самостійності школярів, прикладного та міжпредметного змісту тощо.

Перспективи подальших досліджень полягають у розробці системи завдань для учнів, які сприятимуть формуванню компонентів компетентностей учнів у процесі виконання різних видів навчального фізичного експерименту.

Використана література:

1. Державний стандарт базової та повної загальної середньої освіти // Фізика та астрономія в сучасній школі. – 2012. – № 4. – С. 2-8.
2. *Шарко В. Д.* Формування навчально-пізнавальної компетентності учнів основної школи у процесі вивчення фізики як методична проблема / В. Д. Шарко, О. В. Ліскович // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія № 5. Педагогічні науки : реалії та перспективи. – Вип. 32 : збірник наукових праць / заг. ред. проф. В. Д. Сиротюка. – К. : Вид-тво НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2012. – С. 228–235.
3. *Ліскович О. В.* Актуальні питання методики формування предметної та інформаційно-комунікаційної компетентності учнів основної школи у процесі вивчення фізики / О. В. Ліскович // Збірник наукових праць. Педагогічні науки. Вип. 62. – Херсон : ХДУ, 2012. – С. 116–122.
4. *Шарко В. Д.* Методика формування здоров'язбережувальної компетентності учнів основної школи під час вивчення магнітних явищ / В. Д. Шарко, О. В. Ліскович // Збірник статей "Проблеми сучасної педагогічної освіти" (Кримський гуманітарний університет). – 2011. – № 33. – С. 25–32.
5. *Коршак Є. В.* Методика і техніка шкільного фізичного експерименту. Практикум: Навч. посібник для пед. ін-тів / Є. В. Коршак, Б. Ю. Миргородський. – К. : Вища школа, 1981. – 280 с.
6. *Буров В. А.* Фронтальные экспериментальные задания по физике в 6-7 классах средней школы : пособие для учителей / В. А. Буров, С. Ф. Кабанов, В. И. Свиридов. – М. : Просвещение, 1981. – 112 с.
7. *Шарко В. Д.* Сучасний урок фізики : технологічний аспект : посібник для вчителів і студентів / В. Д. Шарко. – К., 2005. – 220 с.

Лискович Е. В. Учебный физический эксперимент как средство формирования ключнвых компетентностей учащихся.

В статье исследованы возможности учебного физического эксперимента по формированию когнитивного, деятельностного и личностного компонентов ключевых компетентностей учащихся.

***Ключевые слова**: компетентностный подход, ключевая компетентность, учебный физический эксперимент.*

***Liskovich E. V. Educational physical experiment as mean of forming of key competence of student**.*

In article the possibilities of physical experiments on the formation of cognitive, activity-oriented and personal components of the key competencies of students.

***Keywords**: competence-based approach, a key competence, learning physics experiment.*

УДК 378:53

Майборода О. В., Гайша О. О.
Національний університет кораблебудування
імені адмірала Макарова

СИСТЕМА ЛЕКЦІЙНО-СЕМІНАРСЬКИХ ЗАНЯТЬ З МАТЕМАТИКИ З ОБДАРОВАНИМИ ДІТЬМИ

У статті розглядаються питання роботи з обдарованими дітьми в області математики. На конкретному прикладі розглянуто протиріччя між рівнем певного класу задач і проблем з реальною готовністю учнів до їх сприйняття та вказано на можливі шляхи їх подолання.

***Ключові слова**: обдарованість, методи навчання, обдаровані діти, математична освіта.*

Для розвитку теоретичних наук і сучасних технологій кожній країні необхідні висококваліфіковані спеціалісти, що володіють нестандартним критичним мисленням, дослідницькими і пошуковими навичками, мають високий компетентнісний рівень. В зв'язку з цим задача по виявленню та розвитку обдарованих дітей є першочерговою на державному рівні.

Означення обдарованості дитини, класифікація обдарованих дітей і принципи їх виявлення та відбору, широко висвітлено в сучасній літературі [1, с. 46-68; 9]. Процесу пошуку математично обдарованих дітей та удосконалення форм роботи з ними розглянуто в роботах відомих українських педагогів – математиків, зокрема професора В. Лейфури [6, с. 209-220].

На сьогоднішній день проблемою залишається пошук нових форм роботи з математично обдарованими учнями.

