

НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ М.П. ДРАГОМАНОВА

На правах рукопису

КРАМАРЕНКО ТЕТЯНА ГРИГОРІВНА

УДК 372.851:004

ФОРМУВАННЯ ОСОБИСТІСНИХ ЯКОСТЕЙ ШКОЛЯРА  
У ПРОЦЕСІ КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

13.00.02 – теорія та методика навчання (математика)

Дисертація на здобуття наукового ступеня  
кандидата педагогічних наук

Науковий керівник  
доктор педагогічних наук, професор,  
дійсний член АПН України  
ЖАЛДАК Мирослав Іванович

КИЇВ – 2008

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ .....	3
ВСТУП .....	5
<b>РОЗДІЛ 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ОСОБИСТІСНИХ ЯКОСТЕЙ ШКОЛЯРА З ВИКОРИСТАННЯМ ІКТН .....</b>	<b>16</b>
1.1. Аналіз сучасного стану психолого-педагогічних досліджень з проблеми вивчення і розвитку школяра як творчої особистості .....	16
1.2. Роль, місце та зміст інформаційно-комунікаційних технологій в системі шкільної математичної освіти .....	47
1.3. Аналіз можливостей поєднання ІКТН математики з іншими особистісно-орієнтованими технологіями в навчанні і розвитку учнів	68
<b>ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1 .....</b>	<b>80</b>
<b>РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНА СИСТЕМА РОЗВИВАЛЬНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ НА ОСНОВІ ІКТ .....</b>	<b>83</b>
2.1. Шляхи підвищення ефективності розвитку особистісних якостей учнів у процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики .....	83
2.2 Система задач, спрямованих на формування особистісних якостей школяра засобами ІКТ та методика їх опрацювання .....	99
2.2.1 Формування особистісних якостей через впровадження проектних технологій у поєднанні з ІКТ.....	99
2.2.2. Розвиток просторової уяви і просторового мислення учнів засобами ІКТ .....	119
2.2.3 Пошуково-дослідницька діяльність учнів у процесі вивчення змістової лінії „Функції” з використанням ІКТ.....	130
2.2.4.Формування пізнавальних якостей учнів у навчанні розв'язуванню задач з параметрами графічними прийомами.....	140
2.2.5 Формування творчих якостей учнів у процесі розв'язування задач планіметрії з використанням засобів динамічної геометрії .....	152

2.2.6 Формування мотиваційно-творчої спрямованості учнів в процесі вивчення геометричних перетворень з використанням GRAN-2D.	160
2.3 Прикладна спрямованість навчального матеріалу як засіб активізації творчої діяльності учнів .....	165
2.4 Організація проведення педагогічного експерименту та аналіз його результатів .....	187
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2 .....	201
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ .....	204
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....	207
ДОДАТКИ .....	234

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

- ГМТ – геометричне місце точок.
- ЕОМ – електронна обчислювальна машина.
- ІКТ – інформаційно-комунікаційні технології.
- ІКЗН – інформаційно-комунікаційні засоби навчання.
- ІКТН – інформаційно-комунікаційні технології навчання.
- КОМСН – комп’ютерно-орієнтована методична система навчання.
- МСН – методична система навчання.
- НІТ – нові інформаційні технології.
- НІТН – нові інформаційні технології навчання.
- ПМК – програмно-методичний комплекс.
- ППЗ – педагогічний програмний засіб.
- ПЗНП – програмні засоби навчального призначення.
- СКМ – системи комп’ютерної математики.
- ТМСН – традиційна методична система навчання.
- DG – ППЗ „Динамічна геометрія на площині”, від „динамічна геометрія”.
- GRAN1 – ППЗ для аналізу функціональних залежностей, скорочено від „графічний аналізатор”.
- GRAN-2D – ППЗ „Динамічна геометрія на площині”, „2” вказує на розмірність простору.
- GRAN-3D – ППЗ „Геометрія в просторі”.

## ВСТУП

Стрімкий розвиток технологій інформаційного суспільства спричинює зміни у змісті та організації праці, у вимогах до рівня сформованості особистісних якостей випускників школи, які повинні критично мислити, мати універсальні, системні знання, володіти навичками співпраці в команді, плідно спілкуватися, управляти динамічними процесами. Молода генерація людей має бути здатною забезпечити високий рівень конструкторських розробок та технологій, створити надійне наукове підґрунтя для розв'язання актуальних проблем економіки, охорони довкілля тощо.

Оскільки інтелектуальний та творчий потенціал суспільства значною мірою залежить від того, чи зможе сучасна школа виховати особистість, здатну до самоствердження, самореалізації, самовдосконалення, то формування особистісних якостей школяра в навчанні є нагальною проблемою сучасної психолого-педагогічної науки та практики. Формувати творчі якості в тій чи іншій мірі потрібно у кожного учня. В гуманному цивілізованому суспільстві розвиток особистості, її творчих можливостей стає метою всіх суспільних відносин. Саме тому в Концепції 12-річної загальної середньої освіти [76] зазначається, що принципово важливою є орієнтація освіти на розвиток творчості – творчої активності, творчого мислення, здібностей до адекватної діяльності в нових умовах. Важливо виховати самостійну особистість, яка вміє приймати рішення і нести за них відповідальність, володіє розвиненим логічним та евристичним мисленням, компетентно веде дискусію, аргументує і враховує аргументи опонентів, адаптована до життя в інформаційному світі.

Проблема формування особистісних якостей учня завжди була і є в полі зору науковців, методистів. Питання, пов'язані з формуванням творчої особистості учня, досліджували В.І. Андрєєв[1], Ю.К. Бабанський [6], Д.Б. Богоявленська[14], Н.В. Кічук[72], А.Н. Лук [121], М.М. Поташник [6], С.О. Сисоєва [197], О.І.Скафа [199-201], З.І. Слепкань [203], Н.Ф. Талізїна [215]

та ін. Психологічні аспекти творчості, проблеми вивчення й розвитку особистісних якостей учнів, формування творчих здібностей особистості в навчанні, мотивів творчої діяльності висвітлювалися в працях Л.С. Виготського [26], В.М. Дружиніна[46], Г.С. Костюка [78], В.А. Крутецького [106-107], В.О. Моляко[139-140], С.Л. Рубінштейна [190], М.Л. Смульсон [135], А.В. Хуторського [236] та ін. Важливі питання теорії особистісно-орієнтованого навчання і виховання розробляли І.Д. Бех [12], Л.В. Кондрашова [157], З.І.Слепкань[203], А.В. Хуторський [236], І.С. Якиманська [260] та ін. Доцільні і важливі положення для вирішення визначеної проблеми знайшли відображення в працях таких педагогів, методистів як Г.П. Бевз [8], В.Г. Бевз [10-11], М.І.Бурда [15-17], В.К. Буряк [18], Є.Ф. Вінниченко[21], М.І. Жалдак [49-50], Н.І. Зеленкова [61], А.М. Капіносов [66], В.П. Кисільова [71], І.В. Лов'янова [116-117], С.М. Лук'янова[122], Н.В. Морзе [141-144], Г.О. Михалін [137-138], С.А. Раков [177-180], Н.А. Тарасенкова [216-218], І.О. Теплицький [220-221], Ю.В. Триус [224-225], Т.М. Хмара [248-249], О.С. Чашечнікова [237-239], М.І. Шкіль [248-249], В.О. Швець [245], С.Є. Яценко [263-264] та ін.

Численні дослідження ( [21], [47], [59], [64], [67], [117], [177], [245] та ін.) показують, що сучасний учень найчастіше відчуває труднощі самотійно діяти в нестандартних умовах, висувати гіпотези, відстоювати власну точку зору, вільно вести діалог, творити, критично ставитися до цінностей, різноманітних відомостей, що надходять до нього. Спостерігається недостатня розвиненість тих особистісних якостей учнів, які можна характеризувати як творчі.

В умовах підвищення рівня інформатизації та комп'ютеризації освіти актуальним є перехід від інформаційної, знаннєво орієнтованої до особистісно-орієнтованої парадигми освіти, де абсолютною цінністю є сама особистість учня в її самотності та цілісності. Оскільки в Національній доктрині розвитку освіти в Україні [145] визначається, що впровадження сучасних інформаційно-комунікаційних технологій навчання одним з пріоритетних напрямків розвитку освіти, то сучасна комп'ютерна освіта має стати складовою частиною становлення особистості, дати учневі внутрішній імпульс для розвитку.

Розгляд комплексу питань, пов'язаних із використанням сучасних ІКТ у навчальному процесі, дидактичні й психологічні аспекти застосування інформаційних технологій навчання, проблеми формування інформаційної культури як системної особистісної якості учня і вчителя знайшли відображення в працях М.І. Жалдака [49-56], Н.В. Морзе [141-144], С.А. Ракова [177-180], О.В. Співаковського [211], Ю.В. Триуса [224-225], Т.Л. Архіпової [3], Є.Ф. Вінниченка [20-22], [36], М.С. Голованя [33], Ю.В. Горошка [35-36],[54], В.П. Гороха [178], Т.В. Зайцевої [59], О. Б. Жильцова [52],[57], Ю. Г. Лютюка [120], В.М. Мадзігона [126-127], С. О. Семерікова [193],[221], О.А.Смалько [207-208], Є.М.Смирнової-Трибульської [209-210], Т.І. Чепрасової [240] та інших.

Результати дослідження цих авторів переконливо свідчать про те, що впровадження ІКТ у навчання математики створює передумови поглиблення змісту математичної освіти, сприяє інтенсифікації процесу навчання, розвиває особистість, стимулюючи пізнавальну активність школяра, сприяє підготовці спеціалістів, здатних ефективно використовувати математичні знання на практиці. Впровадження ІКТН сприяє підвищенню практичної спрямованості навчання математики, сформуванню в учнів життєво необхідних навичок, збагачує їх досвідом експериментальної та дослідницької роботи. На думку М.І. Жалдака [50], С.А. Ракова [177,93], важливо, щоб у складному процесі реформування системи шкільної математичної освіти зберегти традиції високого рівня фундаментальності математичних навчальних програм зі збагаченням їх ідеями дослідницьких підходів у навчанні, які включають у себе постановку задач, формування та експериментальну перевірку гіпотез, пошук дедуктивних доведень, систематизацію нових знань. З.І.Слепкань [205,6] зазначає, що в умовах зменшення в школі кількості годин на вивчення математичних дисциплін, розробка та використання нових технологій навчання і сучасних інформаційних технологій поряд з глибокою рівневою та профільною диференціацією, забезпечуватимуть формування в навчанні математики творчої особистості учня.

Складність переходу до особистісно-орієнтованої освіти на основі використання ІКТ пояснюється як об'єктивними причинами, що пов'язані з

особливостями розвитку системи освіти в Україні, так і суб'єктивними, особистісними причинами, які вимагають кардинальної перебудови мислення кожного з учасників навчального процесу. В навчанні математики з використанням ІКТ вагомими є причини недостатньої розробки методів, форм та засобів раціонального поєднання інформаційного та особистісного підходів, що перешкоджає широкому впровадженню ІКТ, спрямованому на організацію навчального процесу, в якому затребуваними є такі особистісні якості учнів як потреба в самореалізації, креативність, рефлексія.

Методика використання в навчанні математики педагогічних програмних засобів, в першу чергу україномовних, впровадження комп'ютерних технологій з метою розвитку особистісних якостей учнів, ще не достатньо розроблена й усталена, а тому потребує подальших досліджень і апробації. Дидактичні засоби комп'ютерної підтримки навчального процесу є одним з найважливіших інструментів у роботі вчителя математики. Кількісна недостатність і мала варіативність цих засобів обмежують можливості вчителів у доборі відповідного навчального матеріалу. В підручниках з математики для старшокласників нема вказівок стосовно того, що ту чи іншу задачу можна розв'язати з використанням систем комп'ютерної математики. Вчителі математики не в повній мірі готові до проведення уроків з комп'ютерною підтримкою, тому що не мають досвіду такого навчання, відчують брак методичної літератури, дидактичних матеріалів. Невмотивовані впроваджувати ІКТН математики як досвідчені вчителі, так і молоді спеціалісти, які мають незначний досвід такої роботи.

У рамках визначеної проблеми формування особистісних якостей учня у процесі навчанні математики потребують вирішення питання, пов'язані з розробкою науково обґрунтованої комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математики з врахуванням ідей гуманітаризації освіти та вимог диференціації навчання. Усунення протиріччя між педагогічним потенціалом використання засобів ІКТ для розвитку особистісних якостей учнів у процесі навчання математики і реальною педагогічною практикою є соціально значущою проблемою, що обумовлює **актуальність** дослідження **”Формування**



**особистісних якостей школяра у процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики”.**

**Зв'язок роботи з науковими програмами, темами.** Дисертаційне дослідження виконано відповідно до тематичного плану наукових досліджень кафедр інформатики та математики і методики навчання математики Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова і пов'язане з комплексною програмою “Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання природничих дисциплін в середніх загальноосвітніх та вищих педагогічних навчальних закладах” (код державної реєстрації 0101U002751). Дисертаційне дослідження пов'язане з реалізацією основних положень Закону України “Про освіту”, Концепцією програми інформатизації освіти, Національною доктриною розвитку освіти в Україні у XXI столітті.

Тему дисертації затверджено на засіданні Вченої ради Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (протокол № 10 від 30.03.2006 р.), уточнено (протокол № 6 від 01.02.07 ) і узгоджено на засіданні бюро Ради АПН України з координації наукових досліджень в галузі педагогіки і психології в Україні (протокол № 3 від 20.03.2007).

**Мета дослідження** полягає у теоретичній розробці та експериментальному апробуванні окремих компонентів науково обґрунтованої комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математики, спрямованої на формування особистісних якостей учня.

**Об'єкт дослідження** – навчальна діяльність учнів при вивченні шкільного курсу математики в умовах систематичного використання інформаційно-комунікаційних технологій навчання.

**Предмет дослідження** – комп'ютерно-орієнтована методична система навчання математики, спрямована на формування особистісних якостей учня.

**Гіпотеза дослідження.** У дисертаційній роботі виходили з припущення, що успіх у формуванні особистісних якостей школяра у процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики можливий, якщо забезпечити систематичне, цілеспрямоване, обґрунтоване і педагогічно доцільне використання сучасних ІКТ

у навчанні математики; формувати стійкий інтерес до пошукової дослідницької діяльності; стимулювати творчий потенціал учнів під час розв'язування навчально-творчих завдань.

Для досягнення мети і перевірки гіпотези дослідження були поставлені такі **завдання**:

1. На основі психолого-педагогічного аналізу наукової літератури конкретизувати теоретичні основи формування особистісних якостей школяра у процесі навчання.

2. Визначити сукупність педагогічних умов впровадження ІКТН математики, необхідних для ефективного формування особистісних якостей учня.

3. Дібрати зміст навчального матеріалу для комп'ютерно-орієнтованого шкільного курсу математики, відповідні педагогічні програмні засоби (ППЗ), методи і форми навчання, обґрунтувати принципи побудови системи розвиваючих задач, розробити методичні рекомендації щодо використання конкретних ППЗ у навчальному процесі.

4. Експериментально перевірити ефективність визначених педагогічних умов, розроблених компонентів комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математики у формуванні особистісних якостей учнів.

**Методологічну основу дослідження** становлять загальнодидактичні положення про структуру методичної системи навчання (Ю.О. Бабанський, А.А. Гін, А.М. Пишкало, М.І.Скаткін), зокрема, комп'ютерно-орієнтованої (М.І. Жалдак, Н.В. Морзе, Ю.В. Триус); положення психології та педагогіки про активність та розвиток особистості у процесі навчання (В.І. Андрєєв, В.А. Крутецький, Н.А. Менчинська, С.О.Сисоєва, З.І.Слепкань, Г.І. Щукіна, І.С. Якиманська та ін.); теорія діяльнісного підходу до процесу навчання (Л.С. Виготський, С.Л. Рубінштейн); теорія особистісно-орієнтованого навчання (І.Д. Бех, Л.В. Кондрашова, З.І. Слепкань, А.В. Хуторський, І.С. Якиманська), зокрема розвитку творчих здібностей учнів (В.І.Андрєєв, Д.Б. Богоявленська, В.М. Дружинін, В.О. Моляко, С.О.Сисоєва, О.І. Скафа, А.В. Хуторський); проблемного навчання (О.М.Матюшкін, М.І.Махмутов); технологія навчання як

дослідження (В.І. Андрєєв, О.М. Пехота, С.А. Раков); проектні технології (Н.В. Морзе, О.М. Пехота, О.Є. Полат); формування основ інформаційної культури та тенденції використання ІКТ у процесі навчання (М.І. Жалдак, А.П. Єршов, В.М. Мадзігон, Н.В. Морзе, С. А. Раков, Ю.В. Триус та ін.); сучасні статистичні методи обробки експерименту; основні документи про освіту – Закон України “Про освіту”, Державна національна програма “Освіта” (Україна ХХІ століття); Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти, Концепція базової математичної освіти в Україні.

У ході дослідження враховувались результати досліджень методистів з математики про критерії відбору та принципи створення системи творчих вправ і завдань (Г.П. Бєвз, В.Г. Бєвз, М.І. Бурда, І.В. Калашніков, А.Ю. Карлащук, С.М. Лук’янова, З.І. Слєпкань, О.І. Скафа, Н.А. Тарасєнкова, Л.М. Фрідман, Т.М. Хмара, О.С. Чашєчнікова, М.І. Шкіль, С.Є. Яценко та ін.).

Розв’язування поставлених завдань здійснювалось шляхом застосування таких **методів педагогічного дослідження**:

**теоретичні** – аналіз освітніх стандартів, програм, підручників і навчальних посібників, монографій, дисертаційних досліджень, статей і матеріалів науково-методичних конференцій з проблеми дослідження, порівняння, синтез здобутих фактів, узагальнення деяких понять і висновків, дали змогу систематизувати теоретичні матеріали, уточнити суть поняття „особистісні якості”, конкретизувати його зміст, виявити педагогічні умови розв’язання досліджуваної проблеми; результати педагогічного експерименту опрацьовувалися за допомогою математичних методів;

**емпіричні** – прогностичний (метод експертних оцінок, цілеспрямовані педагогічні спостереження, самоспостереження і самооцінка); діагностичні (анкетування, опитування, тестування учнів, аналіз результатів навчання школярів, бесіди з методистами, вчителями й учнями, аналіз досвіду роботи вчителів з впровадження ІКТН математики); констатувальний, пошуковий та формувальний педагогічні експерименти з наступним статистичним опрацюванням здобутих даних.

### **Наукова новизна одержаних результатів:**

– деталізовано й обґрунтовано цілісний комп’ютерно-орієнтований підхід до вивчення шкільного курсу математики, спрямований на формування особистісних якостей учня; вперше розроблено і апробовано програму навчального курсу „Інформаційно-комунікаційні засоби навчання (ІКЗН) математики” для підготовки бакалаврів за спеціальністю „Педагогіка і методика середньої освіти. Математика”;

– уточнено суть поняття „особистісні якості” учня; виокремлено в трьох групах якостей – організаційно-діяльнісних, пізнавальних, креативних – ті, які можна ефективно формувати у процесі комп’ютерно-орієнтованого навчання математики; визначено критерії та рівні сформованості якостей;

– набули подальшого розвитку окремі компоненти науково-методичного, дидактичного забезпечення процесу навчання математики з використанням ІКТ; прийоми цілеспрямованого формування особистісних якостей – задачний підхід у навчанні математики, педагогічна взаємодія учителя і учнів.

### **Теоретичне значення дослідження:**

– у процесі дослідження уточнено суть поняття „особистісні якості” школяра, виокремлено якості, які доцільно формувати у процесі комп’ютерно-орієнтованого навчання математики; уточнено критерії та рівні сформованості особистісних якостей в учнів;

– виявлено позитивний вплив ІКТН математики на формування особистісних якостей учнів за умови дотримання певної сукупності педагогічних умов;

– у навчанні математики набули подальшого розвитку задачний підхід, педагогічна взаємодія учителя і учнів, окремі компоненти науково-методичного забезпечення комп’ютерно-орієнтованого процесу навчання.

### **Практичне значення одержаних результатів:**

– обґрунтовано можливість і доцільність формування особистісних якостей учнів у навчанні математики на основі широкого впровадження ІКТ;

– підтверджено доцільність проектування діяльності учнів з вивчення окремих питань теоретичного матеріалу з використанням ППЗ у відповідності до

циклічного процесу наукової творчості;

– виявлено напрямки удосконалення навчально-виховного процесу й активізації навчальної діяльності за рахунок використання ІКТН та прикладної спрямованості навчання;

– розроблено систему завдань для формування особистісних якостей учня в урочній та позаурочній навчальній діяльності з математики з використанням інформаційно-комунікаційних технологій навчання;

– запропоновано програму навчального курсу „Інформаційно-комунікаційні засоби навчання математики” для підготовки бакалаврів за спеціальністю „Педагогіка і методика середньої освіти. Математика”;

– висунуті теоретичні положення доведені до практичної реалізації у вигляді посібника та методичних рекомендацій для вчителів і учнів;

– розроблена система завдань впроваджується у практику роботи шкіл.

**Результати дослідження впроваджувались у навчанні математики:**

– у Криворізькому Жовтневому ліцеї (довідка № 339 від 11.09.2007); у загальноосвітніх школах м. Кривого Рогу № 32 (довідка № 45 від 20.09.07), №116 (довідка № 191 від 18.09.07), №126 (довідка № 417 від 21.09.07); Криворізькій гімназії № 49 (довідка №158 від 21.09.07), у спеціалізованій школі № 75 м. Києва (довідка №233 від 26.09.2007), ліцеї №38 ім. В.М. Молчанова м. Києва (довідка №343 від 21.09.2007), в Смілянському природничо-математичному ліцеї Черкаської області (довідка №18 від 23.09.2007);

– у Криворізькому державному педагогічному університеті при вивченні курсу математики на індустріально-педагогічному факультеті, при вивченні окремих тем курсу математичного аналізу студентами фізико-математичного факультету, керівництві написанням курсових робіт, вивченні курсу „Інформаційно - комунікаційні засоби навчання математики”.

**Обґрунтованість та вірогідність** результатів і висновків дисертаційного дослідження забезпечується методологічними основами дослідження, відповідністю методів дослідження його меті й завданням, аналізом значного обсягу теоретичного та емпіричного матеріалу, результатами статистичного

опрацювання даних, отриманих у ході педагогічного експерименту, широким впровадженням результатів дослідження.

**Особистий внесок здобувача** полягає у реалізації завдань дослідження, розробці методичних рекомендацій і посібника для вчителя математики, апробованих у процесі педагогічного експерименту, щодо застосування конкретних ППЗ при вивченні окремих тем шкільного курсу математики.

**Апробація результатів дисертації.** Основні положення і результати дослідження доповідались, обговорювались і отримали схвалення

– в ході Всеукраїнського конкурсу „Вчитель року” в номінації „Математика” (Біла Церква, 2004); виступах, практичних заняттях на методичних семінарах учителів математики в обласному інституті освіти (Дніпропетровськ, 2004, 2005); презентації досвіду роботи на районних семінарах, заняттях творчих груп (Кривий Ріг, 2002-2007);

– Всеукраїнських науково-практичних конференціях „Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі” (Кривий Ріг, 2002, 2005), „Комп’ютерне моделювання та інформаційні технології в науці, економіці та освіті” (Кривий Ріг, 2005), „Нові інформаційні технології навчання: психологічні проблеми” (Київ, 2005), „Особистісно-орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи” (Полтава, 2005), „Вища школа України: проблеми модернізації навчально-виховного процесу” (Черкаси, 2006), „Математика, економіка, інформатика: актуальні проблеми та методика викладання” (Кіровоград, 2007); Міжнародних науково-практичних конференціях „Засоби реалізації сучасних технологій навчання” (Кіровоград, 2005), „Модернізація освіти: пошуки, проблеми, перспективи” (Київ – Переяслав – Хмельницький, 2006), „Математична освіта в Україні: минуле, сьогодення, майбутнє” (Київ, 2007); Всеукраїнських науково-методичних конференціях “Проблеми математичної освіти” (Черкаси; 2005, 2007); Міжнародній науково-методичній конференції „Евристичне навчання математики” (Донецьк, 2005); Всеукраїнській конференції молодих науковців „Інформаційні технології в освіті, науці і техніці (ІТОНТ)” (Черкаси, 2006); Міжнародних науково-технічних конференціях

„Комп’ютерні технології в будівництві” (Київ-Севастополь, 2006, 2007);

– Всеукраїнських науково-методичних семінарах „Комп’ютерне моделювання в освіті” (Кривий Ріг; 2005, 2006), „Актуальні проблеми навчання математики” (Київ, 2006); „Технології особистісно-орієнтованого навчання” (Донецьк, 2007);

**На захист виносяться** положення:

1. Застосування ІКТН математики в урочній та позаурочній діяльності є ефективним засобом формування особистісних якостей школяра, якщо забезпечити систематичне, цілеспрямоване, обґрунтоване і педагогічно доцільне використання сучасних ІКТ у навчанні математики; формувати стійкий інтерес до пошукової дослідницької діяльності; стимулювати творчий потенціал учнів під час розв’язування навчально-творчих завдань.
2. ППЗ GRAN, DG, програмне забезпечення Microsoft Office, які мають широкий арсенал вказівок і функцій, розвинуті засоби ділової графіки і довідкових даних, є доцільними і зручними середовищами для використання на уроках математики з метою формування особистісних якостей школяра.

**Публікації.** За матеріалами дослідження опубліковано 27 робіт [79]–[105], усі одноосібні. Із них 9 статей у фахових збірниках наукових праць [79]–[87], 16 матеріалів та тез конференцій, семінарів [88]–[103], 2 методичних розробок [104]–[105].

## РОЗДІЛ 1

**ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ  
ОСОБИСТІСНИХ ЯКОСТЕЙ ШКОЛЯРА З ВИКОРИСТАННЯМ ІКТН****1.1. Аналіз сучасного стану психолого-педагогічних досліджень з проблеми вивчення і розвитку школяра як творчої особистості**

Необхідність формування творчої особистості школяра, розвиток потенційних можливостей, особистісних якостей кожного учня, підготовка його до плідної продуктивної праці викликана зростанням соціальної ролі особистості гуманного та демократичного суспільства, динамізмом, притаманним сучасній цивілізації, інтелектуалізацією праці, швидкою зміною техніки та технології у всьому світі. Школа покликана якомога раніше виявити якості творчої особистості в учнів і розвивати їх в межах можливого у всіх школярів. На виконання цих важливих завдань вчителів націлюють основні документи про освіту – Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти [43], Національна доктрина розвитку освіти [145], Державна національна програма “Освіта” (Україна XXI століття) [42] та ін.

Визначимося з поняттями „особистість”, „творча особистість”, „особистісні якості”, „якості творчої особистості”. Будемо виходити із загальноприйнятого визначення, що особистість – це соціально зумовлена система психічних якостей індивіда, що визначається залученістю людини до конкретних суспільних, культурних, історичних відносин [25,353]. Особистість – у широкому розумінні за С.У. Гончаренком [33] – конкретна, цілісна людська індивідуальність у єдності її природних і соціальних якостей. Особистість формується і виявляється в процесі свідомої діяльності і спілкування. Вона поєднує в собі риси загальнолюдського, суспільнозначущого та індивідуального, неповторного. Індивідуальність – це те особисте “Я”, оригінальність, самобутність, за яким пізнають, характеризують та оцінюють людину як особистість. Особистість характеризує її духовність як міра якості, її людськості. Автори посібника [167]



зазначають, що людина має здатність піднятися над собою, ідеально відмовившись від своєї емпіричної природи і аналізувати, оцінювати її. Тільки духовне начало в ній, принципово відмінне від усіх емпіричних якостей (зокрема, й інтелектуальних), є те щось, що властиве самій лише людині і що визначає її справжню своєрідність.

До найхарактерніших структурних компонентів особистості за Н.П. Волковою [25] відносять скерованість; можливості – сукупність здібностей, яка забезпечує успіх діяльності; характер – комплекс сталих психічних властивостей людини, що виявляються в її поведінці та діяльності, у ставленні до себе, до суспільства; самоуправління передбачає утвердження самосвідомості особистості, що здійснює саморегуляцію, самоконтроль, корекцію дій і вчинків, планування життя й діяльності. Особистість характеризують розумність, відповідальність, свобода, особиста гідність, індивідуальність.

На основі аналізу джерел [26], [46], [78], [164], [190], [187] та ін. можемо констатувати, що терміни „особистісні якості”, „якості”, „особливості”, „ознаки”, „властивості”, „риси особистості” особистості здебільшого вживаються як синоніми. За С.У. Гончаренком [33, 135] кожна із здібностей особистості, як стійка індивідуальна психічна властивість людини, що є внутрішньою умовою її успішної діяльності, становить складну синтетичну якість людини, в якій поєднуються окремі психічні властивості (чутливість, спостережливість, особливості пам’яті, уяви, мислення).

Н.В. Якса формулює поняття риси особистості як стійкої характеристики, що визначає типову для неї поведінку та мислення і ототожнює якість особистості з рисою особистості [262,97]. Дане трактування риси особистості в певній мірі перекликається з тлумаченням, наведеним у психологічному довіднику (означення за Г. Оллпортом) [146,308]. Риса особистості є стійкою, відносно самостійною властивістю людини як особистості, психофізіологічне новоутворення, що визначає характерне для людини мислення і поведінку. Теорію рис особистості розробляли Г. Оллпорт, Р.Кеттел. На теперішній час понад 150 відомих різних рис особистості класифіковано на базові (найбільш стійкі),

центральні, вторинні. Р. Кеттелом обґрунтовано тест для діагностування рис особистості, зокрема 16-факторний опитувальник, що побудований на десятибальному оцінюванні біполярних властивостей.

Визначатимемо якості особистості за К.К. Платоновим [160,37] як узагальнені властивості особистості, що складають чотири основні підструктури динамічної функціональної структури особистості (спрямованість, досвід, особливості психічних процесів, біопсихічні властивості) і дві на них накладені – характер і здібності. Індивідуальні якості особистості формуються на основі індивідних (конституційних особливостей, типу нервової системи, темпераменту).

Поділяємо погляди Л.С. Виготського [26], Г.С. Костюка [78], С.Л. Рубінштейна [190] і розглядаємо формування якостей особистості як результат поєднання трьох факторів – біологічного (задатків), психічного (внутрішнє “Я” людини, її воля тощо), соціального (соціальне середовище і виховання). Таке методологічне підґрунтя визначає системно-діяльнісний підхід як до вивчення особистості, так і до формування її особистісних якостей. Так в підструктурі якостей, що визначають спрямованість особистості, головним є соціальний фактор; у підструктурі досвіду соціального значно більше, ніж біологічного. С.Л. Рубінштейн зауважував, що зовнішні причини діють крізь внутрішні умови, які самі формуються в результаті зовнішніх впливів.

Під розвитком, саморозвитком особистості розумітимемо зміни її внутрішніх задатків, які спричинені внутрішніми факторами – протиріччями, в той час, як формування – це подальший розвиток або становлення особистості, яке обумовлене зовнішніми факторами, які сприяють виникненню протиріч як рушійної сили розвитку. В умовах впровадження особистісно-орієнтованого навчання між учасниками навчального процесу формуються суб’єкт – суб’єктні відносини, тому допускатимемо вживання слів „розвиток” і „формування” як синонімів. Усі морально-психологічні якості особистості формуються у боротьбі нового зі старим, вищого, складнішого, досконалішого, з нижчим, простішим, менш досконалим.

Серед зовнішніх умов Г.С. Костюк [78] виокремлює освітнє середовище як

мікросередовище, в якому відбувається навчання і виховання особистості. В процесі навчання вчителів важливо розуміти діалектичний характер розвитку учня і, висуваючи нові вимоги й завдання, допомагати йому усвідомлювати суперечності, знаходити ефективні способи їх подолання, тобто забезпечувати умови для здійснення “саморуху” особистості у процесі становлення.

Більшість авторів, які досліджували проблеми формування та розвитку творчої особистості у педагогічній та психологічній літературі (В.І.Андрєєв [1], Д. Б. Богоявленська [14], Є. Ф. Вінниченко [21], В. М. Дружинін [46], Н.В.Кічук [72], І.В. Калашніков [64], В.П. Кисільова [71], В.А. Крутецький [106-107], А.Н.Лук [121], І.Я. Лернер [219], С.М. Лук’янова [122], В.О. Моляко [139-140], О.М. Пехота [152], В.Г. Разумовський [175], С.О. Сисоєва [197], О.І.Скафа [199-201], З.І. Слєпкань [203], І.О. Теплицький [220], О.С. Чашечнікова [237-238] та інші погоджуються з тим, що творча особистість — це особистість, яка володіє високим рівнем знань, має потяг до нового, оригінального. Творча особистість є категорією теорій творчості, особистості, діяльності. Найважливішим показником творчої особистості, її найголовнішою ознакою є наявність творчих здібностей, які розглядаються як індивідуально-психологічні якості особистості, що пов’язані із створенням нового, оригінального продукту, з пошуком нових засобів діяльності. Конкретизуємо творчі якості особистості з метою їх діагностування в учнів та цілеспрямованого розвитку у навчально-виховному процесі.

В.О.Моляко [139] вважає однією з основних якостей творчої особистості прагнення до оригінальності, до нового, заперечення звичного, а також високий рівень знань, умінь аналізувати явища, порівнювати їх, стійкий інтерес до певної роботи, порівняно швидке і легке засвоєння теоретичних і практичних знань у цій галузі, систематичність і самостійність у роботі.

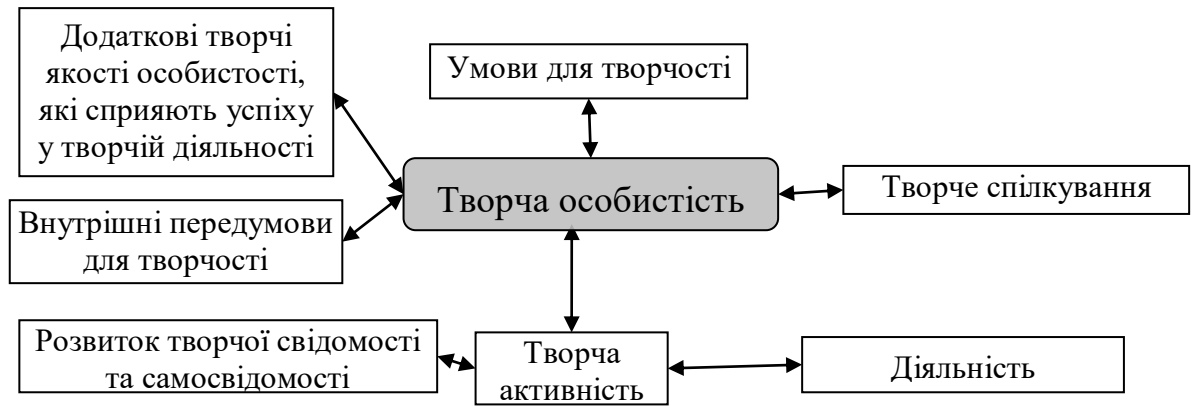
На думку В.І. Андрєєва [1, 58], для творчої особистості характерна стійка, високого рівня спрямованість на творчість, мотиваційно-творча активність, що проявляється в органічній єдності з високим рівнем творчих здібностей, які дозволяють їй досягти прогресивних, соціально та особистісно значущих результатів у одній або кількох видах діяльності. Творчі здібності особистості визначені як

синтез властивостей і особливостей особистості, що характеризують ступінь їх відповідності вимогам певного виду навчально-творчої діяльності і обумовлюють їх результативність. В.І. Андрєєв розрізняє поняття „здібності” і „якості особистості”. При цьому, на наш погляд, В.І. Андрєєвим допускається деяка неоднозначність трактувань при виділенні укрупнених взаємопов’язаних компонентів (блоків) творчих здібностей школяра, які розділено на власне здібності та властивості (якості) особистості. В.І. Андрєєвим у ряду здібностей подаються як ті якості, які ми розуміємо під терміном „здібності” (здібності до аналізу, синтезу, порівняння тощо), так і особистісні утворення, потреби і мотиви. До кожного з блоків мотиваційно-творча активність і спрямованість, інтелектуально-логічні здібності, інтелектуально-евристичні та інтуїтивні здібності, світоглядні властивості (якості), моральні властивості (якості), здібності до самоуправління в навчально-творчій діяльності, комунікативно-творчі здібності, естетичні якості, індивідуальні особливості ми проаналізували набори якостей з метою виокремлення окремих із них для формування в процесі комп’ютерно-орієнтованого навчання математики (табл. 3.1).

Для аналізу структури творчої особистості С.О. Сисоєва послуговується терміном „творчі можливості”, яким об’єднує здібності, певні мотиви і риси характеру, що мають вирішальне значення для успішної творчої діяльності. Творчі можливості проявляються в творчій діяльності і відображають спроможність, прагнення і готовність особистості до нестандартних розв’язків стандартних завдань. За таких умов, зазначає С.О. Сисоєва [197,115], творчі можливості утворюють сукупність творчих якостей особистості, деякі з яких (творчі уміння, індивідуальні особливості психічних процесів) мають двояку природу: з одного боку вони природжені, а з іншого – визначаються умовами розвитку і виховання, тобто освітнім середовищем.

Творча особистість (за С.О. Сисоєвою) – це особистість, яка внаслідок впливу зовнішніх факторів набула необхідних для актуалізації творчого потенціалу людини додаткових мотивів, особистісних утворень, здібностей, що сприяють досягненню творчих результатів в одному чи кількох видах творчої

діяльності. Творча активність (за С.О. Сисоєвою) є нестимульованою зовні пошуковою та перетворюючою діяльністю. В схемі, що ілюструє мультифакторну особистісну модель учня [196,141], вбачаємо деякі неточності. Якщо активність визначається через діяльність, то це має бути відображено у схемі. На рис. 1.1 модель творчої особистості за С.О. Сисоєвою представлена в нашому поданні.



**Рис. 1.1. Модель (визмінено нами) творчої особистості за С.О.Сисоєвою.**

З представленої моделі можна зробити висновок, що творчі якості самі по собі ще не гарантують творчих здобутків. Для їх досягнення необхідний «двигун», який запустив би в роботу механізм мислення, тобто необхідні бажання і воля, потрібна «мотиваційна основа».

Творча особистість за С.О. Сисоєвою, як і за В.І. Андрєєвим, розглядається мультифакторною, що характеризується сукупністю незалежних окремих якостей, набір яких визначає неповторну індивідуальність особистості і вищий ступінь її творчих досягнень. С.О. Сисоєвою виділено 64 творчі якості і згруповано їх у чотири підсистеми (спрямованості, характерологічних особливостей, творчих умінь, індивідуальних особливостей психічних процесів) [197,129], [196,143]. Частину якостей виокремили для власного дослідження (табл. 3.2.). Вважаємо за можливе уточнити компоненту підсистеми індивідуальних особливостей психічних процесів і доповнити її якістю „розвинута просторова уява”. Хоча серед характеристичних особливостей виділено якість „самостійність”, на наш погляд, доцільно конкретизувати підсистему якостей доповнивши її такою синтетичною якістю особистості, як пізнавальна самостійність.

Нам імпонує розроблений В.І. Андрєєвим і С.О. Сисоєвою метод

педагогічної оцінки та самооцінки якостей особистості, критерії оцінювання, рівні діагностування якостей (низький, середній, високий), деякі форми, методи, засоби виховання і самовиховання в навчальній діяльності.

Схвально ставимося до того, що С.О. Сисоева перейшла від виокремлення якості „адекватна Я-концепція” в [197] до формулювання якості як „позитивне уявлення про себе, бажання пізнати себе” в [196]. Згідні з тим, що ця якість має важливе значення для творчого розвитку особистості, оскільки навіть обдарована дитина, яка має занижену самооцінку, може не реалізувати своїх здібностей. Цінні рекомендації стосовно покращення самооцінки подано в [24],[62], [130] та ін.

Автори посібника [152] подають коротку характеристику педагогічної технології „формування творчої особистості”. Впровадження технології передбачає максимальну індивідуалізацію та диференціацію навчального процесу, побудову його на діагностичній основі.

З.І. Слєпкань розглядає проблему всебічного розвитку особистості в контексті розвивального навчання математики [203] і акцентує увагу на необхідності створення сприятливих умов для формування у школярів навичок мислення високого рівня, розвитку логічного мислення та інтуїції, просторових уявлень та уяви, пам'яті, алгоритмічної та інформаційної культури. Складові якостей особистості в монографії [203, 203] об'єднано у сім блоків (мотивація на творчість, самоорганізація, інтелектуальні можливості (аналітико-синтет. діяльн), інтелектуальні можливості (інтуїтивні уміння), індивідуальні властивості, комунікативні здібності, риси характеру). Окремі з цих якостей виокремлені нами для дослідження (табл. 3.3). Безперечно, що високий рівень інтелектуальних можливостей учнів (аналітико-синтетична діяльність, інтуїтивні уміння) в найбільшій мірі сприятиме успішному вивченню математики. В той же час вважаємо, що розвиток якостей перших двох блоків не менш важливий в умовах впровадження особистісно-орієнтованого навчання і формування у школярів уміння вчитися самостійно. Поділяємо думку З.І. Слєпкань стосовно того, що для становлення всебічно розвиненої особистості необхідно формувати такі якості школяра, як розумова активність, пізнавальна самостійність, пізнавальний

інтерес, потреба в самоосвіті, здатність адаптуватися до умов, що змінюються, ініціатива, творчість [204,9]. Виділену якість особистості „творчість” ми трактуватимемо як здібність до творчості, тобто „творчісткість”, „креативність”. А самим терміном „творчість” будемо послуговуватися для характеристики процесу творчої діяльності. Судячи з виділених З.І. Слєпкань блоків особистісних якостей можемо зробити висновок, що автором не протиставляються інтелектуальні і творчі можливості особистості. А отже, одним з варіантів діагностики творчих якостей учня може бути тест на перевірку рівня сформованості знань, умінь, навичок, що містить завдання високого рівня. Наприклад, з поміткою „м” за посібниками для державної підсумкової атестації (9-ий, 11-ий клас)<sup>1</sup>.

А.В.Хуторський [236] формулює методологічний підхід до конструювання особистісно-орієнтованого навчального процесу – від діяльності учня по засвоєнню реальності до внутрішніх особистісних приростів, а від них до освоєння культурно-історичних досягнень. У зв'язку з цим поряд з класичними дидактичними принципами ним сформульовані особистісні принципи навчання [236,81]. Погоджуємося з А.В. Хуторським у тому, що саме особистість учня в динаміці його розвитку є цільовим чинником вибудовування системи його навчання на основі відповідної дидактичної чи педагогічної теорії. Автором ототожнюються терміни „особистісні якості” і „якості особистості”. А.В. Хуторський вважає, що оскільки можна передбачити результати навчання, то передбачуваним може бути і образ учня, як планового результату його взаємодії з навколишнім освітнім середовищем [236,50]. В разі визначення мінімального набору особистісних якостей учня, відповідних його передбачуваному образу, це дозволить цілеспрямовано конструювати освітні програми, вибирати оптимальні педагогічні технології, відбирати той навчальний матеріал, який допоможе організувати створення учнями навчальної продукції. Пізнаючи реальну

---

<sup>1</sup> Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. Геометрія. 11 клас. За редакцією З.І. Слєпкань. – Харків, „Гімназія”, 2006. – 176 с.

дійсність, зазначає А.В. Хуторський, учень виконує наступні види діяльності: 1) пізнання (освоєння) об'єктів навколишнього світу і наявних знань про нього, 2) створення учнем особистісного продукту навчання як еквіваленту власного освітнього приросту, 3) самоорганізація попередніх видів діяльності – пізнання і творення. Кожному з цих видів діяльності відповідає певна група якостей: 1) когнітивні (пізнавальні); 2) креативні (творчі) якості учня забезпечують умови створення ним творчого продукту в загальноосвітньому процесі; 3) організаційно-діяльнісні (методологічні). Нами проаналізовано перелік особистісних якостей учнів і виокремлено для дослідження (табл. 3.4).

На нашу думку, міркування А.В.Хуторського про передбачуваний збірний образ школяра як мету реформування освіти не суперечить висловлюванням О.М. Пехоти [152,34] і З.І. Слєпкань [203,217] стосовно образу конкретної особистості: „...особистісно-орієнтована освіта – це не формування особистості із заданими наперед властивостями, а створення сприятливих умов для повноцінного виявлення та розвитку особистісних функцій школяра”.

А.В. Хуторський, говорячи про індивідуальну траєкторію навчання, визначає надзвичайно важливу роль рефлексивної діяльності учня, в ході якої ним формулюються отримані результати, перевизначаються цілі подальшої роботи, корегується власний освітній шлях, самооцінюється приріст в знаннях з предмету, оцінюються зміни в творчих здібностях, в умінні усвідомлювати себе [232,433]. Автором [232,426] подаються поради стосовно діагностики особистісних якостей учнів. Рівень розвитку в учнів особистісних якостей визначається на основі порівняння результатів їх діагностики на початку і в кінці навчального року (місяця, семестру, вивчення курсу). За допомогою методики, що включає спостереження, тестування, аналіз навчальної продукції учнів, вчитель може оцінювати рівень розвитку особистісних якостей за параметрами, згрупованими в певні блоки. Щоб забезпечувати і діагностувати рівень розвитку окремих якостей учня, необхідно визначити їхній діапазон з проміжним рівнем елементів. Пропонується три основні рівні для оцінки розвитку якостей: 1) високий, коли позитивні зміни особистісної якості учня протягом навчального року визнаються



як максимально можливі для нього; 2) середній – зміни відбулися, але учень потенційно був здатний до більшого; 3) низький – зміни не відбулися. А.В. Хуторський в діагностиці особистісних якостей поряд з тестуванням значну роль відводить самооцінці і оцінці учня вчителем на основі штучних чи природних навчальних ситуацій, тобто герменевтичному підходу.

На наш погляд, між підходами в оцінюванні розвитку особистісних якостей учнів запропонованих В.І. Андрєєвим [2], С.О. Сисоєвою [197] і тим підходом, що визначає В.А. Хуторський [236] для особистісно-орієнтованого навчання, існує принципова різниця. У першому випадку ми трактуємо визначення рівнів розвитку особистісних якостей учня швидше як відхилення від „норми” (підсумкового рівня розвитку). Тобто, при оцінюванні здійснюється констатуючий підхід. У другому випадку визначаємо формування особистісної якості як наближення учня в індивідуальному темпі від початкового (мінімального) рівня прояву до „норми”.

Якості, які пов’язані з продукуванням ідей, формулюванням гіпотез, конструюванням версій, закономірностей, креслень, С.А.Раков [177] вважає за можливе формувати в навчанні математики дослідницьким методом з використанням ППЗ DG, GRAN. Автором досліджені проблеми формування в учнів та вчителів математичних компетентностей і компетентностей з ІКТ.

О.І.Скафою [201] досліджувалися питання формування якостей творчої особистості з використанням загальних і спеціальних евристик. Для цього розроблено і досліджено такі напрямки розвитку евристичної діяльності, як використання у навчанні загальних евристик (аналіз, аналогія, індукція тощо) і спеціальних евристик (метод перебору, принцип крайнього, інваріанти та ін.). Поділяємо думку О.І.Скафи [199,19] стосовно того, що використання в навчанні математики акцентованих програм, програм із запізнілою корекцією та зчеплених дозволяє розвивати особистість, реалізувати різноманітні евристики. Важливі аспекти розвитку школярів розглянуто в посібнику [47] „Евристики в геометрії”.

В.П. Кисільовою [71] розкрито сутність поняття ”готовність ліцеїста до організації та проведення науково-дослідницької діяльності”, визначено його

зміст, рівні, критерії та показники, досліджено особливості організації навчально-виховної роботи у профільному природничо-науковому ліцеї та висвітлено її вплив на формування творчої особистості учня (в основу дослідження покладена структура особистості за С.О.Сисоєвою).

С.М. Лук'яною [122] досліджувалася проблема розвитку в процесі розв'язування текстових задач арифметичними способами таких якостей учнів, як гнучкість мислення, раціональність, критичність, здатність до оціночних суджень, здібність до узагальнення і згортання розумових операцій, здібність подолати інерцію мислення.

Є.Ф. Вінниченко [21] пропонує систему творчих математичних завдань для формування окремих компонентів творчих здібностей старшокласників у навчанні інформатики, виконання яких передбачає застосування ППЗ GRAN, інших програмних засобів. Акцент в дослідженні зроблено на розвитку інтелектуальних можливостей учнів. Питання поєднання ІКТ з іншими педагогічними технологіями, зокрема проектними, теорією особистісно-орієнтованого навчання дослідником не розглядалися.

Проблеми розвитку дослідницьких умінь, творчого мислення учнів в процесі вивчення змістової лінії „Функції” висвітлювалися І.В. Калашніковим. В [64] зроблено спробу використання в дослідженнях ІКТ.

Досліджуючи роль комп'ютерного моделювання в розвитку творчих здібностей школяра, І.О.Теплицький пропонує систему задач, спрямованих на розвиток творчого мислення учнів та методику їх опрацювання [220]. Дослідник виділяє за Дж. Гілфордом такі ознаками творчого мислення як оригінальність, пластичність, рухливість, семантичну спонтанну гнучкість, відмічає принципову відмінність між двома типами мислительних операцій – конвергенцією (сходженням) і дивергенцією (розходженням) [220,24], акцентує увагу на тому, що метод моделювання, що найчастіше спрямований на розв'язування задач із нечітко сформульованою умовою, створює реальну основу для розвитку творчого (продуктивного) мислення школярів. Система розвивальних завдань передбачала створення і дослідження екологічних моделей одновидової популяції за

відсутності обмежень та з урахуванням конкуренції, двовидової популяції “хижак – жертва”, умови рівноваги систем, обробку результатів з використанням електронних таблиць. Дещо незвичним у порівнянні з викладеними вище думками є висловлення про те, що творчі здібності особистості не створюються, а вивільняються [221,226]. Впевнені, що завдяки впровадженню ІКТ вдасться перекласти на комп'ютер частину рутинних обчислень і таким чином вивільнити резерви для творчого розвитку особистості.

Ефективним методом формування мислення згідно з С.Л. Рубінштейном [190] є вища форма аналізу – «аналіз через синтез», який полягає в тому, що виділення (аналіз) нових властивостей в об'єкті виконується через поєднання досліджуваного об'єкта з іншими. При цьому об'єкт включається в нові зв'язки і виступає в нових якостях, що фіксуються у нових поняттях.

О.С. Чашечніковою розглядаються питання класифікації творчих здібностей особистості [237], розроблена система компонентів творчого мислення, що можуть діагностуватися в процесі навчання математики [238], сформульовані критерії дослідження для кожної з підкомпонентів. Творче мислення розглядається мультикомпонентно, включаючи креативність мислення (спроможність до творчості), дивергентність (діапазон творчості, швидке продукування задумів, висування ідей), евристичність (особливості ходу творчого процесу). В той же час, виділену О.С. Чашечніковою компоненту „творча активність” ми схильні трактувати не як компоненту творчого мислення, а згідно з С.О. Сисоевою як творчу діяльність. О.С. Чашечнікова виділяє наступні *підкомпоненти дивергентного мислення* [238]: 1) широта – розповсюдження інтелектуальної бази на більш широке коло питань, здатність абстрагуватися, самостійно знаходити взаємозв'язки; 2) продуктивність – вироблення багатьох різних ідей з одного джерела, кількість доцільних запитань, що виникає в учня в процесі розв'язування завдання, виражених у формі “що буде, якщо змінити...” та ін.; 3) узагальненість – здатність самостійно переходити від часткових випадків до загального методу, загальної схеми. Критерієм узагальненості мислення служить швидкість та якість самостійно виробленої загальної схеми теоретичного

матеріалу, розв'язування завдання; ступінь самостійності цього процесу.

4) варіативність – вміння працювати у нових і змінених умовах; самостійно змінювати умови розглядання ситуацій і властивостей розглядуваних об'єктів; здатність трансформувати їх моделі.

В дослідженні будемо враховувати загальну характеристику математичних здібностей школяра, запропоновану В.А. Крутецьким [106]. Зокрема, здатність до формалізації математичного матеріалу, абстрагування, узагальнення, уміння вичленовувати головне, відволікатися від неістотного, бачити загальне у зовні різному, схильність до логічного мислення, до скорочення процесу міркувань через мислення згорнутими структурами, гнучкості мислення, математичну пам'ять, що включає пам'ять на узагальнення, формалізовані структури, логічні схеми, здібність до просторових уявлень і уяви, яка прямим чином пов'язана з наявністю такої галузі математики, як геометрія (особливо геометрія у просторі).

Оволодіння учнями сучасними науковими знаннями, успішна робота в багатьох видах теоретичної та практичної діяльності нерозривно пов'язані з вільним оперуванням просторовими образами, що передбачає вміння за плоским зображенням відтворити просторові форми і характеристики реального технічного об'єкту, і вміння уявити його в динаміці, у взаємозв'язках з іншими об'єктами. Тому розвиток *просторової уяви, просторового мислення* школяра сприятиме становленню його як творчої особистості.

Особливості просторового мислення та його вплив на розумовий розвиток школярів досліджували І.С. Якиманська [258], Н.А. Менчинська [136], С.Л. Рубінштейн [189], О.В. Вітюк [23] та ін. І.С.Якиманська розглядає просторове мислення як різновид образного мислення, як важливу грань інтелектуального розвитку школяра, що відіграє важливу роль в оволодінні знаннями основ наук [258,11]. Автором монографії проаналізовано структуру просторового мислення, виявлено та обґрунтовано найбільш раціональні шляхи його формування. Виокремлюються три типи оперування просторовими образами, створеними на наочній графічній основі: 1) зміни стосуються в основному просторового положення; 2) образ під впливом задачі перетворюється

в основному за структурою; 3) перетворення образу виконуються тривало і з повтореннями. Відповідно до трьох типів оперування образами виділяють три типи розвитку просторового мислення (низький, середній, високий) [258,121]. Цей показник позитивно корелюється з такими показниками, як широта оперування просторовим образом, повнота образу, його динамічність, узагальненість, зворотність та ін.

На думку О.Д.Александрова [1], геометрія в своїй сутності є поєднанням живої уяви і строгої логіки, в якому вони взаємно організовують і спрямовують одна одну. Тому основні завдання навчання геометрії – розвивати в учнів відповідні три якості: просторову уяву, практичне розуміння та логічне мислення [1,56]. Найкраще розвивають просторове мислення позиційні задачі геометрії. В методиці навчання стереометрії значну увагу проблемі формування просторової уяви приділено в працях Г.П.Бевза [10], [11], М.І. Бурди [16], В.М. Литвиненка [113] та ін. Більшість авторів виокремлюють два типи вправ, що лежать в основі розвитку просторової уяви: вправи на вміння читати і виконувати зображення та вправи на оперування просторовими образами. М.І. Жалдак та О.В. Вітюк пропонують використовувати для розвитку образного мислення учнів ППЗ GRAN-2D і GRAN-3D [53].

З нашої точки зору, розроблену в [23] систему завдань зручно застосовувати при розв’язуванні задач в 11-му класі<sup>1</sup>, тоді як проблема нерозвиненої просторової уяви учнів найгостріше постає в 10-му класі при вивченні аксіом, введенні поняття паралельності (перпендикулярності) прямих, прямих і площин.

Поняття „*пізнавальної самостійності*” учня у дослідженнях різних авторів набуває широкого діапазону трактування. Т.І. Шамова [242] визначає пізнавальну самостійність як властивість особистості, І.Я Лернер [112] як компонент пізнавальної діяльності, П.І. Махмутов [133] як рівень інтелектуального розвитку особистості, С.В. Каяліна [70], Н.І. Зеленкова [61] як специфічну інтегративну

---

<sup>1</sup> Геометрія: Підруч. Для учнів 10-11 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. загальноосвіт. закладах / Г.П.Бевз, В.Г.Бевз, В.М. Владіміров. – 2-ге вид. - К.: Освіта, 2003. – 239 с.

якісну характеристику особистості. Ми трактуватимемо пізнавальну самостійність як особистісну якість людини, що виявляється в її прагненні до пізнавальної діяльності й умінні ефективно здійснювати цю діяльність самостійно. Згідно з Т.І. Шамовою виділятимемо два провідні компоненти пізнавальної самостійності – мотиваційний та операційний, що є структурно невіддільними, взаємодіють між собою і впливають один на одного. Мотиваційний компонент являє собою систему пізнавальних мотивів, що визначає чуттєві, вольові та інтелектуальні зусилля школярів, спрямовані на досягнення мети пізнавальної діяльності. Операційний компонент включає способи поведінки, що характеризуються здатністю до самостійного оволодіння системою провідних знань, засобами і способами пізнання. Н.І. Зеленкова зазначає, що необхідними і достатніми складниками пізнавальної самостійності є особистісні компоненти (свідоме ставлення до навчально-пізнавальної діяльності, пізнавальні інтереси, готовність до пізнавальної діяльності, досвід пізнавальної діяльності, емоційно-вольовий); діяльнісні компоненти (мотиваційно-цільовий, змістовний, процесуальний, операційний, комунікативний) та компоненти зовнішніх проявів (потяг до досягнення результатів, інтерес до предмета, стабільність в роботі, оволодіння способами самостійної роботи, настроєність на співпрацю і діалог).

Підтримуємо Н.А. Тарасенкову та А.М.Нестеренко в тому, що розвиток пізнавальної самостійності учнів є невідривною й органічною складовою підготовки творчої особистості. В роботі [147] автори розкривають специфіку прийому порівняння в його гносеологічному та процесуальному аспектах та особливості формування цього прийому у майбутніх абітурієнтів при вивченні математики.

На основі аналізу джерел [41], [52], [61], [62], [70], [112], [242] нами встановлено, що для визначення рівня сформованості пізнавальної самостійності використовуються критерії, що відображають зміст та стійкість мотивації учня, ступінь сформованості його знань, умінь та навичок, позитивне ставлення до навчальної діяльності. Найчастіше виділяють три рівні пізнавальної

самостійності: початковий (наслідувально-пасивний), середній (активно-пошуковий), високий (інтенсивно-творчий). С.В. Каяліна [70] виділяє 16 рівнів пізнавальної самостійності, оскільки для обох компонентів пізнавальної самостійності (мотиваційного та операційного) розрізняє по чотири рівні. Найтипівіші з них – чотири: початковий (пізнавальна пасивність – копіюючий характер самостійної пізнавальної діяльності), середній (відтворююча активність у поєднанні з самостійною діяльністю репродуктивного характеру), достатній (при інтерпретуючій активності простежується продуктивний характер умінь здійснювати пізнавальну діяльність самостійно), високий (творча активність – творчий характер самостійної пізнавальної діяльності).

Головну роль у детермінуванні творчої поведінки відіграють мотивація, особистісні цінності, індивідуальні риси особистості. Як зазначають автори [62], [130], [252] та ін., цілеспрямована педагогічна діяльність з метою виявлення й розвитку особистісних якостей має засновуватися на формуванні мотиваційної сфери, яка в цілому детермінує навчальну поведінку. А.К. Маркова [130,13] підкреслює, що мотивація виконує кілька функцій: спонукує поведінку; спрямовує та організовує її; надає їй особистісного смислу й значення. Важливість формування всіх сторін мотиваційної сфери обумовлена тим, що лише у взаємному зв'язку і єдності вони реалізують функції мотивації: потреба, як правило, виконує функцію спонукання, ціль – спрямовуючу й організуючу функції, а мотив – смислоутворюючу.

Всяка діяльність починається з потреб. Під потребою розумітимемо спрямованість активності, психічний стан, що створює передумову діяльності. Автори [118], [146] посилаючись на А.Маслоу, представляють потреби особистості в вигляді ієрархії. Наявність мотиву надає активності нового, більш дієвого характеру. Мотивом, найбільш адекватним навчальній діяльності, є спрямованість школяра на опанування новими способами дій. Засвоєння способів перетворення виучуваного об'єкта призводить до внутрішнього збагачення суб'єкта навчальної діяльності (учня) і тому становить специфічну відмінність такої діяльності від усіх інших видів діяльності [38], [252].

Як зазначає С.Л. Рубінштейн [190], найважливіше те, як мотиви, що характеризують обставини, перетворюються в якості особистості.

Виникнення мотивів навчання не є достатньою умовою для ефективної навчальної діяльності, якщо у школяра не сформовано уміння ставити цілі у навчальній роботі. Щоб збудити інтерес, зазначає І.О. Теплицький [220,37], треба створити мотив, а потім відкрити школярам можливість знаходження цілі (а точніше – системи цілей) у виучуваному матеріалі, адже цікавий навчальний предмет це той, що став «сферою цілей» учня у зв'язку з тим або іншим спонукальним мотивом. Якщо в результаті самоаналізу (рефлексії) проявляється незадоволення учня своєю роботою, то це може розглядатися як важливий етап у становленні мотивації. Емоційне забарвлення є однією з динамічних характеристик мотивів, куди входять також сила мотиву, його інтенсивність, виразність, стійкість тощо.

Погоджуємося з А.К. Марковою [130] в тому, що для підтримання стійкої мотивації необхідно: здійснювати правильний відбір змісту навчального матеріалу, так щоб не викликати перевантаження або недовантаження школярів; оптимально поєднувати сучасні методи навчання; організовувати й підтримувати плідні стосунки на рівні вчитель – учень та учень – учень (група); забезпечувати позитивне емоційне забарвлення від результатів навчання.

На основі аналізу джерел [2], [50], [66], [106], [196], [203], [236] та ін., власної навчальної практики виділимо ті якості особистості (табл.1.1), які, на наш погляд, найбільш доцільно формувати в учнів у процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики з використанням ППЗ GRAN, DG, програмного забезпечення Microsoft Office чи OpenOffice на основі гармонійного поєднання ІКТН з педагогічними технологіями особистісно-орієнтованого, розвивального навчання, навчання як дослідження, проектними технологіями, інтерактивними методиками.

Щоб керувати процесом формування особистісних якостей школяра, треба знати його актуальний та потенціальний рівні. У зв'язку з цим постає проблема діагностики особистісних якостей учня. Д.Б. Богоявленська [14] висуває як



Таблиця 1. 1.

## Виокремлені для дослідження якості

Групи якостей	Якості творчої особистості, які формуватимемо в процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики
організаційно-діяльнісні (мотиваційно-творча спрямованість, самоорганізація)	здібність до рефлексії та корекції діяльності; цілеспрямованість (уміння ставити цілі і організовувати їх досягнення); впевненість у своїх силах і здібностях; допитливість, творчий інтерес, потяг до пошуку нових даних, фактів, прагнення до самоосвіти, пізнавальна самостійність; здатність до міжособистісного спілкування
пізнавальні (когнітивні) якості	уміння аналізувати, синтезувати, порівнювати, узагальнювати, класифікувати і систематизувати; просторова уява; здібність втілювати здобуті знання в духовні і матеріальні форми
творчі (креативні) якості	здібність переносити знання і уміння в нові ситуації; здібність до формулювання гіпотез, конструювання версій, закономірностей як індивідуально так і в комунікації з людьми, уміння бачити знайоме в незнайомому і навпаки, здатність до дослідницької діяльності, творча уява, фантазія, дивергентність мислення

адекватну одиницю при вивченні творчості інтелектуальну активність і як специфічне її виявлення – інтелектуальну ініціативу, яку розуміють як продовження розумової активності за межами того, що вимагається. З.І. Слєпкань зазначає [205], що на початку 60-х років американські психологи Дж.Гетцельс і П.Джексон визнали неможливість вимірювання творчого потенціалу за допомогою коефіцієнта IQ і ввели коефіцієнт креативності Cr (креативність – здібність до творчості). Дещо пізніше було визнано недостатню, обмежену валідність і коефіцієнта Cr.

Ю.К. Бабанський та М.М. Поташник [6] для діагностування в учнів рівнів навчальних можливостей рекомендують проведення педагогічних консиліумів. Особлива увага звертається на те, що на таких консиліумах мова має вестися не лише про обговорення якостей особистості, але й про те, якими мають бути дії вчителя для побудови оптимального навчально-виховного процесу [6,64]. Результати вивчення особистості за такого підходу можна буде врахувати і реалізувати шляхом використання диференційованого підходу в організації

навчання, наприклад, з метою надання різної за характером допомоги, підбором різних домашніх завдань різним учням. Для проведення консилиумів, зазначають автори, мають бути розроблені критерії якостей та їх рівні.

В розробці критеріїв оцінювання особистісних якостей враховуватимемо поради щодо діагностування рівня розвитку творчої особистості, подані В.І. Андрєєвим [2], З.І. Слєпкань [203], опиратимемося на критерії, розроблені С.О. Сисоєвою [197], О.С. Чашечніковою [238], зважатимемо на рекомендації визначати діапазони розвитку якостей за А.В. Хуторським [236] та ін. Для оцінки прояву показників особистісних якостей учнів вводимо три рівні: початковий, середній, високий. Акцентуємо увагу на тому, що в подальшому будемо вести мову не про „низький рівень”, а про „початковий”, не про наявність чи відсутність якості взагалі, а про ступінь її прояву. Тому початковий рівень розвитку якості учня визначатимемо не як її відсутність, а як її мінімальний прояв за певних умов, обставин, зокрема, підтримки учня в діяльності вчителем, однокласником чи іншою людиною. Таке формулювання початкового рівня, з нашої точки зору, дозволить фіксувати позитивні зрушення в розвитку якості як вчителем, так і самим учнем, що не менш важливо, а не лише констатувати факт наявності чи відсутності якості. Тобто в найбільшій мірі відповідатиме принципам особистісно орієнтованого навчання. Терміни „низький”, „повністю відсутній” тощо, на нашу думку, можуть негативно вплинути на учня і призвести до заниженої самооцінки, якщо учень поки що не бачить реального просування на шляху становлення себе як всебічно розвиненої особистості. Під високим (підсумковим, завершальним) рівнем розумітимемо постійний прояв даного показника у діяльності учня – ціль, до якої учень має просуватися. Середній рівень характеризуватиметься проміжними значеннями рівневих елементів. Характеристику зазначених в табл.1.1 особистісних якостей учня, які визначають його творчі можливості та критерії їх розвитку, подаємо у табл. 1.2.

Структурно-компонентний метод психолого-педагогічної оцінки творчих якостей учнів передбачатиме вивчення організаційно-діяльнісних, пізнавальних, креативних якостей, аналіз творчого розвитку учнів, побудову профілю творчої

Таблиця 1. 2.

## Характеристика особистісних якостей за рівнями відповідно до критеріїв

Початковий рівень	Середній рівень	Високий рівень
1	2	3
<b>Дивергентність мислення</b>		
це мислення, яке характеризується якостями, що дозволяють виявити розбіжності і сформулювати проблему – швидкістю, гнучкістю й оригінальністю, широтою, продуктивністю, узагальненістю, варіативністю.		
Проявляється іноді	Проявляється залежно від ситуації	Проявляється при вирішенні навчальних проблем постійно
<b>Здібність до рефлексії та корекції діяльності</b>		
рефлексія – самоусвідомлення діяльності		
Вміння виокремити етапи власної діяльності з визначенням успіхів, труднощів, застосованих способів діяльності	Вміння виокремлювати і аналізувати етапи діяльності, передбачати можливі успіхи та труднощі в певному виді навчальної діяльності	Вміння будувати різнорівневу рефлексивну модель діяльності, що відбувається в освітньому процесі
<b>Цілеспрямованість, уміння ставити цілі, організувати їх досягнення</b>		
наявність суб'єктивної системи цілепокладання, потреба в усвідомленні цілей		
Вибір мети діяльності учнем здійснюється з переліку, запропонованого вчителем; потрібна підтримка вчителя при досягненні цілі	Ситуативний вияв уміння самостійно ставити цілі, прогнозувати діяльність і досягати мети	Постійний вияв уміння прогнозувати кінцевий результат, прагнення до досягнення мети, проміжні цілі
<b>Впевненість у своїх силах і здібностях</b>		
оцінка своїх сил і здібностей як достатніх для виконання того чи іншого завдання		
Впевненість, якщо діяльність здійснюється при підтримці	Адекватне оцінювання своїх сил, але з сумнівами у правильності своїх дій, без постійної впевненості в своїх силах	Відсутність сумнівів в оцінці власних сил і здібностей; адекватна оцінка сил і здібностей, надія тільки на себе

Продовж. табл. 1.2.		
1	2	3
<b>Допитливість, творчий інтерес</b>		
форма вияву пізнавальної потреби, що забезпечує спрямованість на творчість		
Зацікавленість виникає при активній допомозі з боку дорослого	Ситуативний вияв зацікавленості, зумовлений здебільшого стимулюванням ззовні	Нестимульована зовні зацікавленість навколишнім, різними явищами, новими формами діяльності, розв'язуванням нестандартн. проблем
<b>Пізнавальна самостійність, потяг до пошуку нових даних, фактів, прагнення до самоосвіти</b>		
інтегративна якісна характеристика особистості, що виявляється в її прагненні до пізнавальної діяльності й умінні ефективно здійснювати цю діяльність самостійно		
Потяг до відшукування нових фактів виникає при активній допомозі іншої людини, потреба в підтримці на стадії опрацювання даних. Характер діяльності наслідувально-пасивний	Самостійний пошук даних для самоосвіти з окремих питань. Потреба в підтримці на стадії опрацювання даних. Потяг до пошуку не завжди свідомо проектується на навчальну діяльність. Характер діяльності активно-пошуковий.	Самостійний пошук нової інформації з метою саморозвитку, сформовані уміння опрацьовувати дані самостійно. Свідоме ставлення до навчально-пізнавальної діяльності. Характер діяльності інтенсивно-творчий
<b>Здатність до міжособистісного спілкування</b>		
здатність вступати в контакт з людьми, результатом чого є взаємні зміни поведінки, діяльності, відносин, установок		
Потреба в спілкуванні не чітко виражена; організовує спільну діяльність за дорученням	Контакти з значною кількістю осіб; ситуативний прояв уміння організовувати співробітництво	Активно орієнтується на роботу в колективі, може організувати співпрацю

Продовж. табл. 1.2.

1	2	3
<b>Уміння аналізувати і синтезувати дані</b>		
вміння розділяти ціле на частини, поєднувати частини в єдине ціле, знаходити логічні взаємозв'язки між окремими частинами цілого;		
Аналіз, синтез здійснюється при підтримці	Аналіз, синтез здійснюються самостійно, хоча допускаються помилки при поділі цілого на частини; головне зміщується з другорядним	Бачення складових частин будь-чого, вміння порівнювати предмети, поняття, усвідомлювати дані, виділяти головне, робити висновки
<b>Уміння порівнювати, класифікувати</b>		
порівняння – вміння виділяти спільне і відмінне в предметах і явищах; класифікація – вміння розподіляти об'єкти за класами залежно від їх загальних ознак		
Порівняння, класифікація здійснюється при підтримці	Порівняння, класифікація здійснюються здебільшого самостійно, хоча допускаються помилки при виділенні істотних ознак, формулюванні висновків	Бачення істотних несуттєвих ознак, виділення головного, самостійне здійснення порівняння, класифікації, висновки
<b>Уміння узагальнювати, систематизувати</b>		
абстрагування – виділення в предметах і явищах суттєвого і відокремлення несуттєвого; узагальнення – уміння виділяти спільні властивості предметів і явищ, що є суттєвими; систематизація – розміщення взаємопов'язаних частин матеріалу, що є цілісним утворенням, в певному порядку		
Абстрагування, узагальнення, систематизація здійснюється за сторонньої підтримки	Ситуативне самостійне здійснення абстрагування, узагальнення, систематизації. Можливі помилки при виділенні суттєвих ознак	Самостійне відокремлення суттєвого від несуттєвого, виділення спільних суттєвих властивостей, систематизація

Продовж. табл. 1.2.		
1	2	3
<b>Здібність до втілення здобутих знань в духовні і матеріальні форми, перенесення знань і умінь в нові ситуації</b>		
Розробка моделі, пошук способів розв'язування завдання, дослідження моделі здійснюється за сторонньої підтримки	Ситуативне самостійне вивчення завдання, розробка моделі, пошук способів розв'язування, організація дослідження	Самостійне вивчення задачі та її структурного аналізу, розробка моделі, вміння проводити дослідження, знаходити способи розв'язування задачі, визначати раціональний, оцінювати ефективність побудованої моделі
<b>Просторова уява, просторове мислення</b>		
вміння створювати просторові образи і оперувати ними в процесі розв'язування різних практичних і теоретичних задач. Характеризується широтою оперування образом, повнотою образу, його динамічністю, узагальненістю, зворотністю		
зміни просторового об'єкта стосуються в основному положення	образ під впливом задачі перетворюється в основному за структурою	перетворення образу виконуються тривало і з повтореннями
<b>Здібність до формулювання гіпотез, конструювання версій, закономірностей як індивідуально, так і в комунікації з людьми, текстом чи ін.</b>		
здатність конструювати систему висновків, за допомогою яких на підставі фактів формулюється висновок про об'єкти, явища, їх розвиток		
Аналіз причинно-наслідкового взаємозв'язку, генерація гіпотез здійснюється за підтримки	Ситуативна здатність запропонувати спосіб розв'язування сформульованої проблеми чи самостійно сформулювати проблему	Вміння сформулювати проблему і запропонувати спосіб її розв'язування; вміння змінювати точку зору на проблему, абстрагуватися від задачі

Закінчення табл. 1.2.		
1	2	3
Уміння бачити знайоме в незнайомому і навпаки, здатність до дослідницької діяльності, здатність до знаходження нового засобами наукових досліджень		
Учень може дібрати з рекомендованої літератури факти, пов'язані з проблемою	Наявний інтерес до дослідницької діяльності, але вона здійснюється під керівництвом педагога	Використання під час пошуку нових фактів, найпростіших наукових методів дослідницької діяльності, вміння добирати і аналізувати літературу з конкретної проблеми; власне навчальну проблему
Творча уява, фантазія		
психічна властивість, процес створення нових образів на основі пережитого		
Фантазія носить переважно репродуктивний характер, образи будуються тільки на основі конкретного матеріалу, за аналогією з чимось	Образи та ідеї більше пов'язані з первинними даними, більш однотипні; фантазія та уява не виходять за межі реального	Розвинена фантазія, що дає можливість створювати образи та ідеї, відтворювати пропущені ланки та факти в логічному ланцюгу; вияв фантазії в малюнках

особистості учня та його аналіз. Дослідження творчих якостей особистості проводитимемо згідно з методикою С.О.Сисоєвої [197] методом незалежних експертних оцінок. До експертних оцінок залучатимемо самого учня, вчителів математики, фізики чи інформатики, які тривалий час працювали з учнем, шкільного психолога. При цьому ми спиратимемося на твердження С.О. Сисоєвої [197,148], що оцінка якостей особистості незалежними компетентними особами практично співпадає з оцінкою, проведеною за психологічними тестами. Для оцінки використовуватимемо методики, запропоновані В.І. Андрєєвим [2], С.О. Сисоєвою [197], О.І. Скафою [201], авторами посібників [7], [191], [247], тести Равена, виявлення творчого потенціалу особистості, інші тести [186], тест на визначення адекватної Я-концепції [156], моніторинги якості знань. Для оцінки

рівня розвитку просторової уяви і просторового мислення користуватимемося методикою І.С. Якиманської [258], [259], розвитку здатності до міжособистісного спілкування застосовуємо тест В.Ф. Ряховського, запропонований І.А. Зимньою [62, 471].

