НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені М.П. ДРАГОМАНОВА

На правах рукопису

ПРУС Алла Володимирівна

УДК 373.5.016: 514.113

ПРИКЛАДНА СПРЯМОВАНІСТЬ ШКІЛЬНОГО КУРСУ СТЕРЕОМЕТРІЇ

13.00.02 - теорія та методика навчання математики

ДИСЕРТАЦІЯ
на здобуття наукового ступеня
кандидата педагогічних наук

Науковий керівник:
ШВЕЦЬ Василь Олександрович
кандидат педагогічних наук, професор

КИЇВ – 2007

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

ЗУН – знання, уміння, навички
ЕО – емпірична основа
ПЗ – прикладна задача
ПММ – прикладання математичної моделі
ПС – прикладна спрямованість
РДММ – результати дослідження математичної моделі
СММ – створення математичної моделі
НМТ – навчально-математична теорія

ВСТУП

Сучасне суспільство знаходиться у стані політичних, соціальних, економічних змін. Тому для людини важливими є здатність бути мобільною та адаптивною, вміння бачити проблему, чітко формулювати та всебічно підходити до її розв'язування, здобувати необхідну інформацію тощо. Відповідно до потреб продукуються зміни в освіті, проходить її модернізація [106, 120].

Національна доктрина розвитку освіти в Україні зорієнтована на нове соціальне замовлення. Пріоритетними напрямами, серед інших, визначено такі: особистісна орієнтація освіти; органічне поєднання освіти і науки; запровадження освітніх інновацій [223, с.2]. Математика, безперечно, має великі можливості для виконання поставлених суспільних завдань, що зумовлено значенням математичної освіти. Основна мета освітньої галузі «Математика» - опанування учнями системою математичних знань, навичок і умінь, необхідних у повсякденному житті та майбутній трудовій діяльності, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервної освіти; формування в учнів наукового світогляду, уявлень про ідеї і методи математики, про її роль у пізнанні дійсності; інтелектуальний розвиток учнів, економічне, екологічне, громадянське виховання; формування позитивних рис особистості. Мета сформульована у Державному стандарті базової і повної середньої освіти [107]. Відповідно, у Концепції математичної освіти окреслено пріоритети розвитку математичної галузі, серед яких - необхідність цілісного відображення компонентів математичної науки в шкільному змісті математичної освіти; посилення практичної і прикладної спрямованості навчання математики; використання у процесі навчання нових педагогічних технологій, зокрема інформаційних [166].

Все сказане дає змогу зробити висновок, що одним із засобів досягнення мети математичної освіти, тобто розв'язання відповідних суспільних завдань, є прикладна спрямованість математики. Важливість її реалізації підкреслено в пояснювальних записках до програм з математики для 11-річної [259, с.4], 12-річної шкіл [260, с.42]. Про значущість прикладної спрямованості говорить також той факт, що на міжнародному тестуванні математичної підготовки школярів у 1990-1991 рр. втрата сумарної кількості балів нашими учнями сталася саме через їх невміння виконувати завдання прикладного характеру, хоча за технікою обчислень показники були досить високі [155, 171].

Проблема реалізації прикладної спрямованості завжди була і є в полі зору методистів, науковців, авторів підручників. Теоретичне обґрунтування її існування та шляхів розв'язування проведено в роботах О.Д.Александрова [2, 3], О.М.Астряба [12, 205], Г.П.Бевза [20-26], Б.В.Гнеденка [82, 83], О.С.Дубинчук [113, 114], Ю.М. Колягіна і В.В.Пікана [161], З.І.Слєпкань [302-305], І.Ф.Тесленка [58, 327-329], В.В. Фірсова [339] та ін. Зокрема, були сформульовані загальні принципи, які забезпечують шкільному курсу математики прикладну спрямованість (В.В.Фірсов), розроблені шляхи розв'язування завдань навчання учнів застосовувати математичні знання на практиці (О.М.Астряб, Г.П.Бевз, О.С.Дубинчук, З.І.Слєпкань, І.Ф. Тесленко), визначені умови реалізації прикладної спрямованості математики в школі (Ю.М.Колягін, В.В.Пікан).

Важливі аспекти прикладної спрямованості курсу математики висвітлюють дисертаційні дослідження. Так, прикладну спрямованість розглядають як засіб активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів (М.Я.Ігнатенко [137, 138]), виокремлюють як одну із функцій навчання (А.С.Адигозалов [1]), підкреслюють її важливість для формування мотивації навчання (О.Ф.Трепліна [334]). Частина наукових досліджень присвячена проблемі формування в учнів умінь, пов’язаних із застосуванням математики ((Г.А.Дутка [115], М.В.Крутихіна [175], Г.В.Морозов [212]), методиці прикладної спрямованості предметів шкільної математики, наприклад, алгебри і початків аналізу (Л.О.Соколенко [309]). Деякі роботи базуються на розгляді окремих засобів прикладної спрямованості: практичних робіт (Р.Н.Матюгіна [200], В.Є.Тарасюк [325] та ін.), прикладних задач (І.Б.Бекбоєв [31], С.С.Варданян [52], Л.С.Межейнікова [201], М.Мирзоахмедов [209], Л.Карамов [144], Н.Р.Колмакова [159], Л.М.Короткова [169] та ін.). У значній кількості досліджень увага приділяється комплексному використанню засобів прикладної спрямованості: прикладних задач та інформації про походження математичних об’єктів, практичних і лабораторних робіт, міжпредметних зв’язків (В.П.Денисов [104], А.Улухходжаєв [335], А.Файзуллаєв [338], М.І.Якутова [369] та ін.).

Доцільні і важливі положення для вирішення визначеної проблеми є також у роботах науковців, які висловлюються стосовно важливості формування в учнів прийомів діяльності прикладного характеру, моделювання в навчальній діяльності (Я.С.Бродський [45], С.І.Великодний [44, 55], Т.В.Крилова [172], О.Л.Павлов [47], Н. Г.Салміна [289], А.К.Сліпенко [47], Н.А.Тарасенкова [322, 323], М.О.Терешин [326], З.Я.Хаметова [347] та ін.), використання інформаційно-комунікаційних технологій (О.В.Вітюк [61], Ю.В.Горошко [90], М.І.Жалдак [163], М.В.Морзе [214], С.А.Раков [277] та ін.), навчання учнів розв’язуванню прикладних задач (Г.М.Возняк [63, 64], М .П.Маланюк [64], К.П.Маланюк [63], А.Д.Мишкіс [218, 219], І.П.Натансон [221], Я.І. Перельман [239-242], В.А.Петров [247], Л.М.Фрідман [342-345] та ін.), формування геометричного бачення світу (Г.Кемпінський [151], Г.Шаррельман [353] та ін.), застосування орігамі у навчальному процесі (С.Ю.Афонькін і О.Ю.Афонькіна [15], С.В.Белім і С.М.Белім [32], С.Н.Дутко [199], І.К.Жинеренко [199], І.О.Круглова [199], А.І.Сухарев і А.П.Сухарева [199] та ін.), використання міжпредметних зв’язків (В. О.Далінгер [102] та ін.) та історичного матеріалу (В.Г.Бевз [18], Г.І.Глейзер [79-81] та ін.).

Вперше визначення прикладної спрямованості шкільного курсу математики було дано В.В.Фірсовим. Суть прикладної спрямованості шкільного курсу математики полягає в здійсненні цілеспрямованого змістовного та методологічного зв’язку шкільного курсу математики з практикою, що передбачає введення в шкільну математику специфічних моментів, характерних для дослідження прикладних проблем математичними методами [339, с.232].

Ю.М.Колягін і В.В.Пікан запропонували своє визначення: прикладна спрямованість навчання математики - орієнтація змісту і методів навчання на застосування математики в техніці та суміжних науках, професійній діяльності, народному господарстві та побуті [161, с.27]. У нашому дослідженні ми виходили з дидактичних характеристик прикладної спрямованості у розумінні В.В.Фірсова.

Найменше, з огляду на проведені в галузі прикладної спрямованості дослідження, аналізувався шкільний курс геометрії, а саме стереометрії. На думку багатьох методистів та науковців [1, 11, 20, 24, 33, 47, 50, 70, 80, 81, 109, 177-179, 191, 192, 225, 333, 346, 354, 365 та ін.], геометрія – один із найважливіших предметів , причому не лише серед предметів математичного циклу, але і взагалі серед усіх шкільних предметів. Її цільовий потенціал включає майже всі мислимі цілі освіти. Все це цілком стосується стереометрії. Водночас, курс стереометрії був і залишається складнішим для учнів порівняно із курсом планіметрії (зокрема, про це свідчать результати нашого експериментального дослідження). Багатьом учням стереометрія не подобається, відповідно, вони не хочуть її вивчати. Ситуація, що склалася, пояснюється кількома причинами.

Вивчення стереометрії потребує не лише розвинутого логічного мислення, базових алгебраїчних та арифметичних знань, вміння виконувати загальні та специфічні практичні і розумові дії, але й залучення просторових уяви та уявлень, знань, вмінь та навичок із планіметрії тощо. Вже на початку вивчення курсу стереометрії старшокласники зустрічаються із значно абстрактнішим навчальним матеріалом порівняно з планіметричним, необхідністю вивчати велику кількість теорем та розв’язувати задачі, в основному, на доведення, побудову та дослідження. У свою чергу, зазначені положення зумовлюють непростий характер викладання стереометрії, особливо зважаючи на невелику кількість часу, який відводиться для її вивчення. Внаслідок цього учні мають низький рівень знань зі стереометрії. На вступних іспитах у вищі навчальні заклади значна кількість абітурієнтів не виконує стереометричні завдання або допускає грубі помилки у процесі їх розв’язування. Наприклад, у вступних випробуваннях до Житомирського державного технологічного університету (дослідження проводилось в 2004 році) брали участь 395 осіб. На екзамені з математики 77% абітурієнтів або не зробили стереометричну задачу, або лише виконали рисунок. Повністю справитись із запропонованою задачею змогли лише 5% абітурієнтів (додаток А). Схожа картина спостерігалась і на вступних іспитах із математики у Національному педагогічному університеті імені М.П.Драгоманова (фізико-математичний факультет, 2005 рік). Екзаменувалося 228 абітурієнтів. Повністю і правильно розв’язали стереометричні задачі лише 15% абітурієнтів, решта або не приступали до розв’язування, або дійшли лише до створення рисунка до задачі.

Отже, дослідження в області шкільної стереометрії є нині важливими. Серед питань, що вимагають вирішення стосовно прикладної спрямованості *стереометрії* у зв’язку із реформуванням освіти, такі: створення загальної концепції здійснення прикладної спрямованості, що враховує обмеженість часового інтервалу, який відведено на вивчення стереометрії; технологія реалізації прикладної спрямованості в умовах рівневої та профільної диференціації; формування такої системи сучасних прикладних стереометричних задач, на базі якої можна навчити учнів спеціальним прийомам розумової діяльності і формувати практичні вміння та навички, що лежать в основі застосування математики; застосування інформаційно-комунікаційних технологій у процесі реалізації прикладної спрямованості стереометрії.

Як показали наші дослідження (додатки А; Б; В; Д), в школі має місце недооцінювання важливості прикладної спрямованості математики, зокрема, стереометрії. В основному увага приділяється роботі над другим етапом моделювання (опрацювання теорії та розв'язування задач всередині моделі). Не надається належна увага і важливому засобу прикладної спрямованості - прикладним задачам. Причина цього – брак часу, невелика кількість таких задач у сучасних підручниках, посібниках та відсутність у вчителів мотивації для їх розв'язування (оскільки вони рідко включаються до добірок задач для тематичних оцінювань, до варіантів письмових робіт на випускних та вступних іспитах).

Існуюче протиріччя між необхідністю прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії та можливістю її реалізації у сучасних умовах і стало проблемою даного дослідження.

Актуальність дослідження зумовлена соціальним запитом щодо прикладної спрямованості, необхідністю підвищення результативності навчання стереометрії у старшій школі та забезпечення розвитку учнів засобами геометрії, несформованістю концепції про реалізацію прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії в сучасних умовах і необхідністю методологічного оснащення процесу її реалізації. Зазначені чинники зумовили вибір теми дисертаційного дослідження: **«Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії».**

Зв'язок роботи з науковими програмами, темами. Дисертація виконана відповідно до тематичного плану науково-дослідної роботи кафедри математики та методики викладання математики НПУ імені М.П.Драгоманова, напрямок наукового пошуку - «Система методичної підготовки вчителя математики в педагогічному університеті», номер державної реєстрації 0103 В 004016.

Тему дисертаційного дослідження затверджено Вченою радою НПУ імені М.П .Драгоманова (протокол №6 від 31.01.2002 р.) та узгоджено в Раді з координації наукових досліджень у галузі педагогіки та психології в Україні при АПН України (протокол №2 від 26.02.2002 р.).

Об'єкт дослідження – процес навчання стереометрії у старшій школі.

Предмет дослідження – прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії.

Мета дослідження – розробити методику реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії.

Гіпотеза дослідження – якщо систематично реалізовувати прикладну спрямованість шкільного курсу стереометрії при вивченні теоретичного матеріалу і розв'язуванні задач, то це посилить мотивацію й ефективність навчання.

Для досягнення мети і перевірки гіпотези розв'язувались такі **завдання**.

1.Проаналізувати розв'язання проблеми в психолого-педагогічній, навчально-методичній літературі та стан її реалізації у шкільній практиці.

2.Побудувати концептуальну модель реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії, враховуючи вікові, психологічні особливості учнів.

3.Визначити доцільні засоби реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії та розробити методичні рекомендації їх використання.

4.Скласти систему прикладних задач для шкільного курсу стереометрії.

5.Перевірити експериментально ефективність розробленої методики.

Методологічну основу дослідження становлять: теорія наукового пізнання, концепція навчальної діяльності (В.В.Давидов, О.М.Леонтьєв); психологічні теорії мислення (Л.С.Виготський, З.І.Калмикова, С.Л.Рубінштейн); теорії розвивального навчання (В.В.Давидов, Костюк Г.С.); положення дидактики та методики навчання математики (М.І.Бурда, Г.П.Бевз, І.Я.Лернер, Д.Пойя, М.Н.Скаткін, З.І.Слєпкань, Л. М.Фрідман, В.О.Швець); сучасна концепція шкільної математичної освіти, теоретичні основи структури, методики та технології сучасного уроку (М.І.Бурда, З. І.Слєпкань), комп'ютерної підтримки навчального процесу (Ю.В.Горошко, М.І. Жалдак, М.В.Морзе); теорія моделювання у прикладному математичному дослідженні (І.І.Блехман, А.Д.Мишкіс, Н.Г.Салміна, М.О.Терешин); сучасні статистичні методики обробки експерименту (М.І.Грабарь, К.О.Краснянська, Є.В. Сидоренко).

Для розв'язування поставлених завдань застосовувалися такі **методи** науково-педагогічного **дослідження**: теоретичні - ретроспективний аналіз, аналіз наукової, психолого-педагогічної, методичної та навчальної літератури з проблеми дослідження; аналіз нормативних та директивних матеріалів про освіту та школу; аналіз і обробка отриманих в ході дослідження результатів педагогічного експерименту методами математичної статистики; емпіричні - бесіди з учителями, учнями; спостереження за процесом навчання; вивчення та узагальнення педагогічного досвіду вчителів; анкетування учнів і вчителів; тестування; проведення діагностичних письмових робіт; проведення констатуючого, пошукового та формуючого етапів експерименту.

Наукова новизна дослідження:

– побудовано концептуальну модель реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії, головним чинником якої є мотиваційний компонент;
– визначено стадії реалізації прикладної спрямованості, складові та засоби діяльності учня і вчителя на цих стадіях;
– набула подальшого розвитку ідея системно-структурного розподілу матеріалу, вперше в курсі шкільної стереометрії виділено навчально-математичні теорії.

Теоретичне значення дослідження:

– дослiджено формування ідеї прикладної спрямованості математики у науково-методичних роботах, етапи її реалізації у шкільній практиці в залежності від суспільних завдань;
– виокремлено та з'ясовано зміст понять: «прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії», «прикладна стереометрична задача теоретичного характеру», «прикладна стереометрична задача практичного характеру», «якісна прикладна стереометрична задача»;
– обґрунтовано доцільність використання техніки орігамі у курсі стереометрії для розвитку просторової уяви та уявлень учнів;
– визначено психолого-педагогічні умови здійснення прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії.

Практичне значення дослідження:

– складено систему прикладних задач та методичні рекомендації вчителям для її застосування; розроблено пам'ятку для учнів «Як розв'язувати прикладні задачі»;

–розроблено дидактичні матеріали із прикладною інформацією;
–запропоновано матеріали (на прикладній основі) для бесід про створення математичних моделей, розроблено методичні рекомендації щодо їх проведення;
–розроблено програму комп'ютерної підтримки «Стереометрія для нас», методичні рекомендації з її використання;
–сконструйовано картки-НМТ для учнів;
–розроблено загальні підходи та методичні рекомендації для вчителів щодо проведення контролю в умовах реалізації прикладної спрямованості;
–складено методичні рекомендації вчителям для організації виготовлення учнями у техніці орігамі моделей геометричних тіл, їх використання у навчальному процесі;
–підготовлено до друку посібник для вчителів «Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії».

Обґрунтованість та вірогідність результатів дослідження забезпечується його методологічною основою, науковим аналізом стану теоретичної та практичної розробленості проблеми, відповідністю методів дослідження його меті та завданням, перевіркою основних положень дослідження в педагогічному експерименті, впровадженням розробленої методики в практику роботи шкіл, схваленням результатів дослідження на науково-практичних конференціях і семінарах.

Особистий внесок автора полягає у побудові концептуальної моделі реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії та створенні відповідної методики; визначенні доцільних засобів реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії; обґрунтуванні можливості використання техніки орігамі у курсі стереометрії; з'ясуванні змісту понять «прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії», «прикладна стереометрична задача теоретичного та практичного характеру», «якісна прикладна стереометрична задача»; складанні системи прикладних задач; розробці комп'ютерної програми, дидактичних матеріалів та матеріалів для бесід із прикладною інформацією.

Апробація та впровадження результатів дослідження здійснювалися у загальноосвітній школі І-ІІІ ступенів №173 (довідка №219 від 05.09.06), у гімназії «Троєщина» (довідка № 375 12.09.06) м. Києва; у загальноосвітніх школах І-ІІІ ступенів №17 (довідка №99/1 від 04.09.06), №21 (довідка №179 від 07.09.06), №33 (довідка №464 від 07.09.06), у спеціалізованій загальноосвітній школі №12 з поглибленим вивченням іноземних мов імені С.Ковальчука (довідка №360 від 07.09. 06) м. Житомира, у Житомирській міській гімназії №3 (довідка №271 від 08.09.06); у загальноосвітніх школах І-ІІІ ступенів №2 (довідка №49 від 31.08.06), №3 (довідка №57 від 14.07.06) м. Новоград-Волинського, у Новоград-Волинському колегіумі Житомирської області (довідка №196 від 15.08.06), у Чуднівській загальноосвітній школі І-ІІІ ступенів №2 Житомирської області (довідка № 101 від 14.09.06), у Смолдирівській загальноосвітній школі І-ІІІ ступенів Баранівського району Житомирської області (довідка №167 від 13.09.06), у Козельщинському навчально-виховному комплексі Полтавської області (довідка №98 від 19.09.06), у Хоришківській загальноосвітній школі І-ІІІ ступенів ім. М.В.Остроградського Козельщинського району Полтавської області (довідка №113 від 18.09.06), на фізико -математичному факультеті Житомирського державного університету імені Івана

Франка (довідка №364 від 10.07.06).

Основні положення і результати дослідження доповідались і отримали схвалення на Всеукраїнському науково-методичному семінарі “Актуальні проблеми теорії та методики навчання математики” (Київ, 2004); на міжнародній конференції “Формування професійної спрямованості вчителя в умовах ступеневої освіти” (Житомир, 2003); на науково-практичній конференції вчителів математики з участю кафедр математики та інформатики ЖДУ імені Івана Франка (Новоград-Волинський , 2004); на Всеукраїнській науково-практичній конференції “Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики”, присвяченій 170-й річниці НПУ імені М.П. Драгоманова, 125-й річниці з дня народження професора О.М.Астряба, 70-й річниці фізико-математичного факультету (Київ, 2004); на Всеукраїнській науково-методичній конференції “Проблеми математичної освіти” (Черкаси, 2005); на міжнародній конференції “Підготовка вчителя у контексті європейського освітнього простору” (Житомир, 2005).

На захист виносяться положення:

1. Методика реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії, розроблена на основі систематичного застосування методу математичного моделювання.
2. Система прикладних задач, за допомогою якої формуються вміння та навички використовувати здобуті знання.

РОЗДІЛ 1
ПРЕДМЕТ І ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Стан проблеми дослідження в історичних, психолого–методичних джерелах і шкільній практиці

Важливою складовою загальноосвітньої підготовки особистості є знання з математики. Математика як шкільний предмет володіє достатнім потенціалом для формування та розвитку тих якостей, які необхідні людині. У Державному стандарті базової і повної середньої освіти [107], у Концепції базової математичної освіти в Україні [166] відмічено, що навчання математики на всіх ступенях повинно мати розвиваючий характер і прикладну спрямованість. Отже, одне із першочергових завдань математики – це спрямувати вивчення матеріалу так, щоб математичні знання, вміння та навички, що отримують учні у школі, виявились би для них корисними та застосовними у побуті, у майбутній професійній діяльності. Інакше кажучи, мова йде про необхідність **прикладної спрямованості шкільного курсу математики**. Розглянемо генезис даного поняття.

1.1.1. Періоди розвитку теоретичного і прикладного напрямів математичної науки та шкільної математики.

Звернемося до історії математики. Зазначимо, що саме потреби людей у повсякденному житті (необхідність обчислювати розміри земельних ділянок та місткість посудин, проводити різноманітні розрахунки тощо) привели до появи перших математичних знань. Уявлення про числа і фігури почали формуватись ще до періоду палеоліту. В печерах Південної Франції та Іспанії знайдено наскельні малюнки, створені людиною 15 тисяч років тому, які ілюструють чудове відчуття форми [366, с.12]. Завдяки писемним пам’яткам – папірусам, ми маємо більш детальну інформацію про розвиток математики в III тисячолітті до н.е. Його пов’язують із Стародавнім Єгиптом. Математичні знання того часу мають прикладний характер, оскільки їх використовували для обслуговування і розв’язування реальних питань практики. Як наука, математика сформувалась в VI-IV ст. до н.е. у Стародавній Греції. Причина – поява необхідності узагальнити і систематизувати нагромаджені на той час математичні факти. Саме давньогрецька наука застосувала дедуктивний метод вироблення теорії, згідно якої всі твердження виводяться за допомогою методів формальної логіки і деяких тверджень, що не доводяться – аксіом [38, 51].

Отже, можна говорити про **поділ математики на прикладну (практичну) та “чисту”(теоретичну)**. Історія математики вказує на періоди домінування того чи іншого напряму математики або їх гармонійного розвитку. На ранніх стадіях ці два напрями відокремлені особливо чітко. Положення принципово змінюється з початком епохи Відродження - з робіт Г.Галілея, І.Кеплера, для яких математика та математичний спосіб мислення стають одними з основних знарядь пізнання світу. У XVI-XVIII ст. протиставлення теоретичної і прикладної математики втратило всякий зміст, оскільки ці напрями постійно взаємодіяли і “підштовхували” один одного (яскравий приклад - створення диференціального та інтегрального числення). До того ж видатні вчені цього періоду (наприклад, І.Ньютон, Л.Ейлер, Ж.Лагранж) були не лише математиками, а й фізиками, механіками, розвивали у своїх працях як теоретичний, так і прикладний напрями математики.

Перехід до наступного періоду розтягнувся на десятиліття, і тому умовно його можна означити серединою XIX ст. Він пов'язаний з рядом блискучих робіт із теорії множин (Г.Кантор), теорії функцій (К.Вейєрштрас) та ін. У середині XIX ст. М. Лобачевский побудував свою «уявлювану геометрію», а потім Г.Ріман розвинув його ідею і створив математичну теорію простору. Із цих досліджень виник чудовий математичний апарат – тензорний аналіз. Завдяки йому із праць А.Пуанкаре і А. Ейнштейна народилась теорія відносності. Ці та інші фактори привели до істотного підвищення ролі теоретичного напряму в математиці, який приблизно до 40-х рр. XX ст. (почали створювати перші електронно-обчислювальні машини) визначав стиль математики в цілому. В результаті у XX ст. теорія чисел і абстрактна алгебра знайшли застосування до задач фізики. Це століття принесло також нові методи математичного дослідження прикладних задач: теорію випадкових процесів, теорію графів, функціональний аналіз, лінійне і нелінійне управління, теорію фракталів та ін. Для математики XXI ст. характерними є процеси інтеграції з іншими науками та водночас глибокої спеціалізації галузей всередині математики. Отже, нині математика функціонує як єдиний організм, хоча і складається з двох органічно поєднаних частин. Одна – прикладна, яка займається вирішенням математичними методами проблем, що виникають поза її межами. Друга – теоретична, яка розв'язує задачі всередині математики. Підкреслимо, що цей поділ умовний і що поділяють його не всі математики.

Про важливість математики та її поширення в усі сфери життя написано багато робіт [25, 28, 83, 176, 220, 236, 261, 281, 310, 313, 329, 341, 343, 345, 365 та ін .]. Зрозуміло, що кожна людина сьогодні повинна мати достатній і необхідний для неї запас математичних знань, вмінь та навичок. Обов'язок суспільства – надати кожному можливість отримати таку освіту. Тому, звичайно, виникає питання про математику як шкільний предмет. Дамо визначення поняття "навчальний предмет математика", спираючись на визначення в сучасній психолого-педагогічній літературі більш загального поняття - "навчальний предмет" [89, 340]. **Математика як навчальний предмет** у школі - це педагогічно обґрунтована система наукових знань і практичних навичок та вмінь, що втілюють основний зміст та методи науки математики. Як навчальний предмет, математика відображає певним чином напрями розвитку науки – теоретичний і прикладний. Тому природно говорити про існування відповідних напрямів у шкільному курсі математики. Вони визначають шкільну математику, а у їхньому розвитку теж можна прослідкувати [36, 87, 93, 94, 234, 258, 280, 357та ін.] певні періоди.

Так, наприклад, для *XVIII ст.,* як показав аналіз навчальної літератури [27, 360], більш характерним був прикладний напрям.

На початку *XIX ст.* з'явились тенденції до переважання теоретичного напряму . Передові методисти того часу відзначали, що недостатньо вчити, як треба робити, а слід спинятися і на тому, чому саме так треба робити. Однак у другій половині XIX ст. теоретичний напрям носив схоластичний характер [252]. Аналізуючи програми з математики того часу, український методист-математик Г.П.Бевз писав, що вони вражають своїм формалізмом, абстрактністю, відірваністю від життя [27, с.80].

Для радянської освіти *початку XX ст.* характерною є спроба гармонійно поєднати теоретичний та прикладний напрями. Основою для цього був розвиток ідеї політехнічної освіти. Виступи та статті офіційних осіб, дослідників та педагогів того часу спрямовані на створення нової школи, основною рисою якої було б подолання розриву між теорією та практикою [251, с.5]. Проте зробити це в повній мірі не вдалося. У *20-30-х рр.* (час непу, перших п'ятирічок і активної побудови нового суспільства) переважає прикладний напрям [217, 297]. У цей період у навчанні застосовувались метод проектів, комплексні програми. У результаті рівень загальноосвітньої підготовки учнів виявився надзвичайно низьким.

Новий період у розвитку шкільної математичної освіти пов'язаний із прийнятим *на початку 30-х років* курсом на індустріалізацію країни. Виходять постанови ЦК ВКП(б) "Про початкову та середню школу" (1931р.) і "Про навчальні програми та режим у початковій і середній школі" (1932р.). Ці постанови вказували шлях до удосконалень змісту та методів навчання. Перехід на предметну систему мав вирішальне значення для піднесення теоретичного рівня математичної освіти, а, отже, і теоретичного напряму.

У 40-60 рр. посилюється принцип зв'язку теорії з практикою, оскільки на перший план виходить необхідність практичної підготовки тих, хто закінчує школу, причому без будь-якої недооцінки теорії. Джерелом цього стали вимоги життя, що виражались у рішеннях 18-23 з'їздів Комуністичної партії.

З *70-х рр. XX ст.* більшу увагу починають приділяти підвищенню теоретичного напряму у шкільному курсі математики [246, с.6]. Почався перехід масової школи на нову систему навчання, яка базувалась на теоретико-множинному підході до побудови шкільного курсу математики.

80-ті роки. Зміни в суспільстві, викликані постановами 26 з'їзду партії та рішеннями наступних Пленумів ЦК КПРС, привели до реформи в освіті. Перед школою було поставлено завдання підвищення якості математичної освіти та зв'язку навчання із життям.

У *кінці 80-х на початку 90-х років* в освіті змінюються пріоритети, що втілились у переорієнтації її на гуманізацію навчально–виховного процесу. Це було зумовлено перебудовою в усіх сферах суспільства, що у свою чергу потребувало активізації людського фактору. У руслі цього процесу постала проблема забезпеч ення свідомого оволодіння учнями знаннями і вміннями, необхідними їм у повсякденному житті, достатніх для вивчення суміжних дисциплін і продовження освіти. З 1992 р. в Україні починається розробка національних програм і підручників з усіх навчальних дисциплін відповідно до вимог часу.

Тенденцію, яка склалась на кінець XX ст. і тримається донині, сформулюємо, користуючись обґрунтованою думкою доктора педагогічних наук З.І.Слєпкань. Актуальною проблемою в розбудові шкільної математичної освіти є «встановлення правильного співвідношення між теоретичним рівнем викладу навчального матеріалу, розвитком логічного мислення і формуванням в учнів знань і вмінь прикладного характеру [302, с.14]».

Цією думкою вкотре підтверджується те, що співвідношення між теоретичною і прикладною частинами у сучасній математичній освіті знову порушено. Однак шлях до його гармонізації, на наш погляд, лежить не через збільшення або зменшення прикладної складової шкільної математики. Чому саме не таким шляхом слід йти, обґрунтуємо детальніше.

Життя привело до виникнення математики. І перш за все - її прикладної частини. Потреби в математичних знаннях індукували появу шкільного предмету “Математика”. А, отже, і його прикладного напряму. Завдання, які ставились перед освітою, вирішувались, здебільшого, за рахунок варіювання обсягів прикладної та теоретичної частин у шкільній освіті. На певний час це вирішувало поставлені питання, проте приводило часто до втрат у якості освіти в цілому. Сьогодні існує потреба виконання нового суспільного замовлення. Для його розв’язання і необхідно, на наш погляд, надати прикладної орієнтації всій шкільній математиці. Потрібна орієнтація буде досягнута, якщо до навчання математики внести риси, специфічні для прикладної діяльності. Такі пропозиції сформульовано, наприклад, у роботі В.В.Фірсова [339], Ю.М.Колягіна та В.В.Пікана [161]. Суть пропозицій ми розкриємо у наступному параграфі.

1.1.2. Формування ідеї прикладної спрямованості математики у науково - методичних роботах.

Дослідженню різних аспектів проблеми реалізації прикладної спрямованості математики присвячено немало науково-методичних робіт. Особливо багато з’являється їх, починаючи з 60-х років XX століття.

Ці роботи умовно розділимо за такими напрямами:

- прикладна спрямованість математики в цілому, окремих математичних предметів або тем (А.С.Адигозалов, Г.П.Бевз, В.К.Беллюстін, Я.С.Бродський, Г.М.Возняк, М.С .Гребенюк, Ю.М.Колягін, Л.М.Короткова, А.Р.Кулішер, І.О.Лур’є, К.П.Маланюк та М.П.Маланюк, А.Д.Мишкіс, Л.І.Нічуговська, А.Н.Острогорський, О.Л.Павлов, В.В. Пікан, Л.О.Соколенко, М.О.Терешин, А.Улухходжаєв, В.В.Фірсов, З.Я.Хаметова, М. І.Якутова та ін.);
- політехнізм у навчанні математики (О.М.Астряб, Б.В.Гнеденко, О.С. Дубинчук, І.Ф .Тесленко, А.І.Фетисов та ін.);
- прикладна спрямованість як засіб активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів (М.Я.Ігнатенко, Л.С.Межейнікова);
- практична робота як засіб прикладної спрямованості (Р.Н.Матюгіна, В.Є.Тарасюк);
- зв’язок навчання математики з життям і виробництвом, міжпредметні зв’язки (Т.М. Альошина, Г.П.Бевз, Г.Д.Глейзер, П.І.Денисов, В.О.Петров, В.Г.Прочухаєв, О.Ф. Трепліна, А.Файзуллаєв та ін.);
- прикладні задачі (І.Бекбоєв, С.С.Варданян, Л.Карамов, Н.П.Колмакова, Л.М. Короткова, Л.Мирзоахмедов та ін.);
- навчання елементам математичного моделювання, формування вмінь, пов’язаних із застосуванням математики (С.І.Великодний, Г.Я.Дутка, М.В.Крутихіна, Г.М. Морозов, Л.Л.Панченко та ін.).

Перейдемо до розгляду утворення та становлення ідеї прикладної спрямованості шкільного курсу математики в означених вище роботах.

1. Вперше ***визначення*** поняття *прикладної спрямованості* шкільного курсу математики було дано В.В.Фірсовим [339]. Суть прикладної спрямованості шкільного курсу математики полягає у здійсненні цілеспрямованого змістового та методологічного зв’язків математики з практикою, що передбачає введення у

шкільну математику специфічних моментів, які характерні для дослідження прикладних проблем математичними методами.

Варто зупинитись на двох важливих моментах. По-перше, під специфічними моментами прикладної діяльності автор має на увазі широке використання евристичних або правдоподібних міркувань; можливість експериментальної перевірки результату; використання неформалізованих і «розмитих» понять. По-друге, методологічний зв’язок курсу математики із практикою повинен проявлятись у розвитку тих навичок, які є за своїм характером суто математичними, але потрібні під час розв’язування прикладних задач. Серед них найважливіші такі: наближена прикидка результату, оцінка похибки, приведення результату до числа або розрахункової формули.

На думку В.В.Фірсова, логічно говорити про прикладну спрямованість курсу математики, якщо у результаті його вивчення в учня сформовано такі елементи математичної культури (знання, вміння та навички), які, у разі необхідності, забезпечували б можливість розв’язати конкретну прикладну задачу [339, с.218].

До визначення поняття прикладної спрямованості можливий і інший підхід. Ю.М.Колягін, В.В.Пікан виділяють прикладну і практичну спрямованість навчання математики, які, на їх думку, в реальному процесі навчання звичайно функціонують разом [161]. *Прикладна спрямованість* навчання математики – це орієнтація змісту та методів навчання на застосування математики в техніці і суміжних науках, у професійній діяльності, народному господарстві та побуті. Прикладна спрямованість навчання математики включає в себе політехнічну спрямованість навчання, у тому числі й реалізацію зв’язків з курсами фізики, хімії, географії, креслення, трудового навчання; широке застосування електронно-обчислювальної техніки і забезпечення комп’ютерної грамотності, формування математичного стилю мислення і діяльності. *Практична спрямованість навчання* математики – це спрямованість змісту і методів навчання на розв’язування задач і вправ, на формування у школярів навичок самостійної діяльності математичного характеру. Слід зауважити, що проблематично надавати навчанню математики одночасно і прикладної, і практичної спрямованості. Зрозуміло, що вказані поняття споріднені. Проте вимагають дещо різних механізмів здійснення.

У наведених вище визначеннях вживаються терміни “прикладна спрямованість *курсу* математики у школі“ і “прикладна спрямованість *навчання* математики у школі“. Аналіз методичної літератури з цього питання показав, що ці поняття дуже часто вживаються як синоніми. Але за змістом вони нетотожні. Другий термін, на нашу думку, має дещо інший зміст, оскільки, серед іншого, передбачає орієнтацію методів навчання. Ми вважаємо, що для прикладної спрямованості доцільно вживати термін “курс математики“. Це зумовлено тим, що прикладна спрямованість цілком визначається цілями та змістом навчання, а не методами та організаційними формами навчання. У нашому дослідженні будемо користуватись *поняттям прикладної спрямованості математики у розумінні В.В. Фірсова.*

Варто звернути увагу, що у науково-методичних роботах ми часто зустрічаємо такі терміни: “прикладний”, ”практичний”, ”пов’язаний із життям”, “політехнічний” (щодо курсу математики, навчання, задач тощо). Ці терміни неодноразово використовувались і використовуються до нині як синоніми. Справді, цілі, які ставить перед собою, наприклад, політехнічне навчання математики в школі і пов'язане із життям навчання, поєднані між собою. На це, зокрема, звертав увагу А.І .Фетисов [206, с.76]. Проте різними є їх зміст, обсяг та засоби здійснення. Це ж стосується пари "прикладний-практичний". Але взаємозамінність вказаних вище термінів можна спостерігати і в розмовній практиці, і в теоретичній літературі [16, 59, 158, 213, 245, 352]. Матимемо це на увазі, хоча і будемо дані терміни розмежовувати.

Розвиток ідеї прикладної спрямованості у більшості робіт, які ми аналізували, проходить у безпосередньому зв'язку із визначенням засобів реалізації. Перерахуємо основні *засоби* прикладної спрямованості математики, починаючи із найбільш поширених: прикладні задачі; приклади зв'язку теорії з практикою (походження понять, зв'язок математичних абстракцій із реальними об'єктами); геометричний експеримент, практичні та лабораторні роботи; міжпредметні зв'язки тощо. Іншими словами, мова йде про кількісні та якісні зміни прикладної складової шкільного курсу математики. Систематичне використання вказаних засобів за розробленими методиками, безумовно, сприятиме кращому вивченню математики.

Ми зосереджуємо свою увагу на сформованих у роботах *теоретичних концепціях* розв'язання проблеми прикладної спрямованості у шкільному курсі математики. Серед них такі: розглядати математику, перш за все, як інструмент пізнання; навчати учнів елементів математичного моделювання; формувати у них, на основі визначеного операційного складу діяльності, прийоми розумової діяльності, які необхідні для застосування теоретичних знань; виховувати математичну інтуїцію, яка базується на свідомому розумінні походження та реальної семантики математичних об'єктів.

Зазначимо, що у дисертаційних дослідженнях [115, 212, 309], серед іншого, знайшли практичну реалізацію окремі теоретичні положення про навчання учнів застосовувати метод математичного моделювання.

Заслуговує також на увагу спосіб посилення прикладної спрямованості, про який іде мова у роботі З.Я.Хаметової [347, с.34]. Він полягає в системно–структурному підході до формування змісту та викладу навчального матеріалу на основі методу математичного моделювання. Застосування такого підходу у навчальному процесі може забезпечити, за висновками автора, формування поглядів на математику як інструмент пізнання.

Слід зауважити, що у проаналізованих роботах проблема прикладної спрямованості практично не розглядалась в умовах профільної та рівневої диференціації навчання та недостатньо висвітлювалося питання використання комп'ютера для її реалізації у школі.

Окремо підкреслимо, що найменше щодо прикладної спрямованості досліджувалась геометрія, а саме – стереометрія, незважаючи на існуючі проблеми геометричної освіти у шкільній практиці та водночас на вагоме значення цього курсу для розвитку людини.

Аналіз робіт із питання прикладної спрямованості дозволив нам з'ясувати *зміст ключових для дослідження понять*.

Передусім, узгодимо термінологію стосовно об’єкта та предмета нашого дослідження. Будемо розрізняти поняття: **1) прикладна частина стереометрії; 2) прикладна частина шкільної стереометрії; 3) прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії.**

Щодо першого. Наука геометрія у собі містить планіметрію та стереометрію. Оскільки є поняття «прикладна геометрія» (воно зустрічається, наприклад, в [24, с.3]), то логічно говорити, що кожен із розділів геометрії теж містить прикладну частину. **Прикладна частина стереометрії** – це мобільна в часі, змісті і обсязі частина стереометрії, що умовно відокремлена і займається розв’язуванням методами геометрії різноманітних проблем, які виникають поза її межами. Зокрема, вона пропонує моделі, які описують або певним чином відображають об’єкти простору, що нас оточує.

Щодо другого поняття. **Прикладна частина шкільної стереометрії** – це часткове відображення в шкільному курсі математики змісту та методів прикладної частини стереометрії. Вона представлена у школі у вигляді узгодженої з віковими особливостями учнів методичної системи, яка характеризується певним консерватизмом. Фактично, це приклади зв’язку теоретичних фактів із життям (походження із практики і застосування на практиці) та прикладні задачі. Природно, що ця частина стереометрії відображає і зв’язки з іншими шкільними предметами.

Третє поняття - **прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії**. Почнемо з того, що розглянемо семантичне значення його складових. Розберемося глибше насамперед з поняттям “стереометрія”. Його класичне трактування, яке фігурує без змін в усіх діючих шкільних підручниках, наступне: *розділ геометрії, в якому вивчаються фігури у просторі.*

Слово “стереометрія” складається із двох грецьких слів: *stereos* (твердий, просторовий) + *metron* (міра) або *metreo* (вимірюю), тобто, буквально це міра простору. Далі можна проводити міркування у двох напрямах. По-перше. Саме слово “міра” означає пропорційність. Інше слово “гармонія” походить від грецького *harmonia* – зв’язок, пропорційність і означає пропорційність частин, злиття різних компонентів у єдине ціле [306, с.483]. Тобто, по суті “міра” і “гармонія” – синоніми. Отже, термін “стереометрія” можна трактувати як ***гармонію простору***. По-друге. Слово “модель” походить від латинського *modulus* (міра, зразок). Тобто, стереометрію можна означити і як ***модель простору***.

Курс (від лат. *cursus* – бігти, швидко рухатись) означає напрямок руху; систематичний виклад якої-небудь науки [229, с.274]. ***Прикладний*** – прикладений до діла, той, що має практичне значення, у свою чергу практичний – це той, що відноситься до області життєвого досвіду, реальних потреб [229, с.512]. ***Спрямованість*** –зосередженість думок, інтересів, направлених на досягнення певної мети [229, с.341].

Підсумовуючи вищесказане, приходимо до наступного визначення прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії: **“Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії – це орієнтація цілей, змісту та засобів навчання стереометрії в напрямку набуття учнями у процесі математичного моделювання знань, умінь та навичок, які використовуватимуться ними у різних сферах життя”.** Надалі будемо дотримуватись саме такого визначення.

1.1.3. Відображення ідеї прикладної спрямованості стереометрії у збірниках задач, посібниках, підручниках та аналіз прикладних задач.

Проведемо в хронологічному порядку огляд літератури, що має відношення до питання прикладної спрямованості (далі – ПС) курсу стереометрії в школі з точки зору наявності прикладів пов'язування теорії з практикою, прикладних задач. Зауважимо, що у розгляд не ввійшли роботи, у яких теоретичний матеріал подано "сухо", конспективно, без опори на реальні об'єкти і що містять лише абстрактні задачі [72, 215, 216, 235 та ін.].

XIX століття. Серед посібників та підручників, створених у цей час, заслуговують на увагу, на наш погляд, такі: "Элементарная геометрия в объеме гимназического курса" А.Давидова [101]; "Наглядная геометрия и собрание геометрических задач" А.Леве [182]; "Основания элементарной геометрии для женских гимназий ведомства учреждений имп. Марии" І.М.Пушкарьова [276]; "Краткий курс геометрии с практическими применениями" М.А.Страхова [316] та збірники задач А.Веревського [56], М.І.Шишкіна [359]. Для більшості посібників, крім [101], характерним є виклад теорії на невисокому рівні строгості, мало теорем, які доводяться, проте багато прикладних задач. Відзначимо велику кількість стереометричних задач економічного характеру серед задач, наведених у [56].

Про декілька робіт скажемо окремо. У 1830р. виходить книга французького геометра і політика барона *К.Дюпеня* "Геометрия искусств, ремесел и изящных художеств". По суті, це посібник з прикладної геометрії, у якому пов'язуються основні поняття геометрії з їх реальними образами, розглядається застосування теорії на практиці [116]. Роботу "Практические упражнения в геометрии" (автори *П. Гур'єв, А.Дмитрієв*) надруковано в 1844р. У ній, фактично, висловлено умову свідомого засвоєння: для того, щоб геометрія була справою розуму, а не пам'яті, непотрібно обмежуватись вивченням одних лише загальних істин без всякого застосування їх на практиці [98]. У 1870р. з'явилися книги *А.Дістервега*: "Комментарии к элементарной геометрии" і "Элементарная геометрия". У першій представленій роботі аналізується освітня роль геометрії: «Геометрия не естественная история. Ее образовательная сила заключается не во внешнем знании, а во внутреннем познавании. Учащийся геометрии должен познавать истины и – прилагать их [110, с.4]». Далі розглядаються шляхи опанування учнями геометричними знаннями, де підкреслюється, що найгірша форма викладання – «скучная. Все дело в творческой деятельности учащегося; кто вызовет ее в учащемся, тот будет иметь его в своих руках [110, с.38]». Ми привели ці цитати, оскільки їх можна вважати, по суті, автентичною метою і способом вивчення стереометрії в усі часи.

XX століття. Відзначимо, що більшість посібників, які варті уваги з огляду на проблему нашого дослідження, написані у першій половині століття, а збірники задач – навпаки, за виключенням декількох, датовані другою половиною століття. Переважна частина робіт, які використовувались як підручники, є "робочими книгами" (наприклад, М.Ф.Берга [34], А.Іваниця – З.Яновської [135]) та "робочими зошитами з геометрії" (наприклад, П.А.Карасєва [146]), що були поширені у період комплексів. Інші праці [39, 40, 86, 243 та ін.] побудовані за схемою: подання теоретичного матеріалу у спрощеному вигляді (часто матеріал пов'язано із життєвими фактами), далі йде його опрацювання на задачах, у тому числі і прикладних. Перелічимо деякі: "Математика" І.В.Андрущенка [8], "Элементарная математика" Е.Бореля [43], "Краткий курс геометрии" З.Вуліха [69], "Курс математики для 7-річної школи" М.Голубенка [85], "Элементарная геометрия и собрание геометрических задач и упражнений для средних учебных заведений" А.М .Горста [91], "Элементарный курс математики" Я.Дербеньова [105], "Стереометрия" П.Кільмана [152], "Практична геометрія" О.Коваленка [156], "Математика в трудовой школе 2-й ступени" А.І.Шугаря [362].

Вирізнимо з поміж інших такі роботи. У роботі *В.Кемпбеля* "Наглядная геометрия", що з'явилась в 1914р., підкреслюється, що така геометрія «научает оценке красоты и правильности форм. Она отыскивает, извлекает и усваивает методы совершенных геометрических выводов из всякого источника в природе и из всякого применения его в жизни, она является наилучшим побудителем изобретательности [150, с.8]». У вступі до праці *А.Малініна* "Геометрия и собрание геометрических задач" читаємо, що знання геометрії необхідне для багатьох наук, а також для багатьох практичних знань; що геометрія служить для розвитку людського розуму [198, с.19]. Оригінальною за методом викладу матеріалу є "Творческая геометрия" *Г.Шаррельмана* [353], яка видана в 1924 році. Автор у цій книзі пориває з традиційною на той час науковою системою навчання геометрії і прагне до того, щоб геометричні знання набувалися лише із життєвих ситуацій; головну свою мету бачить у розвитку творчої сили дитини. Фактично, в роботі звучать ідеї гуманітаризації та гуманізації освіти. Але, на нашу думку, у запропонованій формі дана методика є несумісною з предметною системою викладання. Проте деякі підходи можна використати для роботи, про що безпосередньо скажемо у наступному розділі. У 1925р. надруковано книгу *Г. Кемпінського* "Жизненная геометрия" [151], у якій німецький педагог майстерно розв'язує питання про життєве значення геометрії, про необхідність привчати учнів бачити і розуміти геометричні форми та їхній зміст у відношенні доцільності, естетичності та практичного застосування.

За вказаний період було випущено велику кількість збірників геометричних задач. Практично в кожному [9, 14, 73, 96, 103, 278, 315 та ін.] з них можна знайти хоча б декілька **прикладних**. Ми вкажемо лише ті збірники, які або містять значну частину таких задач, або містять хоча і невелику їх кількість, проте оригінальних. Розділимо вказані праці на три групи.

До *першої групи* віднесемо роботи, що містять прикладні задачі з усіх або з окремих тем стереометрії: збірник задач та вправ Т.М.Альошиної та групи авторів [4], К.П.Арженнікова [10]; І.П.Богуславського [41]; З.І.Владімірова [62], збірники Д. Гіка та А.Муромцева [77]; задачі для усного розв'язування Б.Г.Гончаренка [88], А.І. Гуткіна [99], З.Я.Кваснікової [149], М.М.Лімана [189], Л.М.Лоповка [193-195], І.П. Натансона [221] та ін.

Друга група (задачі із окремих галузей): збірник задач на базі техніки М.С. Непляха [224], задачі із сільськогосподарської практики В.А.Петрова [247], збірник виробничих задач Л.З.Ревіса [279] та ін.

Третя група (цікаві прикладні задачі або історичні): книги Я.І.Перельмана "Новый задачник по геометрии" [240], "Практические занятия по геометрии" [241], “Занимательная геометрия на вольном воздухе и дома” [239], “Жива геометрія. Теорія і завдання” [242]; історичні задачі Г.Н.Попова [254]; задачі Г.Штейнгауза [361], С.Коваля [157] та ін.

У діючих шкільних *підручниках* ситуація із прикладними задачами така. У підручнику О.В.Погорєлова [249] таких задач міститься 8% від загальної кількості стереометричних задач, у підручнику Г.П.Бевза [19] – 7%. Відмітимо, що схожа картина і з підручником В.М.Клопського [154], що використовувався у 80-х роках. Прикладних задач тут виявилось 6%. У підручнику А.П.Кисельова [153], який був поширеним у дореволюційній і радянській школі – 7% подібних задач. Проаналізуємо також щодо кількості прикладних задач сучасний пробний підручник В.О.Тадеєва [319]. Крім певної кількості історичних задач у тексті теорії, серед задач, які пропонуються для розв’язування учням, таких задач, приблизно, 2%. У підручнику геометрії О.М.Афанасьєвої [13] прикладних задач приблизно 13% від загальної кількості. Причому у даному підручнику також містяться контрольні питання прикладного характеру, яких теж 13% від усієї кількості. Це найбільший показник кількості прикладних задач.

За висновками дослідників, наприклад, [29, с.98]; [256, с.75], їх має бути орієнтовно *20% - 30% від загальної кількості задач.*

Зауважимо, що у педагогічній літературі *визначення* поняття *прикладної задачі* дається по-різному, але, на нашу думку, суть його зберігається у кожному із них. Наприклад, прикладна задача – це задача, яка вимагає перекладу з природної мови на математичну (Р.М.Возняк та К.П.Маланюк [63], М.П.Маланюк [64], А.М.Тихонов та Д.П.Костомаров [331]). Під прикладними задачами курсу математики ми розуміємо такі навчальні задачі, розв’язування яких включає етап формалізації практичної ситуації, або етап інтерпретації того чи іншого математичного результату, або ж обидва ці етапи (М.І.Якутова [369]). Прикладна задача – це задача, яка виникає за межами математики, але розв’язується математичними методами (М. О.Терешин [326], З.І.Слєпкань [303]). Прикладною називається задача нематематичного змісту, для розв’язування якої необхідно використовувати математичні методи (М.Мирзоахмедов [209]). Прикладними називають задачі про реальні, матеріальні об’єкти та зв’язки між ними (Г.П.Бевз [21, с.6]). Задача, у ході розв’язування якої доводиться переходити від реальної ситуації до її математичного опису, або, як кажуть, будувати її математичну модель, називається прикладною (Ю. М.Колягін та В.А.Оганесян [160]).

Поряд із *терміном прикладна задача* синонімічно у науково-методичній літературі, у розмовній практиці часто вживаються термін практична задача, математична задача із практичним змістом, задача прикладного характеру, сюжетна задача, життєва задача тощо. Наприклад, І.Б.Бекбоєв під задачами з практичним змістом розуміє такі задачі, розв’язування яких пов’язано із життєвою ситуацією, потребує проведення вимірювальних робіт, знайомства із процесами виробництва тощо [30]. Я.І.Перельман пише про систематичне розв’язування задач із конкретним змістом, які наближаються до тих, які виникають у житті; по-іншому він ще називає їх реальними задачами [241, с.10]. Л.М.Фрідман розрізняє задачі за характером об’єктів, які у них використовуються. В одних задачах об’єктами є реальні предмети , а в інших – всі об’єкти математичні (числа, геометричні фігури, функції і т.д.).

Перші задачі, в яких хоча б один об’єкт є реальним, називаються практичними (житейськими, текстовими, сюжетними); другі, всі об’єкти яких математичні, називаються математичними задачами [344, с.21].

Г.О.Балл у монографії використовує дещо інший підхід до визначення поняття прикладної задачі [17, с.72]. Перш за все, він розмежовує поняття теоретичної та практичної задачі. Теоретичною називаємо таку віднесену задачу, для якої виконуються наступні умови: 1) зміни предмета задачі можливі лише в результаті впливу зі сторони розв’язувача; 2) зовнішнє середовище може впливати на предмет задачі лише тільки за допомогою впливів розв’язувача. Віднесену задачу, для якої не виконується хоча б одна із умов, називаємо практичною. Від практичних задач слід відрізняти теоретичні задачі практичного змісту. Для їх позначення є зручний простий термін: прикладні задачі.

У нашому дослідженні будемо виходити з наступного. Ми вже писали, що поділ стереометрії на теоретичну (абстрактну) та прикладну продукує наявність відповідних частин у шкільному курсі стереометрії. Теоретична частина стереометрії займається розв’язуванням абстрактних задач, а прикладна – прикладних, тому логічно говорити про відповідний поділ задач і у курсі стереометрії у школі – на абстрактні та прикладні. Звичайно, що задачі, які використовуються у навчальній діяльності мають свою специфіку в порівнянні із задачами, що розв’язуються у науковій діяльності, зокрема, мету використання, засоби розв’язування, застосовність тощо (їх характеристику буде подано далі). Тому природно вирізняти навчальні прикладні задачі. Далі слово “навчальні” у нашому дослідженні будемо опускати, але мати на увазі прикладні задачі, які розв’язують у школі. Будемо **називати прикладними задачі,** які виникають за межами математики, але розв’язування яких вимагає застосування математичного апарату.

Доцільно, на наш погляд, розмежовувати всі прикладні задачі на такі дві групи: прикладні задачі практичного характеру та прикладні задачі теоретичного характеру. *Прикладною задачею практичного характеру* називатимемо задачу, розв’язування якої передбачає використання реального предмета (його виготовленої моделі), потребує проведення геометричного експерименту, відповідних вимірювальних робіт тощо. *Прикладною задачею теоретичного характеру* назвемо задачу, якщо її розв’язування не пов’язане з роботою із реальним предметом або його виготовленою моделлю.

Також, залежно від вимоги, поряд із прикладними задачами на обчислення, побудову виділено *якісні прикладні задачі*. Це задачі із вимогою пояснити, дослідити або обґрунтувати певний факт або положення дійсності із можливим, але необов’язковим виконанням обчислень, побудов тощо. Цінність таких задач, неускладнених обчисленнями, у тому, що вони дозволяють зосередитись учням на ясному та точному з’ясуванні геометричної суті аксіом, постулатів, теорем, понять та уявлень; формують в учнів геометричне мислення та інтуїцію, розуміння процесу математичного моделювання.

Л.О.Соколенко у своїй роботі [308, с.64], виділяє такі ***функції*** прикладних задач (далі – ПЗ) у процесі навчання: *навчаючу* (спрямовану на формування в школярів системи математичних знань, умінь та навичок), *виховуючу* (спрямовану на формування в школярів світогляду, пізнавального інтересу і навичок навчальної праці), *розвиваючу* (спрямовану на розвиток мислення школярів, на формування у них прийомів ефективної розумової діяльності), *контролюючу* (спрямовану на встановлення рівня навченості, здатності до самостійного вивчення математики тощо). Проте реалізацію останньої функції ускладнено майже повною відсутністю таких задач під час діагностики навчальних досягнень учнів.

Поряд із перерахованими функціями, ми хочемо виділити й інші функції вказаних задач. Це можна зробити, оскільки функції навчання розширені, а, отже, можна говорити і про розширення функцій задач, які використовуються у навчальному процесі, про що говориться, наприклад, у роботі Г.І.Саранцева [292, с. 33]. Автор виділяє гуманістичну, інформаційну, евристичну, естетичну, прогностичну, практичну, коригуючу, інтегруючу функції задач. Про аналогічні функції доцільно говорити і у відношенні до ПЗ.

Гуманістична функція ПЗ полягає в тому, що така задача та процес її розв’язування мають для учня особистісний сенс, оскільки задача підібрана у відповідності до профілю, обраного учнем. Кожна ПЗ (її умова, розв’язування та розв’язок) здійснює *інформативну* функцію. Зокрема, учень знайомиться із різноманітними галузями прикладання математики, із історією виникнення математичних ідей тощо. Розв’язуючи ПЗ, учень буде обов’язково використовувати та засвоювати різного роду евристики, евристичні прийоми (опорні задачі, розгляд граничних випадків, введення допоміжної змінної тощо), застосовувати їх у різних конкретних ситуаціях, що говорить про *евристичну* функцію ПЗ. Евристична функція реалізується також через розв’язування ПЗ із використанням різних методів пізнання: аналогій, узагальнень, конкретизації тощо. *Естетична* функція ПЗ реалізується під час розв’язування більшості ПЗ. Не потребує, на наш погляд, пояснень *практична* функції ПЗ, що зумовлено, власне, сутністю самого поняття прикладної задачі. Незаперечною є також можливість здійснення прикладними задачами *прогностичної* та *коригуючої* функції. Зокрема, аналіз та розв’язування ПЗ дає змогу правильно оцінити інформацію, відкоригувати її щодо конкретних умов та дозволить вибрати оптимальний варіант розв’язування. *Інтегруюча* функція ПЗ проявляється, наприклад, під час розв’язування ПЗ, які реалізують міжпредметні зв’язки. Інтегруюча функція допомагає зрозуміти роль математики у науці, техніці та життєдіяльності суспільства.

Отже, можна стверджувати, що ПЗ формують та закріплюють здатність учнів використовувати здобуті на уроках стереометрії знання, уміння та навички (далі – ЗУН). Тобто, ПЗ є важливим засобом ПС шкільного курсу стереометрії.

До ПЗ шкільного курсу математики, зокрема, стереометрії, існує ціла низка вимог. Ці вимоги містяться у дослідженнях методистів та науковців (І.Б.Бекбоєв, В. М.Брадіс, С.С.Варданян, П.Я.Дорф, Є.С.Дубинчук, М.Я.Ігнатенко, Н.А.Камілов, Л. Карамов, Л.М.Ліман, Т.Я.Нестеренко, С.М.Садихов, Л.О.Соколенко, І.А.Рейнгард, І. Ф.Тесленко, І.М.Шевченко тощо), які займались питанням складання та використання ПЗ у навчанні. У кожній роботі [29, 30, 31, 52, 137, 144, 257, 309 та ін.] є різна кількість таких вимог, де вони також мають різний статус (порядок, важливість), а формулювання вимог містить як спільні, так і відмінні елементи.

Сформулюємо вимоги до ПЗ, характерні для більшості робіт, які їх включають.

1.*ПЗ повинна мати реальний практичний зміст*. Звичайно, що штучні, надумані задачі створюють хибні уявлення учнів про проблеми та їх розв'язування. Але, на нашу думку, є винятки, зумовлені специфікою навчальних ПЗ. До них належать ПЗ, які можна назвати цікавими. Наприклад, геометричні задачі про Гулівера, про фантастичний пагорб [240, 241] та ін. Такі задачі цілком відповідають визначенню ПЗ, хоча носять уявний, казковий або міфічний характер. Вони мають право на існування та розв'язування у школі, оскільки передбачають використання методу математичного моделювання та викликають інтерес учнів. Я.І.Перельман включав їх до своїх збірників ПЗ під рубрикою "Задачі для пожвавлення занять". Використання подібних задач узгоджується із метою гуманізації, гуманітаризації навчання, здійснення міжпредметних зв'язків (у наведених вище прикладах – із зарубіжною літературою) та інтеграції отриманих знань.

2.*ПЗ повинні демонструвати застосування математичних методів, зокрема, методу математичного моделювання, для дієвого вирішення поставлених питань, показувати значимість набутих геометричних ЗУН*. Слід підкреслити важливість вказаної вимоги, оскільки вона значною мірою забезпечує мотивацію вивчення систематичного курсу стереометрії.

3.*Числові значення величин, які подані в умовах ПЗ, повинні бути характерними для практики*, їх непотрібно "підганяти", щоб у результаті розв'язування отримати ціле значення. В цілому ми підтримуємо цю умову. Але зауважимо таке: допустимі і такі ПЗ, де початкові дані вже заокруглені (про що доцільно говорити учням). Це зумовлено тим, щоб складні обрахунки не відвертали уваги учнів від розуміння суті процесу розв'язування ПЗ, оскільки вказані задачі використовуються в *навчальному* процесі. Тому слід мати на увазі, перш за все, мету використання тієї чи іншої задачі .

4.У процесі розв'язування ПЗ потрібно використовувати *правила наближених обчислень*, а також використовувати *обчислювальні засоби,* зокрема*, інформаційно-комунікаційні технології.*

5.*ПЗ повинна відповідати педагогічним вимогам до довільної задачі взагалі* (математичний зміст такої задачі має відповідати програмі, підручнику, цілям уроку, відноситись до вказаної теми, не бути надто громіздким, сприяти засвоєнню тощо).

6.*Дидактичний рівень розв'язування ПЗ всередині математичної моделі не повинен перевищувати за складністю загального рівня розв'язування суто математичних задач даної теми*. Враховуючи, що ПЗ часто використовують у кінці опрацьованої теми, розділу, то для класів фізико-математичного профілю цілком допустимо розв'язувати і більш складні задачі.

7.*ПЗ мають відображати передові досягнення науки, техніки, виробництва,* бути, по можливості, пов'язані з місцевим матеріалом. Зрозуміло, умова ПЗ не повинна містити дані про архаїчні виробничі процеси, про прилади, які вийшли з ужитку. Але оскільки є достатня кількість прикладних історичних задач, корисність яких не викликає сумніву, дану вимогу не можна вважати строгою.

8.*Формулювання ПЗ не повинно містити незрозумілу для учнів термінологію, відомості про вузькотехнічні або інші складні виробничі процеси*. Справді, розв'язування ПЗ на уроках математики (стереометрії) має вирішувати перш за все цілі та завдання цього предмета.

9.*Частина ПЗ повинна бути складена за матеріалами екскурсій, відображати особистий досвід учнів.* Ця вимога, як і ті, що ми виділили у наступному абзаці, нині повинна мати характер необов'язкової, тобто такої, яка може виконуватись не для всіх ПЗ, які використовуються.

Окремі дослідники формулюють *інші вимоги* до ПЗ. Перелічимо деякі: необхідність проведення вимірювань для отримання даних, яких не вистачає; користуватись під час розв'язування таких задач різноманітною довідковою літературою, таблицями тощо; надавати умові ПЗ форми оповідання для підвищення інтересу учнів; вимога, щоб умова ПЗ демонструвала зв'язок із іншими дисциплінами; вимога за допомогою ПЗ знайомити учнів із професіями для їх професійного самовизначення тощо.

Ефективне використання ПЗ передбачає, що всі вони мають утворювати систему. Під ***системою* ПЗ** ми будемо розуміти таке їх поєднання і послідовність, які сприяють покращенню математичної підготовки. Це визначення сформульоване на основі рекомендацій, поданих у роботі [162]. Саме система ПЗ здатна ефективно працювати у руслі ПС курсу стереометрії. Аналогічну думку висловлювали у своїх дисертаційних дослідженнях С.С.Варданян [52, с.8], Л.Карамов [144, с.24], А.Ю. Карлащук [147, с.82], Л.О.Соколенко [309, с.134] та ін. У перерахованих роботах міститься також перелік умов, які має задовольняти система ПЗ. Зауважимо, що складена нами система ПЗ розпадається на підсистеми, кожна із яких корелюється зі структуруванням змісту стереометрії на навчально-математичні теорії (про що детальніше - у наступному параграфі). *До утвореної системи ПЗ можна сформулювати такі* ***вимоги***: 1) кожна ПЗ системи має задовольняти вимоги, поставлені до окремої ПЗ; 2) ПЗ системи мають відповідати змісту шкільного курсу стереометрії; 3) ПЗ кожної підсистеми повинні бути розташовані за ступенем зростання складності; 4) ПЗ системи мають давати можливість здійснювати диференційований підхід для різних типологічних груп учнів; 5) система ПЗ повинна сприяти оволодінню учнями прийомами алгоритмічної, евристичної і дослідницької діяльності.

Методика роботи із ПЗ системи будується у відповідності із етапами математичного моделювання. Тобто передбачає етапи формалізації, етап розв'язування математичної задачі всередині побудованої моделі та етап інтерпретації. Звичайно, як зауважував у своєму дослідженні М.Мирзоахмедов [209], і думку якого ми підтримуємо, це не відміняє можливості використання прикладних задач, які реалізують лише частину 3-етапної схеми. Суть кожного етапу взагалі достатньо повно розкрита в багатьох науково-методичних роботах. Меншу увагу приділялось у роботах з'ясуванню розумових та практичних дій, о володіння якими необхідне для розв'язування неформалізованих ПЗ; організації навчання учнів розв'язувати ПЗ. Ці та інші питання, пов'язані із математичним моделюванням, ми розглянемо у наступному параграфі. Оскільки ПЗ є одним із важливих засобів здійснення ПС шкільного курсу стереометрії, то нас цікавить кількість та – головне - якість вже існуючих.

Аналіз ПЗ із поданих вище праць дозволяє зробити наступні висновки.

1.*Більшість задач пов'язана лише з тілами обертання та многогранниками*. Традиційно "обминаються" теми "Аксіоми стереометрії та їх наслідки", "Паралельність і перпендикулярність прямих, площин у просторі", "Декартові координати і вектори у просторі".

Це пояснюється тим, що відсутні передумови для створення великої кількості ПЗ із даних тем. *По-перше*, кількісні характеристики геометричних об'єктів, практично, не вивчені на момент початку систематичного вивчення стереометрії. Нагадаємо, що початкове поняття про об'єм, площу поверхні окремих геометричних тіл і відповідні формули даються в молодших класах та оглядово - наприкінці основної школи. Отже, на перших уроках систематичного курсу стереометрії переважають якісні стереометричні задачі (абстрактні та прикладні). Кількість таких задач, звичайно, обмежена. *По-друге*, всі перераховані теми відносяться до початку вивчення стереометрії. На той момент учні ще не мають достатньо сформованого поняття про геометричні тіла для ілюстрації та розв'язування відповідних даним темам ПЗ. Тому очевидно, що для перерахованих тем буде використовуватись менша кількість ПЗ у порівнянні із іншими темами стереометрії. Створювати надумані ПЗ недоцільно. Для вказаних тем будуть задіяні інші засоби ПС.

2.Існує значна кількість *задач, які повторюються* у збірниках. Незмінною залишається і фабула задач. Так, в основному, вимагають обчислити об'єм кімнати або кількість шпалер для її оклеювання, порахувати масу цеглин для тієї чи іншої будівлі або фарби для її стін, знайти масу сіна в скирті або води в діжці тощо. Або, як писав А.І.Маркушевич, старому змісту надають нову одежину, але все-таки залишається стара схема, і від цього нової якості не виникає, і зближення із життям виходить лише видимим [220, с.33].

3.Враховуючи рік випуску перелічених вище збірників, майже всі вони вимагають *модернізації.* Це стосується системи мір; застарілих термінів та кількісних, якісних характеристик різних технічних процесів, виробництва тощо; неактуального сюжету деяких задач та ін. Тобто, цей та попередній висновки наголошують на необхідності створення нових сучасних ПЗ.

4.Характерним є *переважання виробничої тематики* у задачах. Причому багато таких задач переобтяжені технічною термінологією. Зокрема, це можна пояснити вимогами суспільства втілити у життя ідею політехнічного навчання.

5.Більшість збірників написано російською мовою. Тому використати сьогодні їх буде складно. Потрібно додатково витрачати час на переклад.

6.*Гендерний аналіз* ПЗ, які містяться у збірниках, показує, що переважна кількість задач розрахована на інтереси юнаків і мало враховує інтереси дівчат (переважає виробнича, будівельна тощо тематика). За даними нашого експериментального дослідження, потрібні ПЗ економічні, технологічні, дизайнерські, будівельні, побутової тематики та ін.

7.Найчастіше у збірниках ПЗ розподілені за такими категоріями: 1) *типами моделей*, які використовуються; 2) *сюжетом* (задачі із повсякденного життя, із техніки і сільського господарства, із географії, фізики та живої природи тощо); 3) *формою використання* ПЗ на уроці (підготовчі, на застосування окремої теореми, на закріплення певного поняття, на етапі контролю тощо); 4) *кількістю та формою даних* в умові задачі (із зайвими даними, із недостатніми даними, без числових даних, із суперечливими даними); 5) *залежно від вимоги* (обчислити, виготовити, пояснити або задачі із нерозкритою вимогою тощо); 6) *складністю* (прості чи складні тощо); 7) *залежно від характеру умови задачі* (задачі, у яких іде мова про реалізовану життєву ситуацію та задачі потенціального характеру); 8) *залежно від представленості етапів розв'язування ПЗ* (задачі, які формують вміння будувати математичну модель, задачі, які формують вміння проводити інтерпретацію отриманого результату, задачі, під час розв'язування яких відображається повний процес застосування математики на практиці). Кожна систематизація, взята окремо, має свої переваги та недоліки.

8.ПЗ, незважаючи на програмові вимоги вміти їх розв'язувати, практично *відсутні серед задач, які рекомендовані для оцінювання навчальних досягнень учнів*. Зокрема, ми не зустріли ПЗ серед задач, які використовуються на випускних іспитах, майже відсутні такі задачі і на вступних випробовуваннях у вищі навчальні заклади.

Звичайно, що після належної обробки ПЗ із вказаних збірників їх можна та потрібно використовувати для навчання геометрії у школі, оскільки вони спроможні викликати інтерес до стереометрії, що є передумовою для успішного оволодіння необхідними знаннями. Сьогодні такі задачі майже не використовуються. Як відмічав Я.І.Перельман, учень не вправляється прикладати формальні геометричні відношення до конкретних об'єктів; думка працює виключно у світі просторових образів і губить зв'язок із тією дійсністю, від якої ці образи абстраговані [241, с.8]. Відповідно, учні не вміють розв'язувати ПЗ.

Цю думку підтверджує експеримент, проведений на підготовчих курсах факультету довузівської підготовки Житомирського державного технологічного університету (додаток Б). Для учнів випускних класів загальноосвітніх шкіл міста та області, котрі їх відвідують, була запропонована письмова робота з геометрії. Роботу виконували 218 осіб. Протягом роботи дозволялось користуватись довідковою літературою. Роботу на "відмінно" (12, 11, 10 балів) виконали лише 4% осіб, що писали, а таких, що зовсім не впорались із завданням або виконали на "незадовільно"(0 та 1, 2, 3 бали) – 60%. Учням було запропоновано поряд із двома звичними для них задачами розв'язати дві ПЗ. І саме із ПЗ юнаки та дівчата впорались найгірше. ЇЇ розв'язали правильно лише 11% учнів, в той час як цей показник з інших задач, хоч і невисокий, але більший у два рази. Відмітимо, що третина учнів (32%) написали після контрольної роботи під час анкетування, що такі задачі вони не розв'язували в школі; підкреслимо також, що 34% опитуваних назвали ці задачі цікавими і потрібними. Причому під час написання роботи, частина учнів читаючи ПЗ, навіть не могла зрозуміти їх зв'язок із геометрією. Це говорить про формальний характер геометричних знань (які, зауважимо, досить низькі), про неспроможність використовувати набуті в школі ЗУН для розв'язування геометричних задач.