Серед багатьох чинників, які спонукають до пошуку нових форм роботи з обдарованими учнями тут ми зупинимось на таких:

1. Невідповідність вивченого на даний момент матеріалу згідно діючих програм до рівня і тематики задач, що пропонуються учням на математичних турнірах.

2. Відсутність в шкільній програмі спеціальних методів і прийомів, що широко використовуються при розв'язанні олімпіадних задач.

3. Зростаючі вимоги до тематики робіт МАН з математики.

Проілюструємо сказане на конкретних прикладах.

Задача. "Дотична" (Завдання III Миколаївського обласного турніру юних математиків імені професора В. Лейфури.)

Знайти спільну дотичну пряму для кривих. $x^2 + y^2 = 2013$ *і* $xy = 2013$.

Принципово задача не є складною. Більше того вона є технічною. Проблема в тому, що з поняттям похідної учні познайомляться в 11 класі, набагато пізніше проведення турніру. Нагадаємо також, що учасниками турніру можуть бути учні, починаючи з 8 класу.

Задача. "Планарні графи" (Завдання XVI Всеукраїнського турніру юних математиків імені професора М. Ядренка.)

Знайдіть найменше k*, для якого довільний планарний простий скінчений граф можна було б орієнтувати так, щоб півстепінь виходу кожної з його вершин (тобто кількість "стрілок", що виходять з цієї вершини) не перевищувала* k .

Теорія графів взагалі відсутня в програмі шкільної математики. Перелік прикладів можна продовжити.

Олімпіадні задачі передбачають не тільки вміння розв'язувати специфічні задачі, наприклад, функціональні рівняння, комбінаторні задачі з геометрії, тощо, але і вимагають володіння такими прийомами, як відшукання інваріанта, метод розфарбовування, формулювання і розв'язок ізоморфних задач тощо.

Що стосується вимог до тематики наукових робіт МАН, то вони досить детально висвітлені, наприклад в [8, с. 32-39].

Зазначені проблеми повинні стати стимулом до більш глибокого, випереджувального і розвиваючого навчання обдарованих дітей.

Серед різноманітних форм їх роботи ми тут зупинимось на лекційно-семінарській системі. Як приклад ми пропонуємо матеріал однієї з таких лекцій.

Тема. Застосування похідної до розв'язування олімпіадних задач і задач підвищеної складності.

ВСТУП. З поняттям похідної і інтеграла вперше учні зустрічаються в 11 класі, згідно діючих на сьогоднішній день, програм з математики. У виші, в залежності від спеціальності, отримані знання в тій чи іншій мірі розширюються і поглиблюються. Проте часто і в школі, і у виші, за браком часу чи з інших причин, даний матеріал розглядається формально і однотипно. Похідну функції сприймають як етап алгоритму дослідження функції для побудови графіків, а інтеграл, як засіб обчислення площ, об'ємів, тощо.

Мета нашої лекції – показати використання зазначених операцій для класів задач, яким приділяється мало уваги, або і зовсім не розглядають в аудиторії, але учням чи студентам доводиться зустрічатись з ними в нестандартних ситуаціях, наприклад на олімпіадах, турнірах чи у дослідницькій роботі. При цьому, розв'язуючи задачі методами вищої математики, ми часто звертатимемо увагу на альтернативні (елементарні) підходи та порівнюватимемо їх.

Тут ми, за браком часу, не можемо в повній мірі привести весь спектр задач вказаного типу, тому зупинимось на тих, які, з нашої точки зору, заслуговують першочергового обговорення.

Застосування похідної.

1.1. Стандартні задачі.

Під задачами цього типу ми будемо розуміти задачі, умови яких сформульовано мовою "класики жанру": "знайти екстремум функції", "дослідити функцію на монотонність", "питання існування дотичних", тощо. В той же час об'єктом дослідження є функція, для якої вирішення питання не є тривіальним, а передбачає акуратні підходи і скрупульозний аналіз результатів, часто застосування додаткових прийомів, в тому числі і евристичних.

Розглянемо приклади.

Приклад № 1.

З кожної точки $(0-a)$, де $a>0$ проведено дотичні до параболи $y=ax^2$. Знайти множину точок дотику.

Розв'язання.