Стосовно введення середнього кількісного показника рівня особистісних якостей учня спостерігаємо різноплановість думок. Автори посібника [6,66] зазначають, що розглядати середній кількісний показник педагогічно некоректно, оскільки виділені якості особистості не є зрівноваженими. Автори на підтвердження своєї думки наводять ще й такий аргумент, що математичний формалізм при узагальненні може нанести відчутну шкоду, оскільки може дезорганізувати вчителів і знизити роль індивідуального підходу. При цьому зазначається, важливіше мати поелементні дані про основні складові можливостей учня, щоб потім опертися на сильні сторони і енергійно підтягувати слабші. В той же час допускається введення середнього показника стосовно розвитку тієї чи іншої можливості для учнів всього класу. В.І. Андрєєв [2], С.О. Сисоєва [197], В.А.Хуторський [236] та ін. вводять середні показники, що характеризують рівні розвитку особистісних якостей.

Кількісну характеристику рівня сформованості виділених груп особистісних якостей будемо виводити як середній показник, що характеризує рівні сформованості відповідних якостей. Крім розглянутої вище методики, яка дозволяє виявляти і оцінювати результативну сторону діяльності учня, здійснюватимемо діагностування за методикою оцінювання А.В.Хуторського. Згідно з нею виявлятимемо і оцінюватимемо процесуальну сторону діяльності учня, виражену в способах опрацювання ним навчального матеріалу. Фіксуватимемо самооцінку учня і якісну оцінку вчителя стосовно розвитку певних якостей особистості.

Щоб мати змогу формувати творчі особистісні якості в навчанні, необхідно бути обізнаним із сутністю творчого процесу, шляхами і механізмами формування творчої особистості, головний з яких – творча задача. Найважливішим для розвитку особистості є характер її навчальної діяльності.



Український педагогічний словник [33], трактує творчість як продуктивну людську діяльність, що здатна породжувати якісно нові матеріальні та духовні цінності суспільного значення. Автори посібника [247,7], виокремлюють чотири рівні творчості за обсягом принципової новизни результату: найвищий, який веде до результату нового для всього людства; продукт новий для великого кола людей; для обмеженого кола людей; новизна продукту є суб'єктивною, відносною, значущою тільки для самої людини-творця. Вид творчості, що носить суб'єктивну новизну, є підвалиною для виникнення творчості перших трьох рівнів, тому обмежений обсяг не зменшує його важливості.

В.О. Моляко [139] під творчістю розуміє процес створення нового зокрема для суб'єкта, тому творчість у тій чи іншій формі доступна кожній людині. Як школяреві, який засвоює нові знання і розв'язує нову, незнайому задачу, так і робітникові, який виконує нове технічне завдання. Вони розв'язують творчі задачі. Творчість може вплітатися у нетворчу, репродуктивну діяльність, і тоді продуктом творчості є вдосконалення.

Близьким до такого трактування є поняття творчості у Л.С. Виготського [26], який визнає творчість необхідною умовою існування. Творчою вважається діяльність, яка створює щось нове – чи то річ зовнішнього світу, чи побудова розуму, почуття, яке живе та виявляється тільки в самій людині.

Поділяємо думку стосовно трактування поняття творчості Л.С. Виготським та В.О. Моляко і вважаємо, що творчим може бути не лише результат діяльності, а й прийоми та операції, за допомогою яких вона здійснюється.

Одне з принципових питань психології творчості стосується природи відносин творчості та діяльності. Я.А. Пономарьов [164] вважає, що основною ознакою діяльності як форми активності є потенційна відповідність мети діяльності її результату, тоді як для творчого акту характерним є протилежне – неузгодженість між метою (задумом, програмою тощо) і результатом.

На думку В.М. Дружиніна [46], головною ознакою творчості є не зовнішня активність, а внутрішня – акт створення «ідеалу». Зовнішня активність є лише експлікацією продуктів внутрішнього акту. В основі творчості – глибока

іраціональна мотивація, яка спрямовується тенденцією до подолання і функціонує за типом «позитивного зворотного зв'язку»: творчий продукт лише підстобує процес, перетворюючи його у намагання досягти горизонту. Оцінка продукту як творчого відбувається за соціальними критеріями: новизна, осмисленість, оригінальність тощо.

Д.Б. Богоявленська [13], І.Я. Лернер [112], В.О. Моляко [139] та ін. послуговуються терміном „творча діяльність”. І.О. Теплицький позитивно розв'язує це протиріччя на основі його діалектичного аналізу – будучи двома формами активності, *творчість і діяльність знаходяться у діалектичній єдності*, вони є взаємопов'язаними і взаємообумовленими, тому що розвиток творчих здібностей можливий лише у діяльності, а розвиток і удосконалення діяльності може відбуватися лише через присутні у ній творчі компоненти. При цьому творчість виходить з під контролю свідомості лише під час творчого акту, тобто на рівні його несвідомих компонентів.

Будемо дотримуватися трактування творчості у контексті діяльності і розуміти творчість як продуктивну діяльність, результатом якої є створення об'єктивно чи суб'єктивно нових матеріальних і духовних цінностей.

З'ясуємо, в якому співвідношенні знаходиться репродуктивна і творча діяльність. В.М. Дружинін підгрунтя творчості вбачає в репродуктивній діяльності, в наслідуванні зразка: „Щоб творити, необхідно шляхом наслідування засвоїти зразок активності людини-творця, вийти на новий рівень оволодіння культурою і самостійно спрямуватися далі» [46, 161]. В той же час, А.В.Хуторський [236] зазначає, що творча діяльність учнів не передбачає від них попередніх вмінь діяльності за зразком. Навпаки, репродуктивна діяльність дітей, якщо вона попередньо засвоюється і закріплюється, негативно впливає на можливість творчості у наступному, створюючи у учнів шаблонні уявлення про освітні продукти. Репродуктивна діяльність може сприяти творчості тільки у тому випадку, якщо за її допомогою засвоюється способи діяльності, а не зміст освіти.

Висловлені думки вважатимемо досить плідними в контексті нашого дослідження, оскільки показують один із шляхів формування особистісних

якостей учня в навчальній діяльності. Ідея „зразка” необхідна для засвоєння способів діяльності!

Погоджуємося з думками С.О.Сисоєвої [197], Н.А. Менчинської [136], В.Ф. Овчиннікова [150], В.Г. Разумовського [175] стосовно того, що базою будь-якої творчості є конкретні знання, уміння, навички. При вирішенні нових для суб'єкта проблем важливу роль відіграє репродуктивне мислення. У процесі „відкриття” дуже важливі інтуїтивні узагальнення, а вже потім – сам шлях до них. Процес самостійного пізнання навколишньої дійсності є результатом, взаємодії репродуктивного і продуктивного (творчого) видів розумової діяльності.

Аналізуючи важливу роль інтуїції у творчому акті, В.Г.Разумовський зазначає, що за здатністю інтуїтивно приймати правильні рішення стоять досвід і знання» [175, 28]. Вивчення неусвідомлених (інтуїтивних) компонентів людської психіки дозволило В.Н. Пушкіну дійти висновку, що людина, вирішуючи проблему, збирає на основі аналізу наочної ситуації набагато більше інформації, ніж сама при цьому усвідомлює [173, 23]. . «З чим би ми не зіткнулися на протязі свого життя, малюнок предмету будується у білкових структурах нервових клітин кори навічно...» [173, 31].

Д.Б.Богоявленська виокремлює прояви трьох якісно відмінних рівнів творчого процесу [13,35]: стимульно-продуктивний; евристичний (суб'єктивно оцінюється учнем як «власний» спосіб); креативний – самостійно знайдена емпірична закономірність використовується не лише як прийом розв'язання, а виступає у якості нової проблеми.

На основі аналізу джерел [121], [187], [197], [236] та ін. можемо зробити висновок, що для ефективної реалізації творчої ситуації у навчально-виховному процесі доцільно дотримуватися наступної психолого-педагогічної структури творчої навчальної діяльності учнів: 1) бажання, зацікавленість, ентузіазм, потяг до формулювання проблеми, психологічна готовність до її вирішення; 2) наявність знань, умінь та навичок, необхідних для чіткого усвідомлення і формулювання творчого завдання; 3) зосередження зусиль та пошуки додаткової інформації для розв'язування завдання. Якщо завдання не вирішується,

відбувається перехід до наступних етапів; 4) інкубація – підсвідомий аналіз і вибір, уявний відхід від вирішення проблем, переключення на інші види діяльності; 5) Еврика (осаяння, інсайт). Це може бути лише перший крок до розв’язання завдання, за яким будуть необхідні інші; 6) перевірка (верифікація).

При плануванні творчої навчальної діяльності учитель має враховувати рівень розвитку учнів і прогнозувати вихід із творчих ситуацій для різних груп учнів, тобто передбачати надання диференційованої допомоги учням під час їх творчої навчальної діяльності. Іноді доцільно переносити вирішення завдання на наступний урок або додому з метою забезпечення інкубації.

Д. Пойа в книгах [161], [162] розкриває творчий математичний процес, демонструє, як через застосування аналізу, індукції, аналогії, спостереження, висунення гіпотези, постановку експерименту отримати правдоподібні міркування, акцентує увага на тому, що навчання повинне плекати ростки винахідливості, готувати учня до відкриття, і звертається до вчителів математики із закликом „Вчити здогадуватися!” [161,389]. Навчати потрібно обома видами міркувань – доказовому та правдоподібному. Школяр має відрізнити строге доведення від нестрогої спроби, доведення від здогадки; розумну здогадку від менш розумної.

Формування особистісних якостей учнів здійснюється в процесі розв’язування творчих задач. Загальне уявлення про етапи процесу розв’язування задач як про складний та багатоплановий процес подає Л.М. Фрідман [233, 27]. Особливу увагу звертатимемо на класифікацію творчих задач для організації творчої навчальної діяльності запропоновану В.А. Крутецьким [106,10] (задачі з неформальною вимогою, з зайвими даними, задачі з кількома розв’язками, зі змінною умовою, задачі на доведення) і типи навчально-творчих задач, виділених В.І. Андрєєвим [1,42] та С.О. Сисоєвою [197,320]. Виділення творчої задачі як одиниці творчої діяльності дає можливість дослідити творчість учнів. Задачу вважатимемо *творчою*, якщо вона або деяка із її підзадач є нерутинною відкритою пізнавальною задачею.

На основі аналізу джерел [63], [64], [106], [128], [139], [161], [162], [233],

[255] можемо виокремити для розв'язування творчих задач наступні етапи:

- бачення задачі, самостійність у її пошуку і постановці;
- виділення відомих і невідомих даних, процесів; первинне моделювання їх якостей, встановлення основної трудності задачі (аналіз умови);
- пошук невідомого в задачі (висунення гіпотез), що може потребувати, довизначення умов, розгортання деяких понять, що стосуються даних задачі;
- виведення інших характеристик даних задачі, встановлення наявності в них властивостей, поданих у визначеннях, зближення даних і вимог задачі;
- пошук невідомого за допомогою більш визначених за змістом прийомів для підвищення рівня впевненості в собі, знаходження і використання подібної задачі, розподіл задачі на частини; пошук невідомого за допомогою прийомів менш визначених за змістом, узагальнення, конкретизація задачі, формулювання і розв'язування оберненої задачі;
- перевірка і аналіз гіпотез, виділення обґрунтувань гіпотез, аналіз і переваг і недоліків гіпотез, розгляд причин некоректності гіпотез; виявлення схожості у ідеях та умовах, що залучаються.

До цієї схеми подібною є схема розв'язування задач з практичним змістом, запропонована М.Д. Касьяненко [69, 97], яку використовуватимемо в навчанні:

- 1) вивчення задачі і здійснення її структурного аналізу: а) виділення об'єктів задачі та відношень між ними; б) виділення величин, які розглядаються в задачі; в) пригадування і встановлення співвідношень між величинами;
- 2) складання плану розв'язування задачі у загальному вигляді;
- 3) побудова математичної моделі: складання числових виразів, рівнянь, нерівностей, використання відомих (раніше вивчених) співвідношень, формул, тотожностей;
- 4) розв'язування задачі;
- 5) перевірка правильності моделювання та розв'язку задачі;
- 6) дослідження здобутих розв'язків у даній практичній ситуації, знаходження остаточного результату – відповіді;
- 7) пошуки інших способів розв'язування задачі, виділення найраціональнішого з них;
- 8) опис найраціональнішого способу розв'язування задачі;
- 9) складання задач, обернених до даної, їх розв'язування;
- 10) встановлення меж застосування способу розв'язування задачі (для задач з іншим практичним

змістом чи іншими числовими даними; 11) складання узагальненої задачі, її розв'язування та дослідження.

Зауважимо, що не для всіх задач і не кожного разу виконували всі етапи. Наприклад, етапи 9, 10, 11 можна включати під час розв'язування опорних задач. Поряд з повною схемою розв'язування задач з практичним змістом застосовували і згорнуту [154,22]: 1) попередній аналіз об'єкта дослідження; 2) побудова моделі; 3) реалізація моделі математичними методами; 4) аналіз одержаних результатів та їх перенесення на образ, що вивчається. Задачі класифікували як *тренувальні* (для вироблення умінь і навичок) і *розвиваючі* (для розвитку креативних здібностей).

В.І. Андрєєв вказує на багатоплановість застосування навчально-творчих задач у навчанні [2,45]: для оволодіння новим знанням про поняття, закони, теорії, принципи, методи, правила, засоби діяльності; розумовими і практичними вміннями; для актуалізації знань, умінь, для контролю знань та умінь, з метою діагностики і розвитку творчих якостей особистості.

Позитивно впливає на розвиток особистісних якостей продуктивне середовище пізнання, яке створює комфортні умови творчої діяльності. Вчителю необхідно створювати таке середовище взаємодії інформаційного, пізнавального, психологічного напрямків, щоб школярі могли зануритися в атмосферу творчості, пошуку нового. До сприятливих умов можна віднести й такі, коли діяльність учнів не регламентується, а її процес організується так, щоб в ньому були елементи творчості, які передбачають комбінування, порівняння, аналогізування, універсалізацію, випадкові видозміни. Важливо забезпечити можливості вільного вибору творчої спрямованості учнів, об'єктивність оцінювання досягнень школярів, підтримку нових ідей учня та виявлення довіри до здобутків кожного з учасників навчального процесу, застосовувати систему завдань, що потребують творчої переробки, узагальнення, вміння порівнювати, аналізувати відоме, експериментування, пошуку; організувати самостійну дослідницьку роботу.

## 1.2. Роль, місце та зміст інформаційно-комунікаційних технологій в системі шкільної математичної освіти

Сучасні інформаційні технології – це сукупності методів, засобів і прийомів, що використовуються для забезпечення ефективної діяльності людей в різноманітних виробничих і невиробничих процесах. М.І. Жалдак зазначає, що з часу появи ІКТ відбувся *перехід від програмістського ухилу в навчанні до користувацького*, оскільки стало зрозуміло, що користуватися комп'ютером із застосуванням готового навчального програмного забезпечення необхідно навчити всіх учнів, в той час, як програмістами стануть серед них не всі [56,39].

Напрями впливу інформатики та ІКТ на математичну освіту, які залишаються актуальними, визначив А. П. Єршов, виступаючи з доповіддю “Комп'ютеризація школи і математична освіта” на Міжнародному конгресі з математичної освіти 1988 р. [48]. Серед них виділимо пов'язані з нашою темою.

1) *Значне розширення математичної практики*; 2) *У шкільному курсі математики обчислювальний експеримент з математичною моделлю стає джерелом відкриттів*; 3) *Візуалізація абстракцій*. Оскільки видимий образ активізує розумову діяльність людини, то візуальне сприйняття є одним з основних джерел та інструментів, що дозволяють робити відкриття. Однак, потрібно дотримуватись певної пропорції між абстрактним математичним об'єктом і його візуальною моделлю; 4) *Динамізація математичних об'єктів*. Використання комп'ютера із його засобами візуалізації і обчислень дає можливість користувачеві здобути із статичного математичного співвідношення найрізноманітніші траєкторії розвитку динамічного процесу як у часі, так і в просторі, збагачуючи тим самим його досвід, інтуїцію, здатність до прогнозування. *Це створює підґрунтя для широкого впровадження дослідницьких методів у навчанні*.

Комп'ютерна техніка та інформаційні технології збагачують математичну науку і розширюють її застосування у різних сферах людської діяльності. М.І. Бурда зазначає [15,64], що раніше основною функцією математичної освіти була власне математична освіта, а на сучасному етапі на перше місце виходить інша не менш важлива функція – освіта за допомогою математики. Педагогічна

практика, математична освіта мають адекватно реагувати на зазначені тенденції і відобразити їх у цілях, змісті, методах, засобах і формах навчання. Оскільки математика постачає для інформатики значну кількість алгоритмів, то це викликало необхідність включення до шкільного курсу елементів дискретної математики, зокрема, комбінаторики, елементів математичної логіки в прикладному аспекті, елементів теорії графів тощо.

Дослідження проблем математичної освіти в Україні та їх вирішення на основі широкого використання ІКТ, застосування СКМ в шкільному курсі математики знайшли відображення в роботах М.І. Жалдака [49-56], Н.В. Морзе [141-144], С.А. Ракова [177-180], О.В. Співаковського [211], Ю.В. Триуса [224-225], Т.Л. Архіпової [3], Є.Ф. Вінниченка [20-22], [36], М.С. Голованя [33], Ю.В. Горошка [35-36],[54], Т.В. Зайцевої [59], О. Б. Жильцова [52],[57], Ю. Г. Лотюка [120], С. О. Семерікова [193],[221], О.А.Смалько [207-208], Є.М.Смирнової-Трибульської [209], [210], Т.І. Чепрасової [240] та інших.

Проаналізуємо, вплив ІКТН на методичну систему навчання (МСН) математики. Відомо, що структура МСН, в тому числі й математичної, визначається трьома основними питаннями: “навіщо навчати?” (цілі), “чого навчати?” (зміст) і “як навчати?” (методи, засоби, форми навчання). Згідно з системним підходом на рівні методики навчання за А. М. Пишкало [354], всі компоненти навчального процесу – *цілі, зміст, методи і прийоми, засоби, організаційні форми навчання* – утворюють єдине ціле із визначеними внутрішніми зв’язками. Сукупність тих компонентів МСН, що відповідають на питання “як навчати?”, деякі науковці розглядають як певну підсистему єдиної системи – *технології навчання у вузькому смислі* [193], [224], [241]. Тоді структуру з виділеною підсистемою “технологія навчання” можна подати як триєдине ціле, що містить *цільовий, змістовий та технологічний* компоненти методичної системи навчання. *Інформаційно-комунікаційні технології навчання*, включаючи комп’ютер як засіб управління навчально-пізнавальною діяльністю, є сукупністю комп’ютерно-орієнтованих методів, засобів та організаційних форм навчання. Поряд з терміном “інформаційно-комунікаційні технології навчання”



використовується термін “*комп’ютерно-орієнтовані технології навчання*” [50].

Під *комп’ютерно-орієнтованою методичною системою навчання* (КОМСН) (за Ю.В. Триусом [225, 229]) розумітимемо МСН, яка забезпечує цілеспрямований процес здобування знань, набуття умінь і навичок, засвоєння способів пізнавальної діяльності суб’єктом навчання і розвиток його творчих здібностей на основі широкого використання ІКТ. В монографії [225] здійснено порівняння технологічних компонентів традиційної та комп’ютерно-орієнтованої методичних систем навчання, наведено приклад конкретної реалізації КОМСН у вузівському курсі „Методи математичної оптимізації”.

На думку Н.В. Морзе, сучасну модель МСН, враховуючи темп розвитку засобів інформатизації, варто доповнити включенням очікуваних результатів навчання; технології добору змісту, методів, форм і засобів навчання; технології встановлення зв’язків між елементами методичної системи. [144, 25].

Ю.О. Дорошенко, розглядаючи питання впровадження ІКТН [44,66], веде мову про інформаційне навчальне середовище, головними компонентами якого є пізнавальна діяльність учня та зміст освіти. Пропонується схема інформаційно-навчального середовища, до структури якого входять п’ять взаємопов’язаних складових: соціально-контактна складова (цілі навчання); інформаційна (зміст); організаційно-технологічна (форми і методи); предметна (засоби навчання); психо-соматична складова (суб’єкт навчання). Суб’єкт навчання розглядається і як об’єкт педагогічного впливу, і як кінцевий продукт функціонування інформаційно-навчального середовища.

Як бачимо, незалежно від модифікації МСН, визначальними є цільовий та змістовий компоненти. Важливо, щоб ІКТ не були надбудовою до існуючої системи навчання, а обґрунтовано й гармонійно інтегрувалися у навчальний процес, забезпечуючи нові можливості і вчителям, і школярам. При цьому, за словами М. І. Жалдака [50], в основу інформатизації навчального процесу слід покласти створення і широке впровадження в повсякденну педагогічну практику нових КОМСН на принципах поступового і неантагоністичного, без руйнівних перебудов і реформ, вбудовування ІКТ у діючі дидактичні системи, гармонійного

поєднання ТМСН і КОМСН, не заперечування і відкидання здобутків педагогічної науки минулого, а, навпаки, їх удосконалення і посилення, в тому числі і за рахунок використання досягнень у розвитку комп'ютерної техніки і засобів зв'язку.

На основі аналізу джерел [50], [58], [141], [177], [200] та ін. можемо виділити такі цілі, як *розвиток особистості учня*; інтенсифікація всіх рівнів навчально-виховного процесу за рахунок застосування ІКТН, оптимізація пошуку необхідних користувачу відомостей, підвищення якості освіти; *виконання соціального замовлення суспільства на формування особистості, що проживатиме в умовах інформаційного суспільства*. Переважна більшість дослідників вважають, що використання ІКТ в навчальному процесі сприяє підвищенню інтересу учнів до отримання знань; забезпеченню диференціації; індивідуалізації в процесі навчання, зокрема проходженню матеріалу за власним темпом; об'єктивності контролю якості знань; активізації процесу навчання, в тому числі через інтенсифікацію подачі матеріалу з використанням ІКТ; формуванню умінь і навичок різноманітної творчої діяльності; вихованню інформаційної культури; оволодінню навичками оперативного прийняття рішень в складних ситуаціях; забезпеченні оперативного доступу до банків різноманітних відомостей.

Проаналізуємо позиції дослідників щодо проблеми розвитку особистості школяра в процесі застосування ІКТН. На основі аналізу публікацій, практичного досвіду відзначаємо, що спостерігається диференціація використання комп'ютера як засобу навчання, виховання та розвитку від комп'ютерних ігор для раннього шкільного віку до тренажера, консультанта, екзаменатора і партнера у вирішенні конкретних учбових завдань для старшокласників. ІКТ справляють вплив через спілкування в мережі Internet, телепередачі, відеомагнітофонні записи та інші опосередковані прояви, що безупинно змінюють все інформаційне середовище й тих людей, у спілкуванні з якими виростає дитина і формується як особистість. Це накладає вимогу *врахувати вікові особливості учнів і застосовувати в навчанні доступні засоби*. Значні переваги перед текстовим, графічним чи іншим

традиційним повідомленням має аудіовізуальне в поєднанні з кольором і рухом, що якісно інакше сприймається і запам'ятовується, а іноді має властивість вступати в несподівані асоціативні зв'язки з іншими фрагментами відомостей. Через істотне розширення обсягу і характеру доступних людині відомостей, форм їх одержання і перетворення, через діяльність і спілкування відбувається внутрішнє збагачення особистості, накопичується її різноманітний духовний потенціал. Завдяки автоматизації функцій розумової праці людини за рахунок перекладання на комп'ютер доступних йому рутинних логічних і обчислювальних операцій вивільняються резерви розуму для виконання творчої роботи.

Розглядаючи психолого-педагогічні аспекти комп'ютерно-орієнтованого навчання, Ю.І. Машбиць серед найбільш плідних застосувань комп'ютера виокремлює *значні можливості у реалізації проблемного навчання; формування творчого мислення школярів, готовності їх до творчої праці* в умовах науково-технічного прогресу та інформатизації суспільства [29], [134].

Ю.І. Машбиць наголошує на формуванні алгоритмічного мислення як процесі, *"... що передбачає евристичний пошук, сміливий здогад, інтуїцію – усе те, що у найбільшій мірі характеризує творчі витoki мислительного акту. Саме ці компоненти мислення слід формувати в учнів"* [134,25]. Важливо, щоб надмірна алгоритмізація діяльності на основі готових вказівок не стала гальмом для розвитку творчих якостей, пов'язаних з здогадкою і пошуком скорочених шляхів розв'язування задачі на основі «нераціональних» способів мислення.

Поділяємо думку М.І. Жалдака стосовно того, що при використанні ІКТ в навчальному процесі *„...мова не повинна йти лише про вивчення певного навчального матеріалу, а, перш за все, про всебічний і гармонійний розвиток особистості учнів, їх творчих здібностей"* [50,14]. Одним з найважливіших принципів, що дозволяють забезпечити розвиваюче навчання, є профільна та рівнева диференціація, індивідуалізація навчання. У зв'язку з цим М.І.Жалдак зазначає, що комп'ютерні технології відкривають широкі перспективи диференціації навчання, розкриття творчого потенціалу, пізнавальних здібностей кожного окремого учасника навчального процесу [50], [51,4]. Тобто,

*інформаційно-комунікаційні технології мають бути особистісно орієнтованими.*

Для того, щоб інформаційна технологія була особистісною, необхідно забезпечувати свідоме ставлення учня до навчання, підвищення його самостійності та активізації діяльності, яка визначається усвідомленням цілей навчання. Не менш важливим є можливість обрання школярами таких видів діяльності, які в найбільшій мірі відповідають їх здібностям та нахилам. Наприклад, завдяки можливостям графічного супроводу за допомогою GRAN1 комп'ютерного розв'язування задачі, учень чітко і легко розв'язуватиме досить складні завдання, що відповідають зоні його найближчого розвитку, впевнено володітиме відповідною системою понять і правил. Для учнів гуманітарного спрямування це створює передумови для досягнення успіху навіть тоді, коли вони нечітко володіють аналітичним апаратом, не в повній мірі знають формули і методи розв'язування задач. У цьому разі використання ППЗ перетворює окремі розділи і методи математики в „математику для всіх”. З іншого боку, такий підхід дозволяє досить глибоко проникнути в сутність досліджуваного явища, неформально розв'язувати задачу. Оскільки науковий аналіз творчого продуктивного мислення показує, що *головним в процесі мислення є побудова зразка проблемної ситуації, здогадка, висування гіпотези*, то важко переоцінити ефективність використання „інтелектуальних” програм в разі поглибленого вивчення математики. М.І.Жалдак, характеризуючи педагогічний потенціал КОМСН математики [50,7], акцентує увагу саме на *врахуванні і розвитку неформалізованих, творчих компонентів мислення* через реалізацію проблемної ситуації чи постановку задачі; самостійне вироблення критеріїв добору потрібних операцій, що приводять до розв'язку; генерацію здогадок та гіпотез в процесі пошуку основної ідеї розв'язку (наукова технічна фантазія, що не зводиться до комбінаторики та генерації випадкових станів); матеріальну інтерпретацію формального розв'язку та ін.

Дещо подібні думки, цінні в контексті нашого дослідження, висловили Г.О. Михалін [138] і В.С. Тюхтін [227]. Забезпечити отримання позитивних результатів в розвитку особистості можна, наприклад, через формування

дослідницьких умінь школярів завдяки посиленню ролі обчислювального експерименту, сфера застосування якого в шкільному курсі математики широка – від формулювання понять (графіка функції, границі, похідної функції в точці і т.д.) до перевірки відомих тверджень та більш глибоких досліджень. Можливість швидко проводити обчислювальні експерименти створює передумови навчання розвиваючими методами – проблемним, частково-пошуковим, дослідницьким, що дозволяє досягати високого рівня навчання та проблемності пізнавальної активності, на основі чого в учнів створюються пізнавальні навички та потреба у набутті інших.

Ю.В.Триус [224,100] зазначає, що мислення людини, яка має навички роботи з персональним комп'ютером, вигідно відрізняється своєю організованістю, внутрішньою дисципліною, логічною строгістю.

На особистісних аспектах комп'ютерно-орієнтованих і телекомунікаційних технологій в навчальному процесі акцентує увагу В.М. Мадзігон [126,6] зазначаючи, що ІКТН мають відкрити нові шляхи і дати широкі можливості для подальшої диференціації навчання, всебічної активізації творчих, пошукових, особистісно-орієнтованих, комунікативних форм навчання, підвищення його ефективності, мобільності й відповідності запитам практики. Підтримуємо авторів статті [127] в тому, що індивідуалізація навчання на основі НІТ може бути забезпечена при рефлексивному управлінні навчальною діяльністю. Тобто використання комп'ютерно-орієнтованих систем навчання має забезпечувати відповідність інформаційної моделі конкретному учневі. Для цього необхідно передбачити визначення стійких і ситуативних індивідуальних особливостей учнів. Наприклад, використовуючи в навчанні математики ППЗ ТерМ, вчитель може добирати і пропонувати школярам завдання трьох рівнів складності, за допомогою засобу здійснювати перевірку правильності самостійного виконання учнем кроків завдання.

Ряд важливих методичних рекомендацій щодо розвитку особистості в процесі практичного застосування комп'ютерів у навчанні висловив В.Г. Разумовський [176,12]: «Важливо, щоб учні могли мислено уявити весь

логічний ланцюг *творчого процесу застосування ЕОМ на практиці*: явище → його математична модель → алгоритм → програма мовою ЕОМ → розв'язування задачі з допомогою ЕОМ → інтерпретація результату → область його застосування на практиці». Якщо застосовується ППЗ, то учні виступають в ролі користувачів, а не програмістів, тому запропонований ланцюг видозмінюється: явище → *розробка моделі* → розв'язування засобами ППЗ → *інтерпретація отриманих результатів* → *застосування на практиці*. Принципово важливими є зауваження В.Г. Разумовського стосовно того, що при моделюванні виокремлюється сама сутність явищ і стає ясною їх спільність, тобто відбувається розвиток науково-теоретичного мислення. Водночас *захоплення використанням готових моделей погрожує передчасним розривом зв'язку вивченого явища з дійсністю*. Погоджуємося з думкою, що для уникнення формалізму в знаннях учнів потрібно *віддати перевагу створенню моделі перед використанням готової*. Тому пропонуючи школярам готові моделі, наприклад, динамічні креслення в дидактичних іграх з комп'ютерною підтримкою, необхідно обговорювати з ними етапи розробки креслення, відтворювати послідовність кроків їх побудови.

Н.В. Морзе та Н.П. Дементієвська [41], [143] дослідили, як можна використовувати комп'ютерні технології для розвитку учнів та вчителів через навчання за допомогою методу проектів. Вони акцентують увагу на суттєвій рисі проектної технології – процесі цілеутворення, розглядаючи його у двох аспектах: діагностика цілеутворення і об'єктивний контроль якості засвоєння учнями навчального матеріалу та розвитку особистості. Для створення діагностичних та операціонально заданих цілей рекомендується використовувати чітку систему, всередині якої мають бути виділені категорії цілей та послідовні рівні (ієрархія) [41,28]. В когнітивній (пізнавальній) області такою системою може бути педагогічна таксономія, що окреслює шість рівнів освітніх цілей – знання, розуміння, використання, аналіз, синтез, оцінювання. Три останні використовуються для визначення рівня розвитку навичок мислення високого рівня. Зазначимо, що можливості застосування проектних технологій з використанням ІКТ в навчанні математики з метою розвитку особистісних

якостей школяра досліджені не в повній мірі. Залишається мало дослідженим питання ефективного впровадження проектних технологій в умовах класно-урочної системи в тому вигляді, який пропонує Н.В. Морзе, і як при цьому можуть бути задіяні педагогічні програмні засоби навчання математики.

Питанням *розвитку розумової діяльності старшокласників* у процесі вивчення алгебри та початків аналізу з використанням ІКТ присвячене дослідження Т.В.Зайцевої, практична значимість якого полягає у створенні і впровадженні в практику роботи школи конкретних методичних рекомендацій вчителям щодо використання ППЗ „GRAN1” та „DERIVE” [59]. Розглянуто шляхи активізації розумової діяльності учнів в процесі вивчення теоретичного матеріалу та при розв’язуванні задач, продемонстровано на прикладах, як можна у школярів формувати засобами ІКТ розумові дії аналізу, синтезу, порівняння, абстрагування, узагальнення. Звернено увагу на важливість прикладної спрямованості навчального матеріалу, продемонстровано, як через використання ІКТ в навчанні математики стають доступнішими для сприйняття абстрактні математичні об’єкти та методи, здійснюється індивідуальний підхід у навчанні.

Робимо висновок, що *гармонійне вбудовування комп’ютерних технологій в діючу дидактичну систему удосконалисть і посилить її, сприятиме саморозвитку, самовдосконаленню учня* в процесі навчання. Щоб застосування засобів ІКТН гарантувало досягнення зазначених цілей, необхідний відповідний добір змісту, методів, форм організації навчання; диференціація та індивідуалізація навчального процесу, підвищення внутрішньої мотивації учня, створення середовища, сприятливого для розвитку особистості.

Не заперечуючи того, що комп’ютер є надзвичайно потужним технічним засобом зі значними дидактичними можливостями, деякі науковці [159,35], [212,359], [229,142] зауважують, що комп’ютеризоване навчання недостатньо розвиває логічне, образне мислення, істотно обмежує властивості усного мовлення, під його впливом формується формальна логіка мислення на шкоду почуттям і творчим розумовим операціям. М.М. Фіцула [229,142] привертає увагу до проблеми швидкої стомлюваності учнів, що працюють за комп’ютером, частих

випадків погіршення зору і окремих випадків розладів нервової системи. До негативних моментів віднесено те, що в умовах автоматизованого навчання прискореними темпами формуються егоїстичні нахили людини, загострюється індивідуалізм, розширюється конкурентність, сповільнюється виховання колективізму, взаємодопомоги. В той же час цими ж авторами як позитив відзначається, що комп'ютерно-орієнтоване навчання розвиває такі якості особистості, як уміння планувати і раціонально будувати трудові операції, точно визначати цілі діяльності. А це забезпечує формування у школярів таких рис характеру, як охайність, точність, обов'язковість.

З нашої точки зору, висловлені зауваження стосовно негативних проявів впровадження ІКТН цінні тому, що окреслюють окремі напрямки для удосконалення методики навчання математики. Вчителю необхідно розробити рекомендації ефективного впровадження ІКТ, щоб максимально уберегти школярів від зазначених негативних впливів, які, на жаль, не поодинокі. Зазначимо, що самі по собі знання, отримані через застосування засобів ІКТ, ще не роблять людину більш чи менш моральною. Тому, щоб зменшити негативний вплив інформатизації на культурну сферу (егоцентризм, некомунікабельність у відносинах з людьми в реальному житті, невпевненість в собі, коли поряд немає комп'ютера тощо), суспільство ні в якій мірі не повинно допускати абсолютизації ІКТ як в освіті, так і в будь-якій іншій сфері людської діяльності. Провідними при цьому залишаються завдання гармонійного розвитку особистості, формування її загальної та інформаційної культури.

Вплив ІКТ на зміст навчання проявляється в розширенні та поглибленні теоретичних основ курсу математики завдяки більшій їх доступності для школярів, в поглибленні міжпредметних зв'язків і використанні завдань прикладного характеру. Як зазначається в [43], добір змісту математичної освіти забезпечує передумови для всебічного розвитку особистості і визначається на засадах загальнолюдських та національних цінностей, науковості і систематичності знань, їх значущості для соціального становлення людини, гуманізації і демократизації освіти; для індивідуалізації та диференціації



навчання, його профільності у старшій школі, запровадження нових педагогічних технологій, формування соціальної, комунікативної, комп'ютерної та інших видів компетентностей учнів.

У зв'язку з впровадженням ІКТН математики виникає потреба в перегляді системи завдань для формування знань, умінь та навичок школярів, для контролю і оцінювання знань. Програмні засоби навчального призначення мають відповідати вимогам доцільності створення і практичного застосування, які полягають в тому, що електронні засоби слід наповнювати таким змістом, який найбільш ефективно може бути поданий і засвоєний переважно з використанням комп'ютера. В той же час окремі науковці [205,6] застерігають, що з впровадженням обчислювальної техніки необхідно обачливо підходити до зміни змісту математичної освіти з метою запобігання зниженню її рівня. Крім того, потребує включення у зміст вивчення стратегій навчання, засвоєння учнями власної навчальної діяльності. Ю.І. Машбиць та М.Л. Смульсон [135,14] акцентують увагу на тому, що з впровадженням комп'ютерно-орієнтованого навчання необхідно розрізнати три основні групи змісту. Перша група (Зміст-1) включає зміст основних об'єктів і способів оперування ними, що утворюють певний навчальний предмет. Для засвоєння цього матеріалу залучають певний додатковий матеріал (Зміст-2), що включає певний понятійний апарат, знаннєвий зміст відповідних розумових дій, різноманітні евристики. Саме Зміст-2 визначальною мірою впливає на успішність засвоєння матеріалу. Зміст-1 і Зміст-2 разом утворюють зміст навчання. Для успішної діяльності учні мають засвоїти ще Зміст-3, тобто зміст власної діяльності: як вони аналізують задачу, планують її розв'язання і т. д. Всі три групи утворюють зміст навчальної діяльності, а проектування навчання має забезпечити формування в учнів трьох груп змісту.

Мотиваційний вплив згідно з А.К. Марковою [130] здійснює лише той навчальний матеріал, інформаційний зміст якого відповідає наявним і виникаючим потребам учня. Зміст навчального матеріалу, з одного боку, має виходити з наявних знань, спиратися на них та на життєвий досвід, а з іншого – бути у достатній мірі складним і важким. Інакше він не зможе задовольнити

потреби психічних функцій (пам'яті, мислення, уяви), не буде викликати яскравих емоцій (позитивних і негативних). До того ж малозмістовний матеріал не сприяє виникненню й розвитку нових потреб. Складність навчального матеріалу не повинна бути надмірною, щоб не відвернути учня від досліджуваної проблеми.

Серед комп'ютерно-орієнтованих методів, засобів і форм організації навчання виокремимо ті, що застосовуються чи можуть бути застосовані в середній школі. Серед *комп'ютерно-орієнтованих засобів* навчання математики розрізняють апаратне забезпечення (комп'ютер; засоби телекомунікацій) та програмне забезпечення (операційні системи; текстові й графічні редактори; табличні процесори; експертні системи; педагогічні програмні засоби; проблемно-орієнтовані програми; електронні підручники, електронні бібліотеки, методичні та консультаційні каталоги, навчальні телекомунікаційні проекти та ін.). Серед програмних засобів комп'ютерної математики в [225,37] виділено такі основні класи, як системи для чисельних розрахунків; табличні процесори; матричні системи; системи для статистичних обчислень; спеціалізовані програми і пакети; системи комп'ютерної алгебри і геометрії; універсальні математичні системи. Ю.В. Триус переконливо демонструє, що системи комп'ютерної математики це справжня знахідка для педагога-новатора.

Поділяємо думку Ю.В. Триуса стосовно того, що ефективність і методична цінність СКМ цілком залежить від вміння його застосовувати. Завдяки графічній візуалізації розв'язування математичних задач можна за кілька секунд без громіздких і тривалих обчислень зрозуміти суть розв'язування задачі, реалізувати багатоваріантність обчислень. Використання СКМ дозволяє автоматизувати рутинні, а часом і досить складні обчислення, і при цьому не заперечує математичну інтуїцію людини та її творчу участь у розв'язуванні проблем. Більше того, таке використання допомагає користувачеві *виробити таку інтуїцію без значних витрат часу*. При цьому економію часу можна з успіхом спрямувати на осмислення математичної сутності задач, що розв'язуються. Сучасні електронні підручники з “живими” математичними прикладами можуть допомогти у самостійному вивченні окремих розділів математики. Схвальні відгуки з боку

педагогів-математиків отримали підручники [51-52], які демонструють шляхи практичного впровадження в навчальний процес НІТН математики, інтеграцію навчальних дисциплін та посилення міжпредметних зв'язків.

В інструктивно-методичних листах МОН України рекомендується застосовувати в школі в процесі вивчення курсу математики україномовні педагогічні програмні засоби GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D, DG, ТерМ [169,5]. Придбати в школу і використовувати можна лише ті комп'ютерні програми навчального призначення, що мають відповідний гриф та/або Свідоцтво про визнання відповідності педагогічним вимогам МОН України<sup>1</sup>. В педагогічних вузах та загальноосвітніх школах апробуються такі засоби, як Математика-5, Математика-6, Бібліотека електронних наочностей „Алгебра 7-9”, „Геометрія 7-9”, ППЗ „Алгебра 10”, „Алгебра 11”, „Геометрія 10”, „Геометрія 11”.

Охарактеризуємо згідно з [127,70] *дидактичні принципи*, яким повинні задовольняти ПЗНП. Принцип науковості визначає як спосіб і критерії добору змісту навчального матеріалу, так і способи його подання у відповідності до сучасного рівня наукових знань. Процес засвоєння матеріалу повинен відбуватися у відповідності з методами пізнання, а саме – науковим експериментом, через здійснення аналізу, синтезу, порівняння, аналогій, індукції та дедукції, абстрагування і конкретизації, систематизації і узагальнення. Способи подання навчального матеріалу, форми і методи організації навчальної діяльності мають відповідати рівню підготовки учнів та їх віковим особливостям. Досягнення успіху кожним школярем може бути забезпечене саме завдяки доступності навчального засобу. Завдяки перевагам подання графічних та інших даних засобами ІКТ закладаються істотні передумови успіхів у навчанні – емоційне включення, гностичність, емоційне сприйняття даних. Принцип наочності за умови використання ППЗ полягає не стільки в можливості пасивного споглядання учнями моделей, як в активній перетворюючій діяльності, в процесі якої школярі

---

<sup>1</sup> Правила використання комп'ютерних програм у навчальних закладах // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах, 2006. – №1. – С. 172-174.

самостійно будують моделі. Адже аналізуючи динамічні моделі, встановлюючи суттєві зв'язки між їх складовими, виділяючи певні ознаки, школярі формуватимуть прийоми мислительної діяльності.

Можна виділити два види ППЗ, що застосовуються в школах – одні направлені на зменшення часу спілкування учня і вчителя, і організовані у формі „репетитор”; інші розраховані на інтенсивну взаємодію обох учасників навчального процесу. До інтегрованих ППЗ другого типу належать, наприклад, вітчизняні комплекси GRAN та DG, які дозволяють в значній мірі звільнити учнів від виконання технічних, рутинних операцій, а вивільнений час використати на постановку проблем, з'ясування разом з учителем сутності досліджуваних процесів, розробки інформаційних моделей, встановлення причинно-наслідкових зв'язків і закономірностей, їх аналіз і синтез узагальнюючих висновків, абстрагування від окремих несуттєвих фактів, що має важливе значення як для фундаменталізації знань, так і для надання результатам навчання прикладного, практично значимого матеріалу.

Сучасне життя складно уявити без глобальної мережі Інтернет. Освітні шкільні Інтернет-портали „Острів Знань”, портали Львівщини, Херсонщини та інші призначені для користувачів-учнів, вчителів, батьків, всіх, хто зацікавлений в розвитку учня як гармонійної особистості.

Якщо для класифікації *методів навчання* вибрати за основу джерело здобуття знань, то з впровадженням ІКТ до словесних (вербальних) методів додається робота з електронними підручниками, довідковим матеріалом комп'ютерних програм; робота з відомостями, що отримуються через глобальну мережу Internet. Крім демонстраційного експерименту та самостійного спостереження, послуговуються таким наочним методом навчання, як робота з навчаючими та навчально-контролюючими програмами. Особливу увагу звертаємо на *практичні методи навчання*, оскільки в подальшому будемо часто ними послуговуватися. Крім розв'язування доцільних задач, виконання практикумів та лабораторних робіт, з впровадженням ІКТ доступними стають дослідницькі роботи у комп'ютерних лабораторіях; обчислювальні експерименти;

телекомунікаційні проекти. Вище вже йшла мова про те, що з впровадженням ІКТ з'являються нові можливості навчання розвиваючими методами – проблемним, частково-пошуковим, дослідницьким. На комп'ютерно-орієнтованому уроці, стверджують О.І. Скафа і О.В. Тутова [199], [226], можна успішно використовувати методи евристичного навчання.

З *форм організації навчання* виокремимо комп'ютерно-орієнтовані лабораторні заняття, контрольні роботи тощо; комп'ютерно-орієнтовані науково-дослідні роботи; комп'ютерне тестування та ін. Впровадження інформаційних технологій в освітній процес здійснюється в першу чергу через комп'ютерно-орієнтований урок. Як зазначається в [199], при цьому постає принаймні дві проблеми в створенні належного навчального матеріалу для роботи на уроці. З одного боку, це проблеми програмування та інструментарію для створення програми, з іншого боку, це проблема педагогічної майстерності, уміння конструювати і розробляти уроки на основі методологічних і методичних положень та вимог. В рамках нашого дослідження розглядається друга із зазначених проблем.

Поділяємо думку С.А. Ракова [177] стосовно того, як організувати на уроці дослідження з використанням комп'ютера виходячи з різного стану забезпечення закладів технікою. В класах, які оснащені одним комп'ютером краще виконувати дослідження групами з 3-4 чоловік по черзі; якщо ж до комп'ютера додається мультимедійний проектор, то вчитель може виступати менеджером дослідження і обговорювати його результати з усіма школярами; в класі, де є кілька комп'ютерів, краще працювати і звітувати групами; навіть у комп'ютерній лабораторії бажано працювати парами, щоб обговорювати і висувати гіпотези.

В контексті нашого дослідження важливо з'ясувати *ступені включення комп'ютерів у дидактичний процес*. Є.М. Смирнова-Трибульська [209,94] виділяє чотири ступені. Найнижчий ступінь – доповнення, розміщення комп'ютерів з ІКТ окремо від середовищ навчання. Другий ступінь – «розміщення» комп'ютерів та ІКТ в навчальному предметі, однак з обтяжливою рисою «доповнення», бо його використання незінтегроване з предметним змістом і його структурою. На

третьому етапі відбувається інтеграція ІКТ у предмет навчання. Це означає повну інтеграцію програм навчання, дидактичного забезпечення (у тому числі підручників, комп'ютерів і відповідного програмного забезпечення навчального призначення), методів використання їх у навчанні визначеного предмета. Проект подібної інтеграції для кожного класу може містити у собі: підручник для учнів, програмне забезпечення для використання практично на кожному уроці, методичний посібник для вчителя і збірник (генератор) задач і вправ. Найвищим ступенем є повна міжпредметна інтеграція з певною предметною галуззю, наприклад, з математикою. Ю.В. Триус [225,237] виокремлює рівні включення ІКТ в навчальний процес як для традиційної методичної системи навчання, так і для комп'ютерно-орієнтованої. Вважаємо, що для сучасного стану впровадження ІКТ найхарактерніше *епізодичне використання ІКТ як засобів навчання і засобів управління навчальною діяльністю*.

На нашу думку, впровадження ІКТ в навчальний процес сучасної школи гальмує декілька чинників, серед яких слабка матеріально-технічна база закладів освіти, недостатньо розроблене комп'ютерно-орієнтоване навчально-методичне забезпечення, не в повній мірі розроблені практичні рекомендації вчителям математики, недостатньо визначені можливості використання ППЗ, зокрема, для становлення саморозвитку особистості учня. Потребує підвищення рівень інформаційної культури значної кількості вчителів математики.

Розглянемо поширені в Україні педагогічні програмні засоби, методичне забезпечення, які сприяють формуванню творчої особистості школяра. Стосовно ППЗ **GRAN1** О.І. Скафа [199] зазначає, що він є одним із засобів візуалізації задачі та її розв'язку, який дозволяє активізувати діалог учня та вчителя, зробити його більш евристичним. За допомогою GRAN1 школярі можуть будувати та аналізувати функціональні залежності явного та неявного видів, які задані в декартових чи в полярних координатах, параметрично, таблично [54], розв'язувати ряд задач, опрацьовувати статистичні дані тощо.

Поділяємо думку О.І. Скафи [199,16] стосовно того, що використання GRAN1 в навчанні математики сприяє формуванню у школяра таких навчальних

евристичних умінь, як спостереження явищ в плані логічних і математичних категорій; аналіз фактів, сприйняття їх через призму математичних відношень; виділення об'єктів, важливих для пошуку розв'язання евристичної задачі; висунення різних гіпотез з обґрунтуванням їх можливості; передбачення результатів; формулювання узагальненого принципу, що прояснює сутність завдання; формулювання висновків; перевірка розв'язання і його відповідність вимогам евристичної задачі та інші. Отже, *застосування ППЗ GRAN1 в навчанні математики створює передумови ефективного розвитку особистісних якостей школяра*, що є надзвичайно важливим в контексті нашого дослідження.

Для DOS-версії GRAN1 І.В. Лупан розроблено лабораторні роботи по вивченню властивостей функцій в 10-11 класах, подано пояснення і рекомендації щодо проведення та організації цих робіт, в додатку наведено “алгоритми” виконання дій з ППЗ GRAN1 [123], [124,36]. Пропонується під час уроку-дослідження виокремити чотири ключові моменти – попередня бесіда з школярами про властивості функцій, виконання завдання - побудова графіків за допомогою ППЗ та занесення результатів спостереження в таблицю, обговорення та підведення підсумків роботи, контроль рівня знань. Запропонована структура уроку-дослідження, з нашої точки зору, є оптимальною для здійснення самостійної пошуково-дослідницької діяльності учнів.

Особливо привабливою для нас є модернізована версія програми GRAN1, за допомогою якої ефективно досліджувати функціональні залежності, що можуть містити до 9-ти параметрів [36]. Досліджувати функціональні залежності з параметрами ефективно також з використанням GRAN-2D, хоча підхід для введення параметрів дещо інший. Завдяки застосуванню названих засобів активізується дослідницька діяльність школярів, що створює сприятливі умови для розвитку інтелектуально-евристичних здібностей, пізнавальної самостійності. Однак, *методичне забезпечення до уроків математики для оновленого GRAN є недостатнім, тому і обране нами для подальшої розробки.*

В українській навчальній та методичній літературі помітними є видання, в яких висвітлюється методика організації досліджень засобами **динамічної**

геометрії **DG** [177-180], **GRAN-2D** [53]. С.А.Раков характеризує названі програмні засоби як інтерактивні системи досить високого класу [179,2], що моделюють геометрію Евкліда на площині. За допомогою GRAN-2D та DG зручно розв'язувати задачі на побудову на площині, спростовувати окремі припущення. Через створення динамічних моделей і аналіз динамічних виразів ефективно проводити дослідження геометричних місць точок (ГМТ), встановлювати екстремальні значення певних величин; використовувати зазначені ППЗ для пошуку закономірностей, послідовність яких може привести до доведення теорем тощо. Різні аспекти застосування зазначених засобів висвітлено в [20], [53], [177], [178], [207] та ін. Як одна із найважливіших форм організації дослідження пропонується проведення спеціалізованих лабораторних робіт, на яких учні індивідуально або у складі дослідницької групи самостійно розв'язують математичні задачі дослідницького типу у комп'ютерному класі. В ПМК DG для цього розроблені спеціальні електронні робочі зошити [179, 3].

Т.Л.Архіповою [3] теоретично розроблені та експериментально обґрунтовані окремі компоненти методичної системи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів 7-9 класів в процесі вивчення планіметрії із застосуванням ІКТ. Є.Ф. Вінниченком розроблено окремі компоненти методичної системи навчання ІТ розв'язування математичних задач, які сприяють розвитку творчих здібностей учнів в процесі навчання; дібрано відповідний теоретичний та задачний матеріал [21]. В дослідженнях використовувались ППЗ GRAN1 та GRAN-2D.

С.Є.Яценко та Л.В.Грамбовська [264,44] розглядають організацію пошуково-дослідницької діяльності з використанням GRAN-2D в умовах особистісно-орієнтованого навчання планіметрії і роблять висновки стосовно того, що застосування ППЗ дозволяє розвивати не лише дослідницькі вміння, але й гіпотетико-дедуктивне і просторове мислення, загальні геометричні вміння, пізнавальну самостійність, мотиваційну сферу підлітка.

Проблема розвитку пізнавальної самостійності школярів з використанням GRAN-2D під час розв'язування задач на побудову розглядається С.І. Ганджелою



[28]. Автор розглядає задачі на побудову як алгоритмічні, розв'язування яких дозволяє формувати алгоритмічне, логічне мислення школярів. Оскільки виконання задач на побудову в шкільному курсі математики передбачає в основному використання циркуля та лінійки без поділок, то, з нашої точки зору, доцільно ширше використовувати послугу „Коло за радіусом”. Тоді зміна довжини відрізка призведе до автоматичної зміни динамічного креслення.

Вивчення стереометрії відіграє важливу роль у розвитку просторового мислення, оскільки просторовий образ формується на графічній основі. З.І.Слепкань [204,438] зазначає, що *ефективність розв'язування задач в стереометрії може значно збільшитись за рахунок використання ІКТ.*

Розвиток образного мислення за допомогою **Gran-3D** став предметом дослідження в роботах М.І.Жалдака та О.В.Вітюка [23], [53]. Використання засобу при вивченні геометрії дає наочні уявлення про поняття, що вивчаються, і тому *сприяє розвитку образного мислення.* Усі обчислювальні операції та побудови при цьому виконує комп'ютер, залишаючи учневі час на дослідницьку діяльність. Окрема глава в посібнику присвячена побудові перерізів многогранників. Дослідження за допомогою ППЗ GRAN-3D проводяться як з базовими об'єктами, так і з самостійно сконструйованими.

Найголовніше, з нашої точки зору те, що за допомогою GRAN-3D можна *імітувати зовнішні дії з геометричними тілами, необхідними для того, щоб учень міг провести з ними мисленнєві внутрішні дії і розвинути просторове мислення.* В той же час в публікаціях не відображено, що засоби GRAN-2D, DG можна застосовувати для розвитку просторової уяви, адже динамічні побудови стереометричних фігур на площині з використанням даних засобів виконуються на основі властивостей паралельного проектування.

Розроблений в Полтавському державному педагогічному університеті ім. В.Г. Короленка [37,173] комп'ютерний підручник з математичного аналізу „Елементарні функції та графіки”, інтегрований з програмою **Visual Calculus**, являє собою взаємодіючу сукупність HTML–текстів, малюнків. Досить важливими, з нашої точки зору, є *тестові завдання, які оснащені кнопками*

допомоги і можуть надавати школяреві підказки в міру необхідності. Можливість використання такого роду підказок створює передумови для здійснення диференційованого підходу.

О.І. Скафою [199] та її учнями розроблені спеціальні евристико-дидактичні конструкції. В акцентованих комп'ютерних навчальних програмах при розв'язуванні евристичної задачі вже на початкових кроках, після деякого загального евристичного правила-орієнтиру, обговорюється стратегія її розв'язування. В програмах другого типу проходження задачі здійснюється по індивідуальній траєкторії, а в кінці шляху здійснюється корекція всієї системи помилок. Зчеплені програми дозволяють реалізувати евристику – варіювання розв'язуванням задачі.

В Україні поширена шкільна **система комп'ютерної алгебри ТерМ** [125,160], [168],[211], призначена для комп'ютерної підтримки практичних занять і лабораторних робіт, тобто активної математичної діяльності користувача. ПМК містить модулі „Довідник”, „Середовище розв'язування”, „Задачник”, „Навчальний посібник”, „Вправи”, „Розв'язувач” і „Графіки”. До найважливіших аспектів підтримки роботи учня можна віднести перевірку правильності ходу розв'язування задачі; автоматизацію рутинних дій учня, пов'язаних з обчисленнями; надання йому зручного способу користування навчальною, навчально-методичною та довідковою інформацією. В ході своєї діяльності учитель може оперативно здійснювати перевірку правильності ходу розв'язування задачі, автоматизоване тестування знань учнів; використовувати заздалегідь сплановану згідно з вимогами стандартів систему навчальних матеріалів для проведення всього циклу уроків з можливістю його модифікації. Погоджуємося з М.С.Львовим [125] у тому, що засобами ТерМ зручно здійснювати рівневі диференціацію та індивідуалізацію навчання, можна *наглядно демонструвати методи розв'язування задач, розв'язувати задачі творчого, дослідницького характеру, робити обчислювальні експерименти* та ін.

В роботах М. І. Жалдака [49-50], Г.О. Михаліна [138], зазначається, що проблема формування особистісних якостей школярів та студентів в процесі

комп'ютерно-орієнтованого навчання математики тісно пов'язана з проблемами підвищення кваліфікації вчителя в галузі ІКТ, зростанням його інформаційної культури. Проблемам формування основ інформаційної культури учнів і вчителів присвячені також роботи О. В. Гладченко [31], Є. В. Данильчук [39], Рамського Ю. С. [182], Триуса Ю.В. [225,108] та інших. Є. В. Данильчук зазначає [39, 71], що *“інформаційна культура особистості – складна системна якість особистості, яка являє собою упорядковану сукупність гуманістичних ідей, ціннісно-сміслових орієнтацій, власних позицій і якостей особистості, що проявляється в реалізації універсальних способів пізнання, взаємодій, взаємовідношень, діяльності в інформаційному середовищі і визначає цілісну готовність людини до освоєння нового способу життя на інформаційній основі”*. Як зазначає Ю.С. Рамський, нові інформаційні технології є не просто інструментом для застосування, але й процесами для розвитку, в силу чого в певній мірі зникає різниця між користувачами і творцями [182,23].

Характеризуючи важливі компоненти інформаційної культури сучасного вчителя математики, М.І. Жалдак [50] та Г.О. Михалін [138] виділяють вміння грамотно працювати з будь-якими відомостями і такі специфічні компоненти, як уміння використовувати сучасні ІКТ для підготовки, супроводу, аналізу, коригування навчального процесу; вміння добирати найбільш раціональні методи і засоби навчання, враховувати індивідуальні особливості учнів, їх запити, нахили і здібності; вміння ефективно поєднувати традиційні МСН з ІКТ. Формування інформаційної культури учнів здійснюється через врахування індивідуальних інтересів, запитів, рівня їх розвитку на основі набуття ними відповідних компетентностей.

Можемо зробити висновок, що впровадження ІКТН математики дозволить розвивати пізнавальну мотивацію учня, вести навчання розвиваючими методами – проблемним, частково-пошуковим, дослідницьким, а тому створюватиме передумови для ефективного формування його позитивних особистісних якостей. Для формування особистісних якостей в навчанні доцільно використовувати ППЗ GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D, DG.

### **1.3. Аналіз можливостей поєднання ІКТН математики з іншими особистісно-орієнтованими технологіями в навчанні і розвитку учнів**

Формування в навчанні освіченої, всебічнорозвиненої особистості як стратегічного завдання реформування освіти потребує впровадження особистісно-орієнтованих педагогічних технологій. Під технологією навчання (за Н.В. Яксою [262,148]) розумітимемо запрограмований процес взаємодії вчителя та учнів у процесі навчання, який гарантує досягнення поставлених цілей. Технологія навчання відображає шлях засвоєння знання. Для технології навчання характерне чітке формулювання цілей та їхня діагностичність; опора на ґрунтовно розроблену теорію; високий рівень системних зв'язків між цілями, змістом, формами, методами і результатом; висока діагностичність і стійка гарантованість, властиві інновації.

Серед розмаїття сучасних особистісно-орієнтованих педагогічних технологій, інтерактивних педагогічних технік виокремимо ті, які, на наш погляд, найкраще можуть поєднуватися з ІКТН, в тому числі дозволятимуть використовувати відібрані нами для дослідження ППЗ GRAN і DG.

Короткі порівняльні відомості стосовно цих технологій, зібрані на основі аналізу джерел [4-5], [141], [152], [163], [203], [194] та ін., подаємо у табл. 1.3, табл. 1.4. До таких технологій ми віднесли технології розвивального і проблемного навчання, інноваційні педагогічні технології формування творчої особистості, навчання як дослідження, навчання у співпраці, проєктні технології, технології створення ситуації успіху.

З.І. Слєпкань виділяє дидактичні принципи розвивального навчання [203]:

1) за Л.В. Занковим – провідна роль теоретичних знань; навчання швидкими темпами; навчання на високому рівні складності (зона активного розвитку – учень працює у сфері вже засвоєного матеріалу, зона найближчого розвитку – учень виконує завдання за незначної допомоги вчителя); усвідомлення процесу навчання; систематична робота вчителя над розвитком всіх учнів;

2) за З.І. Калмиковою – систематичний розвиток мислення; проблемність у навчанні; індивідуалізація та диференціація навчання, систематичний розвиток в

Таблиця 1. 3

## Коротка характеристика розвивального і проблемного навчання

Мета	Сутність	Механізми розвитку особистісних якостей учня
<b>розвивальне (розвиваюче) навчання</b>		
Розвиток особистості, її творчих здібностей. Формування теоретичної свідомості і мислення, передача не стільки знань, скільки способів розумової діяльності	Орієнтація навчального процесу на потенційні можливості людини, їх реалізацію, опора на креативні здібності учня. Головне завдання педагога визначити індивідуальну зону найближчого розвитку дитини, допомогти формуванню творчих якостей.	Залучення учнів до різноманітних видів діяльності. Цілеспрямована навчальна діяльність учнів, проблематизація знань, метод творчих навчальних задач, колективно розподіленої діяльності
<b>Проблемне навчання</b>		
Розвиток пізнавальної активності, творчої самостійності учнів	Послідовна та цілеспрямована постановка перед учнями пізнавальних задач, розв'язуючи які вони самостійно засвоюють знання	Вчитель не повідомляє готові знання, а організовує учнів на їхній пошук. Пошукові методи, постановка пізнавальних задач

Таблиця 1. 4.

## Інноваційні педагогічні технології. Порівняльна таблиця

Мета	Сутність	Механізми розвитку
1	2	3
<b>Робота над навчальним проектом (проектна технологія)</b>		
практика особистісно орієнтованого навчання в процесі конкретної праці учня на основі його вільного вибору, з врахуванням його інтересів. <i>Ключові слова:</i> проект, проектна діяльність, продуктивна діяльність, інтегрування знань, пізнавальний інтерес, суб'єкт діяльності.		
Створення умов, за яких результатом є індивідуальний досвід проектної діяльності учня. Завдання: не лише передати учням суму знань, а й навчити здобувати їх самостійно, застосовувати їх для розв'язування пізнавальних і практичних завдань; сприяти учневі у набутті комунікативних якостей; розширити коло спілкування; прищепити уміння користуватися дослідницькими прийомами	Стимулювання інтересу учнів до певних проблем, які передбачають володіння визначеною сумою знань, та через проектну діяльність, яка передбачає розв'язання однієї або цілої низки проблем, показ практичного застосування знань. Наявність значущої проблеми і передбачуваного практичного результату. Схема діяльності передбачає підготовчий етап, планування, збір необхідних відомостей, опрацювання формулювання висновків	Самостійна діяльність учнів (індивідуальна, парна, групова) Розрізняють дослідницькі, творчі, ігрові, інформаційні, практико-орієнтовані проекти. Отримання матеріальних результатів проектів, що передбачає відповідне оформлення – відеофільм, альбом, бортжурнал, комп'ютерна газета, альманах тощо. Пропонуються для розробки критерії оцінювання роботи

1	2	3
<b>Технологія навчання як дослідження</b>		
Ключові слова: пізнання, дослідження, дослідницька технологія, спостереження, порівняння, моделювання, конструювання, гіпотеза, експеримент, систематизація узагальнення		
Набуття учнями досвіду дослідницької роботи в пізнавальній діяльності; об'єднати розвиток їх інтелектуальних здібностей, дослідницьких умінь і творчого потенціалу, на цій основі формувати активну, компетентну, творчу особистість	Модель організації навчання: постановка мети, забезпечення конкретним навчальним матеріалом; дослідницькі завдання вивчення конкретного предмета (розвитку особистості, навчальні, виховання); власне навчання як дослідження; проміжна оцінка результатів, корекція, рефлексія, вихід на плановані результати.	Самостійна робота над проблемою індивідуально чи в групі. Велике значення має розробка системи питань і алгоритмів, що стимулюють учнів до участі в навчальних дослідженнях
<b>Навчання у співпраці, групова навчальна діяльність, технологія організації продуктивної взаємодії</b>		
Ключові слова: форма навчальної діяльності, мала група, співпраці, суб'єкт навчальної діяльності, особистісно-орієнтоване навчання		
Завдання навчати школярів співпраці у виконанні групових завдань, стимулювати моральні переживання взаємного навчання, зацікавленості в успіхові товариша, формувати комунікативні уміння, рефлексивні компоненти (цілеспрямованість, планування, контроль, оцінка)	Форма організації навчання в малих групах учнів, об'єднаних загальною навчальною метою при опосередкованому керівництві вчителем і в співпраці з учнями. Завдання вчасно почути, помітити, поправити, підтримати кожного учня, організувати співпрацю.	Вчитель керує роботою учня опосередковано, через завдання, які він пропонує групі та які регулюють діяльність учнів. Види робота в парах, четвірки, групи пошуку інформації, синтезу думок, групи „ажурна пилка” та ін.
<b>Технологія „Створення ситуації успіху”</b>		
Ситуація успіху – це суб'єктивний психічний стан задоволення наслідком фізичної або моральної напруги виконавця справи, творця явища. Усвідомлення ситуації успіху після здолання своєї боязкості, невміння, незнання, психологічного утиску та інших труднощів.		
Ключові слова: успіх, ситуація успіху, очікування особистості, радість, ступінь глибини радості		
Через неодноразовий успіх відкрити визволення прихованих можливостей особистості, перетворення та реалізацію духовних сил	Створити дитині психологічний комфорт. Учні вчитель умовно об'єднує у категорії надійні, впевнені, не впевнені, зневірені. Для кожної з категорій застосовує певні прийоми. Наприклад, „Невтручання”, „Холодний душ”, „Емоційне поглажування”, „Еврика”, „Навмисна помилка” та ін.	Особливе значення приділено вербальному інструментарію у супроводі з порадою, як краще виконати запропоноване для виконання. Розв'язування завдань як індивідуально, так і в групах. Забезпечення підтримки з боку вчителя, батьків, однокласників для отримання різновидів радості: здійснена, неочікувана, пізнання.

учнів як алгоритмічних, так і евристичних прийомів розумової діяльності; систематичний розвиток мнемонічної діяльності, що сприяє розвитку пам'яті.

Погоджуємо з О.М. Пехотою [152] та З.І. Слєпкань [203] у тому, що теорію розвивального навчання (розвиваючого за Н.В. Яксою) доцільно віднести до особистісно орієнтованих технологій. В той же час, припускаємо за можливе навести думку А.В. Хуторського [236,193], який суттєву відмінність особистісно-орієнтованого навчання від розвивального вбачає в потребі зміни змісту навчальної дисципліни в процесі розвитку учня.

Детальніше зупинимося на характеристиці особистісного підходу, який у навчанні реалізується через діяльність, що своїм внутрішнім змістом передбачає співпрацю, саморозвиток суб'єктів навчального процесу, виявлення їх особистісних функцій. Важливо, що учень визнається рівноправним учасником навчально-виховного процесу, а метою його освітньої діяльності є постійне збагачення творчим досвідом і формування механізму самоорганізації, а не просто накопичення знань та вмінь.

Проблеми створення та реалізації особистісного підходу в навчанні і вихованні учнів знайшли відображення в роботах І.Д. Бега [12], І.О. Зимньої [62], О.М. Пехоти [152], З.І. Слєпкань [206], А.В. Хуторського [236], І.С. Якиманської. І.С. Якиманська виділяє характерні особливості особистісного підходу [260] :

- зміст навчального матеріалу повинен забезпечувати виявлення змісту суб'єктного досвіду учня, включаючи і досвід його попереднього навчання;
- виклад знань в підручнику чи вчителем на уроці має бути спрямованим не лише на розширення його обсягу, структурування, інтегрування, узагальнення предметного змісту, але й на постійне перетворення наявного суб'єктивного досвіду кожного учня;
- активне стимулювання учня до самооцінної освітньої діяльності, зміст і форми якої повинні забезпечувати учневі можливість самоосвіти, саморозвитку;
- конструювання і організація навчального матеріалу повинні надавати можливість учню обирати його зміст, вид і форму при виконанні завдань, розв'язуванні задач;

– необхідно забезпечити своєчасний контроль і оцінювання не лише результатів, а головним чином процесу учіння, тобто тих трансформацій, які виконує учень, засвоюючи навчальний матеріал.

Найпростішою ланкою, з яких складається технологія, є особистісно орієнтована педагогічна ситуація. Це така навчальна ситуація, опинившись в якій учень повинен шукати сенс, пристосувати її до своїх інтересів, побудувати образ чи модель свого життя, вибрати творчий момент, дати критичну оцінку.

На думку З.І. Слєпкань [206,9], робота зі способами навчальної діяльності учня повинна бути основою організації особистісно орієнтованого освітнього процесу. Особлива увага звертається на формування в особистості смисловизначення навчання, функцій вибору з цілепокладання (цілі навчання повинні бути не лише сформульовані вчителем, але й сприйняті учнем), планування, рефлексії, побудови образу „Я”, що створює базу для самоосвіти, самоорганізації учня. Парадигма особистісно орієнтованої освіти вимагає включати у зміст навчання крім предметного змісту, що задається освітніми стандартами і програмами, також емоційно ціннісні, особистісні компоненти. Особливого значення набуває розв’язування прикладних задач, що виникають за межами математики, але розв’язуються математичними методами.

З.І. Слєпкань, А.М. Капіносов в особистісному підході до учнів особливу увагу звертають на забезпечення рівневої диференціації навчання, включення в роботу завдань розвиваючого характеру. Стосовно термінології, то А.М. Капіносов [66,9] вважає, що правильніше вживати „особистісно спрямоване навчання”, а не „особистісно орієнтоване навчання”.

А.В.Хуторський формулює особистісні принципи [232,81]:

- особистісне цілепокладання учня (на основі і з врахуванням його особистих навчальних цілей);
- вибір індивідуальної освітньої траєкторії (право на вибір змісту вище освітнього стандарту, цілей, задач, темпу, форм і методів навчання, особистісного змісту освіти, системи контролю і оцінки результатів);
- продуктивності навчання (головним орієнтиром є особистісні навчальні



прирости учня, що складаються з його внутрішніх і зовнішніх продуктів навчальної діяльності);

– первинності освітньої продукції учня (створюваний учнем особистісний зміст навчання випереджає вивчення освітніх стандартів і загальнопризнаних досягнень в області, що вивчається);

– ситуативності навчання (освітній процес будується на ситуаціях, що передбачають самовизначення учнів і пошук їх розв'язування);

– принцип навчальної рефлексії (процес учіння супроводжується рефлексивним усвідомленням його учнем).

Під рефлексією розумітимемо не лише пригадування головного з уроку чи формулювання висновків, скільки усвідомлення способів діяльності, виявлення її смислових особливостей, виявлення освітніх приростів учня. Тобто учень не лише усвідомлює, що зроблено, але й як зроблено. Стосовно зовнішніх освітніх приростів А.В.Хуторський зазначає, що вони відбуваються одночасно з розвитком особистісних якостей учня.

Отже, виокремимо основні завдання особистісно-орієнтованого навчання, які враховуватимемо в процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики: розвиток особистісних якостей учня; максимальне виявлення, ініціювання, використання, розширення індивідуального (суб'єктного) досвіду учня; допомога особистості пізнати себе, самовизначитися, самореалізуватися.

Особистісно-орієнтованому навчанню характерна особистісна система оцінювання. Тобто така, щоб за балами кожен учень в оцінках вчителів бачив власний ріст. А.В.Хуторський наводить приклади критеріїв оцінки навчальних результатів на основі аналізу учнівських робіт. Особистісну якість формування учнем мети дослідження (здібність цілепокладання) пропонується оцінювати наступним чином: репродуктивна мета – 1 бал, пізнавальна – 2 бали, дослідницька – 3 бали, реалістичність мети, можливість її перевірки – додатково 1 бал, цінність, значимість цілі – додатково 1-2 бали, ємність, повнота цілі – додатково 1-2 бали. Для оцінки рівня розвитку (прояву) особистісних якостей вважають, що 1-2 бали свідчать про низький рівень, 3-5 балів – середній, шість та більше – про високий.

Для аналізу учнівських творчих робіт, за якими можна судити про розвиток особистісних якостей, використовується критеріальна шкала, кожний параметр якої оцінюється в 10 балів: степінь творчості роботи, оригінальність, новизна, рівень професіоналізму, корисність і значимість роботи для автора та інших людей, працезатратність роботи, якість оформлення.

Л.В. Кондрашова [157,118] пропонує виділяти шість складників моніторингу в процесі особистісно-орієнтованого навчання. Вважаємо, що виокремлені складники доцільно подати у вигляді табл. 1.5, вказавши при цьому діапазони критерію. Оскільки дані моніторингу даватимуть в ході нашого дослідження чітке уявлення про стан, настрій, самопочуття учнів, то своєчасне їх врахування в процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики значно підвищить ефективність формування особистісних якостей школярів.

Таблиця 1. 5.

## Складники моніторингу в процесі особистісно-орієнтованого навчання

№	Назва складника	Початковий рівень	Підсумковий рівень
1.	Швидкість входження учня в навчально-пізнавальну ситуацію уроку	Можлива відмова від виконання навчального завдання	Вільний вибір способів виконання завдання і шляхів отримання планованого результату
2.	Емоційна активність	Можлива байдужість до процесу та результату навчальної роботи, деяка нервозність, прояви негативних емоцій	Захопленість процесом пізнання, нормалізація настрою і самопочуття
3	Оригінальність розв'язування навчальних задач в різних варіантах	Можливе пряме запозичення, наслідування, проста репродукція	Творче виконання навч. завдань, висування нових ідей, нестандартних способів розв'язування
4	Самостійність учня у виконанні завдання	Вибір шляху „за зразком” (переважно самостійна робота, але за підтримки і своєчасної допомоги вчителя)	Ініціативність, винахідливість, самодіяльність в пошуку досягнення результату
5	Бачення результату навчальної роботи	Схематичне, незавершене розв'язування навчальної задачі	Результат, що характеризує індивідуальний стиль діяльності учня
6	Ставлення до результату діяльності	Варіанти оцінок і самооцінок, суб'єктивність \ об'єктивність, неадекватність \ адекватність	

Проаналізуємо практичний досвід комплексного поєднання ІКТН з інноваційними технологіями розвитку особистості в навчанні.

На основі аналізу джерел [67], [199], [226] та ін. можемо зробити висновок, що ІКТН успішно поєднуються з технологією евристичного навчання математики. О.І. Скафою та її учнями впроваджуються розроблені ними евристико-дидактичні конструкції, використовуються для розвитку мислення учнів ППЗ GRAN і DG.

Різні аспекти поєднання ІКТН і проектної технології з метою формування навичок мислення високого рівня висвітлювали Н.В. Морзе [41], [141-143], Н.П. Дементієвська [40-41], О.С.Полат [147], Ю.В. Триус [225] та ін. Досить привабливим для математиків є проект „Як заробити гроші в банку?” [77], проекти з математичних методів оптимізації, реалізованих у формі інструментально-контролюючих програм. Як зазначають в [147,67], в основу методу проектів покладена прагматична спрямованість на результат, що одержується при вирішенні тієї чи іншої практично або теоретично значимої проблеми. Цей результат можна побачити, осмислити, застосувати в реальній практичній діяльності. Основним мотивом дослідницької поведінки в ході виконання проекту є допитливість учня, яка зумовлюється невизначеністю об'єкта, проблемної ситуації. Проблема ситуація створюється через постановку ключових, тематичних, змістових питань.

