моркву відвести $\frac{7}{25}$ ділянки, на редис $\frac{3}{25}$ ділянки, на буряк $\frac{2}{25}$ ділянки, на кріп $\frac{2}{25}$ ділянки, на картоплю $\frac{12}{25}$ ділянки. Чи зможуть школярі виконати цей план?

5) Чи вірне твердження? Якщо ні, спростуйте. Якщо так, доведіть по можливості.

- А) Кожний із правильних дробів менший за 1.
- Б) Кожний неправильний дріб можна подати у вигляді мішаного числа.
- В) Деякі правильні дроби дорівнюють деяким неправильним.
- Г) Деякі неправильні дроби дорівнюють деяким натуральним числам
- Д) Всі неправильні дроби більші за 1.
- Ж) Всі правильні дроби менші за 1.

Самостійна робота № 6.

Тема: додавання і віднімання мішаних чисел.

1) За аналогією дай відповідь на запитання.



2) Маємо будинки, де живуть Знайко, Незнайко, Шпунтік, Гвинтик і Авоська. Висота будинків 3^{-m} ; 3^m ; 3^m ; 3^m ; 3^m . Будинок де живе Знайко, вищий за будинок де живе Незнайко, але нижчий за будинок Авоськи. Будинок для Гвинтика нижчий, ніж для Шпунтіка, але вищий ніж для Авоськи. Хто живе у якому з будинків?

3) Знайди закономірність і постав число на місце знака запитання:

$4x-3=2$	$1 -$
	4
$8-5x=1$	2
	$1 -$
	5
$3x-5=6$	$?$

4) . Яке з чисел потрібно виключити? Відповідь обґрунтуйте.
J_Z.JL.JL2.

15'21'71'19'

5) Маса Юри складає $10/13$ від маси Васі, маса Петі - $15/13$ від маси Васі, маса Колі $12/13$ від маси Васі. Хто переважить на гойдалці, якщо а) на одній стороні гойдалки - Юра і Вася, на другій - Петя і Коля; б) на одній стороні - Юра і Коля, на іншій - Петя і Вася; в) на одній стороні - Юра і Петя, на іншій - Вася і Коля?

Зразки завдань, спрямованих на формування контрольно-корекційного компонента логічного мислення.

Інтуїтивне відчуття помилки.

1. Декілька вчених, висловлюючись про зовнішній вигляд істот, відкритих на Марсі, повідомили: “Кожен житель Марсу має 2 голови”. Потім вчені заявили, що вони — неправі. Яке з наступних тверджень є обов’язково правильним?

- А) не існує жителів Марсу з двома головами;
- Б) кожен житель Марсу має або 1 голову, або більше двох голів;
- В) існує житель Марсу, який має одну голову;
- Г) існує житель Марсу або з однією головою, або більше, ніж з двома головами;
- Д) існує житель Марсу, який має більше, ніж дві голови.

Відшукування помилки.

2. Нехай в трикутнику ABC $AB = 5$ см, CB - на 1 см більше ніж AB , AC - на 2 см більше ніж $1/2 (AB+CB)$. Знайти периметр трикутника, якщо він існує.

3. Вовочка почав визначати поняття “дріб”:

дріб - це таке натуральне число, яке...;

дріб - це два числа написані одне під одним через риску;

дріб - (продовжи правильно).

Проаналізуй відповіді Вовочки.

Усвідомлення помилки

4. На клумбі радіусом 6 м ростуть троянди. Чи ростуть на цій клумбі ромашки, якщо найменша відстань від ромашки до кола 50 см, а найбільша - 6,5 м?

5. Комар Кузя приземлився в зошиті Вовочки, побачив там намальовані два рівні трикутники і записи $BOKL$, $BD=ML$, $\dots BCD=\dots$, $\dots KML=\dots$, $\dots MKL=\dots$. Зобрази у зошиті схематично ці трикутники, доповни дані рівності і запиши рівність, яку Вовочка записати не встиг.