Нехай x_1 – абсциса точки дотику, тоді ордината точки дотику $y_1=ax_1^2$. $B(x_1, ax_1^2)$. Кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції в т. x_1: $y'(x_1)=2ax_1$ (1)

З іншої сторони: $y'(x_1)=tg\alpha$ (2)

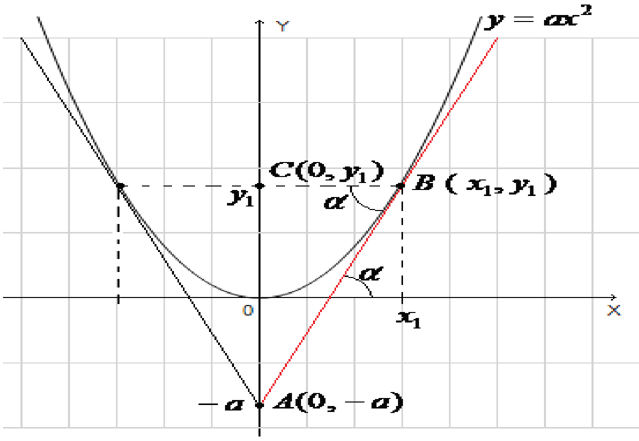


Рис. 1

Із рис. 1: $\alpha=\angle CBA$ – як внутрішні різносторонні. Із ΔACB:

$$tg\angle CBA = tg\alpha = \frac{CA}{CB} = \frac{y_1+a}{x_1} \quad (3)$$

Прирівнюючи (1) і (3) : $\frac{y_1+a}{x_1}=2ax_1$, або $y_1+a=2ax_1^2$. (4)

Враховуючи, що $y_1=ax_1^2$ із (4): $ax_1^2+a=2ax_1^2$, $ax_1^2=a$, $x_1^2=1$ Тобто: $x_1=\pm1$,

$y_1 == a > 0$. Отже шуканою множиною буде два променя із спільним початком $(0, -a)$, що проходить через точки $(1, a)$ і $(-1, a)$, $a > 0$.

Тут було використано геометричний зміст похідної.

Приклад № 2.

Знайти всі дійсні значення a, для яких функція

$y = \frac{1}{3}2^{3x} + a2^{2x-1} + (1-a)2^x$ є монотонно зростаючою на всій числовій прямій.

Розв’язання.

Нагадаємо, що монотонно зростаючою на проміжку називають неспадну на цьому проміжку функцію. Необхідна і достатня умова монотонного зростання функції $y = f(x)$ на (a,b): $y'(x) \geq 0$,

$\forall x \in (a,b)$. Маємо:

$$\begin{aligned} y' &= 2^{3x}\ln 2 + a2^{2x}\ln 2 + (1-a)2^x \ln 2 = \\ &= 2^x \ln 2(2^{2x} + a2^x + (1-a)). \end{aligned} \qquad (1)$$

Нехай $2^x = z > 0$. (2)

Тоді нерівність $y' \geq 0$ прийме вигляд $z^2 + az + (1-a) \geq 0$ (3)

Тепер задача звелась до аналізу квадратного тричлена (доступного вже для 9-го класу). Нерівність (3) буде виконуватись завжди, а отже і для $z > 0$, якщо $D \leq 0$: $D = a^2 - 4(1-a) = a^2 + 4a - 4 \leq 0$,

$a^2 + 4a - 4 = 0$, $D_1 = 4 + 4 = 8$, $a_1 = -2 - 2\sqrt{2}$, $a_2 = -2 + 2\sqrt{2}$, $a \in [-2(1+\sqrt{2}); 2(\sqrt{2}-1)]$. (*)

Крім того, нерівність (3) буде виконуватись також у випадку

$$\begin{cases} D \geq 0 \\ f(0) \geq 0 \\ z_2 < 0 \end{cases}$$

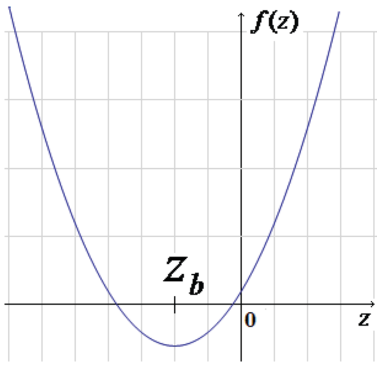


Рис.2

$z_2 -$ більший з коренів рівняння (3). $z_2 = -a + \sqrt{a^2 + 4a - 4}$.