З іншого боку, слід відмітити певну суперечливість результатів анкетування учнів та аналізу результатів анкетування вчителів міста Житомира та області (додаток В). Розкажемо про анкетування вчителів. В анкетуванні брало участь 128 осіб, причому більша частина серед них – це вчителі з великим досвідом роботи (29% - вчителі вищої категорії та 35% - вчителі першої категорії); 21% - вчителі другої категорії та 15% - спеціалісти. Більшість опитуваних (93%) сказала, що знання шкільного предмета математики дозволяє краще пізнати дійсність, вивчати інші шкільні предмети. 84% респондентів вважають ПС математики одним із шляхів розв'язання завдань, які ставляться сьогодні перед освітньою галуззю. Зазначимо, що під ПС математики вчителі розуміють показ застосування математики в інших галузях та сферах життя, так відповіли 46% опитуваних, що по суті достатньо правильно, хоча і неповно розкриває це поняття. Правда, 19% взагалі не змогли дати відповідь стосовно суті ПС. Вчителі відмітили найкращі *засоби її здійснення*. Це такі: показ реальності стереометричних абстракцій (3% респондентів), приклади застосувань теорії (10% респондентів), міжпредметні зв'язки (13% респондентів), ПЗ (30% респондентів), комплексне використання вказаних вище засобів (44% респондентів). 81% вчителів написали, що використовують прикладні стереометричні задачі у навчальній діяльності. Причому, кількість ПЗ, які, на їх думку, потрібно використовувати у навчальному процесі, становить приблизно 33% від загальної кількості задач (цей показник є середнім арифметичним пропозицій, висловлених вчителями). Тобто, можна говорити про те, що теоретично респонденти розуміють важливість ПС математики, зокрема, стереометрії. Також опитування свідчить, що на практиці в школі теж займаються елементами ПС стереометрії, зокрема, розв'язуванням ПЗ. Ми не ставимо за мету визначати ступінь ефективності їх роботи із реалізації ПС. Зазначимо лише, що у школі існує проблема із реалізацією ПС.

Аналіз стану проблеми реалізації ПС стереометрії в психолого–педагогічній, методичній літературі і шкільній практиці, дає змогу зробити висновок, що на базі теоретичних концепцій склалося декілька практичних шляхів та прийомів її вирішення: 1) чітко виділяти *прикладний аспект теоретичного матеріалу;* 2) широко використовувати *геометричний експеримент*; 3) систематично показувати *зв'язки стереометрії із іншими шкільними предметами*, особливо природничого циклу; 4) знайомити учнів із поняттям математичної моделі та з *методом математичного моделювання як основою для розв'язування ПЗ*; 5) демонструвати універсальність методів стереометрії шляхом *розв'язування ПЗ* (на даний момент цей шлях є найбільш відомим у шкільній практиці). Використання кожного з них **окремо** дає підставу говорити про прикладні елементи в курсі стереометрії. **Комплексне** використання вказаних засобів веде до підсилення прикладної частини шкільної стереометрії. Про прикладну ж орієнтацію можна говорити, якщо досягти ***цілеспрямованої*** **орієнтації** ***всіх*** **складових** шкільного предмета стереометрії. Це можливо за умови загальної, однакової схеми розгортання змісту курсу стереометрії і збільшення ролі мотиваційного фактору, який є одним із основних чинників ПС (відомо, що успіх, якого досягає людина у своєму житті, лише на 20-30% залежить від її інтелекту, а на 70-80% - від мотивів [291, с.4]). Отже, на сучасному етапі ПС стереометрії фактично розглядається як ***основа***, на якій вивчення курсу стереометрії учнями здійснюється значно ефективніше, і як одна із ***цілей*** вивчення стереометрії у школі. Таким чином, ми прийшли до побудови загальної моделі реалізацій ПС стереометрії.

1.2. Концептуальна модель реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії

Створення моделі, яка визначає провідний задум реалізації ПС шкільної стереометрії, зумовлено необхідністю ефективного розв’язування її у практичній площині. Зауважимо таке. Програма з математики визначає рівень і обсяг умінь та навичок, обов’язкових для учнів та задає перелік, обсяг матеріалу, обов’язкового для вивчення у школі відповідно до змістових ліній. У ній також пропонується можливий розподіл матеріалу по класах і орієнтовні вказівки щодо кількості годин на вивчення теми. У підручниках математики викладено основи знань і способів діяльності відповідно до цілей навчання, визначених програмою. Тобто ні програма, ні підручник чітко не розкривають технологію організації навчання для досягнення вказаних цілей, зокрема, щодо необхідності ПС. Тому ми виокремили найважливіші, на нашу думку, положення ПС, які використали для побудови ***концептуальної моделі***, що дозволила розробити відповідну методику, описану у другому розділі.

Структурними компонентами концептуальної моделі є цільовий (цілі, що сформульовані у прикладному напрямку), стимулюючо-мотиваційний, змістовий (структурований зміст курсу), операційно-діяльнісний, контрольно-оцінний. Концептуальна модель передбачає три *функціональні компоненти*. Перший – дії, пов’язані із мотивацією і постановкою цілей вивчення курсу, у тому числі, з’ясування учнями важливості прикладної складової та прикладного потенціалу абстрактної складової курсу стереометрії. Другий - навчальні дії. У тому числі: а) дії , що пов’язані із внесенням до навчання компонентів, характерних для прикладної діяльності: використання правдоподібних, евристичних міркувань; застосування математичного моделювання як основи вивчення курсу стереометрії та методу розв’язування прикладних задач; розвиток суто математичних вмінь та навичок, потрібних для розв’язування прикладних задач (наближена прикидка результату, приведення його до числа або розрахункової формули та ін.); б) дії, що притаманні професійно-навчальній діяльності: навички планування та корегування діяльності, самостійної роботи, творчої діяльності, роботи із комп’ютерними програмами; в) дії, пов’язані із моделюванням геометричних ситуацій та проведенням геометричного експерименту. Третій - дії контролю та оцінювання знань.

Включення у процес навчання діяльності, що пов’язана із опануванням учнями та застосуванням ними методу математичного моделювання, є стрижнем побудованої моделі. Один із засобів її реалізації - це системно-структурний розподіл стереометричного матеріалу.

1.2.1. Системно-структурний розподіл матеріалу шкільного курсу стереометрії на основі методу математичного моделювання.

Перш ніж перейти до системно-структурного розподілу шкільного курсу стереометрії, розглянемо окремі питання, пов’язані із поняттям «моделювання». Виділено (Н.Г.Салміна [289, с.73]) чотири види знаково-символічної діяльності: заміщення, кодування, схематизація та моделювання. *Моделювання* визначають як знаково-символічну діяльність, яка націлена на отримання об’єктивно нової інформації за рахунок оперування знаково-символічними засобами (Н.А. Тарасенкова [322, с.71]). До діяльності моделювання заміщення, кодування та схематизація входять як операції. Дослідження Н.Г.Салміної показали, що моделювання - складна діяльність, у якій виділяють такі складові: попередній аналіз

; переклад реальності або тексту, який описує реальність, на знаково-символічну мову; робота з моделлю; співвіднесення результатів, отриманих на моделі, з реальністю [288, с.97]. Кожен компонент діяльності моделювання має свій зміст зі своїм складом операцій і спеціальними засобами, які мають виступити предметом засвоєння. Попередній аналіз включає такі операції: семантичний аналіз (на рівні окремих понять; на рівні окремих речень; перефразування речень); осмислення тексту в цілому, відновлення предметної ситуації, яка стоїть за ним; виділення кількісних характеристик. Переклад реальності на знаково-символічну мову потребує знання відповідного алфавіту та правил. Робота з моделлю передбачає аналіз та перетворення моделі. Співвіднесення результатів із реальністю передбачає не лише виявлення правильності відповіді, але й відповідності отриманих даних дійсності.

Важливо, на думку Н.Г.Салміної [289, с.102], що моделювання передбачає оволодіння всіма операціями (розділення планів, виділення алфавіту, володіння принципами перекладу, вмінням перетворювати) із такими *характеристиками:* 1) рефлексія - можливість усвідомлювати плани (те, що позначається і що його позначає), алфавіт, синтаксис; 2) зворотність як можливість переходу від одного плану до іншого та навпаки, від використання однієї мови до іншої; 3) інваріантність – збереження під час всіх перетворень інваріанту змісту при змінах його форми; 4) інтенція – усвідомлюване, довільне використання або побудова тих чи інших знаково-символічних засобів.

Математичне моделювання пов’язане із математизацією ситуації – створенням математичних моделей, що дозволяють досліджувати реальність засобами математики. Математичне моделювання настільки широко застосовується до вивчення реального світу, що створення в учнів уявлення про його суть, підведення їх до оволодіння кожним з етапів повинно стати однією з проблем навчання математики. Про доцільність його введення у процес навчання висловлювались багато науковців, дослідників, наприклад, Я.С.Бродський, С.І. Великодний, Б.В.Гнеденко, Г.Я.Дутка, Ю.М.Колягін, М.В.Крутіхіна, Г.М.Морозов, О.Л.Павлов, Л.Л.Панченко, В.В.Пікан, А.К.Сліпенко, Л.О.Соколенко, Н.А. Тарасенкова, М.О.Терешин, В.В.Фірсов, Л.М.Фрідман, З.Я.Хаметова, М.І.Якутова та ін. В роботах цих авторів [44, 53, 54, 83, 115, 161, 175, 212, 237, 308, 309, 322, 326, 339, 344, 347, 369] відображено конкретні пропозиції щодо навчання учнів методу математичного моделювання, розробки уроків та ін. *Математичне моделювання* як метод пізнання, включає три етапи: побудову, конструювання моделі; дослідження моделі; аналіз одержаних результатів і перенесення їх на справжній об’єкт вивчення . *Математична модель* - це спеціальний спосіб наближеного опису деякої проблеми , який дозволяє застосовувати при її аналізі формально-логічний апарат математики. При математичному моделюванні ми маємо справу не з об’єктом, а з побудованою його теоретичною копією, яка виражає у математичній формі його основні закономірності.

Продуктивність роботи з математичного моделювання, як зазначено у роботі Л.О.Соколенко [308, с.6], залежить від уміння враховувати такі моменти: відмінність реального об’єкта і його математичної моделі; ідеалізація цього об’єкта при переході до моделі; ігнорування властивостями об’єкта, які виявляються неістотними для дослідження, що проводиться; фундаментальна роль гіпотез при побудові моделей одного й того ж об’єкта; вимога адекватності властивостей об’єкта, що досліджується, і вимога простоти моделі; принципово наближений характер моделі. Відповідно, важливим є завдання визначити *структуру математичного моделювання*, тобто, *систему прийомів діяльності, дій та операцій,* що входять до складу математичного моделювання, *створити ефективні засоби для навчання учнів цьому методу.* На думку М.О.Терешина, велику роль в успішності математичного моделювання відіграє виявлення його елементів: заміна вихідних термінів обраними математичними еквівалентами; оцінка повноти вихідної інформації і введення за необхідності числових даних, яких не вистачає; вибір точності числових даних, що відповідає змісту задачі та ін. [326, с.13].

Із питанням математичного моделювання тісно пов’язане питання набуття учнями вміння розв’язувати ПЗ. Л.О.Соколенко [308, с.21] виокремила такі *розумові та практичні дії, володіння якими необхідне для розв’язування неформалізованих ПЗ* : 1) розчленування формулювання задачі на умови та вимоги; 2) виявлення в умові задачі об’єктів і їх характеристик; 3) співставлення умов з вимогами; 4) встановлення типу ПЗ; 5) виділення в умові задачі математичного співвідношення, яке складає математичну модель ПЗ; 6) вибір методу дослідження побудованої моделі; 7) створення на основі загальних правил або положень алгоритму розв’язування формалізованої задачі; 8) розв’язування формалізованої задачі за створеним алгоритмом; 9) дотримання правил наближених обчислень, а також використання обчислювальних засобів у процесі розв’язування задачі; 10) переклад на змістовну мову ПЗ одержаних результатів розв’язування. Слід сказати, що п’яту дію згаданого мінімуму автор замінює ще одинадцятьма розумовими та практичними діями, володіння якими необхідне для побудови математичної моделі. Г.М.Морозов [212, с.10] *до основних вмінь побудови математичних моделей відносить* такі: 1) виділяти основні характеристики ПЗ (множину базисних та поточних характеристик, які беруть участь у процесі побудови математичної моделі); 2) знаходити систему істотних зв’язків ПЗ (множину лише тих зв’язків, які беруть участь у побудові її математичної моделі); 3) знаходити систему необхідних обмежень ПЗ. На закінчення огляду зазначимо, що *проведений аналіз слугував основою створення власних методичних рекомендацій* для навчання учнів математичному моделюванню у процесі вивчення курсу стереометрії, зокрема, протягом розв’язування ПЗ складеної нами системи.

Про спосіб посилення ПС за допомогою ***системно-структурного розподілу матеріалу*** на основі використання ***методу математичного моделювання*** коротко згадувалось у пункті 1.1.2. Розглянемо детальніше його основну ідею. У змісті шкільного курсу математики можна виділити системи знань, що володіють властивостями наукової математичної теорії. Тобто кожна система знань є відносно завершеною, автономною і самодостатньою щодо інформації, яка у ній міститься. У такій системі знань явно виділяється певна множина опорних понять, які складають об’єкт вивчення. **Навчально-математичною теорією** (далі – **НМТ**) назвемо дидактично оброблену, зв’язну систему математичних понять, фактів і методів, що забезпечують розв’язання певного кола задач. У будові матеріалів **кожної НМТ** вирізняють чотири структурні складові – *пізнавальні ступені*. Основою для цього поділу є відношення окремих елементів НМТ до математичного методу пізнання дійсності. Зауважимо, що з огляду на це З.Я.Хаметова [347, с.37] таку структуру НМТ називає *методологічною*.

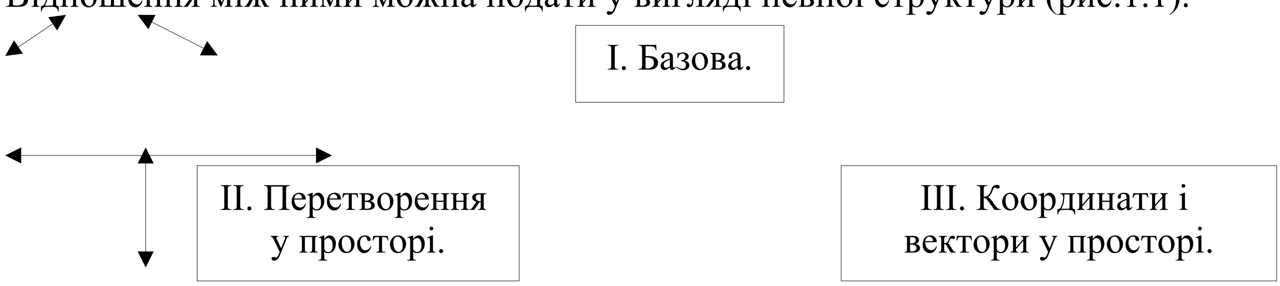
Перший пізнавальний ступінь носить назву **емпірична основа (ЕО).** До нього входять факти, поняття, задачі з практики, суміжних дисциплін та інших дисциплін, що приводять до основних понять теорії. *Другий* пізнавальний ступінь (**створення математичної моделі – СММ**) містить теоретичну основу. До нього входять неозначувані поняття, аксіоми, різні припущення, формальні визначення кожного із сукупності математичних понять – об’єкта теорії, що по суті є математичною моделлю деякої галузі дійсності. *Третій* ступінь складає основний масив теоретичних знань. Він носить назву **результати дослідження математичної моделі** (**РДММ**). У матеріалах цього ступеня розвивається система допоміжних понять, вивчаються операції над представниками кожного опорного поняття, їх кількісні характеристики. До матеріалів *четвертого* ступеня (**прикладання математичної моделі** – **ПММ**) відносяться різноманітні приклади прикладання математичної моделі і результатів її дослідження до отримання змістовних висновків про реальні речі та явища.

Слід підкреслити таке: *у реальному навчальному процесі* проходить *змішування матеріалів окремих пізнавальних ступенів* та вивчення однієї НМТ може бути *розтягнуто в часі*. Зазначимо, що подача та розгортання навчального матеріалу під час вивчення кожної НМТ у відповідності із поданою структурою приводить до необхідності здійснювати математичне моделювання *неодноразово*. Це сприяє інтенсивному формуванню елементів математичної культури учнів, що важливе з точки зору набуття учнями вмінь використовувати математичний апарат.

Застосуємо вказаний вище спосіб посилення ПС математики до шкільного курсу стереометрії. Для цього розподілимо *стереометричний* матеріал за *навчально-математичними теоріями*. За основу такого поділу обрано математичні моделі, які описують реальні об’єкти, явища або процеси. Зазначимо, що поділ на НМТ цілком міг бути проведений на іншій основі, наприклад, на основі кількісних характеристик реальних об’єктів.

У шкільному курсі стереометрії нами виділено дев’ять таких НМТ: **«I. Базова»; «II. Координати і вектори у просторі»; «III. Перетворення у просторі»; «IV. Геометричні тіла та їх комбінації»; «V. Призма»; «VI. Піраміда»; «VII. Циліндр»; «VIII. Конус»; «IX. Куля».**

Варто зауважити, що нумерація НМТ не відображає порядок їх вивчення. *Послідовність вивчення* утворених НМТ шкільного курсу стереометрії (та пізнавальних ступенів відповідних НМТ) повністю залежить від діючої програми. Відношення між ними можна подати у вигляді певної структури (рис.1.1).



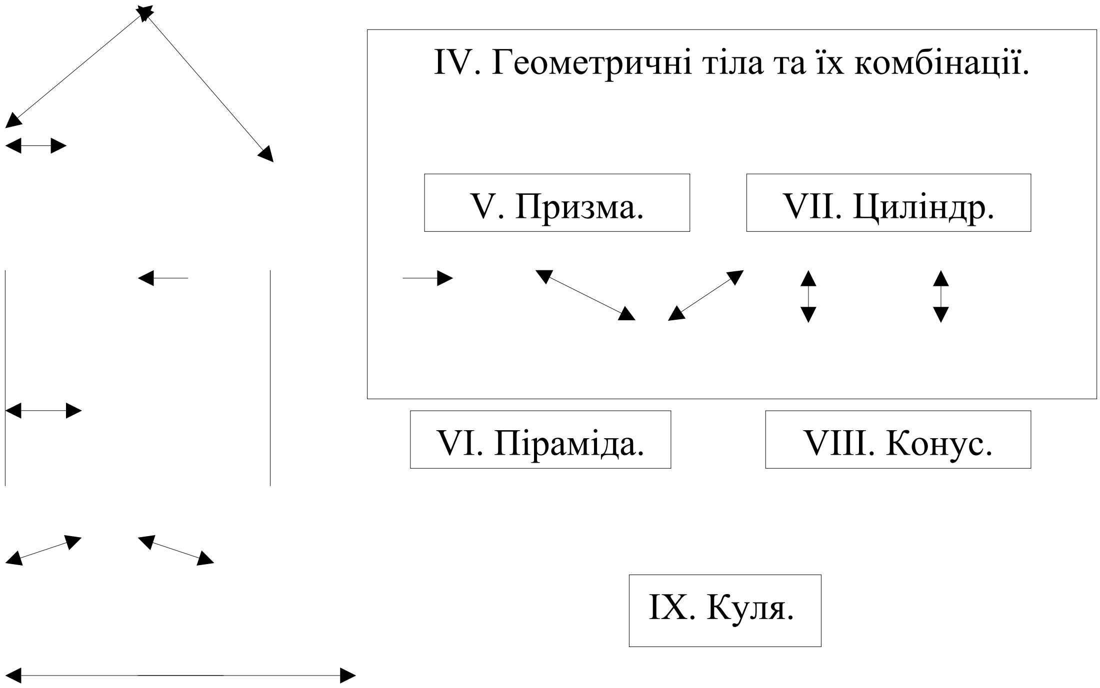


Рис. 1.1. Схема взаємозв'язку НМТ.

1.2.2. Огляд навчально-математичних теорій курсу стереометрії в старшій школі.

Наведемо приклади структурних схем змісту НМТ курсу стереометрії (табл. 1.1–1.2) (інші схеми винесено у додаток Е). Зазначимо, що вони утворені на основі діючої програми [259] та підручника О.В.Погорєлова [249].

Таблиця 1.1

I. Базова (§1, пункти 1-6; §2, пункти 7-12; §3, пункти 14-21; §4, пункти 31-34;§5, пункти 37,38)

№	Назва ступеня.	Зміст.
1	Емпірична основа (ЕО).	Факти, поняття, задачі з практики, суміжних та інших дисциплін, що приводять до основних понять теорії.
2	Створення математичних моделей (СММ).	1. Поняття точки, прямої та площини. 2. Аксіоми стереометрії та їх наслідки.
3	Результати дослідження математичної моделі (РДММ).	1. Визначення паралельних прямих (‖), ‖-ної прямої та площини, ‖-них площин. Відповідні ознаки та властивості. 2. Визначення мимобіжних прямих. 3. Визначення перпендикулярних прямих ( ); прямої, -ної площині, -них площин. Відповідні ознаки та властивості.

		4. Поняття про перпендикуляр та похилу до площини; про проекцію похилої на площину; про відстань від прямої до паралельної до неї площини; про відстань між мимобіжними прямими. 5. Поняття кута між прямими, кута між прямою та площиною, кута між площинами. Поняття про двогранний та тригранний кут. Властивості введених понять. 6. Розв'язування задач.
4	Прикладання математичної моделі (ПММ)	Розгляд прикладних ситуацій; розв'язування ПЗ на визначення взаємного розташування реальних об'єктів та їх частин у просторі, знаходження відстаней між ними, кутів.

Таблиця 1.2

VI. Піраміда (§5, пункти 47-50; §7, пункти 70,71)

№	Назва ступеня.	Зміст.
1	Емпірична основа (ЕО).	Факти, поняття, задачі з практики, суміжних та інших дисциплін, що приводять до основних понять теорії.
2	Створення математичної моделі (СММ).	1. Поняття про піраміду. Види пірамід. Правильна піраміда. 2. Поняття про основу піраміди, вершину, бічні ребра та висоту; поняття про висоту бічної грані піраміди. 3. Поняття а) про лінійний кут при вершині піраміди; б) про кут між висотою піраміди і бічним ребром; в) про кут між бічним ребром і площиною основи піраміди; г) про двогранний кут при бічному ребрі; д) про двогранний кут при ребрі основи піраміди (кут нахилу грані до площини основи). 4. Поняття про зрізану піраміду та її властивості.
3	Результати дослідження математичної моделі (РДММ).	1. Зображення піраміди на площині. 2. Переріз піраміди. Переріз зрізаної піраміди. Поняття діагонального перерізу. 3. Площа поверхні піраміди. 4. Площа поверхні зрізаної піраміди. 5. Об'єм піраміди. 6. Об'єм зрізаної піраміди. 7. Розв'язування задач.
4	Прикладання математичної моделі (ПММ)	Розгляд прикладних ситуацій; розв'язування ПЗ на обчислення площі поверхні, об'єму реальних тіл, які мають форму піраміди або зрізаної піраміди.

Варто зробити окремі зауваження щодо НМТ курсу стереометрії.

1.Підкреслимо важливість НМТ «І. Базова» та необхідність ґрунтовної мотивації для учнів перед її вивченням. Дана НМТ несе основне навантаження щодо розуміння учнями того, що вони вивчають досвідно–дедуктивний курс геометрії.
2.НМТ «ІІ. Координати і вектори у просторі» – опорна для вивчення багатьох фізичних понять, процесів тощо. Підкреслюємо її важливість для міжпредметних зв'язків з фізикою [203, 204, 330]. Під час вивчення цієї НМТ є великі можливості для використання аналогії, порівняння та узагальнення.
3.НМТ «ІІІ. Перетворення у просторі» має великий потенціал щодо міжпредметних зв'язків (з фізикою, хімією та біологією тощо) та посилення зв'язку між планіметрією та стереометрією.
4.НМТ «IV.Геометричні тіла та їх комбінації» носить, певною мірою, узагальнюючий характер. ЇЇ вивчення розтягнуто в часі. Зміст третього та четвертого ступеня пронизує теоретичний матеріал відповідних рівнів інших НМТ.
5.В основній школі учні вперше зустрілись із поняттям призми, згідно діючої програми, у 6-му класі. А з представниками призми (кубом, паралелепіпедом) – у 5-му класі. Тому зміст ступеня ЕО та, частково, ступеня СММ НМТ «V. Призма», на наш погляд, цілком посильно розкрити власне учням у вигляді завчасно підготовлених доповідей. Це складає передумови до формування навичок самостійної роботи, що є обов'язковою частиною будь-якої професійної діяльності. Проте початок розповіді бажано провести у формі бесіди вчителя та учнів (щоб спрямувати її у бажане русло). У реальному навчальному процесі вивчення даної Н МТ, згідно діючої програми, розбивається на два часові проміжки. Проте систематичне звернення до даної структури, роз'яснення суті математичного моделювання не порушить єдності теорії.
6.У 5-6-х класах програмою не передбачено ознайомлення із поняттям піраміди. Проте потрібно мати на увазі, що під рубрикою "Для тих, хто хоче знати більше" у діючому підручнику для 6-го класу [170, с.43] подано теоретичний матеріал та задачі, пов'язані із цим геометричний тілом. А отже, частина учнів буде мати уявлення про піраміду. Також із цим поняттям учні зустрічались у 9-му класі у темі "Початкові відомості стереометрії". Зауважимо, що вивчення НМТ «VI. Піраміда», як і попередньої, згідно діючої програми, теж розраховано на два часові інтервали, що поділяє кожну з них на два блоки.
7.Із циліндром учні основної школи, згідно діючої програми, ознайомились у 6-му класі та зустрічались із цим поняттям у 9-му класі, вивчаючи початкові відомості стереометрії. Тому вивчення НМТ «VII.Циліндр» у систематичному курсі стереометрії можна розпочати із повторення. Наприклад, доцільно провести бесіду із учнями про поширеність циліндричної форми в оточуючому світі та причини цього. Обов'язково слід згадати, як можна утворити циліндричну форму (говоримо про прямий круговий циліндр). Причому розпочати зі способу, який вони вивчали раніше: обертання прямокутника навколо однієї із своїх сторін. Потім поговорити, за допомогою руху ще якої планіметричної фігури можна утворити циліндр (відповідний рух круга вздовж прямої, перпендикулярної до площини, у якій він знаходиться). На закінчення бесіди підвести учнів до самостійного формулювання визначення поняття "циліндр". Фактично, робота із визначенням означає перехід на другий ступінь вивчення цього геометричного тіла.

8.Зважаючи на притаманну ПС необхідність посилення міжпредметних зв'язків, підкреслимо значимість НМТ «VIII.Конус» для біології.
9.Вивчення «IX. Куля», як і кожної НМТ, що пов'язана із тілами обертання, згідно програми, пов'язано вже з трьома часовими проміжками. Акцент на цьому моменті (як і пояснення необхідності такого розбиття), створить умови для бачення загального підходу до вивчення тіл обертання. Це, в свою чергу, дозволить широко використовувати у навчальній діяльності такі розумові дії, як порівняння, аналогію.
10.На етапі ЕО до матеріалів кожної НМТ бажано включати історичні відомості та історичні задачі. Це сприяє підвищенню інтересу до предмета та розширює кругозір учня.
11.Після проходження матеріалів тієї чи іншої НМТ можуть залишитись питання, які, на даний момент, ще неможливо викласти учням. Причиною можуть бути вимоги програми, обмеженість навчального часу тощо. У зв'язку із цим доцільно планувати повернення до них. Наприклад, матеріали НМТ "Геометричні тіла та їх комбінації" містять як інформацію, яку розглядають перед опрацювання конкретних геометричних тіл, так і узагальнюючу.
12.У процесі вивчення кожної НМТ потрібно використовувати наочність. Для НМТ I, IV, V, VI на кожному ступені можна здійснювати моделювання геометричних тіл, наприклад, застосовуючи техніку орігамі. Доцільність її використання як засобу ПС подамо далі.
13.Приклади розгортання першого та четвертого ступенів НМТ буде представлено у наступних параграфах та додатках.
14.У реальному навчальному процесі не всі ступені у кожній НМТ можуть бути виражені однаково повно та яскраво.
15.Методичні вимоги щодо використання концептуальної моделі реалізації ПС шкільного курсу стереометрії в умовах профільної та рівневої диференціації будуть викладені у відповідному параграфі далі.

На закінчення зазначимо, що системно-структурний розподіл матеріалу на НМТ дозволяє учителю бачити загальний механізм здійснення ПС курсу стереометрії. В свою чергу, вона дає можливість учню зрозуміти суть математичного моделювання як основи будь-якого пізнання та зв'язок навчальної діяльності з майбутньою професійною діяльністю. Також вона створює підстави для систематизації та узагальнення знань, які набуває учень протягом вивчення тієї чи іншої порції матеріалу. Це, у свою чергу, сприяє кращому оволодінню учнями стереометричним матеріалом.

1.3. Психолого-педагогічні умови реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії

ПС шкільного курсу стереометрії передбачає, спираючись на подане в першому параграфі визначення, безпосередній вплив на цілі, зміст та засоби навчання. Це означає опосередкований вплив і на весь процес навчання, що в свою чергу зумовлює очікувані якісні зміни в діяльності суб'єктів навчання – вчителя та учня. Розглянемо вихідні умови або, інакше, те підґрунтя, на якому має здійснюватись ПС. Фактично, зупинимось на психолого-педагогічній характеристиці процесу, в якому проходить засвоєння предмета стереометрії в школі. Також розглянемо психолого-педагогічну характеристику учня як повноправної діючої особи в процесі навчання та особливості його діяльності.

1.3.1. Наукові концепції засвоєння соціального досвіду в руслі концепції прикладної спрямованості.

Шкільний курс стереометрії є певною порцією соціального досвіду, що засвоюється окремою людиною (учнем). Наукові концепції засвоєння соціального досвіду лежать в основі побудови всіх існуючих моделей процесу навчання. Розкриємо можливість, доцільність та ефективність реалізації ПС на цьому підґрунті. Обмежимось розглядом найбільш поширених ідей. За основу для нашого аналізу використаємо роботи М.В.Метельського [202, с.55], Г.К.Селевко [293, с.10], З.І.Слєпкань [305, с.17], В.В.Ягупова [367, с.249].

1. Основні принципи асоціативної концепції научіння були розроблені І.М.Сєченовим та І.П.Павловим. В її основі лежить така ідея: будь-яке пізнання починається з відчуттів, злиття та з'єднання яких утворюють сприйняття, із останніх тим же шляхом утворюються уявлення, а із уявлень – поняття. Схематично цю теорію можна охарактеризувати так: сутність научіння - засвоєння людиною зв'язків, які існують між об'єктами, а зміст – утворення асоціацій; умова научіння - наявність між елементами, які ми поєднуємо, суміжності (фізичної, психологічної, функціональної, логічної); основа научіння - спостереження і порівняння, розрізнення й ототожнювання, розділення і об'єднання тощо. Загальна модель процесу навчання, яка ґрунтується на асоціативній концепції, була розроблена німецьким педагогом І.Ф.Гербартом. Зауважимо, що традиційна дидактична система (пояснювально-ілюстративний вид навчання) ґрунтується в основному на концепціях Я.А.Коменського, Й.Песталоцці і особливо - І.Ф.Гербарта. Недоліком асоціативної концепції научіння вважають той факт, що відповідні моделі процесу навчання недостатньо готували учня до життя, до практичної діяльності. На нашу думку, реалізація ПС цілком спроможна виправити окремі недоліки моделей навчання на основі асоціативної концепції. За допомогою ПС можна забезпечити не лише формальне засвоєння окремих елементів дій, узгодити виконання елементів із конкретною реальною метою всієї дії. Засобами є мотивація та контроль навчальної діяльності, системно-структурний розподіл матеріалу та ПЗ.

2. В основі умовно-рефлекторної концепції научіння залишались асоціації, утворення зв'язків, але вони виступали вже як елементи доцільної поведінки, а не споглядання та пасивного пізнання. Важливу роль у її створенні зіграли класична теорія умовних рефлексів І.П.Павлова, концепція научіння через проби і помилки Е. Торндайка та ін. Сутність научіння полягає у засвоєнні індивідом суттєвих властивостей речей і явищ, корисних дій і форм поведінки, які спираються на ці властивості. Необхідною умовою утворення зв'язків між безумовними подразниками (вродженими) й умовними (засвоєними) реакціями організму або сигналами зовнішнього середовища є підкріплення і повторення. Серед учених, які займались розробкою даної концепції, відмітимо Дж.Дьюї. Умовно-рефлекторна концепція научіння пристосувала навчання до обмежених індивідуальних потреб та інтересів учня, а не до потреб та інтересів суспільства. Спроба впровадити модель навчання у шкільну практику в 20-ті роки ХХст. у вигляді методу проектів і комплексів не дала позитивних результатів. Виявилась потреба у новому типі научіння, коли спочатку має засвоюватись ціле, структура, а не елементи та їх окремі зв'язки. Запропонована концептуальна модель реалізації ПС дозволяє, на наш погляд, пристосувати відповідні моделі навчання до суспільних вимог та дозволяє «бачити» структуру курсу, який вивчається; формувати необхідні знання у систему. Основні засоби такі: прикладна спрямованість цілей навчання; системно-структурний розподіл курсу; опорні конспекти до кожної НМТ.

3. У зв'язку з новими суспільними вимогами з'явилась знакова концепція научіння, а основу якої покладено змістові зв'язки (знакові, семіотичні) [286, 300 та ін.]. Схематично її можна охарактеризувати так: сутність научіння – формування в учнів понять і систем понять, відображення істотних відношень реальності; основа научіння – утворення знакових відношень між поняттями та відповідними їм термінами, між поняттями та відображеними в них реальними відношеннями; умови научіння – виявлення і абстрагування відношень, які мають значення для суспільної практики, встановлення їх характеру і загальності, закріплення їх у словах. Перевага цієї концепції в тому, що вона вводить у процес навчання слово поряд із спостереженням та сприйняттям. Велике значення для розробки знакової концепції научіння мали праці Л.С.Виготського, В.В.Давидова, Д.Б.Ельконіна, Г.С.Костюка, Н.О.Менчинської, С.Л. Рубінштейна та ін. Проте ця концепція научіння та відповідні моделі процесу навчання не змогли повністю розв'язати проблему зв'язку знань і дій, проблему управління процесом навчання. Реалізація ПС для цих моделей навчання частково їх розв'язує. По-перше, вона передбачає введення певних алгоритмів у процес навчання (використання методу математичного моделювання у явному вигляді протягом вивчення курсу; створення опорних конспектів для кожної НМТ, використання ПЗ тощо). По-друге, вона планує конкретні шляхи оволодіння змістом курсу учнями та контролю засвоєння ними ЗУН.

4. Поряд з асоціативною, умовно-рефлекторною і знаковою розроблялась операціональна концепція научіння. Вона спирається на орієнтовно-операціональну структуру психічної діяльності індивіда. На пострадянській території варіантом цієї теорії є теорія поетапного формування розумових дій, запропонована в 50-ті роки ХХст. П.Я. Гальперіним і розвинута далі Н.Ф.Тализіною. В її основу покладено ідею про принципову єдність внутрішньої та зовнішньої діяльності людини. Відповідно до цієї ідеї, розумовий розвиток, як і засвоєння ЗУН, відбувається шляхом інтеріоризації, тобто поетапним переходом зовнішньої діяльності у внутрішній розумовий план. Для повноцінного процесу формування нового знання і вміння була запропонована така послідовність етапів: 1) створення мотивації; 2) роз'яснення або виділення орієнтовної основи дії; 3) формування дії у матеріальній або матеріалізованій формі; 4) мовлення без опори на матеріально-матеріалізовані засоби; 5) формування дії у внутрішній формі; 6) перехід дії у внутрішню мову, а внутрішньої мови – у думку. Автори поетапного формування розумових дій показали, що цей процес залежить від певних умов, прийомів, а тому ним можна керувати [320, 321]. Реалізація ПС дозволяє робити це ефективніше. Наприклад, прикладна орієнтація цілей навчання дозволяє посилити мотивацію; розв'язування ПЗ дає можливість показувати застосування понять, які вводяться, та формувати в учнів відповідну систему розумових дій тощо.

Підсумовуючи, слід сказати, що ПС навчального предмету стереометрії узгоджується з кожною із педагогічних систем, що базуються на розглянутих концепціях процесу засвоєння.

1.3.2. Психологічні умови реалізації прикладної спрямованості.

Важливим для визначення психолого-педагогічних особливостей реалізації прикладної спрямованості є зазначення особистісно зумовленого характеру засвоєння [60, с.304], [118, с.62]. Це означає, що якість засвоєння залежить від того, як учень ставиться до учіння, до навчального матеріалу, як сам процес засвоєння впливає на формування мотивів школяра, цілей тощо. Засвоєння має певні особливості залежно від віку учнів щодо використовуваних засобів (інтелектуальних дій, знакових, мовленнєвих, вербальних дій та знання, що складають основу для засвоєння нових знань), так і щодо співвідношення репродуктивних та продуктивних дій. Отже, звернемось до характеристики учня як суб'єкта навчання з точки зору педагогіки та психології [42, 71, 108, 121, 122, 124, 128, 129, 130, 131, 142, 173, 184, 186, 187, 207, 208, 351, 368].

Систематичний курс стереометрії за чинною програмою вивчається в старшій школі. За віковою періодизацією психологів, наприклад [174, 363], старший шкільний вік – це вік ранньої юності. Він охоплює період розвитку приблизно від 15 до 18 років. На кожному віковому етапі превалює певний вид діяльності. В старшому шкільному віці, безперечно, домінує учіння (діяльність урізноманітнюється), але зостається гра, виникає праця, змінюється мотивація учіння (з'являється особистісний смисл учіння) [282, 367]. Пізнавальні інтереси старшокласників, як свідчать дослідження В.А.Крутецького, М.С.Лукіна [174], стають більш вибірковими, набувають більш активного та сталого характеру. Широке коло пізнавальних інтересів, зростання свідомого відношення до навчальної діяльності стимулює у них розвиток довільної уваги. Спостереження стає більш цілеспрямованим і систематичним, розвивається спостережливість, збільшується роль абстрактного, словесно-логічного запам'ятовування. Розумова діяльність учня старшого класу відрізняється від мислення підлітка більш високим рівнем узагальнення і абстракції, здатністю до пізнання закономірностей навколишнього світу. У старшокласників виникає інтерес до причинного пояснення явищ, розвивається вміння аргументувати судження, доводити істинність чи хибність певних положень, з'являється критичність мислення [174, с.6]. Всі вище перераховані якості, що властиві юнацькому віку, переконують у необхідності ПС навчальних предметів, а саме, стереометрії. Аргументи наступні.

По-перше, вивчення стереометрії на основі ПС має структуру і характер пізнавальної діяльності (а саме старшокласники, за свідченням дослідників, переходять до вищих рівнів абстрагуючого та узагальнюючого мислення, мислення стає дедуктивно-гіпотетичним [60, с.242]). Мислення, як узагальнене та опосередковане пізнання світу в процесі практичної і теоретичної діяльності індивіда [196, с.299], здійснюється шляхом мислительних дій і операцій. Концептуальна модель реалізації ПС шкільного курсу стереометрії дозволяє неодноразово використовувати крім операцій аналізу та синтезу, інші операції. Маємо на увазі такі: абстрагування (для всіх НМТ на ступенях СММ та ПММ), узагальнення (на етапі вивчення математичної моделі переважної кількості НМТ і, особливо, на всіх етапах вивчення НМТ про геометричні тіла та їх комбінації) та порівняння (на всіх ступенях НМТ, пов'язаних із вивченням перетворень, координат і векторів у просторі, різних видів многогранників, тіл обертання). По-друге, в результаті такої спрямованості шкільної стереометрії отримані ЗУН є застосовними (повинні бути такими) у різних сферах життя (навчанні, майбутній професії, побуті тощо), а відомо, що важливими ознаками юнацького віку є потреба у самореалізації та розвиткові власного "Я", виборі професії та ін.

Цікавою з огляду на питання нашого дослідження є думка В.А.Крутецького про те, що інтерес до навчальних предметів в юнацькому віці визначається тим, в якій мірі вчитель зумів пов'язати цей предмет із життям. І, щоб захопити старшокласника навчальним предметом, недостатньо викладати цікаво. Потрібна впевненість школяра в практичній значимості предмета [174, с.27]. Ж.Піаже, як свідчить в одній із праць І.С.Кон, в своїх останніх роботах підкреслював, що свої нові розумові якості юнаки застосовують вибірково, до тих сфер діяльності, які для них найбільш значимі і цікаві. А в інших випадках можуть обходитись попередніми навичками [164, с.71]. У психології відомий симптом виникнення мотиваційного бар'єру [84]. Він з'являється тому, що співрозмовнику нецікаві висловлювані твердження, вони не зачіпають його власних потреб, не викликають мотиву, який спонукає до розуміння. Власне, ПС здатна, на наш погляд, усунути всі подібні перешкоди на шляху вивчення шкільного предмета. Цю думку підтверджує таке анкетування.

Серед одинадцятикласників шкіл міста Житомира та області було проведено опитування з метою з'ясувати ставлення учнів до предметів, які вони вивчають, зокрема до стереометрії (додаток Д). У ньому брали участь 611 респондентів. В результаті були отримані такі основні результати. У число трьох, найбільш важливих, на думку учнів шкільних предметів ввійшли: математика, рідна та іноземна мови (відповідно 28%, 23%, 22% опитуваних). Причиною такого вибору, як і очікувалось, значна частина назвали потреби у майбутньому (чи потреби взагалі – 44%, чи потреби для навчання або для майбутньої професії – 15% та 12% учнів відповідно). Але в число найбільш улюблених предметів математика вже не ввійшла . Досить високо оцінили учні значимість математики особисто для себе. 39% майбутніх випускників вважають математику гарантом успішного майбутнього. Для 37% опитуваних вона є необхідною для здобуття майбутньої професії. Проте 16% вважають математику потрібною лише для вступу, а для незначної частини вона є зовсім непотрібною (так вважає 7%). 1% учнів не змогли оцінити значення математики. Які шляхи пропонують учні для покращення стану справ у вивченні математики, а саме об'єкту нашого дослідження - стереометрії? 28% учнів вважають , що на вивчення стереометрії потрібно виділяти більше годин, 19% опитуваних бачать вихід у використанні інформаційно-комунікаційних технологій для навчання стереометрії, і 14% пишуть про необхідність зробити вивчення стереометрії ближчим до життя, більш наочним. Тобто учні теж прийшли до думки про необхідність ПС шкільного курсу стереометрії

1.3.3. Дидактичні умови реалізації прикладної спрямованості шляхом структурування змісту.

Звичайно, виникає питання технології реалізації ПС. Тобто, потрібно окреслити спосіб розгортання та використання запропонованої концептуальної моделі. Докладно технологію буде описано далі. Зараз обмежимось наступними дидактичними зауваженнями процесуального характеру. Реалізація ПС стереометрії розрахована на чотири стадії.

На підготовчій стадії (перед, власне, початком навчання курсу стереометрії на основі математичного моделювання) діяльність вчителя, крім традиційної (написання календарних, тематичних планів тощо), доповнюється необхідністю підготувати картки-НМТ для кожного учня класу. Зауважимо, що наведені вище структурні схеми НМТ носять орієнтовний характер, тому їх зміст потрібно коригувати відповідно до програми, яку пропонують для обраного напряму профілізації. У разі необхідності потрібно додати до карток перелік додаткових стереометричних фактів, задач, в тому числі і прикладних, що підлягають опрацюванню. Вчитель вказує із діючих підручників, додаткових посібників лише номери параграфів та задач. Мета цього – врахувати профіль, який обрав учень, його рівень навченості, можливість самостійного здобуття ЗУН.

На початковій стадії реалізації ПС стереометрії найважливішим є активне залучення мотиваційного фактору, важливість якого ми підкреслювали. Зупинимось на цьому докладніше. Як відомо, успіх у будь-якій, а отже, і у навчальній діяльності, залежить від активності суб’єкта діяльності. У свою чергу, для її забезпечення поряд зі здібностями, знаннями та навичками мотивація виступає одним із найважливіших чинників. Розглянемо, яким чином, з одного боку, ПС стереометрії буде сприяти підвищенню мотивації, а з іншого боку, як мотивація буде допомагати реалізації ПС . С.С.Занюк у своїй роботі [123, с.8] виділяє процесуальний та результативний компоненти мотивації. Результативний складник пов’язаний із окресленням цілей та прийняттям їх учнем. Тому так важливо чітко встановити, чому учні повинні вивчати математику (стереометрію), а не який-небудь інший предмет? Фактично, основне питання цієї стадії – прикладна орієнтація цілей навчання.

Згідно порад методистів, наприклад Л.М.Фрідмана [343, с.22], для цього варто вказати лише спеціальні якості, які можуть бути сформовані в учнів у процесі навчання математики (до них відносять: формування вмінь будувати математичні моделі реальних явищ або процесів, виховання математичного підходу до аналізу явищ, оволодіння апаратом дослідження деяких видів математичних моделей). У цілому ми підтримуємо висловлену думку. Проте, на наш погляд, із старшокласниками слід говорити також про розвиток загальних якостей на уроках математики, зокрема, стереометрії. До загальних якостей відносяться: певний рівень мислення, пам’яті, уваги, мови та ін. Набуття загальних і спеціальних якостей повинно стати внутрішньою потребою більшості учнів, впевненістю у необхідності їх у майбутній діяльності [336, с.13]. Це вимагає систематичної роз’яснювальної роботи під час вивчення всього курсу. Особливе значення вона набуває у зв’язку із початком вивчення стереометрії (оскільки при ПС курсу ідея моделювання виступає на перший план та мають місце “традиційні” труднощі під час вивчення стереометрії). Тому на перших уроках курсу стереометрії доцільно провести бесіду, присвячену основній ідеї та методу математики – моделюванню. Можливість реалізації ПС шкільного курсу стереометрії на основі математичного моделювання потребує, на наш погляд, додаткового пояснення.

Учні старшої школи, безперечно, вже мають досвід математичного моделювання (як емпіричний, так і інтуїтивний) та роботи з моделями. Джерелами цього є, наприклад, процес відшукування правил про те, як додавати звичайні або десяткові дроби, розв’язування текстових задач тощо. Про цей досвід школярам потрібно нагадати. Причому, найкраще це можна зробити на прикладі розв’язування нескладної текстової задачі. У таких задачах чітко простежується етап формалізації, на виході із якого ми отримуємо рівняння або систему рівнянь, які розв’язуються вже на наступному етапі математичного моделювання – етапі розв’язування модельної задачі. Мають уявлення учні також про третій етап (етап інтерпретації), коли отримані розв’язки рівняння перевіряються на предмет співвіднесення із вихідною ситуацією. Звичайно, ідея вивчення цілого предмета у процесі математичного моделювання для них є новою. Але, з точки зору психології, про що йшлося вище, старші школярі цілком готові до сприйняття та засвоєння такого способу пізнання.

Продовжуючи міркування щодо мотивації, зауважимо, що вона залежить від сили мотиву (мотивів) та ситуативних факторів. Звичайно, що збільшення сили та кількості її складових приведе до підвищення мотивації. Серед психологічних механізмів розвитку мотивації, які активізує ПС, ми виділимо два: мотиваційне переключення та мотиваційне зумовлення. Механізм мотиваційного переключення починає працювати, коли ми намагаємося сформувати в учня позитивне ставлення, інтерес до стереометрії, пов’язуючи її поняття із об’єктами навколишнього середовища, подаючи історичні відомості тощо. Тобто, пов’язуємо стереометрію із чимось приємним та звичним для старшокласника. Мотиваційне зумовлення ви значають як надання емоційного значення певному предмету, змісту шляхом установлення його зв’язку з відповідною емоцією (позитивною або негативною) [123, с.240]. Провідну роль тут буде грати прикладна інформація, виготовлення моделей за допомогою техніки орігамі та розв’язування ПЗ (на основній стадії ПС стереометрії).

Основна стадія реалізації ПС шкільного курсу стереометрії – це вивчення тієї чи іншої теорії в ході математичного моделювання. Основні її фази пов’язані із відповідними ступенями вивчення НМТ.

Реалізація ПС курсу стереометрії безпосередньо або опосередковано впливає на інші складові навчання. Тому це потребує (на початковій, основній, заключній стадіях) переважного використання певних методів навчання математики (методи навчання будемо співвідносити із діяльністю вчителя). Розгляд проведемо, використовуючи впорядкування методів, виконане Г.П.Бевзом у роботі [22] та маючи на увазі всі вище перераховані психологічні та педагогічні чинники.

Серед методів активізації уваги учнів найдоцільнішим стосовно вивчення стереометрії в школі за допомогою НМТ, вважаємо методи мотивації учіння, збудження інтересу та метод проблемних ситуацій. Вибір зумовлений тим, що ці методи повністю узгоджуються із суттю першого пізнавального ступеня.

Поміж методів викладу нового матеріалу доцільно надати перевагу конкретно-індуктивному - на етапі введення понять на першому ступені НМТ, абстрактно-дедуктивному - на третьому пізнавальному ступені (враховуємо дедуктивний характер шкільної стереометрії, вік та характер діяльності учнів), дослідницькому методу (особливо в класах природничо-математичного напряму) та інскриптивному методу (він дає можливість більшу увагу приділяти сутності матеріалу). Особливу увагу слід звернути на використання методу укрупнення дидактичних одиниць протягом створення та вивчення математичної моделі (власне, НМТ створюють всі умови, щоб вивчати матеріал великими порціями та просуватися з випередженням; це звільнить час для розв’язування ПЗ та повторення).

Серед методів закріплення знань та вмінь вирізняємо методи повторень та вправ (причому їх зручно використовувати і на ступені ПММ шляхом розв’язування прикладних проблем). Із методів навчання розв’язування задач виділимо метод поступового ускладнення задач (із переважним використанням на етапі вивчення математичної моделі).

Стосовно методів навчання зробимо окреме зауваження. Як слідує із ви значення ПС шкільного курсу стереометрії, одне із її основних завдань полягає в тому, щоб отримані учнями знання були застосовними для вирішення реальних питань. Такі знання цілком можна характеризувати, серед інших ознак, і як повноцінні. На думку І.Я.Лернера [188, с.20], до числа якостей повноцінних знань слід віднести повноту і глибину; оперативність і гнучкість; конкретність і узагальненість, згорнутість, систематичність та системність, усвідомленість і міцність. Для їх формування пропонуються, наприклад, у праці [148, с.51], методи навчання, які корелюються із поданими вище. Тому можна говорити, що реалізація ПС шкільного курсу стереометрії опосередковано сприяє набуттю учнями повноцінних знань. Підкреслимо, що подана вище пріоритетність методів є бажаною, але все ж додатковою умовою для досягнення очікуваного результату за рахунок реалізації ПС.

Окремо виділимо питання стосовно застосування засобів навчання на різних ступенях НМТ. Їх вибір здійснюємо, базуючись на систематизації засобів навчання у посібниках [23, 97, 302]. На ступені ЕО можна використати натуральні об’єкти (предмети матеріальної культури та ін.), екранно-звукові засоби (фільми та їх фрагменти та ін.) та засоби інформаційно-комунікаційних технологій, друковані засоби (таблиці, плакати, картки для індивідуальної роботи та ін.). Мета - задіяти більшість вказаних засобів для показу реальних прообразів геометричних абстракцій.

На ступенях СММ та її вивчення доцільно використовувати макети (наприклад, каркасні), друковані засоби (підручники, збірники задач, таблиці, картки для індивідуальної роботи та ін.), екранно-звукові засоби і засоби інформаційно-комунікаційних технологій. Всі вказані засоби повинні покращити засвоєння матеріалу абстрактної частини шкільної стереометрії.

Окремо підкреслимо важливість створення моделей геометричних тіл власноруч. Така робота вчить використовувати набуті теоретичні знання. Доцільно звернути увагу на виготовленні їх за допомогою розгорток та за допомогою техніки орігамі. Зупинимось детальніше на останньому.

Почнемо з аналізу зв’язку геометричних форм із рухом. Із чим пов’язані просторові форми? Перш за все – одна з одною. Рух точки породжує лінію, рух лінії – поверхню. Зрозуміло, що лінії пов’язані з поверхнями, поверхні – з тілами, лінії, поверхні, тіла зв’язуються одне з одним і т.д. Як зауважував І.Ф.Тесленко, необхідність і можливість руху та зміни фігур є однією із основних передумов розвитку геометричної науки [328, с.13]. Цим невичерпним багатством відношень займається стереометрія (абстрактна її частина). Але оскільки просторові форми втілені в оточуючій нас дійсності, то існують ще й різні інші відношення. Вони складають матеріал прикладної частини стереометрії. Як відомо, речі навколишнього світу отримали свій образ або від природи, або від руки людини.

Тому вони мають причину виникнення. Якщо вони пов’язані з речами природи, то виникли дякуючи законам природи. Якщо ми знаходимо їх у предметів, що вийшли із рук людини, то вони мають причиною виникнення наміри людини, тобто доцільність або естетичні причини. Вони хоч і нерухомі, проте жодна не виникла без руху. Отже, всі просторові форми мають відношення до руху. Крім того, дякуючи руху, всі просторові форми знаходяться між собою в тісному зв’язку.

Просторові форми пов’язані також із процесом їх сприйняття. Розуміння просторових форм, наприклад, доступне людині за допомогою зору (згадаємо, що, наприклад, величина просторових форм змінюється залежно від положення очей відносно цих форм). Ці міркування ми приводимо з роботи [151], яка вийшла ще на початку ХХ ст. Вони підтверджують думку [76, 119, 190 та ін.] про взаємозв’язок геометричних форм та руху.

Схожу інформацію містить змістовна науково-методична робота Г.Д.Глейзера [81, с.45]. Як відомо, природу сприйняття і уявлень (в тому числі і просторових) вперше науково розкрили великі вчені-фізіологи І.М.Сєченов і І.П. Павлов. І.М.Сєченов розкрив механізм сприйняття форми предмета за допомогою різних органів відчуттів, причому він підкреслив величезну пізнавальну роль руки та ока. Численні дослідження показують, що для формування геометричних уявлень перш за все необхідне накопичування великої кількості конкретних уявлень про предмети та явища реального світу. Л.А.Шифман, Л.І.Котлярова, Л.М.Веккер встановили, що активний дотик (рукою, яка рухається, маніпулює) є ефективним засобом утворення сприйняття, адекватного предмету. Вказані автори прийшли до висновку, що рух – провідний фактор у формуванні образу уявлення. Б.Г.Ананьєв встановив [6, 7], що співвідношення тактильних та кінестетичних відчуттів в обох руках нерівне: домінуючим в тактильному комплексі правої руки є кінестетичне відчуття, лівої – тактильне (що було пояснено парною роботу обох півкуль, індуктивними відношеннями між ними). Тому при оперуванні моделями геометричних фігур у навчальному процесі доцільно рекомендувати учням тримати модель у лівій руці, а елементи фігури вичленувати правою рукою.

Доцільно, на нашу думку, навести аналогічні міркування з інших досліджень, наприклад, із праці А.М. Леонтьєва [185, с.159]. Як пише автор, рух, здійснюючи практичний контакт, “реальну зустріч” руки із зовнішнім об’єктом, неодмінно підкоряється його властивостям. “Обмацуючи” предмет, рука рухається за його обрисами і відтворює його величину, контур та за допомогою сигналів, які йдуть від її рухового апарату, формує їх зліпок у мозку. Слушно буде зауважити, що І.М.Сєченов подібним чином уявляв собі роботу і зорового апарату. Однак зауважував: «Сетчатка обученного глаза – это, собственно говоря, сетчатка глаза, первоначально научившегося у руки [185, с.160]», - оскільки на відміну від процесу контактної рецепції форми, величини і відстані, яка здійснюється в русі, процес дистантної рецепції жорстко об’єктом не визначається та не контролюється (сам об’єкт не чинить фізичного опору руху ока). У роботі В.В.Давидова [100, с.38] ми знаходимо цікаві думки щодо наочності та засвоєння знань. Щоб засвоєння було ефективним, до наочності потрібно приєднати активність учня. Активність учня є найвищою, коли у роботі бере участь не лише голова, але і руки, коли проходить всебічне сприйняття матеріалу, коли він має справу із предметами, які може переміщувати, по-різному складати, комбінувати, спостерігати їх відношення і робити із спостережень висновки

А.Р.Кулішер звертає увагу на важливість роботи учнів із моделями. Він зауважує, що ряди зорових відчуттів міцно пов’язуються із рядами відчуттів м’язових та дотично-м’язових, і їх сполучення воєдино викликає у дітей ту справжню наочність відносно до геометричних образів, значення якої перевищує у декілька разів показування моделі вчителем [177, с.94]. І.Ф.Тесленко у своїй роботі [328], керуючись доказами психологів, робить такий висновок: рух тіл та їх перетворення є дидактичною і психологічною умовою формування в учнів просторових уявлень.

Підсумуємо. Природні об’єкти та ті, що створені людиною, виникли в русі. Аналогічну природу мають їх моделі, вивченням яких займається стереометрія. Відповідно, це ті геометричні об’єкти, які вивчають учні в шкільному курсі стереометрії. Згідно досліджень вчених, однією з найважливіших умов сприйняття вказаних форм теж є рух. Таким чином, логічно зробити висновок, що для формування необхідних геометричних уявлень, а, отже, і розвитку просторової уяви, потрібні такі засоби навчання, які будуть враховувати зазначений принцип. Одним із таких засобів і можна вважати використання в навчальному процесі виготовлення моделей геометричних тіл та їх комбінацій за допомогою техніки орігамі (докладніше про цю техніку див. у першому розділі додатку Ж).

Як стверджують орігамісти, чимало понять шкільної геометрії більш наочно і простіше пояснюються за допомогою орігамі. Сучасні орігамісти (наприклад, К.

Фушимі, Т.Такахама, К.Касахара тощо) вважають, що орігамі може стати важливим матеріалом під час вивчення геометрії, в умовах, коли її відсувають на задній план, а іноді виключають із шкільних програм багатьох високорозвинутих країн світу. Особливий інтерес становить використання техніки орігамі для виготовлення моделей у пропедевтичному курсі стереометрії, починаючи із молодшої і з продовженням в основній школі. Саме цих періодів стосується більша частина проведених досліджень щодо орігамі та навчального процесу. Наші дослідження та висновки методистів, які використовують орігамі у старшій школі, зокрема, для класів фізико-математичного профілю (науковці із Росії С.М.Белім, І.А.Круглова, І. К.Жинеренко [199]), переконують стосовно можливості та доцільності використання орігамі у навчальному процесі для старшокласників під час вивчення курсу стереометрії.

Приведемо на доведення аргументи, що з'явились у вчителів, які вже використовують елементи орігамі: 1) орігамі реалізує принцип наочності у навчанні; 2) орігамі активізує здатність до перекодувань інформації, до зворотності мислительної діяльності; 3) орігамі розвиває просторову уяву; вміння розглянути об'єкт з різних точок зору (це є основним під час розв'язування не лише абстрактних геометричних задач, але і ПЗ); 4) орігамі вносить елементи творчості; 5) орігамі формує точність, акуратність; 6) орігамі дозволяє проводити професійну орієнтацію (дизайн, моделювання та ін.). Хочемо підкреслити, що для виготовлення фігур вказаним способом важливим є не лише сам продукт - створена модель, а й процес її створення. Крім вище названих аспектів, вкажемо ще один. Як відомо, під час малювання, ліплення, ведення записів тощо домінує ведуча рука, тоді як в орігамі задіяні обидві. Тому, за висновками дослідників, така діяльність синхронізує роботу обох півкуль головного мозку. Це є важливим. Пояснимо висловлену думку. В кінці підліткового періоду стає особливо вираженим зсув асиметрії в сторону відносного домінування лівої півкулі [284, с.173]. Для лівої півкулі характерною є послідовна обробка інформації, в ній розкривається логіко-знаковий контекст. Для правої півкулі характерним є моментальне "схоплювання" об'єкта, в ній розкривається образний контекст. Забезпечення узгодженої їх роботи дозволить розв'язати частину завдань, які ставляться перед школою.

Слід сказати, що проблема зв'язку орігамі з активністю мозку вивчена ще недостатньо. Першими, хто на професійному рівні зайнявся вивченням цієї проблеми, є дослідники, психологи Катерина та Юрій Шумакови. На цю тему ними була зроблена доповідь у 1999 році на міжнародній науковій конференції психологів та медиків, що проходила в Ростові-на-Дону. В цій доповіді, як і статтях С.Н.Дутко, А.І.Сухарева та А.П.Сухаревої про розвиток сприйняття дітей засобами орігамі, на підставі проведених досліджень, зроблені висновки, що заняття орігамі розвивають наступні психічні процеси: сприйняття (цілісність та структурованість образу); увагу (концентрація та сталість); пам'ять (зорова та кінетична); мислення (просторове, креативне). Заслуговує на увагу і той факт, що заняття орігамі викликають в учнів позитивні емоції: інтерес та пожвавлення [199, с.5].

Все сказане дає змогу зробити висновок, що орігамі дозволяє втілити окремі ідеї, які входять до концептуальної моделі ПС. Отже, техніка орігамі є засобом її реалізації.

Повертаючись до засобів навчання, які доцільно використовувати, зауважимо таке. Останній ступінь НМТ потребує використання друкованих засобів (збірники ПЗ, картки для індивідуальної роботи), екранно-звукових засобів (інформаційно-комунікаційні технології). Відбір вказаних вище засобів зумовлений необхідністю якісно розв'язати якомога більшу кількість ПЗ. Звичайно, що в перелік засобів навчання ми не включали ті, які обов’язково повинен мати учень для вивчення шкільних предметів (наприклад, канцелярські предмети).

Заключна стадія реалізації ПС стереометрії пов’язана із контролем результатів навчання, тобто згідно концепції ПС стереометрії, із контролем вміння учнів застосовувати здобуті знання, про що ми будемо говорити далі.

На основі проведеного вище аналізу ми можемо стверджувати, що учень старшої школи психологічно готовий і з точки зору дидактики може набувати ЗУН у ході математичного моделювання. Логіка побудови шкільного курсу стереометрії, його зміст та структура системи задач створюють додатково сприятливі умови засвоєння вказаного курсу, використовуючи математичний метод пізнання дійсності .

Слід сказати, що ми також проаналізували загальну концепцію реалізації ПС шкільного курсу стереометрії на основі принципів нейропедагогіки (див. другий розділ додатку Ж). Цей аналіз та поведений аналіз психолого-педагогічної літератури [57, 67, 126, 228, 230, 253, 294, 311, 312 та ін.] можна вважати підведенням підсумків щодо правильності створеної концепції ПС шкільного курсу стереометрії.

1.4. Методичні вимоги до реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії в умовах диференційованого навчання

Пошуки шляхів удосконалення організації навчального процесу висунули на перший план диференційоване навчання [248, 290, 291, 337 та ін.]. Згідно із його визначеннями в науково-методичній літературі, наприклад, у посібнику М.М. Фіцули, диференційоване навчання враховує індивідуальні особливості учнів [340, с .205]. Як відомо, розрізняють зовнішню диференціацію та внутрішню. Н.Є.Мойсеюк [211, с.271] дає їм такі визначення: «Терміном “зовнішня диференціація” позначають таку організацію навчального процесу, за якої для задоволення різнобічних інтересів, здібностей і нахилів учнів створюються спеціальні диференційовані класи, школи. Така диференціація навчання здійснюється за двома напрямами: 1) шляхом створення класів та шкіл на основі спеціальних здібностей, інтересів і професійних нахилів учнів (профільні та спеціалізовані навчальні заклади , класи з поглибленим вивченням окремих предметів); 2) шляхом створення класів та шкіл за певним рівнем загального розумового розвитку учнів і стану здоров’я учнів. Термін “внутрішня диференціація” застосовують до такої організації навчального процесу, за якої розвиток індивідуальності здійснюється в умовах роботи вчителів у звичайних класах».

Систематичний курс стереометрії у старшій школі – це час безпосередньої реалізації профільного навчання математики. Він забезпечується адекватним профілю навчання змістом основного курсу математики відповідно до базового навчального плану, системою курсів за вибором і організацією самостійної творчої роботи учнів, системою індивідуальних завдань, спрямованих на розвиток професійних схильностей учнів, їхнього інтересу до застосувань математики. Такі засоби дають змогу забезпечувати єдність рівневої та профільної диференціації навчання математики. На нашу думку, концептуальна модель ПС шкільного курсу стереометрії створює необхідні умови для якісного здійснення профільної та рівневої диференціації.

Виділяють [167] наступні п’ять напрямів профілізації старшої школи: суспільно-гуманітарний (представляє такі навчальні профілі: філологічний, історико -правовий, економічний, юридичний тощо); природничо-математичний (охоплює фізико-математичний, хіміко-біологічний, географічний, медичний, екологічний навчальні профілі тощо); технологічний (представлений такими навчальними профілями, як інформатика, виробничі технології, проектування і конструювання, дизайн, транспорт, менеджмент, побутове обслуговування, народні ремесла тощо); художньо-естетичний; спортивний.

У класах філологічного, історико-правового, юридичного профілів суспільно -гуманітарного напряму; технологічного напряму; спортивного напряму; художньо-естетичного напряму можна вивчати інтегрований курс “Математика” за програмою [48], авторами якої є М.І.Бурда, Ю.І.Мальований. На тиждень відведено 3 години математики. Причому предмет “Математика” в цих класах можна ділити на два предмети: “Алгебра і початки аналізу” (2 години на тиждень) і “Геометрія” (година на тиждень). Як зазначено в програмі, мета вивчення математики в класах (школах) гуманітарного спрямування полягає в тому, щоб забезпечити засвоєння учнями системи математичних знань та вмінь, що є складовими загальної культури людини і необхідні для вивчення інших шкільних предметів, сформувати уявлення про ідеї і методи математики, її роль у пізнанні й перетворенні дійсності. Суттєве значення цього предмета полягає у формуванні наукового світогляду школярів на основі розвитку у них правильних уявлень про природу математики, сутність і походження математичних абстракцій, співвідношення реального й ідеального, характер відображення математичною наукою процесів та явищ реального світу [136]. Значна частина математичних тверджень вивчається без строгого доведення на основі використання конкретних прикладів, наочних ілюстрацій, життєвого досвіду учнів (курсив тут і далі – наш). Реалізація ПС шкільного курсу стереометрії саме й акцентує увагу учнів на всіх перерахованих вище аспектах. Особливо актуальним для вказаних профілів є зосередження вивчення НМТ курсу стереометрії на ступені ЕО та на ступені ПММ. Зміст вказаних пізнавальних ступенів буде нести мотивацію для введення та вивчення нових понять (СММ), ознайомлення із їх властивостями (РДММ). На першому та четвертому ступенях доцільно здійснювати професійну орієнтацію: вивчення стереометрії повинне давати уявлення про її прикладні можливості в різних галузях людської діяльності, зокрема й тієї, яку вони передбачають обрати в майбутньому. Особливу увагу звертаємо на необхідність використання інформаційно-комунікаційних технологій на всіх ступенях НМТ.

Курс математики для 10-11 класів природничо-математичного напряму (хіміко-біологічний, географічний, медичний, екологічний навчальні профілі тощо) можна вивчати за “Програмою з математики для 10-11-х профільних класів природничого напряму” (автори: Я.С.Бродський, О.Л.Павлов, А.К.Сліпенко, О.М. Афанасьєва) із розрахунку 5 годин на тиждень (3 години алгебри та 2 години геометрії). Вивчення геометрії у 10-11 класах цього напряму передбачається за традиційною схемою. Усі відмінності спрямовані на забезпечення ПС, розвиток просторової уяви. У контексті нашого дослідження виділимо наступні інструктивнометодичні положення, викладені в [139, с.5]. Вивчення курсу математики для профілів цього напряму має забезпечувати гармонічний розвиток образного і логічного мислення. Особливу увагу слід приділяти з'ясуванню ролі математики у сферах її застосувань. Насамперед це означає, що учні повинні оволодіти навичками математичного моделювання. Досягти цього можна за рахунок зваженого компромісу між строгістю і доступністю викладення матеріалу, а також його ПС. Таким чином, у класах даного напряму теж доцільно використовувати методологічну схему НМТ стереометрії. Другий та третій ступені вивчаються традиційно, в обсязі, визначеному програмою, а наголос знову ставимо на етапах ЕО та ПММ. Ці ступені вивчаються в розгорнутому вигляді і спрямовані на розвиток професійних нахилів учнів.

У класах економічного профілю суспільно-гуманітарного напряму вивчення математики може відбуватися за "Програмою з математики для класів економічного профілю" авторів М.А.Вайнтрауба, О.С.Стрельченко, І.Г.Стрельченко [317] із розрахунку 6 годин на тиждень (4 години алгебри та 2 години геометрії). Текст програми структурований за темами курсу поглибленого вивчення математики і, практично, кожна тема підкріплена прикладними економічними задачами. Програма факультативного курсу "Економіка в задачах математики" доповнює програму. Або вивчення може проходити за "Програмою з математики для 10-11-х профільних класів природничого напряму" (автори: Я.С.Бродський, О.Л.Павлов, А.К.Сліпенко, О.М.Афанасьєва) із розрахунку 5 годин на тиждень (3 години алгебри та 2 години геометрії). Для даного профілю теж обов'язковою є комп'ютерна підтримка на кожному ступені НМТ. Особливу увагу слід приділити розв'язуванню прикладних стереометричних задач економічного характеру на ступені ПММ.

У класах фізико-математичного профілю природничо-математичного напряму навчання може відбуватись за програмою для класів природничого напряму із розрахунку 6 годин на тиждень (4 години алгебри та 2 години геометрії), за програмою для 10-11 класів із поглибленим вивченням математики [49] із розрахунку 8 годин на тиждень (5 годин алгебри та 3 години геометрії). Курс геометрії у 10-11 класах цього профілю можна вивчати також за програмою "Геометрія. 10-11 класи" (автор В.О.Тадеєв) [140]. Для даного профілю акцент доцільно перенести на розгорнуте вивчення абстрактної частини НМТ. Ефективність засвоєння знань учнями теж буде залежати від використання ПЗ на останньому ступені, що підкреслено в програмі. Обов'язковим є використання інформаційно-комунікаційних технологій.

Як видно із розподілу годин, на вивчення математики відводять від 3 до 8 годин на тиждень залежно від обраного напряму та профілю, причому на стереометрію відводиться годин менше або так само, як на алгебру. Загальновідомо, що освітнє значення геометрії (як і алгебри) досить вагоме. Проте геометрія є більш складною для сприйняття дисципліною, та учні мають невисокий рівень навченості з даного предмету. Для покращення ситуації можна використовувати лише внутрішні резерви курсу стереометрії. Один із напрямів цього, на нашу думку, і полягає в реалізації його ПС. Про загальну концепцію за рахунок структурування змісту мова вже йшла вище (крім якісного, ми отримаємо і кількісний виграш – економію часу). Суттєвий потенціал міститься у визначенні цілей, які орієнтовані у прикладному напрямі, як основі реалізації ПС.

