

Міністерство освіти і науки України
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені Г.С. СКОВОРОДИ

На правах рукопису

КРАВЧЕНКО Зоя Іванівна

УДК 372.851:2:373.51

**МЕТОДИКА НАВЧАННЯ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ
ЗА ДВОРІВНЕВИМ ПІДРУЧНИКОМ**

Спеціальність 13.00.02 – теорія та методика навчання (математика)

Дисертація на здобуття наукового ступеня
кандидата педагогічних наук

Науковий керівник:
НЕЛІН Євген Петрович,
кандидат педагогічних наук,
доцент

Харків – 2013

ЗМІСТ

ВСТУП	4
РОЗДІЛ 1	
ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРЕДМЕТУ ДОСЛІДЖЕННЯ	
1.1. Особливості профільної та рівневої диференціації в умовах сучасної школи.	14
1.2. Навчання алгебри і початків аналізу в умовах профільної і рівневої диференціації.	31

1.3. Індивідуальні особливості учнів старшої школи і врахування їх у процесі навчання алгебри і початків аналізу.	54
1.4. Дворівневий підручник як засіб реалізації профільної та рівневої диференціації навчання.	64
Висновки до розділу 1	88
РОЗДІЛ 2	
МЕТОДИЧНА СИСТЕМА НАВЧАННЯ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ ЗА ДВОРІВНЕВИМ ПІДРУЧНИКОМ	
2.1. Цілепокладання як основа планування навчальної діяльності.....	91
2.2. Особливості вивчення теоретичного матеріалу та формування способів діяльності по розв'язуванню задач курсу алгебри і початків аналізу.	109
2.3. Організація самостійної роботи учнів в процесі навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником.....	143
2.4. Особливості використання комп'ютера в навчанні алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником.	157
2.5. Організація, проведення педагогічного експерименту та аналіз його результатів.	166
Висновки до розділу 2.....	183
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ	186
СПИСОК ВИКРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	190
ДОДАТКИ	212

ВСТУП

На сучасному етапі розвитку суспільства в умовах інтеграції та глобалізації економіки, переорієнтації соціальних відносин відбуваються докорінні зміни у сфері освіти. Лейтмотивом освіти стають: пріоритет соціально-мотиваційних факторів і загальнолюдських цінностей; організація навчання на підставі максимального врахування досвіду взаємодії учня з навколишнім світом. Це означає, що сьогодні функція математичної освіти – не лише надати учням математичні знання й уміння, а й забезпечити цілісне орієнтування у світі з позицій інтересів людини, ефективне використання математичних знань, формування компетентностей, як загальних здатностей, що ґрунтуються на знаннях, досвіді, цінностях, здібностях, набутих завдяки навчанню.

За останнє десятиріччя розглянуто широке коло питань, пов'язаних з покращенням математичної підготовки учнів загальноосвітніх навчальних закладів. Розроблено концепцію профільного навчання в старшій школі [101], Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти [68], різнорівневі навчальні програми для старшої школи [40]. Загальні принципи та окремі питання методики навчання математики в школах різного рівня досліджували відомі вітчизняні методисти В.Г. Бевз [12–13], М.І. Бурда [37–40], М.І. Жалдак [74–77], М.Я. Ігнатенко [89], В.Г. Моторіна [149], Є.П. Нелін [160], О.І. Скафа [197–198], З.І. Слепкань [199–201], Н.А. Тарасенкова [203], Т.М. Хмара [220–221],

В.О. Швець [228–229], М.І. Шкіль [231–233] та ін.

Важливе значення для формування математичної культури учнів має курс алгебри і початків аналізу, який дозволяє познайомити учнів з математичними моделями процесів, що відбуваються в навколишньому світі, науці, техніці. Алгебра і початки аналізу відрізняється від алгебри основної школи посиленням логічної строгості курсу, і це дає можливість глибше розкрити сутність логічних зв'язків і відношень між математичними твердженнями, ознайомити учнів з різними методами і способами їх доведень.

Особливості побудови курсу алгебри і початків аналізу для учнів старшої школи та методика його навчання розглядали методисти та автори підручників В.В. Ачкан [11], В.Г. Бевз [12–14], Я.С. Бродський [32], М.І. Бурда [38, 40], О.Є. Долгова [156–157], Т.В. Колесник [232], Ю.М. Колягін [98–99], Н.В. Кугай [126], К.Ф. Лебединцев [128], А.Г. Мерзляк [6–7], А.Г. Мордкович [147], Є.П. Нелін [153–158], Д.А. Номіровський [5–7], О.Л. Павлов [3–4], М.М. Рогановський [183], О.І. Скафа [197–198], О.К. Сліпенко [3–4], З.І. Слєпкан [231], Т.М. Хмара [232–233], М.І. Шабунін [2], В.О. Швець [229], М.С. Якір [5–7] та ін. Їхні дослідження показали, що одним з реальних шляхів підвищення якості навчання є розробка науково обґрунтованих методичних систем навчання математичних курсів, які б забезпечували інтенсифікацію процесу навчання, активізацію навчально-пізнавальної діяльності учнів, розкриття їхнього творчого потенціалу, збільшення ролі самостійної та індивідуальної роботи і ґрунтувалися б на впровадженні у навчальний процес інноваційних педагогічних технологій.

Для підвищення ефективності навчання алгебри і початків аналізу суттєвим є використання сучасних інформаційних технологій., про це переконливо свідчать роботи: Ю.В. Горошка [55], М.І. Жалдака [74–77], Т.В. Крамаренко [123], Н.В. Морзе [148], С.А. Ракова [180–181], Ю.В. Триуса [206] та ін. Інформаційно комунікаційні технології уможливають інноваційний характер організації навчання математики. Комп'ютерна підтримка навчання математики сприяє підвищенню рівня математичних знань, розвитку свідомості, мотивованого ставлення учнів до вивчення алгебри і початків аналізу.

Проблема ефективного навчання алгебри і початків аналізу в останні роки набуває нового звучання у зв'язку з уведенням профільного навчання в старших класах. Як зазначається в Концепції профільного навчання у старшій школі, профільна школа повинна реалізовувати принцип особистісно орієнтованого навчання, що значно розширяє можливості учня у виборі власної освітньої траєкторії. Значною мірою специфіку організації профільного навчання визначає той факт, що у клас кожного профілю потрапляють учні різного рівня математичних знань і загальної підготовки. Це вимагає підвищення уваги до реалізації рівневої диференціації у кожному класі, тобто врахування потреб і можливостей кожного учня.

Важливе значення для реалізації рівневої диференціації в процесі навчання алгебри і початків аналізу має підручник, оскільки він є не лише носієм змісту освіти і засобом навчання, а в повній мірі виступає цілісною моделлю процесу навчання. У сучасних підручниках значною мірою реалізовано діяльнісний підхід до навчання алгебри і початків аналізу, що передбачає засвоєння не лише готових знань, а й способів цього засвоєння та способів міркувань, створення дидактичних ситуацій, які стимулюють самостійне відкриття учнями математичних фактів та

загальних способів математичної діяльності. Це забезпечується єдністю змістового і процесуального наповнення, поєднанням засобів для викладання і учіння, розширенням і поєднанням дидактичних функцій тощо. Сучасні підручники з алгебри і початків аналізу уможливають організацію навчального процесу, спрямованого на формування ключових компетентностей старшокласників, набуття ними навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності, розвиток їхніх інтелектуальних, психічних, творчих, моральних, фізичних, соціальних якостей. Це дозволяє реалізувати вимоги Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти та Концепції загальної середньої освіти, які передбачають, створення передумов для індивідуалізації та диференціації навчання, його профільності у старшій школі, запровадження особистісно орієнтованих педагогічних технологій.

На основі використання традиційних підручників можна організувати особистісно орієнтованого навчання алгебри і початків аналізу, але це потребує спеціальної роботи вчителя по розробці відповідних форм, методів і засобів такого навчання. Значно більші можливості для ефективної організації особистісно орієнтованого навчання математики закладено в дворівневих підручниках, в яких теоретичний і задачний матеріал структуровано на двох рівнях, що дозволяє реалізувати принцип рівневої диференціації для теоретичної і практичної частин. Використання таких підручників дозволяє учневі самостійно чи під керівництвом вчителя створювати індивідуальну освітню траєкторію і опановувати матеріал кожної теми на обраному рівні. Слід зазначити, що з 2011/2012 навчального року навчання алгебри і початків аналізу в одинадцятих класах за програмою академічного чи профільного рівнів проводиться тільки за дворівневими підручниками (наказ №235 Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України від 16.03.2011).

Таким чином, а к т у а л ь н і с т ь дисертаційного дослідження зумовлена:

- введенням профільного навчання, що спонукає до пошуку нових засобів навчання і впровадженням в практику навчання алгебри і початків аналізу дворівневих підручників, які дозволяють кожному учневі знаходити своє співвідношення між науковістю матеріалу, що вивчається, та його доступністю і навіть учневі, який опановує курс алгебри і початків аналізу на академічному рівні, за бажанням (наприклад, в процесі підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання), опановувати матеріал профільного рівня;
- відмінностями у рівні навченості, успішності учнів профільних класів, темпі їх навчальної діяльності, якості виконання завдань та глибині їх осмислення, вмінні самостійно працювати та проводити проблемно-пошукову діяльність;
- необхідністю запровадження інноваційних підходів до роботи вчителя в умовах впровадження дворівневих підручників, використання яких вимагає проектування вчителем різнорівневої навчальної діяльності учнів з різними компонентами підручника.

Отже, в сучасних умовах особливої актуальності набуває п р о б л е м а удосконалення методики навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником в умовах рівневої і профільної диференціації навчання.

Актуальність проблеми дослідження та її недостатня розробленість у методиці навчання алгебри і початків аналізу зумовили вибір теми дослідження: «Методика навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником».

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Обраний напрям дисертаційного дослідження безпосередньо пов'язаний з держбюджетними темами науково-дослідної роботи кафедри математики Харківського національного педагогічного університету ім. Г.С. Сковороди «Реалізація компетентнісного підходу в навчальному процесі» (номер державної реєстрації 0107U0005105, яка виконувалась в 2007–2008 р. р.) та «Реалізація інноваційного характеру освіти засобами інформаційно-комунікативних технологій» (номер державної реєстрації 0104U000), яка виконувалась в 2004-2006р.р. Тему дисертаційного дослідження: “Методика навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником ” затверджено Вченою радою Харківського національного педагогічного університету імені Г.С. Сковороди (протокол №1 від 23 лютого 2007 р.) та узгоджено в Раді з координації наукових досліджень у галузі педагогіки та психології в Україні (протокол №6 від 19 червня 2007 року).

Мета дослідження: розробити, теоретично обґрунтувати та експериментально перевірити методику навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником на основі особистісно орієнтованого підходу до навчання.

Для досягнення поставленої мети були визначені **завдання:**

1. Проаналізувати стан досліджуваної проблеми у психолого-педагогічній і навчально-методичній літературі та шкільній практиці;
2. Визначити умови успішної реалізації рівневої і профільної диференціації навчання алгебри і початків аналізу;
3. Розкрити особливості використання дворівневого підручника як засобу реалізації рівневої і профільної диференціації навчання в умовах особистісного спрямування навчального процесу;
4. Розробити методику навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником на основі особистісно орієнтованого підходу до навчання;
5. Експериментально перевірити ефективність розробленої методики.

Об'єкт дослідження: процес навчання алгебри і початків аналізу учнів старшої школи.

Предмет дослідження: методика навчання алгебри і початків аналізу за дворівневими підручниками в умовах рівневої і профільної диференціації.

Для розв'язування поставлених завдань було використано такі **методи дослідження:** *теоретичні* – аналіз державних документів, аналіз психолого-педагогічної, навчально-методичної літератури з проблеми дослідження (1.1, 1.2, 1.3, 2.1 (тут й далі підрозділи дисертації)); аналіз підручників з алгебри і початків аналізу для старшої школи (1.4); моделювання навчальних ситуацій, з'ясування дидактичної структури уроку алгебри і початків аналізу в умовах особистісно орієнтованого навчання (1.1); порівняння, узагальнення, класифікація і систематизація теоретичного і практичного матеріалу з проблеми дослідження (1.1, 1.3, 1.4 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5); *емпіричні* – педагогічні спостереження за процесом навчання учнів та аналіз результатів їх навчальної діяльності, анкетування, тестування, бесіди з учителями та учнями, вивчення досвіду впровадження сучасних інформаційних технологій (1.1, 1.2, 2.4); апробація запропонованої методики і впровадження в практику школи основних положень дослідження, цілеспрямований педагогічний експеримент й опрацювання його результатів (2.5).

Теоретико-методологічною основою дослідження є теорія пізнання, концепція навчальної діяльності (В.В. Давидов, Д.Б. Ельконін, О.Н. Леонтьєв,

та ін.), системний підхід до розвитку особистості (І.Д. Бех, С.П. Подмазін, І.С. Якиманська), теорія формування розумових дій школярів (Л.Я. Гальперін, Н.Ф. Талізін), теорія розвивального навчання й розвитку розумових здібностей (В.О. Крутецький, Л.В. Занков), теорія особистісно орієнтованого навчання (О.В. Бондаревська, С.І. Подмазін, та ін.), компетентнісний підхід до навчання (О.І. Пометун, С.А. Раков та ін.), практика створення і впровадження комп'ютерно орієнтованих систем навчання (М.І. Жалдак, Н.В. Морзе, С.А. Раков, Ю.В. Триус та ін.). Дослідження ґрунтується на основних положеннях законів України «Про освіту», «Про загальну середню освіту» та Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти в Україні, освітня галузь «Математика» нормативних документах Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України.

Наукова новизна дослідження полягає в тому, що:

Вперше:

- розроблено теоретично і експериментально обґрунтовано методика навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником в умовах профільної диференціації і особистісного спрямування навчального процесу;
- показано, що рівнева диференціація в процесі вивчення кожної теми може бути реалізована за рахунок створення індивідуальної освітньої траєкторії учня;
- обґрунтовано доцільність вибору індивідуальної освітньої траєкторії учнями та рекомендації щодо її реалізації (з використанням маршрутної карти) в процесі навчання алгебри і початків аналізу;
- визначено поняття «якісної задачі» з математики та показано доцільність їх використання в курсі алгебри і початків аналізу.

Удосконалено:

- методика систематизації понять та способів діяльності на основі використання запропонованих систематизуючих таблиць;
- методика самостійної навчальної діяльності учнів під час навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником (уточнено умови організації самостійної навчальної діяльності, вимоги до системи завдань та організацію самостійної роботи з підручником);
- методика підготовки старшокласників до державної підсумкової атестації та зовнішнього незалежного оцінювання з математики.

Подальшого розвитку дістали:

- встановлення орієнтовних основ діяльності щодо використання основних методів та ідей курсу алгебри і початків аналізу;
- уточнення поняття «дворівневий підручник»;
- визначення доцільності використання дворівневого підручника в навчанні алгебри і початків аналізу.

Практичне значення дослідження зумовлене тим, що:

розроблені методичні рекомендації: до деталізації цілей навчання за окремими темами курсу алгебри і початків аналізу з використанням логіко-дидактичного аналізу теми; до відбору змісту різнорівневого навчання (на перший план поставлені не відмінностей у змісті навчання на різних рівнях, а відмінності у способах діяльності, які повинні засвоїти учні); до добору форм і використання методів навчання (пріоритет групової та індивідуальної форм навчання, використання дослідницького методу);

запропонована система якісних задач з алгебри і початків аналізу і показано їх місце у засвоєнні навчального матеріалу учнями;

обґрунтована необхідність формування елементів дослідницької діяльності на різних етапах навчання, зокрема показана можливість проведення комп'ютерних експериментів та здійснення аналізу їх результатів, висунення гіпотез під час розв'язування завдань з параметрами;

конкретизовано рекомендації щодо організації на уроці алгебри і початків аналізу діяльності учнів за пошуком планів доведень математичних тверджень та розв'язування задач і створення ситуації вибору як спроектованого вчителем елементу уроку;

розроблені рекомендації щодо змісту структурних елементів особистісно орієнтованого уроку алгебри і початків аналізу;

розроблено (у співавторстві) методичний посібник для вчителів для роботи за дворівневим підручником «Алгебри і початків аналізу» для 10 класу.

Матеріали дисертаційного дослідження можуть бути використані вчителями математики, авторами під час створення нових або вдосконалення існуючих підручників, дидактичних матеріалів, збірників завдань тощо.

Особистий внесок здобувача полягає у:

самостійному опрацюванні методологічної бази досліджуваної проблеми, особистих ідей і нововведеннях теоретичного й практичного змісту під час створення, обґрунтування та реалізації всіх компонентів дисертаційного дослідження;

розробці методики особистісно орієнтованого навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником; постановці цілей, обґрунтуванні змісту і вибору ефективних форм та методів навчання;

доборі якісних задач, які не передбачають виконання громіздких обчислень, але вимагають всебічного аналізу заданої ситуації;

плануванні, організації та проведенні педагогічного експерименту, аналізі результатів експериментального дослідження.

У розробці методики особистісно орієнтованого навчання алгебри і початків аналізу в старших класах частково було використано матеріал методичного посібника (підготовленого у співавторстві) "Алгебра і початки аналізу. Плани-конспекти уроків за підручником Є.П. Неліна, 10 клас". У цьому посібнику здобувачем одноосібно підготовлені методичні рекомендації до вивчення розділу "Показникова і логарифмічна функції" та контрольні роботи (здобувачем одноосібно розроблено уроки 10, 13, 36 – 42, 52 – 57, 60 – 63);

Впровадження результатів дослідження здійснювалися в процесі експериментального навчання учнів ЗОШ I-III ступенів №17, ЗОШ I-III ступенів №123 м. Харкова, Харківського педагогічного ліцею №4 Харківської міської ради Харківської області, Пісочинського колегіуму Харківського району Харківської області, НВК №26 м. Луцька, ЗОШ I-III ступенів №9 Бердянської міської ради Запорізької області, Краснокутської гімназії, Дублянської загальноосвітньої школи I-III ступенів, Костянтинівської загальноосвітньої школи I-III ступенів Краснокутського району Харківської області.

Апробація результатів дослідження.

Основні положення й результати дисертаційного дослідження доповідалися на міжнародних: Міжнародних науково-методичних конференціях "Методы совершенствования фундаментального образования в школах и вузах" (Севастополь, 2007, Севастополь, 2008), Міжнародній науковій конференції ім. акад. М.Кравчука (Київ, 2008), Міжнародній науково-практичній конференції «Актуальні проблеми природничо-математичної освіти в середній і вищій школі» (Херсон, 2012), Міжнародній науково-методичній конференції «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу» (Суми, 2012), Міжнародній науково-практичній Інтернет-конференції «Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании 2012» (Одеса, 2012), всеукраїнських: Всеукраїнських науково-методичних конференціях "Проблеми математичної освіти" (Черкаси, 2005, Черкаси, 2007, Черкаси, 2009), Всеукраїнському семінарі: "Актуальні проблеми методики навчання математики" при кафедрі математики і теорії та методики навчання математики Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (Київ, 2006), Всеукраїнській науково-практичній конференції "Виклик для України: розробка рамкових основ змісту (національного курикулуму) загальної середньої освіти для 21-го століття" (Київ, 2007), Всеукраїнській науково-практичній конференції "Особистісно орієнтоване навчання математики:

сьогодення і перспективи ” (Полтава, 2008), Всеукраїнській науково-практичній конференції «Безперервна фізико-математична освіта: проблеми, пошуки, перспективи» (Бердянськ, 2009), Всеукраїнській науково-методичній конференції «Розвиток інтелектуальних вмінь та творчих здібностей учнів і студентів в процесі навчання математики» (Суми, 2009), Всеукраїнській науково-практичній конференції «Проектування освітніх середовищ як методична проблема» (Херсон, 2008), Всеукраїнській науково-практичній конференції «Особливості навчання природничо-математичних дисциплін у профільній школі» (Херсон, 2010), Всеукраїнській науково-практичній конференції «Науково-дослідна робота в системі підготовки фахівців-педагогів в природничій та технологічній галузях» (Бердянськ, 2011), на семінарі з розроблення засад побудови рамкових основ змісту (Національного курикулуму) загальної середньої освіти, пов'язаних з освітньою галуззю “Математика ” (Київ, 2007),), на засіданнях кафедри математики Харківського національного педагогічного університету імені Г.С. Сковороди (2009, 2010, 2011), на засіданні кафедри математики і теорії та методики навчання математики Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (Київ, 2010), на засіданнях методоб'єднань учителів математики м. Харкова.

Структура роботи. Дисертація складається зі вступу, двох розділів, висновків до кожного розділу, загальних висновків, списку використаних джерел (241 найменувань) обсягом 189 сторінок, 8 таблиць, додатків, 27 рисунків. Загальний обсяг дисертації – 291 сторінки.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРЕДМЕТУ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Особливості профільної та рівневої диференціації в умовах сучасної школи

Загальною тенденцією розвитку старшої профільної школи України є її орієнтація на широку диференціацію, варіативність, багатопрофільність. Це створює значно кращі умови для диференційованого навчання та врахування індивідуальних особливостей розвитку в процесі навчання.

Як зазначається в Концепції профільного навчання в старшій школі України, основними завданнями профільного навчання є: 1) створення умов для врахування й розвитку навчально-пізнавальних і професійних інтересів, нахилів, здібностей і потреб учня старшої школи в процесі їхньої загальноосвітньої підготовки;

2) забезпечення умов для життєвого і професійного самовизначення, формування готовності до свідомого вибору й оволодіння майбутньою професією;

3) формування ключових та предметних компетентностей учнів, спрямованих на їх майбутню професійну діяльність [101].

Профільне навчання – вид диференційованого навчання, який передбачає врахування освітніх потреб, нахилів та здібностей учнів і створення умов для навчання старшокласників відповідно до їхнього професійного самовизначення, що забезпечується за рахунок змін у цілях, змісті та структурі навчання.

Як показав аналіз літературних джерел, у кінці XIX століття з окремих елементів стала складатися система диференційованого навчання, його теоретичне обґрунтування. Значний внесок у розроблення даної питання зробив В.Я. Стоюнін, який у роботі «Думки про наші гімназії» підкреслював, що старших школярів потрібно вчити небагатьом предметам, але як слід «обтяжуючи і розважаючи юнацтво безліччю різноманітних предметів, чи можемо ми вимагати від них якого-небудь напруження, коли їм не доводилося переслідувати ніякої думки, не доводилося ні над чим довго і серйозно замислюватися за відсутністю часу» [26].

У школах дореволюційної Росії проблема диференціації розв'язувалась досить своєрідно. Певною мірою вона забезпечувалась наявністю різних типів навчальних закладів, які давали середню освіту: гімназії, ліцеї, реальні училища, кадетські корпуси тощо. Н.І. Шиян [230] зазначає, що з 1871 року в Росії залишилося тільки класичні гімназії, де диференціація навчання відбувалася шляхом поділу класів на гуманітарні, художні та юридичні. Особливістю цього періоду було й те, що навчальним закладам дозволяли виходити за межі традиційних програм і викладати навчальні дисципліни за власними програмами, затвердженими педагогічною радою.

Хоча термін «диференціація» не використовувався, конструктивний пошук проходив саме в напрямі даного поняття. Позначилось два підходи. Перший – диференціація змісту освіти. Диференціація повинна включати індивідуалізацію навчальних планів в одній і тій же школі одного і того ж класу. Учні пропонувалося вивчати предмети, опанування яких викликало труднощі, в індивідуально-повільному темпі, відстаючи від відповідної програми на 1-3 роки.

Сутність другого підходу – диференціація безпосередньо самого процесу навчання, яка полягала в тім, що школа повинна бути пристосована до всіх індивідуальних можливостей учнів шляхом розділення учнів по їх здібностям і схильностям, щоб досягти цього вчитель повинен, спираючись на дані практичної психології, виявляти особливості психологічного розвитку кожного із своїх учнів.

На протязі останнього століття склалися різні підходи до проблеми диференціації навчання. П.П. Блонський [26] вважав доцільним всебічне посилення профорієнтації в школі, не виключаючи при цьому можливість участі школярів у тому або іншому виді сільськогосподарської праці. Профорієнтація старших школярів у поєднанні з індивідуалізацією навчання відповідно до психологічних особливостей юнацького віку та їхніх майбутніх професійних інтересів повинна була визначити диференціацію навчального процесу. С.Г. Шацький не підтримуючи ідею профухилів пропонував організувати роботу старшокласників шкіл II ступеня за їхніми індивідуальними планами [230].

Наприкінці 50-х років XX ст., посилилася увага до концепції розвивального навчання, яка передбачала диференційований підхід до учнів. У цей період були визначені психологічні основи вказаної проблеми з позицій діяльнісного підходу, теорії індивідуальних відмінностей. У 60-і роки XX ст. дослідження І.Е. Унт [208] внесли суттєвий внесок у розробку диференційованого підходу в процесі самостійної роботи учнів.

90-і роки XX століття – перехід теоретичного переосмислення й розширення поняття диференційованого підходу до учнів в умовах деїдеологізації навчання і широкого впровадження в навчальний процес нових технологій. В нових умовах постало питання визначення поняття диференційованого навчання та диференціації навчання.

Аналіз психолого-педагогічної літератури свідчить про те, що автори підходять до визначення поняття диференційованого навчання та диференціації навчання з різних позицій. А саме: О.І. Бугайов [35], Д.І. Дивак [42], І.Я. Лернер [132], І.С. Якиманська [238] розуміють диференціацію навчання як засіб досягнення індивідуалізації навчання, розвитку особистості; В.Г. Болтянський [29], Г.Д. Глейзер [29] тлумачать диференціацію навчання як один із шляхів гуманізації й демократизації навчання; Г.В. Дорофєєв [70], Л.В. Кузнєцова [70] розглядають диференційоване навчання як систему навчання, за якою кожний учень, отримуючи необхідний мінімум загальноосвітньої підготовки, що забезпечує можливість його адаптації в життєвих умовах, має право й можливість приділяти увагу тим напрямам, що відповідають його нахилам.

Для аналізу поставленої в даній роботі проблеми необхідно розрізнити поняття диференційованого навчання та диференціації навчання з урахуванням зв'язків між ними. Диференційоване навчання – це спеціально організована навчально-пізнавальна діяльність, яка, враховуючи вікові, індивідуальні особливості суб'єктів навчання, їхній соціальний досвід спрямована на оптимальний фізичний, духовний та психічний розвиток учнів, засвоєння необхідної суми знань, практичних дій за різними навчальними планами і програмами; диференціація навчання – це така організаційна форма занять, під час якої навчальні класи, групи формуються за певною спільною ознакою і навчання проводиться з максимальним урахуванням вікових та індивідуальних можливостей учнів [194, с.119].

Отже, поняття диференційованого навчання включає в себе поняття диференціації навчання і є більш широким за змістом; диференційоване навчання передбачає перехід від класних форм до типолого-групових форм навчання; диференційоване навчання вимагає формування класів, груп за наперед визначеними критеріями. Основна мета диференційованого навчання – сприяти створенню умов для всебічного розвитку особистості кожного учня з урахуванням його нахилів, можливостей, інтересів. Основним принципом диференційованого навчання повинно бути не постійне спрощення змісту освіти (одним простіше, іншим складніше), а диференціація допомоги учням з боку вчителя: одні учні потребують більшої допомоги, інші – в звичайних дозах, ще інші – в дуже незначних. В подальшому дози допомоги повинні поступово зменшуватися, щоб розвивати

самостійність старшокласників у навчанні.

Сутність диференціації навчання математики, на нашу думку, найбільш розкрита З.І. Слєпкань: «з впровадженням диференціації навчання математики виникає ряд проблем, які потребують розв'язання. Перша з них – як і на якому рівні вчитель повинен організувати на уроці вивчення програмового матеріалу? Відповідь має бути однозначною: на обов'язковому і підвищеному рівнях. Рівень викладу вчителем програмового матеріалу має бути високим, а рівень вимог до його засвоєння учнями – диференційованим. Це стосується і рівнів допомоги окремим категоріям учнів як при вивченні теоретичного матеріалу, а особливо, при формуванні навичок і вмій у процесі розв'язування вправ (прикладів, задач)» [200, С. 29–30].

У теорії й практиці виділяють два види диференціації: 1) внутрішній – (рівневий) як сукупність методів, форм та засобів навчання, організованих з урахуванням індивідуальних особливостей учнів, на основі виділення різних рівнів навчальних вимог; 2) зовнішній – (профільний) створений на основі певних принципів (інтересів, нахилів, здібностей, досягнутих результатів, професійних намірів) відносно стабільних груп, у яких вирізняються зміст освіти і навчальні вимоги, що ставляться до школярів.

Основний принцип внутрішньої диференціації полягає в організації навчального процесу таким чином, коли під час навчання учнів за однією й тією ж програмою в одному і тому ж класному колективі із застосуванням форм та методів навчання, що забезпечують освітню діяльність кожного учня, відбувається засвоєння навчального матеріалу на певному рівні. Рівнева диференціація дає учневі право вибору: отримати відповідно до своїх здібностей та професійних інтересів підвищену підготовку з математики чи обмежитись середнім або достатнім рівнем засвоєння матеріалу. Тому перед учителем постає ще одне завдання – організувати навчання на усіх чотирьох рівнях навчальних досягнень початковому, середньому, достатньому і високому та забезпечити кожному учню вільний вибір рівня засвоєння навчального матеріалу.

Як зазначає З.І. Слєпкань, в процесі реалізації профільної диференціації (класи з поглибленим вивченням математики в основній школі, профільні класи старшої школи, спеціалізовані школи і класи з поглибленим теоретичним і практичним вивченням математики) рівнева диференціація має не менше значення, ніж в звичайних класах, оскільки і серед учнів профільних та спеціалізованих класів є учні з різним рівнем навченості і математичного розвитку. Профільна диференціація навчання спрямована на спеціалізацію загальної середньої освіти учнів з метою забезпечення успішної навчально-пізнавальної діяльності кожного учня і максимального його розвитку в обраному напрямі [31, 36, 146, 199]. Профільна диференціація передбачає навчання різних груп учнів за програмами, які відрізняються глибиною викладу матеріалу, об'ємом і навіть його змістом.

Аналіз досліджень з методики навчання математики свідчить про те, що автори розуміють диференційоване навчання математики як методичну систему, що забезпечує диференційований підхід в організації навчального процесу [39, 42]. Під системою навчання в педагогіці розуміють сукупність взаємопов'язаних компонентів, необхідних для проектування і реалізації цілеспрямованої, продуктивної педагогічної дії, спрямованої на формування особистості і досягнення запланованих результатів навчання. [165, 183]. Вперше структура методичної системи була представлена А.М. Пишкало [179]. Раніше, К.Ф. Лебединцев [128] зазначав, що методика математики має своєю метою з'ясувати, які способи навчання необхідні для того, щоб учні розуміли і засвоювали математику по можливості краще із найменшими затратами зусиль.

В умовах диференційованого навчання в центрі уваги – учень, його саморозвиток, тому під час розробки методичної системи навчання математики слід врахувати структуру особистості та закономірності її розвитку. Системоутворюючими поняттями методичної системи навчання математики можна вважати: цілі навчання, діяльність вчителя, діяльність учня і результат. Змінними складовими виступають зміст, методи і форми навчання, маючи відносну самостійність, кожний із компонентів пов'язаний з іншими. Сукупність вище названих взаємопов'язаних компонентів показано на схемі (див. рис. 1.1).

Рис. 1.1. Схема, що відображає взаємозв'язок компонентів методичної системи

Складники цієї методичної системи досліджувались в роботах Г.П. Бевза [15], В.Г. Бевз [12], М.І. Бурди [41], К.Ф. Лебединцева [128], Є.П. Неліна [159], А.М. Пишкало [179], З.І. Слєпкань [199], В.О. Швеця [229] та ін.

Для аналізу методичної системи навчання алгебри і початків аналізу доцільно виділити такі її частини: концептуальну (цілі та парадигму навчання), змістову частину навчання (що розвивати, чому навчати) та процесуальну частину (як розвивати, навчати, які передбачати організаційні форми, методи та засоби навчання).

Концептуальна та змістова частини навчання алгебри і початків аналізу задаються Державним стандартом базової і повної середньої освіти та програмами з математики [68]. Також до концептуальної частини навчання математики в профільній школі входить Концепція профільного навчання [101], конкретизована стосовно освітньої галузі «Математика».

Ключовою ідеєю концептуальної частини методичної системи навчання алгебри і початків аналізу є формування компетентісної особистості. Процес навчання повинен розумітися не просто як засвоєння системи знань, умінь і навичок, що складають інструментальну основу компетентностей учнів, але й процес розвитку особистості та формування відповідних компетентностей.

Як відмічається в Концепції профільного навчання [101], профільне навчання спрямоване на формування ключових компетентностей старшокласників, набуття ними навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності, розвиток їхніх інтелектуальних, психічних, творчих, моральних, фізичних, соціальних якостей, прагнення до саморозвитку та самоосвіти.

Компетентність, як зазначає С.А. Раков [180], це поняття, яке включає одночасно знання, пізнавальні та практичні навички, відношення, емоційне ставлення, систему цінностей та етику, мотивацію. Поняття компетентності не зводиться тільки до знань, навичок, а належить до сфер складних умінь і якостей особистості. Компетентісний підхід до навчання передбачає вміння на основі знань вирішувати проблеми, які виникають у різних життєвих ситуаціях. Це свідчить про те, що сучасна методична система навчання алгебри і початків аналізу повинна спиратися на ідею діяльнісного, особистісно орієнтованого та компетентісного підходів до навчання (більш детально про діяльнісний і особистісно орієнтований підходи до навчання на с.32-47).

Для аналізу концептуальної частини методичної системи навчання математики можна виділити дві функції шкільної математичної освіти: освіта за допомогою математики, власне математична освіта. В контексті власне математичної освіти освітня галузь «Математика» курс алгебри і початків аналізу зокрема, виступає в якості навчального предмета спеціалізуючого характеру. Навчання математики розглядається як елемент професійної підготовки учнів до відповідних галузей діяльності після закінчення школи.

Однією з основних цілей навчального предмета алгебри і початків аналізу як компонента загальної середньої освіти є розвиток мислення, в першу чергу, формування абстрактного мислення. Саме тому в якості головного принципу концептуальної основи методичної системи навчання алгебри і початків аналізу в аспекті «математика для кожного» на перший план виходить принцип пріоритету розвивальної функції в навчанні математики. У відповідності з цим принципом головним завданням навчання алгебри і початків аналізу є не вивчення основ

математичної науки, а загальноінтелектуальний розвиток – формування в учнів у процесі вивчення математики якостей мислення, необхідних для динамічної адаптації людини до цього суспільства. Гуманітарна орієнтація навчання математики як предмета загальної освіти вимагає переорієнтації методичної системи навчання математики, а, отже, алгебри і початків аналізу зі збільшення об'єму інформації, передбаченої для стовідсоткового засвоєння учнями, на формування умінь аналізувати та використовувати інформацію.

Також, як загальні цілі математичної освіти розглядаються вміння бачити математичні закономірності в повсякденній практиці та використовувати їх на основі математичного моделювання, засвоєння математичної термінології як слів рідної мови. З урахуванням гуманітарної складової навчання математики та необхідності набуття всіма учнями певного об'єму конкретних математичних знань і умінь цілі математичної освіти в старших класах взагалі і зокрема під час навчання алгебри і початків аналізу можуть бути сформульовані наступним чином: інтелектуальний розвиток учнів, формування якостей мислення, характерних для математичної діяльності та необхідних людині для повноцінного життя в суспільстві; формування уявлень про ідеї та методи математики, про математику як метод пізнання дійсності; оволодіння конкретними математичними знаннями, необхідними для застосування в практичній діяльності, для вивчення суміжних дисциплін, для продовження освіти.

Для уточнення цілей математичної освіти слід врахувати загальні критерії оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої освіти, в яких відмічається, що навчальна діяльність у кінцевому підсумку повинна не просто дати людині суму знань, умінь та навичок, а сформувати її компетентність. В дослідженнях [180, 11] цілі математичної освіти уточнені до переліку основних груп компетентностей, які повинні бути сформовані в учнів: процедурна, логічна, конструктивно-графічна, технологічна, дослідницька.

Як вже відмічалось, аналіз методичної системи алгебри і початків аналізу передбачає також аналіз змістової частини навчання. Зміст математичної освіти передбачає засвоєння не тільки змісту навчального матеріалу, а й способів діяльності з цим матеріалом зафіксованого в стандарті математичної освіти та програмах курсу алгебри і початків аналізу.