$f(0) = 1 - a \geq 0 \Rightarrow a \leq 1,\ 2(\sqrt{2}-1) \leq z_2 \leq 1$;

$a \in [\,2(\sqrt{2}-1); 1]$. (**)

Об’єднуючи розв’язки (*), (**) пишемо: $y -$ монотонно зростає при $a \in [\,2(\sqrt{2}-1); 1]$.

Приклад № 3.

Дано фігуру обмежену лініями $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ (криволінійна трапеція). У якій точці графіка функції $y=\frac{1}{x}$ треба провести дотичну до нього, щоб вона відтинала від даної фігури трапецію найбільшої площі?

Розв'язання.

1 спосіб. (формальний)

Нехай шукана точка має координати (x_0, y_0), тобто $(x_0, \frac{1}{x_0})$ причому $1 \le x_0 \le 2$. Запишемо рівняння дотичної до графіка функції в цій точці:

$$y=-\frac{1}{x_0^{\ 2}}\cdot x+\frac{2}{x_0}. \qquad (1)$$

Знайдемо ординати точок перетину дотичної з прямими $x=1$ і $x=2$:

$$y_1=y(1)=-\frac{1}{x_0^{\ 2}}+\frac{2}{x_0}; \qquad (2)$$

$$y_2=y(2)=-\frac{2}{x_0^{\ 2}}+\frac{2}{x_0}. \qquad (3)$$

Очевидно y_1 і y_2 – довжини основ отриманої прямокутної трапеції з висотою $h=2-1=1$.

Тоді $S(x_0)=\frac{y_1+y_2}{2}h=\frac{1}{2}\left(\frac{4}{x_0}-\frac{3}{x_0^{\ 2}}\right),\ 1\le x_0\le 2.$ (4)

Знаходячи найбільше значення функції $S(x_0)$ на відрізкові $x_0\in[1;2]$, маємо: $S'(x_0)=\frac{1}{2}\left(\frac{6}{x_0^{\ 3}}-\frac{4}{x_0^{\ 2}}\right)$, $S'(x_0)=0\ :\ 6-4x_0=0,\ x_0=\frac{3}{2}$.

$$S(1)=\frac{1}{2};\ S(2)=\frac{1}{2}\left(2-\frac{3}{4}\right)=\frac{5}{8};\ S\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{8}{3}-\frac{2}{3}\right)=1.$$

Таким чином $x=\frac{3}{2}$ і $y=\frac{1}{\frac{3}{2}}=\frac{2}{3}$ шукана точка.

Відповідь: $\left(\frac{3}{2};\frac{2}{3}\right)$.

2 спосіб. (логічно – синтетичний)

Висота кожної із трапецій, про яку йдеться в задачі, дорівнює 1. Тому її площа чисельно дорівнює *середній лінії.* Середня лінія $x=\frac{1+2}{2}=\frac{3}{2}$ не може перевищувати значення функції $y=\frac{1}{x}$. Звідси $x=\frac{3}{2}$, $y=\frac{1}{\frac{3}{2}}=\frac{2}{3}$. Тому дотичну слід провести в точці $\left(\frac{3}{2};\frac{2}{3}\right)$. Відповідь: $\left(\frac{3}{2};\frac{2}{3}\right)$.

1.2. Задачі, що можуть бути розв'язані з використанням похідної.

Цикл задач, при розв'язування яких можуть бути використані ідеї диференційного числення надзвичайно різноманітний по належності до конкретного розділу математики, чи інших наук.

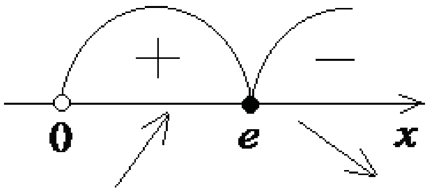
Зупинимось на деяких задачах, для яких ці ідеї є дуже ефективними.

1.2.1. Порівняння чисел. Доведення нерівностей і тотожностей.

Приклад № 1. Порівняти числа π^e *і* e^π.

Розв'язання. Розглянемо допоміжну функцію $y = \dfrac{\ln x}{x}, \quad x > 0$; (1)

$y' = \dfrac{1 - \ln x}{x^2}, \quad y' = 0 : 1 - \ln x = 0 \Rightarrow x = e$.



$y \downarrow, \forall x \in (e; +\infty)$, тому : $y(e) > y(\pi), \quad (e < \pi)$, тобто

$\dfrac{\ln e}{e} > \dfrac{\ln \pi}{\pi}; \quad \pi \ln e > e \ln \pi; \quad e^\pi > \pi^e$.