Н.В. Морзе та Н.П. Дементієвська для впровадження проектних технологій на основі ІКТ рекомендують вчителю розробити план проекту, навчальні цілі якого враховують вимоги державних освітніх стандартів та державних навчальних програм; приклади учнівських робіт; форми та критерії оцінювання діяльності учнів по створенню мультимедійної комп'ютерної презентації, публікації, веб-сайту; дидактичні матеріали для учня; методичні матеріали для вчителя, план реалізації проекту та список інформаційних джерел.

Завдання та діяльність для школярів необхідно спланувати так, щоб процес навчання формував навички мислення високого рівня. Для діагностики розвитку навичок мислення використовують педагогічну таксономію з виокремленими рівнями знання, розуміння, використання, аналіз, синтез, оцінювання фактів та інформації, застосування їх для завдань реального життя. Три останні є навичками мислення високого рівня і характеризуються дієсловами: проаналізувати,

класифікувати, передбачити, довести, протиставити, встановити відповідність, висунути гіпотезу, розробити, організувати, написати звіт, створити схему тощо. Через використання в організації роботи *методики співробітництва активізується самотійна дослідницька поведінка учнів*, що виконує важливу роль в розвитку пізнавальних процесів усіх рівнів, у навчанні, у набутті соціального досвіду, у соціальному розвитку та розвитку особистості. Тобто, за своєю суттю *технологія є орієнтованою на особистість школяра, враховує його індивідуальні особливості та здібності, сприяє формуванню навичок творчого і критичного мислення, передбачає підвищення мотивації навчання*.

Дослідимо, як можна поєднувати ІКТН з технологією навчання як дослідження. Серед позитивних факторів використання комп'ютера в процесі *дидактичних ігор з комп'ютерною підтримкою* Л.В. Тополя [222,111] відмічає ініціювання процесів розвитку певних видів мислення, усунення психологічних бар'єрів та комплексів, пов'язаних зі страхом неправильно виконати завдання, індивідуалізація процесу навчання в гармонійному поєднанні з колективними формами роботи, оволодіння учнями методами самотійного здобування та подання знань, формування вмінь та навичок здійснення пошукової, творчої, дослідницької діяльності. В статті [222] наведено добірку задач для дидактичної гри на уроках геометрії у відповідності до особливостей використання GRAN-2D, акцентовано увагу на таких важливих і суттєвих для вчителів математики питаннях, як визначення місця дидактичної гри в системі інших видів діяльності на уроці; педагогічна доцільність їх застосування на різних етапах роботи з навчальним матеріалом; методика проведення дидактичної гри з врахуванням мети уроку, особливостей комп'ютерних програм, навичок роботи учнів з комп'ютером та рівня здібностей і підготовленості школярів.

Під суб'єктивним відкриттям ми розуміємо будь-який результат пошукової, творчої навчальної діяльності, яку здійснює учень власними зусиллями за мінімального керівництва з боку вчителя. Прикладами завдань дидактичної гри на уроках геометрії, які зручно реалізувати за допомогою GRAN-2D та DG, може бути формування та доведення гіпотези про властивість кутів, утворених при

перетині двох паралельних прямих січною; гіпотези про суму кутів трикутника.

Для організації дослідження в DG пропонуються робочі зошити для учня [177]. Розробники DG пропонують розрізняти уроки двох типів – конструкторської діяльності і наукові дослідження [178]. Погоджуємося з думкою С.А. Ракова [177], що *навчальні дослідження є вищою формою творчості учнів*. А тому організація самостійної творчої роботи учнів з використанням ІКТ у курсі математики потребує від учителя найвищої кваліфікації і математичної, і педагогічної, і у галузі ІКТ. Продуктивна творча самостійна робота учнів відбувається в процесі постійного обговорення та співпраці у дослідницькій спільноті, яку утворюють однокласники, вчитель, будь-які інші зацікавлені особи. Учитель при цьому якомога менше втручається у творчі процеси і виконує роль наставника, менеджера.

Згідно з принципами розвивального навчання, процес засвоєння знань має здійснюватися доступно на високому рівні складності, тобто комп'ютерно-орієнтовані завдання мають бути оптимальної трудності. Чимало науковців, зокрема [135,16], [177,126], підкреслюють, що навчальний процес необхідно будувати так, щоб учні на початкових етапах могли навчальні задачі розв'язувати за допомогою вчителя. Саме це відповідає відомому принципу Л.С. Виготського – „*зони найближчого розвитку*”. Після цього, поступово зменшуючи міру допомоги, слід домагатися, щоб учні розв'язували такі задачі самостійно. Те, що дитина спроможна зараз виконувати лише у співпраці з іншими, а завтра самостійно – це і є *зона найближчого розвитку*. Згідно з С.А. Раковим [177,127], таку зону в процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики створює навчання як дослідження. Подаючи матеріал засобами ІКТ дослідницькими методами, здійснюємо навчання, яке забігає наперед розвитку, призводить до руху цілу низку внутрішніх процесів розвитку, які поки що для учня можливі тільки у сфері взаємовідносин із оточуючими та взаємодії з товаришами, але які виконуючи внутрішній хід розвитку, перетворюються потім у внутрішнє набуття особистості.

Для набуття учнями математичних компетентностей С.А. Раков рекомендує

виконувати побудови *експертних систем* у середовищі динамічної геометрії [177,63]. Прикладом творчого завдання, яке можуть виконати учнів за допомогою експертних систем, є встановлення виду шарнірного чотирикутника, що має найбільшу площу при заданому периметрі.

На основі аналізу джерел [50], [141], [177–180] та ін. можемо зробити висновок стосовно того, що ІКТН математики успішно поєднуються з технологією навчання у співпраці. Творча учнівська діяльність у колективі (групах, парах) яка реалізується через різні форми роботи – *проведення навчальних дослідницьких робіт; виконання освітніх проєктів; створення освітніх продуктів*. За умови ефективної організації колективна творчість має перевагу над індивідуальною в силу ряду причин. Серед них С.А. Раков відзначає *розмаїття талантів*, коли кожна індивідуальність є неповторною і може привнести у роботу колективу свій оригінальний доробок. Завдання учителя в цьому разі полягає в ефективному менеджменті – створенні умов для розкриття індивідуальних талантів учнів, спрямованих на досягнення колективної мети. Не менш важливим є *колективний резонанс*, коли кожна продуктивна ідея буде почута, асимільована, акомодована членами творчого колективу, розвинута, після чого висловлена і почута автором продуктивної ідеї. В подальшому учень зможе самостійно вдосконалювати висловлену думку. Одним із потужних двигунів розвитку творчих здібностей особистості є *рефлексія* у процесі творчої діяльності, яка надзвичайно продуктивна завдяки ефекту колективного резонансу. Її результати стають набуттям членів творчого соціуму через процеси інтеріоризації.

Ю.О. Жук [58] акцентує увагу на позитивному психологічному ефекті впровадження ІКТ, який виявляється саме в активному індивідуально-орієнтованому включенні школяра в навчальний процес.

На можливості особистісного спрямування застосування ППЗ GRAN наголошує М.І. Жалдак [50,11]. Мова йде насамперед про можливість здійснювати диференційований підхід в навчанні. Учням, схильним до глибокого вивчення математики, відкриваються широкі можливості не лише досліджувати

готові математичні моделі, але й вивільнити час для самої постановки завдання, з'ясування сутності досліджуваних процесів і явищ, інтерпретації отриманих за допомогою комп'ютера результатів. Учням нематематичного профілю навчання навички роботи з комп'ютером сприятимуть тому, що вони не почуватимуть себе у складному становищі, не боятимуться втратити почуття власної гідності, зможуть подолати психологічні бар'єри при вивченні математики.

Т.В. Зайцева акцентує увагу на необхідності в процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики враховувати таку особистісну якість учня як темперамент [59,90]. Автор зазначає, що близько 92% учнів незважаючи на попередні невдалі спроби такого „спілкування” бажають використовувати комп'ютерні програми під час вивчення математики. Поряд із відміченою тенденцією до підвищення активності учнів, часом спостерігалась і негативна реакція – страх перед технікою, перед недосконалим програмним забезпеченням. Нервово-емоційне напруження може спостерігатися при отриманні на екрані монітору неправильного зображення або великої кількості помилок.

Про необхідність врахування вікового та індивідуального підходу в умовах впровадження ІКТН свідчать також результати дослідження, що пов'язані з професійним самовизначенням – центральним серед новоутворень раннього юнацького віку. На основі диференційно-діагностичного опитувальника запропонованого Є.О.Клімовим, І.В. Лов'яноюю та А.В. Шамне [116,157] встановлено, що для учнів, орієнтованих на тип професії „людина-техніка” (точні та інженерні науки), визначальною є робота з ППЗ в режимі самозасвоєння й взаємного консультування, коли вчитель виступає в ролі старшого товариша, консультанта (80%). Для старшокласників з професійними інтересами „людина-природа”, „людина-людина”, „людина-художній образ” суттєвим є вплив учителя, а внутрішня мотивація роботи з ППЗ знижується або ж відсутня у 31-61 %.

Отже, інформаційно-комунікаційні технології навчання можуть стати дієвим засобом формування особистісних якостей школяра при умові забезпечення особистісних аспектів навчання, систематичного, цілеспрямованого, обґрунтованого і педагогічно доцільного їх використання.

## ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1

Результати психолого-педагогічного аналізу сучасного стану досліджень з проблеми понятійного апарату творчості, виявлення і формування особистісних якостей школяра в навчанні дають підстави для наступних висновків.

1. Якості особистості – узагальнені властивості особистості, що складають чотири основні підструктури динамічної функціональної структури особистості (спрямованість, досвід, особливості психічних процесів, біопсихічні властивості) і дві на них накладені – характер і здібності. Індивідуальні якості формуються на основі індивідних під впливом зовнішніх чинників, зокрема навчання, виховання.

Особистість розглядається мультифакторною, що характеризується сукупністю незалежних окремих якостей, набір яких визначає неповторну індивідуальність особистості і вищий ступінь її творчих досягнень.

2. На основі аналізу теоретичних джерел, дібраних програмних засобів практики нами виокремлено три групи якостей особистості, які формуватимемо в процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики на основі гармонійного поєднання ІКТН з особистісно-орієнтованими педагогічними технологіями. розвивального навчання, навчання як дослідження, проектними технологіями, інтерактивними техніками.

З організаційно-діяльнісних якостей, що визначають мотиваційно-творчу спрямованість і самоорганізацію особистості, вибрані здібність до рефлексії та корекції діяльності; цілеспрямованість (уміння ставити цілі і організувати їх досягнення); впевненість у своїх силах і здібностях; допитливість, творчий інтерес, потяг до пошуку нових даних, фактів, прагнення до самоосвіти, пізнавальна самостійність; здатність до міжособистісного спілкування.

З пізнавальних якостей виокремлено уміння аналізувати, синтезувати, порівнювати, узагальнювати; здатність до оціночних суджень, просторова уява і уявлення, здібність втілювати здобуті знання в духовні і матеріальні форми.

З креативних виділено здібність переносити знання і уміння в нові ситуації; здібність до формулювання гіпотез, конструювання версій, закономірностей як індивідуально так і в комунікації з людьми, текстом чи ін., уміння бачити знайоме



в незнайомому і навпаки, здатність до дослідницької діяльності, винахідливість, творча уява і уявлення, фантазія, дивергентність мислення.

Для оцінки прояву показників особистісних якостей учнів розроблено критерії, визначено діапазони, введено три рівні – початковий, середній, високий. Початковий рівень визначатимемо як мінімальний прояв за певних умов, обставин, зокрема підтримки учня в діяльності вчителем. Під високим (підсумковим, завершальним) рівнем розумітимемо постійний прояв даного показника у діяльності учня – ціль, до якої учень бажає просуватися.

3. Стимулювати творчу навчальну діяльність можна за умови досконалого визначення змісту, мети діяльності, уміння враховувати вчителем закономірності та етапи протікання творчого процесу, проведення психолого-педагогічної діагностики рівня творчого розвитку учнів. Під творчістю розуміємо процес створення нового, зокрема для суб'єкта. Підвалиною для виникнення творчості високих рівнів є вид творчості, що носить суб'єктивну новизну. Формування особистісних якостей здійснюється в процесі розв'язування творчих задач. Для реалізації творчої ситуації у навчально-виховному процесі доцільно дотримуватися психолого-педагогічної структури творчої діяльності учнів.

4. До основних педагогічних цілей впровадження ІКТН математики відносимо розвиток особистості учня, виконання соціального замовлення суспільства на формування особистості, що проживатиме в умовах інформаційного суспільства. При використанні ІКТ в навчанні математики мова повинна йти не лише про вивчення певного навчального матеріалу, а й про всебічний і гармонійний розвиток особистості учнів. Необхідно враховувати і розвивати неформалізовані, творчі компоненти мислення через реалізацію проблемної ситуації чи постановку задачі; самостійне вироблення критеріїв добору потрібних операцій, що приводять до розв'язку; генерацію здогадок та гіпотез в процесі пошуку основної ідеї розв'язку; матеріальну інтерпретацію формального розв'язку та ін. У зв'язку з впровадженням ІКТН математики виникає потреба в перегляді системи завдань для формування знань, умінь та навичок школярів, для контролю і оцінювання знань.

5. Виділено найважливіші чинники підсилення ефективності застосування ІКТ з метою розвитку особистісних якостей учня у навчальному процесі:

- 1) розширення кола задач і вправ, зокрема практичного змісту, та їх розв'язування з використанням ППЗ, систем комп'ютерної математики; опанування сучасними методами наукового пізнання через проведення комп'ютерних експериментів; ширше впровадження проблемного, частково-пошукового, дослідницького методів навчання, в тому числі через проведення лабораторних робіт у процесі навчання математики з використанням комп'ютерної підтримки; підвищення наочності навчання; збільшення арсеналу засобів пізнавальної діяльності через спрощення та збільшення швидкості доступу до навчальних та наукових інформаційних ресурсів через мережу Internet;

- 2) індивідуалізація та диференціація навчання; надання переваги активним й інтерактивним методам навчання; підвищення інтересу до навчання, до способів здобування знань, що обумовлює посилення внутрішньої мотивації.

Дібране програмне забезпечення Microsoft Office та ППЗ GRAN та DG. Методика використання в навчанні математики ППЗ DG, оновленого ППЗ GRAN з метою розвитку особистісних якостей учнів не достатньо глибоко розроблена й усталена, а тому обрана нами для подальших досліджень і апробації.

6. До характерних особливостей особистісного підходу будемо відносити: зміст навчального матеріалу повинен забезпечувати виявлення змісту суб'єктного досвіду учня; виклад знань має бути спрямованим на постійне перетворення наявного суб'єктивного досвіду кожного учня; активне стимулювання учня до самооцінної освітньої діяльності, зміст і форми якої повинні забезпечувати учневі можливість самоосвіти, саморозвитку; своєчасний контроль і оцінювання не лише результатів, а й процесу учіння, трансформацій, які виконує учень навчаючись.

До основних завдань особистісно-орієнтованого навчання, які враховуватимемо в процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики будемо відносити розвиток особистісних якостей учня; максимальне виявлення, ініціювання, використання, розширення індивідуального (суб'єктивного) досвіду учня; допомога особистості пізнати себе, самовизначитися, самореалізуватися.

## РОЗДІЛ 2

**МЕТОДИЧНА СИСТЕМА РОЗВИВАЛЬНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ НА ОСНОВІ ІКТ****2.1. Шляхи підвищення ефективності розвитку особистісних якостей учнів у процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики**

Розвиток творчих якостей учня має величезне значення для його подальшого життя, а особливо хоча б незначний успіх у житті. Таким істотним “майданчиком” творчих радощів та розчарувань, успіхів та невдач є школа і все те, що з нею пов'язано. Школа значною мірою є вирішальним фактором, який визначає напрямок розвитку особистості. Якщо дитині вдається досягти творчих успіхів у школі, то у неї є значні шанси на творчий успіх у житті.

На сучасному етапі відбувається інтенсивний пошук методик комп'ютерно-орієнтованого навчання математики, спрямованих на розвиток особистості учнів. Однак, потребують подальшої розробки проблеми гармонічного поєднання особистісно-орієнтованого навчання з ІКТ. Актуальним є запровадження освітніх інновацій. Наприклад, інтерактивних технологій, навчання за методом проектів та ін. Уміле використання ІКТН математики дозволить здійснювати навчання розвиваючими методами, що в найбільшій мірі відповідає особистісно орієнтованій парадигмі сучасної освіти.

Для цього важливо на основі теоретичного дослідження, аналізу педагогічного досвіду, власної педагогічної практики визначити **сукупність педагогічних умов впровадження ІКТН математики**, необхідних для ефективного формування особистісних якостей учня. До таких відносимо систематичне, цілеспрямоване, обґрунтоване і педагогічно доцільне використання сучасних ІКТ у навчанні математики; формування стійкого інтересу до пошукової дослідницької діяльності; стимулювання творчого потенціалу учнів у процесі розв'язування навчально-творчих завдань. Однією з таких умов є використання в навчальному процесі комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математики, яка б дозволяла активізувати пошуково-дослідницьку діяльність

учнів, тобто, унаочнювати складний для сприйняття абстрактний матеріал, проводити обчислювальні експерименти зі створеними учнями моделями, динамічними кресленнями з метою висування гіпотез, розв'язування творчих, нестандартних задач, забезпечувала б посилення прикладної спрямованості навчання, дозволяла б дослідження на основі сучасних інформаційних технологій різноманітних математичних проблем.

В навчальній діяльності учнів виняткове значення має **самостійна постановка і розв'язування навчально-творчих задач**. Успішність навчальної діяльності, її розвивальний ефект значною мірою визначається саме тим, як учень довізнає поставлені вчителем задачі. До найбільш істотних переваг комп'ютерно-орієнтованого навчання математики відносимо надання учням можливості самостійно ставити і розв'язувати за допомогою комп'ютера різноманітні навчальні задачі. Навіть у тих випадках, коли вчитель виконує певний етап у розв'язуванні навчальної задачі, його функція полягає не в тому, щоб забезпечити правильне розв'язування задачі, а щоб допомогти учневі у засвоєнні способу її розв'язування, у досягненні певних навчальних цілей. До основних **психологічних механізмів навчання засобами ІКТ** відносимо проблему механізмів зворотнього зв'язку, довізначення навчальної задачі, і динамічного розподілу функцій управління між учителем (комп'ютерним забезпеченням) і учнями.

Основний шлях формування творчих якостей особистості полягає в **розв'язуванні творчих задач**. Задачі мають не тільки і не стільки сприяти закріпленню знань, тренуванню в їх застосуванні, скільки формувати дослідницький стиль розумової діяльності, метод підходу до виучуваних явищ. Тому математичне моделювання, прикладну спрямованість навчального матеріалу розглядали як засіб активізації творчої діяльності учнів і формування творчих якостей особистості. Враховуючи типології творчих задач В.А. Андрєєва, В.А.Крутецького, В.О. Моляко, С.А. Ракова, С.О. Сисоєвої та ін., виокремили типи навчально-творчих завдань, які доцільно використовувати для формування якостей особистості у процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики. Задачі на виявлення протиріччя, що формують бачення протиріччя, здатність формулювати

проблему, діалектичність мислення.

Задачі з відсутністю повних вихідних даних використовують для формування здатності знаходити потрібні відомості та переносити їх, застосовувати в умовах задачі. Такі задачі називаємо "відкритими". Розмаїття дослідницьких задач з відкритою умовою чи відкритою вимогою можемо розглянути завдяки використанню ППЗ як інструмента дослідження.

Задачі на прогнозування, відкриття теорем за допомогою ППЗ доцільно використовувати для формування здібності генерувати ідеї, висувати гіпотези. Для цього можна проводити обчислювальні експерименти, аналізувати чисельні величини створених динамічних виразів.

Застосовуючи ППЗ GRAN, DG при розв'язуванні практичних задач, а серед них задач на оптимізацію, сприяють формуванню гнучкості, дивергентності мислення учнів. Для цього слід пропонувати добірки задач на дослідження моделі-функції, створювати динамічні креслення, пропонувати різні способи розв'язування однієї і тієї ж задачі.

Завдання на рецензування для забезпечення розвитку критичності мислення, здатності до оціночних суджень, пропонували найчастіше у процесі навчання у співпраці, за методом проектів з використанням ІКТ.

Задачі на розробку алгоритмічних і евристичних розпоряджень як результатів дослідження за допомогою ППЗ, бажано використовувати для розвитку здібності до узагальнення і згортання мислительних операцій, здатності до рефлексії мислення.

Важливо пропонувати учням задачі на здійснення умовиводів через узагальнення. Особливе значення в ході навчання бажано приділити створенню евристико-дидактичних конструкцій, які цілеспрямовують школяра в ході самостійного вивчення окремих питань. До таких відносимо не лише ті конструкції, які в Україні пов'язують з О.І. Скафою та її учнями, але й динамічні креслення, оснащені системою підказок. Приклади таких підказок зустрічаємо у розробників ППЗ DG. До задач на винахідливість відносимо також задачі на створення динамічних креслень, особливо до задач прикладних; на розробку

макроконструкції для більш складних креслень.

В позаурочні години на факультативних заняттях, на спецкурсі з математики старшокласникам доречно пропонувати розв'язувати різноманітні задачі–проблеми, задачі–загадки, задачі–фантазії. Інтерес до задачного практикуму особливо підвищувався, якщо до фонду задач включати створені учнями або дібрані ними у посібнику за якоюсь суттєвою ознакою завдання. Важливими є задачі, розв'язок яких цікавий чи несподіваний, або який можна естетично і вигідно подати у відомому програмному продукті.

Для розвитку інтелектуально-логічних здібностей бажано пропонувати логічні задачі, значну кількість задач з параметрами. Застосовуючи ППЗ GRAN, зручно здійснювати аналіз в багатьох задач з параметрами використовуючи графічні прийоми. Наприклад, метод паралельного перенесення, повороту.

Готуючи з учнями розробки для уроків математики, презентації, науково-дослідницькі роботи тощо, сприяємо формуванню організаційно-діяльнісних якостей особистості. Здатність до рефлексії, до самоуправління доцільно розвивати складаючи та обговорюючи з учнями індивідуальні освітні траєкторії, аналізуючи творчі здобутки. Компоненту організаційно-діяльнісних якостей – комунікативні якості особистості, що передбачають уміння розподіляти обов'язки колективної творчої праці, пошук засобів взаємодопомоги і співробітництва, доцільно розвивати впроваджуючи проекти на основі ІКТ, обговорюючи результати досліджень в групах, здійснюючи пошук потрібних відомостей. Важливо учням уміти знайти в літературі і подати за допомогою презентацій, файлів, створених за допомогою ППЗ, історичні математичні задачі, відомості про творців математики, розробників задач з інформатики.

Творчу фантазію та уявлення в учнів можна розвивати, пропонуючи завдання на створення різноманітних малюнків, що їх можна описати функціями, орнаментів, геометричних паркетів, розмальовування писанок, калейдоскопів (динамічних креслень фігур, що мають певний порядок обертання).

Щоб розвивати просторову уяву в учнів, можна пропонувати їм створювати слайди з перерізами многогранників площиною, динамічні креслення до

стереометричних задач, створювати многогранники за їх описами і розгортками, виконувати перетворення об'єктів за допомогою ППЗ та інші.

Визначимося, які **методи навчання математики на основі ІКТ** дозволяли забезпечувати ефективний розвиток творчих якостей учнів. З методів, класифікованих за джерелом знань, виділимо, в першу чергу, практичні методи.

Творчі якості особистості найбільш ефективно формуються в процесі дослідницької діяльності. Метою творчої діяльності було пробудження активних дослідницьких інтересів. Активність та глибока зацікавленість творчим процесом сприяли розширенню знань учня, його інтересів та форм пізнання, стимулювали до пошуку нових фактів, нових відомостей. Проблемний виклад, евристична бесіда та дослідницький методи навчання особливо стимулювали розвиток творчих якостей учня. Основою для проведення на уроці евристичної бесіди. були спостереження учнів, організовані з метою збудження творчих припущень. Вчитель стимулював самостійність роздумів і суджень учнів, заздалегідь готуючи систему запитань, відповідаючи на які учні самостійно формулювали означення, поняття, „відкривали” доведення теореми, знаходили способи розв'язування.

В процесі навчання намагалися поєднувати ІКТ з технологією навчання як дослідження, залучати учнів до дослідницької діяльності, стимулювати їх не лише шукати способи розв'язування поставленої вчителем проблеми, але й спонукували їх до самостійного формулювання проблем. В навчанні геометрії разом з учнями намагалися відкрити теореми, перевірити твердження, з'ясувати розташування геометричних місць точок. В навчанні алгебри ставили завдання відкрити властивості функції.

Залучення учнів до дослідницької діяльності є вагомим аспектом активізації пізнання, а тому й ефективним шляхом формування пізнавальних та креативних здібностей. Дослідницький метод передбачає самостійний пошук розв'язування пізнавальної задачі. Причому може виявитись потреба, щоб проблему сформулював сам учень або її формулює вчитель, але учні шукають її вирішення. Це метод залучення учнів до самостійних і безпосередніх спостережень, на основі яких вони встановлюватимуть зв'язки предметів і явищ дійсності, робитимуть

висновки, пізнаватимуть закономірності. Внесення елемента дослідження в навчальні заняття сприяє вихованню в школярів активності, ініціативності, допитливості, розвиває їхнє мислення, заохочує потребу дітей і підлітків у самостійних пошуках. Отже, залучення учнів до дослідницької діяльності вважатимемо одним із шляхів формування творчої особистості школяра.

У сократівському діалозі шляхом запитань, що допомагають активізувати мислення учня, відбуватиметься відкриття істини. Учні у сумісній діяльності з учителем приходять до розв'язання проблеми. Комп'ютер використовуватимемо як інструмент дослідження школяра, який допоможе створити йому ситуацію успіху. Одним із шляхів формування творчих якостей вважатимемо побудову зразка проблемної ситуації, здогадки, висування гіпотези. Отримуючи в школі досвід науково-дослідницької діяльності, учень вдосконалюватиме себе, розвиватиме творче мислення, творчі здібності. Навички такої роботи потрібні будуть йому також в подальшому навчанні у ВНЗ, зокрема, при написанні та захисті курсових робіт. Необхідною умовою для організації самостійної пізнавальної діяльності, розвитку творчого мислення і продуктивної діяльності є фонд дійових знань. Тому говорячи про дослідницькі методи віддаватимемо належне пояснювально-ілюстративному, репродуктивному. А використання ППЗ забезпечуватиме учням формування навичок самоконтролю.

Розглянемо **форми навчання**, які забезпечували ефективне формування творчих якостей учнів. Використовуючи засіб навчання комп'ютер, зручніше оптимізувати організаційні форми заняття. Працюючи у класі з одним комп'ютером, проводили дослідження в невеликих групах, вислуховуючи знайдені учнями продуктивні гіпотези. За умови наявності мультимедійного проектора і комп'ютера, здебільшого орієнтувалися на колективну форму роботи, надаючи учням змогу виступати менеджерами дослідження.

З'ясуємо, які умови для розвитку особистісних якостей може дати **сумісна навчальна діяльність учнів**. Учні ефективніше навчаються за умови, що вони мають змогу обговорити всі виниклі проблеми. Тому навчання у співпраці стимулює до висування плідних ідей. Раціональна думка, висловлена одним



учнем, трансформується іншим у гіпотезу, спосіб обґрунтування тощо. Учні допомагають один одному, навчаються праці у колективі. В обговоренні можуть взяти участь також ті учні, які самостійно не досліджували, а лише спостерігали. Наявність такого творчого спілкування є за С.О. Сисоєвою однією з передумов розвитку творчих якостей особистості.

Завдяки груповій роботі, особливо при застосуванні інтерактивних методів, зростає об'єм засвоюваного матеріалу та глибина його розуміння, зростає пізнавальна активність і творча самостійність учнів. При цьому значно менше часу витрачається на формування знань, умінь та навичок, учні одержують більше задоволення від занять, комфортніше почувають себе в школі. При цьому змінюється характер взаємостосунків між учнями, зростає згуртованість класу. Маючи змогу досягати вищих результатів у навчанні, подаючи нові ідеї, отримані в результаті досліджень, в учня зростає самоповага, повага до своїх друзів та їхніх ідей. В той же час, необхідно подбати про забезпечення умов для вільного висловлення думок, розвитку терпимого ставлення до критики, здатності адекватно оцінювати свої та чужі можливості. Працюючи в команді, в учнів формуються вміння будувати власну поведінку з урахуванням позиції інших людей, гуманістичні мотиви спілкування.

Для розвитку особистісних якостей важливо, щоб учитель на основі **продіагностованих якостей** вибудував індивідуальний підхід до учня, диференційований підхід у навчанні, здійснював особистісно-орієнтований підхід у формуванні його творчих якостей.

Стосовно **засобів навчання**, які забезпечували формування творчих якостей учнів через реалізацію особистісних аспектів, то такими були обрані програмні засоби GRAN, DG. Впровадження ІКТ в освітній процес здійснюється через комп'ютерно-орієнтований урок, тому поряд з питанням добору „інтелектуальних” комп'ютерних програм постає **проблема педагогічної майстерності вчителя**, вміння конструювати і розробляти ним уроки на основі методологічних і методичних положень та вимог. Підготовленість вчителя до використання ІКТ в навчанні математики ми визначаємо як одну з умов розвитку

учнів в процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання.

Одним із шляхів удосконалення освітньої, наукової та професійної підготовки педагогів є участь в роботі творчих груп, майстер-класів методичного кабінету, курсів підвищення кваліфікації. Проведення практикумів на базі кабінету, відкритих засідань творчої лабораторії вчителів-методистів сприяє взаємозбагаченню вчителів. Організовані на громадських засадах заняття допоможуть педагогу не лише самому навчитися працювати з ППЗ, але й ефективно застосовувати їх на уроках математики, на спецкурсах, в організації дослідницької роботи учнів. Ефективність роботи в значній мірі залежить від рівня математичної підготовки учасників та уміння користуватися комп'ютером, від мотивації навчальної діяльності. Робота в групах, інтерактивні методи навчання можуть забезпечити учасникам навчального процесу створення ситуації успіху. З досвіду проведення таких занять можемо стверджувати, що значну користь вони приносять при такій структурі (додаток В): мотивація діяльності та очікувані результати; демонстрація готових моделей, матеріалів та наслідування операцій; обговорення в парах чи в малих групах плану реалізації нового завдання, включаючи постановку його для вчителя і для учня; ознайомлення в широкому колі учасників з умовами завдань; практичне спрямування на розв'язування поставленої проблеми, створення моделей для дидактичної гри, роздаткових матеріалів; захист створеної продукції в групах представників; рецензування виконаної роботи представником іншої групи; анонс творчих проєктів; нових ППЗ тощо; домашнє завдання, яке може передбачати розробку планів-конспектів комп'ютерно-орієнтованих уроків та подальший обмін ними, а також містити підготовчі завдання до наступного заняття (наприклад, виконати малюнок і описати кожну з ліній рівняннями); рефлексія.

Вивчаючи GRAN1, пропонували вчителям розробляти фрагменти, плани уроків для вивчення як окремих типів функцій, так і елементарних перетворень графіків; досліджувати функції з використанням похідної; розв'язувати задачі статистики, задачі на обчислення інтегралів та ін. Спрощує роботу вчителя використання текстів завдань чи презентацій, що містять гіперпосилання на певні

файли, створені за допомогою ППЗ. Такі навчальні презентації використовували як в навчанні учнів, так і студентів, вчителів.

Поряд з розробкою системи завдань для формування особистісних якостей учня в процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики, переймалися питаннями допомоги учителю в оволодінні ІКТ, в успішному застосуванні ІКТ для навчання учнів та саморозвитку. Відвідування значної кількості уроків з використанням ІКТ показали, що деяка частина вчителів використовує комп'ютер лише як проектор, демонструючи статичні картини, не використовуючи його як інструмент дослідження. Інші, маючи на уроці один комп'ютер, використовували його лише як засіб для перевірки, не могли налагодити роботу в групах. Зрозуміло, що дібравши зміст навчання, вчитель добирає засоби навчання. З іншого боку, якщо вчитель добре обізнаний з можливостями того чи іншого засобу, то він зможе підібрати той матеріал, який краще продемонструвати наявним засобом. М.І. Жалдак, Г.О. Михалін, С.А. Раков наголошують на тому, майбутні вчителі так навчатимуть своїх учнів, як свого часу навчали їх. Тому ратуючи за навчання дослідницьким методом учнів, потрібно таким же методом навчати студентів. Особливу увагу звертали на навчання з використанням інтерактивних технологій.

З метою підвищення кваліфікації вчителя в галузі ІКТ, нами було розроблено програму навчального курсу «Інформаційно-комунікаційних засобів навчання математики» за вимогами кредитно-модульної системи навчання (Додаток\_А). При підготовці бакалаврів за спеціальністю „Педагогіка і методика середньої освіти. Математика” вивчення курсу передбачається в шостому семестрі. Курс є інтегрованим і опирається на знання студентів, уміння і навички, отримані при вивченні інформаційних технологій і методики навчання математики. Загальна кількість годин (72 год), що відводиться на вивчення курсу, ділиться на лекції (4 год), лабораторні (32 год) та самостійну роботу студентів (30 год). Метою курсу є доповнення знання студентів з методики навчання математики та інформаційних технологій; формування теоретичної бази знань про структуру методичної підсистеми навчання математики з використанням ІКТ; про сутність, психолого-педагогічні засади і технологічні основи впровадження ІКЗН

математики; вироблення у студентів практичних умінь і навичок застосування ППЗ в процесі навчання математики; забезпечення умов для неперервної самоосвіти на основі систематичної самостійної роботи студентів; для підвищення рівня знань і розвитку творчих здібностей особистості. Вивчення курсу орієнтовано на використання проектних технологій, форм активного навчання – проведення навчальних експериментів, підготовку дидактичних та методичних матеріалів, розробок уроків алгебри і геометрії, доповідей, презентацій. Закінчується навчання захистом індивідуальних проектів, розроблених матеріалів. Індивідуальні розробки дидактичних засобів, методичних матеріалів включаються до спільного проекту курсу „Методична скарбничка вчителя математики основної школи”.

В ході вивчення курсу студенти набували умінь та навичок працювати з такими ППЗ як GRAN1, Терм\_7, Математика-5, Математика-6, Евристико-дидактичні конструкції, пакети динамічної геометрії DG, GRAN-2D, GRAN-3D та інші. Для самостійного ознайомлення пропонувалася система комп'ютерної алгебри Advanced Grapher, «Алгебра, 11 клас» та інші.

Подаємо приклади завдань з рейтинговим оцінюванням в балах:

1. Лабораторні роботи (ЛР) з використанням ППЗ Математика-5, Алгебра-10, GRAN1. Виконання тестування (12 ).

2. ТерМ\_7. Підсумкова контрольна робота за 7-ий клас, добір різнорівневих завдань та їх виконання в електронному зошиті (4 ).

3. Розробки уроків алгебри з використанням ППЗ Алгебра 7-9, з гіперпосиланнями на ППЗ GRAN чи DG (обов'язкові документи) (16).

4. Виконання малюнків, побудованих графіками функцій (4).

5. Розв'язування завдань математичної статистики (4).

6. ЛР. ППЗ Геометрія 7-9, Геометрія -11. За допомогою GRAN-3D створення наочностей „Стереометричні моделі” (12).

7. ЛР. ППЗ Динамічна геометрія GRAN-2D чи DG. Розробки креслення до задачі на дослідження, до завдань теми „Геометричні перетворення”, задач на побудову з підказками (12).

8. Розробка уроку геометрії з гіперпосиланнями на файли динамічної геометрії (обов'язковий документ) (8).

9. Завдання по самостійно вивчених засобах і типах завдань (14).

10. Захист розроблених матеріалів (обов'язковий вид роботи) (7).

11. Тестування, усне опитування (обов'язковий вид роботи) (7).

Студенти завершили вивчення курсу здійсненням рефлексії та самооцінки власної праці, змін, що відбулися в них в знаннях з предмету, в умінні навчати інших, у своїх особистісних якостях. Дослідження показали, що найскладніше студентам було здійснити цілепокладання, розпланувати власну діяльність, налаштуватися на індивідуальне виконання завдань, на значний обсяг самостійної роботи. Більше 80% студентів висловили задоволення своєю роботою, відмітили появу бажання до самовдосконалення, до вивчення нових засобів комп'ютерної математики. В навчанні майбутні вчителі математики мали змогу удосконалювали уміння добирати засоби та методи навчання з використанням комп'ютерної техніки, розробляти план вивчення навчального матеріалу з поєднанням традиційних та нових інформаційних технологій, використовувати програмні засоби для обробки результатів проведених психологічних, педагогічних і методичних досліджень; проводити комп'ютерні експерименти тощо.

Апробувавши складену програму, прийшли до висновку, що вивчення ІКЗН математики доцільно виокремити як окремий курс. Вивчення курсу дає змогу майбутнім вчителям математики удосконалювати уміння добирати засоби та методи навчання з використанням комп'ютерної техніки, розробляти плани вивчення навчального матеріалу з поєднанням традиційних та нових інформаційних технологій, використовувати програмні засоби для обробки результатів проведених психологічних, педагогічних і методичних досліджень; проводити комп'ютерні експерименти тощо.

В ході навчання важливо було дібрати зміст для комп'ютерно-орієнтованого навчання математики. Наведемо приклади завдань, які доцільно запропонувати учням для дослідження на уроках геометрії (повніший перелік в додатку Д).

Восьмикласникам варто запропонувати експериментально відкрити

залежність між сторонами прямокутного трикутника - теорему Піфагора, узагальнити отриманий результат; властивість катета в прямокутному трикутнику; властивість висоти в прямокутному трикутнику; властивості чотирикутників (паралелограма, ромба, прямокутника, квадрата, трапеції). Доцільно експериментально перевірити теорему про пропорційні відрізки (Чи дійсно паралельні прямі, які перетинають сторони кута, відтинають від сторін кута пропорційні відрізки?), теореми про середню лінію трикутника, середню лінію трапеції та інші.

Розглянемо приклади завдань для дидактичної гри на уроках геометрії в дев'ятому класі. В ході обчислювального експерименту учні можуть сформулювати наступні гіпотези та в подальшому їх довести гіпотези про градусну міру кута, вписаного в коло; гіпотези про градусну міру вписаного кута і гострого кута між хордою кола і дотичною до кола в кінці хорди; про суму протилежних кутів вписаного чотирикутника; про суму протилежних сторін описаного чотирикутника. Бажано сформулювати та довести гіпотези про метричні співвідношення в колі: добуток відрізків хорд, проведених в колі через одну точку; добуток відрізків січної та її зовнішньої частини (якщо з точки  $P$  до кола проведено дві січні, що перетинають коло відповідно в точках  $A, B$  і  $C, D$ , то  $AP \cdot BP = CP \cdot DP$ ); добуток відрізків січної і квадрат довжини дотичної. До динамічних креслень для перерахованих завдань входить коло. Створивши відповідні моделі, школярі зможуть експериментально перевірити теорему синусів (довжини сторін трикутника пропорційні до синусів протилежних кутів); теорему косинусів (квадрат будь-якої сторони трикутника дорівнює сумі квадратів двох інших сторін без подвоєного добутку цих сторін на косинус кута між ними); теорему про властивість медіан трикутника (медіани довільного трикутника перетинаються в одній точці і точкою перетину діляться у відношенні 2:1, починаючи від вершини); теорему про властивість бісектриси довільного трикутника (бісектриса трикутника ділить протилежну сторону трикутника на відрізки пропорційні двом іншим сторонам); теорему Стюарта (якщо  $a, b, c$  – сторони трикутника  $ABC$  і точка  $D$  ділить сторону  $BC$  на відрізки  $BD=a_1, CD=a_2$ , то  $AD^2 = (a_1 b^2 + a_2 c^2 - a_1 a_2) / a$ ); користуючись

теореми виразити медіану і бісектрису трикутника через його сторони; теорему Птолемея (сума добутків протилежних сторін вписаного чотирикутника дорівнює добутку його діагоналей); формулу для площі круга; відношення довжини кола до його діаметра; формули для радіуса описаного навколо трикутника кола  $R = abc/4S$  і  $R = a/(2\sin\alpha)$ ; формулу для радіуса вписаного в  $n$ -кутник кола  $r = S/p$ ; формулу  $S = ((p-a)(p-b)(p-c)(p-d))^{0.5}$  для площі вписаного чотирикутника, де  $a, b, c, d$  – сторони,  $p$  – півпериметр. В класах в поглиблених вивченнях математики бажано відкрити разом з учнями теореми Чеви, Менелая, побудувати пряму Сімпсона та ін.

Наведемо приклади тем уроків з алгебри, на яких зручно застосовувати DG, GRAN-2D, GRAN-3D, GRAN1 (повніший перелік уроків у додатку\_A):

*Початкові відомості про числові функції (8 клас)*

1. Числова функція. Область визначення та множина (область) значень числової функції. Способи завдання числової функції. Графік числової функції.  
\*Обов'язково навести приклади процесів, які описуються функціями.
2. Графік числової функції. Зростання та спадання числової функції.
3. Лінійна функція, її графік та властивості. Пряма пропорційність. Графік лінійного рівняння з двома змінними. \*Навести приклади процесів.
4. Графічна інтерпретація систем лінійних рівнянь з двома змінними.
5. Лінійні нерівності з двома змінними та їхня графічна інтерпретація. Графічна інтерпретація систем лінійних нерівностей з двома змінними. \*Навести приклад задачі лінійного програмування. Задача про продукцію.
6. Функція  $y(x) = |x|$ , її графік та властивості. \*Приклади елементарних перетворень, рівняння, функції з двома модулями.
7. Функція  $y = \frac{k}{x}$ , ( $k \neq 0$ ), її графік та властивості. \*Приклад процесу, що описується функцією. Приклади елементарних перетворень, приклад графічного розв'язання рівняння.
8. Функція  $y(x) = x^2$ : її графік та властивості. \*Приклад процесу, що описується функцією. Приклади елементарних перетворень.
9. Функція  $y(x) = \sqrt{x}$ , її графік та властивості. \*Процес, що описується функцією.

Приклади елементарних перетворень.

10. Функція  $y(x) = x^3$ , її графік та властивості. \*Приклад графічного розв'язання рівняння.

11. Урок систематизації та узагальнення „Початкові відомості про функції”.

*Квадратична функція. Побудова графіків функцій. (9 клас).*

12. Функція  $y(x) = ax^2$  ( $a \neq 0$ ): її графік та властивості.

13. Графіки квадратичної функції:  $y(x) = ax^2 + b$  ( $a \neq 0$ ),  $y(x) = a(x-k)^2$  ( $a \neq 0$ )

14. Квадратична функція  $y(x) = ax^2 + bx + c$ , ( $a \neq 0$ ), графік та властивості.

15. Координати вершини параболи. Вісь симетрії параболи. Напрямок «віток» параболи. \*Парабола як геометричне місце точок (динамічне креслення).

16. Проміжки монотонності квадратичної функції. Проміжки знакосталості квадратичної функції.

17. Застосування властивостей квадратичної функції до розв'язування задач про знаходження найбільших і найменших значень.

\* Додати динамічні креслення, виконані за допомогою GRAN-2D.

18. Узагальнення та систематизація вивченого до теми „Квадратична функція”.

19. Розв'язування раціональних нерівностей методом інтервалів.

20. Розв'язування задач, пов'язаних з розміщенням графіка квадратичної функції на координатній площині і коренів квадратного рівняння на числовій осі.

21. Розв'язування задач, пов'язаних з дослідженням квадратних рівнянь з параметрами.

22. Парні та непарні числові функції. Подання довільної функції з симетричною областю визначення у вигляді суми парної та непарної функції.

23. Елементарні перетворення графіків функцій.

24. Побудова графіків дробово-лінійних функцій.

25. Побудова графіків функцій, аналітичний вираз яких містить знак абсолютної величини.

26. Побудова графіків функцій, що задано у «кусковий» спосіб.

*Рівняння і нерівності. Системи рівнянь і нерівностей.*

27. Графічний спосіб розв'язування та дослідження рівнянь.



- 28.Рівняння з двома змінними. Графік рівняння з двома змінними.
- 29.Системи рівнянь з двома змінними. Графічний спосіб розв'язування та дослідження систем рівнянь з двома змінними.
- 30.Розв'язування текстових задач за допомогою систем рівнянь. \*Додати динамічні креслення, виконані за допомогою GRAN-2D.
- 31.Аналітичне задання множин точок на координатній площині. Лінійні нерівності з двома змінними та їхня графічна інтерпретація.
- 32.Системи лінійних нерівностей з двома змінними та їхня графічна інтерпретація. \*Задачі лінійного програмування.
- 33.Нелінійні нерівності й системи нелінійних нерівностей з двома змінними та їхня графічна інтерпретація.
- 34.Нерівності й системи нерівностей, що містять знак абсолютної величини.
- 35.Урок узагальнення і систематизації. \*Включаючи і аналітичні методи розв'язування. \* Розробити схеми для систематизації і узагальнення.

*Степінь з раціональним показником.*

- 36.Функція  $y = x^n$ ,  $n$  – натуральне число: її графік та властивості.
- 37.Поняття про обернену та складену функції. Порівняння властивостей. Функція  $y = \sqrt[n]{x}$ ,  $n$  – натуральне, більше одиниці. Графік функції та її властивості.

*Числові послідовності. Арифметична та геометрична прогресії.*

- 38.Числові послідовності та способи їх задавання (формулою загального члена, в рекурентний спосіб). \* Можна застосовувати інші засоби, наприклад, Excel.
- 39.Монотонні послідовності. Обмежені послідовності.
40. Арифметична прогресія. Формула  $n$ -го члена арифметичної прогресії. Характеристична властивість арифметичної прогресії. Формула для суми  $n$  перших членів арифметичної прогресії.
- 41.Геометрична прогресія. Формула  $n$ -го члена геометричної прогресії. Характеристична властивість геометричної прогресії. Формула для суми  $n$  перших членів геометричної прогресії. \*Використати динамічні креслення, створені за допомогою GRAN-2D. Наприклад, комбінації подібних вписаних

многокутників.

42. Формула складних відсотків. \*Можна розглянути погашення кредитів з використанням Excel.

*Елементи прикладної математики*

43. Математичне моделювання (на конкретних прикладах).

44. Відсоткові розрахунки. Формула складних відсотків.

45. Додавання, віднімання, множення та ділення наближених значень величин.

\*Розглянути наближені обчислення площі фігури, об'єму тіла обертання, площі поверхні.

46. Найпростіші методи обробки статистичних даних. Середнє значення, мода та медіана вибірки. Гістограма, полігон.

Розвивати творчі якості учнів неможливо без співпраці учителя і учня. Тому педагог тільки будучи сам творчою особистістю, здатний виховати учня як творчу особистість. В педагогічному процесі ця закономірність може бути сформульованою в більш розгорнутому вигляді. А саме, при формуванні творчих здібностей особистості школяра досягається, за інших рівних умов, тим більша результативність, чим більш ефективно здійснюється співробітництво та співтворчість педагога і учня, чим більш високого рівня творчих здібностей і творчої майстерності досягнув сам учитель. Гуманізація та демократизація педагогічної праці, спрямованість її на формування особистості дитини, вимагає від учителя вміння працювати в творчому режимі, нестандартних напрямках, розвивати демократичний стиль спілкування зі своїми учнями, постійно удосконалювати професійну діяльність, опановувати специфічні форми і методи творчого розвитку учнів, створювати свою творчу лабораторію, і в той же час продовжувати розвивати власну особистість, власні творчі здібності.

В навчанні математики співтворчість вчителя і учня може бути реалізованою через сумісний пошук з учнем умов, засобів для розвитку творчих якостей особистості школяра, через сумісні пошуки нових ідей, обговорення оригінальних методів розв'язування творчих задач.

## **2.2. Система задач, спрямованих на формування особистісних якостей школяра засобами ІКТ та методика їх опрацювання**

**2.2.1. Формування особистісних якостей через впровадження проектних технологій у поєднанні з ІКТ.** Метод навчальних проектів, який впроваджували в навчання математики, ґрунтувався на ідеї комплексного використання інноваційних педагогічних технологій та ІКТ. ІКТ були задіяні як на стадії пошуку та переосмислення навчального матеріалу, так і при оформленні результатів дослідницької діяльності – створенні презентацій, публікацій чи веб-сайтів. Навчання за методом проектів тісно пов'язане з педагогічними технологіями навчання у співпраці, модульне, навчанням, як дослідженням, технологією успіху. В роботі використовували різні аспекти проектної діяльності, що їх висвітлювали Н.В. Морзе [141-144], М.П. Дементієвська [40-41], О.М. Пехота [152], А.П. Забарна [60] та ін.

Питання формування особистісних якостей учнів в процесі впровадження проектних технологій висвітлені нами в публікаціях [80], [92].

Навчаючи за проектною технологією, базувалися на таких положеннях:

- цілі навчання повинні бути сприйнятими учнями,
- забезпечення об'єктивного контролю якості знань,
- розвиток особистості.

В ході навчання учень міг дібрати посильне, цікаве для нього завдання. Ставилася вимога, що отриманий продукт повинен бути „відчутним”, практично значущим для учня. Учні залучалися до активної участі у плануванні роботи, розробці критеріїв оцінювання навчальних продуктів тощо. Практикувалися як монопроекти, так і міжпредметні, групові чи одноосібні. Завдання та діяльність школярів планували так, щоб процес навчання сприяв формуванню навичок мислення високого рівня. В процесі роботи намагалися розвивали всі три групи виокремлених нами особистісних якостей учнів – організаційно-діяльнісних, пізнавальних, креативних. Для визначення ступенів розвитку в учнів цих якостей використовували зокрема педагогічну таксономію, що окреслює шість рівнів освітніх цілей – знання, розуміння, використання, аналіз, синтез, оцінювання

[41,29]. Три останні характеризуються дієсловами: проаналізувати, класифікувати, передбачити, довести, протиставити, встановити відповідність, висунути гіпотезу, розробити, організувати, написати звіт, створити схему тощо.

Досить оригінальними, продуманими та привабливими для математиків є проекти „Математичні ілюзії в моєму житті” (В.К. Глаз’єва), „Рух – це життя” (В.М. Орос), „Вимірюємо красу” (І.П. Стецюк), „Тригонометрія” (Керол Чо) та ін.

Мета навчання – розвиток особистісних якостей учнів – конкретизувалася в завдання проаналізувати і дібрати зміст навчального предмету, розробити завдання для учнів, засоби оцінювання навчальних продуктів учнів, рівня якості знань. Важливо було дослідити питання ефективного впровадження проектних технологій в умовах класно-урочної системи в тому вигляді, який пропонує Н.В. Морзе, і як при цьому можуть бути задіяні ППЗ навчання математики.

Вивчаючи теорему Піфагора, важливо дати учням змогу відчувати важливість її практичного застосування. Для цього слід запропонувати міні-проекти стосовно вивільнення часу (швидше ходити по прямій), різноманітних обчислень з недоступними об’єктами. Цікаво для школярів опрацювати відомості про різні способи доведення теореми Піфагора, підготувати слайди з анімацією, що ілюструють хід доведення. Бажано теорему відкрити в ході комп’ютерного експерименту. С.А. Раков пропонує виконати деяке узагальнення теореми Піфагора. А саме, дослідити, що сума площ крайніх квадратів побудованих проти катетів, рівна площі квадрата, побудованого проти гіпотенузи. Динамічну модель для цього створюють за допомогою GRAN-2D чи DG. В підручниках з геометрії, зокрема [17,32], найчастіше подається найпростіше доведення, що ґрунтується на незалежності косинуса кута від розмірів та розташування трикутника. В той же час відомі давньокитайське, давньоіндійське, доведення Евкліда та багато інших. Значна частина цих доведень опирається на обчислення площі квадрата і прямокутного трикутника. Формули для обчислення площі відомі з 6-го класу.

Важливо, щоб створені учнями динамічні креслення за допомогою GRAN-2D чи DG, можна було використати в режимі покрокового відтворення. Самостійний перегляд учнем зазначених креслень, за умови ретельного аналізу

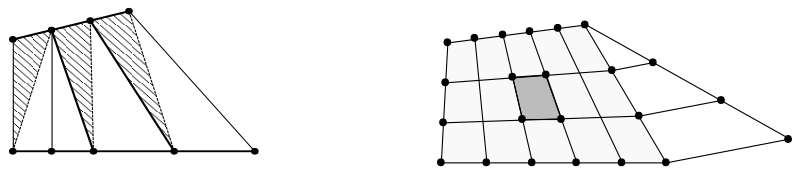
кожного із виконаних кроків побудови, сприятиме формуванню його пізнавальної самостійності. Використовуючи послугу *Створити кнопку*, учні склали до задач написи із завданнями для дослідження та розміщували їх на слайді. Послідовно відкриваючи евристичні підказки (словесні чи у вигляді додаткових побудов), відповідаючи на питання, що висвітлюються при натискуванні кнопки, слідуючи поданим рекомендаціям, школяр самостійно просувався до знаходження кінцевого результату, висунення гіпотези та її обґрунтування.

В чому бачимо користь від залучення учнів (студентів) до створення динамічних креслень з підказками до розв'язаних ними задач? Найважливіше, що таким чином можна розвивати в учня здібності до рефлексії та корекції навчальної діяльності. Адже учень має ще раз мисленно чи письмово пригадати, виявити, усвідомити кожен етап діяльності при розв'язуванні задачі. Вичленивши кожен крок, намагатися оптимізувати хід розв'язування. Крім того, учень вчиться ставити питання, щоб спонукати ним до роздумів іншого школяра, який оцінюватиме (вивчатиме) його навчальний продукт. В процесі створення слайдів з підказками до розв'язування задач в учнів удосконалюються уміння аналізувати, синтезувати, порівнювати, розвивається здатність до оціночних суджень.

Отже, одним із „відчутних” продуктів проектного навчання можуть бути добірки розв'язаних завдань до теми зі створеними до них слайдами, що містять динамічні креслення, підказки до ходу розв'язування. Наведемо приклад завдання з підручника [17,175], для якого доцільно здійснити узагальнення: „дві прями ділять кожну з двох протилежних сторін опуклого чотирикутника на три рівні частини. Відомо, що площа частини чотирикутника між цими прямими дорівнює  $S$  (рис. 2.1). Чому дорівнює площа даного чотирикутника?”

Створивши динамічну модель за допомогою ППЗ, учень може для кожного з чотирикутників знайти площі, порівняти їх, висловити гіпотезу. Після того, як завдання було розв'язане, важливо для розвитку мислення учня сформулювати у нього уміння вибудовувати послідовність евристичних підказок узагальнення задачі, надаючи йому в цьому диференційовану допомогу. Наприклад, створити таку послідовність запитань, завдань:

1. Порівняти значення площі для двох сусідніх чотирикутників і знайти різницю. Яка закономірність для послідовності значень площ має місце?
2. Ця послідовність називається ...
3. Поділити кожен з чотирикутників діагоналлю на два трикутники. У трикутників з рівними основами на одній стороні чотирикутника висоти змінюються за певною закономірністю. Якою?
4. Чому площі чотирикутників змінюються за таким законом?
5. Перевірити, чи виконуються аналогічні властивості, якщо розглянути будь-яке число прямих? Парне? Непарне? Зробити висновки.
6. Якщо аналогічно поділити іншу пару протилежних сторін початкового чотирикутника на непарну кількість частин, то що можна сказати про центральний чотирикутник (на. рис. 2. 1 зафарбований чорним кольором)?
7. Сформулювати гіпотезу та спробувати обґрунтувати її.



**Рис. 2. 1. Протилежні сторони чотирикутника розбиті на однакову кількість частин**

Розглядаючи різницю значень площі для двох сусідніх чотирикутників, школяр прийде до висновку, що значення площ утворюють арифметичну прогресію. Основи трикутників на одній стороні, на які поділені чотирикутники діагоналями, рівні. Арифметичну прогресію утворюють висоти трикутників, а в кінцевому результаті і площі чотирикутників. Узагальнити завдання можна поділивши чотирикутник на частини довільною парною кількістю прямих. Аналогічно проводять прямі для другої пари прямих, роблять висновок стосовно центрального чотирикутника. До пунктів за допомогою управляючих елементів – кнопок *Сховати* \ *Показати об'єкт* можна подати тимчасово приховані побудови – поділ на трикутники, висоти трикутників. Зробимо зауваження стосовно побудови чотирикутника справа. Рівні відрізки на трьох сторонах можна побудувати, якщо використовувати послугу *Симетрична точка*. Щоб поділити на

рівні відрізки четверту сторону, використовуємо теорему Фалеса. Учень, створюючи конструкцію, щоб нею могли скористатися інші, аналізує кроки виконання завдання, синтезує нове, оцінює ефективність підказок, а тому розвиває пізнавальні якості, навички мислення високого рівня.

Вивчаючи прогресії, не можна обійти увагою задачі фінансової математики. В цьому плані для математиків є привабливим проект, представлений в [77,90]. Школярі визначають надійність банку за рентабельністю, прибутком, статутним капіталом. Проект ідеально вписується в календарний план вивчення табличного процесора на уроках інформатики. Реалізуючи подібний дослідницький навчальний проект (В який банк краще вкласти гроші? В якому банку краще взяти кредит?), на уроках математики при вивченні теми „Прогресії” більша увага була приділена аналізу результатів дослідження, ніж оформленню звітних документів. У звітні документи проекту учні включали графіки, побудовані за допомогою GRAN1. За умови складних відсотків сума на рахунку клієнта банку визначається за формулою  $P = P_o(1 + a/100)^n$ , де  $P_o$  – початковий внесок,  $a$  – відсоток,  $n$  – кількість термінів, протягом яких нараховують відсотки. У форматі GRAN1 запишемо функцію  $y(x) = P1 * (1 + P2/100)^X$ , де  $P1$ ,  $P2$  – коефіцієнти, які можна оперативно змінювати, якщо рухати бігунок параметрів.

В іншому проекті пропонуємо учням поміркувати, в чому виявляється краса математики? Версії будуть різні – краса задач, методу розв’язування, ліній, малюнків тощо. Важливо не пропустити жодної думки, дати можливість кожному висловитися. Такі хвилини паузи багатьом учням дозволяють по-новому поглянути на роль математики в його власному житті. А отже, можуть пробудити інтерес до її вивчення, до створення власних навчальних продуктів як зовнішніх, так і внутрішніх. А чи може математика вимірювати красу? Такими чи дещо іншими словами пропонуємо розпочати презентацію проекту, пов’язаного зі створенням паркетів з правильних багатокутників. На його впровадження ми відводили 5-6 тижнів, тобто весь час, протягом яких вивчається тема „Многокутники”. Згідно з підручником [17], вивчення теми „Площі фігур” передуює вивченню правильних багатокутників. Щоб урізноманітнити проекти, зробити їх

привабливішими для школярів, а найголовніше, щоб ще більше охопити і втілити у проекті той матеріал, що вивчається на уроках у відповідності з програмою, доцільно розширити набір фігур для побудови і додати до них вписані у багатокутники кола, шести, трипелюсткові квіти чи інші фігури, що мають симетрію порядку  $n$ . Практичним результатом втілення проекту має стати колекція створених учнями паркетів для застеляння підлоги в кабінеті математики. Запропонований міжпредметний проект об'єднує математику та інформатику, креслення та мову, вимагає знань з образотворчого мистецтва і трудового навчання. Він відповідає в першу чергу державному освітньому стандарту та навчальній програмі з освітньої галузі „Математика”. Контроль знань, умінь та навичок має бути забезпеченим на рівні не меншому, ніж стандарт. Всі навчальні здобутки учнів, їх навчальні продукти можуть перевищувати вимоги стандарту.

В ході реалізації проекту школярі мають відповісти на ключові питання: як математика може вимірювати красу, чи можна вважати геометричні паркети витворами мистецтва, для чого в практиці можуть бути потрібні правильні багатокутники? І взагалі, як геометрія може вплинути на їхнє майбутнє, зокрема, на вибір професії? Не на кожне з цих питань учень зможе дати однозначну відповідь. Однак питання спонукатимуть його до здійснення рефлексії, переосмислення власної діяльності, переоцінки власних здобутків.

В залежності від профілю навчання можуть бути розширені ті чи інші завдання, що ставляться перед учнями. Так, „дизайнери” можуть досліджувати паркети музеїв, картинних галерей, орнаменти лінолеумів в магазинах будівельних матеріалів (тут правильні багатокутники можуть перекриватися), представляти у вигляді діаграм результати дослідження на наявність правильних багатокутників, проводити опитування з питань взаємозв'язків математики, краси і творчості, випускати газету тощо. „Математики”, „технологи” більше уваги приділять пошуку алгоритмів побудови. Тобто, на стадії планування роботи вчитель зможе здійснити особистісний підхід до учнів, запропонувавши їм заняття до душі, у відповідності до їхніх здібностей. Завдяки цьому в учнів можуть розвиватися пізнавальні інтереси, бажання до пошуку нових фактів, що



посилить внутрішню мотивацію, а зрештою, сприятиме формуванню в учня позитивного уявлення про себе, впевненості у своїх силах і здібностях. У зв'язку з можливістю вибору завдань і необхідністю досягнення певного рівня навчальних досягнень, потрібно навчати учнів цілепокладанню. Найпростіший рівень – вибрати мету з переліку запропонованих. Рефлексія в навчанні допоможе учневі скоригувати мету подальшої роботи, свій навчальний шлях.

Відзначимо етапи реалізації проекту у відповідності до загальної схеми технології проектного навчання. Підготовчий етап пов'язаний з визначенням теми і мети проекту, постановкою завдання. Учитель обговорює разом з учнями план проекту, уточнює завдання для кожної з груп, ознайомлює з критеріями оцінювання різних форм звітності. Школярам пропонується опрацювати окремі джерела відомостей як друковані, так і електронні через мережу Internet.

Другий етап включає в себе пошук та аналіз відомостей. Наприклад, з енциклопедії [131] чи з „Математичного калейдоскопу” [251,44] учні можуть дізнатися, що являють собою геометричні паркетні, чим однорідні паркетні відрізняються від неоднорідних, розглядають різні зразки. Бажано, щоб дослідники обґрунтували, чому однорідних паркетів можна скласти лише одинадцять, в той час як кількість неоднорідних необмежена.

Паркетні можуть бути двох видів – однорідними та неоднорідними, складеними з правильних багатокутників без перекривання. Однорідні паркетні складаються з кількох видів правильних плиток, до того ж у кожному вузлі сходиться рівна кількість плиток одного і того ж виду. Оскільки кут правильного  $n$ -кутника складає  $1/2 - 1/n$  частин повного кута, то будь-якому однорідному паркету відповідає певний набір натуральних чисел  $n, p, e, i, \dots$ , які задовольняють рівняння  $\frac{1}{2} - \frac{1}{n} + \frac{1}{2} - \frac{1}{p} + \frac{1}{2} - \frac{1}{e} + \frac{1}{2} - \frac{1}{i} + \dots = 1$ . В цілих числах рівняння має 17 розв'язків, але тільки 11 з них можна реалізувати у вигляді паркетів, плитки яких заповнюють всю площину і не перекриваються. Наведемо приклади наборів для однорідних паркетів: 1) шість трикутників; 2) чотири квадрати; 3) три шестикутники; 4) квадрат і два восьмикутники; 5) трикутник і два 12-кутники; 6)

12-кутник, 6-кутник, квадрат; 7) трикутник, 2 квадрати, 6-кутник; 8) два квадрати і три трикутники. Неоднорідних паркетів (сходиться різне число правильних многокутників) можна побудувати нескінченно багато. Наприклад, поділити один з шестикутників на трикутники.

В ході пошуку потрібних відомостей, учні вчать аналізувати матеріал, оцінювати його з позицій можливості отримати новий продукт, усвідомлюють його, розбирають обґрунтування певних фактів. А тому і розвивають власні пізнавальні якості, навички мислення високого рівня.

Третій етап. Ми ставили за мету максимально наблизити проектну технологію до існуючої системи навчання. А тому передбачали можливість на уроці у формі проміжного звіту заслуховувати теоретиків проекту, уточнювати завдання, вимоги. Домашнє завдання, крім традиційних завдань за підручником, передбачало добровільне творче – розробку і виконання ескізу паркету.

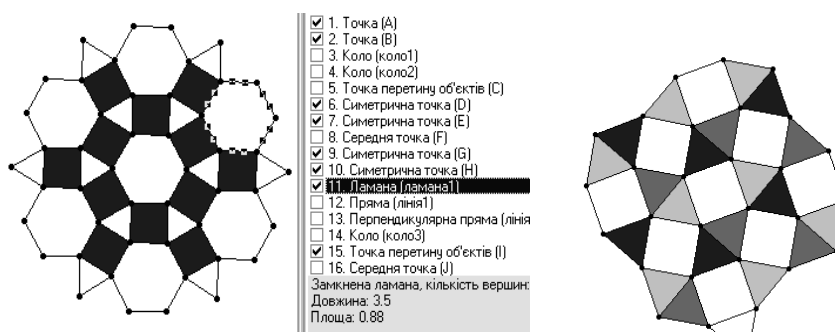
Четвертий. За планом на одному з наступних уроків звітували „математики-історики”. Вони ознайомили решту учнів з правилами побудови правильних многокутників, розповідали, як це робили древні греки. Школярі досліджували внесок математика Гауса, з'ясовували, які з правильних многокутників можуть бути гранями правильних многогранників, який філософський зміст вкладали древні греки в Платонові тіла?

Інша група звітувала про особливості побудови многокутників за допомогою ППЗ GRAN-2D, DG. Обговорювалася необхідність створення макроконструкцій для побудови правильних многокутників через відому сторону та квітів для оздоблення. Завдяки створенню та встановленню макроконструкцій удасться уникнути рутинності численних побудов, а це зробить процес розробки паркетів дійсно творчим. Окремі види паркетів можна створити засобами текстового редактора, якщо використати для цього *Автофігури*. Оскільки не кожний з многокутників можна побудувати вручну за допомогою циркуля та лінійки, то корисно запропонувати школярам розробити макроконструкції для наближеної побудови  $n$ -кутників з використанням ППЗ.

Учні добирають дані і опрацьовують їх у групах. Для кращої організації

спільної роботи бажано обрати керівника групи, надавати учасникам диференційовану допомогу, що уможлиблює навчання учнів в „зоні найближчого розвитку”. Завдання вчителя вчасно почути, помітити, підтримати кожного учня, організувати їх співпрацю. Його завдання не лише передати певну суму знань, але й навчити учнів самостійно їх здобувати і застосовувати. Робота над навчальним проектом сприяє тому, що в учнів розвиваються здібності до втілювання здобутих знань у духовні та матеріальні форми. Навчання у співпраці формує в учнів уміння розподіляти обов’язки між членами групи, стимулює розвиток здатності до міжособистісного спілкування, добросовісності, почуття обов’язку.

П’ятий етап. Наступне заняття доцільно провести в комп’ютерному класі. Учні із задоволенням виконують побудови паркетів за допомогою ППЗ GRAN-2D чи DG. Паркети на рис.2.2 створено за допомогою макроконструкцій, тому в переліку об’єктів є кола, симетричні точки, точки перетину, середини відрізків. На рис. 2.3 зображено паркет, який створено за допомогою GRAN-2D з використанням послуги *Об’єкт\Створення\Правильний багатокутник*. Для побудови вказуються лише дві вершини багатокутника і кількість його сторін. Многокутник при цьому розташовується справа від побудованої сторони. Отже, паркети учнями побудовано.

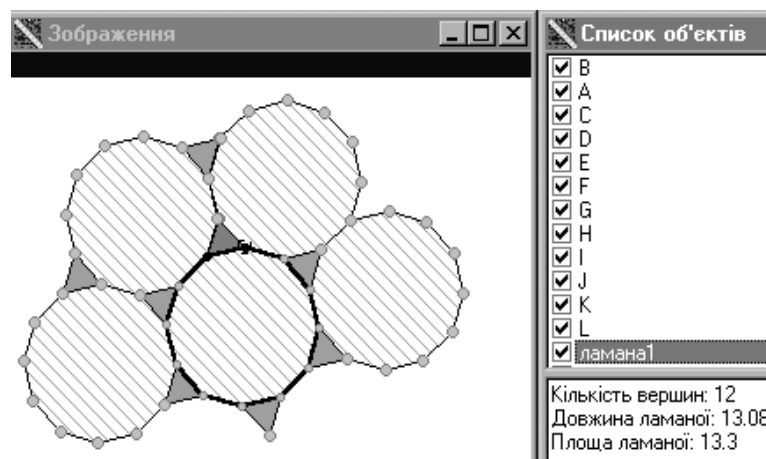


**Рис. 2. 2. Однорідні паркети виконані за допомогою *Макроконструкції* (GRAN-2D )**

Незважаючи на те, що будувати паркети за допомогою ППЗ швидше і приємніше, переконані, що необхідно також сформувати уміння виконувати побудови багатокутників вручну, оскільки хід побудови співпадає з ходом створення *Макроконструкції*. Економити час потрібно лише при створенні паркетів.

Шостий етап. На уроці виводяться формули для радіусів вписаного та описаного кіл, для площі многокутника, площі кільця, сектора, сегмента.

Виконувати виведення формул бажано також використовуючи групову форму організації праці. Особливо ефективно застосувати інтерактивну методику „ажурна пилка” [163], [194]. Бажано одночасно продемонструвати, як подібні обчислення здійснюються за допомогою ППЗ.



**Рис. 2. 3. Паркет створено з використанням послуги *Правильний багатокутник***

Сьомий етап. Учні виконують з врахуванням розмірів кімнати розрахунки вартості паркету, які можна здійснювати як вручну, так і за допомогою запропонованих ППЗ, в яких передбачено обчислення площ многокутників, їх периметрів, довжин кіл, площ кругів. Для обчислення вартості викладання паркету можна скласти динамічні вирази. Іншу форму часткової автоматизації обчислень учні отримують, якщо використають Microsoft Excel. Тоді обчислення проводять за внесеними у клітинки формулами, вибираючи відповідні значення довжини сторони многокутника, кількості многокутників певного виду, вартості матеріалу з відведених для цього комірок.

Заключний етап. Оформлення результатів, презентація розробок, підведення підсумків. Учні створюють паспорт проекту (скільки і яких матеріалів потрібно придбати, яка їх вартість, загальна вартість проекту). Публікації (рис. В.1, рис. В. 2), презентації, відображають хід дослідження; на сайті, крім оголошення про конкурс та його результати, буде зберігатися колекція створених малюнків. Створюючи за допомогою PowerPoint презентацію, учні вчаться виступати перед аудиторією, структурувати свою доповідь. Вони удосконалюють уміння добирати найяскравіші переконливі факти для

демонстрації думок, ідей. Виконання цього завдання потребує також знань з інформатики. При оцінюванні результатів роботи, перегляді газети, презентації необхідно враховували, як представлені виконавці проекту, наскільки зроблене відповідає поставленим завданням, в якому об'ємі дібрано і опрацьовано матеріали, чи відображені результати дослідження? Важливо звернути увагу школярів на наявність посилань на джерела відомостей. Інформатики враховують наявність в презентаціях заголовків слайдів, анімації, ефектів зміни слайдів, використання різних шрифтів, малюнків, фону, звуків.

Закінчити роботу над проектом необхідно самооцінкою та оцінкою результатів навчання. Для контролю рівня знань учнів було передбачено написання контрольної роботи і подання відповідей на тестові завдання. Оцінювалися і ті види робіт, що їх виконували учні в ході реалізації проекту. Найважливішою для становлення учня як самобутньої особистості є самооцінка. На основі рефлексивних суджень учень має здійснити власну оцінку діяльності. Що нового дізнався, чого навчився, що зрозумів, які види роботи виходили краще, які труднощі були, що я намагався зробити, щоб їх подолати, які зміни відбулися у розроблених малюнках, виступах, в особистісних якостях? Якщо оцінка вчителя майже співпадає з самооцінкою учня, то в цьому разі були підстави говорити про адекватну оцінку. У випадку не співпадань оцінки, вживали додаткових заходів – разом з учнем намагалися переоцінити певні види робіт, надавали можливість повторно здати залік чи написати контрольну роботу. Таке співвідношення оцінок надзвичайно важливе, оскільки впливає на формування адекватної Я-концепції, позитивного уявлення учня про себе.

Для школярів при вивченні правильних многокутників привабливими можуть бути ще два проекти „Математичні фігури в українському орнаменті”, „Розмалюй свою писанку”. Створення орнаментів тісно пов'язане з використанням симетричних фігур, потребує застосування геометричних перетворень. Математична теорія симетрії, симетрія у живій та неживій природі, інженерії, архітектурі та мистецтві отримали спільне підґрунтя у геометричних перетвореннях. А.С.Гурська цитує німецького математика і філософа Германа

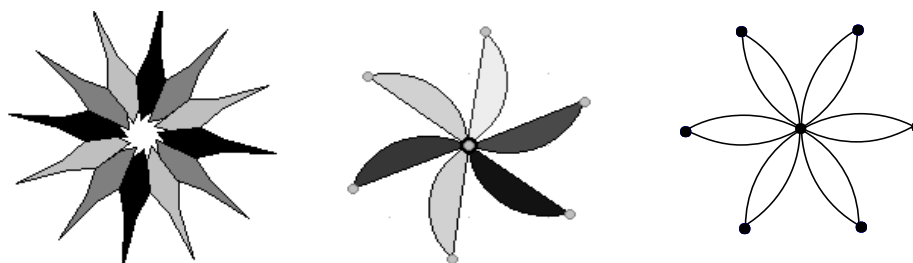
Вейля: „Мистецтво орнаменту містить у неявному вигляді найдавнішу частину відомої нам вищої математики”<sup>1</sup> (с. 49). Автор подає у посібнику цікавий матеріал, який можна школярам використати у проектній роботі. Можливості використання ППЗ для виконання геометричних перетворень сприяють тому, що школярі можуть відчувати красу і потужність методів геометричних перетворень. При побудові розеток, для поділу прямокутників у золотому відношенні [192] доцільно застосовувати GRAN-2D. За допомогою цього засобу можна також здійснювати деформації візерунків до осей.

Детальніше зупинимося на особливостях побудови „квітки” (рис.2. 4). Першу пелюстку будують у формі семикутника. Якщо квітка має симетрію обертання порядку  $n$ , то для того, щоб пелюстки не перекривалися, багатокутник потрібно розміщувати всередині кута  $360^\circ/n$ . В GRAN-2D для побудови решти пелюсток застосовують вмонтовану послугу повороту. Для кожної пелюстки здійснюємо ланцюжок операцій Об’єкт – Перетворення – Параметрично – Поворот. Задають центр повороту (в даному випадку – центр кола), вказують, кут, відмічають, що не просто повернути дану ламану, а створювати нову і прив’язувати до початкової. Оскільки у квітці дванадцять пелюсток, то повертаємо початковий багатокутник на кути, які кратні  $30^\circ$ . В DG нема вмонтованого перетворення „Поворот”, тому потрібно створювати відповідний „Макрос”. Що ж стосується того, чи не можна створити макроконструкцію, щоб побудувати одночасно всі пелюстки, то і в GRAN-2D, і в DG це питання вирішується майже однаково. Початковий семикутник симетрично відображають наприклад, відносно прямої, що проходить через дві точки, які лежать на одній стороні кута, і створюють макроконструкцію (вихідні об’єкти сім точок, результуючі – п’ять симетричних точок і симетричний багатокутник), повторюють операцію одинадцять разів. Тоді на базі побудованої фігури краще створити це один макрос, щоб уже за початковим семикутником будувати одразу всю квітку.