Як зазначає Г.І. Саранцев [188] в зміст математичної освіти, крім предметних знань також повинні бути включені дії (адекватні поняттям, теоремам), загальнонаукові методи пізнання, а також спеціальні евристичні прийоми. Загальнонаукові методи пізнання детально досліджені [15, 188, 199]. Використання евристичних прийомів досліджено в роботах О.І. Скафи [197–198], в яких містяться рекомендації, що використані нами під час експериментального навчання. Зупинимось більш детально на діях, що стосуються понять.

Наприклад, до дій, що стосуються поняття функції в курсі алгебри і початків аналізу можна віднести: 1) розпізнавання різних видів функцій; 2) виведення наслідків із факту належності функції до вказаного класу функцій; 3) побудова графіків функцій; 4) використання похідної для знаходження проміжків зростання і спадання функції; 5) дослідження функції за допомогою похідної та побудова графіка функції.

До дій, що стосуються поняття рівняння в курсі алгебри і початків аналізу можна віднести: 1) розпізнавання різних класів рівняння; 2) обґрунтування розв'язків найпростіших (тригонометричних, показникових, логарифмічних,

іраціональних) рівнянь; 3) розпізнавання методу розв'язування певного рівняння; 4) виведення наслідків із факту належності рівняння до вказаного класу рівнянь; 5) застосування загальних методів та прийомів до розв'язування рівнянь; 6) розв'язування задач, які моделюються рівняннями та їх системами. Вказані дії включаються в зміст за допомогою спеціальних вправ.

До дій, що стосуються поняття похідна в курсі алгебри і початків аналізу можна віднести: 1) пояснення поняття границі функції в точці та неперервності функції, спираючись на наочно-інтуїтивні уявлення про ці поняття; 2) пояснення геометричного та фізичного змісту похідної; 3) оперування правилами диференціювання, достатньою умовою зростання і спадання функції, необхідними і достатніми умовами екстремуму функції; 4) застосування похідної для знаходження проміжків монотонності і екстремуму функції, для обчислення найбільшого і найменшого значення функції на відрізьку.

До дій, що стосуються поняття інтеграла в курсі алгебри і початків аналізу можна віднести: 1) розпізнавання первісної; 2) пояснення змісту поняття визначеного інтеграла; 3) розпізнавання властивостей визначеного інтеграла; 4) виділення первісної, що задовольняє задані початкові умови; 5) застосування інтеграла для знаходження площ фігур (об'ємів фігур за програмою профільного рівня); 6) володіння формулою Ньютона-Лейбніца.

Відзначимо, що систему умов, на яку реально спирається учень під час виконання дії, психологи називають орієнтовною основою дії. Якщо учням пропонують достатньо загальні орієнтовні основи для розв'язування відповідних завдань у вигляді спеціальних правил та алгоритмів, то кажуть, що їм пропонують орієнтовні основи другого і третього типів. Як правило, учням пропонуються тільки зразки розв'язування завдань. Учні самостійно розв'язують ці завдання, орієнтуючись на зразки (тобто учням пропонуються орієнтовні основи першого типу). Таке навчання передбачає, що учень самостійно виконає систематизацію та узагальнення способів дій, орієнтуючись на запропоновані зразки, і виділить для себе орієнтовну основу розв'язування розглянутих завдань. Як правило, у цьому випадку орієнтовна основа, що створюється в учня, неповна. Крім того, вона часто не усвідомлена ним, бо учень не може пояснити, чому він виконував саме такі перетворення під час розв'язування завдань, а не інші.

Із цієї причини одним з принципів уточнення змісту математичної освіти було виділення для учнів орієнтовних основ відповідної діяльності з розв'язування алгебраїчних завдань.

Зміна цілей і змісту освіти вимагає уточнення підходу до вибору методів навчання. Під методом навчання в дидактиці розуміють способи навчальної роботи вчителя і організацію навчально-пізнавальної діяльності учнів з розв'язування різних дидактичних задач, спрямованих на оволодіння матеріалом, що вивчається [219, с.194].

Залежно від характеру навчально-пізнавальної діяльності учнів розподіл методів виглядає так: а) пояснювально-ілюстративний (розповідь, лекція, пояснення, робота з підручником, демонстрації та ін.); б) репродуктивний (відтворення знань і способів дій, діяльність за алгоритмом, програмою); в) проблемний виклад; г) частково-пошуковий або евристичної бесіди; д) дослідницький метод [196].

Добираючи методи навчання, слід враховувати результати досліджень дидактів, які вказують на компенсаційні можливості методів. Суть цих результатів полягає в

тому, що одна і та ж сама ціль може бути досягнута різними методами. Як вважає В. О. Оніщук, неповнота якогось одного методу «компенсується» майстерністю вчителя і високими навчальними можливостями учнів [165, с.204].

У практиці загальноосвітніх шкіл великого розповсюдження набули інтерактивні методи навчання. Під інтерактивними методами будемо розуміти такі методи, під час використання яких передбачається участь всіх школярів у колективному взаємодоповнюючому, заснованому на взаємодії всіх його учасників процесі навчального пізнання; або кожен учень має конкретне завдання, за яке він повинен публічно прозвітуватися, або від його діяльності залежить якість виконання поставленого перед групою та перед усім класом завдання [168].

Як відмічає Ю.М. Колягін [98], тенденція виділити, універсалізувати ті чи інші методи навчання, виявити серед них найбільш ефективні в практиці навчання не приводить і не може привести до повноцінних результатів. Кожний окремий метод навчання має свою специфіку, визначену не тільки об'єктивними факторами (цілі і зміст навчання, вікові та індивідуальні можливості учнів, конкретні умови навчання і т.д.), але й суб'єктивними факторами (особистість самого вчителя, його кваліфікація, його схильність до використання даного методу). В залежності від часу та місця його застосування, особливостей поєднання в ньому різнобічних способів, прийомів та засобів один і той самий метод навчання може бути ефективним або неефективним. Знайти вдалий метод навчання в кожному конкретному випадку означає знайти вдалу комбінацію різнобічних прийомів і засобів, що дозволяють досягти поставленої заздалегідь мети найбільш оптимальним в даних умовах шляхом [165, 183].

Оскільки, застосування методів навчання залежить від конкретної педагогічної ситуації, потрібен не стандартний, а свідомий вибір методу в кожному випадку. Вибір методів навчання визначається: 1) закономірностями та принципами навчання; 2) цілями і задачами навчання; 3) змістом і методами даної науки; 4) навчальними можливостями учнів (віковими, рівнем підготовки класного колективу); 5) особливостями зовнішніх умов; 6) можливостями самих вчителів [165].

В сучасних умовах основний фактор вибору методу навчання – організація продуктивної діяльності учнів. Вибираючи метод навчання ми повинні дати відповідь на питання: що саме, який освітній продукт буде створений учнями на уроці? Тому під час вибору методів навчання доцільно враховувати:

- 1) індивідуальні особливості учнів (наприклад, якщо в учня розвинуте уявлення і образне мислення, то під час розв'язування задачі йому потрібна опора на наочність);
- 2) особливості навчального курсу і конкретного матеріалу; 3) характер зв'язків елементів навчального матеріалу (якщо нове знання пов'язане з минулим і може бути виведеним через ланцюг міркувань, краще застосовувати проблемні та дослідницькі методи; репродуктивні методи, доцільно застосовувати, коли є потреба в передачі учням значного обсягу необхідної для їх основної роботи інформації);
- 4) фактор часу (організація проблемного або евристичного навчання потребує більше часу, зате навчає учнів продуктивній діяльності).

Таким чином, навчання алгебри і початкам аналізу в сучасних умовах передбачає володіння вчителем різноманітними методами навчання, але кожен метод повинен застосовуватись так, щоб він давав можливість організовувати продуктивну діяльність учнів та сприяв формуванню математичних компетентностей. Тому в практиці навчання алгебри і початкам аналізу в сучасних

умовах, ми використовували як елементи дослідницького методу (включаючи комп'ютерні експерименти) так і описані вище.

Зазначимо, що під час організації профільного навчання математики, важливим є створення принципово нової мотиваційної основи навчання за рахунок отримання більш чіткого уявлення про професійну діяльність. Також важливим є підсилення ролі індивідуальної роботи з учнями, збільшення частки самостійної роботи учнів у різних видах навчальної діяльності, посилення ролі лекційно-практичної системи навчання та залікової системи контролю.

Ефективність використання методів навчання значною мірою обумовлена вибором засобів навчання. Під засобами навчання в нашій роботі будемо розуміти – матеріальні та ідеальні об'єкти, які залучаються в освітній процес в якості носія інформації та інструменту діяльності вчителя та учня [224, 199, 165]. Найчастіше засоби навчання поділяють на: 1) матеріальні (підручники, навчальні посібники, дидактичний матеріал, книги-першоджерела, тестовий матеріал, засоби наочності, технічні засоби навчання, лабораторне обладнання); 2) ідеальні (математичний апарат, навчальні комп'ютерні програми тощо).

Як зазначає В.Г. Бевз [12], засоби навчання виконують певні функції в системі діяльності вчителя й учнів і в комплексі з іншими компонентами методичної системи вони забезпечують якість знань і розвиток учнів. За допомогою відповідних засобів навчання можна розкривати зміст та обсяг нових понять, демонструвати різні шляхи доведень і розв'язування задач, формувати необхідні вміння та навички, організовувати контроль і самоконтроль.

Застосування різноманітних засобів навчання забезпечує більш повну і точну інформацію про об'єкти, що вивчаються, і тим самим сприяє підвищенню якості навчання: дозволяє задовольнити і розвинути пізнавальні інтереси учнів; підвищує наочність навчання і, як наслідок цього, робить доступним для учнів такий навчальний матеріал, який без застосування специфічних засобів навчання важкодоступний, інтенсифікує працю учнів і тим самим дозволяє підвищити темп вивчення навчального матеріалу; збільшує об'єм самостійної роботи учнів на уроці.

Традиційним засобом навчання алгебри і початкам аналізу є підручник, який дозволяє організувати різноманітну навчальну діяльність учня на уроці (особливості використання цього засобу навчання проаналізовано в підрозділі 1.4). За допомогою засобів навчання, як невід'ємної складової навчального процесу, можна суттєво підвищити продуктивність праці всіх його учасників. Через їх використання у свідомості учнів фіксуються наочні і чуттєві образи предметів і явищ. Наочні образи виступають як обов'язковий елемент і чуттєва основа пізнання.

В сучасних умовах у навчанні активно використовуються інформаційно комунікаційні технології, що дозволяють розв'язати цілий ряд дидактичних задач, які не можуть бути розв'язані під час традиційної організації навчання, тому ефективним засобом навчання алгебри і початкам аналізу виступає комп'ютер (особливості використання комп'ютера в процесі навчання алгебри і початків аналізу проаналізовано в підрозділі 2.4).

Добір методів і засобів навчання суттєво залежить від вибору організаційних форм навчання. Без організаційної форми навчання не буває. Навчання передбачає необхідність прямого або непрямого спілкування, в якому втілюється процес навчання – взаємодія вчителя й учнів. Суттєвими ознаками поняття форма навчання є: добір і послідовність ланок навчальної роботи, розподіл навчально-організаційних

функцій, характер спілкування. Як зазначає В.І. Лозова [136], форми навчання визначаються як цілеспрямована організація взаємодії вчителя і учнів, що характеризується розподілом навчально-організаційних функцій, добором і послідовністю ланок навчальної роботи, режимом – часовим і просторовим.

Домінуючими є три форми навчання: індивідуальна, колективна (фронтальна) і групова робота учнів. В педагогічних дослідженнях [136, с.288] розроблені наступні вимоги до форм навчання: 1) виховні вимоги, які передбачають реалізацію виховних функцій (формування світогляду, ініціативи, відповідальності, сумлінності, працелюбства); 2) дидактичні вимоги, які полягають у реалізації принципів навчання; у чіткому визначенні мети і завдань навчання. Вчитель повинен знати, якого рівня знань і вмінь повинні досягти учні на певному занятті (чи системі занять); в організації роботи (відбір змісту, методів, прийомів, визначення структури заняття, матеріальне обладнання тощо); 3) психологічні вимоги: вчитель повинен враховувати реальні навчальні можливості учнів, стимулювати позитивне ставлення їх до навчально-пізнавальної діяльності.

Добираючи різні методи, засоби і організаційні форми навчання математики, зокрема алгебри і початків аналізу, необхідно планувати в першу чергу розвиток в учнів тих умінь, які дають їм можливість успішно здійснювати навчальну діяльність, формувати відповідні компетентності. В умовах профільного навчання ці засоби, методи і організаційні форми повинні надавати можливість забезпечити диференційоване навчання алгебри і початків аналізу.

Як вже зазначалося, під час розробки методичної системи необхідно враховувати результат навчання, тобто реалізація навчального процесу вимагає від вчителя постійного професійного спостереження за кожним учнем у процесі його навчальної роботи, виявлення, аналізу й оцінки опанованих ним знань, умінь та навичок. Під результатом навчання ми розуміємо загальні та спеціальні знання, уміння, навички, вміння на основі знань вирішувати проблеми, які виникають у різних життєвих ситуаціях, опанування способами навчальної роботи, інтелектуальний, соціальний й психічний розвиток, тобто усі досягнуті результати навчальної діяльності учнів (або результати навчання, або навчальні досягнення). В організації професійного спостереження за процесом навчальної діяльності учнів важливе місце займає контроль результатів навчання.

Будемо розрізняти такі види контролю: 1) *попередній контроль*. (Попередня діагностика рівня навченості важлива для того, щоб визначити його приріст за певний період часу. Оцінюванню в даному випадку підлягає не порівняння освітніх досягнень учнів з еталонами або стандартами, а порівняння його теперішнього рівня навченості з початковим. У центрі уваги попереднього контролю результатів навчання – які знання засвоєні чи незасвоєні учнем, як він просувається в опануванні умінь та навичками, яка динаміка його особистісного розвитку, а не кількість балів яку він отримав. Форми контролю: тестування з використанням тестів закритої форми, анкетування, усні вправи, фронтальне опитування тощо); 2) *поточний контроль*. (Систематична перевірка і оцінка освітніх результатів учня по конкретним темам на окремих уроках. Найважливішою функцією поточного контролю є здійснення зворотного зв'язку, який дає змогу вчителю отримувати інформацію про динаміку процесу формування відповідних компетентностей та засвоєння знань, умінь, навичок учня. Форми контролю: опитування учнів, навчальні самостійні роботи з керованою взаємо- або самоперевіркою,

диференційовані самостійні роботи, математичні диктанти тощо; 3) підсумковий контроль. (Даний тип контролю передбачає комплексну перевірку освітніх результатів по всіх ключових цілях і напрямках. Ефективну реалізацію підсумкового контролю результатів навчання алгебри і початків аналізу забезпечує великий вибір методів, прийомів, форм, засобів). Непродуктивні і продуктивні прийоми організації контролю представлені в табл. (див. додаток Б). З точки зору оцінювання навчальних досягнень учнів система навчання алгебри і початків аналізу доповнюється результатами навчання, рівнями засвоєння знань і методами оцінювання. Від того, які результати і в якій формі будуть контролюватись залежить побудова всього освітнього процесу. Зв'язок між процесом навчання алгебри і початків аналізу та оцінюванням результатів навчання представлено на рис. 1.2.

Рис. 1.2. Схема взаємозв'язку процесу навчання і оцінювання навчальних досягнень учнів

Вчитель заздалегідь визначає ті контрольні орієнтири, які будуть пропонуватися учням після вивчення ними кожного розділу або теми курсу. Такими орієнтирами є конкретні предметні знання і навички, засвоєні учнями способи діяльності (на певному рівні), творча продукція учня.

Таким чином, в умовах профільної та рівневої диференціації системоутворюючими поняттями методичної системи навчання алгебри і початків аналізу є: цілі навчання, діяльність вчителя, діяльність учня і результат.

Цілі навчання алгебри і початків аналізу впливають на зміст, засоби, форми і методи навчання, пов'язуючи їх в єдине ціле. Засвоєння учнями змісту математичної освіти передбачає засвоєння змісту навчального матеріалу і способів діяльності з цим матеріалом, тому одним з принципів уточнення змісту математичної освіти є виділення для учнів орієнтовних основ відповідної діяльності з розв'язування завдань курсу алгебри і початків аналізу. Основним фактором вибору методу навчання в сучасних умовах є організація продуктивної діяльності учнів та сприяння формуванню математичних компетентностей за рахунок організації особистісно орієнтованого навчання алгебри і початків аналізу.

Профільне навчання повинно сприяти розвитку суб'єкт-суб'єктних відносин: 1) виділення учня як суб'єкта, визнання його основною цінністю всього навчального процесу; 2) зміну типу відносин між вчителем і учнем, перехід від авторитарного управління до взаєморегуляції, взаємодопомоги, так як в процесі колективної діяльності кожен бере участь в розв'язанні обговореної проблеми та знаходить свої способи розв'язування задачі, адекватні своїм нахилам, інтересам; 3) направленість діяльності вчителя на врахування навчальних можливостей учнів, побудови уроку, націленого на створення умов самореалізації, самостійності кожного учня, вибірковості предметного змісту, на розкриття і максимальне використання суб'єктного досвіду учня.

1.2. Навчання алгебри і початків аналізу в умовах профільної і рівневої диференціації

Профільне навчання математики в старших класах забезпечується: основним курсом математики, системою курсів за вибором, що поглиблює і розширює основний курс відповідно до профілю навчання. Особливістю основного курсу є спрямованість на розвиток відповідного типу мислення, на формування готовності застосовувати математику для моделювання реальних процесів і явищ. Спецкурси, курси за вибором мають забезпечити різноманітність можливостей і потреб учнів, створити умови для індивідуальної роботи творчого характеру.

Спецкурси дають змогу учням поглибити та поширити свої знання у різних галузях математики, розкрити задатки та здібності, підготуватися до виконання індивідуальних завдань творчого характеру. Індивідуальна робота під керівництвом вчителя робить вагомий внесок у формування дослідницьких навичок. Програми та зміст відповідних спецкурсів з алгебри і початків аналізу опубліковані в [40, 177].

Зміст профільного навчання математики визначається загальними цілями шкільної математичної освіти та такими цілями: зміст математичної освіти має бути чітко орієнтований на розвиток особистості в цілому; зміст математичної освіти для кожного профілю має забезпечувати визначену еквівалентність математичної підготовки учнів різних профілів; для посилення ролі математики в осмисленні навколишнього світу необхідне поповнення традиційних змістових ліній курсу математики формуванням змістово-статистичних уявлень в учнів; формування змісту математичної освіти має допомогти реалізувати особистісно орієнтований підхід в навчанні математики.

З точки зору навчання математики, алгебри і початків аналізу зокрема, всі як завгодно різноманітні профілі згруповані в три рівні – залежно від ролі, яку відіграє в них математика: рівень стандарту, академічний, профільний. Рівень стандарту – зміст навчання математики, спрямований на завершення формування в учнів уявлення про математику як елемент загальної культури в якому, не передбачається, що в подальшому випускники школи продовжуватимуть вивчати математику або пов'язуватимуть із нею свою професійну діяльність. Академічний рівень – обсяг змісту достатній для подальшого вивчення математики у вищих навчальних закладах. Вивчення математики на цьому рівні передбачається передусім у тих випадках, коли вона тісно пов'язана з профільними предметами і забезпечує їх ефективне використання. Рівень профільної підготовки – зміст математики передбачає вивчення предмета з орієнтацією на майбутню професію, безпосередньо пов'язану з математикою або її застосуванням. Курс математики, алгебри і початків аналізу зокрема, спирається на курс математики рівня стандарту. Цей підхід враховує перш за все, необхідність надання учню можливості реалізації свого потенціалу в галузі математики, який, як відомо може виявитися і на пізнішій стадії навчання [101].

Як вже відмічалось, курс математики рівня стандарту будується у напрямі реалізації освітньої функції математики. Пріоритет розвивальної функції навчання є в цьому курсі основним, хоча, безумовно, інтелектуальний розвиток учнів відбувається на математичному матеріалі, забезпечуючи одночасно з особистісним розвитком підвищення загальнокультурного рівня учнів і досягнення ними необхідного рівня функціональної грамотності [42]. Наприклад, результатом вивчення тригонометричних, показникових і логарифмічних функцій повинно бути не стільки засвоєння способів розв'язування відповідних рівнянь і нерівностей, скільки розуміння взаємозв'язків цих математичних знань з процесами, що відбуваються в реальному навколишньому світі і людському суспільстві. Курс рівня

стандарту не ставить як завдання забезпечення учням можливості продовження освіти у вищому навчальному закладі за фахом, пов'язаним з математикою і, зокрема, не забезпечує підготовки учнів до повного виконання завдань зовнішнього незалежного оцінювання з математики. Даний курс призначений для тих учнів, яких цікавлять, наприклад, мови, мистецтво, спорт.

Для загальнонаукового напряму профілізації призначений курс математики, зокрема алгебри і початків аналізу, академічного рівня. Він враховує те, що основою математизації природничих наук є математичне моделювання. У природничих науках головну роль відіграють в даний час кількісні описи реальних процесів і відповідні кількісні моделі, для дослідження яких необхідні традиційні розділи математики, разом з початками математичного аналізу і елементами теорії імовірності та математичної статистики. Учні, які навчаються саме за профілями загальнонаукових і математичних напрямів, складуть в найближчому і віддаленому майбутньому основу кадрового потенціалу, що забезпечує науковий, технічний, технологічний і соціальний прогрес українського суспільства. Тому їх математична підготовка повинна бути не нижчою за загальносвітову, а на основі вітчизняних традицій навчання математики майбутнього кадрового потенціалу на високому рівні, її рівень може бути і вищим за світовий. Для профілів математичного напряму призначений профільний курс математики. Відповідний курс математики повинен забезпечувати для учнів не тільки можливість вступу до будь-якого вищого навчального закладу за фахом, що вимагає високого рівня володіння математикою, але і створити умови для навчання у відповідному вищому навчальному закладі.

Отже, курс алгебри і початків аналізу може вивчатися на рівні стандарту та академічному рівні або на профільному рівні. Крім того, алгебра і початки аналізу вивчається в школах і класах з поглибленим вивченням математики. Програма старшої школи реалізує ідею, що зміст навчання всіх профілів містить як інваріантну складову зміст програми рівня стандарту, тому у профілях всіх рівнів послідовність тем одна і та ж. Програма академічного рівня повністю включає в себе програму рівня стандартів, а профільна – зміст програми академічного рівня. Так програма академічного рівня призначена для організації навчання математики на біолого-хімічному, біолого-фізичному, біотехнологічному, хіміко-технологічному, фізико-механічному, агрохімічному профілі природничо-математичного профільного навчання. Для цих профілів математика є базовим предметом, близьким до профільних навчальних дисциплін – хімії, фізики, біології, технологій [40].

Дослідження О.І. Бугайова [36], М.І. Бурди [42] та ін. [132] показали, що для реалізації програмових вимог профільного навчання доцільно використовувати особистісний підхід на всіх етапах профільної підготовки учнів. Мова йде про такі етапи, як визначення профілю навчання учнів у спеціалізованій школі, гімназії тощо, проведення набору до спеціалізованої школи або профільного класу, комплектування класів і груп, адаптація учнів до умов інтенсивного навчання за обраним профілем, технологічна підтримка і супроводження особистісного зростання учнів у процесі профільного навчання.

Зародження ідей особистісно орієнтованого навчання в нашій країні можна віднести до кінця 80-х років ХХ століття. Саме в цей час в результаті творчого осмислення теорії розвивального навчання, створення інноваційних навчальних планів науковці-педагоги усвідомили необхідність зробити особистість учня центром всього освітнього процесу. Із середини 90-х років починається розробка

основних положень особистісно орієнтованого навчання. Цілком природно, що педагоги і психологи з різних позицій розглядали нове явище: якщо в педагогіці та методиці наукові дослідження зосереджуються на виявленні умов ефективної реалізації особистісного підходу в навчанні, то у психології – на механізмах особистісних змін, характеристиках становлення індивідуальності учня. У цьому проявляється специфіка предмета відповідної галузі наукового знання, а не їх протиставлення. Головне, це усвідомлення всіма сторонами необхідності поставити учня в центр освітнього процесу.

Особистісний підхід знайшов відображення в працях В.П. Беспалька [21], О.В. Бондаревської [30], І.А. Зязюна [86], Г.С. Костюка [103], О.М. Пехоти [168], С.І. Подмазіна [172], В.В. Рибалка [182], К. Роджерса [185], О.Я. Савченко [187], В.В. Серікова [192], І.С. Якиманської [238], А.В. Хуторського [224].

Як слушно зауважує С.І. Подмазін, мета особистісно орієнтованої освіти полягає в створенні оптимальних умов для розвитку і становлення особистості як суб'єкта діяльності і суспільних відносин, що буде свою діяльність і стосунки від повідно до стійкої ієрархічної системи гуманістичних і суттєвих особистісних цінностей – особистість відповідно – відповідальна. Слід відмітити, що вітчизняна педагогіка в якості своєї головної задачі завжди ставила – розвиток особистості і в цьому ракурсі була певною мірою особистісно орієнтованою. Суть в тому, як розуміти особистість. Школа постійно декларувала розвиток гармонійної особистості, але особистість при цьому розумілась як носій культурних зразків, як виразник їх змісту, що визначався ідеологією, що панувала в суспільстві [172, с.22].

Якщо в традиційній системі основними освітніми процесами є: навчання як озброєння учнів знаннями, уміннями і навичками; розвиток основних психічних процесів (пам'яті, уваги, мислення); виховання як направлене формування особистості, то в особистісно орієнтованій системі основними освітніми процесами є: утворення особистісного сенсів навчання та життя; розвивальне навчання; педагогічна підтримка становлення індивідуальності [224, 236, 67, 57].

І.С. Якиманська вважає, що особистісно орієнтоване навчання – це таке навчання, де на перше місце ставиться особистість дитини, її самоцінність, суб'єктний досвід кожного спочатку розкривається, а потім узгоджується зі змістом освіти [236, с.31]. Особистісно орієнтована система навчання спирається на наступні положення: пріоритет індивідуальності, самоцінності учня, як активного носія суб'єктного досвіду; освіта є єдністю двох взаємопов'язаних складових: навчання і учіння; під час конструювання і реалізації освітнього процесу необхідна робота по вивченню досвіду кожного учня; співпраця вчителя і учня; в освітньому процесі відбувається зустріч суспільно-історичного досвіду, що задається навчанням і суб'єктного досвіду учня, що реалізується ним в учінні; розвиток учня як особистості через опанування ним нормативної діяльності, але й через збагачення суб'єктного досвіду; учіння як діяльність учня, що забезпечує пізнання, розгортається як процес, що відображає його природу; результатом учіння є формування пізнавальних здібностей на основі оволодіння відповідними знаннями.

К. Роджерс [185] виділяє п'ять умов особистісно орієнтованого навчання: наповненість змісту навчання життєвими проблемами учнів, створення ситуації, в якій би учням в певній мірі дозволялось взаємодіяти з важливими для них проблемами; "реальність особистості вчителя", який повинен бути "конгруентним", тобто виявляти свої людські якості у взаємодії з учнями; прийняття вчителем учня

таким, який він є, та розуміння його почуттів; не директивна, а діалогічна позиція вчителя до джерел та шляхів отримання знань; навчання будується таким чином, щоб учні взаємодіяли з життєвими проблемами, які вони хотіли б вирішити. На думку О.Я. Савченко [187], ознаками особистісно орієнтованого навчання є: діагностична основа навчання; зосередження на потребах учня; гуманізація навчального спілкування; співробітництво, учнів і вчителя; перевага навчального діалогу; турбота про фізичне та емоційне благополуччя учнів; пристосування методики до навчальних можливостей дітей; стимулювання розвитку, саморозвитку і відповідальності учнів.

Таким чином, під особистісно орієнтованим навчанням розуміємо навчання, що забезпечує розвиток і саморозвиток особистості учня, виходячи із його індивідуальних особливостей як суб'єкта пізнання в предметній діяльності. Прикладне значення даного підходу під час організації навчання математики полягає у необхідності активізації аспектів розвитку учня: свідомості та самосвідомості, цілісно-сислової сфери, самооцінки, формуванні особистісних властивостей – цілеспрямованості, відповідальності, винахідливості, самостійності, наполегливості, активності тощо. Основна сутність даного підходу полягає у визначенні таких змістових та методичних орієнтирів, які забезпечать успішний особистісний розвиток молодшої людини, що спонукатиме учня до подальшого саморозвитку, свідомого, відповідального навчання [17, с.5].

Для виділення принципів особистісно орієнтованого навчання доцільно використати підхід, запропонований А.В. Хуторським [224, с.81–87], який за основу систематизації принципів бере освітню діяльність учня і трактує принципи особистісно орієнтованого навчання наступним чином: 1) принцип особистісного цілепокладання учня. Освіта – це не тільки навчання, але й учіння, як індивідуальна діяльність учня. Освіта кожного учня відбувається на основі і з урахуванням його особистісних цілей. Самовизначення учня по відношенню до конкретного навчального питання дозволяє йому поставити перед собою конкретну ціль, на основі якої потім здійснюється індивідуальна освітня траєкторія; 2) принцип вибору індивідуальної освітньої траєкторії. Особистісна самореалізація учня можлива лише в умовах свободи вибору елементів освітньої діяльності. Для цього вчитель забезпечує учня правом вибору цілей занять, способів їх досягнення, заохочує власний погляд учня на проблему. Практично будь-який елемент освіти реалізується за допомогою власного вибору або вибору учня. Учень навіть може створювати власні елементи своєї освітньої траєкторії; 3) принцип міжпредметних та внутрішньопредметних основ освітнього процесу; 4) принцип продуктивності навчання: головним орієнтиром освіти є особистісний освітній приріст учня, що складається із його внутрішніх та зовнішніх освітніх продуктів навчальної діяльності; 5) принцип первинності освітньої продукції учня, створений учнем особистісний зміст освіти випереджає вивчення освітніх стандартів; 6) принцип ситуативності навчання. Освітній процес будується на ситуаціях, що передбачають самовизначення учнів та пошук їх розв'язку. Вчитель супроводжує учня в його освітньому русі; 7) принцип освітньої рефлексії. Освітній процес супроводжується рефлексивним усвідомленням суб'єктами освіти. Рефлексія – звернення суб'єкта на самого себе, свою особистість (цінності, інтереси, мотиви, вчинки), на своє знання. Учень не тільки усвідомлює зроблене, але ще усвідомлює способи діяльності.

Піднімаючи проблему особистісно орієнтованого навчання, тобто навчання, орієнтованого на учня, навчання, що виходить із визнання унікальності суб'єктного досвіду учня, ми розуміємо, що ніяка зовнішньо запропонована учню інформація не може бути сприйнятою, якщо в учня немає відповідної мотивації. Будь-яка діяльність учня починається з потреби. Потреба – це направленість активності учня, психічний стан, що створюють передумови розв'язування певної дидактичної задачі [28]. Якщо потреба характеризує готовність до здійснення навчальної діяльності, то наявність мотивів надає активності більш дійовий характер.

Ефективність діяльності забезпечується також умінням старшокласників ставити ціль. Для того, щоб реалізувати мотив, потрібно поставити та виконати багато проміжних цілей: навчитися бачити окремі результати своєї діяльності, підкорювати їм етапи розв'язування задачі та ін. Розглянемо більш детально саме поняття мотиву. В.К. Буряк трактує мотив, як внутрішній стимул до дії, свідому спонуку до певного виду дії [45, с.45]. Розрізняють чотири групи мотивів за ознакою широти їх змісту: 1) мотиви, пов'язані з розумінням учнем учіння як необхідної підготовки до здобуття майбутньої професії; 2) мотиви, що породжуються пізнавальною потребою, бажанням знати щось нове; 3) мотиви, пов'язані із прагненням до самоосвіти, самовдосконалення; 4) мотиви особистісного успіху: гордість від похвали вчителя, почуття власної гідності. Мотиви можуть бути зовнішніми і внутрішніми. До зовнішніх мотивів належать: покарання і винагорода, погроза і вимога і т.п. Всі вони зовнішні до безпосередньої цілі учіння. Знання і уміння в цих випадках слугують лише засобом для досягнення інших основних цілей. Сама ціль – учіння в цих ситуаціях може бути байдужою, а учіння часто носить примусовий характер. До внутрішніх мотивів відносять такі, котрі спонукають до учіння як до власної мети. Якщо прийняти визначення мотиву як внутрішнього стимулу до дії, тоді навчання, тим більше особистісно орієнтоване, неможливе без наявності відповідних його мотивів.

Розглянемо деякі особливості реалізації виділених принципів особистісно орієнтованого навчання. Реалізація перелічених принципів відбувається з урахуванням конкретних умов, що відносяться до змісту, форм і методів організації освітньої діяльності учня. Для гарантування рівного доступу до якісної освіти важливе значення має надання кожному учневі можливості обирати індивідуальну освітню траєкторію навчання математики, зокрема алгебри і початків аналізу. Індивідуальна освітня траєкторія являє собою ціленаправлену освітню програму, в процесі здійснення вчителем педагогічної підтримки та самореалізації.

Вчитель, беручи до уваги особисті спостереження, вивчення документів учня (в тому числі його портфолію), аналізує індивідуальні особливості старшокласника (стиль його міжособистісного спілкування, освітні переваги), проектує можливу спрямованість його індивідуальної освітньої траєкторії. В процесі проведення серії індивідуальних бесід або групових обговорень вчитель разом із старшокласником обговорює його можливості та перспективи побудови індивідуальної освітньої траєкторії, мотивуючи учня на формулювання його власного бачення шляху індивідуального розвитку, коректуючи у разі необхідності і свої уявлення, і самооцінку учня. Старшокласник і вчитель поєднують свої уявлення про індивідуальну освітню траєкторію та коректують, визначаючи послідовність, темп виконання запланованої діяльності. Результати фіксуються в «маршрутних картах» учнів. До маршрутної карти учня доцільно включити рівень ознайомлення: з

теоретичним матеріалом, з методами розв'язування задач, також до маршрутної карти доцільно включати літературу та інтернет-ресурси, завдання для самоконтролю, крім цього в маршрутній карті варто фіксувати виконання запланованих завдань.

Теоретичний аналіз педагогічної і методичної літератури [224, 226] дозволяють виділити такі етапи освітньої діяльності учня, що організовуються вчителем, та дозволяють реалізувати учневі його індивідуальну освітню траєкторію:

- 1) діагностика вчителем навчальних досягнень учня;
- 2) фіксування кожним учнем освітніх об'єктів та планування індивідуальної освітньої діяльності;
- 3) діяльність по одночасній реалізації індивідуальних освітніх програм;
- 4) демонстрація особистих освітніх продуктів;
- 5) рефлексивно-оціночний етап.

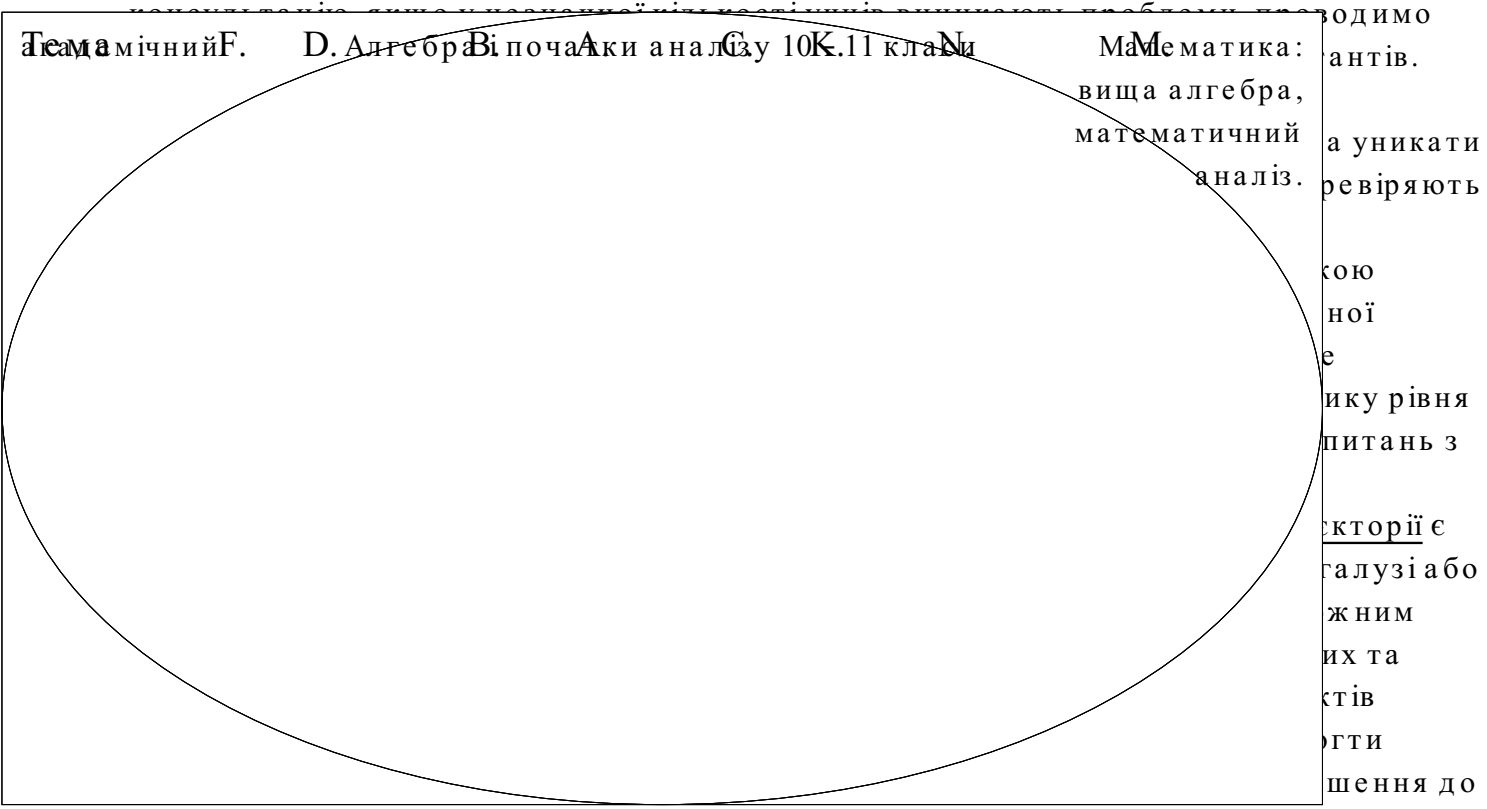
Нами уточнено змістове наповнення цих етапів стосовно навчання алгебри і початків аналізу.