Декілька задач, що автор знайшов у збірниках олімпіад них задач і які розв'язуються аналогічно (можливо в деяких випадках допоміжні функцію розглядати, як різницю деяких функцій).

Порівняти: 1) $(\pi)^{5e} * \left(\sqrt{5e}\right)^\pi$; 2) $\dfrac{\sin 1^0}{\sin 2^0} * \dfrac{\sin 2^0}{\sin 3^0}$; 3) $\cos 2000 * 1 + \cos 2001$.

Як би ви узагальнили наведені приклади?

Приклад № 2. Довести нерівність $e^x > 1 + x, \quad x > 0$.

Розв'язання.

$f(x) = e^x - x - 1, \quad x \geq 0;$

$f'(x) = e^x - 1; \ f'(x) = 0 : x = 0.$

При $x > 0$: $\quad f'(x) > 0 \Rightarrow f(x) \uparrow, \forall x > 0$.

Але $f(0) = 0$,тому $f(x) > 0$, $\forall x > 0$.

Тобто : $e^x - x - 1 > 0$, $x > 0$ або $e^x > 1 + x$, $x > 0$. Доведено.

Приклад № 3. Кожне з чисел x, y, z *належить відрізку* $[1;2]$. *Доведіть нерівність* $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \leq 5$.

Приклад № 4. Доведіть тотожність $\arcsin x + \arccos x = \dfrac{\pi}{2}$, $x \in [-1;1]$.

Приклад № 5. "Необхідна умова."

Якщо многочлен $x^4 + ax^3 + bx + c$ має чотири простих дійсних корені, то $ab < 0$. Доведіть це твердження.

Чи буде умова $ab < 0$ достатньою?

I спосіб.

Нехай $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ – корені даного многочлена. Тоді $x_k^{\ 4} + ax_k^{\ 3} + bx_k + c = 0$ і $x_m^{\ 4} + ax_m^{\ 3} + bx_m + c = 0$.

Віднявши ліві і праві частини рівностей, дістанемо $(x_k - x_m)(x_k + x_m)\left(x_k^{\ 2} + x_m^{\ 2} + a(x_k^{\ 2} + x_k x_m + x_m^{\ 2}) + b\right) = 0$.

Якщо $k \neq m$, то

$$x_k + x_m = -a \cdot \frac{x_k^2 + x_k x_m + x_m^2}{x_k^2 + x_m^2} - b \cdot \frac{1}{x_k^2 + x_m^2}. \quad (1)$$

Крім того за теоремою Вієта:

$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = 0. \quad (2)$$

Доведемо, що $ab < 0$. Припустимо, протилежне, тобто, що $ab \geq 0$. Нехай, наприклад, $a \geq 0, b \geq 0$. (Випадки, коли $a = 0, b$ – будь-яке число, або $b = 0, a$ – будь-яке число, а також випадок $a \leq 0, b \leq 0$ розглядається аналогічно. Зробіть це самостійно.) Тоді з формули (1) маємо $x_1 + x_2 \leq 0$. Аналогічно, одержуємо, що $x_1 + x_3 \leq 0$, $x_1 + x_4 \leq 0$, $x_2 + x_3 \leq 0$, $x_2 + x_4 \leq 0$, $x_3 + x_4 \leq 0$. А це означає, що серед чисел x_1, x_2, x_3, x_4 не більше одного додатного, тобто $x_1 < 0, x_2 < 0, x_3 < 0$ (бо x_4 – найбільший серед цих коренів). Але тоді з рівності (2), яка має вигляд $x_1(x_2 + x_4) + x_3(x_1 + x_4) + x_2(x_3 + x_4) = 0$, випливає, що $x_2 + x_4 = x_1 + x_4 = x_3 + x_4 = 0$. Звідси $x_1 = x_2 = x_3$. Дістали протиріччя.

II спосіб.

Нехай $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ – корені даного многочлена. Скористаємося графіком функції $y = x^4 + ax^3 + bx + c$ (рис. 3).