---

<sup>1</sup> Гурська А.С. Мова та граматики українського орнаменту: Навчально-методичний посібник. – К.: Альтернативи, 2003. -144 с.

Перевага побудови через багатокутники перед побудовою за дугами (справа) в тому, що пелюстки простіше можна розфарбувати у різні кольори, зробити розрахунки площі та периметра. Щоб побудувати центральну квітку за допомогою GRAN-2D, зафарбовують сегмент, повертають його на кути кратні  $60^\circ$ .



**Рис. 2. 4. Квітка для оздоблення паркету**

В електронному підручнику для учнів „Відкриття геометрії засобами пакета DG” поворотній симетрії приділено значну увагу. Щоб розвивати творчу уяву та фантазію, пропонували учням будувати поворотні калейдоскопи та калейдоскопи симетрій. Виконання цього творчого завдання викликало інтерес як в учнів математичного класу, так і суспільно-гуманітарного. Приклади виконаних малюнків наводимо у додатку В (рис. В.3).

Значно підвищує інтерес школярів до вивчення математики дидактична гра. Вплив її на школярів проявляється в тому, що гра вносить деякий елемент невизначеності, що збуджує, активізує розум, налаштовує на пошук оптимальних рішень. Використовуючи в навчанні дидактичну гру, вчитель може розвивати у школярів такі компоненти творчого мислення як фантазія, творча уява, образність мислення. Л.В. Тополя [223], М.Е. Марко [129,18] виокремлюють наступні притаманні педагогічній грі риси: вільна розвиваюча діяльність, що починається за бажанням учня, заради задоволення від самого процесу діяльності, а не тільки від результату (процедурне задоволення); творчий, в певній мірі імпровізаційний, активний характер діяльності (поле творчості); емоційна піднесеність діяльності (емоційна напруга), що передбачає як суперництво, так і співпрацю в команді; змагання та ін.; наявність прямих чи непрямих правил, що відображають зміст гри, логічну і тимчасову послідовність її розвитку.

Починаючи вивчення декартових координат у 8-му класі, доцільно

запропонувати школярам міні-проект створити колекцію малюнків „У світі тварин”, „Квіти мого міста” та інші. Пропонували школярам завдання відтворити на площині ланцюжок, заданий парами чисел, за яким приховано зображення якоїсь фігури, тварини тощо. Вдома радили виконати обернене: побудувати малюнок, описати його координатами, запропонувати загадку друзям. Скільки радості з’являється в очах учнів, коли складені ними завдання відгадують однокласники і схвально їх оцінюють! Виконання завдання, яке ми класифікуємо як дидактичну гру-загадку, розвиває в учнів фантазію, вчить бачити красу ліній в математиці, виховує зібраність, охайність, уважність. Виконані малюнки (рис. В.4 – В.6) можна використати при вивченні інших тем. Наприклад, складати рівняння прямої, для різних відрізків порівнювати кутові коефіцієнти, обчислювати відстані між точками, площі фігур. Якщо малюнки виконані за допомогою ППЗ, то учні оперативно зможуть здійснювати самоперевірку розв’язаних завдань.

Вивчаючи тему „Круг та його частини”, пропонували учням створити колекцію малюнків, в яких приховані дані геометричні фігури (рис. В.12). Маючи необмежений час для виконання домашнього завдання, можливість підібрати в літературі потрібний матеріал, порадитися з друзями, учні можуть самовиразитися створюючи малюнки, отримати позитивну оцінку однолітків та вчителя. Завдяки виконанню подібних творчих завдань у школярів зміцнюється позитивна Я-концепція, підвищується внутрішня мотивація, підсилюється інтерес до навчання.

На уроках алгебри пропонували школярам створити колекцію малюнків, кожна лінія в яких описана графіками функціональних залежностей. У формі конкурсу художників–математиків рекомендують провести практичне заняття побудови графіків функцій і автори посібника<sup>1</sup>. На уроці чи спецкурсі бажано об’єднати учнів у групи і кожній з них запропонувати системи рівнянь чи нерівностей, якими зашифровано малюнок. Переможе та команда, яка краще справиться з побудовою графіків, записаних на аркушах. Побудову можна здійснити як вручну, так і з використанням зазначених програм. Виконуючи

---

<sup>1</sup> Скобелев Г.М., Берман В.П. Математика в позаурочний час. – К.:Радянська школа, 1973. – 160 с.



завдання, учні оперують поняттями області визначення, області задання і області значень функції (рис. В. 7-11).

Завдання з тренувального перейде в розряд розвиваючого, якщо запропонувати учням описати рівняннями малюнок, виконаний в координатній площині. Тому при вивченні побудов графіків функцій за допомогою елементарних перетворень актуальним буде творчий проект „Малюємо графіками функцій”. Кінцевим продуктом в проекті стане колекція малюнків. Завдання для школярів будуть корисними у тому розумінні, що закладають базу для усвідомлення практичного застосування матеріалу – опису графічних зображень за методом функціонального подання. Учням доступно вивчати предмет в ігровій формі. При цьому наявний елемент заохочення, ігровий ефект. Школярі мають можливість проявити нестандартний підхід, творчість, розкрити прихований потенціал дослідника, винахідника. Разом з тим, здійснюється особистісно-орієнтований підхід у навчанні, що забезпечує диференціацію та індивідуалізацію в досягненні певного рівня знань, умінь та навичок.

Вивчаючи тему „Функція” у восьмому і дев'ятому класах, подаємо учням добірку рівневих нестандартних завдань. В цих завданнях здійснюється акцент на закріплення учнем основних взаємопов'язаних інформаційних блоків теми та виявлення і закріплення певного способу розумових дій. Завдання, запропоновані в проекті, перекликаються з наведеними в тому плані, що школярам доводиться оперувати поняттями області визначення та області задання функції; досліджувати поведінку функції на відрізках області визначення чи області задання. Необхідно з'ясувати вплив параметрів функції на розміщення графіка функції на координатній площині, виявляти певні закономірності; встановлювати відповідність між графіками функцій та їх формулами, що сприяє більш глибокому розумінню призначення параметрів, знаходження відповідних відрізків області визначення; дослідження значень відповідних параметрів функції, що впливають на графічне зображення при його переміщенні на координатній площині. Школярам доводиться використовувати відомості про властивості функції. Наприклад, коли прями паралельні; коли вітки параболи напрямлені вгору, коли абсциса вершини параболи

від'ємна тощо? Вільне володіння знаннями з даної теми у поєднанні з творчою фантазією при створенні та описуванні малюнків сформує міцний фундамент для вивчення наступних розділів математики.

Виявляється, що в окремих учнів виникають проблеми при створенні малюнка для описування, а не лише при добиранні функцій. Звісно, що простіше побудувати графік функції за готовою формулою. Інша справа, коли потрібно проаналізувати – графіки яких функцій (чи частини графіків) нагадують ті чи інші криві, підібрати формулу, з'ясувати вплив коефіцієнтів, можливо, зробити корекцію малюнка тощо. Тобто, побудови малюнків створюють передумови формування не лише творчої уяви і фантазії, але й таких пізнавальних якостей, як уміння аналізувати, синтезувати, креативної якості – здібності до формування залежності. Проблеми формування зазначених якостей піднімалися нами у публікаціях [83], [104]. За допомогою GRAN1 можна не тільки побудувати графіки функції з певною областю задання, але й наближати криві графіками певних функцій. Обираємо в GRAN1 тип залежності „Таблична”, створюємо об'єкт Таблиця, зазначаємо степінь многочлена, будуємо графік. Звернемо увагу на можливість добору коефіцієнтів, наприклад квадратичної функції, через зміну параметрів у формулі  $y = ax^2 + bx + c$ . В GRAN1 для цього створюють об'єкт  $y = P1 * x^2 + P2 * x + P3$ , де  $P1$ ,  $P2$ ,  $P3$  – коефіцієнти, які можна змінювати, якщо рухати бігунок параметра. Більша затрата часу при такому доборі функції компенсується тим, що учні глибше усвідомлюють зміст параметрів.

Завдання на створення малюнків можна диференціювати виставленням вимоги: для описування кривих, що мають вертикальну вісь симетрії задіяти перетворення  $y = f(|x|)$ , з горизонтальною віссю – перетворення  $|y| = f(x)$ . Учням, що поглиблено вивчають математику, можна запропонувати задіяти функції, які містять цілу та дробову частину числа. Наприклад, „рівняння трави” задається формулою  $y = k\{x\} + b$  періодичної функції. В GRAN1 для цього створюється об'єкт явного типу задання  $y = k * (x - \text{int}(x)) + b$ . Дробова частина представлена як різниця між числом та його цілою частиною. Для розфарбовування частин

малюнка учні будують ГМТ, задані відповідними нерівностями і перевіряють за допомогою програмного засобу. Малюнок „Мій кіт” (рис. 2.5) описано поданими нижче рівняннями та нерівностями у форматі для Advanced Grapher, доступними для побудови у 9-му класі при поглибленому вивченні математики.

Об’єкти явного виду задання:

- 1)  $y=x*x/4, x \in [-6,5;6,5];$
- 2)  $y=10, x \in [-5;-3];$
- 3)  $y=2, x \in [-1;1];$
- 4)  $y=9, x \in [-4;-2];$
- 5)  $y=9, x \in [2;4];$
- 6)  $y=x*x+1, x \in [-1;1];$
- 7)  $y=-0.25*x^2+abs(x)+3,$
- 8)  $y=-0.35*x^2+abs(x)+3, x \in [-3;3];$
- 9)  $y=-0.5*x^2+abs(x)+3, x \in [-2,5;2,5].$

Об’єкти неявного виду задання  $f(x,y)$ :

- 1)  $y+abs(abs(x)*2-8)-15=0, x \in [-10;10]; y \in [10;15];$
- 2)  $y+abs(abs(x)*2-8)-12<0, x \in [-10;10]; y \in [10;12];$
- 3)  $y+7*abs(x)-7<0, x \in [-10;10]; y \in [5;7];$
- 4)  $(abs(x)-3)^2+(y-8)^2-0.5=0$
- 5)  $(abs(x)-3)^2+(y-8)^2-0.05<0$
- 6)  $y+2*x^2-1.5<0, x \in [-10;10]; y \in [1;2].$

- $Y(x)=x*x/4$
- $Y(x)=10$
- $Y(x)=2$
- $Y(x)=9$
- $Y(x)=9$
- $y+abs(abs(x)*2-8)-15=0$
- $Y(x)=x*x+1$
- $y+abs(abs(x)*2-8)-12<0$
- $y+abs(5x)-7<0$
- $(abs(x)-3)^2+(y-8)^2-0.5=0$
- $(abs(x)-3)^2+(y-8)^2-0.05<0$
- $-2x^2+1.5-y>0$
- $Y(x)=-0.25*x^2+abs(x)+3$
- $Y(x)=-0.35*x^2+abs(x)+3$
- $Y(x)=-0.45*x^2+abs(x)+3$

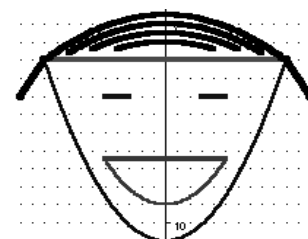
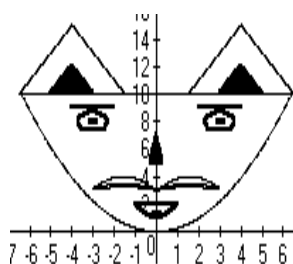


Рис. 2. 5. Малюнки „Мій кіт”, „Театральна маска”

При побудові ГМТ, заданих рівняннями, враховують особливості. Наприклад, графік функції  $y=-abs(abs(x)*2-8)+15$  потрібно будувати двічі, оскільки за один раз умову області задання функції  $1.5<|x|<6.5$  подати не можна. Якщо ж для побудови ГМТ створити об’єкт неявного типу задання, то побудову можна здійснити за один раз, оскільки при створенні вказують як відрізки для  $x$ , так і для  $y$ . У побудовах використано лінійну, квадратичну функції, функції з модулями;

задіяне також рівняння кола.

Малюнок театральної маски виконано дещо простіше, його описано графіками лише квадратичної та лінійної функцій. Побудова функцій, що описують малюнок, буде доступною також учням гуманітарних класів. Добірку функцій подаємо у форматі для GRAN1:

$$1) Y(X)=X^2; 2) Y(X)=X^2+20; 3) Y(X)=45; 4) Y(X)=100; 5) Y(X)=-X^2/4+125; \\ 6) Y(X)=-X^2/4+120; 7) Y(X)=-X^2/4+115; 8) Y(X)=-X^2/4+110; 9) Y(X)=80.$$

Вивчаючи в 10-му класі тригонометричну форму комплексного числа, школярі побіжно ознайомлюються з полярною системою координат. Щоб краще зрозуміти спільне та відмінне між обома системами координат, доцільно запропонувати учням побудувати кілька графіків в полярній системі координат за допомогою ППЗ. У п'ятипелюсткової троянди, заданої формулами  $R(F)=5*\sin(P1*F)$ ,  $R(F)=5*\sin(P1*F+P2)$  (рис. В.11), при зміні параметра  $P2$  рухаються по колу пелюстки, оскільки змінюється початкова фаза. Учень може розглядати різні комбінації відомих йому функцій, зокрема періодичних, створювати різноманітні композиції. Важливо, щоб змодельовавши подібні візерунки, школярі проаналізували, як побудовано графіки, з'ясували вплив параметрів. Тобто, від несвідомого перейшли до свідомого, щоб отримати підґрунтя для нових творчих актів.

Вивчаючи застосування похідної, визначеного інтеграла, ми впроваджували проекти „Бюро добрих послуг”, де розглядали задачі практичного змісту. В проекті, що стосується застосування визначених інтегралів до розв'язування задач геометрії, фізики, економіки, група „інформатиків” представляла матеріали розв'язування задач за допомогою ППЗ. В табл. 2.1 подано зміст творчо – пошукових завдань, які можуть виконувати школярі, готуючись до уроків систематизації і узагальнення з теми „Інтеграл” у формі конференції. Урок складено на основі інтерактивної технології кооперативного навчання „робота в малих групах”, „пошук інформації”; побудовано на інтегративній основі (математика + фізика + інформатика). На конференції доповідають про результати пошукової роботи математики, фізики, інформатики, економісти, історики. Учні, об'єднані у групу „Інформатики”, наближено обчислювали

Таблиця 2. 1.

## Зміст завдань до підсумкового заняття теми „Визначений інтеграл”

	План проведення учнівської конференції, зміст творчо-пошукових завдань для груп	Виконавці
1	Повідомлення теми, мети уроку, мотивація навчальної діяльності.	
2	Інструктаж щодо плану роботи конференції, визначення очікуваних навчальних результатів.	
3.	Історична довідка. Підготувати повідомлення про видатних математиків, чий імена пов'язані з розвитком теорії інтегрального числення	Історики
4	Обговорення питань конференції згідно з тематикою	
4а	Основні методи інтегрування: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ теоретичний блок;</li> <li>▪ обчислення інтегралів за методом розкладання, зокрема, на прості дроби,</li> <li>▪ підготувати завдання з використанням геометричного змісту визначеного інтеграла;</li> <li>▪ підготувати приклади на використання заміни змінної,</li> <li>▪ підготувати приклади на інтегрування частинами, з використанням прикладних програм, випереджаюче завдання</li> </ul>	Математики  Інформатики
4б	Застосування інтеграла в геометрії <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ теоретичний блок (обчислення площ фігур, об'ємів тіл),</li> <li>▪ теоретичний блок (об'єми тіл обертання);</li> <li>▪ підготувати добірки завдань на обчислення об'єму тіла обертання; площі фігури;</li> <li>▪ створити презентацію „Об'єми тіл обертання” за допомогою Microsoft PowerPoint, що містить теоретичні відомості, копії екранів GRAN;</li> </ul>	Математики  Інформатики
4в	Наближені обчислення з використанням GRAN1 <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Обчислення площі поверхні тіла обертання, об'єму тіла обертання</li> <li>▪ Обчислення площі фігури, заданої формулою в полярних координатах (додаткове завдання);</li> <li>▪ Наблизити криву ламаною. Оцінити точність обчислення площі фігури, об'єму тіла обертання</li> </ul>	Інформатики
4г	Економічний зміст визначеного інтеграла, задачі з економіки <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ визначення коефіцієнта Джинні,</li> <li>▪ застосування функції Кобба-Дугласа,</li> <li>▪ визначення середнього часу на випуск одиниці продукції.</li> </ul>	Економісти  випереджаюче завд.
4д	Застосування визначеного інтеграла у фізиці <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ теоретичний блок (систематизація типів задач, основні формули);</li> <li>▪ задача на обчислення роботи газу;</li> </ul>	Фізики

Продовж. табл. 2.3

4д	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ обговорення результатів дослідження з фізики,</li> <li>▪ демонстрація дослідів,</li> <li>▪ підготовка добірок задач з розв'язуваннями;</li> <li>▪ задача на обчислення роботи для побудови піраміди Хеопса;</li> <li>▪ історична довідка про єгипетські піраміди.</li> </ul>	Фізики  Історики
5	Підведення підсумків роботи. Відбір матеріалів для випуску „Інформаційного дайджесту”.	Всі групи

визначені інтеграли через самостійно створені програми чи за допомогою GRAN1. Девізом конференції обрали слова Івана Франка: “Хто пірнув до дна в глибину знань, той, хоч і труду мав досить, дивні перли з тої глибини виносить”.

Вивчаючи многогранники, організовували роботу учнів над проектом „Перерізи многогранників”, об'єднували їх у групи в залежності від того, які засоби для побудови будуть застосовуватися – Microsoft PowerPoint, динамічна геометрія GRAN-2D чи DG, ППЗ GRAN-3D. Виконувалися побудови перерізів за методом слідів та внутрішнього проектування на основі центрального чи паралельного проектування, комбінованим методом. На можливостях формування в учнів просторової уяви в процесі впровадження проекту зупинимося далі. Результати дослідження висвітлювалися в статтях [85], [97].

Таким чином, для формування активної, творчої, самосвідомої та відповідальної особистості, здатної до самореалізації у сучасному інформаційному суспільстві, на передній план виходять не тільки знання, уміння і навички, засвоєні учнем, а насамперед здатність особистості вчитися і здобувати нові знання, практичне застосування знань. Вивчення математики за методом проектів ППЗ, дає можливість поглибити зміст, посилити евристичну складову проектів. Підсумовуючи сказане, відокремимо ті ідеї навчання за методом проектів, які підкреслюють необхідність та доцільність його використання в процесі навчання математики, тому що:

1) сприяють фундаменталізації навчання через глибоке, усвідомлене засвоєння базових знань, що забезпечується за рахунок їх універсального використання в різних ситуаціях, передбачених роботою над проектом;

2) забезпечують розвиваюче навчання завдяки комплексному підходу до розробки навчальних проєктів; в тому числі, сприяють розвитку творчого, критичного мислення учня, формуванню умінь самостійно конструювати свої знання, умінь орієнтуватися в інформаційному просторі;

3) стверджують особистісно-орієнтований підхід у навчанні, підвищують внутрішню мотивацію школяра, саме через гармонійне вбудовування освітнього процесу в логіку діяльності учня, що має для нього особистісний зміст;

4) проєктні технології вирішують в значній мірі проблему гуманізації навчання; роблять математику більш привабливою для тих учнів, рівень математичних знань яких невисокий.

### **2.2.2. Розвиток просторової уяви і просторового мислення засобами ІКТ**

Просторове мислення як різновид образного мислення і важлива грань інтелектуального розвитку школяра відіграє важливу роль в оволодінні знаннями основ наук. Вільне оперування просторовими образами необхідне при графічному моделюванні, що опирається на математизацію та формалізацію багатьох областей знань, передбачає об'єднання їх у системи, виявлення структурних зв'язків. Всебічно розвинену особистість характеризують розвинена просторова уява та просторове мислення. Розвиток здібностей до просторових уявлень і уяви тісно пов'язаний з вивченням геометрії, особливо стереометрії. Тому ефективне застосування в навчанні стереометрії інформаційно-комунікаційних технологій з метою розвитку просторової уяви і просторового мислення сприятиме становленню учня як всебічно розвиненої особистості.

В першому розділі нашого дослідження ми з'ясували, що особливості просторового мислення та його вплив на розумовий розвиток школярів досліджували І.С. Якиманська [258], Н.А. Менчинська [136], С.Л. Рубінштейн [189] та ін. І.С.Якиманською відповідно до трьох типів оперування образами виділено три типи розвитку просторового мислення (низький, середній, високий) [258,121]. Цей показник позитивно корелюється з такими показниками, як широта оперування просторовим образом, повнота образу, його динамічність,

узагальненість, зворотність та ін. В посібнику [53] М.І. Жалдак та О.В. Вітюк подають рекомендації для використання ППЗ Gran-2D, Gran-3D.

На основі аналізу теоретичних джерел, ППЗ, педагогічного досвіду нами встановлено, що через впровадження ІКТ розширюються можливості враховувати індивідуальні особливості учня та його здібності, однак методика застосування ППЗ для розвитку просторового мислення школяра розроблена не в повній мірі. Тому зазначена проблема потребує подальшого дослідження та апробації при вивченні курсу стереометрії.

Мета дослідження - продемонструвати можливості ІКТ у формуванні просторової уяви і просторового мислення як компонентів творчої особистості школяра. Мета конкретизувалася у завданнях: проаналізувати системи вправ, запропонованих в [235], [253], [258] з точки зору доцільності використовувати для їх виконання ППЗ; з'ясувати наявні можливості для створення динамічних демонстраційних моделей (сучасної модифікації стереометричного ящика) засобами GRAN та DG; розглянути методику побудови перерізів многогранників засобами ІКТ.

Оперування просторовими образами - це і вміння за плоским зображенням відтворити просторові форми і характеристики реального технічного об'єкту, і вміння уявити його в динаміці, у взаємозв'язках з іншими об'єктами. Як показує практика, значна частина старшокласників надзвичайно складно сприймає перехід „від площини” до „простору”, не вміє читати рисунок, плоске креслення не сприймає як об'ємне. Учні відчувають труднощі при визначенні співвідношень між окремими елементами зображення, мисленно не можуть змінювати їх розташування, розділяти фігуру на частини чи, навпаки, „склеювати” її з наявних частин. Це пов'язано з досить низькою графічною культурою багатьох школярів, оскільки для задач на побудову в шкільному курсі математики відводиться обмаль часу. Крім того, в 7-9 класах учні переважно оперують образами плоских фігур.

Згідно з [235], [253] ефективно розвиває просторове мислення школярів виконання таких типів вправ: 1) пошук зображення серед кількох даних для пред'явленого об'єкта; 2) знаходження об'єкта, що відповідає даному



зображенню, з деякого набору об'єктів; 3) завершення зображення відомої фігури за її фрагментом; 4) ідентифікація різних зображень одного і того ж просторового об'єкта; 5) впізнавання фігури за її проекціями; 6) визначення взаємного розташування кількох фігур за їх зображенням; 7) оцінювання форми і розмірів фігури; 8) побудова проекцій заданої фігури; 9) побудова зображення об'єкта за його проекціями; 10) зображення об'єкта за його словесним описом; 11) виготовлення моделі за її кресленням, за пред'явленим об'єктом, за описом; 12) впізнавання і зображення об'єкта, отриманого (мисленною) зміною (за допомогою повороту, симетрії, паралельного перенесення) положення заданого об'єкта; 13) зображення перерізу заданих фігур (в тому числі після мисленого їх переміщення); 14) зображення частин фігури після її мисленого розтину.

З нашої точки зору, вправи 1), 2), 6) відповідають низькому; 3), 4), 5), 7), 8), 9), 10), 11) – середньому, 12), 13), 14) – високому типу розвитку мислення.

Проведені нами дослідження свідчать, що новий крок у розвитку просторової уяви, просторового мислення школяра дозволяє зробити використання ППЗ, а серед них україномовних GRAN, DG. Дослідження ефективності застосування ІКТ математики для розвитку просторової уяви ми розпочали з встановлення рівня розвитку просторових уявлень учнів. В ході експерименту використовували такі методи, як спостереження, бесіди, опитування. Були проведені діагностичні контрольні роботи на основі яких порівнювали результати роботи експериментального класу з контрольними. Розподіл учнів на три підгрупи у відповідності з типом оперування просторовими образами дозволив підходити до розвитку просторової уяви учнів диференційовано, враховуючи індивідуальні особливості школярів, поступово ускладнюючи завдання, доповнюючи навчальний матеріал наочністю, фіксуючи увагу на практичному застосуванні знань. В контрольних класах навчання проводилось за традиційною методикою, в експериментальному застосовували також ППЗ. Дії з моделями, створеними за допомогою ППЗ, займають проміжну ланку між зовнішніми діями з геометричними тілами та мисленими внутрішніми діями. Наголосимо на тому, що мисленні дії повинні передувати зовнішнім, щоб задіяти та розвинути уяву учнів.

За допомогою GRAN-3D і GRAN-2D можна виконати значну частину вправ, що пропонуються для розвитку просторової уяви в [258], [235] [253]. Серед них відмітимо побудову розгортки паралелепіпеда, що розрізаний вздовж семи ребер (GRAN-2D); проектування ламаної, яка проведена через ребра і грані куба; завдання пов'язані з поворотами многогранників; проекціями фігур (GRAN-3D) тощо. За допомогою ППЗ легко повертати поверхні і знаходити серед зображених фігури з певними властивостями. Наприклад, рівнобедрені, прямокутні трикутники; чотирикутники, у яких є пара паралельних сторін, рівнобічні трапеції тощо. Багато з представлених задач доцільно запропонувати учням ще й тому, що моделі до них вони можуть виготовити самостійно.

Дослідження за допомогою GRAN-3D проводяться як з базовими об'єктами, так і з самостійно сконструйованими, що дозволяє створити модифікований стереометричний ящик. Доцільно запропонувати учням самостійно підготувати комп'ютерні моделі. Наприклад, піраміди, в яких вершина проектується в одну з вершин основи чи на одну з сторін; піраміди, в основі яких лежать прямокутники, ромби, трапеції чи інші многокутники тощо. Учень за допомогою GRAN-3D може здійснити різні обчислення, що стосуються многогранника чи тіла обертання, побудувати переріз многогранника площиною. За допомогою ППЗ потрібно здійснювати практичну роботу з просторовими об'єктами: змінювати їх положення (обертати навколо довільного центра на певний кут, паралельно переносити), деформувати, розділяти на частини; демонструвати лінійні кути двогранних кутів, кут між прямою і площиною, спільний перпендикуляр мимобіжних прямих тощо. Наочність забезпечується режимом „Півтонового зображення” та наявністю горизонтальної та вертикальної смуг прокрутки, що дає можливість розглядати тіла з усіх боків, у трьох проекціях (режими вироджених осей  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ ).

Використовуючи GRAN-2D та DG, школярі мають можливість створювати на площині динамічні моделі, встановлювати зв'язки між окремими деталями чи компонентами, шляхом аналізу динамічних виразів відкривати теореми, висувати гіпотези стосовно ГМТ чи співвідношень між певними величинами, при яких отримуємо ті чи інші екстремальні значення. Використовуючи динамічні

розгортки многогранників, створених за допомогою ППЗ, школярі здійснюють мисленні перетворення образів. Розв'язуючи задачі на обчислення об'ємів тіл обертання за допомогою інтегралів, доцільно застосувати GRAN1, оскільки побудови тіл обертання за допомогою ППЗ сприяють неформальному засвоєнню знань. За допомогою GRAN зручно продемонструвати застосування теореми Гульдіна, оскільки над замкненою ламаною, що обертається, можна здійснити попередньо паралельне перенесення, деформацію вздовж осей координат, поворот на довільний кут навколо початку координат.

Розвиває просторову уяву школяра створення многогранників за їх розгортками і описами. Колекцію правильних, напівправильних, зірчатих многогранників представлено в книзі М. Венніджера<sup>1</sup>. Для створення їх розгорток за допомогою GRAN-2D варто попередньо підготувати макроконструкції для побудови многокутників за відомою стороною засобами ІКТ вмонтовувати і переглядати кліпи для ознайомлення із зазначеними многогранниками.

Важливу роль у сприйманні й усвідомленні учбового матеріалу відіграють фактори мотиваційного характеру. Однією з умов успішного навчання є застосування принципу наочності, який поживляє навчальний процес, збуджує ініціативу та мислення учнів, привчає їх до аналізу та узагальнення. З метою підвищення ефективності сприйняття та засвоєння стереометричного матеріалу, для подолання труднощів при перекодуванні інформації умовно-графічного зображення просторового тіла та створенні адекватного просторового образу, пропонуємо доповнити теоретичний матеріал мультимедійними інтерактивними демонстраційними моделями, створивши модифікований стереометричний ящик засобами ІКТ. Він особливо важливий при введенні понять, аксіом, теорем. При цьому варто заохотити спроби школярів самостійно підготувати динамічні моделі до уроку, адже оволодіння знаннями залежить не стільки від пам'яті, скільки від тієї діяльності, в яку включається учень. Від системи розумових операцій, котрі

---

<sup>1</sup> Венніджер М. Модели многогранников. Пер. с англ. В.В.Фирсова. Под ред. и с послесл. И.М.Яглома, М., „Мир”, 1974. – 236 с.

він здійснює при їх засвоєнні.

Модель і рисунок дають змогу учням виділити ознаки просторових фігур і абстрагуватися від несуттєвих, виконати узагальнення, помітити потрібні відношення і зв'язки між елементами фігур, здійснити аналіз через синтез при доведенні теорем і розв'язуванні задач, узагальнити проведені доведення, поширивши твердження на всі фігури певного типу. Стереометричний малюнок все ж дає просторові образи в спотвореному виді. І тоді на допомогу школяреві приходить логіка. В значній кількості шкільних задач, зв'язаних з побудовою на зображеннях, вимагається виконувати побудову перерізів заданих просторових фігур. Способи задавання перерізів різноманітні і універсального методу їх побудови не існує. В посібниках [204], [113] виділяється: 1) метод слідів; 2) внутрішнього проектування (спосіб відповідності); 3) комбінований метод.

Виконані нами в 2004-2007 рр. дослідження в Криворізькому Жовтневому ліцеї показали ефективність застосування динамічних моделей на уроках стереометрії (поглиблене вивчення) в 11 класі і особливо під час перших уроків стереометрії в 10-му класі, коли школярі опановують аксіоматику, вивчають властивості проектування. Динамічні моделі в рамках навчального проекту „Перерізи многогранників” створено засобами PowerPoint, динамічної геометрії GRAN-2D, GRAN-3D та DG (рис.2.6). Пропонуються побудови перерізів методом слідів та внутрішнього проектування на основі центрального чи паралельного проектування. Розв'язування задач на побудову перерізів зводиться до знаходження точок перетину січної площини з ребрами многогранника. З.І. Слєпкань [204,466] рекомендує навчання побудовам перерізів розпочати зі складання алгоритмів до базисної задачі: дано три точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , їх проекції і проекція  $D_1$  четвертої точки на основній площині. Знайти на площині  $ABC$  точку  $D$ , проекція якої  $D_1$  відома при заданому напрямку проектування. Тому в проекті розміщено чотири динамічні моделі до базисної задачі та подано алгоритми побудови. В посібнику [113,17] зауважують, що для розвитку просторової уяви більш раціональним є знаходження сліду площини перерізу в площині будь-якої грані, відмінної від площини нижньої основи многогранника. Під час побудови

перерізу призм рекомендується скористатися паралельним проектуванням, для пірамід – центральним. Зазначені ППЗ, а в значній мірі DG, після налаштування режиму перегляду, дозволяють покроково відтворити хід побудови перерізу, повертати многогранники, розглядати вид зверху, зробити моделі інтерактивними – можна вмикати кнопки побудови перерізу, записи ходу побудови, звуковий супровід. Характерною рисою просторового образу є динамічність. Рухаючи точки вздовж ребер чи в зазначених площинах, імітуємо рух січної площини. При цьому змінюється форма перерізу і послідовність кроків побудови. В окремих моделях акцент зроблено на рухові січної площини, а хід побудови пропонується учневі записати самостійно у відповідності з коментарями рядка стану.



**Рис. 2. 6. Меню презентації „Перерізи многогранників”.**

Використання методу відповідності продемонструємо на прикладі задачі на побудову перерізу шестикутної піраміди площиною, що проходить через точки на ребрах  $A, E, C$ . Знаходять точку перетину січної площини з ребром  $SB_1$  (Рис. 2. 7):  $E_1B_1 \cap A_1C_1 = X_1$ ,  $AC \cap SX_1 = X$ ,  $EX \cap B_1S = H$ . Виконуючи побудови  $C_1E_1 \cap A_1D_1 = Y_1$ ,  $CE \cap SY_1 = Y$ ,  $AY \cap SD_1 = D$ , встановлюють точку на ребрі  $SD_1$ . Для перетину ребра  $SF_1$  виконують дії:  $A_1D_1 \cap C_1F_1 = Z_1$ ,  $SZ_1 \cap AD = Z$ ,  $CZ \cap SF_1 = F$ .  $AHCDEF$  – шуканий переріз. В ППЗ для того, щоб прибрати лишні лінії використовують можливості „сховати”, „зробити невидимим”, вибирають відповідний колір. Для акцентування уваги на ключових побудовах в режимі „налаштування відтворення побудови” знімають відмітку з допоміжних.



Для цього користуються послугою "Переріз". Кращий ефект при розгляданні і усвідомленні результату досягається, якщо розфарбовувати у різні кольори площину та обидві з частин розрізаного многогранника і здійснювати в режимі „Півтонового зображення” повороти, рухаючи повзунок вертикальної чи горизонтальної смуг прокрутки. Для обох частин многогранника виконуються різні обчислення, які вручну зробити надто складно. Цей „плюс” ППЗ, який дозволяє також розглянути широкий клас прикладних задач.

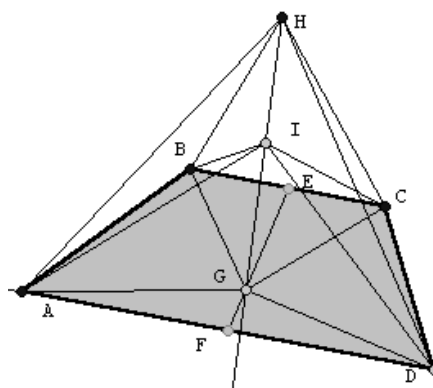
Звернемо увагу ще на один аспект застосування GRAN-3D - на розв'язання проблеми гуманізації освіти. За допомогою ППЗ окремі школярі, які недосконало володіють алгоритмами побудови перерізів, зможуть розв'язувати задачі наближено. Комп'ютер створить для них ситуацію успіху. Отриманий на комп'ютері результат школяр може порівняти з отриманим вручну, виявити недоліки і таким чином удосконалити навички самоконтролю. Виходячи з того, що просторовий образ формується на графічній основі, переконані, що результати навчання будуть тим кращими, чим більше послуга конструювання об'єктів в електронних засобах буде наближеною до виконання побудов вручну.

Використовуючи динамічні моделі многогранників, створені за допомогою GRAN-2D, можна проводити деякі дослідження, що базуються на властивостях паралельного проектування. Наприклад, зручно створити модель до наступної задачі: дослідити, що відрізки, які з'єднують вершини тетраедра з точками перетину медіан протилежних граней, перетинаються в одній точці (центрі ваги тетраедра) і діляться в ній у відношенні 3:1, починаючи від вершини. Переконатися, що в цій точці перетинаються і діляться пополам відрізки, які з'єднують середини протилежних ребер. Процес побудови названими засобами наближений до побудови вручну, тобто враховуються властивості паралельного проектування. До переваг комп'ютерних моделей віднесемо динамічність отриманих креслень. Фігуру можна розташувати в найкращому ракурсі, легко змінивши розташування опорних точок, покроково відтворити хід побудови, розмістити підказки до умови завдання чи до ходу розв'язування. Наведемо приклади завдань з підготовленими до них за допомогою ППЗ динамічними





які йде мова в умові задачі, розташовані з одного боку відносно площини правильного трикутника та по різні боки від площини (рис.2.10).



**Рис. 2. 10. Побудоване креслення до задачі про трапецію**

Експериментальна перевірка запропонованої методики навчання учнів з активним використанням на уроках геометрії ППЗ свідчить про набуття школярами вмінь та навичок правильно виконувати просторові рисунки, про підвищення рівня знань та умінь учнів. Проаналізовано системи вправ на розвиток просторової уяви і встановлено доцільність застосування до значної її частини ППЗ. Підтверджено ефективність застосування динамічних демонстраційних моделей, створених засобами GRAN, DG, Microsoft Office на уроках стереометрії, в тому числі при вивченні побудови перерізів многогранників. Застосування комп'ютерних технологій в курсі стереометрії дозволяє удосконалити зміст, врахувати індивідуальні психологічні особливості учнів, підвищити наочність навчання, сприяє розвитку просторової уяви та просторового мислення, пізнавальної самостійності, здатності до міжособистісного спілкування, цілеспрямованості та ін.

Застосування ІКТН математики в системі активних методів навчання, зокрема через створення навчальних проєктів, забезпечує розвиток пізнавальних навичок учнів, умінь самостійно конструювати свої знання, умінь орієнтуватися в інформаційному просторі, розвиває творчу особистість школяра.

**2.2.3. Пошуково-дослідницька діяльність учнів у процесі вивчення змістової лінії „Функції” з використанням ІКТ.** Дослідницька навчальна діяльність школяра тісно пов'язана з розвитком таких його креативних особистісних якостей, як інтелектуально-евристичні здібності, що включають в себе здібності генерувати ідеї, висувати гіпотези, переносити знання і уміння в нові ситуації, висувати оригінальні підходи та стратегії розв'язування творчих задач. Тому вчитель математики має не просто подати школяреві істину, а навчити її знаходити; на основі міцних базових знань розвивати в учнів мислення, інтуїцію, уяву. Як зазначає М.І. Жалдак [50,7], сучасні ІКТ мають значний педагогічний потенціал, який може забезпечити розвиток неформалізованих творчих компонентів мислення. Тому розвивальне навчання математики засобами ІКТ сприятиме становленню творчої особистості.

Проблеми реалізації дослідницьких ідей в навчанні математики розглядали такі математики і методисти, як М.І.Бурда [16], О.І.Скафа [199], [201], З.І.Слепкань [203], В.П. Кисільова [71], І.В. Калашніков [64], Т.П. Кушнір [111] та ін. Особлива заслуга в розробці дослідницької діяльності як педагогічної проблеми належить Д.Пойа. В посібнику [161] автор акцентує увагу на тому, що навчання повинне готувати учня до відкриття і не подавлювати в ньому ростки винахідливості. Сутність дослідницького підходу з використанням ІКТ, зокрема при вивченні властивостей функцій висвітлювали М.І. Жалдак [51], Ю.В.Горошко [35], Є.Ф.Вінниченко [21], Т.В. Зайцева [59], І.В. Лупан [123], Т.Лисенко [114], С.А. Раков [178] та ін. Ними досліджувалися різні аспекти пошуково-дослідницької діяльності учнів, проте організації цього виду діяльності на уроках алгебри з використанням ІКТ в умовах особистісно-орієнтованого навчання достатньої уваги не приділялося. Подальшої розробки потребує методика використання оновлених версій ППЗ GRAN у процесі вивчення змістової лінії функції.

Мета дослідження конкретизувалася в завданні відібрати матеріал шкільного курсу математики, що пов'язаний з вивченням функцій та їх властивостей, розробити рекомендації щодо його вивчення дослідницьким

методом із застосуванням ППЗ в умовах особистісно-орієнтованого навчання.

Під пошуково-дослідницькою діяльністю учнів ми розглядаємо таку навчально-пізнавальну діяльність, що спрямована на самостійне набуття суб'єктивно нових математичних знань на основі аналізу наявних даних, висунування гіпотез та їх обґрунтування. В ході пошуково-дослідницької діяльності удосконалюються дослідницькі уміння учнів. Під такими ми розумітимемо вміння, прогнозувати кінцевий результат роботи, знаходити певні закономірності, досліджувати їх на основі висунених гіпотез, перевіряти гіпотези, шукати шляхи їх обґрунтування, використовувати для дослідження програмні засоби.

Педагогічний програмний засіб GRAN, який ми використовували як один із засобів візуалізації задачі та її розв'язку, дозволяв зробити діалог учня та вчителя більш доступним та евристичним. За допомогою GRAN1 школярі будували та аналізували функціональні залежності явного  $y(x)$  та неявного  $G(x,y)$  видів, які задані в декартових чи в полярних координатах, параметрично, таблично. Модифікований GRAN1 дозволяє введення і одночасне оперування в програмі дев'ятьма параметрами P1, P2, ...P9, що відкриває нові можливості для реалізації дослідницького навчання математики.

Впроваджуючи ІКТН математики, організовували проведення обчислювального експерименту, що застосовується при формулюванні понять, при перевірці відомих тверджень та більш глибоких досліджень. Завдяки дослідницькому методу мали змогу досягати більш високого рівня навчання та проблемності пізнавальної активності, на основі чого в учнів створювалися нові пізнавальні навички та потреба у набутті інших. Як зазначає С.А.Раков [177], дослідницький підхід не є самоціллю – він складає методологічну основу набуття випускниками високого рівня математичних компетентностей (процедурних, логічних, дослідницьких, технологічних, методологічних), які за сучасними поглядами є метою (або навіть місією) математичної освіти. Навчальні дослідження є вищою формою творчості учнів. Організація самостійної творчої роботи учнів з використанням ІКТ у курсі математики потребувала від учителя найвищої кваліфікації і математичної, і педагогічної, і у галузі ІКТ. Продуктивна

творча самостійна робота учнів відбувалася в процесі постійного обговорення та співпраці у дослідницькій спільноті, яку утворювали однокласники, вчитель, будь-які інші зацікавлені особи. Намагалися якомога менше втручатися у творчі процеси, виконували роль наставника, менеджера. Проблеми, пов'язані з формуванням особистісних якостей учнів в процесі вивчення лінії функції, висвітлювалися нами в публікаціях [88], [89], [83], [82], [86], [105].

Однією з ефективних форм застосування ІКТ в навчанні математики було проведення спеціалізованих лабораторних робіт, на яких учні індивідуально або у складі дослідницької групи самостійно розв'язували математичні задачі дослідницького типу, наприклад, у комп'ютерному класі. У структурі лабораторної роботи зазвичай виділяли три основні блоки, перший з яких є мотиваційним, що включає вступне слово вчителя, актуалізацію знань та умінь учнів, постановку завдання, мотивацію навчальної діяльності. У ввідній частині уроку обговорювали з цілим класом мету уроку, мету запланованих дослідницьких робіт, а також якомога детальніше те, що учні повинні робити. Другий блок є власне практичною частиною заняття, що передбачає роботу з педагогічним програмним засобом і виконання різних типів завдань таких, як експериментальна перевірка істинності тверджень, проведення досліджень з метою висунення гіпотези. В ході практичної частини лабораторної роботи варто передбачити виконання різноманітних творчих завдань прикладного характеру.

Обговорення результатів дослідження, узагальнення та систематизація способів діяльності, прийомів та методів розв'язування завдань, яких набули учні в ході роботи з програмним засобом, здійснювали в кінці уроку або ж по ходу заняття, якщо передбачено виконання кількох дослідницьких вправ. Запитання до учнів, подані в письмовій чи в усній формі, спонукали їх до здійснення різних розумових дій. Надзвичайно важливо, щоб перед початком обговорення учні записали власний висновок (звіт), який після обговорення може дещо змінитися, уточнитися. Однак, фіксація думки школяра згідно з Андрєєвим [2] є надзвичайно важливою для розвитку інтелектуально-евристичних здібностей особистості.

Заключний блок передбачав як обґрунтування висунутих гіпотез,

розглядання різних способів розв'язування задачі, так і фіксацію основних рекомендацій для обґрунтування. Показником системності засвоєння знань були уміння учнів розповісти про спостережені процеси, явища, засвоєні закони, теорії тощо. В той же час, завдання зробити висновки або заповнити таблицю іноді пропонували учням як домашнє, якщо на уроці не вистачало часу. Іноді відстрочка виконання завдання (аргументації) може бути також і прийомом розвитку творчої особистості школяра, якщо інкубація (визрівання ідей) ще не відбулася. Оскільки на лабораторних роботах учні фактично створюють для себе посібник у таблицях, то в подальшому можливість використовувати його на уроках чи вдома посилить мотивацію навчання.

Лабораторні роботи з використанням GRAN здебільшого виконували на початку вивчення певної теми, оскільки GRAN в більшій мірі є засобом інструментального, ніж контролюючого характеру, і тому найбільш ефективний при ознайомленні з новим матеріалом та при розв'язуванні задач дослідницького характеру. Передувати лабораторній роботі може підготовка у формі виконання домашнього завдання, коли повторюється певний теоретичний матеріал, що використовуватиметься при виконанні роботи; аналітично розв'язуються приклади, щоб в подальшому перевірити правильність розв'язку за допомогою ППЗ; складаються (підбираються) задачі, які можна буде розв'язати на лабораторній роботі.

Як можна організувати на уроці дослідницьку роботу школярів? У класі з одним комп'ютером найкращий спосіб використання – це організація малих груп, які по черзі працюють за комп'ютером. У цьому разі кожна група може досліджувати або шукати продуктивні гіпотези, підтвердження гіпотез, але при цьому має досить обмежений час для роботи на комп'ютері. Інший підхід можна реалізувати за наявності в класі комп'ютера з мультимедійним проектором, що значно підвищує дидактичні можливості використання ППЗ. У цьому разі вчитель виступає у ролі менеджера дослідження, а екран монітора чи „сенсорна” дошка перетворюються на дошку динамічних моделей. Для висування гіпотез ефективно використовувати інтерактивну методику „мозковий штурм”, вести навчання

частково-пошуковим та дослідницьким методами. Якщо ж є можливість провести лабораторну роботу в комп'ютерному класі, то працювати за одним комп'ютером краще, все-таки, парами, щоб ефективніше обговорювати результати дослідження. У цьому разі доцільно забезпечити школярів роздрукованими інструкціями стосовно ходу дослідження, завданнями або зошитами з друкованою основою, в якому є відведені місця для занесення результатів спостереження та знахідок. Можна запропонувати школяреві електронні зошити, створені в текстовому чи в графічному редакторах, з яких здійснюються гіперпосилання на файли ППЗ.

На основі проведених досліджень можемо стверджувати, що підсумовуючи результати графічних експериментів, виконаних за допомогою GRAN1, учні можуть ефективно складати інструкції, алгоритми, схеми, узагальнювати способи розв'язування задач. Між діяльністю за алгоритмом, яка в значній мірі є репродуктивною, і діяльністю направленою на складання алгоритмів існує принципова різниця. Остання тісно пов'язана з творчим процесом, який вимагає від виконавця різних логічних операцій: аналізу і синтезу; порівняння та співставлення фактів і явищ, подібності і відмінностей; виділення первинних і вторинних ознак; розкриття причинно-наслідкових зв'язків тощо. Простіші алгоритми можна скласти з учнями в класі за один прийом, більш складні вимагають триваліших пошуків. На заключному етапі роботи формулюються загальні твердження. Графічні експерименти за допомогою GRAN1 дозволяють робити в першу чергу емпіричні узагальнення - створення схем, алгоритмів у цьому разі дає відповідь на питання „Як?”. Щоб здійснити теоретичні узагальнення, потрібно обґрунтувати „Чому?”.

Розглянемо приклади завдань, при виконанні яких зручно організувати дослідження за допомогою GRAN1. В переважній більшості вони взяті з підручників [248], [249] для поглибленого вивчення математики, однак цілком доступні і для учнів загальноосвітнього чи гуманітарного профілів. В ході проведення спеціалізованої лабораторної роботи, на яких учні індивідуально або у складі дослідницької групи самостійно розв'язували математичні задачі дослідницького типу у комп'ютерному класі. Школярі досліджували і висували

гіпотези стосовно властивостей лінійної функції  $y = kx + b$  ( $y = P1 * x + P2$ ), квадратичної функції  $y = ax^2 + bx + c$  ( $y = P4 * x^2 + P5 * x + P6$ ), оберненої пропорційності  $y = \frac{k}{x}$  ( $y = P3 / x$ ), дробово-раціональної  $y = (ax + b) / (cx + d)$ . В дужках до кожної з функцій вказано об'єкт типу „Явний:  $Y = Y(x)$ ” з аналітичним виразом. Для дробово-раціональної функції рекомендували досліджувати об'єкт  $y(x) = P7 + P8 / (x + P9)$ , тобто виділивши цілу частину. У такому записі школярі краще сприймають вплив параметрів.

Тригонометричні функції відіграють важливу роль в математичному описанні багатьох періодичних процесів, що спостерігаються в природі. Наприклад, руху маятника навколо нерухомої осі, руху небесних тіл по еліптичних орбітах. Робота майже всіх машин та механізмів пов'язана з періодичним рухом - рухом поршнів, шатунів. На час вивчення даного матеріалу школярі уже знайомі з елементарними перетвореннями графіків функцій. Новим для них є поняття періодичності функції. Розглянемо формулу  $I = I_m \sin(\omega t + \varphi)$ , яка виражає залежність між силою струму  $I$  та часом  $t$  у ланцюгу змінного струму. Пропонуємо школярам шляхом дослідження за допомогою GRAN1 встановити зміст коефіцієнтів  $I_m$ ,  $\omega$ ,  $\varphi$  гармонічних коливань - амплітуди, циклічної частоти, початкової фази; з'ясувати, який з коефіцієнтів впливає на зміщення графіка функції вздовж осі  $Ox$ ; який з коефіцієнтів впливає на період коливань і як саме визначається період. Необхідно перевірити також висунуту гіпотезу стосовно визначення періоду для функцій  $I = I_m \cos(\omega t + \varphi)$ ,  $y = \text{Atg}(kx + b)$ . Для роботи в GRAN1 вводимо функцію  $Y(x) = P1 * \sin(P2 * x + P3)$  і змінюємо послідовно значення кожного з параметрів  $P1$ ,  $P2$ ,  $P3$ . Досліджуючи, для яких проміжків часу сила струму перевищує (не перевищує) наперед задане число, графічно розв'язуємо тригонометричні нерівності і поступово підводимо школярів до формулювання алгоритму їх розв'язування. В підручнику [248,192] школярам рекомендується також проаналізувати суму двох гармонічних коливань, за умови, що у них а) амплітуди різні, а частоти рівні; б) амплітуди рівні, а частоти різні; в) і амплітуди, і частоти різні. Ця вправа класифікована, як завдання високого рівня.

Дослідження зручно виконати в GRAN1 і зробити припущення стосовно суми періодичних функцій і визначення загального періоду. Проведення дослідження інтенсифікує процеси засвоєння матеріалу. Прикладна спрямованість матеріалу дозволить посилити міжпредметні зв'язки „математика-фізика”, забезпечить підвищення внутрішньої мотивації учня.

Актуалізувавши знання школярів про знаходження оберненої функції, використовуючи означення показникової функції, пропонували шляхом дослідження об'єктів  $y - P1^x = 0$  і  $x - P1^y = 0$  висунути гіпотези стосовно властивостей показникової та оберненої до неї логарифмічної функцій. Доцільно при вивченні заданих функцій провести такі дослідження: порівняти швидкість зростання степеневі функції  $y = x^\alpha$ ,  $\alpha > 0$ , показникової та логарифмічної функцій з основою більшою одиниці при  $x \rightarrow +\infty$ . З цією метою створюються об'єкти:  $Y(x) = x^{P2}$ ;  $Y(x) = (P1)^x$ ;  $Y(x) = \log(P3, x)$ . Для кожного з параметрів задають область зміни і крок зміни:  $P1 \in (1;7)$ ,  $P2 \in (0,1;15)$ ,  $P3 \in (1;7)$ ,  $h = 0,1$ . Необхідність виконання таких досліджень викликана труднощами, які виникають у школярів при побудові графіків. Підсумовуючи результати експериментів, разом з школярами слід здійснити узагальнення, яке допоможе в подальшому простіше обчислювати границі функції, відшукувати горизонтальні та вертикальні асимптоти графіків.

Надто складно давалися школярам побудови графіків, що містили обернені тригонометричні функції. Наприклад, таких функцій, як  $y = \arcsin(\sin(x))$  і

$$y = \sin(\arcsin(x)), \quad y = \arccos\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right), \quad y = \arctg\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \quad [248,207].$$

Для побудови графіка першої функції важливо встановити період функції, непарність, записати аналітичні вирази, перевірити правильність запису через побудову графіка. Підсумком роботи має стати сформульований алгоритм і здійснена його перевірка для функції  $y = \arccos(\cos(x))$  чи  $y = \arctg(\tg(x))$ . Для аналізу і складання алгоритму побудови графіків двох останніх функцій, доцільно побудувати в одній системі координат також графіки внутрішніх функцій, горизонтальні та вертикальні асимптоти графіків.



За допомогою програми GRAN1 учні легше засвоювали побудови графіків через елементарні перетворення, в тому числі, і перетворення з модулями. Однак, з поля зору випадають перетворення, що пов'язані з функцією ант'є від  $x$ . Задачі, що містять цілу і дробову частину числа, досить часто зустрічаються на олімпіадних змаганнях різних рівнів, у збірниках задач до багатьох ВНЗ, є нестандартними і вимагають до розв'язування творчого підходу. Їх по праву називають “шедеврами шкільної математики”, тому цілком виправдане їх розглядання на факультативних заняттях та спецкурсах математики. В нині діючих шкільних підручниках вводиться поняття цілої і дробової частини числа, будуються графіки функцій  $y=[x]$ ,  $y=\{x\}$ ,  $y=\{2x\}$ ,  $y=\{0.5x\}$ , причому два останніх для демонстрації перетворення, заданого формулою  $y=f(ax)$ , і більше ні в десятому, ні в одинадцятому класі таких завдань не зустрічається. Для організації дослідження і вироблення алгоритму побудови ефективно застосувати інтерактивну методику „ажурна пилка”. Об'єднуємо школярів у чотири групи у відповідності до виду перетворення:  $y=[f(x)]$ ,  $y=\{f(x)\}$ ,  $y=f([x])$ ,  $y=f(\{x\})$ , будуємо графіки і, відштовхуючись лише від означення, складаємо і обговорюємо вироблені алгоритми. Так, для першого перетворення складемо таку послідовність дій: будуємо графік допоміжної функції  $y=f(x)$ ; проводимо допоміжні прямі  $y=k$ , де  $k$  - ціле число; через точки перетину прямих з графіком проводимо прямі, паралельні осі ОУ. На кожному з утворених інтервалів будуємо графіки у відповідності з означенням: ціла частина числа – це найбільше ціле число, що не перевищує дане, дробова частина – це різниця між числом і його цілою частиною. Щоб побудувати в програмі GRAN1 графіки функцій  $y=[x^2 - a|x|]$  і  $y=\{x^2 - a|x|\}$ , створюємо для першої функції об'єкт  $y = INT(x^2 - P1 * ABS(x))$ . Для дробової частини на панелі введення даних нема зарезервованої кнопки, тому її потрібно ввести виходячи з означення:  $\{x\} = x - [x]$ .  $y = x^2 - P1 * ABS(x) - INT(x^2 - P1 * ABS(x))$ . І навіть тоді, коли графік побудований за допомогою GRAN1, для школярів залишається невирішеною проблема «виколотих» точок. Оскільки графіки розривних функцій потрібно

будувати лише в режимі „за точками”, то в ході дослідження можна використати прийом „лови помилку”. Активні обговорення, консультації в ході дослідження розвивають комунікативні здібності школярів.

Вивчаючи похідну, надзвичайно корисно виявилось провести за допомогою GRAN1 дослідження, які допомагали учневі глибше усвідомити сутність цього поняття, з'ясувати геометричний зміст похідної, „відкрити” теореми про необхідну умову локального екстремуму; достатню умову монотонності функції; висунути гіпотези стосовно зв'язку, який існує між другою похідною та опуклістю графіків функції. До таких досліджень підштовхує і сам виклад матеріалу за підручником [248], зокрема, означення опуклості через розташування дотичної по відношенню до графіка функції. Запропоновані експерименти можна було виконувати у двох режимах: 1) побудувати в одній системі координат графіки функції, графіки першої та другої похідної; 2) провести дослідження, користуючись послугою „Операції. Похідна”. Дослідження в першому режимі перекликалися із завданням підручника: з'ясуйте, при яких співвідношеннях між коефіцієнтами  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  функція  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  матиме екстремуми? Для дослідження створювали об'єкти явного виду: для функції  $y = P1 * x^3 + P2 * x^2 + P3 * x + P4$ , першої та другої похідної кубічного многочлена  $y' = 3 * P1 * x^2 + 2 * P2 * x + P3$ ,  $y'' = 6 * P1 * x + 2 * P2$ . Звісно, що умову  $b^2 - 3ac > 0$  наявності екстремумів функції, школярі зможуть отримати лише аналітичним шляхом. Крім того, щоб розвивати теоретичне мислення, потрібно висновок зробити до графічних експериментів, в ході яких вони з'ясують, що екстремуми існують, коли графік першої похідної (парабола) перетинає вісь  $Ox$ . Дані експерименти можна розширити в плані дослідження розташування точок  $(x_{\min}, y_{\min})$  і  $(x_{\max}, y_{\max})$  при зміні одного з параметрів, коли зафіксовані інші.

Для дослідження в другому режимі використовували послугу „Операції. Похідна” і будували дотичну до графіка функції  $f(x)$ , що проходить через точку  $(x_0, f(x_0))$ . Якщо абсцису точки дотику задати через параметр, то, плавно змінюючи його значення, будемо рухати дотичну вздовж кривої. При цьому

динамічно обчислюється похідна функції в кожній з розглянутих точок. В ході самостійної лабораторної роботи чи евристичної бесіди на уроці школярі аналізували побудовані графіки, порівнювали проміжки монотонності функції та проміжки знакосталості першої похідної, проміжки опуклості графіків функцій та проміжки знакосталості другої похідної, співставляли нулі похідної та точки екстремумів, нулі другої похідної та точки перегину. Підводити юних дослідників до формулювання необхідної та достатньої умов існування екстремуму, до відшукування алгоритму дослідження на монотонність та екстремуми, на опуклість графіків функцій та точки перегину графіків допомагали діалоги, полілоги.

Учням надавали диференційовану допомогу. Кому важче було проаналізувати графічні образи, пропонували підказки у вигляді незакінчених речень. Під час складання учнями письмового звіту, в обговоренні результатів дослідження в широкому колі використовували інтерактивний прийом „незакінчені речення”, щоб спонукати школярів до здійснення теоретичних узагальнень. Наведемо приклади таких речень: якщо  $a$  – точка екстремуму, то похідна ...; якщо диференційовна функція зростає, то перша похідна.....; якщо диференційовна функція спадає, то перша похідна..; критична точка буде точкою максимуму, якщо....; критична точка буде точкою мінімуму, якщо...; диференційовна функція зростає тоді, коли похідна...; якщо  $a$  – точка перегину, то друга похідна, за умови, що вона існує, буде ...; якщо графік двічі диференційованої функції опуклий вгору, то друга похідна...; якщо графік двічі диференційованої функції опуклий вниз, то друга похідна...; точка  $a$  тоді буде точкою перегину, якщо...; графік двічі диференційованої функції тоді опуклий вгору, коли друга похідна...; графік двічі диференційованої функції опуклий вниз, якщо друга похідна...

В результаті дослідження властивостей функцій за допомогою GRAN1, фіксували в учнів формування навчальних дослідницьких умінь, умінь спостерігати явища в плані логічних і математичних категорій, умінь аналізувати факти, сприймати їх крізь призму математичних відношень, висувати різні гіпотези з обґрунтуванням їх можливості.

**2.2.4. Формування пізнавальних якостей учнів у навчанні розв'язуванню задач з параметрами графічними прийомами.** Задачі з параметрами мають значну діагностичну та прогностичну цінність, і тому часто трапляються у збірнику для державної підсумкової атестації з математики, в завданнях незалежного зовнішнього тестування, на олімпіадах різних рівнів, на вступних іспитах до ВНЗ. Школярі надто складно засвоюють даний матеріал. Оскільки задачі з параметрами вимагають ретельного аналізу та всебічного дослідження умов, то їх розв'язування відкриває перед школярами значну кількість евристичних прийомів загального характеру, які цінні для математичного розвитку особистості, зокрема, розвитку пізнавальних якостей учня, для формування математичної культури, пізнавальної самостійності.

Різні аспекти навчання розв'язуванню задач з параметрами висвітлювалися в публікаціях [21],[34],[51],[67],[109],[184],[218] та ін. Можливості застосування програмних засобів для їх дослідження розглядали [51],[54],[67]. Однак потребує подальшої розробки питання стосовно використання ППЗ з метою зробити завдання посильними учням, сприяти формуванню у них пізнавальної самостійності. Мало дослідженими залишилися питання пов'язані з формуванням пізнавальних якостей учнів, з реалізацією ідей особистісно-орієнтованого навчання через диференціацію. Нашою метою було дослідити можливості застосування ППЗ GRAN до розв'язування задач з параметрами графічними методами, перевірити ефективність їх застосування на розробленій добірці задач.

Систематизація задач з параметрами в посібнику [34] проведена за особливостями математичної діяльності, необхідної для розв'язування задачі. Автори виокремлюють як аналітичні, так і графічні прийоми розв'язування основних типів задач. В значній кількості задач застосовуються методи паралельного перенесення, повороту, гомотетії, стискування до прямої. Для розв'язування інших суттєво використовується теорія квадратичної функції, в якій важливу роль відіграють поняття старшого коефіцієнта, дискримінанта відповідного квадратного тричлена, абсциси вершини параболи. Водночас автори посібника [34,146] зауважують, що при використанні графічного прийому деякою

мірою втрачається головна дидактична цінність задач з параметрами як моделі мініатюрного дослідження, проте наведені міркування адресовані здебільшого вчителям і є цілком виправданими, наприклад, для абітурієнтів. Комп'ютерні експерименти до задач з параметрами, які можна провести за допомогою GRAN, спираються саме на графічні прийоми розв'язування задач.

В статті [109] для дослідження рівнянь та нерівностей, що містять невідому й параметр під знаком модуля, застосовують методи інтервалів і областей. Серед позитивних моментів застосування методу областей автори виділяють алгоритмічність (у загальному випадку можна розв'язувати приклади наведеного типу за умови, що учні можуть побудувати графіки потрібних рівнянь методом перетворення) та раціоналізм. До негативних відносять: 1) побудова графіка вимагає значних часових затрат; 2) якщо хоча б один графік не побудований, то завдання не можна розв'язати; 3) для побудови складних областей потрібно підбирати масштаби для осей.

Зменшити ці негативні прояви дозволяє використання ППЗ. Дослідження ефективності застосування ППЗ GRAN до розв'язування задач з параметрами висвітлювалося нами в статтях [88], [79], [82]. Нові можливості ніби-то і давно знайомих засобів GRAN відкрилися завдяки появі нових послуг, що дають змогу вводити до моделі параметри. В GRAN1 можемо оперувати при дослідженні дев'ятьма параметрами  $P1, P2, \dots, P9$ . Досліджуючи з використанням GRAN-2D, параметри вводять у функціональні залежності як абсциси чи ординати деяких точок, що можуть рухатися вздовж певних кривих, змінюватися в певних межах. Ратуючи за комп'ютерну підтримку в процесі навчання, вважаємо за доцільне виокремити такі позиції, як наочність, що робить задачі з параметрами більш доступними школярам, сприяння розвитку мислительних прийомів, навичок самоконтролю, дослідницьких навичок.

Параметр має двоїсту природу – з одного боку це фіксоване, але невідоме число, а з іншого – змінна, оскільки розглядаємо задачу для всіх допустимих значень параметра. Поділ множини допустимих значень параметра на підмножини в залежності від контрольних значень параметра викликає у багатьох

школярів труднощі. Двоїста природа параметра обумовлює два основні методи розв'язування – аналітичний та графічний. Щоб не припустися помилок в ході міркувань, по можливості їх поєднують. Графічний метод перетворює процес розв'язування з формально-арифметичного в наочно-геометричний і сприяє кращому засвоєнню матеріалу. Залежно від того, яка роль параметру відводиться в задачі (нерівноправна чи рівноправна із змінною), можна відповідно виділити два основних графічних прийоми - побудова графічного образу на координатній площині  $(x;y)$  або на площині  $(x;a)$ .

Нехай потрібно встановити, при яких значеннях параметра  $a \geq 1$  нерівність  $a4^x - 4 \cdot 2^x + 3a + 1 \geq 0$  виконується для всіх дійсних  $x$  (завдання для поглибленого вивчення математики). Не потрібно поспішати підказувати учням, який метод краще обрати для її розв'язування. Швидше за все, учні запропонують зробити заміну, звести нерівність до квадратної  $at^2 - 4t + 3a + 1 \geq 0$ , де  $t > 0$  і досліджувати квадратний тричлен. Будемо слідувати цим міркуванням. Отже, необхідно дослідити розташування квадратного тричлена. Якщо застосовувати GRAN1, то необхідно створити об'єкт явного типу задання за формулою  $y = P1 * x^2 - 4 * x + 3 * P1 + 1$ , побудувати графік на координатній площині  $(x,y)$ , і змінювати значення параметра. Бажано надати учням змогу самостійно з'ясувати можливі положення параболи (аналіз). Після цього виокремити випадки, зазначаючи контрольні значення, пов'язати їх зі знаком дискримінанта (синтез). В наступній, дещо подібній задачі краще змінити послідовність дій. Спочатку слід проаналізувати розташування параболи не використовуючи ППЗ, а перевірку правильності міркувань здійснити використовуючи GRAN1 (формування навичок самоконтролю). Очевидно, що від'ємні  $a$  ( $P1$ ) умову нерівності не задовольнятимуть, бо в цьому разі над віссю абсцис може бути розташованою лише частина параболи. Тобто нерівність буде виконуватися не для всіх дійсних  $x$ . Для нульового значення параметра отримаємо лінійну нерівність, розв'язки якої утворюють підмножину множини додатних чисел. Для додатних  $a$  вітки параболи напрямлені вгору. Враховуючи знак нерівності „ $\geq$ ”, умову завдання задовольняють ті значення параметрів, для яких парабола розташована над віссю

абсцис чи дотикається до неї, тобто дискримінант  $-3a^2 - a + 4$  відповідного квадратного рівняння недодатний.

Щоб розвивати гнучкість мислення школяра, корисно розв'язувати одну і ту ж задачу різними методами. Поглянемо, як можна застосовуючи ППЗ, допомогти учням відшукати ще один спосіб розв'язування задачі. Виходимо з того, що раніше учням вже доводилося за допомогою ППЗ будувати графіки неявно заданих функцій. Тому поцікавимося, чи можемо ми побудувати ГМТ, що задовольняють нерівність, не розглядаючи квадратичну функцію? Якщо учні вже вміють самостійно будувати графіки за допомогою ППЗ, то запропонують таку побудову. В той же час, можна сподіватися на запитання з їхнього боку: була змінна  $y$ , а тут  $a$ ? Чи не можемо ми виконати перепозначення змінних? Для дослідження створюють об'єкт неявного типу задання  $G(x,y)$  (параметр позначили через  $y$ ) за формулою  $0 = y \cdot 4^x - 4 \cdot 2^x + 3 \cdot y + 1$  і використовують послугу *Розв'язати нерівність*  $G(x,y) > 0$ . Побудову виконано в координатній площині  $(x,a)$ . На рис. 2. 11 заштриховане за допомогою GRAN1 ГМТ, що задовольняють нерівність. Учні в молодших класах вже виконували побудови ГМТ, що задовольняють нерівність  $y > f(x)$ , тому поцікавившись, чи не можна в такому ж вигляді подати дану, нашою думкою перейти до нерівності  $a(4^x + 3) \geq 4 \cdot 2^x - 1$ . Враховуючи, що  $4^x + 3 > 0$ , завдання зведеться до знаходження найбільшого значення функції  $f(x) = (4 \cdot 2^x - 1) / (4^x + 3)$ . Доцільно звернути увагу школярів на те, що на рис. 2. 11 побудовано графік функції  $f(x)$  та заштриховане ГМТ, заданих нерівністю  $y \geq f(x)$  (узагальнення). Перетинаємо ГМТ горизонтальними прямими, перпендикулярними до осі параметра. При різних значеннях  $a$  прямі або не перетинають заштриховану область, або перетинають її вздовж відрізків. Абсциси спільних точок прямої і заштрихованого ГМТ дадуть розв'язки нерівності. Умову задовольняють ті значення параметра, при яких спільною буде пряма.

До завершення розв'язування аналітичним методом можна підійти диференційовано. Сильнішим учням запропонувати здійснити обґрунтування з використанням похідної на уроці, надаючи їм мінімальну підтримку. Іншим

можна запропонувати завдання, подібне до розв'язаного, для самостійного аналізу, а обґрунтування першого відкласти надалі, надавши можливість подумати вдома. Учні виконують заміну  $2^x = t$  і досліджують функцію  $g(t) = (4 \cdot t - 1)/(t^2 + 3)$  за допомогою похідної для додатних  $t$ . Оскільки ними встановлено проміжки монотонності для функції  $g(x)$ , точки екстремумів та екстремуми, то враховуючи властивості функції  $y = 2^x$ , нескладно вручну побудувати ескіз графіка функції  $f(x)$ . Для побудови необхідно обчислити границю функції  $f(x)$  на нескінченності: при  $x \rightarrow -\infty$  отримаємо, що  $f(x) \rightarrow -1/3$ ; для  $x \rightarrow +\infty$  маємо, що  $f(x) \rightarrow 0$ .

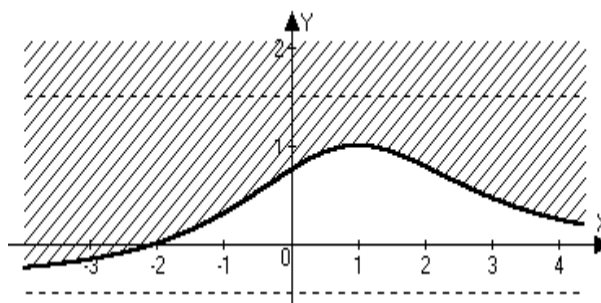


Рис. 2. 11. ГМТ, побудовано в координатах  $(x, a)$ .

Важливо спонукати школярів створити власні задачі за побудованим ГМТ, поставити питання та відповісти на них. Наприклад, дослідити, коли нерівність не має розв'язків; розв'язки записуються через об'єднання двох інтервалів; при яких значеннях параметра множині розв'язків належить відрізок  $[3;4]$ ; коли отримаємо розв'язки, що містять не менше шести цілих чисел та інші? Вміння аналізувати графічні образи допоможе в подальшому швидше шукати ефективні методи розв'язування задачі.

Автори статті [109] пропонують розв'язати нерівність  $|x^2 - x + a| \geq x^2 - 2a$ , що містить змінну та параметр під знаком модуля. Для цього розглядається дві області для  $x^2 - x + a \geq 0$  та  $x^2 - x + a < 0$ . Відмітимо особливості побудови ГМТ у координатах  $(x, a)$  за допомогою GRAN1. Для цього позначають параметр через  $y$  та створюють об'єкт неявного типу задання  $0 = G(x, y)$  за формулою  $0 = ABS(x^2 - x + y) - x^2 + 2 * y$ . Побудувавши графік рівняння, застосовують



операцію *Розв'язати нерівність*  $G(x,y) > 0$ . Щоб заштриховувати за допомогою GRAN1 GMT в кожній з названих областей окремо, створюють ще один об'єкт. Границю області представляють спочатку як об'єкт неявного типу задання  $G(x,y)$  з виразом  $0 = x^2 - x + y$ , а потім за формулою  $0 = -x^2 + x - y$ . Використовують послугу *Розв'язати систему нерівностей*  $G(x,y) > 0$  (рис. Г.1).

Нерівності  $\sqrt{x+a} > x+1$ ,  $\log_{1/x}(a-x) < 1$  можна розв'язувати як аналітичними, так і графічними методами. При виконанні побудови за допомогою ППЗ GRAN1 на площині  $(x,a)$ , створюють об'єкти неявного типу задання:  $SQRT(x+y)-x-1$  та  $\log(1/x, y-x)-1$  відповідно. Для фіксації горизонтальних прямих при різних значеннях параметра P1, світловий курсор у списку об'єктів необхідно встановити на функцію  $y=P1$  і використати послугу *Об'єкт \ Нова функція з зафіксованими параметрами*. Абсциси точок перетину будуть розв'язками нерівності.

Для нерівності  $\sqrt{x+a} > x+1$  (рис. 2. 12) отримаємо розв'язки: якщо  $a \leq 0.75$ , то  $\emptyset$ ; для  $0.75 < a \leq 1$  маємо  $x \in (x_1, x_2)$ ; якщо  $a > 1$ , то  $x \in (-a; x_2)$ . Щоб знайти аналітичні вирази для  $x_1$  та  $x_2$ , переходимо від нерівності до рівносильної сукупності систем:

$$\begin{cases} x+1 < 0, \\ x+a \geq 0; \end{cases} \quad \text{і} \quad \begin{cases} x+1 \geq 0, \\ x+a > (x+1)^2. \end{cases}$$

З другої системи маємо, що

$a > x^2 + x + 1$ . Графіком функції  $a(x) = x^2 + x + 1$  є парабола, вітки якої напрямлені вгору, найменше значення  $0.75$  досягається у вершині  $x = -0.5$ .

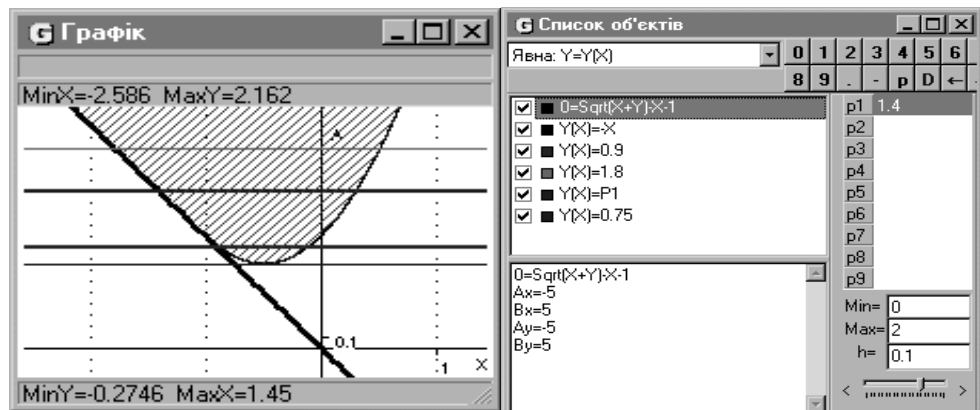


Рис. 2. 12. Заштриховане GMT, що задовольняє нерівність  $\sqrt{x+a} > x+1$ .