Перший етап. Діагностика вчителем навчальних досягнень учня, необхідних для здійснення тих видів діяльності, які властиві даній освітній галузі. Діагностика в педагогічному процесі поліфункціональна: 1) суть її в тому, щоб одержана інформація допомагала суб'єктам освітнього процесу здійснити орієнтування власних позицій в організації взаємодії між ними; 2) за результатами діагностики суб'єкти процесу повинні вміти формувати власні позиції [88].

На даному етапі вчитель встановлює та систематизує мотиви діяльності учнів по відношенню до освітньої галузі. Це можна зробити, використовуючи анкетування учнів. Основна мета під час навчання полягає в тому, щоб викликати до дії внутрішні побудники в учнів, потребу до пошуку як необхідну умову до формування нового відношення до діяльності. Розумова активність учнів виникає лише тоді, коли задача, що впливає із зовнішніх факторів, впливає на його свідомість. Мотив стає внутрішнім стимулом до дії тільки за умови набуття суб'єктного значення для учня. Далі вчитель встановлює які види діяльності, форми і методи навчання мають перевагу для учнів. Наше дослідження виявило (див. додаток В), що найбільше учні люблять вести самостійний пошук по розв'язуванню задач (43%), якщо в них є хоча б якісь орієнтири для складання плану розв'язування. Робота з додатковою літературою (26%), з таблицями, схемами, графіками (10%), підготовка доповідей, рефератів (7%) не викликають у більшості учнів великого ентузіазму, оскільки потребують великої затрати часу. Також більшість учнів (47%) відмітили, що під час виконання творчих завдань, які потребують нестандартного підходу до їх розв'язання, корисним є спілкування учнів між собою та з вчителем. Фактично спілкування необхідне не стільки для того, щоб використати думки товаришів чи вчителя, скільки для того, щоб впевнитись у правильності шляхів власних пошуків.

Для з'ясування рівня розвитку та ступеня виявлення особистісних якостей учня, необхідних для здійснення видів діяльності, досить часто проводиться тестування. Найчастіше вхідну діагностику ми проводимо з використанням тестових завдань перед початком вивчення теми, і її результати допомагають вчителю та учням організувати роботу по вивченню матеріалу теми. Наприклад, перед вивченням параграфа «Розв'язування логарифмічних рівнянь та нерівностей» проводимо вхідне тестування з метою з'ясування, чи вміють учні користуватися означенням


логарифма та формулами логарифмування, використовувати властивості логарифмічних функцій для дослідження запропонованих ситуацій (див. тест в додатку Ж). Після проведення діагностики аналізуємо результати. Якщо у більшості учнів виникають проблеми по сформованості знань і умінь, проводимо додаткову



матеріалу теми, який необхідно засвоїти та спланувати індивідуальну освітню діяльність по відношенню до власних та загальних освітніх об'єктів. Важливу роль відіграє на цьому етапі мотивація доцільності включення того чи іншого освітнього об'єкта в індивідуальну програму учня. Схематично така можливість в процесі навчання алгебри і початків аналізу в 10-11 класах одинадцятирічної школи показана на рис. 1.3.

Рис. 1.3. Схема змістового наповнення теми в різних рівнях в 10-11кл.

Запропонований підхід передбачає, що в процесі вивчення певної теми (змістові елементи якої на різних рівнях позначені літерами А, В, С, D, F, К, N, М) на рівні стандарту обов'язковими для вивчення всіх учнів є елементи А і В, а всі інші



ї траєкторії
ми є елементи
дуальної
нтами є А, В, С
виступати
емент М з

курсів вищої математики.

Отже, методика навчання алгебри і початків аналізу у профільній школі може не змінюватися під час переходу від одного рівня до другого, змінюється тільки співвідношення між загальними і індивідуальними об'єктами. Зокрема цьому сприяють ілюстрація взаємозв'язків між поняттями і методами діяльності в середині теми та інших тем, пред'явлення завдань, які виносяться на зовнішнє незалежне оцінювання, державну підсумкову атестацію. На цьому етапі ми найчастіше пропонували учням структурно-логічну схему взаємозв'язків основних понять і способів діяльності, які розглядаються в цій темі та їх взаємозв'язок. Приклад схеми з теми: "Показникова і логарифмічна функції" наведено на рис.1.4.

На схемі виділяються загальні освітні об'єкти та індивідуальні освітні об'єкти, які учень міг включити або не включити до своєї освітньої траєкторії. На цьому етапі вчитель наводить мотивацію доцільності включення того чи іншого об'єкту теми до індивідуальної освітньої траєкторії. Наприклад, в експериментальному класі були учні, які побажали брати участь у зовнішньому незалежному оцінюванні з математики, а також учні, які навчались на підготовчих курсах в різних ВНЗ та переможці районних олімпіад з математики. На постійно діючому стенді були представлені завдання зовнішнього незалежного оцінювання минулих років, завдання, що пропонуються на олімпіадах.

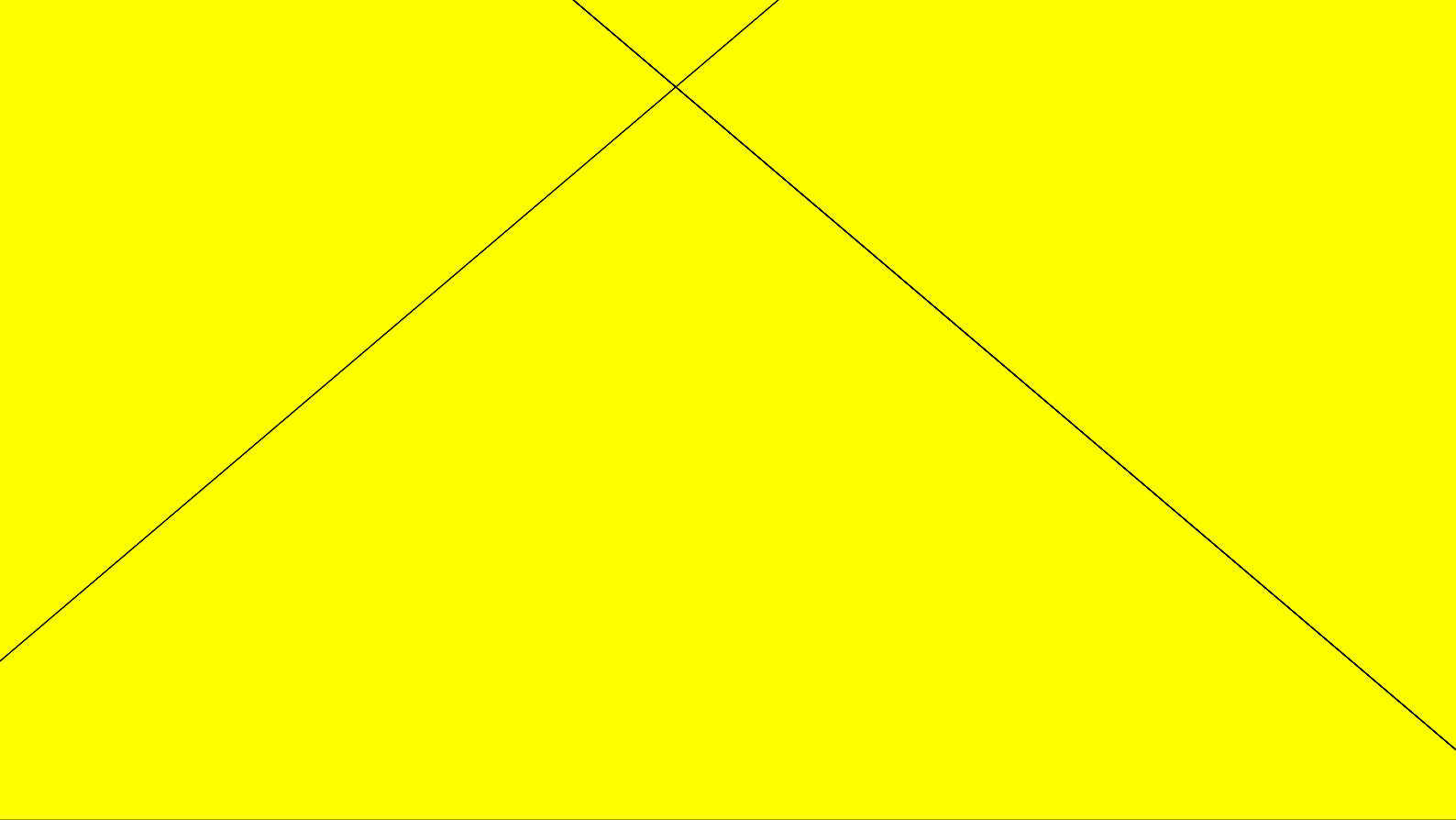


Рис. 1.4. Структурно-логічна схема, що відображає взаємозв'язок основних понять і способів діяльності

Під час розроблення структурно-логічної схеми з теми «Похідна та її застосування» ми звертали особливу увагу учнів на індивідуальні освітні об'єкти. Приклад такої схеми наведено на рис.1.5.

Рис. 1.5. Структурно-логічна схема, що відображає взаємозв'язок основних понять і способів діяльності з теми: «Похідна та її застосування»

Вчитель пояснює учням, що для розв'язання одних завдань досить володіти стандартними методами розв'язання, а для інших – володіти спеціальними методами, які хоча і є в дворівневому підручнику [153, 156], але знаходяться не в тих параграфах, які містять загальні освітні об'єкти, а в додаткових параграфах. Проведення такої мотивації сприяло тому, що основна маса учнів виявила бажання включити цей матеріал до індивідуальної програми. Для складання своєї програми, учень також може скористатися довідковою таблицею підручників [153, 156], яка містить систематизацію теоретичного матеріалу та способів діяльності з цим матеріалом у формі спеціальних орієнтирів по розв'язуванню задач. У випадку, коли учень до індивідуальної програми включає індивідуальні освітні об'єкти, він користується додатковим матеріалом підручника [153]. Кожен учень вибирає власний рівень опрацювання певної теми схеми. Тобто, учень сам вибирає “власні” освітні об'єкти. Після процедури прийняття рішень вчитель повідомляє коли і як учні будуть опрацьовувати навчальний матеріал: на уроці, на консультації, на факультативі чи на індивідуальному занятті.

Учень за допомогою вчителя формулює ціль, підбирає тематику освітнього продукту, складає план роботи і вибирає способи діяльності. Наприклад, учень, що має наміри продовжувати навчання на економічних, фізико-математичних факультетах вищих навчальних закладів вибирає один план, а якщо учень планує

продовжити навчання на гуманітарних факультетах – інший. Вчитель разом з учнями обговорює, що одні поняття і методи будуть розглянуті на уроці, інші на факультативі, а якщо учень виявляє бажання ознайомитися більш глибоко з іншими поняттями, то це здійснюється шляхом індивідуальних консультацій. Таким чином здійснюється зв'язок між цілями, системою навчання та діяльністю учня.

Схема; 2) мета, яку хоче досягти діяльності – яким чином здійснюється навчання наведеном (на день, семестр). Дана діяльність не тільки стимулює та спрямовує діяльність учня.

Третій етап – діяльність по освітньої траєкторії – діяльність по одночасній реалізації індивідуальних освітніх програм учнів та загальноосвітньої програми. Реалізація індивідуальних освітніх програм відбувається за певний час (тиждень, семестр). Виконуючи цю діяльність учень співставляє одержані результати з цілями, які були ним поставлені. Взаємозв'язок основних елементів індивідуальної освітньої діяльності показано на схемі (див. рис.1.6).

Даний цикл реалізується багаторазово до засвоєння всіх його елементів. Головна задача вчителя на цьому етапі навчити учнів відповідним способам діяльності, пошуку засобів роботи, орієнтації в проблемі. Для нашого дослідження ми використовували підручники [153, 156], в яких систематизований не тільки навчальний матеріал, а й способи діяльності з цим матеріалом в формі спеціальних орієнтирів по розв'язуванню завдань.

Рис.1.6. Схема, що відображає взаємозв'язок основних елементів індивідуальної освітньої діяльності

Пропонуючи учню можливість вибору, здійснення власної стратегії діяльності під час вивчення конкретної теми, вчитель включає механізм адаптації учня, дозволяючи йому найбільш повно проявити себе в діяльності. Основні принципи такої діяльності можна сформулювати наступним чином: незалежність від характеру міжособистісних стосунків вчителя і учня; незнання не карається, стимулюється лише прогрес пізнання (виключається елемент страху); учень може сам вибирати стратегію своєї діяльності, має право вибору; вчитель зі свого боку зобов'язується забезпечити учня різноманітною діяльністю, що направлена на досягнення головної цілі, а учень зобов'язується брати участь в цій діяльності. Наприклад: проведення колективних занять (у формі роботи пар змінного складу), використання групових форм роботи, уроки проведені у формі „ділової гри”, індивідуальні заняття із наступним захистом результатів індивідуальної роботи (захист проектів, захист

домашнього завдання).

Колективні заняття включають пред'явлення учням освітніх об'єктів, співставлення та обговорення учнівської продукції (захист усних вправ, виконаних в групі, захист письмових вправ, виконаних в групі, захист письмових вправ виконаних індивідуально, взаємоперевірка). Колективні заняття створюють можливість кожному учневі просуватися у вивченні навчального матеріалу своїм, особливим темпом, таким, щоб засвоєння матеріалу було якісним.

Під час підготовки до конференції, ділової гри та під час їх проведення на уроках вчитель повинен враховувати навчальну та професійну значимість заняття, індивідуальність кожного учня під час розподілу ролей і те, що ролі повинні бути максимально наближеними до реального життя. Матеріал для конференції, гри повинен бути оброблений до їх початку. Необхідною умовою створення на уроці творчої атмосфери. Важливою є особистість вчителя, його комунікативні якості, вміння організувати гру, конференцію, захопити ними всіх учасників визначають ефективність діяльності.

Перед проведенням уроку-конференції доцільно учням роздати пам'ятки-інструкції, які можуть бути подані наступним чином. Орієнтовні дії слухача конференції: оцінити кожну з доповідей; задати "розумні питання"; відмітити найважливіші моменти кожної з доповідей; обрати свій шлях для проходження освітнього маршруту.

Четвертий етап реалізації індивідуальної освітньої траєкторії – це демонстрація особистих освітніх продуктів учнів та колективне їх обговорення. Коли з'являється цікавий освітній продукт (наприклад, учень за допомогою GRAN1 навчився застосовувати властивості функції до розв'язування рівнянь), то учень виступає із відповідною доповіддю на уроці.

Можливе колективне обговорення особистого освітнього продукту на уроці-захисту індивідуального домашнього завдання. Учень до певного строку розв'язує до 60 задач, розв'язок в письмовому вигляді здає вчителю. Через 2-3 дні на уроці захисту він отримує декілька задач із правильно розв'язаних (приміром по одній на кожні 10 задач). Якщо учень в процесі захисту підтвердив 100% задач і в нього залишається час, він має право на задачу підвищеної складності. Крім цього використовується участь групи учнів в проектній діяльності з подальшим обговоренням особистого освітнього продукту. В додатку Д.1 наведено приклади тем індивідуальних дослідницьких проектів, які виконували учні в процесі експериментального навчання.

Освітній проект з алгебри і початків аналізу виконується учнями як в позакласний час, так й в процесі включення його до традиційного уроку. Проект починається з вибору теми, проблеми, мети, типу. Тематика проекту може стосуватися як теоретичного аспекту алгебри і початків аналізу, пов'язаних з профілем навчання, так і актуального для практики питання, що забезпечує природну інтеграцію знань. Далі необхідно враховувати можливі варіанти проблем, які важливо досліджувати в рамках обраної тематики. Самі ж проблеми висувують учні відповідно до пізнавальних інтересів та потреб. Необхідний також розподіл завдань за етапами проекту, обговорення можливих методів дослідження, пошуку інформації, творчих рішень.

Використання методу проектів дозволяє формувати вміння в учителя й учнів виділяти й обирати найбільш цікаві й практично значущі теми для проектів; учням

оволодівати значним арсеналом методів дослідження (аналіз літератури, пошук джерел інформації, збір та обробка даних, висування гіпотез та методів їх доведення тощо); учителю – надавати пріоритет різним видам самостійної діяльності учнів; учням – набути математичних компетентностей; учням і вчителю – більш досконало оволодівати інформаційно-комунікаційними технологіями.

П'ятий етап роботи по реалізації індивідуальної освітньої траєкторії учня – рефлексивно-оціночний, на цьому етапі здійснюється оцінка повноти освітніх продуктів, оцінка повноти досягнення цілей. Фіксуються та класифікуються застосовані види та способи діяльності. Кожен учень усвідомлює та оцінює ступінь досягнення індивідуальних та загальних цілей, рівень своїх внутрішніх змін, засвоєні способи освіти на рефлексивно-оціночному етапі. З'ясовується як з колективним продуктом навчання співвідносяться досягнення кожного учня, що дає йому можливість не тільки зрозуміти колективні результати, але й оцінити ступінь свого власного просування в засвоєнні способів діяльності та реалізації особистісних якостей.

Зокрема, під час вивчення властивостей тригонометричних функцій учні, що працюють на початковому і середньому рівні навчальних досягнень, „зчитують” властивості тригонометричних функцій з графіка, на достатньому рівні навчальних досягнень обґрунтовують будь-яку з властивостей функцій на свій розсуд, на високому рівні навчальних досягнень обґрунтовують і доводять всі властивості тригонометричних функцій. Таким чином в учня є можливість співвіднести індивідуальні досягнення з колективними результатами.

На даному етапі колективні заняття також можуть бути проведені у формі залікових уроків. Може бути використаний наступний план заліку: 1) учень виконує індивідуальне завдання з картки; 2) усний звіт «екзаменатору» (робота в парі); 3) «екзаменатор» пояснює, якщо знайшов непорозуміння по суті проблеми в знаннях; 4) бесіда в парі до повного порозуміння; 5) у залікову картку приймаючий виставляє певну кількість балів за відповідь з теорії.

На основі рефлексивного осмислення індивідуальної та колективної діяльності відбувається оцінка і самооцінка діяльності кожного учня та всіх разом, кожен учень закінчує заповнення своєї маршрутної карти, робляться висновки.

Рефлексія за тиждень (семестр).

Прізвище, ім'я, учня _____ клас _____

1. Мій найбільший успіх за тиждень (семестр) _____
2. Моя найбільша трудність _____
3. Чому я навчився (лася) з математики (відповідної теми) _____
4. Краще всього на уроках математики я вмю _____
5. Основні труднощі у мене були _____
6. Які зміни в мене відбулися в знаннях з математики (відповідної теми): в моїх творчих здібностях(складати задачі, приклади), в умінні опанувати себе (рефлексія) _____

Рефлексія за урок.

- 1) Наскільки я був готовий до уроку? 2) Наскільки легко мені було з'ясувати факти нової теми? 3) Як ретельно я працював над завданням? 4) Як я зрозумів нову тему? 5) Чи допомогли мені знання, набуті на попередньому уроці? 6) Наскільки цікаво мені було на уроці? 7) Чи навчився (лася) я чогось на уроці?

Зазначений підхід дозволяє створити умови для корекції та планування наступної індивідуальної та колективної освітньої діяльності [224, с.117]. Під час опанування нової освітньої області розглянуті етапи діяльності повторюються на новому рівні. Згодом учень зможе планувати свою діяльність на більший відрізок часу та буде вибудовувати образ свого навчання.

Отже, індивідуальна освітня траєкторія значно розширяє право учня на індивідуальний смисл і ціль навчання, вибір темпу, форм і методів вивчення навчального матеріалу. Доцільно враховувати основні етапи організації індивідуальної освітньої траєкторії під час планування і підготовки особистісно орієнтованого уроку алгебри і початків аналізу. В умовах особистісно орієнтованого навчання вимагається реконструкція процесуально-методичної складової навчання.

Відмічають «плюси» (сильні сторони) і «мінуси» (слабкі сторони) традиційного уроку. «Плюси»: 1) організаційна чіткість педагогічного процесу; 2) систематичний характер навчання; 3) ідейно-емоційний вплив особистості вчителя на учня; 4) численність інформації, використання наочності, технічних засобів навчання. «Мінуси»: 1) перевага вербальних методів навчання; 2) фронтальні форми в роботі вчителя, відсутність можливостей для організації самостійної дослідницької діяльності учнів; 3) шаблонна побудова уроку; 4) організація в основному дій репродуктивного характеру, відсутність умов для розвитку творчого потенціалу особистості учня; 5) суб'єктно-об'єктний характер відносин між учнем і вчителем; 6) домінування монологічної форми навчання, за якої активний лише вчитель і пасивний учень, нераціональний розподіл часу на уроці, значну частину якого задіяний лише вчитель [25, с.188].

З метою з'ясування уявлення учнів про сучасний урок, ми провели аналіз анкетування, опитування проведеного серед старшокласників Харківщини, який дозволяє стверджувати, що на перше місце старшокласники поставили високу якість освіти, цікаві уроки; на друге місце учні ставлять можливість розвитку своїх здібностей, можливість проявити себе в навчальній діяльності. Спостереження за процесом навчання в загальноосвітній школі свідчать, що старшокласники йдуть до школи не тільки з метою отримання якісних знань, а й бажають стати співучасниками навчального процесу. Знання не можуть бути засвоєні на фоні негативних емоцій, смисл учіння – в досягненні успіху та інтересу до пізнання. Ось чому виникає необхідність визначення змісту навчання не лише в термінах предмета алгебри і початків аналізу, як це робилося і робиться ще й зараз у традиційному навчанні, а й у термінах розвитку особистісних функцій суб'єктів навчання – учня і вчителя.

Розглянемо структуру традиційного та особистісно орієнтованого уроку. Структура традиційного уроку досить проста, в ній всього чотири етапи: опитування, пояснення, закріплення та домашнє завдання [15, 199]. А в особистісно орієнтованому уроці розрізняють декілька структур: дидактичну, логіко-психологічну, мотиваційну і методичну [25, 238]. З метою опанування педагогічним керуванням пізнавальною діяльністю учнів, адаптації освітнього процесу до особистісних особливостей учнів та їх перетворення на суб'єктів навчальної діяльності виділяють відповідні частини та етапи особистісно орієнтованого уроку [201, 237]: вступна частина (етап мотиваційно-організаційний); основна частина (етап ціннісно-цільового орієнтування, етап забезпечення (проектувально-діагностичний), етап формування основ навчальної діяльності); заключна частина (

етап оціночно-результативний, етап підбивання підсумків уроку). Особливості підготовки і проведення особистісно орієнтованого уроку алгебри і початків аналізу та створення ситуації вибору на уроці більш детально описано в публікаціях [119, 118, 113].

Ситуація вибору на уроці моделюється і будується вчителем. Виділимо етапи по організації ситуації вибору: 1) формулювання цілі (задач) застосування ситуації вибору на уроці; 2) визначення етапів уроку, на якому доцільно створювати ту чи іншу ситуацію вибору; 3) виявлення конкретного змісту навчального матеріалу, під час вивчення якого слід застосовувати ситуацію вибору; 4) розроблення певної кількості варіантів завдань, що необхідні для здійснення ситуації вибору; 5) попередній аналіз кожної навчальної задачі для з'ясування відповідності розроблених завдань можливостям учнів (враховуються: пізнавальні інтереси і потреби учнів; наявність в них опорних знань і вмінь; розвиток творчих здібностей учнів; сформованість в класі навичок індивідуальної та групової навчальної діяльності); 6) розв'язання вчителем вибраних завдань всіма можливими способами; 7) осмислення окремих аспектів ефективного використання ситуації вибору на уроці (підбір методів і прийомів стимулювання учнів до здійснення вибору; визначення конкретних форм виконання навчальних завдань; визначення ступеня свободи дій учнів в даній ситуації; розроблення критеріїв та способів аналізу і оцінки результатів розв'язання навчальних задач); 8) визначення в ході уроку оптимального моменту для створення ситуації вибору; 9) аналіз та оцінка ефективності використання ситуації вибору.

Таким чином, сучасна методична система навчання алгебри і початків аналізу повинна спиратися на ідею діяльнісного, особистісно орієнтованого та компетентісного підходів до навчання.

Профільне навчання передбачає реалізацію таких цілей: забезпечення поглибленого вивчення окремих (профільних) дисциплін програми загальної середньої школи; створення умови для значної диференціації змісту навчання старшокласників з широкими можливостями побудови учнями індивідуальної освітньої траєкторії та реалізації всіх її етапів; сприяння встановленню рівного доступу до якісної освіти різним категоріям учнів у відповідності з їх індивідуальними уподобаннями; розширення можливості соціалізації учнів.

Для реалізації індивідуальної освітньої траєкторії доцільно використовувати особистісно орієнтовані уроки алгебри і початків аналізу, які можуть будуватися за такою схемою: мотиваційно-організаційний етап, етап цілісно-цільового орієнтування, проектувально-діагностичний етап, етап формування основ навчальної діяльності, етап оціночно-результативний. Важливою складовою реалізації індивідуальної освітньої траєкторії є контроль та самоконтроль досягнутих результатів навчання.

Для організації навчання алгебри і початків аналізу в умовах профільної та рівневої диференціації, зокрема, створення індивідуальної освітньої траєкторії учня, важливе значення має врахування індивідуальних особливостей учнів.

1.3. Індивідуальні особливості учнів старшої школи і врахування їх в процесі навчання алгебри і початків аналізу

Необхідність врахування в навчальній роботі вікових особливостей учнів обґрунтовано в роботах Я.А Коменського, де було висунуто принцип природодоцільності, згідно з яким навчання повинно відповідати віковим етапам розвитку, все, що підлягає засвоєнню повинно розподілятися згідно ступеням віку так, щоб пропонувалось для вивчення тільки те, що доступно сприйняттю в кожному віці [167, с.329].

Під час навчання відбувається “зіткнення” власного досвіду учня і заданого навчанням соціального досвіду. Взаємодія двох видів досвіду іде шляхом їх узгодження, постійного використання власного досвіду учня, збагачення його соціальним досвідом, тобто відбувається процес пізнання й розвитку особистості.

Старшокласник (період ранньої юності з 14-15 до 17-18 років) вступає в нову соціальну ситуацію розвитку відразу під час переходу з основної школи в старші класи. У ці роки для учнів особливу роль відіграє цілісно-орієнтована діяльність. Старшокласник робить перші спроби щодо самооцінки своєї діяльності, своїх можливостей. Розвивається рефлексія, пізнавальний інтерес до філософських проблем, на уроках математики старшокласники проявляють особливий інтерес до методологічних проблем математики.

Проблемі самореалізації старшокласника приділяли увагу зарубіжні і вітчизняні науковці: Б.Г. Ананьєв [9], І.С. Кон [100], В.Ф.Сафін [189] та ін. Теоретичні проблеми самореалізації особистості висвітлювалися в дослідженнях зарубіжних психологів А.Маслоу [141], К.Роджерса [185], В.Франкла [213]. Для учнів даного віку характерний потяг до автономії, до емоційної та ціннісної самостійності, до незалежності, до самоповаги. Сучасна психологія ставить питання про старшокласників, конкретно, розгалужуючи поведінську автономію (право юнака самостійно розв’язувати питання, що особисто його торкаються), емоційну автономію (потребу мати власні схильності, вибирати незалежно від батьків), моральну і ціннісну автономію (потребу на власні погляди).

У старшокласників дуже проявляється вибіркоче відношення до навчальних предметів. Старшокласники, як правило, починають замислюватися над майбутнім, розмірковують про вибір професії. Визначеність вибору професії та його стійкості розглядаються Л.Р. Гінзбургом [53] як два параметри “визначеності майбутнього”.

Старшокласник як суб’єкт навчальної діяльності в силу специфіки соціальної ситуації розвитку, в якій він знаходиться, характеризується якісно новим змістом цієї діяльності. У юнацькому віці навчання набуває форми спілкування за змістом ціннісної та професійної орієнтації.

Навчальна діяльність учня – це його власна діяльність, об’єктивно спрямована на реалізацію цілей освіти. Суб’єктивна сторона навчальної діяльності характеризується і визначається домінуючим мотивом цієї діяльності. Цим мотивом може бути підготовка до майбутнього дорослого життя, самоствердження в референтній для учня групі, отримання високої оцінки, збереження свого благополуччя в умовах тиску з боку батьків тощо.

Старшокласник підкоряє навчальну діяльність більш важливій меті – майбутній професійній або професійно-орієнтованій діяльності. Старшокласники прагнуть до такої форми самостійної діяльності, яка б стала для них формою самоздійснення. Самоспостереження за своїми діями, актами поведінки створює сприятливі умови для сприйняття процесу формування самостійної навчальної діяльності як

особистого самовдосконалення старшокласника. На формування особистості крім вікових особливостей значно впливають і індивідуальні особливості учня. Ще педагоги минулого надавали значну увагу врахуванню індивідуальних особливостей учнів в навчальному процесі. Я.А. Коменський [167] виділив шість груп та надав рекомендації до навчання кожної групи. Не всі індивідуальні особливості учня належать до розряду психологічних, тому у психології говорять про індивідуально-психологічний підхід. В його межах як найголовніші, базові розглядаються передусім стабільні властивості нервової системи, тобто її психофізіологічні індивідуально-типологічні властивості. У той же час в процесі індивідуально-психологічного підходу враховуються індивідуальні особливості інших якостей особистості – інтересів, інтелектуальних здібностей, характеру, які значною мірою визначаються саме індивідуально-типологічними якостями нервової системи [60].

У кожний момент життєвого шляху розвиток особистості виявляється у певному рівні розвитку та реалізації психічних властивостей, здібностей. С.Л. Рубінштейн [186] підкреслював, що розвиток особистості, на відміну від накопичення досвіду, оволодіння знаннями, уміннями, навичками – це є те, що являє собою розвиток як такий, на відміну від накопичення досвіду [186, с.221]. Інакше кажучи, розвиток здібностей, безпосередньо пов'язаний з діяльністю та поведінкою людини. Тому правомірним є визначення здібностей Б.М. Тепловим як таких індивідуально-психологічних, що мають відношення до успішності виконання певної діяльності. Здібності відрізняють одну людину від іншої та не зводяться до тих знань, умінь, навичок, що є у неї і що особливо важливо – здібності завжди є результатом розвитку [205, с.16]. Критеріями здібностей до навчання є швидкість засвоєння, гнучкість процесів мислення [27].

Спираючись на дослідження С.О. Сисоевої [195], можна назвати такі здібності: проблемне бачення; здібності до висування гіпотез, оригінальних ідей; здатність до виявлення протиріч; уміння аналізувати, інтегрувати інформацію, здатність до міжособистісного спілкування; дивергентність мислення тощо. Дивергентне мислення – це такий тип пошуково-проблемного стилю мислення, який характеризується швидкістю, гнучкістю та оригінальністю [211, с.115]. Дивергентність мислення забезпечує успіх учня в самостійному процесі творчості, який характеризується трьома взаємозумовленими чинниками: 1) учень ставить завдання і вишукує потрібну інформацію; 2) учень розглядає завдання з різних боків; 3) учень доводить почату роботу до логічного завершення. Крім загальних здібностей відрізняють і спеціальні здібності: загальні (забезпечують легкість та продуктивність розумової роботи); спеціальні (здібності до музики, математики).

Загальну характеристику математичних здібностей запропонував В.А. Крутецький [124]. На його думку математичні здібності, це насамперед індивідуально-психологічні особливості (особливості розумової діяльності), які відповідають вимогам навчальної математичної діяльності і зумовлюють при інших однакових умовах успішність творчого оволодіння математикою як навчальним предметом, зокрема відносно швидке, легке і глибоке оволодіння знаннями, уміннями і навичками в галузі математика [124, с.91].

Учні відрізняються за рівнем здібностей, і за їх структурою, а також за потенційними можливостями розвитку здібностей. З розумовими здібностями тісно пов'язана здібність учнів самостійно засвоювати знання, здібність, що передбачає у

них існування інтелектуальних умінь. Інтелектуальні уміння, тобто уміння розумової праці, проявляються в самостійній роботі учнів з навчальним матеріалом. Під умінням розуміється здатність людини виконувати діяльність або дію на основі раніше отриманого досвіду. Зокрема, В.А. Крутецький [125] формулює уміння як успішне виконання деякої дії або діяльності із застосуванням правильних прийомів. Для цілей нашого дослідження доцільно прийняти означення уміння як оволодіння певними прийомами діяльності [91, 125, 131].

Зупинимося на окремих сторонах розумової діяльності старшокласників – увазі, пам'яті, мисленні, уяві. Увага – це форма організації психічної діяльності людини, яка полягає в зосередженні, спрямованості свідомості на певні об'єкти. В психології розрізняють три види уваги: довільну, післядовільну, недовільну.

Для старшокласника характерна переважна роль довільної уваги. Він вже досить легко може зосередити увагу на тому предметі, який йому не подобається. Збільшується розподіл уваги, що дозволяє охопити одночасно декілька явищ. Розвивається здібність переключати увагу або концентрувати її. Старшокласник вже може досить довго займатися одним і тим самим предметом, зовсім не відволікатися. Проте зміна занять як і раніше залишається необхідною умовою збереження працездатності. Старшокласники вже володіють прийомами переключення уваги, можуть самі правильно організувати її. На уроці учень вже може слухати пояснення вчителя та одночасно вести конспект. Проте залежність уваги від емоцій залишається.

Уважність старшокласників значною мірою залежить від наукового і практичного значення того, що вивчається. Тому під час організації особистісно орієнтованого навчання учневі слід вказувати не лише дидактичну функцію, а й значущість діяльності для нього самого, створювати умови для формування позитивного мотиву її виконання. Наприклад, вести конструктивний діалог, включати задачі профільного спрямування.

Наступною динамічною характеристикою учня є пам'ять. Пам'ять – це здатність людини запам'ятовувати, зберігати і відтворювати образи сприймання і відчуття, думки й поняття, рухи і дії, почуття й слова, накопичувати так звані індивідуальний психічний досвід. Пам'ять буває опосередкована, коли не ставиться мета запам'ятати, чи відтворити щось, і довільна, коли така мета є. Залежно від того, що запам'ятовується й відтворюється за змістом, розрізняють образну, словесно-логічну та емоційну пам'ять. Оскільки більшість математичного матеріалу спирається на словесно-логічну пам'ять, то помилок, пов'язаних з пошуком шляху розв'язування, не слід боятися. Учні, які навчаються лише на позитивних прикладах, більш схильні до поспішних висновків, у них менше розвинене критичне мислення. З точки зору філософів, критичне мислення – це уміння логічно мислити та аргументувати [207], з точки зору психології критичне мислення – це таке мислення, яке має наступні характеристики: глибина, самостійність, гнучкість.

З точки зору педагогічної теорії розвивального навчання, критичне мислення має наступні ознаки: аналітичність, асоціативність, самостійність, логічність, системність. З точки зору методики навчання критичне мислення розуміється, як здібність до оціночних суджень, уміння правильно оцінити процес і результат власної творчої діяльності та діяльності інших, уміння знаходити власні помилки, їх причини і причини невдач [200].