6. У сиву давнину в китайському манускрипті парні числа називалися жіночими, а непарні - чоловічими. Чи зможе китайський мудрець розташувати жіночі числа від 1 до 9, беручи кожне тільки один раз, по ліву частину від знака рівності, а чоловічі числа від 1 до 9 по ліву - так, щоб рівність була правильною і використовувались

лише знаки додавання і віднімання? Чи зможе він це зробити, застосовуючи всі арифметичні дії?

Виправлення помилки.

7 .Два підприємця продавали на базарі кавуни. Петро Петрович продавав за 1 гривню 2 кавуна, а Семен Семенович - за 2 гривні 3 кавуна. У кожного з них було по 30 кавунів. Петро Петрович сподівався отримати за свої кавуни 15 гривень, а Семен Семенович - 20 гривень. Разом вони повинні були отримати 35 гривень. Щоб не робити один одному конкуренцію і швидше продати товар, вони вирішили подавати кавуни разом. Мислили вони так: “Якщо один продає пару кавунів за 1 гривню, а другий - 3 кавуни за 2 гривні, то щоб отримати свої гроші, необхідно продавати 5 кавунів за 3 гривні”. Як подумали, так і зробили. Склали вони свої 60 кавунів і продали їх по 3 гривні за 5 кавунів. Вийшло, що за всі кавуни вони отримали 36 гривень, тобто, на 1 гривню більше, ніж планували. Як це могло статися і кому її слід отримати?

Вправи на виявлення помилок у міркуваннях (софізми).

1 .Колись халіф Омар намірився спалити Александрійську бібліотеку. Правоту свого наміру він обгрунтував так: ”Якщо зміст книг узгоджується з Кораном, то вони зайві. Якщо зміст книг не узгоджується з Кораном, то вони шкідливі. Зайві або шкідливі книги необхідно знищувати. Отже, книги Александрійської бібліотеки необхідно знищити”.

2 .Чого ти не загубив, те маєш; роги ти не загубив, отже роги у тебе є.

3 .Той, хто сидів, встав; хто встав, той стоїть; отже той, хто сидів, стоїть.

4 .Компанія, яка колись одержала кредит від банку, зараз нічого йому вже не винна, оскільки вона стала іншою: в її управлінні не залишилось нікого з тих, хто просив позику.

5 .Не можна ввійти в одну і ту ж ріку. Поки будеш входити, води ріки будуть змінюватись. Це буде вже не та ріка, в яку почали входити.

6 .Вершник не може зійти з коня. Якщо він зійде з коня, то це вже буде не вершник. Отже, не вершник, а піший зійде з коня.

Назва ланки або підциклу		Мета діяльності	Вправи системи
Створення початкових уявлень про зміст навчальної теми		Постановка цілей і мотивації виивчення теми, виявлення сформованості інтуїтивних логічних уявлень, “передзнань”	Група вправ, що виконуються на інтуїтивно-неусвідомленому рівні
Засвоєння змісту і оволодіння необхідними вміннями:	Актуалізація	Переведення знань і умінь із довгострокової пам’яті в оперативну	Варіативні вправи
		Залишкова корекція актуалізованих знань і умінь	Вправи із контрольно-корекційного блоку
		Мотивація переходу до наступного підциклу	Творчі вправи
	Уяснення (сприйняття, осмислення)	Уснення змісту математичних фактів, понять і способів діяльності	Репродуктивні вправи з операційного блоку
		Уяснення змісту логічних фактів	Репродуктивні вправи із змістового блоку вправ
	Опрацювання (закріплення, застосування)	Закріплення і застосування логічних знань і умінь	Варіативні вправи із змістового і оперативного блоку вправ
		Початковий контроль і корекція	Вправи із контрольно-корекційного блоку вправ
	Підсумковий контроль і корекція		Співставлення результатів діяльності із запланованими або підсумковими
Визначення шляхів використання отриманих результатів у подальшому навчанні		Мотивація подальшого навчання	Творчі вправи