Рівневий підхід в межах кожного профілю здійснюється переважно на третьому та четвертому ступенях вивчення НМТ. Для здійснення індивідуального підходу рекомендуємо використовувати кількісні та якісні показники, що проставляє вчитель на картках НМТ. Будемо розрізняти кількісний змістовий показник та кількісний терміновий показник. Визначимо їх наступним чином. Кількісний змістовий показник – це регулювання обсягу інформації (звичайно, що він не може бути меншим за програмовий обсяг) та кількості задач (абстрактних та прикладних) з переліком номерів із підручників та додаткових збірників, які потрібно опрацювати окремому учневі на аудиторних та домашніх заняттях. Кількісний терміновий показник виконує наступну функцію: встановлює дійсні та змінені календарні строки вивчення певного матеріалу. Останні можуть бути дострокові або навпаки – зі збільшеним строком дії. Їх можна застосовувати, якщо учень має для цього певні об’єктивні підстави та можливості, звичайно, із врахуванням позиції вчителя. Наприклад: учень бажає самостійно опрацювати та скласти певну частину курсу екстерном; учень хоче, паралельно із вивченням іншої теорії, мати змогу перескласти вже пройдений матеріал на вищий бал; пропуски занять із поважної причини теж можуть слугувати причиною встановлення індивідуального кількісного термінового показника вивчення певної порції стереометричного матеріалу. Якісний показник регулює характер опрацювання теоретичних відомостей учнем (які теореми вчити з доведенням, а для яких достатньо знати ідею доведення; для яких параграфів або частин теорії доцільно скласти опорний конспект тощо), яку літературу використовувати (лише підручник або додатково взяти той чи інший посібник) та задачі якого рівня рекомендовано розв’язувати самостійно (обов’язкового, поглибленого чи підвищеного).

Широкі можливості рівневої диференціації щодо активізації пізнавальної діяльності, розвитку творчого мислення учнів надають сучасні інформаційно-комунікаційні технології [117]. Це зумовлено тими обставинами, що можливо регулювати обсяг інформації, обирати час та тривалість її вивчення; працювати самостійно; контролювати якість засвоєння. Варто зауважити, що ці аргументи свідчать також про важливість інформаційно-комунікаційних технологій для реалізації ПС стереометрії.

Висновки до першого розділу.

Поняття прикладної ПС курсу стереометрії виникло і формувалось у тісному зв’язку із розвитком теоретичного і прикладного напрямів математичної науки і шкільної математики, потреб суспільства. Суть ПС - здійснення цілеспрямованого, змістовного та методологічного зв’язку шкільного курсу математики з практикою. Дослідження реалізації ПС у науково-методичних роботах дозволило виділити змістовні теоретичні ідеї щодо реалізації ПС та рекомендації для їх практичного втілення, а також виокремити недостатньо розроблені на сьогоднішній час питання. Відображення окремих аспектів ПС у підручниках, збірниках задач, посібниках для вчителів дало можливість встановити недостатню кількість відповідних методичних рекомендацій, розробок уроків, сучасних прикладних стереометричних задач.

У результаті вивчення стану ПС стереометрії у школі було з’ясовано таке: її реалізація була орієнтована, переважно, на те, щоб періодично використовувати на уроках прикладну інформацію для показу реальної основи математичних понять і розв’язувати ПЗ. Вчителі часто вважають її витратами часу, якого у процесі вивчення курсу стереометрії не вистачає.

Про важливість нині ПС курсу шкільної стереометрії свідчать нормативні документи, висновки методистів, дослідників. Про її необхідність говорять результати проведеного нами констатуючого експерименту. Вирішення проблеми ПС, на наш погляд, полягало у створенні концепції, яка врахує такі аспекти: 1) набутий негативний і позитивний досвід її вирішення та реалізації, його трансформацію у світлі нових суспільних вимог; 2) показ учням важливості вивчення курсу стереометрії; 3) можливість створення на її основі методики з ефективними засобами реалізації ПС. Що і було виконано.

ПС шкільного курсу стереометрії – це орієнтація цілей, змісту та засобів навчання стереометрії в напрямку набуття учнями у процесі математичного моделювання знань, вмінь і навичок, які використовуватимуться ними у різних сферах життя. Концептуальна модель ПС шкільного курсу стереометрії – це теоретично сформована у систему множина ідей з реалізації ПС стереометрії, розгортання якої розраховано на чотири стадії. Доцільність побудованої моделі ПС підтверджується важливістю факторів мотивації та інтересу для ефективної навчальної діяльності; можливістю здійснювати гуманізацію та гуманітаризацію навчання. Сприяють впровадженню цієї моделі використання інформаційно-комунікаційних технологій; дедуктивний характер курсу шкільної стереометрії; психологічні, вікові особливості старшокласників.

Про методику реалізації ПС ми будемо говорити у наступному розділі.

РОЗДІЛ 2.
МЕТОДИКА РЕАЛІЗАЦІЇ ПРИКЛАДНОЇ СПРЯМОВАНОСТІ ШКІЛЬНОГО КУРСУ СТЕРЕОМЕТРІЇ

2.1. Формування цілей і планування навчального процесу

Організація процесу навчання, перш за все, пов'язана із чітким визначенням його цілей, а також їх усвідомленням і прийняттям учнями. Цілі навчання (згідно з визначенням в педагогічній літературі, наприклад [348, с.154], [211, с.189]) – це ідеальне мисленнєве передбачення кінцевого результату процесу навчання, це те, до чого повинні прагнути учитель і учні. Цілі визначають зміст і структуру загальної освіти, впливають на планування навчального процесу тощо. Як відомо, існуючі цілі можна розділити на рівні, а вони поділяються умовно на групи: розвиваючі, навчальні та виховні (мета навчання та виховання підпорядковані розвитку). О.Є. Лебедєв запропонував [181] таку ієрархічну структуру цілей: 1) соціальні цілі; 2) загальні цілі навчання; 3) цілі вивчення окремих предметів; 4) цілі вивчення окремих курсів, що входять у склад предметів; 5) цілі вивчення розділів, тем; 6) цілі навчальних занять. ПС шкільного курсу стереометрії потребує, серед іншого, прикладної орієнтації цілей навчання стереометрії. Тому будемо говорити про прикладну орієнтацію навчальних, розвиваючих та виховних цілей 4), 5), 6) рівнів.

2.1.1. Прикладна орієнтація цілей вивчення шкільного курсу стереометрії.

Цілі вивчення вказаного предмету мають містити відповідь на запитання, чому старшокласники повинні вивчати саме стереометрію, а не який-небудь інший шкільний предмет. Це і буде прикладна орієнтація цілей даного рівня для учнів. У тій інтерпретації, якій цілі подані зараз у програмі, учням незрозуміла мета вивчення цього предмета з точки зору їх інтересів та потреб. У програмі записано: "Мета вивчення геометрії в 10-11 класах – систематичне вивчення властивостей геометричних просторових фігур; розвиток просторових уявлень і уяви; засвоєння способів зображення просторових фігур на площині; обчислення площ поверхонь і об'ємів геометричних тіл і подальший розвиток логічного мислення [260]". Зрозуміло, що така редакція цілей потрібна для вчителів (програма і є переважно документом лише для вчителів). Але навчальна діяльність учнів теж потребує ясного визначення її цілей.

Перебираючи можливі цілі викладання шкільної стереометрії, ми повинні, звичайно, переформулювати або роз'яснити в термінах значимості для молодої людини такі відсторонені і незрозумілі учневі цілі, як розвиток просторової уяви, інтуїції і виховання логічного мислення. Як підкреслював Я.І.Перельман [241, с.7], ці цілі можуть ставитись учителем, але для учня є лише результатом вивчення геометрії, а не заздалегідь усвідомленою метою. Така мета, як пізнання властивостей геометричних фігур, могла б слугувати для учня стимулом лише в тому випадку, якби він відчував потребу знати ці властивості. Саме ж по собі вивчення властивостей ідеалізованих геометричних фігур не може більшості учнів здаватись потрібною та осмисленою роботою. І поки в очах учня єдине застосування властивостей геометричних фігур полягає лише в тому, що за допомогою них виводяться інші геометричні властивості, які, в свою чергу, слугують для обґрунтування нових, - не можна чекати, щоб така мета могла їх зацікавити.

Як учнів можна ознайомити з метою вивчення стереометрії? Перший спосіб. Мету у вступній бесіді на початку вивчення нового предмету, як правило, повідомляє вчитель. Знову ж постає питання, а в якому вигляді вона буде сформульована: як у програмі (тоді це швидше за все, пройде поза увагою учнів) чи адаптована певним чином до потреб старшокласників? Проте останнє не так просто виконати навіть для досвідченого вчителя, враховуючи відсутність подібної практики і потрібних вказівок у методичній літературі. Можливий інший спосіб ознайомитись з метою вивчення нового предмета. Цілі вивчення стереометрії для учнів часто сформульовані у підручниках. Ми проаналізували (див. додаток З), як сформульовані цілі вивчення цього курсу у діючих підручниках в Україні (О.В. Погорєлова [249], Г.П.Бевза [19], В.О.Тадеєва [319], О.М.Афанасьєвої [13]) та за кордоном (польському підручнику з математики для III та IV класів [371] та у підручнику для старших класів американських шкіл [370]); з'ясували, яким був стан справ щодо формулювання цілей у підручниках, якими користувались раніше (А.П. Кисельова [153], В.М.Клопського [154]).

Пропонуємо, враховуючи попередній досвід та власне бачення, визначити цілі вивчення стереометрії для учнів, виходячи з їх інтересів та потреб наступним чином . Зауважимо, що ми сформулюємо цілі у вигляді звертання до учнів.

1. Розвивати мислення. Систематичне вивчення шкільного курсу стереометрії формує логічне, креативне та доказове міркування. Як відомо, людьми, які розуміють, що таке доведення, важко і навіть неможливо маніпулювати [354, с.3]. Розвиток мислення принесе вам радість самостійного пізнання. Таке мислення допоможе вам оволодівати майбутньою професією у вищому навчальному закладі, стане в пригоді під час пошуків роботи по закінченню навчання або паралельно з ним, спростить процес підвищення своєї кваліфікації тощо. Ви отримаєте здатність адаптуватись до умов, що змінюються.

2. Розвивати просторові уявлення та уяву. Вони необхідні людині для орієнтації в навколишньому середовищі і в розвинутій формі суттєві для багатьох видів діяльності. Просторова уява потрібна кваліфікованому робітнику, інженеру, архітектору, авіатору, скульптору, дизайнеру, програмісту і т.д. Розвинене просторове мислення збагачує внутрішній світ людини, даючи їй можливість створювати у собі та споглядати різноманітні картини [3, с.57].

3. Систематично вивчати властивості геометричних просторових фігур, обчислювати їх площі поверхонь та об'ємів. Засвоювати способи зображення просторових фігур на площині. Вказане вище знадобиться багатьом під час продовження навчання. Також набуті ЗУН дадуть вам новий – геометричний спосіб розгляду світу. Це корисно, оскільки в оточуючому середовищі безліч геометричних об'єктів: ви повинні вміти їх правильно назвати, зобразити (наприклад, потрібно буде будь-якій іншій людині – дизайнеру, будівельнику, кравцю тощо передати інформацію про реальні або існуючі у вашій уяві об'ємні тіла). У побуті також потрібно буде досить часто використовувати геометричні ЗУН (наприклад, під час ремонту квартири самостійно обчислити необхідну кількість фарби, рулонів шпалер тощо). Для частини із вас визначені ЗУН стануть необхідним елементом професії (архітектори, стилісти, диспетчери та ін.). Зважте, що і наша мова пронизана

висловами, які взяті із геометрії. Це, наприклад, фразеологізми “загнати у кут”, “лежати в одній площині”, “знаходитись на вершині”, “через призму часу”, “грані таланту”, “сфера інтересів” тощо. В інтелектуальному багажі кожної освіченої та успішної людини має бути вагома геометрична частина.

4. Виховувати естетичний смак. Підвищувати екологічну культуру. Осмислити місце стереометрії в системі шкільної освіти. Ви відчуєте багатогранність зв’язків предмета стереометрії з фізикою, алгеброю, хімією, географією та гуманітарними науками. Ви навчитесь використовувати ці зв’язки для особистих навчальних цілей. На заняттях стереометрії ви обов’язково дізнаєтесь про її естетичний потенціал, про роль стереометрії в архітектурі, живописі тощо.

5. Вміти здійснювати процес математичного моделювання. Застосувати здобуті геометричні знання, вміння та навички для розв’язування різноманітних прикладних задач. Кожного разу, коли ви будете вирішувати за допомогою математичних засобів (обчислень, вимірювань тощо) певні ПЗ, потрібно виконувати одні і ті ж стандартні етапи, характерні для математичного моделювання. У дієвості цього методу ви будете переконуватись не тільки протягом вивчення курсу стереометрії, а і протягом вашої майбутньої діяльності.

Звичайно, що основою для цього формулювання цілей слугували цілі вивчення стереометрії, визначені нормативними документами [107, 139, 140, 259, 260]. Ми не претендуємо на найкращий варіант орієнтації цілей вивчення шкільного курсу стереометрії, але наведена редакція може бути основою для подальшої корекції вчителем, враховуючи профіль, рівень класу та інтереси, потреби учнів. Роз’яснення цілей вивчення стереометрії також має бути насичене професійно-значимим матеріалом для кожного конкретного класу. У залежності від профілю, доцільно ставити наголос на тій чи іншій меті. Наприклад, для класів суспільно-гуманітарного напряму доцільно виділити першу, третю та четверту ціль тощо. Чим конкретнішими є цілі, тим більшим є їхній спонукальний мотив. Зазначимо також, що правильне формулювання цілей повинне починатись із дієслова неозначеної форми або наказового способу (за пропозиціями Дж.Л.Морріссея).

Зауважимо, що на нашу думку, форма (не зміст!), в якій повинні бути сформульовані цілі вивчення всього курсу (як і окремих блоків та тем) має мати рекламний характер, якщо висловлюватись сучасною мовою. Використовуючи відому фразу, реклама цілком може стати рушійною силою навчання [298, 318]. Особливо, якщо мова йде про рекламу такого суспільно значимого предмета, як геометрія. Реклама досягає успіху, якщо вона запам’ятовується. Цього досягти можливо за допомогою часового фактору (неприйнятно у випадку стереометрії, якщо взяти до уваги загальний час, що відведено для її вивчення) або яскравості подачі рекламної інформації. Тому дуже важливо з метою наближення стереометрії до інтересів учня грамотно провести саме перше заняття-презентацію основних ідей шкільного курсу стереометрії. Використання комп’ютерно-комунікаційних технологій, на нашу думку, є надзвичайно важливим на цьому етапі.

Для формулювання цілей вивчення стереометрії для старшокласників у прикладному напрямку можна використати інший підхід. Назвемо цей підхід тьюторський. “Тьютор” у перекладі з англійської мови означає “наставник”. Це поняття, швидше за все, з’явилось у зв’язку зі специфічною системою отримання освіти в університетах Оксфорда та Кембриджа. Нагадаємо, що ці університети висували свої вимоги лише на екзаменах, і студент повинен був сам обирати шлях, яким він досягне знань, необхідних для отримання ступеня. Людиною, яка допомагала знайти свій шлях, був тьютор. Тьюторський підхід передбачає рухатись у зворотному напрямку: від інтересів учня до предмета [35]. Тобто, він не нав'язує, не примушує, а створює ситуацію, яка виявляє потребу у вивченні, наприклад, стереометричного матеріалу. Фактично це означає, що потрібно для кожного напрямку профілізації, профілю, професії та окремого учня визначити ступінь значимості геометричних ЗУН та той обов'язковий "геометричний набір", який потрібен кожному для реалізації своїх планів: фахових та особистих. Щоб здійснити такий підхід, потрібно досконало вивчити необхідні ЗУН для основних, найбільш поширених та "модних" професій (яких чимало), щоб перейти від них до необхідності вивчати ті чи інші геометричні теми і сам курс стереометрії. Незважаючи на означені труднощі його здійснення, на наш погляд, це досить перспективний підхід, який може стати темою окремого дослідження.

Форму повідомлення учням цілей вивчення предмету учитель може обрати самостійно. Ми рекомендуємо це зробити у вигляді бесіди учителя із учнями з обов'язковим залученням відповідних засобів наочності, використанням нашої програми комп'ютерної підтримки. Незважаючи на невелику кількість годин, відведену на вивчення стереометрії, вважаємо за потрібне відвести 15-20 хвилин часу на уроці на ознайомлення із цілями вивчення курсу. Отже, орієнтація цілей вивчення систематичного курсу стереометрії, наприклад, у поданому варіанті, допоможе створити мотивацію вивчення курсу. Щоб підтримати її, необхідно продовжувати дану роботу на кожному занятті, вивчаючи окремі теми та блоки стереометричного матеріалу.

Не менш відповідальним етапом є формулювання локальних, окремих цілей у прикладному напрямку, оскільки чим більш диференційованою є загальна мета, чим більше виділено етапів та конкретних проміжних цілей, тим легше працювати. Досягнення певної проміжної мети створює ситуацію успіху, дає емоційний заряд, спонукає до кінцевої мети та посилює мотивацію діяльності людини. Згідно сформульованої в першому розділі загальної концепції ПС шкільного курсу стереометрії весь матеріал розділено на НМТ. Наведемо приклад прикладної орієнтації цілей окремих стереометричних блоків.

Перший приклад пов'язаний із НМТ "Базова". Вона включає в себе: "Вступ до стереометрії", "Паралельність прямих та площин у просторі", "Перпендикулярність прямих та площин у просторі". Ми обрали цю НМТ для прикладу із наступних причин. Оскільки вивчається вона на початку систематичного курсу стереометрії, то саме від цього блоку найчастіше залежить характер подальшого вивчення стереометрії учнями. Даний матеріал формує відношення учня до всього курсу. Протягом тривалого проміжку часу (близько 45 аудиторних годин) старшокласники повинні опрацьовувати матеріал, який перевантажений теоремами, є досить абстрактним, складним, особливо якщо врахувати недостатній розвиток у частини учнів просторової уяви та уявлень. Загальновідомо, як важко дається він більшості учнів і як згубно це впливає на якість вивчення наступних тем. Тому тут дуже відповідальним є етап грамотної постановки прикладно-орієнтованих цілей його вивчення. Причому, всі декларовані цілі мають бути по можливості особистісно-значимими. Згідно програми, метою вивчення цього блоку є розширення і систематизація відомостей про властивості геометричних фігур на площині і в просторі; ознайомлення учнів з логічною будовою геометрії; вироблення вмінь застосовувати аксіоми та наслідки з них до розв'язування задач. Також дати систематизовані знання про паралельність та перпендикулярність прямих та площин у просторі; виробити вміння застосовувати відповідні властивості та ознаки до розв'язування задач [260, с.50]. У шкільних підручниках [19, 249, 319] мета вивчення цього матеріалу не сформульована. Але для учнів вона повинна не просто прозвучати, а ще й бути сприйнятою позитивно, усвідомлено. Нагадаємо, що значимість основних цілей вивчення всього курсу стереометрії детально роз'яснена учням на першому занятті.

Тому мету вивчення НМТ "Базова" можна сформулювати так: отримати та систематизувати відомості про властивості та відношення основних понять стереометрії – точки, прямої та площини. Виокремити та приділити основну увагу вивченню відношень паралельності та перпендикулярності між прямими та площинами. Знання, уміння, які ви здобудете під час її вивчення, не лише допоможуть вам успішно впоратись із наступними темами цього курсу, із розв'язуванням відповідних ПЗ. Головне – ви почнете здобувати власний досвід корисності геометрії: знання суті та властивостей відношень паралельності, перпендикулярності допоможуть у побуті, наприклад, під час ремонту; вміння логічно міркувати, обґрунтовувати свої думки знадобиться вам на уроках літератури , історії тощо (і в повсякденному житті теж). Слід зазначити учням, що дана НМТ - кістяк стереометрії, її фундамент. Зауважимо про необхідність корекції мети у відповідності до профілю.

Продемонструємо методику орієнтації окремих цілей також на прикладі НМТ "Піраміда". Ця НМТ є однією з тих, що розглядають окремі геометричні тіла. Із пірамідою пов'язаний значний обсяг матеріалу, багато прикладних та абстрактних задач. Водночас учні мало зустрічались із нею у пропедевтичному курсі стереометрії. Тому вважаємо доцільним для прикладу розгляд саме НМТ "Піраміда" . Почнемо із мети її вивчення, записаної у програмі: "Дати систематизовані відомості про піраміду та площу її поверхні", "Дати відомості про об'єм піраміди" [260, с.59].

Пропонуємо таку редакцію цілей у прикладному напрямку: мета вивчення НМТ "Піраміда" – отримати систематизовані відомості про геометричне тіло, яке було (і є нині) огорнуте таємницею та привертало увагу ще в давнину своєю довершеністю – пірамідою; навчитись знаходити площу поверхні, об'єм піраміди та використовувати отримані ЗУН для розв'язування задач, пов'язаних із реальними тілами пірамідальної форми у побуті, техніці тощо; отримати знання про доцільність пірамідальної форми у предметів оточення. Подальше навантаження щодо мотивації вивчення всього наступного матеріалу, який міститься в діючих підручниках і, найчастіше, не виходить за межі математичної моделі, буде нести зміст першого ступеня НМТ.

Використовуючи загальне формулювання цілей певних тем, блоків, яке записано у програмі, можна отримати прикладну орієнтацію цих цілей. Для формулювання прикладно-орієнтованих цілей до кожного окремого заняття, вчитель може використовувати відповідним чином сформульовані цілі до загальних тем.

Наприклад, до уроку (пари), на якому потрібно ввести поняття про піраміду та її основні елементи, мету можна подати так: на основі математичного моделювання виділити пірамідальну форму в оточуючому середовищі, отримати відомості про основні її елементи, властивості та дослідити її доцільність у побуті, техніці та природі.

На нашу думку, в методичній літературі [227, 231-233, 314 та ін.], що стосується розробки уроків, тем тощо цілі вивчення слід записувати орієнтованими у прикладному напрямку. Це допоможе вчителям здійснювати ПС шкільного курсу стереометрії на кожному занятті, починаючи із цілей навчання.

2.1.2. Планування у контексті прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії.

Вчитель вибудовує свою діяльність у відповідності з планами: календарними, тематичними, поурочними. Розглянемо, як змінюється характер планування вчителем навчальної діяльності у контексті здійснення ПС.

Календарний план, який складає вчитель перед кожним навчальним півріччям, має доповнення. Вчителю доцільно додатково планувати: 1) дату подачі прикладної інформації, тобто, дату ознайомлення учнів із матеріалами ступеня ЕО кожної НМТ, що приводять до створення математичної моделі; 2) дату залучення інформаційно-комунікаційних технологій до навчального процесу; 3) заняття, на яких буде проходити розв’язування основних масивів ПЗ; 4) у рамках якої теми та на якому занятті (встановити орієнтовну дату) доцільно виготовити модель (моделі) геометричних тіл; 5) дату періодичного повернення до структури НМТ, яка вивчається, до таблиці взаємозв’язку НМТ; 6) дату проведення практичних, лабораторних робіт; 7) дату проведення НМТ-контролю (про нього – у відповідному параграфі далі).

Звичайні загальні рекомендації до написання поурочних планів змінюються мало. Слід виконати таке: 1) формулювати мету уроку, орієнтовану у прикладному напрямку; 2) додавати ПЗ до запланованих для розв’язування задач в аудиторії та для домашніх завдань (особливо наприкінці вивчення теми); 3) вказувати на етапі мотивації вивчення нового поняття на уроці відповідну прикладну інформацію; 4) планувати не лише використання певних засобів наочності, але і час для їх виготовлення, форму організації роботи; 5) формулювати чітко підсумок уроку, який можна охарактеризувати як прагматичний, тобто такий, що дає практично-корисні результати для учня.

Тематичний план, як відомо, є досить ефективною формою роботи під час вивчення окремих тем. Такий план можна скласти на період вивчення всього курсу стереометрії (на два роки) та пов’язати із системно–структурним розподілом за Н МТ. Але для цього потрібно бачити взаємозв’язки системно-структурного розподілу та діючої програми. Це обумовлено тим, що учні на руках мають проект своєї навчальної діяльності зі стереометрії лише у вигляді карток-НМТ. Для полегшення складання такого плану доцільно мати таблицю взаємозв’язків системно-структурного розподілу та програми (додаток К). Вимоги до складання тематичного плану доповнюються вимогами, сформульованими для поурочних та календарних планів. Також обов'язково потрібно брати до уваги профільну та рівневу диференціацію класу. Звичайно, план можливо і потрібно, в разі необхідності, корегувати.

Навчальна діяльність учня, як і будь яка інша діяльність, крім визначення її цілей, теж повинна мати такий етап як планування. Однак, у більшості випадків, учень здійснює роботу, схожу на планування, стихійно, коли переглядає підручник, наприклад, зі стереометрії. Так, він орієнтується, які стереометричні відомості, у якій послідовності буде вивчати та приблизно в які терміни. Але такого "планування" явно недостатньо. Впродовж свого життя: у майбутній професійній діяльності, під час навчання у вищих навчальних закладах, під час самостійного здобування знань тощо людина постійно здійснює планування. Тому навчальна діяльність у школі має готувати учня до цього. Загальна концепція ПС шкільного курсу стереометрії, сформульована в першому розділі, і передбачає такий етап. Планування учнями своєї діяльності починається із їх ознайомлення із визначенням нового предмета стереометрії, із цілями його вивчення. Потім учитель роздає старшокласникам картки-НМТ, вони пронумеровані, потрібно кожному зробити свій екземпляр (або копію, або учень може її завчасно перекреслити). Робоча картка -НМТ для учня має дещо розширений вигляд у порівнянні із тим, який ми наводили (див. перший розділ додатку Л). Він сформувався в ході педагогічного експерименту . Картки коротко інформують про спосіб вивчення курсу стереометрії, про обсяг і зміст матеріалу. Клітинки таблиць НМТ, де говориться про розв'язування прикладних та абстрактних задач, поступово доповнюються (або завчасно вчителем, або учнями на уроці під диктовку вчителя) номерами задач, що планується розв'язати на аудиторних та домашніх заняттях. Кількість задач та їх складність буде різною у різних учнів та класах. Це, звичайно, залежить від профілю класу та рівня навченості кожного окремого учня. Так само залежно від профілю будуть відрізнятись і ступені ЕО, РДММ.

У такий спосіб старшокласники постійно мають модель своєї навчальної діяльності під час вивчення курсу стереометрії. Учень, у разі необхідності або бажання, зможе самостійно опрацьовувати матеріал, розв'язувати задачі, контролювати навчальну діяльність та передбачати її результати. Оскільки кожен учень має свою картку-НМТ, то він може робити у ній відмітки про те, що вже опрацьовано, розв'язано тощо. Наприклад, учні полюбляють викреслювати вивчене або зафарбовувати певним кольором фон питань, які обговорені. Також, на зворотному боці картки, як виявилось у ході педагогічного експерименту, учні записують основні визначення, які потрібно знати, або формулювання необхідних теорем, формули; роблять певні рисунки та ін. Цей процес проходив спочатку стихійно: записи робили далеко не всі учні, ці записи були нерегулярні, а форма викладу інформації була часто громіздкою, переобтяженою несуттєвими деталями. Вчителі не заперечували проти подібних записів і дозволяли, за нашим проханням, користуватись ними під час виконання невеликих письмових робіт. У результаті практично всі учні почали постійно вести відповідні записи, але виявилось, що якість відображення стереометричної інформації не покращилась, іноді спостерігалось просто переписування тексту параграфа без виявлення головного, другорядного тощо. В останньому випадку конспекти просто перетворились у легальні шпаргалки. Тому ми прийшли до необхідності створення своєрідних тезово -опорних конспектів у знаково-символьній формі (із використанням невеликих словесних підказок та підказок-рисунків), які є відображенням вивченого стереометричного матеріалу. Зразок такого конспекту (див. другий розділ додатку Л) вчитель подавав учням поступово, протягом вивчення всієї першої НМТ “Базова”. Далі, під час вивчення інших НМТ, старшокласники продовжували складати такі конспекти: спочатку під керівництвом вчителя, а далі – самостійно. Такий конспект узагальнює пройдену частину суто стереометричного матеріалу та дозволяє бачити учням структуру і взаємозв’язки пройденого матеріалу. Тезово-опорним конспектом потрібно, на нашу думку, дозволяти учням користуватись під час написання самостійних робіт та усних відповідей (до того ж, велика кількість вчителів самі використовують план або тези до уроку в ході його проведення). Практика вільного користування своїми тезово-опорними конспектами, як засвідчив експеримент, допомагає учням менше хвилюватись під час відповідей, свідомо та творчо ставитись до процесу їх виготовлення. Слід зауважити таке: більшість учнів перестали писати шпаргалки, коли готувались до залікових уроків, відповідей біля дошки тощо (про це ми дізнались із власних спостережень, бесід із вчителями та учнями). Таким чином, старшокласники набувають мотивацію продумувати, планувати свою подальшу навчальну діяльність, набувати навички самостійної роботи, зокрема, з підручником, посібниками та ін.

Визначимо орієнтовні дій вчителя на початковій стадії реалізації ПС стереометрії.

1.Дати визначення стереометрії як предмета вивчення у школі. Для цього радимо скористатись одним із визначень цього поняття, що наведено в першому розділі. Доцільно привчати учнів на початку роботи із тим чи іншим поняттям розбирати значення самого терміна, його походження. Це буде сприяти кращому формуванню поняття, яке вивчається. Необхідно поговорити із учнями і про те, що вивчення стереометрії – це не суцільне свято (хоча і свято теж). Це перш за все робота, яка потребує терпіння, завзятості та наполегливості. Все, як у професійні діяльності, якщо лише присутнє бажання досягти успіху.

2.Визначити прикладно-спрямовані цілі вивчення стереометрії. Зразок формулювання цілей подано вище.

3.Повідомити про дедуктивний характер побудови даного предмету. Приклад такої розповіді подано в посібнику [302, с.442]. Нагадати, що систематичний курс планіметрії, який вони вивчали в 7-9 класах, має аналогічну будову.

4.Розповісти про ідею математичного моделювання як основну ідею математики. Розібрати етапи математичного моделювання. Доцільно навести приклади про те, коли учні вже здійснювали процес математичного моделювання. Далі, по можливості, розв’язати одну або дві прикладні планіметричні задачі. Так учні на практиці відразу апробують дієвість методу математичного моделювання та почнуть здобувати навички його свідомого використання.

5.Поінформувати, що весь предмет буде вивчатись, базуючись на вказаному методі. Роз’яснити роль, функції, структуру карток-НМТ та роздати їх учням. Причому, НМТ - це не ізольовані блоки теорії. НМТ пов’язані одна із одною (у їх схемі взаємовідношень доцільно орієнтуватись і учням, і вчителям).

Слід зазначити, що визначення засобів досягнення поставлених цілей (як це зробити, за допомогою чого) сприяє, серед іншого, перетворенню зовнішніх завдань у мету суб'єкта. Тому звертаємо увагу на необхідність таких кроків учителя: 1) пояснити, для чого необхідно формулювати чітко мету вивчення стереометрії (та її окремих розділів та тем) для учнів із вказівкою, що конкретно потрібно опрацювати, чого навчитися; 2) визначити засоби досягнення мети (дедуктивний характер стереометрії; метод математичного моделювання; системно-структурний розподіл матеріалу, картки-НМТ; опорні конспекти тощо); 3) проаналізувати труднощі досягнення мети (абстрактність матеріалу; недостатній розвиток просторової уяви та уявлень; труднощі під час зображень просторових фігур тощо) та способи їх подолання (широке залучення наочності; виготовлення моделей геометричних тіл тощо); 4) забезпечити інформування учнів про успішність виконання поставлених завдань; фіксувати проміжні результати.

2.2. Прикладна спрямованість змісту навчального матеріалу

Для прикладної орієнтації змісту курсу стереометрії потрібно розглянути питання ПС прикладної та абстрактної частини шкільного курсу стереометрії. Зазначимо, що до прикладної складової курсу ми відносимо: 1) ПЗ; 2) матеріали для бесід про створення математичних моделей, матеріали для бесід про важливість та красу геометрії (естетику пропорцій у природі та мистецтві, про літаючий острів Лапуту та ін.) та її міжпредметні зв'язки тощо; дидактичні матеріали із прикладною інформацією. Наявність прикладної частини курсу вже за своєю суттю є обов'язковою умовою ПС. Тому ПС прикладної складової шкільного курсу стереометрії здійснюється за рахунок систематичного використання у структурі кожної НМТ. Для неї ми викладемо методичні рекомендації стосовно місця у системно-структурному розподілі, обсягу, змісту прикладної інформації (для певних НМТ наведемо зразки використання прикладного матеріалу) та поради щодо форми застосування. Методику використання ПЗ розглянемо далі в окремому параграфі. Для абстрактної складової шкільного курсу стереометрії розглянемо засоби прояву для учнів її прикладного потенціалу. Ця складова включає: 1) суто стереометричну теорію; 2) абстрактні задачі. Як відомо, на даний момент вона становить більшу частину всього курсу стереометрії в школі, за виключенням незначної прикладної частини, яка проявляється у вигляді прикладів зв'язку теорії з практикою та ПЗ. ПС теоретичної частини, переважно, досягається за допомогою активізації мотивації її вивчення, за рахунок включення вказаного матеріалу в системно-структурний розподіл та використання засобів ПС. Зауважимо, що рекомендації стосовно прикладної орієнтації задач абстрактної складової стереометрії будуть міститись як у даному параграфі, так і в параграфі, пов'язаному із засобами ПС.

Сформулюємо основні положення прикладної орієнтації суто стереометричного матеріалу.

1.Піклуватись про те, щоб учні розуміли методологічний зв'язок курсу стереометрії в школі із практикою. Для цього потрібно систематично звертатись до структури кожної НМТ. Це дасть змогу учням фіксувати етапи математичного моделювання та

контролювати процес своєї навчальної діяльності.
2.Вивчати теорію укрупненими блоками. Час, який звільняється, використовувати для розв’язування задач (у тому числі, прикладних) [133, 364 та ін.].
3.Розбирати періодично зв’язки НМТ, яка вивчається, із попередніми НМТ. Використовувати тезово-опорні конспекти для узагальнення та систематизації знань .
4.Подавати суто стереометричні задачі як базові для розв’язування ПЗ.
5.Моделювати геометричні ситуації за допомогою засобів наочності, зокрема, предметів навколишнього середовища, моделей геометричних тіл та ін. Для моделювання многогранників, ілюстрації окремих властивостей прямих та площин тощо доцільно використовувати техніку орігамі. Причому брати до уваги сам процес виготовлення.
6.Використовувати систематично комп’ютерно-комунікаційні технології у навчальному процесі.
7.З’ясовувати систематично разом із учнями особистісну цінність набутих за певний період ЗУН. Для цього рекомендуємо під час підведення підсумків уроку (теми, розділу, окремої НМТ тощо) включати запитання до учнів на зразок таких: «Що із вивченого на уроці, на вашу думку, є важливим саме для вас? Чому?»; «Які вміння та навички ви здобули на уроці та як ви зможете їх використати?». Зрозуміло, що вчителю необхідно заздалегідь продумувати (та записувати) свій варіант відповіді.

Такий підхід є економним, оскільки дозволяє без витрат часу, принципового збільшення прикладної частини курсу виконувати завдання навчальних програм, він не “зв’язаний” із послідовністю тем конкретного підручника або навчальної програми та дозволяє привернути увагу учнів до стереометрії. В той же час він дозволяє учню “бачити” весь запропонований курс та його центри (математичні моделі), структурувати стереометричний матеріал та відповідно його засвоювати. Цей підхід також і достатньо демократичний, оскільки залишає вчителям простір для вибору методів, форм навчальної діяльності та не змінює звичного для них способу розгортання суто стереометричної частини, її змісту та обсягу. Його можна використовувати для загальноосвітніх навчальних закладів різного типу (гімназії, колегіуми, ліцеї тощо) незалежно від місця їх знаходження (столиця чи обласний центр, селище тощо). Доцільність вказаного підходу в сучасних умовах випливає із максимально повного використання переваг існуючої традиційної системи викладання у поєднанні з ідеями гуманізації та гуманітаризації навчання.

Покажемо, як можна використовувати прикладні стереометричні відомості на початку опрацювання НМТ “Базова”. Вивченню ступеня ЕО радимо присвятити окремий урок (перш за все тому, що це перший досвід учнів вивчення всього курсу за допомогою методу математичного моделювання). Прикладний зміст вказаного ступеня має привести до створення математичної моделі. У даному випадку – моделей: геометричної точки, прямої та площини. Причому, із поняттям геометричної точки та прямої учні знайомі ще із планіметрії, про що потрібно нагадати. Обсяг даного ступеня для НМТ “Базова” невеликий, оскільки відсутня достатня кількість прикладних фактів, понять, задач, які одночасно були б достатньо доступні та потрібні для учнів. Пропонуємо наступне наповнення ступеня. Повідомити його радимо у вигляді бесіди з учнями. “У розмовній практиці ми вживаємо вислови типу: точка зору, больова точка, точка опори, зсунути із мертвої точки, точка відліку, критична точка; все – точка, попасти в точку, дійти до точки та ін. Можливо, ви продовжите цей ряд? Що означає кожен із цих висловів? Що спільного вони мають?”. Учні, як правило, легко розкривають зміст висловів. Якщо приводять ще приклади, то їх слід обов’язково записати для поповнення інформації. Спільне вони помічають теж – це слово “точка”. Але потрібно звернути увагу учнів на суть висловів, на те, що кожного разу мова йде про те, що не має протяжності. “Існує багато задач у практиці, коли необхідно визначити знаходження тіла у просторі. Тоді розміри тіла не беруть до уваги. Якщо ми шукаємо певний географічний об’єкт, наприклад місто чи селище, за картою, то теж тут не грають роль його реальні розміри. Можна навести і інші приклади (наведіть!). Тобто, часто доводиться абстрагуватись від вимірів предмета. Так приходять до неозначуваного, ідеального поняття - геометричної точки. Уявити її можна, наприклад, як знак від уколу чи знак на папері від тонко загостреного олівця тощо. Математичні моделі з’являються як спеціальний спосіб наближеного опису певного об’єкту, явища, будь -якої проблеми. Зрозуміло, що у реальності їх не існує. Тоді чому їх створюють? Які функції математичних моделей, як ви думаєте?” У відповіді на поставлене запитання бажано відобразити, що математична модель реальності дозволяє дослідити її математичними засобами та, відповідно, розв’язати певну ПЗ. За аналогічною схемою утворюють іншу математичну модель – геометричну пряму (див. перший розділ додатку М). «Далі перейдемо до ще одного неозначуваного поняття. Але спочатку згадаємо висловлювання: наші інтереси лежать в одній площині, котитись по похилій площині, розглянути питання в іншій площині (продовжити вислови). Ви, мабуть, здогадались, що мова буде йти про створення третьої математичної моделі – площини. Уявити її (точніше, частину площини) допоможе добре відполірована дошка, віконне скло чи дзеркало тощо. Які задачі приводять до необхідності створення цього ідеального поняття, вивчення його властивостей? Наприклад, задачі будівельника (стіни кімнати повинні бути паралельні між собою, міжповерхові перекриття – теж тощо), задачі закрійника та ін . Якщо ви зрозуміли суть побудови математичних моделей, то вам неважко буде дати відповідь на наступне запитання. Чи може один і той самий реальний об’єкт слугувати в одному випадку – моделлю для точки, в другому – для частини прямої, потім – наприклад, прямокутника чи прямокутного паралелепіпеда? Наведіть приклади». Відповідь може бути такою: «Так, наприклад, будинок. Коли нас цікавить його місцезнаходження на карті, то ми не беремо до уваги його розміри (модель точки). Якщо цікавить перш за все, розташування відносно певної вулиці – перпендикулярно чи паралельно, то це модель відрізка. Якщо є вимога обчислити площу, яку займає фундамент будинку, то ми звертаємо на нього увагу як на прямокутник. Необхідність виготовити макет будинку вимагає сприймати будинок як прямокутний паралелепіпед». На наступних уроках потрібно викласти матеріал, пов’язаний із властивостями основних понять – аксіомами та їх наслідками. Далі - перейти до вивчення ступеня РДММ та вивчити відповідний матеріал, пов’язаний із розташуванням та властивостями прямих, площин. Зміст його повністю міститься в шкільних підручниках та обумовлений програмою. Методика його вивчення є традиційною, вона детально розроблена та міститься у відповідних посібниках. Це –

простір роботи для вчителя.

Сформулюємо методичні поради вчителю для реалізації ПС теоретичної частини НМТ “Базова”. По-перше. Використовувати досить широко, у порівнянні із іншими НМТ, наочність, моделювати за допомогою підручних засобів (аркушів паперу, олівців тощо) математичні ситуації під час такої роботи: введення понять; доведення теорем; розв’язування стереометричних задач та ін. Зокрема, доцільно застосовувати моделювання геометричних ситуацій за допомогою техніки орігамі. Створення фігур в орігамі та розв’язування на їх базі різноманітних задач, як свідчать результати нашого дослідження, сприяє розвитку просторової уяви, розширює межі застосування стереометричних знань для ПЗ. Конкретні розробки моделей ми представимо у відповідному параграфі далі. Це допомагає долати значну абстрактність навчального матеріалу порівняно із планіметричним; враховує наявність багатьох аналогій та відмінностей між відповідними поняттями і твердженнями планіметрії та стереометрії. По-друге. У кожній порції матеріалу виділяти найважливіші моменти, які будуть використовуватись далі та фіксувати їх в тезово-опорному конспекті. Зменшити кількість теорем, доведення яких потрібно відтворювати учневі. Це створює умови для організації вивченого у систему; покращує запам’ятовування, усвідомлення та подальше відтворення матеріалу. По-третє. Врахувати значну кількість абстрактних задач у діючих підручниках. У підручнику О.В.Погорєлова [249] - близько 116 суто стереометричних задач (37% на обчислення, 63% на доведення і дослідження) та 2 ПЗ; відповідно, у підручнику Г.П. Бевза [19] - 165 суто стереометричних задач (із яких близько третини теж на обчислення) та 11 ПЗ. Для здійснення цього, на відміну від інших НМТ, задачі абстрактні та прикладні розв’язувати протягом вивчення теорії. Це підтримує інтерес до предмету та забезпечує бачення важливості вивченої теорії.

Наведемо ще один приклад, як доцільно використовувати прикладні стереометричні відомості на початку опрацювання НМТ “Піраміда” (на ступені ЕО). Дана НМТ (як і всі НМТ, які пов’язані із вивченням конкретних геометричних тіл) містить прикладний матеріал, багатий цікавими фактами, що приводять до створення математичної моделі. Подачу його можна здійснювати як у формі моно розповіді вчителя, так і у формі бесіди з учнями. У випадку бесіди, доцільно поданий матеріал розмежовувати запитаннями типу: “Що означає термін «піраміда» ?”; “З чим асоціюється у вас піраміда?”; “Як часто можна спостерігати тіла пірамідальної форми у навколишньому світі, наприклад, природі, побуті, архітектурі тощо? Чим це зумовлено?”. Розгляд матеріалу ступеня ЕО буде нести мотивацію вивчення всього наступного матеріалу, який міститься в діючих підручниках і, найчастіше, не виходить за межі математичної моделі. Для інформування учнів щодо походження терміну “піраміда” можна підготувати повідомлення на карточці (див. другий розділ додатку М), виготовити відповідний кодопозитив або використати можливості комп’ютерно-комунікаційних технологій. Слід зауважити, що у підручниках, за винятком [319, с.102], такої інформації невелика кількість. Підведення до створення та вивчення математичної моделі – піраміди - краще проводити у вигляді розповіді вчителя та завчасно підготовлених повідомлень учнів.

Вчитель: “Де ми зустрічаємось із реальними прообразами геометричних пірамід? Дахи пірамідальної форми прикрашають різні кіоски, альтанки, “грибочки” на пляжі тощо. Намети (циркові, туристичні) часто ставлять у вигляді пірамід. Форму правильної шестикутної піраміди (повної та зрізаної) мають бетонні стовпчики, які ставлять уздовж проїзної частини шляху в небезпечних для транспорту місцях – на поворотах з крутими схилами, поблизу ярів. У формі правильної чотирикутної піраміди роблять ковпаки над димовими трубами (такі ковпаки потрібні для того, щоб атмосферні опади не попадали всередину труби). Урни, тачки, бункери для піску або розчину, що застосовуються на будівництві і в промисловості, часто виготовляють у вигляді правильної зрізаної чотирикутної піраміди (вибір такої форми зумовлений потребами зручного завантаження та вивантаження матеріалів). Наведіть інші приклади". Вчителю теж варто внести доповнення, наприклад, про піраміду в архітектурі та природі. Його можна розповісти або ж знову підготувати письмове повідомлення як карточку (див. третій розділ додатку М), кодопозитив або текстовий файл. Одному із учнів можна дати завдання приготувати та розповісти на уроці про таємниці, пов'язані із пірамідами у минулому та нині (див. четвертий розділ додатку М).

Відомості ЕО приводять до створення нової математичної моделі – піраміди, яка буде центральним об'єктом НМТ. На ступені СММ потрібно ввести, поміж іншим, поняття висоти піраміди, різноманітних кутів, представлених у ній, поняття зрізаної піраміди тощо. Їх розгортання буде пов'язано із поняттями, які опрацьовувались в НМТ "Базова". Для визначених вище елементів нових знань необхідно активізувати наступне: ознаку перпендикулярності прямої та площини, теорему про три перпендикуляри, ознаку паралельності двох площин, поняття кута між прямими, кута між прямою та площиною, двогранного кута (тут стане у нагоді тезово-опорний конспект). Ми вже наголошували на важливості бачити ці зв'язки, оскільки це створює передумови не лише для систематизації знань, але й для їх повторення, що у своє чергу буде сприяти кращому сприйняттю та засвоєнню нових знань. На перших заняттях цієї НМТ доцільно виготовити декілька моделей піраміди (кожен учень має зробити власну модель). Приклади таких моделей наведені у параграфі про засоби ПС.

Перейдемо до наступного ступеня – РДММ. Для здобуття навичок зображати піраміду на площині учні повинні спочатку звернутись до узагальнених відомостей (відповідний тезово-опорний конспект НМТ "Геометричні тіла та їх комбінації") про зображення просторових фігур на площині. Оскільки піраміда вивчається після призми, то учні вже мають певний досвід і тому можуть самостійно спробувати утворити правила зображення різних видів пірамід на площині. Після розгляду питання про поверхню піраміди та її площу можна переходити до розв'язування абстрактних задач із послідовним переходом до прикладних.

До даної частини теорії у підручнику О.В.Погорєлова [249] запропоновано приблизно 38 задач, у підручнику Г.П.Бевза [19] - 24 задачі. Значна частина цих задач не виходить за межі етапу розв'язування модельної задачі, проте учням доцільно зауважити на важливості вміти розв'язувати такі задачі, оскільки це вміння є показником рівня засвоєння відповідної теорії та знадобиться їм для розв'язування ПЗ. Слід звернути увагу учнів, що питання про об'єм залишається відкритим. До нього, згідно вимог програми, потрібно буде повернутись після ознайомлення із усіма геометричними тілами та розгляду поняття об'єму взагалі для геометричних тіл.

Зауважимо, що нами розроблені матеріали із прикладною інформацією до всіх НМТ (із відповідними методичними рекомендаціями), значна їх частина міститься у наших публікаціях [264, 270, 271, 273]. Використовуючи основні положення ПС суто стереометричного матеріалу, подані на початку параграфа, вчитель зможе самостійно її здійснювати для блоків стереометричного матеріалу, як це виконано на попередніх прикладах.

2.3. Засоби навчання в контексті прикладної спрямованості

Про використання засобів навчання стереометрії для реалізації ПС стереометрії ми вже вели мову у першому розділі. У даному підрозділі зупинимось детальніше на таких найважливіших її засобах: ПЗ (як об'єкт та засіб навчання); засоби наочності; засоби комп'ютерної підтримки.

2.3.1. Прикладні задачі.

Загальний аналіз ПЗ проведено нами у підрозділі 1.1.3. Використовуючи його основні висновки, ми дібрали доцільні для реалізації ПС стереометрії ПЗ, які і представимо у даному підрозділі. Для цього треба виконати ряд таких завдань: 1) подати доцільну для школи систематизацію ПЗ; 2) показати місце ПЗ у системно-структурній схемі ПС; 3) виявити роль та функції ПЗ для реалізації ПС; 4) розкрити зв'язок ПЗ та абстрактних задач діючих підручників; 5) з'ясувати особливості ПЗ до кожної НМТ; 6) розглянути загальні прийоми роботи із складання ПЗ учнем та вчителем; 7) з'ясувати основні орієнтири діяльності вчителя, направленої на те, щоб навчити учнів розв'язувати ПЗ; 8) з'ясувати алгоритм дій учня із розв'язування ПЗ. Що і викладено далі.

Основою систематизації ПЗ ми фактично обираємо математичні моделі, які використовуються під час розв'язування. Це дає можливість вчителю без зайвих витрат часу підібрати задачу до потрібної теми. Також вважаємо за доцільне враховувати сюжет задачі, оскільки це дозволяє здійснювати вчителю диференційований підхід до учнів конкретного класу (обраний профіль, їх інтереси тощо) та використовувати більш ефективно ПЗ у відношенні до їх функцій. Це означає систематизацію ПЗ одночасно за двома параметрами: за сюжетом (це частина реальності, якій відповідає задача) та за НМТ (що по суті є поділом за типами моделей, які використовуються). Така систематизація, як свідчать результати пошукового експерименту, є зручною для вчителів. Звичайно, що приєднання ПЗ до тієї чи іншої групи за сюжетом є умовним: іноді важко однозначно визначити, наприклад, економічна задача чи побутова тощо. Основні групи задач та їх позначення див. у табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Систематизація прикладних задач за двома параметрами

	Систематизація за сюжетом

Систематизація за двома параметрами			Архітектурно-будівельні	Біологічні	Географічні	Історичні	Економічні	Побутові	Технологічні та технічні	Фізичні (астрономічні)	Цікаві
			А	Б	Г	І	Е	П	Т	Ф	Ц
Систематизація за НМТ	Базова	1									
	Координати та вектори у просторі	2									
	Перетворення у просторі	3									
	Геометричні тіла та їх комбінації	4									
	Призма	5									
	Піраміда	6									
	Циліндр	7									
	Конус	8									
	Куля	9									

Слід зазначити, що добірка стереометричних ПЗ задовольняє всім вимогам, які сформульовані у першому розділі до системи ПЗ. Тому далі ми можемо говорити про складену нами систему ПЗ. Вона природно поділяється на окремі блоки задач для кожної НМТ.

Ця система є поєднанням різноманітних задач, що: 1) потребують проведення всіх або окремих етапів математичного моделювання; 2) містять надлишкову або недостатню кількість даних в умові для розв'язування; 3) містять нерозкриту вимогу ; 4) дозволяють працювати за аналогією; 5) вчать аналізувати інформацію; 6) дають можливість усвідомити відмінність між об'єктом та його моделлю; 7) формують в учнів поняття об'єму, вміння правильно оцінювати об'єм та площу поверхні реальних тіл; 8) демонструють міжпредметні зв'язки тощо. За рахунок цих ознак складена нами система ПЗ є засобом, який допомагає вчителю формувати в учнів уміння виконувати загальні та спеціальні розумові дії. Також використання цієї системи ПЗ сприяє набуванню учнями навичок самостійної роботи, роботи із довідковою літературою.

Згідно структури НМТ, використання основного масиву ПЗ здійснюється на ступені ПММ. Виключення становлять задачі, які доцільно використовувати на ступені ЕО. Переважно це задачі історичні, задачі економічні тощо, що приводять до основних понять теорії. Наприклад, перед введенням поняття "піраміда" розглядається прикладний матеріал, який мотивує необхідність створення та вивчення нової математичної моделі. До нього можна додати задачу 27 (додаток Н1), оскільки серед іншого, учням розповідають цікаві історичні факти про єгипетські піраміди. Основна роль ПЗ, як і прикладної інформації, на першому ступені – створення мотивації для вивчення наступного суто стереометричного матеріалу. Роль ПЗ на останньому ступені, в основному, обумовлена необхідністю довести учням дієвість здобутих ЗУН для розв'язування задач, які виникають у реальності. Важливу роль відіграють ПЗ і для підтримання інтересу до предмету стереометрії, пожвавлення занять. Ми не виключаємо можливість використовувати певну кількість ПЗ і на ступені дослідження математичної моделі. Ця думка з'явилась у ході пошукового експерименту у школах. Вчителі використовували на цьому ступені нескладні ПЗ із метою уникнути розгляду однотипних абстрактних задач, наприклад, під час розв'язування задач на опрацювання того чи іншого поняття; у ході набуття вмінь застосовувати певну формулу для обчислення площі поверхні чи об'єму геометричного тіла. Проілюструємо це на прикладах.

Задача 1 (П7). Туш для вій займає об'єм 9мл та міститься у циліндричному флаконі висотою 12,1см та діаметром основи 1,5см. Який відсоток від об'єму флакона займає об'єм туші? Скільки туші в середньому витрачається на вії за одне їх фарбування? Рахувати, що одного такого флакона туші вистачає на 4 місяці.

Умова задачі 1 (із недостатньою кількістю даних) містить відомості про математичну модель. Розв'язуючи її, можна здобувати навички роботи із формулою об'єму циліндра та згадати правила виконання операцій із відсотками. Розв'язання наступної задачі 2 вже потребує побудови математичної моделі. Проте учні без особливих труднощів встановлюють, що задача зводиться до відшукання об'єму прямої призми, в основі якої – трапеція.

Задача 2 (А5). Переріз залізничного насипу має форму рівнобічної трапеції, сторони основи якої дорівнюють 4м та 8м. Висота насипу - 3м. Скільки необхідно землі на 1км насипу?

Якісні ПЗ (наприклад, 3-5) можна використовувати як доповнення до запитань для повторення вивченого матеріалу. Ці задачі доцільно пропонувати для розв'язування всім класом. Учителю потрібно звертати увагу на чітке обґрунтування відповідей, оскільки учні, як показали наші спостереження, вважають такі задачі очевидними.

Задача 3 (П5). Що означає знайти об'єм, наприклад, повітря в кімнаті? Відповідь може звучати так: знайти об'єм – це означає виразити його числом.

Задача 4 (П5). Чому ми зазвичай вважаємо, що об'єми, наприклад, двох однакових сірникових коробок рівні? Відповідь: за властивістю об'єму (рівні тіла мають рівні об'єми).

Задача 5 (П5). У кінотеатрі є дві однакові зали, кожна об'ємом м3. Чи можна стверджувати, що їх об'єм дорівнює м3? Чому? Відповідь: так, за властивістю об'єму (адитивність об'єму).

Звичайно, функції, які виконують стереометричні ПЗ у реалізації ПС, взаємопов'язані. Все ж під час їх використання на першому ступені НМТ ми виділяємо такі функції: готувати учнів до нових досліджень та пошуків; розвивати у них потребу у творчості; вчити ставити проблему та її розв'язувати; вибирати раціональні шляхи досягнення поставленої мети. Тобто ми акцентуємо увагу на розвиваючій, виховній, гуманістичній, інформаційній та естетичній функціях. На останньому ступені ПЗ допомагають виховувати уміння застосовувати на практиці здобуті в процесі навчання знання; формують науковий світогляд та привчають аналізувати навколишнє середовище із геометричної точки зору; здійснюють міжпредметні зв'язки та професійну орієнтацію. Таким чином, здійснюються більшою мірою навчаюча, розвиваюча, евристична, прогностична, практична, корегуюча, інтегруюча та контролююча функція ПЗ. Наведемо приклади.

Задача 6 (Ц9). У книзі «Путешествие Гулливера» описано країну велетнів, де лінійні розміри всіх предметів у 12 разів більші від нормальних. На Гулівера один раз там посипались яблука, а одне з них навіть збило його з ніг. Яку приблизно масу могло мати таке яблуко? Розв'язання. Якщо прийняти масу звичайного яблука 100г, то яблуко країни велетнів має мати масу в , тобто, в 1728 разів більше, або майже 170кг! Падіння такого яблука на спину Гулівера повинне було б не збити його з ніг, а розчавити. Воно повинне було б мати до 0,75м у діаметрі і більше 2м в обхваті.

Задача 6 та процес її розв'язування допомагає розвивати вміння, перш за все, бачити та аналізувати факти, події з геометричної точки зору. У плані реалізації міжпредметних зв'язків можна запропонувати задачі 7, 8.

Задача 7 (Ф9). Чи може плавати у воді пустотіла мідна куля, зовнішній діаметр якої 12см, а товщина стінок – 1,5см? Розв'язання. Тіла плавають у воді лише тоді, коли важать менше рівного їм об'єму води. Об'єм пустотілої кулі визначаємо як різницю об'ємів кулі діаметром 12см та порожнини (кулі) діаметром 9см:

(см3). Її маса дорівнює (г). Маса водяної кулі такого самого зовнішнього об'єму дорівнює (г). Дана куля не зможе плавати у воді.

Слід сказати, що процес розв’язування даної задачі має продемонструвати учням актуальність знань із фізики та вміння користуватись довідниками для знаходження густини міді, води.

Задача 8 (Б5). При кожному ударі серце людини виштовхує 175см3 крові. Яких розмірів кубічну посудину потрібно було б мати, щоб вмістити кількість крові, яку перекачує серце за добу? Розв’язання. Серце робить приблизно 75 ударів за хвилину. Позначимо ребро шуканої посудини за х. Тоді: ; см, тобто 2,6м. Відповідь: розміри посудини .

Умова задачі 8 має недостатню кількість даних для розв’язування. Спочатку учень повинен оцінити, скільки ударів робить серце за хвилину, керуючись власним досвідом або знаннями із біології.

Розглянемо питання про те, чи пов’язані між собою існуючі у діючих підручниках абстрактні та ПЗ, запропоновані нами? Звичайно, що відповідь позитивна. По-перше, абстрактні стереометричні задачі виступають базою, моделлю розв’язування наступних ПЗ. Від набутого вміння розв’язувати, власне, саме абстрактні задачі залежить успіх під час розв’язування ПЗ. По-друге, залежно від кількості абстрактних стереометричних задач часто залежить кількість опрацьованих ПЗ. ПЗ має бути, у середньому, 20% від загальної кількості розв’язаних задач. Цей висновок ми зробили на підставі результатів проведеного нами пошукового експерименту, висновків методистів та дослідників, аналізу анкетувань учнів та вчителів та враховуючи невелику кількість часу, який визначено зараз програмою на вивчення стереометрії у старшій школі. По-третє, від переважання певного виду стереометричних задач (переважання задач на обчислення, доведення, дослідження чи побудову) залежить вид ПЗ (теоретичного чи практичного характеру; на обчислення, на побудову, якісні тощо), які будуть використовуватись.

Перш ніж перейти до огляду системи ПЗ, зробимо ряд зауважень.

1.Для частини ПЗ системи ми залишаємо застарілі одиниці вимірювання величин. Значною мірою, це зумовлено прагненням знайомити учнів із тими мірами, які використовувались раніше (до речі, у Великій Британії, Новій Зеландії, Австралії, США донині вимірюють, наприклад, довжину в ярдах, футах, дюймах тощо), вміти ними оперувати та вчити ставитись до стереометрії як елементу загальнолюдської культури в усі часи та періоди історії.

2.Розв’язуючи ПЗ системи, треба додержуватись самому та вчити додержуватись учнів [95] правил наближених обчислень (про необхідність чого ми говорили у першому розділі). Причину учням можна пояснити так: по-перше, густина матеріалу , розміри – це наближені значення величин; по-друге, всі згадані в ПЗ фізичні тіла - не ідеальні геометричні фігури.

3.У формулюванні умов ПЗ системи вже закладено деякі моменти, які спрощують її, роблять до певної міри формалізованою. Це характерно для більшості ПЗ, які використовуються в навчальному процесі.

4.Розв’язання ПЗ має бути оптимальним. Основні критерії цієї вимоги такі: правильність; своєчасність; економність (за витраченими зусиллями); доступність сучасним обчислювальним засобам; зручність (для подальшого використання). Звичайно, що для навчальних ПЗ на перший план виступає необхідність

правильності розв'язання. Це доцільно розповісти учням.
5.Слід з'ясувати з учнями причини, чому рівень їх математичного розвитку підвищується в основному за рахунок оволодіння тими елементами математичної культури, які відносяться до етапу розв'язування задачі всередині моделі. Причини такі: вивчення стереометрії неможливе без глибокого просування у теорію; очевидною є необхідність розвивати суто технічні навички. Хоча, на думку В.В. Фірсова, можна доручити етап розв'язування модельної задачі іншій особі [339, с. 226]. Справді, цією «особою» нині цілком може стати комп'ютерна технологія.

Огляд системи ПЗ проведемо, звертаючи увагу на особливості ПЗ до окремих НМТ та акцентуючи увагу на методику роботи із їх різними видами. В якості характеристики ПЗ будемо також оперувати суб'єктивним поняттям трудності задачі: поділятимемо ПЗ на легкі, середнього рівня та важкі.

ПЗ будемо нумерувати, вказуючи місце у систематизації, потім - її порядковий номер серед інших задач НМТ. Зазначимо, що частину ПЗ системи ми представили у першому розділі додатку Н. До нього ввійшли ті ПЗ, яких немає в основній частині дисертації, але без них уявлення про складену нами систему ПЗ (вона налічує більше, ніж 300 задач) не буде достатньо повним.

Розпочнемо із ПЗ, пов'язаних із НМТ "Базова". Особливість їх така: 1) менша частка ПЗ по відношенню до всіх задач, у порівнянні із кількістю задач до інших Н МТ (про причини цього ми вже говорили) - до 15%; 2) переважна частина ПЗ є якісними; 3) значна кількість ПЗ носить практичний характер.

Отже, поряд із задачами, пов'язаними із першими темами стереометрії (аксіоми та їх наслідки) можна запропонувати легкі якісні ПЗ на зразок поданих далі 1.1, 1.2 та задач 1-3 (додаток Н1). Зауважимо, що для їх розв'язування необхідні, крім стереометричних знань, вміння обґрунтовувати свої міркування. Тому доцільно декілька хвилин на уроці присвятити обговоренню відповіді на питання: "Де в навчальній, професійній діяльності це вміння стане в нагоді?" Ефективно працює також введення домовленості між учнями та вчителем про те, що кожне речення, яке буде виголошуватись на уроці, продовжуватиметься фразою "тому, що…". Незважаючи на те, що мова йде про учнів старшої школи, вони із задоволенням, як дізнались ми з бесід із вчителями, включаються у цю своєрідну гру.

Задача П1.1. Вкажіть три виміри листа паперу. Який вимір листа паперу дуже малий у порівняння із іншими? Вкажіть три виміри тонкої довгої проволоки. Який вимір є великим у порівнянні із іншими?

До задачі 1.1 можна додати наступні питання: "Коли розглядають лист паперу як прямокутний паралелепіпед, а коли – як частину площини?", "За яких умов математичною моделлю проволоки буде циліндр, а коли - частина прямої?"

Задача П1.2. а) Поясніть, чому стіл на трьох ніжках більш стійкий, ніж на чотирьох? б) Як перевірити, чи буде стіл на чотирьох ніжках стійким на горизонтальній підлозі, нічого не вимірюючи? в) Як ви поясните, що столи у більшості випадків роблять на чотирьох ніжках, хоча вони і менш стійкі?

Наступні теми (паралельність та перпендикулярність у просторі) теж дають можливість працювати із якісним задачами, хоча з'являється вже і достатня кількість задач на обчислення. Наприклад.

Задача П1.3. Чому інколи шухляди столів, шаф при їх висуванні рухаються ривками, важко?

Задача А1.4. Щоб перевірити вертикальність стовпа, спостереження ведуть з двох пунктів, які не лежать на одній прямій з основою стовпа. Обґрунтуйте.

Задача Ф1.5. Горизонтальний промінь, паралельний площині одного із двох вертикальних плоских дзеркал, відбивається від другого дзеркала по прямій, яка перпендикулярна площині першого дзеркала. Знайти кут між дзеркалами.

Розв'язування наведеної вище задачі 1.5 без числових даних, крім знання стереометричної теорії, потребує відповідних знань фізики (закону відбивання світла). Тому необхідно актуалізувати цей закон. Краще, якщо його сформулюють самі учні. Подібну задачу 4 (додаток Н1) доцільно запропонувати учням для самостійного розв'язування.

Наступні задачі віднесемо до задач середнього рівня складності. Слід обговорити із учнями хід їх розв'язування, виконати рисунки. Можна запропонувати розв'язати самостійно задачу 5 (додаток Н1).

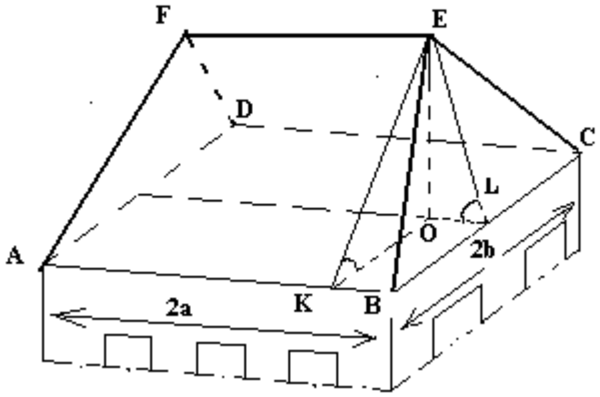
Задача Г1.6. У безвітряну погоду падає "косий" дощ. Як за допомогою листа фанери визначити кут, який утворює траєкторія падаючих крапель із горизонтальною площиною? Зробити відповідний рисунок.

Задача П1.7. Над дитячим ліжечком, яке займає площу, яка дорівнює S1, бажають повісити завісу із двох однакового розміру прямокутних частин, ширина яких нарізно дорівнює довжині ліжечка, а кожна завіса займає площу, рівну S2, обидві завіси закріплені верхніми кінцями до планки, що є однакової довжини з ліжком і закріплена над ліжечком паралельно його поверхні. Визначити висоту планки над ліжком, якщо довжина планки дорівнює n і краї завіс доходять до верхніх країв ліжка (вважати, що завіси натягнуті у вигляді площин). Розв'язати задачу для наступних числових даних: n=1м 20см, S1=6000см2, S2=7800см2. Зробити відповідний рисунок.

Щодо останньої задачі, то слід звернути увагу учнів, що у ній, крім параметрів n, S1, S2, містяться ще й числові дані. Тільки знайшовши загальну формулу, слід до неї підставляти числові значення. Такі ж вимоги до розв'язування задач також і на уроках фізики та хімії.

Для розв'язування, особливо у класах технологічного напряму, можна запропонувати також будівельні задачі. Таких задач у збірниках є достатня кількість. Звичайно, перед розв'язуванням задач, які містять незнайомі професійні, виробничі тощо терміни потрібно розібрати їх значення. Звичайно, це доцільно робити, якщо розв'язування цієї ПЗ має цінність для старшокласників на уроках стереометрії. Наприклад, є ПЗ, які пов'язані із дахом будинку. В умовах цих задач фігурують такі терміни: схил даху, нахил схилу даху, звис даху, коник даху, ребра даху, крокви даху. Роз'яснення займе на уроці декілька хвилин, зате у подальшому під час розв'язування подібних задач в інших НМТ (на обчислення кількості фарби для пофарбування поверхні даху, об'єму горища тощо) термінологія задач буде зрозумілою. Ці терміни є досить вживаними у побуті, наприклад, коли йде мова про дачні будиночки. Наведемо приклад такої задачі (1.8), яку ми пропонуємо для колективного розв'язування. Умову задачі зручно аналізувати, якщо текст і рисунок спроектовані на екран або завчасно приготовлені на дошці чи плакаті. Зауважимо, що цю ПЗ можна запропонувати і в НМТ "Геометричні тіла та їх комбінації" (де розглядається теорема про площу ортогональної проекції многокутника). Задачі 6, 7 (додаток Н1) пропонуємо для самостійного розв'язування.

Задача А1.8. Для будинку прямокутної форми треба зробити чотирисхилий дах (рис. 2.1). Розміри даху: метрів. Усі схили даху утворюють з горизонтом однаковий кут . Визначити, скільки квадратних



метрів заліза потрібно для даху, коли на шви і відходи передбачається витрата заліза, що становить від площі даху.

Перейдемо до розгляду типових ПЗ для НМТ “Координати і вектори у просторі”. Їх особливість у тому, що значна частина задач пов’язана із фізикою. Як показав пошуковий експеримент, цей факт ускладнює процес їх аналізу та розв’язування. Більшість ПЗ вказаної НМТ ми характеризуємо як середні та складні, такі задачі рекомендуємо розв’язувати переважно у класах природничо-математичного напряму.

Задача Т2.1. Вантаж рівномірно переміщується по горизонтальній площині за допомогою двох тракторів, напрям руху одного з яких утворює кут приблизно 20°, а другого - 10° з напрямом руху. Сила натягу кожного 50кН. Яку роботу треба затратити для переміщення вантажу на 200м? (Тертям знехтувати).

Задача Т2.2. Як визначити кут падіння вугільного пласта?

Останню задачу часто доводиться розв’язувати маркшейдерам ще до будування шахти (методику її розгляду дано в посібнику [26]). У класах інших напрямів доцільно розв’язувати більш прості задачі на зразок 2.3; 2.4 та задачі 8 (додаток Н1). Їх частка від загальної кількості задач може бути меншою від середньої (10-15%). Це зумовлено особливістю ПЗ до даної НМТ.

Задача П2.3. Санки з пасажиром рухаються з гірки. Вага розкладається на дві складові: ту, що напрямлена за перпендикуляром до поверхні гірки, - це тиск на неї, а та, що напрямлена вздовж поверхні вниз, - це сила, “що скочує”. Виконайте рисунок, де зобразіть розклад вектора на складові.

Задача Т2.4. Уявіть собі великий зал-сховище для цінних речей у банку. У ньому рівними, паралельними до стіни залу, рядами стоять конструкції-стелажі із ящиками однакових розмірів для зберігання цінностей та документів. До кожного ящика підведена сигналізація, сигнал якої посилається на центральний пульт управління. Запропонуйте систему нумерації ящиків. Поясніть доцільність. Виконайте рисунок.

Задачу 2.4 радимо розібрати колективно, після того, як розглянуто відповідний теоретичний матеріал. Тоді учням стає простіше зрозуміти та усвідомити процес введення декартових координат. Також розв'язування такої та аналогічних задач завжди викликає інтерес в учнів та блокує формальний характер сприйняття подальшої теорії. Звичайно, якщо потрібно (це залежить від конкретного класу), задачу можна дещо ускладнити додатковою умовою: розв'яжіть задачу, якщо банк побудував під існуючим ще один аналогічний зал у підвальному приміщенні. Її можна також спростити або змінити фабулу. Причому, корисно, якщо до цього процесу будуть підключатись учні.

Особливість ПЗ до НМТ "Перетворення у просторі" така: 1) кількість задач буде найменшою (це зумовлено тим, що на вивчення НМТ відведено мало годин), хоча їх частка від загальної кількості буде середньою (20%); 2) більшість задач є якісними. Розглядати ці ПЗ доцільно колективно. Важливу роль тут відіграє наочність. Наведемо приклади.

Задача ПЗ.1. 1) Наведіть із навколишнього середовища приклади центрально-симетричних тіл. Намалюйте їх математичну модель. 2) Чи існують у природі тіла, симетричні відносно осі? Наведіть приклади. Намалюйте їх математичну модель. 3) Які предмети оточення можна віднести до тіл, симетричних відносно площини? 4) Відносно чого буде симетричним стілець? 5) Чому стілець вже не буде здаватись симетричним, якщо ми його перекинемо на бік?

Відповідь на останнє запитання задачі 3.1 може бути такою. "Його площина симетрії не буде вертикальною. Не залишається поза увагою та обставина, що одночасно зі стільцем ми бачимо сусідні частини підлоги, розглядаємо стілець і підлогу як одне ціле. Коли ми бажаємо впевнитись, чи є симетричним який-небудь предмет, орнамент, ми підсвідомо повертаємо його таким чином, щоб площина симетрії фігури, якщо така існує, співпала із площиною симетрії нашого тіла або голови".

Задача 3.2, яку ми пропонуємо, теж можна віднести до легких задач. Під час її розв'язування вчителю необхідно звертати увагу на чітке обґрунтування учнями своїх висловлювань. Потрібно підкреслювати (та доводити!) практичну необхідність створення математичних моделей. У той же час доцільно вказувати на відмінності між реальним процесом (об'єктом) та його математичною моделлю. Це дасть можливість краще усвідомити учням суть процесу математичного моделювання, використовувати неодноразово такі загальні розумові дії, як порівняння, абстрагування та узагальнення.