В ранньому юнацькому віці для правильного розумового розвитку людини варто збуджувати у неї прагнення до самостійного розвитку своєї пам'яті, оскільки в цьому віці в учнів виникає прагнення керувати своєю пам'яттю, підвищувати її продуктивність. Старшокласники самі високо оцінюють таке засвоєння матеріалу, під час якого розуміється те, що має запам'ятатися, вони вміло урізноманітнюють повторення матеріалу, який треба запам'ятати, користуються самоперевіркою. Тісно пов'язаний з пам'яттю та увагою самоконтроль.

Старшокласник здатний виділити в предметі суттєве, розуміє причини того чи іншого явища, самостійно пов'язує окремі часткові випадки в ланцюг закономірних фактів, робить цілком обґрунтовані висновки. Мислення старшокласників відрізняється більш високим рівнем узагальнення та абстрагування, поступово набуваючи теоретичної та практичної спрямованості. Розвитку мислення сприяє самоконтроль. Самостійність мислення в цьому віці необхідна для самоствердження особистості. Різну інформацію старшокласники можуть самостійно звести в загальну систему знань, точно класифікувати часткові і загальні поняття. Проте чимало і таких учнів, які не намагаються самостійно розібратися в матеріалі, не намагаються глибоко зрозуміти той чи інший факт. Для них головна ціль – гарна оцінка. У старшокласників можна відмітити підвищений рівень теоретичного мислення, пізнавальні інтереси стають у них пріоритетними.

Отже, під час організації навчальної діяльності старшокласників доцільно використовувати ті форми і методи, які розвивають самостійність у пошуку знань та їх пізнавальну активність. Наше дослідження також виявило, що більшість старшокласників не задовольняє одноманітність у навчальній діяльності. Старшокласникам слід допомогти знайти власний, індивідуальний стиль і темп роботи, які б дозволили повніше розкритися особливостям особистості, врахували своєрідність темпераменту та характеру. Визначальними якостями учнів в навчальній діяльності, які дозволяють враховувати в процесі навчання індивідуальні особливості учнів є: навченість, яка виявляється в наявності певних систематизованих знань і вмінь оперувати ними; научуваність, тобто здатність до учіння, вона виявляється у гнучкості мислення, умінні використовувати мислительні операції (узагальнення, порівняння, конкретизацію, абстрагування тощо) відповідно до вимог певної задачі.

Різноманітне поєднання індивідуальних особливостей по-різному впливає на самостійність виконання поставлених завдань і вимагає організації профільної та рівневої диференціації навчання.

Нагадаємо, що проблема профільної диференціації навчання в психолого-педагогічній та методичній літературі розглядається як створення за певними ознаками відносно стабільних спеціальних груп (класів), у яких зміст освіти, навчальні вимоги до учнів розрізняються. Для здійснення профільної диференціації враховуються інтереси, нахили, здібності, професійна орієнтація тощо.

Аналіз досліджень з проблеми реалізації рівневої і профільної диференціації дозволяє виділити умови ефективності їх реалізації: 1) зміст навчальної діяльності має створювати передумови для подальшого розвитку здібностей учнів, підтримувати постійний інтерес до предмету, підвищувати результативність навчання; 2) забезпечення поглибленого вивчення окремих дисциплін програми загальної середньої школи; 3) сприяння рівному доступу до якісної освіти різними категоріями учнів у відповідності з їх індивідуальними уподобаннями [42, 146].

Для реалізації рівневої диференціації доцільно учнів класу розподіляти на групи. Науковці виділяють такі підстави для розподілення учнів на групи: тип аналітико-синтетичної діяльності, темп оволодіння навчальним матеріалом, рівень пізнавальної активності, рівень наукованості та навченості, зміст навчального матеріалу. Виходячи зі специфіки і особливої складності алгебри і початків аналізу, провідними ознаками для створення груп ми обрали навченість та наукованість.

Так, І.М. Чередов [227] ділить учнів у відповідності з їх навчальними можливостями на чотири групи. Перша група – учні з високими навчальними можливостями, що засвоюють матеріал швидко. Ці учні відрізняються високою самостійністю, умінням орієнтуватися в потоці наукової інформації, здобувати знання з різних джерел, їх систематизувати. Такі учні працюють на творчому рівні пізнавальної самостійності і не потребують постійного контролю з боку вчителя.

Друга група – учні з високими навчальними можливостями. Вони мають міцні знання, володіють навичками самостійної роботи, у них розвинуті такі розумові операції, як аналіз, синтез, узагальнення. На відміну від учнів першої групи вони потребують контролю за їх навчальними діями з боку вчителя, бо повільно засвоюють навчальний матеріал.

Третя група – учні зі середніми навчальними можливостями. Одні з них, мають високу навченість, але в той же час недостатньо працездатні, не вміють визначити мету власної навчальної діяльності. Інші відрізняються несформованістю розумових операцій. Як одні, так і інші потребують постійної допомоги та контролю з боку вчителя.

Четверта група – учні з низькими навчальними можливостями. Їх характеризує низька навченість або низька працездатність. У значній мірі причиною цього є нерозвиненість розумових операцій, відсутність пізнавальних інтересів, несформованість навичок навчальної діяльності. Ця група учнів потребує постійної допомоги та підтримки вчителя, постійного контролю за їх діяльністю.

Наявність чотирьох груп учнів вимагає диференціації їхньої навчально-дослідної діяльності, в кожному класі присутні такі групи, тому перед вчителем постає проблема: як організувати навчальну роботу так, щоб вона активізувала кожного учня, щоб учень сприймав навчальний процес як радість самореалізації.

Враховуючи індивідуальні особливості старшокласників, доцільно клас розділити на декілька гетерогенних груп по 4-5 учнів. Формування груп починається з призначення в кожену групу консультанта. Його обирає вчитель із числа тих, хто навчається на високому рівні навчальних досягнень (за класифікацією запропонованою І.М. Чередовим, учень, що належать до I групи), комунікабельний, справедливий і т. ін. Решту учнів учитель умовно поділяє на три групи з достатнім, середнім і початковим рівнем навченості (відповідно II, III, IV групи). Останнім (з початковим рівнем навченості) він пропонує самостійно але рівномірно записатися у групи до одного з консультантів. Наступним саме здійснюють учні з середнім, а потім з достатнім рівнем навченості. Сформовані таким чином групи психологічно сумісні, учні комфортно почувають себе. Тим самим забезпечується один із принципів навчання математики, зокрема алгебри і початків аналізу – принцип гуманізації. Протягом вивчення теми кожен учень має право на консультацію у свого консультанта.

Також доцільно активно залучати учнів до роботи в парах змінного складу. З цією метою вчитель спочатку проводить консультацію і відповідає на всі питання,

що виникли у учнів, під час вивчення певної теми. Потім, підготувавши необхідні записи і малюнки, учні за бажанням відповідають кожний на своє питання.

Вичерпна відповідь біля дошки дає учневі право приймати міні-залік по даному питанню. Таким чином, всі учні класу стають або помічниками вчителя, або тими учнями, що здають певний матеріал. Тобто організується робота в парах змінного складу. Для того, щоб учні навчилися працювати в парі, вчитель перед всім класом демонструє, що потрібно робити в парі. Спочатку вчитель ставить питання учню-партнеру. Наприклад, якого типу рівняння, які способи розв'язування він буде застосовувати, до чого приведе даний спосіб розв'язування? Потім ролі змінюються і вчитель стає "учнем" та відповідає на поставлені запитання, пояснює чому рівняння розв'язується саме так.

Учень, який знає, як розв'язувати завдання, веде себе як вчитель, задаючи іншому учню питання. Наприклад, під час розв'язування тригонометричних рівнянь можуть бути такі питання, спрямовані на складання плану розв'язування завдання: 1) на що в першу чергу звертаємо увагу під час розв'язування тригонометричного рівняння; 2) якщо вдалося звести до одного аргументу, яким буде наш наступний крок; 3) якщо до одного аргументу вдалося звести, а до однієї функції ні, тоді яким способом будемо розв'язувати тригонометричне рівняння; 4) що ми робимо у випадку, коли не вдається звести всі тригонометричні функції до одного аргументу, ні звести всі тригонометричні вирази до однієї функції?

Отже, переваги колективного взаємонавчання полягають в тому, що: в процесі взаємного спілкування включається пам'ять, іде актуалізація попереднього досвіду і знань; кожен учень відчуває себе розкуто, працює в індивідуальному темпі; відпадає необхідність у стримуванні темпу занять; формується адекватна самооцінка особистості, своїх можливостей та здібностей; обговорення однієї інформації з декількома змінними партнерами збільшує число асоціативних зв'язків, а тому забезпечує краще засвоєння.

Врахування індивідуальних особливостей учнів дозволяє вчителю організувати навчальну діяльність в умовах профільної і рівневої диференціації так, щоб в процесі її реалізації учням надавалась можливість вибору темпу навчання та способів розв'язування завдань із багатьох запропонованих учителем. Вибір, який здійснює учень самостійно, одночасно розвиває у нього самосвідомість, відповідальність, цілеспрямованість, стимулює оптимістичне ставлення до власних можливостей та підтримує інтерес до алгебри і початків аналізу в цілому. Крім того, такий вибір одного зі способів розв'язання сприяє засвоєнню інформації про інші способи, які натепер уже не нав'язуються вчителем. Адже задля того, щоб прийняти правильне рішення, треба бути обізнаним із різними способами розв'язання, вміти їх порівняти, виділити найкращі характеристики, здійснити самооцінювання та виконати правильно завдання.

Слід зазначити, що добрим стимулом для розв'язування учнями тих чи інших завдань є наявність відповідних орієнтирів і поступовий перехід від простих завдань до найскладніших. Можна скільки завгодно говорити про використання творчих завдань, застосування евристичних прийомів, але якщо в учнів немає відповідної бази, то між реальними знаннями і бажанням утворюється прірва, яку учні не в змозі подолати, а тому уникають виконання завдань у будь-якій спосіб. Однієї мети (від А до В) можна досягти різними способами, але не завжди наперед відомо, який з них – кращий (рис.1.1 чи рис.1.2). Особливо це стосується класів, у яких курс алгебри і

початків аналізу вивчається на академічному рівні.

SHAPE * MERGEFORMAT

Рис. 1.1 Досягнення мети I способом Рис.1.2 Досягнення мети II способом

Таким чином, врахування індивідуальних особливостей учнів старшої школи (за рахунок групової форми навчання, роботи в парах) дозволяє організувати процес навчання алгебри і початків аналізу в умовах профільної та рівневої диференціації так, що учні активно стимулюються до самовираження, самоактуалізації, рефлексії, самостійного навчання.

Врахування вікових та індивідуальних особливостей учнів дозволяє проводити відповідну роботу по створенню індивідуальної освітньої траєкторії учня в процесі організації навчання алгебри і початків аналізу в умовах рівневої і профільної диференціації навчання.

1.4. Дворівневий підручник як засіб реалізації профільної та рівневої диференціації навчання

1.4.1. Підручник був і залишається головним засобом навчання будь-якому предмету. Підручник це книга, в якій міститься систематичний навчальний матеріал, необхідний для організації освітнього процесу певного навчального курсу.

В різні роки розробкою теорії підручника займалися В.П. Беспалько [22], І.Я. Лернер [92], Д.Д. Зуєв [85], зокрема, розглядали проблему дидактичних функцій підручника. Загальні проблеми, пов'язані з проектуванням нових навчальних матеріалів та методичних систем досліджувались в роботах В.Г. Бевз [17], М.І. Бурди [43], Я.С. Бродського [32], Є.П. Неліна [160], З.І. Слєпкань [199], Т.М. Хмари [220–221], В.О. Швеця [228] та ін.

Досить довго навчальна книга використовувалась вчителем для викладання, а не учнями для учіння і лише Я.А. Коменський [167] описав принципово нову методику навчання з використанням підручника, яку назвав «Дидахографія». Розроблена ним дидахографія допускала комбіноване управління пізнавальною діяльністю учня безпосередньо вчителем і опосередковано за допомогою підручника. Я.А.

Коменський головними принципами створення підручника висував систематичність та наочність викладу. В підручниках послідовників

Я.А. Коменського викладався деякий обсяг інформації, але організації пізнавальної діяльності учня по засвоєнню цієї інформації не приділялась достатня увага. І лише в XIX ст. К.Д.Ушинський [210] довів, що в навчанні діють більш складні психологічні механізми формування знань і умінь, він підкреслював, що за допомогою підручника повинна не тільки повідомлятися певна інформація, але й організовуватися діяльність із засвоєння за допомогою спеціальних вправ.

Значний вплив на розвиток шкільної алгебри в усьому світі мали підручники з алгебри Л. Ейлера. Найпоширенішими в радянській і зокрема, українській школі були підручники з алгебри А.П. Кисельова [94]. Для розвитку сучасного шкільного курсу математики, зокрема алгебри і початків аналізу багато зробив А.М. Колмогоров [97], який був одним із авторів реформи математичної освіти 70-х років XX сторіччя.

Слід відмітити, що підручники з математики, розроблені в процесі цієї реформи, які використовувалися в школах України, спиралися на дослідження

Ж. Піаже [170], який установив, що кожному типу фундаментальних математичних структур відповідає певний тип розумової діяльності. Математичне мислення, на його думку, і є комбінація відповідних структур. В даному контексті умовою розвитку математичного мислення вважалось навчання учнів курсу математики, побудованому на абстрактних поняттях, до яких відносили елементи теорії множин та математичної логіки. Це положення і було покладено в основу створення нового покоління шкільних підручників математики 1970-х р. р. Їх використання виявило значні труднощі в реалізації такого підходу, що привело до відмови від них.

Як показує аналіз шкільних підручників, донедавна підручник був зорієнтований переважно на інформаційну і відтворюючу функції. Л.О. Цветков писав, що підручник – це книга призначена передусім для відтворення і закріплення знань, набутих у класі [225, с.186]. Такий підхід до функцій підручника цілком відповідав часу, коли вчитель передавав «готові» знання, а учні їх засвоювали. В таких підручниках недостатньо представлено матеріал, який забезпечує участь учня в навчальній діяльності по засвоєнню матеріалу теми.

Як слушно підкреслювала З.І. Слєпкань, проблема створення шкільного підручника в умовах особистісно орієнтованої математичної освіти вимагає такої його побудови, за якої учень зміг би самостійно обрати рівень засвоєння навчального матеріалу і режим просування в навчанні відповідно до своїх потреб і можливостей [201, с.13]. У контексті особистісного спрямування навчального процесу, слід відмітити розуміння підручника в роботах І.Я. Лернера [92], А.В. Хуторського [224]. І.Я. Лернер визначає підручник як стратегічну і тактичну (методичну) модель процесу навчання; виступаючи стратегічною моделлю навчального процесу, підручник відображає зміст конкретної навчальної дисципліни, що підлягає засвоєнню. А.В. Хуторський [224, с.97] трактує поняття підручник наступним чином, підручник – книга або інший носій інформації, в якому міститься систематичний навчальний матеріал, необхідний для організації освіти з певного навчального курсу.

В.П. Беспалько [22] розуміє підручник як комплексну інформаційну модель, що відображає чотири елемента педагогічної системи – цілі навчання, зміст навчання, дидактичні процеси, певні організаційні форми навчання.

Аналіз існуючих означень свідчить про те, що, по-перше, відсутнє єдине розуміння того, що є шкільний підручник, і, по-друге, різні означення підручника задають різні його функції і по-різному розкривають його роль в навчальному процесі. Для цілей нашого дослідження ми розглядаємо підручник математики як книгу, в якій викладено основи знань і способів діяльності відповідно до цілей навчання, визначених програмою [199, с.93].

Нове соціальне замовлення на зміст шкільної освіти потребує певних змін в структурі та змісту підручників математики, які повинні бути зорієнтовані на реалізацію профільної диференціації. М.І. Бурда виділяє низку вимог, яким на сучасному етапі повинен відповідати підручник з математики [43]. 1) Математичні знання, які дає сучасний підручник, мають бути достатніми для продовження освіти або кваліфікаційної праці. Він має реалізувати особистісно орієнтовану модель навчання. Його зміст центрується на особистості учня – навчання орієнтоване як на власне математичну освіту, так і на освіту за допомогою математики. 2) Оскільки, знати математику – це вміти її застосовувати (розв'язувати задачі, користуватися

математичною мовою, доводити твердження, критично аналізувати свої міркування), то навчальний матеріал повинен містити загальні схеми розв'язування задач, загальні підходи до моделювання прикладних ситуацій, відомості про суть задачі, її склад і структуру. Підручник має містити алгоритми і евристики, якими визначається процес переходу від вихідних даних до шуканого результату, а також завдання на самостійні пошуки алгоритмів і евристик шляхом узагальнення розв'язань певних груп задач. 3) Задачний матеріал підручника має бути не лише диференційованим за складністю, а й мінімізованим. 4) Підручник повинен містити варіативну частину змісту, орієнтовану на основні профілі навчання. Вона повинна доповнювати основний текст підручника з урахуванням змісту профілюючого предмету. 5) Зміст сучасного підручника, на відміну від традиційного, має бути трикомпонентним і включати в себе: власне математичний зміст, опис способів діяльності з цим змістом (вказівки, схеми, зразки розв'язування типових задач), відображення зв'язків математики з практикою та іншими предметами.

Традиційно вимоги до підручника формуються достатньо чітко: відповідність програмі, науковість та доступність, практична та прикладна направленість, розвиток пізнавальної самостійності, контроль і самоконтроль, стиль викладу.

Обов'язкова вимога до наукової системи підручника – математична коректність викладу теоретичного матеріалу, відповідність трактовки понять, термінології і символіки традиціям, прийнятим у математичній науці і школі. Вимога до методичного апарату підручника – забезпечення належного розвитку змістових ліній, відповідність методичній доцільності викладу теоретичного матеріалу і системи вправ та задач, рівня реалізації внутрішньопредметних і міжпредметних зв'язків, наявності умов для організації самостійної роботи учнів. Отже, підручник з математики повинен відповідати наступним вимогам: сприяти формуванню наукового світогляду, розвитку логічного мислення; давати систематичний, науково обґрунтований, доступний для учнів даного віку виклад основних теоретичних знань з математики; мати достатню кількість різноманітних задач і вправ, розміщених у доцільній з методичної точки зору послідовності.

В сучасних умовах роль підручника не знижується, а навпаки зростає, оскільки обсяг інформації, яку отримує учень, постійно зростає і йому важче в цьому потоці виділити головне. Велика роль підручника не тільки як джерела знань, а й засобу, що стимулює пізнавальний інтерес, самостійне пізнання. Суттєві зміни в розумінні проблеми шкільного підручника забезпечили дослідження його функціонального призначення. Якщо до 70-х р. р. ХХ ст. підручники, як правило, виконували дві дидактичні функції: закріплення одержаних на уроці знань та їх відпрацювання під час використання підручника вдома, то в роботах останніх років відмічається тенденція розширення спектра функцій підручника (Д.Д. Зуєв [85], В.П. Беспалько [22] та ін.). В.П. Беспалько [22, с.37] виділяє такі функції сучасного підручника: відображення широкої наукової картини світу, орієнтація на фундаментальні знання, організаційна роль теорії (узагальнень по відношенню до фактів), стимулювання учнів до самостійного отримання знань, диференційований підхід (виділення в підручнику текстів 2-3 планів), проблемний підхід, баланс науковості та доступності. Д.Д. Зуєв [85] зазначає, що підручнику мають бути притаманні такі функції: інформаційна, трансформаційна, систематизуюча, закріплення й самоконтролю, інтегруюча, координуюча, розвивально-виховна. Перелічені функції становлять систему ієрархічно взаємопов'язаних властивостей підручника, що не втратили

свого значення і мають бути притаманні сучасному підручнику. В роботах А.І. Архіпової [10], В.А. Далінгера [64], В.П. Максаковського [139] аналізуються такі функції підручника: інформаційна, пов'язана із суттю підручника як носія змісту освіти; функція управління; функція стимулювання, що визначає значення підручника в зміцненні мотивації учнів, підвищенні їх зацікавленості матеріалом та можливостями його застосування; функція закріплення результатів, необхідних для забезпечення міцного засвоєння знань і умінь, що досягається за допомогою вправ, систематизації, організації контролю і самоконтролю; функція координації, що передбачає встановлення в підручнику міжпредметних зв'язків.

Підсумовуючи вище викладене відзначимо, що сучасний підручник повинен виконувати такі функції: інформативну, управлінську, розвивальну, комунікативну, контролюючу, виховну, функцію диференціації навчання, функцію індивідуалізації навчання. Охарактеризуємо більш детально виділені функції.

Інформативна функція. Підручник – це не тільки джерело готових знань, що належить запам'ятати, а й понад усе джерело пізнавальних задач і проблем, які потрібно вміти розв'язувати.

Управлінська функція. На думку І.Я. Лернера [92], функція організації навчально-пізнавальної діяльності – це головна, первинна функція підручника. Поряд з інформаційно-пояснювальною необхідно використовувати проблемну форму викладання матеріалу (описати основну проблемну ситуацію, виділити головне, сформулювати найбільш важливі питання, показати зразки міркувань).

Розвивальна функція. Підручник в якості навчальної книги повинен сприяти розвиткові психічних можливостей учнів, їх інтелектуальних здібностей, мотиваційній сфері, особистісних якостей, системі ціннісних відношень і т.д.

Комунікативна функція. Досить часто в підручниках знання даються в готовому вигляді без врахування особливостей його сприйняття та відтворення в свідомості учня. Ігнорування комунікативної функції призводить до того, що учень засвоює текст поверхово, але нові підходи до навчання висувають нові вимоги до підручника: проблемність, діалогічність.

Контролююча функція. Засоби підручника повинні надавати можливість здійснювати контроль і самоконтроль учня за допомогою запитань, що наведені в підручнику, різного виду завдань.

Виховна функція. Особливе значення під час реалізації виховної функції підручника відіграє гуманізація його змісту і форм пред'явлення навчального матеріалу.

Функція диференціації навчання. Засоби підручника повинні надавати можливість здійснювати диференціацію навчання в залежності від рівня підготовки учнів, характеру навчальної мотивації за рахунок виділення різних видів тексту, завдань різного рівня складності, різних форм контролю знань і т.д.

Функція індивідуалізації навчання. Як зазначає І.Е. Унт [208], під час традиційного навчання врахування індивідуальних особливостей учнів здійснюється в кращому випадку в найпростішій формі – складанні вчителем індивідуальних навчальних завдань. В сучасній школі, на думку І.С. Якиманської [236], виникає питання про розробку індивідуальної траєкторії психічного розвитку дитини на основі врахування його індивідуального «пізнавального профілю» (своєрідності типу мислення, способів навчальної роботи, пізнавальних уподобань).

Індивідуалізація навчання не зводиться до виділення навчального матеріалу з різним

рівнем складності, вона передбачає діагностику причин помилок учнів та їх кореляцію. Реалізація функції індивідуалізації засобами підручника вимагає змін самої конструкції підручника, який повинен бути діалогічним із збільшенням питомої ваги проблемних прийомів.

У контексті реформування шкільної освіти і побудови особистісно орієнтованої системи навчання та забезпечення такого важливого результату навчання як сформованість особистісного змістового досвіду створюються реальні передумови для впровадження такої моделі підручника з математики, яка б сприяла формуванню математичної культури кожного учня незалежно від рівня його математичних здібностей та проектованої професії. Як слушно зауважує М.І. Бурда [43], гуманістична орієнтація змісту передбачає реалізацію методичною системою навчання і, зокрема підручником, основних функцій математичної освіти: власне математична освіта; освіта за допомогою математики; спеціалізуюча – як елемент професійної підготовки. Традиційно домінувала перша функція – власне математична освіта. Проте нова соціально-економічна ситуація потребує перегляду значимості вказаних функцій. Математичні знання, які не використовуватимуться у професійній діяльності випускниками шкіл будуть забуті. Залишається лише математичний розвиток, вироблений стиль мислення, тому більшу увагу треба приділяти другій функції (освіта за допомогою математики).

Дослідження М.І. Бурди [43], Д.Л. Зуєва [85], Т.М. Хмари [221], А.В. Хуторського [224] показали, що в навчанні підручник виконує дві основні функції: 1) є джерелом навчальної інформації; 2) є засобом навчання, за допомогою якого здійснюється організація освітнього процесу. Зазначені дослідження переконують у необхідності репрезентації в підручнику не лише відповідних предметних знань, а й способів діяльності, спрямованих на їх засвоєння, тобто мова йде, про те щоб засобами підручника посилити його процесуальну спрямованість. Процес навчання повинен спиратися на природну пошукову активність учня.

Розглядаючи підручник, як засіб навчання (а процес навчання – це процес двосторонньої взаємодії вчителя та учня), будемо також розглядати функції підручника, виділяючи дві групи їх: пов'язані із взаємодією з ним вчителя і функції підручника, пов'язані із взаємодією з ним учнів.

Функції, що орієнтовані на вчителя: 1) нормативна функція (відбір предметного змісту у відповідності з навчальною програмою); 2) функція структуризації програмового матеріалу (необхідність цієї функції в тім, що підручник повинен, в тому числі і через зміст, формувати у свідомості учнів певні алгоритми діяльності); 3) функція носія змісту видів діяльності, які повинні бути сформовані в учнів (обумовлено ведучою роллю підручника серед інших засобів навчання); 4) функція проектування системної організації навчальної діяльності учнів (обумовлено тим, що підручнику недостатньо бути тільки носієм змісту видів діяльності, він повинен ще організовувати роботу з цим змістом, в процесі надаючи вчителю і учню можливість вибору варіативних способів роботи з різними компонентами підручника); 5) функція по відбору додаткових, в тому числі позашкільних джерел інформації для роботи учнів – в контексті особистісно орієнтованого навчання підручник повинен орієнтувати учня на роботу з позашкільними джерелами інформації.

Функції, що орієнтовані на учня: 1) інформаційна функція – повідомлення предметного змісту; 2) мотиваційна функція – стимуляція пізнавальної активності

учнів; 3) розвивальна функція – навчання учнів способом навчальної діяльності, формування здатності перенесення умінь і навичок для самостійного розв'язування нестандартних пізнавальних проблем; 4) функція самоосвіти – формування умінь самостійно набувати знання; 5) функція по закріпленню матеріалу і самоконтролю – формування в учнів адекватної оцінки рівня сформованості власних знань і умінь.

Окремі аспекти даної проблеми були предметом спеціального вивчення ряду вчених, зокрема: розглянуто через призму психолого-педагогічних закономірностей ті фактори, які впливають на формування змісту шкільної математики і забезпечують гуманістичну його орієнтацію (М.І. Бурда [43]), виокремлено як необхідну ознаку якісного підручника його технологічність, яка реалізується через мотиваційний та процесуальний компонент (О.Я. Савченко [187]), розроблено класифікації завдань і вправ за різними ознаками (Д.Д. Зуєв [85], І.Я. Лернер [92], С. А. Раков [181], В.О. Швець [228] та ін.).

Центральне місце в даній проблемі посідає питання: для кого створений підручник – для вчителя чи для учнів? Традиційний підручник написаний головним чином для вчителя. Тобто вчить вчитель, а підручник є засобом методичної підтримки процесу викладання. Учень більш або менш регулярно звертається до підручника за вказівкою вчителя як засобу інформаційної підтримки процесу учіння. Слід відмітити, що функції підручника в якості стратегічної і тактичної моделі свідчать про призначення підручника і для вчителя, і для учнів. Для вчителя підручник є керівництвом до організації навчального процесу, для учнів підручник – джерело, зміст та інструмент засвоєння навчального матеріалу. Крім того, одне з важливих призначень шкільного підручника – продемонструвати учню засобами навчального тексту способи організації самоосвіти.

Анкетування, проведене в школах міста Харкова та Луцька показало, що учні хотіли б бачити в сучасному підручнику відображення таких положень: 1) підручник має бути зрозумілим, щоб його було цікаво читати (75%); 2) наявність в підручнику історичних довідок, матеріалу, пов'язаного з життям (23%); 3) ілюстративність, щоб головні факти були виділені (42%); 4) можливість самостійно розібратися з матеріалом, якщо виникають труднощі під час виконання завдання (52%); 5) наявність алгоритмів та правил виконання завдань (47%); б) наявність у підручнику додаткового матеріалу, за яким можна готуватися до зовнішнього незалежного оцінювання (70%). Вчителі відмітили, що удосконалення традиційних підручників можливе за рахунок наявності у підручнику таких положень: наявності додаткового теоретичного матеріалу (45%), наявності достатньої кількості різнорівневих вправ (65%), наявності творчих завдань і питань (67%). Отже, удосконалення традиційних підручників можливе за рахунок заміни в них інформативно-теоретичних завдань і питань на творчі і продуктивні.

Аналіз результатів опитування (див. додаток 3.1) показав, що високу оцінку отримують підручники, в яких науковість змісту матеріалу поєднується із його доступністю, коли учень немовби бере участь в діалозі з автором, коли співставляються різні точки зору; підручники, які містять як основний матеріал так і додатковий з кожної теми, що надає можливість учню вибудовувати зміст навчання математики, залежно від його потреб. Тобто підручник з математики повинен організовувати не тільки діяльність по вивченню цього предмета, але й власне пізнавальну діяльність. Сучасний підручник – це понад усе інструмент організації навчальної діяльності учнів. Підручник повинен бути зорієнтованим на організацію

поетапного засвоєння знань і надавати методичні можливості побудови різних варіантів уроків для вчителів, що мають різну кваліфікацію.

В останні два-три десятиріччя ми можемо констатувати помітні зміни уявлень про призначення шкільного підручника. Аналіз досліджень в цій галузі дозволяють говорити про сучасний підручник, що є носієм певної множини базових функцій, які і перетворюють деяку книгу в підручник. Принципово важливим є те, що в підручнику всі ці функції реалізуються одночасно, тобто сучасний підручник розглядається як багатофункціональна система (Д.Д. Зуєв [85], І.Я. Лернер [92]).

В.О. Далінгер [64] вважає, що для всіх підручників з предметів природничо-наукового циклу необхідно прийняти систему викладу «на трьох рівнях» (виділення в підручнику абсолютно обов'язкового, обов'язкового і необов'язкового матеріалу), що буде сприяти розв'язуванню проблеми розвантаження підручника. Перший рівень – найбільш важливі означення і найголовніше в темі, без чого розуміння останнього матеріалу неможливе, другий рівень – основний за об'ємом матеріал, обов'язковий (у сукупності з першим рівнем) для всіх учнів; третій рівень – додатковий матеріал, на даному етапі навчання для всіх не обов'язковий, але такий, що допомагає краще розуміти основні закономірності або розширює світогляд учня.

На наш погляд, підручник повинен являти собою системно-організоване, комплексне, інтерактивне середовище. Це передбачає продуманий, ефективний розподіл інформаційного навантаження між різними компонентами підручника, їх взаємозв'язок, необхідність активного звернення до різних компонентів підручника для засвоєння основного змісту одночасно із можливістю реалізації індивідуального підходу в навчанні. Сучасний підручник повинен бути забезпечений таким апаратом, який дозволяє вчителю організовувати різноманітні види діяльності учнів, в одному випадку учень може просто переказати матеріал, що прочитав, в іншому – стати активним учасником в рольовій грі.

В останні роки з'явилося нове покоління дворівневих підручників алгебри і початків аналізу [1, 2, 7, 14, 153, 156, 233] та геометрії [202, 203], в яких закладено можливості більш ефективної організації навчання математики в сучасних умовах. Як відмічає В.В. Єремін [73], дворівневий підручник створює додаткові можливості не тільки для автора, але й для учнів, які отримують неформальні знання та розширюють свій світогляд, а вчителі можуть вибирати із додаткового матеріалу теми для індивідуальних занять з учнями. В.В. Єремін поділяє дворівневі підручники на два типи: в одному з них додатковий матеріал введено в основний текст, а в іншому – пропонується у вигляді коментарів до нього. Основна задача дворівневого підручника – дати учневі більш повне уявлення про предмет, що вивчається, ніж це передбачено програмою і стандартами [73]. Т.А. Бурмістрова [44] підкреслює, що дворівневі підручники дозволяють реалізувати вимоги двох рівнів стандартів чи програм. Тому, під дворівневим підручником математики, будемо розуміти підручник, який містить матеріал, що дозволяє організувати навчання математики за кожною з програм (чи стандартів) двох рівнів (наприклад, академічний і профільний на Україні або базовий і профільний рівні Росії). Зокрема підручники [1, 2], дозволяють організувати навчання алгебри і початків аналізу на базовому або профільному рівні, а за дворівневими підручниками [7, 14, 153, 156, 233] можна організувати навчання алгебри і початків аналізу на рівні академічному чи профільному.

Таким чином, дворівневі підручники забезпечують навчання учнів на академічному і профільному рівнях, що є особливо важливо в сучасних умовах в зв'язку з переходом в старшій школі до профільного навчання. Те, що в одному підручнику зосереджений матеріал двох рівнів, забезпечує єдність освітнього процесу, можливість переходу учня під час навчання з одного рівня на інший. Крім цього, вчитель має можливість в більшій мірі реалізувати той потенціал і ті можливості, які закладені в цих підручниках.

1.4.2. Одним із важливих аспектів проблеми шкільного підручника є особливість його структури. Структура підручника звичайно розглядається у вигляді набору таких компонентів: 1) тексти; 2) апарат організації засвоєння матеріалу (методичний апарат); 3) ілюстративний матеріал; 4) апарат орієнтування [85 та ін.].

Зупинимося на кожному компоненті підручника більш детально.

Тексти. Виділяються такі види текстів: основний, пояснювальний і додатковий. Основний текст включає базову для оволодіння предметом інформацію. В основному тексті знаходять відображення знання предметної області дисципліни. Пояснювальний текст забезпечує гуманітарну складову підручника, розширює світогляд учня. Додатковий текст розташовується в кінці розділу і пов'язаний з основним текстом системою посилань. Даний текст наводиться для розширення чи поглиблення знань або розвитку інтересу учнів. Наприклад, в підручнику [2] додатковий матеріал виділяється у вигляді спеціальних параграфів, а в підручнику [153] він розташований на блакитному тлі. Такий текст може не бути обов'язковим для засвоєння на певному рівні. В такому випадку учню надається право звертатися до нього на свій розсуд і вивчати його лише за власним бажанням. Відзначимо, що і в основному, і в додатковому тексті доцільно використовувати мовні звороти типу: „спробуємо підібрати...”, „спробуємо використати...”, „нагадаємо...”, „зауважимо...”, „згадаємо...”, які стимулюють учнів до міркувань, висловлення власної думки.

Експериментальні дані свідчать, що значна кількість учнів не володіє вмінням структурування тексту і змісту навчального матеріалу. У 55% учнів робота з підручником полягає в тому, що вони запам'ятовують текст, переказують прочитане, зазираючи в підручник, заучують напам'ять правила, означення, теореми. Для організації роботи з текстом, необхідно навчати учнів структурувати матеріал підручника (більш детально навчання учнів самостійній роботі з підручником розглянуто в розділі 2). Під структуруванням навчального матеріалу розуміють процес виявлення його елементів і встановлення суттєвих зв'язків між ними, тобто створення структурно-функціональної моделі, що відповідає цілям вивчення конкретного матеріалу. Побудова такої моделі тексту і змісту матеріалу дозволяє розглядати один і той же матеріал з різних боків, складати план тексту, виділяти в ньому головне, ставити і відповідати на запитання до різних його частин, фіксувати основні його положення. Невміння працювати над текстом є однією з причин слабого засвоєння матеріалу, фрагментарного уявлення, заучування непов'язаних між собою фактів, тверджень, понять [136].

Апарат організації засвоєння матеріалу (методичний апарат) – підструктура підручника, що призначена направляти та стимулювати розумову діяльність учнів в процесі засвоєння навчального змісту, сприяючи розвиткові пізнавальної активності учнів, формуванню самостійної роботи з навчальним матеріалом.

Апарат організації засвоєння матеріалу включає: заголовки, плани параграфів, питання, вправи, системи практичних завдань, таблиці, відповіді, пам'ятки, вказівки

для самоосвіти, виділення в тексті.

Ілюстративний матеріал – підструктура підручника, що слугує наочною опорою мислення учнів, покликана засобами кольорового або чорно-білого зображення підсилити пізнавальний, естетичний аспект навчального матеріалу, забезпечуючи тим самим успішне засвоєння. Виділяють такі види ілюстративного матеріалу по відношенню до тексту: ведучий (самостійно розкриває зміст матеріалу, замінюючи основний текст); рівнозначний (виступає поряд з основним текстом з метою більш ефективного засвоєння змісту навчального матеріалу); обслуговуючий (призначений доповнювати, контролювати, емоційно підсилювати зміст тексту, сприяючи тим самим більш ефективному його сприйняттю та засвоєнню).