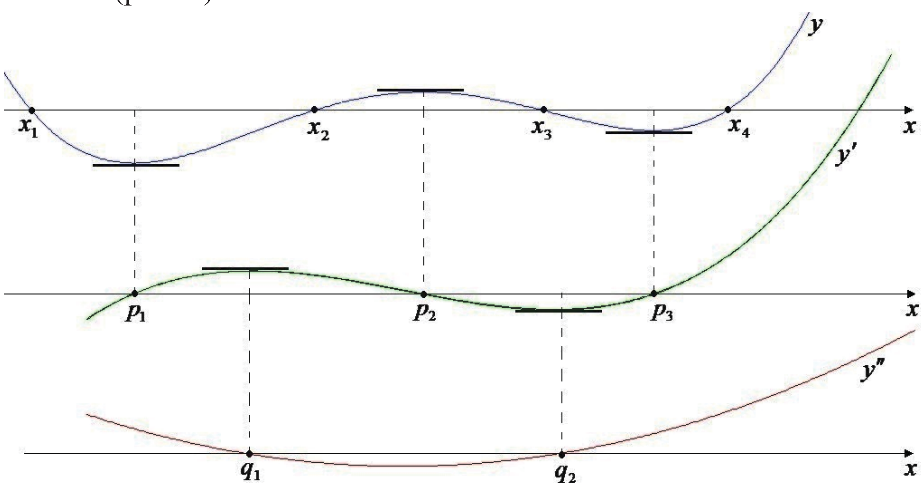


Рис. 3

Її похідна $y' = 4x^3 + 3ax^2 + b$ перетворюються в нуль у трьох різних простих точках p_1, p_2, p_3, які лежать між числами x_1, x_2, x_3, x_4: $x_1 < p_1 < x_2 < p_2 < x_3 < p_3 < x_4$. При цьому на інтервалі (p_1, p_2) функція y' додатна, а на інтервалі (p_2, p_3) – від'ємна.

Друга похідна $y'' = 12x^2 + 6ax$ перетворюється в нуль у двох різних точках q_1 та q_2, причому точки q_1 та q_2 збігаються з точками 0 та $-\frac{a}{2}$. Значення першої похідної в цих точках має різні знаки. Ц означає, що $a \neq 0$ і $y'(0) \cdot y'(-\frac{a}{2}) < 0$, тобто $b(4b + a^3) < 0$.

Звідси випливає, що $ab < -\frac{4b^2}{a^2}$. Оскільки $\frac{4b^2}{a^2} > 0$, то $ab < 0$.

1.2.2. Обчислення сум.

Ідея, яка використовується в даних задачах, полягає в тому, щоб розглянути допоміжну суму деякої геометричної прогресії, а потім, шляхом диференціювання прийти до шуканої суми.

Приклад № 1. Обчислити суму (фактично суму ряду)

$1 + 2x + 3x^2 + \ldots + nx^{n-1} + \ldots$

Розв’язання. Нехай $1 + 2x + 3x^2 + \ldots + nx^{n-1} + \ldots = S_1(x)$.

Розглянемо суму членів геометричної прогресії:

$$S(x) = x + x^2 + x^3 + \ldots + x^n + \ldots \quad (1)$$

При $|x| < 1$: $S(x) = \frac{x}{1-x}$. (2)

Оскільки $S'(x) = 1 + 2x + 3x^2 + \ldots + nx^{n-1} + \ldots = S_1(x)$, то враховуючи (2), пишемо:

$$S_1(x) = S'(x) = \left(\frac{x}{1-x}\right)' = \frac{1-x+x}{(1-x)^2} = \frac{1}{(1-x)^2}. \quad (3)$$

Відповідь: $S_1(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$.

Якщо розглядати часткову суму $S_{1n}(x) = 1 + 2x + \ldots + nx^{n-1}$,то аналогічно:

$$S_n(x) = x + x^2 + x^3 + \ldots + x^n = \frac{x(x^n - 1)}{x-1} = \frac{x^{n+1} - x}{x-1}.$$

$$S_n'(x) = \frac{\big((n+1)x^n - 1\big)(x-1) - x^{n+1} + x}{(x-1)^2} =$$

$$= \frac{(n+1)x^{n+1} - (n+1)x^n - x + 1 - x^{n+1} + x}{(x-1)^2} = \quad (4)$$

$$= \frac{nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1}{(x-1)^2} = S_{1n}(x).$$

Очевидно, що $\lim_{n\to\infty} S_1(n) = S_1(x)$, $\quad |x| < 1$

Приклад № 2. Обчислити:

$$S = 60\cdot 59\cdot 2^{58} + 59\cdot 58\cdot 2^{57} + 58\cdot 57\cdot 2^{56} + \ldots + 3\cdot 2\cdot 2^1 + 2\cdot 1\cdot 2^0. \quad (1)$$

Розв’язання.