Задача ПЗ.2. Як можна назвати із геометричної точки зору зменшені моделі літаків та самі літаки; важки одного комплекту; кульки різних підшипників (вказати використовуване поняття)? Яка мета створення цього поняття в геометрії?

Невеликий обсяг теоретичного матеріалу даної НМТ дає можливість здійснювати важливу пропедевтичну роботу з подальшого формування в учнів поняття площі поверхні та об'єму геометричних тіл, розпочату у молодших класах. Робити це можна за допомогою спеціально підібраних ПЗ, як якісних, так і на обчислення. Причому, корисно використовувати також ПЗ практичного характеру. Це буде важливо для подальшого вивчення стереометрії; для набуття вмінь правильно оцінювати площі та об'єми реальних подібних тіл. Такі задачі можна розв'язувати після вивчення теоретичного матеріалу та розв'язування суто стереометричних задач, пов'язаних із подібністю. Наведемо приклади.

Задача А3.3. Ейфелева башта висотою 300м має масу 8000т. Яку масу має модель цієї башти із того ж матеріалу і висотою 1,5м?

Задача Ц3.4. Яку масу мала б муха, якби всі її розміри пропорційно збільшились би в 100 разів? В мільйон разів? Кімнатна муха має масу 0,02г.

Задача Ц3.5. Уявіть собі 1см3, потім – 1м3. Оцініть, наскільки великою є остання величина. Скільки, наприклад, сірникових коробочок може вмістити 1м3 (відповідь перевірте за допомогою безпосередніх вимірювань та обчислень)?

До задачі 3.5 доцільно поставити такі додаткові запитання: а) за допомогою якої геометричної фігури можна уявити вказані величини? б) чи будуть подібними куби із сторонами 1см та 1м? в) якщо так, то із яким коефіцієнтом подібності? г) як відрізняється ваша відповідь від відповіді, знайденої після розрахунків? Наші спостереження показали, що відповідь буде відрізнятись у декілька десятків разів. Слід спитати в учнів, у чому вони бачать джерело помилок при оцінюванні площ та об'ємів. Коли ми помиляємось більше: коли оцінюємо площу чи об'єм? Чому? Задачі 9-13 (додаток Н1) пропонуємо включати до текстів письмових робіт контролюючого характеру.

На прикладах ПЗ, які ми пропонуємо до розв'язування в НМТ "Геометричні тіла та їх комбінації" зупинимось детально. Це пов'язано із специфічністю вказаної НМТ (узагальнюючим характером) та порядком роботи з нею (зміст цієї НМТ розглядається протягом вивчення всього курсу стереометрії та поділяється на 10 часових проміжків). Перерахуємо найважливіші особливості ПЗ вказаної НМТ. 1. Значну частину задач ми пропонуємо до розв'язування після опрацювання учнями відповідних блоків стереометричного матеріалу. Тому умовно розділимо їх на такі п'ять груп: 1) задачі, пов'язані лише із многогранниками та їх комбінаціями; 2) задачі, пов'язані лише із тілами обертання та їх комбінаціями; 3) задачі, пов'язані із многогранниками та тілами обертання; 4) задачі, пов'язані із опрацюванням окремих теоретичних положень; 5) задачі, умови яких містять прийоми, які використовуються на практиці та відомі з досвіду для обчислення значення тієї чи іншої величини (скорочено - практичні прийоми). 2. Більшість задач - це задачі на обчислення. 3. ПЗ даної НМТ доцільно використовувати в якості дидактичних матеріалів для систематизації набутих знань та для оцінювання навчальних досягнень учнів. 4. Серед ПЗ цієї НМТ є задачі різного рівня складності щодо побудови математичної моделі та відносно розв'язування всередині побудованої моделі, що створює передумови для диференційованого відбору задач як для аудиторних, так і для домашніх робіт. 5. Дана НМТ представляє, на противагу не дуже великому обсягу теоретичного матеріалу, найчисленнішу групу ПЗ. Їх статус значний, оскільки вміння розв'язувати відповідні ПЗ говорять про ступінь володіння великою частиною або всім стереометричним матеріалом, а отже, про здатність його використовувати. Їх розв'язування можна також розглядати як підготовку до іспитів з математики. Тому частка саме таких задач від загальної кількості може становити навіть до 50%. Остання умова сформульована на основі наших досліджень у загальноосвітніх школах, де ми проводили педагогічний експеримент та пропозицій вчителів, які брали у ньому участь.

Слід сказати, що ми будемо також, по можливості, виділяти ПЗ, які пропонуємо для колективного розв'язування (фронтально чи у групах), для самостійного розв'язування (в аудиторії чи для домашніх робіт).

Почнемо із прикладів ПЗ першої групи. Після розгляду всіх теоретичних положень, пов'язаних із многогранниками, можна розглянути декілька легких задач на зразок задачі 4.1. Це вносить елемент зацікавленості у навчальний процес і активізує пізнавальну діяльність учнів. Зауважимо, що 4.1 є задачею із недостатніми даними. Тому додатково потрібно учням, використовуючи географічну карту або довідник, знайти відстань між вказаними містами. Звичайно, що назви міст можна змінювати учням або вчителю, залежно від уподобань, географічного розташування школи тощо.

Задача І4.1. Найбільша піраміда Єгипту (піраміда Хеопса) сягала у висоту 146м; довжина її квадратної основи 233м. Приймаючи, що вона суцільно складена із каменю, обчисліть, якої висоти кам'яну стіну (товщиною 0,5м і довжиною від Києва до Парижа) можна було б спорудити із її матеріалу?

Задача Т4.2. Поверхня алмазу має форму многогранника, поверхня якого складена із 8 рівносторонніх трикутників (двох чотирикутних пірамід, які приєднані одна до одної квадратними основами). Сторона кожної трикутної грані алмазу дорівнює 4мм. Обчисліть масу алмазу в каратах.

Пропонуємо задачу 4.2 для колективного розв'язування. Організувати це можна так. Учитель сам читає задачу, пропонує учням сформулювати її математичною мовою, зробити короткий запис. Далі вчитель робить малюнок і після того, як учні усвідомлять умову задачі, пропонує їм скласти план розв'язування. У ході заслуховування із місць кількох учнів, буде виявлено, що перший крок у розв'язуванні задачі – це знайти об'єм вказаного многогранника як суми об'ємів двох пірамід, а другий - обчислити масу алмазу, для чого потрібно знати його густину. Доцільно уточнити, які саме піраміди задано (правильні чи ні, відповідь учні повинні пояснити). А тоді буде зрозуміло, як знайти їх об'єм. Причому, потрібно також обговорити із учням, що саме вимірюють звичайно у каратах і що 1карат=0,2г. Наступні приклади задач цієї групи ми вважаємо задачами середнього рівня складності. Їх розв'язувати доцільно колективно. Вчитель повинен звернути увагу на виконання рисунка до задачі 4.3, оскільки під час розв'язування абстрактних задач, практично, не зустрічаються задачі на комбінацію піраміди та зрізаної піраміди. Відповідно, учні не мають досвіду виконання подібних малюнків. В якості допомоги для створення рисунка зручно використати можливості програми GRAN-3D (про цю програму детальніше ми скажемо далі).

Задача І4.3. Обеліск фараона Тотмозиса, який поставлено на кінній арені у Константинополі (нині – місто Стамбул), має форму правильної чотирикутної зрізаної піраміди висотою 30м. Ребро нижньої основи піраміди дорівнює 2м, а ребро верхньої основи 60см. Обеліск закінчується правильною чотирикутною пірамідою, бічне ребро якої дорівнює 50см. Визначити а) поверхню обеліска; б) його об'єм; в) його масу, якщо густина сієніту, із якого виготовлено обеліск, дорівнює 2,5 .

Задача Т4.4. Ящик для сміття (без кришки) має форму правильної зрізаної 4-кутної піраміди. На весь ящик використали 34000см2 листового заліза, а на бічні стінки пішло 23000см2 того ж листового заліза. Нижнє ребро складає 0,6 верхнього. Скільки заліза потрібно використати для виготовлення ящика такої ж місткості, в формі правильної 4-кутної призми висотою 60см?

Процес розв'язування задачі 4.4 пропонуємо організувати так. Учні формулюють цю ПЗ на мові математики та записують вже формалізовану задачу повністю у свої зошити. Будувати малюнок на дошці може один із учнів. Звичайно, що в ящику для сміття дно має меншу площу, ніж його верхня частина. Але для наочності математичну модель ящика (правильну зрізану піраміду) краще зображати у звичному вигляді, коли верхня основа має меншу площу. Після усвідомлення учнями умови та вимоги задачі радимо переходити до колективного створення плану розв'язування. Підсумки обговорення підводить вчитель та записує основні тези плану на дошці. Далі учні оформлюють розв'язання у зошитах (вчитель контролює правильність знайденого розв'язку). Роботу із задачею можна продовжити. Для самостійного опрацювання доцільно запропонувати виконати іншу вимогу (зберігаючи ту ж умову) задачі: скільки заліза потрібно використати для виготовлення ящика такої ж місткості у формі правильної 4-кутної піраміди з ребром основи 10дм? До складніших віднесемо наступну задачу 4.5. Причому, вона здається спочатку учням завжди досить простою, проте розв'язати її змогли не всі учні, що за неї брались. Доцільно розв'язати її колективно (при бажанні, знайдені результати можна перевірити на практиці).

Задача П4.5. При вимірюванні довжини, ширини, висоти кімнати (для знаходження її об'єму) використовували метр, який, як виявилось пізніше, був на 0, 5см коротшим істинного метра. Можливості провести вимірювання повторно немає. Як потрібно змінити результат – знайдений об'єм кімнати - щоб отримати його правильне значення?

Розгляд ПЗ, пов'язаних із тілами обертання та їх комбінаціями, теж почнемо із легких задач. Їх розв'язування, здебільшого, не потребує рисунка, але вимагає вміння використовувати вивчені формули об'ємів та площ поверхонь тіл обертання. Розв'язування задачі 4.6, враховуючи її сюжет, викликає пожвавлення в учнів. Доречно після її розгляду запитати, а яку ж картоплю вигідніше купувати: великих розмірів чи маленьку? Фабулу задачі можна легко змінювати: говорити про апельсини, кавуни тощо. Результат розв'язування цілком може стати у нагоді у побуті, особливо, дівчатам у веденні домашнього господарства. Зауважимо, що цю і подібні задачі можна також використовувати по закінченні вивчення НМТ "Куля".

Задача П4.6. Господиня очистила 2,5кг картоплі. Середній поперечник картоплини 4см, середня товщина шару, що зрізають, дорівнює 1мм. Яку масу має очищена картопля?

Наведемо приклад ще однієї задачі, яка викликала інтерес учнів (за свідченням вчителів, що її використовували). Причому, вчителі відмічали інтерес не лише до умови задачі 4.7 а, головне, до процесу її розв'язування та знайденого результату.

Задача П4.7. Із апельсина (його діаметр дорівнює 8,5см) вижали сік, який піднявся у циліндричному тонкостінному стаканчику на висоту 2,8см. Який відсоток від загального об'єму апельсина становить віджатий сік? Скільки приблизно штук апельсин потрібно купити, щоб отримати 1л соку та скільки цей сік буде коштувати, якщо за 5 таких апельсинів заплатили 6 гривень? Розміри стаканчика: висота – 7,5см, діаметр основи - 7см, а товщина дна – 1см.

Задачі 4.8 та задачу 14 (додаток Н1) доцільно розв'язувати фронтально, причому розв'язування варто кожному проводити у себе в зошиті, а на дошці вчителю фіксувати лише окремі ключові моменти та відповідь. Потрібно звернути увагу учнів на результат розв'язування задачі 4.8, тому що він дає змогу ілюструвати відповідні висновки теорії.

Задача Е4.8. Замість циліндричної цистерни (довжина 360см, діаметр 200см) зробили сферичну посудину того ж об'єму. Скільки процентів металу було зекономлено?

Задача Ф4.9. На кожен квадратний сантиметр земної поверхні опирається стовп атмосфери масою 1кг. Яку масу має вся земна атмосфера? Радіус Землі – 6370м.

Доцільно додатково обчислити, яких розмірів буде куб або куля, маса якого чи якої дорівнює масі всієї атмосфери.

Наступну задачу особливо корисно розв'язувати у класах суспільно-гуманітарного напряму. Це формуватиме в учнів звичку аналізувати інформацію, яку вони отримують, оскільки відповідь до цієї задачі виявиться суперечливою із тим, що написано в творі О.С.Пушкіна. Ця задача здійснює міжпредметні зв'язки із зарубіжною літературою (дає змогу організувати обговорення доцільності та потрібності використання гіперболи у художніх творах).

Задача Ц4.10. Із «Скупого Рыцаря» О.С.Пушкіна: «Читал я где-то, что царь однажды воинам своим велел снести земли по горсти в кучу, - и гордый холм возвысился, и царь мог с вышины с весельем озирать – и дол, покрытый белыми шатрами, и море, где бежали корабли». Обчисліть висоту такого пагорбу і дальність видимого з його вершини горизонту. В основу розрахунків покладіть наступні дані. За чисельність армії прийміть 100000 воїнів. Число жмень землі, що заповнюють 1дм3 – десять. Вважайте, що пагорб був конічної форми і мав природній укіс 45° (кут, який твірна конуса склала з діаметром основи). Навколишню місцевість вважати рівнинною. Якої висоти був би пагорб і як далеко можна було б бачити з його вершини, якби він був споруджений армією чисельністю, наприклад, 1000000 осіб? Якої висоти досяг би подібний пагорб, якби його споруджувало все людство, тобто, 6млрд. осіб?

Важливо, як ми вже підкреслювали, розглядати на уроках історичні задачі, наприклад 4.11. Цю задачу можна дати учням для самостійного опрацювання в аудиторії, а розв'язання та його результат обговорити колективно.

Задача І4.11. У роботі Архімеда «Исчисление песчинок» читаємо, що діаметр макового зерна не менше 0,025дюйма, куля з діаметром в 1дюйм буде містити не більше 64000 (об'ємів) макових зерен. Перевірте ці розрахунки. Далі, приймаючи об'єм макового зерна в 10000 разів більшим за об'єм піщинки, Архімед обчислює, скільки піщинок містить куля 100 дюймів в діаметрі. Знайти результат цього обчислення, нехтуючи тією обставиною, що піщинки не прилягають одна до одної без порожнин.

Дещо складнішою є задача 4.12. Її умова вже містить дані про математичну модель (моделі), але для виконання вимоги потрібно виконати на дошці рисунок. Можливо, учні здогадаються, що достатньо буде лише перерізу вказаної просторової фігури. Потім можна обговорити хід розв'язування та виконати його. Задачу 15 (додаток Н1) рекомендуємо для самостійного розв'язування.

Задача Т4.12. Нижня частина спеціальної хімічної посудини є циліндром висотою 14,5см і довжиною кола основи 18,8см. Дно є опуклістю у вигляді півкулі висотою 2см; верхня частина посудини – зрізаний конус, верхня основа якого має в поперечнику 3см і довжину по стінці 18см, а знизу конусна частина пляшки примикає до циліндричної частини. Визначити масу ртуті, яка наповнює посудину, якщо густина ртуті 13,6 ?

Перейдемо до ПЗ, які пов'язані із многогранниками та тілами обертання. Першими розглянемо приклади легких задач, із яких доцільно починати. Це задача 4 .13, а для самостійного розв'язування пропонуємо задачу 17 (додаток Н1).

Задача Т4.13. Алмаз відшліфовано у формі многогранника, навколо якого можна описати півкулю і який має велику кількість граней. Поперечник півкулі дорівнює 6мм. Скільки приблизно карат в цьому алмазі?

Задачу 4.13 можливо розв'язати без виконання рисунка. Знаходження плану розв'язування часто викликає в учнів труднощі. Більшість вважає, що у задачі не вистачає даних, оскільки для знаходження маси алмазу необхідно знати його об'єм (щодо густини, то учні вже знають, де її шукати). Для знаходження об'єму немає даних про многогранник. Також вони не розуміють, для чого введено відомості про поперечник півкулі. Тому потрібно спрямувати їх до відшукання шляху розв'язування запитаннями типу: "Що означає, що навколо многогранника можна описати кулю?", "Яке значення мають слова в умові про велику кількість граней?", "До об'єму якої фігури буде наближатись тоді об'єм алмазу?". Після чого учні швидко справляються із поставленою задачею. Не зайвим буде повідомити старшокласникам, що в умовах ПЗ часто вживають термін "поперечник". Він означає, як правило, діаметр (якщо в основі круг) або найбільшу відстань між вершинами основи (якщо в основі многокутник).

Задача Т4.14. Товщина круглого олівця дорівнює 7мм; товщина шестигранного олівця (у найширшій частині) – 8мм. Довжини та грифелі олівців однакові. Який олівець має більший об'єм?

Задачу 4.14 теж можна розв'язувати без стереометричного рисунка або виконати планіметричний (основи олівців). У цій задачі доцільно чітко провести етап формалізації. Учні швидко приходять від умови та вимоги ПЗ до потреби порівняти об'єми правильної шестикутної призми та циліндра однакової висоти. Учитель може поставити питання про те, чи можна здійснювати такий підхід, оскільки кожен олівець не є суцільним, він має грифель, отже, в призмі та циліндрі існує циліндричний отвір, в якому знаходиться циліндр-грифель? Це питання досить легке і переважна більшість учнів дає правильну відповідь. Але є й такі, що вагаються щодо правильності знайденого шляху розв'язування. Їм слід роз'яснити, що оскільки об'єми грифелів будуть однакові, то однаковими будуть і об'єми циліндричних отворів. Якщо і після цих пояснень залишаються учні, що не зрозуміли, слід для них провести на дошці обчислення, де будуть порівнюватись об'єми частин призми та циліндра без об'ємів внутрішніх отворів. Знайдена відповідь буде найкращим аргументом. Задачі 18-21 (додаток Н1) доцільно включати до матеріалів самостійних робіт. Труднощі в учнів можуть виникнути під час роботи із групою задач середньої трудності. Далі ми розглянемо задачі різної тематики, розв'язання кожної з яких потрібно розпочинати із аналізу умови задачі та виконання, у разі необхідності, малюнка. Спостереження показують, що задачі, сформульовані як 4.15, учні часто не розуміють.

Задача П4.15. У повітрі класної кімнати (довжиною 10м, шириною 6м, висотою 4м) кількість вуглекислого газу по закінченні уроку склала 1,5%. Скільки його (в %) буде у тій же кімнаті після 10хв. вентиляції через кватирку, довжина якої 30см, ширина 20см, і через спеціальний вентилятор, радіус якого 7,5см, якщо повітря входить через

кватирку із швидкістю 25 , а через вентилятор - у 2 рази швидше (кімнатне повітря виходить із кімнати через вентиляційну сітку у стіні кімнати у кількості, рівній прибуваючому через кватирку та вентилятор). Обмін через стіни прийняти рівним 10% обміну через кватирку, вентилятор та сітку. Кількість вуглекислого газу в повітрі, яке входить, становить 0,04%.

Більшість старшокласників, яким ми пропонували цю задачу, не могли розібратись, як можна використати швидкість повітря, як пов'язати дані про вміст вуглекислого газу в повітрі та не бачили можливість використати геометричні знання. Їх розв'язування, в основному, обмежувалось знаходженням об'єму класної кімнати. Тому радимо вчителям починати розв'язування такої задачі із аналізу та короткого запису умови задачі. Після чого доцільно ставити учням такі запитання, які будуть спрямовувати хід їх думок у потрібному напрямку. Це можуть бути такі запитання: "Який об'єм повітря постійно знаходиться у кімнаті?", "Який об'єм вуглекислого газу вже міститься у кімнаті?", "Який об'єм повітря надходить у кімнату через вентилятор, квартирку і стіни, та який об'єм вуглекислого газу воно містить?". Як правило, вже після цих запитань учні можуть скласти план розв'язування задачі. Зауважимо, що під час опрацювання цієї задачі учні повторюють формули для обчислення об'єму призми і циліндра, відсоткові обчислення та бачать міжпредметні зв'язки з фізикою, хімією, ОБЖ.

Задача Т4.16. Золотий брелок має форму правильної чотирикутної піраміди, ребро основи якої дорівнює 2,4см. Визначити поверхню брелока, якщо для його виготовлення витратили: 1) два шматки золота, що мають форму куба, поверхня якого 0,96см2, і правильної трикутної призми, ребро основи якої дорівнює 1см, а бічне ребро дорівнює 0,5см; 2) циліндра та конуса, у яких радіуси основ однакові та рівні висотам, а різниця бічних поверхонь циліндра та конуса складає 0,2825см2; 3) кулі та зрізаного конуса, причому зрізаний конус можна було б вписати в дану кулю ; крім того відомо, що висота конуса - 7мм, а радіуси верхньої та нижньої основи цього конуса відповідно 3мм та 4мм.

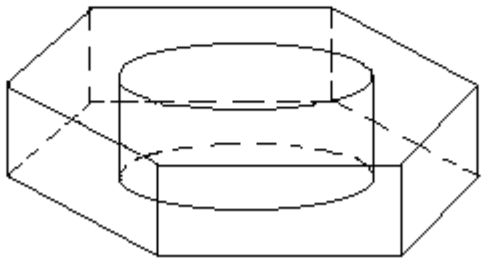
Задачу 4.16 пропонуємо для роботи за трьома варіантами: кожній групі продиктувати "свою" задачу, яка утворюється із відповідних випадків задачі. Розв'язування цієї задачі дасть змогу повторити значну частину вивченого матеріалу. Учні креслять малюнки геометричних тіл до задачі, складають план розв'язування та виконують його. Причому, по закінченні розв'язування, делегат від кожного варіанта коротко представляє задачу на дошці. Далі доцільно обмінятись умовами задач для домашнього завдання. Наступну задачу (4.17) радимо використати для самостійного розв'язування учнів на уроці, оскільки зі схожими задачами учні вже мали справу. Звичайно, що у разі необхідності, вчитель надає учням індивідуальні консультації.

Задача П4.17. Циліндричний кухоль, діаметр дна якого 12см, а висота – 16см, наповнений соком. Частину цього соку перелили в конічний бокал висотою 10см (відстань від краю бокалу до дна – твірна – складає 10,25см). Залишок соку із кухля вилито у посудину, що має форму правильної чотирикутної призми, повна поверхня якої (всередині посудини) – 7900см2, а висота - 25см. На якій висоті буде знаходитись вода у призматичній посудині?

Задача Т4.18. Гайки звичайно мають форму правильної шестикутної призми з каналом, просвердленим перпендикулярно основам. Висота гайки виготовляється рівною діаметру її отвору, а поперечник основи – на 5мм більше діаметру отвору, який збільшено в 1,4 рази. а) Яку масу має залізна гайка висотою 1дм? б) Яку масу має залізна гайка з діаметром отвору 2см? (Нарізку каналу та обточування гайки в розрахунок не брати).

Пропонуємо використати задачу 4.18 та задачу 22 (додаток Н1) для матеріалів контрольних робіт (задачу 4.8 доцільно розбити на дві). Більшість учнів мають уявлення про гайку, тому вони порівняно легко можуть виконати рисунок. Для тих, хто не може його зробити, використовуючи уяву, можна принести декілька гайок та дати їх учням для зображення відповідного геометричного тіла. В окремих випадках - запропонувати до таких задач готовий рисунок (рис. 2.2).

Рис.2.2



Задача 4.18 (її а) варіант) має чотири кроки під час розв'язування: 1) ввести позначення висоти призми (циліндра) ( ), радіуса отвору ( ) та сторони основи призми, що одночасно буде половиною більшої діагоналі основи призми ( ); знайти

, де (мм); 2) обчислити об'єми призми та циліндра; 3) знайти об'єм гайки; 4) обчислити значення її маси. Як показали наші дослідження, учні справляються із такими задачами. А помилки іноді виникають зі знаходженням площі основи 6-кутної призми у задачі. Тому раніше потрібно організувати роботу на уроках для попередження помилок під час розв'язування подібних задач. У класах із поглибленим вивченням математики або на факультативних заняттях для учнів інших профілів пропонуємо розглянути більш складні ПЗ. У кожній із цих задач фігурує кульовий шар, вміння знаходження об'єму якого не є обов'язковим за діючою програмою. Наведемо приклади.

Задача П4.19. Кавник має форму правильної зрізаної 8-кутної піраміди висотою 16см. Поперечник дна між складає 12см, а поперечник кришки, теж між двома протилежними вершинами, - 8см. Визначити, скільки чашок кави можна наповнити із кавника, якщо чашка за формою є кульовим шаром висотою 4см, діаметр дна дорівнює 4,5см, а діаметр обідка чашки - 8см.

План розв'язування задачі 4.19 учні складають легко: знайти об'єм кавника, об'єм однієї чашки та розділити перший на другий. Труднощі виникають під час знаходження відповідних об'ємів. По-перше, потрібно знати формулу для обчислення об'єму кульового шару; по-друге, вміти обчислювати об'єм правильної зрізаної 8-кутної піраміди, яка рідко зустрічається у задачах. Також часто учні не вміють її зобразити. Вчитель повинен звернути свою увагу на ці обставини. В якості допомоги зручно скористатися комп'ютерною програмою GRAN-3D, зокрема, послугою Зображення\Режим півтонового зображення, що дозволяє отримувати "реалістичне" зображення моделей цих тіл, побудоване з врахуванням видимості ліній та площин. Також доцільно використовувати цю програму для ПЗ, пов'язаних із проведенням перерізів многогранників. Див. другий розділ додатку Н.

Для кожної із наступних задач (4.20; 4.21) можна колективно виконати етап формалізації, далі побудувати стереометричні рисунки (або їх осьові перерізи) та записати задачі скорочено. Рисунки доцільно виконати біля дошки одному із учнів, а всі подальші записи - вчителю. Вчитель заслуховує пропозиції учнів із розв'язування кожної задачі, акцентує увагу на найважливіших його моментах. По закінченні обговорення на дощці має бути записаний план розв'язування кожної задачі, який учні уважно перечитують, проте не переписують. Потім вони план виконують.

Задача П4.20. Ваза для варення має вигляд півкулі. Глибина її дорівнює 7,5см. Варення у вазі на 1см нижче верхнього краю; скільки можна наповнити із вази блюдечок для варення, якщо поперечник блюдечка зверху 9см, поперечник дна 4,5см, а глибина блюдечка - 2,5см (поверхню блюдечка можна прийняти за кульовий шар)? Варення кладуть у блюдечко так, щоб рівень його був нижче на 0,1см.

Задача П4.21. Кришка старовинної цукорниці має вигляд пластинки (скляної) товщиною 3,5см. З боків кришка обмежена кульовою поверхнею, а зверху та знизу кругами; діаметр кожного із цих кругів складає 12см. Ручка має форму правильної чотирикутної зрізаної піраміди, яка прикріплена до кришки меншою основою. Висота ручки 3см, ребро нижньої основи ручки 1см, а ребро верхньої основи 3,5см. Визначити поверхню та об'єм кришки з ручкою.

Зауважимо, що учні часто для задачі 4.21 спочатку на чернетках малюють щось на зразок ескізу кришки із ручкою, щоб уявити собі її, а вже потім виконують, власне, геометричний рисунок – зрізану піраміду та кульовий шар окремо. Цей учнівський прийом у таких випадках досить доречний.

Перейдемо до прикладів ПЗ останніх двох груп НМТ, тобто, до ПЗ, пов'язаних із опрацюванням окремих теоретичних положень та ПЗ, умови яких містять практичні прийоми. Першу із запропонованих задач можна розглянути на факультативних заняттях.

Задача Ф4.22. Чому тріска загоряється швидше, ніж ціле поліно, від якого вона відколота?

На перший погляд, задача здається зовсім не геометричною. Між тим вона зводиться до суто геометричного питання. Дійсно, оскільки нагрівання відбувається з поверхні і поширюється на весь об'єм тіла, то потрібно порівняти поверхню та об'єм тріски, наприклад, квадратного перерізу, з поверхнею та об'ємом поліна тієї ж довжини і теж квадратного перерізу, щоб визначити, якої величини поверхня приходиться на кожен кубічний сантиметр деревини в обох випадках. Якщо товщина поліна в 10 разів більша товщини тріски, то бічна поверхня поліна більша поверхні тріски теж в 10 разів, а об'єм його більший об'єму тріски в 100 разів. Отже, на кожну одиницю поверхні в тріски приходиться вдесятеро менший об'єм, ніж у поліні: однакова кількість тепла нагріває у тріски в десятеро менше речовини, - звідси і більш швидке запалення тріски, ніж поліна від одного й того ж джерела тепла. (Внаслідок поганої теплопровідності дерева, вказані відношення слід розглядати лише як приблизні, що характеризують загальний хід процесу, а не кількісну сторону). Вчитель може продовжити роботу із групою аналогічних задач таким чином: "З тієї ж причини дитина, яка стоїть на морозі, повинна мерзнути більше, ніж однаково вдягнутий дорослий: кількість тепла, що виникає в кожному кубічному сантиметрі тіла в обох приблизно однакова, але поверхня тіла, яка вистигає і приходиться на кожний кубічний сантиметр, у дитини більша, ніж у дорослого. У цьому ж слід бачити причину того, що пальці, руки та ніс мерзнуть більше і відморожуються частіше, ніж інші частини тіла, поверхня яких не така велика у порівнянні з їх об'ємом". Задачу 23 (додаток Н1) пропонуємо для самостійного розв'язування. Корисно, особливо у класах технологічного напряму, розглянути задачі 4.23; 4.24 та задачу 24 (додаток Н1).

Задача А4.23. Потрібно побудувати будинок певного об'єму і з заданою площею фундаменту. Яку з форм будівель потрібно вибрати: призматичну чи циліндричну, щоб її бічна поверхня була найменшою? Відповідь обґрунтувати.

Оскільки відповіддю на поставлену задачу буде циліндрична форма, то доречно задати учням питання, а чому ж так мало у нас будівель такої форми?

Задача Т4.24. Сировари вважають, що при рівному об'ємі сири кульової форми краще зберігають свої смакові якості, ніж сири форм циліндра або куба. Чому?

Розв'язання цієї задачі у більш "слабких" класах доцільно провести вчителю. Розв'язання. Спочатку смакові якості сиру не залежать від його форми. Існує гіпотеза, що смакові якості змінюються у результаті випаровування та окислення. А інтенсивність цих процесів залежить від площі поверхні тіла: чим вона менша, тим повільніше випаровування та окислення. В такому випадку приходимо до суто геометричної задачі: порівняти площі поверхонь куба, циліндра і кулі, які мають рівні об'єми. Задача залишається недостатньо визначеною, тому що невідома висота циліндра. Будемо вважати її рівною 2R, де R - радіус основи циліндра. Нехай його

об'єм буде: .3 , звідки .

. (a – сторона куба), звідки

, . (r – радіус кулі), звідки , тобто

. Потрібно порівняти площі поверхонь. Всі вони додатні, тому можна перейти до порівняння їх кубів:

EMBED Equation.3

тобто маємо наступне: , звідки .
Отже, найменша площа поверхні у кулі.

Наступні дві задачі можна використовувати на уроках та на факультативних заняттях для пожвавлення, підтримання інтересу учнів до стереометрії, а також з метою дізнатись про прийоми, які використовуються на практиці для визначення певних кутів чи відстаней, спрощення обчислень тощо. Можна запропонувати учням знайти ще інші відомості (у вигляді усних повідомлень або рефератів) про різноманітні практичні прийоми, наприклад, обчислення значення об'єму, площі поверхні реальних тіл. Як показали наші спостереження, завжди знаходяться учні, що це із задоволенням виконують. Зокрема, як показали наші дослідження, вони приносять повідомлення про прийоми обчислення об'єму діжки, про визначення об'єму найпростіших земляних робіт, визначення правильності установки на підлозі пральної машини, перевірки вертикальності стіни при її вирівнюванні тощо. Причому клас активно включається у процес знаходження все більшої кількості таких прийомів, тому цьому можна присвятити окреме факультативне заняття.

Задача Б4.25. На практиці об'єм колоди часто визначають наступним спрощеним прийомом: вимірюють в дюймах діаметр колоди посередині, підносять це число до квадрату, множать на довжину колоди в футах і ділять результат на число 183. Отримуємо об'єм у футах. Перевірити цей прийом, порівнявши результат з тим, який можна одержати, якщо за об'єм колоди прийняти об'єм циліндра, діаметр якого дорівнює діаметру колоди посередині, а висота – бічній довжині колоди. Розв'язання. Позначимо діаметр колоди в дюймах через , а довжину в футах через . Тоді маємо для об'єму в футах наступний вираз. За першим способом: .За другим способом: . Розділимо перший вираз на другий, дізнаємось, що їх відношення дорівнює . Отже, спрощений прийом дає незначне збільшення (менше, ніж на 0,2%).

Задача П4.26. Вентиляційний отвір в класній кімнаті має форму круга діаметром 15см. Швидкість руху повітря, яке через нього проходить, дорівнює . Розміри кімнати м. За який час через цей отвір зміниться все повітря в кімнаті?

План розв'язування ПЗ, подібної до задачі 4.26 ми розглядали, тому зробимо лише повідомлення із точки зору практичного прийому. Його може розповісти вчитель: "На практиці можна наближено визначити швидкість руху повітря через вентилятор таким чином. Підносять до отвору вентилятора запалену свічку: якщо полум'я ледве відхиляється, то швидкість буде приблизно ; якщо відхиляється від вертикального напряму на 45°, то швидкість дорівнює ; якщо лягає вертикально, то швидкість буде ; якщо сильно тріщить - ; якщо гасне, то швидкість і більше."

Перейдемо до розгляду прикладів ПЗ відразу до інших НМТ: "Призма", "Піраміда", "Циліндр", "Конус", "Куля". Це зумовлено тим, що особливості підбору ПЗ та методики роботи із ними у кожній із цих НМТ є схожими. Далі ми висвітлимо загальні підходи до роботи із означеними блоками ПЗ та наведемо приклади задач, які не лише ілюструють їх, але і мають свої особливості.

Перелічимо спочатку особливості ПЗ до вказаних НМТ. 1. Частка ПЗ по відношенню до всіх задач становить середнє значення - 20%. 2. Більшість задач - це задачі на обчислення. 3. Вивчення кожної НМТ розраховане на два, а для тіл обертання – на три часові проміжки. Тому ми для зручності роботи вчителів поділяємо ПЗ кожної НМТ на три групи: 1) на задачі, що пов'язані із обчисленням площі поверхні; 2) задачі, що пов'язані із обчисленням об'єму, 3) задачі, що пов'язані із обчисленням площі та об'єму відповідних геометричних тіл.

Сформулюємо методичні поради вчителям щодо організації роботи з учнями із розв'язування ПЗ НМТ "Призма", "Піраміда", "Циліндр", "Конус", "Куля". 1.Сформулювати чітко умову та вимогу ПЗ математичною мовою: що корисно проговорювати вголос під час колективного розв'язування задач або "про себе" при самостійному розв'язуванні. Знову ж, якщо навіть математична модель дана в умові, як правило, в задачі будуть окремі частини, які потрібно перекласти на мову математики (інакше, задача просто не буде прикладною). Звичайно, що вчитель має

демонструвати учням, як правильно виконувати формалізацію ПЗ на декількох прикладах у кожній НМТ. Найкраще це виконувати на перших легких задачах та задачах середнього рівня складності.
2.Виконувати короткий запис умови задачі. Це допомагає здійснювати етап формалізації, усвідомити, які елементи дано в задачі та як вони взаємопов'язані. Малюнок до задачі (якщо у його виконанні є потреба в учнів) із позначеними на ньому даними і шуканими величинами також вважатимемо скороченим записом задачі.
3.Зробимо два зауваження щодо малюнків до ПЗ: 1) до задачі можна не виконувати малюнок лише в тому випадку, якщо учні його уявляють та можуть оперувати ним та даними задачі в уяві для подальшого розв'язування; 2) іноді, навіть якщо математична модель задачі міститься в умові, учням важко її сформулювати повністю на мові геометрії; тоді зручно, після усвідомлення умови ПЗ, відразу виконати попередній малюнок до неї або навіть ескіз, який допоможе здійснити етап формалізації.
4.Проводити розв'язування вже створеної формалізованої задачі потрібно так, як звикли учні працювати із таким задачами (це стосується і аналізу, і добору методу розв'язування, і оформлення).
5.Розібрати перед розв'язуванням певної ПЗ таку стереометричну задачу, етапи розв'язування якої аналогічні чи подібні до етапів розв'язування всередині побудованої математичної моделі ПЗ. Це особливо корисно, якщо ПЗ відноситься до задач середнього рівня складності або важких.
6.Оскільки отриманий розв'язок формальної математичної задачі необхідно дослідити на предмет його відповідності вихідній ситуації, то зручно спочатку формально приєднати знайдений розв'язок (розв'язки) до вимоги задачі, сформульованій у початковій формі. Якщо він матиме зміст у цьому прикладному контексті, то це і буде шуканий розв'язок ПЗ. Слід також наголосити учням, що етап інтерпретації може показати відсутність відповіді у ПЗ або декілька її варіантів.

Безперечно, ці рекомендації можна виконувати під час роботи із ПЗ у кожній НМТ, але для НМТ V-IX доцільно кожного разу дотримуватись вказаного алгоритму, а для НМТ, розглянутих вище, можна використовувати більш гнучку схему, пропускаючи той чи інший пункт (це показано на прикладах вище). Перейдемо безпосередньо до ПЗ.

Працюючи із задачею 5.1, необхідно мати на увазі, що вона містить у собі декілька задач, тому краще організувати її розв'язування у групах. Також це зручно зробити після розв'язування суто стереометричних задач № 18, 29, 30 діючого підручника [249, с.78]. Зауважимо, що фабула задачі дає можливість учням створювати власні задачі.

Задача П5.1. 1) Коробка для упаковування подарунка має форму низької призми із ромбом в основі. Найбільша відстань між протилежними кутами кришки 24см, а найменша – 10см. Висота коробки 4см. Скільки потрібно аркушів кольорового паперу, щоб обклеїти коробку? Розміри аркуша пакувального паперу - см. 2) Для обклеювання тільки збоку іншої, але такої ж за формою коробки, яка має висоту 5см і відстань між двома протилежними кутами кришки - 10см, використали 260см2 паперу. Скільки необхідно паперу для обклеювання кришки? 3)

За умовою задачі в (1) визначте, скільки потрібно картону для виготовлення перегородки, яка проходить всередині коробки між найближчими її кутами і між більш віддаленими кутами, а також визначте периметр кришки. 4) Результати обчислень попереднього випадку візьміть за умову та визначте кількість паперу, потрібного для обгортання коробки, якщо для цього йде паперу на 30% більше, ніж для обклеювання всієї коробки. 5) Складіть схожу задачу самостійно.

Задачі 5.2 та 25, 26 (додаток Н1) - легкі. Вони представляють інтерес як задачі для відпрацювання вмінь обчислювати об'єм чи площу поверхні призми та як джерело нових ПЗ. Їх також можна використати для матеріалів контрольних робіт.

Задача П5.2. Коробка для цукерок має форму прямої призми, основою якої є ромб. Бічна поверхня коробки 900см2, діагональ дна 40см. Коло, що обкреслює картинку на кришці і дотикається сторін кришки, має довжину 75см. Скільки фунтів цукерок може вмістити коробка, якщо фунт цукерок займає приблизно 1000см3?

Задача 6.1 містить нескладні економічні розрахунки. Розв'язуючи задачу, старшокласники будуть вдосконалювати навички роботи із наближеними числами. Учням, для проведення відповідних розрахунків, варто записати у зошити, що 1м=0, 47сажня=3,28фута (якщо вони не знайомі із цими одиницями вимірювання довжини). Варто завчасно познайомити учнів із відповідними величинами. Як це можна зробити? По-перше, приготувати для учнів таблицю перекладу застарілих або маловживаних у наш час чи у нашій країні мір у ті міри, якими вони звичайно користуються, загальноприйняті на Україні. Бажано проконтролювати, щоб кожен учень зробив собі таку табличку, наклеїв на картонку (див. третій розділ додатку Н). По-друге, для підтримання інтересу учнів можна присвятити на уроці 10-15 хвилин історії виникнення тих чи інших мір (це можуть підготувати й окремі учні у вигляді коротких усних повідомлень).

Задача Е6.1. Купол дзвіниці має форму правильної 8-кутної піраміди, сторона основи якої дорівнює 8 футів, апофеми - 7сажнів 5футів. За скільки днів зможуть покрити цей купол 4 покрівельника, якщо для покриття 27квадратних футів поверхні даху один покрівельник повинен витратити чверть дня?

Труднощі іноді виникають в учнів під час виконання рисунків до поданих вище задач. Подолати їх можна за допомогою програми GRAN-3D. Це зумовлено тим, що моделі базових об'єктів, якими оперують у школі при вивченні стереометрії (правильна або зрізана піраміда, правильна призма, прямий паралелепіпед, конус, циліндр, куля, куб) можна створювати окремо, вказавши лише необхідні параметри об'єкта у вікні Задання базових просторових об'єктів на вкладниці з відповідною назвою, що з'являється при зверненні до послуги програми Об'єкт\Створити базовий об'єкт. Отже, цією послугою можна користуватись, якщо потрібно "побачити" геометричне тіло для побудови малюнка.

Корисними для колективного розгляду будуть задачі 6.2; 6.3, розв'язування яких зводиться до обчислення об'єму та площі поверхні певних видів пірамід, користуючись звичайним алгоритмом. Доцільно звернути увагу на виконання першого пункту алгоритму у кожній із них. Так, у задачі 6.2 не всі учні можуть з'ясувати, що за відстань між основами двох найближчих жердин у палатці та де вона, відповідно, міститься у 4-кутній піраміді (яка є математичною моделлю задачі). Також, потрібно математично правильно сформулювати вимоги у кожній із задач (

про кількість повітря, про місткість фільтра). Причому, першу із поданих задач корисно розглянути після задач 57, 63 діючого підручника [249, с.80].

Задача Т6.2. Намет, обтягнутий парусиною, складається із 4 жердин, що утворюють правильну 4-кутну піраміду. Скільки повітря містить у собі намет, і скільки метрів парусини шириною 80см потрібно використати на намет, якщо висота намету 2,4м, а відстань між основами кожних двох найближчих жердин дорівнює 2м? На дно палатки парусину не використовують.

Задача Т6.3. Фільтр виготовлено у вигляді правильної піраміди, бічне ребро якої дорівнює 17,5см, а ребро основи - 10,5см. Скільки води може вмістити у собі фільтр, якщо він має форму 6-кутної піраміди?

Після розв’язування абстрактних задач із діючого підручника на зрізану піраміду переходять до ПЗ. Перші дві пов’язані із площею поверхні (6.4, 6.5), а третя (6.6) – з об’ємом та площею поверхні зрізаної піраміди. Це задачі середнього рівня складності. Їх можна розв’язувати у класах різних профілів. Кожну із них можна розділити на декілька окремих задач. Тому їх зручно використовувати для створення варіантів для розв’язування на самостійних, контрольних роботах або для розв’язування у групах (на які можна поділити клас) для здійснення диференційованого підходу до учнів. У класах філологічного, суспільно-гуманітарного, художньо-естетичного, спортивного напрямів ступінь самостійності учнів під час розв’язування може бути меншим, тобто, вчитель на уроці повинен витратити більше часу на пояснення до задач та контролю правильності знайденого шляху розв’язування (звичайно, що мова не йде про контрольні роботи). Слід сказати, що до початку роботи із ПЗ 6.4 доцільно розглянути суто стереометричні задачі 68, 72, 77 діючого підручника [249, с.81], процес розв’язування яких містить окремі кроки розв’язування даної ПЗ.

Задача Т6.4. Абажур має форму 4-кутної правильної зрізаної піраміди. Скільки фарби використано на абажур, якщо для кожного сантиметра абажурного скла використовують 0,05мг фарби, і якщо 1) нижній контур абажура (периметр нижньої основи) має 48см; верхній контур - 100см, а бічне ребро - 20см? 2) нижня основа абажура поміщається на підставці площею 169см2; висота абажура (відстань між площинами верхнього та нижнього контуру абажура) - 20см, а поперечник зверху (довжина діагоналі основи) - 22см.

Задача Т6.5. Раніше, а подекуди і зараз, для виготовлення сирної паски використовували форму у вигляді правильної 4-кутної зрізаної піраміди. Вона складається із 4-х бічних дощечок, з’єднаних крючками, дна (меншої основи) і дощечки (вона складає більшу основу) для підкладання її під вагу, якою надавлюють на сир. Визначити висоту форми, якщо 1) площа бічних дощечок складає 1700см2; площа всіх дощечок 2376см2, а висота бічної дощечки - 25см; 2) сума площ бічних стінок форми - 2304см2; висота бічної грані дорівнює її середній лінії, а бічне ребро цієї грані - 25см; 3) поверхня всіх граней форми – 954 дм2; поверхня бічних стінок - 288 дм2. Ребро верхньої дощечки довше ребра дна на 6дм.

Наведемо оформлення короткого запису (рис.2.3) та розв’язання першої частини даної задачі згідно поданих вище рекомендацій.

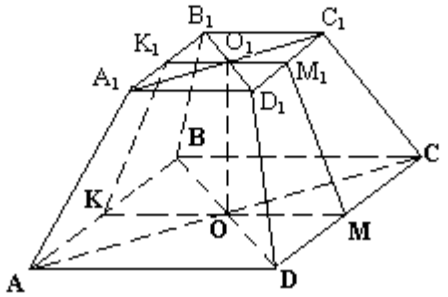
1. Сформулюємо її математичною мовою.

Дано правильну зрізану чотирикутну піраміду. Площа її бічної поверхні 1700м2, повної – 2376м2. Апофема дорівнює 25см. Знайти висоту піраміди.
2. Наведемо короткий запис задачі.

Дано (рис 2.3) : правильна 4-кутна піраміда ; EMBED Equation.3

; ; апофема . Знайти: висоту піраміди .

Рис. 2.3



3. Розв'язання: 1) позначимо апофему , висоту піраміди , сторону меншої основи - , більшої - , тоді (см2); 2) площа бічної грані (рівнобедреної трапеції) (см2), з другого боку

EMBED Equation.3 (см^2); звідки , ; 3)

розв'яжемо отриману систему та отримаємо (см), (см); 4) розглянемо переріз призми площиною, що проходить через середини протилежних сторін основи – рівнобедрену трапецію ; її основи дорівнюють 10см та 24см , бічна сторона – 25см, а її висота буде одночасно дорівнювати і висоті піраміди ;

отже, (см). Отже, висота форми для сирної паски дорівнює 24см.

Звертаємо увагу на ПЗ 6.6, вона дає можливість працювати із різними видами зрізаної піраміди. Це корисно для учнів, оскільки допомагає систематизувати, повторити здобуті на попередніх заняттях знання. До того ж, задачі, у яких фігурує зрізана піраміда (особливо 6-кутна чи 8-кутна), не всі учні вміють розв'язувати.

Задача Т6.6. Цистерну для дощової води біля дачного будинку на 1200 відер (при наповненні доверху) бажають облаштувати у вигляді зрізаної правильної піраміди. Кришка, що прикриває верхній отвір, повинна мати площу 2м2, периметр дна складає 8,5м. Якою повинна бути глибина цистерни і якою буде поверхня її бічних стін, якщо піраміда 1) 4-кутна; 2) 6-кутна; 3) 3-кутна; 4) 8-кутна? Об'єм одного відра дорівнює приблизно 0,0123м3.

Перейдемо до прикладів ПЗ, пов'язаних із тілами обертання. Почнемо із задач, у яких як математична модель фігурує циліндр. Задачі 7.1, 7.2 віднесемо до легких. Їх можна використовувати для того, щоб набути навички проведення перерізів (7.1), роботи з формулою для знаходження площі бічної поверхні циліндра (7.2). Задачу

28 (додаток Н1) пропонуємо учням для самостійного розв'язування.

Задача П7.1. Торт якої форми і як саме можна розділити на 8 рівних частин за допомогою трьох прямих розрізів?

Задачі Е7.2. Визначити енергетичну цінність пачки печива "Мрія", якщо відомо, що енергетична цінність 100г цього продукту становить 400ккал, а маса одного печива – 8г. Відомо, що печиво упаковано у вигляді циліндра (в ряд) і кожне печиво має діаметр 5см і висоту 4мм, а площа паперу, що обгортає печиво (крім основ) дорівнює 267 см2.

Розв'язування задачі 7.3 потребує лише знання формули об'єму циліндра та вміння виразити із формули діаметр. Тобто задача відноситься до легких. Але формулювання умови для багатьох учнів переводить її у розряд більш складних. Тому вчителю потрібно звернути увагу у цій задачі на етап формалізації. Задачу 29 (додаток Н1) пропонуємо для матеріалів самостійних робіт.

Задача Т7.3. Потрібно виготовити таку циліндричну мензурку для вимірювання кубічних сантиметрів із поділками, щоб відстань між двома її сусідніми поділками дорівнювала 1мм. Визначити внутрішній діаметр мензурки.

Далі перейдемо до ПЗ, у яких у ролі математичної моделі виступає конус. Спочатку розглянемо дві задачі, пов'язані із обчисленням об'єму конуса. Перша з них (8.1) – на повторення відповідної формули, учні достатньо легко справляються із усіма етапами її розв'язування. У другій задачі (8.2) теж потрібно використати формулу об'єму конуса, оскільки мова йде про кількість рідини.

Задача Т8.1. Буй має форму закритого із усіх сторін пустотілого конуса, діаметр основи якого 0,8м, висота – 1,25м. Яку масу має цей буй, якщо квадратний метр жерсті, із якої його виготовили, має масу (разом із фарбою) 12кг. Не брати до уваги масу повітря у ньому, шви та заклепки.

Задача П8.2. Бокал у вигляді конуса до країв наповнено соком. Петро хоче поділитися із Василем цим соком. Він перелив у інший, такий же бокал сік так, що у першому бокалі соку залишилось, приблизно, три четверті від попередньої висоти соку в бокалі. В якому бокалі більше соку? Відповідь обґрунтуйте.

Але із цією задачею не всі учні можуть впоратись, оскільки їм "заважає" майже повна відсутність числових даних в умові задачі, зокрема, про розміри бокалу . Тому її доцільно розв'язувати колективно, із повним записом на дошці розв'язання. Один із варіантів формулювання задачі математичною мовою може бути такий: від

вершини конуса, на відстані від його висоти, провели площину, паралельно до його основи; порівняти об'єми тіл, що утворились. Для скороченого запису умови задачі зручно ввести позначити висоти конуса та радіуса основи - , а потім переходити безпосередньо до складання плану розв'язування задачі та його виконання (у такому вигляді задачу зможе розв'язати вже більшість учнів).

Задача П8.3. Які потрібно провести вимірювання, щоб визначити об'єм предмета або споруди, що мають форму 1) конуса; 2) зрізаного конуса?

Відповідь на запитання, поставлене у ПЗ 8.3, за нашими спостереженнями, учні дають відразу: потрібно виміряти радіус основи (основ) та висоту. На доведення правильності своїх слів вони приводять формули об'ємів відповідних тіл. Корисно запропонувати учням (як домашнє завдання) знайти об'єм, наприклад, горщика для вазона та об'єм купи піску або будь-якого матеріалу (яка знаходиться у дворі їх будинку, школи).

На наступному занятті слід запитати в учнів про результати їх роботи. Виявиться, що не так просто зробити необхідні заміри. Так, радіус основи горщика ще можна знайти (хоча центр основи визначити непросто, особливо, якщо там посаджено рослину), а для купи піску це зробити ще складніше. Отже, учні приходять до висновку, що на практиці легше поміряти сантиметром, шнурочком довжину кола основи (основ), а вже потім вирахувати радіус, використовуючи формулу довжини кола. Також, щоб не допустити помилку при вимірюванні висоти реального тіла у формі конуса, краще виміряти шнурочком довжину твірної (на практиці шнурочок часто перекидають через вершину конуса та вимірюють довжину, фактично, двох твірних), а вже потім зробити відповідні обчислення. Продовжуючи роботу з вироблення вмінь правильно оцінювати об'єми реальних тіл, можна запропонувати учням виконати задачу 30 (додаток Н1). Розв'язування легкої задачі 8.4 рекомендуємо використати для відпрацювання формули об'єму зрізаного конуса та для пожвавлення заняття. Умова задачі та знаходження відповіді завжди викликає інтерес в учнів.

Задача Е8.4. Власник кафе купив оптом 22 пакети соку (об'єм кожного - 1,5л). Скільки відсотків прибутку він отримав від продажу цього соку склянками, які мають форму зрізаних конусів з діаметрами основ 4см і 6,5см та висотою - 13см (сік недоливають до краю, приблизно, на 1см), якщо він заплатив за весь сік 85 гривень 80 копійок, а продавав склянку по 1гривні?

Далі ми наведемо приклад задачі 8.5, в ході розв'язування якої учні зможуть повторити формули об'єму зрізаного конуса, правила дій з відсотками. Для самостійного розв'язування доцільно використати задачі 31 - 33 (додаток Н1).

Задача П8.5. Горщик для кімнатної рослини має форму зрізаного конуса. Його основа займає 113см2, висота - 20см, а висота його стінки від краю до краю - 20,5см. Господині треба пересадити кімнатні рослини у такі горщики; їх у неї 10, а коріння займає приблизно 40% об'єму. Скільки господині купити землі?

Закінчуємо огляд задач для НМТ задачами, в яких у ролі математичної моделі виступає куля (сфера) або її частини. Розв'язування більшості з них не викликає труднощів у старшокласників. Наведемо приклад.

Задача Г9.1. Зазвичай маса краплі дощу не перевищує 0,065г. Але трапляється, наприклад, на острові Ява, що середня маса крапель дорівнювала 0,16г. Визначити у відповідності із наведеними даними діаметр дощових крапель, якщо рахувати їх форму кулястою. 1см3 води має масу 1г. Розв'язання. 0,065г води займає 0,065 см3

або 65мм3. Діаметр кулі такого об'єму отримуємо із рівняння: , де

x–величина діаметра в мм. Звідси маємо, що (мм). Отже, велика дощова крапля має діаметр 0,5см. Діаметр найбільших виміряних крапель (маса 0,16г) дорівнює 6,7мм.

Наступна задача (9.2) розрахована на знаходження площі поверхні кулі. Зауважимо, що починаючи її розв'язувати, учні не бачать, яке відношення вона має до стереометрії. Рекомендуємо її для колективного розгляду. До матеріалів самостійних, контрольних робіт доцільно включити задачі 34 - 39 (додаток Н1).

Задача Ц9.2. Коли яблуко печуть, воно зморщується. На що це вказує? Зробити приблизні розрахунки: обчислити, який надлишок шкірки отримаємо, якщо яблуко діаметром 8см зменшується (внаслідок втрати води при нагріванні) на 4мм по діаметру. Розв'язання. Це вказує на те, що об'єм яблука при запіканні зменшується, а шкірка зберігає попередні розміри. EMBED Equation.3

= -)= мм2, або приблизно 20см2. Отже, загальна поверхня всіх зморшок печеного яблука, за вказаних розмірів, дорівнює 20см2.

Підсумовуючи рекомендації із розв'язування ПЗ системи та використовуючи окремі поради методистів та науковців [250, 349], наведемо зразок пам'ятки для учнів «Як розв'язати ПЗ» (відповідний текст можна підготувати учням на карточці або виготовити кодопозитив).

Як розв'язати прикладну задачу?

1.**Прочитай уважно умову задачі. З'ясуй значення невідомих тобі термінів, використовуючи довідкову літературу, або скористайся допомогою вчителя, товаришів.**

2.**Сформулюй задачу, використовуючи лише математичну термінологію. З'ясуй умову та вимогу задачі.**

3.**Склади короткий запис задачі. Накресли (у разі потреби) відповідний рисунок.**

4.**Проаналізуй створену абстрактну задачу. Чи розв'язував ти подібну задачу? Чи достатньо даних для виконання умови задачі? Можливо, є зайві дані? Знайди шлях розв'язування задачі, керуючись власним досвідом, знаннями та навичками. Розв'яжи задачу.**

5.**Переклади знайдений розв'язок на мову, на якій була сформульована задача спочатку.**

6.**Зроби перевірку. Чи має знайдений розв'язок (розв'язки) зміст у термінах вихідної ситуації?**

Для того, щоб допомогти учням виконувати етапи розв'язування ПЗ, вчителю радимо використовувати такі методичні прийоми та орієнтовні дії.

1.Перед розв'язуванням ПЗ: 1) з'ясувати із учнями, що таке прикладна задача, визначити етапи її розв'язування (на прикладі текстової задачі); 2) познайомити учнів із таблицею застарілих мір; 3) започаткувати ведення словника для полегшення перекладу умови прикладної задачі на мову математики (наприклад, місткість – об'єм); 4) з'ясувати доцільність додержання правил наближених обчислень під час розв'язування прикладних задач, нагадати ці правила учням.

2.На етапі формалізації: 1) використовувати евристичні запитання; 2) абстрагуватись від властивостей об'єкту, несуттєвих для побудови його моделі; 3) допомагати учням чітко вказувати відмінності між об'єктом та його моделлю, формулювати умову та вимогу прикладної задачі на мові математики..

3.На етапі розв'язування задачі всередині побудованої моделі: 1) навчати учнів користуватись джерелами необхідних додаткових даних (проведення вимірювань, використання довідкової літератури) та теоретичних відомостей (підручники, тезово -опорні конспекти, що створені до кожної НМТ; 2) вводити задачі-двійники (абстрактні задачі, розв'язування яких подібне до розв'язування прикладної задачі всередині побудованої моделі); 3) перед виконанням учнями рисунків до прикладних задач дозволяти їм виконувати відповідні ескізи; 4) систематично застосовувати інформаційно-комп'ютерні технології для виконання рисунків, проведення обчислень; 5) доводити знайдений розв'язок до числового значення або розрахункової формули.

4.На етапі інтерпретації потрібно наголосити на необхідності здійснювати перевірку знайденого розв'язку на відповідність вимозі задачі.

Зауважимо, що ми не включили рекомендації стосовно розв'язування абстрактної стереометричної задачі. Це зумовлено тим, що вони сформульовані у відповідних методичних роботах. Слід сказати, що учні з інтересом розв'язують ПЗ (так свідчать наші дослідження). Вони часто коментують як саму умову, так і знайдену відповідь, висловлюють свої пропозиції щодо вдосконалення, створення іншої умови задачі. Створення нової ПЗ – творчий процес, який активізує розумову діяльність учня. Тому можна і потрібно (це буде корисно для розвитку учнів) організувати роботу із складання ПЗ. Вчителям ми теж радимо складати нові ПЗ, модернізовувати "старі". Це поповнить наявний банк ПЗ, дозволить кожному вчителю бути причетним до створення нового, творчо ставитись до своєї роботи. Загальні прийоми роботи із складання ПЗ такі: 1) дослідження джерел, на основі яких складаються задачі; 2) обробка числових даних; 3) уточнення вимог до ПЗ. Розглянемо їх.

Матеріал для ПЗ можна знайти самостійно, використовуючи для цього предмети оточуючого середовища потрібної форми (за допомогою вимірювальних робіт), зокрема, протягом проведення навчальних екскурсій [141], факти із повсякденного життя, або інформацію, яку можна знайти у науково-популярних книгах та посібниках [68, 127, 165, 183, 210, 255, 295, 324, 350, 355, 358 та ін.], різноманітних довідниках, енциклопедіях тощо. До джерел сучасних ПЗ можна також віднести перефразування традиційних задач, на що ми вже звертали увагу протягом огляду блоків ПЗ до НМТ.

Видатний російський педагог Я.І.Перельман, зокрема, радив черпати ПЗ у фізіології, ботаніці, географії, фізиці та ін. Проілюструємо висловлене. У книзі Д.Б. Наумова «Мир океана» можна знайти цікаву інформацію про Світовий океан [222, с. 61], а у книзі О.В.Смирнова – про амазонське латаття [307, с.42]. Матеріали для ПЗ можна знайти, переглядаючи навіть книгу рецептів різноманітних страв. У результаті з'явились такі задачі.

Задача Г5. Площа Світового океану сягає 361 млн.км2, середня глибина – 3, 8км. Щоб уявити собі справжні розміри цієї маси води, потрібно вдатися до яких-небудь зрозумілих порівнянь. Які розміри мала б посудина кубічної форми, в яку поміститься Світовий океан?

Після необхідних підрахунків, учні знайдуть, що сторона куба 1100км, що приблизно дорівнює відстані від Москви до Варшави. Це легка задача, але її можна використовувати на пропедевтичному етапі вивчення стереометрії, у класах із низьким рівнем геометричних знань (до того ж, вона буде розвивати в учнів уявлення про великі числа).

Задача Б8. Індійські жінки під час збирання насіння водяних рослин часто беруть із собою своїх маленьких дітей. Для безпеки вони кладуть їх на листя амазонського латаття “вікторії-регії”. Кожен листок у діаметрі має до 2м, краї високо загнуті вверх: малюкам є де погратись, і вони не впадуть. Один дослідник для перевірки їх вантажопідйомності насипав на листок 10 відер піску. Тільки тоді лист потонув. Яку масу приблизно витримує один такий листок?

Задача Т4. Плитка молочного шоколаду (100г) має розміри см. Один із рецептів приготування гарячого шоколаду такий: до 60г подрібненої шоколадної плитки додати півсклянки холодної води (125 см3), довести до кипіння. Потім додати 1л молока, 3 столові ложки цукру (в одній столовій ложці приблизно 23см3 цукру) та кип’ятити декілька хвилин. Скільки отримаємо порцій гарячого шоколаду, якщо на одну порцію йде 50 мл?

Працюючи таким чином, можна скласти велику кількість нових задач, які будуть відповідати інтересам і вподобанням учнів, вчителів. Складання ПЗ вимагає, звичайно, певної обробки числових даних (робота із наближеними значеннями, систематизація), вибору фабули задач із врахуванням їх призначення. Для чого, перш за все, потрібно мати запас фактичних даних. Ці дані доцільно вчителю записувати, попередньо оцінюючи, до якої НМТ (теми стереометрії) їх можна віднести. Досить зручно зберігати таку інформацію у вигляді таблиць (див. четвертий розділ додатку Н). Тобто створюється своєрідний банк даних. Зауважимо, що завдання (найчастіше, це домашні завдання) виміряти та знайти площу поверхні (об’єм, масу) певного реального об’єкта учні добре виконують, такі завдання викликають інтерес та навіть, своєрідне змагання обрати якийсь незвичний предмет потрібної форми, що, насамперед, має велике значення для посилення процесуального компоненту мотивації навчальної діяльності учнів. Це також потужний резерв поповнення даних для створення нових ПЗ. Важливим для процесу складання ПЗ є визначення вимог до них (що викладено нами у першому розділі). Недоцільно їх просто перераховувати учням. Можна звернутись до учнів із питанням: “Як ви думаєте, якою повинна бути ПЗ?” Як показали наші дослідження, більшість важливих вимог будуть названі учнями, а інші зможе доповнити вчитель.

Зважаючи на роль та місце ПЗ для реалізації ПС стереометрії, неможливо обійти питання про необхідність їх для визначення навчальних досягнень учнів. Потрібно не лише вести відповідну роз’яснювальну роботу, а більше пропонувати вчителям методичних розробок письмових робіт контролюючого та навчаючого характеру, що містять ПЗ. Слід зауважити, що використання ПЗ в навчальному процесі веде також до підсилення процесуального складника мотивації учнів із вивчення курсу стереометрії.

2.3.2. Засоби наочності.

Реалізація прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії, серед іншого, потребує обов’язкового використання наочності. Причому у сучасній дидактиці наочність у навчанні розуміють ширше, ніж безпосередні зорові сприймання. Вона включає також сприймання об’єктів через моторні, тактильні відчуття. Наочність у навчанні реалізується за допомогою засобів наочності. Зауважимо, що про використання засобів наочності вже частково йшла мова у першому розділі. У науково-методичній літературі існують певні розбіжності щодо визначення поняття “засоби наочності” та користуванням цим терміном. Як синоніми іноді вживають терміни: наочні засоби, наочні посібники, засоби унаочнення, наочний матеріал, наочність, прості візуальні засоби тощо. Беручи до уваги визначення у роботах [302, с.94]; [23, с.84] ми будемо під засобами наочності розуміти усі ті предмети (речі, малюнки, моделі, схеми тощо), що показують учням (або виконують, виготовляють учні) в навчальному процесі для утворення ясних і точних образів сприймання, уявлень, здійснення переходу від конкретного до абстрактного, а, отже, для кращого засвоєння програмного матеріалу. Залежно від характеру відображення дійсності, їх ділять, наприклад, у посібнику [340, с.117], на такі види: 1) натуральні (реальні предмети, що зустрічаються у природі, побуті, техніці); 2) зображувальні (моделі, картини, репродукції та фотографії); 3) схематичні (схеми, графіки, діаграми, малюнки). У даному параграфі ми зупинимось на використанні на уроках стереометрії тих засобів наочності, які, на нашу думку, є важливими для реалізації ПС шкільного курсу стереометрії. Перерахуємо їх: реальні предмети; фотографії або малюнки реальних тіл; моделі стереометричних тіл та геометричних ситуацій. Причому вони нас будуть цікавити не лише як ілюстрації, а і як самостійне джерело знань.

Слід сказати, що ми сформулювали такі загальні поради вчителям, яких потрібно дотримуватись щодо використання перерахованих вище засобів наочності, враховуючи концепцію ПС стереометрії у школі: 1) чітко продумувати та визначати мету використання; 2) оцінювати міру доцільності, тривалість та місце на конкретному занятті; 3) обирати характер та вид засобів наочності для того чи іншого матеріалу з метою отримання найбільшого ефекту; 4) керувати спостереженням учнів; 5) залучати учнів до роботи із засобами наочності; 6) забезпечувати змістовність і естетичність засобів наочності. Звичайно, що у тематичних планах (якщо вчитель їх складає), календарних планах та поурочних планах обов’язково мають бути відображені засоби наочності, які будуть використовуватись.

Почнемо із натуральних об’єктів. На уроках стереометрії використовують реальні предмети, що мають потрібну на даному конкретному занятті форму (розміри) або взаємне розташування окремих їх частин. Їх доцільно використовувати на першому, третьому та останньому ступенях вивчення кожної НМТ. На ступені ЕО відповідні об’єкти будуть відігравати роль ілюстрації, сприяти формуванню мотивації пізнавальної діяльності учнів та виявляти зв’язки між теорією та практикою. Захоплюватись ними не слід. Це стосується класів різних напрямів профілізації школи. Наприклад, розглянемо початок вивчення окремих об’єктів на першому ступені НМТ IV-IX, що пов’язані із геометричними тілами. Як показали наші спостереження, тут досить звернути увагу учнів на ті предмети необхідної форми, які є в класній кімнаті (меблі, урна, горщики для кімнатних рослин, канцелярське приладдя, різноманітні футляри, указка, крейда, олівець, гумка тощо) або можна побачити із вікон (будівлі, труби, дерева тощо). Щодо інших натуральних об’єктів, то про них досить згадати, а старшокласники цілком спроможні їх уявити.

На ступені РДММ натуральні об’єкти теж виступають у ролі ілюстрацій. Причому для класів із поглибленим вивченням математики реальні тіла на цьому ступені можна не використовувати. Для учнів, особливо, що навчаються у класах філологічного, історико-правового, юридичного профілів суспільно-гуманітарного напряму; хіміко-біологічного, географічного, медичного, екологічного профілів навчання природничо-математичного напряму; технологічного напряму; художнього та спортивного напрямів застосування натуральних об’єктів є бажаним. Вони допомагають інтуїтивно зрозуміти старшокласникам певне геометричне положення шляхом виділення його в реальному предметі (предметах) з наступним аналітичним обґрунтуванням. Наприклад, під час вивчення НМТ “Базова” доцільно проілюструвати взаємне розташування та властивості прямих і площин, поняття та властивості перпендикуляра до площини, двогранного кута. Для цього традиційно можна використати взаємне розташування підлоги, стін, стелі; кріплення дверей на двох петлях тощо.

На ступені ПММ натуральні об’єкти стають джерелами для створення нових ПЗ (у тому числі і практичного характеру), що ми вже зазначали у попередньому параграфі. Причому, враховуючи невелику кількість часу, яка виділяється для цього, переважну кількість таких лабораторних робіт ми рекомендуємо для виконання у домашніх умовах. Наприклад, якщо учні вивчають НМТ “Піраміда”, можна запропонувати обчислити об’єм реального предмета, який має форму піраміди або зрізаної піраміди (для чого попередньо виконати необхідні вимірювання) та скласти власну ПЗ. Корисно, що у цьому випадку старшокласник завжди планує свою діяльність. Він продумує, який предмет обрати (причому, як показали наші спостереження, учні намагаються вразити однокласників неординарним вибором). Далі старшокласник повинен обміркувати, які саме вимірювання предмета здійснити, щоб простіше було знайти необхідну величину площі, об’єму тощо. Після чого він має створити власну задачу, керуючись або відомими йому зразками прикладних чи навіть суто стереометричних задач. Вчителі, які брали участь у експерименті, відмічали творчий підхід до складання ПЗ навіть в учнів з невисоким рівнем навченості.

Для того, щоб учні набули досвід виконувати означені вище завдання, вчителю доцільно скористатись такими порадами. По-перше, провести одну-дві лабораторні роботи в аудиторії, на яких учні зможуть під керівництвом вчителя виконати всі означені вище етапи. Предмети для лабораторних робіт можуть принести самі учні, а частину можуть вибрати вчитель або учні із предметів оточення. Бажано, щоб кожен отримав окремий предмет. Така робота завжди викликає інтерес в учнів. Також вона корисна для них, оскільки дозволяє набути навички використовувати свої знання на практиці та відпрацювати вміння застосовувати певну формулу. Якщо немає можливості для проведення лабораторної роботи у такому вигляді, як ми пропонуємо, то підготовчу роботу до домашніх лабораторних можна провести іншим чином. Така робота займає на уроці не більше, ніж 15-20хв. Вчитель проводить експериментальну роботу сам, але керуючись “підказками” учнів. Спочатку вчитель готує реальний предмет. Потім обговорює з учнями його форму, наприклад, циліндричну, знаходить та показує окремі елементи (основа, твірна, висота тощо) на прикладі реального тіла (мензурки, склянки, олівця та ін.). Далі, після обговорення, які саме елементи найзручніше виміряти з огляду на майбутні обчислення, наприклад, його об’єму, необхідні вимірювання проводить один із учнів, а інший записує дані на дошці. Весь клас пише їх у зошити та самостійно обчислює об’єм (правильність відповіді вчитель контролює). При цьому доцільно звернути увагу учнів на правильне виконання обчислень із наближеними значеннями величин. По-друге, запропонувати перелік предметів, які можна використовувати для домашніх лабораторних робіт. Згодом у цьому не буде необхідності, оскільки учні звикнуть до такого виду робіт, до того ж, їм подобається самостійно обирати потрібний реальний об’єкт. По-третє, доцільно учням показати зразки умов задач, створених самим вчителем, іншими методистами та вчителями, учнями. Звичайно, обов’язково потрібно колективно розв’язати не менше десяти ПЗ.