Не менш ефективно досліджувати дану нерівність, якщо виконувати побудови в координатах  $(x,y)$ . Тут параметр виступає як нерівноправна змінна,

тому потрібно будувати параметричну сім'ю кривих для різних значень  $a$ . Для нерівності  $\sqrt{x+a} > x+1$  будуюмо пряму  $y=x+1$  та „півпараболу”  $y = \sqrt{x+a}$ . Для кожного з допустимих значень параметра, задовольняють початкову нерівність ті значення змінної  $x$ , для яких парабола буде розташована вище прямої (рис.2.13). Для введення нових функцій, що відповідають контрольним значенням параметра, користуються послугою *Об'єкт\Нова функція з зафіксованими параметрами*. Світловий курсор при цьому повинен бути встановленим на функцію, параметри якої необхідно зафіксувати.

Плавно рухаючи бігунок параметра, здійснюємо паралельне перенесення „півпараболи” вздовж осі ОХ, фіксуємо контрольні значення параметрів, що відповідають чотирьом положенням кривої по відношенню до прямої  $y=x+1$  та записуємо вигляд розв'язку: 1) якщо  $a < 0,75$  ( $P1 < 0.75$ ), то „півпарабола” розташована нижче прямої і розв'язків не буде; 2) при  $a = 0.75$  спостерігається положення дотику параболи до прямої; 3) для  $0.75 < a \leq 1$  розв'язками будуть  $x \in (x_1, x_2)$ , де  $x_1$  та  $x_2$  – абсциси точок перетину прямої та „півпараболи” ( $x_1 < x_2$ ); 4) при  $a > 1$ , парабола перетинає пряму в одній точці і тоді  $x \in (-a; x_2)$ . Якщо виконати заміну  $x+a=t$ , то перейдемо до нерухомої параболи  $y = \sqrt{t}$  та прямої  $y=t+1-a$ , що рухається вздовж осі  $Oy$ .

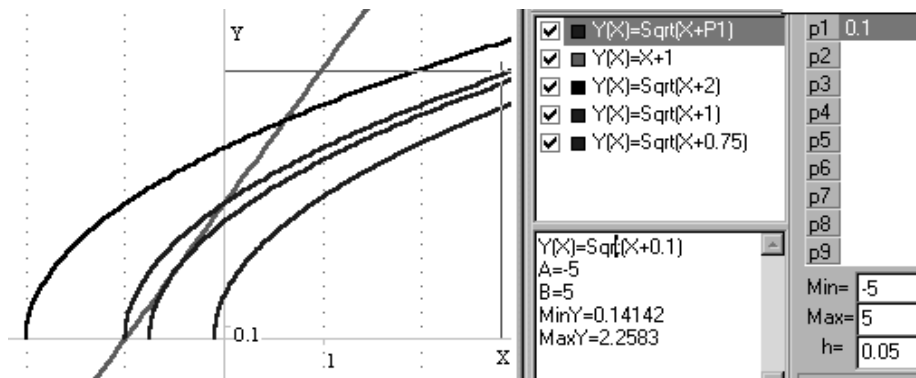


Рис. 2.13. Можливі положення параболи відносно прямої залежно від параметра  $a$ .

Завдяки застосуванню ППЗ учні краще усвідомлять, як здійснюється паралельне перенесення кривої вздовж осі координат і відбувається фіксація контрольних значень параметра, що сприятиме в подальшому кращому виконанню цих дій мисленно. Завершуючи розв'язування завдання, намагаємося

проаналізувати хід роботи, вичленити кожен крок, залучити учнів до складання евристичних схем, правил-орієнтирів.

Побудови за допомогою GRAN1 використовували з різною метою: 1) для унаочнення ходу розв'язування задачі; 2) для контролю, самоконтролю; 3) графічне зображення є не просто ілюстративним засобом, що полегшує засвоєння знань, але й самостійним джерелом отримання нових знань. Стосовно останнього можемо зауважити, що в п.2.2.3 пропонували виконувати графічні зображення для висунення гіпотез щодо властивостей функцій. Крім того, значна кількість функціональних залежностей, що описують різні фізичні процеси, вимагає лише отримання наближеного результату. Виділимо ще дві можливості, які часто опускають математики, але на чому акцентують увагу прихильники впровадження ППЗ. По-перше, це інтенсифікація процесу навчання. Одним способом обґрунтували розв'язки, іншим – „продивилися” за готовим образом, проаналізували, сказали наближені результати, а окремі обґрунтування опустили чи перенесли на самостійну роботу. При такому „прогляданні” можуть бути задіяними уміння учнів аналізувати, синтезувати, порівнювати, класифікувати, узагальнювати, а тому можемо говорити про можливість формування відповідних пізнавальних якостей особистості. По-друге, не менш важливий диференційований підхід. В залежності від мети, яку ставить перед собою учень. Виходячи з його потреб та інтересів, одному учневі досить навчитися аналізувати графічний образ, іншому до смаку відшукувати різні способи обґрунтування наближених результатів.

Розглянемо приклад на застосування паралельного перенесення, який буде посильним і корисним восьмикласникам, що вивчають на уроках геометрії рівняння кола та взаємне розташування двох кіл на площині. Необхідно знайти всі значення параметра  $a$ , при кожному з яких система рівнянь

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4ax - 2y = 3 - 4a^2, \\ x^2 + y^2 - 2ax - 2y = -a^2 \end{cases} \text{ матиме два розв'язки?}$$

Для дослідження за допомогою

GRAN1 створюємо два об'єкти неявного типу задання  $0=G(x,y)$ . Змінюючи значення параметра, спостерігаємо за рухом кіл на площині вздовж прямої  $y=1$ .

Фіксуємо можливі випадки взаємного розташування двох кіл (не перетинаються, дотикаються, перетинаються у двох точках). Знизивши в програмі якість побудови графіка, виграємо у швидкості його побудови. Значення параметра можна уточнити, зменшивши крок зміни. Демонстрація руху за допомогою ППЗ підсилює наочність подання матеріалу. Кола перетинатимуться в двох точках за умови, що відстань між їхніми центрами буде меншою за суму радіусів і більшою за різницю більшого і меншого радіусів (рис. Г.2).

Восьмикласникам та дев'ятикласникам математичного класу ми пропонували з посібника [34] такі задачі, на розв'язуванні яких доцільно продемонструвати застосування методу повороту, повороту і паралельного перенесення, гомотетії з центром у початку координат. Наприклад відшукати кількість різних розв'язків, що має система рівнянь 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = b, \\ (y - ax)(y - a\sqrt{2}) = 0, \end{cases} \quad \text{в}$$
 залежності від параметрів  $a$  і  $b$ ; встановити, при яких значеннях параметра  $a$  рівняння  $ax - 1 = \sqrt{8x - x^2 - 15}$  має єдиний розв'язок (рис. Г.3)? В другій задачі функція  $y = \sqrt{8x - x^2 - 15} + 1$  описує дугу півкола, а пряма, задана рівнянням  $y = ax$  ( $y = PI * x$ ), повертається навколо початку координат. Аналізуючи графічні образи, учні встановлювали, що єдиний розв'язок рівняння матиме тоді, коли промінь перетинатиме півколо в одній точці. Це буде пучок прямих, у яких кутовий коефіцієнт змінюватиметься від  $1/5$  до  $1/3$ , а також пряма, яка є дотичною до півкола. Здійснюючи поворот прямої, що проходить через початок координат, фіксуємо контрольні значення параметрів. Відшукування кутового коефіцієнта дотичної зводиться до розв'язування квадратного рівняння  $(ax - 1)^2 = 8x - x^2 - 15$  за умови єдиності розв'язку.

Досить часто при розв'язуванні задач з параметрами за методом перерізів для побудови графіків учням доводиться застосовувати похідну. Труднощі в таких задачах зазвичай виникали при обчисленні границі функції, при дослідженні наявності асимптот, проміжків опуклості графіків тощо. Саме тоді в нагоді стає комп'ютер, який „навчає” школяра використовувати властивості

функцій та правильно будувати їх графіки. Прикладом такого завдання є відшукування кількості розв'язків рівнянь  $x^4 = ae^x$ ,  $\ln^2 x = ax$  в залежності від  $a$ .

При підготовці до олімпіад ми пропонували учням завдання, які вимагали будувати графіки функцій, розв'язувати рівняння та нерівності, що містять цілу частину числа. Звернемо увагу на особливості побудови за допомогою GRAN графіків цілої частини функції  $y = [f(x)]$  та дробової  $y = \{f(x)\}$ . Оскільки дані функції розривні, то при побудові слід зазначити у властивостях „не з'єднувати точки відрізками”. Для дослідження, при яких значеннях параметра рівняння  $2\{x\} = a[x]$  має три розв'язки, створюють за допомогою GRAN1 об'єкти явного типу задання за формулами  $y = PI * INT(x)$ ;  $y = 2(x - INT(x))$ . Для другої функції дробову частину представлено згідно з означенням  $\{x\} = x - [x]$ . Слід звернути увагу на той факт, що при побудові графіка за допомогою ППЗ не відображаються „виколоті” точки. Тому їх наносять на графік вручну (Рис. Г.4).

Зручно проводити дослідження функцій не лише за допомогою ППЗ GRAN1, але й використовуючи GRAN-2D. При цьому в якості параметрів вводять абсциси чи ординати певних точок. Не зупиняючись детально на перевагах кожного з розглянутих засобів для дослідження в задачах з параметрами, зазначимо, що за допомогою ППЗ GRAN-2D, ефективно створювати різні динамічні вирази (наприклад, обчислювати дискримінант чи значення функції в певних точках), залишати слід точки, в тому числі заданої аналітично. Для квадратичної функції можна досліджувати розташування параболу в залежності від коефіцієнтів; з'ясувати, зв'язок між дискримінантом відповідного квадратного рівняння та положенням параболу по відношенню до осі  $Ox$ ; встановити траєкторії руху вершини параболу як слід аналітично заданої точки при зміні одного з коефіцієнтів; відновити параболу за трьома точками тощо.

На рис. 2.14 подано динамічне креслення, за допомогою якого ефективно досліджувати розташування коренів квадратного тричлена. Точки I та J вибрані на осі абсцис і можуть вільно рухатися вздовж неї. Точки K, L, M, E створені за аналітичними виразами. Змінюючи положення точок A, B, C, взятих на прямій, змінюємо відповідні значення параметрів та положення параболу.

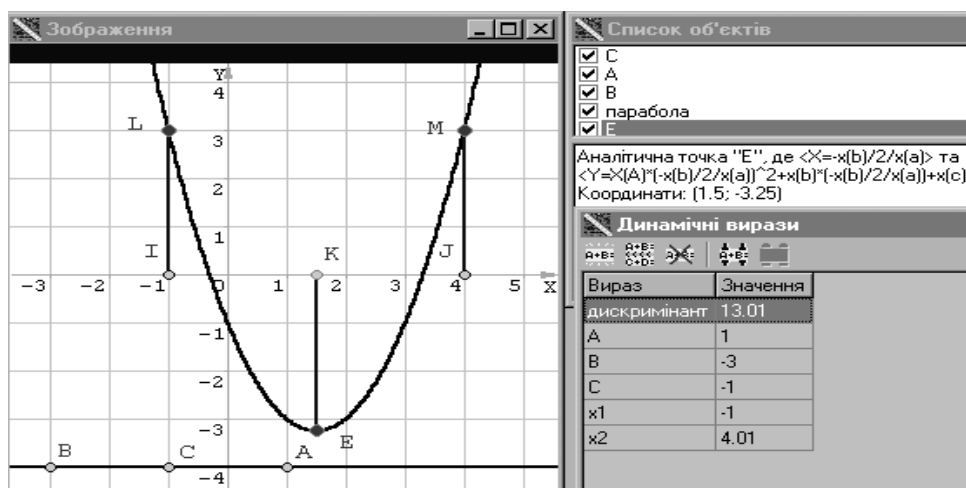
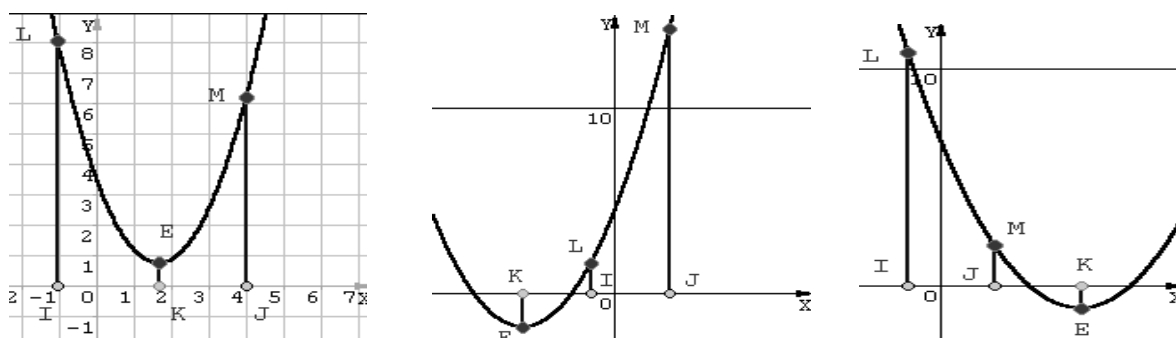


Рис. 2. 14. Модель для дослідження розміщення коренів квадратного тричлена.

В ході дослідження пропонували школярам виконати за допомогою GRAN дослідження і самостійно сформулювати теореми про розміщення коренів квадратного тричлена  $f(x)=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) в залежності від значень параметрів. Наприклад, отримати умови, коли обидва корені будуть більші (менші) за наперед задане число; корені матимуть різні (однакові) знаки; належатимуть заданому проміжку; заданий відрізок буде знаходитися всередині проміжку між коренями квадратного тричлена; тільки більший (менший) корінь лежатиме на заданому відрізку; значення квадратного тричлена будуть лише додатними (від'ємними) та інші. Завдання на дослідження розміщення коренів можна включали до лабораторної роботи, яку проводили під час вивчення квадратичної функції. Попередньо слід звернути увагу школярів на те, що відстежувати необхідно такі величини, як старший коефіцієнт квадратного тричлена, дискримінант відповідного квадратного рівняння, абсцису і ординату вершини параболи, значення функції в певних заданих точках.

Наприклад, досліджуючи, при якому значенні параметра  $n$  корені рівняння  $x^2 - nx + 2 = 0$  знаходяться між числами  $-1$  і  $4$ , через узагальнення переходимо від системи нерівностей  $D \geq 0, f(-1) > 0, f(4) > 0, 0 < x_0 < 4$  до системи загального виду  $D \geq 0, f(x_1) > 0, f(x_2) > 0, x_1 < x_0 < x_2$ , яка виражає необхідну та достатню умови того, що корені рівняння для коефіцієнта  $a > 0$  лежать на проміжку  $(x_1, x_2)$ , де  $x_0$  - абсциса вершини параболи. Для узагальнення результатів дослідження необхідно проаналізувати положення параболи, які зафіксовані на рис. 2.14, 2.15.



**Рис. 2. 15.** Можливі розташування параболи по відношенню до відрізка  $(x_1, x_2)$

Зауважимо, що графічні методи розв'язування задач з параметрами не в повній мірі можна вважати строгими, при їх застосуванні цілком ймовірні помилки. Тому розв'язування графічними прийомами супроводжували доказовими аналітичними міркуваннями. З іншого боку, можливі помилки і при розв'язуванні аналітичним методом. У цьому випадку графічні побудови можуть допомогти усунути недоліки. Наприклад, для яких значень параметра  $p$  система двох рівнянь  $y^2 + (2x + 4)y + (x^2 + 2x)(4 - x^2) = 0$  і  $y = p(x + 4)$  має три різні розв'язки? ГМТ, заданих першим рівнянням, розпадається на дві параболи. Друге рівняння задає сім'ю прямих, що проходять через точку  $(-4; 0)$ . Розв'язуючи завдання графічним методом, школярі швидше за все допустяться помилки, тому що знайдуть лише чотири положення прямої, а не шість. Однак, аналітична частина розв'язання, без якої в задачі не обійтись, покаже всі шукані значення параметра.

Застосування ППЗ в запропонованих вище дослідженнях є педагогічно доцільним, забезпечує диференціацію навчання і підвищення його результативності, сприяє розкриттю творчого потенціалу та пізнавальних здібностей кожного окремого учасника навчального процесу. Педагогічний експеримент, що проводився нами з метою визначення ефективності застосування GRAN до розв'язування задач з параметрами, засвідчив, що та група учнів, яка, крім традиційної методики навчання, використовувала ППЗ, в результаті отримала значно вищу якість знань. Аналізуючи графічні образи, учень встановлює розгалуження, визначає контрольні значення параметрів, отримує дані для створення евристичних правил-орієнтирів.

**2.2.5 Формування творчих якостей учня у процесі розв’язування задач планіметрії з використанням засобів динамічної геометрії.** Стосовно використання дослідницького методу у навчанні С.А. Раков зазначає, що він є „живою душею математики” і на практиці найчастіше використовується через розглядання “відкритих задач” (відкритих проблем). Тобто задач з неповними даними, з невизначеними елементами умови, з відкритістю твердження [177,58]. Розв’язування завдання зазначеного типу розпочинається з “довизначення”, яке можна здійснити різними способами в залежності від наявного досвіду чи особистісних уподобань учасників навчального процесу (учнів та вчителя). Розглядання саме таких задач в навчальному курсі математики наближає навчальний процес до творчого математичного процесу. Добірку різнорівневих завдань на довизначення задач планіметрії пропонує Н.А. Тарасенкова [217].

Проблеми методики організації досліджень засобами динамічної геометрії DG та GRAN-2D висвітлювалися М.І. Жалдаком [53], С.А.Раковим [178], Є.Ф. Вінниченком [20], О.В. Вітюком [53], О.А. Смалько [208], А.О. Костюченком [22] та ін. В той же час залишилися в недостатній мірі висвітленими питання пов’язані з формуванням уміння узагальнювати результати дослідження. Потребує подальшої розробки методика вивчення властивостей геометричних перетворень. Зокрема, за допомогою оновленого ППЗ GRAN-2D.

Засоби DG та GRAN-2D використовувалися нами для пошуку закономірностей, для дослідження ГМТ, відшукування екстремальних значень величин. Результати оформлювали у вигляді слайдів з підказками до ходу дослідження. Окремі аспекти застосування GRAN-2D, DG в навчанні планіметрії висвітлювалися нами в статтях [89], [91], [96].

Надзвичайно важливими для розвитку творчого потенціалу школяра є дидактичні ігри з комп’ютерною підтримкою [223]. В додатку Д нами наведено перелік завдань з шкільного курсу планіметрії, виконуючи дослідження до яких за допомогою ППЗ, учні зможуть висувати гіпотези, формулювати твердження, експериментально їх перевіряти та шукати способи обґрунтування. Під відкриттям ми розуміємо результат пошукової навчальної діяльності, яку



здійснює учень власними зусиллями при мінімальному керівництві з боку вчителя. В ході комп'ютерних експериментів намагалися розвивати в учнів такі пізнавальні якості як уміння аналізувати, синтезувати, узагальнювати. Створювали сприятливі умови для формування в учнів таких креативних якостей, як здібність до формулювання гіпотез, конструювання версій, здатність до дослідницької діяльності. Використовуючи дослідницький метод у навчанні математики, відкривали наукові факти, збуджували творчі припущення. Намагалися підштовхнути учнів самостійно просуватися до розв'язування нетрадиційного завдання, що виникло в результаті їхніх спостережень та дослідів. Використовували модель навчання через відкриття, яка передбачала формулювання проблеми, з'ясування плану діяльності, створення динамічних креслень, проведення обчислювального експерименту, формулювання гіпотези. В подальшому збираючи та оцінюючи дані, перевіряли гіпотезу, робили висновок, намагалися знайти теоретичне обґрунтування. У пошуку доведення часто використовували такий прийом розумової діяльності як аналіз через синтез. Особливу увагу звертали на інтерпретацію отриманих результатів, спонукали учнів до здійснення узагальнень.

Нема потреби щоразу на уроці створювати динамічні креслення. З нашої точки зору, доцільно напередодні запропонувати групі школярів випереджаюче завдання – підготувати відповідні моделі, виконати дослідження, а в класі доповісти про результати дослідження і при наявності проектора переглянути хід створення моделі. Для цього використовують послугу *Зображення\ Покрокове відтворення*. Коментування учнями готових моделей дозволить інтенсифікувати процес засвоєння матеріалу і вести навчання розвиваючими методами.

Особливу увагу звертали на такі важливі і суттєві для вчителя математики питання, як визначення місця дидактичної гри в системі інших видів діяльності на уроці; педагогічна доцільність використання на різних етапах роботи з навчальним матеріалом; методика проведення дидактичної гри з врахуванням мети уроку, особливостей комп'ютерних програм, навичок роботи учнів з комп'ютером та рівня здібностей і підготовленості школярів.

Розглянемо детальніше динамічне креслення для “відкриття” теореми про хорди (рис.2.16). Створимо точки  $A, B$ ; коло з центром  $A$  і радіусом  $AB$ . На колі виберемо точки  $C, D, E, F$ , проведемо прямі  $EC$  та  $DF$ , знайдемо точку їх перетину  $G$  та створимо динамічні вирази для обчислення сум та добутків відрізків хорд:  $LEN(C,G)*LEN(G,E)$ ;  $LEN(F,G)*LEN(G,D)$ . Рухаючи вздовж кола одну з точок  $C, D, E, F$ , змінюючи радіус кола, учні зможуть відстежити зміни динамічних виразів, проаналізують отримані дані. Оскільки добутки залишаються рівними, то учні можуть висловити гіпотезу, що добуток відрізків однієї хорди буде сталим і залежатиме від положення точки перетину хорд.

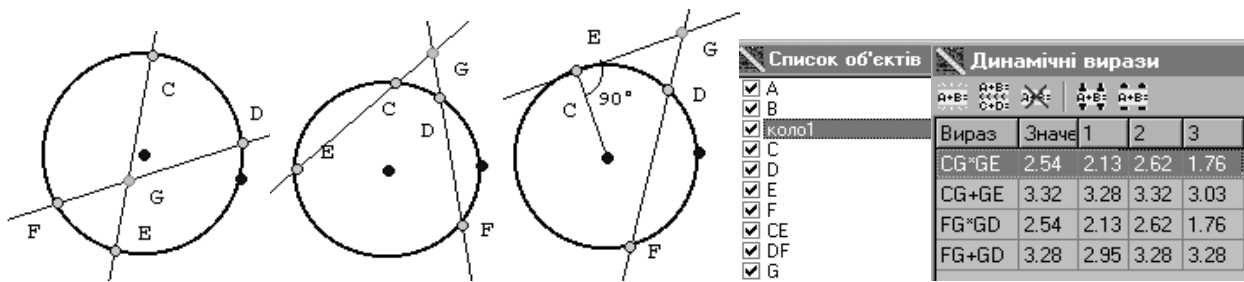


Рис. 2. 16. Креслення для відкриття теорем про хорди, про січні, січну і дотичну.

Стимулюємо подальші пошуки учнів запитанням: які результати отримаємо, якщо перетинатимуться не хорди, а їх продовження. Учні мають з'ясувати, що в цьому разі мова йтиме про січні, проведені до кола з однієї точки. Оскільки учні з'ясують, що вписані добутки при цьому залишилися сталими, то зможуть сформулювати твердження стосовно сталості добутку січної на її зовнішню частину. В подальшому пропонуємо учням відслідковувати, які значення отримаємо для граничних положень січної, тобто дотичної до кола. Учні зафіксують, що добуток залишається сталим. Тому зможуть сформулювати третє твердження – квадрат дотичної рівний добутку січної на її зовнішню частину. Наступний етап в ході дослідження дуже важливий, тому що учні повинні виокремити спільне в цих трьох формулюваннях, зробити узагальнення. Привертаємо увагу учнів до того, як здійснюється порядок вибору точок. Спочатку беремо точку на колі, потім точку перетину, останньою – іншу точку тієї ж січної (хорди) на колі. Точку дотику при цьому розглядаємо як подвійну. Отже, використовуючи поняття напрямлених відрізків, зводимо три

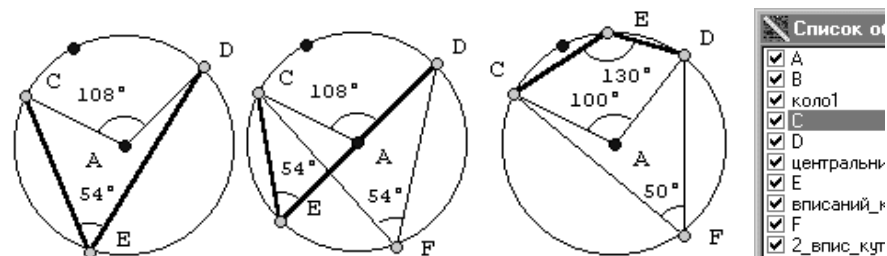
формулювання в одне. Обговорення з учнями результатів дослідження сприятиме формуванню у них пізнавальних якостей узагальнення та систематизації.

Хочемо зауважити, що для проведення описаних досліджень важливим був той факт, що точку  $G$  отримали як перетин прямих, а не відрізків. Не змогли б ми на динамічному кресленні продемонструвати зв'язок між трьома згаданими вище теоремами та здійснити узагальнення і в тому разі, якби почали будувати січні використовуючи послугу *Промінь* чи послугу *Дотична*. Наведені приклади яскраво свідчать про важливість у ході створення креслення добору об'єктів та порядку їх створення. Тому важливо пропонувати учням не готові моделі для відкриття, а разом з ними обговорювати, яку із запропонованих краще використати? Формуючи вміння створювати, відбирати „гнучкі” моделі, розвиватимемо творчу компоненту гнучкість мислення.

Вивчення теореми про кут, вписаний в коло, ми також розпочинали з комп'ютерних експериментів. Вводимо поняття вписаного та відповідного йому центрального кута і пропонуємо школярам створити модель до теореми. Спочатку побудуємо коло з центром у точці  $A$  та радіусом  $AB$ . Далі на колі розмістимо дві точки  $C$  і  $D$  (створюємо їх з екрану та прикріплюємо до кола) та побудуємо дві ламані  $CED$  та  $CAD$  - вписаний та центральний кути, дотримуючись правил побудови в GRAN-2D. Активізувавши послугу *Обчислення\Кут*, знаходимо величини вказаних кутів. Модель для дослідження представлена на рис. 2. 17. Рухаємо точки  $C$ ,  $E$  і  $D$  вздовж кола, розглядаючи різні положення центра кола по відношенню до сторін вписаного кута (центр кола лежить на стороні кута, всередині кута, зовні кута). При цьому автоматично перераховуються величини кутів і учні вже можуть самостійно сформулювати гіпотезу: величина вписаного кута вдвічі менша відповідного йому центрального. З'ясовуємо разом з учнями, якого виду може бути вписаний кут? Визначаємо вид відповідного йому центрального, підводимо юних дослідників до формулювання наслідку, що кут, який спирається на діаметр – прямий. Далі пропонуємо учням розглянути два кути, вписані в коло, порівняти їхні величини. Для цього слід побудувати ще один вписаний кут, сторони якого проходять через точки  $C$  і  $D$ . Створюємо точку  $F$  на

колі, будуємо ламану CFD та обчислюємо кут. Змінюємо положення точок E, F, досліджуємо величини вписаних кутів, порівнюємо їх з центральним і формуємо ще дві гіпотези. Коли F і E знаходяться в одній півплощині по відношенню до прямої CD, то констатуємо, що вписані кути, які спираються на одну і ту саму дугу, рівні. Якщо F і E розташовані по обидва боки від CD, то отримаємо змогу сформулювати властивість для кутів вписаного чотирикутника - сума протилежних кутів дорівнює  $180^\circ$ . В ході дослідження потрібно змінювати не лише розташування точок на колі, й час від часу змінювати радіус кола.

Подання нового матеріалу через аналіз результатів графічного експерименту перекликається з методом доцільних задач. Якщо ж заняття проводиться не в комп'ютерному класі, коли кожен з учнів має змогу виконувати дослідження, то бажано поєднувати комп'ютерний експеримент з методом доцільних задач. Однак перевага моделей, що створені за допомогою ППЗ, в динамічності. Пошук доведення можна здійснювати застосовуючи прийом аналіз через синтез повторюючи кроки, запропоновані в підручнику [17].



**Рис. 2. 17. Модель для відкриття теорем про кут, вписаний в коло; про суму протилежних кутів вписаного чотирикутника.**

В.О. Моляко[139], В.А. Крутецький [106], М.І. Жалдак [50], С.А. Раков [177], М.Л. Смульсон [135], Н.А. Тарасенкова [217], І.О. Теплицький [220] та ін. звертають увагу, що для формування креативних здібностей не завжди необхідно повністю формулювати умову завдання на дослідження, радять здійснювати довізначення задачі, формулювання проблеми школярем. Таке довізначення відносять до навчально-творчих задач, які розвивають здібності знаходити потрібні відомості, переносити їх, застосовувати в умовах задачі. Звернемо увагу на важливу роль переформулювання та довізначення задачі. Це мотивування

діяльності учнів. Переформулювання дозволяє створити таку навчально-пізнавальну ситуацію, коли учням захочеться досліджувати і висувати гіпотези.

Виходячи з важливості здогадки, відкриття для формування мислення старшокласника, вважаємо за доцільне переформулювати в підручниках частину задач на відшукування геометричного місця точок і задач на доведення з курсу геометрії, додавши до них завдання на дослідження. Наведемо приклади завдань з підручника [17], які доцільніше подавати як завдання на дослідження і обґрунтування.

#### **Доведення**

1. Вершини трикутника  $A_1B_1C_1$  лежать на серединах сторін трикутника  $ABC$ . Показати, що площа трикутника  $ABC$  в чотири рази більша площі трикутника  $A_1B_1C_1$ .

2. Довести, що медіани ділять трикутник на шість рівновеликих частин.

3. Довести, що відстань ортоцентра від якої-небудь вершини трикутника у два рази більша за відстань центра описаного кола від протилежної сторони.

4. Довести, що коли основи висот гострокутного трикутника сполучити, то дістанемо трикутник, для якого висоти першого будуть бісектрисами.

#### **Дослідження і обґрунтування**

1. Встановити, як співвідносяться площі трикутників  $ABC$  і  $A_1B_1C_1$ , якщо вершини трикутника  $A_1B_1C_1$  лежать на серединах сторін трикутника  $ABC$ . Обґрунтувати отриманий результат?

2. Медіани ділять трикутник на шість частин. Дослідити, чи залежить значення площі вказаних частин від виду трикутника? Порівняти з площею трикутника. Обґрунтувати.

3. Порівняти відстані ортоцентра трикутника від його вершин з відстанями центра описаного кола від протилежних до взятих вершин сторін. Висловити гіпотезу і обґрунтувати її.

4. Основи висот гострокутного трикутника сполучили. Дослідити, яку властивість мають в отриманому трикутнику висоти першого? Обґрунтувати гіпотезу і сформулювати алгоритм відновлення трикутника, якщо задані основи його висот.

Розглянемо приклад довизначення задачі, яке ми пропонували здійснити учням, коли ставили перед ними завдання на „відкриття” теорем Менелая і Чеви. Нехай задано трикутник  $ABC$  і три точки на прямих, що утворюють трикутник ( $C_1$

на прямій  $AB$ ,  $A_1$  на прямій  $BC$ ,  $B_1$  на  $CA$ ). Досліджуючи зміни виразу  $AC_1/C_1B \cdot BA_1/A_1C \cdot CB_1/B_1A$ , зафіксувати характерні положення точок, прямих. Висунути гіпотези. Школярі спочатку проаналізували і з'ясували, як складено вираз, які відношення перемножуються і лише після цього перейшли до створення динамічного креслення за допомогою ППЗ. В ході дослідження було зафіксовано три різні положення прямих  $AA_1$ ,  $CC_1$ ,  $BB_1$ : 1) перетинаються в одній точці (рис.Е.1), 2) паралельні (рис.Е.2); 3) точки  $C_1$ ,  $B_1$ ,  $A_1$  лежать на одній прямій.

Вивчаючи іменні теореми, доцільно використовувати історичний матеріал, який підвищує інтерес школярів до предмету. Можна включити до презентації слайди з цікавими повідомленнями про визначних математиків і за наявності мультимедійного проектора продемонструвати її в класі. Вивчаючи теорему Птолемея, спочатку доцільно було провести дослідження і висловити гіпотезу стосовно залежностей між сторонами та діагоналями вписаного чотирикутника. Послідовність рекомендацій школярам була приблизно такою:

- розглянути чотирикутник, вписаний в коло;
- обчислити добуток, суму діагоналей; добуток протилежних сторін, суму протилежних сторін, суму протилежних кутів;
- з'ясувати, чи існує зв'язок між обчисленими величинами; висловити гіпотезу. Які співвідношення мають місце?
- перевірити гіпотезу, змінивши радіус кола, форму чотирикутника;
- до яких рівностей зведеться встановлене співвідношення для прямокутника? рівнобічної трапеції?
- сформулювати обернене твердження. Експериментально перевірити чи буде істинним обернене твердження?

Доцільно пропонувати школярам складати підказки до ходу створення динамічної моделі, дослідження на моделі і для обґрунтування твердження; розміщувати їх на слайдах, створених за допомогою ППЗ. Виконання таких завдань сприятиме формуванню в учнів алгоритмічного мислення. На рис. 2.18 представлено креслення для доведення теореми Птолемея з частиною відкритих підказок. Підказки можуть містити як лише текстові евристичні настанови, так і

приховувати деякі побудови, співвідношення між елементами.

Перейти до слайда дослідження

Формулювання теореми

Якщо чотирикутник вписаний в коло, то сума добутків його протилежних сторін рівна добутку діагоналей  $FC \cdot DE + CD \cdot FE = FD \cdot CE$

Доведення теореми Птолемея

1. Виконайте допоміжну побудову - кут DCJ рівний куту ECF.
3. Трикутники DCJ та ECF подібні  
Складіть пропорції для відповідних сторін
4.  $DC / EC = DJ / EF = CJ / CF$   
Які рівності отримаємо?
5.  $CD \cdot FE = EC \cdot DJ$  (2)
6. Трикутники CFJ та CED подібні  
Складіть пропорції для відповідних сторін
7.  $CF / CE = CJ / CD = FJ / ED$   
Які рівності отримаємо з пропорції?
8.  $CF \cdot ED = CE \cdot FJ$  (3)

Рівність

Крок 1

Підказка 1

Підказка 2

Підказка 3

Підказка 4

Крок 2

Крок 3

Крок 4

Підказка 5

Підказка 6

Крок 5

Крок 6

Крок 7

Підказка 7

**Рис. 2. 18.** Креслення до теореми Птолемея з відкритими підказками.

Створювати слайди з кнопками-підказками до ходу розв’язування задачі практикували також зі студентами при розгляданні задач на побудову (рис. 2.19, рис.Е.4). Особливу увагу звертали на динамічність креслення.

Побудуйте трапецію, якщо задані її основи і діагоналі. Дослідіть, змінюючи довжини відрізків.

Підказки

Аналіз задачі

Підказка до побудови

Опис побудови

Побудова

**Рис. 2. 19.** Копія екрану GRAN-2D з відкритою підказкою аналізу і побудови.

Тобто, будь-яка зміна вихідних даних (довжини відрізка, величини кута) повинна була відразу відображатися у зміні малюнку. Щоб забезпечити динамічність моделей, використовували послугу „Коло за даним радіусом”. Організовуючи пошуково-дослідницьку роботу учнів ми сприяли формуванню уміння аналізувати, узагальнювати; висувати гіпотези тощо.

**2.2.6 Формування мотиваційно-творчої спрямованості учня в процесі вивчення геометричних перетворень з використанням GRAN-2D.** Розробниками ППЗ DG (С.А. Раков, В.П. Горох та ін.) і GRAN-2D (М.І. Жалдак, Є.Ф. Вінниченко, О.В. Вітюк, А.О. Костюченко) передбачено широкий спектр послуг, використовуючи які, зручно ввести геометричні перетворення, продемонструвати різні види рухів, гомотетію у процесі перетворення конкретних фігур. Переваги подання графічних відомостей з використанням ППЗ, активне включення школярів у створення фігур різної складності, розв'язування задач з використанням різних перетворень за допомогою ППЗ дозволяють забезпечити особистісно-орієнтований підхід до учнів. Використання DG і GRAN-2D в навчанні геометричним перетворенням сприятиме розвитку позитивних особистісних якостей учнів.

С.А. Раков [181] досліджує можливості використання ППЗ DG для побудови ГМТ, створення електронних шарнірних механізмів для виконання геометричних перетворень. Пропонується створювати такі засоби як симетризатор, ротатор, транслятор, гомотетор, ротатор – гомотетор, дилататор. Наведені електронні механізми можна розглядати як керовані математичні моделі з засобами змінювання параметрів моделі і динамічного відображення змін моделей, зокрема в графічній інтерпретації. Автори наводять приклад здійснення узагальнення задачі на використання геометричних перетворень: побудувати правильний трикутник, вершини якого розташовані на трьох заданих паралельних прямих.

Є.Ф. Вінниченко і А.О. Костюченко розглядають особливості здійснення певних видів перетворень в оновленому ППЗ GRAN-2D [22].

Ми ставили за мету дослідити ефективність використання ППЗ GRAN-2D на етапі формування понять, дослідження властивостей переміщення, перетворення подібності. Стосовно формування особистісних якостей учнів, то акцентували увагу на мотиваційно-творчій спрямованості особистості. Намагалися розвивати творчий інтерес, потяг до пошуку нових даних, пізнавальну самостійність, прагнення до самоосвіти та ін.



Вивчення геометричних перетворень за підручником О.В. Погорелова відбувається за два етапи – у 8-му класі вивчають рухи, у 9-му перетворення подібності. В підручнику для поглибленого вивчення математики [17] тема розглядається в 9-му класі. Вводячи означення симетричних точок послуговуються двома різними методичними прийомами. Перший базується на суттєвих властивостях цих точок, другим є конструктивне означення, яке одночасно дає спосіб побудови центрально-симетричних точок і центрально-симетричних фігур.

При вивченні перетворень з використанням GRAN-2D ми проводили заняття в комп'ютерному класі. Розглядаючи симетрію, діяли таким чином. Запропонували учням побудувати довільну точку  $A$  і вказати центр симетрії (пряму симетрії). Симетричну точку порадили створити використавши послугу *Точка, симетрична відносно даної точки(прямої)*. Утворені точки з'єднали відрізком. У цьому разі були створені незалежні об'єкти центр симетрії (вісь симетрії), а залежними будуть симетричні точки. В подальшому поставили учням завдання самостійно, користуючись обчислювальними інструментами ППЗ, з'ясувати властивості симетричних точок. Змінюючи положення точки  $A$ , учні з'ясували таку суттєву властивість, як однакові відстані до центра (прямої) симетрії. Для встановлення властивостей точок, симетричних відносно прямої, учні використовували два інструменти – обчислення відстані та обчислення кутів. Далі в бесіді з учнями сформулювали означення симетричних точок за суттєвими властивостями. Наступним кроком була розробка алгоритму побудови симетричних точок. Привертаємо увагу учнів, що можна було дати конструктивне означення симетричних точок, і що саме такий підхід закладено в програмне забезпечення. По ходу дослідження учні записують сформульовані ними означення, властивості,

Бажано одразу з'ясувати, як пов'язані координати симетричних точок. Для цього потрібно на екрані відобразити координатні осі, а для точок зазначити у властивостях „Відображати координати”. Для центральної симетрії спочатку розташовують центр у початку координат. В ході дослідження змінюють

положення точки  $A$  і отримують формули  $xI=-x$ ,  $yI=-y$ . Потім переходять до довільного центра симетрії і обговорюють, за якими формулами можна знайти координати симетричної точки, середини відрізка.

Наступним кроком необхідно підвести учнів до формулювання ними означення симетричних фігур. Для цього демонструємо побудову симетричних фігур. А саме, радимо учням у властивостях для точок зазначити „Залишати слід”. Рухаючи точку  $A$  вздовж деякої фігури, симетрична до неї точка опише симетричну фігуру. Кожен учень отримав змогу проявити творчість і побудувати ту фігуру, яка була йому до вподоби. Учні із задоволенням розглядали малюнки однокласників, спостерігалось загальне піднесення, бажання удосконалити свій малюнок (рис.2.20). Щоб зручніше було демонструвати властивості перетворення, створили ще одну пару симетричних точок. В подальшому виконали з учнями вправи, які дозволяли їм зробити висновки, що симетрія є рухом.

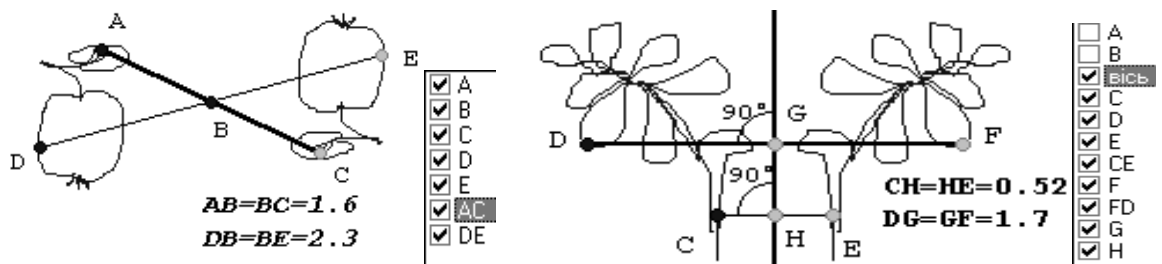


Рис. 2. 20. Симетричні фігури

Творче домашнє завдання полягало в тому, щоб учні добирали приклади застосування симетрії в архітектурі, техніці, біології та ін., підготували презентацію зі знайденими матеріалами.

Для введення повороту необхідно вказати центр, кут повороту та напрям. Акцент в роботі з учнями ми зробили на створенні динамічної моделі повороту (рис.2.21). За допомогою GRAN-2D ефективно продемонструвати динамічну модель повороту. Будуємо довільний кут  $BAC$  – кут повороту і довільну ламану. Нехай точка  $J$  – центр повороту. Застосуємо послугу Перетворення об'єктів\ Поворот до побудованої ламаної. Зазначаємо, що в результаті повороту необхідно створити результуючий образ та прикріпити його до вихідного. Поворот здійснюємо на орієнтований кут  $BAC$ , подаючи його в градусах (запис для кута  $Deg(Oangle(B,A,C))$ ). В подальшому можемо змінювати величину кута  $BAC$ ,

положення центра повороту і спостерігати за переміщенням на площині ламаної, симетричної даній. Якщо для точок новоствореної ламаної зазначити у властивостях „Залишати слід”, то в результаті зміни кута повороту точки повинні залишати слід у вигляді дуг кіл.

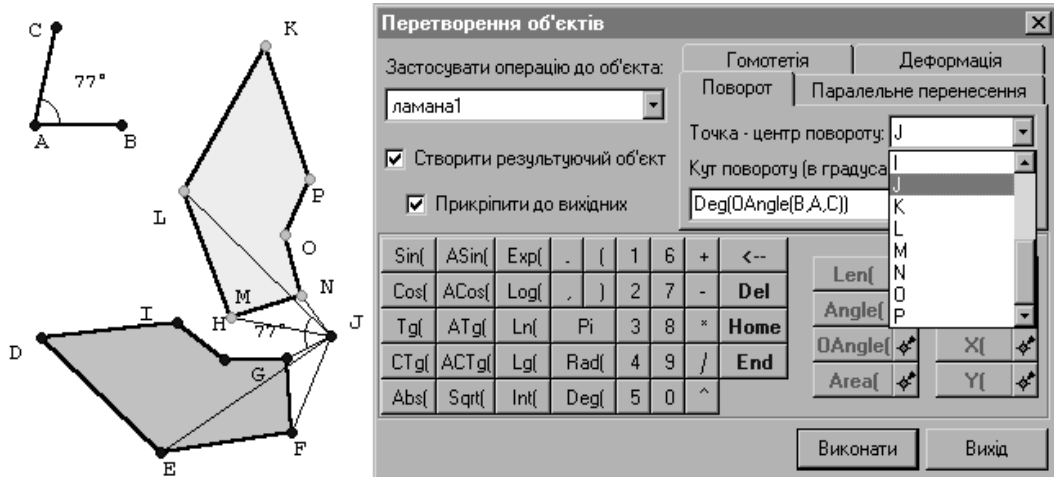


Рис. 2. 21. Вікно ПЗВ GRAN-2D „Перетворення об'єктів”. Поворот.

Важливо навести приклади фігур, що є центральносиметричними чи мають симетрію обертання порядку  $n$ . Приклади створених учнями фігур, що мають симетрію обертання, наведено на рис. В.3. Щоб отримати калейдоскоп, необхідно зазначити прив'язку результуючих об'єктів до початкового. У цьому разі будь-яка зміна в розташуванні вершин ламаної, що повертається, відобразиться і на решті ламаних, створених в результаті повороту.

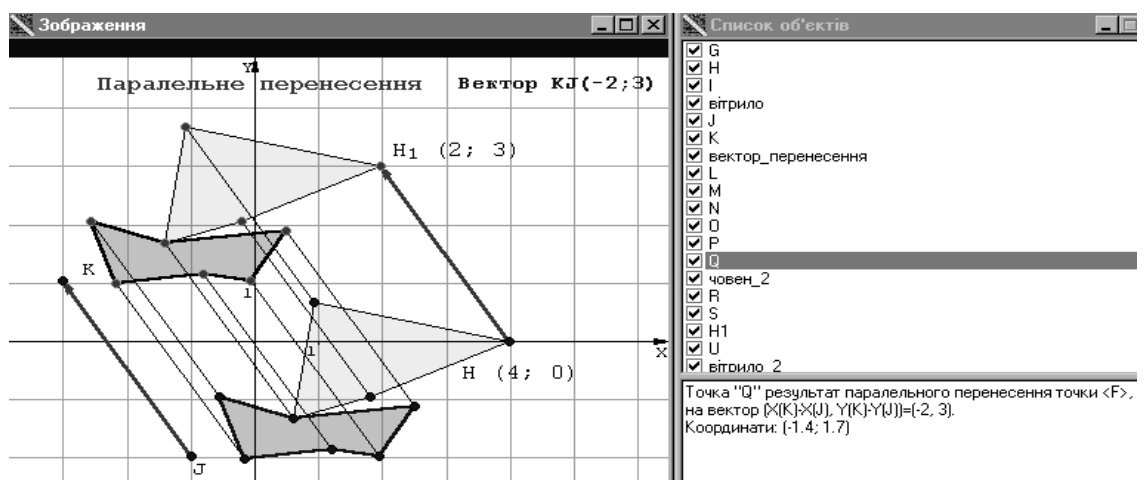


Рис. 2. 22. Паралельне перенесення.

Знайомлячи школярів з паралельним перенесенням за допомогою GRAN-2D (рис. 2.22), використовуємо послугу *Перетворення об'єктів \ Паралельне*

перенесення. Для цього можна задати координати вектора перенесення як постійними числами, так і через параметри. Ілюструвати паралельне перенесення краще, коли на екрані зображена система координат, нанесена координатна сітка.

Аналогічно підходили до вивчення властивостей гомотетії. На рис. 2.23 подано приклади гомотетичних фігур. Фігуру зліва створено як слід точки. Зміна положення центра гомотетії не змінює положення фігур. Справа – зображення динамічного креслення. Коефіцієнт гомотетії подається як різниця абсцис точок К та J. Цю модель створено так, що зміна положення центра гомотетії чи коефіцієнта, автоматично приводить до зміни побудованих фігур.

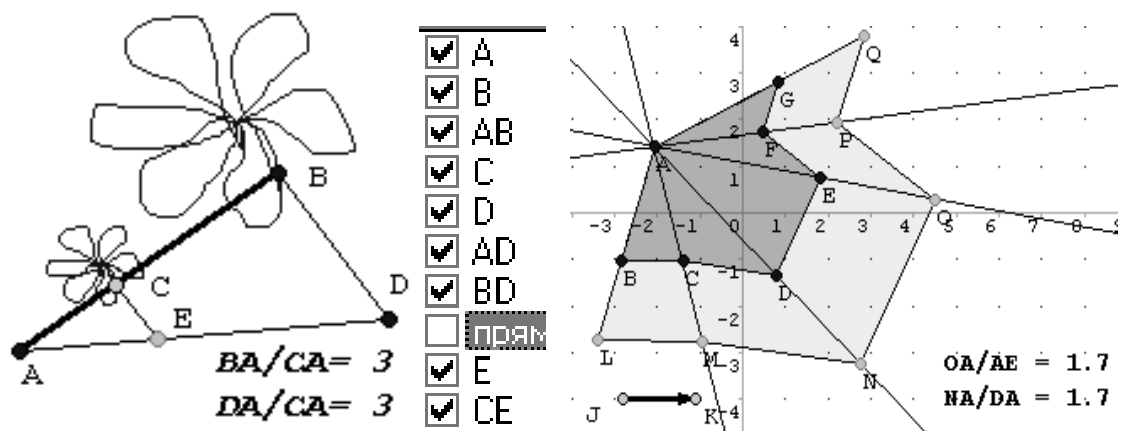


Рис. 2. 23. Приклади гомотетичних фігур.

За допомогою ППЗ GRAN-2D зручно проводити дослідження з композицією переміщень. Для створення динамічних моделей необхідно зазначати прив'язку до початкових елементів.

Підсумовуючи зазначимо, що використання при вивченні геометричних перетворень програмних засобів створює передумови для формування активної, творчої, самосвідомої особистості, здатної до самореалізації. Учень отримує можливості для вияву творчих здібностей, розвитку пізнавального інтересу, пізнавальної самостійності. Розвивається його творча уява і уявлення. В процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання стверджується особистісно-орієнтований підхід, підвищується внутрішня мотивація школяра, саме через гармонійне вбудовування освітнього процесу в логіку діяльності учня, що має для нього особистісний зміст.

**2.3. Прикладна спрямованість навчального матеріалу як засіб активізації творчої діяльності учнів.** Науково-технічний прогрес суспільства вносить суттєві зміни у зміст, методи і відповідним чином відображається у вимогах до математичної освіти. Поряд із зростанням ролі теоретичної складової, посилюється загальноосвітня роль курсу математики, прикладна та політехнічна спрямованість навчання.

В Концепції математичної освіти 12-річної школи визначається посилення прикладної спрямованості як один із пріоритетів розвитку освіти.

Практичні задачі евристичного характеру є потужним знаряддям для розвитку творчих здібностей особистості. Наприклад, здібності втілювати здобуті знання в духовні і матеріальні форми, переносити знання і уміння в нові ситуації, уміння бачити знайоме в незнайомому, винахідливість, гнучкість мислення та ін. Доступні для розуміння учня прикладні задачі посилюють світоглядні аспекти навчання, мають незрівнянну цінність для мотивації вивчення нового математичного матеріалу. Життєвою необхідністю їх розв'язування найбільш природно обґрунтувати потребу у нових ідеях, знаннях і методах.

В той же час, наші дослідження показали, що при вивченні теми, пов'язаної з розв'язуванням задач на відшукування найбільшого (найменшого) значення в задачах практичного змісту, лише четверта частина учнів математичного класу вибирала задачі вказаного типу із запропонованих. В нематематичному класі задачу вибирали лише в тому разі, коли в її умові дані практично не відрізнялися від тих, що були в попередньо розв'язаних задачах. Таку ж невтішну картину отримали ми при вивченні відповідної теми студентами першого курсу педагогічного факультету. Дослідження показали, що найпоширенішими причинами, які обумовлюють невміння учнів працювати з практичними задачами на екстремум, є недостатня увага, що приділяється цим задачам в ході вивчення відповідного матеріалу в шкільному курсі математики, брак часу хоча б на постановку задач, невміння учнів інтегрувати знання з різних областей знань, а тому і невпевненість у своїх силах та здібностях. Близько 23% учнів контрольного класу відмовлялися від розв'язування практичних задач навіть не

проаналізувавши умову завдання. Чимало учнів як причину невибору задачі називали побоювання, що не зможуть довести завдання до відповіді, а тому і не отримають практичного результату, не зможуть його перевірити. Особливо складно давалися задачі, які вимагали знань з фізики чи хімії.

В задачах практичного змісту, що були пов'язані з найпростішою обробкою статистичних даних, труднощі у 9-класників та 10-класників (математичний клас) виникали при необхідності поставити питання за частотною таблицею. Наприклад, ставилося завдання дослідити, який середній зріст дівчат у 10-му класі, розподілити опитаних по групах зросту, щоб дати рекомендації з пошиву партії одягу. Якщо перша половина завдання – збір експериментальних даних, обчислення середнього арифметичного, моди, медіани, частоти – виконувалася учнями залюбки, оскільки ними були засвоєні алгоритми розрахунку величин, то самостійно поставити запитання за таблицею змогли менше половини учнів математичного класу і лише четверта частина суспільно-гуманітарного класу.

Не менш складними виявилися для учнів задачі на рух, що дозволяють побудову графічних моделей. В дослідженнях ми використовували добірку задач зазначеного типу, запропоновану Г.П. Бевзом [9]. Учням пропонувалося одну і ту ж задачу розв'язати двома способами – алгебраїчним та графічним. Графічний метод передбачав побудову, аналіз графіків рівномірного руху (вздовж горизонтальної осі відклали час, вздовж вертикальної – шлях), розв'язування завдання через застосування рівності чи подібності трикутників тощо. Значна частина тих учнів, які все ж змогли побудувати графічну модель до задачі, могла лише якісно проаналізувати процес – автомобілі рухаються, стоять, зустрілися, один наздогнав іншого тощо. В той час як отримати кількісну характеристику змогли лише 37% тих, хто розв'язав задачу алгебраїчним методом.

Питання прикладної спрямованості матеріалу як засобу стимулювання навчальної діяльності висвітлювали Г.П. Бевз [9], Б.В. Гнеденко [32], Т.В.Зайцева [59], М.Д.Касьяненко [69], М.П. Маланюк [128], Л.Л.Панченко [154], А.В. Прус [171], З.І.Слепкань [205], Л.М. Фрідман [233], І.М.Шапіро [243] та ін. На важливості використання історичних задач акцентує увагу В.Г. Бевз [8].

Застосування ППЗ GRAN1 та GRAN-2D для аналізу функціональних залежностей, наближеного відшукування найбільших і найменших значень функції на заданій множині висвітлювали М.І.Жалдак, Є.Ф.Вінниченко, О.В.Вітюк, Ю.В.Горошко [51-54]. Причому М.І. Жалдак акцентує увагу на необхідності розвитку творчих компонентів мислення під час постановки задачі та інтерпретації розв'язку [50]. За рахунок використання ППЗ, зокрема GRAN, для дослідження моделі-функції можна інтенсифікувати процес навчання і вивільнити час. Учень за умови використання ППЗ звільняється від рутинної роботи, пов'язаної з обчисленнями, перекладаючи її на програмне забезпечення. Вчитель отримує резерв часу для творчого розвитку учнів.

На важливості розв'язування практичних завдань, що потребують статистичної обробки даних, акцентують увагу М.І. Жалдак та Г.О. Михалін [55]. Для інтенсифікації процесу навчання пропонується застосовувати ППЗ GRAN.

Н.В. Морзе [141] веде мову про отримання практичного продукту як мети навчання з використанням проектних технологій на основі ІКТ.

Один із фундаторів методології математичного моделювання Б.В. Гнеденко [32] зазначив, що готувати не лише учнів, але й майбутніх вчителів математики потрібно так, щоб вони могли бачити, з одного боку, основний зміст сучасної математики, з іншого – її прикладні можливості, методологічні проблеми та історичний процес її розвитку. Причому, метод математичного моделювання слід розглядати як метод наукового пізнання.

Прикладні задачі – це задачі, які поставлені поза математикою і розв'язуються математичними засобами. Задачі такого виду відповідають певним вимогам: мати реальний практичний зміст, який демонструє практичну цінність набутих математичних знань; відповідати шкільній програмі; бути сформульованими доступною і зрозумілою мовою, тобто не містити термінів, що потребують додаткових знань, які не передбачені шкільною програмою.

Прикладні задачі в процесі навчання виконують такі дидактичні функції, як навчаюча, виховна, розвиваюча, контролююча [10], [204]. Вирішальною серед цих функцій все частіше називається розвиваюча. Питання ощадливості та економії

матеріалів відіграють на виробництві значну роль. Тому і задачі, що пов'язані з оптимізацією розв'язку, виконують важливу розвиваючу та виховну функцію. На важливості задач з оптимізацією розв'язку акцентують увагу М.І.Бурда [15], С.А. Раков [177], М.І. Шкіль [248–249] та ін.

На основі аналізу розглянутих вище джерел, добірок задач з математики, досвіду використання ППЗ GRAN можемо констатувати:

- розв'язування практичних задач надзвичайно важливе для розвитку творчих якостей учня, активізації його творчої діяльності;
- впровадження ІКТН математики дозволяє значно інтенсифікувати процес розв'язування практичних, прикладних задач за рахунок перекладання рутинних операцій на програмне забезпечення;
- педагогічна практика свідчить про низьку готовність учнів до розв'язування зазначеного типу задач, починаючи з неспроможності проаналізувати умову до дослідження на приємливість, змістовність отриманих результатів.

Тому ратуючи за використання ППЗ в навчанні розв'язуванню практичних задач, ми ставили за мету розробити добірку завдань, для яких зручно створювати динамічні креслення за допомогою GRAN чи досліджувати моделі-функції. Пропонуючи ці завдання для розв'язування, передбачали підвищення внутрішньої мотивації учнів, посилення у них творчого інтересу, потягу до пошуку нових фактів, прагнення до самоосвіти. Поряд з цими особистісними якостями формували дослідницькі уміння учнів, здібність переносити знання і уміння в нові ситуації, винахідливість.

Наші дослідження показали, що ППЗ GRAN-2D дозволяє реалізувати до розв'язування широкого кола практичних задач на екстремум, крім дослідження моделі-функції, ще один підхід. А саме через створення динамічних виразів для обчислення кутів, довжин відрізків, площ многокутників, через обчислення площі круга, довжини кола, довжини ламаної.

Результати дослідження, розроблені добірки задач, що дозволяють створювати динамічні креслення і допускають багатоваріантність отримання



аналітичного розв'язку, представлені нами в публікаціях [87], [81], [94].

Погоджуємося з Т.В.Зайцевою [59,124], що комп'ютерне моделювання підсилює принцип наочності в сучасному його розумінні – єдності предметно-образної і абстрактно-логічної дії. У зв'язку із загальнометодичним підходом в навчанні математики наочність зіставляється з одним із методологічних принципів науки – “принципом пояснення”. Комп'ютерною моделлю можна назвати таку заміну реальних об'єктів, яка дозволяє всебічно відобразити найважливіші сторони досліджуваного об'єкта або явища в навчальному процесі.

Щоб забезпечити поетапне оволодіння евристичною схемою діяльності математичного моделювання, спочатку слід використовувати тренувальні задачі з відносно простим змістом. Тобто такі, щоб текст задачі містив підказку у виборі математичної моделі.

Оскільки прикладні задачі вимагають творчого підходу школяра як на стадії створення математичної моделі, так і при відшуканні одного чи кількох способів розв'язування, інтерпретації отриманих результатів, то ми, по можливості, намагалися розв'язувати їх в кілька етапів. На першому етапі – здійснювали аналіз умови, можливо і постановку задачі. Завдання обговорювалися в групах, іноді пропонувалися для домашніх роздумів. На другому етапі вислуховували пропозиції учнів. Якщо завдання пропонувалося попередньо додому, то обговорювалися результати дослідження, в тому числі і отримані на комп'ютері. На цьому ж етапі намічали шлях теоретичного обґрунтування. І лише на третьому, заключному, можна було робити остаточні висновки. Розбиття на кілька етапів іноді корисне з метою забезпечення інкубації – *через уявний відхід від проблеми, підсвідомий аналіз і вибір підготувати ґрунт для відкриття.*

Перевагою моделі(креслення), побудованої за допомогою GRAN-2D, перед виконаною на папері є динамічність: зміна початкових умов веде до миттєвої зміни виразів, що відстежуються. А це дає можливість оперативно порівнювати знайдений результат із зафіксованими попередніми і визначати напрям подальшого дослідження. Проводячи експерименти, учні мали змогу висувати гіпотези, відчувати себе дослідниками, експериментаторами. В процесі навчання

спостерігалось підвищення самостійної пізнавальної активності – як до вивчення теорії, так і до оволодіння методами її застосування до розв’язування задач.

Наведемо приклади динамічних креслень до задач із практичним змістом. ППЗ GRAN-2D і DG дає змогу вводити вирази, що можуть містити посилання на наявні об’єкти та обчислюються автоматично при зміні цих об’єктів. Вивчаючи тему “Нерівність трикутника”, ми помітили, з якою цікавістю школярі розв’язують задачу про оптимальне розміщення мосту через річку, що протікає поблизу двох населених пунктів, та вирішують проблему зменшення витрат на асфальтування доріг. Для пошуку вирішення проблеми запропонували учням створити динамічне креслення за допомогою GRAN-2D (рис 2. 24).

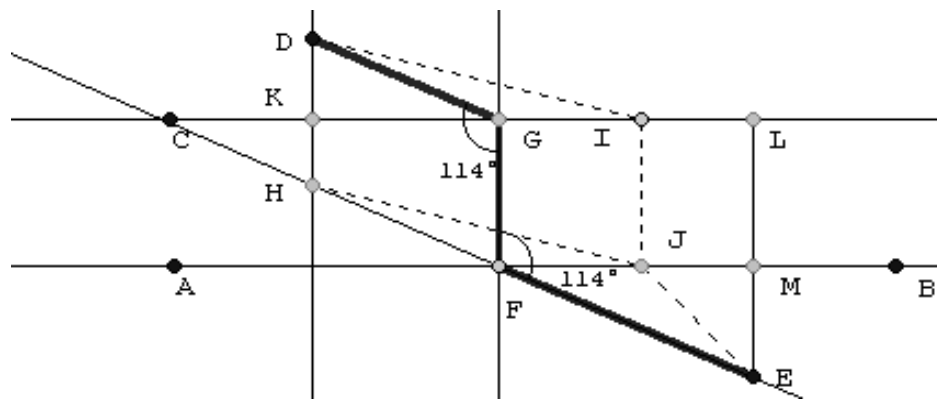


Рис. 2. 24. Проект для побудови мосту.

На першому етапі переводимо прикладну задачу на математичну мову, формуючи в учнів уміння абстрагуватися. Вводимо наступні абстрактні об’єкти: населені пункти – точки; береги річки – дві паралельні прямі; шлях, що з’єднує населені пункти, подаємо у вигляді ламаної. Аналізуємо, які величини задані в умові, які потрібно в задачі знайти. До заданих відносимо відстані до берегів річки від населених пунктів, ширину річки, відстань між населеними пунктами вздовж берега. Щоб побудувати динамічне креслення, необхідно з’ясувати, які об’єкти в динамічному кресленні будуть головними, залежними чи напівзалежними. Виробляємо поданий нижче алгоритм створення креслення:

- 1) побудуємо точки  $A, B, C$  (Об’єкт\Створити\Точка);
- 2) проведемо берег річки  $AB$  (Об’єкт\Створити\Пряма);
- 3) через точку  $C$  паралельно до  $AB$  проходить другий берег (Об’єкт

\Створити\Паралельна пряма);

4) позначаємо населені пункти  $D, E$  (Об'єкт\Створити\Точка);

5) вибираємо на прямій  $AB$  довільну точку  $F$  (вхід на міст) і даємо ствердну відповідь на питання про її прикріплення до об'єкта;

6) будуємо міст – перпендикулярну до  $AB$  пряму через точку  $F$  (Об'єкт\Створити\Перпендикулярна пряма);

7) знаходимо точку  $G$  – точку перетину з протилежним берегом (Об'єкт\Створити\Точка перетину об'єктів);

8) прокладаємо дорогу, що з'єднує пункти (Об'єкт\Створити\Ламана  $DGFE$ ). Якщо вказівник переліку об'єктів установимо на пункті “ламана”, то в полі характеристик з'явиться її довжина;

9) щоб знайти оптимальне розташування точки  $F$ , змінюють її положення, рухаючи вздовж прямої. При цьому відстежуємо зміну величини шляху як довжину ламаної або ж створюємо динамічний вираз за формулою  $Len(D,G)+Len(G,F)+Len(F,E)$ .

Якщо в розпорядженні вчителя лише один комп'ютер, краще пропонувати задалегідь підготовану модель, проставляючи відмітки біля введених об'єктів.

Отже, для довільного розташування пунктів на кресленні ми можемо знайти розташування точки  $F$ . Вчитель пропонує учням знову повернутися до вихідної проблеми і проаналізувати, кожну із складових шляху. Варіюючи такою несуттєвою величиною, як відстань до берега, встановлюємо, що ширина річки не впливає на оптимальну довжину шляху. Тому переходимо до підзадачі даної задачі. За якої умови сума відстаней від населених пунктів до входу на міст буде однаковою? Учні можуть висунути дві гіпотези – внутрішні різносторонні кути  $DGF$  і  $EFG$  рівні чи прямі  $DG$  та  $EF$  паралельні. Зрештою, обидві гіпотези будуть правильними. Перевірку рівності кутів виконуємо за послугою *Обчислення\Кут*.

Користуючись динамічним кресленням, ми підвели учнів до самостійного висновку, маленького відкриття майбутнього інженера. Відзначимо, що кількість учнів, які здогадалися, де потрібно будувати міст і як здійснити обґрунтування, в експериментальному класі була вдвічі більшою, ніж в контрольному.

Наступним кроком має бути пошук обґрунтування висунутої гіпотези. Для цього потрібно здійснити побудову паралелограма. Для обґрунтування висунутої гіпотези застосовуємо властивості паралелограма  $DGFH$  та нерівність трикутника  $HEJ$ , де  $J$  – довільна точка на прямій  $AB$ , відмінна від  $F$ . Оскільки  $HE < HJ + JE$ , то  $DG + GF + FE < DI + IJ + JE$ . Шлях  $DGFE$  найкоротший.

Для самостійної роботи учням пропонувалося розглянути розташування пунктів з одного боку річки. Більша половина тих учнів, які розв'язали вдома задачу, виконувала динамічне креслення за допомогою GRAN-2D за власним бажанням. В підручнику О.В. Погорелова<sup>1</sup> поряд з умовою до задачі подається і малюнок-підказка. Мабуть тому, що учневі непросто здогадатися, яким має бути розв'язок, не кажучи вже про його обґрунтування. Завдяки дослідженню за допомогою ППЗ, учневі вдасться пережити радість відкриття, що спонукатиме його розглянути інші задачі, що зводяться до обчислення довжини ламаної. Якщо задача не сформульована як прикладна, як це зроблено у підручнику [17,126], то краще почати її обговорення з практичних аспектів.

В підручнику [248,288] для 10-го класу задачу про побудову мосту через річку запропоновано розв'язувати з використанням похідної. Задачу класифіковано як завдання високого рівня складності. Модель-функція для дослідження за допомогою GRAN така ж, як і для дослідження з похідною вручну. Позначимо відстань  $DK$  через параметр  $P1$ , ширину річки  $P2$ , відстань між пунктами  $KL$  вздовж берега через  $P3$ , відстань  $EM$  від другого пункту до берега річки через параметр  $P4$ . Нехай змінна  $x$  – це відстань  $KG$ . Для дослідження за допомогою GRAN1 створюємо об'єкт явного типу задання за формулою  $Y(X) = \text{Sqrt}(P1^2 + X^2) + P2 + \text{Sqrt}((P3 - X)^2 + P4^2)$ . Для кожного з параметрів вказуємо невід'ємні межі (Рис. 2.25). Відстані, про які йде мова в задачі, можна змінювати рухаючи бігунок параметра. Щоб знайти точку мінімуму функції, встановлюємо курсор в найнижчу точку на графіку.

---

<sup>1</sup> Погорелов О.В. Геометрія: Планіметрія: Підруч. для 7-9 кл. серед. шк. – 2-ге вид. – К.: Освіта, 1997. – 223 с.

Важливо правильно інтерпретувати отриманий результат і узагальнити його. Для параметрів функції, графік якої подано на рис. 2.25 ( $P1=4$ ,  $P2=0.025$ ,  $P3=5$ ,  $P4=6$ ), знайдено, що  $X=2$ . Для точки мінімуму буде виконуватися умова рівності тангенсів кутів  $DGK$  і  $EFM$ , тобто  $P1/X=P4/(P3-X)$ . Умову отримаємо обґрунтовуючи результат за допомогою похідної  $X=P1*P3/(P1+P4)$ .

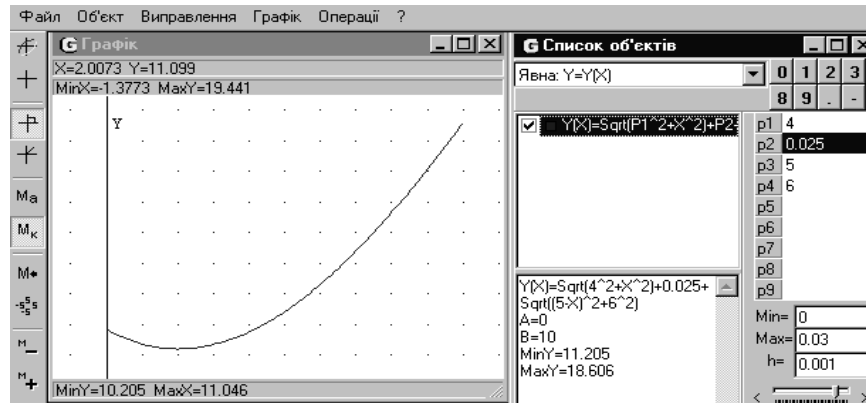


Рис. 2. 25. Дослідження розташування мосту через річку за допомогою ППЗ GRAN1.

Якщо проаналізувати добірки задач до теми “Переміщення фігур” в діючих підручниках для 8-9 класу, то помітимо, що серед них нема жодної практичної. Тому вважали за доцільне запропонувати школярам побудувати динамічні креслення до наступних практичних задач:

1) З прямокутного листа жерсті розмірами  $5 \times 8$  дм виготовити коробку без кришки найбільшого об’єму. Якими мають бути її виміри (рис.2.26)?

2) При конструюванні трансформатора змінного струму заповнити порожнину котушки залізним хрестоподібним осердям найбільшої площі (рис.Ж.1) Знайти розміри осердя, якщо задано радіус порожнини котушки?

Створюючи динамічні моделі до задач, школярі можуть використовувати такі переміщення фігур, як симетрія відносно прямої чи точки, паралельне перенесення чи поворот. Щоб в ході роботи вони могли водночас з’ясувати, як пов’язані координати симетричних точок, в задачі про трансформатор можна центр кола сумістити з початком координат, а перпендикулярні осі осердя спрямувати вздовж координатних осей. В задачі про коробку сторону прямокутника доцільно спрямувати вздовж осі координат, а середину сторони розташувати в точці  $(0,0)$ .



Рис. 2. 26 Розгортка відкритої коробки

Створюємо розгортку поверхні коробки, дотримуючись правил побудови у GRAN-2D. Послідовність побудов у програмі така сама, як і при виконанні цих дій вручну з циркулем та лінійкою. На стороні  $AC$  прямокутника  $ACDB$  виберемо довільну точку  $E$  і прикріпимо її до об'єкта (пряма  $AC$ ). Відріжемо у кожному з чотирьох кутів прямокутника квадратики, довжини сторін яких дорівнюють  $CE$ . Для цього знайдемо точку  $F$  – точку перетину кола (центр  $C$ , радіус  $CE$ ) зі стороною  $CD$  і проведемо через точки  $F$  та  $E$  прямі, перпендикулярні до сторін прямокутника. Точку перетину прямих позначимо  $G$ . Через середину сторони  $AB$  проведемо вісь симетрії. Точка перетину її з діагоналлю  $AD$  утворить центр симетрії прямокутника. Для побудови симетричних точок користуємося послугою *Побудова точки, симетричної даній відносно прямої (точки)*. Якби лист жерсті був квадратним, то для відрізання квадратиків могли б застосувати поворот навколо центра на кут  $90^\circ$ . На завершення побудови розгортки обводимо контур – створюємо замкнену ламану, що містить 12 вершин.

Активізувавши послугу *Обчислення\Динамічний вираз\Створити*, складаємо вираз для відстеження зміни об'єму коробки  $LEN(O,Q)*LEN(Q,P)*LEN(O,F)$ . Рухаємо точку  $E$  вздовж сторони прямокутника і, звернувшись до послуги *Обчислення \Динамічний вираз \Зафіксувати поточне значення*, реєструємо величину об'єму. Серед обчислених значень вибираємо

найбільше. Для прямокутника з розмірами  $5 \times 8$  дм встановлюємо, що відрізати потрібно квадратики зі стороною  $1$  дм. Для листа квадратної форми знайдемо, що максимальне значення об'єму буде за умови, коли відтинаємо квадратики зі стороною, рівною шостій частині сторони початкової заготовки. Закінчити дослідження бажано аналізом переваги побудови креслення через побудову симетричних точок.

Порівняємо, як задачу про коробку розв'язують за допомогою GRAN-2D через створення моделі у вигляді функції. Правило-орієнтир для учнів при цьому таке ж, як і для дослідження з похідною [204, 414]: 1) проаналізувати формулювання задачі, з'ясувавши, найбільше значення якої величини треба знайти; вибрати незалежну змінну (аргумент)  $x$  і записати цю величину у вигляді формули, що задає відповідну функцію; 2) знайти найбільше значення функції. Отже, введемо змінну  $x$  – довжину сторони квадрата і складемо функцію  $V(x) = (5 - 2x)(8 - 2x)x$ , при  $x \in (0; 2.5)$ . Побудувавши графік функції, визначають точку екстремуму і сам екстремум за допомогою координатного курсору, який потрібно розмістити у найвищій точці графіка. Обґрунтовують результат через похідну. Згідно з алгоритмом, знаходять похідну  $V' = 12x^2 - 52x + 40$ , і переконуються, що при  $x = 1$  значення об'єму максимальне.

Якщо розглянути конструкції зберегти у файлі або ж на їх основі створити *Макроконструкції*, то це дозволить на уроці з метою економії часу використати моделі в режимі *покрокової побудови*. Наприклад, доцільно продемонструвати модель для створення проблемної ситуації на етапі мотивації при вивченні теми “Застосування похідної до дослідження функції”, що сприятиме формуванню мотиваційно-творчої активності та спрямованості особистості. Застосування комп'ютерних технологій спрямоване на цілісне сприйняття досліджуваного явища, з'ясування його сутності, а тому сприяє кращому засвоєнню навчального матеріалу, більш повному осмисленню його школярами. Це робить їх діяльність більш усвідомленою і продуктивною.

Спираючись на класифікацію В.І.Андрєєва [2,42], запропоновані задачі можна віднести як до навчально-творчих *задач на оптимізацію*, що передбачають

вибір оптимального розв'язування та оптимізацію затрат і розвивають відповідно такі компоненти здібностей особистості, як *гнучкість та раціоналізм мислення*, так і до *конструкторських задач* чи до *експериментальних задач на моделювання*. Два останні види навчально-творчих завдань дозволяють розвивати здібності до конструювання та до широкого перенесення принципів, методів наукового пізнання у нові ситуації. З позицій теорії розвиваючого навчання найбільш важливою тут є саме можливість використання математичного моделювання як засобу розвитку операційних структур мислення, пов'язаних із творчими здібностями.