Розглянемо функцію:

$$R(x) = x^2 + x^3 + x^4 + \ldots + x^{60} = \frac{x^2(x^{59} - 1)}{x-1} = \frac{x^{61} - x^2}{x-1}. \quad (2)$$

$$R'(x) = 2x + 3x^2 + 4x^3 + \ldots + 60x^{59} = \frac{(61x^{60} - 2x)(x-1) - x^{61} + x^2}{(x-1)^2} =$$

$$= \frac{61x^{61} - 61x^{60} - 2x^2 + 2x - x^{61} + x^2}{(x-1)^2} = \frac{60x^{61} - 61x^{60} - x^2 + 2x}{(x-1)^2}. \quad (3)$$

Зауважимо, що

$R''(x) = 2^0\cdot 2\cdot 1 + 3\cdot 2\cdot x + 4\cdot 3\cdot x^2 + \ldots + 60\cdot 59\cdot x^{58}$,

при $x = 2$: $R''(2) = S$. (4)

Тому залишилося знайти $R''(2)$.

Враховуючи (3) одержуємо:

$R''(x) =$

$$= \frac{(60\cdot 61\cdot x^{60} - 61\cdot 60\cdot x^{59} - 2x + 2)(x-1)^2 - 2(x-1)(60x^{61} - 61x^{60} - x^2 + 2x)}{(x-1)^4} =$$

$$= \frac{(60\cdot 61\cdot x^{60} - 61\cdot 60\cdot x^{59} - 2x + 2)(x-1) - 2(60x^{61} - 61x^{60} - x^2 + 2x)}{(x-1)^3}.$$

при $x = 2$:

$R''(2) = 60\cdot 61\cdot 2^{60} - 60\cdot 61\cdot 2^{59} - 2 - 2\cdot 60\cdot 2^{61} + 2\cdot 61\cdot 2^{60} =$

$= 60\cdot 61\cdot 2^{60} - 30\cdot 61\cdot 2^{60} - 4\cdot 60\cdot 2^{60} + 2\cdot 61\cdot 2^{60} - 2 =$

$= (60\cdot 61 - 30\cdot 61 - 4\cdot 60 + 2\cdot 61)\cdot 2^{60} - 2 =$

$= 17\cdot 12\cdot 2^{60} - 2 = 107\cdot 2^{64} - 2.$

Враховуючи (4), пишемо :

Відповідь: $S = 107\cdot 2^{64} - 2$

1.2.3. Розв'язування рівнянь.

Приклад № 1. Розв'язати рівняння. $x^5 + 4x + \cos x = 1$.

Розв'язання. $x = 0$ є коренем рівняння. Покажемо, що інших коренів не існує.

Розглянемо функцію $f(x) = x^5 + 4x + \cos x$.

$f'(x) = 5x^4 + 4 - \sin x = 4 + 5x^4 - \sin x > 0, \quad \forall x \in R$.

Тому $f(x)\uparrow, \forall x \in R$, а тому кожне своє значення приймає тільки один раз.

Приклад № 2. Розв'яжіть рівняння $x^3 + 6x + 2\sqrt{10 + x} = \cos \pi x$.

Розв'язання. (аналогічно попередньому).

Приклад № 3. Розв'яжіть рівняння $2x^2 + \cos\frac{\pi x}{2} = x + 1$.

Розв'язання. $x = 0$ і $x = 1$ є коренями рівняння. Покажемо, що інших коренів не існує.

$f(x) = 2x^2 + \cos\frac{\pi x}{2}$

$f'(x) = 4x - \frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi x}{2}$; $f''(x) = 4 - \frac{\pi^2}{4}\cos\frac{\pi x}{2} > 0, \quad \forall x \in R$, тобто $f(x)$ – є опуклою вниз.

<u>Зауваження</u>. Тут ми скористались фактом, який легко довести (пропонуємо вам самостійно): Якщо $f(x)$ – опукла вгору (вниз) на (a,b), то графіки $f(x)$ і $y = kx + b$ мають не більше двох спільних точок на (a,b).

Геометрично цей факт очевидний.