Фотографії або малюнки реальних предметів, що мають форму, близьку до форми геометричних тіл, які вивчають у школі, використовують, переважно, на ступені ЕО у ролі ілюстрацій і з тією ж метою, що й реальні тіла. На ступені ПММ доцільно їх використовувати з метою створення ПЗ. Для цього ми пропонуємо готувати матеріали (перший розділ додатку П), оформлені наступним чином. На аркуш паперу форматом А4 помістити фото (малюнок) реального тіла потрібної форми, а поряд навести перелік числових даних щодо нього. Кількість таких даних повинна бути обов’язково з надлишком. Учень сам складає ПЗ та вибирає необхідні для цього дані. Причому можна подати і зразок ПЗ, складеної на основі представлених даних. Такі матеріали можна використовувати як для індивідуальної, групової роботи на уроці, так і для матеріалів самостійних робіт. Зауважимо, що перший набір створювали самі вчителі (ми подавали зразки), а потім поповнювали учні (принести такий аркуш було однією із домашніх робіт). У ролі об’єктів для створення подібних матеріалів можна обирати будь-які предмети, які можуть служити основою для формалізації. Але обов’язково слід мати серед них пам’ятки культури; визначні архітектурні об’єкти сучасності; унікальні об’єкти флори та фауни, що мають геометричну форму тощо (другий розділ додатку П). Робота з такими матеріалами сприяє вихованню у старшокласників поваги до культуротворчих традицій різних народів, підвищує екологічну культуру; допомагає здійснювати міжпредметні зв’язки (з біологією, історією, географією, літературою та ін.). Ми рекомендуємо використовувати їх переважно у класах суспільно-гуманітарного, технологічного, художньо-естетичного, спортивного напрямів профілізації старшої школи. Таким чином, учень звикне до необхідності аналізувати кількість даних у ПЗ. Він привчається до того, що ПЗ можуть мати недостатню кількість даних. А, отже, треба знайти дані, яких не вистачає, наприклад, працюючи із реальними предметами: за допомогою проведення вимірювальних робіт або за допомогою довідкової літератури тощо. Також може бути і зайва кількість даних. Тоді постає проблема вибрати саме оптимальну кількість їх для створення та наступного розв’язування ПЗ.

Використання моделей геометричних тіл. Моделі геометричних тіл варто використовувати на всіх ступенях НМТ. Існує велика кількість науково-методичної літератури, яка висвітлює як роботу учнів, вчителів по застосуванню моделей стереометричних тіл у навчальному процесі, так і зі самостійного виготовлення різноманітних моделей (моделей із дроту, картону та ін.). Все це, безперечно, є дуже важливим для вивчення систематичного курсу стереометрії. Ми рекомендуємо обов’язково користуватись такими напрацюваннями, однак зупинимось окремо на методиці виготовлення моделей геометричних тіл за допомогою техніки орігамі та, відповідно, роботи із ними на заняттях. Зауважимо, що у першому розділі ми вже провели обґрунтування доцільності використання техніки орігамі на уроках стереометрії.

На початковій стадії роботи вчителя, що характеризується плануванням своєї навчальної діяльності, важливо, що стосується означених моделей геометричних тіл, продумати та зафіксувати у календарних, тематичних та поурочних планах наступне : 1) яку модель (моделі) виготовити; 2) орієнтовну дату виготовлення (фактично визначити, у рамках якої теми це доцільно робити); 3) тривалість створення моделі; 4) форму організації роботи для її виготовлення; 5) характер використання. Щоразу, перед виготовленням моделі у техніці орігамі потрібно також підготувати для класу папір (певної фактури, форми та розмірів). Колір паперу можна обирати довільний.

Всі моделі, перелік яких ми наводимо нижче, особливо важливо застосовувати на другому та третьому ступенях НМТ I, III-VI. Це зумовлено тим, що вони ефективно допомагають усвідомити теоретичні положення, які вивчаються; виявити співвідношення між заданими елементами задач із наступним знаходженням шляху розв'язування задач та, головне, допомагають здійснювати розвивальну функцію навчання. Доцільно, щоб протягом вивчення шкільного курсу стереометрії кожен учень виготовив набір із 13 моделей. Ця цифра (щодо кількості моделей) з'явилась у результаті проведення формуючого експерименту у школах. Звичайно, ми говоримо про їх мінімально набір, враховуючи обмаль часу, який відведено для вивчення систематичного курсу стереометрії. Також до набору ввійшли лише ті моделі, виготовлення яких є простим, не потребує знання спеціальних прийомів техніки орігамі та займає мало часу. Частину моделей (куб, призма, правильний тетраедр, правильна чотирикутна піраміда), які ми пропонуємо, можна виготовити ще протягом пропедевтичного курсу стереометрії або, як слідує із результатів нашого експерименту, протягом вивчення систематичного курсу планіметрії. На користь останнього висловлювалась більшість вчителів математики, які брали участь у експерименті. Це вони обґрунтовували необхідністю "не забувати" про об'ємні фігури та проводити їх невеликі дослідження під час вивчення фігур на площині. Першу групу моделей (6шт.) можна виготовити, використовуючи лише один аркуш паперу квадратної форми або формату А4. Назвемо її "класична" група (фото моделей та їх перелік див. у додатку Р). Другу групу моделей (7шт.) можна виготовити за допомогою декількох модулів – певним чином складених "деталей", які виготовляють із листів паперу визначеної форми (розмірів). Назвемо її "модульна" група (фото моделей та їх перелік див. у додатку С). Під час виготовлення моделей із модулів можна обирати для однієї фігури модулі різного кольору. Це доцільно робити, якщо потрібно виділити ту чи іншу частину фігури, грані фігури тощо. Зауважимо, що ми сформулювали для вчителів методичні рекомендації (див. додаток Т) для організації роботи із виготовлення моделей: 1) відразу усім класом; 2) у групах по 4-6 осіб.

Моделі фігур, створених у техніці орігамі, можна використовувати з різною педагогічною спрямованістю.

1.Це може бути демонстрація геометричного тіла з метою а) сприймати теоретичний матеріал (про кількість ребер, вершин многогранника; про висоту бічної грані, про кути, що пов'язані із геометричними тілами тощо) не лише на слух, але і за допомогою роботи органів зору та дотику; б) формувати математичні поняття.

Наприклад, формувати поняття двогранного, тригранного кута допоможуть моделі №1, 3, 5 ("класична" група), №1 ("модульна" група) та ін.
2.Модель у ролі ілюстрації окремих теоретичних положень (аксіом, теорем, властивостей геометричних фігур тощо) а) для самостійного формулювання учнями визначень та тверджень; б) для кращого сприйняття та подальшого усвідомлення доведень. Наприклад, моделі правильних многогранників допоможуть формулювати властивості правильних многогранників.
3.Моделі використовують для спростування неправильних уявлень та покращення просторової уяви (наприклад, щоб утворити фігуру із модулів, потрібно її "бачити", конструювати в уяві).
4.Модель як засіб вироблення окомірних навичок; як тренувальне поле для здійснення прямих та обернених операцій (згортання та розгортання моделі); як засіб показу взаємозв'язку та перетворення площинних та об'ємних фігур (наприклад, із квадратного аркуша паперу отримуємо піраміду та навпаки).
5.Їх використовують і як матеріал для проведення лабораторних робіт. Моделі із паперу традиційно недовговічні, також папір – не надто дорогий матеріал. Тому на цих моделях (кожен має свою модель) можна зображувати олівцем чи то ручкою висоти, позначати необхідні елементи та навіть записувати скорочено дані умови задачі. Звичайно, що із ними зручно також проводити вимірювальні роботи.
6.Це може бути і модель для рисунка просторової фігури. Після того, як учні познайомились, наприклад, із поняттям піраміди, її видами, потрібно навчити учнів зображати піраміду на площині. Використовуючи модель, учні досить легко пригадують властивості паралельного проектування та виконують потрібне креслення.
7.Створена модель може виступати і як унаочнення умови задачі. Дуже часто, особливо якщо в умові фігурує, наприклад, піраміда, у якої дві бічні грані перпендикулярні до площини основи, старшокласниками важко її уявити, "побачити" відповідні елементи та відношення між ними. Тоді модель і стане у нагоді. Так, моделі №3, 5 "класичної" групи можуть слугувати для задач №48, 49 діючого підручника [249, с.80]; моделі № 3-7 "модульної" групи – для задач 79-84 [249, с.82]. Причому, використовувати модель – це більш корисно, ніж відразу готовий рисунок, оскільки таким чином розвивається просторова уява та розширюються просторові уявлення.
8.Модель виступає і як основа для створення власної задачі, як абстрактної, так і прикладної. У цій якості можна використовувати всі моделі із набору, який ми пропонуємо. Наприклад, використовуючи як основу модель №2 "модульної" групи можна складати задачі на обчислення об'єму утвореної фігури; задачі на обчислення спільної частини двох кубів і т.д.
9.Модель як допоміжний засіб учням під час контролю їх ЗУН. Цей спосіб використання моделей у навчальному процесі ми розглянемо далі у параграфі, що стосується контролю. Модель може виступати і як основний дидактичний засіб під час проведення вчителем практичного контролю.

Звичайно, що аналогічно можливо використовувати моделі, які виготовлені не лише у техніці орігамі, але і будь-яким іншим чином, як власноруч, так і фабричні.

2.3.3. Використання інформаційно-комунікаційних технологій під час реалізації прикладної спрямованості.

Загальновідомо, що використання інформаційно–комунікаційних технологій під час вивчення математики, зокрема стереометрії, сприяє якісному (з точки зору активізації пізнавальної діяльності учнів, інтересу їх до учіння, глибини засвоєння матеріалу тощо) протіканню навчального процесу та отриманню очікуваних (тих, що були заявлені як цілі навчання) результатів. Таким чином, можна говорити і про застосування їх для реалізації ПС шкільного курсу стереометрії. Публікації останніх років вказують на наявність значної кількості комп’ютерних програм (DERIVE, DG, MathCAD, CABRI, s3D SecBuilder, Functor 2.9, програмний комплекс GRAN та ін.), що орієнтовані на їх використання під час вивчення математики. Однак серед них мало таких, які призначені для підтримки шкільного курсу геометрії, особливо стереометрії. Крім цього, більшість таких програм розроблені без урахування особливостей програми шкільного курсу геометрії в Україні [61, 163, 226]. Найдоцільнішим виявилось використання програмного комплексу GRAN. Засвоєння знань учнями за умов впровадження інформаційно-комунікаційних технологій під час вивчення геометрії в значній мірі залежить саме від педагогічних програмних засобів, що дозволяють поєднати високі обчислювальні можливості дослідження різноманітних геометричних об’єктів з унаочненням результатів на всіх етапах розв’язування задач. Із цієї точки зору зупинимось на GRAN-3D, який ми вважаємо засобом, який сприяє реалізації ПС стереометрії у школі.

Розглянемо доцільність використання названого програмного засобу, керуючись концептуальною моделлю ПС. Перехід від першого до другого ступеня кожної НМТ є етапом формалізації, що характеризується побудовою моделі певного об’єкта (об’єктів) дійсності. Фактично, учні абстрагуються від певних несуттєвих для даного геометричного способу вивчення характеристик предмета. Допомогти уявити учням кожну таку модель зручно за допомогою послуги GRAN-3D, що дає можливість створювати моделі базових просторових об’єктів (куба, прямого паралелепіпеда, правильної призми, правильної піраміди, конуса, циліндра, кулі) або моделей інших многогранників. Так, наприклад, вивчення першого ступеня Н МТ “Призма” закінчується аналізом спільних та відмінних рис об’єктів навколишнього середовища, які мають форму прямої призми. Доцільно запропонувати учням зобразити приклади реальних тіл, які вони називають (кришка письмового столу, шестигранний олівець, трикутна шафка, сірникова коробка, пенал тощо) за допомогою GRAN-3D, звертаючи увагу лише на форму та розміри цих предметів. У результаті візуалізації інформації старшокласники швидко приходять до визначення призми та, відповідно, краще починають розуміти суть вивчення матеріалу у ході математичного моделювання.

Окремо зауважимо, що в результаті значно спрощується процес набуття учнями навичок та вмінь зображувати геометричні тіла на площині, що потрібно буде їм на наступних ступенях вивчення НМТ, пов’язаних із геометричними тілами. При цьому учні краще сприймають і виконують настанови зображати тіла наочно, раціонально. Це пов’язуємо із тим, що протягом створення необхідних просторових об’єктів різні учні за неоднаковий час справляються із таким завданням. Тому ті старшокласники, що вже виконали завдання, за допомогою смуг повороту зображення програми GRAN-3D повертають систему координат разом зі створеними моделями об'єктів, збільшують чи зменшують їх розміри (за допомогою послуги деформації) тощо. Це дає можливість "на власні очі" відчути як змінюється якість просторового сприйняття зображуваного тіла, та переконатись у важливості, наприклад, для розв'язування задач, правильного та наочного зображення геометричних тіл.

Послуги GRAN-3D щодо перетворення створених моделей, зміни їх параметрів і обчислення об'ємів та площ поверхонь необхідні протягом вивчення другого та третього ступенів кожної НМТ, оскільки це дає наочні уявлення про поняття, що вивчаються, та про дані розв'язуваних ними задач. Це у свою чергу сприяє розвиткові просторового мислення та набуття навичок, необхідних у майбутній професійній діяльності (стосовно розвитку загальних когнітивних здібностей учнів – вирішувати проблеми, самостійно мислити, володіти комунікаційними навичками, зокрема, аналізувати та оброблювати інформацію). GRAN-3D допомагає розв'язувати також абстрактні стереометричні задачі на знаходження певних відстаней та кутів, що відносяться до створених моделей. Це ми розглядаємо як важливу складову підготовки до розв'язування ПЗ. Особливо відмітимо важливість вказаного засобу для вивчення НМТ "Базова", "Координати та вектори у просторі", "Перетворення у просторі". Це зумовлено тим, що для вивчення НМТ, пов'язаних із геометричними тілами, можна використовувати також матеріальні моделі геометричних тіл. Використання ж таких моделей щодо перерахованих трьох НМТ є обмеженим. Тому наочне подання відповідної інформації (теорії взаємного розташування прямих та площин у просторі, знаходження відстані від точки до прямої чи площини, умов задач), обчислювальні можливості GRAN-3D в ході подачі такої теорії та розв'язування відповідних задач готує підґрунтя для здобуття учнями дійсно застосовних знань для вивчення наступних НМТ та розв'язування ПЗ. Кожен четвертий ступінь НМТ – це розв'язування ПЗ. Зауважимо, що про важливість використання GRAN-3D під час розв'язування ПЗ ми вже говорили в пункті 2.3.1, де також наводили відповідні приклади.

Виходячи з того, що наявні програмні засоби для вивчення стереометрії не завжди підходять для реалізації ПС шкільного курсу стереометрії, нами була розроблена програма "Стереометрія для нас". Зупинимось на ній детальніше. Процесу її розробки передувала пошукова робота й аналіз існуючих програмних засобів зі стереометрії, що використовуються навчальними закладами України, відносно можливості безпосереднього використовувати їх для реалізації ПС стереометрії у школі. Результати аналізу дали змогу визначити, що більшість – це програми для полегшення подачі суто стереометричної частини або програми для визначення навчальних досягнень учнів. Доцільність їх використання на уроках стереометрії не викликає сумніву. Мета ж нашої програми – допомогти вчителю здійснювати ПС курсу стереометрії. Згідно сформульованої нами загальної концепції, для останнього потрібно не лише розповісти учням про цей навчальний предмет та дедуктивний характер його побудови, але і сформулювати цілі вивчення цього предмету (які учні повинні сприйняти як особистісно-значимі), повідомити про основний метод математики – метод математичного моделювання, за допомогою якого вони будуть вивчати новий предмет, познайомити їх із засобами моделювання геометричних тіл тощо. Перерахованими вище причинами обумовлений вибір змісту в розробленій нами програмі.

Тому основні завдання програми такі: 1) допомогти вчителю інформаційними ресурсами у викладі тих частин стереометрії, які особливо потребують візуалізації, опори на факти та об'єкти навколишнього середовища (це ступінь ЕО); 2) викласти необхідні повідомлення щодо походження терміну "стереометрія", цілей вивчення цього предмету, методу математичного моделювання, техніки орігамі тощо (які вчитель повинен сам відшукати у методичній літературі та придумати форму подачі); 3) допомогти опанувати основними прийомами техніки орігамі без попереднього вивчення її "азбуки"; 4) запропонувати тест навчального характеру, який можна використати для перевірки вміння оперувати в уяві просторовими об'єктами; 5) посприяти естетичному вихованню учнів, розширенню їх кругозору. Пам'ятку користувачу про те, як працювати із програмою, див. у першому розділі додатку У.

Змістова частина програми відповідає вимогам шкільної програми з математики та включає такі основні розділи: 1) вступна частина; 2) геометричний світ навколо нас; 3) походження слова "стереометрія"; 4) чому корисно вивчати стереометрію; 5) ідея моделювання; 6) орігамі і геометрія; 7) тест для визначення рівня просторової уяви. Охарактеризуємо коротко кожен із розділів програми.

Програма починається трьома екранними заставками, змістом. Перша заставка інформує про назву програми; друга містить запрошення авторів програми перейти уявний міст до чудової країни геометрії; третя знайомить учнів із висловом Блеза Паскаля про переваги людей, які знають геометрію. Репродукції робіт М.Ешера, С. Далі супроводжують окремі сторінки нашої програми. Приклад див. на рис. 2.4.

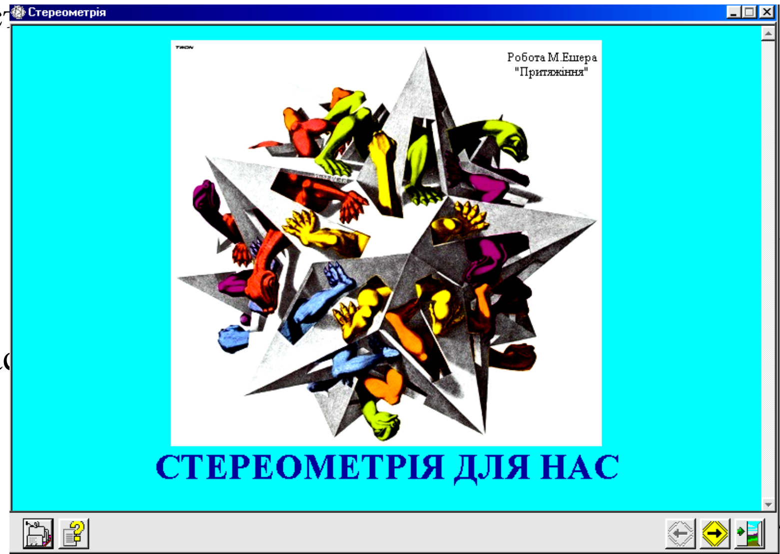


Рис. 2.4

Вс … на частина містить також путівник по програмі (зміст програми). Завдяки йому учень бачить основні блоки програми, їх обсяг та орієнтовну тривалість знаходження у кожному пункті путівника (рис. 2.5).

Ча … на програми, яка відноситься до другого розділу, працює в інформаційному режимі із ілюстраціями. Наведемо приклад типової сторінки програми (рис. 2. 6).

Третій розділ розповідає про походження терміна "стереометрія".

Із четвертого розділу можна дізнатись про те, чому корисно для будь-якої особи вивчати предмет “стереометрія”, яким чином здобуті ЗУН можна буде використовувати (цілі сформульовано, як у діючій програмі та розкрито їх прикладний зміст).

П’ятий розділ містить інформацію про метод математичного моделювання як основний метод математичної науки.

Шостий розділ, крім інформаційної частини (про техніку орігамі та її корисність), містить навчальну частину. Остання дає можливість навчитись складати геометричні об’єкти (трикутну та чотирикутну піраміди) за допомогою схем (міжнародних знаків, прийнятих в орігамі), текстових підказок та анімації. Як показали наші дослідження, учні швидко вчаться робити запропоновані моделі, причому найбільше їм подобається саме анімаційний супровід. Як наслідок, більшість учнів починають розбиратись у схемах складання фігур, мимоволі сприймаючи їх поряд із анімацією та пояснювальним текстом.

Таким чином, учні сприймають інформацію, подану за допомогою різних видів знаково-символічних засобів, що корисно для їх інтелектуального розвитку (рис. 2.7). Також ця частина містить відеоурок, який проводить професійний, досвідчений орігаміст. Урок присвячений виготовленню окремих правильних многогранників (куба, додекаедра) та кубика-заплітайки. В ході фільму подається також коротка інформація про правильні многогранники (рис. 2.8).

Сьомий розділ – тестова частина програми. Ми не ставили за мету, включаючи її, провести певний контроль. Це, скоріше, тренувальний тест. В цій частині користувачу пропонується відповісти на 29 запитань (це усні невеликі задачі). Час проходження тесту не обмежується. До кожного запитання пропонується три варіанта відповіді (рис. 2.9). Після вибору правильного, з точки зору користувача, варіанту, програма вказує, чи відповідь була правильною та виводить наступне питання. Причому до кожної групи запитань-задач наведено по одному розв’язаному прикладу, який дозволить учню зорієнтуватись та потренуватись у цьому типі вправ. Після проходження тесту користувач отримує оцінку в балах із 100 максимально можливих та певне текстове побажання.

Форму використання програми обирає вчитель, керуючись завданнями уроку та, звичайно, матеріально-технічним оснащенням школи стосовно наявності потрібної кількості комп’ютерів та можливістю їх використати (розкладом занять у комп’ютерних класах). Це може бути робота відразу зі всією програмою або лише із її частинами (у залежності від мети її використання на уроці).

Наприклад, на початку уроку можна повідомити учням мету заняття та сформулювати завдання для учнів. Далі дати можливість кожному із учнів попрацювати із необхідною частиною програми за окремим комп’ютером (або по два учні за одним комп’ютером) протягом певного часу. Після цього комп’ютери вимикають та вчитель організовує обговорення опрацьованого матеріалу за допомогою системи відповідних питань.

Ми сформулювали методичні рекомендації для вчителів (другий розділ додатку У) про організацію роботи із програмою на уроках та факультативних заняттях зі стереометрії.

Створену комп’ютерну програму «Стереометрія для нас» можна використовувати не лише під час вивчення систематичного курсу стереометрії (особливо, на початку його вивчення). З окремими її частинами доцільно працювати у 9-му класі під час вивчення теми “Початкові відомості стереометрії”; у 5-6 класах під час вивчення елементів стереометрії у пропедевтичному курсі. Наприклад, у цих класах можна працювати із прикладною інформацією про геометричне бачення навколишнього світу (2-й розділ), проходити тест (7-й розділ) та вчитись виготовляти многогранники, використовуючи техніку орігамі (6-й розділ).

Дана комп’ютерна програма проходила апробацію в школах, де ми проводили експериментальне дослідження, та на фізико-математичному факультеті ЖДУ імені Івана Франка, де працює автор. Ми отримали від вчителів, які з нею працюють, схвальні відгуки та пропозиції із використання програми.

Так, вчитель першої категорії Н.М.Панкратова (загальноосвітня школа І-ІІІ ступенів №17, м. Житомир) використовує програму у роботі як із старшокласниками , так і учнями молодших класів. Працюючи завучем у школі, вона провела на початку навчального 2005-2006 року тестування учнів на виявлення рівня просторової уяви у 10-х класах та порівняла його із проходженням тесту учнями 5-го класу, учні якого займаються образотворчим мистецтвом. Результати виявились дещо несподіваними. Більшість п’ятикласників виконали його гідно і отримали результати в межах 40-70 балів, в той час, як учні 10-го класу впорались із ним гірше.

Вчитель вищої категорії І.Д.Косенко (Новоград-Волинський колегіум) працює в класах суспільно-гуманітарного напряму. Вчитель використовує на уроках стереометрії програму «Стереометрія для нас» так: спочатку дає можливість на уроці опрацювати учням перші шість частин програми (без тестового завдання). На наступному уроці І.Д.Косенко пропонує учням виконати для контролю якості засвоєння інформації систему письмових тестових завдань, яку вона склала. За повідомленням вчителя, учні із задоволенням займаються програмою та отримують високі бали під час тестової перевірки.

Таким чином, використання інформаційно-комунікаційних технологій сприяє підвищенню ефективності занять із стереометрії, створює на них атмосферу зацікавленості, що і є одним із завдань реалізації ПС курсу шкільної стереометрії.

2.4. Система контролю

У навчальній діяльності, як пише З.І.Слєпкань [302, с.31], прийнято виділяти три компоненти: 1) мотиви і навчальні задачі; 2) навчальні дії; 3) дії контролю й оцінювання знань школярів. Контроль та оцінювання, як складові діяльності, завжди впливають на її якість та ефективність, на ставлення учнів до своїх обов’язків, на розвиток у них почуття відповідальності за стан справ і мотивації цілеспрямованої діяльності [5,]. Отже, важливо висвітлити методику реалізації вказаного компоненту з точки зору ПС шкільного курсу стереометрії.

У науково-методичних роботах, наприклад, [46, 112, 132, 143, 197, 238, 244, 248, 301, 356], вживають також поряд із поняттям контролю поняття педагогічної діагностики. Причому контроль включає в себе діагностику або, що набуло поширення в останній час, контроль виступає як складова частина педагогічної діагностики. Іноді контроль чи оцінювання результатів навчання трактують у сучасній дидактиці як педагогічну діагностику [367, с.404]. Не вдаючись до аналізу термінологічних розбіжностей, будемо говорити у нашому дослідженні про контроль як складову частину дидактичного процесу і як навчальний захід, який виконує певні функції (зокрема, і діагностичну), має види, методи і форми, систему критеріїв оцінювання [367, с.405]. Діагностика ж, на наш погляд, виступає певною надбудовою, яка розширює функції контролю. У нашому дослідженні для розробки концепції контролю в умовах ПС стереометрії ми використовували результати дисертаційних досліджень професора В.О.Швеця, І.А.Дремової.

Система контролю у контексті концепції ПС стереометрії у школі повинна мати свою структуру, яка складається із підсистем контролю до кожної НМТ та завершується контролем всього курсу стереометрії (заключним контролем). Кожна із підсистем контролю має свої етапи: попередній, поточний, тематичний, підсумковий.

У зв'язку з тим, що розроблений нами концептуальний підхід реалізації ПС стереометрії полягає у будові курсу стереометрії на основі системи НМТ, виникла потреба організувати контроль і по завершенню вивчення кожної окремої НМТ. В ході експерименту склалась його назва: НМТ-контроль. Мета, функції та організація НМТ-контролю корелюються із відповідними тезисами щодо тематичного контролю , визначеними у дисертаційних дослідженнях [112, 347], оскільки матеріал кожної Н МТ об'єднує декілька тем курсу стереометрії, які пов'язані із відповідною математичною моделлю.

Звичайно, що є також контроль по закінченні кожного семестру, навчального року, курсу (підсумковий). Всі перераховані етапи характеризуються з точки зору форм та методів перевірки й оцінки рівня засвоєння знань, навичок і професійно важливих рис. Характеристику кожного із етапів контролю згідно концепції ПС подано далі.

Спочатку зробимо таке зауваження. Оскільки виділені у курсі стереометрії Н МТ є об'єднанням систем математичних понять, фактів і методів, що забезпечують розв'язання певного кола задач, тому не всі вони є рівнозначними за змістом, обсягом, характером, часом вивчення, складністю матеріалу та ін. Отже, контроль різних НМТ приймає певні специфічні риси. Для кращої характеристики контролю та з метою врахування перерахованих відмінностей між НМТ нами виділено п'ять різних підходів, кожен із яких має однакову композицію та дидактичну значимість. Назвемо їх так: 1) стрижневий; 2) методологічний; 3) основний; 4) генеральний; 5) продуктивний.

Відмітимо певні принципові відмінності у вказаних підходах до контролю та покажемо їх зв'язок із вивченням НМТ. Стрижневий підхід пов'язаний із контролем НМТ "Базова". Його особливість в тому, що змістові елементи даного блоку матеріалу фігурують під час контролю для всіх НМТ, які пов'язані із геометричними тілами. Тобто, до теоретичних контрольних завдань на ступенях ЕО, СММ, РДММ кожної НМТ IV-IX ми рекомендуємо включати питання про вузлові поняття НМТ "Базова". Це, наприклад, поняття кута між прямою та площиною, поняття кута між площинами, поняття відстані або кута між мимобіжними прямими та ін.

Методологічний підхід пов'язаний із контролем НМТ "Координати і вектори у просторі", "Перетворення у просторі". Головна мета вивчення цих НМТ у шкільному курсі стереометрії не лише оволодіти відповідною системою ЗУН, а й опанувати методами розв'язування прикладних та абстрактних задач. Тому предметом контролю тут є, поряд з рівнем опанування відповідних ЗУН, і такі методи розв'язування задач, як координатний, векторний, метод перетворень. Причому оволодінням учнями названими вище методами доцільно контролювати у неявному вигляді і під час контролю НМТ IV-IX на ступені РДММ.

Основний підхід – це контроль НМТ "Призма", "Піраміда", "Циліндр", "Конус", "Куля". Його можна охарактеризувати в загальному як традиційний. Зміст поточного, тематичного та підсумкового контролю до абстрактної складової шкільного курсу стереометрії визначається навчальними програмами та конкретизується в інструкціях і порадниках, тому ми не зупиняємось на цьому підході.

Генеральний підхід слід використовувати для контролю НМТ "Геометричні тіла і їх комбінації". Дана НМТ об'єднує інформацію, що проявляється та використовується для окремих геометричних тіл. Рівень засвоєння її навчального матеріалу слугує основою для висновків щодо засвоєння основних положень курсу стереометрії. Однак ступені даної НМТ виражені не досить чітко, що зумовлено її значною роздробленістю у часі. Фактично, частина контролю здійснюється в рамках інших НМТ. Тому специфічність такого підходу полягає у наступному. По-перше, в ході її безпосереднього вивчення переважно доцільно контролювати вміння старшокласників виконувати загальні (аналіз, синтез, аналогія, порівняння, абстрагування, узагальнення тощо) та специфічні для математики розумові дії (класифікація, систематизація тощо). По-друге, змістові елементи даної НМТ мають бути перевірені на попередньому та тематичному етапі контролю кожної НМТ V-IX та етапі підсумкового контролю всього курсу стереометрії в школі.

Продуктивний підхід до контролю – це вимога реалізації ПС стереометрії. Він повинен реалізовуватись для кожної НМТ. Зокрема, він має виступати в явному вигляді у поточному контролі на ступені РДММ, на етапі НМТ-контролю та бути найважливішим у завершальному контролі (по закінченні вивчення курсу). Цей підхід полягає в тому, що контроль носить прикладний характер, тобто, предметом контролю є перш за все застосовність здобутих ЗУН.

Перейдемо до характеристики основних ланок контролю. Попередній контроль проводиться в основному з діагностичною метою перед вивченням певного блоку матеріалу - НМТ (на початку вивчення першого ступеня). Тому його результати на даному етапі повинні дати відповідь на такі запитання: "Чи сформовані на пропедевтичному етапі образи понять, які будуть розглядатись ґрунтовно?"; "Які знання та вміння має старшокласник на даний момент стосовно понять, які будуть вивчатись?"; "Що учень знає і що потрібно повторити для того, щоб ефективно опанувати змістом відповідної НМТ?".

За характером змісту такий контроль – це поєднання прикладної та абстрактної складових. Для того, щоб отримати загальну картину, найбільш ефективним вважаємо проводити такий контроль фронтально за допомогою письмової роботи. Для кожного із розглянутих підходів (у залежності від конкретної НМТ) буде змінюватись основна ідея контролю, предмет контролю.

Для НМТ "Базова" (стрижневий підхід) на цьому етапі важливо з'ясувати ознайомленість учнів із такими поняттями, як неозначувані (первісні), означувані поняття; встановити, чи сформовано в учнів розуміння зв'язку між реальними об'єктами та геометричними (їх математичними моделями); визначити ступінь розуміння ними суті дедуктивного підходу до вивчення геометрії; вміння доводити прості твердження та логічно міркувати (та усвідомлювана важливість цього для своєї повсякденної діяльності); перевірити, які аксіоми та базові теореми планіметрії вони пам'ятають і вміють використовувати для розв'язування планіметричних ПЗ. Наведемо один із варіантів письмової роботи (рис. 2.10), орієнтовна тривалість якої становить 30 хв.

Для НМТ "Координати і вектори у просторі", "Перетворення у просторі" (методологічний підхід) доцільно оцінити вміння використовувати координатний, векторний методи та метод перетворень для розв'язування таких ПЗ, у яких потрібно використати знання із курсу планіметрії; виконувати такі розумові дії, як аналогія і порівняння.

Варіант 1.

1. Що таке планіметрія? Яким чином можна використати ті знання та вміння, які ви здобули в ході її вивчення?
2. Утворіть послідовний логічний ланцюжок із слів: теорема, задача, означення, аксіома, точка, пряма, практика. Поясніть утворений вами порядок слів.
3. Яка фігура називається кутом? Якими приладами і в яких одиницях вимірюють кути?
4. Що таке відстань від точки до прямої? Під час розв'язування яких життєвих задач використовують це поняття?
5. Сформулюйте визначення паралельних прямих та проілюструйте його на реальних предметах.
6. Розв'яжіть задачу. Бажаючи перевірити, чи має відрізаний чотирикутний шматок матерії форму квадрата, швачка переконується, що при перегині по кожній з діагоналей краї сторін співпадають. Чи достатня така перевірка?

Рис. 2.10

Для НМТ V-IX (основний підхід) та IV (генеральний підхід) потрібно перевірити наявність вміння відрізняти потрібний геометричний об'єкт серед інших за найбільш істотними ознаками та мислено бачити прообрази цих математичних моделей серед реальних об'єктів навколишнього середовища. Цього можна досягти шляхом виконання завдань, що вимагають порівняти, вибрати, знайти зайве. Завдання можуть бути на зразок: "Порівняйте ряд предметів: резервуари для нафти, котли, котки для укладання асфальту, цистерни для молока, батарейки, рулони паперу, консервні бляшанки, чашки, тарілки, склянки, ложки, пробірки, мензурки, шприци, таблетки, стебла рослин, квіти. Які з них можна об'єднати в одну групу за геометричною ознакою? (звичайно, що залежно від НМТ, складають відповідні ряди); "Виберіть планіметричну фігуру (фігури), яка може утворити ту чи іншу геометричну форму"; "Як її називають? Які властивості фігури, що має означену форму, ви можете назвати?" Для перевірки знання учнями формул для обчислення об'ємів, площ поверхонь геометричних фігур, які вони вивчали у молодших класах, доцільно також запропонувати розв'язати 2-3 легких ПЗ на обчислення. Наведемо приклад такої ПЗ: "Яку частину об'єму в автоматичній пральній машині займає барабан із діаметром основи 43см та висотою 24,5см? Розміри машини 61см   40см 85см". Тривалість письмової роботи може коливатись в межах 25-30 хв.

Поточний контроль має здійснюватися вчителем у ході навчальної діяльності на всіх ступенях вивчення НМТ. Він характерний для будь-якого із представлених підходів. Поточний контроль варто здійснювати методами усної, письмової, графічної перевірок у фронтальній, груповій, індивідуальній або комбінованій формах. Виділимо навчальну, прогностичну, орієнтовну, організаційну та виховну функції контролю на даному етапі.

Під час індивідуального контролю знань методом усної перевірки, фронтального та групового контролю методом письмової перевірки доцільно залучати засоби наочності. Їх використання буде ефективним, якщо предметом перевірки є матеріал, пов'язаний із НМТ І, IV-IX. Під час усної перевірки вчителі, на наше прохання, пропонували учням відповідні засоби наочності (наприклад, модель геометричного тіла). Оскільки ці засоби вчителі використовували в ході експериментального дослідження на всіх етапах навчальної діяльності, то учні позитивно реагували на можливість застосовувати їх і під час відповіді. Модель можна дати учню перед початком відповіді або – у процесі. В останньому випадку учень буде застосовувати засвоєні знання в нових умовах (зокрема, застосовувати теоретичні положення для конкретних геометричних тіл).

Під час письмової перевірки ми практикували ставити моделі на парти учнів. Наприклад, моделі правильних многогранників, як показали результати співбесід із учнями, допомагають їм згадати потрібні властивості; перевірити правильність своєї відповіді; провести її корекцію. Звичайно, використання моделей під час відповідей має бути обмеженим, щоб це не заважало розвитку абстрактного мислення старшокласників. З тією ж метою використання моделей краще практикувати лише на ступені СММ. Виключення мають становити випадки, коли на ступені РДММ учні на "своїй" моделі виконують відповідні побудови або вимірювання для розв'язування завдань, які поставив вчитель, коли на ступені ПММ контролюється вміння учнів створювати власні задачі за допомогою моделей.

На ступені РДММ та ПММ має переважати письмова та графічна перевірки. Ці види перевірки досить економні в часі та об'єктивні. Графічні роботи, як відомо, особливо слушні для перевірки умінь учнів узагальнювати, класифікувати, систематизувати знання. Тому такий вид перевірки має значення особливо для стрижневого та генерального підходів. Зауважимо, що графічну перевірку необхідно пов'язувати із письмовим словом. Останнє доповнює графічний образ, а іноді навіть складає головний зміст перевірочної роботи учня. В останньому випадку графічний образ лише оформляє цей зміст. Наведемо приклад типового завдання (рис. 2.11). Його використовують для НМТ "Геометричні тіла та їх комбінації" на ступені РДММ; тривалість виконання завдання – 20-25 хв.

Варіант 1.

1. Створіть графічно асоціативні пари між відомими вам геометричними тілами та такими планіметричними фігурами: трикутник, паралелограм, прямокутник,

квадрат, круг. Відповідь поясніть.

2. Зобразіть геометричні образи кута між двома прямими, кута між прямою та площиною, кута між двома площинами, використовуючи в якості моделі шестигранний олівець або розкриту книгу.
3. Подайте графічно або схематично три основні властивості об'єму: нормованість, інваріантність та адитивність.

Рис. 2.11

Письмові перевірки є найбільш поширеними і ефективними. Їх переваги загальновідомі. Цей вид перевірки достатньо добре освітлений та розроблений у науково-методичній літературі, а висловлені методичні поради прийнятні і для реалізації ПС стереометрії. Тому детально ми не будемо зупинятись на цьому виді перевірки.

Слід зауважити, що на даний момент, випущено велику кількість посібників, зошитів-конспектів, збірників задач, що містять варіанти готових письмових робіт зі стереометрії (математичних диктантів, самостійних робіт, контрольних робіт у формі тестів тощо) та матеріали для створення власних текстів. Проте вони майже не містять ПЗ. Письмові перевірки, згідно концепції ПС стереометрії, повинні обов'язково охоплювати як абстрактні стереометричні задачі до певної теми, так і прикладні. Проблему недостатньої кількості ПЗ для письмових перевірок ми долали шляхом пропозиції вчителям, які брали участь у експерименті, власних друкованих матеріалів із ПЗ, шляхом ознайомлення вчителів із прийомами створення нових та модернізації існуючих ПЗ.

Тематичний контроль полягає у визначенні рівня та обсягу набутих учнями ЗУН за певний період. Зазвичай він є плановим, заздалегідь визначеним. Головна мета такого виду контролю – систематизація та узагальнення вивченого, діагностування якості засвоєння взаємозв'язків між структурними елементами навчального матеріалу відповідної теми НМТ та з'ясування рівня розуміння прикладного значення матеріалу, який вивчається. Для його організації ми використовувати методичні рекомендації, сформульовані в роботах В.О.Швеця, І.А. Дремової щодо тематичного контролю.

Зупинимось лише на практичній перевірці ЗУН, яку ми рекомендуємо проводити вчителям у контексті тематичного контролю. Практичну перевірку (форми – фронтальна або групова) краще використовувати на ступені ПММ. Ця перевірка потребує застосовувати учнями свої ЗУН для виконання завдань і дій з моделями, реальними об'єктами (наприклад, пристроями, матеріалами тощо).

Проведений експеримент у школах стосовно її реалізації показав таке. Перевагою практичної перевірки є те, що вона зменшує почуття хвилювання в учнів та викликає у них позитивні емоції, зацікавленість. До недоліків цього виду слід віднести такі: 1) він потребує у порівнянні з іншими більше навчального часу, а, отже, його використання є обмеженим; 2) такий вид контролю висуває відповідні вимоги до обладнання, що не так просто забезпечити, якщо у класі велика кількість учнів та недостатнє матеріальне забезпечення у кабінеті математики; 3) займає певну кількість часу вчителя на організацію такої перевірки. Тому її ми рекомендуємо проводити лише один раз протягом вивчення кожної із НМТ для урізноманітнення видів контролю. Загальна методична схема практичної перевірки, яку ми практикували, така. Вчитель дає класу завдання, потім усно або письмово інструктує учнів, як потрібно їх виконувати. Учні виконують практичні завдання і потім пишуть короткий звіт про проведену роботу та її результати, супроводжуючи його, в разі необхідності, кресленням. Вчитель спостерігає за ходом роботи і на основі цих спостережень і перевірки звітів складає судження про роботу кожного учня (групи), що виражається оцінкою. Якщо практична перевірочна робота розрахована на два уроки, доцільно давати комбіновану роботу (вона додатково включає ПЗ). Тексти завдань (вони частково містять інструкції вчителя) до такої роботи див. у першому розділі додатку Ф. Робота розрахована на роботу парами для НМТ “Геометричні тіла та їх комбінації” (ступінь ПММ). Доцільно контрольні запитання та задачі пропонувати кожному окремо (ми їх розмежовували в кожному варіанті літерами А, Б). У ході експерименту в школі ми виявили, що можна в якості предмета складної конфігурації для такої роботи дозволити учням використовувати “свої” предмети (невеликі, але щоб вони повністю занурювались), якщо вони знають речовину, із якої його виготовлено. Цілком прийнятно практичну перевірку ЗУН організовувати і у формі індивідуального домашнього завдання. Методичні рекомендації для її організації див. у другому розділі додатку Ф.

В організаційному плані, ми вже говорили, що вид планового (тематичного) контролю та дата проведення зафіксована у НМТ-картках учнів. Вчителі фіксують відповідні відомості про контроль у своїх календарних, тематичних планах.

Контроль НМТ виступає певним гіпертематичним контролем, оскільки виступає як контроль до взаємопов’язаних тем. Але ми не розглядаємо його як результат здійснення декількох тематичних контролів. Під контролем НМТ ми розуміємо спільну діяльність учителя та учня, спрямовану на оцінювання та корекцію структурності, системності та систематичності знань про досліджувану у даній НМТ модель (моделі) та її властивості, вміння їх застосовувати до розв’язування задач, в тому числі і прикладних. Підсумковий етап контролю НМТ проводився в експериментальних класах у формі комбінованої письмової роботи–звіту, що містила абстрактні та прикладні запитання і задачі. Зміст завдань, звичайно, залежав від змісту конкретної НМТ, проте структура завдань була стандартною для кожної НМТ. Пропонуємо один із варіантів роботи для НМТ (рис. 2.12). Орієнтовна тривалість роботи - 45хв.

Варіант 1. НМТ «Циліндр»		
№	Бали	Запитання та завдання
1.	1 бал	Які причини привели до необхідності створення математичної моделі даної НМТ?
2.	1 бал	Опишіть спосіб (способи) утворення математичної моделі “циліндр”.
3.	1 бал	Які властивості матеріальних об’єктів ви вважаєте несуттєвими та навпаки, істотними, для створення даної математичної моделі?
4.	1 бал	Чому циліндрична форма характерна для великої кількості предметів оточення, виготовлених не лише природою, а й людиною?
5.	4 бали	Подайте зображення даної математичної моделі, представте графічно та аналітично її основні властивості та характеристики, в тому числі і кількісні.
6.	2 бали	

		Розв'яжіть задачу. Прямокутник зі сторонами см і 8см обертається навколо більшої сторони. В утвореному циліндрі через середину радіуса основи перпендикулярно до нього проведено площину. Знайдіть площу перерізу, який утворився.
7.	2 бали	Розв'яжіть задачу. Діаметр відра циліндричної форми дорівнює 21см, а висота – 38см. Чи можна із шматка жерсті прямокутної форми розміром см зробити заготовку бічної частини цього відра?

Рис. 2.12

Підсумковий контроль, як правило, проводять наприкінці кожного семестру, року та курсу стереометрії. Його мета в контексті реалізації ПС стереометрії – встановити систему і структуру ЗУН та їх застосовність. Основна форма – заліки та іспити. В ході експерименту вчителі, за нашими рекомендаціями, проводили заліки з використанням тестів закритої форми. Тести містили до 20% ПЗ.

Висловлені вище характеристики та рекомендації до реалізації контролю з точки зору концепції реалізації ПС стереометрії формувалась у ході експериментального дослідження. Таким чином, контроль у руслі реалізації ПС шкільного курсу стереометрії у цілому має ті ж етапи, функції тощо, що і при традиційному навчання, приймаючи, однак, певні характерні риси, означені вище.

2.5. Апробація та експериментальна перевірка основних положень дисертаційного дослідження

Створення, дослідження, уточнення, корекція та перевірка ефективності запропонованої методики реалізації ПС шкільного курсу стереометрії здійснювалася нами у процесі проведення педагогічного експерименту протягом 2002–2006 років. Педагогічний експеримент проходив у три етапи: 1) етап констатуючого експерименту; 2) етап пошукового експерименту; 3) етап формуючого експерименту . Даному експерименту передувала робота з вивчення проблеми дослідження під час роботи дисертанта у школі, ліцеї в 1993-2001рр. (та керівництвом у цей період вечірньою фізико-математичною школою при ліцеї), вузі (ЖДУ імені Івана Франка) з 2001р., участь у роботі предметних приймальних комісій на вступних іспитах з математики в ЖДТУ (з 1993 р. до 2005 р. із ротаційними перервами).

Експеримент здійснювався у загальноосвітній школі І-ІІІ ступенів №173, у гімназії «Троєщина» м. Києва; у загальноосвітніх школах І-ІІІ ступенів №17, №21, №33, у спеціалізованій загальноосвітній школі №12 з поглибленим вивченням іноземних мов імені С.Ковальчука м. Житомира, у Житомирській міській гімназії №3; у загальноосвітніх школах І-ІІІ ступенів №2, №3 м. Новоград-Волинського, у Новоград-Волинському колегіумі Житомирської області, у Чуднівській загальноосвітній школі І-ІІІ ступенів №2 Житомирської області, у Смолдирівській загальноосвітній школі І-ІІІ ступенів Баранівського району Житомирської області, у Козельщинському навчально-виховному комплексі Полтавської області, у Хоришківській загальноосвітній школі І-ІІІ ступенів ім. М.В.Остроградського Козельщинського району Полтавської області, на фізико-математичному факультеті Житомирського державного університету імені Івана Франка. У експериментальному дослідженні брали участь учителі перерахованих вище шкіл, а саме: А.Х.Булій, Т.В.Ващук, Л.Л.Вітвіцька, Н.О.Івашина, О.Г.Калініченко, А.М.

Кириченко І.Д.Косенко, В.Ф.Костина, Т.В.Крижанська, Л.В.Левчук, І.В. Лободзінська, А.В.Ломовцева, О.А.Максимчук, Л.М.Марендич, Н.М.Панкратова, В. С.Побережник, С.Я.Семенчук, В.В.Церпицька, Н.В.Шевчук.

Констатуючий експеримент проводився з метою вивчити стан проблеми дослідження у шкільній практиці, намітити шляхи та засоби її вирішення. На цьому етапі ми ставили наступні завдання: 1) проаналізувати науково-методичну літературу з проблеми дослідження, навчальні програми, підручники, посібники та дидактичні матеріли для курсу стереометрії з питань реалізації ПС; 2) з'ясувати рівень навченості старшокласників із стереометрії та їх уміння застосовувати здобуті ЗУН для розв'язування задач, у тому числі ПЗ; 3) вивчити думку вчителів щодо реалізації ПС.

У ході констатуючого експерименту нами застосовувались спостереження та діагностичні методи (анкетування вчителів і учнів, тестування учнів). Діагностичний пакет, розроблений і використаний нами, містив анкети, варіанти контрольної роботи (див. додатки А, Б, В, Д). На цьому етапі експерименту було з'ясовано значення та суть ПС у сучасних умовах та недоліки її реалізації у минулому і до нині; виявлені певні розбіжності між вимогами навчальних програм щодо рівня стереометричних ЗУН, вміння їх застосовувати учнями та реальним станом у школі; уточнено роль ПС для досягнення цілей навчання стереометрії. Основні результати констатуючого експерименту були висвітлені нами у першому розділі дисертаційного дослідження. Отримані результати дали можливість сформулювати гіпотезу, висунуту в дослідженні, завдання.

Мета проведення пошукового експерименту - розробити методику реалізації ПС. Протягом його проведення були поставлені завдання: 1) вивчити доцільність та можливість здійснення в умовах сучасної школи ПС шкільного курсу стереометрії; 2) з'ясувати ефективні засоби ПС; 3) побудувати методику реалізації ПС та провести її апробацію. Під час цього етапу експериментального дослідження систематично проводився аналіз отриманих результатів, у разі потреби вносились необхідні корективи та уточнювалась методика; відбувався пошук інформаційно-комунікаційних технологій, які будуть сприяти ПС стереометричного матеріалу; створювалась, а потім проходила експериментальну перевірку у школах та в ЖДУ імені Івана Франка програма комп'ютерної підтримки; також проводилась робота із формування системи ПЗ, на базі якої доцільно проводити ПС, та збирався матеріал, використовуючи який, можна створювати власні ПЗ. Систематично проводились спостереження за динамікою успішності учнів (студентів) зі стереометрії, за формуванням у них позитивних мотивів до вивчення даного курсу та консультації із учителями, які використовували запропоновану методику (або її елементи) реалізації ПС із метою оцінювання ефективності тих чи інших її засобів.

Так, наприклад, в ході експерименту співбесід із вчителями та учнями змінювався вигляд та наповнення карток-НМТ; з'являлись дидактичні матеріали для створення ПЗ, дещо зменшилась кількість ПЗ технічного характеру та таких, у яких використовувались застарілі міри. Таким чином, у ході пошукового експерименту нами була створена методика реалізації ПС шкільного курсу стереометрії, зокрема, визначені найбільш ефективні засоби її здійснення, визначено прикладний матеріал та ПЗ для кожної НМТ курсу стереометрії. Результати цього етапу експерименту висвітлені у попередніх підрозділах дисертаційного дослідження, а також у наших публікаціях [125, 262-275]. Метою формуючого експерименту була перевірка ефективності [65, 66, 78, 92, 134, 168, 180, 283] запропонованої методики ПС шкільного курсу стереометрії методами математичної статистики. Нами були виділені такі однорідні вибірки експериментальних та контрольних груп учнів для проведення формуючого експерименту (табл. 2.2).

Таблиця 2.2

Розподіл учнів за класами, експериментальними та контрольними групами

Класи	10-ті	11-ті	Усього учнів
Експериментальні класи	157	161	318
Контрольні класи	155	160	315
Усього учнів	312	321	633

Уроки в контрольних та експериментальних класах проводились як одним і тим самим учителем, так і різними вчителями. Учителі-експериментатори мали різний педагогічний стаж та досвід роботи на посаді вчителя математики. Такий вибір доцільний з точки зору необхідності отримати об’єктивну оцінку пропонованої методики. На початку формуючого експерименту вчителі були ознайомлені з метою, задачами та методикою його проведення. Кожен із них отримав пакет матеріалів для здійснення ПС, детальні методичні рекомендації щодо їх використання. Навчання в експериментальних класах здійснювалося у відповідності із розробленою методикою, а у контрольних класах - за традиційною методикою. Слід зауважити, що із учнями 11-х класів експериментальне навчання проводилось протягом одного року, а із учнями 10-х класів – два роки.

Результативність запропонованої методики перевірялась шляхом проведення письмових робіт однакового змісту в контрольних та експериментальних класах. На виконання кожної письмової роботи учням контрольних і експериментальних класів надавалось по 45 хв. З метою перевірки вірогідності даних формуючого експерименту ми використовували наступні статистичні критерії: Т-критерій Вілкоксона; λ–критерій Колмогорова-Смірнова; φ*-кутове перетворення Фішера. Критерій Вілкоксона дозволяє порівняти показники, виміряні в двох різних умовах на одній і тій же вибірці досліджуваних; він не лише дозволяє встановити направленість змін, але і їх вираженість. За його допомогою ми визначаємо, чи є зсув показників у певному напрямі більш інтенсивним, ніж у іншому. λ-критерій Колмогорова-Смірнова - використовується для співставлення двох розподілів: а) емпіричного з теоретичним; б) одного емпіричного з іншим емпіричним розподілом. Критерій дозволяє знайти точку, в якій сума накопичених розходжень між двома розподілами є найбільшою, і оцінити достовірність цього розподілу. Це дає можливість визнати відмінності статистично достовірними. Критерій φ*-кутове перетворення Фішера - призначений для зіставлення двох вибірок за частотою ефекту, який нас цікавить. Критерій оцінює вірогідність відмінностей між процентними долями двох вибірок, у яких зареєстровано ефект, який нас цікавить.

На початку формуючого експерименту ми провели контрольну роботу №1 у контрольних та експериментальних класах (відповідні варіанти контрольної роботи №1 наведено у першому та другому розділах додатку Х). Текст роботи складався із чотирьох задач, одна із яких була прикладною. Кожне завдання оцінювалося трьома балами, таким чином, за роботу можна було отримати 12 балів. Мета даної письмової роботи – порівняти результати її написання в обох вибірках для того, щоб пересвідчитися і статистично підтвердити, що на момент початку формуючого етапу експерименту учні в експериментальних та контрольних класах мають приблизно однаковий рівень вмінь та навичок застосовувати геометричні знання для розв'язування задач, в тому числі і прикладних.

Для перевірки вірогідності даних ми використовували λ–критерій Колмогорова-Смірнова. Нами були одержані такі дані розподілу балів за розв'язування задач контрольної роботи №1 для учнів 10-х класів (табл. 2.3). Слід зауважити, що розряди можуть бути впорядковані за збільшенням або зменшення певної ознаки.

Таблиця 2.3

Емпіричні частоти розподілу балів на кожну із чотирьох позицій в експериментальних та контрольних класах

Розряди - позиції балів	1 (10 – 12 балів)	2 (7 – 9 балів)	3 (4 – 6 балів)	4 (0 – 3 бали)	Сума
Експериментальні класи	26	33	69	29	157
Контрольні класи	25	40	63	27	155

Сформулюємо гіпотези. H0: емпіричні розподіли за чотирма позиціями одержаних балів за розв'язування задач контрольної роботи №1 в експериментальних 10-х класах та контрольних 10-х класах не відрізняються. H1: емпіричні розподіли за чотирма позиціями одержаних балів за розв'язування задач контрольної роботи №1 в експериментальних 10-х класах та контрольних 10-х класах відрізняються. Послідовність вибірок може бути обрана довільно, оскільки розбіжності між ними оцінюються за абсолютною величиною. Будемо вважати вибірку експериментальних класів першою, другою – вибірку контрольних класів. Слід сказати, що у таблицях ми будемо вживати такі скорочення: ЕК – експериментальні класи, КК - контрольні класи.

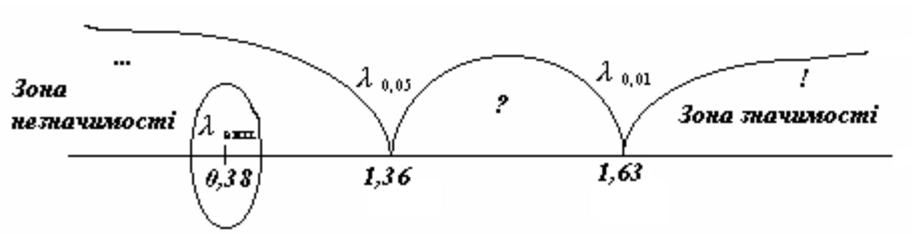
Таблиця 2.4

Розрахунок λ–критерію при зіставленні емпіричних розподілів балів в 10-х експериментальних класах (n1=157) та контрольних класах (n2=155)

Бали за позиціями	Емпіричні частоти		Емпіричні відносні частоти		Накопичені емпіричні відносні частоти		Абсолютна величина різниці
	ЕК	КК	ЕК	КК	ЕК	КК	
	f1	f2	f*1	f*2	Σf*1	Σf*2	d=|Σf*1-Σf*2|
10 - 12	26	25	0,166	0,161	0,166	0,161	0,005
7 - 9	33	40	0,210	0,258	0,376	0,419	0,043
4 - 6	69	63	0,439	0,407	0,815	0,826	0,011
0 - 3	29	27	0,185	0,174	1,000	1,000	0
Суми	157	155	1,000	1,000			

Максимальна різниця між накопиченими емпіричними відносними частотами складає dmax=0,043. Обчислюємо значення λ–критерію за формулою λемп

: λемп . За статистичними таблицями визначаємо рівень статистичної значимості отриманого результату: ρ=0, 999. Побудуємо для наочності “вісь значимості”(рис 2.13).



На осі вказано критичні значення λ0 ,05=1,36, λ0,01=1,63 (їх знайдено за статистичними таблицями).

Рис. 2.13

λемп<λкр. Відповідь: Н0 приймається. Емпіричні розподіли за чотирма позиціями одержаних балів за розв’язування задач контрольної роботи №1 в експериментальних 10-х класах та контрольних 10-х класах не відрізняються.

Для учнів 11-х класів нами були одержані такі дані розподілу балів за розв’язування задач контрольної роботи №1 (табл. 2.5).

Таблиця 2.5

Емпіричні частоти розподілу балів на кожну із 4-х позицій в 11-х експериментальних та контрольних класах

Розряди - позиції балів	1 (10 – 12 балів)	2 (7 – 9 балів)	3 (4 – 6 балів)	4 (0 – 3 бали)	Сума
Експериментальні класи	20	42	66	33	161
Контрольні класи	23	48	54	35	160

Сформулюємо гіпотези. Н0: емпіричні розподіли за чотирма позиціями одержаних балів за розв’язування задач контрольної роботи №1 в експериментальних 11-х класах та контрольних 11-х класах не відрізняються. Н1: емпіричні розподіли за чотирма позиціями одержаних балів за розв’язування задач контрольної роботи №1 в експериментальних 11-х класах та контрольних 11-х класах відрізняються. Будемо вважати вибірку експериментальних класів першою, другою – вибірку контрольних класів.

Таблиця 2.6

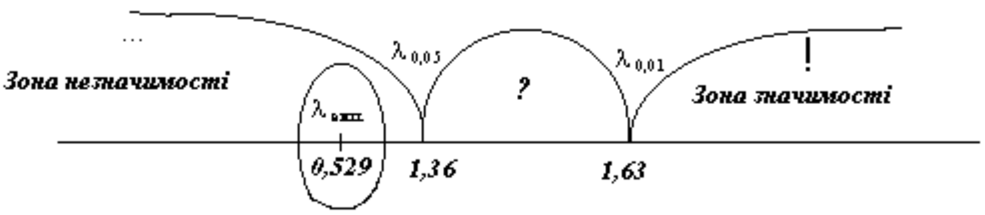
Розрахунок λ–критерію при зіставленні емпіричних розподілів балів в 11-х експериментальних класах (n1=161) та контрольних класах (n2=160)

Бали за позиціями	Емпіричні частоти		Емпіричні відносні частоти		Накопичені емпіричні відносні частоти		Абсолютна величина різниці
	ЕК	КК	ЕК	КК	ЕК	КК	
		f2	f*1	f*2	Σf*1	Σf*2	d

	f1						
10 - 12	20	23	0,124	0,144	0,124	0,144	0,020
7 - 9	42	48	0,261	0,300	0,385	0,444	0,059
4 - 6	66	54	0,410	0,338	0,795	0,782	0,013
0 - 3	33	35	0,205	0,219	1,000	1,000	0
Суми	161	160	1,000	1,000			

Максимальна різниця між накопиченими емпіричними відносними частотами складає dmax=0,059. Обчислюємо значення λ–критерію: λемп

визначаємо рівень статистичної значимості отриманого результату: ρ=0,94. Побудуємо для наочності “вісь значимості” (рис. 2.14).



На осі вказано критичні значення λ0,05=1,36, λ0,01= 1,63.

Рис. 2.14

λемп<λкр. Відповідь: H0 приймається. Емпіричні розподіли за чотирма позиціями одержаних балів за розв’язування задач контрольної роботи №1 в експериментальних 11-х класах та контрольних 11-х класах не відрізняються.

На закінчення формуючого експерименту ми провели підсумкову контрольну роботу. Робота складалася з 4 стереометричних задач (одна із яких – прикладна). Варіанти підсумкової контрольної роботи наведено у третьому та четвертому розділах додатку Х. Кожне завдання оцінювалось в 3 бали, таким чином, за роботу можна було отримати 12 балів. Мета даної письмової роботи – порівняти результати її написання в обох вибірках для того, щоб пересвідчитись і статистично підтвердити, що на момент закінчення формуючого етапу експерименту учні в експериментальних класах мають вищий рівень вмінь та навичок застосовувати геометричні знання для розв’язування задач, в тому числі і прикладних, аніж учні контрольних класів, де не використовувалась наша методика. Для перевірки вірогідності даних ми використовували φ*-кутове перетворення Фішера в поєднанні з λ–критерієм Колмогорова-Смірнова. Для того, щоб максимально підвищити потужність критерію φ* потрібно вибрати точку, у якій різниця між двома вибірками, що порівнюються, була б найбільшою. Найточніше це можна зробити за допомогою розрахунку λ–критерію, який дозволяє знайти точку максимального розходження між вибірками. Методику статистичної перевірки, яку ми використовували, описано у роботі Є.В.Сидоренка [296, с.171]. Визначимо точку максимального розходження між двома вибірками у колишніх 10-х, тепер – 11-х, експериментальних та контрольних класах щодо розподілів балів (табл. 2.7). Щоб відрізняти учнів таких 11-х класів, введемо для них позначення 11*-і класи.

Таблиця 2.7

Розрахунок максимальної різниці накопичених відносних емпіричних частот у 11*-х експериментальних та контрольних класах щодо розподілів балів

Бали за позиціями	Емпіричні частоти		Емпіричні відносні частоти		Накопичені емпіричні відносні частоти		Абсолютна величина різниці
	ЕК	КК	ЕК	КК	ЕК	КК	
	f1	f2	f*1	f*2	Σf*1	Σf*2	d
10 - 12	28	22	0,178	0,142	0,178	0,142	0,036
7 - 9	72	53	0,459	0,342	0,637	0,484	0,153
4 - 6	51	55	0,325	0,355	0,962	0,839	0,123
0 - 3	6	25	0,038	0,161	1,000	1,000	0
Суми	157	155	1,000	1,000			

Максимальна різниця накопичених емпіричних відносних частот у розподілах балів в 11*-х експериментальних та контрольних класах становить 0,153. Вона накопичена у позиції 7 - 9 балів. Тому будемо вважати, що "ефект присутній", якщо отримано 7 – 12 балів, і що "ефект відсутній", якщо отримано 0 – 6 балів. Отриманий розподіл представлено у таблиці 2.8.

Таблиця 2.8

Розподіл балів у 11*-х експериментальних та контрольних класах

Бали	Емпіричні частоти		Суми
	ЕК	КК	
0 - 6	57	80	137
7 - 12	100	75	175
Суми	157	155	312

Тепер перейдемо до робочої таблиці для підрахунку критерію φ* Фішера (табл . 2.9).

Таблиця 2.9

Відомості для підрахунку критерію φ* Фішера з метою виявлення відмінностей розподілу балів у 11*-х експериментальних та контрольних класах

	"Є ефект"	"Немає ефекту"	Суми
	7 – 12 балів	0 – 6 балів	
ЕК	100 (63,7%)	57 (36,3%)	157
КК	75 (48,4%)	80 (51,6%)	155
Суми	175	137	312

Сформулюємо гіпотези. Н0: частка осіб, які написали на 7 - 12 балів в 11*-х експериментальних класах не більша, ніж у 11*-х контрольних класах. Н1: частка осіб, які написали на 7 - 12 балів в 11*-х експериментальних класах більша, ніж у 11*-х контрольних класах.

За статистичними таблицями визначаємо (- це завжди кут, який відповідає більшій відсотковій частці): .3 ;

.3 . Визначимо емпіричне значення критерію φ*:

.3

. За статистичними таблицями визначаємо, якому рівню значимості відповідає ця величина: ρ=0,002. За тими ж таблицями можна визначити критичні значення критерію φ*. На наочності побудуємо "вісь значимості" (рис. 2.15).

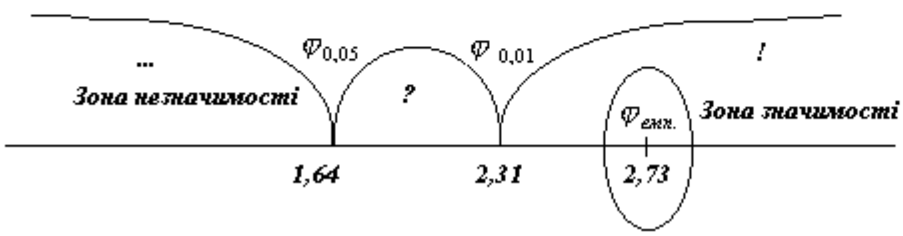


Рис. 2.15

Відповідь: *H_0 відхиляється.*

Отже, частка осіб, які написали на 7 - 12 балів в 11-х експериментальних класах більша, ніж у 11*-х контрольних класах.*

Визначимо точку максимального розходження між двома вибірками в 11-х експериментальних та контрольних класах щодо розподілів балів (табл. 2.10).

Таблиця 2.10

Розрахунок максимальної різниці накопичених відносних емпіричних частот в 11-х експериментальних та контрольних класах щодо розподілів балів

Бали за позиціями	Емпіричні частоти		Емпіричні частки		Накопичені емпіричні частки		Абсолютна величина різниці
	ЕК	КК	ЕК	КК	ЕК	КК	
	f1	f2	f*1	f*2	Σf*1	Σf*2	d
10 - 12	30	26	0,186	0,163	0,186	0,163	0,023
7 - 9	61	43	0,379	0,269	0,565	0,432	0,133
4 - 6	57	58	0,354	0,362	0,919	0,794	0,125
0 - 3	13	33	0,081	0,206	1,000	1,000	0
Суми	161	160	1,000	1,000			

Максимальна різниця накопичених емпіричних відносних частот у розподілах балів в 11-х експериментальних та контрольних класах становить 0,133. Вона накопичена у позиції 7 - 9 балів. Тому будемо вважати, що “ефект присутній”, якщо отримано 7 – 12 балів, і що “ефект відсутній”, якщо отримано 0 – 6 балів. Отриманий розподіл представлено у таблиці 2.11.

Таблиця 2.11

Розподіл балів в 11-х експериментальних та контрольних класах

Бали	Емпіричні частоти		Суми
	ЕК	КК	
0 - 6	70	91	161
7 - 12	91	69	160
Суми	161	160	321

Тепер перейдемо до робочої таблиці для підрахунку критерію φ* Фішера (табл . 2.12).

Таблиця 2.12

Відомості для підрахунку критерію φ* Фішера з метою виявлення відмінностей розподілу балів в 11-х експериментальних та контрольних класах

	“Є ефект”	“Немає ефекту”	Суми
	7 – 12 балів	0 – 6 балів	
ЕК	91 (56,5%)	70 (43,5%)	161
КК	69 (43,1%)	91 (56,9%)	160
Суми	160	161	321

Сформулюємо гіпотези. H0: частка осіб, які написали на 7 - 12 балів в 11-х експериментальних класах не більша, ніж у 11-х контрольних класах. H1: частка осіб, які написали на 7 - 12 балів в 11-х експериментальних класах більша, ніж у 11-х контрольних класах.

За статистичними таблицями визначаємо : .3

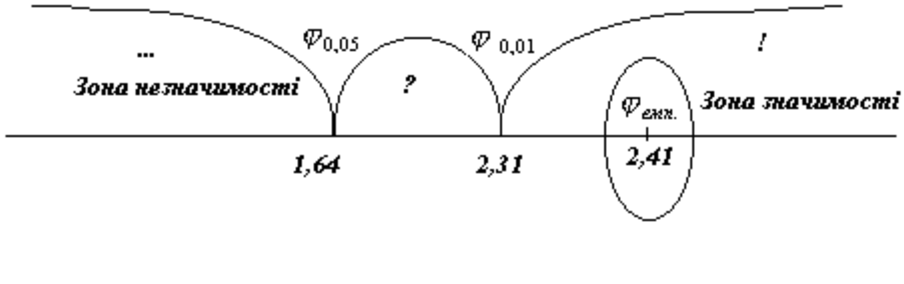
, .3 . Визначимо емпіричне значення

критерію φ*: .3

. За статистичними таблицями визначаємо, якому рівню значимості відповідає ця величина: ρ=0,06. За тими ж таблицями можна визначити критичні значення критерію φ*. На наочності побудуємо “вісь значимості” (рис. 2.16).

Відповідь: *H0*

Рис. 2.16



відхиляється.

Отже, частка осіб, які написали на 7 - 12 балів в 11-х експериментальних класах більша, ніж у 11-х контрольних класах.

Додатково методику апробовано на групі студентів (23 особи). Ці студенти навчались на педагогічній спеціальності фізико-математичного факультету. Вони вивчали курс елементарної математики, а саме стереометрії. Звичайно, що курс стереометрії вони вивчали, навчаючись і в школі. На початку формуючого етапу експерименту студентам була запропонована контрольна робота №1, на виконання якої було відведено 1 год. 20 хв. Контрольна робота складалася з шести стереометричних задач, дві із яких були прикладними. За кожне завдання, виконане правильно, можна було отримати 5 балів. Тобто, максимум за всю роботу – 30 балів.

Курс стереометрії студенти вивчали за експериментальною методикою.

На закінчення формуючого етапу експерименту студентам була запропонована підсумкова контрольна робота, аналогічна письмовій роботі на початку семестру (тексти контрольних робіт наведено в п’ятому та шостому розділах додатку Х). Чи можна стверджувати, що експериментальна методика дозволила покращити результати студентів за письмову роботу?

Ефективність даної методики перевіримо за допомогою Т-критерію Вілкоксона. Дані представлено в табл. 2.13.

Таблиця 2.13

Розрахунок Т-критерію Вілкоксона при зіставленні отриманих балів на контрольних роботах на початку та у кінці експерименту

Код імені студента	Отримані бали		Різниця (-)	Абсолютне значення різниці	Ранговий номер різниці
	На початку експерименту ( )	У кінці експерименту ( )			
1.	1	8	7	7	19,5
2.	3	10	7	7	19,5
3.	5	12	7	7	19,5
4.	5	15	10	10	22
5.	5	6	1	1	2
6.	10	7	-3	3	9
7.	12	13	1	1	2
8.	15	13	-2	2	5,5
9.	25	29	4	4	11,5
10.	8	15	7	7	19,5
11.	6	20	14	14	23
12.	6	10	4	4	11,5
13.	30	25	-5	5	15
14.	15	16	1	1	2
15.	15	18	3	3	9
16.	18	20	2	2	5,5
17.	20	25	5	5	15

Продовж. табл. 2.13

18.	22	25	3	3	9
19.	15	10	-5	5	15
20.	0	5	5	5	15
21.	0	5	5	5	15
22.	15	13	-2	2	5,5
23.	13	15	2	2	5,5
Сума					276

Зауважимо, що зсувом у типовому напрямку будемо вважати зсув у сторону збільшення балів. Сформулюємо гіпотези. H0: інтенсивність зсувів у типовому напрямку не перевищує інтенсивності зсувів у нетиповому напрямку. H1: інтенсивність зсувів у типовому напрямку перевищує інтенсивність зсувів у нетиповому напрямку.

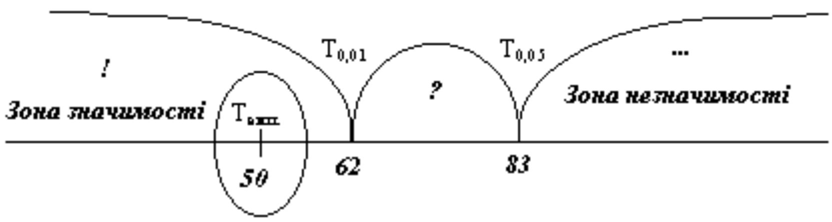
Відмітимо, що в табл. 2.13 у другій колонці справа наведено абсолютні величини зсувів, а в останній зліва – ранги цих абсолютних величин. Меншому значенню відповідав менший ранг. При цьому сума рангів дорівнює 276, що

відповідає розрахунковій: .

В табл. 2.13 темнішим кольором відмічено зсуви у нетиповому напрямку. Їх суму обчислюємо за формулою , де - рангові значення зсувів із більш рідкісним знаком. Отже, в даному випадку: . За статистичними таблицями обчислюємо критичні значення T для n=23:

. Побудуємо "вісь значимості" (рис. 2.17).

Рис. 2.17



В даному випадку емпіричне значення T попадає в зону значимості: .