Конкретну задачу на відшукування екстремальних значень можна розв'язувати різними способами. В навчанні ми використовували властивості функцій: обмеженість функції синус і косинус; квадратична функція  $y = ax^2 + bx + c$  досягає в точці  $x = -0.5b/a$  максимального значення при  $a < 0$ , а найменшого при  $a > 0$ . Використовували для обґрунтування, крім похідної, нерівність трикутника. Вивчаючи тему „Доведення нерівностей” в класах з поглибленим вивченням математики, пропонували школярам для розв'язування практичні задачі, в яких для обґрунтування використовувалися нерівності Коші, Коші-Буняковського. Зазначимо, що учні часто опорну нерівність Коші (для  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$  виконується  $0.5(a+b) \geq \sqrt{ab}$ ) використовують формально, бо не перевіряють, коли в нерівності виконується умова рівності (при  $a=b$ ). Саме з умови рівності отримуємо важливий висновок: якщо сума двох додатних чисел стала, то їх добуток буде найбільшим тоді, коли значення цих величин рівні між собою. Якщо ж добуток двох додатних величин сталий, то їх сума буде найменшою тоді і тільки тоді, коли значення цих величин збігаються. Тобто саме умова рівності в практичних задачах на екстремум найсуттєвіша.

На заняттях по підготовці до олімпіад при поглибленому вивченні математики розглядалися більш загальні твердження, сформульовані в посібнику [128,82]: добуток  $x_1^{m_1} \cdot x_2^{m_2} \cdot \dots \cdot x_n^{m_n}$  змінних  $x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$ , сума яких дорівнює даному числу  $S$ , набуває найбільшого значення тоді, коли  $\frac{x_1}{m_1} = \frac{x_2}{m_2} = \dots = \frac{x_n}{m_n}$ , де



$m_1, m_2, \dots, m_n$  - довільні додатні раціональні числа. Сума  $x_1 + x_2 + \dots + x_n$  набуває найменшого значення, якщо добуток  $x_1^{m_1} \cdot x_2^{m_2} \cdot \dots \cdot x_n^{m_n}$  сталий і виконується співвідношення:  $\frac{x_1}{m_1} = \frac{x_2}{m_2} = \dots = \frac{x_n}{m_n}$ .

Розвиває творчі якості учнів як розв'язування нестандартних задач, так і відшукування нестандартного методу для розв'язування пізнавальної задачі. Наприклад, дев'ятикласникам математичного класу ми пропонуємо використати нерівність Коші для обґрунтування результатів, отриманих за допомогою GRAN-2D до таких розвиваючих задач:

1) Під яким кутом потрібно збити три однакові дошки, щоб одержати жолоб з найбільшим поперечним перерізом (найбільшим об'ємом)?

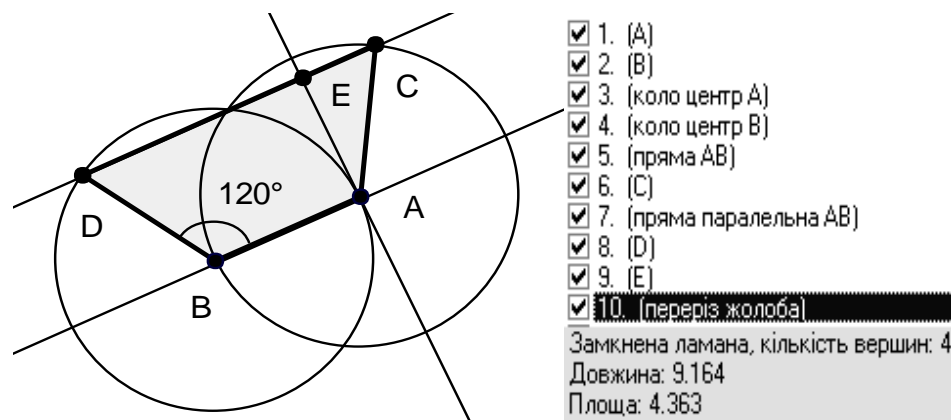
2) Зробити розрахунок поперечного перерізу каналу, що має форму рівнобічної трапеції так, щоб на бетонування внутрішньої його поверхні пішло мінімум матеріалу за умови заданої пропускної спроможності каналу.

Спочатку ми пропонуємо ліцеїстам розв'язати першу задачу. Коли ми ознайомили учнів на уроці алгебри з умовою задачі, це викликало у них деяке збентеження, подив, зацікавлення. Здавалося б, що може дати доведення нерівностей для розв'язування прикладної задачі? Після того, як були здійснені обґрунтування, ми стимулювали учнів до створення власних задач, подібних до даної, до виведення наслідків з розв'язаної. Надзвичайно важливо навчати учнів здійснювати рефлексію власної діяльності – проаналізувати не стільки отриманий результат, як способи діяльності. Необхідно виокремити етапи розв'язування задачі: аналіз умови (що дано? що знайти?), синтез – створення динамічного креслення чи моделі-функції, пошук обґрунтування, узагальнення – виведення наслідків, що демонструють міжпредметні зв'язки алгебра-геометрія, планіметрія-стереометрія. Останні задачі різняться фабулою, однак динамічні креслення до них майже однакові.

Звернемо увагу на той факт, що динамічні креслення до завдань мають різне призначення. В задачі про побудову мосту, аналізуючи отримані результати, учні мали змогу знайти метод розв'язування задачі. В задачі про жолоб акцент

зроблено на наочності. На рис.2.27 представлено поперечний переріз жолоба. Справа подано перелік об'єктів, які потрібно створити для дослідження. Складність побудови відповідає рівню 8-го класу. Однак у восьмому класі модель можна використовувати лише для мотивації вивчення математики: де у виробництві можуть бути використані знання про трапеції?

Розглянемо, як можна отримати необхідний результат через аналіз динамічних виразів, а також досліджуючи модель-функцію. Записи здійснимо у відповідності до згорнутої схеми моделювання. Для обґрунтування отриманих результатів використаємо нерівність Коші.



**Рис. 2. 27. Поперечний переріз жолоба – рівностороння трапеція**

*Попередній аналіз і побудова моделі.* Якщо в завданні стоїть вимога стосовно об'єму жолоба, то виділяємо підзадачу: знайти рівносторонню трапецію найбільшої площі. Розчленуємо умову задачі на елементарні умови і вимоги. Об'єктом в задачі є трапеція, у якої менша основа і бічні сторони рівні. Вимогою є обчислення площі. Вибудовуємо послідовність створення об'єктів за допомогою GRAN-2D, поданих на рис. 2. 27. Креслимо кола з центрами в точках A і B та радіусом AB. Виберемо на одному з кіл точку C і через неї проведемо пряму, паралельну AB до перетину з другим колом. Будують замкнену ламану – трапецію. Довжина відрізка AB рівна ширині дошки і меншій основі трапеції.

*Реалізація моделі засобами ІКТ.* Величини, необхідні для дослідження, обчислюються в програмі автоматично. Для зменшення похибки обчислення рекомендуємо збільшити кількість значущих цифр через послугу „Налагодження програми”. При зверненні до послуги *Обчислення\Кут* і вказуванні букв D, B, A,

за програмою в динаміці обчислюватиметься тупий кут, що змінюється в результаті руху по колу точки С. Досліджуємо зміну площі в залежності від тупого кута (динамічний вираз  $AREA(A,B,D,C)$ ) і встановлюємо шуканий кут. Недоцільність іншого виду чотирикутника встановлюється на четвертому етапі *аналізу одержаних результатів та перенесення їх на образ, що вивчається.*

Розглянемо можливість розв'язування задачі засобами GRAN1. *Здійснимо попередній аналіз моделі.* Спочатку переформулюємо задачу з прикладної на математичну. Оскільки дошки однакові, то від визначення об'єму можна перейти до визначення максимальної площі перерізу. Виходячи з практичних міркувань, визначаємо, що перерізом може бути квадрат чи трапеція.

*Реалізація моделі засобами ІКТ.* Складемо функцію для обчислення площі і знайдемо її найбільше значення за допомогою GRAN1. Позначимо через  $x$  довжину відрізка ЕС, рівного піввізніці основ, через  $y$  довжину меншої основи та бічної сторони. За формулою  $S = \frac{1}{2}(2x + 2y) \cdot \sqrt{y^2 - x^2}$  обчислюватимемо площу трапеції. Для дослідження за допомогою GRAN1 позначаємо ширину дошки (змінна  $y$ ) через параметр  $P1$  і створюємо об'єкт типу *Явний*  $y(x)$  за формулою  $(X + P1) * SQRT(P1^2 - X^2)$ . Вказуємо межі зміни  $X$  та параметра  $P1$ :  $A=0$ ,  $B=5$ . Рухаючи бігунок параметра  $P1$ , змінюємо ширину дошки і відстежуємо, як точка максимуму пов'язана з величиною параметра  $P1$ . Для визначення точки максимуму розташовуємо координатний курсор у найвищій точці графіка (рис. Ж. 2) і знаходимо, що  $X_{max}=0,5P1$ , тобто згідно позначень  $2x=y$ .

*Аналіз одержаних результатів та перенесення їх на образ, що вивчається.*  
З трикутника АСЕ встановлюємо кут збивання дощок.

При обґрунтуванні гіпотези за нерівністю Коші чи з використанням похідної попередній аналіз і побудова моделі-функції повторюють викладені вище. *Реалізація моделі математичними методами.* Для доведення за нерівністю Коші перетворимо формулу для вираження площі трапеції  $S = \frac{1}{2}(2x + 2y) \cdot \sqrt{y^2 - x^2}$ . Необхідно знайти найбільше значення площі за умови сталої величини  $l=3y$ .

Добуток  $3S^2 = (x+y)(x+y)(x+y)(3y-3x)$  набуває найбільшого значення при сталій сумі  $2l = (x+y) + (x+y) + (x+y) + (3y-3x) = 6y$  за умови  $x+y = 3y-3x$ . Тоді  $y=2x$ .

Проаналізуємо дидактичні функції, що їх виконує запропонована задача. Навчаюча функція забезпечує формування системи математичних знань, умінь і навичок на різних етапах засвоєння. В учнів формується вміння застосовувати нерівність Коші чи похідну до розв'язування задач на екстремум, будувати динамічні креслення. Виховна роль задачі проявляється у формуванні навичок навчальної праці, наукового світогляду, пізнавального інтересу і самостійності, такої моральної якості особистості як наполегливість. Розвиваюча – забезпечує розвиток вміння моделювати ситуацію, оволодіння прийомами розумової діяльності, сприяє формуванню здібності переносити знання і вміння в нові ситуації, бачити знайоме в незнайомому та ін. Контролююча функція спрямована на встановлення навченості, рівня загального і математичного розвитку, стану засвоєння матеріалу.

В двох наступних задачах, класифікованих в посібнику<sup>1</sup> як завдання високого рівня, для обґрунтування результатів також можна використати нерівність Коші. Однак ці завдання краще розглянути при вивченні теми “Площі фігур”. Застосування алгебраїчних методів до розв'язування геометричних задач сприяє інтеграції навчальних дисциплін та посиленню міжпредметних зв'язків.

– В деталі, що має форму циліндра, просвердлити паралельно її осі круглий наскрізний отвір, діаметр якого дорівнював би діаметру кола, вписаного в трикутник, вписаного в свою чергу у поперечний переріз цієї деталі (рис.Ж.3). Знайти максимально можливий відсоток відходів від первісної маси деталі.

– З відходів виробництва, що представляють собою обрізки трикутної форми, штамнують круглі шайби. Визначити найбільший відсоток використання матеріалу.

Наведені завдання як пізнавальні ми пропонували і семикласникам при

---

<sup>1</sup> Ясінський В.В. та ін. Вибрані конкурсні задачі з математики. Т.1. Арифметика, Алгебра: Навчальний посібник для вступників до вищих навч. закл. К.: Фенікс, 2002.- 368 с.

вивченні геометричних побудов, оскільки центральним моментом в моделях є вписування кола в трикутник. Як результати дослідження, сформулювали з учнями важливі практичні висновки: найбільшу площу з усіх трикутників, вписаних в дане коло, має рівносторонній; з усіх трикутників зі сталою площею найбільший радіус вписаного кола також у правильного трикутника.

Не менш цікаве та корисне для учнів дослідження за допомогою GRAN-2D до задач на вирізання з максимальною площею:

- із залишка тирсоплити у вигляді трапеції вирізати прямокутну кришку;
- із заготовки у вигляді трикутника вирізати паралелограм найбільшої площі; так, щоб у паралелограма і трикутника був спільний кут;
- серед усіх прямокутників, вписаних в дане півколо, знайти прямокутник найбільшої площі;
- з клаптиків тканини у вигляді кругів вирізати для аплікацій чотирикутники найбільшої площі (рис. Ж.4) та ін.

Остання задача посильна для 9-класників не лише математичного, але й суспільно-гуманітарного класу, оскільки площу чотирикутника будемо визначати через половину добутку діагоналей на синус кута між ними і враховувати обмеженість тригонометричних функцій. Змінюючи положення точок на колі, описаному навколо чотирикутника, спонукаємо учнів зробити висновок, що найбільше значення площі досягається для прямокутників, а серед прямокутників – для квадрата. Динамічне креслення використовуємо для пошуку способу доведення.

Динамічні креслення зручно виконувати за допомогою GRAN-2D до багатьох інших завдань, що зводяться до обчислення кутів та довжин ламаних, площ фігур чи об'ємів. Наприклад,

- як в даний конус вписати циліндр з найбільшим об'ємом;
- на якій відстані від стіни повинен стати глядач, щоб побачити картину під найбільшим кутом;
- на яку висоту підняти над круглим столом лампочку, щоб була найкраща освітленість для роботи?

Таким чином, поступово просуваючись до вивчення теми застосування похідної до розв'язування задач на екстремум, учні експериментального класу вже були знайомі з прийомами дослідження з використанням ППЗ, апробували значну кількість моделей при вивченні інших тем. Тому нові завдання викликали в учнів зацікавленість, бажання всебічно дослідити моделі. Разом з тим нарощувалась кількість способів розв'язування однієї і тієї ж задачі. Завдяки розв'язуванню задач кількома способами, включаючи і моделі, створені за допомогою ППЗ, вибору найдоцільнішого способу розв'язування, задач нестандартного виду формується креативна здібність особистості – гнучкість мислення. Прояв цієї якості діагностувався в легкості переходу від одного способу розв'язування до іншого, вмінні знаходити декілька способів розв'язування поставленої задачі, вмінні вийти за межі звичних способів.

Розглянуті динамічні креслення використовували також при вивченні декартових координат. Предметом обговорення був механізм обчислення координат точок перетину прямих, довжин відрізків, кутів між прямими, алгоритм складання рівняння паралельної чи перпендикулярної прямої, визначення координат симетричних точок, точок, отриманих при повороті навколо заданого центра тощо.

Вище вже вели мову про те, що задачі на рух традиційно розв'язують алгебраїчним методом, складаючи рівняння чи систему. Вивчаючи тему „Подібність трикутників” ми пропонували учням задачі такого виду і рекомендували їх розв'язувати, будуючи графічні моделі до задач на рух. Задачі привабливі можливістю застосовувати нестандартні методи розв'язування, що сприяє розвитку здібності бачити незвичайне в знайомому. Крім того, теми „Подібність трикутників” і „Кінематика” з фізики вивчалися одночасно. Уміння аналізувати графічні моделі руху об'єктів дозволяє поглиблювати міжпредметні зв'язки математика-фізика.

Наведемо приклад текстової задачі, взятої з добірки [9]. З пункту А до пункту В вирушив пішохід. Одночасно з ним назустріч виїхав мотоцикліст. Зустрівши пішохода, мотоцикліст відразу ж повернув назад і довів його до місця

призначення, а потім повернувся і поїхав до пункту А. У результаті мотоцикліст витратив на дорогу в 2,5 рази більше часу, ніж планував. У скільки разів швидше пішохід прибув до пункту В, ніж у тому випадку, якби весь шлях він пройшов пішки?

Зручно для побудови графічної моделі і дослідження використати ППЗ DG або GRAN-2D. Аналізуючи педагогічний досвід використання ППЗ в навчанні математики, ми не виявили публікацій, в яких би висвітлювалися питання, пов'язані з розв'язуванням такого виду задач. Ідея розв'язування задачі базується на подібності трикутників  $AOP$  і  $COM$ ,  $AOK$  і  $COB$  (рис. 2. 28). Доцільно не обмежуватися лише отриманням відповіді до задачі. Враховуючи динамічність моделі і створених виразів, бажано видозмінювати дані задачі і спонукати школярів проаналізувати отриманий результат, зробити

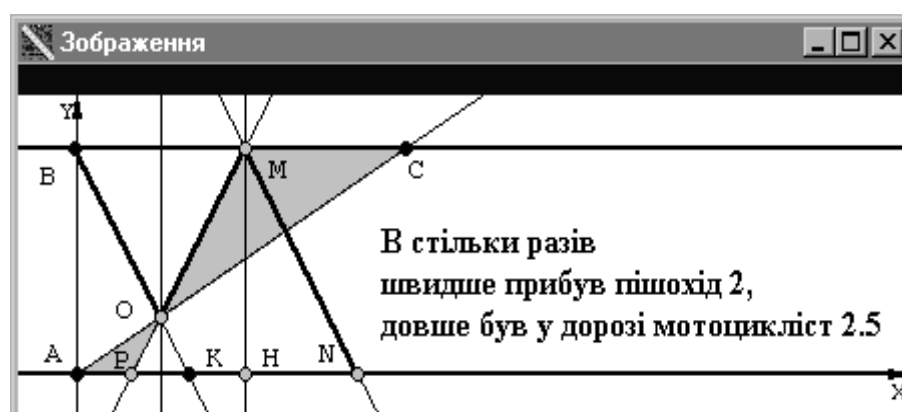


Рис. 2. 28. Графічна модель до задачі на рух

висновок до того, як буде отримано його з використанням ППЗ. Зазначимо, що під динамічним розуміємо таке креслення, в якому об'єкти задовольняють певним вимогам – розділені на незалежні, залежні та напівзалежні, а до автоматичної зміни креслення приводить лише зміна швидкості. Тому створення динамічних креслень до задач високого рівня ми також причисляємо до розв'язування творчих задач, що розвивають винахідливість, здібності до конструювання. А вміння створювати динамічні моделі зараховували до творчих здобутків учнів, його навчальних приростів.

В навчанні застосовували програмні засоби для дослідження руху тіла, кинутого під кутом до горизонту під час вивчення властивостей квадратичної

функції, досліджували максимальну дальність польоту, висоту підйому. В ході експерименту використовували завдання, запропоновані в посібнику [51].

Розвиток нових економічних тенденцій, переорієнтація на ринкові відносини потребують від сучасної молоді володіння новітніми економічними даними. Тому матеріал насичували різними економічними задачами. Зокрема такими, що передбачають використання визначених інтегралів. Детальніше завдання для вивчення інтегрального числення розглянули в проектних технологіях. Для інтенсифікації процесу навчання використовували ППЗ GRAN1, поєднуючи використання ППЗ з впровадженням проектних технологій.

Не менш ефективно сприяють розвитку креативних якостей учнів такі економічні задачі як задачі лінійного програмування. В навчанні учнів 8-их класів математичного профілю ми використовували завдання з підручника<sup>1</sup>, в 11-му – задачі з [249], пропонували учням складати і розв'язувати власні задачі. Особливу увагу звертали на те, щоб учні змістовно конструювали цільову функцію. ГМТ, що задовольняють системи нерівностей, будували як вручну, так і застосовували ППЗ GRAN1. Наведемо приклад такої задачі, обмежившись умовою та геометричним місцем точок, що задовольняють систему нерівностей.

Підприємство випускає продукцію двох видів: столи і книжкові полиці. В табл. 2.2 подано затрати і прибутки по кожному виду продукції, а також наявні ресурси. Знайти оптимальний по прибутку план виробництва.

**Таблиця 2. 2.**

**Затрати і прибутки по випуску продукції**

Вид виробу	Матеріальні затрати			Прибуток
	Час (год)	Лісоматеріали ( $m^3$ )	Скло ( $m^2$ )	
Стіл	9,2 (P2)	0,3	--	3 (P7)
Полиця	4 (P3)	0,6	2	2 (P8)
Ресурси	520 (P4)	24 (P5)	40 (P6)	

<sup>1</sup> Коваленко В.Г. та ін. Алгебра: Експерим. навч. посібник для 8 кл. шк. з поглибл. вивченням математики і спеціалізов. шк. фізико-мат. профілю. - 3-тє вид. – К.: Освіта, 1996. – 228 с.



Л.Л. Панченко [154] розглядаючи добірку завдань для студентів, класифікує подібні задачі як пізнавальні. На нашу думку, для шкільного курсу математики задачу можна вважати розвиваючою. В дужках до чисельних даних ми подали позначення параметрів, щоб побудувавши ГМТ, можна було його оперативно змінювати, рухаючи бігунки параметрів. Досліджуючи з параметрами, учні в певній мірі узагальнюють задачу.

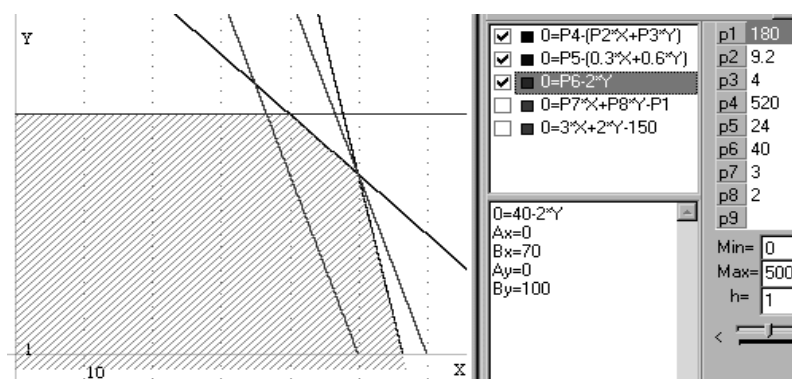


Рис. 2. 29. ГМТ, що задовольняють систему нерівностей, складених до задачі

Використовуючи ППЗ GRAN1 для розв'язування задач, що потребують статистичної обробки даних, ми ставили за мету інтенсифікувати процес навчання за рахунок вивільнення учнів від рутинних обчислень. Розв'язували завдання паралельно вручну та з використанням ППЗ і встановили, що на розв'язуванні однієї задачі отримуємо економію майже 15 хвилин. Зекономлений час відводили на обговорення отриманих результатів, складання власних задач за частотною таблицею. Практичне трактування результатів викликає в учнів найбільші труднощі, але, водночас, сприяє розвитку творчих якостей учнів. Навчаючи учнів розв'язуванню задач математичної статистики, ми поєднували використання ІКТН з навчанням дослідницьким методом. Спочатку необхідно було зібрати дані, обробити їх, написати звіт, висловивши свої пропозиції. Учні виступали, дискутували, вносили корективи у свої звіти, навчалися мислити на рівні прийняття рішень, що надзвичайно цінно для всебічного розвитку особистості.

Наведемо приклади завдань, які ми пропонували учням для розв'язування.

– Який відсоток призовників зможе служити в гвардії, якщо відомо, що у гвардію набирають служити хлопців зростом 180-184 см? Дослідження провести

серед учнів 10-го і 11-го класів. Подати рекомендації для швейної промисловості стосовно пошиву гімнастборок.

– Дослідити відношення зросту учнів до їхньої ваги, перевірити узгодженість результатів зі шкалою Кьютела, подати пропозиції щодо врегулювання ваги.

– Подати рекомендації взуттєвій фабриці стосовно виготовлення пар взуття за номерами на основі розподілу, отриманого в результаті дослідження учнями зросту однолітків.

– Визначити ймовірний час безвідмовної роботи електроприладу, якщо відомі дані стосовно ста приладів. Встановити, скільки приладів з партії в 5000 штук безвідмовно пропрацюють 250 хв тощо?

– Яка кількість чавуну потрібна для виплавки однієї тонни сталі. Розрахувати прибутки за продажу сталі (рис. Ж.5).

Під час розв'язування прикладних, практичних задач значну увагу приділяли формуванню в учнів умінь розпізнавати, узагальнювати, добирати деякі математичні об'єкти з множини подібних. Через сформованість таких умінь в учнів розвивається здатність до самостійного пошуку та засвоєння нових даних. В експериментальних класах ми замінювали лише частину розрахункових робіт виконанням за допомогою відповідних програмних середовищ. При цьому роботу максимально можливо супроводжували графічними зображеннями досліджуваних функціональних залежностей, динамічними кресленнями.

Застосування ППЗ дозволяє поєднати високий рівень абстрактності виучуваного матеріалу, логічну строгість систематичного подання зі значним ступенем наочності. Розглянуті моделі як засіб наочності виконують навчальну, розвиваючу та виховну функції. Використання ППЗ GRAN в практичних задачах на екстремуми дозволяє розв'язувати випереджаючі завдання. Створення динамічних моделей розвиває конструкторські здібності школярів, виробляє в них умінь встановлювати залежності, що описують взаємозв'язки між складовими частинами приладів та механізмів, готує до творчих пошуків і спонукає обирати раціональні шляхи досягнення поставленої мети.

## **2.4. Організація проведення педагогічного експерименту, аналіз його результатів**

З метою практичного обґрунтування висновків, отриманих у ході спостережень за навчальною діяльністю учнів, формуванням особистісних якостей учнів, нами було проведене експериментальне дослідження. Впровадження елементів комп'ютерної підтримки уроків автором розпочато у 1993–1994 навчальному році. В цей час автор почала працювати учителем математики в Криворізькому Жовтневому ліцеї. Поштовхом до використання комп'ютера на уроках математики було те, що до цього автор закінчила спеціалізовану школу математичного профілю, була учасником олімпійського руху, значний час після закінчення університету працювала програмістом в лабораторії методів математичного моделювання і здебільшого опрацьовувала задачі з невизначеною умовою, а тому розуміла їх важливість для розвитку творчих якостей учнів. Експерименти на початковому етапі проводили в класах поглибленого вивчення математики. Для використання на уроках математики самостійно розробляли програмне забезпечення, складали з учнями програми побудови графіків функцій, програми для уроків аналітичної геометрії, ділилися досвідом використання програмного забезпечення з вчителями району. В 1998-1999 рр. автор брала участь у педагогічному експерименті, проведеному на базі Жовтневого ліцею В.П. Кисільовою [71], опанувала методику діагностування особистісних якостей учнів.

З 1999 року у використанні програмного забезпечення перейшли від програмістського ухилу до користувацького. Це було пов'язано з тим, що курсах підвищення кваліфікації в Криворізькому державному педагогічному університеті І.О. Теплицький та С.О. Семеріков запропонували використовувати в навчанні ППЗ GRAN1, посібник М.І. Жалдака „Комп'ютер на уроках математики” [51], постійно надавали методичні рекомендації щодо використання ІКТ в навчанні математики. Починаючи з 2002 року, автором було проведено серії уроків математики з комп'ютерною підтримкою з використанням ППЗ GRAN1, які обговорювалися з методистами, вчителями математики.

З'явилися перші публікації в матеріалах науково-практичних конференцій. З 2003 року почали використовувати в навчанні ППЗ GRAN-2D, GRAN-3D, DG. Досвід використання ІКТ в навчанні математики з метою формування особистісних якостей учнів автор презентувала на Всеукраїнському конкурсі „Вчитель року – 2004” в номінації „Математика”. В 2004-му році тему дослідження було затверджено на засіданні кафедри інформатики НПУ ім. М.П. Драгоманова. З цього часу автор отримувала методичні поради, консультації з питань формування особистісних якостей учнів та впровадження ІКТ в навчання математики від керівника дослідження, доктора педагогічних наук, професора М.І. Жалдака.

Робота передбачала три етапи. На першому етапі проводився констатувальний експеримент, спрямований на з'ясування рівня сформованості особистісних якостей учня в контексті знань і умінь стосовно розв'язування задач згідно вироблених критеріїв діагностування якостей. Другим етапом роботи (пошуковий експеримент) було проведення серії експериментальних занять з метою створення необхідних складових методичної системи, спрямованої на формування в учнів позитивних особистісних якостей. Метою третього етапу дослідження – формувального експерименту – було виявлення індивідуальних змін у розвитку особистісних якостей учнів. Далі йшло підведення підсумків дослідження.

У зміст експериментальної роботи входило розв'язання таких завдань:

– вивчення вітчизняного і зарубіжного досвіду виявлення і формування творчих особистісних якостей з метою встановлення факторів, що сприяють їх розвитку в учнів; передового педагогічного досвіду навчання математики з використанням інформаційно-комунікаційних технологій; ефективності поєднання ІКТН математики з особистісно-орієнтованими технологіями розвивального навчання, навчання як дослідження, проектною технологією, навчанням у співпраці та інтерактивними методиками з метою розвитку творчих якостей учня;

- визначення рівня сформованості в учнів особистісних якостей;
- експериментальна перевірка ефективності запропонованих компонентів методичної системи формування особистісних якостей учня.

Методика майбутнього педагогічного дослідження проходила діагностування методом експертних оцінок на кафедрі інформатики та прикладної математики і на кафедрі математики КДПУ шляхом її обговорення до початку експериментального дослідження. Основними методами дослідження на цьому етапі були спостереження за ходом навчального процесу, анкетування, бесіди з учнями і вчителями, вивчення шкільної успішності, результатів діяльності учнів та психолого-педагогічних характеристик з учнівських особових справ.

Розглянемо докладніше кожний з етапів педагогічного експерименту. Перший етап дослідження – етап констатувального експерименту тривав протягом 1999-2004 року і мав на меті встановити:

- рівень володіння учнями основними уявленнями про розв'язування математичних задач засобами ІКТ;
- рівень сформованості знань і вмінь учнів з шкільного курсу математики щодо розв'язування ними практичних задач за допомогою ППЗ, задач з параметрами; завдань, пов'язаних з дослідженнями функцій, розв'язуванням рівнянь та нерівностей графічним методом, побудовою на графічних зображеннях; розв'язуванням геометричних задач на доведення; завданнями, що передбачають використання геометричних перетворень на площині;
- характер залежності цього рівня від змісту навчання та методів і форм організації навчальної діяльності;
- характер мотивації учбової діяльності.

На цьому етапі вивчались форми і методи навчання математики, аналізувались результати контрольних робіт та анкет учнів проводились бесіди і обговорення пропонованої методичної системи з методистами, з учителями шкіл. На цій основі були визначені основні аспекти проблеми дослідження, а також можливості і напрямки використання педагогічних програмних засобів для розвитку творчих якостей учнів.

В результаті констатувального експерименту було встановлено: учні погано усвідомлюють модельний характер основних наукових понять та об'єктів з математики – точка, лінія, поверхня тощо; рівень володіння учнями основними уявленнями про евристичні функції методу моделювання за допомогою ППЗ незадовільний; значна частина учнів має низький рівень знань і вмінь стосовно розв'язування практичних задач за допомогою ППЗ, стосовно побудови графіків функцій, розв'язування завдань графічними методами; розвитку просторової уяви; мотивація учбової діяльності коливається у широкому діапазоні від стійкої внутрішньої до епізодичної, яка залежить від виду пропонованої діяльності; часто має місце помітний розрив між теоретичними знаннями та вмінням застосовувати їх на практиці, особливо у незнайомих ситуаціях. Досліджено причини негативних проявів. Констатувальний експеримент підтвердив висновки теоретичного аналізу про доцільність впровадження ППЗ в навчання математики з метою розвитку особистісних якостей учнів.

На другому етапі (2004-2006 рр.) проводився пошуковий експеримент.

В ході пошукового експерименту в умовах школи визначалась ефективність окремих компонентів методичної системи, здійснювалось її коригування, доповнення і удосконалення, проводився пошук і методичний аналіз різноманітних програмних засобів, адекватних поставленим завданням дослідження. Пропоновані нами окремі компоненти методичної системи ґрунтуються на тому, що математика, як і будь-який інший навчальний предмет, реалізує свою головну мету через ознайомлення учнів з основами науки та подання тих необхідних знань, умінь і навичок, які можуть бути застосовані в практичній діяльності, що в цілому повинно забезпечувати розумовий розвиток. Тому при плануванні і впровадженні ППЗ вирішувались три основні проблеми: 1) наукове психолого-педагогічне обґрунтування можливості розвитку особистісних якостей засобами пропонованого курсу; 2) виявлення методологічних особливостей такої специфічної діяльності, якою є розв'язування задач за допомогою засобів комп'ютерної математики; 3) створення змістового наповнення курсу як логічно завершеної, науково витриманої і педагогічно несуперечливої цілісної системи

фактів, понять і знань, придатної для формування адекватних уявлень про можливості і та деякі обмеження використання ППЗ.

В ході пошукового експерименту розроблялася методична система курсу: уточнювалися і формулювалися цілі навчання, на основі дидактичного аналізу різних програмних засобів проводився відбір з них найбільш адекватних поставленим цілям; продовжувався цілеспрямований пошук та вивчення змістового наповнення курсу; встановлювались напрямки і можливості розширення організаційних форм навчальної діяльності, спрямованих на посилення мотиваційного фактору навчання; добиралися компоненти теоретичної складової курсу, здатні розширити уявлення учнів про методи і засоби опрацювання різноманітних відомостей; розроблялась система завдань, спрямованих на сприйняття й осмислення основних понять комп'ютерно-орієнтованого навчання математики; добирались відповідні завдання для застосування знань і умінь у стандартних та видозмінених ситуаціях; перевірялась доступність і доцільність практико-орієнтованих вправ, призначених для розв'язування за допомогою різних програмних засобів.

Відпрацьовувалася система навчально-творчих завдань, зокрема для комп'ютерного орієнтованого навчання математики: вивчалися питання про специфічні особливості творчих задач, їх ознаки, види та критерії відбору.

Відстежувалася відповідність змісту навчального матеріалу і структури курсу в цілому основним дидактичним принципам. Здійснювався добір таких завдань, які вирішувалися б засобами ІКТ і демонстрували прикладний аспект математики та її зв'язок з іншими науками. Удосконалювались організаційні форми й методи навчання (бесіда, лекція, науковий семінар, спеціальні (лабораторні) заняття, індивідуальна робота й робота у складі тимчасових творчих груп). Розроблялася програма занять для семінарів вчителів з питань впровадження ІКТ, програма і планування курсу "Інформаційно-комунікаційні засоби навчання математики".

На основі узагальнення матеріалу з літературних джерел, власного досвіду автора і досвіду колег добирався матеріал для позакласної роботи з математики,

що передбачала можливість застосування ППЗ, а також для проведення лабораторних занять в комп'ютерному класі.

У відповідності до програми створювався посібник для вчителів.

Спостереження показали, що для успішного засвоєння учнями прийомів розв'язування конкретної задачі за допомогою ППЗ необхідне повне і завершене виконання цього процесу і що найбільш ефективно це здійснюється при залученні готового програмного продукту. Ось чому нами було зроблено вибір на користь ППЗ GRAN, DG, забезпечених графічними можливостями.

Пошуковий експеримент дозволив зробити такі висновки: запропонована методична система комп'ютерно-орієнтованого навчання математики є науково обґрунтованою, вона являє собою одну з численних реалізацій нових інформаційних технологій навчання і орієнтована на розвиток особистісних якостей учнів; навчальний матеріал допускає його вибіркоче вивчення, але кращі результати досягаються при послідовному проходженні всіх пропозованих прикладів у порядку їх розташування; максимальній ефективності курсу сприяє урізноманітнення організаційних форм навчання, і зокрема проведення лабораторних робіт з використанням ППЗ, семінарів; провідну роль у створенні сприятливих умов навчання і розумового розвитку відіграє неослабна увага до формування мотиваційної сфери учнів, і особливо підтримки пізнавального інтересу.

На третьому етапі – етапі формувального експерименту (2006-2007 рр.) здійснювалася апробація навчально-методичної системи. В експерименті брали участь учні 9-10-их класів Криворізького Жовтневого ліцею, загальноосвітніх шкіл Кривого Рогу №№ 32, 116, 126; Криворізької гімназії № 49, спеціалізованої гімназії №75 м. Києва, ліцею №38 м. Києва, Смілянського природничо-математичного ліцею Черкаської області. Крім автора, працювали ще сім учителів-методистів, вчителів вищої категорії. Експеримент здійснювався в умовах реального процесу навчання у шкільному класі.

Апробація мала на меті виявити недоліки та ефективність методичної системи і включала такі складові: експериментальну перевірку навчального посібника для вчителя (узгодженість теоретичного матеріалу і відповідних



практичних завдань, доступність та логічність викладу, достатність або надмірність матеріалу); реалізацію запропонованих організаційних форм і методів навчання; виявлення рівня зацікавленості ним з боку учнів, їхнього ставлення до виконання практичних завдань; з'ясування впливу комп'ютерно-орієнтованого навчання на розвиток якостей учнів, на рівень їх особистісних творчих досягнень.

Педагогами підтримувався позитивний емоційний фон, діловий настрій з характерними для нього зацікавленістю, зосередженістю, проявами особистої ініціативи і відповідальності за результати навчання.

Наведемо деякі кількісні показники, які певною мірою підтверджують ефективність розробленої методики. Для перевірки до експерименту було включено 11 контрольних груп (КГ) і 11 експериментальних груп (ЕГ), які нараховували відповідно 315 і 312 учнів. При проведенні експерименту було забезпечено дотримання практично всіх вимог щодо застосування статистичних методів опрацювання результатів педагогічних досліджень, тобто вибірки були однорідні та незалежні, уроки в усіх контрольних та експериментальних групах проводили одні й ті самі вчителі. Переважна більшість їх – це вчителі-методисти вищої категорії, учні яких посідають призові місця в олімпіадах різних рівнів, конкурсах-захистах науково-дослідницьких робіт. Можливість оперативного обміну інформацією підтримувалася в ході зустрічей з учителями та електронною мережею. Комп'ютерно-орієнтовані уроки проводилися в рамках традиційної методичної системи навчання. Навчання проводилося за посібником, підготовленим для вчителів.

Результати підсумкових контрольних робіт учнів по розв'язуванню задач з параметрами подано в таблиці 2.3.

$n_1$  – кількість учнів в експериментальній групі;

$n_2$  – кількість учнів у контрольній групі;

$Q_{1i}$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) – кількість учнів у експериментальній групі, які отримали оцінки відповідно до рівня «початковий», «середній», «достатній», «високий»;  $Q_{2i}$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) – кількість учнів у контрольній групі, які отримали

оцінки відповідно до рівня «початковий», «середній», «достатній», «високий».

Таблиця 2.3

Групи	початковий	середній	достатній	високий
ЕГ, $n_1=312$	$Q_{11}=12$	$Q_{12}=92$	$Q_{13}=175$	$Q_{14}=33$
КГ, $n_2=315$	$Q_{21}=24$	$Q_{22}=131$	$Q_{23}=139$	$Q_{24}=21$

Нульова гіпотеза  $H_0$ : більш високий рівень сформованості вмінь і навичок розв'язування задач з параметрами у тих учнів, що використовували для аналізу графічних образів ППЗ GRAN пояснюється випадковими факторами, тобто статистично КГ і ЕГ однакові. Альтернативна гіпотеза  $H_a$ : цей більш високий рівень є результатом використання запропонованої методики навчання. Вибірки незалежні, вимірювана властивість (рівень сформованості вмінь і навичок та застосовуваних при цьому знань) виміряна за шкалою порядку, що має чотири категорії: "початковий", "середній", "достатній", "високий".

Скориставшись двохстороннім критерієм  $\chi^2$  (критерій Пірсона) [53] і враховуючи, що експериментальні дані подані у формі таблиці  $2 \times C$ , де  $C=4$  – кількість категорій, для перевірки гіпотези знаходимо значення  $T_{експ}$  досліджуваної випадкової величини:

$$T = \frac{1}{n_1 \cdot n_2} \sum^n \frac{(n_1 \cdot Q_{2i} - n_2 \cdot Q_{1i})^2}{Q_{1i} + Q_{2i}} \quad (1)$$

За формулою (1) підраховується значення статистики критерію  $T_{експ}$ . В результаті обчислень маємо  $T_{експ}=34,09$ . У даному випадку і надалі рівень значущості було прийнято  $\alpha=0,05$ . За таблицею для числа ступенів вільності  $\nu=C-1=3$  знаходимо критичне значення величини  $T$ :  $T_{кр}=7,82$ .

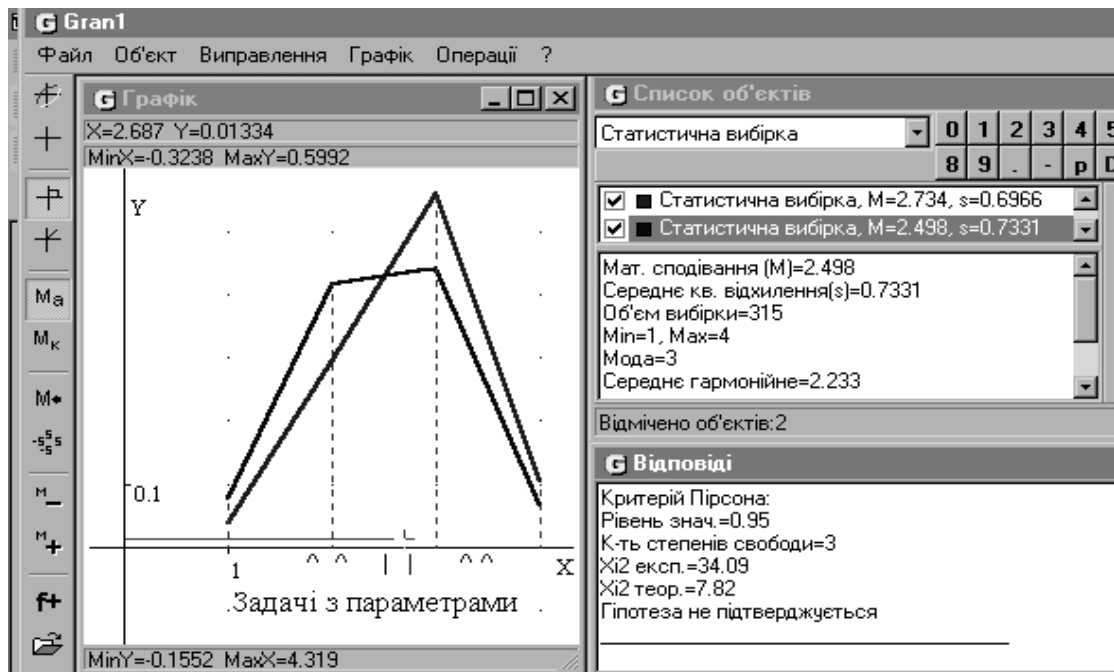


Рис. 2. 30. Порівняння вибірок за результатами розв'язування задач з параметрами

Оскільки  $T_{експ} > T_{кр}$ , то у відповідності до правила прийняття рішення отримані результати дають підставу для відхилення нульової гіпотези і прийняття альтернативної, тобто вищий рівень сформованості вмінь і навичок розв'язування задач з параметрами є результатом запропонованої методики.

Результати підсумкових контрольних робіт по розв'язуванню задач практичного змісту подано в табл. 2.4.

Таблиця 2.4

Групи	початковий	середній	достатній	високий
ЕГ, $n_1=312$	$Q_{11}=10$	$Q_{12}=95$	$Q_{13}=154$	$Q_{14}=53$
КГ, $n_2=315$	$Q_{21}=18$	$Q_{22}=135$	$Q_{23}=123$	$Q_{24}=39$

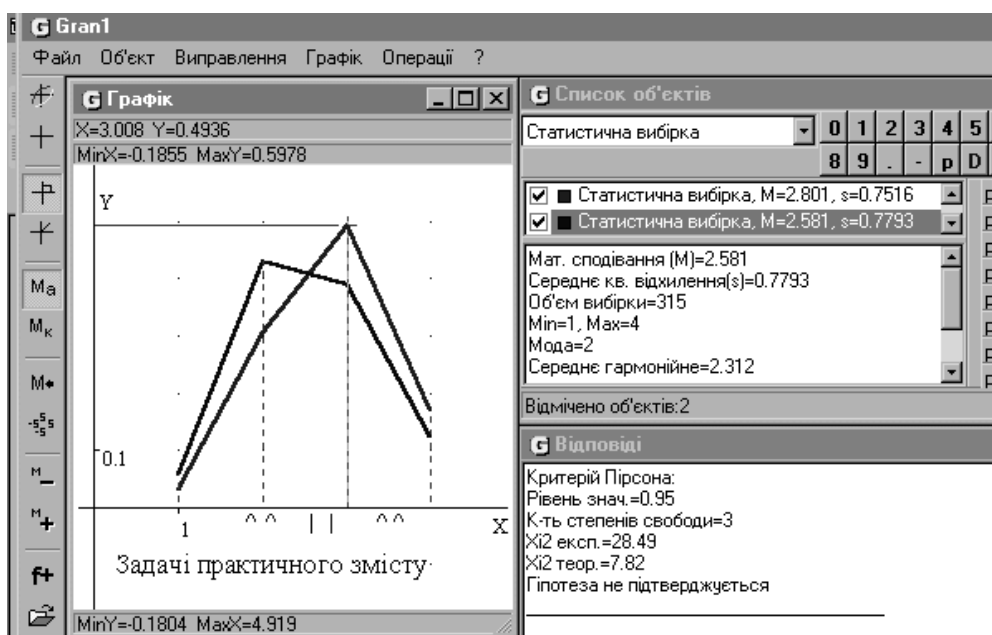


Рис. 2. 31 Порівняння вибірок за результатами розв'язування практичних задач

Нульова гіпотеза  $H_0$ : більш високий рівень сформованості вмінь і навичок розв'язування задач практичного змісту у тих учнів, що використовували для аналізу моделей-функцій, динамічних креслень ППЗ GRAN пояснюється випадковими факторами, тобто статистично КГ і ЕГ однакові. Альтернативна гіпотеза  $H_a$ : цей більш високий рівень є результатом використання запропонованої методики навчання. Оскільки  $T_{експ}=28,49 > T_{кр}=7,82$ , то у відповідності до правила прийняття рішення отримані результати дають підставу для відхилення нульової гіпотези і прийняття альтернативної, тобто вищий рівень сформованості вмінь і навичок розв'язування задач практичного змісту є результатом запропонованої методики.

Результати підсумкових контрольних робіт, пов'язаних з дослідженнями функцій, розв'язуванням рівнянь та нерівностей графічним методом подано в табл. 2.5.

Таблиця 2.5

Групи	початковий	середній	достатні й	високий
-------	------------	----------	---------------	---------

ЕГ, $n_1=312$	$Q_{11}=12$	$Q_{12}=89$	$Q_{13}=166$	$Q_{14}=45$
КГ, $n_2=315$	$Q_{21}=22$	$Q_{22}=113$	$Q_{23}=159$	$Q_{24}=21$

Нульова гіпотеза  $H_0$ : більш високий рівень сформованості вмінь і навичок розв'язування задач з дослідженнями функцій, розв'язуванням рівнянь та нерівностей графічним методом у тих учнів, що використовували для аналізу графічних образів ППЗ GRAN пояснюється випадковими факторами, тобто статистично КГ і ЕГ однакові. Альтернативна гіпотеза  $H_a$ : цей більш високий рівень є результатом використання запропонованої методики навчання. Оскільки  $T_{експ}=37,71 > T_{кр}=7,82$ , то у відповідності до правила прийняття рішення отримані результати дають підставу для відхилення нульової гіпотези і прийняття альтернативної, тобто вищий рівень сформованості вмінь і навичок розв'язування задач з дослідженнями функцій, розв'язуванням рівнянь та нерівностей графічним методом є результатом запропонованої методики.

Результати підсумкових контрольних робіт, пов'язаних з побудовою на графічних зображеннях подано в табл. 2.6.

Таблиця 2.6

Групи	початковий	середній	достатній	високий
ЕГ, $n_1=312$	$Q_{11}=17$	$Q_{12}=89$	$Q_{13}=123$	$Q_{14}=83$
КГ, $n_2=315$	$Q_{21}=56$	$Q_{22}=122$	$Q_{23}=116$	$Q_{24}=21$

Нульова гіпотеза  $H_0$ : більш високий рівень сформованості вмінь і навичок пов'язаних з побудовою на графічних зображеннях пояснюється випадковими факторами, тобто статистично КГ і ЕГ однакові. Альтернативна гіпотеза  $H_a$ : цей більш високий рівень є результатом використання запропонованої методики навчання. Оскільки  $T_{експ}=221,6 > T_{кр}$ , то у відповідності до правила прийняття

рішення отримані результати дають підставу для відхилення нульової гіпотези і прийняття альтернативної, тобто вищий рівень сформованості вмінь і навичок пов'язаних з побудовою на графічних зображеннях є результатом запропонованої методики.

Результати дослідження рівнів сформованості пізнавальних якостей на основі експертних оцінок подано в табл. 2.7.

Таблиця 2.7

	Групи	початковий	середній	високий
до експерименту	ЕГ, $n_1=312$	$Q_{11}=145(46,5\%)$	$Q_{12}=106(34\%)$	$Q_{13}=61(19,5\%)$
	КГ, $n_2=315$	$Q_{21}=134$	$Q_{22}=126$	$Q_{23}=55$
після експерименту	ЕГ, $n_1=312$	$Q_{11}=89(28,5\%)$	$Q_{12}=151(48,4\%)$	$Q_{13}=72(23,7\%)$
	КГ, $n_2=315$	$Q_{21}=113$	$Q_{22}=141$	$Q_{23}=61$

$Q_{1i}$  ( $i=1, 2, 3$ ) – кількість учнів у експериментальній групі, у яких діагностовано рівень сформованості якостей «початковий», «середній», «високий»;  $Q_{2i}$  ( $i=1, 2, 3$ ) – кількість учнів у контрольній групі, у яких діагностовано рівень сформованості якостей «початковий», «середній», «високий». До експерименту вибірки статистично однакові:  $T_{експ}=4,75$ .

Нульова гіпотеза  $H_0$ : більш високий рівень сформованості пізнавальних якостей на основі експертних оцінок пояснюється випадковими факторами, тобто статистично КГ і ЕГ однакові. Альтернативна гіпотеза  $H_a$ : цей більш високий рівень є результатом використання запропонованої методики навчання. Оскільки  $T_{експ}=7,84 > T_{кр}=5,99$ , то у відповідності до правила прийняття рішення отримані результати дають підставу для відхилення нульової гіпотези і прийняття альтернативної, тобто вищий рівень сформованості пізнавальних якостей на основі експертних оцінок є результатом

запропонованої методики.



Рис. 2. 32. Порівняння вибірок сформованості пізнавальних якостей до експерименту

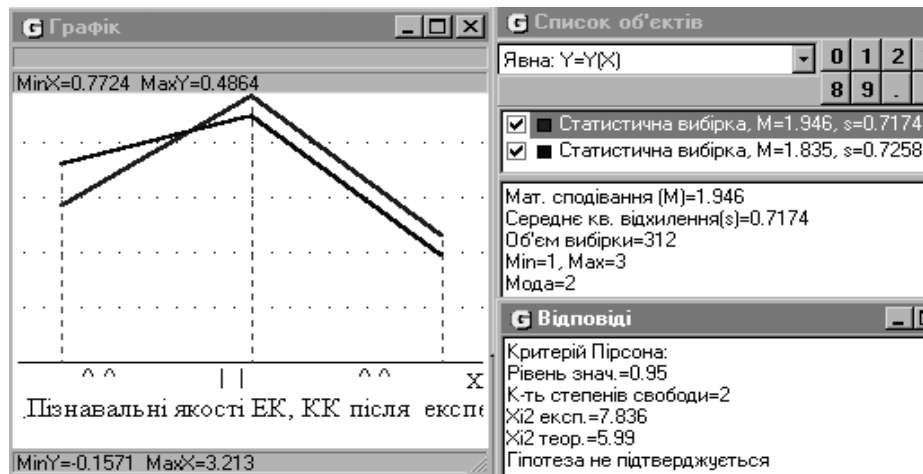


Рис. 2. 33. Порівняння вибірок сформованості пізнавальних якостей до експерименту

Результати дослідження рівнів сформованості креативних якостей в табл. 2.8.

Таблиця 2.8

	Групи	початковий	середній	високий	
до експерименту	ЕГ, $n_1=312$	$Q_{11}=178$ (57%)	$Q_{12}=91$ (29,2%)	$Q_{13}=43$ (13,8%)	$T_{\text{експ}} = 3,285$ $T_{\text{кр}}=5,99$ статистич.однакові
	КГ, $n_2=315$	$Q_{21}=169$	$Q_{22}=107$	$Q_{23}=39$	
після експ.	ЕГ, $n_1=312$	$Q_{11}=102$ (32,7%)	$Q_{12}=151$ (48,4%)	$Q_{13}=59$ (18,9%)	$T_{\text{експ}}=32,62$ $T_{\text{кр}}=5,99$ статистично різні
	КГ, $n_2=315$	$Q_{21}=153$	$Q_{22}=121$	$Q_{23}=41$	

Нульова гіпотеза  $H_0$ : більш високий рівень сформованості креативних

якостей на основі експертних оцінок пояснюється випадковими факторами, тобто статистично КГ і ЕГ однакові. Альтернативна гіпотеза  $H_a$ : цей більш високий рівень є результатом використання запропонованої методики навчання. Оскільки  $T_{експ} > T_{кр}$ , то у відповідності до правила прийняття рішення отримані результати дають підставу для відхилення нульової гіпотези і прийняття альтернативної, тобто вищий рівень сформованості креативних якостей на основі експертних оцінок є результатом запропонованої методики.

Результати дослідження рівнів сформованості організаційно-діяльнісних якостей на основі експертних оцінок подано в табл. 2.9.

Таблиця 2.9

	Групи	початковий	середній	високий	
до експерименту	ЕГ, $n_1=312$	$Q_{11}=114$ (36,4%)	$Q_{12}=135$ (43,4%)	$Q_{13}=63$ (20,2%)	$T_{експ} = 3,059$ $T_{кр}=5,99$ статистич.однакові
	КГ, $n_2=315$	$Q_{21}=109$	$Q_{22}=141$	$Q_{23}=65$	
після експерименту	ЕГ, $n_1=312$	$Q_{11}=55$ (17,5%)	$Q_{12}=178$ (57,2%)	$Q_{13}=79$ (25,3%)	$T_{експ}=11,28$ $T_{кр}=5,99$ статистично різні
	КГ, $n_2=315$	$Q_{21}=95$	$Q_{22}=147$	$Q_{23}=73$	

Нульова гіпотеза  $H_0$ : більш високий рівень сформованості організаційно-діяльнісних якостей на основі експертних оцінок пояснюється випадковими факторами, тобто статистично КГ і ЕГ однакові. Альтернативна гіпотеза  $H_a$ : цей більш високий рівень є результатом використання запропонованої методики навчання. Оскільки  $T_{експ} > T_{кр}$ , то у відповідності до правила прийняття рішення отримані результати дають підставу для відхилення нульової гіпотези і прийняття альтернативної, тобто вищий рівень сформованості організаційно-діяльнісних якостей на основі експертних оцінок пов'язаних з побудовою на графічних зображеннях є результатом запропонованої методики.



Результати дослідження рівнів активності учнів, пов'язаних зі створенням різних творчих навчальних продуктів (слайдів, презентацій, науково-дослідницьких робіт тощо) подано в табл. 2.10.

Таблиця 2.10

Групи	початковий	середній	високий
ЕГ, $n_1=312$	$Q_{11}=53$	$Q_{12}=93$	$Q_{13}=166$
КГ, $n_2=315$	$Q_{21}=81$	$Q_{22}=137$	$Q_{23}=97$

Нульова гіпотеза  $H_0$ : більш високий рівень активності учнів, пов'язаний зі створенням різних творчих навчальних продуктів (слайдів, презентацій, науково-дослідницьких робіт тощо) пояснюється випадковими факторами, тобто статистично КГ і ЕГ однакові. Альтернативна гіпотеза  $H_a$ : цей більш високий рівень є результатом використання запропонованої методики навчання. Оскільки  $T_{експ} > T_{кр}$ , то у відповідності до правила прийняття рішення отримані результати дають підставу для відхилення нульової гіпотези і прийняття альтернативної, тобто більш високий рівень активності учнів, пов'язаний зі створенням різних творчих навчальних продуктів (слайдів, презентацій, науково-дослідницьких робіт тощо) є результатом запропонованої методики.

Результати експериментальної перевірки та впровадження запропонованої комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математики засвідчили її ефективність і підтвердили гіпотезу дослідження, усі завдання якого виконано.

## ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2

Методична система розвивального навчання математики на основі ІКТ має на меті забезпечити можливість застосування засобів ІКТ у навчальній діяльності з метою всебічного розвитку особистості, її якостей, обдарувань.

1. Метою системи розвивального навчання математики на основі ІКТ є формування особистісних якостей школяра (організаційно-діяльнісних, пізнавальних, креативних); виховання високоморальної особистості; розумовий розвиток учнів.

2. З'ясовано важливе значення для формування особистісних якостей змісту математичної діяльності з використанням ІКТ. З цією метою створено перелік тем, при вивченні яких доцільно використовувати вибрані засоби. Виділено типи навчально-творчих завдань для формування особистісних якостей учнів. Зміст навчання включає і зміст діяльності учня (вміння аналізувати задачу, планувати її розв'язання і т. д.).

3. Встановлено, що вдало побудовані моделі засобами ІКТ, розроблені проекти тощо можуть нести в собі нові, непередбачені відомості про виучуваний об'єкт, а тому саме такі ситуації у процесі навчання створюють глибокий емоційний вплив на учнів, стаючи ефективним мотиваційним фактором.

4. З'ясовано, що необхідно враховувати психолого-дидактичні принципи розвивального навчання на основі ІКТ – провідну роль теоретичних знань; інтенсифікацію процесу навчання, навчання на високому, але доступному рівні складності; усвідомлення учнями процесу навчання, проблемність навчання; індивідуалізація та диференціація навчально-виховного процесу, системна робота вчителя над загальним розвитком усіх учнів.

5. Підтверджено, що навчання розвиваючими методами – проблемним, частково-пошуковим, дослідницьким – дозволяє досягати високого рівня навчання та проблемності пізнавальної активності, на основі чого в учнів створюються пізнавальні навички та потреба у набутті інших, формуються пізнавальні, креативні якості. Особливо ефективними є практичні методи –

демонстраційні експерименти, самостійне спостереження, розв'язування доцільних задач, виконання практикумів та лабораторних робіт з використанням ІКТ.

6. Організаційні форми комп'ютерно-орієнтованого навчання математики обумовлюються цілями, змістом та методами навчання і у значній мірі наявністю такого потужного засобу навчальної діяльності, яким є комп'ютер. З комп'ютерно-орієнтованих форм організації навчання математики в школі найбільш вигідними виявилися комп'ютерно-орієнтовані лабораторні заняття, науково-дослідні роботи; тестування. Дослідили, що в процесі впровадження ППЗ залежно від цілей уроку зручно використовувати як групову, так і колективну форми праці.

7. Встановили на практиці, що інформаційно-комунікаційні технології навчання математики доцільно гармонійно поєднувати з особистісно-орієнтованими технологіями, проектною технологією, навчанням у співпраці.

8. Добір задач, придатних для розвитку творчих якостей особистості засобами ІКТ, становить самостійну непросту проблему. Ця проблема в певній мірі слід вирішувати спільними зусиллями вчителя й учнів. Підготовка учнів до виконання творчих завдань, здійснювана в ході вступної бесіди, особливо необхідна на перших порах, поки учні ще не володіють у достатній мірі специфікою дослідницької діяльності. На початковому етапі значне місце повинні займати завдання, які можна розглядати як проміжну ланку між тренувальними й творчими.

9. В ході дослідження були виявлені педагогічні умови впровадження ІКТН, які спрямовані на формування творчих якостей особистості школяра. На основі аналізу теоретичних джерел, вивчення передового педагогічного досвіду навчання математики з використанням ІКТ, власної навчальної практики, результатів констатувального експерименту, розроблено систему задач, спрямовану на розвиток особистісних якостей учнів, методику опрацювання задач.

10. В ході дослідження дібрано зміст навчального матеріалу комп'ютерно-

орієнтованого шкільного курсу математики з метою формування особистісних якостей учня, розроблені добірки завдань до курсу вивчення змістової лінії функції, розв'язування задач з параметрами графічними методами, підготовлено добірку завдань, що містять логарифмічну функцію. Підібрано серію практичних задач, що вимагають дослідження на екстремум, складено до них колекцію моделей-функцій, створено динамічні креслення. Досліджено ефективність застосування на уроках стереометрії модифікованого засобами ІКТ стереометричного ящика з метою розвитку просторової уяви учнів. Розроблено планування впровадження проектів на основі ІКТ у процесі навчання математики, а також методику вивчення властивостей геометричних перетворень з використанням ППЗ.

11. Експериментальна перевірка розроблених компонентів комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математики підтвердила їх позитивний вплив на формування в учнів особистісних якостей і дозволила зробити висновок, що інформаційно-комунікаційна технологія навчання може вважатися особистісно-орієнтованою при дотриманні сукупності визначених педагогічних умов. Якісний і кількісний аналіз здобутих даних засвідчив позитивні зміни показників сформованості в учнів особистісних якостей. Після завершення експериментального навчання кількість учнів, що мають сформовані пізнавальні якості для високого рівня зростає на 4,2%, для середнього – на 14,4%; для креативних якостей – на 5,1% для високого та на 19,2% для середнього рівня; для організаційно-діяльнісних якостей – на 5,1% для високого рівня та на 13,8% для середнього. Достовірність здобутих даних підтверджена репрезентативністю вибірки учнів та методами математичної статистики, які використовувалися в ході дослідження. Зафіксовано позитивні зміни в знаннях та уміннях учнів розв'язувати задачі з параметрами, задачі практичного змісту, завдання, пов'язані з дослідженнями функцій, розв'язуванням рівнянь та нерівностей графічним методом, завдань з побудовою на графічних зображеннях.

## ВИСНОВКИ

1. Аналіз науково-методичної літератури, педагогічного досвіду засвідчив, що формування особистісних якостей школяра як соціально-педагогічна проблема зумовлена об'єктивними потребами подальшого розвитку інтелектуального і творчого потенціалу суспільства. Розв'язання цієї проблеми ґрунтується на ідеях всебічного гармонійного розвитку особистості, теорії розвивального навчання, концепції особистісно орієнтованої освіти, інформатизації освіти; потребує розробки дидактичних умов та технології їх дотримання у процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання.

2. Особистісні якості детерміновано за К.К. Платоновим як узагальнені властивості особистості, що складають чотири основні підструктури динамічної функціональної структури особистості (спрямованість, досвід, особливості психічних процесів, біопсихічні властивості) і дві на них накладені – характер і здібності. На основі аналізу моделей творчої особистості, концепції особистісно-орієнтованого навчання, дібраних ППЗ, практики навчання математики виокремлено три групи якостей особистості учня: організаційно-діяльнісні, що визначають самоорганізацію та мотиваційно-творчу спрямованість, пізнавальні (когнітивні) та креативні (творчі), визначено критерії і рівні сформованості особистісних якостей; обґрунтовано можливість і доцільність формування особистісних якостей учнів в навчанні математики на основі широкого впровадження ІКТ; підтверджено доцільність проектування діяльності учнів з вивчення окремих питань теоретичного матеріалу з використанням ППЗ у відповідності до процесу наукової творчості.

3. В ході дослідження проаналізовано можливості використання в навчанні математики ІКТ, проектних технологій, навчання у співпраці, виявлено педагогічні умови навчання математики, які дозволяють підвищувати ефективність формування особистісних якостей учня. Однією з умов формування особистісних якостей є використання в навчальному процесі такої комп'ютерно-

орієнтованої методичної системи навчання математики, на основі якої можна активізувати пошуково-дослідницьку діяльність учнів, унаочнювати складний для сприйняття абстрактний матеріал, проводити обчислювальні експерименти зі створеними учнями моделями, динамічними кресленнями з метою висування гіпотез, пошуку шляхів обґрунтування тверджень, розв'язування творчих, нестандартних задач, забезпечити посилення прикладної спрямованості навчання.

4. Деталізовано і обґрунтовано цілісний комп'ютерно-орієнтований підхід до вивчення шкільного курсу математики, спрямований на формування особистісних якостей учня. Дібрано зміст навчального матеріалу математики, відповідний теоретичний та задачний матеріал, зокрема, для поглибленого вивчення математики, педагогічні програмні засоби, комп'ютерно-орієнтовані методи і форми навчання, обґрунтовано принципи побудови системи розвиваючих задач, розроблено методичні рекомендації щодо використання ППЗ GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D, DG при вивченні окремих тем.

5. Експериментальна перевірка розроблених компонентів комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математики підтвердила позитивний вплив їх використання на формування в учнів особистісних якостей і дозволила зробити висновок, що запропонована інформаційно-комунікаційна технологія навчання може вважатися особистісно орієнтованою. Якісний і кількісний аналіз здобутих даних засвідчив позитивні зміни показників сформованості якостей. Після завершення експерименту кількість учнів, що мають сформовані пізнавальні якості для високого рівня зростає на 4,2%, для середнього – на 14,4%; для креативних якостей – на 5,1% для високого та на 19,2% для середнього рівня; для організаційно-діяльнісних якостей – на 5,1% для високого рівня та на 13,8% для середнього. Вірогідність здобутих даних підтверджена репрезентативністю вибірки та методами математичної статистики, які використовувалися в ході дослідження. Зафіксовано позитивні зміни у знаннях та уміннях учнів розв'язувати задачі з параметрами, задачі практичного змісту, завдання, пов'язані з дослідженнями функцій, розв'язуванням рівнянь та нерівностей графічними методами, завдань з геометрії на побудову графічних зображень, задач на

дослідження, висування гіпотез, доведення.

6. Розроблено методичні рекомендації для вчителів і учнів стосовно впровадження ІКТ, посібник на паперовому та електронному носіях для вчителя математики, складено і апробовано програму курсу „Інформаційно-комунікаційні засоби навчання математики” для підготовки бакалаврів за спеціальністю „Педагогіка і методика середньої освіти. Математика”. Розроблено добірки комп’ютерно-орієнтованих завдань з параметрами, задач практичного змісту, для вивчення змістової лінії функції; добірки наочностей для уроків стереометрії, зокрема, динамічних креслень перерізів многогранників площиною, задач планіметрії на побудову, на дослідження і доведення. Запропоновано добірку комп’ютерно-орієнтованих навчальних проєктів з математики, розробку завдань для вивчення геометричних перетворень за допомогою комп’ютера.

Методичні рекомендації щодо формування особистісних якостей учнів у процесі комп’ютерно-орієнтованого навчання можуть бути використані педагогічними працівниками для здійснення науково-дослідної та педагогічної діяльності, для зростання рівня професійної підготовленості.

Проведене дослідження є завершеною роботою, певною мірою розв’язує проблему формування особистісних якостей учнів, водночас дозволяє визначити деякі напрями проведення подальших досліджень: визначення окремих елементів удосконалення існуючих ППЗ, створення для учнів навчальних посібників з математики з відповідними добірками задач, з’ясування можливості розширення пропонуваної методики розвитку особистісних якостей учнів на студентів ВНЗ; впровадження в курс „Методика навчання математики” педагогічного ВНЗ елементів теорії і практики використання в шкільному навчальному процесі дібраних ППЗ.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Александров А.Д. О геометрии // Математика в школе. – 1980. - №3. – с.56-57.
2. Андреев В.И. Диалектика воспитания и самовоспитания творческой личности. — Казань, Изд-во Казанского ун-та, 1988. — 238 с.
3. Архіпова Т.Л. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів 7-9 класів у процесі вивчення геометрії з використанням комп'ютера: Дис... канд. пед. наук: 13.00.02. – К.: 2002. – 236 с.
4. Атанов Г.А. Личностно ориентированное обучение с точки зрения деятельного подхода // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. Вип. 24.- Донецьк: Фірма ТЕАН, 2006. – С. 14–18.
5. Афанасьева Н. Личностный подход в обучении. Метод в теории и на практике //psy.1september.ru
6. Бабанский Ю.К., Поташник М.М. Оптимизация педагогического процесса: (В вопросах и ответах). – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Рад. школа, 1983. – 287 с.
7. Барко В. І., Тютюников А. М. Як визначити творчі здібності дитини. — К.: Україна, 1992. – 78 с.
8. Бевз В.Г. Професійна спрямованість курсу „Історія математики” в педагогічному вузі // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 14. Труды Міжнародної науково-методичної конференції „Евристичні методи у навчанні математики”. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2000. – 159 с. (Міжнародна програма „Евристика та дидактика точних наук”).
9. Бевз Г.П. Графічні моделі задач на рух // Математика. – 2002. – № 9.– С.10-11
10. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч. посібник. – 3-тє вид., перероб. і допов. – К.: Вища шк., 1989. – 367 с.
11. Бевз Г.П. Методика розв'язування стереометричних задач. – К.: Рад. шк., 1975. – 240 с.



12. Бех І.Д. Виховання особистості: У 2 кн. Кн. 2: Особистісно орієнтований підхід: науково-практичні засади: Навч.-метод. посібник. – К.: Либідь, 2003. – 344 с.
13. Богоявленская Д.Б. Субъект деятельности в проблематике творчества // Вопросы психологии – 1999. – № 2. – С. 35–41.
14. Богоявленская Д.Б. Интеллектуальная активность как проблема творчества. – Ростов н/Д: Изд-во РГУ, 1983.
15. Бурда М.І. Гуманістична орієнтація змісту підручників з математики // Проблеми сучасного підручника: Зб. наук. праць / Редкол. – К.: Педагогічна думка, 2003. – Вип. 4. – С. 63-69.
16. Бурда М. І. Методичні основи диференційованого формування геометричних умінь учнів основної школи: Автореф. дис. ... д-ра пед. наук:13.00.02. – К., 1994. – 36 с.
17. Бурда М.І., Савченко Л.М. Геометрія: Навч. посібник для 8-9 кл. шк. з поглиб. вивченням математики. – К.: Освіта, 1996. – 240 с.
18. Буряк В.К. Самостійна робота з книгою. – К.: Знання, 1990. – 48 с.
19. Варущик Н., Войтенко С. В. Використання СІТ на уроках геометрії // Математика в школі. – К., 2005. – №2 – С. 2-4.
20. Вінниченко Є.Ф. Розв'язування задач на ГМТ з використанням моделюючих програмних засобів // Математика в школі. – К., 2003. – №4, - С. 13-16.
21. Вінниченко Є.Ф. Розвиток творчих здібностей старшокласників у процесі навчання інформаційних технологій розв'язування математичних задач: Дис... канд. пед. наук: 13.00.02 – теорія та методика навчання інформатики. – К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2006, – 234 с.
22. Вінниченко Є.Ф., Костюченко А.О. Деякі особливості геометричних перетворень в програмі GRAN-2D // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць/ Редрада. – К.:НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2007. –№ 5(12). – С. 114-120.

23. Вітюк О.В. Розвиток образного мислення учнів при вивченні стереометрії з використанням комп'ютера: Дис... канд. пед. наук: 13.00.02 – теорія та методика навчання інформатики. – К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2001, – 211 с.
24. Вовк Л.І. Розвиток якостей спеціаліста в процесі вивчення математики як один із шляхів мотивації студентів // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 26. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2006. – С.34-38.
25. Волкова Н.П. Педагогіка: Посібник для студентів вищих навчальних закладів. – К.: Видавничий центр “Академія”, 2003.-576 с.
26. Выготский Л.С. Психология. – М.: Изд-во ЭКСМО-Пресс, 2000. – 1008 с.
27. Гальперин П.Я. Основные результаты исследований по проблеме формирования умственных действий и понятий. – М.: Наука, 1965. – 347 с.
28. Ганджела С.І. Формування пізнавальної самостійності учнів при вивченні геометричних задач на побудову // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць / Редрада. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. - № 5 (12). – С. 81-85.
29. Гергей Т., Машбиц Е.И. Психолого-педагогические проблемы эффективного применения компьютеров в учебном процессе // Вопросы психологии – 1985. – № 2. – С. 41–48.
30. Гин А.А. Приемы педагогической техники: Свобода выбора. Открытость. Деятельность. Обратная связь. Идеальность: Пособие для учителя. – 4-е изд. – М.: Вита-Пресс. 2002. – 88 с..
31. Гладченко О. В. Формування інформаційної культури студентів вищого навчального закладу фінансового профілю // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць / Редкол. – К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова. – Випуск 6. – 2003. – С. 92–105.

32. Гнеденко Б.В. Математика и математическое образование в современном мире. – М.: Просвещение, 1985. – 192 с.
33. Гончаренко С.У. Український педагогічний словник. – Київ: Либідь, 1997. – 376 с.
34. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. – К: РИА “Текст”, –1992. – 290 с.
35. Горошко Ю.В. Вплив нової інформаційної технології на практичну значимість результатів навчання математики в старших класах середньої школи. Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – К.: 1993. – 203 с.
36. Горошко Ю.В., Вінниченко Є.Ф. Використання комп'ютерних програм для створення динамічних моделей при вивченні математики // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць / Редрада.- К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2006. - №4 (11). – С.56-62.
37. Губачов О.П., Лагно В.І. Електронний підручник з математичного аналізу // Особистісно-орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи. Матеріали II Всеукраїнської науково-практичної конференції, м. Полтава, 6-7 грудня 2005 року. – Полтава: АСМІ, 2005. – С. 173-177.
38. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения. – М.: Интор, 1996. – 542 с.
39. Данильчук Е. В. Методологические предпосылки и существенные характеристики информационной культуры педагога // Педагогика. – 2003. – № 1. – С. 65–73.
40. Дементієвська Н.П., Морзе Н.В. Телекомунікаційні проекти. Стан та перспективи // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 1999.- № 4.
41. Дементієвська Н.П., Морзе Н.В. Як можна комп'ютерні технології використати для розвитку учнів та вчителів? // Актуальні проблеми психології: Психологічна теорія і технологія навчання / За ред. С.Д.Максименка, М.Л.Смульсон. – К.: Міленіум, 2005. – Т.8, вип. 1. – С.23-38.

42. Державна національна програма “Освіта” (Україна ХХІ століття). – К.: Райдуга, 1994. – 64 с.
43. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти.- К.: Постанова Кабінету Міністрів України № 24 від 14.01.2004. – 121 с.
44. Дорошенко Ю.О., Семенюк Н.В. Інформаційне навчальне середовище: структурно-змістовий аналіз / Інформаційно-комунікаційні технології у середній і вищій школі: Матеріали міжнародної науково-практичної конференції (м. Ізмаїл, 27-28 травня 2004 року). – Київ-Ізмаїл, 2004. – С. 63-70
45. Дорошенко Ю.О., Кравченко Д.Г., Столяров Ю.О. Впровадження диференційованого і особистісно зорієнтованого навчання в умовах інформатизації загальної середньої освіти // Модернізація освіти: пошуки, проблеми, перспективи: Матеріали міжнародної науково-практичної конференції (Київ–Переяслав–Хмельницький, 22-25 травня 2006 року). – Київ–Переяслав–Хмельницький, 2006. – С. 33-40.
46. Дружинин В.М. Психология общих способностей. – СПб.: Питер Ком, 1999. – 368 с. (Серия «Мастера психологии»)
47. Евристики в геометрії: факультативний курс. Книга для вчителя. / І.В. Гончарова, О.І. Скафа – Х.: Вид. група „Основа”, 2004. -112 с. – (Серія „Бібліотека журналу „Математика в школах України”; Вип. 5(17)).
48. Ершов А. П. Компьютеризация школы и математическое образование //Математика в школе. – 1989. – №1. – С. 14–31.
49. Жалдак М.И. Система подготовки учителя к использованию информационной технологии в учебном процессе. Дисс. ... докт. пед. наук. – М.: НИИ СиМО АПН СССР, 1989. – 48 с.
50. Жалдак М.І. Педагогічний потенціал комп’ютерно-орієнтованих систем навчання математики // Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання. Зб. наук праць/ Редкол.- К.:НПУ ім. М.П.Драгоманова. – Випуск 7. – 2003. – С. 3-16.
51. Жалдак М.І. Комп’ютер на уроках математики: Посібник для вчителів. – К.: Техніка, 1997. – 304 с.