По формі ілюстративний матеріал може бути представлений у вигляді інструктивних та технічних рисунків, схем, планів, діаграм, карт.

Апарат орієнтування – підструктура підручника, що забезпечує організацію уваги учнів під час читання навчальних текстів, в тому числі вступ, передмова (інструктивно-методична), рубрикації та виділення (шрифтові та кольорові), сигнали-символи, покажчики (предметно-тематичні та іменні), бібліографія, колонтитул.

Не можна сказати, що складові апарата абсолютно самостійні і незалежні, вони перетинаються під час забезпечення тих чи інших функцій, тісно взаємопов'язані.

Аналізуючи основну частину підручника, слід розглянути його зміст та структуру. Зміст повинен відповідати науковій концепції дисципліни, відображати відповідну галузь знань, акцентувати увагу на актуальних проблемах.

Ділення на частини повинно бути підпорядковано законам оволодіння інформацією – об'єм кожної з них повинен співвідноситися із можливостями засвоєння та запам'ятовування матеріалу у відносно короткий проміжок часу. Кожний відносно закінчений проблемно-тематичний розділ повинен зображати певну ступінь пізнання дисципліни.

Під час оцінювання змісту підручника доцільно враховувати такі критерії: 1) науковість; 2) системність викладу; 3) доступність; 4) цілісність; 5) повноту.

Перелічені критерії отримують певне наповнення. Так критерій науковості передбачає достовірність і точність викладення фактів. В підручнику повинен бути збалансований матеріал, показано, як отримані знання можуть бути використані на практиці. Системність викладу забезпечується логічною послідовністю, аргументованістю висновків. Критерій доступності передбачає відповідність форми викладу, мови, стилю можливостям сприйняття та засвоєння інформації учнями. В підручнику повинно бути раціональне співвідношення між науковістю та доступністю. Повнота викладу визначається повнотою відображення навчальної програми. Поняття повинні вводитися не для того, щоб завантажити пам'ять учня незрозумілими словами, а для того, щоб допомогти йому розв'язувати практичні питання, конкретні ситуації. В кожному розділі підручника повинні бути виділені ключові поняття.

Зовсім недостатньо перед учнем поставити задачу – розв'яжи, а й треба пояснити, як цього досягти, розкрити технологію виконання, тим самим створити умови для повноцінного розвитку учня. Сучасний підручник повинен надавати можливість організувати роботу учнів по пошуку планів розв'язування задач та з обговорення правильності реалізації цих планів. Важливим моментом в ході розв'язування задачі є вибір орієнтирів пошуку. В процесі навчання такі орієнтири можуть бути знайдені самим учнем як результат його досвіду, а можуть бути

одержані в результаті сумісної діяльності учнів і вчителів на уроці і включені до підручника у вигляді алгоритмів, приписів алгоритмічного типу. Зокрема, до підручника [153] включено матеріал, що показує застосування орієнтовних основ до розв'язування завдань у вигляді приписів алгоритмічного типу.

Враховуючи методичні рекомендації Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України щодо здійснення експертизи рукописів підручників, поданих на Всеукраїнській конкурс рукописів підручників для учнів 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів та рекомендації конференції [217], під час аналізу підручників з алгебри і початків аналізу слід враховувати такі критерії: 1) особливості предметного змісту підручника: наявність змістового матеріалу, який забезпечує підвищений рівень математичної підготовки; наявність культурологічної складової; 2) чи орієнтований даний підручник на формування узагальнення знань, розумових операцій, загально навчальних умінь; 3) дидактичні особливості підручника: система завдань і її характер (репродуктивний, продуктивний); врахування індивідуальних особливостей учнів; різноманітність видів і форм навчальних завдань; 4) методичні підходи до викладу матеріалу; наявність засобів, які забезпечують мотивацію до навчання; науковість викладу; доступність викладу.

За цими критеріями ми проаналізували дворівневі підручники [1, 2, 7, 14, 153, 156, 233] та підручники [3, 4, 231]. Результати аналізу наведені нижче та в табл. додатку 3.

Для підручника [231] характерний високий науковий рівень. Після кожного параграфа наведено питання, які призначені для самоперевірки засвоєння теоретичного матеріалу, їх можна використати і для контролю знань. Також наприкінці кожного параграфа міститься система вправ з урахуванням рівневої диференціації. Хоча в підручнику містяться завдання більш високої складності, але недостатньо матеріалу, що дозволяє організувати індивідуальну освітню траєкторію учня. Історичне походження термінів присутнє не у всіх розділах. Даному підручнику властиві різноманітний характер завдань, але таких, що вимагають застосування знань на практиці досить мало. Виклад матеріалу в підручнику носить інформативний характер. Слід відмітити, що викладу матеріалу не завжди передують мотивація. Підручник містить цікавий історичний матеріал, що сприяє формуванню уявлення учнів про алгебру і початки аналізу як частину загальної культури людства, також містяться додаткові відомості, що розширюють математичний світогляд учнів.

Підручники [3, 4, 231] спрямовані на оволодіння системою математичних знань, умінь, навичок, які дають уяву про предмет математики, її мову та символіку, формування логічного мислення. Але виклад матеріалу не всіх тем спрямований на зіставлення різних точок зору (в математиці це перш за все зіставлення різних способів розв'язування завдань), не навчає вільному оперуванню знаннями в практичній діяльності, в підручниках відсутні питання, що передбачають створення учнями власних знань та завдань, які сприяють організації дослідницької діяльності. Змістовий матеріал спрямований на профільний рівень, забезпечує підвищений рівень математичної підготовки. Підручники націлені на підготовку учнів до вступу у вищі навчальні заклади. Структура навчального матеріалу сприяє потребам учнів, які користуються підручниками після пояснення вчителя. Структура підручників дає змогу звертатися до матеріалу вивченого раніше. Їм притаманна зрозумілість для учнів визначення головних програмових понять.

Під час викладу теоретичного матеріалу у підручниках постає проблема створення відповідної мотивації навчання, тобто потреб, інтересів, стимулів, які забезпечують активність пізнавальної діяльності учнів, адже однієї лише вказівки на необхідність того чи іншого знання для майбутньої діяльності недостатньо. Більш доцільним було б, якби теми починалися з утворення характерних проблемних ситуацій і рекомендації засобів для їх розв'язування, а не з означених понять, які викладаються індуктивним або дедуктивним способами.

Наприкінці кожного параграфу достатня кількість різнорівневих вправ, завдань, що сприяють розвиткові уяви, вмінню комбінування, перетворення творчих завдань, що дають змогу проявити здібності, але недостатня кількість питань на повторення пройденого матеріалу. Для організації особистісного навчання доцільним є використання досвіду учня, залучення його до конструювання процесу навчання, творчості, формування відповідальності за виконану роботу, врахуванні індивідуальних особливостей учня, акценті на розвиток його здібностей, самостійності, ініціативи. Виклад матеріалу у підручниках ведеться в основному з орієнтацією на відтворення, в ньому відсутні умови, які б спонукали учнів на додаткові пошуки. Науковий рівень визначається послідовно витриманим дедуктивним викладом, що робить науковий рівень підручників достатньо високим.

Задачі всередині одного параграфу класифіковані за ступенями складності та розташовані у порядку її зростання. Передбачені задачі для усної роботи, задачі підвищеної складності, задачі на повторення. Вимоги до задач виражаються в основному словами: «розв'язати», «обчислити», «побудувати», «визначити», «спростити», «записати». Мало задач з вимогою «пояснити», «дослідити», недостатня увага приділяється задачам з прикладним змістом. У всіх розділах підручників представлено історичне походження термінів.

Підручники [3, 4] містять змістовий матеріал, який відповідає вимогам науковості й доступності, діяльнісного підходу особистісної зорієнтованості, опори на попередній досвід учнів, але в підручнику недостатньо питань, що активізують дослідницьку діяльність учнів. Матеріал подано на достатньо науковому рівні, а його систематичність та обґрунтованість робить матеріал доступним. Навчальний матеріал спрямований на розвиток науково-теоретичного мислення учнів, має прикладний характер, чим забезпечуються необхідні зв'язки з життям. Викладу матеріалу, як правило, передують мотивація, розглядаються питання застосування знань на практиці. Даним підручникам властиві диференціація дидактичних завдань за рівнями складності, та велика кількість практичних завдань.

В кінці кожного параграфу міститься велика кількість задач практичного характеру. Задачі класифіковані за ступенями складності та розташовані у порядку їх зростання. Серед запропонованих учням задач представлені задачі різних класифікацій: за їх призначенням – тренувальні та розвивальні, за наявністю алгоритму розв'язання – стандартні та нестандартні, за характером вимог – на доведення, обчислення, дослідження. Але в підручниках [3, 4] не відображені задачі, класифіковані за характером умови задачі – визначені, невизначені та перевизначені. Учні пропонуються задачі визначені. Велика кількість практичних завдань сприяє практичному усвідомленню навчального матеріалу, формуванню в учнів уявлень про властивості математичних об'єктів.

Про підручники [3, 4] можна сказати, як і про попередні – вони недостатньо спрямовані на формування евристичної складової мислення. Підручники з алгебри і

початків аналізу [14, 153, 156] спрямовані на реалізацію основних положень концепції профільного навчання в старшій школі, на організацію особистісно орієнтованого навчання алгебри і початків аналізу. Підручники підготовлено відповідно до діючої програми з алгебри і початків аналізу для 10-11 класів [40].

Система навчального матеріалу підручників [153, 156] з кожної теми представлена на двох рівнях, основний матеріал, який повинні засвоїти учні, структуровано в формі довідкових таблиць на початку параграфа, які містять не тільки систематизацію теоретичного матеріалу підручника, а й систематизацію способів діяльності з цим матеріалом в формі спеціальних орієнтирів з розв'язування завдань. Усі потрібні пояснення і обґрунтування теж містяться в підручнику, але учень може вибирати свій власний рівень ознайомлення з цим обґрунтуванням та будувати індивідуальну освітню траєкторію під час навчання алгебри і початків аналізу. Зміст матеріалу підручника дозволяє організувати обговорення вибору шляху розв'язування завдань, наведених в підручнику, що стимулює учня до власної думки. Результати навчання за цими підручниками показали, що такі діалоги створюють невимушену обстановку на уроці, в якій учні вільно висловлюються, беруть активну участь в обговоренні плану розв'язування завдання, а у випадку неправильної відповіді отримують від вчителя допомогу і підтримку (доцільно обговорювати навіть „тупікові” варіанти розв'язування).

Виклад матеріалу в підручнику має інформативний характер, але деякі теми починаються з проблемного питання. Матеріал подано на високому науковому рівні, а його систематичність та обґрунтованість робить матеріал доступним. Зміст тексту, підбір завдань, рівень формалізації розраховані на учнів відповідного віку.

В підручнику здійснена диференціація змісту не лише на рівні завдань, як це спостерігається в підручниках [231, 147], але, що набагато суттєвіше і на теоретичному. За одним і тим же підручником можна вивчати алгебру і початки аналізу на різних рівнях, що є особливо важливо для організації навчання алгебри і початків аналізу в сучасних умовах. Для ознайомлення з основними ідеями розв'язування задач наводяться приклади, у яких, крім самого розв'язання, міститься також коментар, що допомагає скласти план розв'язання аналогічного завдання. Після кожного параграфа пропонується система запитань і вправ для контролю і самоконтролю учнів. Види завдань, мають дуже різноманітний характер, розвивають в учнів варіативність мислення. В підручнику наведені нетрадиційні способи розв'язання завдань, зокрема, доведення тотожностей за допомогою похідної; значна увага приділяється розв'язанню завдань з параметрами, що носять дослідницький характер. Підручник спрямований на набуття учнями навчальних досягнень, передбачених Стандартом базової і повної середньої освіти та програмами з алгебри і початків аналізу і на підготовку учнів до державної підсумкової атестації, зовнішнього незалежного оцінювання.

Відзначимо, що дворівневі підручники [153, 156] дозволяє провести для учнів явне виділення орієнтовних основ дій, що в свою чергу допомагає організувати роботу учнів по пошуку планів розв'язування завдань. Як відмічає в своєму дослідженні О.Є. Неліна, орієнтовні основи фактично дозволяють учню працювати не в зоні засвоєного, а в зоні „найближчого розвитку”, де за певних умов він може „прорватися” і розв'язати задачу, яку раніше не розв'язував, бо механізм, який дозволяє учню здійснити цей прорив, показаний автором заздалегідь у вигляді явної орієнтовної основи, і саме на відкриття та засвоєння цього механізму спрямовується

навчальна діяльність учнів і вчителя на уроці [163]. Як показали результати роботи за підручниками [153, 156], за рахунок виділення в них загальних орієнтирів роботи з практичними завданнями курсу вдається частину "нестандартних" (з точки зору традиційних підручників) завдань перевести в розряд "стандартних" (наприклад, рівняння, для розв'язування яких доводиться використовувати властивості функцій, чи завдання з параметрами). Для організації особистісно орієнтованого навчання алгебри і початків аналізу за будь-яким підручником важливе значення має вибір учнем індивідуальної освітньої траєкторії, в яку можуть входити як основні загальні об'єкти з відповідної теми, що передбачені програмою, так і індивідуальні. Це вимагає включення до підручника відповідного додаткового матеріалу. Цей додатковий матеріал може опановуватись учнем самостійно чи під керівництвом вчителя під час вивчення алгебри і початків аналізу на академічному рівні, а може використовуватись для систематичного вивчення відповідного поглибленого курсу алгебри і початків аналізу в класах математичного профілю.

В підручниках [1, 2, 3, 4, 7, 14, 147, 153, 156, 232, 233] наприкінці розділу (теми) вміщені узагальнюючі запитання й завдання, які допомагають учням пригадати основні положення теми. Такі запитання мають проблемний характер, привчають порівнювати, встановлювати причинно-наслідкові зв'язки. Наприклад:

- 1) записати формули та проілюструвати на прикладах застосування цих формул;
- 2) пояснити на прикладах, як можна використати властивості функцій до

розв'язування рівнянь; 3) пояснити, як можна розв'язати рівняння за допомогою оцінки лівої і правої частин рівняння; 4) сформулювати план розв'язування нерівностей методом інтервалів. Дворівневі підручники включають пошукові творчі завдання, процес виконання яких спирається на досвід учня. Наприклад: розв'язати рівняння.

EMBED Equation.3 (Досить помітити, що ОДЗ: і перевірити це значення) [153].

Таким чином, структура підручника повинна дозволяти учневі самостійно обирати рівень засвоєння навчального матеріалу для реалізації рівневої та профільної диференціації навчання алгебри і початків аналізу.

1.4.3. Як традиційні так і дворівневі підручники мають спільні риси. Для реалізації профільної і рівневої диференціації можна використовувати різні підручники, але слід відмітити, що в самій структурі дворівневого підручника закладено більше можливостей такої реалізації. Розглянемо більш детально структуру дворівневого підручника алгебри і початків аналізу [153, 156]. Автори цих підручників врахували, що в навчанні підручник виконує дві основні функції: є джерелом навчальної інформації, яке розкриває в доступній для учнів формі передбачений освітніми стандартами зміст; виступає засобом навчання, за допомогою якого здійснюється організація процесу навчання, у тому числі і самоосвіти учнів. Підручники надають можливість кожному учню знаходити своє співвідношення між науковістю матеріалу, що вивчається, і його доступністю. Для цього текст в підручнику поданий у двох видах: основному і додатковому. Як уже відмічалось, основний матеріал, який повинні засвоїти учні, структурований у формі довідкових таблиць на початку параграфа, які містять систематизацію теоретичного матеріалу і способів діяльності з цим матеріалом у формі спеціальних орієнтирів з розв'язування завдань. В першу чергу учні повинні засвоїти матеріал, який міститься в таблицях. Всі необхідні пояснення і обґрунтування наведені в основному тексті підручника, але кожен учень може вибирати свій власний рівень з цими обґрунтуваннями, в залежності від своїх уподобань і можливостей. Можливо, в класі будуть такі учні яким достатньо ознайомитися з матеріалом, що міститься в таблицях, і навпаки, якщо старшокласники планують майбутню професійну діяльність в тих сферах, де математика відіграє роль апарату специфічного засобу для навчання й аналізу закономірностей, реальних явищ і процесів, тоді учні опрацьовують повністю основний текст. У випадку, коли старшокласники планують продовження навчання у вищих навчальних закладах

освіти за спеціальностями або безпосередньо пов'язаними з математикою, або за спеціальностями, де математики відіграє роль апарату для вивчення й аналізу закономірностей реальних явищ і предметів, тоді учні знайомляться із додатковим текстом підручника. Таке структурування матеріалу передбачає, що під час вивчення нового матеріалу на уроці обов'язково буде використано різноманітні форми роботи з відповідними таблицями, рисунками та видами тексту підручника.

Будь-який підручник математики повинен забезпечити ознайомлення учнів з основними математичними поняттями і їх властивостями і забезпечити формування способів дій з цими поняттями. Особливістю підручників, що розглядаються є те, що одним з принципів їх побудови є виділення орієнтовних основ відповідної діяльності учнів по виконанню завдань, алгебри і початків аналізу, безпосередньо в підручнику. У кожному розділі розв'язуванню вправ передують виділення загальних орієнтирів по розв'язуванню таких завдань. Тому важливою складовою роботи із запропонованим підручником є обговорення вибору відповідних орієнтирів і планів розв'язування задач, що сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів. Також в підручнику включений матеріал, який ілюструє застосування запропонованих орієнтовних основ до розв'язування завдань певного типу. Наведені розв'язування завдань структуровані за схемою.

Розв'язання
Як можна записати розв'язання задачі.

Коментар
Як можна міркувати при розв'язуванні такої задачі

Під час такої подачі навчального матеріалу коментар, у якому пояснюється розв'язування не заважає сприйняттю основної ідеї та плану розв'язування завдань певного типу. Це допомагає учневі, який уже засвоїв спосіб розв'язування, за допомогою наведеного прикладу згадати, як розв'язувати завдання, а учневі, якому потрібна консультація з розв'язування, – отримати детальну консультацію, що міститься в коментарі. Отже, специфічна подача запису прикладів розв'язування задач надає можливість організувати різноманітну роботу на уроці чи самостійно. Це також дозволяє учневі, який не зміг бути присутнім на уроці, самостійно опрацювати та засвоїти відповідний матеріал.

Слід відзначити наявність в підручнику дворівневої систем орієнтирів по розв'язуванню деяких видів завдань. Наприклад, під час розгляду методів розв'язування рівнянь та нерівностей виділяються: 1) загальні методи (зокрема, для розв'язування рівнянь – рівносильні перетворення, використання рівнянь-наслідків, використання властивостей функцій; для розв'язування нерівностей – рівносильні перетворення та загальний метод інтервалів, з яким учні знайомляться вже в перших параграфах підручника для десятого класу); 2) спеціальні методи (для розв'язування конкретних видів рівнянь і нерівностей, наприклад, для тригонометричних чи показникових рівнянь).

Це передбачає використання на уроці чи в самостійній діяльності учня двох етапів роботи по пошуку планів розв'язування завдань та їх реалізації. Наприклад, аналізуючи завдання:

«Розв'яжіть рівняння _____», доцільно на першому етапі, використовуючи загальну схему розв'язування рівнянь, наведену у відповідній таблиці підручника, обрати метод розв'язування (використання рівнянь-наслідків або рівносильних перетворень – від цього буде суттєво залежати процедура і запис відбору коренів заданого рівняння: або перевірка одержаних коренів, або врахування ОДЗ заданого рівняння: _____), а на другому етапі перейти до рівняння _____ і, використовуючи відповідні орієнтири по розв'язуванню тригонометричних рівнянь, наведені в підручнику, обрати шлях подальших перетворень (наприклад, зведення всіх тригонометричних функцій до одного аргументу, а всіх тригонометричних виразів до однієї функції, або перетворення суми _____ у добуток). Після цього записується розв'язання за складеним планом (під час цього може використовуватися групова форма роботи, коли кожна з груп реалізує свій план розв'язування цього завдання і звітується про одержаний результат і запис розв'язання).

Автори приділяють належну увагу формуванню в учнів елементів дослідницької діяльності, наприклад, під час розв'язування задач з параметрами, для яких в підручниках розглянуті як аналітичні методи розв'язування, так і наочна графічна ілюстрація їх розв'язання. Такий підхід дозволяє зменшити розрив між рівнем вимог традиційної державної атестації з математики стосовно курсу алгебри і початків аналізу і рівнем вимог з цього курсу на вступних іспитах до ВНЗ і в завданнях зовнішнього незалежного оцінювання, а також ознайомити учнів з методами розв'язання досить складних завдань, які там пропонуються. Зокрема, навіть якщо учень вивчає математику на академічному рівні, йому надається можливість познайомитися з методами і ідеями розв'язування завдань вступних іспитів та зовнішнього незалежного оцінювання з математики, а також з методами розв'язування і оформлення завдань третьої і четвертої частини державної підсумкової атестації з математики.

Як вже зазначалося, основний матеріал, який повинні засвоїти всі учні подано у вигляді таблиць на початку параграфа. Основний матеріал, що містить пояснення і обґрунтування розташований після таблиць, а додатковий матеріал міститься в спеціальних параграфах (які в тексті підручника виділені сірим кольором). В кінці кожного параграфа знаходяться питання та завдання, що структуровані по рівням складності. За рахунок того, що розв'язування завдань структуровано за схемою: розв'язання – коментар, учень фактично бере участь в діалозі з автором і за бажанням, може самостійно розібратися із розв'язаним завданням.

Ілюстративний матеріал в дворівневих підручниках представлений в достатній кількості у вигляді: таблиць, схем, планів, рисунків. Слід відмітити, що розміщення ілюстративного матеріалу (схеми, плани розташовані на одній сторінці з пояснювальним текстом) добре сприймається. В підручниках в достатній кількості унаочнені розв'язання завдань, що є важливим для учнів з образним типом мислення. Під час проведення уроку вчитель може провести обговорення таких унаочнених планів розв'язання завдань (див. рис. 1.7). Наприклад, розв'язати рівняння

,

Рис. 1.7. Схема розв'язування найпростішого тригонометричного рівняння з параметром

Також, учні повинні знати, що у випадку, коли умову прикладу набрано жирним шрифтом, то це додатковий орієнтир чи властивість. Наприклад, в підручнику [153] завдання з вимогою: доведіть твердження – якщо функція

періодична з періодом π , то функція $\sin(x)$ також періодична з періодом π (деякі числа і π). Результат одержаний у даному прикладі використовується для знаходження періодів функцій.

Як показав експеримент таке структурування навчального матеріалу курсу алгебри і початків аналізу сприяє засвоєнню учнями основних понять і способів діяльності курсу.

Таким чином, для того, щоб в підручнику були реалізовані принципи особистісно орієнтованого навчання та рівневої і профільної диференціації навчання він повинен відповідати в першу чергу загальнодидактичним вимогам до підручника, містити матеріал, який буде сприяти формуванню досвіду творчої діяльності, задачі різних рівнів складності та основні способи їх розв'язування. Також зміст підручника повинен забезпечити можливість вибору крім загальних, ще й індивідуальних освітніх об'єктів; структурною основою конструювання підручників повинні виступати відповідні якості учнів, що розвиваються в ході діяльності; передбачення в структурі підручника засобів організації продуктивної пізнавальної діяльності учнів; передбачення формування узагальнених способів розв'язування задач, виділення в явному вигляді загальних орієнтованих основ діяльності по розв'язуванню завдань; надання можливості учневі відбирати зміст навчання математики залежно від його потреб.

Для реалізації рівневої і профільної диференціації навчання алгебри і початків аналізу бажано використовувати дворівневі підручники, які надають більше можливостей учням для реалізації їх потенціалу, за рахунок можливості вибору

учнями індивідуальної освітньої траєкторії. Характерними особливостями дворівневого підручника є: наявність рівневої диференціації матеріалу; наявність спеціальних матеріалів, що підсилюють мотивацію учіння; наявність матеріалів для організації різних видів самостійної роботи з підручником; включення в методичний апарат підручника засобів, що містять основу для різних видів уроку; діалогізований текст підручника для реалізації комунікативної функції.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1

В сучасних умовах системоутворюючими поняттями методичної системи навчання алгебри і початків аналізу є: цілі навчання, діяльність вчителя, діяльність учня і результат. Методична система навчання алгебри і початків аналізу (цілі, зміст, методи, форми, засоби навчання) є динамічною системою, функціонування якої здійснюється на основі: 1) особистісно орієнтованого та компетентісного підходів до навчання; 2) принципів гуманізації змісту; 3) рівневої диференціації (за навченістю та научуваністю, характером педагогічної підтримки) та профільної диференціації.

Методичні основи навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником повинні спиратися на особливості особистісно орієнтованого змісту і технологій навчання, особливості вивчення змістових одиниць теоретичного матеріалу, найбільш ефективні форми, методи, засоби навчання.

Успішна реалізація рівневої і профільної диференціації забезпечується умовами: 1) зміст навчальної діяльності має створювати передумови для подальшого розвитку здібностей учнів, підтримувати постійний інтерес до алгебри і початків аналізу, підвищувати результативність навчання; 2) створення можливостей для значної диференціації змісту навчання старшокласників з широкими можливостями побудови учнями індивідуальної освітньої траєкторії та реалізації всіх її етапів; 3) підсилення міжпредметних зв'язків, сприяння рівному доступу до якісної освіти різними категоріями учнів у відповідності з їх індивідуальними уподобаннями. Методика навчання учнів алгебри і початків аналізу повинна будуватися з урахуванням цих умов, що дозволить кожному учневі свідомо обирати шлях власного індивідуального розвитку.

Для успішної реалізації цілей навчання в сучасних умовах доцільно, щоб підручник відповідав таким критеріям: наявність умов для самоосвіти, для розвитку комунікативної активності; відповідність віковим особливостям учнів; забезпечення можливості для диференційованого навчання, забезпечення можливості для самостійної роботи учнів на основі даного підручника; орієнтація на технологію постійного засвоєння та поглиблення знань і забезпечення апаратом, який дозволяє вчителю організувати різнобічні види діяльності учнів; діалогізація тексту підручника; передбачення в структурі підручника засобів організації продуктивної пізнавальної діяльності учнів; забезпечення можливості вибору крім загальних освітніх об'єктів ще й індивідуальних освітніх об'єктів; передбачення формування узагальнених способів розв'язування задач; виділення в явному вигляді орієнтованих основ діяльності по розв'язуванню завдань. Для реалізації профільної і рівневої диференціації навчання алгебри і початків аналізу доцільно використовувати дворівневі підручники.

Досягнення поставленої мети дослідження передбачає визначення цілей, змісту, методів, організаційних форм і засобів навчання алгебри і початків аналізу, тобто розробку методичної системи навчання алгебри і початків аналізу. В процесі дослідження розроблено один з засобів навчання – навчально-методичний посібник [8]. Інші складові методичної системи описуються в наступному розділі.

Основні наукові результати першого розділу опубліковані в працях [104, 105, 106, 107, 108, 113, 114, 115, 117, 118, 158].

МЕТОДИЧНА СИСТЕМА НАВЧАННЯ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ ЗА ДВОРІВНЕВИМ ПІДРУЧНИКОМ

2.1. Цілепокладання як основа планування навчальної діяльності

Цілі навчання безпосередньо впливають на всі компоненти навчального процесу: учасників навчального процесу (вчителів, учнів), зміст, засоби, форми і методи навчання і пов'язують їх в єдине ціле.

Під цілепокладанням в навчанні будемо розуміти встановлення учнями і вчителем цілей навчання на певних його етапах, необхідних для проектування освітніх цілей.

У дослідженнях [24], [71] відмічається багаторівневий характер цілей, ми використовуємо структури цілей, запропоновану О.Є. Лебедевим [127]: 1) соціальні цілі, що стоять перед навчально-виховними закладами; 2) загальні цілі навчання конкретного освітнього закладу; 3) цілі вивчення окремих предметів; 4) цілі вивчення окремих курсів, що входять у склад предметів; 5) цілі вивчення розділів, тем; 6) цілі навчальних занять.

Цілі 1-4-го рівнів можна назвати основними, оскільки реалізація кожної з них впливає на характеристики особистості, цілі 5-6-го рівнів – окремими, що конкретизують основні. Реалізація основних освітніх цілей неможлива без постановки і реалізації відповідних окремих цілей.

Цілі перших двох рівнів сформульовано у: «Законі України про освіту» [80], «Національній доктрині розвитку освіти» [151], Законі України «Про загальну середню освіту» [79], Концепції профільного навчання [101].

Мета загальної середньої освіти визначена у Законі України «Про загальну середню освіту» [79] і полягає у забезпеченні всебічного розвитку дитини як цілісної особистості, її здібностей і обдарувань, формування громадянина України, здатного до свідомого суспільного вибору. Як вже відмічалось, мета профільного навчання – забезпечення можливостей для рівного доступу учнівської молоді до здобуття загальноосвітньої профільної та початкової допрофесійної підготовки, безперервної освіти впродовж усього життя, виховання особистості, здатної до самореалізації, професійного зростання й мобільності в умовах реформування сучасного суспільства. Профільне навчання спрямоване на набуття старшокласниками навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності, розвиток їхніх інтелектуальних, психічних, творчих, моральних, фізичних, соціальних якостей, прагнення до саморозвитку та самоосвіти.

Цілі навчання математики визначаються її місцем у розвитку суспільства, оскільки математичні моделі є основою наукового пізнання в багатьох галузях науки та активно використовуються під час дослідження реальних процесів. Останнім часом більшість вищих навчальних закладів визначили в якості одного із основних предметів необхідних для вступу у вищі навчальні заклади – математику, тому важливим є забезпечення рівного доступу всіх учнів до якісної математичної освіти. Мета навчання математики полягає у забезпеченні загальноосвітньої підготовки з математики, необхідної для успішної самореалізації особистості у динамічному соціальному середовищі, її соціалізації і достатньої для вивчення профільних предметів, для успішної майбутньої професійної діяльності в тих сферах, де математика відіграє роль апарату, специфічного засобу для вивчення й аналізу закономірностей, реальних явищ і процесів. Згідно Державного стандарту базової і повної середньої освіти основними цілями вивчення математики у школі є: 1) опанування учнями системою математичних знань, навичок і умінь, необхідних у повсякденному житті та майбутній трудовій діяльності, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервної освіти; 2) формування в учнів наукового світогляду уявлень про ідеї і методи математики, її роль у пізнанні дійсності; 3) інтелектуальний розвиток учнів (розвиток логічного мислення і просторової уяви, алгоритмічної та графічної культури, пам'яті, уваги, інтуїції); 4) економічне, екологічне, естетичне, громадянське виховання, формування позитивних рис характеру.

Слід зазначити, що на кожному рівні навчання математичні цілі конкретизуються у пріоритетних завданнях, визначених Державним стандартом математичної освіти [68]. Так основними завданнями змісту освітньої галузі в старшій школі є: 1) розширення математичного апарату, засвоєного в основній школі; 2) розширення і систематизація загальних відомостей про функції, вивчення початків аналізу, розв'язування прикладних задач, розширення відомостей про

ймовірність та елементи статистики; 3) вивчення просторових фігур, продовження розвитку просторових уявлень та уяви; 4) розширення і поглиблення уявлень про математику як елемент загальної культури, про застосування її в практичній діяльності, різних галузях науки. Також цілі конкретизуються у завданнях, визначених програмою. Наприклад, на академічному рівні профільного навчання це такі завдання: 1) формування в учнів наукового світогляду, уявлень про ідеї і методи математики, її роль у пізнанні дійсності, усвідомлення математичних знань як невід'ємної складової загальної культури людини, необхідної умови повноцінного життя в сучасному суспільстві, стійкої мотивації до навчання; 2) оволодіння учнями мовою математики в усній та письмовій формах, системою математичних знань, навичок і умінь, потрібних у повсякденному житті та майбутньої професійної діяльності, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервності освіти; 3) інтелектуальний розвиток особистості, передусім розвиток в учнів логічного мислення і просторової уяви, алгоритмічної, інформаційної та графічної культури, пам'яті, уваги, інтуїції; 4) екологічне, естетичне, громадянське виховання та формування позитивних рис особистості; 5) формування життєвих і соціально-ціннісних компетентностей учнів.

Розглянуті завдання визначають цілі навчання четвертого і п'ятого рівнів, тобто цілі вивчення курсів алгебри і початків аналізу і геометрії, на які розгалужується вивчення математики в старшій школі та цілі вивчення окремих розділів цих курсів. Далі виділені цілі уточнюють до цілей навчальних занять відповідно до змістових ліній курсу алгебри і початків аналізу через результати навчання, виражені в діях учнів, причому такі, які вчитель зможе розпізнати.

Оскільки, навчання – сумісна діяльність вчителя і учнів, доцільно уточнити цілі діяльності вчителя і цілі діяльності учнів в процесі вивчення запланованого матеріалу.

Цілі діяльності вчителя в процесі навчання конкретизуються такими задачами:

- мотивація і організація навчальної діяльності учнів в процесі вивчення курсу алгебри і початків аналізу на протязі навчального року;
- організація і здійснення навчальної діяльності по удосконаленню умінь старшокласників на уроках алгебри і початків аналізу;
- корекція знань і умінь учнів в процесі вивчення курсу алгебри і початків аналізу.

Цілі діяльності учнів в процесі навчання:

- усвідомлення ролі математики у пізнанні дійсності; усвідомлення необхідності розвитку логічного мислення, комунікативних здатностей, навичок самоосвіти для продовження освіти та для успішної самореалізації в суспільстві;
- оволодіння математичною мовою, необхідною для успішного оволодіння іншими знаннями; формування власних очікуваних результатів;
- підготовка і самопідготовка до підсумкової атестації з математики в процесі систематичного вивчення курсу; підготовка до екзамену (в різних формах) з математики (зокрема з курсу алгебри і початків аналізу) з метою вступу до вищих навчальних закладів, якщо це відповідає особистим цілям.

Під час складання тематичного плану вивчення алгебри і початків аналізу, вчитель повинен враховувати особистісно-діяльнісну направленість навчального процесу, логіку змісту навчального матеріалу, логіку організації навчально-пізнавальної діяльності. В результаті розробляється план діяльності учнів на уроках алгебри і початків аналізу і план діяльності вчителя.

Для того, щоб цілі сформульовані вчителем, були забезпечені умовами досягнення, необхідне врахування учнівських цілей. Організація цілепокладання включає діяльність вчителя, діяльність учня та їх сумісну діяльність (див. табл..2.1).

Таблиця 2.1

Організація цілепокладання

Діяльність учня	Діяльність вчителя	Сумісна діяльність вчителя і учня
1	2	3
Відбір цілей навчання, що запропоновані вчителем, їх	Складання цілей вивчення теми для вибору та доповнення	Розробка, уточнення цілей навчання.

доповнення.	їх учнями.	
Намічання своїх цілей, знайомство з цілями інших учнів.	Аналіз відібраних цілей, класифікація учнівських цілей, визначення мотивів учнів.	Демонстрація індивідуальних цілей, їх обговорення і доповнення.
Уточнення та пере визначення власних цілей.	Визначення пріоритетних цілей вивчення теми. Конструювання системи уроків з теми.	Співставлення індивідуальних освітніх програм учнів і загальної освітньої програми.
Складання індивідуальних освітніх траєкторій з теми.	Компонування змісту матеріалу, підбір засобів навчання.	Складання програми занять із загальними та індивідуальними освітніми об'єктами (фіксування їх в маршрутній карті).

Наприклад, план діяльності вчителя може бути таким: діагностика рівня підготовки учнів з окремих тем змісту курсу алгебри і початків аналізу; виділення груп учнів з різними рівнем підготовки з даної теми та рівнем результатів; проектування цілей і змісту самостійної діяльності учнів в контексті особистісно орієнтованого підходу з урахуванням диференціації груп; розробка, відбір дидактичних засобів для організації самостійної діяльності учнів: маршрутної карти для учня, матеріалів для корекції знань, умінь, засобів контролю і самоконтролю.

В процесі проектування цілей навчальної діяльності необхідно враховувати особливості цієї діяльності, а саме: рівень підготовки учнів, їх особисті плани відносно результатів навчання, рівень пізнавальної самостійності, рівень навчальної мотивації. Врахування цих вимог допоможе вчителю диференційовано підійти до постановки цілей.

Під час проведення експериментального дослідження, ми пропонували вчителям схему самоаналізу по формуванню цілепокладання, що включає такі питання: 1) які цілі ставились вчителем перед учнями; 2) чи були цілі вчителя прийнятими учнями; 3) чи створювались ситуації, в яких учні самостійно ставили цілі майбутньої діяльності і наскільки успішно; 4) чи пропонувались учням формулювання цілей в якості зразків для самостійного цілепокладання.