Відповідь: H0 відхиляється. Переважає інтенсивність зсуву балів у сторону їх збільшення.

Таким чином, ми можемо зробити висновок, що проведений експеримент підтверджує гіпотезу дослідження про те, що якщо здійснити ПС шкільного курсу стереометрії, яка вимагає прикладної орієнтації цілей вивчення курсу стереометрії, прикладної орієнтації та структурування його змісту, використання системи ПЗ, то це буде сприяти формуванню вмінь та навичок застосовувати здобуті знання зі стереометрії для розв’язування задач, зокрема, ПЗ.

Висновки до другого розділу.

Ми пропонуємо вчителям для реалізації ПС систематичного курсу стереометрії методику, яка передбачає поєднання відомих та створених нами методичних рекомендацій щодо ПС на основі явного використання методу математичного моделювання у навчальному процесі. Вона передбачає чотири стадії реалізації.

На підготовчій стадії реалізації ПС стереометрії ми виділяємо складові діяльності вчителя з визначення прикладно-орієнтованих цілей та планування навчальної діяльності з вивчення курсу стереометрії у конкретному класі (класах). Засоби цієї діяльності такі: діюча програма; орієнтири дій для корекції звичайного планування у контексті ПС стереометрії; інформація про профіль, рівень навченості, особливості класу (класів); запропоновані зразки карток-НМТ і редакції цілей.

На початковій стадії реалізації ПС шкільного курсу стереометрії ми виділяємо: складові діяльності вчителя: постановка цілей, які повинні бути сформульовані як особистісно-значимі для старшокласників; розповідь учням про предмет стереометрії, про дедуктивну побудову шкільного курсу стереометрії, про метод математичного моделювання; надання учням інформації щодо організації вивчення цього курсу на основі системно-структурного розподілу матеріалу; складові діяльності учня із сприймання цілей, усвідомлення початкових характеристик курсу та планування своєї навчальної діяльності; складові спільної діяльності учителя та учня із з'ясування засобів досягнення поставлених цілей та особливостей цього процесу; заповнення карток-НМТ. Засоби діяльності на цій стадії такі: орієнтири дій для вчителя; картки-НМТ; комп'ютерно-комунікаційні технології.

На основній стадії реалізації ПС шкільного курсу стереометрії власне проявляються та діють такі найважливіші її чинники: прикладна орієнтація абстрактної частини шкільної стереометрії та залучення прикладної інформації на основі системно-структурного розподілу матеріалу; ПЗ; засоби наочності (зокрема, виготовлення моделей геометричних тіл у техніці орігамі); створення дидактичних матеріалів із прикладною інформацією; комп'ютерно-комунікаційні технології (зокрема, використання комп'ютерних програм GRAN-3D та «Стереометрія для нас»). Засоби спільної діяльності вчителя та учня на цій стадії такі: сформульовані основні та локальні рекомендації вчителю для прикладної орієнтації абстрактної частини стереометрії; визначена орієнтовна схема дій для учнів для розв'язування ПЗ; викладені прийоми роботи із складання ПЗ; складена система ПЗ.

На заключній стадії реалізації ПС шкільного курсу стереометрії ми виділяємо: складові діяльності вчителя із здійснення контролю (перевірки, оцінювання, обліку та корекції) результатів навчання; складові діяльності учня із виконання відповідних контролюючих завдань та власне оцінювання результатів їх виконання; складові спільної діяльності учителя та учня із здійснення корекції та прогнозування подальшої навчальної діяльності. Засоби діяльності на цій стадії такі: сформульовані для вчителя загальні підходи проведення контролю, методичні рекомендації для щодо етапів контролю в рамках кожної НМТ.

Розроблену методику ПС шкільного курсу стереометрії для досягнення кращих результатів в навчальному процесі доцільно використовувати цілісно, але цілком можливо на початкових етапах її запровадження, з метою апробації та адаптації до відповідного класу, ознайомлення, застосовувати її фрагментарно: локально для вивчення окремих частин стереометрії або фронтально протягом вивчення всього курсу брати окремі положення (наприклад, методичні рекомендації щодо прикладної орієнтації цілей вивчення кожної теми; використовувати ПЗ як доповнення до абстрактних стереометричних задач). Ця методика дозволяє вчителю врахувати профіль та рівень конкретного класу, здійснювати індивідуальний підхід: вибір відповідної прикладної інформації на етапі створення математичної моделі, вибір змісту бесід (про естетику пропорцій у природі та мистецтві, про літаючий острів Лапуту тощо), вибір сюжету ПЗ, заповнення карток-НМТ та ін. Для її реалізації не потрібен додатковий час. І що особливо важливо, старшокласники кожного разу чітко знають, для чого вони вивчають той чи інший матеріал та як вони можуть використовувати набуті ЗУН.

ВИСНОВКИ.

Результати проведеного теоретичного дослідження і педагогічного експерименту дають підставу для таких висновків.

1. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії - одна із цілей математичної освіти і основа, на якій опанування учнями математичних знань, вмінь та навичок їх використовувати, відбувається значно ефективніше. Забезпечення прикладної спрямованості сприяє формуванню стійких мотивів до навчання взагалі й до вивчення математики зокрема. Способи та засоби реалізації ПС, які вже були розроблені раніше, у нових суспільних умовах та вимогах сьогодення до рівня, якості та характеру математичної освіти набувають актуальності за умови модернізації, уточнення та розширення.
2. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії – це орієнтація цілей, змісту та засобів навчання стереометрії в напрямку набуття учнями в процесі математичного моделювання знань, вмінь і навичок, які використовуватимуться ними у різних сферах життя.
3. Прикладна спрямованість стереометрії містить потенціал формування продуктивного мислення, гуманізації навчання (за рахунок диференціації навчання і посилення мотивації), гуманітаризації навчання (залучення учня до творчої діяльності, наприклад, складання прикладних задач; озброєння учнів методом наукового пізнання – методом математичного моделювання; здійснення міжпредметних зв’язків, поповнення інтелектуального багажу старшокласника суспільно значимими знаннями про оточуючий світ).
4. Прикладна орієнтація цілей навчання забезпечує презентацію стереометрії (її окремих розділів, тем) як потрібного та важливого предмета, дозволяє викликати і підтримувати інтерес та зацікавленість у його вивченні.
5. Дієвими засобами прикладної спрямованості є комплексне використання методу математичного моделювання як способу вивчення курсу стереометрії і основи для формування вмінь, навичок розв’язувати прикладні задачі; застосування протягом вивчення стереометрії дидактичних матеріалів із прикладною інформацію; систематичне розв’язування та створення учнем власних прикладних задач; унаочнення стереометричних об’єктів за допомогою їх моделювання, зокрема, у техніці орігамі; доцільне та систематичне використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій (програмного засобу GRAN-3D та створеної комп’ютерної програми “Стереометрія для нас”).
6. Вивчення стереометрії на основі явного введення методу математичного моделювання дає можливість вивчати курс стереометрії як систему математичних моделей, які створені на основі реальних об’єктів шляхом розгляду їх форми та розмірів, що формує вміння геометричного бачення світу та науковий світогляд учнів. Система НМТ базується на певній математичній моделі (моделях), етапи вивчення кожної з них співвідносяться з етапами реалізації математичного моделювання. Старшокласнику корисно мати зразок (картки-НМТ) того, який зміст, обсяг знань та характер умінь та навичок він може досягти. Це дозволяє учню планувати, корегувати та контролювати свою навчальну діяльність. Посилюється мотивація вивчати абстрактний стереометричний матеріал, розв’язувати абстрактні стереометричні задачі для формування знань та вмінь дослідження математичних

моделей. З'являються передумови для того, щоб знання, які отримують учні, набули такі якості, як систематичність, системність.

7. Робота зі складеною системою прикладних стереометричних задач виступає ефективним засобом активізації пізнавальної діяльності старшокласників. Це відбувається завдяки підвищенню пізнавального інтересу, досягається зосередженням уваги на значенні стереометричних знань у реальному житті.

8. Пропонована методика реалізації прикладної спрямованості узгоджується із віковими, психологічними особливостями учнів старшої школи.

9. Розроблена методика реалізації прикладної спрямованості курсу стереометрії дозволяє врахувати окремі ідеї диференціації навчання: профіль класу, рівень навченості конкретного учня. Це проявляється на підготовчій (заповнення розроблених карток-НМТ) та початковій (мотивація навчальної діяльності) стадіях реалізації даної методики; на основній стадії у процесі відбору тематики прикладних задач із створеної системи (технічні задачі, історичні тощо).

10.Наочне моделювання окремих геометричних тіл за допомогою техніки орігамі є важливим фактором розвитку математичної інтуїції, просторового та креативного мислення, реалізації ідей фузіонізму у навчанні геометрії та формування інтересу до вивчення курсу стереометрії.

11.Розроблена і експериментально перевірена методика реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії може бути використана вчителями, методистами, авторами підручників для учнів і методичних посібників для вчителів. Для оволодіння цією методикою вчителю потрібна деяка попередня підготовка. Вона може бути здійснена на курсах підвищення кваліфікації або самостійно. Творче використання вчителями підготовлених нами матеріалів підвищує ефективність навчального процесу.

12.Розроблена методика реалізації прикладної спрямованості курсу стереометрії не ставить вимогу використовувати переважно певні методи навчання та організаційні форми, хоча і надає перевагу у формі рекомендацій окремим з них. Ця методика дозволяє легко поєднуватись із пануючою традиційною системою навчання, підкреслюючи існуючі, притаманні їй позитивні риси, нівелюючи недоліки, зокрема, орієнтацію навчальної діяльності на середнього учня, розв'язування лише абстрактних задач тощо.

13. Експериментальне дослідження показало, що розроблена методика сприяє підвищенню якості математичної підготовки учнів, посилює їх пізнавальну діяльність, допомагає подолати формалізм у навчанні, формувати позитивні мотиви навчальної діяльності та, як наслідок, сприяє досягненню учнями практичної компетентності, яка свідчить про готовність молоді до повсякденного життя, найважливіших видів суспільної діяльності, оволодіння майбутньою професією.

Проведене дослідження є завершеною роботою, яка водночас відкриває перспективи подальших розвідок. Зокрема, у таких напрямах: розробка нових комп'ютерних програм для підтримки реалізації прикладної спрямованості (зокрема , програми імітаційного моделювання діяльності учнів у процесі проведення лабораторних робіт); створення нових прикладних задач і матеріалів; тьюторський супровід напрямів профілізації старшої школи; використання даної методики для організації повторення стереометрії на підготовчих відділеннях до вищих навчальних закладів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1.Адыгозалов А.С. Реализация прикладной функции школьного курса математики на основе межпредметных связей в условиях непрерывного образования: Автореф. дисс. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Азербайджанский гос. пед. ун-т им. Н . Туси. – Баку, 1992. – 42с.

2.Александров А.Д. и др. Геометрия для 10-11 классов: Учеб. пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики / А.Д.Александров, А.Л.Вернер, В.И.Рыжик. – 3-е изд., перераб. – М.: Просвещение, 1992. – 464с.

3.Александров А.Д. О геометрии // Математика в школе. – 1980. – №3. – С.56-62.

4.Алешина Т.Н. и др. Учебные задания по математике для IX-X классов: Сборник задач с прикладным и практическим содержанием. – М.: Ротапринт НИИ школ МНО РСФСР, 1989. – 92с.

5.Амонашвили Ш.А. Воспитательная и образовательная функция оценки учения школьников. – М.: Педагогика, 1984. – 297с.

6.Ананьев Б.Г. Пространственное различение. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1955. – 188с.

7.Ананьев Б.Г., Дворяшина М.Д., Кудрявцева Н.А. Индивидуальное развитие человека и константность восприятия. – М.: Просвещение, 1968. – 326с.

8.Андрущенко І.В. Математика. – Київ-Відень: Вид-во І.В.Андрущенко, 1919. – 86с.

9.Антонов Н.П., Выгодский М.Я., Никитин В.В. Сборник задач по элементарной математике: Пособие для самообразования. – М.: Наука, 1965. – 528с.

10.Арженников К.П. Сборник упражнений по геометрии: Пособие для начальных училищ. – М.: Изд-во книжн. магазина М.Д.Наумова, 1910. – 75с.

11.Артемов А.К. Состав и формирование геометрических учений школьников. – Пенза: Приволжское книжное изд-во, 1969. – 368с.

12.Астряб О.М., Хлєбніков К.О., Шингарьова Р.М. Розв’язування стереометричних задач. – Київ - Харків: Рад. шк., 1936. – 126с.

13.Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Геометрія. 10-11 класи: Пробний підручник. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2003. – 264с.

14.Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Дидактичні матеріали з геометрії. 10-11 класи: Навчальний посібник. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2003. – 136с.

15.Афонькин С.Ю., Афонькина Е.Ю. Все об оригами. – СПб: ООО «Кристалл», 2004. – 272с.

16.Балк М.Б., Петров В.А. О математизации задач, возникающих на практике // Математика в школе. – 1986.–– №3. - С. 55-57.

17.Балл Г.А. Теория учебных задач: Психолого-педагогический аспект. – М.: Педагогика, 1990. – 184с.

18.Бевз В.Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів: Монографія. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2005. – 360с.

19.Бевз Г.П. Геометрія: Підруч. для 10-11 кл. загальноосвіт. навч. закладів / Г.П.Бевз, Н.Г.Владімірова. – К.: Вежа, 2002. – 224с.

20.Бевз Г.П. Геометрія в загальноосвітній школі // Математика в школах України. – 2003. – №1(13). - С.1-6; №2(14).- С.1-6.

21.Бевз Г.П. Методика розв’язування стереометричних задач: Посібник для вчителя. – К.: Рад. шк., 1988. – 192с.

22.Бевз Г.П. Методи навчання математики. – Харків: Вид. група “Основа”, 2003.- 96с. – (Серія “Бібліотека журналу “Математика в школах України”; Вип.4).

23.Бевз Г.П. Методика викладання математики. – К.: Вища шк., 1977. – 376с.

24.Бевз Г.П. Люблю геометрію // Математика в школах України. – 2005.–– №10(94). - С.2-8.

25.Бевз Г.П. Післяріздвяні роздуми // Математика в школах України. – 2004. – №8(56). - С.2-5.

26.Бевз Г.П. Прикладна спрямованість шкільного курсу геометрії: Посіб. для вчителя. – К.: Видавниче підприємство «Перше вересня», 1999. – 56с. – (Серія “Бібліотечка “Першого вересня”; липень 1999, №25-28).

27.Бевз Г.П. Програми з математики в школах Радянської України // Методика викладання математики. – 1968. – Вип. 4. – С.80 – 97.

28.Бевз Г.П. Чи деградує шкільна математика? // Математика в школах України. – 2002. – №4(16). - С.1-7.

29.Бекбоев И. Задачи с практическим содержанием как средство раскрытия содержательно-прикладного значения математики в восьмилетней школе. – Фрунзе: МЕКТЕП, 1967 – 156с.

30.Бекбоев И. Задачи с практическим содержанием как средство раскрытия содержательно-прикладного значения математики в 8-й школе: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Узбекский научно-исследовательский ин-т пед. наук. – М., 1966. – 30с.

31.Бекбоев И.К. К вопросу осуществления связи обучения математике с жизнью. Обучение математике на материале задач с практическим содержанием. – Фрунзе: Изд-во МЕКТЕП, 1964. – 132с.

32.Белим С.Н. Задачи по геометрии, решаемые методами складывания (оригами). – М.: «Аким», 1998. – 64с.

33.Беллюстин В.К. Очерки по методике геометрии. – М.: Типография Г.Лиснера и Д.Собко, 1912. – 48с.

34.Берг М.Ф. Рабочая книга по математике / Под редакцией Воронца А.М. - Л.М.: Гос. изд-во, 1927. – 232с.

35.Беспалова Г.М. Как учить подростка?! Программа тьюторского сопровождения // Демократическая школа. - 2003. - №2. - С.39-43.

36.Білий Б.М. Методика викладання математики. Становлення і розвиток в УРСР. – К.: Редакційно-видав. відділ Київського торгово-економ. ін-ту, 1971 – 288с.

37.Блейк С., Пейп С., Чошанов М.А. Использование достижений нейропсихологии в педагогике США // Педагогика. - 2004. - №5. - С.85-90.

38.Блехман И.И. Прикладная математика: предмет, логика, особенности подходов. – К.: Наукова думка, 1976. - 272с.

39.Богачок А.Л., Розенберг А.І. Курс математики для комвишів, робітничих університетів та денних радпартшкіл. – Харків: ДВОУ «Рад. шк.», 1932. – 488с.

40.Богомолов С.А. Геометрия. – М. – Л.: Учпедгиз, 1949. – 320с.

41.Богуславський І.П. Збірник практичних задач і вправ з геометрії (для восьмирічної школи): Посібник для вчителів. – К.: Рад. шк., 1961. – 36с.

42.Бондар В.І. Дидактика. – К.: Либідь, 2005. – 264с.

43.Борель Э. Элементарная математика: В 2 ч.– Одесса: Госиздат Украины, 1922. – Ч. 2. Геометрия. - 332с.

44.Бродський Я., Великодній С., Павлов О. Про прикладну спрямованість навчання математики // Рідна школа. – 2006.–– №2 (913). - С.60-63.

45.Бродський Я.С., Гречук В.Ю., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Стереометрія у старшій школі: Посібник для вчителя. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2005. – 404с.

46.Бродський Я., Павлов О. Діагностика математичної підготовки // Математика в школі. – 1998.–– №4. - С.10-15.

47.Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Чи потребує реформування геометрична освіта? // Математика в школах України. – 2004. – №7 (55). - С.2-6.

48.Бурда М., Мальований Ю. Програма з математики для шкіл гуманітарного напряму, 10-11класи // Математика в школі. – 2003. – №6. - С.14-16.

49.Бурда М.І., Жалдак М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М., Шкіль М.І., Ядренко М.Й. Програма поглибленого вивчення математики в 10-11 профільних класах // Математика в школі. – 2003. – №7. - С.19-25.

50.Бурда М.І. Оперування геометричними поняттями при розв'язуванні задач // Методика викладання математики. – 1976. – Вип. 11 – С.20–27.

51.Былянкин И.К. Краткий очерк развития математики от древних времен до наших дней. – К.: Типогр. импер. ун-та Св. Владимира, 1908. – 20с.

52.Варданян С.С. Методика использования прикладных задач при обучении геометрии в восьмилетней школе: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Московский гос. пед. ин-т им. В.И.Ленина. – М., 1980. – 14с.

53.Ващенко-Захарченко М.Е. Элементарная геометрия в объеме гимназического курса. – К.: Типогр. Импер. Ун-та Св. Владимира, 1883. – 356с.

54.Великодний С. Урок прикладної задачі. Формування навичок математичного моделювання // Математика в школі. – 2003. – №2. – С.26-30.

55.Великодний С. Математичне моделювання в основній школі // Математика в школі. – 2005. – №8. - С.21-26.

56.Веревский А. Сборник геометрических задач в объеме курса городских училищ по положению 31–го мая 1872г. – К.: Типо-литогр. Вышсочайшее утв. И.Н.Кушнарев и К°, 1891. – 128с.
57.Вертгеймер М. Продуктивное мышление. – М.: Прогресс, 1987. – 335с.
58.Вивчення геометрії у загальноосвітній школі: Методичний лист / І.Ф.Тесленко. – К.: Рад. шк., 1984. – 88с.
59.Викладання математики в середній школі при політехнічному навчанні: Збірник статей / Під ред. О.М.Астряба. – К.: Рад. шк., 1954. – 304с.
60.Вікова та педагогічна психологія: Навч. посіб. / О.В.Скрипченко, Л.В.Долинська, З.В.Огороднійчук та ін. – К.: Просвіта, 2001. – 416с.
61.Вітюк О.В. Використання педагогічного програмного засобу GRAN-3D під час вивчення курсу стереометрії // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2001. - №3. – С.18-21.
62.Владимиров З.И. Сборник задач и упражнений по геометрии для средних учебных заведений. – СПб: "Сотрудник" , 1912. – 176с.
63.Возняк Г.М., Маланюк К.П. Прикладна спрямованість шкільного курсу математики: Розв'язування екстремальних задач: Метод. посібник. – К.: Рад. шк., 1984. – 80с.
64.Возняк Г.М., Маланюк М.П. Взаємозв'язок теорії з практикою в процесі вивчення математики: Посібник для вчителя. – К.: Рад. шк., 1989. – 128с.
65.Воловик П. Проблеми порівняння ефективності різних форм і методів навчання та виховання // Неперервна професійна освіта: теорія і практика. – 2001. – Випуск 2. – С.123-129.
66.Воловик П. Проблеми порівняння результатів педагогічних експериментів // Неперервна професійна освіта: теорія і практика. – 2002. – Випуск 1(5). – С.99-107.
67.Волович М.Б. Наука обучать: технология преподавания математики. – М.: Linka – Press, 1950. - 280с.
68.Вольф Г. Математика и живопись. – Л.: Красный печатник, 1924. – 96с.
69.Вулих З. Краткий курс геометрии и собрание геометрических задач. – СПб.: Типография В.Безобразова и К°, 1910 – 186с.
70.Выгодский М. Я. Геометрия для самообразования. – М. - Л.: Гостехиздат, 1950. – 199с.
71.Выготский Л.С. Избранные психологические исследования. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1956. – 520с.
72.Гангнус Р.В., Гурвиц Ю.О. Геометрия: Методическое пособие: В 2 ч. – М.: Учпедгиз, 1936. – Ч.2. - 328с.
73.Гасан А.С., Заморский А.Ф. Сборник задач по спецтехнологии для строительных профтехучилищ. - К.: Вища шк., 1975. –104с.
74.Геометрия: Учеб. для 10-11 кл. сред. шк. / Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов, С.Б.Кадомцев и др. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1993. – 207с.
75.Геометрія: Підруч. для учнів 10-11 кл. з поглиб. вивч. математики в серед. загальноосвіт. закладах / Г.П.Бевз, В.Г. Бевз, В.М.Владіміров, Н.Г.Владімірова. – К.: Освіта, 2000. – 239с.
76.Гибсон Д.Д. Экологический подход к зрительному восприятию. – М.: Прогресс, 1988. – 461с.
77.Гика Д., Муромцев А. Геометрические задачи: Курс средних учебных заведений. – М.: Изд-во кн. магазина М.Д. Наумова,1902. – 162с.
78.Гласс Дж., Стэнли Дж. Статистические методы в педагогике и психологии. – М.: Прогресс, 1976. – 495с.
79.Глейзер Г.Д. Взаимосвязь обучения геометрии и жизненного опыта учащихся восьмилетней вечерней (сменной) школы: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Научно-исследовательский ин-т общего и политехн. образования. - М., 1966. – 21с.
80.Глейзер Г.Д. Каким быть школьному курсу геометрии // Математика в школе. – 1991. – №4. - С. 68-71.
81.Глейзер Г.Д. Развитие пространственных представлений школьников при обучении геометрии. – М.: Педагогика, 1978. – 104с.
82.Гнеденко Б.В. Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике. – М.: Просвещение, 1982 . – 144с.
83.Гнеденко Б.В. Математика и математическое образование в современном мире. – М.: Просвещение, 1985. – 192с.
84.Головахова Е.И., Панина Н.В. Психология человеческого взаимопонимания. – К.: Политиздат Украины, 1989. – 189с.
85.Голубенко М., Карпенко Н., Фесенко В. Курс математики для семирічної школи: Книжка для учнів. – Харків: Книгоспілка, 1926. – 124с.

86.Голубенко М.П., Коваленко Є.А., Сігідін М.Д. Курс математики. – Харків: Держ. вид-во України, 1930. – 372с.

87.Гольтиков В.Ф. Развитие методики преподавания математики. Из истории русского учебника геометрии для средней школы. – Челябинск: Южно – Уральское кн. изд-во, 1966. – 57с.

88.Гончаренко Б.Г. Задачи и вопросы по стереометрии (для устного решения). Многогранники и тела вращения. – М. : Просвещение, 1964. – 96с.

89.Гончаренко С.У. Український педагогічний словник. – К: Либідь, 1977. – 376с.

90.Горошко Ю.В. Вплив нової інформаційної технології на практичну значимість результатів навчання математики в старших класах середньої школи: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Український державний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова. – К., 1993. – 24с.

91.Горст А.М. Элементарная геометрия и собрание геометрических задач и упражнений для средних учебных заведений. – П.-К.: Книгоизд-во «Сотрудник», 1912. – 290с.

92.Грабарь М.И., Краснянская К.А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы. – М.: Педагогика, 1977.- 136с.

93.Граціанська Л.М. – [Дорошкевич Л.М.] Народна математика. – К.: Вид-во УАН, 1929. – 16с.

94.Граціанська Л.М. Нариси з народної математики України. – К.: Вид-во Київського ун-ту, 1968. – 100с.

95.Грибанов В.У. Приближенные вычисления в средней школе. – М.: Просвещение, 1964. – 112с.

96.Грицаенко Н.П. Устные упражнения по математике для 8-10 классов: Пособие для учителя. – К.: Рад. шк., 1988. – 158с.

97.Гуржій А.М., Орлова І.В., Шут М.І., Самсонов В.В. Засоби навчання загальноосвітніх навчальних закладів (теоретико-методологічні основи): Навч. посібник. - К.: НМЦ засобів навчання, 2001. – 95с.

98.Гурьев П., Дмитриев А. Практические упражнения в геометрии или собрание геометрических вопросов и задач с их ответами и решениями: В 2 ч. – СПб.: Типография К.Жернакова, 1844. – Ч.1.- 228с.

99.Гуткин Л.И. Сборник задач по математике с практическим содержанием (для техникумов). – М.: Высшая школа, 1968. – 108с.

100.Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении: Логико-психологические проблемы построения учебных предметов. – М.: Пед. общ-во России, 2000. – 480с.

101.Давыдов А. Элементарная геометрия в объеме гимназического курса. – М.: Тов.-во Печатня Яковлева С.П., 1912. – 348с.

102.Далингер В.А. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1991. – 80с.

103.Делоне Б., Житомирский О. Задачник по геометрии. – М.-Л.: Гос. изд-во технико-теор. лит-ры, 1952. – 296с.

104.Денисов П.И. Связанное с жизнью обучение на уроках математики: Автореф. дисс. … канд. пед. наук: 13.00.02 / Киргизский гос. ун-т. – 1966. – 14с.

105.Дербенев Я. Элементарный курс математики / Под ред. Козюлькина С.А. – Л.-М.: «Долой неграмотность», тип. им. Е.Соколовой, 1928. – 210с.

106.Державна національна програма «Освіта» Україна XXI століття. – К.: «Райдуга», 1994. – 62с.

107.Державний стандарт базової і повної середньої освіти // Математика в школі. – 2004. - №2. – С.2-5.

108.Дидактика средней школы. Некоторые проблемы современной дидактики: Учеб. пособие для студентов пед. ин-в / Под ред. М.А.Данилова, М.Н.Скаткина. – М.: Просвещение, 1975. – 303с.

109.Дистервег А. Комментарий к элементарной геометрии: Для учителей. – СПб.: Типография Неклюдова, 1870 – 44с.

110.Дистервег А. Элементарная геометрия для школ и вообще для начинающих. – СПб: Изд-во кн. магазина Черкасова, 1873. – 106с.

111.Дорф П.Я. Учебные пособия по математике в средней школе. – М.: Учпедгиз, 1941. – 145с.

112.Дремова І. А. Контроль знань учнів з алгебри в основній школі: Дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 – К., 2004. – 210с.

113.Дубинчук О.С., Нестеренко Т.Я., Тесленко И.Ф. О преподавании математики в связи с трудовым и производственным обучением. – М.: Учпедгиз, 1962. – 107с.

114.Дубинчук О.С., Слєпкань З.І., Філіпова С.М. Методичні особливості навчання геометрії в середньому ПТУ: Посібник. – К.: Вища. шк., 1992. – 271с.

115.Дутка Г.Я. Формування вмінь студентів розв'язувати прикладні задачі при навчанні математики в коледжах економічного профілю: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – К., 1998. – 233с.

116.Дюпень К. Геометрия и механика искусств, ремесел и изящных художеств. – СПб: Типогр. мед. департамента мин-ва внутр. дел, 1830. – 530с.

117.Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів. – К.: Техніка, 1997. – 303с.

118.Забродський М.М. Педагогічна психологія: Курс лекцій. – К.: МАУП, 2000. – 100с.

119.Загорский А.Н. Формирование и развитие пространственных представлений у учащихся в курсе математики восьмилетней школы на основе межпредметных связей: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Ленинградский гос. пед. ин-т имени А.И. Герцена. – Л., 1986. – 16с.

120.Закон України «Про загальну середню освіту» // Інформаційний збірник МО України. – К.: Педагогічна преса, 1999 - №15, серпень. – С.6-31.

121.Занков Л.В. Дидактика и жизнь. – М.: Просвещение, 1968. – 176с.

122.Занков Л.В. Избранные педагогические труды. – М.: Педагогика, 1990. – 424с.

123.Занюк С.С. Психологія мотивації: Навч. посібник. – К.: Либідь, 2002. – 304с.

124.Захарова А.В. Психология обучения старшеклассников. – М.: Знание, 1976. – 64с.

125.Збірник тестових завдань з математики для абітурієнтів / В.І.Беспальчук, А.В.Прус, І.А.Сверчевська та ін.; Під. ред. В.В.Михайленка. – Житомир: ЖДТУ, 2005. – 196с.

126.Зинченко П.И. Непроизвольное запоминание. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1961. – 562с.

127.Знаменский М.Е. Геометрические фигуры в технических формах: Пособие для учителей средней школы. – М.: Гос. уч.-пед. изд-во МП РСФСР, 1960. – 160с.

128.Зорина Л.Я. Дидактические основы формирования системности знаний старшеклассников. – М.: Педагогика, 1978. – 128с.

129.Зорина Л.Я. Отражение идей самоорганизации в содержании образования // Педагогика. - 1996. - №4. – С.105-109.

130.Зыкова В.И. Формирование практических умений на уроках геометрии / Под ред. К.А.Менчинской. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1963. – 200с.

131.Извольский Н. Методика геометрии. – Пб: Изд-во Брокгауз-Ефрон, 1924. – 161с.

132.Ингенкамп К. Педагогическая диагностика. – М.: Педагогика, 1991. – 238с.

133.Иржавцева В.П., Федченко Л.Я. Систематизация и обобщение знаний учащихся в процессе изучения математики: Пособие для учителей / Под ред. Н.Л.Коломинского. – К.: Рад. шк., 1989. – 208с.

134.Ительсон Л.Б. Математические и кибернетические методы в педагогике. – М.: Просвещение, 1964. – 243с.

135.Іваниця А. - Яновська З. Робоча книга з математики для старших груп трудшколи: В 2 ч. – К.: Книгоспілка, 1929. – Ч.1 - 208с.

136.Іванова С.В. Формування геометричних умінь старшокласників шкіл (класів) гуманітарного профілю: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – Одеса, 1999. – 203с.

137.Ігнатенко М.Я. Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики: Дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02. – К., 1997. – 335с.

138.Ігнатенко М.Я., Соколенко Л.О. Реалізація прикладної спрямованості шкільного курсу математики як засіб активізації навчально-пізнавальної активності учнів: Навч. посібник. – К.: ІЗМН, 1997. – 76с.

139.Інструктивно-методичний лист про вивчення математики у 2003-2004 н.р. // Математика в школі. – 2003. – №6. - С.2-7.

140.Інструктивно-методичний лист про вивчення математики у 2004-2005 н.р. // Освіта України. – 29 червня 2004р. - №50-51. – С.1-7.

141.Інформаційно-методичний лист МОН України №   - 97 від 7.03.2001: Про проведення навчальних екскурсій та навчальної практики учнів загальноосвітніх навчальних закладів // Інформаційний збірник МОН. – 2001. - №6. – С. 26-30.

142.Калмыкова З.И. Продуктивное мышление как основа обучаемости. – М.: Педагогика, 1981. – 200с.

143.Каплунович И.Я. Понимание: диагностика и формирование // Педагогика. - 2004. - №9. - С.42-52.

144.Карамов Л. Система упражнений с практическим содержанием в курсе геометрии старших классов вечерней школы: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Ташкентский гос. пед. ин-т им. Низами. - Ташкент, 1975. – 46с.

145.Карасев П.А. Элементы геометрии, изучаемые на перегибании листка бумаги. – М.-П.: Госиздат, 1923. – 107с.

146.Карасев П.А., Попов П.И. Сам измеряй и сам вычисляй: Рабочая тетрадь по геометрии. - Л.-М.: “Красный пролетарий”, 1930. – 47с.

147.Карлащук А.Ю. Формирование исследовательских умений школьников в процессе решения математических задач с параметрами: Дисс. … канд. пед. наук: 13.00.02 – Донецк, 2001. – 242с.

148.Качество знаний учащихся и пути его совершенствования / Под ред. М.Н.Скаткина, В.В. Краевского. – М.: Педагогика, 1978. – 208с.

149.Квасникова З.Я., Поспелов А.И., Ермолаева Е.Н., Калиткин Н.М. Сборник задач по геометрии. - М.: Просвещение, 1964. – 146с.

150.Кемпбель В. Наглядная геометрия: Пособие для обучения и самообучения с введением Филлипса А. – М.: Просвещение, 1914. – 207с.

151.Кемпинский Г. Жизненная геометрия / Перев. под ред. и с предисловием Воронца А.М. – М.: Изд-во «Работник Просвещения», типография «Мосполиграф», 1925. – 180с.

152.Кильман П. Стереометрия. – СПб.: изд-во Г.В.Гольстена, 1901 – 108с.

153.Кисельов А.П. Геометрія: В 2 ч.: Підручник для IX-X класів середньої школи. – К.: Рад. шк., 1957. – Ч.2. - 96с.

154.Клопський В.М., Скопець З.А, Ягодовський М.І. Геометрія: Навчальний посібник для 9 і 10 класів середньої школи. – К.: Рад. шк., 1982. – 256с.

155.Ковалева Г.С., Маслова Г.Г. О Международном исследовании интеллектуальных и практических умений школьников 13 лет // Математика в школе. – 1993. - №1. - С.35-39.

156.Коваленко О. Практична геометрія: Підручник для вищих початкових шкіл та молодших класів шкіл середніх. – Київ-Відень-Харків: «Дзвін», 1919. – 117с.

157.Коваль С. От развлечения к знаниям. Математическая смесь. – Варшава: Вид-во науково-технічне, 1975. – 539с.

158.Колдашев А.М. Связь обучения математике с производственным трудом учащихся старших классов вечерних (сменных) школ. – М.: Учпедгиз, 1963. – 108с.

159.Колмакова Н.Р. Прикладные задачи как средство пропедевтики основных понятий математического анализа в школе: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Московский гос. заоч. пед. ин-т им. В.И. Ленина. – М., 1992. – 16с.

160.Колягин Ю.М., Оганесян В.А. Учись решать задачи: Пособие для учащихся VII-VIII кл. – М.: Просвещение, 1980 – 96с.

161.Колягин Ю.М., Пикан В.В. О прикладной и практической направленности обучения математике // Математика в школе. – 1985. - №6. - С.27-32.

162.Колягин Ю.М., Харьковская В.Ф., Гульчевская В.Г. О системе учебных задач как средстве развития математического мышления школьников: Из опыта преподавания математики в средней школе: Пособие для учителей / Сост.: А.В.Соколова, В.В.Пипан, В.А.Оганесян. - М.: Просвещение, 1979. – С.114 - 118.

163.Комп’ютер на уроках геометрії: Посібник для вчителів / М.І.Жалдак, О.В.Вітюк. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2000. – 168с.

164.Кон И.С. Психология ранней юности: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1989. – 255с.

165.Конфорович А.Г. Математика служит человеку. – К.: Рад. шк., 1984. – 167с.

166.Концепція математичної освіти 12-річної школи // Математика в школі. – 2002. - №2. – С.12-17.

167.Концепція профільного навчання у старші школі // Математика в школі. – 2006. - №4. – С.2-7.

168.Король Л.М., Музика О.О. Самостійна робота студентів з психології: Навч.-метод. посібник. – Житомир: Вид-во ЖДУ імені Івана Франка, 1999. – 38с.

169.Короткова Л.М. Математический практикум как средство усиления прикладной и практической направленности обучения: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Ин-т общего образования МО российской Федерации. – М., 1992. – 16с.

170.Кравчук В.Р., Янченко Г.М. Математика. 6 клас. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2001. – 288с.

171.Краснянская К.А., Кузнецова Л.В. Результаты международного исследования математической подготовки школьников 9 и 13 лет // Математика в школе. – 1993. - – №2. - С.39-44.

172.Крилова Т.В. Наукові основи навчання математики студентів нематематичних спеціальностей: Автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / НПУ імені М.П.Драгоманова. – К., 1999. – 40с

173.Кропотов А.И., Марон И.А. Остроградский М.В. и его педагогическое наследие: Пособие для учителей. – М.: Гос. уч.-пед. изд-во МП РСФСР, 1961. – 204с.
174.Крутецкий В.А., Лукин М.С. Очерки психологии старшего школьника. – М.: Гос. уч. - пед. издательство МП РСФСР, 1963 – 200с.
175.Крутихина М.В. Обучение элементам моделирования при решении сюжетных задач в курсе алгебры 8-летней школы как путь реализации прикладной направленности школьного курса математики: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Ленинградский гос. пед. ин-т им. А.И. Герцена. – Л., 1986. – 16с.
176.Кудрявцев Л.Д. Мысли о современной математике и ее изучении. – М.: Наука, 1977. – 112с.
177.Кулишер А.Р. Методика и дидактика геометрии. – Петроград: Сеятель, 1923. – 208с.
178.Кульчицька Н.В. Вивчення стереометрії в старшій школі в умовах використання нової інформаційної технології: Дис. ... канд. пед. наук: : 13.00.02. – К., 1993. – 208с.
179.Кушнир И.А. Драма геометрии // Математика в школах України. – 2002 - №6(18). - С.1-2.
180.Кыверялг А.А. Методы исследования в профессиональной педагогике. – Таллин: Валгус, 1980. – 334с.
181.Лебедев О.Е. Реализация целей общего образования в вечерней школе: Взаимосвязь целей обучения и мотивов учения. – М.: Педагогика, 1980. – 166с.
182.Леве А. Наглядная геометрия и собрание геометрических задач. – СПб: Типография братьев Кругъ, 1873. – 284с.
183.Левитин К.Е. Геометрическая рапсодия. – М.: ИД «Камерон», 2004. – 216с.
184.Лейтес Н.С. Умственные способности и возраст. – М.: Педагогика, 1971. – 280с.
185.Леонтьев А.Н. Проблемы развития психики. – М., Изд-во Московского унта, 1972. – 576с.
186.Лернер И.Я. Качества знаний учащихся. Какими они должны быть? – М.: Знание, 1978. – 48с.
187.Лернер И.Я. Процесс обучения и его закономерности. – М.: Знание, 1980. – 96с.
188.Лернер Г.И. Психология восприятия объемных форм: (По изображениям). – М.: Изд-во МГУ, 1980. – 135с.
189.Лиман М.М. Практические задачи по геометрии для 8-летней школы: Пособие для учителей. – М.: Гос. уч. - пед. издательство МП РСФСР,1961. – 92с.
190.Линдсей П., Норман Д. Переработка информации у человека. – М.: Мир, 1974. – 550с.
191.Лисова М.И. Обучения учащихся средней школы решению задач на многогранники: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Минский гос. пед. инт. им. А.М. Горького – Минск, 1985. – 20с.
192.Лісіна Л.О. Розвиток пізнавальної активності школярів старших класів у процесі вивчення предметів фізико–математичного циклу: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – Запоріжжя, 2000. – 208с.
193.Лоповок Л.М. Сборник геометрических задач для 10 класса. – К.: Рад. шк., 1979. – 85с.
194.Лоповок Л.М. Сборник задач по геометрии для 9 и 10 классов: Дидактические материалы / Под ред. И.Ф. Тесленко. – К.: Рад. шк., 1984. – 120с.
195.Лоповок Л.М. Сборник задач по стереометрии. – М.: Гос. уч.-пед. изд-во МП РСФСР,1959. – 168с.
196.М’ясоїд П.А. Загальна психологія: Навч. посіб. – 2-ге вид., допов. – К.: Вища шк ., 2001. – 487с.
197.Максимов В.Г. Педагогическая диагностика в школе: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений – М.: Академия, 2002. – 272с.

198.Малинин А. Геометрия и собрание геометрических задач. Руководство для уездных и городских училищ. – М.: Т-во И.Д.Сытина, 1918. – 207с.
199.Материалы I и II Сибирских конференций “Оригами в учебном процессе” (3-5 ноября 1997 года, г. Омск; 3-5ноября 1998 года, г. Омск) // Оригами. - 1999. - №1-2(16). - С.1-32.
200.Матюгина Р.Н. Практические работы по геометрии в 5-10-х классах, как элемент политехнического обучения: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Ленинградский гос. пед. ин-т. – Л., 1954. – 17с.
201.Межейнікова Л.С. Активізація пізнавальної діяльності учнів основної школи в процесі розв’язування математичних задач фінансового змісту: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – К., 2005. – 244с.
202.Метельский Н.В. Психолого-педагогические основы дидактики математики. – Минск: Вышэйш. шк., 1977. – 160с.
203.Методика викладання математики і фізики: Респ. науково-метод. зб. / Редкол.: О .І. Бугайов (відп. ред.) та ін. – К.: Освіта, 1991. – Вип. 7. - 160с.
204.Методика викладання математики: Респ. науково-метод. зб. / Під ред. Г.П.Бевза. – К.: Рад. шк., 1983. – Вип.14. - 112с.
205.Методика викладання стереометрії / За ред. О.М.Астряба, О.С.Дубинчук. – К.: Рад. шк., 1956. - 280с.
206.Методика преподавания геометрии в старших классах средней школы / Под ред. А.И.Фетисова. - М.: Просвещение, 1967. – 272с.
207.Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика: Учеб. пособие для студентов пед. институтов / А.Я.Блох, Е.С.Калинин, Р.С.Черкасов, А.А. Столяр. – М.: Просвещение, 1985. –336с.
208.Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика: Учеб. пособие для студентов пед. ин-в по физ.-мат. спец. / И.Я.Блох, В.А.Гусев, Г.В. Дорофеев и др.; Сост. В.И.Мишин. – М.: Просвещение, 1987. – 416с.
209.Мирзоахмедов М. Методика обучения решению прикладных задач при углубленном изучении математики. Дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – М., 1990. – 125с.
210.Михайленко В.Е., Кащенко А.В. Природа – геометрия – архитектура. – К.: Будівельник, 1988. – 176с.
211.Мойсеюк Н.Є. Педагогіка: Навчальний посібник. - К.: ВАТ «КДНК», 2001. – 608с.
212.Морозов Г.М. Проблема формирования умений, связанных с применением математики: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Научно-исследовательский ин-т содержания и методов обучения АПН СССР. – М., 1978. – 22с.
213.Мотова З.П. Связь теории с практикой в преподавании геометрии. – Ростов-на-Дону: Ростовское книжн. изд-во, 1959. – 48с.
214.Морзе Н.В. Методика навчання інформатики: Навч. посіб.: У 4 ч. / За ред. М.І.Жалдака. – К.: Навчальна книга, 2003. – Ч.1: Загальна методика навчання інформатики. – 254с.
215.Моуз Э.Э., Даунс Ф.Л. Геометрия. – М.: Просвещение, 1972. – 622с.
216.Мочник Ф. Геометрія для кляс висших гімназійних. – Львів: З друкарні наукового т-ва ім. Шевченко, 1880. – 330с.
217.Мрочек В., Филиппович Ф. Педагогика математики. – СПб: Изд-во О.Богдановой, 1910. – 380с.
218.Мышкис А.Д., Шамсутдинов М.М. К методике прикладной направленности обучения математике // Математика в школе. – 1988. - №2. - С.12-14.
219.Мышкис А.Д. О прикладной направленности школьного курса элементов математического анализа // Математика в школе. – 1990. - №6. - С.7-11.

220.На путях обновления школьного курса математики: Сборник статей и материалов: Пособие для учителей / Сост. А.И.Маркушевич, Г.Г.Маслова, Р.С.Черкасов. – М.: Просвещение, 1978. – 303с.
221.Натансон И.П. Простейшие задачи на максимум и минимум. – М.-Л.: Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 1960. – 31с.
222.Наумов Д.В. Мир океана: Рассказы о морской стихии и освоении ее человеком. – М.: Политиздат, 1991. – 672с.
223.Національна доктрина розвитку освіти // Освіта. - 24 квітня – 1 травня 2002р. - №26 (4984). – С.2-4.
224.Неплях М.С. Збірник задач з геометрії на базі техніки: Посібник для вчителів: – К.: Рад. шк.,1965. – 51с.
225.Нестеренко Т.Я. Методика вивчення стереометричного матеріалу у восьмирічній школі: Посібник для вчителів. – К.: Рад. шк., 1961. – 80с.
226.Никофорова М. Новые компьютерные технологии // Математика. - 2004. - №31. - С.28-30.
227.Нічуговська Л. Прикладні аспекти математики: лінійна функція та її економічне застосування // Математика в школі. – 2003. - №8. - С.43-47.
228.О совершенствовании методов обучения математике: Пособие для учителей: Сб. ст. / Сост. В.С.Крамор. – М.: Просвещение, 1978. – 160с.
229.Ожегов С.И. Словарь русского языка / Под. ред. Н.Ю.Шведовой. – 13-е. изд. – М.: Русский язык, 1981. – 816с.
230.Оконь В. Введение в общую дидактику. – М.: Высш. шк., 1990. – 382с.
231.Орехов Ф.А. Графические лабораторные работы по геометрии: Пособие для учителей 8-х классов. – М.: Просвещение, 1967. – 78с.
232.Осинская В.Н. Активизация познавательной деятельности учащихся на уроках математики в 9-10 классах: Учебно-методическое пособие. – К.: Рад. шк., 1980. – 143с.
233.Островерхова Н.М. Аналіз уроку: концепції, методики, технології. – К.: Інкос, 2003. – 352с.
234.Острогорский А.Н. Избранные педагогические сочинения. – М.: Педагогика, 1985. – 352с.
235.Остроградський М.В. Підручник з елементарної геометрії. – Тернопіль: Підручники та посібники, 2001. – 432с.
236.Пак В.В. Математика как инструмент формирования инженерного мышления // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2002. – Вип.14. – С. 18-22.
237.Панченко Л. Система прикладних задач як засіб формування вмінь математичного моделювання у майбутніх учителів математики // Математика в школі. – 2004. - №9-10. - С.21-28.
238.Пастушенко Р.Я., Пастушенко Н.М. Діагностування навченості: Гуманітарні дисципліни. – Львів: ВНТЛ, 2000. – 125с.
239.Перельман Я.И. Занимательная геометрия на вольном воздухе. – Л.: Время, 1929. – 232с.
240.Перельман Я.И. Новый задачник по геометрии. – П.: Гос. изд-во, типография «Печатный Двор», 1923. – 171с.
241.Перельман Я.И. Практические занятия по геометрии. – Л.: Время, 1924. – 120с.
242.Перельман Я.І. Жива геометрія: Теорія і завдання. – Харків.: «Униздат», 1930. – 130с.
243.Перепелкин Д.И. Курс элементарной геометрии: В 2 ч. – М.; Л.: Гос. изд-во тех. – теор. лит-ры, 1949. – Ч.2: Геометрия в пространстве. - 348с.
244.Перовский Е.И. Проверка знаний учащихся в средней школе. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1960. – 512с.
245.Перри Дж. Практическая математика. – М.: Изд. книжн. магазина М.Д.Наумова, 1909. – 303с.
246.Перспективное развитие математического образования в средней школе 90х гг.: Сборник научных трудов. – М.: Просвещение, 1977. – 40с.
247.Петров В.А. Математические задачи из сельскохозяйственной практики: Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1980. – 64с.
248.Підласий І.П. Практична педагогіка або три технології: Інтерактивний підручник для педагогів ринкової системи освіти – К.: Видавничий дім “Слово”, 2004. – 125с.
249.Погорєлов О.В. Геометрія: Стереометрія: Підруч. для 10-11 кл. серед. шк. – 4-те вид. – К.: Освіта, 1998. – 128с.
250.Пойя Д. Как решать задачу. – Львов: «Квантор», 1991. – 216с.
251.Политехнический принцип в обучении основам наук в средней школе: Пособие для учителей / Под ред. Эпштейна Д.А.. – М.: Просвещение, 1979. – 151с.
252.Поляков С.Н. О значении математики как основы мышления и общего образования. – Сергиев Посад: Изд. кн. магазина М.С. Елова, 1914. – 56с.
253.Пономарев Я.А. Психология творчества и педагогика. – М.: Наука, 1976. – 304с.

254.Попов Г.Н. Сборник исторических задач по элементарной математике. – М.-Л.: ОНТИ, 1938. – 216с.

255.Попов Ю.П., Пухначев Ю.В. Математика в образах. – М.: Знание, 1989. – 208с.

256.Преподавание алгебры и геометрии в школе: Пособие для учителей / Сост. О.А.Боковнев. - М.: Просвещение, 1982. – 223с.

257.Преподавание математики в сельской школе: Кн. для учителя: Сб. метод. ст. / Сост. Ю.М.Колягин, О.А.Боковнев . – М.: Просвещение, 1984. – 144с.

258.Проблемы совершенствования преподавания математики в средней школе: Сб. науч. тр. / Редкол.: С.Б.Суворова (отв. ред.) и др. – М.: Изд. АПН СССР, 1986. – 151с.

259.Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5-11 класи. (Затверджено Міністерством освіти і науки України №1/11-3580 від 22.08.2001) // Математика. – 2001. - №35(143). - С.3-62.

260.Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5-12 класи. (Затверджено Міністерством освіти і науки України №1/11-6611 від 23.12.2004). – К.: Ірпінь, 2005. – 64с.

261.Прочухаев В.Г. Связь теории с практикой в преподавании математики: Пособие для учителей. - М.: Гос. уч.-пед. изд-во МП РСФСР, 1958. – 96с.

262.Прус А.В. Про прикладну спрямованість шкільного курсу стереометрії // Вісник Житомирського державного університету імені Івана Франка. – 2003. – Вип.13. – С. 45-47.

263.Прус А.В., Швець В.О. Дискурсивні висновки щодо прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії на основі генезису вказаного поняття // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. - Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003. - Вип.20. – С. 126-135.

264.Прус А.В. Тема “Куля” в контексті прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003. - Вип.21. – С. 85-91.

265.Прус А.В. Вибрані питання прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2004. - Вип.22. – С.126-131.

266.Прус А.В. Тьюторський супровід як елемент прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії // Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції “Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики”, присвяченій 170-й річниці НПУ ім. М.П.Драгоманова, 125-й річниці з дня народження О.М.Астряба (6 жовтня 2004р.) – К.: Вид-во від НПУ імені М.П.Драгоманова, 2004. – С. 145-146.

267.Прус А.В. Чинники прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія №3. Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. наукових праць – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2004. - №1. – С.41-45.

268.Прус А.В. Про засоби здійснення прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії // Вісник Житомирського державного університету імені Івана Франка. – 2005. - Вип. 20. – С. 100-103.

269.Прус А.В. Про прикладні задачі шкільного курсу стереометрії // Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції “Проблеми математичної освіти” (ПМО - 2005), м. Черкаси, - Черкаси: Вид-во від ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2005. – С. 126-129.

270.Прус А. Піраміда в контексті прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії // Математика в школі. – 2005. - №2. - С.11-15.

271.Прус А. Про циліндр у контексті прикладної спрямованості // Математика в школі. – 2005. - №5. - С.15-20.

272.Прус А.В. Евристичне навчання та прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії // Эвристическое обучение математике: Тезисы докладов научно-методической конференции (15-17 ноября 2005г.). - Донецк: Изд-во ДонНУ, 2005. – С. 98-99.

273.Прус А. Про прикладну спрямованість матеріалу, пов’язаного із вивченням призми // Математика в школах України. – 2005. - №13(97). - С.1-8.

274.Прус А.В. Планування у контексті прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії // Підготовка вчителя у контексті Європейського освітнього простору: Збірник наукових праць / За ред. Левківського М.В. – Київ - Житомир: Вид-во ЖДУ імені Івана Франка, 2005. - С. 88-96.

275.Прус А.В. Про засіб прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія №2. Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання : Зб. наукових праць / Педрада. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2006. - №4(11). – С.176-181.

276.Пушкарев И.М. Основания элементарной геометрии для женских гимназий ведомства учреждений имп. Марии. – К.: Типография С.В.Кульженко, 1888. – 110с.

277.Раков С.А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу в навчанні з використанням інформаційних технологій: Автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / НПУ імені М.П.

Драгоманова. – К., 2005. – 40с.
278.Раухман А.С., Сень Я.Г. Устные упражнения по геометрии для 7-11 классов: Пособие для учителя. – К.: Рад. шк ., 1989. – 160с.
279.Ревіс Л.З. Збірник виробничих задач і вправ з елементарної математики. – Харків-Київ: Держ. науково-технічне вид-во України, 1934. – 206с.
280.Репьев В.В. Общая методика преподавания математики: Пособие для пед. ин-в. – М.: Гос. уч.-пед. изд-во МП РСФСР, 1958. – 224с.
281.Родемахер Г., Теплиц О. Числа и фигуры. Опыты математического мышления. – М.-Л.: Гл. ред. науч.–попул. и юнош. лит-ры, 1938. – 232с.
282.Родионов М.А. Мотивация учения математике и пути ее формирования / РАО Поволжское отделение, Мордовский гос. пед. ин-т им. М.Е.Евсевьева – Саранск: Изд-во МГПУ им. М.Е.Евсевьева, 2001.- 253с.
283.Розенберг Н.М. Проблемы измерений в дидактике / Под ред. Д.А.Сметанника. - К.: Вища шк., 1979. – 175с.
284.Ротенберг В.С., Бондаренко С.М. Мозг. Обучение. Здоровье. – М.: Просвещение, 1989. – 239с.
285.Роу Сундара. Геометрические упражнения с куском бумаги. – Одесса: 1-я гос. тип. им. К. Маркса, 1923. – 166с.
286.Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. – М.: Учпедгиз, 1946. – 704с.
287.Руденко В.Н. и др. Геометрия: Пробный учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений / В.Н. Руденко, Г.А.Бахурин, А.Ф.Цукарь. – М.: Мир искателя, 2000. – 320с.
288.Салмина Н.Г. Виды и функции материализации в обучении. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1981. – 136с.
289.Салмина Н.Г. Знак и символ в обучении. – М.: Изд-во МГУ, 1988. – 236с.
290.Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: Учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов. – М.: Просвещение, 2002. – 224с.
291.Саранцев Г.И. Методика обучения математике на рубеже веков // Математика в школе. - 2000. - №7. – С.2-5.
292.Саранцев Г.И. Методологические основы школьного учебника математики // Педагогика. - 2003. - №10. – С.25-34.
293.Селевко Г.К. Современные образовательные технологии. – М.: Народное образование, 1998. – 253с.
294.Семенець С.П. Психолого-педагогічні аспекти розвитку продуктивного мислення у процесі навчання математики. – Житомир: Редакційно-видавничий відділ ЖДУ, 2000. – 48с.
295.Сергеев Н.И., Олехник С.Н., Гашков С.Б. Примени математику. – М.: Наука, 1989. – 240с.
296.Сидоренко Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь», 2000. – 350с.
297.Симон М. Дидактика и методика в школе 2-й ступени. – М.: Госиздат, 1922. – 270с.
298.Симонов В.П. Педагогический менеджмент: 50 НОУ-ХАУ в управлении педагогическими системами: Учеб. пособие. – М.: Педагогическое общество России, 1999. – 430с.
299.Скаткин М.И. Активизация познавательной деятельности учащихся в обучении. – М.: Педагогика, 1965. – 169с.
300.Скафа Е.И. Теоретико-методические основы формирования приемов эвристической деятельности при изучении математики в условиях внедрения современных технологий обучения: Дисс. … докт. пед наук: 13.00.02. – К., 2004. – 479с.
301.Скобелев Г.Н. Контроль на уроках математики: Пособие для учителя. – Минск: Нар. асвета, 1986. – 104с.
302.Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак - ЕКО, 2000. – 512 с.
303.Слєпкань З.І. Проблеми особистісно орієнтованої математичної освіти учнів середньої школи // Математика в школі. – 2003. - №9. – С.3-4.
304.Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике: Метод. пособие. – К.: Рад. шк., 1983. – 192с.
305.Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 240с.
306.Словарь иностранных слов. - М.: “Русский язык”, 1980. – 624с.
307.Смирнов А.В. Мир растений: Рассказы о саксауле, селитрянке, баобабе, березах, кактусах, капусте, банксиях, молочаях и многих других широко известных и редких цветковых растениях. – М.: Мол. гвардия, 1979. – 319с.
308.Соколенко Л.О. Збірник прикладних задач з алгебри і початків аналізу: Навч. - метод. посібник для вчителів і учнів 10-11 кл. середн. шк., ліцеїв та гімназій фізико-математичного спрямування. – К.: Тираж, 1997. – 127с.

309.Соколенко Л.О. Методика реалізації прикладної спрямованості шкільної алгебри і початків аналізу: Дис. … канд . пед. наук: 13.00.02. – К., 1998. – 245с.

310.Сотникова Т.А. Задачи на оптимизацию в курсе стереометрии как средство формирования творческой деятельности старшеклассников: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Московский гос. пед. ун-т им. В.И. Ленина. – М., 1991. – 16с.

311.Сохор А.М. Логическая структура учебного материала: Вопросы дидактического анализа. – М.: Педагогика, 1974. – 192с.

312.Сохор А.М. Объяснение в процессе обучения: Элементы дидактической концепции. – М.: Педагогика, 1988. - 128с.

313.Стеклов В. Математика и ее значение для человечества. – Берлин: Гос. издво РСФСР, 1923. – 138с.

314.Стратилатов П.В. О системе работы учителя математики: Метод. рекомендации по организации учеб. процесса. – М.: Просвещение, 1984. – 96с.

315.Стратилатов В.П. Сборник задач по геометрии для 9-10 классов: Пособие для учителя. – М.: Просвещение, 1986. – 48с.

316.Страхов М.А. Краткий курс геометрии с практическими применениями. – С.-Петербург: Типолитография Р. Голине, 1895. – 150с.

317.Стрельченко І. Програма з математики для класів економічного профілю // Математика в школі. – 2003. - №5. - С .43-51.

318.Суходольский Г.В. Математическая психология. – СПб: Изд-во С.-Петербургского ун-та, 1997. – 324с.

319.Тадеєв В.О. Геометрія. Основи стереометрії. Многогранники: Дворівневий підручник для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів / За ред. В.І.Михайловського. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2003. – 384с.

320.Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний. – М.: МГУ, 1975. – 343с.

321.Талызина Н.Ф. Формирование познавательной деятельности учащихся. – М.: Знание, 1983. – 96с.

322.Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символьних засобів у навчанні математики: Монографія. – Черкаси: Відлуння-плюс, 2002. – 400с.

323.Тарасенкова Н.А. Теоретико-методичні основи використання знаково-символьних засобів у навчанні математики учнів основної школи: Дис. … докт. пед наук: 13.00.02. – Черкаси, 2003. – 630с.

324.Тарасов Л.В. Геометрія навколишнього світу. – Суми: Універсальна книга, 2003 – (Освітня модель "Екологія та розвиток") ч.2. – 2003. – 186с.

325.Тарасюк В.Е. Практические работы по математике в старших классах средней школы и методика их выполнения: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Киевский гос. пед. ин-т имени А.М.Горького. – К., 1961. – 30с.

326.Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 96с.

327.Тесленко І.Ф. Елементарна математика. Геометрія. – К.: Рад. шк., 1963. – 272с.

328.Тесленко І.Ф. Питання методики геометрії (в IX-XI класах): Посібник для вчителів. – К.: Рад. шк., 1962. –151с.

329.Тесленко І.Ф. Формування діалектико-матеріалістичного світогляду учнів при вивченні математики: Посібник для вчителів. – К.: Рад. шк., 1982. – 160с.

330.Тимердинг Г.Е. Математика в учебниках физики. – М.: Кн. изд-во т-ва И.Д.Сытина, 1914. – 132с.

331.Тихонов А.Н., Костомаров А.Д. Рассказы о прикладной математике. – М.: Наука, 1979. – 208с.

332.Торндайк Э. Принципы обучения, основанные на психологии. – М.: Работник просвещения, 1929. – 235с.

333.Трейтлейн П. Наглядное обучение геометрии. – Л.-М.: Госиздат, 1925. – 90с.

334.Треплина О.Ф. Связь обучения с жизнью как средство формирования мотивации учения старшеклассников: Автореф. дисс. … канд. пед. наук: 13.00.02 / Волгоградский гос. пед. ин-т им. А.С.Серафимовича. – Ростов-на-Дону, 1989. – 23с.

335.Улухходжаев А. Усиление прикладной направленности преподавания курса математического анализа в педагогическом институте: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Московский гос. пед. ин-т им. В.И.Ленина. – М., 1988. – 16с.

336.Уман А.И. Учебные задания и процесс обучения. – М.: Педагогика, 1989. – 56с.

337.Унт И.Э Индивидуализация и дифференциация обучения. – М.: Педагогика, 1990. – 192с.

338.Файзуллаев А. Конструктивные методы в школьном курсе геометрии как средство осуществления связи теории с практикой: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Самаркандский гос. пед. ин-т им. С.Айни. – Минск, 1986. – 18с.

339.Фирсов В.В. О прикладной ориентации курса математики // Углубленное изучение алгебры и начал анализа / Сост. С.И.Щварцбурд, О.А.Боковнев. – М.: Просвещение, 1972. – С.215-239.

340.Фіцула М.М. Педагогіка: Навчальний посібник для студентів вищих педагогічних закладів освіти. – К.: Видавничий центр “Академія”, 2000. – 544с.

341.Фосс А. О сущности математики. – СПб: Типография «Екатерингофское печ. дело», 1911. – 116с.

342.Фридман Л.М. Наглядность и моделирование в обучении. – М.: Знание, 1984. – 80с.

343.Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математике о пед. психологии. – М.: Просвещение, 1983. – 160с.

344.Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: Пособие для учащихся. – М.: Просвещение, 1984. – 175с.

345.Фридман Л.М. Учитесь учиться математике: Кн. для учащихся. – М.: Просвещение, 1985. – 112с.

346.Фройденталь Г. Математика как педагогическая задача: Книга для учителя: В 2 ч. / Под ред. Н.Я.Виленктна; сокр. пер. с нем. А.Я.Халамайзера. – М.: Просвещение, 1983. – Ч.2. - 192с.

347.Хаметова З.Я. Об одном способе усиления прикладной направленности обучения // Эвристика и дидактика точных наук. Сборник науч. работ. –Донецк: ТЕАН, 1993 .- Вып.1. – С.34-43.

348.Харламов И.Ф. Педагогика: Учеб. пособие. – М.: Высш. шк.,1990. – 576с.

349.Хлєбніков К. Розв’язування стереометричних задач. – К.: Рад. шк., 1939. –179с.

350.Хогарт В. Анализ красоты. – М.-Л.: Искусство, 1958. – 338с.

351.Хуторский А.В. Развитие одаренности школьников: Методика продуктивного обучения: Пособие для учителя. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2000. –320с.

352.Шабалов С.М. Политехническое обучение. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1956. – 728с.

353.Шаррельман Г. Творческая геометрия. – М.: “Работник просвещения”, 1924. – 112с.

354.Шарыгин И.Ф. Нужна ли школе XXI века Геометрия? // Математика. - 2004. - №12. – С.2-4.

355.Шафрановский И.И. Симметрия в природе. – Л.: Недра, 1985. – 168с.

356.Швец В.А. Реализация функций тематического контроля результатов обучения учащихся математике в старших классах средней школы: Дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 – К., 1988. – 209с.

357.Швецов К.І. Математика на Україні в 14-17 ст. – К.: Рад. шк., 1968. – 76с.

358.Шевелев И.Ш. Геометрическая гармония. – М.: Работник просвещения, 1924. – 112с.

359.Шишкин Н.И. Собрание геометрических задач на вычисление для средних заведений. – М.: Типография М.Н. Лаврова и К°, 1880 – 110с.

360.Шохор-Троцький С.И. Цель и средства преподавания низшей математики с точки зрения требований общего образования. – СПб: Издание журнала «Русская школа», 1862. – 116с.

361.Штейнгауз Г. Сто задач. – М.: Гос. изд-во физ. – мат. литературы, 1959. – 144с.

362.Шугар А.И. Математика в трудовой школе второй ступени. Математический кабинет. Математическое обследование поля, леса и огорода. – М.: “Новая Москва”, 1925. – 118с.

363.Эльконин Д.Б. Избранные педагогические труды / Под ред. В.В.Давыдова, В.П.Зинченко. – М.: Педагогика, 1989 . – 554с.

364.Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1986. – 255с.

365.Юнг Дж. В.А. Как преподавать математику / Перевел с англ. с разр. автора и дополнил А.Р.Кулишер. – М. – П.: Гос. изд-во, 1923. – 302с.

366.Яглом И.М. Математика и реальный мир. - М.: Знание, 1978. - 64 с.

367.Ягупов В.В. Педагогіка: Навч. посібник. – К.: Либідь, 2003. – 560с.

368.Якиманская И.С. Знание и мышление школьника. – М.: Знание, 1985. – 80с.

369.Якутова М.И. Пути реализации прикладной направленности курса алгебры восьмилетней школы: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Московский гос. пед. ин-т им. В.И.Ленина. – М., 1988. – 16с.

370.Richard Rhoad, George Milauskas, Robert Whipple. Geometry for Enjoyment and Challenge. – Evanston, Illinois, 1991. – 770.
371.Krzysztof Klaczkow, Marcin Kurczab, Elzbieta Swida. Matematyka dla licealistow. – Warszawa, 2001. – 311.

Додаток А

Результати аналізу письмових робіт з математики абітурієнтів Житомирського державного технологічного університету (ЖДТУ)

У конкурсних випробовуваннях з математики у 2004 році брало участь 986 осіб. За роботу можна було отримати максимально 100 балів.

1.Роботу написали на низькому рівні (менше 26 балів, що відповідає незадовільній оцінці в 5-бальній системі оцінювання або 1, 2, 3 бали в 12 бальній системі оцінювання) 214 (22%).

2.Роботу написали на середньому рівні (27 - 69 балів, що відповідає приблизно задовільній оцінці в 5-бальній системі оцінювання або 4 - 7 балів у 12 бальній системі оцінювання) 651 (66%).

3.Роботу написали на достатньому та високому рівні (70 балів і вище, що відповідає оцінці добре та відмінно в 5-бальній системі оцінювання або 8 -12 балів у 12 бальній системі оцінювання) 121 (12%).

Завдання на факультет інформаційних технологій та факультет інженерної механіки, у склад яких входила прикладна стереометрична задача, писали 586 осіб. За вказану задачу можна було отримати максимально 4 5=20 балів. Отримали: 0 балів – 134 особи (23%); 1 5=5 балів – 198 осіб (34%); 2 5=10 балів – 81 особа (14%); 3 5=15 балів – 67 осіб (11%); 4 5=20 балів – 106 осіб (18%).

Завдання на факультет економіки та менеджменту, у склад яких входила абстрактна стереометрична задача, писали 395 осіб. За вказану задачу можна було отримати максимально 5 5=25 балів. Отримали: 0 балів – 197 осіб (50%); 1 5=5 балів – 105 осіб (27%); 2 5=10 балів – 53 особи (13%); 3 5=15 балів – 14 осіб (4%); 4 5=20 балів – 5 осіб (1%); 5 5=25 балів – 21 особа (5%).

Додаток Б

Б.1 Результати контрольної роботи та анкетування учнів 11-ого класу, які навчаються на підготовчому відділенні ЖДТУ

Контрольна робота була проведена в одинадцяти групах підготовчих курсів за період з 31.01.03 по 6.02.03. Роботу писали 218 осіб (109 юнаків та 109 дівчат). Учням було запропоновано розв'язати чотири задачі (варіанти цієї роботи додаються далі), кожна задача оцінювалась трьома балами тобто, максимум, який можна було отримати – це 12 балів. Тривалість роботи – 60 хвилин. Протягом виконання роботи дозволялось користуватись довідковою літературою. Роботу виконали: 1) "відмінно" (12 балів, 11 балів, 10 балів) 4% осіб, що писали (2,5% юнаків та 1,5% дівчат); 2) "добре" (9 балів, 8 балів, 7 балів) 15% осіб, що писали (8% юнаків та 7% дівчат); 3) "задовільно " (6 балів, 5 балів, 4 бали) 21% осіб, що писали (11% юнаків та 10% дівчат); 4) "незадовільно" (3 бали, 2 бали, 1 бал) 45% осіб, що писали (19% юнаків та 26% дівчат); 5) не впорались із завданням зовсім 15% осіб, що писали (7% юнаків та 8% дівчат).

Додаткова інформація щодо слухачів підготовчих курсів та результатів контрольної роботи.

Рис. Б.1.1.

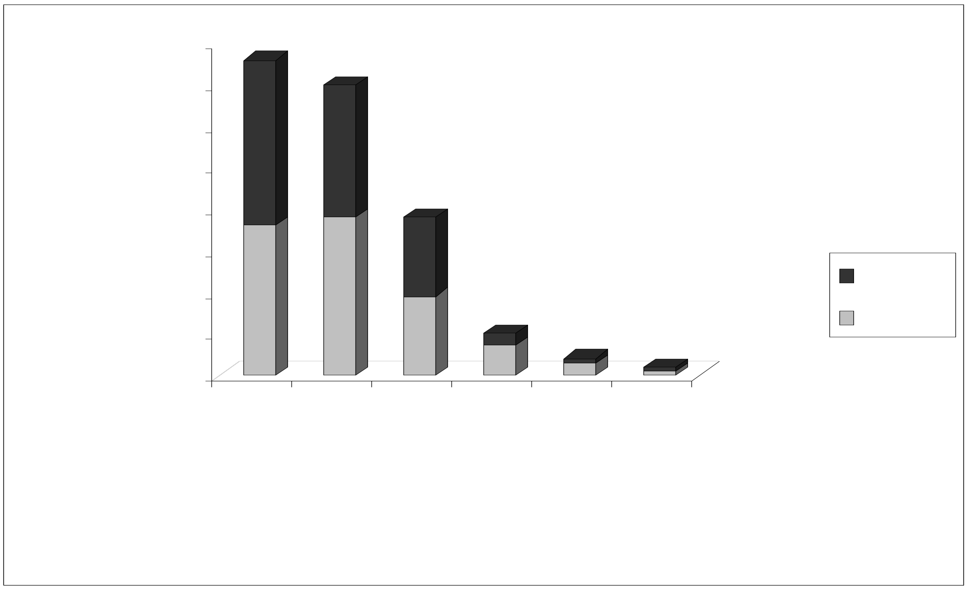


Рис. Б.1.2. Профіль класу

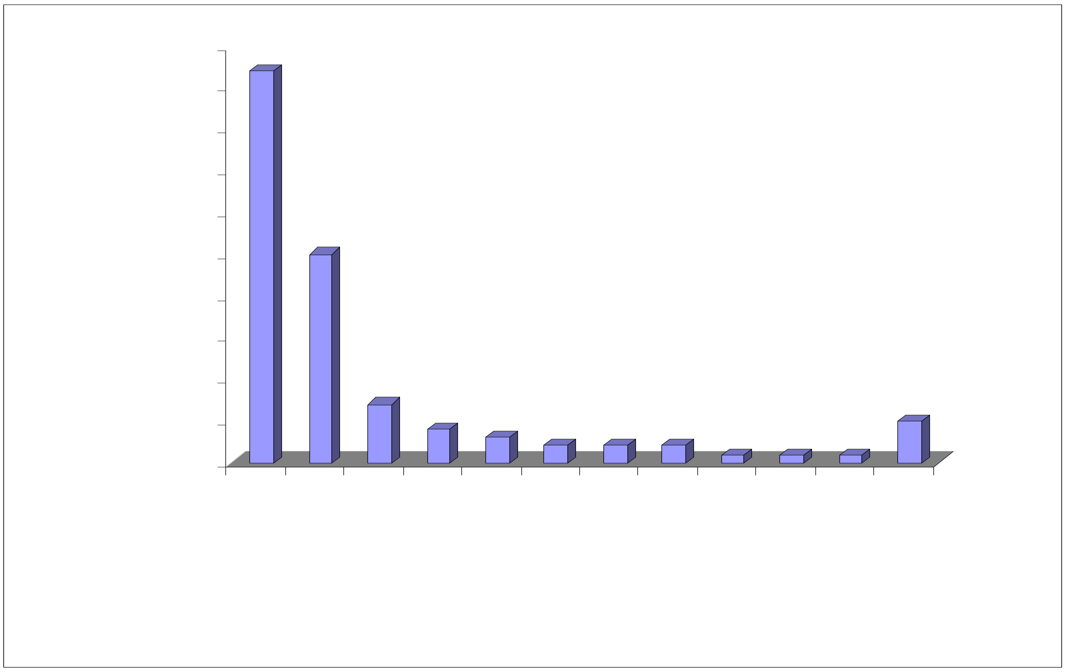


Рис. Б.1.3. Вибір професії

Рис. Б.1.4. Порівняння балів, що учні отримали на контрольній роботі та балів з геометрії у своїх школах

Рис. Б.1.5. Виконання контрольної роботи по окремим задачам

Рис Б.1.6. Характеристика задач учнями за результатами опитування

Б.2 Зразки варіантів контрольної роботи

Варіант 1.