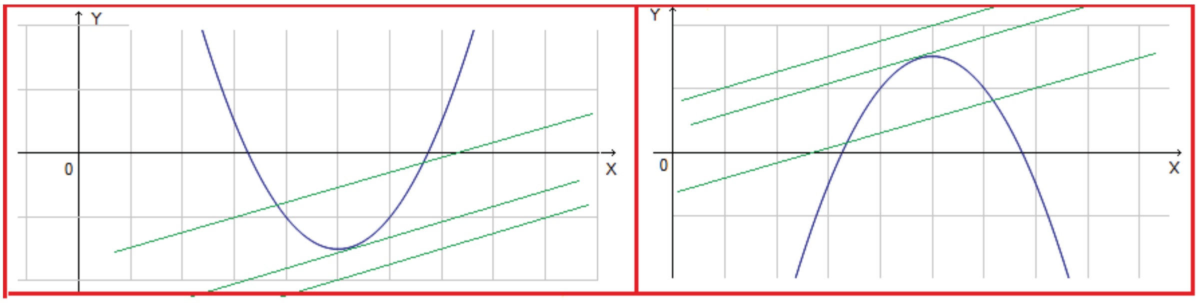


Рис. 1

В кінці лекції пропонується довести ті твердження, що було не доведено, та задається перелік задач для самостійного розв'язання.

Таким чином ми зупинились на деяких проблемах при роботі з обдарованими дітьми та розглянули систему лекційно-семінарських занять на конкретному прикладі.

Використана література:

1. *Богоявленская Д. Б.* Рабочая концепция одаренности / Д. Б. Богоявленская, А. В. Брушлинский, Бабаева [и др.] / под. ред. В. Д. Шадрикова. – М., 1998. – 420 с.
2. *Вишенський В. А.* Українські математичні олімпіади / В. А. Вишенський, О. Г. Ганюшкін [та ін.]. – К. : Вища шк.., 1993. – 415 с.
3. *Воробйова А. І.* Матеріали математичних турнірів, як джерело задач дослідницького характеру для роботи в системі МАН / А. І. Воробйова, В. А. Майборода, О. В. Майборода. – Миколаїв : Наукові праці, 2012. – 128 с.
4. Завдання ІІІ Миколаївського обласного турніру юних математиків імені професора В. М. Лейфури. – Режим доступу : http://colegium.mk.ua/TYM-Leif-2013/Obl_TYM_2013_problems.pdf.
5. Завдання XVI Всеукраїнського турніру юних математиків імені професора М. Й. Ядренка.
6. *Лейфура В. М.* Шлях до міжнародних олімпіад як один із напрямів реалізації стратегічних завдань держави щодо пошуку та підтримки обдарованої молоді / В. М. Лейфура // Навчання, виховання обдарованої особистості: теорія та практика : зб. наук. праць. – К. : НАПН України:Ін-т обдарованої дитини, 2008. – Вип. 1.
7. *Мерзляк А. Г.* Алгебра. Підручник для класів з поглибленим вивченням математики / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х., 2011.
8. *Наровлянський О.* МАН, вибір теми: від простого до складного / О. Наровлянський // Математика в школі. – № 5. – 2010.
9. *Рибалка В. В.* Психологія розвитку творчо обдарованої особистості : наук.-метод. посіб. / В. В. Рибалка // НАПН України, Ін-т педагогічної освіти і освіти дорослих ; Інститут обдарованої дитини. – К. : НАПН України: Ін-т обдарованої дитини, 2010. – 442 с.
10. *Ясінський В. А.* Задачі математичних олімпіад та методи їх розв'язування / В. А. Ясінський // Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2008. – 208 с.

Майборода А. В., Гайша А. А. Система лекционно-семинарских занятий с одаренными детьми.

В статье рассмотрены вопросы работы с одаренными детьми в сфере математики. На конкретном примере рассмотрены противоречия между уровнем определенного класса задач и проблем с реальной подготовкой учеников к их восприятию и указано на возможные пути их решения.

Ключевые слова*: одаренность, методы обучения, одаренные дети, математическое образование.*

Mayboroda A. V., Gaysha A. A. The system of lectures and seminars with talented children.

The topic of working with talented children in the sphere of mathematics have been examined. The contradictions between the level of determined class of problems and aims to the readiness of students to their possible solutions have been examined.

Keywords*: talent, method of studying, talented children, mathematics education.*