Для формування виховної цілі вчитель аналізує навчальний матеріал з метою встановлення його виховних можливостей. Наприклад, виховна ціль може бути сформульована так: 1) виховувати в учнів самодисципліну, відповідальність за доручену справу, власні вчинки, відповідальне ставлення до навчання, створювати умови для врахування їхніх життєвих інтересів, позитивної мотивації до навчання; 2) формувати соціальні, комунікативні, інформаційні, технічні, технологічні компетентності учнів та спрямовувати старшокласників щодо майбутньої професійної діяльності.

Наприклад, на початку навчального року вчитель може провести анкетування учнів про очікувані результати вивчення курсу алгебри і початків аналізу, потім провести вхідну діагностику знань, умінь за допомогою контрольних вимірних матеріалів. Далі вчитель формує групи учнів, що об'єднані загальною ціллю по результатам анкетування, результатам вхідної діагностики. На основі отриманих результатів, вчитель обговорює цілі, задачі програми навчальної діяльності з кожною групою учнів, знайомить з тим, які знання їм потрібно буде засвоїти, якими способами діяльності оволодіти. Старшокласник повинен чітко, свідомо уявляти, що він повинен отримати на уроці (які нові знання засвоїти, які уміння виробити, якими способами оволодіти), і що для цього необхідно зробити (навчитися розв'язувати певні типи задач, розв'язувати стільки задач, виконати такі завдання і т.д.).

Проілюструємо методику визначення освітніх цілей в термінах діяльності учнів на прикладі вивчення теми «Похідна та її застосування». Аналіз програм академічного і профільного рівнів з курсу алгебри і початків аналізу [41] дозволяє уточнити цілі вивчення теми.

Виділені цілі вивчення теми «Похідна та її застосування» складають згідно класифікації О.С. Лебедева, цілі п'ятого рівня. Порівняння програмових вимог та урахування вимог до постановки цілей: формування цілі через результат навчальної діяльності учня, диференціація цілі по рівням засвоєння навчального матеріалу, діагностичність цілі – створює можливість вчителю для формування окремих цілей вивчення теми. Слід зазначити, що цілі виділені на профільному рівні



інди
)
індивіду
що
профільному
об'єктів виступають
з поглибленим вивченням математики або програми зовнішнього незалежного оцінювання з математики.

Аналогічно, під час вибору
альної освітньої траєкторії учнями,
вивчають алгебру і початки аналізу на
рівні, в якості індивідуальних освітніх
елементи, які входять до програми шкіл класів

Отже, планування навчальних цілей – це складний процес, у якому враховується суспільна значимість самих цілей, доцільність навчальної діяльності, що забезпечує їх досягнення, реальність її реалізації, а також особистість вчителя.

Цілі вивчення окремих програмних тем мають бути конкретизовані вчителем цілями проведення окремих уроків із цією метою доцільним є проведення логіко-дидактичного аналізу програмної теми. Проведемо такий аналіз на прикладі теми «Похідна та її застосування», на вивчення якої у 11 класі програмою заплановано 26 годин [40] і освітні цілі якої нами уже визначені. Дана тема реалізована у підручниках «Алгебри і початки аналізу 11» [7, 14, 156] навчальним матеріалом І розділу «Похідна та її застосування». Виділимо елементи змісту навчання даної програмної теми. Під елементом змісту навчання (елементом знань) розуміють найменшу логічно завершену за змістом порцію навчального матеріалу [228, с.36]. До елементів змісту навчання програмної теми «Похідна та її застосування» відносяться такі: 1) приріст аргументу в точці x_0 ; 2) приріст функції в точці x_0 ; 3) неперервність функції; 4) миттєва швидкість руху точки вздовж прямої; 5) дотична до графіка функції; 6) похідна; 7) похідні елементарних функцій; 8) геометричний зміст похідної; 9) зв'язок між диференційованістю і неперервністю функції; 10) похідна суми двох диференційованих функцій; 11) похідна добутку двох диференційованих функцій; 12) похідна частки двох диференційованих функцій; 13) похідна складеної функції; 14) монотонність функції; 15) сталість функції; 16) необхідна і достатня умова сталості функції; 16) максимум функції; 17) мінімум функції; 18) критичні точки; 19) необхідна і достатня умова екстремуму; 20) дослідження функції на монотонність і екстремум; 21) побудова графіка функції; 22) найбільше значення функції; 23) найменше значення функції; 24) знаходження найбільшого значення функції неперервної на відрізку; 25) знаходження найменшого значення функції неперервної на відрізку; 26) знаходження найбільшого чи найменшого значення функції неперервної на інтервалі; 27) розв'язування задач на знаходження найбільшого та найменшого значень функції.

Подамо логічні взаємозв'язки між виділеними елементами у вигляді схеми, що представлена на рис. 2.1.

Рис. 2.1. Схема, що ілюструє взаємозв'язок між елементами змісту навчання

Виділені елементи змісту навчання програмної теми «Похідна та її застосування» відносяться до вивчення алгебри і початків аналізу на академічному рівні. До вивчення алгебри і початків аналізу на профільному рівні відносяться перелічені вище елементи та наступні: 1) означення границі функції в точці; 2) основні теореми про границі; 3) поняття нескінченно малої функції якщо $f(x) \sim g(x)$; 4) властивості нескінченно малих функцій; 5) властивість границі проміжної функції; 6) правостороння границя функції у точці a ; 7) лівостороння границя функції у точці a ; 8) обчислення границі функції $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$; 9) критерій існування границі; 10) неперервність функції; 11) властивості суми, добутку, частки неперервних у точці a функцій; 12) точка розриву функції $f(x)$; 13) границя функції на нескінченності та нескінченної границі функції; 14) границя послідовності $\{x_n\}$; 15) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$; 16) асимптоти кривої; 17) вертикальна асимптота ($x=a$) графіка функції $f(x)$; 18) похилі та горизонтальні асимптоти $y=k$; 19) похідні обернених тригонометричних функцій; 20) доведення тотожностей за допомогою похідної; 21) друга похідна; 22) опуклість і точки перегику диференційованої на інтервалі I функції $f(x)$; 23) точки перегику диференційованої на інтервалі I функції $f(x)$; 24) властивість графіків опуклих функцій; 25) достатня умова опуклості функції, що має другу похідну на заданому інтервалі I ; 26) необхідна і достатня умова існування точок перегику функції, що має другу похідну на заданому інтервалі; 27) знаходження точок перегику функції, що має другу похідну на заданому інтервалі; 28) дослідження функції $f(x)$ на опуклість і точки перегику; 29) застосування похідної до розв'язування рівнянь; 30) використання зростання і спадання функцій для розв'язування рівнянь; 31) використання похідної до доведення нерівностей з однією змінною; 32) розв'язування завдань з параметрами із застосуванням похідної; 33) диференціал функції.

Виділені у такий спосіб елементи змісту навчання і логічні зв'язки між ними дозволяють вчителю встановити чітку послідовність опанування знаннями, уміннями. За результатом проектування цілей навчання з теми «Похідна та її застосування» доцільно скласти карту начальних цілей з теми.

Ціль навчання з теми представлена в карті навчальних цілей теми переліком конкретних умінь учнів, які мають бути сформульовані як результат їх навчальної діяльності, що відповідає певній категорії.

Чіткому визначенню цілей навчання сприяє їх класифікація. В табл.2.2 наведені найбільш вживані класифікації цілей навчання у пізнавальній сфері.

Таблиця 2.2

Класифікація цілей навчання у пізнавальній сфері

Б. Блум [241]	В. Беспалько [21]	М. Скаткін [196]	Г. Клаус, Ж. Піаже [169]
Знання (запам'ятовування)	Знайомство (ідентифікація)	Сприйняття, осмислення, запам'ятовування	Примітивна форма сприйняття
Розуміння (смислу вивченого)	Відтворення (типові завдання)		Початкове осмислення.
Застосування (у нових ситуаціях)	Вміння (не типові завдання)	Застосування (у типових ситуаціях)	Змістовий (формування понять)
Аналіз (розчленити цілі на складові)	Трансформація, творчість (побудова методу рішення проблем і пошукових задач)	Застосування (у нових ситуаціях).	Практично-змістовий (подальше перетворення інформації).
Синтез (створити цілі з частин)			
Оцінювання (визначити цінність засобів для досягнення мети)			

Для опису цілей навчання з конкретної теми курсу алгебри і початків аналізу, в нашому дослідженні використано класифікацію М.М. Скаткіна [196] (оскільки, інші класифікації меншою мірою відповідають цілям навчання математики).

Таким чином в карті навчальних цілей ми будемо виділяти три категорії цілей:

1) сприйняття, (тобто запам'ятовування і розуміння змісту попередньо вивченого матеріалу); 2) застосування у типових ситуаціях; 3) застосування у нових ситуаціях.

Приклад карти навчальних цілей з теми «Похідна та її застосування» представлено в табл. 2.3.

Таблиця 2.3

Карта навчальних цілей теми «Похідна та її застосування»

Категорія цілей	Навчальні уміння з теми
1	2
Сприйняття, осмислення, запам'ятовування. Знати та відтворювати навчальний матеріал та розуміти його смисл. Уміти перетворювати матеріал із однієї форми в іншу.	Формулювати правила диференціювання, називати похідні основних елементарних функцій, формулювати достатні умови зростання і спадання функції, умови екстремуму функції. Пояснювати геометричний та фізичний зміст похідної.
Застосування у типових ситуаціях. Уміти використовувати вивчений матеріал у типових ситуаціях, демонструвати правильне застосування методу в типових ситуаціях.	Знаходити похідні за формулами похідних основних елементарних функцій. Знаходити похідні функцій, користуючись таблицею похідних і правилами диференціювання. Застосовувати похідну до дослідження нескладних функцій. Обчислювати найбільше і найменше значення функції на відрізьку.

Застосування у нових ситуаціях. Уміти використовувати вивчений матеріал в нових ситуаціях, демонструвати правильне застосування методу або процедури в змінених ситуаціях. Застосування в нових ситуаціях передбачає також	Застосовувати похідну для знаходження проміжків монотонності і екстремумів більш складних функцій. Обчислювати найбільше і найменше значення функції на відрізку. Знаходити та виправляти помилки в розв'язанні задачі на знаходження
---	--

Продовження табл. 2.3

1	2
досягнення таких цілей. 1) Аналіз і синтез: уміти розбивати матеріал на складові для наочності структури, створювати ціле з частин. 2) Оцінка: уміти оцінювати себе та однокласників, значення того чи іншого матеріалу для досягнення конкретної цілі.	екстремумів функції та на знаходження найбільшого і найменшого значень реальних величин. Виконувати перевірку результатів розв'язування задач. Оцінювати результат своєї діяльності по підготовці до підсумкової атестації з теми.

В сукупності навчальних умінь з теми «Похідна та її застосування», що представлені в табл. 2.3, також закладені уміння, володіння якими передбачає сформованість загальнонавчальних умінь: аналіз, синтез, порівняння; означення раціональній послідовності дій по виконанню навчальної задачі, контроль результатів власної навчальної діяльності, оцінка своєї навчальної діяльності у відповідності із заданими нормами (оскільки, для розв'язування навіть задач, які передбачають використання вивченого матеріалу в типових ситуаціях, доводиться складати план розв'язування (аналіз), реалізовувати його (синтез), оцінювати правильність одержаного результату). Зіставимо дидактичні цілі розглядуваної навчальної теми з елементами змісту навчання. Цілі 1, 2, 3 передбачають засвоєння учнями певного кола теоретичних питань і безпосередньо вказують на елементи змісту навчання 1 – 19. Дані елементи змісту навчання учні обирають за загальні освітні об'єкти індивідуальної освітньої траєкторії, а елементи 20 – 27 відносяться до індивідуальних освітніх об'єктів (див також підрозділ 1.2). Починаючи роботу над програмною темою вчитель звертає увагу учнів на те, які загальні освітні об'єкти обов'язково повинні бути присутніми в їхній маршрутній карті, в залежності від того, на якому рівні вони планують опанувати матеріал теми. Також вчитель коротко характеризує ті об'єкти, які можуть входити до їх маршрутної карти як індивідуальні освітні об'єкти на різних рівнях та пропонує основну літературу, Інтернет-ресурси і завдання для самоконтролю для кожного рівня. Таким чином, отримуємо перелік освітніх об'єктів, які учні включають до індивідуальної освітньої траєкторії та своєї маршрутної карти. Варіант маршрутної карти, яка використовувалась в процесі експериментального навчання, наведено в табл. 2.4.

Таблиця 2.4

Маршрутна карта		
Теорія	Методи розв'язування завдань	Література

Матеріал		Осн овні пон яття та їх влас тив ості	Обг рун тува ння	Орі єнт ири	При кла ди заст осу ван ня	Задач і для самос тійної робот и	Під руч ник	Д од ат ко ва	Інт ерн ет рес урс и	Зав дан ня для сам око нтр ол ю
Загальні освітні об'єкти	План	1	2	3	4	5				
	Викона но									
Індивідуал ьні освітні об'єкти	План	1	2	3	4	5				
	Викона но									

Наприклад, якщо учень планує опанування матеріалом теми «Похідна та її застосування» на середньому рівні навчальних досягнень, тоді він свою маршрутну карту може заповнити таким чином.

Загальні освітні об'єкти.

1) Основні поняття та їх властивості: поняття похідної, її механічний і геометричний зміст; похідні елементарних функцій; похідна суми, добутку і частки двох функцій; монотонність і сталість функції; екстремум функції.

2) Обґрунтування (з опорою на достатні умови) поведінки функції в залежності від знака її похідної.

3) Орієнтири: знаходження критичних точок, проміжків зростання і спадання функції; схема дослідження функції на екстремуми; схема дослідження функції для побудови графіка функції.

4) Приклади застосування: № 4, 5, 7 с.80 [156].

5) Завдання для самостійного розв'язування: №6, с.80; № 1, с.97 [156].

Дослідіть функцію і побудуйте її графік: 1) _____ ; 2) _____ ;

3) _____ ; 4) _____ .

Індивідуальні освітні об'єкти.

1) Основні поняття та їх властивості: поняття похідної, її механічний і геометричний зміст; похідні елементарних функцій; похідна суми, добутку і частки двох функцій; монотонність і сталість функції; екстремум функції.

2) Похідна складеної функції, обґрунтування формул для знаходження похідних функцій.

3) Орієнтири: знаходження критичних точок, проміжків зростання і спадання функції; схема дослідження функції на екстремуми; схема дослідження функції для побудови графіка функції.

4) №12, с.80 [156].

5) №14, с.80 [156]. Дослідіть задану функцію на екстремуми: 1) _____ ; 2) _____

Учень, що планує опанувати матеріал теми на достатньому рівні навчальних досягнень заповнює маршрутну карту наприклад, так:

Загальні освітні об'єкти.

1) Основні поняття: поняття похідної, її механічний і геометричний зміст, похідні елементарних функцій; похідна суми, добутку і частки функцій; похідна складеної функції; монотонність і сталість функції; екстремуми функції.

2) Обґрунтування: обґрунтування геометричного та фізичного змісту похідної,

обґрунтування рівняння дотичної до графіка функції у точці з абсцисою x_0 ;
обґрунтування правила знаходження похідної суми, добутку і частки двох функцій та правила
знаходження похідної складеної функції; обґрунтування достатніх умов зростання та спадання
функції; обґрунтування необхідної умови існування екстремуму в точці.

3) Орієнтири: знаходження проміжків зростання і спадання функції; схема
дослідження функції на екстремуми; схема дослідження функції для побудови графіка;
знаходження найбільшого і найменшого значень функції, неперервної на відрізку.

4) Приклади застосування: похідна для знаходження проміжків монотонності і екстремумів
функції; обчислення найбільшого і найменшого значення функції на відрізку; розв'язування
нескладних прикладних задач на знаходження найбільшого і найменшого значень реальних
величин.

5) Задачі для самостійного розв'язування. Завдання: дослідіть функцію і побудуйте її графік,

1) , 2) ; 3) . Завдання: скільки коренів має

рівняння в залежності від значення параметра a , якщо ?

Індивідуальні освітні об'єкти.

1) Основні поняття: поняття похідної, її механічний і геометричний зміст, похідні
елементарних функцій; похідна суми, добутку і частки функцій; похідна складеної функції;
монотонність і сталість функції; екстремуми функції.

2) Обґрунтування формули знаходження похідної від степеневі функції x^n для цілих
значень n ; обґрунтування відповідної властивості для випадку, коли неперервна на відрізку
функція має на цьому відрізку лише скінчене число критичних точок; обґрунтування зв'язку між
диференційованістю і неперервністю.

3) Орієнтири: знаходження проміжків зростання і спадання функції; схема
дослідження функції на екстремуми; схема дослідження функції для побудови графіка;
знаходження найбільшого і найменшого значень функції, неперервної на відрізку.

4) Розв'язування прикладних задач на знаходження найбільших і найменших значень
реальних величин; завдання з параметрами. Завдання: знайдіть всі значення параметра a , при яких
рівняння має єдиний корінь.

5) Завдання. Задано функцію . Знайдіть: а) область визначення функції,
екстремуми функції та побудуйте ескіз її графіка; б) кількість коренів рівняння , де

, залежно від значень параметра a ; в) всі розв'язки рівняння , де .

Якщо учень планує опанувати матеріал теми на високому рівні навчальних досягнень, тоді
він заповнює маршрутну карту так.

Загальні освітні об'єкти.

1) Основні поняття та їх властивості: поняття похідної, її механічний і геометричний зміст,
похідні елементарних функцій; похідна суми, добутку і частки функцій; похідна складеної функції
; монотонність і сталість функції; екстремуми функції.

2) Обґрунтування: обґрунтування геометричного та фізичного змісту похідної;
обґрунтування рівняння дотичної до графіка функції у точці з абсцисою x_0 ;
обґрунтування правила знаходження похідної суми, добутку і частки двох функцій та правила
знаходження похідної складеної функції; обґрунтування достатніх умов зростання та спадання
функції; обґрунтування необхідної умови існування екстремуму в точці; обґрунтування достатньої
умови існування екстремуму в точці; обґрунтування відповідної властивості для випадку, коли
неперервна на відрізку функція має на цьому відрізку лише скінчене число критичних точок;
обґрунтування зв'язку між диференційованістю і неперервністю.

3) Орієнтири; знаходження проміжків зростання і спадання функції ; схема дослідження функції на екстремуми й побудови графіка функції, знаходження найбільшого і найменшого значень функції, неперервної на відрізку.

4) Приклади застосування похідної для знаходження проміжків монотонності і екстремумів функції, для розв'язування прикладних задач на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин.

5) Задачі для самостійного розв'язування: №38, №9, с. 163, №35, с.168, №38, №9, с.174 [156].

Завдання. Задано функцію . Знайдіть: а) область визначення функції, екстремуми функції та побудуйте ескіз її графіка; б) кількість коренів рівняння , де , залежно від значень параметра a ; в) всі розв'язки рівняння , де .

Індивідуальні освітні об'єкти.

1) Означення границі функції в точці; поняття нескінченно малої функції якщо ; правостороння границя функції у точці a ; лівостороння границя функції у точці a ; критерій існування границі; точка розриву функції ; границя послідовності; асимптоти кривої; вертикальна асимптота ($x=a$) графіка функції ; похилі та горизонтальні асимптоти (); похідні обернених тригонометричних функцій; друга похідна і похідні вищих порядків; поняття опуклості функції.

2) Обґрунтування формул для знаходження коефіцієнтів горизонтальних та похилих

асимптот графіка функції ; ; .

3) Розширена схема дослідження функції для побудови її графіка.

4) Дослідження функцій на опуклість та точки перегину; доведення тотожностей за допомогою похідної; застосування похідної до розв'язування рівнянь; застосування похідної до доведення нерівностей, застосування похідної до розв'язування завдань з параметрами.

5) №8, 9, с.163, №5, с.168, №8, 9, с.174.

Організація планування навчальної діяльності учнів з використанням маршрутної карти дозволяє враховувати індивідуальні особливості учнів та реалізовувати рівневу і профільну диференціацію в навчанні.

Таким чином, цілі навчання впливають на всі компоненти навчального процесу. Правильно визначені цілі створюють передумови для досягнення результатів навчання. Під час планування цілей навчання за окремими темами курсу алгебри і початків аналізу доцільно проводити логіко-дидактичний аналіз теми і враховувати взаємозв'язки між елементами змісту навчання. Виділені цілі дозволяють скласти карту навчальних цілей, в якій корисно виділити три категорії цілей: сприйняття, осмислення, запам'ятовування; застосування у типових ситуаціях; застосування у нових ситуаціях. Індивідуальні цілі вивчення конкретної теми зручно фіксувати у вигляді маршрутної карти учня, в якій фіксуються обрані учнями освітні об'єкти, в залежності від того на якому рівні навчальних досягнень він планує опановувати курс алгебри і початків аналізу.

Розглянемо більш детально навчальну діяльність вчителя і учнів в процесі навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником.

2.2. Особливості вивчення теоретичного матеріалу та формування способів діяльності по розв'язуванню задач курсу алгебри і початків аналізу

Навчання алгебри і початків передбачає організацію вивчення теоретичного матеріалу (понять та тверджень курсу) і засвоєння способів діяльності з цим матеріалом. Плануючи роботу по формуванню математичних понять вчитель повинен відповісти собі на ряд запитань. Які нові поняття, об'єкти вводяться? Чи дають їх означення? Які навчальні дії можна виконати для розкриття структури означення та його застосування? (Перелік таких навчальних дій наведено на с .19). Який можливий змістовий матеріал для розкриття всіх операцій та дій? Сформувати поняття

про об'єкт – це означає розкрити всі суттєві властивості об'єктів в їх цілісній сукупності та навчити їх застосовувати (на тому рівні, який учні запланували в своїй індивідуальній освітній траєкторії). Формування понять в курсі алгебри і початків аналізу може відбуватися двома методами, які представлені на рис. 2.2.

Рис. 2.2. Методи формування понять

Конкретно-індуктивний метод знаходить більше застосування в середніх класах, в старших класах частіше застосовують абстрактно-дедуктивний метод [90]. Враховуючи специфічне структурування матеріалу в дворівневому підручнику алгебри і початків аналізу, доцільно ознайомлювати учнів з основними твердженнями теми провести в два етапи: спочатку за таблицями підручника учні знайомляться з основними твердженнями та прикладами їх застосування, а потім розглядаються доведення відповідних тверджень.

Робота по формуванню понять проходить в основному за схемою: 1) мотивація введення поняття; 2) виявлення його суттєвих властивостей, введення відповідного терміну та означення, оволодіння діями розпізнавання об'єктів, виведення наслідків з належності об'єкта поняттю, засвоєння означення поняття; 3) застосування поняття; 4) систематизація понять, тобто з'ясування їх місця в системі раніше вивчених понять; 5) контроль і корекція рівня засвоєння понять [13, 137, 197]. Для виявлення властивостей понять застосовуємо спеціальні запитання (прикладі таких запитань наведено в нашому посібнику для вчителя [8]), завдання на оцінювання неістотних властивостей і виділення істотних властивостей.

Звичайно, вивчення теоретичного матеріалу та засвоєння способів діяльності з ним суттєво залежить від рівня програми яку повинні засвоїти учні (академічний чи профільний). Як вже відмічалось вище, в залежності від рівня програми змінюються навчальні цілі і вимоги до навчальних досягнень учнів. Разом з тим можна запропонувати деякі загальні методичні рекомендації, які можуть бути використані на кожному з названих рівнів.

Зупинимося більш детально на методиці вивчення понять «точка максимуму» і «точка мінімуму» функції. Наприклад, під час введення термінів «точка максимуму» і «точка мінімуму» функції на академічному та профільному рівнях, пропонуємо учням наступні завдання: охарактеризувати як поводить себе функція (графік якої зображено на рис.2.3) в деякому околі точки з абсцисою 4.

у

l

x

Рис. 2.3. Графік функції

Для цього просимо учнів розглянути деякий околі точки 4 і порівняти значення функції в точці 4 та сусідніх точках (зліва і справа від 4). Звертаємо увагу, що для всіх із околу точки

4 виконується нерівність $f(x) < f(4)$, тобто серед всіх значень функції близьких до точки 4 значення функції в точці 4 виявилось найбільшим. Так як «найбільший» латинською мовою перекладається maximum, то ця точка називається точкою максимуму. Отже, можемо

сформулювати означення «точки максимуму»: точка x_0 з області визначення функції називається точкою максимуму цієї функції, якщо знайдеться $\delta > 0$ -окіл точки x_0 , такий, що для всіх x з цього околу виконується нерівність $f(x) < f(x_0)$.

Хоча точка x_0 і називається «точкою максимуму», але в цій точці функція не обов'язково набуває свого найбільшого значення (наприклад, за графіком, наведеним на рис.2.3, якщо функція приймає більше значення за x_0). Аналогічно, розглядаючи значення функції в околі точки 2 вводимо поняття «точки мінімуму» та формулюємо означення «точки мінімуму». Точка x_0 з області визначення функції називається точкою мінімуму цієї функції, якщо знайдеться $\delta > 0$ -окіл точки x_0 такий, що для всіх x із цього околу виконується нерівність $f(x) > f(x_0)$.

Доцільно сповістити учням, що точки максимуму і мінімуму називаються точками екстремуму. Використовуючи рис.2.3, пропонуємо учням з'ясувати, чи можна взяти $\delta > 0$ в якості δ -околу розглянути (0; 8). Учні з'ясовують, що ні, оскільки $f(0) = 8$. Дійсно, в цьому околі характеристична властивість не виконується, але наприклад в δ -околі точки 4 коли вибирається проміжок (3;5), характеристична властивість вже виконується. Після цього доцільно уточнити для учнів, що в курсах математичного аналізу ця точка називається точкою локального максимуму.

Слід звернути увагу учнів на те, що під час знаходження відповідного δ -околу точки 4 (чи точки 2) досить через відповідну точку графіка провести пряму паралельну $y = f(x_0)$ і в якості δ -околу вибрати значення аргументу симетричні відносно розглядуваного значення x_0 для яких точки графіка заданої функції знаходяться нижче проведеної прямої для точок максимуму (і вище проведеної прямої для точок мінімуму).

Після формулювання означень пропонуємо учням на графіках функцій, зображених на рис.2.4, рис.2.5 встановити, чи є точка x_0 точкою максимуму.

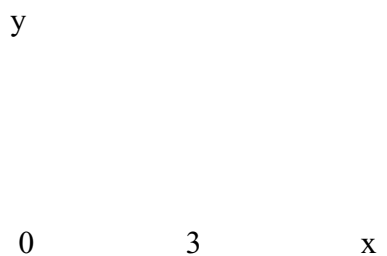


Рис. 2.4. Графік функції

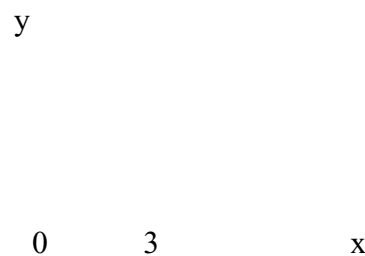


Рис. 2.5. Графік функції

Для формування елементів дослідницької діяльності доцільно запропонувати учням розглянути рис.2.6 та з'ясувати чи є точка x_0 точкою максимуму (чи точкою мінімуму). В

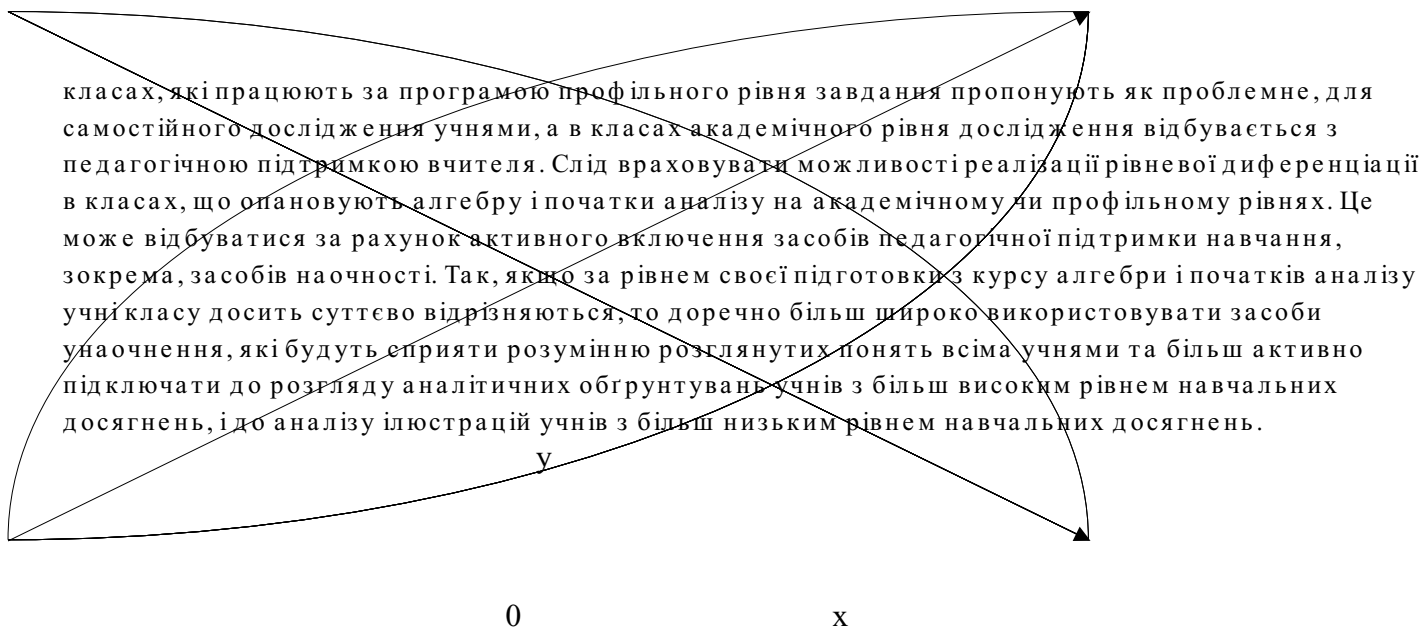


Рис. 2.6. Графік функції $f(x)$, що має розрив в точці $x_0 = 3$

Виявляється, що в даному випадку характеристична властивість не виконується для точки максимуму. Тоді пропонуємо учням переконатися чи не виконується характеристична властивість точки мінімуму, і виявляється, що виконується, якщо взяти малий δ -окіл. Отже, точка $x_0 = 3$ – точка мінімуму функції $f(x)$. Доцільно звернути увагу учнів, що найменше значення неперервної функції буде в найнижчій точці, але функція, що має розрив може досягати найменшого значення функції для деякого околу точки x_0 в ізольованій точці графіка цієї функції. Потім пропонуємо учням, використовуючи нові терміни, охарактеризувати як поводить себе функція, графік якої зображено на рис.2.7, на заданому проміжку.

a x1 x2 0 x3 b x

Рис.2.7. Графік функції $f(x)$

Для закріплення математичних понять організовується діяльність учнів пов'язана з: оперуванням поняттями, застосуванням понять в різних ситуаціях. Досить непогані результати отримуємо, якщо під час фронтального опитування учнів застосовуються спеціальні вправи, які вимагають від учнів уміння застосовувати означення, твердження в різних ситуаціях, уміння швидко орієнтуватись в умові задачі, це значно корисніше простого відтворення формулювання. Наприклад, після введення поняття точок мінімуму і максимуму функції доцільно розглянути наступні завдання: назвати точки мінімуму і максимуму функції, заданої графічно на рис.2.7 та обґрунтувати свою відповідь.

Дієвим способом переконання учнів в неточності його означення є наведення контрприкладів, тобто пред'явлення таких об'єктів, які задовольняють сформульованому "означенню", але які не входять до обсягу даного поняття. Деякі з цих контрприкладів вчитель показує класу, і учні, що допустили помилку відразу виправляють її. Наприклад, функція f називається періодичною, якщо для неї існує таке число T , що при будь-яких x із області визначення функції числа x і $x+T$ також належать цій області і виконується рівність $f(x) = f(x+T)$.

. Звичайно некоректність цього формулювання помічають далеко не

всі учні. Але як тільки хто-небудь із них показує контрприклад

(і функція

не є періодичною), стає зрозуміло, що треба вказати **EMBED Equation.3**. Слід звернути увагу учнів на те, що пропуск навіть одного слова може приводити до неправильного означення, наприклад, якщо учень формулює означення поняття «графіка функції» так: графіком функції називається множина точок координатної площини з координатами , то для функції можна навести такий її «графік» (див. рис.2.8).

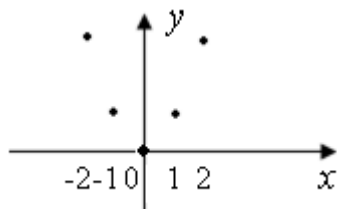


Рис.2.8. Графік функції , де

Аналізуючи цей контрприклад учні доходять висновку, що в означенні пропущено слово «всіх» і дають правильне означення.

Слід відзначити, що під час формування понять доцільно звертати увагу учнів на те, що іноді для розв'язування задач доводиться використовувати твердження обернені до тих, які є в

означенні поняття. Наприклад, за означенням зростаючої функції, якщо , то

. Чи можна стверджувати, що коли функція зростаюча і , то ? Користуючись графічною ілюстрацією зростаючої функції учні впевнюються, що це твердження правильне, і обґрунтовують його. Обґрунтування проводиться методом від супротивного: нехай

функція зростає і . Припустимо, що аргумент не більше аргументу , тобто . З цього припущення одержуємо, якщо і зростає, то , що суперечить умові . Отже, наше припущення неправильне і, якщо

, то , що і потрібно було довести.

Досить часто в учнів, під час вивчення курсу алгебри і початків аналізу виникають труднощі, що мають об'єктивний та суб'єктивний характер. Певні утруднення пов'язані з невмінням організувати самостійну роботу, а також із складністю матеріалу, що вивчається. Суб'єктивні труднощі пов'язані із недостатньою мотивацією та прикладною направленістю спрямування знань , недостатньою увагою вчителів до формування творчої активності та пошуково-дослідницьких умінь в процесі навчання. Невміння подолати утруднення породжує труднощі в навчанні. Курс алгебри і початків аналізу вимагає для розуміння досить активної навчальної діяльності.

Утруднення під час вивчення курсу алгебри і початків аналізу пов'язані із складністю базисних понять, високою абстрактністю та динамічністю величин, що вивчаються. В розділі «Похідна та її застосування» поняття границі є першим «новим» та найбільш важким в курсі математичного аналізу.

Під час ознайомлення учнів з поняттям границі функції на академічному рівні, доцільно використати графічну ілюстрацію цього поняття, що наведена в §2 [156], яка дозволяє пояснити учням зміст термінів «пряме», «границя». Вчитель наголошує, що у загальному випадку запис

EMBED Equation.3 означає, що при значення , тобто B – число, до якого пряме значення функції , коли пряме до a . Щоб дати означення границі функції у точці a , вчитель нагадує учням, що відстань між точками x і a на координатній осі – це модуль різниці

, а відстань між точками a і B на координатній осі x – це модуль різниці $|a - B|$.
Для запобігання формального засвоєння означення границі функції, доцільно більш детально

пояснити учням яке значення мають символи δ ; ϵ . Тобто, пояснити учням, що запис $|f(x) - L| < \epsilon$ означає, що на числовій прямій точка $f(x)$ знаходиться від точки L на малій відстані –

наприклад, менше якогось додатного числа ϵ (див. рис.2.9) і це можна записати так:
$$\text{SHAPE } \backslash * \text{ MERGEFORMAT } \text{SHAPE } \backslash * \text{ MERGEFORMAT}$$

Рис.2.9. Графічна ілюстрація позначень δ і ϵ

Далі вчитель підкреслює, що запис $|f(x) - L| < \epsilon$ означає, що $f(x)$ прямує до L , але не обов'язково досягає значення L , тому в означенні границі функції в точці a розглядається значення $f(x)$, також вчитель наголошує учням, що в тому випадку, коли значення $f(x)$ задовольняє нерівність

$|f(x) - L| < \epsilon$, кажуть, що точка x заходить в δ -околі точки a . Потім вчитель підкреслює, що аналогічно запис $|x - a| < \delta$ означає, що значення x на числовій прямій знаходяться на малій відстані від a – наприклад, менше якогось додатного числа δ (див. рис.2.9).