52. Жалдак М.І. Математика (алгебра і початки аналізу) з комп'ютерною підтримкою: Навч. посіб. для підготов. відділень / М.І.Жалдак, А.В. Грохольська, О.Б. Жильцов. – К.: МАУП, 2003. – 304 с.
53. Жалдак М.І., Вітюк О.В. Комп'ютер на уроках геометрії: Посібник для вчителів К.: РННЦ „ДІНІТ”, 2003. – 168 с.
54. Жалдак М.І., Горошко Ю.В., Винниченко Е.Ф. Математика с компьютером: Пособие для учителей. – К.: РУНЦ „ДИНИТ”, 2004.- 251 с.
55. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою: Посібник для вчителів. – К.: Шкільний світ, 2006. – 119 с.
56. Жалдак М.І. Про проблеми навчання інформатики в середніх та вищих навчальних закладах // Актуальні проблеми психології: Психологічна теорія і технологія навчання / За ред. С.Д. Максименка, М.Л. Смульсон. – К.: Міленіум, 2005. – Т. 8, вип. 1. - С. 39-53.
57. Жильцов О. Б. Розвиток розумової діяльності учнів 7 класів середньої школи при вивченні математики з використанням НІТ: Дис... канд. пед. наук: 13.00.02. – К., 1994. – 227 с.
58. Жук Ю.О. Деякі психолого-педагогічні проблеми використання засобів нових інформаційних технологій у навчальному процесі середнього закладу освіти // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 1998.- №4 – С. 17-26
59. Зайцева Т. В. Розвиток розумової діяльності старшокласників у процесі вивчення алгебри та початків аналізу з використанням інформаційних технологій: Дис... канд. пед. наук: 13.00.02. – К., 2001. – 215 с
60. Забарна А.П. Використання технології програми „ Intel®Навчання для майбутнього” для створення сучасних навчальних інформаційних ресурсів // Вісник Харківського національного університету. – Серія „Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління”. – 2004. – № 4.

61. Зеленкова Н.І. Дидактичні умови формування пізнавальної самостійності школярів на уроках математичного циклу: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01. – Кіровоград, 1996. – 220 с.
62. Зимняя И.А. Педагогическая психология: Учеб. пособие. – Ростов н/Д.: Феникс, 1997. – 480 с.
63. Кабанова-Меллер Е.Н. Учебная деятельность и развивающее обучение. – М.: Знание, 1981. – 96 с.
64. Калашников І.В. Розвиток творчої діяльності учнів у процесі вивчення функцій в основній школі: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Південно Український держ. пед. ун-т ім. К.Д. Ушинського. – Київ, 2002. – 265 с.
65. Калмыкова З. И. Продуктивное мышление как основа обучаемости. – М.: Педагогика, 1981.
66. Капіносів А.М. Тематичне поетапне рівневе вивчення математики в основній школі. – Кривий Ріг: Видавничий дім, 2005. – 112 с.
67. Карлащук А.Ю. Формування дослідницьких умінь школярів у процесі розв'язування математичних задач з параметрами: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 – теорія та методика навчання математики / Донецьк.: Донецький національний університет, 2001, – 242 с.
68. Карташова Л.А. Особистісно орієнтована система навчання основ інформаційних технологій в процесі підготовки майбутніх вчителів іноземних мов // Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – теорія і методика навчання інформатики. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова. – К., 2004. – 20 с.
69. Касьяненко М.Д. Підвищення ефективності вивчення математики: Орг. твор. діяльності учнів. Навч.-метод. посібник. – К.: Рад. школа, 1980. – 142 с.
70. Каяліна С.В. Розвиток пізнавальної самостійності учнів засобами комп'ютерної техніки на уроках хімії. Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 – теорія та методика навчання хімії. – К. НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2004. – 21 с.

- 71.Кисільова В.П. Формування творчої особистості учня профільного ліцею у процесі навчання: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.04 – теорія і методика професійної освіти. – К: Ін-т педагогіки і психології проф. освіти АПН України, 2001. — 22 с.
- 72.Кичук Н.В. От творчества учителя к творчеству ученика. – Измаил, 1992. – 96 с.
- 73.Коваленко В.Г. Дидактические игры на уроках математики: Кн. для учителя. – М. Просвещение, 1990. – 96 с.
- 74.Компьютер в обучении: Психолого-педагогические проблемы (круглый стол) // Вопросы психологии. – 1986. – № 5. – С. 65–90.
- 75.Концепція базової математичної освіти в Україні / З. І.Слепкань, М. І. Шкіль, А. Я. Дороговцев і ін. – К.: ВІПОЛ, 1993. – 32 с.
- 76.Концепція національної системи освіти / Історія української школи і педагогіки: Хрестоматія / Упоряд. О.О. Любар. За ред. В.Г. Кременя. – К.: Т-во „Знання”, КОО, 2003. – С.721-750
- 77.Копотій В.В. Використання методу навчальних проєктів у класах природничо-математичного профілю. // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць/ Редкол. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова. - № 3(10) – 2005. – С.84-102.
- 78.Костюк Г.С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості / Під ред. Л.М.Проколієнко; Упор. В.В.Андрієвська, Г.О. Балл, О.Т. Губко, О.В. Проскура. – Київ: Радянська школа, 1989. – 608 с.
- 79.Крамаренко Т.Г. Деякі методичні аспекти розв'язування задач з параметрами // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць / Редкол. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова. - № 2 (9). – 2005. – С. 170-177.

- 80.Крамаренко Т.Г. Розвиток творчого мислення школяра в навчанні математики через впровадження проектних технологій // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць / Редрада. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. - № 5 (12). – С. 85-92.
- 81.Крамаренко Т.Г. Активізація розумової діяльності школярів через розв'язування практичних задач на екстремум // Математика в школі, 2006. - № 9. – С. 48-53.
- 82.Крамаренко Т.Г. Графічні прийоми розв'язування задач з параметрами // Математика в школі. – 2007. –№6. – С. 41–48.
- 83.Крамаренко Т.Г. Розвиток творчих здібностей учнів в процесі навчання математики // Наукові записки. – Випуск № 60. Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка. – 2005. – Частина 2. – С. 67-73.
- 84.Крамаренко Т.Г. Удосконалення методики викладання математики через використання комп'ютерних технологій // Вісник Черкаського університету. Випуск 81. Серія Педагогічні науки. Черкаси: Видавництво ЧНУ імені Богдана Хмельницького, 2006. – С. 83-85.
- 85.Крамаренко Т.Г. Розвиток просторової уяви та просторового мислення школяра засобами ІКТ // Вісник Черкаського університету: Збірник наукових праць. – Вип. 93. – Черкаси: Видавництво ЧНУ імені Богдана Хмельницького, 2006. – С. 83-89.
- 86.Крамаренко Т.Г. Евристичне навчання математики засобами ІКТ // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип.. 26. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2006. – с. 139-145.
- 87.Крамаренко Т.Г. Активізація розумової діяльності школярів через розв'язування практичних задач на екстремуми. // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць / Редрада.- К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2006. - №4 (11). – С.170-176.



- 88.Крамаренко Т.Г. Розв'язування задач з параметрами з використанням програми GRAN1 // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Зб. наук. праць.–Кривий Ріг: НацМетАУ, 2002.– Т.1.-С.181- 183.
- 89.Крамаренко Т.Г. Активізація дослідницької діяльності старшокласників з математики засобами ІКТ // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск V: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НметАУ, 2005. – Т.1: Теорія та методика навчання математики. – С. 153-159
- 90.Крамаренко Т.Г. Психолого-педагогічні проблеми впровадження НІТН математики в середній школі // Актуальні проблеми психології: Психологічна теорія і технологія навчання / За ред. С.Д.Максименка, М.Л.Смольсон. – К.: Міленіум, 2005. – Т.8, Вип. 1. – С.140-147
- 91.Крамаренко Т.Г. Інформаційні технології як засіб активізації дослідницької діяльності школяра // Эвристическое обучение математике. Тезисы докладов международной научно-методической конференции. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2005. – С.410-411.
- 92.Крамаренко Т.Г. Формування та розвиток творчої особистості школяра через реалізацію навчальних проєктів з математики // Особистісно-орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи. Матеріали ІІ Всеукраїнської науково-практичної конференції, м. Полтава, 6-7 грудня 2005 року. – Полтава: АСМІ, 2005. – С.190-193.
- 93.Крамаренко Т.Г. Формування позитивних якостей школяра під час навчання математики з використанням засобів ІКТ // Матеріали ІІІ Всеукраїнської науково-практичної конференції „Математика, економіка, інформатика: актуальні проблеми та методика викладання”. – Кіровоград: КДПУ ім. В. Винниченка, 2007. – С. 63-64.

- 94.Крамаренко Т.Г. Моделювання засобами GRAN-2D на уроках геометрії в 9-му класі // Комп'ютерне моделювання в освіті / Матеріали Всеукраїнського науково-методичного семінару: Кривий Ріг, 29 березня 2005 р. – Кривий Ріг: КДПУ, 2005. – С.41-42.
- 95.Крамаренко Т.Г. Моделювання засобами ІКТ на уроках стереометрії // Комп'ютерне моделювання в освіті. Матеріали Всеукраїнського науково-методичного семінару: Кривий Ріг, 26 квітня 2006 р. – Кривий Ріг: КДПУ, – 2006. – С. 23-24.
- 96.Крамаренко Т.Г. Розвиток творчих здібностей учнів засобами ІКТ // Комп'ютерне моделювання та інформаційні технології в науці, економіці та освіті: Збірник наукових праць. – Кривий Ріг: КЕІ КНЕУ, 2005. – С. 108-109.
- 97.Крамаренко Т.Г. Розвиток конструктивних навичок та просторової уяви школяра засобами інформаційно-комунікаційних технологій // Інформаційні технології в освіті, науці і техніці/ матеріали V Всеукраїнської конференції молодих науковців ІТОНТ – 2006: Черкаси, 3-5 травня 2006 р. – Черкаси: ЧНУ, 2006 – С. 128.
- 98.Крамаренко Т.Г. Комп'ютерно-орієнтоване навчання математики в контексті наступності школа-вуз Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції “Проблеми математичної освіти” (ПМО-2005), м. Черкаси. – Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б.Хмельницького, 2005. – С.341-344.
- 99.Крамаренко Т.Г. Використання ІКТ в навчанні математики // Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції “Проблеми математичної освіти” (ПМО-2007), м. Черкаси. – Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б.Хмельницького, 2007. – С.53-54.
100. Крамаренко ТГ. Підготовка вчителя до застосування ІКТ у шкільному курсі математики // Модернізація освіти: пошуки, проблеми, перспективи: Матеріали міжнародної науково-практичної конференції (Київ-Переяслав-Хмельницький, 22-25 травня 2006 року). – Київ-Переяслав-Хмельницький, 2006. – С. 248-250.

101. Крамаренко Т.Г. До питання підвищення інформаційної культури вчителя математики // Проблеми підготовки та перепідготовки фахівців у сфері інформаційних технологій / Матеріали IV Міжнародної науково-технічної конференції „Комп’ютерні технології в будівництві”: Київ-Севастополь, 18-21 вересня 2006 р. – Кривий Ріг, 2006. – С. 35-36.
102. Крамаренко Т.Г. Деякі аспекти вивчення курсу „Інформаційно-комунікаційних засобів навчання математики” Проблеми підготовки та перепідготовки фахівців у сфері інформаційних технологій / Матеріали V Міжнародної науково-технічної конференції „Комп’ютерні технології в будівництві”: Київ-Севастополь, 18-21 вересня 2007 р. – Кривий Ріг, 2007. – С. 51-52.
103. Крамаренко Т.Г. Дослідження рівнів сформованості особистісних якостей учнів у процесі комп’ютерно-орієнтованого навчання математики // Тези Міжнародної науково-практичної конференції „Математична освіта в Україні: минуле, сьогодення, майбутнє” (16-18.10.07 р., Київ). – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007 –С.196-197.
104. Крамаренко Т.Г. Площі плоских фігур. Урок геометрії. 9 клас // Учитель року-2004. Відкриті уроки з математики. / Упорядн. Н.С. Прокопенко, Н.П. Щекань – Х.: Вид.група „Основа”, 2005. – С. 65-70.
105. Крамаренко Т.Г. Логарифмічна функція  $y=\log_a x$ . Властивості, розв’язування задач // Математична газета, 2006. - № 10. – С. 12-16.
106. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников. — М.: Просвещение, 1968. – 431 с.
107. Крутецкий В.А. Психология обучения и воспитания школьников. – М.: Просвещение, 1976. – 303 с.
108. Кульчицька О.І. Дивергентне мислення як умова розвитку творчості дітей молодшого шкільного віку // Обдарована дитина. – 1999.– № 1. – С. 2–6.
109. Кушнір Г. та ін. Розв’язування рівнянь і нерівностей, що містять невідому й параметр під знаком модуля // Математика в школі. – 2002. – №6. – С. 23-26.

110. Кушнір І.А. Побудова трикутника. Енциклопедія розв'язування задач: Навч. посібник. – К. Либідь, 1994. – 80 с.
111. Кушнір Т.П. Формування дослідницьких умінь учнів під час вивчення функцій в курсі алгебри 7-9 класів // Математика в школі. – 2000. - № 6. – С. 40-44.
112. Лернер И.Я. Проблемное обучение. – М.: Знание, 1974. – 64 с.
113. Литвиненко В.Н. Задачи на развитие пространственных представлений. М.: Просвещение, 1991. – 127 с.
114. Лисенко Т.І. Використання комп'ютерів на уроках алгебри і початків аналізу // Математика в школі. – 2004. – № 3. – С. 22-25.
115. Лицейна освіта в Україні: реалії і перспективи розвитку: Практико-зорієнтований збірник./ За редакцією Г.С.Сазоненко. – К.: УДК, 2002. – 400 с.
116. Лов'янова І.В., Шамне А.В. Віковий та індивідуальний підхід в умовах впровадження НІТН // Актуальні проблеми психології: Психологічна теорія і технологія навчання / За ред. С.Д.Максименка, М.Л.Смульсон. – К.: Міленіум, 2005. – Т.8, вип. 1. – С. 225-232.
117. Лов'янова І.В. Формування інтелектуальних умінь старшокласників у процесі вивчення предметів природничого циклу. Автореферат дис. ... канд. пед. наук: 13.00.09 – теорія навчання, – К: Ін-т педагогіки АПН України, 2006. — 22 с.
118. Лосєва Н.М. Розвиток ідеї самореалізації (філософський аспект) // Педагогіка і психологія. – К., 1999. – № 3 (12). – С.71-74.
119. Лосєва Н.М. Прагнення до саморозвитку учнів засобами стереометрії // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. Вип. 17.– Донецьк: Фірма ТЕАН, 2002. – С. 50-61.
120. Лотюк Ю. Г. Комп'ютерно-орієнтована методична система навчання обчислювальної математики в педагогічному університеті: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2004. – 22 с.
121. Лук А.Н. Психология творчества. – М.: Наука, 1978. – 127 с.

122. Лук'янова С.М. Розвиток творчих здібностей учнів під час розв'язування типових текстових задач арифметичними способами // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. Вип. 25.- Донецьк: Фірма ТЕАН, 2006. – С. 154-158.
123. Лупан І.В. Комп'ютерні лабораторні роботи з алгебри та початків аналізу. 10-11 клас: Методичні рекомендації. – Кіровоград: Видавничий відділ КДУ, 2000. – 88 с.
124. Лупан І.В. Лабораторні роботи на уроках алгебри і початків аналізу в 10 класі // Математика в школі. – 2000. - №6. – С.36-39.
125. Львов М.С. Шкільна система комп'ютерної алгебри ТерМ 7-9. Принципи побудови та особливості використання. // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. Зб. наук праць / Редкол.- К.:НПУ ім. М.П.Драгоманова. –№3(10) – 2005. – С. 160-169.
126. Мадзігон В.М. Методологія нової освіти // Проблеми сучасного підручника: Зб. наук. праць / Редкол. – К.: Педагогічна думка, 2003. – Вип. 4. – С. 3-7.
127. Мадзігон В.М., Лапінський В.В., Дорошенко Ю.О. Педагогічні аспекти створення і використання електронних засобів навчання // Проблеми сучасного підручника: збірник наукових праць. Випуск 4. – К.: Педагогічна думка, 2003. – С. 70-82.
128. Маланюк М.П., Лукавецький В.І. Олімпіади юних математиків. – К.: Радянська школа, 1977. – 104 с.
129. Марко М.Е. Дидактичні ігри на уроках математики. – Ужгород: Авторський навчально-виховний комплекс, 2003. – 141 с.
130. Маркова А.К., Орлов А.Б., Фридман Л.М. Мотивация учения и ее воспитание у школьников. – М.: Педагогика, 1983. – 64 с.
131. Математическая энциклопедия. – М.: Советская энциклопедия, 1982. – №3. – 183 с.

132. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. – М.: Педагогика, 1972. – 208 с.
133. Махмутов М.И. Организация проблемного обучения в школе. – М.: Просвещение, 1977. – 240 с.
134. Машбиц Е.И. Компьютеризация обучения: проблемы и перспективы. – М.: Знание, 1986. – 80 с.
135. Машбиц Ю.І., Смульсон М.Л. Актуальні психолого-педагогічні проблеми дистанційного навчання // Актуальні проблеми психології: Психологічна теорія і технологія навчання / За ред. С.Д.Максименка, М.Л.Смульсон. – К.: Міленіум, 2005. – Т.8, Вип. 1. – с. 6-23.
136. Менчинская Н.А. Мышление в процессе обучения / Исследования мышления в советской психологии. – М.: Наука, 1966. – 526 с.
137. Михалін Г.О. Формування основ професійної культури вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу: Автореф. дис. ... доктора пед. наук: 13.00.04 – теорія і методика професійної освіти: К. – Національний педагогічний університет ім. М.П. Драгоманова, – 2004. – 39 с.
138. Михалін Г.О. Використання алгоритмів у процесі навчання математичного аналізу // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць / Редкол. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова. – Випуск 8. – 2004. – С.55 – 65.
139. Моляко В.А. Психология решения школьниками творческих задач. – К.: Радянська школа, 1983. – 94 с.
140. Моляко В.О. Актуальні соціально-психологічні аспекти проблеми обдарованості // Обдарована дитина. – 1998. – №№1–3.
141. Морзе Н. В. Підготовка педагогічних кадрів до використання комп'ютерних телекомунікацій // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць. – К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова. – Випуск 6. – 2003. – С. 11–25.

142. Морзе Н. В. Методика навчання інформатики: Навч. посіб.: У 4 ч. / За ред. акад. М. І. Жалдака. – К.: Навчальна книга, 2003. – Ч.І: Загальна методика навчання інформатики. – 254 с.; Ч.ІІ: Методика навчання інформаційних технологій. – 287 с.
143. Морзе Н.В., Дементієвська Н.П. Intel Навчання для майбутнього (Адаптація до українського видання).– К.: Видавнича група ВНУ. 2004. – 416 с.
144. Морзе Н. В. Основи методичної підготовки вчителя інформатики: Монографія. – К.: Курс, 2003. – 372 с.
145. Національна доктрина розвитку освіти // Джерело. – № 9-10. – 2002. Дніпропетровськ. – С. 3-18.
146. Немов Р.С. Психология. Словарь-справочник: в 2-х частях. – М.: изд-во: Владос-Пресс, 2003.
147. Нестеренко А.М., Тарасенкова Н.А. Прием порівняння і розвиток пізнавальної самостійності майбутніх абітурієнтів при вивченні математики //Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. збірник наук. робіт. – Вип. 22. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2004.
148. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: Учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / Е.С.Полат, М.Ю.Бухаркина, М.В.Моисеева, А.Е.Петров; Под ред. Е.С.Полат. – М.: Издательский центр «Академия», 2003. – 272 с.
149. Овчарук О. В. Компетентності як ключ до оновлення змісту освіти.// Стратегія реформування освіти в Україні: Рекомендації з освітньої політики. –К.: К.І.С., 2003. – С.13-42.
150. Овчинников В.Ф. Творчество как единство репродуктивной и продуктивной деятельности // Вестник Московского университета. – Серия 7. Философия. –1989.- № 1.
151. Онищук В.А. Типы, структура и методика урока в школе. – К.: Рад. шк., 1976. – 184 с.

152. Освітні технології: Навч.-метод. посіб. / О.М. Пехота, А.З.Кіктенко, О.М.Любарська та ін. За загальн. ред. О.М.Пехоти. – К.:А.С.К.,2001.- 256 с.
153. Осинская В.Н. Активизация познавательной деятельности учащихся на уроках математики в 9-10 классах. – К.: Рад. школа, 1980. – 143 с.
154. Панченко Л.Л. Система прикладних задач як засіб формування вмінь математичного моделювання у майбутніх учителів математики // Математика в школі. – 2004. - №9. – С. 21-28.
155. Параскевич С. І. Конструктивна мобільність графічних засобів навчання – нагальна вимога часу // Математика в школі. – 2004. – № 8. – С.40-44.
156. Пашукова Т.И., Допира А.И., Дьяконов Г.В. Психологические исследования. Практикум по общей психологии. Учеб. пособие. — М.: Изд-во «Институт практической психологии», 1996.
157. Педагогика в вопросах и ответах: Учебное пособие / Л.В. Кондрашова, А.А. Пермяков, Н.И.Зеленкова, А.Ю.Лаврешина.– Кривой Рог: КГПУ, 2003. – 234 с.
158. Пейперт С. Здорово – это трудно – это называется Лого!: интервью, данное С.Ф. Сопрунову 16.02.1998. Москва // Информатика в школе. – 1999. – № 2. – с. 5–8.
159. Підласий І.Б. Комп'ютер на уроці // Радянська школа. – 1991. – № 8.
160. Платонов К.К. Краткий словарь системы психологических понятий. Учебное пособие. – М.: Высш. школа, 1981. – 175 с.
161. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Наука, 1975. – 463 с.
162. Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание. – М.: Наука, 1976. – 448 с.
163. Пометун О.І., Пироженко Л.В. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: Наук.-метод. посібн. – К.: Видавництво А.С.К., 2003.–192 с.
164. Пономарёв Я.А. Психология творчества. – М. Наука, 1976. – 304 с.
165. Пономарёв Я.А. Психика и интуиция. – М.: Наука, 1967. – 231 с.



166. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии, в 2-х частях – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.
167. Причепій Є.М., Черній А.М., Чекаль Л.А. Філософія: Підручник для студентів вищих навчальних закладів. – К.: Академвидав, 2005. – 592 с.
168. Програмний засіб “Програмно-методичний комплекс Терм VII підтримки практичної навчальної математичної діяльності”: Інструкція з інсталяції та експлуатації. – Випуск 2. – Херсон, 2004. – 32 с.
169. Програма для класів з поглибленим вивченням математики . 8-11 класи. К.: Бібліотечка „Шкільного світу”, № 37(145), жовтень, 2001. – 23 с.
170. Програма спеціального курсу „Навчальні дослідження та їх підтримка засобами ІКТ у курсі геометрії (алгебри і початків аналізу) загальноосвітніх навчальних закладів” (автори М.І. Жалдак, В.Ю.Биков, Ю.О.Жук, С.А.Раков, Л.І. Білоусова, В.П. Горох) // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск VI: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавн. відділ НметАУ, 2006. – Т.1: Теорія та методика навчання математики. – С.4-20.
171. Прус А.В. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії: Автореферат дис. ... канд. пед. наук :13.00.02. – К., – 2007. – 19 с.
172. Прус А.В. Про засіб прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць / Редрада.- К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2006. - №4 (11). – С. 176 – 181.
173. Пушкин В.Н. Психологические возможности человека. – М.: Знание, 1972. – 64 с.
174. Пышкало А.М. Методическая система обучения геометрии в начальной школе. Авторский доклад по монографии «Методика обучения элементам геометрии в начальных классах», представленной на соискание ученой степени докт. пед. наук. – М.: НИИ СиМО АПН СССР, 1975.

175. Разумовский В.Г. Развитие творческих способностей учащихся в процессе обучения физике. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, – 1975. – 272 с.
176. Разумовский В.Г. ЭВМ и школа: Научно-педагогическое обеспечение // Сов. педагогика. – 1985. – № 9. – с. 12–16.
177. Раков С.А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій: Дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02. – К., 2005. – 503 с.
178. Раков С. А., Горох В. П., Осенков К. О., Думчикова О. В., Костіна О. В., Ларін О. Р., Лисиця В. І., Олійник Т. О., Пікалова В. В. Відкриття геометрії через комп'ютерні експерименти в пакеті DG // Посібник для вчителів математики. – Харків: Вікторія. – 2002. – 136 с.
179. Раков С.А. Вивчення геометрії на основі дослідницького підходу з використанням пакета динамічної геометрії DG // Математика в школі, - 2005. –№ 7. – С.2-9.
180. Раков С. А. Комп'ютерна підтримка дослідницького підходу у математичній освіті, болонський процес та профілізація загальноосвітньої школи // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. пр. / Редкол. – К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова. №2(9). – 2005. – С. 42– 53.
181. Раков С. А., Горох В. П., Осенков К. О. Навчальні дослідження з використанням пакета динамічної геометрії DG // Математика в школі. – 2005. – №1. – С.10-14.
182. Рамський Ю.С. Інформаційне суспільство. Інформатизація освіти // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць / Редкол. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова. – Випуск 7. – 2003. – С. 16-27.
183. Рамський Ю.С. Зміни в професійній діяльності вчителя в епоху інформатизації освіти // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць/ Редрада. – К.:НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2007. –№ 5(12). – С. 10-12.

184. Репета В.К. та ін. Задачі з параметрами. Розв'язки, рекомендації, приклади: Навчальний посібник для старшокласників та абітурієнтів. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2002. – 264 с.
185. Роберт И. С. Современные технологии в образовании: дидактические проблемы; перспективы использования. – М.: «Школа-Пресс», 1994. – 205 с.
186. Рогов Е.И. Настольная книга практического психолога. В 2 кн. Кн.1.: Система работы психолога с детьми разного возраста: учеб. пособие / Е.И. Рогов. – М.: Изд-во ВЛАДОС-ПРЕСС, 2006. – 383 с.
187. Розвиток особистості в системах трудової та професійної підготовки молоді. Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції. – Кривий Ріг: Видавництво І.В.І, – 2002. – 156 с.
188. Романовський О.О. Типи підприємців, розвиток у них підприємницьких якостей // Рідна школа, – К., – 2002. – №4. – С.33-37.
189. Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования. – М.: Изд-во АН СССР, 1958. – 147 с.
190. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. В 2-х томах. /АПН СССР. – М.: Педагогика, 1989.
191. Сборник творческих заданий по математике / Довбыш Р.И., Лиманский В.В., Оридорога Л.Л., Потёмкина Л.Л. – Донецк: Каштан, 2005. – 162 с.
192. Сверчевська І.А. Застосування золотого перерізу та його узагальнення // Математика в школі. – 2002. – №3. – С. 45–48.
193. Семеріков С. О. Активізація пізнавальної діяльності студентів при вивченні чисельних методів у об'єктно-орієнтованій технології програмування: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – Кривий Ріг: Криворізький державний педагогічний університет, 2000. – 256 с.
194. Сиротенко Г.О. Сучасний урок: інтерактивні технології навчання. – Х.: Основа, 2003. – 80 с.

195. Сиротенко Г.О. Шляхи оновлення освіти: Науково-методичний аспект. Інформаційно – методичний збірник. – Х.: Основа, 2003. – 96 с.
196. Сисоєва С.О. Основи педагогічної творчості: Підручник. – К.: Міленіум, 2006. – 344 с.
197. Сисоєва С.О. Підготовка вчителя до формування творчої особистості учня. – К.: Поліграфкнига, 1996.– 406 с .
198. Скаткин М.Н. Совершенствование процесса обучения – М.: Педагогика, 1971. – 206 с.
199. Скафа Е.И. Информационные технологии обучения и их роль в формировании эвристической деятельности учащихся // Дидактика математики: проблемы і дослідження: Міжнародний збірник наукових праць. Вип. 19.- Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003. – С. 9-21.
200. Скафа Е.И. Эвристический подход в обучении математике // Дидактика математики: проблемы і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. Вип. 14.- Донецьк: Фірма ТЕАН, 2000. – С. 33-40.
201. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография –Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004 . – 439 с.
202. Скафа Е.И. О методологии диалогического преподавания // Дидактика математики: проблемы і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. Вип. 25.- Донецьк: Фірма ТЕАН, 2006. – С. 38–43.
203. Слепкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 240 с.
204. Слепкань З.І. Методика навчання математики : Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак – ЕКО, 2000. – 512 с.
205. Слепкань З.І. Формування творчої особистості учня в процесі навчання математики // Математика в школі. Науково-методичний журнал. – К.: “Педагогічна преса”, 2003. – №№1, 3.

206. Слєпкань З.І. Проблеми особистісно орієнтованої математичної освіти учнів середньої школи // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип.. 19. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003. – С. 3-9.
207. Смалько О.А. Використання програмного педагогічного засобу „GRAN-2D” на уроці планіметрії // Математика в школі. – 2003.– №1. – С. 10-14.
208. Смалько О.А. Комп’ютеризована підтримка факультативних та позакласних занять з математики в старшій школі // Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць/ Редкол. – К.:НПУ ім. М.П. Драгоманова. – Випуск 6. – 2003. – С. 162-177.
209. Смирнова-Трибульська Є.М. Використання комп’ютера при навчанні математики в польській школі. // Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць / Редкол. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова. – Випуск 7. – 2003. – С. 93-99.
210. Смирнова-Трибульська Є.М. Деякі результати досліджень в галузі використання дистанційних форм навчання в підготовці, післядипломній освіті та професійній діяльності вчителів на Херсонщині // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 2. Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць / Редрада. – К.:НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2007. – № 5(12). – С. 13-27.
211. Співаковський О. В. Теоретико-методичні основи навчання вищої математики майбутніх вчителів математики з використанням інформаційних технологій: Дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02. – К., 2003. – 534 с.
212. Степанов О.М., Фіцула М.М. Основи психології і педагогіки: Посібник. – К.: Академвидав, 2003. –504 с.
213. Столяр А.А. Педагогика математики: Учеб. пособие для физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – Мн.: Выш. шк., 1986. – 414 с.
214. Талызина Н.Ф. Внедрению компьютеров в учебный процесс – научную основу // Сов. педагогика. – 1985. – № 12. – С. 34–38.

215. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1975. – 343 с.
216. Тарасенкова Н.А. Теоретико-методичні основи використання знаково-символьних засобів у навчанні математики учнів основної школи: Автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02, Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – К., 2004. – 39 с.
217. Тарасенкова Н.А. Диференційовані завдання за готовими малюнками для 8 класу. – К.: Кімо, 1999. – 80 с.
218. Тарасенкова Н.А. Система вправ на застосування теореми Вієта у задачах з параметрами // Математика в школі. – 2001. – №1.
219. Теоретические основы процесса обучения в советской школе / Под ред. В.В. Краевского, И.Я. Лернера. – М.: Педагогика, 1989.
220. Теплицький І.О. Розвиток творчих здібностей школярів засобами комп'ютерного моделювання: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 - К., 2000. – 222 с.
221. Теплицький І.О., Семеріков С.О. Розвиток творчих здібностей школярів засобами комп'ютерного моделювання: психолого-педагогічний аспект // Актуальні проблеми психології: Психологічна теорія і технологія навчання / За ред. С.Д.Максименка, М.Л.Смутьсон. – К.: Міленіум, 2005. – Т.8, вип. 1. – с. 225-232.
222. Тополя Л.В. Математичні відкриття у процесі дидактичних ігор з комп'ютерною підтримкою //Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. Збірник наукових праць. Випуск 5. –2002. – С. 110-118
223. Тополя Л.В. Дидактичні ігри під час вивчення алгебри та геометрії в 7 – 9-х класах. Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 . – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова. — К., 2003. — 20 с.
224. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: Дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02. – К., 2005. – 649 с.

225. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: Монографія. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.
226. Тутова О.В. Про структуру методичної системи навчання математики на основі використання інформаційно-комунікаційних технологій // Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції „Проблеми математичної освіти” (ПМО – 2007), м. Черкаси, 16–18 квітня 2007 р. – Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б.Хмельницького, 2007. – С. 211-212.
227. Тяхтин В.С. Взаимодействие человека с ЭВМ при решении творческих задач / Социальные и методологические проблемы информатики, вычислительной техники и средств автоматизации (материалы «Круглого стола») // Вопросы философии. 1986. - №9. – С.108-110.
228. Ушинський К.Д. Людина як предмет виховання // Ушинський К.Д. Вибрані педагогічні твори: У 2-х т. – К., 1983. – Т.1. – С. 393.
229. Фіцула М.М. Педагогіка. навчальний посібник для студентів вищих педагогічних закладів освіти. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 1991. – 192 с.
230. Фридман А.М. Психолого-педагогічні основи навчання математики в школі. – М.: Просвещение, 1983. – 158 с.
231. Фридман Л.М. и др. Изучение личности учащегося и ученических коллективов: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1988. – 207 с.
232. Фридман Л.М., Кулагина И.Ю. Психологический справочник учителя. – М. Просвещение, 1991. – 288 с.
233. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: Кн. для учащихся ст. классов сред. шк. – 3-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 1989. – 192 с.
234. Цукаръ А.Я. О типологии задач // Современные проблемы методики преподавания математики: Сб. статей. – М.: Просвещение, 1985. –С. 132 – 139.

235. Цукаръ А.Я. Упражнения на развитие пространственного воображения // Математика в школе. – 2000. – №9. – С.14-18.
236. Хуторской А.В. Современная дидактика: Учебник для вузов: – СПб: Питер, 2001. – 544 с. : ил.– (Серия «Учебник нового века»).
237. Чашечнікова О.С. До проблеми розвитку творчих здібностей // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. Вип. 17.- Донецьк: Фірма ТЕАН, 2002. – С. 3-14.
238. Чашечнікова О.С. Система компонентів творчого мислення, що можуть діагностуватися в процесі навчання математики // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. Вип. 14.- Донецьк: Фірма ТЕАН, 2005. – С. 33-40.
239. Чашечнікова О.С. Творча діяльність у процесі навчання математики: стан проблеми в загальноосвітній школі // Вісник Черкаського університету: Збірник наукових праць. – Вип. 93. – Черкаси: Видавництво ЧНУ імені Богдана Хмельницького, 2006. – С. 162-170.
240. Чепрасова Т.І. Підвищення практичної значущості результатів навчання інформатики в старших класах середньої школи в умовах НІТН. Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – К., 1981. – 217 с.
241. Черных Л. А. Теоретические основы разработки методической системы обучения // Евристика та дидактика точних наук: Зб. наук. робіт. – Вип. 3. – Донецьк: Донецька школа евристики та точних наук, 1995. – С. 15–19.
242. Шамова Т.И. Активизация учения школьников. – М. : Педагогика, 1982. – 208 с.
243. Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.
244. Швачич Г.Г. Сучасні інформаційні технології в математиці для економістів: Підручник. – Центр навчальної літератури, 2003. – 368 с.



245. Швець В.О. До питання про якість шкільної математичної освіти // Эвристическое обучение математике. Тезисы докладов международной научно-методической конференции (15-17 ноября 2005 г.). – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2005. – С.366-367.
246. Шейко В.М., Кушнарченко П.М. Організація та методика науково-дослідницької діяльності: Підручник. – 5-те вид., стер. – К.: Знання, 2006. – 307 с.
247. Шелестова Л. та ін. Як допомогти дитині стати творчою особистістю / Упоряд. Л.Шелестова.- К.: Ред. загальнопед. газ., 2003.-112 с. – (Бібліотека „Шкільного світу”).
248. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М. Алгебра і початки аналізу: Підруч. для учнів 10 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закладах освіти. – К.: Освіта, 2000. – 318 с
249. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М. Алгебра і початки аналізу: Підруч. для учнів 11 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закладах освіти. – К.: Освіта, 2001. – 311 с.
250. Швець В.О. Принципи формування базового змісту математичної освіти // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2001. – Вип. 16. – С.63-69.
251. Штейнгауз Г. Математический калейдоскоп: Пер. с польского. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981.
252. Щукина Г.И. Проблема познавательного интереса в педагогике. – М.: Педагогика, 1971. – 352 с.
253. Щиряков А.Н. Как развивать пространственное воображение учащихся // Математика в школе. – 1991. - № 1. – С. 29-32.
254. Эльконин Д.Б. Психологические условия развивающего обучения / Обучение и развитие младших школьников (Под ред. Г.С. Костюка). – К.: Наук. думка, 1970. – 187 с.

255. Эсаулов А.Ф. Психология решения задач / Методическое пособие. – М.: Высшая школа, 1972. – 216 с.
256. Яглом И.М. Образное мышление, алгоритмическое мышление, компьютеры / Компьютер в обучении: психолого-педагогические проблемы (Круглый стол // Вопросы психологии. – 1986. – № 5. – С. 69–70.
257. Якиманская И. С. Развивающее обучение. – М.: Просвещение, 1979. – 158с.
258. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников. – Науч.-исслед. ин-т общей и пед. психологии Акад. пед. наук СССР. – М.: Педагогика, 1980. -240 с.
259. Якиманская И.С., Зархин В.Г., Кадаяс Х.-М.Х. Тест пространственного мышления: Способ разработки и применения // Вопросы психологии. – 1991. – №1. – С. 128-134
260. Якиманская И.С. Разработка технологии личностно-ориентированного обучения // Вопросы психологии, 1995.,- №2. – С.13-21.
261. Яковлева Е. Л. Психологические условия развития творческого потенциала у детей школьного возраста // Вопросы психологии. – 1994. – №5.
262. Якса Н.В. Основи педагогічних знань: Навч. посіб. – К.: Знання, 2007. – 358 с. – (Вища освіта ХХІ століття).
263. Яценко С.Є. Реалізація ідей особистісно орієнтованого навчання математики через диференціацію // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. Вип. 25.- Донецьк: Фірма ТЕАН, 2006. – С. 116-121.
264. Яценко С.Є., Грамбовська Л.В. Пошуково-дослідницька діяльність учнів на уроках планіметрії із застосуванням педагогічного програмного засобу GRAN-2D // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць / Редрада. - К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. - № 5 (12). – С. 44-48.

## ДОДАТКИ

## ДОДАТОК\_А

Програма навчального курсу з  
інформаційно-комунікаційних засобів навчання математики  
(за вимогами кредитно-модульної системи)

## ЗАГАЛЬНИЙ ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Курс III Підготовка бакалаврів	Напрямок, спеціальність, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів, відповідних ECTS: 1	Шифр та назва напрямку <i>0101 педагогічна освіта</i>	Обов'язковий Рік підготовки 3
Змістових модулів: 2	Шифр та назва спеціальності 6.010100 Педагогіка і методика середньої освіти. Математика	Семестр 6
Загальна кількість годин: 72	Освітньо-кваліфікаційний рівень бакалавр	Лекції 4 год Лабораторні: 32 год
Тижневих годин: 2 год		Самостійна робота: 30 год
Лабораторні заняття 2 год		Вид контролю: залік

**ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОГО КУРСУ З ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ЗАСОБІВ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ**

Особистісна орієнтація освіти, запровадження освітніх інновацій, інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ), створення індустрії сучасних засобів навчання і виховання, забезпечення ними навчальних закладів є пріоритетними напрямками державної політики щодо розвитку освіти в Україні. На сьогоднішній день здійснюється широкомасштабна програма інформатизації освіти і науки, відбувається інтенсивний пошук методик комп'ютерно-орієнтованого навчання. Поряд з традиційними методами, формами та засобами в процесі навчання учнів та студентів все більшої ваги набирають комп'ютерно-орієнтовані. Ефективне використання інформаційно-комунікаційних засобів навчання (ІКЗН) математики дозволяє здійснювати навчання розвиваючими методами.

**Метою навчального курсу є :**

- доповнення знання студентів з методики навчання математики (МНМ) та інформаційних технологій (ІТ);
- формування теоретичної бази знань про структуру методичної підсистеми навчання математики з використанням інформаційно-комунікаційних технологій; про сутність, психолого-педагогічні засади і технологічні основи впровадження ІКЗН математики;
- вироблення у студентів практичних умінь і навичок застосування педагогічних програмних засобів (ППЗ) в процесі навчання математики;

- забезпечення умов для неперервної самоосвіти на основі систематичної самостійної роботи студентів;
- забезпечення умов для підвищення рівня знань і розвитку творчих здібностей особистості, алгоритмічного, логічного мислення учнів і студентів.

Курс „Інформаційно-комунікаційні засоби навчання математики” органічно доповнює професійну математичну і методичну підготовку студентів розглядом основних аспектів теорії та практичного застосування інформаційно-комунікаційних засобів навчання математики. Курс є інтегрованим і опирається на знання студентів, уміння і навички, отримані при вивченні інформатики, зокрема, інформаційних технологій, і методики навчання математики.

В процесі вивчення курсу студенти мають набути власного досвіду постановки і проведення навчальних досліджень на основі комп’ютерного моделювання у середовищах підтримки математичної діяльності; добору засобів та методів навчання з використанням педагогічних програмних засобів; підготовки дидактичних матеріалів, засобів наочності тощо. Курс орієнтовано на активні форми навчання: проведення навчальних експериментів, підготовку дидактичних та методичних матеріалів, розробок уроків алгебри і геометрії, доповідей, презентацій. Закінчується вивчення курсу захистом дослідницького проекту у формі наукової доповіді. Індивідуальні розробки дидактичних засобів, методичних матеріалів включаються до спільного проекту курсу „Методична скарбничка вчителя математики основної школи”.

Для забезпечення навчального процесу необхідна аудиторія з відповідним комп’ютерним обладнанням, мультимедійним проектором, програмне забезпечення, до складу якого входить текстовий редактор (Microsoft Word чи OpenOffice.orgWriter); система для підготовки презентацій (Microsoft PowerPoint чи OpenOffice.orgImpress); програмні педагогічні засоби GRAN1, Терм\_7, Математика-5, Математика-6, Евристико-дидактичні конструкції, пакети динамічної геометрії DG, GRAN-2D, GRAN-3D та ін.

Для самостійного ознайомлення пропонується система комп’ютерної математики Derive або система комп’ютерної алгебри Advanced Grapher чи ін.

Програму складено на основі галузевого стандарту вищої освіти [41] з врахуванням [43], [44], [45], [46], [55], [58], [59], [60], [62].

## **Модуль 1. Використання ІКЗН в шкільному курсі математики (18 год).**

### **Лекції (4 год)**

- Поняття комп’ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математики. Основні її компоненти.
- Психолого-педагогічні аспекти застосування інформаційно-комунікаційних засобів навчання математики.
- Класифікація математичних пакетів (навчального призначення та професійних).
- Характеристика основних педагогічних програмних засобів навчання математики.
- Використання ППЗ до розв’язування математичних задач.
- Підготовка дидактичних та методичних матеріалів до уроку математики з використанням ІКЗН.

### **Лабораторні**

#### **Використання ППЗ в курсі математики (5-6), алгебри основної школи (7-9), алгебри і початків математичного аналізу (14 год)**

- Педагогічний програмний засіб **GRAN1**.  
Побудова графіків функцій. Дослідження властивостей функцій.  
Графічне розв’язування рівнянь, нерівностей та їх систем.  
Наближені обчислення найбільшого (найменшого) значення функції на проміжку, обчислення площ фігур, об’ємів тіл обертання.  
Найпростіші задачі математичної статистики.
- ППЗ **Терм\_7, Алгебра 7-9**  
Тотожні перетворення раціональних виразів.

- Лінійні рівняння, системи лінійних рівнянь.
- Педагогічний засіб **Евристико** - дидактичні конструкції.
- ППЗ **Математика-5, Математика-6.**
- ППЗ **Алгебра-10, Алгебра -11.**

### Модуль 2. Використання ІКЗН в курсі геометрії (18 год). Лабораторні

- ППЗ **Геометрія -7-9**  
Конструювання уроку
- Динамічна геометрія **GRAN-2D, DG.**  
Геометричні побудови в курсі планіметрії.  
Дослідницькі інструменти систем динамічної геометрії.  
Навчальні дослідження типу пошук властивостей, застосування, систематизація та їх підтримка засобами динамічної геометрії.  
Геометричні перетворення фігур: рухи, гомотетія, перетворення подібності.  
Координати і вектори на площині.  
Побудова графіків функцій.
- ППЗ **Геометрія - 10, Геометрія -11.**  
Конструювання уроку
- ППЗ **GRAN-3D.**  
Обчислення елементів многогранників і тіл обертання; обчислення площі поверхні та об'ємів тіл.  
Побудова перерізів многогранників.

### Теоретичні знання

Студенти повинні знати:	Опора на засвоєні модулі з МНМ та ІТ
основні компоненти комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання; зокрема засоби навчання математики	ПП.04.01.08 МНМ
діяльнісні середовища професійного призначення, зокрема педагогічні програмні засоби навчання математики, і їх використання в навчальному процесі	ПМ.04.02.11 ІТ
технологію розв'язування математичних задач з використанням засобів сучасних інформаційних технологій, а саме, з використанням ППЗ;	ПМ.04.02.13 ІТ
поняття математичної моделі, обчислювальний експеримент; етапи математичного дослідження та організацію обчислювального експерименту з використанням ППЗ;	ПМ.04.03.01 ІТ
організаційні форми навчання математики; зокрема урок; типи уроків, структуру уроку.	ПП.04.01.07 МНМ
системи опрацювання текстів; графічної інформації	ПМ.04.02.03, П М.04.02.04 ІТ

### Практичні вміння і навички. Студенти повинні вміти:

- на основі розуміння сутності неформалізованих, творчих компонент мислення учня здійснювати постановку проблеми і добір потрібних операцій з використанням ІКЗН, що приводять до її розв'язування;
- добирати і формулювати мету, здійснювати постановку задач, висувати гіпотези, будувати інформаційні моделі досліджуваних процесів і явищ, аналізувати їх за допомогою засобів інформаційно-комунікаційних технологій та інтерпретувати отримані результати, систематизувати, осмислювати і формулювати висновки, узагальнювати спостереження, передбачати наслідки прийнятих рішень і вміти їх оцінювати;

- використовувати ІКЗН для підготовки супроводу, аналізу, коригування навчального процесу, управління навчальним процесом;
- уміння добирати раціональні методи і засоби навчання, враховуючи індивідуальні особливості учнів, їх нахили і здібності;
- уміння поєднувати традиційні методичні системи навчання із новими інформаційно-комунікаційними технологіями.

Назва і шифр типового завдання діяльності	Зміст уміння	Шифр уміння
Використання програмного засобу навчально-виховного призначення для підтримки педагогічного процесу  11.ПФ.Д.02	Вміти добирати засоби та методи навчання з використанням комп'ютерної техніки.	11.ПФ.Д.02.ПР.Р.01
	Вміти використовувати комп'ютерно-орієнтовані системи навчання математики.	11.ПФ.Д.02.ПР.Р.02
	Володіти методиками використання прикладних програмних продуктів для підтримки навчального процесу.	11.ПФ.Д.02.ПР.Р.03
	Вміти розробляти план вивчення навчального матеріалу з поєднанням традиційних та нових інформаційних технологій.	11.ПФ.Д.02.ПР.Р.04
	Вміти використовувати програмні засоби для обробки результатів проведених психологічних, педагогічних і методичних досліджень.	11.ПФ.Д.02.ПР.О.06
Формулювання гіпотетичного твердження 1.ПФ.Е.04	Вміти проводити комп'ютерні експерименти з метою встановлення нових закономірностей.	1.ПФ.Е.04.ЗР.Р.07
Дослідження математичної моделі з використанням засобів комп'ютерної техніки 2.ПФ.Д.03	Вміти добирати та використовувати готові програмні засоби для символно-формульного, графічного аналізу математичних моделей.	2.ПФ.Д.03.ЗР.Р.04
	Вміти інтерпретувати, аналізувати та узагальнювати результати розрахунків експерименту.	2.ПФ.Д.03.ЗР.Р.08
	Володіти зряддєвим застосуванням комп'ютера, системами опрацювання текстової, числової та графічної інформації.	3.ПФ.Д.02.ЗР.О.02
Використання засобів ІТ для розв'язування математичних задач 3.ПФ.Д.02	Вміти проектувати комплексне використання засобів навчання на певному уроці з математики у школі певного типу; зокрема демонстрацій, дидактичного матеріалу.	5.ПФ.Д.01.ПП.Р.13

Складання календарно-темат. плану вивчення математики 5.ПФ.Д.01	Вміти виходячи з завдань уроку і програмних вимог дібрати засоби наочності.	5.ПФ.Д.02.ПП.Р.08
Підготовка до уроку і складання плану або плану-конспекту уроку  5.ПФ.Д.02	Вміти на основі попереднього проектування елементів уроку скласти план уроку, який може мати таку структуру: – цілі і педагогічні завдання уроку; – етапи уроку з зазначенням тривалості кожного з них; – методи і зміст перевірки знань і вмінь учнів; – зміст, послідовність і методика вивчення нового навчального матеріалу; – перелік необхідного обладнання; – перелік технічних засобів навчання і засобів наочності; – задачі і вправи з розв'язаннями; – підведення підсумків уроку; – домашнє завдання.	5.ПФ.Д.02.ПР.Р.13
	Вміти виготовляти засоби наочності для проведення уроків різних типів та позакласних заходів з математики.	8.ПФ.Д.01.ПП.Р.03
Використання дидактичних засобів (підручник, дидактичний матеріал, таблиця, програмний засіб, модель, тощо) 8.ПФ.Д.01	Вміти виготовляти моделі для унаочнення матеріалу, що розглядається на уроці, для демонстрації на позакласному заході з математики.	8.ПФ.Д.01.ПП.Р.05
	Володіти методикою використання системи дидактичних засобів з використанням ТЗН.	8.ПФ.С.02.ПР.Р.02
	Вміти розробляти і виготовляти презентації для проведення уроків різних типів.	8.ПФ.Д.03.ПП.Р.02
Використання технічних засобів навчання 8.ПФ.С.02	Вміти виготовляти і навчати учнів виготовлення моделей і інших засобів для розвитку їх практичних навичок.	8.ПФ.Д.03.ПП.Р.03
Створення дидактичних засобів 8.ПФ.Д.03	Вміти працювати з комп'ютером у якості користувача.	11.СП.Д.01.ПП.О.01
	Вміти працювати з текстовим і графічним редактором	11.СП.Д.01.ПП.О.02
Підготовка і друкування документа, який містить текст, таблиці, графічні об'єкти 11.СП.Д.01	Вміти коректно скласти документ, користуючись засобами комп'ютерної технології.	11.СП.Д.01.ПП.О.05

## СТРУКТУРА ЗАЛКОВОГО КРЕДИТУ КУРСУ

№	Теми лекцій	Література
1.	<p>Лекція №1 (2 год). <b>Інформаційно-комунікаційні технології навчання (ІКТН) математики.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Вхідне анкетування</li> <li>• Поняття комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математики. Сутність поняття ІКТН.</li> <li>• Традиційні та комп'ютерно-орієнтовані методи, засоби і форми організації навчання.</li> <li>• Психолого-педагогічні аспекти застосування інформаційно-комунікаційних технологій навчання математики.</li> <li>• Класифікація математичних пакетів (навчального призначення та професійних).</li> <li>• Коротка характеристика основних україномовних педагогічних програмних засобів навчання математики (GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D, DG, ТерМ_7, Евристико-дидактичні конструкції, Математика-5, НЗНП Геометрія 7-9, Алгебра 7-9, Алгебра -10, Геометрія-11).</li> <li>• Ознайомлення з планом занять курсу, зразками індивідуальних завдань, переліком рекомендованої літератури</li> </ul>	<p>Індивідуальна робота 2 год.</p> <p>[46], [83], [90]</p> <p>[46],[62],[90]</p> <p>[66],[68],[46],[83],[87]</p> <p>[46], [83], [90]</p> <p>[44],[45],[60],[64],[67],[69],[70],[87],[82]</p>
2.	<p>Лекція №2 (2 год).</p> <p><b>Педагогічні програмні засоби навчання математики.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Дидактичні принципи застосування ППЗ.</li> <li>• Вивчення змістової лінії „Функції” з використанням ППЗ GRAN1, GRAN-2D, DG.</li> <li>• Динамічні графіки як інструмент проведення навчальних досліджень в курсі алгебри.</li> <li>• Застосування ППЗ GRAN1 до розв'язування математичних задач.</li> <li>• ППЗ Терм_7. Режими перевірки виконання кроків в символічних перетвореннях.</li> <li>• Тотожні перетворення раціональних виразів.</li> <li>• Лінійні рівняння, системи лінійних рівнянь, розв'язування задач за допомогою рівнянь та систем рівнянь.</li> <li>• Навчальні дослідження в геометрії та їх підтримка засобами ІКТ. Пакети динамічної геометрії.</li> <li>• НЗНП Геометрія 7-9, Алгебра 7-9, Алгебра -10, Геометрія-11.</li> <li>• Особливості підготовки дидактичних та методичних матеріалів до уроку математики з використанням ІКЗН.</li> </ul>	<p>Індивідуальна робота 2 год.</p> <p>[68]</p> <p>[64],[70],[74],[75]</p> <p>[81]</p> <p>[82]</p> <p>[64],[69],[86],[83]</p>

№	Теми лабораторних робіт, література	Індивідуальні завдання
3.	<p>Лабораторна робота №1. (2 год) [2],[22], [23], [30]</p> <p><b>ППЗ Математика-5.</b> [13], [15]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Установка засобу на вінчестер комп'ютера.</li> <li>• Ознайомлення з електронними підручниками.</li> <li>• Прослуховування фрагментів уроків.</li> </ul>	<p>2 год. Самостійне ознайомлення з <b>Математика-6.</b></p> <p>Виконання тестових завдань. Підготовка</p>



	<ul style="list-style-type: none"> <li>Виконання тестових завдань.</li> <li>Виконання завдань підсумкових атестацій.</li> </ul>	матеріалів до уроку алгебри.
4.	<p>Лабораторна робота №2. (2 год) <b>ППЗ Терм_7.</b> [3], [81],[82]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Тотожні перетворення раціональних виразів.</li> <li>Лінійні рівняння, системи лінійних рівнянь.</li> <li>Розв'язування задач за допомогою рівнянь і систем рівнянь</li> </ul>	2 год Складання і виконання варіанту підсум. контрольної роботи за 7 кл.
5.	<p>Лабораторна робота №3. (2 год) <b>ППЗ Алгебра 7-9, Евристико – дидактичні конструкції.</b> [61], [87]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Виконання завдань, дібраних до уроку алгебри, підготовка конспекту уроку;</li> <li>Акцентовані програми, програми із запізнюючою корекцією, зчеплені програми, задача-метод, тестування</li> </ul>	2 год Добір і виконання завдань до уроку алгебри, підготовка конспекту уроку
6.	<p>Лабораторна робота №4. (2 год) <b>ППЗ Алгебра-10.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ознайомлення з підручником,</li> <li>Конструювання уроку</li> <li>Виконання завдань до уроку алгебри</li> <li>Підготовка текстових документів до уроку.</li> </ul>	2 год Добір і виконання завдань до уроку алгебри. Самостійне вивчення <b>ППЗ Алгебра-11.</b>
7.	<p>Лабораторна робота № 5. (2 год.) <b>ППЗ GRAN1.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Побудова динамічних графіків лінійної, квадратичної, степеневий, дробово-раціональної і тригонометричних функцій; дослідження властивостей функцій. [69],[65],[74]</li> <li>Побудова графіків елементарних функцій шляхом геометричних перетворень.</li> <li>Побудова і дослідження графіків функцій, заданих явно і неявно в декартових координатах, таблично</li> <li>Побудова і дослідження графіків функцій, заданих різними аналітичними виразами на різних інтервалах області задання функції.</li> <li>Побудова малюнків графіками функцій. [36],[77]</li> <li>*Побудова і дослідження графіків функцій, заданих, у параметричній формі, у полярних координатах.</li> </ul>	2 год. 1. Побудова малюнка за допомогою графіків функцій.  2. Добір завдань до уроку з алгебри у 8-9 кл. за вибраною темою.
8.	<p>Лабораторна робота № 6. (2 год) <b>GRAN1.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Графічне розв'язування рівнянь, нерівностей, систем.</li> <li>Динамічні графіки як інструмент дослідження розв'язків рівнянь та нерівностей з параметрами. [70], [71], [78]</li> <li>Використання різних режимів побудови графіків (точковий, ламана), їх переваги і недоліки.</li> <li>Наближені обчислення найбільшого (найменшого) значення функції на проміжку, обчислення площ фігур, об'ємів тіл обертання. [67], [70], [73]</li> <li>Найпростіші задачі математичної статистики. [67],[72]</li> <li>Підготовка конспекту уроку з алгебри[62],[52],[75]</li> </ul>	2 год Підготовка плану-конспекту уроку з алгебри за допомогою текстового чи графічного редактора.
9.	<p>Лабораторна робота №7. (2 год) <b>GRAN1.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Задачі лінійного програмування.</li> <li>Підготовка текстових документів, презентацій за розробленими планами уроків з гіперпосиланнями на GRAN1. [47], [48]</li> </ul>	2 год Самостійне ознайомлення з Advanced Grapher. 3

## Модуль 2. Використання ІКЗН в курсі геометрії.

№	Теми лабораторних робіт	Індивідуальні завдання
1 0	Лабораторна робота № 8. (2 год) <b>ППЗ Геометрія -7-9, Геометрія -11</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ознайомлення з електронними підручниками.</li> <li>• Конструювання уроку геометрії 7-9.</li> <li>• Конструювання уроку геометрії 11.</li> </ul>	2 год Самостійне вивчення ППЗ <b>Геометрія-10.</b> Добір і виконання завдань до уроку геометрії
1 1	Лабораторна робота №9. (2 год) <b>Динамічна геометрія GRAN-2D, DG.</b> [69], [73], [84], [86] <ul style="list-style-type: none"> <li>• Геометричні побудови в курсі планіметрії.</li> <li>• Вимірювальні інструменти.</li> <li>• Створення і використання макроконструкцій, написів, кнопок.</li> <li>• Порівняльний аналіз систем динамічної геометрії.</li> <li>• Поняття динамічного опорного конспекту як організаційно-методичної основи навчального дослідження.</li> <li>• Експертні системи для розв'язування трикутників, чотирикутників.</li> </ul>	2 год. 1. Виконання індивідуальних лабораторних робіт з геометрії. 2. Добір завдань до уроку геометрії у 7-9 кл. за вибраною темою.
1 2	Лабораторна робота №10. (2 год) <b>Динамічна геометрія</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Дослідницькі інструменти систем динамічної геометрії. Динамічні вирази. [68], [69], [84], [86], [89], [91] Етапи навчального дослідження та їх підтримка засобами пакетів динамічної геометрії.</li> <li>• Навчальні дослідження типу пошук властивостей та їх підтримка засобами динамічної геометрії.</li> <li>• Побудови геометричних місць точок.. [69], [83], [86]</li> <li>• Навчальні дослідження типу пошук властивостей, застосування, систематизація та їх підтримка засобами динамічної геометрії.</li> </ul>	2 год Розробка динамічного опорного конспекту для відкриття теореми, задачі на дослідження і доведення. Підготовка конспекту уроку з геометрії
1 3	Лабораторна робота №11. (2 год) <b>Динамічна геометрія</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Геометричні перетворення фігур: рухи, гомотетія, перетворення подібності. [69], [64] [85]</li> <li>• Створення динамічних креслень за видами перетворень.</li> <li>• Дослідження властивостей геометричних перетворень.</li> <li>• Дослідження властивостей груп геометричних перетворень на основі комп'ютерних експериментів.</li> </ul>	2 год 1. Дослідження властивостей геометричних перетворень. 2. Створення креслень з симетрією повороту.
1 4	Лабораторна робота №12. (2 год) <b>Динамічна геометрія.</b> [5], [27], [33], [62], [69], [86] <ul style="list-style-type: none"> <li>• Геометрична задача на побудову як алгоритмічна задача. Етапи розв'язування задач на побудову.</li> <li>• Розв'язування задач на побудову методом геометричних перетворень.</li> <li>• Створення динамічних креслень до задач на побудову.</li> </ul>	2 год Розв'язування задач на побудову. Створення динамічного креслення до задачі на побудову.
1 5	Лабораторна робота №13. (2 год) <b>Динам. геометрія</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Особливості вивчення теми „Координати і вектори на площині” з використанням пакетів динамічної геометрії.</li> <li>• Виконання лабораторної роботи до теми в зошитах з друкованою основою (DG). [4] [37] [83] [62]</li> </ul>	2 год. Завершення розробки конспекту уроку з гіперпосиланнями на ППЗ

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Створення динамічних креслень до задач.</li> <li>• Рецензування виконаних завдань</li> </ul>	динамічної геометрії, створення презентації.
1 6	Лабораторна робота №14. (2 год) <b>Динамічна геометрія</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Побудова графіків функцій. [69], [83]</li> <li>• Побудова динамічних графіків засобами динамічної геометрії.</li> <li>• Побудови в паралельній проекції перерізів многогранників площиною. [38], [62], [69], [80]</li> </ul>	2 год 1.Розробка динам. креслення до уроку алгебри, підготовка конспектів уроку. 2.Дослідження перерізів.
1 7	Лабораторна робота №15. (2 год) <b>ППЗ GRAN-3D.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Обчислення елементів многогранників і тіл обертання; обчислення площі поверхні та об'ємів тіл.</li> <li>• Побудова перерізів многогранників. [69], [80]</li> </ul> Рецензування виконаних завдань, підготовка розроблених документів до захисту	2 год 1. Розв'язування задач за допомогою GRAN3D. 2. Підготовка до захисту матеріалів, доповіді.
1 8	2 год <ul style="list-style-type: none"> <li>• Підготовка розроблених документів до захисту.</li> <li>• Підсумкова конференція, захист проєктів.</li> <li>• Вихідне анкетування</li> </ul>	Захист проєкту. Включення індивідуальних матеріалів до загального проєкту

### Тема для самостійного опрацювання

1. Детальніше опрацювання ППЗ динамічної геометрії DG, GRAN-2D.
2. Ознайомлення з використанням пакетів комп'ютерної алгебри Advanced Grapher, Алгебра-11, Геометрія -10, Математика-6.
3. Побудова перерізів многогранників методом внутрішнього проектування за допомогою GRAN-2D, DG. Ознайомлення з демонстраційними моделями.

### Основні вимоги до планів-конспектів уроків, інших розроблених матеріалів

1. Підготовлені конспекти уроків з використанням ППЗ повинні задовольняти загальним вимогам, що пред'являються до документів зазначеного типу – містити записи теми, мети, типу уроку, чітко виражену структуру, завдання до кожного етапу уроку. Завдання добирати з врахуванням профілю навчання (загальноосвітній чи поглиблене вивчення математики).
2. Дібрані завдання для використання ППЗ мають відповідати темі, бути підпорядкованими поставленій меті (акцент на розвиваюче навчання), сприяти розкриттю теми та формуванню знань, умінь і навичок учнів. Має бути зазначена доцільність застосування ППЗ, місце, час, на тому чи іншому етапі уроку.
3. Текстові документи і презентації повинні містити *Гіперпосилання* на файли, підготовлені за допомогою ППЗ. Згідно зі структурою уроку, текстові документи містять зміст (послуга *Вставка/Посилання/ Заголовки*), посилання на використану літературу (послуга *Вставка/Перехресні посилання*).
4. Динамічні опорні конспекти, розроблені за допомогою ППЗ динамічної геометрії, повинні містити написи, кнопки, які допомагають школяреві самостійно просуватися в ході дослідження, розв'язування задач.
5. Файли, створені за допомогою GRAN1, повинні містити заголовок-мітку, при потребі мітку-підказку до ходу роботи, вирази для функціональних залежностей, в тому числі з параметрами. Файли бажано зберігати у масштабі користувача.
6. Уроки, підготовлені за допомогою „Конструктора”, повинні містити слайди для актуалізації опорних знань і умінь, текстові завдання містити ім'я виконавця.

**Таблиця рейтингового оцінювання  
з курсу „Інформаційно-комунікаційні засоби навчання математики”**

студента \_\_\_\_\_ група \_\_\_\_\_

№	Зміст завдання	Максим. балів 100 балів
1	Лабораторна робота за ППЗ Математика-5. Виконання тестування (обов'язковий)	4
2	Терм_7. Підсумкова контрольна робота за 7-ий клас, добір завдань, виконання в електронному зошиті	4
3	Конспект уроку алгебри за ППЗ Алгебра 7-9 (обов'язковий)	8
4	Лабораторна робота по Алгебра-10 (обов'язковий документ).	4
5	Лабораторна робота по GRAN1	4
6	Конспект уроку алгебри (текстовий документ чи презентація) з гіперпосиланнями на ППЗ GRAN чи DG (обов'язковий)	8
7	Малюнок, побудований графіками функцій	4
8	Завдання математичної статистики	4
9	Завдання по самостійно вивчених засобах Алгебра -11, Математика-6, Евристико-дидактичні конструкції, Advanced Grapher	7
		<b>Всього 47</b>
10	Лабораторна робота. ППЗ Геометрія 7-9. Розробка уроку (обов'язковий документ).	4
11	Лабораторна робота. ППЗ Геометрія 11. Розробка уроку	4
12	Лабораторна робота. ППЗ Динамічна геометрія GRAN-2D чи DG. Розробка креслення до задачі на дослідження.	4
13	Динамічні креслення до теми „Геометричні перетворення”	4
14	Задача на побудову з підказками у вигляді написів, кнопок	4
15	Лабораторна робота. ППЗ GRAN-3D. Створення наочностей „Стереометричні моделі” (обов'язковий документ).	4
16	Конспект уроку геометрії з гіперпосиланнями на файли динамічної геометрії (обов'язковий )	8
17	Завдання по самостійно вивчених засобах і типах завдань	7
18	Захист розроблених матеріалів (обов'язковий вид роботи)	7
19	Тестування (обов'язковий вид роботи)	7
		<b>Всього 53</b>
	<b>„Зараховано” виставляється при набраних 65 балах і більше</b>	

**Педагогічні програмні засоби навчання математики**

**Програмно-методичний комплекс GRAN** створений авторським колективом під керівництвом **М.І. Жалдака**, дійсного члена Академії педагогічних наук України, доктора педагогічних наук, професора, завідувача кафедри інформатики Національного педагогічного університету ім. М.П. Драгоманова. Значний вклад в розробку нових версій програми внесли **Ю. В. Горошко, Є.Ф. Вінниченко, О.В. Вітюк, А.О. Костюченко**.

**GRAN1** – дозволяє будувати графіки функціональних залежностей, графічно розв'язувати рівняння, нерівності, системи рівнянь та нерівностей, обчислювати площі фігур, об'єми тіл обертання, наближено обчислювати похідну функції в точці, будувати дотичну до графіка, складати рівняння дотичної, дозволяє опрацьовувати статистичні вибірки та ін.

**GRAN-2D** – дозволяє розв'язувати задачі аналітичної геометрії на площині, задачі на побудову, на відшукування ГМТ, будувати графіки функцій та ін.

**GRAN-3D** призначено для графічного аналізу просторових (тривимірних) об'єктів (призма,

піраміда, правильна піраміда, зрізана піраміда, правильна призма, прямий паралелепіпед, куб, довільний створений многогранник, конус, циліндр, куля). За допомогою ППЗ можна обчислювати відстані між об'єктами, кути між відрізками, між прямою і площиною та між двома площинами, будувати перерізи многогранників тощо.

**DG** – програмно - методичний комплекс, динамічна геометрія на площині. Розроблений в Харківському Національному педагогічному університеті ім. Г.С.Сковороди. Керівник проекту доктор педагогічних наук, професор **С.А. Раков**. Засіб дозволяє створювати динамічні креслення і проводити навчальні дослідження.

**ТерМ** - програмно-методичний комплекс призначений для комп'ютерної підтримки практичних занять і лабораторних робіт, тобто активної математичної діяльності користувача. Розроблено на замовлення МОН України Херсонським державним університетом, Науково-дослідним інститутом інформаційних технологій. Координатор проекту доктор педагогічних наук, проф. **О.В. Співаковський**. Науковий керівник канд. фіз.-мат. наук **М.С. Львов**. Основний вид діяльності - розв'язування задач. Процес розв'язування є послідовністю кроків, на кожному з яких користувач виконує деякі перетворення математичної моделі задачі. ПМК містить модулі Довідник, Середовище розв'язування, Задачник, Навчальний посібник, Вправи, Розв'язувач і Графіки. До найважливіших аспектів підтримки роботи учня можна віднести перевірку правильності ходу розв'язування задачі; автоматизацію рутинних дій учня, пов'язаних з обчисленнями; надання йому зручного способу користування навчальною, навчально-методичною та довідковою інформацією.

**Евристико-дидактичні конструкції** – комплекс, що включає акцентовані програми, програми із запізнілою корекцією та зчеплені. Одним із авторів проекту, розробленого в Донецькому національному університеті є доктор педагогічних наук **О.І. Скафа** [87]. В акцентованих комп'ютерних навчальних програмах при розв'язуванні евристичної задачі вже на початкових кроках, після деякого загального евристичного правила-орієнтиру, обговорюється стратегія її розв'язання. В програмах другого типу проходження задачі здійснюється по індивідуальній траєкторії, а в кінці шляху здійснюється корекція всієї системи помилок. Зчеплені програми дозволяють реалізувати евристику - варіювання розв'язанням задачі. Тобто пропонується кілька способів, з яких треба вибрати найбільш раціональний.

**Математика–5, Математика–6.** Електронний навчальний засіб з математики, рекомендований МОН України для використання в навчанні математики учнів 5–6 класів. Вчителю пропонується електронний посібник за добірками різнорівневих завдань для тематичного оцінювання канд. пед. наук **А.М. Капіносова** (Криворізький державний педагогічний університет).

**Advanced Grapher** (<http://www.serpik.net/agraper/agraper.zip>) призначено для будовання графіків функціональних залежностей, графічного розв'язування рівнянь, нерівностей, систем рівнянь та нерівностей, обчислення площ фігур, похідної функції, складання рівняння дотичної та ін.

**DERIVE** ( Нова Зеландія, версія 2.92 безкоштовна) – дозволяє будувати графіки функціональних залежностей, графічно розв'язувати рівняння, нерівності, системи рівнянь та нерівностей, обчислювати в символічному вигляді похідні, інтеграли, перетворювати вирази та ін [67].

## Література

### Підручники з математики для основної школи та посібники

1. Басанько А.М., Романенко А.О. За лаштунками підручника з математики. Збірник розвиваючих задач для учнів 5–7 класів. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 128 с.
2. Бевз В.Г., Бевз Г.П. Математика. Підручник для 5 класу, 2005.
3. Бевз Г.П. Алгебра: Підруч. для 7-9 кл. – 4-те вид.- К.: Школяр, 2002. – 303
4. Бурда М.І., Савченко Л.М. Геометрія: Навч. посібник для 8-9 кл. шк. з поглиб. вивченням математики. – К.: Освіта, 1996. - 240 с.
5. Вишенський та ін. Збірник задач з математики: Навч. посібник/ В.А.Вишенський, М.О.Перестюк, А.М.Самойленко. - 2-е вид., доп.- К.: Либідь, 1993.- 344 с.
6. Возняк Г.М. Диференційовані дидактичні матеріали з математики для 5 класу. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2001. – 80 с.
7. Возняк Г.М., Литвиненко Г.М., Мальований Ю.І. Алгебра 7 клас: Підручник для середніх загальноосвітніх

- навчальних закладів / За ред. Ю.І. Мальованого. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2002. – 192 с.
8. Гайшпунт А.Г., Литвиненко Г.Н. Алгебра. Решение задач и упражнений. Учебное издание. – К.: «Магистр-S», 1997. – 256 с.
  9. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. – К: РИА “Текст”, МП “Око”, 1992. – 290 с.
  10. Гусев В.А., Мордкович А.Г. Математика. Справочное пособие. Книга для учителя. 2-е изд. М.: Просвещение, 1990.
  11. Дидактичні матеріали з геометрії для 8 класу з поглибленим вивченням математики / М.Г. Комар, Є.П. Нелін, В.О. Швець, С.Є. Яценко; За ред. В.О. Швеця. – Дніпропетровськ: ВППП „Дніпро”, 1995. – 36 с.
  12. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з алгебри. 9 клас. За редакцією З.І. Слєпкань. – Харків, „Гімназія”, 2001. – 128 с.
  13. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. Геометрія. 11 клас. За редакцією З.І. Слєпкань. – Харків, „Гімназія”, 2006. – 176 с.
  14. Капіносов А.М. Математика 5 клас. Тематичне оцінювання. Навчальний посібник для 5-го класу. – Дніпропетровськ: Інновація, 2005. – 66 с.
  15. Капіносов А.М. Дидактичні матеріали для тематичних атестацій з математики. 6 клас. – Тернопіль: підручники і посібники, 2001. – 168 с.
  16. Капіносов А.М. та ін. Геометрія 7 клас. Тематичне оцінювання. Навчальний посібник для 7-го класу. – Дніпропетровськ: Інновація, 2005. – 64 с.
  17. Капіносов А.М. та ін. Тематичне оцінювання. Алгебра 8 клас. Навчальний посібник для 8-го класу. – Дніпропетровськ: Інновація, 2005. – 104 с.
  18. Капіносов А.М. Алгебра 7 клас. Систематичний курс. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 272 с.
  19. Капіносов А. Алгебра, 9 клас. Збірник задач і вправ. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 224 с.
  20. Коваленко В.Г. та ін. Алгебра: Експерим. навч. посібник для 8 кл. шк. з поглибл. вивченням математики і спеціалізов. шк. фізико-мат. профілю. - 3-тє вид. – К.: Освіта, 1996. – 228 с.
  21. Коваленко В.Г. та ін. Алгебра: Експерим. навч. посібник для 9 кл. шк. з поглибл. вивченням математики і спеціалізов. шк. фізико-мат. профілю. - 3-тє вид. – К.: Освіта, 1998. – 228 с.
  22. Кравчук В., Янченко Г. Математика 5 клас. . – Тернопіль: Підручники і посібники, 2005. – 192 с.
  23. Кравчук В., Янченко Г. Математика 6 клас. Видання третє, перероблене та доповнене. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2003. – 288 с.
  24. Кравчук В., Янченко Г. Алгебра. Підручник для 7 класу. / За редакцією Слєпкань З.І. Видання друге, перероблене та доповнене. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 192 с.
  25. Кравчук В., Підручна М., Янченко Г. Алгебра. Пробний підручник для 8 класу / За редакцією З.І. Слєпкань. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2003. – 224 с.
  26. Кушнір І.А. Математическая энциклопедия. – К.: Астарта, 1995. – 768 с.
  27. Кушнір І.А. Побудова трикутника. Енциклопедія розв'язування задач: Навч. посібник. – К. Либідь, 1994. – 80 с.
  28. Маланюк М.П., Лукавецький В.І. Олімпіади юних математиків. – К.: Радянська школа, 1977. – 104 с.
  29. Мерзляк А.Г. та ін. Математика. Підручник для 5 класу, 2005.
  30. Мерзляк А.Г. та ін. Збірник задач і завдань для тематичного оцінювання з математики для 5, 6 класу. – Харків, Гімназія, 2001. .
  31. Мерзляк А.Г. та ін. Збірник задач і завдань для тематичного оцінювання з алгебри для 7, 8, 9 класу. – Харків, Гімназія, 2003. – 112 с.
  32. Мерзляк А.Г. та ін. Збірник задач і завдань для тематичного оцінювання з геометрії для 7, 8, 9 класу. – Харків, Гімназія, 2003.
  33. Погорєлов О.В. Геометрія: Планіметрія: Підруч. для 7-9 кл. серед. шк. – 4-те вид. – К.: освіта, 2000. – 223 с.
  34. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Наука, 1975. – 464 с.
  35. Репета В.К. та ін. Задачі з параметрами. Розв'язки, рекомендації, приклади: Навчальний посібник для старшокласників та абітурієнтів. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2002. – 264 с.
  36. Скобелев Г.М., Берман В.П. Математика в позаурочний час. – К.:Радянська школа, 1973. - с.160
  37. Тарасенкова Н.А. Диференційовані завдання за готовими малюнками для 8 класу. – К.: Кімо, 1999. – 80 с.
  38. Тарасенкова Н.А. Елементи стереометрії в основній школі. Диференційовані завдання за готовими рисунками для 9-го класу: Навчальний посібник для учнів та вчителів загальноосвітніх навчальних закладів. – Харків: Веста: Видавництво „Ранок”, 2002. – 80 с.
  39. Тарасенкова Н.А. Планіметрія. Диференційовані завдання за готовими рисунками для 7 класу: Навч. пос. для уч. загальноосвіт. навч. закл. – 2-е вид., перероб. і доп. – Тернопіль: навчальна книга – Богдан, 2005. – 72 с.
  40. Ясінський В.В. та ін. Вибрані конкурсні задачі з математики. Т.1. Арифметика, Алгебра: Навчальний посібник для вступників до вищих навч. зал. К.: Фенікс, 2002.- 368 с.