1. У рівнобедреному трикутнику висота, проведена на основу, дорівнює 32см. бісектриса кута при основі перетинає дану висоту в точці, яка віддалена від основи на 12см. Знайдіть основу трикутника.
2. Бажаючи перевірити, чи має відрізаний шматок матерії форму квадрата, швачка переконується, що при перегині по кожній із діагоналей краї сторін співпадають. Чи достатня така перевірка? Чому?
3. У прямому паралелепіпеді сторони основи дорівнюють 6м та 8м та утворюють кут 30°. Повна поверхня паралелепіпеда дорівнює 188м2. Визначити його об’єм.
4. При кожному ударі серце людини виштовхує 175см3 крові. Яких розмірів кубічну посудину було б потрібно, щоб вмістити кількість крові, що перекачується серцем протягом доби?

Варіант 2.

1. Висота рівнобедреного трикутника, проведена на його основу, дорівнює 20см, а висота, проведена на бічну сторону – 24см. Обчисліть периметр трикутника.
2. В якому місці трикутного подвір’я потрібно помістити освітлення, щоб усі три кути двору були однаково освітлені?
3. Основою прямої призми є прямокутний трикутник з гострим кутом α і гіпотенузою с. Діагональ бічної грані, що містить гіпотенузу, утворює з площиною основи кут β. Визначити об’єм призми.
4. У таборі треба зробити 40 палаток, що мають форму правильної чотирикутної піраміди, сторона основи якої 4м, а висота – 2,6м. Скільки метрів парусини шириною 80см треба придбати, щоб обтягнути ці палатки? На шви додати 5%.

Варіант 3.

1. Точка перетину медіан рівнобедреного трикутника віддалена від вершини, протилежній основі, на 12см. Основа трикутника дорівнює 16см. Знайти медіану, проведену до бічної сторони.
2. Коли яблуко печуть, воно зморщується. На що це вказує з точки зору стереометрії?
3. Основа піраміди – прямокутник зі сторонами 6см та 8см. Дві бічні грані піраміди перпендикулярні до площини основи. Найбільше бічне ребро нахилене до площини основи під кутом 60°. Знайдіть об’єм піраміди.
4. У діжці, висота якої дорівнює 1,4м, діаметр верхнього дна - 0,8м , нижнього – 1м, засолено огірки. Визначте приблизну масу цих огірків. Маса 1м3 огірків – 600кг.

Варіант 4.

1. Катет прямокутного трикутника дорівнює 10см, а медіана, яка проведена до гіпотенузи – 13см. Обчисліть периметр трикутника.

2. Чому штативи під кінокамери виготовляють триногими?
3. Бічна грань правильної чотирикутної піраміди нахилена до площини основи під кутом 60º. Площа основи піраміди дорівнює 16см2. Знайдіть апофему піраміди.
4. На асфальтування вулиці витрачено 22,6 т асфальтової маси. Яку площу покрито асфальтовою масою, густина якої дорівнює 2,2 , а товщина покриття – 6см?

Додаток В

В.1 Анкета для вчителів математики загальноосвітніх шкіл

1. Як Ви розумієте прикладну спрямованість математики?
2. Чи можна вважати прикладну спрямованість математики одним із шляхів розв'язання завдань, які ставляться сьогодні перед математичною освітою?

А) так
Б) ні
В) не знаю

3. Ваше ставлення до тези „математика – інструмент пізнання"?

А) це відноситься до науки, а не шкільного предмета
Б) знання шкільного предмета математики дійсно дозволяє краще пізнавати дійсність, вивчати інші шкільні предмети
В) сьогодні це втратило свою актуальність
Г) інше

4. Які засоби її здійснення є найкращими?

А) приклади застосувань теорії
Б) міжпредметні зв'язки
В) прикладні задачі
Г) показ реальності походження стереометричних абстракцій
Д) комплексне використання вказаних засобів
Е) інше

5. Чи використовуєте Ви у своїй діяльності прикладні задачі?

А) так
Б) ні
В) іноді

6. Чи потрібно розв'язувати прикладні задачі на уроках стереометрії? Чому?

А) так
Б) ні
В) іноді

7. Укажіть, будь ласка, джерела прикладних стереометричних задач (які ви використовуєте).

А) діючий підручник
Б) підручники попередніх років
В) збірники задач
Г) інше

8. Скільки, на Вашу думку, потрібно розв'язувати стереометричних прикладних задач (у відсотках від загальної кількості)?
9. Чи потрібно включати прикладні стереометричні задачі для оцінювання навчальних досягнень учнів?

А) так
Б) ні

10. Чи потрібно включати прикладні стереометричні задачі до білетів на вступних випробовуваннях у вузи?

А) так
Б) ні
11.Повідомте, будь-ласка, Ваш стаж роботи та категорію.

В.2 Результати анкетування вчителів математики щодо прикладної спрямованості.

В анкетуванні брали участь 128 чоловік. Це вчителі математики міста Житомира та області. Склад: спеціалістів – 16 (15%), вчителів 1категорії – 38 (35%), вчителів 2 категорії – 23 (21%), вчителів вищої категорії – 31 (28%), вчитель-методист – 1 (1%). Стаж роботи вчителів: 1-5років – 8 (7%), 6-10років – 20 (19%), 11-20років – 33 (31%), 21-30років – 28 (26%), 31-40років – 15 (14%), більше 40років – 4 (3%).

Як ви розумієте прикладну спрямованість математики?

1. Застосування математики в інших галузях і сферах життя – 63 (46%).
2. Прикладні задачі – 29 (21%).

3. Розвиток мислення – 8 (6%).
4. Інструмент пізнання світу – 5 (4%).
5. Показ зв'язку із реальністю – 5 (4%).
6. Не змогли відповісти – 26 (19%).

Чи можна вважати прикладну спрямованість математики одним із шляхів розв'язання завдань, які ставляться сьогодні перед математичною освітою?

1. Так – 109 (84%).
2. Ні – 10 (8%).
3. Не знаю – 11 (8%).

Ваше ставлення до тези „математика – інструмент пізнання"?

1. Це відноситься до науки, а не шкільного предмета – 2 (2%).
2. Знання шкільного предмета математики дійсно дозволяє краще пізнавати дійсність, вивчати інші шкільні предмети – 123 (93%).
3. Сьогодні це втратило свою актуальність – 6 (5%).

Які засоби її здійснення є найкращими?

1. Приклади застосувань теорії – 16 (10%).
2. Міжпредметні зв'язки – 22 (13%).
3. Прикладні задачі – 49 (30%).
4. Показ реальності походження стереометричних абстракцій – 5 (3%).
5. Комплексне використання вказаних засобів – 72 (44%).

Чи використовуєте ви у своїй діяльності прикладні задачі?

1. Так – 99 (76%).
2. Ні – 1 (1%).
3. Іноді – 30 (23%).

Чи потрібно розв'язувати прикладні задачі на уроках стереометрії? Чому?

1. Так – 102 (81%).
2. Ні – 0.
3. Іноді – 20 (16%),
4. Не знаю – 4 (3%).

Причини, які найчастіше вказують вчителі: посилення мотивації, перевірка рівня знань, підвищення пізнавальної активності учнів, підвищення інтересу до математики, показ необхідності вивчення предмета, розвиток інтелекту, краще розуміння матеріалу.

Укажіть, будь ласка, джерела прикладних стереометричних задач (які ви використовуєте).

1. Діючі підручники – 55 (26%).
2. Підручники попередніх років – 49 (23%).
3. Збірники задач – 85 (40%).
4. Інше (математичні газети, журнали, складають самі) – 24 (11%).

Скільки, на вашу думку, потрібно розв'язувати стереометричних прикладних задач (у відсотках від загальної кількості)?

33%

Чи потрібно включати прикладні стереометричні задачі для оцінювання навчальних досягнень учнів?

1. Так – 98 (74%).
2. Ні – 26 (20%).
3. Не знаю – 8 (6%).

Чи потрібно включати прикладні стереометричні задачі до білетів на вступних випробовуваннях у вузи?

1. Так – 76 (57%).
2. Ні – 51 (38%).
3. Не знаю – 7 (5%).

Додаток Д

Д.1 Анкета для учнів 10, 11 класів загальноосвітніх шкіл

1. **Вкажіть шкільний предмет (один), який, на ваш погляд, є найважливішим серед інших шкільних предметів.**
2. **Вкажіть причину такого вибору.**
3. **Який предмет в школі подобається Вам найбільше?**
4. **Вкажіть причину вибору.**
5. **Оцініть значимість математики для Вас у балах: 0 балів – є непотрібною ні в теперішньому, ні в майбутньому; 1 бал – потрібна лише для вступу; 2 бали – необхідна для навчання у вищому навчальному закладі; з нею частково або повністю пов’язана майбутня професія; 3 бали – нині є запорукою успішного майбутнього.**
6. **Який математичний предмет – алгебра чи геометрія – подобається Вам більше? Чому? Вкажіть одну причину.**
7. **Порівняйте планіметрію та стереометрію; вкажіть: а) легший; б) цікавіший.**
8. **На Вашу думку, чи потрібно вивчати доведення теореми? Чому?**
9. **На Вашу думку, чи є важливим вміння виконувати рисунки геометричних тіл? Чому?**
10. **Чи можна використати геометричні знання, зокрема, стереометричні для інших шкільних предметів? Якщо “так”, то перерахуйте ці предмети.**
11. **Знання із яких шкільних предметів допомагають на уроках стереометрії?**
12. **Чи пов’язані стереометричні знання з реальним світом? Можливо, стереометрія є суто абстрактною?**
13. **Чи використовуються стереометричні знання у повсякденному житті?**
14. **Яким чином, на Вашу думку, можна покращити вивчення стереометрії у школі?**

Д.2 Результати анкетування

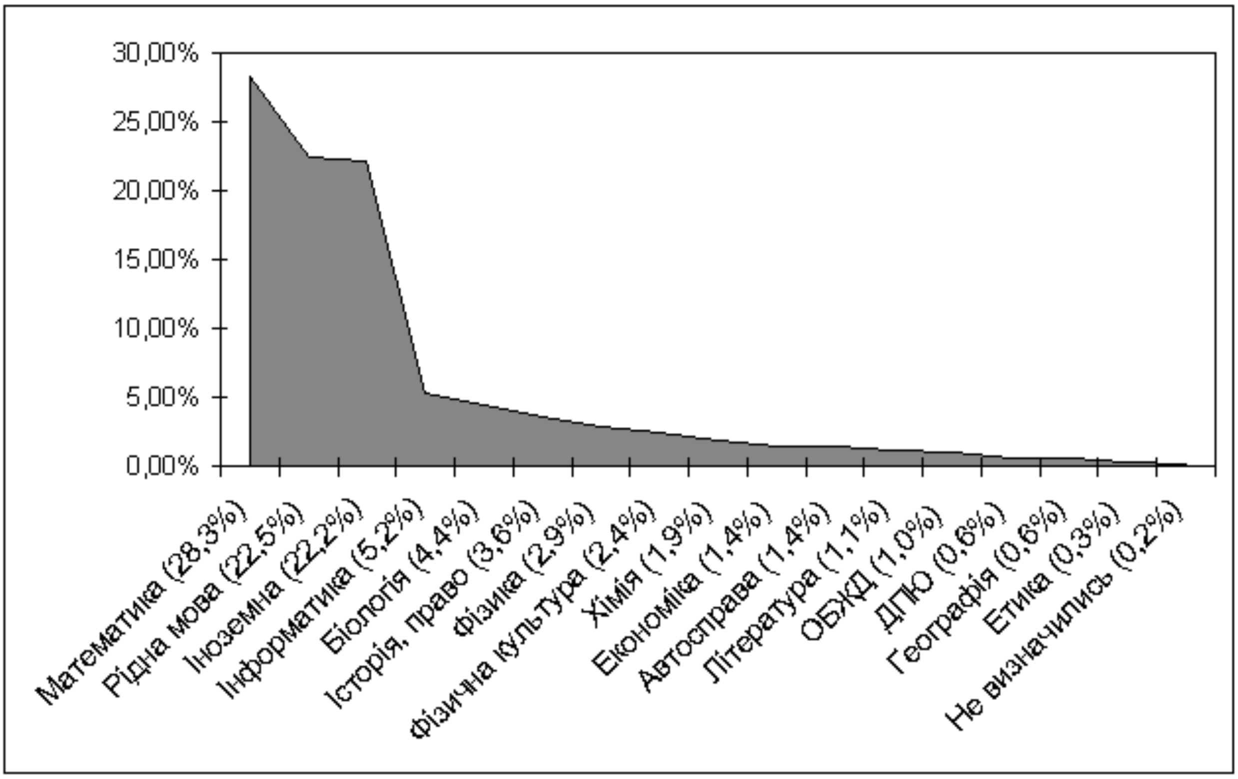


Рис. Д.2.1. Найважливіший предмет у школі

Рис. Д.2.2. Чому предмет є найважливішим

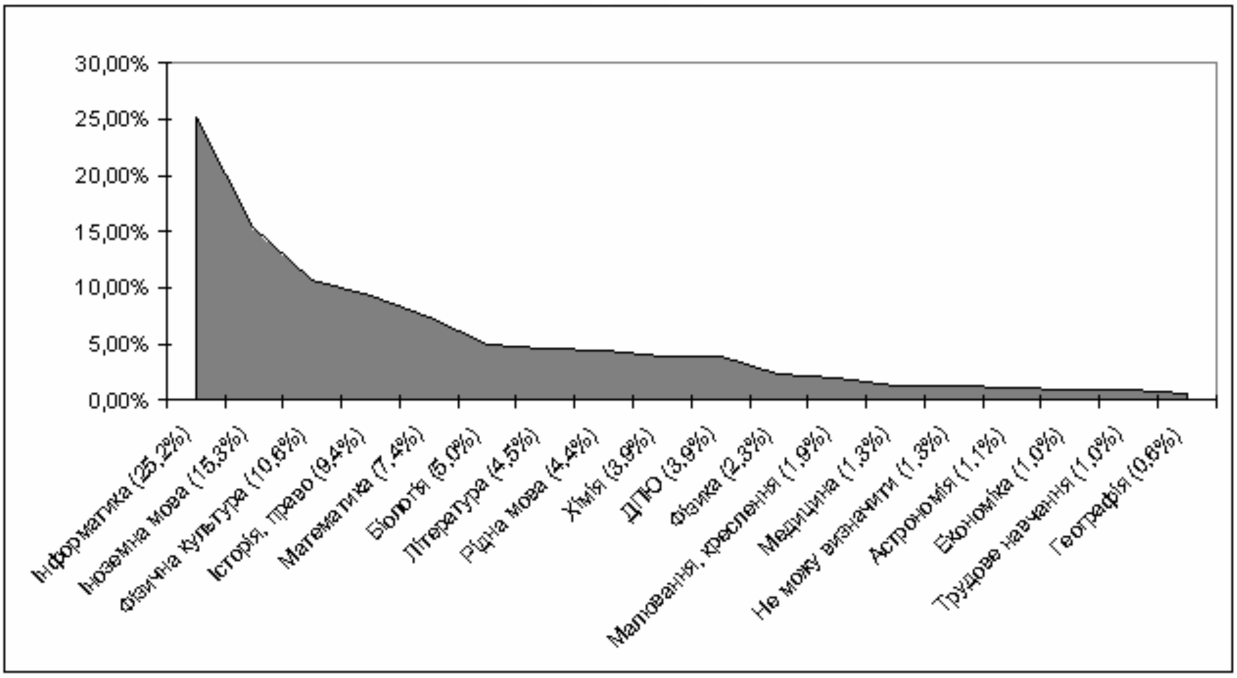


Рис. Д.2.3. Улюблений предмет

Рис. Д.2.4. Чому предмет є улюбленим

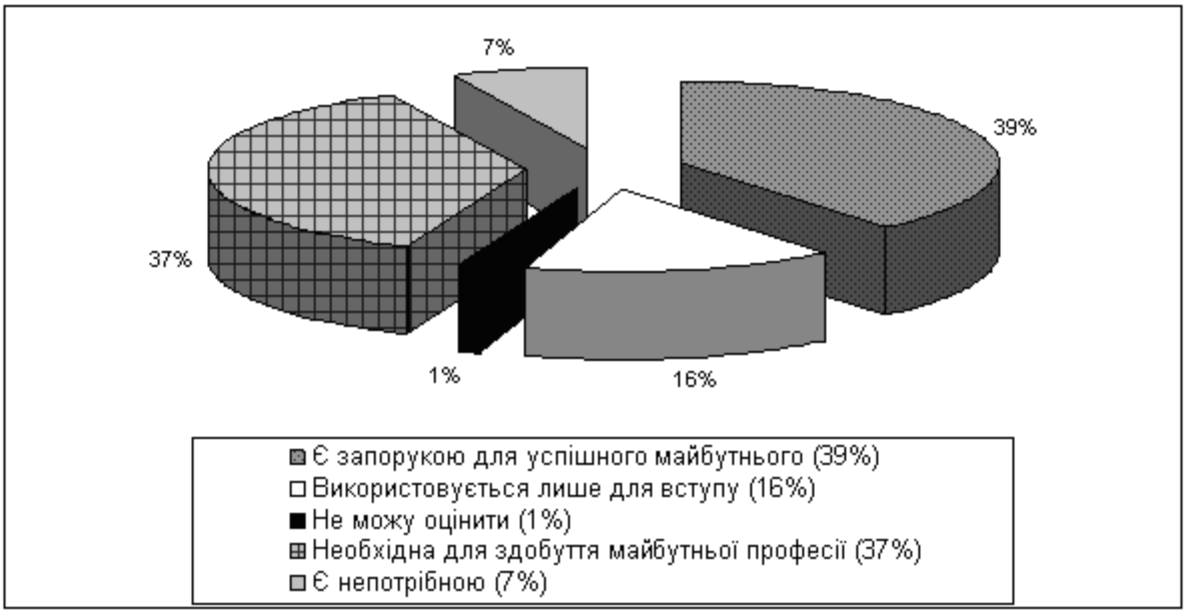


Рис. Д.2.5. Значимість математики для учнів

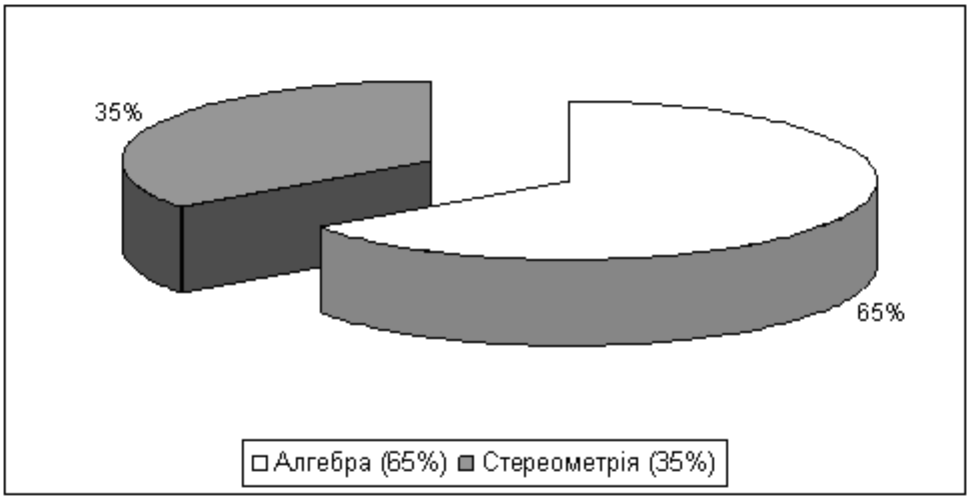


Рис. Д.2.6. Вибір між алгеброю і стереометрією

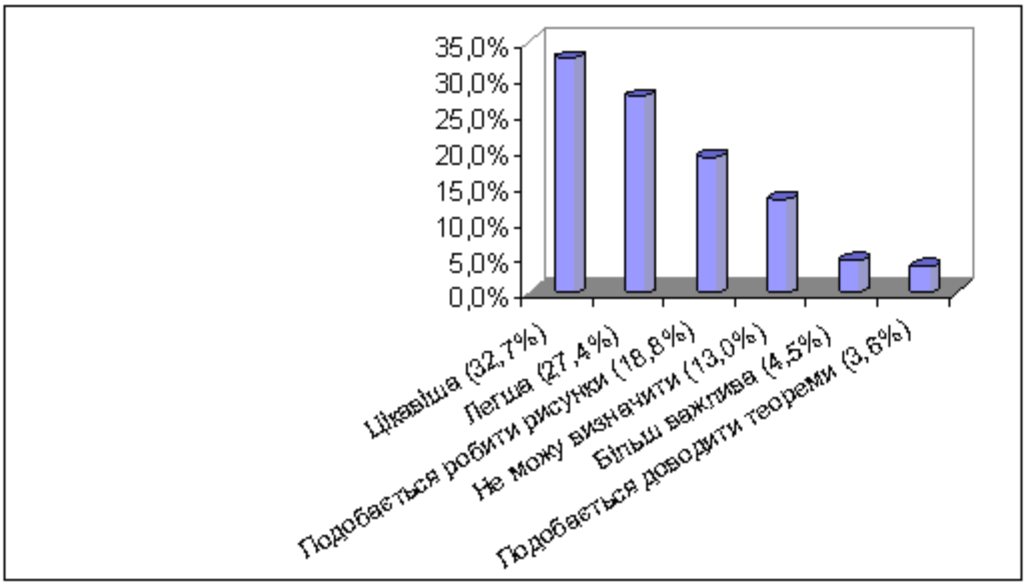


Рис. Д.2.7. Причини вибору стереометрії

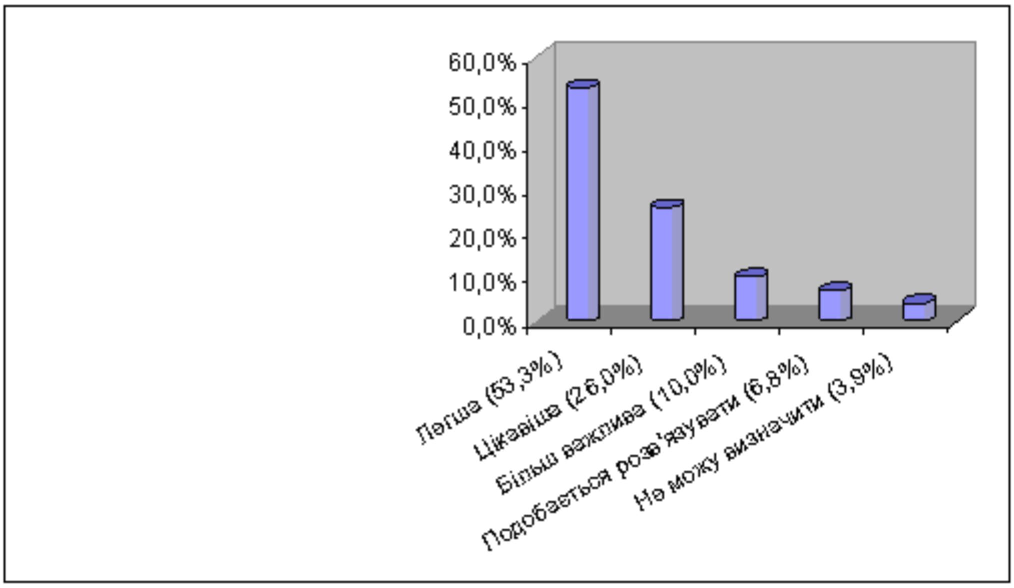


Рис. Д.2.8. Причини вибору алгебри

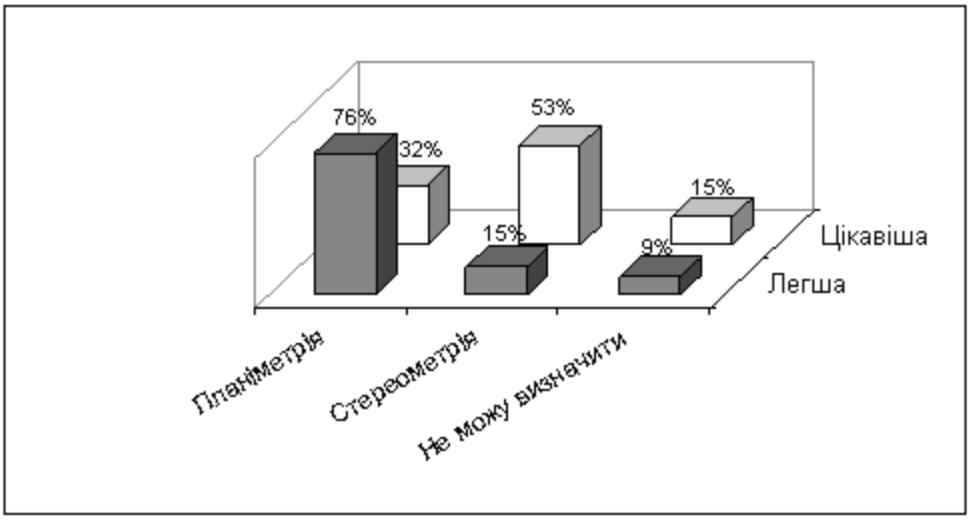


Рис. Д.2.9. Порівняння планіметрії та стереометрії

Рис. Д.2.10. Чи потрібно вивчати доведення теорем

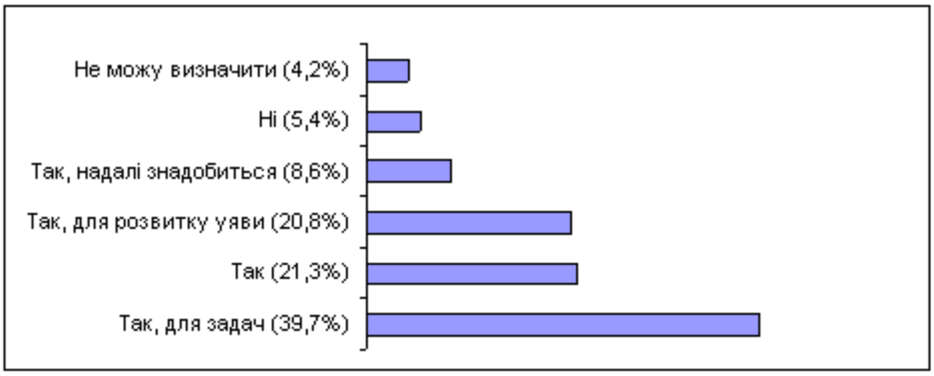


Рис. Д.2.11. Чи є важливим вміння виконувати рисунки геометричних тіл

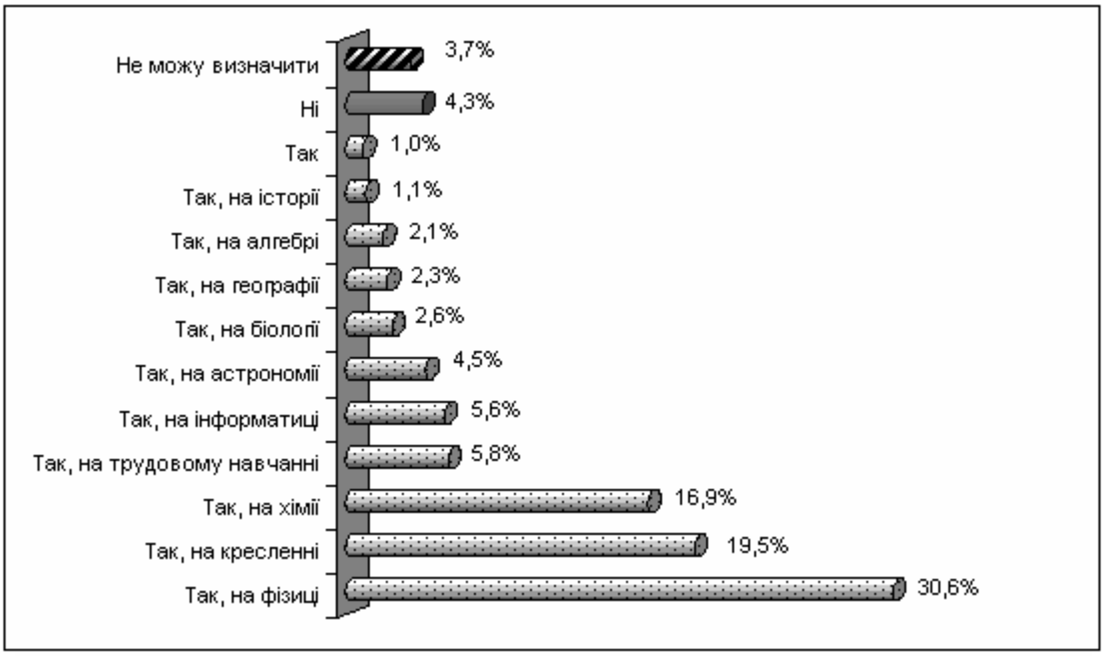


Рис. Д.2.12. Можливість використання стереометричних знань для інших предметів

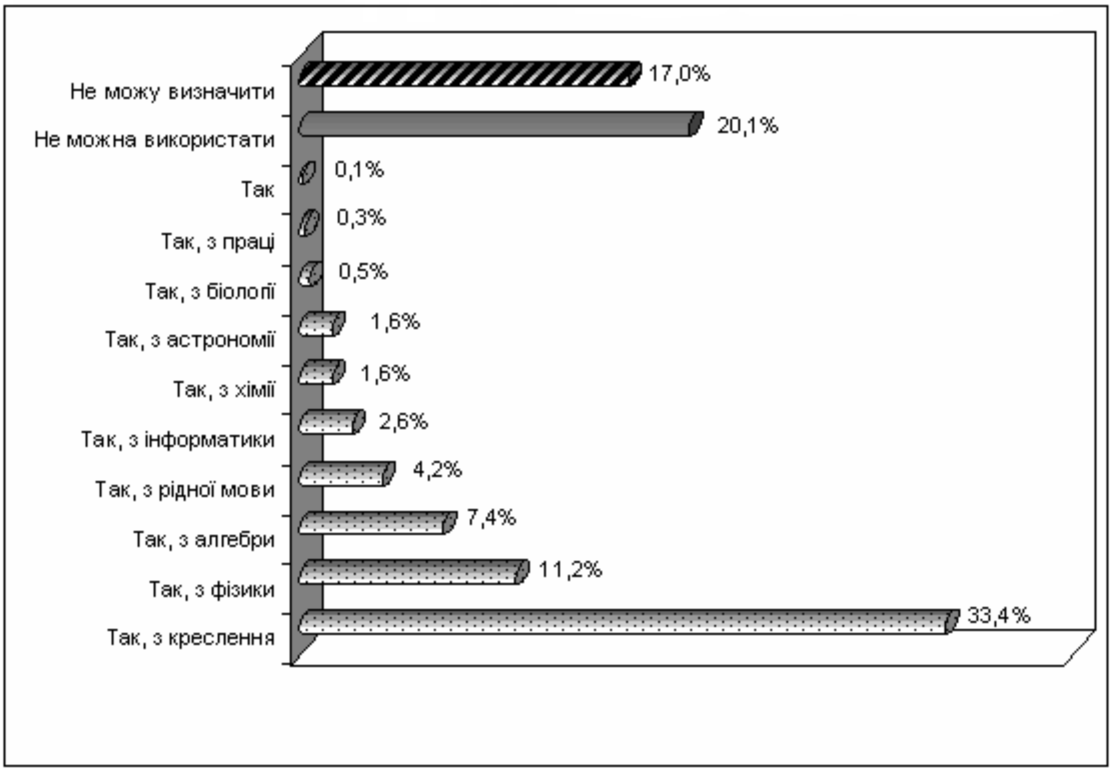


Рис. Д.2.13. Можливість використання знань з інших предметів для стереометрії

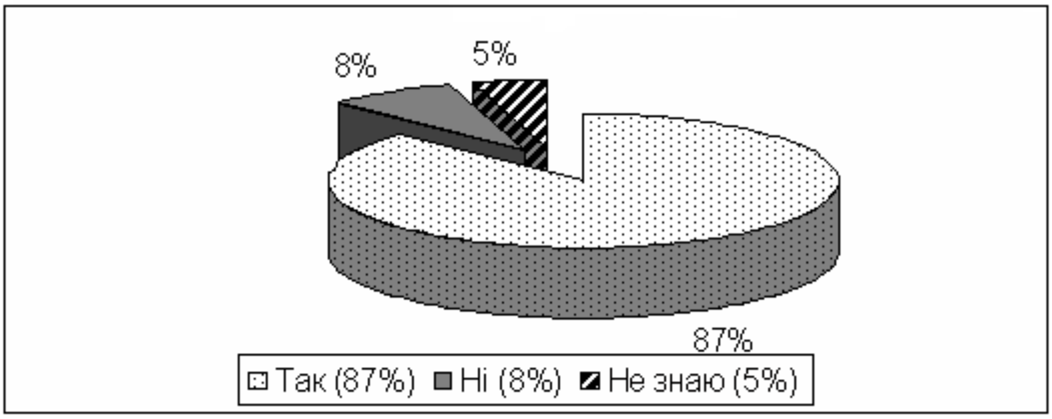


Рис. Д.2.14. Чи пов'язана стереометрія з реальним світом

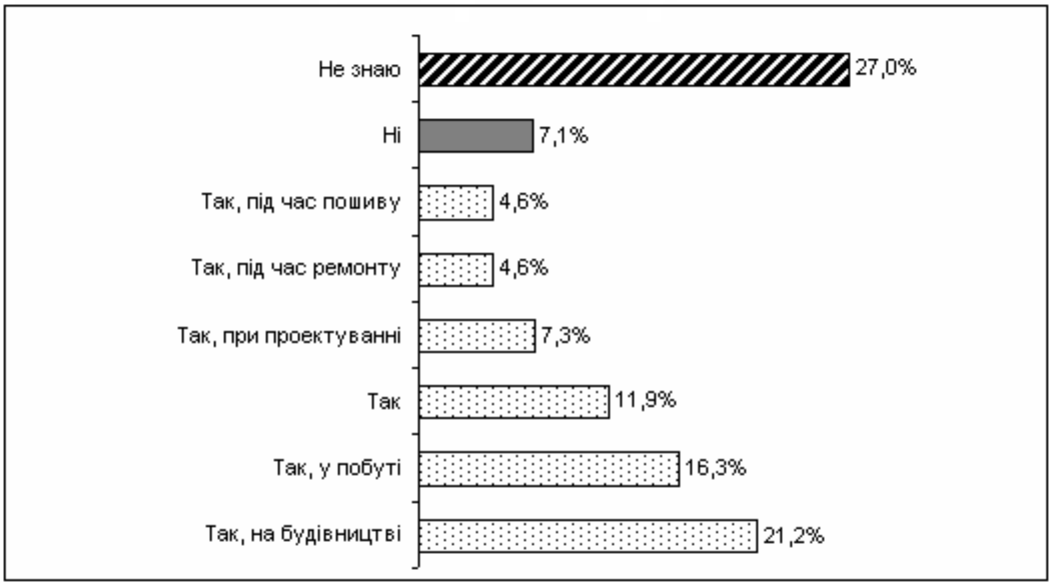


Рис. Д.2.15. Чи використовуються стереометричні знання у повсякденному житті

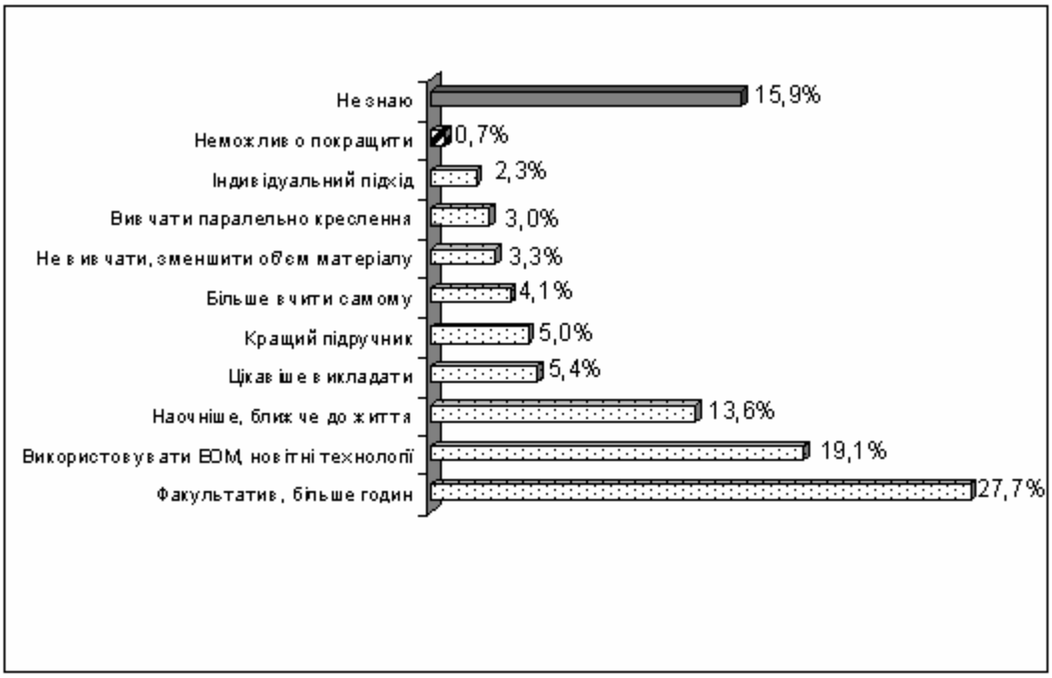


Рис. Д.2.16. Шляхи покращення знань із стереометрії

Додаток Е
Приклади структурних схем змісту шкільної стереометрії

Таблиця Е.1

II. Координати і вектори у просторі (§4, пункти 23-25, 35)

№	Назва ступеня.	Зміст.
1	Емпірична основа (ЕО).	Факти, поняття, задачі з практики, суміжних та інших дисциплін, що приводять до основних понять теорії.
2	Створення математичної моделі (СММ).	1.Поняття про вектори у просторі. 2.Поняття декартових координат.
3	Результати дослідження математичної моделі (РДММ).	1.Властивості векторів. Дії над векторами у просторі. 2.Відстань між точками. Координати середини відрізка. 3.Розв’язування задач.
4	Прикладання математичної моделі (ПММ)	ПЗ, пов’язані із розкладом вектора на складові; введенням системи координат та ін.

Таблиця Е.2

III. Перетворення у просторі (§4, пункти 26-30)

№	Назва ступеня.	Зміст.
1	Емпірична основа (ЕО).	Факти, поняття, задачі з практики, суміжних та інших дисциплін, що приводять до основних понять теорії.
2	Створення математичної моделі (СММ).	1.Поняття про рух у просторі. 2.Поняття симетрії.

Продовж. табл. Е.2

3	Результати дослідження математичної моделі (РДММ).	1.Властивості руху. 2.Перетворення симетрії відносно точки, прямої та площини. 3.Поняття про паралельне перетворення у просторі. 4. Поняття про перетворення подібності. Властивості перетворення подібності. 5.Розв’язування задач.
4	Прикладання математичної моделі (ПММ)	ПЗ, пов’язані із симетрією та подібністю тіл. ПЗ, призначені для формування в учнів поняття площі поверхні та об’єму геометричних тіл.

Таблиця Е.3

IV. Геометричні тіла та їх комбінації (§2, пункт 13; §3, пункт 22; §4, пункт 30; §5, пункти 39, 51; §6, пункти 54, 57, 63, 64; §7, пункти 65, 69, 71; §8, пункт 76)

№	Назва ступеня.	Зміст.
1	Емпірична основа (ЕО).	Факти, поняття, задачі з практики, суміжних та інших дисциплін, що приводять до основних понять теорії.
2	Створення математичної моделі (СММ).	1. Поняття про многогранники та фігури обертання. 2. Поняття опуклого та неопуклого многогранника. 3. Поняття правильного многогранника. 4. Про поняття тіла та його поверхні. 5. Комбінації геометричних тіл.
3	Результати дослідження математичної моделі (РДММ).	1. Площа поверхні. Поняття об’єму. Властивості. 2. Зображення просторових тіл та їх комбінацій на площині. Ортогональне проеціювання. 3. Перерізи. 4. Подібність просторових тіл. Об’єми подібних тіл. 5. Розв’язування задач.

Продовж. табл. Е.3

4	Прикладання математичної моделі (ПММ)	Розгляд прикладних ситуацій. Розв’язування ПЗ, пов’язаних лише із многогранниками та їх комбінаціями; ПЗ, які пов’язані лише із тілами обертання та їх комбінаціями; ПЗ, пов’язані із многогранниками та тілами обертання; ПЗ, пов’язані із опрацюванням окремих теоретичних положень; ПЗ, умови яких містять практичні прийоми.

Таблиця Е.4

V. Призма (§5, пункти 40-46; §7, пункти 66-68)

№	Назва ступеня.	Зміст.
1	Емпірична основа (ЕО).	Факти, поняття, задачі з практики, суміжних та інших дисциплін, що приводять до основних понять теорії.
2	Створення математичної моделі (СММ).	1. Поняття про призму. Поняття про пряму та похилу призму. 2. Поняття про паралелепіпед. Прямокутний паралелепіпед. Куб. 3. Поняття про основи, ребра, висоту, діагоналі призми. 4. Поняття про поверхню призми.
3	Результати дослідження математичної моделі (РДММ).	1. Властивості введених понять. 2.Зображення призми та побудова перерізів. 3.Симетрія прямокутного паралелепіпеда. 4.Площа поверхні призми. 5.Об’єм призми. 6. Розв’язування задач.

4	Прикладання математичної моделі (ПММ)	Розгляд прикладних ситуацій; розв'язування ПЗ на обчислення площі поверхні, об'єму реальних тіл, які мають форму призми.

Таблиця Е.5

VII.Циліндр (§5, пункти 52, 53; §8, пункти 73, 79)

№	Назва ступеня.	Зміст.
1	Емпірична основа (ЕО).	Факти, поняття, задачі з практики, суміжних та інших дисциплін, що приводять до основних понять теорії.
2	Створення математичної моделі (СММ).	1. Поняття про циліндр. Прямий круговий циліндр. 2. Поняття про твірні циліндра. Поняття про основи, радіус основи, вісь та висоту циліндра.
3	Результати дослідження математичної моделі (РДММ).	1. Зображення циліндра. 2.Поняття площини, дотичної до циліндра. 3. Перерізи. Поняття осьового перерізу. 4. Об'єм циліндра. 5. Площа бічної поверхні циліндра. 6. Розв'язування задач.
4	Прикладання математичної моделі (ПММ)	Розгляд прикладних ситуацій; розв'язування ПЗ на обчислення площі поверхні, об'єму реальних тіл, які мають форму циліндра.

Таблиця Е.6

VIII.Конус (§5, пункти 55, 56; §8, пункти 74, 75, 80)

№	Назва ступеня.	Зміст.
1	Емпірична основа (ЕО).	Факти, поняття, задачі з практики, суміжних та інших дисциплін, що приводять до основних понять теорії.
2	Створення математичної моделі (СММ).	1. Поняття про конус. Прямий конус. 2. Поняття основи та її радіуса, вершини, осі та висоти конуса. Твірні конуса. 3. Поняття про зрізаний конус.
3	Результати дослідження математичної моделі(РДММ)	1. Зображення конуса. 2. Поняття дотичної площини до конуса. 3. Перерізи конуса. Поняття осьового перерізу конуса 4. Об'єм конуса. Об'єм зрізаного конуса. 5. Площа бічної поверхні. 6. Розв'язування задач.
4	Прикладання математичної моделі (ПММ)	Розгляд прикладних ситуацій; розв'язування ПЗ на обчислення площі поверхні, об'єму реальних тіл, які мають форму конуса або його частин.

Таблиця Е.7

IX.Куля (§6, пункти 58-62, §8, пункти 74, 75, 80)

№	Назва ступеня.	Зміст.
1	Емпірична основа (ЕО).	Факти, поняття, задачі з практики, суміжних та інших дисциплін, що приводять до основних понять теорії.
2	Створення математичної моделі (СММ).	1. Поняття про кулю. Центр та радіус кулі. 2. Кульовий сегмент, кульовий сектор. 3. Сфера.
3	Результати дослідження математичної моделі (РДММ).	1. Дотична площина до кулі. Переріз кулі площиною. Діаметральна площина. Великий круг та велике коло. 2. Симетрія кулі. Перетин двох сфер. 3. Об’єм кулі. Об’єм кульового сегмента. 4. Площа сфери 5. Розв’язування задач.
4	Прикладання математичної моделі (ПММ)	Розгляд прикладних ситуацій; розв’язування ПЗ на обчислення площі поверхні, об’єму реальних тіл, які мають форму кулі або її частин.

Додаток Ж

Ж.1 Про орігамі

Орігамі - це створення просторових форм із листка паперу (найчастіше квадратної форми) без допомоги клею та ножиців (це класичне орігамі). Термін "орігамі" складено із двох японських слів: "орі" – складений, "камі" – папір, і може бути перекладений як складений папір. Батьківщиною мистецтва складання паперових фігур вважають Японію. Орігамі в Японії бере початок приблизно від 794 року. Серед любителів орігамі можна відзначити Леонардо да Вінчі, автора "Аліси в країні чудес" Льюїса Керрола, знав елементи цього мистецтва Лев Толстой. Потрібно також згадати і Фрідріха Фрьобеля, відомого німецького педагога, який організував перші дитсадочки. Саме він вперше почав пропагувати складання з паперу як дидактичний прийом для пояснення дітям деяких простих правил геометрії. У цьому напрямі відомі також роботи індуса Роу Сундара ("Геометрические упражнения с листком бумаги") [285], Г.Юнг і Д.Юнг ("Первая книжка по геометрии"), П.А.Карасєва ("Элементы геометрии, изучаемые на перегибании листка бумаги") [145]. Справжній бурхливий розвиток орігамі почався після Другої світової війни, головним чином завдяки зусиллям всесвітньо визнаного тепер майстра орігамі Акіри Йошидзави. Центри орігамі існують зараз в 26 країнах світу, найбільші з них знаходяться в Японії, Америці, Франції, Польщі, Росії. Один із напрямків діяльності центрів – використання орігамі в навчальному процесі. Ця робота активно ведеться. Включення орігамі до навчання дійсно має великі можливості і дає результати щодо покращення якості освіти. Як стверджують орігамісти, чимало понять шкільної геометрії більш наочно і простіше пояснюються за допомогою орігамі. Що стосується прикладання орігамі в Україні для покращення освіти, то робота в цьому напрямку почалась зовсім недавно. Подібні дослідження, наприклад, ведуться в Полтаві викладачем математики М.Г.Єрьоменко.

Ж.2 Аналіз загальної концепції реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії на основі принципів нейропедагогіки

Нейропедагогіка – це інтегративний напрямок, який сформувався в останні 10-15 років. Він об'єднує дослідження нейрофізіологів, психологів для їх використання у педагогіці. Означені принципи сформульовані американськими вченими у формі рекомендацій для педагогів [37].

- Принцип нейропедагогіки про мозок як паралельний процесор та принцип візуально-просторово пам'яті і системи "зубріння" стосовно до процесу навчання потребує варіативності методів та форм навчання, навчання у малих групах та поєднання різних форм представлення інформації, використання наочності та мислительних карт (опорних конспектів) у навчанні. ПС курсу стереометрії переважно проводиться в умовах диференційованого навчання старшої школи, а як одна із вимог – подача змісту курсу, зокрема, прикладних відомостей, таким чином, щоб були задіяні органи слуху (евристична бесіда), зору (моделі геометричних тіл, об'єкти навколишнього середовища певної форми тощо), дотику (виготовлення моделей геометричних тіл).
- Принципи навчання і пізнання як природні механізми розвитку мозку; унікальності мозку кожної людини; свободи творчості приводять до необхідності використання пошукових методів навчання, потребують прийомів індивідуалізації навчання, особистісно-орієнтованого навчання, розвитку творчого мислення та ін. Врахування інтересів учня дозволяє надати цілям вивчення курсу стереометрії, його окремих тем особистісний характер, тобто, створити мотивацію навчання. Застосування карток-НМТ допоможе регулювати індивідуальний темп вивчення та глибину опрацювання абстрактного стереометричного матеріалу.
- Принцип пошуку сенсу як вродженої властивості мозку потребує, серед іншого, прикладної спрямованості, міжпредметних зв'язків, що є автентичною сутністю прикладної спрямованості.
- Принципи закономірності як джерела сенсу для мозку та аналізу і синтезу у функціонуванні мозку людини у прикладанні до процесу навчання пропонують розв'язувати задачі на пошук закономірностей, доводити та спростовувати, використовувати взаємо-обернені операції та ін. За рахунок розв'язування ПЗ, їх складання учнями можна реалізувати значну частину висловлених пропозицій.
- Принцип функціонування мозку в умовах напрямленої та периферійної уваги звертає увагу на місце проведення занять, використання елементів фонової музики. Даний принцип ПС враховується здебільшого на етапі подачі прикладної інформації із такої точки зору: геометрична форма багатьох предметів навколишнього середовища сприймається, але не усвідомлюється мозком.
- Принцип участі свідомості та підсвідомості у процесі навчання потребують опори на попередні знання та досвід учнів. ПС курсу стереометрії і пропонує підводити учнів до вивчення відповідних суто стереометричних знань, базуючись на вказаному принципі.
- Принцип емоцій як необхідного фактору продуктивної діяльності мозку говорить про використання дидактичних ігор, естетичного фактору у навчанні та ін.

Прикладна частина змісту стереометрії, виготовлення моделей геометричних тіл у техніці орігамі значною мірою сприяють урахуванню цього принципу.

Додаток З

Аналіз питання про формулювання у підручниках цілей вивчення курсу шкільної стереометрії

У підручнику О.В.Погорєлова [249] відсутні будь-які повідомлення щодо того , чому потрібно опанувати стереометричними ЗУН, як їх можна буде використати у своїй діяльності.

У підручнику Г.П.Бевза [19] у передмові до учнів чітко сформульовано основну мету вивчення стереометрії: “Дати мінімум знань про геометричні фігури в просторі, необхідні для більшості спеціалістів. А ще – розвивати просторову уяву та логічне мислення учнів.” Далі в передмові вказується, людям яких спеціальностей потрібна просторова уява, йдеться про необхідність геометричних знань багатьом фахівцям (які використовують геометричні форми) та навіть філософам і гуманітаріям. На доведення останнього твердження приводяться висловлювання видатних людей: Платона, Феофана Прокоповича та Ле Корбюзьє. На нашу думку, подібне формулювання цілей вивчення стереометрії за змістом є найближчим до бажаного. Потрібно додатково сказати про необхідність розвитку логічного мислення та геометричних ЗУН не лише для професійної діяльності у майбутньому, але і у теперішньому часі для повсякденного життя, для успішного продовження навчання. Необхідність стереометрії для спеціалістів суспільно-гуманітарного напряму теж потребує розкриття.

Проаналізуємо також із вказаної точки зору пробний підручник В.О.Тадеєва [319]. У попередньому слові до учнів сформульовані причини корисності вивчення даного предмета. Серед них: вивчення стереометрії розвиває та шліфує мислення (образне та логічне), вона є джерелом естетичних відчуттів. Для підкріплення сказаного наводяться висловлювання Платона, М.В.Ломоносова та ін. Ще один із аргументів важливості геометрії – поширеність геометричних термінів не лише у природничих, технічних та гуманітарних науках, мистецтвознавстві, але і мовній практиці. Тут же автор приводить приклади. Учень, безсумнівно, дізнається досить багато цікавого про необхідність стереометрії для себе. Але цілі вивчення стереометрії записані у підручнику в неявному вигляді, їх потрібно “вишукувати” впродовж читання передмови. Також потребує розширеної аргументації важливість просторового та логічного мислення (яке розвиває вивчення стереометрії) та власне стереометричних ЗУН для старшокласників, їх застосовність.

У підручнику О.М.Афанасьєвої [13] у передмові до учнів містяться твердження, що геометрія є одним із найкращих засобів розвитку розумових здібностей, вміння логічно міркувати і робити правильні висновки. Також підкреслюється той факт, що геометрія допомагає орієнтуватись у навколишньому середовищі та має особливе значення для майбутніх інженерів, техніків, науковців, кваліфікованих робітників. Тобто, фактично, перераховуються причини, чому потрібно вивчати стереометрію. Проте їх форма є тезовою та не містить, на нашу думку, достатніх обґрунтувань для того, щоб ці причини отримали статус цілей вивчення стереометрії.

Слід сказати, що недостатньо чітко та аргументовано визначена мета вивчення курсу стереометрії для учнів також і в інших підручниках [74, 75, 287].

Який був стан справ відносно цілей навчання стереометрії в окремих підручниках, які використовувались раніше? У підручнику А.П.Кисельова [153] відсутні будь-які пояснення необхідності вивчення стереометрії.

В неявному вигляді сформульовані цілі вивчення даного предмета в підручнику В.М.Клопського [154]. Там говориться про велике значення стереометрії для підготовки до практичної діяльності (без пояснення та наведення прикладів) та йдеться про те, що засвоєння стереометричних відомостей дає можливість глибше, повніше усвідомити властивості реальних предметів, які створюються природою та людьми (знову ж без обґрунтування).

Звернемось до зарубіжних підручників геометрії. В польському підручнику з математики для III та IV класів, де поряд із курсом алгебри міститься і курс стереометрії, зовсім відсутні будь-які відомості щодо цілей вивчення вказаних предметів [371].

Розглянемо, як сформульовані цілі вивчення геометрії (зокрема, стереометрії) в підручнику для старших класів американських шкіл [370]. Підручник містить і планіметрію, і стереометрію. Перед першим розділом - лист до учнів, підписаний авторами, який називається: "Чому вивчають геометрію?". Лист містить чотири чітко виділених (логічно та поліграфічно) тези, які можна вважати цілями вивчення геометрії, визначеними авторами підручника. Перерахуємо їх в тому ж порядку: геометрія корисна; геометрія розвиває; геометрія логічна; геометрія є візуальним підґрунтям для арифметики та алгебри. Кожну тезу коротко обґрунтовано. Нам імпонує така форма подачі цілей вивчення стереометрії, хоча зміст, точніше, розкриття тез потребує корекції стосовно пріоритету цінностей для молоді різних країн.

Додаток К

Таблиця К.1

Взаємозв’язки системно-структурного розподілу та діючої програми

№ НМТ	Суто стереометричний зміст (суть) із другого та третього ступенів НМТ	Кількість годин	В якій програмовій темі вивчається, у якому класі
I.	Вступ до стереометрії.	6	Вступ до стереометрії (I), 10кл.
	Паралельність у просторі.	16	Паралельність прямих та площин (II), 10кл.
	Перпендикулярність у просторі.	19	Перпендикулярність прямих та площин (III), 10кл.
	Кути у просторі.	3	Координати і вектори в просторі (IV), 10кл.
	Двогранні кути. Лінійний кут.	1	Многогранники (I), 11кл.
II.	Вектори. Прямокутна система координат.	10	Координати та вектори у просторі (IV), 10кл.
III.	Рухи. Перетворення подібності .	3	Координати та вектори у просторі (IV), 10кл.
	Паралельне проектування.	2	Паралельність прямих та площин (II), 10кл.
	Ортогональне проектування.	1	Перпендикулярність прямих та площин (III), 10кл.
	Площа ортогональної проекції многокутника.	1	Координати та вектори у просторі (IV),10кл.
	Подібність і гомотетія просторових фігур.	1	Координати та вектори у просторі (IV),10кл.

Продовж. табл. К.1

IV.	Многогранник, його елементи. Опуклі.	1	Многогранники (I), 11кл.
	Побудова перерізів многогранників.	2	Многогранники (I), 11кл.
	Правильні многогранники.	1	Многогранники (I), 11кл.
	Поняття про тіло та поверхню обертання.	1	Тіла обертання (II), 11кл.
	Поняття про об’єм.	2	Об’єми (III), 11кл.
	Комбінації геометричних тіл.	6	Комбінації геометричних тіл (IV), 11кл.
V.	Поняття призми. Види призм. Площа поверхні призми. Перерізи.	6	Многогранники (I), 11кл.
	Вписані та описані.	1	Тіла обертання (II), 11кл.
	Об’єм призми.	2	Об’єми (III), 11кл.
VI.	Поняття піраміди. Види. Площа поверхні піраміди. Перерізи пірамід.	7	Многогранники (I), 11кл.
	Вписані та описані.	1	Тіла обертання (II), 11кл.
	Об’єм піраміди.	3	Об’єми (III), 11кл.

Продовж. табл. К.1

VII.	Поняття циліндра. Перерізи.	4	Тіла обертання (II), 11кл.
	Об’єм циліндра.	2	Об’єми (III), 11кл.
	Площа поверхні циліндра.	3	Площі поверхонь тіл обертання (IV), 11кл.
VIII.	Поняття конуса. Перерізи.	3	Тіла обертання (II), 11кл.
	Об’єм конуса.	2	Об’єми (III), 11кл.
	Площа поверхні конуса.	3	Площі поверхонь тіл обертання (IV), 11кл.
IX.	Поняття про кулю та сферу. Перерізи. Дотична площина до кулі.	4	Тіла обертання (II), 11кл.
	Об’єм кулі та її частин.	3	Об’єми (III), 11кл.
	Площа сфери.	4	Площі поверхонь тіл обертання (IV), 11кл.

Додаток Л

Л.1 Зразок картки-НМТ для учнів

Таблиця Л.1

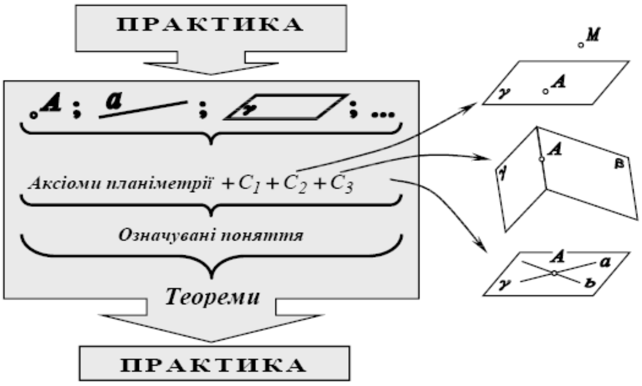
НМТ "Базова"

I. Базова	Теорія (зміст)	Де у підручнику	Дата проходження матеріалу	Характер опрацювання теорії	Контроль вивчення теорії		Задачі		Контроль розв'язування задач		Примітки
					Вид	Дата	У класі	Вдома	Вид	Дата	
Емпірична основа	Мета										
Створюємо модель	1.Поняття точки, прямої та площини. 2.Аксіоми стереометрії та їх наслідки.	§1 (п. 1-6)									
Досліджуємо математичну модель	1.Означення паралельних прямих (‖), ‖-ної прямої та площини, ‖- них площин. Відповідні ознаки та властивості. 2.Означення мимобіжних прямих. 3.Означення перпендикулярних прямих ( ); прямої, -ної площини, -	§2 (п. 7-12); §3 (п. 14-21); §4 (п.									

	них площин. Відповідні ознаки та властивості. 4.Поняття про перпендикуляр та похилу до площини; про проекцію похилої до площини; про відстань від прямої до паралельної до неї площини; про відстань між мимобіжними прямими. 5.Поняття кута між прямими, кута між прямою та площиною, кута між площинами. Поняття про двогранний та тригранний кут. Властивості введених понять. 6.Розв’язування задач .	31-34; §5 (п. 37, 38).									
Застосовуємо	Результат. Розв’язування прикладних задач.										

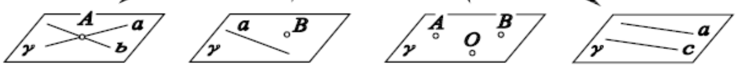
Л.2 Опорний конспект для НМТ “Базова”

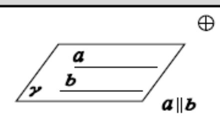
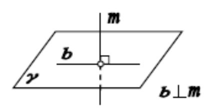
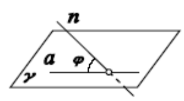
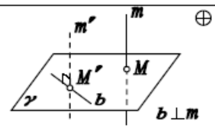
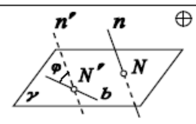
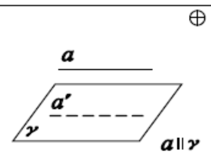
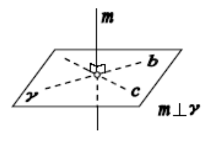
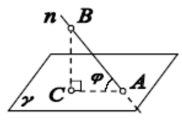
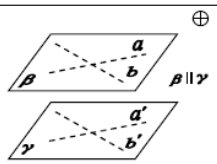
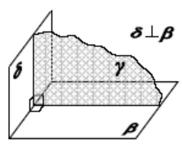
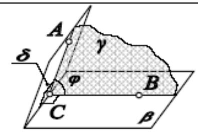
I.



II. **ВИЗНАЧАЮТЬ ПЛОЩИНУ**

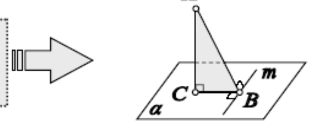
III.



Кут між об‘єктами φ		$\varphi = 0^0$	$\varphi = 90^0$	$\varphi \in \left(0^0; 90^0\right)$
Дві прямі	*Лежать в одній площині*			
	Не лежать в одній площині (мимобіжні)	*Випадок неможливий*		
Пряма та площина				 CA - проекція похилої BA - похила CB - перпендикуляр
Дві площини				 ∠ACB - лінійний кут

⊕ – можна знайти відстань l між цими об‘єктами (l – спільний перпендикуляр).

Теорема про три перпендикуляри



BC – проекція AB на α
m – пряма на α
BC ⊥ m

⇔ *AB ⊥ m*

Додаток М

М.1 Фрагмент розповіді про утворення моделі геометричної прямої

Вчитель. Тепер допоможіть утворити іншу математичну модель – геометричну пряму, про яку ви теж знаєте із курсу планіметрії. Всім зрозумілі висловлювання: пряма мова, пряма дорога, прямий спадкоємець або родич, пряме сполучення, прямі вибори, пряма вказівка, пряма протилежність, пряма користь тощо (продовжити ряд). Тут ми вживаємо прикметник “прямий”, але у якому значенні? Мабуть, мова йде про те, що відбувається ніби в одному напрямку, не розгалужується, має лише один вимір. Згадайте про те, як виглядає план якогось будинку на схемі. Ви будете із ними мати справу або у професійній діяльності, або коли буде потрібно побудувати, перепланувати або придбати будинок чи квартиру. Стіни зображують у вигляді прямих, хоча вони, звичайно, мають певну товщину, але на схемі це не беруть до уваги, бо у першу чергу цікавляться розташуванням кімнат, вікон тощо. Під час проведення різноманітних комунікацій у будинках (наприклад, електричного проводу) теж зображують їх на картах, не звертаючи уваги на їх товщину. Таким чином, можна навести ще чимало задач (наведіть), коли абстрагуються від матеріалу, його якості, від певних вимірів. Але не забудьте, що для математичної моделі геометричної прямої суттєвим є те, що вона нескінченна та не є хвилястою, закрученою тощо. Наближене уявлення про частину прямої може дати світловий промінь, туго натягнута струна, дріт та ін.

М.2

Про походження терміна “піраміда”.

За свідченням деяких дослідників, слово “піраміда” походить від єгипетського “перемус” – діагональ основи. Форму правильних чотирикутних пірамід мають легендарні єгипетські піраміди, які видатний французький архітектор Ле Корбюзьє назвав “німим трактатом з геометрії”. З Єгипту, можливо, походить і сам термін “піраміда”. За однією із гіпотез, відповідне грецьке слово “пураміс” утворилося від давньоєгипетського “перо”, що означало “великий будинок” – саме так називали єгиптяни усипальниці своїх фараонів. Інша гіпотеза виникла в Середні віки. Середньовічні вчені, услід за Платоном, пов’язували з пірамідою форму найактивнішої стихії – вогню. Вони вважали, що термін “пураміс” утворився від грецького слова “пор”, тобто “вогонь”. У деяких середньовічних підручниках з геометрії піраміда так і називалася - “вогненне тіло.”

Рис. М.2.1 Карточка із повідомленням про походження терміна «піраміда»

М.3

Про піраміду в архітектурі та природі.

Тіла пірамідальної форми досить поширені в архітектурі. Шатро – завершення центричних споруд (дзвіниць, храмів, башт) у вигляді високої чотиригранної або багатогранної піраміди. Боробудур – буддійське святилище на півдні острова Ява, яке було задумано як грандіозний символ Всесвіту. Побудовано в кінці VIIIст. – початку IXст. із блоків каменю – андезиту. Має вигляд ступінчатої десятиярусної піраміди, висота якої дорівнює 31,5м, а довжина квадратної основи – 123м. Гирька – фігурна деталь у вигляді піраміди із цегли або каменю. Служить опорою декоративним аркам, використовувалась у російській архітектурі XVI-XVIIст. для декору воріт, вікон. Зіккурат – в архітектурі Стародавньої Месопотамії культова ярусна башта, яка складається із 3-7 ярусів у формі зрізаних пірамід або паралелепіпедів із цегли сирцю. Обеліск (від грецького слова "невеликий рожен") – меморіальна споруда, що виникла у стародавньому Єгипті. Має вигляд гранованого (в перерізі найчастіше – квадрат) кам'яного стовпа, що звужується доверху, із загостреною пірамідальною верхівкою. Форму правильних пірамід мають гострокінцеві дахи на баштах Московського Кремля. Пам'ятник Вічної Слави в місті Києві – це обеліск, верхня частина якого має форму правильної чотирикутної піраміди, а нижня – правильної зрізаної чотирикутної піраміди.

В природі тіла пірамідальної форми зустрічаються рідко. Нам вдалось знайти лише дані про грушу пірамідальної форми. Це груша-кайон із західного Паміру. ЇЇ плоди схожі на трикутні пірамідки, вони досягають маси до 700г.

Рис. М.3.1 Карточка із повідомленням про пірамідальну форму в архітектурі та природі

М.4 Повідомлення про таємниці пірамід

Тисячоліттями піраміди гордо зберігають мовчання про своє походження і призначення. Але інтерес людей до них не зменшується. За кількістю пірамід, що приходяться на одиницю площі, безперечно, лідирує Єгипет. Але піраміди та їх залишки є в Індії, Пакистані, на Мальдівських та Канарських островах, в Китаї, Південній та Латинській Америці. Більшість пірамід має ступінчату форму. Правильні, такі як Великі піраміди в Гізі (Хеопса, Хефрена, Мікеріна), будували рідко. Крім того, більшість правильних пірамід є зрізаними, тобто не мають гостроконечної верхівки, ніби недобудовані. Не обійшлись без піраміди і засновники США. Правда, до побудови справа не дійшла. Вони обмежились лише прийняттям Конгресом США в 1776 році ескізу державної печатки зі зрізаною пірамідою. Якщо подивитись на американську купюру в 1долар, то на її звороті і зараз можна побачити цю печатку. На ній зображено зрізану піраміду, а над нею – трикутник із оком посередині.

Мабуть, найбільше таємниць пов'язано із єгипетськими пірамідами. Численна кількість вчених намагались довести, що в пропорціях Великої піраміди (Хеопса) закодовані наукові відомості та пророцтва. Зокрема, королівський астроном Шотландії Чарльз Сміт детально дослідив цю піраміду і опублікував у 1860 році результати. Наприклад, периметр піраміди вказує на довжину сонячного року; відношення периметра до висоти основи дорівнює

; висота, помножена на є відстанню від Сонця до Землі. Ці відомості справили велике враження на всіх, проте при перевірці були виявлені деякі неточності. Такими ж суперечливими були неймовірні повідомлення про силу пірамід.

Все почалось з того, що в 1930 році турист із Франції Антуан Бовіс звернув увагу на те, що тіла дрібних тварин, які померли всередині пірамід, не розклались, незважаючи на високу вологість. Повернувшись додому, він став експериментувати та виявив, що овочі краще зберігаються в картонних коробках пірамідальної форми. Радіоінженер із Чехії Карел Дрбал пішов іншим шляхом. Він поклав всередину пірамідальних коробок використані леза для гоління. В результаті леза знову стали гострими. В 1959 році, після детальних перевірок, йому був видано патент за винахід для заточування лез! До цього часу в Чехії продаються пірамідки для заточування лез. Причому для кращого результату повздовжня вісь леза має бути напрямлена вздовж магнітного поля Землі. Схожі повідомлення про силу піраміди опубліковували й інші автори. Зауважимо, що пропорції цих пірамід повторювали пропорції Великої піраміди. Механізм подібних явищ не вивчено. Хоча існує припущення, що піраміда може утворювати власне магнітне поле, яке і викликає ріст кристалів на краю леза.

Слід сказати, що нині інтерес до пірамід не згасає. Цікавими є повідомлення та гіпотези севастопольських вчених В.Гоха та І.Котелянца про знайдені ними унікальні об'єкти (піраміди) в Криму. Всі виявлені піраміди розташовані на одній прямій у північно-західному напрямі та знаходяться на тій лінії, що і тібетські піраміди, бермудський трикутник і острів Пасхи. Вони також мають характерні для більшості пірамід співвідношення довжини основи до висоти, яке відповідає золотому перерізу. Вчені мають таку гіпотезу: всі піраміди світу пов'язані із ядром Землі і мають відповідні завдання. На думку вчених, у давнину Земля зазнавала великих бід через нестабільність руху, що призводило до великих катаклізмів, зокрема і повеней. Хтось, мабуть, розрахував та розробив «великий пірамідальний стабілізатор Землі», і почалась одне із велетенських будівництв. Сьогодні у різних районах земної кулі (Австралії, Англії, Тибеті, Мавританії, Намібії) виявлено комплекси пірамід. Кримські (їх біля 30) – їх невіддільна частина. Можливо, майбутнє розкриє нам всі секрети пірамід?

Додаток Н

Н.1 Прикладні задачі

Задача 1 (Т1). Щоб надати найстійкішого положення вимірювальним приладам, їх часто встановлюють на триногах. На якому твердженні це ґрунтується?

Задача 2 (Т1). При формуванні цегли по паралельним краям форми ковзає прямолінійний брус. Чому грань, яку розрівнюють, плоска?

Задача 3 (П1). Чому двері, які не закриті на замок або клямку, обертаються навколо завіс?

Задача 4 (Ф1). Горизонтальний промінь відображається від двох вертикальних плоских дзеркал. Причому спочатку промінь є паралельним до площини одного дзеркала, а після двох відображень – до площини другого дзеркала. Визначити кут між дзеркалами.