Під час ознайомлення учнів з поняттям границі функції на профільному рівні, крім описаної роботи, учням пропонується означення границі функції через δ , ϵ (за Коші): «Число B називається границею функції $f(x)$ у точці a (при x , що прямує до a), якщо для будь-якого додатного числа ϵ знайдеться таке додатне число δ , що при всіх x , які задовольняють нерівність $|x - a| < \delta$, виконується нерівність $|f(x) - B| < \epsilon$ » [156, с.110]. Для кращого засвоєння цього поняття доцільно, запропонувати учням завдання на знаходження границі, після чого учні знову відтворюють запис даного означення, аналізуючи отримані відповіді. Доцільно звернути увагу учнів, що в означенні границі функції $f(x)$, x розглядаються всі значення (з δ -околу числа a). Можна відмітити, що в учнів виникають труднощі пов'язані з: 1) нерозумінням самого поняття; 2) нерозумінням смислу позначень « δ -околі», « ϵ -околі», запису

Для формування вміння застосовувати це означення до доведення твердження, що

EMBED Equation.3 можна запропонувати учням такий орієнтир: 1) для довільного додатного числа ϵ розглянути нерівність $|x - a| < \delta$; 2) при всіх значеннях x з деякого околу точки a одержують із цієї нерівності $|f(x) - L| < \epsilon$; 3) пояснити (спираючись на рівносильність виконання перетворень нерівності або на властивості нерівностей), що при одержаному значенні δ (яке записують через δ) з нерівності $|x - a| < \delta$ (при x) випливає нерівність $|f(x) - L| < \epsilon$;

4) використовуючи означення границі функції в точці a , зробити висновок, що **EMBED Equation.3**.

Під час обчислення границі функції з учнями, які навчаються на академічному рівні, слід звернути їх увагу на можливість використання того, що всі елементарні функції є неперервними в кожній точці своєї області визначення, тобто $f(x)$. Тому в найпростіших випадках обчислення границі неперервної функції використовується знаходженням значення $f(a)$.

(якщо воно існує). Але під час навчання на профільному рівні слід звернути увагу учнів на

те, що для функцій, які не є неперервними в точці a , не буде дорівнювати $f(a)$.

Продовжуючи роботу по формуванню умінь знаходження границь функції з учнями, які опановують курс алгебри і початків аналізу на профільному рівні, звертаємо їх увагу на те, що

коли в результаті підстановки значення $x = a$ в функцію $f(x)$ отримуємо вираз $\frac{0}{0}$, то можна спробувати розкласти чисельник і знаменник на множники:

$\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)}$. Слід обговорити з учнями чому мали право скорочувати чисельник і знаменник на вираз $x-2$ який дорівнює 0, якщо $x=2$ (учні згадують,

що в означенні $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ розглядаються всі значення x з $x \neq 2$ - околу числа 2).

Для кращого розуміння поняття границі функції в точці доцільно запропонувати учням задачі, в яких вимагається по рисунках визначити, чи є число границею функції, заданої графічно.

Наприклад, за графіком функції (див. рис.2.10) визначити, чи є число B границею

неперервної функції $f(x)$ (при $x \rightarrow a$), якщо x прямує до a ?

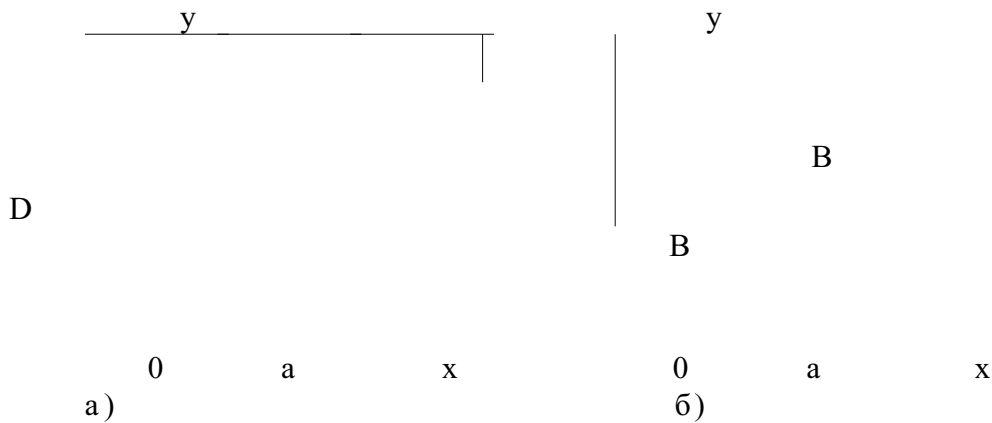


Рис.2.10. Графік неперервної функції $f(x)$ (якщо $x \rightarrow a$)

Це лише незначна частина завдань, що дозволяють учням краще зрозуміти певні сторони означення границі функції в точці. Деякі учні на профільному рівні можуть включити до індивідуальних освітніх об'єктів нескінченно малі функції, односторонні границі, неперервність і точки розриву функції, які теж корисно проілюструвати учню (наприклад, за допомогою рис.2.11 визначити границю функції, якщо $x \rightarrow 2$ справа (зліва), якщо $x \rightarrow 2$ справа (зліва))

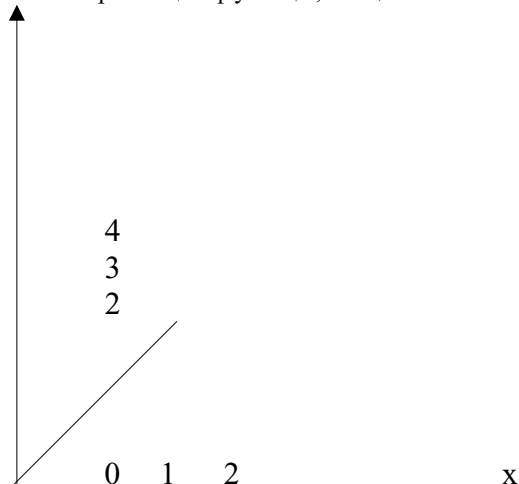


Рис.2.11. Ілюстрація до завдання на визначення границі функції

Подібна організація роботи дає можливість кожному учневі приймати участь в пошуково-дослідницькій діяльності, свідомо підходити до вивчення матеріалу, бути активним учасником навчального процесу.

Для систематизації понять, тобто з'ясування їх місця в системі раніше вивчених понять доцільно організувати самостійну роботу учнів по розв'язуванню завдань та роботу з систематизуючими таблицями: аналіз таблиці, складання таких таблиць самостійно чи під керівництвом вчителя (можна використати систематизуючі таблиці, що представлені в нашому посібнику для вчителя та в підручнику [156]).

Одним із завдань, що стоїть перед вчителем математики є розвиток логічного мислення. Важливим засобом цього розвитку є доведення математичних тверджень. Доводячи твердження, учні свідомо і міцно засвоюють систему математичних знань, умінь і навичок, набувають навичок самостійної роботи, умінь раціонально і творчо застосовувати математичні знання.

Будемо розуміти, що навчання доведенню є навчання аналізу готових доведень, їх відтворенню, самостійному відкриттю факту, пошуку та конструюванню доведення. Особливість такого підходу не тільки в розширеному тлумаченні навчання доведенню, але й в тім, що вона не протиставляє логіку та евристику, а об'єднує обидві складові в єдине ціле. Під час вивчення теорем і їх доведень у методиці викладання математики виділяються ті самі основні етапи, що й для процесу формування понять: мотивація вивчення теореми; ознайомлення з фактом, що відображений в теоремі; формулювання теореми; пошук плану доведення теореми; доведення теореми; застосування теореми [15, 126, 201].

Аналіз шкільної практики та результати нашого експериментального дослідження показали, що здатності учнів, пов'язані з вивченням теоретичних фактів, умінням застосовувати теоретичні факти курсу алгебри і початків аналізу під час розв'язуванні задач знаходяться не на достатньому рівні. Одна з причин полягає в тім, що учитель на уроці часто приділяє увагу процедурі оформлення доведень відповідного факту, а не процесу його отримання, переважає тенденція вчити учнів конкретному доведенню тих чи інших математичних тверджень, доведення кожного математичного твердження розглядається як окремо взятий факт. Для успішного навчання доведенню особливу увагу слід звернути на прийоми, які використовуються під час доведення теорем, на прийоми пошуку цього доведення.

Курс алгебри і початків аналізу характеризується наявністю різноманітних методів доведення тверджень. Крім загальних методів для курсу алгебри і початків аналізу характерні також й окремі прийоми доведень, пов'язані з певними класами об'єктів. На початковому етапі вивчення курсу алгебри і початків аналізу активно використовується метод доведення від супротивного (цей метод вже відомий з курсу геометрії 7-9 класів). Логічною основою цього методу є закон виключення третього та еквівалентність теорем і . Перед розглядом доведень методом від супротивного доцільно згадати з учнями відповідне правило-орієнтир: 1) зробити припущення, супротивне тому, що ми хочемо довести; 2) спираючись на відомі властивості, отримуємо суперечність з умовою або з відомою вже теоремою, або з означенням поняття; 3) зробити висновок, що коли припущення неправильне, то правильне те, що потрібно довести.

Наприклад, методом від супротивного доводимо твердження: якщо функція спадає, то більшому значенню функції відповідає менше значення аргументу. Проілюструємо виділені кроки доведення. На дошці поступово з'являється такий запис: нехай функція спадає і , потрібно довести, що .

1) Припустимо, що аргумент не менше аргументу , тобто . 2) З цього припущення одержуємо: якщо і спадає, то , що суперечить умові . 3) Отже, наше припущення неправильне і якщо , то , що і потрібно було довести.

Для організації групової самостійної роботи учнів по застосуванню методу доведення від супротивного, пропонуємо їм обґрунтувати, що зростаюча функція набуває кожного свого значення тільки в одній точці її області визначення. Учні в групах обговорюють план доведення, в

зошитах учнів можливий такий запис.

Нехай f є зростаюча функція і $a < b$. Потрібно довести, що $f(a) < f(b)$.

1) Припустимо, що $f(a) \geq f(b)$. Якщо $f(a) = f(b)$, то f або постійна. 2) Враховуючи зростання

f , у випадку $f(a) > f(b)$, маємо $f(b) < f(a)$, що суперечить рівності $f(a) > f(b)$. У

випадку $f(a) = f(b)$ маємо $f(b) = f(a)$, що також суперечить рівності $f(a) > f(b)$. 3) Отже,

наше припущення неправильне, і рівність $f(a) = f(b)$ можлива тільки якщо $a = b$. Тобто, зростаюча функція набуває кожного свого значення тільки в одній точці її області визначення.

Така організація навчальної діяльності сприяє тому, що учні стають активними учасниками відкриття «нового знання».

Методом від супротивного доводиться теорема про корінь: «Нехай функція f зростає (або спадає) на проміжку I , число c – будь-яке із значень, якого набуває f на цьому проміжку. Тоді

рівняння $f(x) = c$ має єдиний корінь на проміжку I ».

Доцільно, щоб відповідні правила-орієнтири методу доведення від супротивного у вигляді таблиці постійно знаходилися в класі, чи в кожного учня у вигляді довідкової таблиці, як засіб педагогічної підтримки навчання учнів доводити математичні твердження (такий засіб відсутній в підручниках алгебри і початків аналізу [153, 156], але він присутній в підручнику геометрії).

Слід звернути увагу учнів на те, що деякі твердження курсу алгебри і початків аналізу доводяться з використанням методу повної індукції – методу, коли доводячи теорему, розглядають всі можливі випадки і доводять кожне з цих тверджень окремо, перебираючи всі можливі випадки, до кожного з них застосовують або синтетичний, або аналітичний методи. Наприклад, доводячи твердження про рівносильність найпростіших показникових нерівностей виду

$a^x > a^y$ розглядаємо два випадки: якщо $a > 1$; ;

якщо $0 < a < 1$; . Далі кожне з цих тверджень доводиться окремо.

В класах, де вивчають курс алгебри і початків аналізу на профільному рівні для доведення деяких тверджень, формулювання яких містить твердження типу: «для всіх натуральних n », також використовується метод математичної індукції. Логічною основою цього методу є аксіома індукції, яка формулюється в курсах вищої математики під час аксіоматичного введення натуральних чисел. Ця аксіома дозволяє обґрунтувати орієнтир, який сповіщається учням: якщо твердження, формулювання якого містить змінну n , правильне при $n=1$ і якщо з припущення, що воно правильне при довільному n , випливає, що воно правильне і при $n+1$, то це твердження правильне при всіх натуральних значеннях n . Наприклад, під час доведення похідної

$\sin x$, в класах, що вивчають курс алгебри і початків аналізу на профільному рівні доречним є використання методу математичної індукції. Під час навчання за дворівневим підручником учні знайомляться з цим методом при розгляді першої теми 10 класу, тому в процесі експериментального навчання учні, складаючи індивідуальну освітню траєкторію, мали змогу ознайомитися з цим методом.

Як і в курсі геометрії, в курсі алгебри і початків аналізу важливим є навчити учнів доводити математичні твердження. Проілюструємо реалізацію такого навчання на прикладі доведення теореми ознаки максимуму функції. Мотивувати необхідність вивчення даної теореми можна так:

якщо функція має вид $f(x) = -x^2 + 4x$, то перетворивши її до $f(x) = -(x-2)^2 + 4$ легко

вказати, що найбільше значення функції 4 і воно досягається при $x = 2$ ($f(2) = 4$). Але

таке дослідження важко виконати на прикладі функції $f(x) = \sin x$. Отже, корисно мати якийсь інструмент, який дозволить дослідити функцію на найбільше та найменше значення. Таким інструментом є похідна, використовуючи яку можемо охарактеризувати поведінку функції в точках екстремуму. Далі вчитель може запропонувати учням розглянути графік функції, зображений на рис.2.12.



Рис.2.12. Графік функції

Звертаємо увагу учнів на те, що на x_1 під час переходу через будь-яку точку цього проміжку знак похідної функції не змінюється (оскільки на цьому проміжку $f'(x)$ зростає і

$f'(x)$), а при переході через x_2 похідна функції змінює знак і далі не змінює (оскільки на проміжку $x_2 < x < x_3$ спадає, отже $f'(x) < 0$). Тому можна висловити припущення, що якщо похідна функції в деякій точці змінює знак, то ця точка буде точкою екстремуму.

В залежності від характеру теореми, наявності часу на уроці, рівня розвитку учнів вчитель може вибрати один із наступних прийомів ознайомлення учнів із формулюванням теореми: 1) учитель готує учнів до самостійного «відкриття» теореми; 2) учитель організовує роботу, яка сприяє свідомому сприйманню та розумінню учнями нової теореми, формулювання якої повідомляється їм в готовому вигляді; 3) учитель формулює теорему сам, без попередньої підготовки учнів, а потім направляє їх зусилля на її засвоєння; 4) формулювання теореми відпрацьовується учнями самостійно за підручником [64, 137, 199].

Потім вчитель, для відпрацювання в учнів операційного складу дії аналізу тексту твердження, іншими словами формулювання теореми, пропонує учням прочитати, а потім спробувати відтворити його, не дивлячись в підручник; далі пропонуємо записати умову і висновок у вигляді окремих речень. Учні в зошиті роблять короткий запис теореми. Проілюструємо на теоремі (

ознака максимуму функції): якщо функція $f(x)$ неперервна в точці x_0 і при переході через точку x_0 її похідна змінює знак з «плюса» на «мінус» (тобто в деякому δ -околі точки x_0 при значенні $x < x_0$, а при $x > x_0$, значення $f'(x) > 0$), то точка x_0 є точкою максимуму функції $f(x)$).

Можливий короткий запис теореми. Дано: у точці x_0 знак $f'(x)$ змінюється з «+» на «-».

Довести: точка x_0 – точка максимуму функції $f(x)$.

Розглянемо пошук плану доведення теореми. Для проведення цієї роботи учням слід дати відповідні вказівки. Наприклад, це можуть бути правила для пошуку доведення: 1) відокремити умову від доводжуваного тезису; 2) в умові і доводжуваному тезисі виділити взаємозв'язки і взаємовідношення об'єктів; 3) уважно прочитавши доводжуваний тезис, поставте питання: «Які ознаки достатньо встановити, щоб довести те, що вимагається?» 4) в процесі доведення можна виділити більш прості задачі, аналогічні тим які розв'язувались раніше; 5) можна перетворити доводжуваний тезис або замінити його рівносильним, якщо це допоможе знайти шлях доведення; 6) одні й ті самі об'єкти включайте в різні системи відношень між ними [126]. Для пошуку плану доведення теореми (ознака максимуму функції) використовуємо означення точки максимуму функції та отримуємо наступний план.

1) Розглянути δ околі точки x_0 .

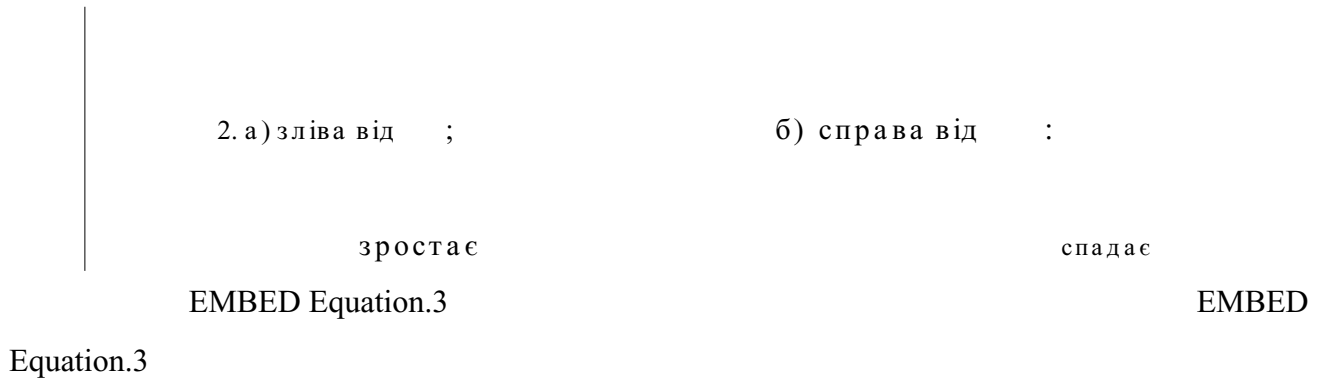
2) Обґрунтувати, що зліва і справа від точки x_0 (тобто при $x < x_0$ і при $x > x_0$)

3) Зробити висновок, що точка x_0 є точкою максимуму функції $f(x)$.

Далі розглядається доведення (яке учні виконують самостійно (високий рівень навчальних досягнень) або користуються підручником (достатній рівень навчальних досягнень)). В зошитах учнів можливий наступний короткий запис доведення розглянутої теореми (див. рис.2.13):

1. - окіл;

Рис. 2.13.



3.

Отже, - точка максимуму.

Рис.2.13. Короткий запис доведення теореми ознаки максимуму функції

Запис і позначення на рис.2.13 з'являються послідовно в процесі відповідних міркувань. Аналогічно відповідну роботу по ознайомленню плану доведення теореми (ознаки мінімуму функції) пропонуємо учням виконати самостійно. В класі, в якому переважають учні, що навчаються на середньому рівні навчальних досягнень, доцільно скласти план на уроці, а вдома запропонувати самостійно довести теорему, чи разом довести за підручником, використовуючи складений план.

У випадку, коли доведення твердження пов'язано з тим, що учні не мають суб'єктного досвіду оперування з відповідними поняттями, тоді корисно провести доведення за готовим планом. Наприклад, розглядаючи похідні елементарних функцій, доцільно скористатись планом: 1

) знайти приріст функції який відповідає приросту аргументу ; 2)

знайти відношення ; 3) з'ясувати, до якої границі прямує відношення при EMBED Equation.3 . Для того, щоб учні навчилися самостійно складати плани доведень корисно періодично пропонувати їм складати план доведень, наведених в підручнику.

Наприклад, після етапу мотивації введення умов зростання та спадання функції та їх формулювання можна запропонувати учням розглянути доведення цих умов в підручнику [156] та скласти план цього доведення: 1) вибрати із ; 2) застосувати теорему Лагранжа для цих точок; 3) використовуючи , за умовою з'ясувати знак , якщо відомий знак ; 4) за означенням зробити висновок про зростання чи спадання функції.

Після проведення доведення варто разом з учнями проаналізувати отримане твердження, узагальнити отримані результати. Така робота сприятиме розвитку узагальнення, а це в свою чергу сприятиме розвитку вмінь старшокласників доводити математичні твердження. Відмітимо деякі умови, що забезпечать уміння запам'ятовування учнями теорем та їх доведень: 1) установка на запам'ятовування; 2) матеріал, що запам'ятовується - об'єкт діяльності учня; 3) ефективна

організація повторення; 4) розвиток пам'яті учня; 5) мотивація матеріалу, що вивчається, шляхом показу його практичного застосування.

Закріплення теореми здійснюється в два етапи: на уроці, де ця теорема вивчалась, і на наступних уроках. Закріплення теореми проводиться шляхом повторення її формулювання та доведення і формування в учнів умінь і навичок по застосуванню теореми до розв'язування задач.

Наприклад, для закріплення розглянутої теореми про достатні умови екстремуму, слід звернути увагу учнів, що для дослідження функції доводиться достатні умови екстремуму функції використовувати разом з необхідними умовами, що дозволяє запропонувати учням наступну

схему дослідження функції на екстремум (за допомогою цієї схеми та доведеної ознаки екстремуму функції досліджуємо функцію на екстремум аналогічно тому, як наведено в

підручнику [156]): 1) знайти область визначення функції ; 2) знайти похідну;

3) знайти критичні точки (тобто внутрішні точки області визначення, у яких дорівнює нулю або не існує); 4) позначити критичні точки на області визначення, знайти знак похідної і характер поведінки функцій на кожному з інтервалів, на які розбивається область визначення; 5) відносно кожної критичної точки визначити, чи є вона точкою максимуму або мінімуму, чи вона не є точкою екстремуму. Також учням слід запропонувати загальну схему дослідження функції з використанням похідної: 1) знайти область визначення функції; 2) дослідити функцію на парність (або непарність) та періодичність; 3) знайти точки перетину графіку з осями координат; 4) знайти похідну і критичні точки функції; 5) знайти проміжки зростання, спадання та точки екстремуму (і значення функції в цих точках);

б) дослідити поведінку функції на кінцях проміжків області визначення; 7) якщо необхідно, знайти координати додаткових контрольних точок; 8) на основі проведеного дослідження побудувати графік функції. Для профільного рівня використовується більш детальна схема, яка включає використання другої похідної і дослідження функції на опуклість та знаходження асимптот графіка функції.

Отже, для більш ефективної роботи по закріпленню теорем доцільно використовувати спеціальні орієнтири у вигляді схем, таблиць, карток-підказок і т.д. Перед початком вивчення теми курсу алгебри і початків аналізу доцільно, щоб вчитель запропонував учням перелік задач обов'язкового рівня з даної теми, які задають учням орієнтири застосування матеріалу теми в типових ситуаціях.

Оволодіння теоретичними знаннями тісно переплітається із засвоєнням практичних навичок і вмінь. Для того, щоб теоретичні знання були доступні всім учням, потрібно дотримуватись певних умов: 1) теоретичний матеріал повинен подаватися диференційовано, за рахунок таблиць підручника, що містять основні поняття теми та способи діяльності, які розташовані на початку кожного параграфу підручника; 2) після кожної теми мають формуватися питання обов'язкового та підвищеного рівнів, на які учні повинні знати відповіді; 3) саме пояснення матеріалу має відбуватися у вигляді проблемної бесіди, з опорою на знання учнів, які засвоєні раніше; 4) доцільно використовувати найрізноманітніші форми навчальної роботи: робота з підручником – самостійне опрацювання певної частини тексту, пояснення окремих пунктів таблиць на початку параграфу, складання планів пошуку доведення теорем, створення опорних схем і т.д.

Враховуючи вище сказане, була запропонована така організація навчальної діяльності учнів: клас ділиться на чотири гетерогенні групи (розподіл учнів на групи детально описано в розділі I). Кількість учнів в групі різна, в залежності від змісту та характеру роботи може бути від 2 до 6 чоловік, але не більше, тому що в багаточисельних групах неможливо забезпечити активну роботу всіх членів групи. Послідовність роботи в групі така: 1) попередня підготовка учнів до виконання групового завдання, постановка навчальних задач, інструктаж вчителя; 2) обговорення та складання плану виконання навчального завдання в групі, визначення способів його розв'язання (орієнтовна діяльність), розподіл обов'язків; 3) робота по виконанню завдань; 4) спостереження вчителя та коректування роботи групи та окремих учнів; 5) взаємоперевірка та контроль за виконанням завдання в групі, загальна дискусія в класі під керівництвом вчителя, доповнення та виправлення, додаткова інформація вчителя та формування висновків; 6) індивідуальна оцінка роботи групи і класу в цілому.

Після того як вчитель пояснив матеріал з обґрунтуваннями і учні, що працюють на достатньому і високому рівні навчальних досягнень виконали необхідні записи в зошитах, кожній групі пропонується завдання (завдання має бути такого рівня, щоб у разі потреби учні могли звернутися до коментарю, наведеного в підручнику [156]). Під час складання плану виконання завдання в групі, визначення способів його розв'язування учні також мають нагоду скористатися розв'язанням та коментарем, наведеним в підручнику [156], особливо допомагає учням коментар, наведений в підручнику, в процесі визначення способів розв'язування завдання. Під час роботи над завданням вчитель спостерігає за учнями та в разі потреби надає їм подальшу підтримку. Діяльність учнів, у яких виникли утруднення під час розв'язування завдання організовується інакше. Доопрацювання незасвоєного матеріалу вони здійснюють різними способами: з використанням педагогічної підтримки вчителя, який орієнтує на розуміння невирішених питань, а не пояснює, але в разі необхідності робить і це; за допомогою учнів-консультантів; а також робота з картками, які пропонує вчитель; самостійна робота учнів та ін. Шлях доопрацювання вибирає сам учень, але можливо, що вибір буде зроблений на декількох способах. Процедуру діяльності учнів, що не до кінця засвоїли матеріал, можна представити так (див. рис. 2.14). Умовою самореалізації особистості учня є його взаємодія з іншими суб'єктами навчання, тобто навчання повинно бути діалогізованим, що підсилює роль учня як суб'єкта навчальної діяльності. Діалог виступає засобом забезпечення самореалізації учня в їх суб'єкт-суб'єктній діалогічній взаємодії з вчителями.

Рис.2.14. Види діяльності учнів, що не до кінця засвоїли матеріал

Умовою самореалізації особистості учня є його взаємодія з іншими суб'єктами навчання, тобто навчання повинно бути діалогізованим, що підсилює роль учня як суб'єкта навчальної діяльності. Діалог виступає засобом забезпечення самореалізації учня в їх суб'єкт-суб'єктній діалогічній взаємодії з вчителями та між собою. Провідною діяльністю учня виступає його діяльність по формулюванню запитань. Навчити учнів задавати питання не епізодично, а системно – ключ до самореалізації учня, формування творчої особистості здатної будувати свій індивідуальний шлях. Вчитель повинен навчити учнів ставити питання, що формують його активну позицію по відношенню до пізнавальної реальності («що?», «як?», «чому?»). Здатності ставити питання сприяє групова форма роботи, зокрема робота в «парах» (див. розділ І с.58), інтерактивні групові форми роботи (див. додаток А).

Важливим складником навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником є розв'язування задач, які одночасно виступають і засобом навчання і його ціллю. Для використання задач як засобу рівневої диференціації доцільно розробити систему диференційованих вправ. Розробку такої системи вправ доцільно проводити з опорою на двомірну модель діяльності, основою якої є функціональне призначення вправ та рівень складності вправ [230, с. 53]. Запропонований підхід дозволяє розробляти різні системи вправ запланованих рівнів. Наприклад, під час вивчення пункту «Розв'язування показникових рівнянь», вчитель біля дошки пояснює розв'язування 3–4 вправи, особливу увагу вчитель звертає на орієнтир зведення деяких показникових рівнянь до найпростіших (наведений в табл. 50 підручника [153] та на коментар до

вправ, що представлений в тексті підручника). Вчитель наголошує, що у разі необхідності (якщо в учня виникають труднощі під час пошуку плану розв'язування) учню доцільно працювати з таблицею та коментарем. Далі вчитель пояснює на прикладах, як можна організувати пошук плану розв'язування показникових рівнянь, які не зводяться безпосередньо до найпростіших. Після проведеної роботи учням пропонується спочатку розв'язати тренувальні вправи для обов'язкового рівня, які наведені в табл.2.5 (якщо дозволяють навчальні можливості учнів класу, то такі вправи доцільно розглянути усно, але з коментарем учнів).

Таблиця 2.5

Тренувальні вправи обов'язкового рівня

1	2	3	4	5

Потім учням пропонуються тренувальні вправи підвищеного рівня (див. табл.2.6), якщо у когось із учнів виникають непорозуміння, їх ліквідують за рахунок коментарів учнів-консультантів.

Таблиця 2.6

Тренувальні вправи підвищеного рівня

1	2	3	4

Приклади таки тренувальних вправ, у вигляді таблиці наведено в посібнику для вчителя [8]. Потім всім учням пропонується розв'язати вправи обов'язкового рівня, що помічені в підручнику [153] «°», що відповідають середньому рівню навчальних досягнень. Перевіряється виконання даних вправ на відкидних дошках або на мультимедійній дошці. Далі учні, які планували засвоїти курс алгебри і початків аналізу на середньому рівні навчальних досягнень працюють з індивідуальними завданнями, запропонованими вчителем, згідно планування освітніх об'єктів, зафіксованому в маршрутних картах. Учні, які планували засвоїти курс алгебри і початків аналізу на достатньому і високому рівні навчальних досягнень, розв'язують вправи з підручника без позначень, які використовуються для перевірки засвоєння практичних знань, умінь та навичок. З цією метою доцільно використовувати математичні диктанти та тести (можливе використання посібника [161]). Аналогічну роботу доцільно провести під час вивчення способів розв'язування показникових нерівностей. Систематизуючи матеріал параграфу «Розв'язування показникових рівнянь і нерівностей» вчитель разом з учнями повторює схеми пошуку плану розв'язування

показникових рівнянь і нерівностей, якщо в учнів виникають питання дає на них відповідь.

По ходу засвоєння матеріалу клас розбивається на гетерогенні групи, старший групи (учень-консультант) організовує під керівництвом вчителя виконання завдання, звітує про результат роботи. В процесі організації такої групової роботи складність завдань зростає і учні, які планували засвоїти курс алгебри і початків аналізу на високому рівні навчальних досягнень розв'язують вправи помічені «*» підручника. Ці ж вправи можуть розв'язувати і учні, які вносили ці об'єкти до своєї маршрутної карти. Перевіряє розв'язування вправ помічених «*» вчитель у перших учнів, а потім ці учні можуть перевірити виконання завдання у однокласників. Результати виконання завдань учні фіксують в маршрутних картах. Якщо увесь матеріал опрацьовано таким методом, можна перейти до перевірки рівня засвоєння практичних знань, умінь та навичок.

Під час організації групової форми навчання із фіксацією результатів в маршрутній карті в учня з'являється можливість вільного спілкування з однокласниками, більший контакт з вчителем. Учні самі поміж собою розподіляють обов'язки, обмінюються думками, допомагають один одному, оцінюють себе і однокласників. Описана вище групова форма навчання сприяє формуванню навчальної мотивації учасників навчального процесу, формуванню умінь вести діалог, навичок спілкування, забезпечує зворотний зв'язок, створює передумови для розвитку комунікацій в навчанні, сприяє успішному формуванню в учасників комплексу позитивних якостей (здатності швидко адаптуватися у нестандартних умовах, умінь долати опір, уникати повторення помилок, вміння аналізувати і оцінювати свої дії і т.п.).

Слід зазначити, що під час розв'язування рівняння учні повинні усвідомлювати, що спочатку вони обирають метод розв'язування рівнянь: використання рівнянь-наслідків, використання рівносильних перетворень чи використання властивостей функцій. Другий крок, який роблять учні, застосування орієнтирів до певного типу рівнянь. Стосовно розв'язування показникових рівнянь це орієнтири наведені в таблиці підручника [153]: 1) якщо в лівій і правій частинах показникового рівняння стоять тільки добутки, частки, корені або степені, то доцільно за допомогою основних формул спробувати записати обидві частини рівняння як степені з однією основою; 2) якщо в одній частині показникового рівняння стоїть число, а в іншій всі члени містять вираз виду a^x (показники степенів відрізняються тільки вільними членами), то зручно в цій частині рівняння винести за дужки найменший степінь a . Використання таких орієнтирів дозволяє виробляти окремо уміння і навички в діях, що входять в загальну діяльність по розв'язуванню завдань та стимулює постійний аналіз учнями своєї діяльності по розв'язуванню завдань і виділенню в них загальних підходів і методів, їх теоретичного осмислення та обґрунтування.

Складніші завдання практичного характеру підвищеного рівня потребують значно більших зусиль для їх розв'язання. Можна погодитися з поглядами психологів, дидактів і методистів стосовно того, що процес розв'язування таких задач нагадує процес доведення тверджень, які вже сформувавшись як теореми, однак має свою специфіку.

Кожна задача задає сукупність даних – умову задачі і питання, що вказує на шукане – вимога задачі. Відповідно до вимоги задачі розрізняють чотири види задач: 1) на обчислення; 2) на побудову; 3) на доведення; 4) на дослідження [15, 199]. Серед задач на дослідження можна виділити ті задачі, які не вимагають значного обсягу досліджень для отримання результату. По аналогії поділу задач курсу фізики можна умовно розподілити задачі на кількісні і якісні, в залежності від того які основні дії потрібно виконати для одержання результату – обчислення чи проведення міркувань. Тобто, під якісною задачею розуміємо задачу, розв'язання якої ґрунтується на всебічному аналізі заданої ситуації та логічних висновках, зроблених унаслідок такого аналізу, і яка не вимагає громіздких обчислень для одержання розв'язку. Для того, щоб розв'язати якісну задачу потрібне не стільки проведення обчислень, скільки проведення відповідних міркувань. Метод розв'язування цих задач полягає в побудові логічних умовиводів (система якісних задач наведена в додатку Д). Прикладом такої задачі може бути така: на рис. 2.15 зображено графік функції $y = x^2 - 4x + 4$. Вказати точку мінімуму функції $y = x^2 - 4x + 4$.

Рис. 2.15. Графік функції

Як правило, умови якісних задач мають прості формулювання, часто у вигляді проблемного завдання, і зосереджують увагу учнів на математичній сутності матеріалу. Якісні задачі дають можливість висувати такі гіпотези або припущення, для підтвердження яких учням треба добре розумітися на взаємозв'язках математичних понять, застосовувати різні прийоми самостійної роботи, які базуються на евристичних міркуваннях.

Розв'язування цих задач можна практикувати з різною метою: для повторення вивченого, підготовки учнів до сприймання нового матеріалу, розуміння сутності матеріалу. В усіх випадках на основі добору задач треба виходити з того, що вони дадуть для поліпшення ефективності уроку.

Здебільшого для розв'язування якісних задач не треба робити громіздких розрахунків, а якщо вони є, то такі прості, що їх учні можуть виконати усно. Слід звернути увагу, що між якісними задачами і запитаннями, які вчитель ставить перед учнями для повторення, є відмінності. Відповідаючи на такі запитання, учні виявляють свої знання тих чи інших положень, але правильні відповіді ще не свідчать про ґрунтовність і вичерпність опанування учнями програмового матеріалу, оскільки їх можна дати і на основі формальних знань. Аналіз змісту та хід розв'язування якісних задач допомагає виявити вміння учнів аналізувати сутність математичних понять, встановлювати причинні зв'язки між ними і робити правильні висновки, сприяє поглибленню знань учнів, допомагає набуванню вмінь застосовувати теоретичні положення. Ми використовували систему якісних задач як в класах, що вивчають алгебру і початки аналізу на академічному рівні, так і на профільному.

Таким чином, розв'язування якісних задач сприяє виявленню якості засвоєння учнями вивченого матеріалу і їх уміння застосовувати теоретичні знання на практиці. Використання якісних задач в процесі навчання учнів алгебри і початків аналізу сприяє розвитку в учнів уміння міркувати дедуктивно, аналізувати, що в свою чергу впливає на формування логічної компетентності.

Під час вироблення методики розв'язування задач з алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником ми робили акцент на пошук плану розв'язування задач, тому що пошук способу розв'язування – один із основних компонентів розв'язування задач. Ми проаналізували на що орієнтуються учні під час пошуку планів розв'язування задач, за допомогою анкетування учнів 10-11 класів тих шкіл, які брали участь в експериментальному навчанні (див. додаток И).

Отже, як показують результати опитування, пошук плану розв'язування у більшості старшокласників зводиться до використання аналогій, які часто носять чисто зовнішні ознаки, що свідчить про несформованість в учнів умінь розв'язувати задачі. Основні причини несформованості в учнів умінь розв'язувати задачі полягають в тім, що старшокласникам не даються необхідні знання про сутність задач, тому вони розв'язують задачі, не усвідомлюючи належним чином свою власну діяльність. У старшокласників не виробляються уміння і навички в діях, що входять в загальну діяльність по розв'язуванню задач, і тому їм доводиться засвоювати ці дії в самому процесі розв'язування задач, що багатьом старшокласникам не під силу. Не стимулюється постійний аналіз старшокласниками своєї діяльності по розв'язуванню задач та виділенню в них загальних підходів і методів, їх теоретичне осмислення та обґрунтування.