### **Деякі документи, посібники, статті з педагогіки, методики навчання математики та інформатики**

41. Галузеві стандарти вищої освіти. Напрямок підготовки 0101 Педагогічна освіта. Спеціальність 6.010100 Педагогіка і методика середньої освіти. Математика: К.: Видавництво НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. – 148 с.
42. Державна національна програма “Освіта” (Україна ХХІ століття). – К.: Райдуга, 1994. – 64 с.
43. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти // Математика в школі, 2004. - №2.-с.2-5
44. Інструктивно-методичний лист про вивчення інформатики у 2005/2006 навчальному році. // Інформатика та

- інформаційні технології в навчальних закладах, 2006. – №1. – с. 15-37.
45. Інструктивно-методичний лист про вивчення математики у 2005/2006 навчальному році. // Математична газета, 2006. – №2, с. 4-11.
  46. Морзе Н. В. Методика навчання інформатики: Навч. посіб.: У 4 ч. / За ред. акад. М. І. Жалдака. – К.: Навчальна книга, 2003. – Ч.І: Загальна методика навчання інформатики. – 254 с.
  47. Морзе Н. В. Методика навчання інформатики: Навч. посіб.: У 4 ч. / За ред. акад. М. І. Жалдака. – К.: Навчальна книга, 2003. – Ч.ІІ: Методика навчання інформаційних технологій. – 287 с.
  48. Intel Навчання для майбутнього / Адаптація до українського видання Н.В. Морзе, Н.П. Дементієвська. – К.: Видавнича група ВНУ. 2004. - 416 с.
  49. Мітельман І.М. Деталізована програма та календарно-тематичне планування. – Х.: Видав. гр. „Основа”, 2003. – 80 с. (Серія „Бібліотека журналу „Математика в школах України”, вип.8)
  50. Освітні технології: Навч.-метод. посіб. /О.М.Пехота, А.З.Кіктенко, О.М.Любарська та ін.; За загальною ред. О.М.Пехоти. – К.:А.С.К., 2001. – 256 с.
  51. Панченко Л.Л. Система прикладних задач як засіб формування вмінь математичного моделювання у майбутніх учителів математики // Математика в школі. Науково-методичний журнал. – К.: “Педагогічна преса”, 2004. - №9, - с. 21-28.
  52. Педагогіка в питаннях та відповідях: навчальний посібник / Л.В. Кондрашова, О.А.Пермяков, Н.І.Зеленкова, Г.Ю. Лаврешина. – Кривий Ріг: КДПУ, 2003. – 234 с.
  53. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Наука, 1975. – 464 с.
  54. Пометун О.І. та інші Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: Наук.-метод. Посібн. /О.І.Пометун, Л.В.Пироженко. За ред. О.І.Пометун. –К.: Видавництво А.С.К., 2003.-192 с.
  55. Правила використання комп'ютерних програм у навчальних закладах // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах, 2006. – №1. – с. 172-174.
  56. Програма для класів з поглибленим вивченням математики 8-11 класи. -К.: Шкільний світ, № 37 (145), 2001.- с.36
  57. Програма “Математика, 5—12” // [http://www.mon.gov.ua/education/average/new\\_pr](http://www.mon.gov.ua/education/average/new_pr).
  58. Програма спеціального курсу „Навчальні дослідження та їх підтримка засобами ІКТ у курсі геометрії загальноосвітніх навчальних закладів” (автори М.І. Жалдак, В.Ю.Биков, Ю.О.Жук, С.А.Раков, Л.І. Білоусова, В.П. Горох) // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск VI: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2006. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – с. 4-11.
  59. Програма спеціального курсу „Навчальні дослідження та їх підтримка засобами ІКТ у курсі алгебри і початків аналізу загальноосвітніх навчальних закладів” (автори М.І. Жалдак, В.Ю.Биков, Ю.О.Жук, С.А.Раков, Л.І. Білоусова, В.П. Горох) // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск VI: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2006. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – с. 12-20.
  60. Реєстр програмних засобів навчального призначення // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах, 2006. – №1. – с. 180-189.
  61. Скафа Е.И. Эвристический подход в обучении математике. // Дидактика математики: проблемы і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. Вип. 14.- Донецьк: Фірма ТЕАН, 2000. – с. 33-40.
  62. Слєпкань З. І. Методика навчання математики : Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
  63. Степанов О.М., Фібула М.М. Основи психології і педагогіки: Посібник. –К.: Академвидав, 2003. –504 с.

### **Посібники, наукові праці з проблем впровадження ІКТ навчання математики.**

64. Вінниченко Є.Ф., Костюченко А.О. Деякі особливості геометричних перетворень в програмі GRAN-2D // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць / Редрада. - К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. - № 5 (12). – с. 114-120.
65. Горошко Ю.В., Вінниченко Є.Ф. Використання комп'ютерних програм для створення динамічних моделей при вивченні математики // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць / Редрада. - К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2006. - №4 (11). - с.56-62.
66. Дементієвська М.П., Морзе Н.В. Як можна комп'ютерні технології використати для розвитку учнів та учителів? //Актуальні проблеми психології: Психологічна теорія і технологія навчання / За ред. С.Д.Максименка, М.Л.Смульсон. – К.: Міленіум, 2005. – Т.8, вип. 1. – с.23-38.
67. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів. – К.: Техніка, 1997. – 304 с.
68. Жалдак М.І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. Зб. наук праць/ Редкол.- К.:НПУ ім. М.П.Драгоманова. –Випуск 7. – 2003. – с. 3-16.
69. Жалдак М.І., Вітюк О.В. Комп'ютер на уроках геометрії: Посібник для вчителів. – К.: РННЦ „ДІНІТ”, 2003. – 168 с.
70. Жалдак М.І., Горошко Ю.В., Вінниченко Е.Ф. Математика с компьютером: Пособие для учителей. –К.: РУНЦ „ДИНИТ”, 2004.- 251 с.
71. Жалдак М.І. Математика (алгебра і початки аналізу) з комп'ютерною підтримкою: Навч. посіб. для підготов.

- від-нь / М.І.Жалдак, А.В.Грохольська, О.Б.Жильцов. –К.: МАУП, 2003. - 304 с.
72. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастичності з комп'ютерною підтримкою: Посібник для вчителів. – К.: Шкільний світ, 2006. – 119 с.
  73. Крамаренко Т.Г. Активізація розумової діяльності школярів через розв'язування практичних задач на екстремум // Математика в школі, 2006. - № 9. – с. 48-53.
  74. Крамаренко Т.Г. Евристичне навчання математики засобами ІКТ. // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип.. 26. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2006.С.139-145
  75. Крамаренко Т.Г. Логарифмічна функція  $y=\log_a x$ . Властивості, розв'язування задач // Математична газета, 2006. - № 10. – С. 12-16.
  76. Крамаренко Т.Г. Психолого-педагогічні проблеми впровадження НІТН математики в середній школі // Актуальні проблеми психології: Психологічна теорія і технологія навчання / За ред. С.Д.Максименка, М.Л.Смульсон. – К.: Міленіум, 2005. – Т.8, вип.. 1. с.140-147.
  77. Крамаренко Т.Г. Розвиток творчих здібностей учнів в процесі навчання математики // Наукові записки. - Випуск № 60. Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім.. В.Винниченка. -2005. - Частина 2. - с. 67-73.
  78. Крамаренко Т.Г. Деякі методичні аспекти розв'язування задач з параметрами // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць / Редкол. - К.: НПУ імені М.П. Драгоманова. - № 2 (9). - 2005. – с. 170-177.
  79. Крамаренко Т.Г. Розвиток творчого мислення школяра в навчанні математики через впровадження проектних технологій // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць / Редрада. - К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. - № 5 (12). – с. 85-92.
  80. Крамаренко Т.Г. Розвиток просторової уяви та просторового мислення школяра засобами ІКТ // Вісник Черкаського університету: Збірник наукових праць. – Вип.. 93. – Черкаси: Видавництво ЧНУ імені Богдана Хмельницького, 2006. – с. 83-89.
  81. Львов М.С. Шкільна система комп'ютерної алгебри ТерМ 7-9. Принципи побудови та особливості використання. // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. Зб. наук праць/ Редкол.- К.:НПУ ім. М.П.Драгоманова. –№3(10)– 2005. – с. 160-169.
  82. Програмний засіб “Програмно-методичний комплекс Терм VII підтримки практичної навчальної математичної діяльності”: Інструкція з інсталяції та експлуатації. – Випуск 2. – Херсон, 2004. – 32 с.
  83. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ. – Харків: Факт, 2005. – 360 с.
  84. Раков С.А. Вивчення геометрії на основі дослідницького підходу з використанням пакета динамічної геометрії DG. // Математика в школі, - 2005.-№ 7. – с.2-9.
  85. Раков С.А., Горох В.П., Осенков К.А. Навчальні дослідження у курсі геометрії за темою „Геометричні перетворення” з використанням пакета динамічної геометрії DG // Математика в школі. – Київ: Педагогічна преса, 2005. – №1. – с. 10-14.
  86. Раков С.А., Горох В.П., Осенков К.О., Думчикова О.В., Костіна О.В., Ларін О.Р., Лисиця В.И., Олійник Т.О., Пікалова В.В. (під редакцією Ракова С.А., Бикова В.Ю.) Відкриття геометрії через комп'ютерні експерименти в пакеті DG // Посібник для викладачів математики. – Харків: Вікторія. – 2002. – 136 с.
  87. Скафа Е.И. Информационные технологии обучения и их роль в формировании эвристической деятельности учащихся. // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових праць. Вип. 19.- Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003. – с. 9-21.
  88. Смалько О.А. Використання комп'ютера на уроках математики в школі. Методичні рекомендації. Посібник для вчителів. – К.: РННЦ „ДІНІТ”, 2000. – 118 с.
  89. Тополя Л.В. Математичні відкриття у процесі дидактичних ігор з комп'ютерною підтримкою //Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. Збірник наукових праць. Випуск 5. –2002, с. 110-118
  90. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: Монографія. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.
  91. Яценко С.Є., Грамбовська Л.В. Пошуково-дослідницька діяльність учнів на уроках планіметрії із застосуванням педагогічного програмного засобу GRAN-2D // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць / Редрада. - К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. - № 5 (12). – с. 44-48.



## Приклади тем для розробки уроків алгебри з використанням GRAN1, евристико-дидактичних конструкцій, Excel.

(складено на основі програми для класів з поглибленим вивченням математики [57],[49], орієнтовано на навчання за підручниками для поглибл. вивчення математики [20], [21]).

### Початкові відомості про числові функції ( 8 клас)

47. Числова функція. Область визначення та множина (область) значень числової функції. Способи завдання числової функції. Графік числової функції. \*<sup>1</sup>Приклади процесів, що описуються функціями.
48. Графік числової функції. Зростання та спадання числової функції.
49. Лінійна функція: її графік та властивості. Пряма пропорційність. Графік лінійного рівняння з двома змінними. \*Приклади процесів.
50. Графічна інтерпретація систем лінійних рівнянь з двома змінними. \*Задача про продукцію.
51. Лінійні нерівності з двома змінними та їхня графічна інтерпретація. Графічна інтерпретація систем лінійних нерівностей з двома змінними. \*Найпростіші задачі лінійного програмування [20].
52. Функція  $y(x) = |x|$ : її графік та властивості. \*Приклади елементарних перетворень, рівняння, функції з двома модулями.
53. Функція  $y = \frac{\kappa}{x}$ , ( $\kappa \neq 0$ ): її графік та властивості. \*Приклад процесу, що описується функцією. Приклади елементарних перетворень, приклад графічного розв'язання рівняння.
54. Функція  $y(x) = x^2$ : її графік та властивості. \*Приклад процесу, що описується функцією. Приклади елементарних перетворень.
55. Функція  $y(x) = \sqrt{x}$ : її графік та властивості. \*Процес, що описується функцією. Приклади елементарних перетворень.
56. Функція  $y(x) = x^3$ : її графік та властивості. \*Приклад графічного розв'язання рівняння.
57. Урок систематизації та узагальнення „Початкові відомості про функції”.

### Квадратична функція. Побудова графіків функцій. (9 клас).

58. Функція  $y(x) = ax^2$  ( $a \neq 0$ ): її графік та властивості.
59. Графіки окремих видів квадратичної функції:  $y(x) = ax^2 + b$  ( $a \neq 0$ ),  $y(x) = a(x - \kappa)^2$  ( $a \neq 0$ )
60. Квадратична функція загального вигляду  $y(x) = ax^2 + bx + c$ , ( $a \neq 0$ ), графік та властивості.
61. Координати вершини параболи. Вісь симетрії параболи. Напрямок «віток» параболи.  
\*Парабола як геометричне місце точок (динамічне креслення GRAN-2D).
62. Проміжки монотонності квадратичної функції. Проміжки знакосталості.
63. Застосування властивостей квадратичної функції до розв'язування задач про знаходження найбільших і найменших значень.  
\* Додати динамічні креслення, виконані за допомогою GRAN-2D [73].
64. Узагальнення та систематизація вивченого до теми „Квадратична функція”.
65. Розв'язування раціональних нерівностей методом інтервалів.
66. Розв'язування задач, що зв'язані з розміщенням графіка квадратичної функції на координатній площині і з розміщенням коренів квадратного рівняння на числовій осі.
67. Розв'язування задач, що зв'язані з дослідженням квадратних рівнянь з параметрами.
68. Парні та непарні числові функції. Зображення довільної функції у вигляді суми парної та непарної функції.
69. Елементарні перетворення графіків функцій.
70. Побудова графіків дробово-лінійних функцій.

---

<sup>1</sup> Символ „\*” біля питання тут і далі означає, що рекомендується додатково включити питання і розкрити його з використанням ІКТ.

71. Побудова графіків функцій, аналітичний вираз яких містить модуль.

72. Побудова графіків функцій, що задано у «кусковий» спосіб.

### **Рівняння і нерівності. Системи рівнянь і нерівностей.**

73. Графічний спосіб розв'язування та дослідження рівнянь.

74. Рівняння з двома змінними. Графік рівняння з двома змінними.

75. Системи рівнянь з двома змінними. Графічний спосіб розв'язування та дослідження систем рівнянь з двома змінними.

76. Розв'язування текстових задач за допомогою систем рівнянь. \*Додати динамічні креслення, виконані за допомогою GRAN-2D.

77. Аналітичне задання множин точок на координатній площині. Лінійні нерівності з двома змінними та їхня графічна інтерпретація.

78. Системи лінійних нерівностей з двома змінними та їхня графічна інтерпретація. \*Задачі лінійного програмування [20].

79. Нелінійні нерівності й системи нелінійних нерівностей з двома змінними та їхня графічна інтерпретація.

80. Нерівності й системи нерівностей, що містять знак абсолютної величини.

81. Урок узагальнення і систематизації. \*Включаючи і аналітичні методи розв'язування. \* Розробити схеми для систематизації і узагальнення.

### **Степінь з раціональним показником.**

82. Функція  $y = x^n$ ,  $n$  – натуральне число: її графік та властивості.

83. Поняття про обернену та складену функції. Порівняння властивостей. Функція  $y = \sqrt[n]{x}$ ,  $n$  – натуральне, більше одиниці. Графік функції та її властивості.

### **Числові послідовності. Арифметична та геометрична прогресії.**

84. Числові послідовності та способи їх задавання (формулою загального члена, в рекурентний спосіб). \* Можна також застосовувати інші засоби, наприклад, Excel.

85. Монотонні послідовності. Обмежені послідовності.

86. Арифметична прогресія. Формула  $n$ -го члена арифметичної прогресії. Характеристична властивість арифметичної прогресії. Формула для суми  $n$  перших членів арифметичної прогресії.

87. Геометрична прогресія. Формула  $n$ -го члена геометричної прогресії. Характеристична властивість геометричної прогресії. Формула для суми  $n$  перших членів геометричної прогресії. \*Використати динамічні креслення, створені за допомогою GRAN-2D. Наприклад, комбінації подібних вписаних багатокутників.

88. Формула складних відсотків. \*Погашення кредитів (з використанням Excel).

### **Елементи прикладної математики**

89. Математичне моделювання (на конкретних прикладах).

90. Відсоткові розрахунки. Формула складних відсотків.

91. Додавання, віднімання, множення та ділення наближених значень величин. \*Наближені обчислення площі фігури, об'єму тіла обертання, площі поверхні.

92. Найпростіші методи обробки статистичних даних. Середнє значення, мода та медіана вибірки. Гістограма, полігон.

### **Приклади тем уроків геометрії у 8-9 класі**

#### **з використанням динамічної геометрії GRAN-2D, DG, GRAN-3D.**

(складено на основі програми для класів з поглибл. вивченням математики [57],[49], орієнтовано на навчання за підручниками для поглибл. вивчення математики [4],[33], [13]).

#### **8 клас (вступне повторення і поглиблення). Уроки систематизації та узагальнення.**

1. Ознаки паралельності прямих. Властивості паралельних прямих. Сума величин внутрішніх кутів трикутника. Властивість зовнішнього кута трикутника.

2. Висота, бісектриса і медіана трикутника. Ознаки рівності трикутників. Властивість точок, розташованих на серединному перпендикулярі відрізка.
3. Рівнобедрений трикутник. Ознаки та властивості рівнобедрених трикутників. Прямокутний трикутник. Прямокутний трикутник з кутом  $30^\circ$  (властивість та ознака).
4. Коло. Дотична до кола. Властивість точок, розташованих на бісектрисі кута. Рівність відрізків дотичних до кола, які проведено з однієї точки.
5. Властивість трикутника, одна зі сторін якого є діаметром описаного навколо нього кола. Коло, описане навколо прямокутного трикутника. Медіана прямокутного трикутника, яку проведено до його гіпотенузи. Побудова дотичної до кола через точку, що лежить поза ним.
6. Задача на побудову та її розв'язування. Основні задачі на побудову (побудова трикутника за трьома сторонами; побудова кута, що дорівнює даному; побудова бісектриси даного кута; поділ даного відрізка навпіл; побудова прямої, яка перпендикулярна до даної прямої). Геометричне місце точок. Метод геометричних місць

#### **Чотирикутники.**

7. Чотирикутники. Опуклі та неопуклі чотирикутники. Елементи чотирикутників. Сума величин внутрішніх кутів чотирикутника.
8. Паралелограм та його елементи. Властивості та ознаки паралелограма.
9. Властивості бісектрис внутрішніх кутів паралелограма. Величини кутів, що утворюються висотами паралелограма. Побудова паралелограмів.
10. Прямокутник. Властивості та ознаки прямокутника.
11. Ромб та квадрат. Властивості та ознаки ромба і квадрата.
12. Теорема Фалеса. Поділ відрізка на довільне число рівних частин.
13. Середня лінія трикутника та її властивості. Паралелограм Варіньйона даного чотирикутника.
14. Трапеція та її елементи. Прямокутна трапеція. Рівнобічна трапеція. Властивості та ознаки рівнобічної трапеції. Середня лінія трапеції та її властивості.
15. Побудова трапеції за відомими сторонами; за основами і діагоналями. Обчислення елементів трапеції.
16. Визначні точки трикутників: центр описаного кола, інцентр (центр вписаного кола), центроїд (точка перетину медіан трикутника), ортоцентр (точка перетину висот трикутника або їхніх продовжень). Формула для радіуса кола, вписаного до прямокутного трикутника.
17. Вписані та центральні кути.
18. Вписані та описані чотирикутники.
19. Коло Ейлера (коло «дев'яти точок»). Теорема Гамільтона.
20. Узагальнення та систематизація вивченого матеріалу з теми „Чотирикутники”.

#### **Теорема Піфагора та її застосування.**

21. Косинус гострого кута. Теорема про бісектрису внутрішнього кута трикутника. Теорема про бісектрису зовнішнього кута трикутника.
22. Теорема Піфагора (пряма та обернена). Ілюстрація доведення теореми Піфагора за допомогою методу «площ». Поняття про «піфагорові трійки».
23. Формула для довжини висоти довільного трикутника. Наслідки з теореми Піфагора щодо властивостей похилих, їхніх проєкцій та відповідних перпендикулярів.
24. Нерівність «трикутника». \*Задача про найкоротшу відстань.
25. Значення теореми Піфагора в системі геометричних знань. Застосування теореми Піфагора до розв'язування найпростіших прикладних задач.
26. Синус, косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника.
27. Значення синуса, косинуса і тангенса деяких кутів. Зміна тригонометричних функцій при зростанні гострого кута.
28. Розв'язування прямокутних трикутників. Прикладні задачі.

### Подібність трикутників.

29. Узагальнена теорема Фалеса.
30. Подібні трикутники. Ознаки подібності трикутників.
31. Застосування подібності трикутників: середні пропорційні відрізки в прямокутному трикутнику; властивість бісектриси трикутника.
32. Застосування подібності трикутників до розв'язування прикладних задач.

### Многокутники. Площі многокутників.

33. Многокутник та його елементи. Опуклі й неопуклі многокутники. Сума кутів опуклого многокутника.
34. Вписані й описані многокутники.
35. Поняття площі многокутника. Основні властивості площ. Площа прямокутника.
36. Площа паралелограма. Площа трикутника.
37. Площа трапеції.

### Розв'язування трикутників.

38. Синус, косинус, тангенс кутів від  $0^\circ$  до  $180^\circ$ .
39. Найпростіші тригонометричні тотожності.
40. Теорема косинусів.
41. Теорема синусів.
42. Розв'язування трикутників. Прикладні задачі.
43. Формули для знаходження площі трикутника.

### Правильні многокутники.

44. Правильні многокутники. Формули радіусів вписаних і описаних кіл правильних многокутників.
45. Побудова правильних многокутників. \*Побудова паркетів з правильних многокутників.
46. Довжина кола. Довжина дуги кола.
47. Площа круга та його частин.

### Декартові координати на площині.

48. Прямокутна система координат на площині. Координати середини відрізка. Відстань між двома точками із заданими координатами.
49. Рівняння кола і прямої.
50. Геометричні місця точок. \*Еліпс, гіпербола, парабола (рівняння канонічного виду), коло Аполонія.

### Геометричні перетворення.

51. Переміщення та його властивості.
52. Симетрія відносно точки і прямої, поворот, паралельне перенесення. Рівність фігур.
53. Перетворення подібності та його властивості. Гомотетія.
54. Подібність фігур. Площі подібних фігур.

### Вектори на площині.

55. Вектор. Модуль і напрям вектора. Рівність векторів. Координати вектора.
56. Додавання і віднімання векторів. Множення вектора на число. Колінеарні вектори.
57. Скалярний добуток векторів.
58. Застосування векторів до розв'язування задач. Задачі з векторами.

### Початкові відомості з стереометрії.

59. Взаємне розташування прямих у просторі. Взаємне розташування площин.
60. Взаємне розташування прямої та площини. Перпендикуляр до площини.
61. Пряма призма. Піраміда. Площа поверхні та об'єм призми і піраміди.
62. Циліндр. Конус. Куля. Площі поверхонь і об'єми циліндра, конуса і кулі.
63. Задачі на обчислення площ поверхонь і об'ємів, у тому числі прикладного характеру.

## Додаток\_Б

Таблиця Б.1.

## Зміст завдань для динамічної геометрії

№	Зміст завдань для практичного заняття „Динамічна геометрія”	Форма роботи
1	Ознайомлення з планом роботи. Мотивація діяльності. Очікувані результати.	
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ознайомлення з можливостями використання GRAN-2D через покроковий перегляд побудови трикутника; вписаного і описаного кіл; медіани, бісектриси та висоти, проведених з однієї вершини.</li> <li>▪ Аналіз створених динамічних виразів для обчислення радіусів вписаного і описаного кіл.</li> <li>▪ Обчислення довжини відрізка, кута з використанням послуги „Обчислення”.</li> <li>▪ Дослідження положення центра описаного кола в залежності від виду трикутника.</li> <li>▪ Створення макроконструкції „Вписаний (описаний) трикутник”</li> </ul>	індивідуальна          в парах, взаємоконсультування
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Дидактична гра з комп’ютерною підтримкою. Аналіз основних етапів. Ознайомлення з динамічною моделлю для «відкриття» теореми про хорди, теореми про дотичну і січну та моделлю до практичної задачі на екстремум.</li> </ul>	Демонстрація
4	<p>Ознайомлення із завданнями для створення динамічних моделей:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ вписаний кут, вписаний чотирикутник;</li> <li>▪ теорема Менелая;</li> <li>▪ властивість медіан трикутника;</li> <li>▪ задача на побудову жолоба з найбільшим перерізом.</li> </ul>	Об’єднання учасників у групи ( №№ 1, 2, 3, 4)

## Продовження таблиці Б.1

5	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Обговорення в групі плану побудови моделі, потреби в створенні динамічних виразів.</li> <li>▪ Постановка завдання дослідження для учня.</li> </ul>	Обговоре ння в групі
6	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Коротке обговорення планів створення моделей та організації дослідження в загальному колі (заслуховування представника кожної з груп).</li> <li>▪ Початкові пропозиції по удосконаленню моделей до завдання.</li> </ul>	Обгово- рення в колі
7	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Створення моделей до завдань.</li> <li>▪ Прописування завдання на дослідження для учня.</li> </ul>	Робота в групах.
8	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ ”Захист” моделі в групі представників 1-2-3-4.</li> <li>▪ Рецензування виконаної роботи представником іншої групи.</li> </ul>	Інтеракт. „Мозаїка”
9	Обговорення зауважень до створених моделей та виразів.	Групи за ном, коло
10	Перегляд презентації. Творчі проекти до теми „Правильні многокутники”, дослідження функції „Малюємо графіками функцій”.	Анонс
11	<p>Домашнє завдання.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Скопіювати створені моделі на диск.</li> <li>▪ Підготувати одну з задач на доведення, попередньо переформулювавши її як задачу на дослідження.</li> <li>▪ Розробити до задачі ланцюжок евристичних підказок.</li> <li>▪ Підготувати малюнок і описати його функціями.</li> </ul>	
12	<p>Рефлексія. Загальне коло. Інтерактивний прийом „Мікрофон”.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Що виконали в завданні? Чого навчилися?</li> <li>▪ Що потрібно вдосконалити в системі роботи семінару? заняття? та інші питання.</li> </ul>	

## Додаток В

Окремі рисунки до 2.2.1.  
Проектні технології. Розвиваємо творчість учнів.

**ГАРМОНІЯ  
ВРЯТУЄ СВІТ!  
І ГЕОМЕТРІЯ ЇЙ  
ДОПОМОЖЕ**

**Зверніть увагу:**

- На красу паркетів, з колекції на сайті «Юний паркетник»
- Як можна заробити гроші?
- Який зв'язок існує між пантофлями і Лувром?
- Що говорили древні греки про правильні многогранники і філософію



**А хто на портретах?**



С. Гаусс.



# Гармонія Врятує Світ!

Номер перший Дата випуску 13 жовтня 2005

## Геометрія в паркеті

*Любий наш читачу!* Ми хочемо тобі розповісти, як чудово працювати у спільному проекті „Гармонія врятує світ!”. Переконані, що й тобі захочеться поспробувати відпрацювати власний проект. Ми всією командою з'ясували, як знання з геометрії допоможе поліпшити оточуючий світ, краще зрозуміти своє місце в ньому. **Я Катя - дизайнер проекту.** Побувавши на численних сайтах Internet, ми створили і власну колекцію. Запрошуємо переглянути її на нашому сайті. Чому паркетів? Виявляється, між правильними

многокутниками, які ми вивчаємо на уроках геометрії, і орнаментами паркетів існує тісний зв'язок. Без знання їх властивостей не вдалося б створити паркетні шеври Маріїнського палацу у Києві, резиденції гетьмана Хмельницького у Чигирині, палат короля Яна Собоського у Львові та багато інших. Ми побували в музеї і винесли звідки багато вражень. А ще ми дослідили, які з цих многокутників частіше зустрічаються в інших підручниках, художніх творах, у нашому побуті і створили діаграму в Excel.



**Маша – журналіст, фотокор.** Це фото нашого кабінету математики. Саме тут ми хочемо вистелити підлогу оригінальним паркетом з правильних многокутників. Читайте на сайті про наш конкурс, беріть в ньому участь та перемагайте!

### Як ми почувалися древніми греками?

<p><i>Сергій – ну дуже крутий математик!</i> Він прочитав у „Кванті” та в „Математичному калейдоскопі” (1970, №3; 1981, № 8) і навчив усіх у команді створювати геометричні паркетні. Полубуйтеся нашими розробками та надсилайте свої! <b>А Кирило</b> в цей час відчув себе древнім греком.</p>	<p>Він будував не тільки на комп'ютері у програмі GRAN-2D, але й циркулем та лінійкою. Ми знаємо тепер формулу Гауса, яка дає відповідь на питання, які правильні многокутники можна будувати цими інструментами. Звісно, що правильний 257-кутник я не побудував, бо у Гауса побудова зайняла</p>	<p>257 сторінок!</p> <p>Гармонія тісно пов'язана з золотим перерізом, золотим пропорцією і також була відома в Стародавній Греції.</p> <p>А ви знаєте де є золота пропорція в правильному 5-кутнику? Знайдіть принаймні дві та отримайте приз! А в 10-кутнику?</p> <p>А хто на портретах?</p>
---	--	---

Рис. В.1 Математична газета з підсумками роботи за проектом, С.1

**ГАРМОНІЯ ВРЯТУЄ СВІТ!  
І ГЕОМЕТРІЯ ЙІ ДОПОМОЖЕ**

Кривий Ріг  
Кропивницького, 22

**Ми у Вебі [izeum.csjv](http://izeum.csjv)**

Телефон: (0564)53-13-00  
Факс: (555)55449-9555  
Ел. пошта: [KTANJA@nm.ru](mailto:KTANJA@nm.ru)

Жовтневий ліцей

*Живи красиво!*

**Гроші і математика—обоє люблять точний рахунок.**

- Привіт! Ми геометри-паркетники 10-го класу Жовтневого ліцею Кривого Рогу. У нас є досвід по розробці паркетів та їх чудові колекції. Пропонуємо обмінятися. Наш **головний проєктувальник Антон** процитував Платона, який сказав, що „Добрий початок – половина справи!”
- Вам потрібно швидко і якісно виконати калькуляцію матеріалів паркету? Це до Ані.** Вона стане економістом або займатиметься **менеджментом та маркетингом**. Про всяк випадок, занотуйте адресу.
- А школяреві заробити гроші? Не обмінуйте увагою наш конкурс проєктів паркету для кабінету математики! Переможцеві директор обіцяє солідний приз! Надсилайте проєкти до 23 жовтня на нашу електронну адресу. Детальніше з умовами конкурсу можна ознайомитися на веб-сайті «Юний паркетник»

**Увага! Конкурс.**

Автор К. Міпон

Автор С. Лобанов

3 колекції ClipArt

Проєкт А..Ахмедової

Проєкт К. Кулигіна

Проєкт К. Булигіна  
В GRAN-2D

*У древніх греків*

Правильних **многогранників** існує лише п'ять: **тетраєдр, гексаєдр (куб), октаєдр, додекаєдр та ікосаєдр**. В ідеалістичній картині світу, даній давньогрецьким мислителем **Платоном**,

чотири з них втілювали чотири стихії: **вогонь, землю, воду, повітря**. А п'ятий символізував **весь навколишній світ**, латинською **quinta essentia „п'ята сутність”**. Поставте слова у правильну відповідність! Намалюйте

Який зв'язок існує між пантофлями, правильними многокутниками та Маріїнським палацом

Пентагон і пентаграма. Що спільного?

На могильному камені якого математика побудований правильний сімнадцятикутник і чому?

Рис. В. 2. Математична газета з підсумками роботи за проєктом, С.2

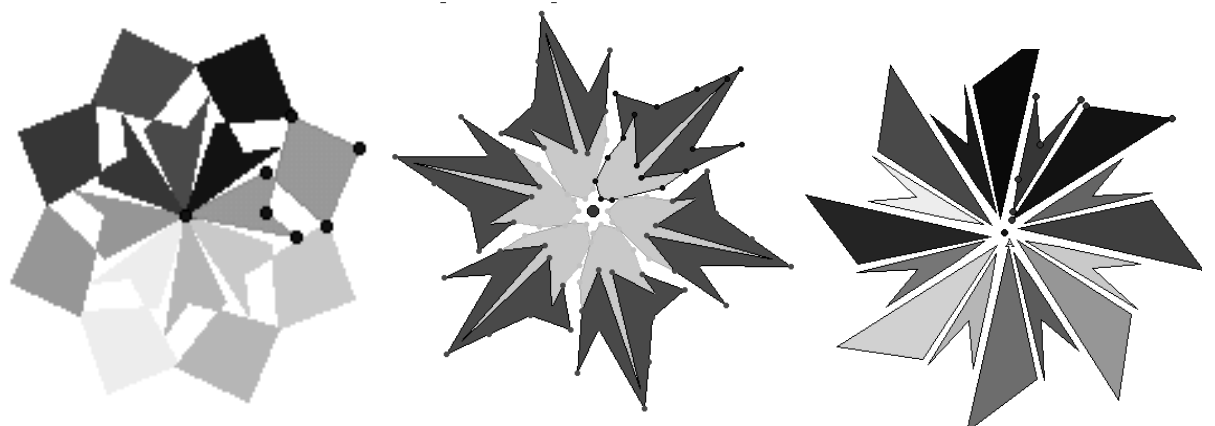


Рис. В.3. Побудовано калейдоскопи (GRAN-2D)



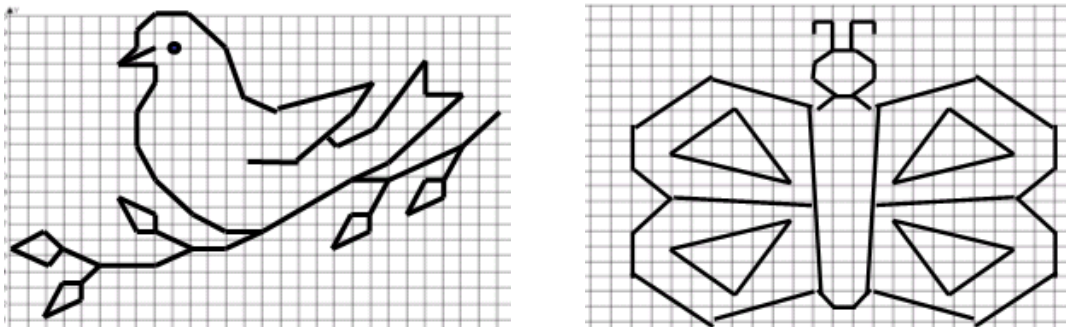
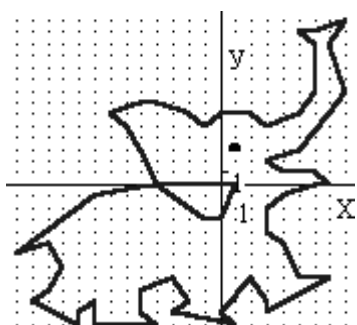


Рис. В. 4. Синичку та метелика побудовано як об'єкти типу Ламана.



(1,0)	(0,-3)	(-1,-3)	(-4,0)	(-5,3)	(-6,5)
(-7,6)	(-5,7)	(-4,7)	(-2, 6)	(-1,5)	(0,6)
(2,6)	(3,5)	(5,6)	(6,8)	(6,12)	(5,13)
(6,13)	(8,14)	(7,12)	(8,8)	(7,6)	(5,3)
(3,2)	(4,1)	(6,1)	(7,0)	(6,0)	(4,-1)
(3,-2)	(3,-4)	(4,-5)	(5,-8)	(7,-8)	(3,-11)
(3,-10)	(2,-8)	(0,-11)	(1,-12)	(-3,-11)	(-2,-10)

Рис. В. 5. Веселе слоненя. Створено Об'єкт ламана (дані в рядках), GRAN1

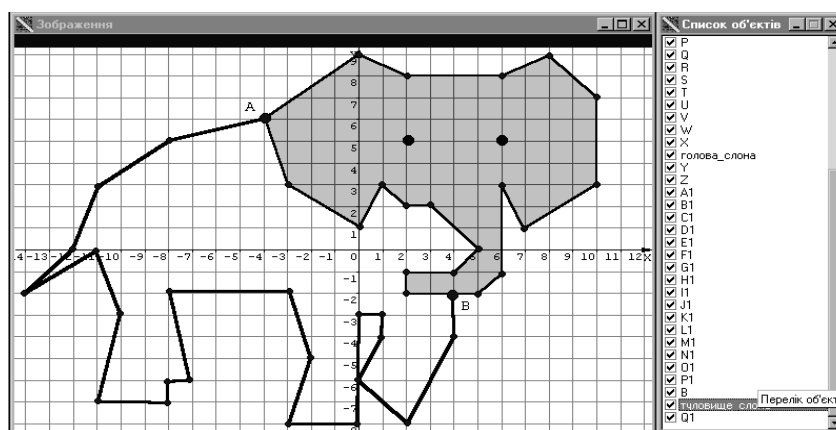


Рис. В. 6. Голову слоненяти побудовано як замкнену ламану (GRAN-2D).

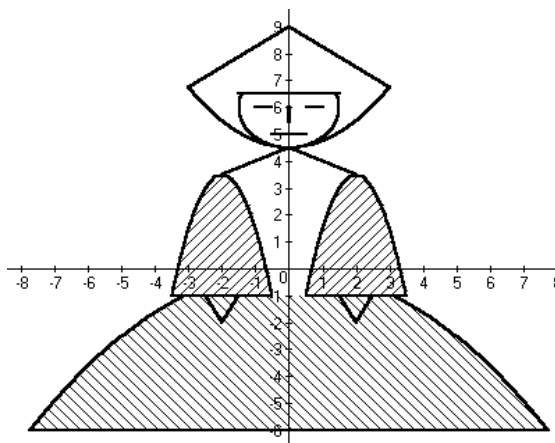


Рис. В. 7. ГМТ побудовані за рівняннями чи нерівностями.

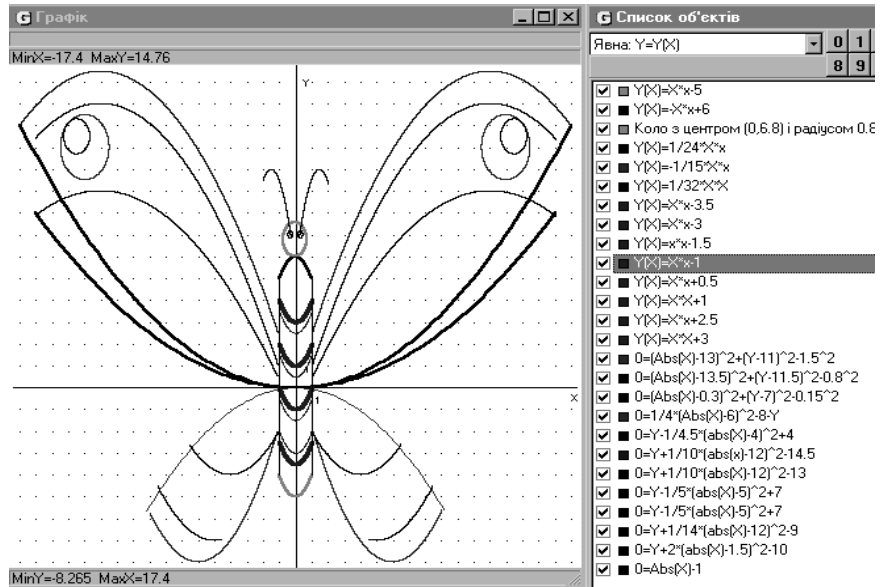


Рис. В. 8. Метелик. Справа подано перелік об'єктів у форматі GRAN1

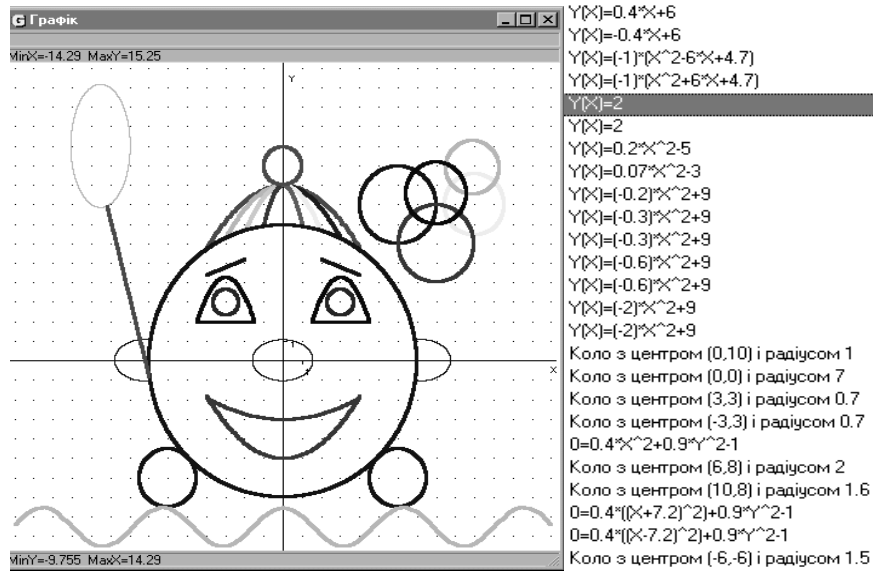


Рис. В. 9. Капітошка. Справа перелік об'єктів у форматі GRAN1.

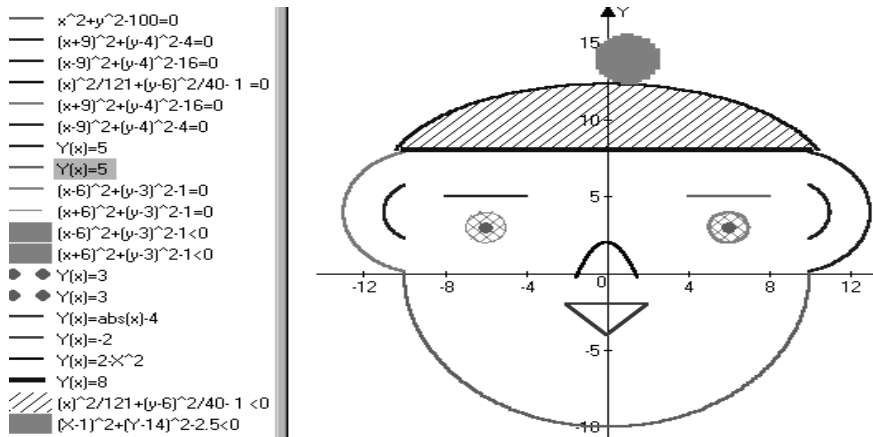


Рис. В. 10. Хлопчик. Зліва перелік об'єктів у форматі Advanced Grapher.

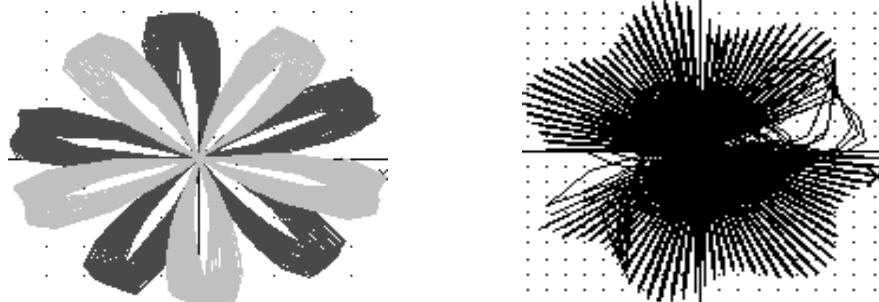


Рис. В. 11. Малюнок ромашки і волошки.

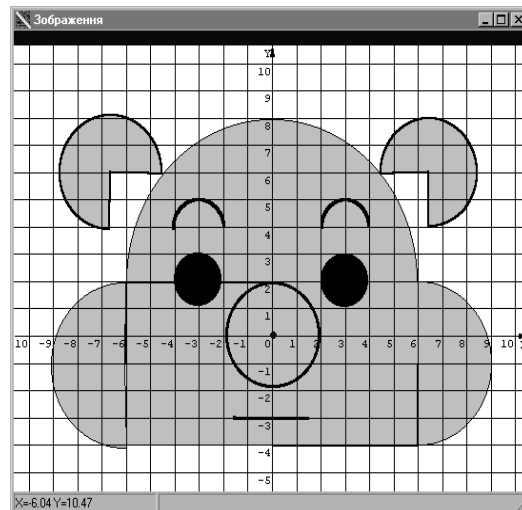
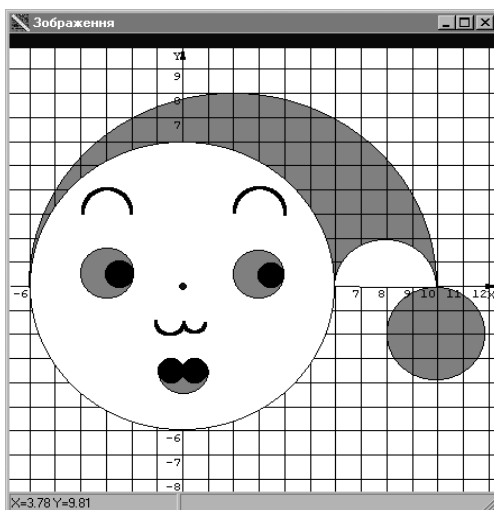


Рис. В.12. Побудовано з використанням послуг *Коло*, *Дуга кола (сегмент)*.

### Додаток\_Г

Розв'язати нерівність  $|x^2 - x + a| \geq x^2 - 2a$ .

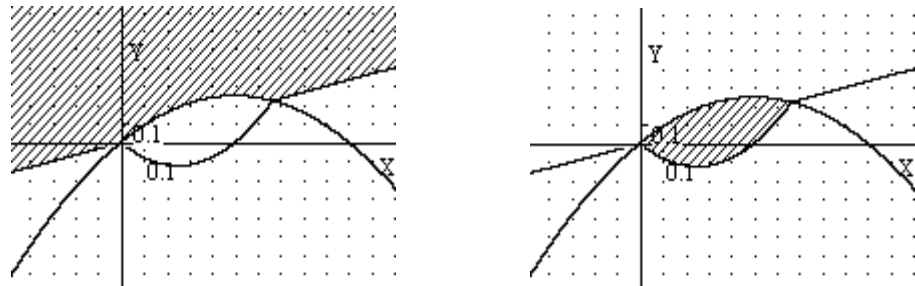


Рис. Г.1. Зліва ГМТ для додатного підмодульного виразу, справа для від'ємного.

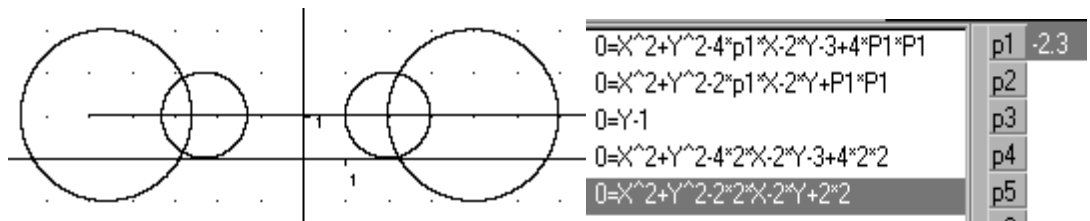


Рис. Г.2. Дослідження розташування двох кіл.

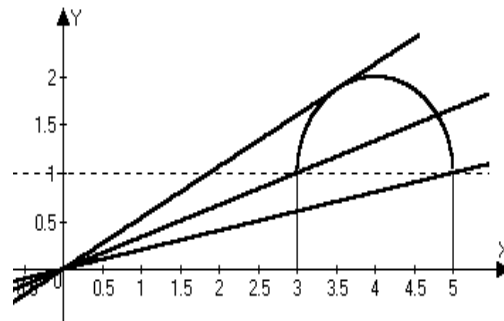


Рис. Г.3. Демонстрація повороту прямої.

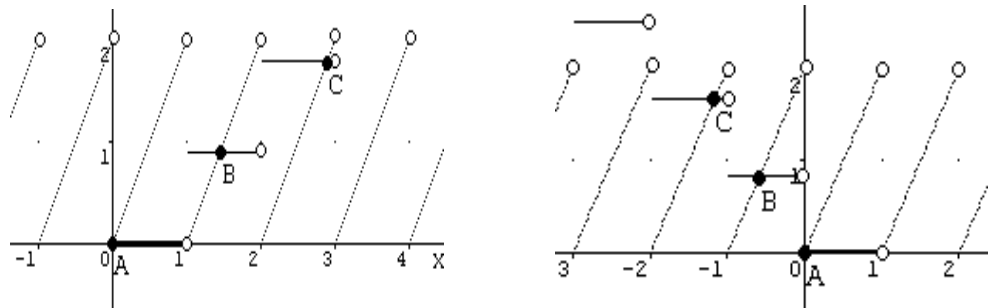


Рис. Г.4. Дослідження кількості розв'язків рівняння  $2\{x\} = a[x]$

## Додаток Д

### Перелік завдань з геометрії для „відкриття”

#### в ході комп’ютерних експериментів за допомогою GRAN-2D

В 7-му класі до завдань дидактичної гри на уроках геометрії можна включити наступні завдання на формування та доведення гіпотези:

- властивість медіан і висот рівнобедреного трикутника, проведених до бічних сторін;
- сума кутів трикутника;
- гіпотези про градусну міру зовнішнього кута трикутника;
- властивість кутів, утворених при перетині двох паралельних прямих січною;
- властивість точок, розташованих на серединному перпендикулярі відрізка, бісектрисі кута;
- розташування центра вписаного кола та описаного навколо трикутника кола.

Восьмикласникам варто запропонувати експериментально «відкрити» залежності

- між сторонами прямокутного трикутника - теорему Піфагора,
- властивість катета в прямокутному трикутнику;
- властивість висоти в прямокутному трикутнику;
- властивості чотирикутників (паралелограма, ромба, прямокутника, квадрата, трапеції).

Доцільно експериментально перевірити теорему про пропорційні відрізки (Чи дійсно паралельні прямі, які перетинають сторони кута, відтинають від сторін кута пропорційні відрізки?), теореми про середню лінію трикутника, середню лінію трапеції та інші.

Приклади завдань для дидактичної гри на уроках геометрії в дев’ятому класі. В ході обчислювального експерименту учні можуть сформулювати наступні гіпотези та в подальшому їх довести:

- гіпотези про градусну міру кута, вписаного в коло;
- гіпотези про градусну міру вписаного кута і гострого кута між хордою кола і дотичною до кола в кінці хорди; про суму протилежних кутів вписаного чотирикутника;
- про суму протилежних сторін описаного чотирикутника.

Сформулювати та довести гіпотези про метричні співвідношення в колі:

- добуток відрізків хорд, проведених в колі через одну точку,
- добуток відрізків січної та її зовнішньої частини (якщо з точки  $P$  до кола проведено дві січні, що перетинають коло відповідно в точках  $A, B$  і  $C, D$ , то  $AP \cdot BP = CP \cdot DP$ );
- добуток відрізків січної і квадрат довжини дотичної.

Створивши відповідні моделі, школярі зможуть експериментально перевірити:

- теорему синусів (довжини сторін трикутника пропорційні до синусів протилежних кутів);
- теорему косинусів (квадрат будь-якої сторони трикутника дорівнює сумі квадратів двох інших сторін без подвоєного добутку цих сторін на косинус кута між ними);
- теорему про властивість медіан трикутника (медіани довільного трикутника перетинаються в одній точці і точкою перетину діляться у відношенні 2:1, починаючи від вершини);
- теорему про властивість бісектриси довільного трикутника (бісектриса трикутника ділить протилежну сторону трикутника на відрізки пропорційні двом іншим сторонам);
- теорему Стюарта (якщо  $a, b, c$  – сторони трикутника  $ABC$  і точка  $D$  ділить сторону  $BC$  на відрізки  $BD = a_1, CD = a_2, AD^2 = (a_1 b^2 + a_2 c^2 - a_1 a_2) / a$ ); користуючись теоремою виразити медіану і бісектрису трикутника через його сторони;
- теорему Птолемея (сума добутків протилежних сторін вписаного чотирикутника дорівнює добутку його діагоналей);
- формулу для площі круга;
- відношення довжини кола до його діаметра;
- формули для радіуса описаного навколо трикутника кола  $R = abc / 4S$  і  $R = a / (2 \sin \alpha)$ ;
- формулу для радіуса вписаного в  $n$ -кутник кола  $r = S / p$ ;
- формулу  $S = (p-a)(p-b)(p-c)(p-d)^{0.5}$  для площі вписаного чотирикутника, де  $a, b, c, d$  – сторони,  $p$  – півпериметр.

В класах в поглибленим вивченням математики бажано відкрити разом з учнями теореми Чеви, Менелая, побудувати пряму Сімпсона та ін.

## Додаток\_Е

Окремі малюнки до 2.2.5. Формування творчих якостей учня в процесі розв’язування задач планіметрії з використанням ППЗ GRAN-2D

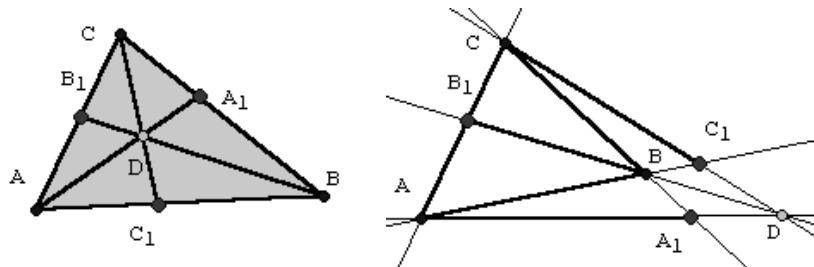


Рис.Е.1. Креслення для відкриття теореми Менелая і Чеви. Прямі  $AA_1$ ,  $CC_1$ ,  $BB_1$  перетинаються в одній точці.

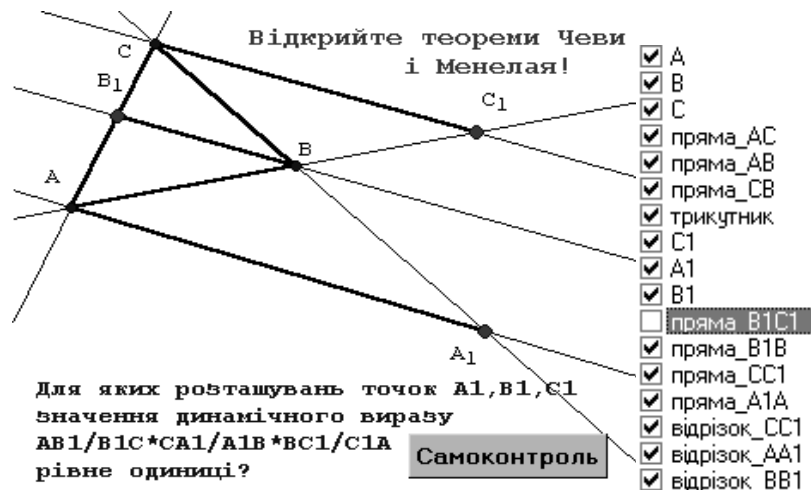


Рис.Е.2. Креслення для відкриття теореми Менелая і Чеви. Прямі  $AA_1$ ,  $CC_1$ ,  $BB_1$  паралельні. Справа список об’єктів, створених за допомогою GRAN-2D.

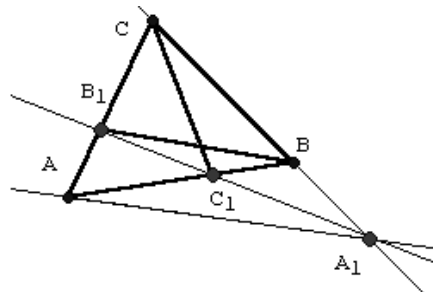


Рис.Е.3. Креслення для відкриття теореми Менелая і Чеви. Точки  $A_1, C_1, B_1$  лежать на одній прямій.

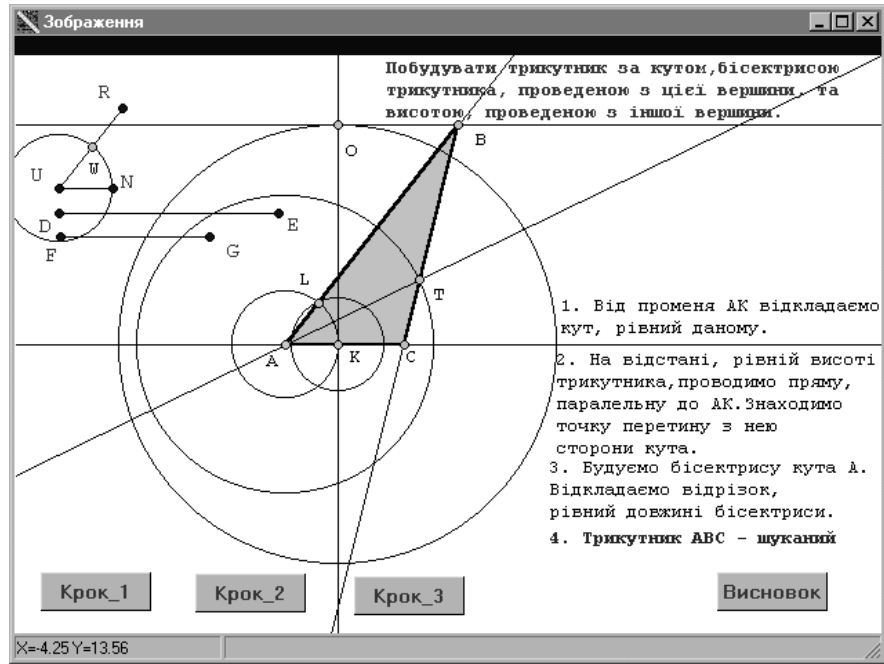


Рис. Е.4. Копія вікна з побудовою трикутника і відкритими підказками (GRAN-2D).

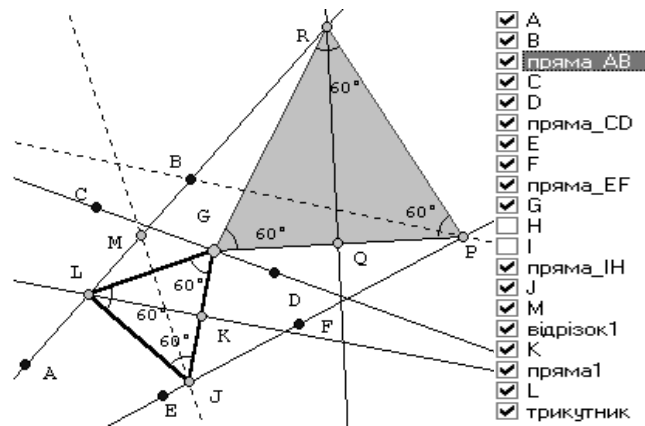


Рис. Е.5. Креслення до задачі про побудову правильного трикутника, вершини якого лежать на заданих прямих. Скільки таких трикутників існує?



## Додаток\_Ж

Окремі малюнки до 2.2.6. Прикладна спрямованість навчального матеріалу як засіб активізації творчої діяльності учнів

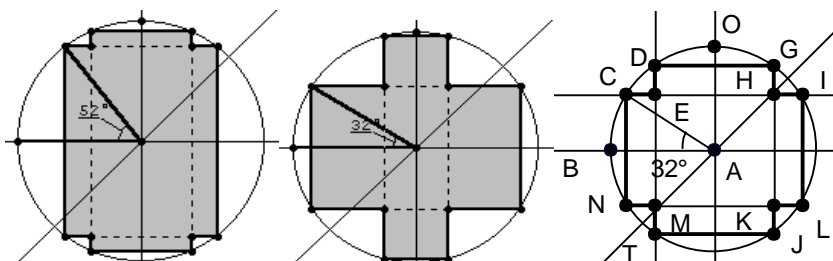


Рис. Ж. 1. Переріз осердя в динаміці. Рухаємо точки C і D.

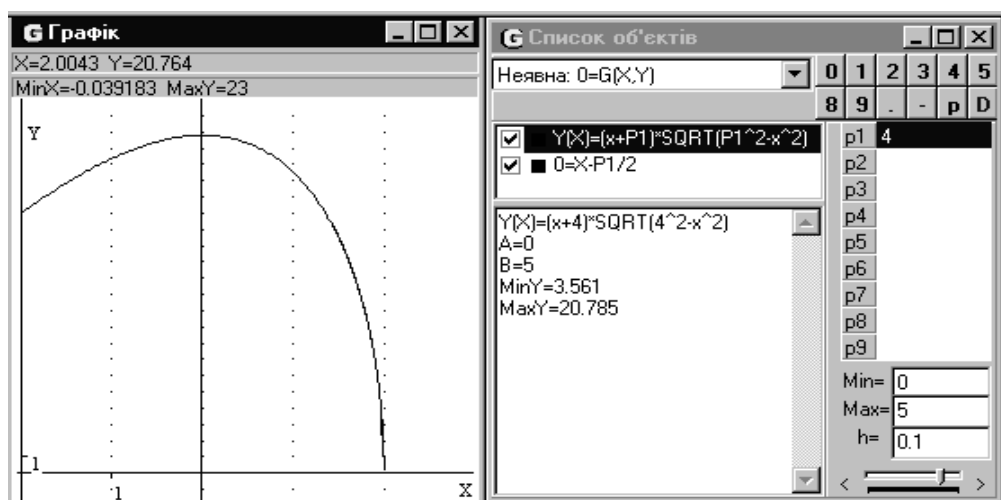


Рис. Ж. 2. Графік функції площі трапеції.

Задача. В деталі, що має форму циліндра, треба просвердлити паралельно її осі круглий наскрізний отвір, діаметр якого дорівнював би діаметру кола, вписаного в трикутник, вписаного в свою чергу у поперечний переріз цієї деталі (рис.Ж.3). Знайти максимально можливий відсоток відходів від первісної маси деталі.

Знаходимо відношення площі вписаного круга до площі описаного і множимо на 100%, а динамічний вираз записуємо у вигляді  $(\text{LEN}(F,G))^2/(\text{LEN}(A,B))^2*100$ , де  $FG$  – радіус вписаного кола,  $AB$  – описаного. Можна скласти динамічний вираз і не розписуючи площу кругів, тобто у вигляді формули  $\text{AREA}(\text{КОЛО}2)/\text{AREA}(\text{КОЛО}1)*100$ . Змінюючи кути, відстежимо для

якого виду трикутника відсоток відходів буде максимальним. При цьому рухаємо трикутник за одну з його вершин. Встановлюємо, що шуканим буде рівносторонній трикутник. Тоді максимально можливий відсоток відходів від первісної маси деталі складає 25%. Формулюємо гіпотезу: з усіх трикутників, вписаних в дане коло, найбільший радіус вписаного кола у рівностороннього трикутника.

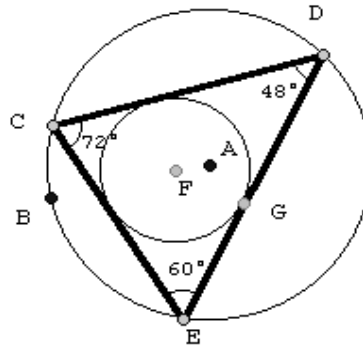


Рис. Ж.3. Обчислити максимальний відсоток відходів.

Обґрунтуємо висунуту гіпотезу. Радіус описаного кола  $R$  величина постійна, а радіус вписаного кола  $r$  – змінна. З формул для радіусів кіл  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{2S}{a+b+c}$  після нескладних перетворень отримаємо, що  $r = \frac{2abc}{4R(a+b+c)}$ ,

$r = \frac{1}{2R} \cdot \left( \frac{1}{bc} + \frac{1}{ba} + \frac{1}{ac} \right)$ . Найбільше значення для радіуса  $r$  досягається, коли значення знаменника найменше.  $2 \left( \frac{1}{bc} + \frac{1}{ba} + \frac{1}{ac} \right) = \left( \frac{1}{bc} + \frac{1}{ba} \right) + \left( \frac{1}{ba} + \frac{1}{ac} \right) + \left( \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} \right)$ .

Для оцінювання знаменника застосовуємо нерівність Коші:  $\frac{1}{bc} + \frac{1}{ba} \geq 2 \frac{1}{\sqrt{acb^2}}$ ,

$\frac{1}{ba} + \frac{1}{ac} \geq 2 \frac{1}{\sqrt{bca^2}}$ ,  $\frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} \geq 2 \frac{1}{\sqrt{abc^2}}$ . Умова рівності виконується при  $a=b=c$ . Маємо,

що  $r \leq 0.5R$ .

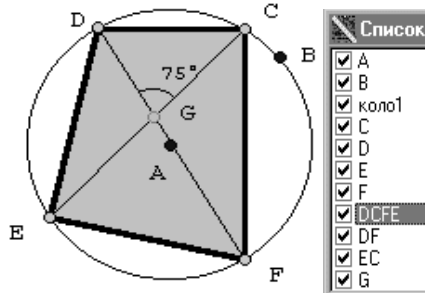


Рис. Ж. 4. Коли площа вписаного чотирикутника найбільша?

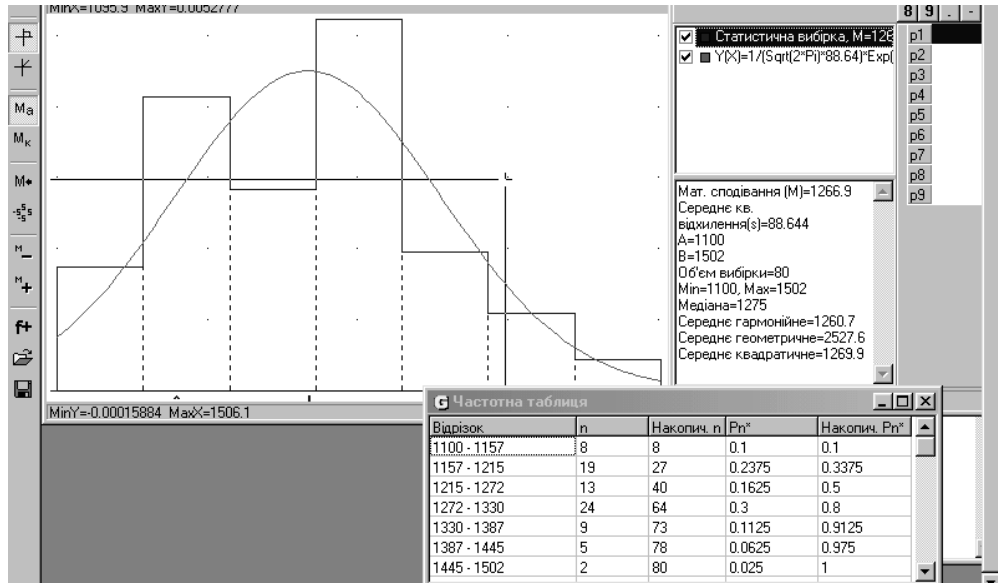


Рис. Ж. 5. Частотна таблиця, гістограма до задачі про виплавку сталі (GRAN1)

## Додаток\_3

**Таблиці особистісних якостей учнів, які можна формувати в процесі навчання математики з використанням ППЗ GRAN, DG, Microsoft Office**

Таблиця 3. 1.

№	Компонента (блок) за В.І. Андрєєвим	Виокремлені якості особистості школяра, які можна формувати в процесі навчання математики з використанням ППЗ GRAN, DG, Microsoft Office
1	мотиваційно-творча активність і спрямованість	допитливість, творчий інтерес, захопленість, емоційний підйом, потяг до творчих досягнень, прагнення до самоосвіти
2	інтелектуально-логічні здібності	здібності (уміння) аналізувати, порівнювати; виділяти головне, відкидати вторинне; описувати явища, процеси; пояснювати; систематизувати і класифікувати
3	інтелектуально-евристичні та інтуїтивні здібності	здібності генерувати ідеї, висувати гіпотези; бачити протиріччя, переносити знання, уміння в нові ситуації; асоціативність, критичність мислення, здібності до оціночних суджень, до уяви і фантазії
4	світоглядні властивості (якості)	впевненість, вміння добирати методи розв'язування навчально-творчих задач
5	моральні властивості (якості)	опосередковано через впровадження проектних технологій і навчання у співпраці
6	здібності до самоуправління в навчально-творчій діяльності	цілепокладання і цілеспрямованість; здібність до самоконтролю; опосередковано через впровадження проектних технологій і навчання у співпраці здібності до планування, самоорганізації, старанність, здібність до рефлексії та корекції
7	комунікативно-творчі здібності	здібності акумулювати та використовувати творчих досвід інших, до співробітництва, організувати колективну навчально-творчу діяльність, розподіляти обов'язки, мобілізувати та раціонально використовувати здібності кожного; відстоювати власну точку зору і переконувати інших
8	естетичні якості	вміння керуватися принципами простоти, гармонії та краси
9	індивідуальні особл.	працездатність

Таблиця 3. 2

№	Підсистема (за С.О.Сисоєвою )	Виокремлені якості особистості школяра, які можна формуванати в процесі навчання математики з використанням ППЗ GRAN, DG, Microsoft Office
1	спрямованості	позитивне уявлення про себе, бажання пізнати себе, творчий інтерес, допитливість, потяг до пошуку нової інформації, фактів
2	характерологічних особливостей	самостійність, ініціативність, впевненість у своїх силах та здібностях, цілеспрямованість, вміння довести почату справу до кінця, працелюбність
3	творчих умінь	проблемне бачення; здатності до висування гіпотез, оригінальних ідей, дослідницької діяльності, до виявлення протиріч, до подолання інерції мислення, до міжособистісного спілкування; розвинена уява, фантазія, вміння аналізувати, інтегрувати та синтезувати інформацію
4	індивідуальних особливостей психічних процесів	дивергентність мислення, точність, самостійність сприйняття; пошуково-перетворюючий стиль мислення, асоціативність пам'яті

Таблиця 3.3

№	Компонента (блок) за З.І. Слєпкань	Виокремлені якості особистості школяра, які можна формувати в процесі навчання математики з використанням ППЗ GRAN, DG, Microsoft Office
1	мотивація на творчість	допитливість, потреба у творчості, захопленість творчістю, ініціативність
2	самоорганізація	цілеспрямованість, саморегуляція, опосередковано через впровадження проектних технологій вміння планувати
3	інтелектуальні можливості (аналітико-синтет. діяльність)	уміння аналізувати і синтезувати, порівнювати, узагальнювати, класифікувати і систематизувати; уміння абстрагуватися, встановлювати й використовувати аналогії, уміння давати означення, обґрунтовувати, доводити.
4	інтелектуальні можливості (інтуїтивні уміння)	інтуїція, уміння висувати ідеї, творча уява, уявлення, фантазія, здатність висувати ідеї, асоціативність мислення, проблемне бачення
5	індивідуальні властивості	розумова активність, пізнавальна самостійність, високий рівень знань і вмінь, високий темп розумової діяльності, гнучкість мислення
6	комунікативні здібності	через проектні технології, навчання у співпраці вміння переконувати, організаційні здібності, співробітництво, акумулявання і користування досвідом
7	риса характеру	рішучість, критичність, незалежність думки, вміння долати інертність мислення

Таблиця 3.4

Групи якостей А.В.Хутор- ський	Особистісні якості, які можна розвивати в процесі навчання математики з використанням ППЗ GRAN, DG, Microsoft Office
когнітивні (пізнавальні) якості	інтелектуальні (допитливість, кмітливість, здібності до аналізу і синтезу, здатність знаходити аналогії, пошук проблем, схильність до експерименту, уміння ставити питання, формулювати проблеми і гіпотези, виконувати теоретичні, експериментальні дослідження, робити висновки, узагальнення); уміння аргументувати свої знання і одержані результати; самовизначатися в ситуаціях вибору, зрозуміти і оцінити іншу точку зору, вступати в змістовний діалог або суперечку; відшукування зв'язків об'єктів, їх причин, пов'язаних з ними проблем; здатність втілювати знання.
креативні (творчі) якості	емоційно-образні якості (емоційний підйом в творчих ситуаціях; відчуття новизни, асоціативність, уява, фантазія, незвичайного, схильність до творчого сумніву); ініціативність, винахідливість, кмітливість, неординарність; здібність до генерації ідей, їх продукуванню як індивідуально, так і в комунікації з людьми, текстом, іншими об'єктами пізнання; уміння бачити знайоме в незнайомому і навпаки; добирати методи (засоби) пізнання, адекватні об'єкту; уміння знаходити функції і зв'язки об'єкту із спорідненими; прогнозування змін об'єкту, динаміки його розвитку; прогностичність, проникливість, формулювання гіпотез, конструювання версій, закономірностей, формул, теорій; володіння евристичною процедурою інтуїція; наявність досвіду реалізації найбільш творчих своїх здібностей у формі виконання і захисту творчих робіт, участі в конкурсах, олімпіадах.
методологічні, оргдіяльнісні	здатність усвідомлення цілей учбової діяльності і уміння їх пояснити; уміння поставити мету і організувати її досягнення; мислення рефлексії; комунікативні якості і ін.