Задача 5 (Ф1).Швидкість літака, який летить на одній і тій же висоті, відома. Чи можна знайти цю висоту, якщо знаходитись на одному місці? Зробити відповідний рисунок.

Задача 6 (А1). Основою чотирисхилого даху є прямокутник зі сторонами 18м та 12м. Кути нахилу схилів даху однакові та дорівнюють 40°. Підрахуйте кількість черепиці, необхідної для покриття даху, якщо на 1м2 даху потрібно 15 штук черепиці.

Задача 7 (А1). Запроектований чотирисхилий дах. Доведіть, що проекції ребер даху є бісектрисами кутів прямокутника, що є загальним контуром плану даху.

Задача 8 (А2). Стійкість міцних мостів, куполів і склепінь будівель та інших конструкцій базується на розрахунку сили тяжіння на складові, які проходять через точки опори. Наведіть приклад та виконайте відповідний рисунок.

Для задачі 8 вчитель може використати таку наочність: різноманітні ілюстрації (або запропонувати це зробити учням), наприклад, фото або рисунок знаменитого пам'ятника "Мідний вершник", який спирається лише на три опори.

Задача 9 (Т3). Розміри іграшкового відерця в 10 разів менші справжнього такої ж форми, що вміщує 12,3кг води. Скільки води вміщує іграшкове відерце?

Задача 10 (Т3). Цар-дзвін важить 12 тисяч пудів. Скільки повинна важити його модель, відлита із того ж матеріалу, якщо висота моделі в 40 разів менша від висоти оригіналу?

Задача 11 (Ц3). Шовкопряд при вилупленні має довжину 3,5мм, в дорослому стані він досягає 9см. У скільки приблизно разів він збільшується у масі?

Задача 12 (Т3).Дерев'яна модель залізної споруди має висоту 10см та масу 30г. Споруда повинна мати висоту 20м. Визначити її масу. Залізо важче від дерева в 16 разів.

Задача 13 (Ц3). Припустимо, що на 1м2 поміщується 3 особи. Оцініть, скільки, приблизно, людей поміститься на території України? Площа території України близько 603700км2.

Задача 14 (П4). У циліндричній коробці лежить м'яч, який дотикається до обох основ коробки та її бічної поверхні. Визначити величину вільного простору коробки, якщо поверхня м'яча дорівнює .

Задача 15 (Ф4). Ртуть наповнює у термометрі кульку діаметром 8мм і піднімається у трубці циліндричним стовпчиком на 1мм товщини та 8см довжини. Яка маса ртуті в цьому термометрі? Вважайте, що маса 1мм3 ртуті дорівнює (за даної температури) 13,6мг.

Відповідь (4,5г) для задачі 15 буде дещо збільшеною, оскільки враховувалось двічі незначна кількість ртуті поблизу границі трубки та кульки: як така, що входить у склад кульки та у склад циліндричного стовпчика. Це доцільно обговорити з учнями. Для задачі 16 спочатку потрібно здійснити етап формалізації (що не становить тут складності для учнів).

Задача 16 (Т4). В кубічну коробочку з ребром 1см насипано доверху дріб. Діаметр кожної дробини – 1мм. Скільки приблизно дробинок міститься у коробочці ?

Задача 17 (Е4). Скляні трубочки часто продаються не на кількість, а на масу. Скільки метрів скляних трубочок із внутрішнім діаметром 5мм та зі стінками товщиною 1мм йде на 1фунт?

Задача 18 (Т4). Олівець довжиною 17см має в перерізі форму правильного шестикутника, найбільша відстань між вершинами якого – 8,5см. Товщина графіту 2мм. Обчисліть масу дерев'яної частини олівця.

Задача 19 (Т4). Яка бляшанка має більшу місткість: перша у формі ящика висотою 20см і з основою см або друга циліндрична висотою 16см і шириною 12см? У якої бляшанки повна поверхня є більшою?

Задача 20 (П4). В циліндричну склянку, внутрішній діаметр якої 6,5см налито до деякої висоти воду; в неї цілком занурили шестигранний олівець довжиною 6см. При цьому вода у склянці піднялася на 7мм. Якої товщини олівець? (За товщину олівця прийміть найбільшу ширину його перерізу).

Задача 21 (А4). Кожна з гранітних колон Ісакіївського собору в Петербурзі зовні має форму циліндра висотою 21,3м. Бічна поверхня колони складає 142м2. Бронзова підставка під кожною колоною має вид низької правильної чотирикутної призми висотою 17,7см і займає площу 6,16м2. Визначити масу кожної колони із підставкою.

Задача 22 (Т4). Залізна гайка має форму правильної шестикутної призми; бічна поверхня гайки дорівнює 72см2, а бічне ребро на 1см менше сторони основи. Через центри основи гайки проходить циліндричний отвір, діаметр якого дорівнює 2см. Визначте повну поверхню гайки та її масу.

Задача 23 (Ф4). Два самовари (або два котли), великий та малий, з однакового матеріалу та однакової форми наповнені кип'ятком. Який охолоне швидше?

Розв'язання задачі 24 радимо проводити колективно, задача є нескладною, але важливою із теоретичної точки зору та здійснення зв'язків із теорією планіметрії .

Задача 24 (Т4). При побудові покрівель, мостів, підйомних кранів та т.п. споруд скріплюють опорні балки так, щоб вони утворювали систему трикутників. Чому саме таке розташування балок найкраще забезпечує незмінність форми, на відміну від інших? Розв'язання. Балки таких споруд самі по собі майже не піддаються ні помітному стиску, ні скороченню довжини. Під дією зовнішньої сили можлива було б лише зміна їх взаємного нахилу. Але з трьома сторонами даної довжини може існувати лише один трикутник, оскільки всі трикутники з відповідно рівними сторонами рівні між собою. Тому при незмінній довжині балок, які скріплені хоча б шарнірами у формі трикутника, кути, що складені ними, залишаються незмінними. Звідси – постійність форми всієї споруди, складеної із трикутників.

Задача 25 (П5). Для виготовлення квадратного ящика висотою 80см без кришки використали дошку довжиною 6,4м і шириною 4,3м. Скільки таких дошок піде на дно та кришку? На відходи додати половину дошки. Як сформулювати дану задачу, використовуючи лише геометричні терміни?

Задача 26 потребує етапу формалізації, вибору моделі – прямої призми.

Задача 26 (П5). Визначити місткість кутової шафки у ванній кімнаті, якщо основою шафки є рівнобедрений прямокутний трикутник, рівні сторони якої мають по 50см, а більша (передня) грань займає на 1660см2 більше, ніж кожна бічна грань.

Задача 27 (І6). Відома піраміда Хеопса спочатку мала висоту 147м і займала квадратну площу 34300м2. Скільки тонн вапна потрібно було для облицювання цієї споруди, якщо вважати, що на кожний квадратний метр використовувалось 10 пудів вапна?

Задача 28 (Е7). Торговець купив оптом 1024 плетених коробочок вишень; кожна коробочка має форму циліндра із діаметром основи 0,2м та висотою 0,3м. Скільки відсотків прибутку отримав торговець, якщо 1гарнець (1гарнець=3,28дм3) вишень він продавав по 90коп., а сам заплатив за всі вишні 2200 гривень?

Задача 29 (А7). Павільйон має в плані розміри м, а його видом спереду є сегмент висотою 5м. Дах павільйону є частиною циліндричної поверхні, радіус якої дорівнює 42,5м. Обчислити поверхню даху.

Задача 29 - середнього рівня складності. Це приклад задачі, де в умові вже містяться дані про математичну модель (циліндр), але здійснити етап формалізації повністю учням складно. Тому після вивчення умови потрібно перейти до виконання на дошці одним із учнів ескізу павільйону (обов’язково підписати на ньому розміри, подані у задачі). У ході цієї роботи стане більш зрозумілим майбутній малюнок до задачі, але виявиться, що неясно, яку висоту має циліндр (10см чи 40см). Отже, потрібно буде провести прикидку, якою буде висота. Після чого, учні під керівництвом вчителя приходять, наприклад, до такого формулювання задачі: дано циліндр висотою 10см та радіусом основи 42,5см. Через хорду, довжиною 40см в основі циліндра, провели площину, паралельну осі циліндра. Знайти площу поверхні меншої частини бічної поверхні циліндра, яка відтинає ця площина, якщо площина проведена на відстані 37,5см від осі циліндра. Далі переходять до складання плану розв’язування суто стереометричної задачі. Тут важливо допомогти учням зрозуміти, як можна знайти частину площі бічної поверхні циліндра.

Задача 30 (П8). Визначити на око об’єм будь-якого конічного предмета, а потім шляхом безпосереднього вимірювання обчислити об’єм та порівняти результати.

Задачу 31 можна віднести до легких задач. Вона розрахована на роботу із формулою площі бічної поверхні конуса. Труднощі може викликати у старшокласників лише те, що не дано радіуса основи конуса (навісу). Проте після етапу формалізації, виконання малюнка ці труднощі швидко усуваються. Умова задачі 32 теж містить математичну модель. З'ясувавши спочатку, що вимога знайти кількість рідини або місткість фільтра – це вимога знайти його об'єм, учень відразу зможе перейти до безпосереднього обчислення об'єму конуса за допомогою формули, яку він повинен вміти застосовувати.

Задача 31 (А8). Над димовою трубою, довжина кола основи якої дорівнює 126см, поставлено конічний навіс, край якого виступає над краєм труби на 2см. Висота навісу 35см. Яку масу заліза використали на навіс, якщо на з'єднання пішло 17,5см2 і лист шириною 70см та довжиною 140см має масу 4,9кг?

Задача 32 (Т8). Фільтр має форму перекинутого конуса. Скільки рідини міститься у фільтрі, якщо радіус його основи (розтруб) складає 10см, довжина від дна до краю (твірна) дорівнює 26см?

Задача 33 (П8). Чайна чашка, яка має форму зрізаного конуса, вміщує 237см3 води; висота чашки 6см, а поперечник чашки зверху в 1,8 рази більше поперечника дна. Визначити поверхню чашки, на якій буде нанесено візерунок для її оздоблення.

Задача 34 (Б9). У скільки приблизно разів об'єм м'ясистої частини вишні більший від об'єму кісточки?

Задача 34 потребує всіх трьох етапів розв'язування ПЗ. Додамо, що задача не має числових даних, а, отже, учень сам повинен знайти необхідні дані.

Задача 35 (Т9). Скільки виготовлено зі слонової кістки більярдних куль із діаметром 6,7см, якщо всі вони мають масу 82кг і якщо відомо, що 440см3 слонової кості має масу 0,8кг?

Задача 36 (Ф9). Відомо біля 1000 малих планет (астероїдів), які переміщуються між Марсом та Юпітером. Висловлювались припущення, що всі вони з'явились у результаті руйнування однієї планети. Обчисліть діаметр цієї гіпотетичної планети, беручи до уваги, що середній діаметр астероїдів 50км і що нам відома лише приблизно десята частина існуючих астероїдів. Розв'язання. Куля, об'єм якої в 10000 разів більший об'єму кулі з діаметром 50км, повинна мати діаметр в разів більший, тобто, (км) (в 3,5 разів менший діаметра Місяця).

Задача 37 (Т9). Діаметр мильної бульбашки дорівнює 16см. Маса тієї краплі мильного розчину, який пішов на її утворення – 0,1мг. Обчислити товщину мильної плівки, якщо прийняти до уваги, що 1см3 мильного розчину має масу 1г. Можна вважати, беручи до уваги незначні її розміри, зовнішню та внутрішню поверхні рівними.

Задача 38 (П9). Розливна ложка має форму кульового шару. Визначити а) поверхню ложки; б) місткість ложки, якщо діаметр дна дорівнює 5см, діаметр зовнішнього краю – 9см, а глибина ложки – 3,5см.

Задача 39 (Т9). Кегельна куля має діаметр 30см; поверхня крокетної кулі на 1256см2 менша від поверхні кегельної. Визначити відношення радіусів обох куль.

Н.2

Задача 1. Кавник має форму правильної зрізаної 8-кутної піраміди висотою 16см. Поперечник дна між складає 12см, а поперечник кришки, теж між двома протилежними вершинами, - 8см. Визначити, скільки чашок кави можна наповнити із кавника, якщо чашка за формою є кульовим шаром висотою 4см, діаметр дна дорівнює 4,5см, а діаметр обідка чашки - 8см.

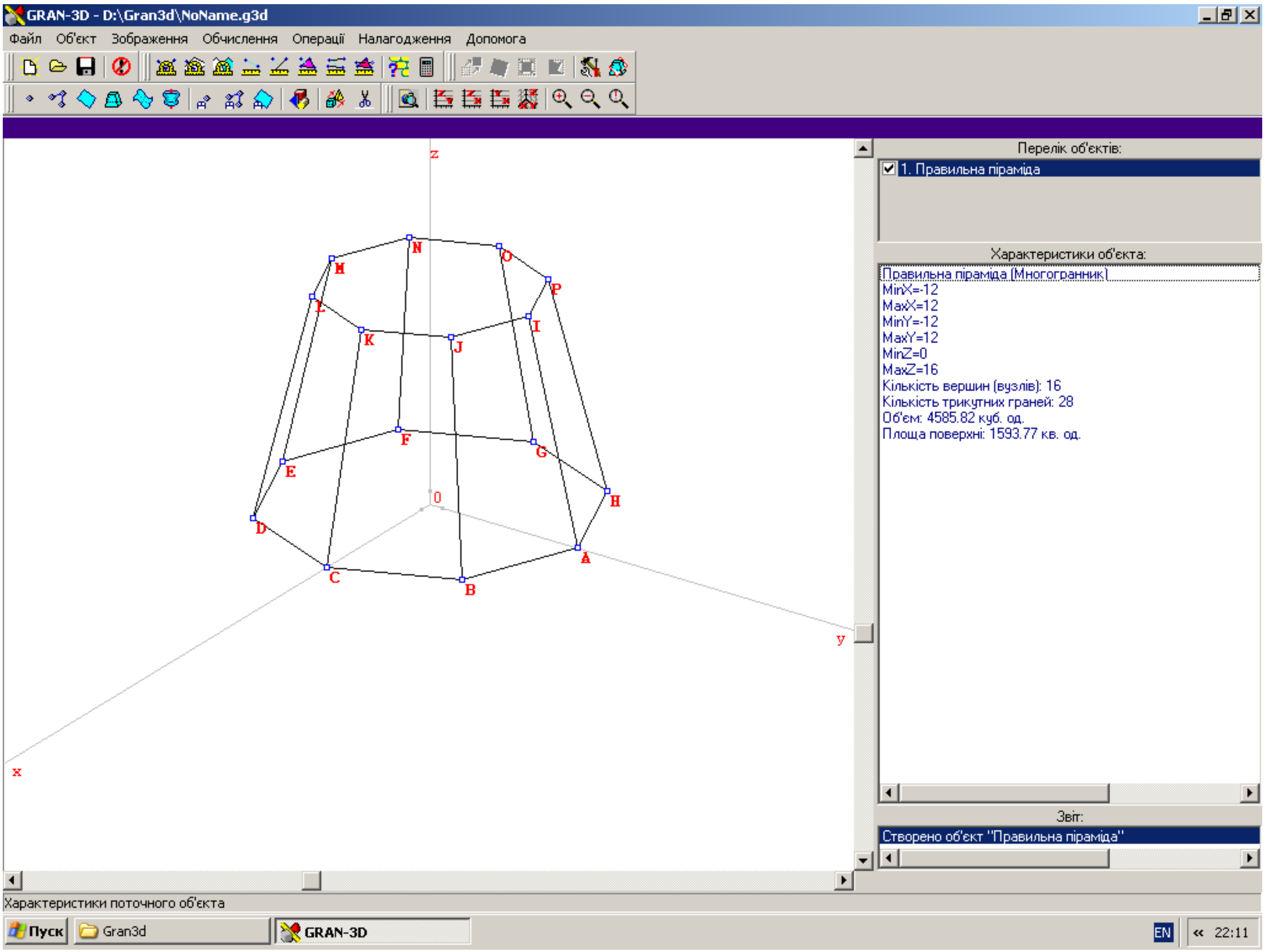


Рис. Н.2.1 Зображення математичної моделі кавника - правильної 8-кутної піраміди

Задача 2. Господиня приготувала кекс, щоб разом із своїми друзями поласувати ним під час своєї подорожі. Вона хоче завчасно, ще вдома, розділити кекс, але не знає, скільки буде у неї супутників (2 або 3 особи). Яку найменшу кількість розрізів (та як саме) має зробити господиня, щоб всім вистачило порівну та не прийшлось додатково розрізати шматочки кексу? Кекс випікався у формі з квадратною основою. Відповідь. Три розрізи. Підказка, як проводити розрізи – рис. Н.2.2.

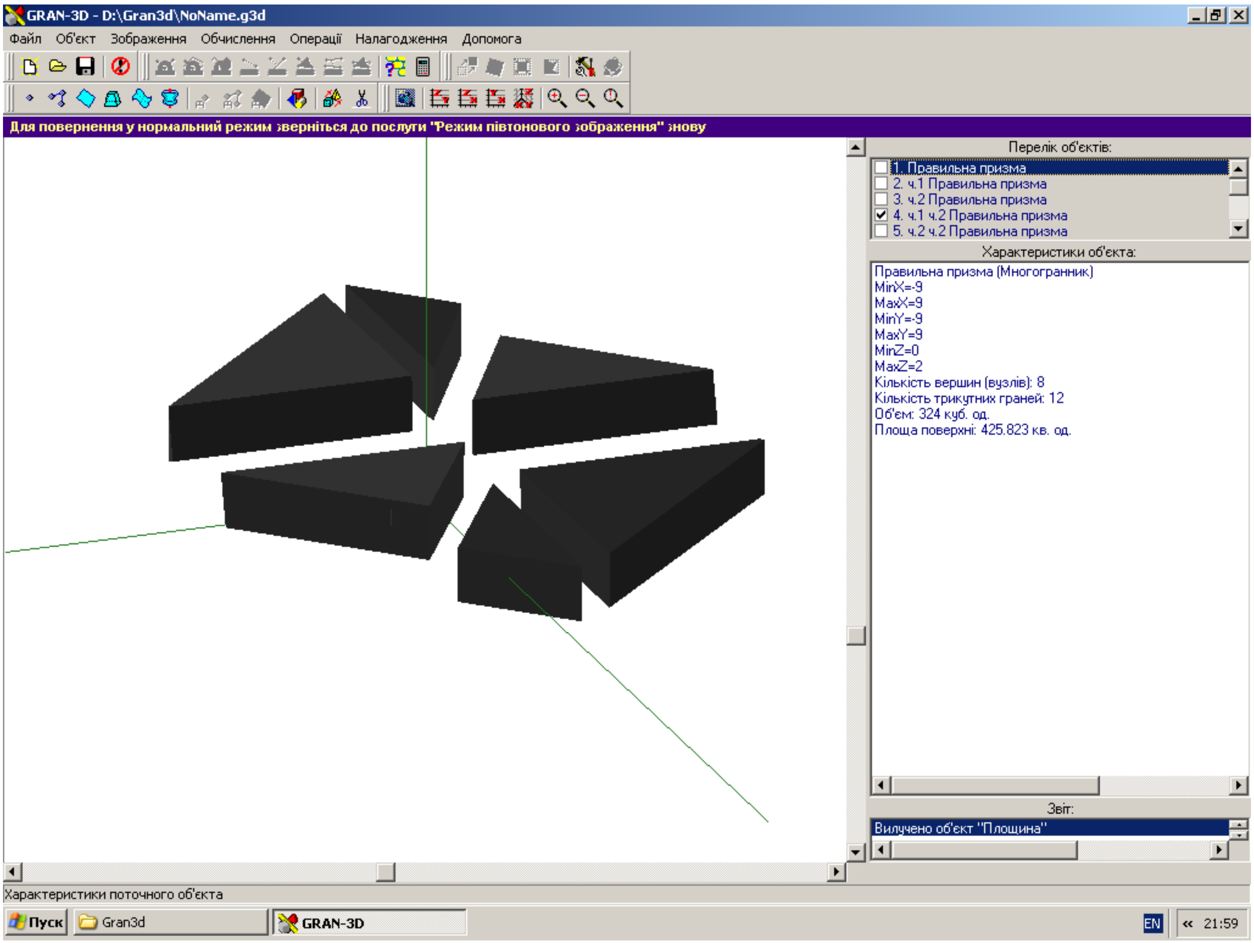


Рис. Н.2.2

Н.3

Таблиця Н.3.1

Міри величин

<table>
<tr><th>Міри довжини</th><th>Міри площі</th></tr>
<tr><td>1м = земного кола
1 верста = 1,07км
1 аршин = 0,71м
1 вершок = 4,45см
1фут = 30,48см
1дюйм = 2,54см
1 лінія = 0,1дюйма
1 географічна миля = 1,85км
1 сажень = 2,1м</td><td>1 кв. верста = 1,14км2
1 кв. сажень = 4,55м2
1 кв. аршин = 0,51м2
1 кв. вершок = 19,76см2
1 кв.фут = 0,09м2
1 кв. дюйм = 6,45 см2
1 десятина (2400 кв. сажнів) = 1,09га</td></tr>
<tr><td>Міри ваги</td><td>Міри об’єму</td></tr>
<tr><td>1 пуд = 16,38кг
1фунт = 409,51г
1 лот = 12,80г
1 золотник = 4,27г
1 доля = 44,43мг
квінтал = 100кг</td><td>1 куб. сажень = 9,71м3
1 куб. аршин = 0,36м3
1 куб. вершок = 87,82 см3
1 куб.фут = 0,03м3
1 куб. дюйм = 16,39 см3
стер = 1м3
декастер = 10 стер 1 куб. саж.
1 літр = 1 дм33</td></tr>
<tr><th colspan="2">Міри ємності</th></tr>
<tr><td colspan="2">1 бочка = 4,92 гектолітра
1 відро = 12,30л
1 штоф = 1,23л
1 пляшка = 0,31л
1 чарка (сотка) = 0,12л
1 гарнець = 3,28л (стара російська міра сипучих тіл)
1 четверик = 26,2л (стара російська міра сипучих тіл)
1 штоф = 0,1відра (об’єм відра = 750 куб. дюймів; стара російська міра горілки)</td></tr>
</table>

Н.4 Приклади таблиць із даними для складання прикладних задач для теми "Циліндр"

Таблиця Н.3.1

№	Назва предмета	Висота, см	Діаметр основи, см	Товщина стінок, см	Матеріал або маса, г
1	грифель	15	0,2	-	графіт
2	шприц	6	1,0	0,2	22
2	помада	5	1,5	-	3,9
3	каструля	12,5	23,5(внутрішній)	0,4	алюміній
4	сковорода	6	23(внутрішній)	0,5	чавун
5	склянка	9,5	8,3(внутрішній)	0,3	скло
6	стакан	8	8,9(внутрішній)	0,3	скло

Таблиця Н.3.2

№	Назва предмета	Висота, см	Діаметр основи, см	Маса, г	Ціна за 1кг, грн.
1	цукерка - "батончик"	3,5	1,8	12,5	9,5
2	торт "Бузок"	6	22	800	25
3	сир "Російський"	9,5	26	6500	27
4	сир "Чеддер"	6,6	13,5	1170	21
5	банка з горошком	8,1	10	550	5,2

Додаток П

П.1 Зразок дидактичних матеріалів із використанням фото реального предмета

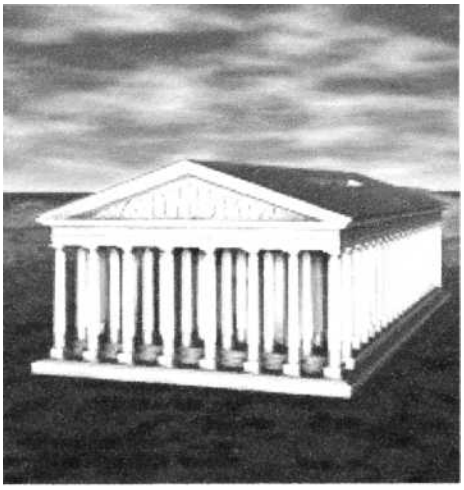
Рум'яна – кульки.

Розміри коробки: висота – 1,3см; діаметр основи – 5,3см.
Кількість кульок – 47.
Середній діаметр кульок – 0,7см.
Маса рум'ян – 18г.

Задачі.

1. Яких розмірів кубічну коробочку для рум'ян можна було б виготовити, якщо їх роздробити та спресувати?
2. Знайдіть відношення об'єму, зайнятого кульками, до об'єму порожнього місця у коробочці.
3. У скільки разів об'єм коробочки більший від об'єму однієї кульки рум'ян?

П.2 Зразок дидактичних матеріалів із використанням зображення пам'ятки культури



“Храм Артеміди – єдиний на землі дім богів. Кожен, хто бачив його хоч раз, певен, що небо та земля помінялися місцями і що саме тут царство безсмертних богів переселилось із неба на землю” (Філон).

За проектами двох відомих архітекторів із Криту – Херсифрона та його сина Метагена – було побудовано цей храм, який став чудом світу. 110м довжиною та 55м шириною була ця резиденція богині, оточена з усіх сторін подвійною колонадою. Два ряди по вісім колон у кожному, висотою 18м, прикрашали фасади. Два ряди по двадцять в кожному утворювали бічну колонаду. Всього, разом взятих, там було 125 колон. І яких колон! 26 таких колон мали бази, прикрашені майже двометровими барельєфами, які створили відомі скульптори. На кутах даху розміщувались чотири мармурових бики гігантських розмірів. У самому центрі на постаменті красувалася скульптура богині – Артеміди.

Додаток Р

Перелік моделей класичної (першої) групи

До класичної групи віднесемо такі моделі: 1) 3-кутна піраміда “без основи”; бічні грані – прямокутні рівнобедрені трикутники, а в основі - правильний трикутник (рис. Р.2); 2) 3-кутна піраміда “без основи”; дві рівні бічні грані – прямокутні трикутники із катетами різної довжини, а третя – рівнобедрений прямокутний трикутник, в основі – рівнобедрений трикутник (рис. Р.4); 3) 3-кутна піраміда, у якої дві бічні грані перпендикулярні до площини основи; всі грані – прямокутні трикутники, попарно рівні (рис. Р.3); 4) 4-кутна піраміда, у якої дві бічні грані перпендикулярні до площини основи, а дві інші нахилені під однаковим кутом ; бічні грані – прямокутні трикутники, а в основі – квадрат (рис. Р.5); 5) правильна 4-кутна піраміда “без основи”; 6) пряма призма “без основ”; в основі можна отримати многокутник із потрібним числом сторін та потрібної довжини (рис. Р.1).

Як правило, на виготовлення найскладнішої моделі (№4) учень витрачає, приблизно, 10хв., найпростішої (№1) – 5хв.

Фото моделей класичної групи, виготовлених у техніці орігамі

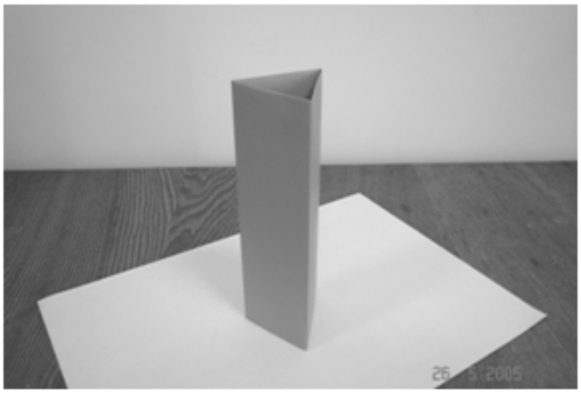


Рис. Р.1

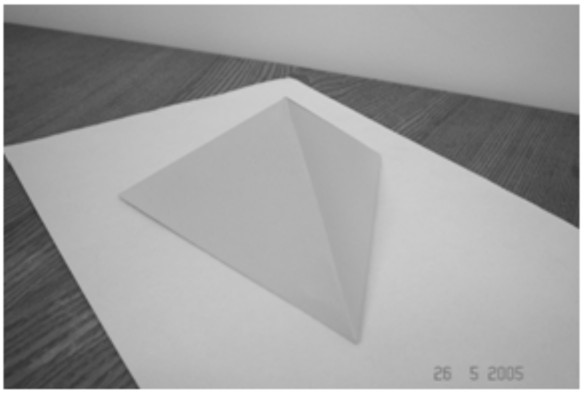


Рис. Р.2

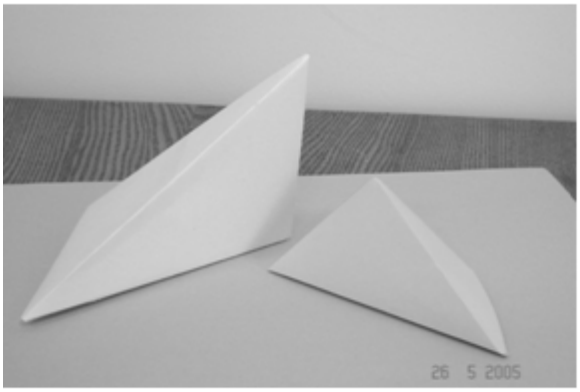


Рис. Р.3

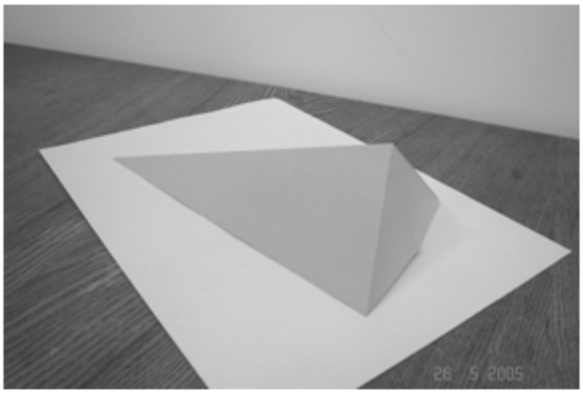


Рис. Р.4

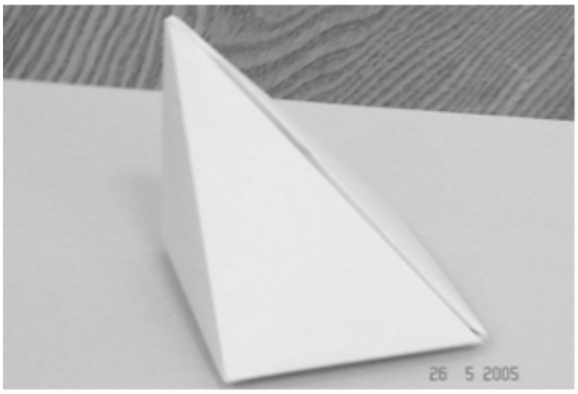


Рис. Р.5

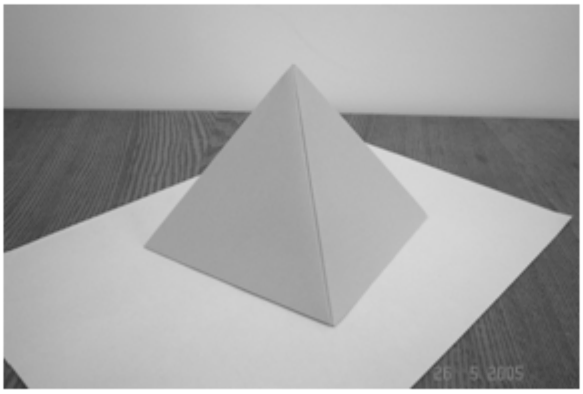


Рис. Р.6

Додаток С

Перелік моделей модульної (другої) групи

До неї віднесемо такі моделі: 1) куб (рис. С7) - 6 модулів; 2) правильний тетраедр (рис. С3) - 2 модуля; 3) октаедр (рис. С4) - 4 модуля; 4) ікосаедр (рис. С6) – 10 модулів; 5) додекаедр (рис. С5) - 12 модулів; 6) “ребристий” октаедр (рис. С1) – 6 модулів 7) “заплетений” куб (рис. С2) - 6 модулів; “доплітаючи” до створеного куба кожного разу по 3 модуля, можна створювати об’ємні конструкції. Для різних моделей, найчастіше, потрібні модулі різної форми. Моделі №2-4 підібрані таким чином, що для них використовують модулі однакового вигляду.

Фото моделей групи, виготовлених у техніці орігамі

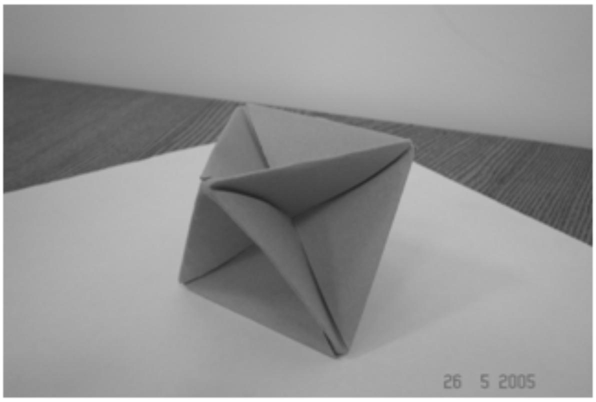


Рис. С.1

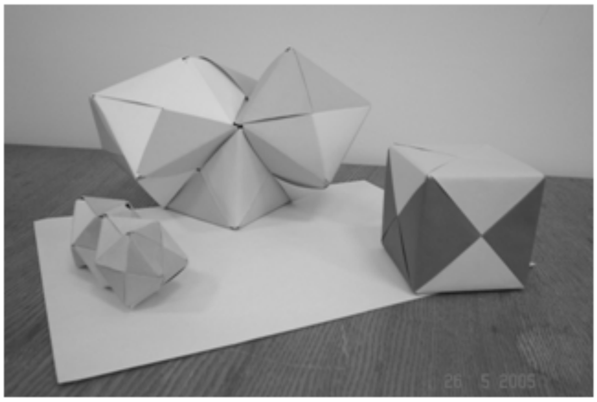


Рис. С.2

Рис. С.3

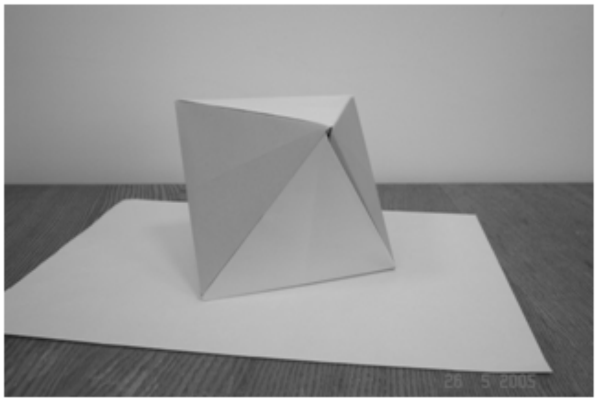


Рис. С.4

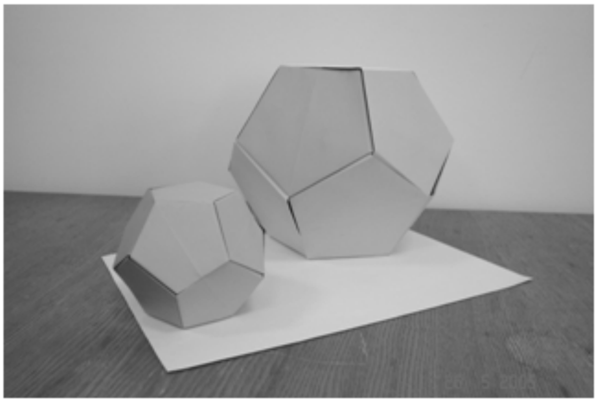


Рис. С.5

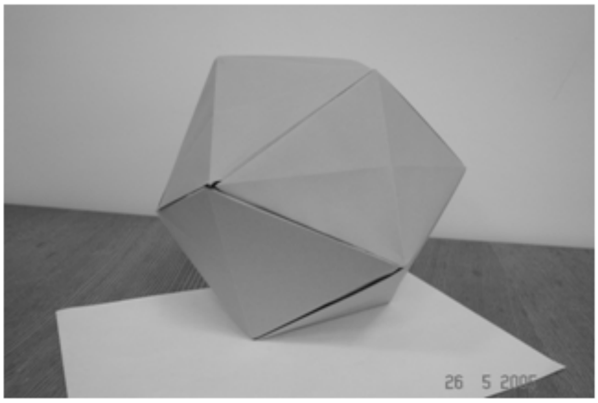


Рис. С.6

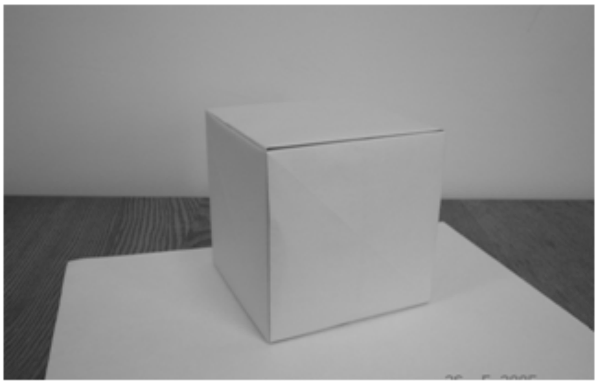


Рис. С.7

Додаток Т

Т.1 Методичні рекомендації щодо організації роботи із виготовлення моделей із модулів одночасно для всіх учнів класу

Для економії часу на уроці доцільно вчителю показати відразу учням всього класу виготовлення одного модуля. Тобто, вчитель - перед класом, а учні – на своїх робочих місцях колективно його виготовляють. Це займає до 5-8хв. У вигляді частини домашнього завдання учні виготовляють всю необхідну кількість модулів для моделі (моделей). На наступному уроці учні під керівництвом вчителя "збирають" модель, на що витрачається до 8хв. на найскладнішу модель (№12). Оскільки між окремими етапами виготовлення такої моделі проходить певний час, то можна після виготовлення одного модуля коротко зафіксувати у зошиті основні етапи. Це зручно робити у вигляді схем, які складаються із набору досить простих умовних знаків, прийнятих у міжнародній літературі з орігамі. Якщо учні не знайомі зі стрілками, лініями та знаками орігамі і немає можливості їх познайомити, то можна обмежитись декількома рисунками, які відображають процес виготовлення із короткими записами-коментарями. Причому це доцільно робити для більш складних модулів. Прості модулі учні легко згортають самостійно, використовуючи зразок, зроблений на уроці, оскільки техніка орігамі дає можливість виконання зворотного процесу до складання.

Така форма організації роботи із виготовлення моделей із модулів дозволяє економити час на уроці, зокрема, за рахунок виготовлення "домашніх заготовок" та одночасного виконання операцій. Це дозволяє швидше переходити до роботи зі створеними моделями. Як показали наші дослідження, недоліки такої форми наступні: учні із різною швидкістю виконують необхідні кроки виготовлення фігури або модуля; зі своїх місць учні по-різному бачать процес згортання та не всі можуть самостійно його повторити. Це породжує перепитування, прохання повторити той чи інший етап, а, отже, вимагає індивідуальних консультацій та може забрати більшу кількість часу, ніж планувалось. Особливо всі ці недоліки відчутні, якщо у класі велика кількість учнів та клас лише починає здобувати досвід у створенні моделей у техніці орігамі. У першу чергу, це стосується вміння слухати усні інструкції вчителя та чітко їх виконувати, концентрувати свою увагу. Колективна форма роботи під час виготовлення моделей із одного листа паперу теж може мати перелічені недоліки. Тому цю форму роботи доцільно застосовувати під час виготовлення моделей першої та другої груп переважно у класах, які вже мають навички із виготовлення моделей в техніці орігамі із основної школи, або її можна використовувати під час виготовлення найпростіших моделей №1, 2, 3, 6 ("класична" група) та №1, 2, 6 ("модульна" група).

Т.2 Методичні рекомендації щодо організації роботи з виготовлення моделей із модулів для створених у класі груп

Інша форма роботи – це робота у групах по 4 - 6 осіб (т.ч., клас "розбивається" , приблизно, на 5 груп). Учитель показує виготовлення моделі одній із груп, назвемо її група-консультант. В цей час учні інших груп виконують на окремих аркушах завдання, дані вчителем на початку уроку, наприклад, працюють із моделлю певного стереометричного тіла. Орієнтовна тривалість такого етапу – 10 хв. Далі вчитель збирає виконані роботи. А учні групи-консультанта розходяться до кожної із інших груп, де і вчать інших виготовляти модель. У ході цієї роботи вчитель, у разі необхідності, надає додаткові індивідуальні чи групові консультації. По закінченні консультанти повертаються у свою групу. Ця частина роботи займає ще 20 хв. Далі проводиться робота зі створеними моделями.

Роботу у групах зручно використовувати, якщо потрібно виготовити одночасно декілька моделей, наприклад, моделей п'яти правильних многогранників (НМТ IV), а потім провести дослідження створених моделей. Як показали наші дослідження, для цього потрібно виділити два уроки (пару). Спочатку для кожної із утворених груп (зручно, якщо їх буде п'ять) дається завдання практичного характеру на повторення. Це може бути виконання невеликої лабораторної роботи з реальним тілом або самостійної роботи, яка містить ПЗ. Виконання цієї роботи повинно бути розраховано на 25-30 хв. В цей час учитель по черзі пояснює процес виготовлення "своєї" моделі кожній із груп. Спочатку він працює із групою, яка буде виготовляти найскладнішу за технологією модель - додекаедр. Потім переходить до груп, які виготовлятимуть, відповідно, ікосаедр, октаедр, правильний тетраедр та куб. По закінченні уроку кожен старшокласник повинен виготовити свою модель та виконати роботу, дану на початку уроку. На початку другого уроку групи переформуються таким чином, щоб у склад кожної входило хоча б по одному представнику початкових груп. Кожен представник приходить у нову групу зі створеною моделлю. Ці представники показують іншим алгоритм створення "своєї" фігури. Якщо це куб, октаедр або правильний тетраедр, то учні відразу, "паралельно" із поясненнями їх виготовляють. Окремі кроки алгоритмів для виготовлення із модулів моделей ікосаедра та додекаедра учні записують у зошити або виконують лише один модуль для кожної моделі. Це пов'язано із тим, що для кожної із цих моделей потрібно, відповідно, 10 та 12 модулів, що потребує додатково часу. Тому виготовлення цих моделей - домашнє завдання. Тривалість такого періоду – 30 хв. Далі учні займаються вивченням властивостей створених моделей, обчисленням їх площі поверхні тощо (у кожній із груп буде хоча б по одній такій моделі). Як показали наші дослідження, на той момент більша частина учнів легко "впізнає" види правильних многогранників; називає кількість ребер, які сходяться в одній вершині, кількість граней тощо. Вказана форма роботи дозволяє здійснювати індивідуальний підхід, хоча і вимагає більшої кількості часу. Її можна рекомендувати для класів із великою кількістю учнів; класів, неоднорідних чи то за рівнем навченості, чи іншими ознаками, наприклад, характером сприйняття та обробки інформації. Звичайно, що ефективним є також комбінування описаних форм роботи.

Додаток У

У.1 Пам’ятка користувачу для роботи із програмою «Стереометрія для нас»

1. **Після запуску програми користувач повинен зареєструватись, ввівши своє прізвище у вікні реєстрації, потім почати працювати.**
2. **Весь навчальний матеріал програми поділено на розділи, а розділи – на сторінки. Змістова частина програми відповідає вимогам шкільної програми з математики та включає такі основні розділи: 1) вступна частина; 2) геометричний світ навколо нас; 3) походження слова “стереометрія”; 4) чому корисно вивчати стереометрію; 5) ідея моделювання; 6) орігамі і геометрія; 7) тест для визначення рівня просторової уяви.**
3. **Користувач має можливість послідовно переглянути весь матеріал, сторінка за сторінкою, використовуючи навігаційні кнопки “вперед/назад”.**
4. **В програмі передбачена можливість переходу між окремими розділами. Для цього необхідно скористатись кнопкою переходу до сторінки змісту. На сторінці змісту вибрати необхідний розділ та натиснути кнопку “вперед”.**
5. **Для виходу із програми необхідно натиснути кнопку “вихід”.**
6. **Програма містить кнопку “допомога”, натиснувши яку, можна дізнатися про програму та правила її використання.**

У.1 Методичні рекомендації вчителям про організацію роботи із програмою «Стереометрія для нас»

Як ми вже писали, вивчення курсу стереометрії у контексті ПС бажано розпочати із пари уроків, на яких потрібно виконати наступні завдання.

На першому уроці дати означення стереометрії як предмету вивчення у школі; визначити прикладно-спрямовані цілі вивчення стереометрії та повідомити про дедуктивний характер побудови даного предмету. Можна запропонувати учням відповісти на запитання: “Що є предметом вивчення стереометрії?”, “Яке походження цього слова?”, “Для чого потрібно вивчати стереометрію?”. Але спочатку потрібно дати учням 10-15 хв. для того, щоб вони опрацювати самостійно 1-шу, 3-ю, 4-ту частини програми. В ході роботи старшокласники можуть записувати необхідні відомості. Доцільно «слабшим» учням надавати консультації, які б допомогли зосередити увагу на головному. Якщо в школі є можливість використовувати інтерактивну дошку, тоді ефективним буде проводити заняття так: вчитель демонструє відповідні частини програми, коментуючи їх, а старшокласники створюють конспект відповідей на запропоновані запитання.

На другому уроці доцільно розповісти про ідею математичного моделювання як основну ідею математики, розібрати етапи математичного моделювання. Можна навести приклади, коли учні вже здійснювали процес математичного моделювання (під час розв’язування текстових задач, наприклад). Для закріплення та доповнення учням слід опрацювати 2-гу та 5-ту частини програми. Це займає близько 25 хв.

Далі, по можливості, розв’язати одну або дві планіметричні ПЗ. Таким чином, учні на практиці відразу апробують дієвість методу математичного моделювання та почнуть здобувати навички його свідомого використання. Якщо залишається час, учні можуть спробувати скласти свої власні ПЗ (учні вже мають уявлення про основні геометричні тіла). Для цієї роботи зручно використати прикладну інформацію, наприклад, числові дані про об’єкти навколишнього середовища, подані у 2-му розділі програми (частини про геометрію і побут, геометрію та природу).

Із програмою можна також працювати на факультативних заняттях. Тоді, як правило, легше знайти можливість попрацювати в комп’ютерному класі. На одному із занять доцільно запропонувати учням пройти тест на визначення рівня просторової уяви. Ця робота завжди викликає в учнів інтерес та пожвавлення. Причому деякі завдання тесту досить непрості і дуже часто (ми спостерігали це в ході експерименту в школі і на власних заняттях зі студентами) їх розв’язують, практично, колективно, сперечаючись при цьому і висловлюючи здогадки про правильність того чи іншого варіанта відповіді. Не слід закликати учнів дотримуватись цілковитої тиші, оскільки така форма роботи виявляється досить продуктивною, формує позитивне ставлення до математики, вчить наводити аргументи, обґрунтовувати свої міркування. На проходження тесту (залежно від форми його опрацювання, конкретного класу) потрібно від 25 до 45 хв.

Зручно використовувати програму для створення моделей фігур у техніці орігамі. Роботу з виготовлення моделей можна організувати, демонструючи 6-й розділ програми учням на інтерактивну дошку або на монітори комп’ютерів. Після ознайомлення із історією виникнення та розвитку техніки орігамі, учні зможуть, керуючись вказівками програми та відеоінформацією, робити моделі. Причому, програму можливо зупиняти, повторювати її окремі частини. Заздалегідь лише потрібно заготовити папір для роботи. Для такої роботи потрібно 45 хвилин. Її можна проводити як на факультативних та гурткових заняттях, так і на уроках стереометрії під час вивчення теми “Правильні многогранники”. Зазвичай учні із задоволенням вчаться працювати у вказаній техніці. Причому завжди на таких заняттях ми спостерігали в учнів зосередженість, прагнення якнайкраще виконати завдання, навіть у галасливих класах панувала тиша.

Додаток Ф

Ф.1 Зразок комбінованої роботи для НМТ “Геометричні тіла та їх комбінації”

Варіант 1.

Тема. Об’єми геометричних тіл.

Обладнання. Модель піраміди, лінійка, циліндрична посудина з водою, деталь складної конфігурації, довідник із таблицею густини твердих речовин.

Завдання. 1. Знайдіть масу деталі та об’єм даної моделі піраміди; придумайте стереометричну задачу на основі знайдених даних. 2. Розв’яжіть запропоновані в роботі задачі.

Хід роботи.

1. В циліндричну посудину повністю занурте деталь. Відмітьте, наскільки піднявся рівень води. Зробіть необхідні вимірювання та обчисліть за необхідними формулами об’єм, а потім – масу деталі.
2. Виконайте необхідні вимірювання моделі піраміди та обчисліть за потрібною формулою її об’єм.

Контрольні запитання та задачі.

А. • Із всіх призматичних і циліндричних тіл із даною поверхнею найбільший об’єм має прямий круговий циліндр, основа якого дорівнює повної поверхні. Доведіть.

•Будівельна цеглина має масу 4кг. Яку масу має іграшкова цеглина з того ж матеріалу, усі розміри якої у 4 рази менші?

Б. • Десяток корабельних цвяхів має масу 2кг 304г. Обчислити: а) довжину кожного цвяха, б) площу поверхні кожного цвяха, якщо кожний цвях має форму правильної чотирикутної піраміди і периметр цвяха у найбільш широкій його частині - 8см. Густина заліза 7,2 .

• Є дві мідні каструлі однакової форми зі стінками однакової товщини. Перша у 8 раз більш містка, ніж друга. У скільки разів вона має більшу масу ?

Рис. Ф.1 Карточка для письмової роботи

Ф.2 Методичні рекомендації для організації практичної перевірки у формі індивідуального домашнього завдання

Практична перевірка у такій формі дозволяє економити час на аудиторних заняттях, і у той же час ефективно здійснювати контроль.

Для учнів слід завчасно підготувати диференційовані завдання у письмовій формі. Учні їх отримують на уроці, вдома завдання виконують, а звіт про виконану роботу приносять на наступне заняття з математики. Ступінь самостійності виконання домашньої контрольної роботи ми рекомендуємо обов'язково перевіряти, наприклад, за допомогою письмової роботи на 10 - 15 хв. Ця робота може містити теоретичне запитання за змістом роботи та задачу (із практичної роботи або аналогічну). Роботу доцільно проводити відразу після того, як учні віддали вчителю виконані звіти. За неї учні отримують окрему оцінку, а за практичну домашню роботу учні отримують оцінку вже у залежності від виконання перевірочної роботи. Як показали результати експерименту, учні добре справляються із такими завданнями. Зауважимо, що були все ж випадки, коли учні не могли впоратись із перевірочною роботою. Тоді, хоча вони за неї отримували 0 балів, за здану домашню практичну роботу вчителі ставили їм однаковий мінімум, що, на нашу думку, слушно. Звичайно, правила проведення контролю вчителем за виконану учнем у домашніх умовах роботу повідомляються завчасно.

Додаток Х

Х.1. Контрольна робота №1 (10 клас)

Варіант 1.

1.Знайти площу паралелограма, сторони якого дорівнюють 9см і 15см, а одна із діагоналей перпендикулярна до сторони.

2.Усі грані трикутної піраміди – правильні трикутники зі стороною 8см. Знайти площу повної поверхні піраміди.

3.Радіус основи циліндра дорівнює 5см, а його висота 4см. Знайти об'єм циліндра.

4.Цукор–рафінад виготовляють у вигляді шматочків форми прямокутного паралелепіпеда розміром 24мм$\times$24мм$\times$

10мм. Скільки шматочків цукру повинно міститись у пачці, що містить 0,5кг цукру? Густина цукру 1,2 .

Варіант 2.

1.Перпендикуляр, проведений з точки перетину діагоналей ромба до сторони, ділить її на відрізки довжиною 4см і 9см. Знайти площу ромба.

2.Площі трьох граней паралелепіпеда дорівнюють 2м2, 3м2 і 4м2. Знайдіть площу поверхні паралелепіпеда.

3.Радіус основи конуса дорівнює 15см, а твірна 17см. Знайти об'єм конуса.

4.В мікроскоп угледіли крупинку повареної солі кубічної форми з довжиною ребра 0,01мм. Кубічний сантиметр повареної солі має масу 2г. Скільки таких мікроскопічних крупинок повинно піти на 1кг?

Варіант 3.

1.Висоти паралелограма дорівнюють 8см і 10см, а кут між ними - 60º. Знайти площу паралелограма.

2.В основі піраміди лежить правильний шестикутник зі стороною 2см. Знайти об'єм піраміди, якщо її висота дорівнює 10см.

3.Прямокутник, сторони якого дорівнюють 10см і 6см, обертається навколо більшої сторони. Знайти об'єм утвореного циліндра.

4.Розміри цеглини . Скільки цеглин піде на спорудження стіни довжиною 8,4м, висотою 5м і товщиною 49см?

Варіант 4.

1.Знайти площу трапеції, основи якої дорівнюють 15см і 29см, а бічні сторони – 13см і 15см.

2.Знайдіть площу поверхні прямокутного паралелепіпеда, довжини трьох ребер якого дорівнюють 3м, 4м, 5м.

3.В основі піраміди лежить правильний трикутник зі стороною 6см. Знайти об'єм піраміди, якщо її висота дорівнює 6см.

4.Скільки дощових крапель потрібно, щоб склався 1л води? Середній діаметр дощової краплі прийняти рівним 2мм.

Х.2. Контрольна робота №1 (11 клас)

Варіант 1.

1.З центра О правильного трикутника АВС зі стороною 9см проведено перпендикуляр ОМ до його площини довжиною 3см. Знайти кут МАО.

2.Діагоналі ромба дорівнюють 18см і 24см. Точка К знаходиться на відстані 3см від площини ромба і рівновіддалена від його сторін. Знайти цю відстань.

3.У землю вбили три стовпці різної висоти. Чи завжди на них можна покласти лист фанери? Відповідь поясніть.

4.На осі ординат знайти точку, рівновіддалену від точок А(-2; 3; 1) і В(1; 2; -4).

Варіант 2.

1.Точка М знаходиться на відстані 5см від кожної вершини рівнобедреного трикутника АВС, в якому АВ=ВС=6см, АС=8см. Знайти відстань від точки М до площини трикутника.

2.З точки О перетину діагоналей паралелограма АВСД до його площини проведено перпендикуляр ОМ довжиною 4см. Знайти відстань від точки М до прямих, що містять сторони паралелограма, якщо АВ=12см, ВС=20см, ВАД= 30º.

3.Як за допомогою рулетки перевірити вертикальність стовпа?

4.Модуль вектора дорівнює 9. Знайти .

Варіант 3.

1.Кінці відрізка, розміщеного по один бік від площини, віддалені від цієї площини на відстані 5см і 7см. Знайти відстань від середини цього відрізка до площини.

2.Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 2см і 14см. З центра О кола, вписаного в цю трапецію, проведено перпендикуляр ОК до площини трапеції, ОК=6см. Знайти відстань від точки К до сторін трапеції.

3.Чому льодові бурульки, які звисають з даху навесні, можна вважати паралельними між собою (нехтуючи їхньою товщиною)?

4.Знайти значення і , при яких вектори і колінеарні.

Варіант 4.

1.Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 18см. Точка М знаходиться на відстані 15см від усіх його вершин. Знайти відстань від точки М до площини трикутника.

2.З вершини С ромба АВСД до його площини проведено перпендикуляр CF. Точка F віддалена від сторони АВ на 25см. Знайти відстань від точки F до площини ромба, якщо його діагоналі дорівнюють 30см і 40см.

3.Чому двері незалежно від того, чи вони зачинені, чи відчинені, завжди розміщені вертикально до підлоги?

4.Чи лежать точки А(2; 3; -7), В(4; 5; -1) і С(0; 1; 11) на одній прямій?

Х.3. Варіанти підсумкової контрольної роботи для 11*-го класу

Варіант 1.

1.У ромбі АВСД АВ=ВД=6 см. Пряма ЕА перпендикулярна площині ромба, а точка Е віддалена від його площини на 2см. Знайти довжину проекції похилої ЕС на площину ромба.

2.Кожне із ребер правильної шестикутної призми дорівнює . Знайдіть меншу діагональ призми.

3.Вафельний стаканчик для морозива вміщує близько 170см3 морозива. Відомо, що висота стаканчика дорівнює 7см, а його діаметр зверху в 1,2 рази більший діаметра дна. Скільки (у м2) вафель потрібно для виготовлення 100 таких стаканчиків?

4.Кут між векторами і дорівнює 120º, Знайти .

Варіант 2.

1.З точки, яка лежить поза даною площиною, проведено до неї дві похилі, довжини яких дорівнюють 15см та 27см. Сума довжин проекцій цих похилих на площину дорівнює 24см. Знайти проекцію кожної з похилих.

2.Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює см і утворює із площиною основи кут . Знайдіть об’єм паралелепіпеда, якщо одна сторона основи більше другої на 2см.

3.Щоб визначити площу поперечного перерізу тоненької трубочки, в неї вели 6,35г ртуті. Довжина стовпчика ртуті дорівнює 14,7см. Обчислити радіус трубочки. Густина ртуті .

4. - одиничні вектори, кут між якими дорівнює 30º. Обчислити скалярний добуток .

Варіант 3.

1.Два відрізка, довжини яких дорівнюють 13см та 20см, спираються своїми кінцями у паралельні площини. Знайти відстань між площинами, якщо різниця проекцій цих відрізків на одну з площин дорівнює 11см.

2.Сторони основи прямої трикутної призми 10см, 17см, 21см. Найбільша бічна грань і основа призми рівновеликі. Визначте площу поверхні призми.

3.Коробка цукерок висотою 4см, зверху має вигляд півкруга, діаметр якого 30см. Скільки потрібно квадратних сантиметрів прозорої плівки, щоб її обтягнути? На з’єднання додати 3% потрібної плівки.

4.Знайти косинус кута між векторами і , де - одиничні взаємно перпендикулярні вектори.

Варіант 4.

1.З точки до площини проведено рівні похилі і , кут між якими дорівнює 60º. Знайти кут між похилою та її проекцію на площину , якщо проекції похилих взаємно перпендикулярні.

2.Прямокутник зі сторонами см і 8см обертається навколо більшої сторони. В утвореному циліндрі через середину радіуса основи перпендикулярно до нього проведено площину. Знайдіть площу перерізу, який утворився.

3.Ящик для сміття (без кришки) має форму правильної зрізаної 4-кутної піраміди. На весь ящик використали 34056см2 листового заліза, а на бічні стінки пішло 23040см2 того ж листового заліза. Нижнє ребро складає 0,6 верхнього. Скільки заліза потрібно використати для виготовлення ящика такої ж місткості, в формі правильної 4-кутної призми висотою 60см?

4.Дано вектори . Знайти значення , при якому вектори та перпендикулярні.

X.4. Варіанти підсумкової контрольної роботи для 11-го класу

Варіант 1.

1.Діагональ куба дорівнює дм. Визначте площу поверхні куба.

2.Із круга вирізали сектор із центральним кутом 120°. Із цього сектора і тієї частини круга, що залишилась, згорнули відповідно бічні поверхні двох конусів. Знайдіть відношення об'ємів цих конусів.

3.В основі піраміди лежить квадрат із стороною 12см, а дві бічні її грані перпендикулярні до площини основи. Визначте площу поверхні піраміди, якщо її висота дорівнює 5см.

4.Під ялинкою знаходиться цукерка - шоколадна куля радіусом 5см, яка всередині порожня, а товщина шоколадної шкарлупи дорівнює 1см. Поряд лежить пакуночок із шоколадним драже (400 штук драже). Діаметр драже – 1см, драже суцільне та зроблене із того ж сорту шоколаду, що і велика цукерка. Що краще обрати для себе – велику цукерку чи пакунок із драже?

Варіант 2.

1.Бічні ребра трикутної піраміди попарно перпендикулярні і мають довжини 2см, 3см, 5см. Знайдіть її об'єм.

2.Площа осьового перерізу конуса дорівнює 12см2, а площа його бічної поверхні дорівнює см2. Визначте об'єм конуса.

3.Визначте площу поверхні призми, бічні грані якої – квадрати, а основа – правильний трикутник, який вписаний в коло радіуса .

4.Яку частину займають рум'яна у вигляді кульок у циліндричній коробочці висотою 1,3см, діаметром основи – 5,3см . Середній діаметр кульки – 0,7см, а їх кількість сягає 47 штук. У кубічну коробочку яких розмірів можна було б помістити ці рум'яна, якби їх роздробити і спресувати?

Варіант 3.

1.Піраміда, об'єм якої 200 куб. см, перетинається площиною, яка проходить через середину висоти піраміди, паралельно до основи. Визначте об'єм зрізаної піраміди.

2.Кут при вершині осьового перерізі конуса дорівнює , а периметр осьового перерізу дорівнює . Знайдіть висоту конуса.

3.Основа прямої призми – трапеція, у якої паралельні сторони рівні 9см і 19см. Три бічні грані призми – квадрати зі стороною 9см. Визначте площу поверхні призми.

4.Залізна гайка має форму правильної шестикутної призми; бічна поверхня гайки дорівнює 72см2, а бічне ребро на 1см менше сторони основи. Через центри основи гайки проходить циліндричний отвір, діаметр якого дорівнює 2см. Визначте повну поверхню гайки та її масу. Густина заліза дорівнює .

Варіант 4.

1.Висота зрізаної піраміди дорівнює 2H. Відповідні сторони її основ відносяться як 1:3. Обчисліть висоту піраміди, з якої одержана дана зрізана.

2.Осьовим перерізом конуса є трикутник, кут між рівними сторонами якого дорівнює . Радіус кола, описаного навколо цього трикутника, дорівнює . Знайдіть висоту конуса.

3.У правильні n-кутній призмі проведено площину під кутом 600 до основи так, що вона перетинає всі бічні грані призми. Площа основи дорівнює 50 см2. Знайдіть площу перерізу.

4.На фермі із запасу виноградного соку в 50 відер продано через їдальню 1000 стаканів соку; кожний стакан має форму правильної 6-кутної призми із ребром основи 3,2см і висотою 10см. Інший сік продали оптом через магазин. Скільки відер соку продано через магазин? Прийняти об'єм одного відра рівним 12300см3.

X.5. Контрольна робота №1 для студентів

Варіант 1.

1.Осьовий переріз циліндра – квадрат, площа якого дорівнює 4 см2. Знайдіть площу основи.

2.Висота конуса дорівнює 12см, периметр осьового перерізу – 36см. Знайдіть об'єм конуса.

3.Основою піраміди є паралелограм зі сторонами 4см і 5см та діагоналлю 3см. Висота піраміди проходить через точку перетину діагоналей основи і дорівнює 2см. Визначте площу поверхні піраміди.

4.Основою піраміди є рівнобедрений трикутник, рівні сторони якого мають довжину b; відповідні їм бічні грані перпендикулярні до площини основи, і кут між ними дорівнює . Кут між третьою бічною гранню і площиною основи також дорівнює . Знайдіть радіус кулі, вписаної в піраміду.

5.Сосновий ящик, відкритий зверху, має довжину 150см, ширину – 60см і висоту – 85см. Визначити його масу, якщо товщина стінок дорівнює 3см. Густина сосни

дорівнює EMBED Equation.3 .

6.Намет, обтягнутий парусиною, складається із 4 жердин, що утворюють правильну чотирикутну піраміду. Скільки повітря містить в собі намет, і скільки метрів парусини потрібно використати на намет, якщо висота намету 2,4м, а відстань між основами кожних двох найближчих жердин дорівнює 2м. Врахувати, що ширина парусини 70см, і на дно намету її не використовували.

Варіант 2.

1.Діаметр основи циліндра 12см, висота циліндра 5см. Знайдіть площу його бічної поверхні.

2.Півкруг радіуса 6см згорнули у бічну поверхню конуса. Знайдіть об'єм конуса.

3.Основою піраміди є трикутник зі сторонами 13см, 14см, 15см. Бічне ребро, яке лежить навпроти середньої за величиною сторони основи, перпендикулярне до площини основи і дорівнює 16см. Визначте площу поверхні піраміди.

4.Висота правильної трикутної призми дорівнює Н. Площина, проведена через середню лінію нижньої основи та паралельну до неї сторону верхньої основи, складає з площиною нижньої основи гострий двогранний кут α. Знайдіть площу перерізу, утвореного цією площиною.

5.Майонез "Чумак" розфасовано у пачки, що мають форму правильної трикутної піраміди, бічні ребра якої складають 14см, а периметр основи – 42см (висота основи дорівнює 12см). Скільки матеріалу йде на виготовлення однієї пачки? На шви додати 2% матеріалу. Який об'єм складає майонез в одній пачці?

6.Дах будівлі ринку представляє собою четверту частину циліндричної поверхні, радіус якої дорівнює 8м. Довжина даху – 50м. Визначити площу поверхні даху.

Варіант 3.

1.Об'єм прямої трикутної призми дорівнює 60 см^3. Визначте об'єм чотирикутної призми, яка відтинається від даної призми площиною, яка проходить через середню лінію основи.

2.Бічна поверхня циліндра дорівнює 225π см^2, радіус основи дорівнює 7,5см. Знайдіть висоту циліндра.

3.Висота та твірна конуса відносяться як 35:37; бічна поверхня конуса дорівнює

см2. Знайдіть об'єм конуса.

4.В основі піраміди лежить рівносторонній трикутник зі стороною а. Одне із бічних ребер піраміди також дорівнює а, два інших дорівнюють b. Знайдіть радіус сфери, описаної навколо піраміди.
5.Фільтр має форму перекинутого конуса. Скільки рідини міститься в фільтрі, якщо радіус його основи (розтруб) складає 10см, довжина від дна до краю (твірна) рівна 26см?
6.Павільйон має в плані розміри м, а його видом спереду є сегмент висотою 5м. Дах павільйону являє собою частину циліндричної поверхні, радіус якої дорівнює 42,5м. Обчислити поверхню даху.

Варіант 4.

1.Знайдіть об'єм правильної чотирикутної призми, площа основи якої дорівнює 49см2, а площа бічної грані – 56см2.
2.Радіус основи циліндра дорівнює 2см, а діагональ осьового перерізу 5см. Знайдіть площу поверхні циліндра.
3.Кут між твірною і площиною основи конуса дорівнює 60°. Бічна поверхня конуса дорівнює см2. Визначте об'єм конуса.
4.Висота правильної чотирикутної піраміди утворює з бічним ребром кут α. Через вершину піраміди паралельно до діагоналі основи проведена площина, що складає кут β з другою діагоналлю. Площа отриманого перерізу дорівнює S. Знайдіть висоту піраміди.
5.Скільки дощових крапель потрібно, щоб склався 1л води? Середній діаметр дощової краплі прийняти рівним 2мм.
6.Алмаз відшліфовано у формі многогранника, навколо якого можна описати півкулю і який має велику кількість граней. Поперечник півкулі дорівнює 6мм.

Скільки приблизно карат в цьому алмазі? 1 карат = 0,2г. Густина алмазу 3,5 .

Х.6. Варіанти підсумкової контрольної роботи для студентів

Варіант 1.

1.Площі паралельних бічних граней прямої призми, в основі якої лежить трапеція, дорівнюють 16см2 і 10см2. Обчисліть площу перерізу, який проходить через середні лінії основ призми.
2.Бічна поверхня конуса дорівнює 132π см2, твірна 11см. Знайдіть площу основи конуса.

3.Прямокутник зі сторонами см і 8см обертається навколо більшої сторони. В утвореному циліндрі через середину радіуса основи перпендикулярно до нього проведено площину. Знайдіть площу перерізу, який утворився.
4.У правильній трикутній піраміді кут між бічними ребрами і висотою, яка проведена на основу, дорівнює . Знайдіть відношення об'єму піраміди до об'єму описаної навколо неї кулі.
5.Скільки метрів шовкової матерії шириною 1м необхідно для виготовлення повітряної кулі діаметром 4м? На з'єднання та відходи додати 10%.
6.Коробка для упаковування подарунка має форму низької призми із ромбом в основі. Найбільша відстань між протилежними кутами кришки 24см, а найменша – 10см. Висота коробки 4см. Скільки потрібно квадратних сантиметрів кольорового паперу, щоб обклеїти коробку (крім дна)?

Варіант 2.

1.Знайдіть бічну поверхню похилого паралелепіпеда з бічним ребром 32см і суміжними сторонами перпендикулярного перерізу 6см і 4см.

2.Півкруг радіуса 5см згорнутий у бічну поверхню конуса. Визначте кут при вершині осьового перерізу.

3.У прямій трикутній призмі сторони основ дорівнюють 10см, 17см, 21см. Площа перерізу, який проходить через бічне ребро і меншу висоту основи дорівнює 72см2. Знайдіть площу бічної поверхні призми.

4.У кулю радіуса R вписано правильний тетраедр. Знайдіть об'єм тетраедра.

5.Морозиво "Ріжок" виготовляють у вигляді конуса із діаметром основи 7см. Це морозиво збоку має обгортку із спеціального паперу. Довжина обгортки від вершини морозива до основи складає 17,5см. Який об'єм має це морозиво? Як можна визначити масу цього морозива?

6.Зруб колодязя має форму правильної зрізаної чотирикутної піраміди. Поверхня зрубу всередині колодязя складає 90,5м2, ширина стінки колодязя внизу на 142см більша, ніж ширина стінки отвору зрубу зверху. Визначити, на скільки відер води в колодязі менше у липні, ніж у вересні, якщо у липні вода стоїть на половині висоти колодязя, а у вересні - на 71см вище. Висота стінки зрубу дорівнює 6,4м. Врахувати, що відро вміщує 10л води.

Варіант 3.

1.Відстані між бічними ребрами похилої трикутної призми дорівнюють 2см, 3см і 4см. Площа бічної поверхні – 45 см2. Знайдіть бічне ребро.

2.Діаметр основи конуса дорівнює 12см, а кут при вершині осьового перерізу 90°. Обчисліть об'єм конуса.

3.Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює 8дм і нахилена до площини основи під кутом 30°; кут між стороною і діагоналлю основи дорівнює 60°. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

4.Дві бічні грані зрізаної трикутної піраміди – рівні прямокутні трапеції з гострим кутом α та спільною меншою бічною стороною. Двогранний кут між цими гранями дорівнює β. Знайдіть кут між третьою бічною гранню та площиною основи.

5.Скільки (у м2) відповідного матеріалу потрібно для виготовлення рупору, якщо діаметр одного кінця рупору повинен мати 4,4см, діаметр розтрубу повинен мати 44см, а довжина стінки рупора від одного краю до другого дорівнює 20,7м?

6.Коробка для цукерок має форму прямої призми, основою якої є ромб. Бічна поверхня коробки 900см2, діагональ дна 40см. Коло, що обкреслює картинку на кришці і дотикається сторін кришки, має довжину 75,36см. Скільки кілограм цукерок може вмістити коробка, якщо 1кг цукерок займає приблизно 2400см3?

Варіант 4.

1.Перпендикулярним перерізом похилої чотирикутної призми є ромб із стороною 3см. Обчисліть площу бічної поверхні призми, якщо бічне ребро дорівнює 12см.

2.Площа бічної поверхні зрізаного конуса дорівнює 132π дм2, а твірна 11дм. Знайдіть радіуси основ, якщо відомо, що їх відношення дорівнює 2.

3.Діагональ правильної чотирикутної призми нахилена до площини бічної грані під кутом 30°. Обчисліть кут нахилу її до площини основи.

4.У кулю радіуса R вписано правильну чотирикутну піраміду з двогранним кутом при бічному ребрі . Визначте сторону основи піраміди.

5.Горщик для кімнатної рослини має форму зрізаного конуса. Його основа займає 113см2, висота - 20см, а висота його стінки від краю до краю - 20,5см. Господині треба пересадити кімнатні рослини у такі горщики; їх у неї 10, а коріння займає приблизно 40% об'єму. Скільки господині купити землі? Землю господиня вибирає

пухку, густина такої землі 1,5 .
6.В стакан, наповнений водою і який має форму правильної 8-кутної призми з ребром основи 2,5см і висотою 12,7см, опущено шматок міді. Після того, як мідь вийняли із стакана, рівень води сягав 6,4см. Який об'єм цього шматка міді?