Вибір прийому пошуку плану розв'язування задачі залежить від мети її розв'язування, яку ставить перед собою та учнями учитель. Діяльність вчителя в процесі пошуку плану розв'язування задачі полягає в: а) загальному керівництві діяльністю учнів за допомогою доречних запитань-нагадувань про те, що головним орієнтиром в пошуку повинна бути мета задачі, а головним помічником в досягненні цієї мети повинні бути умова задачі, отримані з неї наслідки та раніше отримані теоретичні знання; б) спостереженні за пошуком розв'язування задачі окремими учнями, наданні педагогічної підтримки учням.

В загальному випадку питання учителя, що здійснює керівництво діяльністю учнів по пошуку плану розв'язування задачі можуть бути, наприклад, такими: 1) в які формули (фігури) включено шуканий елемент задачі? 2) виписіть цю формулу (виділіть цю фігуру); 3) проаналізуйте формули (фігури) з точки зору даних в умові задачі та шуканого; 4) виділіть в

формулі (фігурі) які величини в доповнення до даних треба знайти, щоб реалізувати вимогу задачі; 5) які теоретичні знання треба використати, щоб знайти інші невідомі, що входять у формулу (згадайте, що вам відомо про зв'язок даних і шуканого, як ми відшукували ці нові дані раніше при розв'язуванні інших задач)? 6) сформулюйте більш прості задачі, які можуть допомогти вам в пошуку плану розв'язування задачі.

Під час пошуку планів розв'язування завдань з курсу алгебри і початків аналізу доцільно пам'ятати, що для деяких змістових ліній курсу доводиться використовувати орієнтовні основи двох рівнів: спочатку загальні, а потім більш конкретні, які пов'язані з розв'язуванням завдань саме з цієї теми.

На даному етапі роботи з задачею учитель може запропонувати учням наступні рекомендації: 1) спробуй віднести дану задачу до певного виду задач, спосіб розв'язування яких вам відомий; 2) пам'ятай, що вимога задачі виступає як головний орієнтир на пряму пошуку розв'язування; проаналізуй вимогу задачі і спробуй застосувати до розв'язування задачі той чи інший знайомий метод; 3) спробуй ввести допоміжні елементи; 4) співвіднось одержані часткові результати з умовою та вимогою задачі; 5) спробуй видозмінити задачу, переформулювати її умову, можливо спростити умову (тобто склади і спробуй розв'язати задачу, аналогічну даній, але більш просту), узагальнити умову задачі, замінити поняття пов'язані з задачею, їх означеннями; 6) спробуй розбити дану задачу на серію більш простих задач, послідовне розв'язування яких може скласти розв'язування даної задачі; 7) якщо розв'язати дану задачу не вдається, відшукай в підручнику задачу, схожу на дану; вивчи уважно її розв'язування та спробуй провести аналогічні міркування для заданої задачі [137].

Наприклад, робота по пошуку плану розв'язування задачі, розв'яжіть рівняння: (10 клас, тема: «Ірраціональні рівняння») може бути такою.

Учитель може задати учням наступні питання: «До якого виду рівнянь відноситься дане рівняння? Як найчастіше розв'язуємо ірраціональні рівняння, що містять один квадратний корінь?» (Розв'язування ірраціональних рівнянь ґрунтується на приведенні їх за допомогою деяких перетворень до раціонального рівняння. Як правило, це досягається піднесенням обох частин ірраціонального рівняння до одного і того самого степеня). Під час піднесення обох частин рівняння до парного степеня одержуємо рівняння, що може мати сторонні корені. (Це відбувається тому, що із рівності парних степенів двох чисел не завжди випливає рівність цих чисел).

Обговорюємо з учнями, що після ізолювання кореня () і піднесення обох частин рівняння до квадрата, ми отримуємо рівняння: . Якщо вибрати рівносильні перетворення рівнянь, то можливий інший підхід до пошуку плану розв'язування даного рівняння,

вчитель пропонує учням згадати як розв'язуються рівняння типу: () та сформулювати відповідний орієнтир (якщо до рівняння змінна входить в одному і тому самому вигляді, то зручно відповідний вираз із змінною позначити однією буквою (новою змінною) [153, с.277]). Це дозволяє учням самостійно проаналізувати, що до заданого рівняння змінна входить в одному і тому самому вигляді і тому його можна розв'язати за допомогою заміни змінної (нехай

, тоді і одержуємо рівносильне при вказаній заміні рівняння:).

Під час управління евристичною діяльністю учнів вчитель пропонує учням розглянути інший підхід під час розв'язування даної задачі (учні, які вивчають алгебру і початки аналізу на академічному рівні і включили до індивідуальної освітньої траєкторії індивідуальні об'єкти, а учні, що вивчають на профільному рівні це загальні об'єкти – легко помічають, що для дане рівняння можна розв'язати, використовуючи властивості функцій): рівняння має єдиний корінь (який знаходимо підбором), оскільки функція зростає на всій області визначення (як сума двох зростаючих функцій).

Отже, під час пошуку плану розв'язування даної задачі в учнів є право вибору в процесі розв'язування задачі: використати рівняння-наслідки (ізолюємо корінь і підносимо обидві частини рівняння до квадрата), використати рівносильні перетворення (вводячи нову змінну) чи

використати властивості функцій.

В залежності від того який метод розв'язування задачі обрали учні, складаємо відповідний план розв'язування задачі. Якщо учні обрали метод розв'язування ірраціональних рівнянь, коли використовуємо рівняння-наслідки, то можливий наступний план розв'язування задачі: 1) ізолюйте корінь; 2) піднесіть обидві частини рівняння до відповідного степеня, щоб одержати відповідний вираз; 3) якщо потрібно, повторіть перший і другий крок; 3) розв'яжіть одержане рівняння; 4) перевірте одержані корені.

У випадку, коли учні будуть розв'язувати рівняння за допомогою введення нової змінної, тоді складаємо такий план розв'язування задачі: 1) введіть нову змінну (t); 2) розв'яжіть рівняння відносно змінної t ; 3) виконайте обернену заміну та розв'яжіть рівняння відносно змінної x .

Якщо учні обрали метод використання властивостей функцій до розв'язування рівнянь, тоді учні можуть скористатися орієнтирами, наведеними в підручнику [153, с.302] і одержати план: 1) підібрати корінь даного рівняння; 2) довести, що інших коренів немає, для чого досить

обґрунтувати, що функція $f(x) = x^2 - 2x + 1$ – зростаюча.

В процесі здійснення плану розв'язування можливе різне управління діяльністю учнів. Вчитель організовує таку роботу: пропонує учням самостійно, без виклику до дошки, провести відповідні записи в зошитах; супроводжує самостійну роботу усною перевіркою проміжних обчислень, пропонує учням самостійно реалізувати план розв'язування задачі (для педагогічної підтримки учням дається картка-підказка, у вигляді евристичного орієнтиру наведена в додатку М). Над реалізацією плану учні працюють самостійно. Після того, як учитель помічає, що більша частина учнів впоралася з якимсь етапом розв'язування, цей етап записується у праву колонку на дошці кимось з учнів. Підводячи підсумок, учитель пропонує учням назвати теоретичні факти, які використовувалися під час розв'язування задачі.

Для формування елементів дослідницької діяльності доцільно запропонувати старшокласникам інший спосіб розв'язування рівняння $x^2 - 2x + 1 = 0$, коли ми використовували метод рівносильних перетворень. Для всіх коренів рівняння $x^2 - 2x + 1 = 0$ враховується автоматично.

Враховуючи $x^2 - 2x + 1 = 0$, отримуємо $x = 1$ – сторонній корінь. Отже, $x = 1$ – корінь рівняння. Відповідь. 1.

Далі вчитель звертається до учнів із запитанням: «Які висновки із розв'язування розглядуваної задачі слід взяти для подальшого використання?» (Орієнтир: коли змінна входить до рівняння в одному і тому самому вигляді, тоді зручно вводити нову змінну). Потім пропонуємо учням, розглянути які із завдань підручника [153] розв'язуються зазначеним способом. Цей спосіб можемо узагальнити і для випадку декількох змінних. Наприклад, розв'язати систему рівнянь:

Потім учням пропонується скласти план розв'язування останньої системи, а вдома розв'язати її. Запропонований орієнтир є загальним і використовується під час розв'язування логарифмічних, показникових і тригонометричних рівнянь.

Важливе значення в шкільному курсі алгебри і початків аналізу відіграють задачі на доведення. Ці задачі дають можливість уточнити, поглибити і закріпити навчальний матеріал та ознайомити учнів з найважливішими методами доведення шкільного курсу алгебри і початків аналізу. Розв'язування задач на доведення сприяє кращому засвоєнню програмового матеріалу та формуванню логічної компетентності учнів. Якщо у процесі вивчення теореми учень повинен зрозуміти і вивчити доведення, то під час розв'язування задач на доведення він повинен створити (самостійно чи за допомогою учителя) таке доведення.

Проілюструємо розв'язування задачі на доведення на такому прикладі: (дана задача може бути включена до індивідуальних освітніх об'єктів учнів, що вивчають алгебру і початки аналізу на академічному рівні або до загальних освітніх об'єктів профільного рівня) довести нерівність

якщо $x > 0$.

Етап 1. Аналіз задачі дозволяє учневі виділити умову і вимогу задачі. Дано: функція

$f(x) = x^2 - 2x + 1$ і число 20. Потрібно довести, що якщо $x > 0$, то $f(x) > 0$. Як вже зазначалося раніше, ми можемо переформулювати вимогу задачі і тоді отримаємо еквівалентне твердження: довести, що $f(x) > 0$, якщо $x > 0$.

Етап 2. Аналіз задачі і співставлення його з даними задачі дозволяє висунути гіпотезу: щоб довести нерівність $f(x) > 0$ якщо $x > 0$, достатньо:

1) дослідити за допомогою похідної поведінку функції $f(x)$ на проміжку; 2)

спираючись на отримані властивості функції обґрунтувати, що $f(x) > 0$.

Етап 3. Реалізація знайденого плану доведення відбувається шляхом переходу від умови до висновку. В результаті один із учнів, що навчається на високому рівні навчальних досягнень, виконує запис на дошці або можлива робота в групах, з подальшою педагогічною підтримкою учителя, тоді учні виконують відповідні записи в зошиті.

Можливий наступний варіант оформлення доведення: для доведення даної нерівності достатньо довести нерівність $f(x) > 0$ якщо $x > 0$. Розглянемо функцію

$f(x) = x^2 - 2x + 1$ якщо $x \in \mathbb{R}$, її похідна $f'(x) = 2x - 2$. (Нехай $x > 0$, тоді

$f'(x) > 0$, отже, $f(x)$ зростає на \mathbb{R}).

Тоді якщо $x \in \mathbb{R}$. Отже, функція $f(x)$ зростає на \mathbb{R} , отже, і на проміжку $(0; \infty)$. Тоді якщо

значення $f(0) = 1$. Отже, $f(x) > 1$ на проміжку $(0; \infty)$, тобто $f(x) > 0$ якщо $x > 0$, що й потрібно було довести.

Етап 4. На четвертому етапі пропонуємо учням узагальнити пропонований метод і отримуємо правило-орієнтир доведення нерівностей виду $f(x) > 0$ (або $f(x) < 0$) за

допомогою похідної: 1) розглянути допоміжну функцію $f(x)$ (на її області визначення або на заданому проміжку); 2) дослідити за допомогою похідної поведінку функції

(зростання чи спадання або її найбільше чи найменше значення) на розглянутому проміжку;

3) обґрунтувати (спираючись на поведінку функції $f(x)$, що $f(x) > 0$ (або $f(x) < 0$) на розглянутому проміжку, і зробити висновок, що $f(x) > 0$ (або $f(x) < 0$) на цьому проміжку.

Звертаємо увагу учнів на те, що ми розглянули нестандартний спосіб доведення нерівностей – за допомогою похідної, а серед основних способів доведення нерівностей можна назвати наступні: зведення нерівності до очевидної за допомогою тотожних перетворень; використання відомих нерівностей; методу математичної індукції; нестандартні способи (дослідження області значень лівої і правої частини, введення нових або додаткових змінних; використання властивостей квадратного тричлена, розбиття області визначення на частини та ін.).

Важливим етапом в процесі розв'язування задач є самоконтроль розв'язування задач, з цією метою ми пропонуємо учням скористатися наступним планом: перевірити правильність запису умови; перевірити хід розв'язування; перевірити обчислення; дослідити розв'язок, перевіривши часткові випадки; розповісти коротко хід розв'язування задачі; корисно перевірити розв'язування у товариша. Як зазначалось раніше, на основі рефлексивних суджень учень здійснює також власну оцінку діяльності. Рефлексія розв'язування задачі може здійснюватися за такими питаннями: 1) до якої теми відноситься задача; 2) склади план наведеного розв'язування; 3) спробуй виділити орієнтири, які дозволяють реалізувати цей план; 4) чи не можна використати наявність цих

орієнтирів в процесі пошуку плану розв'язування аналогічної задачі? Аналіз відповіді на ці питання дозволяє учням цілеспрямовано підходити до пошуку та складання плану розв'язування задач.

Отже, для підвищення ефективності вивчення математичних тверджень доцільно показувати учням приклади використання таких евристичних прийомів, як аналіз, синтез, зіставлення фактів, абстрагування, вибір найкращого варіанту тощо. В процесі вивчення змістових одиниць теоретичного матеріалу особливу увагу слід звертати на мотивацію вивчення поняття, пошук планів доведень тверджень та розв'язування завдань. Вимоги до засвоєння вивченого матеріалу мають бути диференційованими в залежності від рівня попередніх навчальних досягнень учнів: для одних це може бути лише розуміння суті математичного твердження, для інших застосування математичних тверджень не тільки в типових, а й в нових ситуаціях.

Під час вивчення математичних тверджень і їх доведень доцільно виділити основні етапи, аналогічні етапам процесу формування понять: підведення до розуміння теореми, засвоєння формулювання; формування етапів доведення і навичок застосування теореми у найпростіших випадках (у процесі пошуку плану розв'язування та розв'язування нескладних задач) і включення теореми у різні зв'язки з іншими теоремами та поняттями (у процесі пошуку плану розв'язування та розв'язування складніших задач). Методика навчання розв'язування задач в умовах особистісно орієнтованого навчання має певні особливості, а саме: широкого змісту набуває прийом пошуку плану розв'язування задач, застосування орієнтовних основ діяльності до розв'язування завдань і створення на цій основі особистісно орієнтованих педагогічних ситуацій, розгляд яких дозволяє старшокласникам розгортати власну навчальну діяльність по вивченню властивостей математичних об'єктів, описаних у завданні.

Для підвищення ефективності розв'язування задач за дворівневим підручником доцільно на етапі мотивації розв'язування задачі вчителю провести відповідну роботу по переорієнтації мислення старшокласників на способи дій (учні повинні виявити, що вони не володіють способом розв'язування певної задачі). На етапі пошуку плану розв'язування необхідно навчити учнів знаходити спосіб розв'язування задачі, використовуючи орієнтовну основу відповідних дій (для деяких змістових ліній курсу алгебри і початків аналізу доводиться використовувати орієнтовні основи двох рівнів: спочатку загальні, а потім більш конкретні, що пов'язані з розв'язуванням завдань саме з цієї теми). Під час пошуку плану розв'язування задачі учнів доцільно ставити в ситуацію вибору методу розв'язування. На етапі здійснення плану розв'язування можливе різне керівництво діяльністю учнів, надання педагогічної підтримки учням. На етапі вивчення знайденого розв'язку доцільно провести узагальнення, звернення уваги на ті теоретичні положення, які є ключовими для відшукування розв'язку, відшукування способу розв'язування задачі більш раціонального, чим знайдений.

Важливе значення для формування умінь та способів діяльності по розв'язуванню задач курсу алгебри і початків аналізу за дворівневим

підручником має організація самостійної роботи учнів.

2.3. Організація самостійної роботи учнів в процесі навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником

Під час навчання алгебри і початків аналізу самостійна робота учнів повинна бути органічною складовою частиною їх навчальної роботи на уроці.

Добираючи відповідні засоби, прийоми та методи їх досягнення, вчитель використовує самостійну роботу і як прийом учіння, і як форму роботи, і як метод навчання, але в будь-якому випадку даний процес є сумісною діяльністю вчителя й учня. Ми розглядаємо самостійну роботу учнів: як метод навчання – багатоякісне явище, яке має зовнішню форму прояву й внутрішню сутність, поєднання яких залежить від джерела інформації, логіки пізнання, виду завдань, рівня готовності учнів до специфіки змісту самостійної діяльності та функцій процесу навчання. Використання цього методу дозволяє формувати в учнів всі діяльнісні компоненти самостійної роботи (мотиви, мету, обробку поточної інформації, оперативний образ і концептуальну модель, прийняття рішення, дії та операції, контроль і оцінку результатів, корекцію дій) та їх функціональні взаємозв'язки.

Крім поняття самостійна робота ми будемо користуватися поняттям “самостійна діяльність”. Під самостійною діяльністю ми будемо розуміти процес відображення і перетворення діяльності в свідомості суб'єкта. Самостійна діяльність може відбуватися не тільки під час самостійної роботи учнів, але й тоді, коли вчитель викладає матеріал. Слухаючи пояснення, учні можуть виконувати самостійні роздуми та практичні дії, що не виконує вчитель. Поетапна побудова самостійної діяльності старшокласника є узагальнюючою схемою розв'язання різного роду проблем засобами математики в процесі створення їх математичної моделі. В результаті, старшокласник виходить на якісно новий рівень використання математичних знань та вмій, переносить їх в іншу предметну область. Доцільно також виділити основні компоненти самостійної діяльності (див. додаток К).

Ключовими моментами самостійної навчальної діяльності старшокласника є відбір матеріалу для розв'язування навчальної задачі (проблеми) та розв'язування навчальної задачі (проблеми). Розв'язування задачі (проблеми) складається в перекладі предмета з актуального стану в потрібний, тобто учень повинен прийняти цю задачу (проблему), оскільки розв'язати її він зможе тільки тоді, коли бачить в ній особистий смисл. Критеріями особистісно-направленої задачі (проблеми) можна рахувати: життєво-практичний зміст; включення в задачу (проблему) спеціально підібраного матеріалу, що дозволяє самостійно оцінити особистісну значимість теоретичних знань; створення умов для активності, прагнення до саморозвитку, рефлексії. Під час розв'язування задачі (проблеми) в учня накопичується певний досвід застосування математичних знань, що сприяє розвитку прийомів логічного пошуку та в свою чергу, розвиває його дослідницькі здібності.

Розглянемо особливості організації самостійної роботи з учнями в умовах рівневої і профільної диференціації навчання за дворівневим підручником. В організації самостійної роботи учнів можна виділити чотири основні етапи [199]:

- 1) стимулюючо-мотиваційний;
- 2) навчаючий;
- 3) діагностико-коректуючий;
- 4) контрольно-оціночний.

Перший етап в організації самостійної роботи – стимулюючо-мотиваційний.

З точки зору готовності до самостійної роботи передбачається наявність у учня дієвих мотивів, що спонукають особистість до самостійної діяльності. (Детальніше мотивація була розглянута у першому розділі). Під час організації самостійної роботи умовах рівневої і профільної диференціації навчання та особистісного спрямування навчального процесу мотивами можуть бути: усвідомлення старшокласниками того, що для вдосконалення тієї чи іншої професійної

діяльності, слід уміти самотійно організовувати і вдосконалювати свої дії; задоволення профільно-пізнавальної потреби; розвиток особистісних якостей; впевненість у суспільній необхідності постійного поповнення знань; наявність стійких пізнавальних інтересів, потягів, настанов, тісний зв'язок з емоціями. Як будь-яка діяльність, самотійна діяльність позбуджується системою цілей і мотивів. Між мотивами і ціллю існує взаємозалежність. Мотиви несуть в своєму змісті елементи особистих бажань, усвідомлених у співвідношенні до певних цілей. Знаючи мотиви самотійної роботи старшокласників і розвиваючи їх, вчитель може більш продуктивно її організувати.

Отже, говорити про самотійну роботу учня як про діяльність можна в тому випадку, коли в нього створена відповідна система мотивів. Учень повинен усвідомлювати чому він виконує самотійну роботу, що перш за все вона необхідна для формування необхідних йому навичок і вмінь і, звичайно для розвитку особистісних якостей, необхідних для його професійної життєдіяльності.

Дійовими способами, що побуджують учнів до самотійної роботи є: аргументація ближніх (безпосередніх) та кінцевих (перспективних) цілей навчання, показ теоретичної та практичної значущимості засвоєних знань. Тому доцільно ознайомити учнів з вимогами до їх математичної підготовки, які будуть пред'явлені до них під час зовнішнього незалежного оцінювання. Наприклад, під час вивчення розділу "Функції" (дослідження функції за допомогою похідної, побудова графіків функції) учні повинні вміти: знаходити проміжок монотонності функції; знаходити екстремуми функції за допомогою похідної; найбільше і найменше значення функції на заданому відрізку; досліджувати функції за допомогою похідної та будувати графіки функцій; розв'язувати прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень.

Другий етап організації самотійної роботи – навчаючий.

Оскільки навчання відображає два сумісних процеси: діяльність вчителя – викладання і діяльність учня – учіння, то в самотійній роботі, як у складовій навчання також виділяються два сумісних процеси – діяльність вчителя, яка полягає в плануванні і організації самотійної роботи учня, і діяльність самого учня, що полягає в організації та реалізації особистої навчальної діяльності. На навчаючому етапі важливо врахувати, наскільки учень підготовлений до такої діяльності (а саме рівень сформованості пізнавальної самотійності, предметних та загальнонавчальних знань, умінь, навичок), який розумовий потенціал він має. Можна вважати, що головною запорукою успіху в цій діяльності буде застосування диференційованого підходу до організації самотійної роботи учнів.

Диференціація самостійної роботи учнів здійснюється у двох напрямках: шляхом ускладнення змісту завдань, а отже, операцій мислення і прийомів самостійної роботи, та шляхом зміни характеру педагогічної підтримки учням. Для організації самостійної роботи учнів з низьким рівнем підготовленості до самостійної пізнавальної діяльності потрібно застосувати методи інформативно-пояснювальні та інформативно-евристичні, для учнів з середнім рівнем підготовленості – інформативно-евристичні та проблемно-пошукові, проте, в разі необхідності пропонуються і завдання інформативного характеру. Для організації роботи учнів з достатньо високим рівнем підготовленості використовуються частково-пошукові та дослідницькі методи.

Слід відмітити, що спеціальні дослідження шкільної практики показали, що в дійсності на уроках використовуються види самостійної роботи, орієнтовані насамперед на репродуктивну пізнавальну діяльність учня. Так до 60% питань, що задаються вчителем орієнтовані на репродуктивну діяльність, тобто вимоги простого повторення навчального матеріалу, і тільки 19-20% питань на те, щоб учень міг поміркувати над ними. Спостереження за процесом навчання в старших класах дозволяють говорити про переважне використання репродуктивної пізнавальної діяльності учнів та одноманітний характер запитань, що пропонуються вчителями на уроці. Навіть розглядаючи готові розв'язання, можна організувати самостійну діяльність учнів, дивлячись які допоміжні запитання ставляться. В залежності від характеру утруднень під час виконання самостійної роботи надаємо педагогічну підтримку учням. Надання педагогічної підтримки учням в залежності від характеру утруднень учнів в самостійній діяльності подано у вигляді схеми (див. додаток К, рис. К.2).

Навчаючий етап організації самостійної роботи включає розробку вчителем вимог до змісту завдань для самостійного виконання учнями з різним рівнем педагогічної підтримки. Система завдань з алгебри і початків аналізу для самостійної роботи учнів повинна відповідати таким вимогам: враховувати розвивальні, навчальні та виховні цілі уроку та зміст програмового матеріалу; спрямовувати навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником не тільки на розширення знань, структурування, інтегрування, узагальнення змісту, але й на постійне збагачення наявного суб'єктного досвіду учня; забезпечувати диференційованість за рівнем, відповідно до вимог державного загальноосвітнього стандарту та профільної диференціації; враховувати особливості навчальної діяльності учнів (потреби, інтереси).

Пропонуючи старшокласникам матеріал для самостійного опрацювання, вчитель повинен пояснити учням необхідність врахування виду навчального матеріалу, розкрити особливості кожного виду матеріалу та характер роботи з даним видом навчального матеріалу. Як показало дослідження О.В. Рогової [184], під час організації самостійної роботи учнів з алгебри і початків аналізу необхідно враховувати структуру змісту навчального матеріалу. Для цього доцільно певним чином структурувати відповідний матеріал. Ми використовували структурування навчального матеріалу, за логічними процедурами опису, пояснення, і перетворення, оскільки воно в найбільшій мірі відповідає виділенню дій, які потрібні для розв'язування відповідних задач, адекватних даному матеріалу.

Для кожної самостійної теми з алгебри і початків аналізу виділялося чотири рівні. Перший рівень – описуючий матеріал, який характеризує явища і предмети, їх суттєві ознаки, які визначають поняття науки. Другий рівень – пояснюючий матеріал, який включає теоретичне положення з доведеннями: властивості, закони, теореми і розкриває зв'язки та відношення. Третій рівень – приписуючий матеріал, який містить правила і приписи застосування теоретичних положень, принципи перетворення об'єктів. Четвертий рівень – пов'язуючий матеріал, який об'єднує єдиною ведучою ідеєю пов'язані з об'єктом, що розглядається, поняття, закони і принципи [184, с. 98; 190, с. 96].

Для організації самостійної роботи учнів з різними видами навчального матеріалу доцільно використовувати такі завдання.

1. Для навчального матеріалу описуючого характеру.

Завдання на виділення поняття, що розглядається серед інших понять.

Приклад такого завдання:

“Серед тригонометричних рівнянь а)

б) _____ ; в) _____ ; г) _____ визначити, які розв’язуються: а) шляхом введення нової змінної; б) шляхом зведення до однієї функції і подальшим введенням нової змінної; в) перетворенням в добуток;

г) діленням обох частин на _____ або на _____.

Для навчального матеріалу пояснюючого характеру доцільно використовувати такі завдання:

1. Завдання на виділення основних етапів доведення і складання його плану та завдання на ілюстрацію доведення у вигляді схеми. Наприклад, після розгляду на уроці розв’язування рівняння _____, учням пропонувалося самостійно за підручником [153] розглянути розв’язування рівняння _____ і скласти план розв’язування.

2. Завдання на переосмислення і переструктурування тексту доведення та підбір аргументів, які обґрунтовують кожен крок доведення, з коротким записом цих кроків у вигляді таблиці з колонками.

Твердження.	Обґрунтування.

Для навчального матеріалу приписуючого характеру доцільно використовувати такі завдання:

1. Завдання на складання плану розв’язування задач:

Приклад такого завдання: “Запропонуйте різні шляхи розв’язування рівняння:

_____ ; _____.”

2. Завдання на використання запропонованих вчителем приписів алгоритмічного типу для розв’язування задач заданого виду.

Приклад такого завдання “Розв’яжіть рівняння: _____” (Використовується алгоритм, розглянутий на уроці).

3. Завдання на структурування теоретичного навчального матеріалу з метою виділення в ньому приписів та загальних прийомів діяльності.

Приклад такого завдання:

“Розв’яжіть рівняння _____”.

Виділити схему розв’язування показникових рівнянь, що відрізняються від найпростіших ” – за підручником [153].

4. Завдання на здійснення аналізу розв’язування задач з метою пошуку узагальнюючих прийомів розв’язування задач даного виду.

Приклад такого завдання:

“Розглянути розв’язання завдання № 12 (4) в підручнику [153], визначити план розв’язання завдання на побудову графіка функції і побудувати графік функції за цим планом №12, 13”.

(Завдання 12 (4) – побудувати графік функції та вкажіть проміжки зростання і спадання

функції _____).

5. Завдання на підбір вправ які розв’язуються за допомогою заданого алгоритму чи припису.

Приклад такого завдання.

В підручниках [5, 153] в додаткових завданнях знайти 10 рівнянь, які можна розв’язувати, використовуючи метод введення нової змінної.

В залежності від рівня навчальних досягнень пропонуються різні завдання для їх самостійної роботи: для початкового рівня навчальних досягнень – завдання репродуктивного характеру (передбачає оволодіння навчальним матеріалом на рівні впізнання тобто учень повинен вміти розпізнавати математичні об'єкти). На середньому рівні навчальних досягнень – завдання репродуктивного характеру (передбачає оволодіння навчальним матеріалом на рівні відтворення, тобто учень повинен вміти розв'язувати задачі за відомими алгоритмами в стандартних ситуаціях). Для достатнього рівня навчальних досягнень – завдання реконструктивно-варіативні (передбачає застосування вивченого матеріалу в змінених і ускладнених ситуаціях); для високого рівня навчальних досягнень – завдання частково-пошукові і творчі (вимагають застосування матеріалу в нестандартних ситуаціях).

В зв'язку з впровадженням в навчальний процес дворівневих підручників з алгебри і початків аналізу, певною мірою змінюється характер організації самостійної роботи учнів. Під час підготовки до самостійної роботи з підручником вчитель повинен спрямувати учнів на серйозну кропітку роботу, на глибоке осмислення й освідомлення інформації.

Самостійна робота учнів з підручником відбувається в такій послідовності: ознайомлення із загальною побудовою підручника, його змістом, передмовою, що дає можливість одержати загальну уяву про структуру підручника і питання, які в ньому розглядаються; читання матеріалу від початку до кінця з метою його цілісного сприйняття; виявлення незнайомих слів, виразів, назв та пошук необхідної роз'яснювальної інформації за допомогою додаткових засобів; повторне читання, в процесі якого відбувається виділення вихідних положень та поступове осмислення про читаного; класифікація і узагальнення фактів, формулювання основних ідей опрацьованої інформації; складання тез, що дозволяє систематизувати знання, одержані під час читання, зосередити увагу на головних положеннях, зафіксувати їх в пам'яті, а також використати в подальшій роботі.

Одна із форм самостійної роботи – підготовка рефератів. Основна мета самостійної роботи над рефератом – формування навичок інформаційного пошуку, умінь класифікувати конкретні явища, узагальнювати та систематизувати знання, розвивати самостійне мислення, що сприяє розвитку здібностей дослідницької діяльності. Постійний контакт вчителя і учня під час роботи над рефератом дає можливість здійснити більш глибокий індивідуальний вплив на учня та диференційований підхід до розвитку здібностей кожного учня.

Визначимо основні етапи роботи над рефератом: усвідомлення логічної структури проблеми, яка досліджується в рефераті, визначення основного змісту, складання плану реферату; стисле викладення інформації в такій послідовності, яка забезпечить сприйняття реферативного матеріалу як моделі вихідної інформації, на основі якої виконується реферат; формування висновків, в яких висвітлюється відношення автора реферату до досліджуваної проблеми.

Наступна форма самостійної роботи за підручником – підготовка доповідей і повідомлень, передбачає тривалу систематичну діяльність учня з використанням в разі необхідності допомоги вчителя. Підготовка доповідей відбувається в декілька етапів: пошук інформації для доповіді, опрацювання джерел, що дає можливість визначити конкретну мету роботи, її кінцевий результат; розробка змісту для доповіді, встановлення об'єму і плану роботи, вивчення навчального матеріалу, визначення логічної послідовності висвітлення теми; систематизація матеріалу, написання тексту, висновки і узагальнення.

Спираючись на досвід роботи в експериментальних класах за підручниками [153, 156], охарактеризуємо особливості організації самостійної роботи учнів під час навчання алгебри і початків аналізу в 10 – 11 класах.

Завдяки тому, що система навчального матеріалу з кожної теми представлена на двох рівнях: це дозволило нам в експериментальних класах досить широко використовувати різні види самостійної роботи учнів за підручником, а саме:

- 1) відповіді на питання, що містяться в кінці параграфу, і питання, що формулює вчитель; 2) пояснення таблиць, аналіз графіків; 3) виділення в тексті обґрунтування, що відноситься до певного пункту таблиці; 4) самостійне опрацювання додаткового матеріалу за планом, складеним з вчителем;
- 5) підготовка коротких доповідей, які розкривають зміст додаткових властивостей відомих об'єктів курсу або схем діяльності по розв'язуванню певних типів задач;

б) самостійне розв'язування завдань за планом, наведеним в підручнику та відповідними зразками ; 7) самостійне складання плану узагальнюючого характеру для нових теоретичних фактів та способів розв'язання задач; 8) колективне складання плану розв'язання вправи.

Наведемо розроблені елементи навчання самостійній роботі з використанням підручників [153, 156] учнів експериментальних класів.

Як вже зазначалося, основний матеріал, який повинен засвоїти учні, структуровано в формі довідкових таблиць на початку параграфа (які містять не тільки систематизацію теоретичного матеріалу цього параграфу, а й систематизацію способів діяльності з цим матеріалом в формі спеціальних орієнтирів по розв'язанню завдань), то це дозволяє організувати самостійну роботу учнів по обґрунтуванню розглянутих властивостей або самостійну роботу за підручником по ознайомленню з відповідним обґрунтуваннями за планом, який фактично задається пунктами відповідної таблиці. Наприклад, для вивчення додаткового матеріалу, що міститься в темі "Многочлен від однієї змінної та дії над ними" ми пропонуємо учням з кожним пунктом теми працювати за наступним планом: 1) читати текст до вправ, відмічаючи важкі або незрозумілі місця ; 2) виконати вправи, виписуючи ту вправу, яку не вдається виконати; 3) ще раз виконати пункт 1 та відмічені у п.2 вправи [153]. Якщо залишились "білі плями", слід звернутися за консультацією до вчителя або до однокласника.

Наведена організація самостійної роботи сприяє реалізації принципів особистісно орієнтованого навчання, що значно розширяє можливості учня у виборі "індивідуальної освітньої траєкторії", оскільки кожен учень може вибирати свій власний рівень ознайомлення з такими обґрунтуваннями.

В кожному розділі підручника виділяються загальні орієнтири по пошуку розв'язування та по розв'язуванню типових завдань, тому важливою самостійною роботою за даним підручником є обговорення вибору відповідних орієнтирів та планів розв'язування завдань. Ще одним видом самостійної роботи є самостійне виконання учнями тестових різнорівневих завдань навчаючого характеру з посібника [161] (він входить до навчально-методичного комплексу за підручником), в яких реалізована поетапна підготовка учнів до розв'язування складних (для кожного рівня) завдань, яка закладена в саму структуру тестів (питання А-Г до завдання тесту дають учню план розв'язування відповідного складного завдання, тобто, фактично ту орієнтовану основу, яка виділена в підручнику, і яку повинен засвоїти учень). Наприклад, тестове завдання № 11 на с. 44 посібника [161].

Для учнів достатнього і високого рівня навчальних досягнень, як бачимо наведені питання нагадують, що дане рівняння можна привести до однорідного, а також нагадують учням, що однорідне рівняння розв'язується діленням на найменший степінь однієї з видів змінних. Відзначимо, що під час такої організації навчання учитель має додаткову можливість визначити, на якому кроці розв'язування завдання учень відчуває утруднення, і організувати роботу по додатковому відпрацюванню саме тих дій, що викликають ці утруднення.

Цікавим методичним прийомом, використаним в підручнику, який теж впливає на організацію самостійної роботи учнів, є відділення запису розв'язаних завдань від пояснювального коментарю, де уточнюються орієнтири вибору відповідного плану діяльності та його реалізації. Таке структурування навчального матеріалу сприяє не тільки засвоєнню учнями відповідних вмінь по розв'язуванню задач з теми, а й організації самостійної роботи по оволодінню учнями усного і письмового математичного мовлення. Зокрема дане структурування навчального матеріалу дозволяє ефективніше виконувати самостійну роботу під час підготовки до семінару, проведеного у формі "ділової гри". Наприклад, для проведення семінару з теми "Логарифмічна функція", 10 клас ділиться на 3 групи.

Група теоретиків готує виклад матеріалу за підручником [153]. Група практиків готує систему вправ з даної теми. Група опонентів, що складається з найбільш сильних учнів, консультує всі групи, готує запитання для груп і коментує повноту виконаної роботи кожною групою.

Під час підготовки учні, що працюють в групі теоретиків, можуть використовувати запитання для контролю, що містяться в кінці параграфа, або група опонентів може використовувати наступний план викладу матеріалу:

- 1) поняття логарифмічної функції та її властивості; 2) розв'язання найпростіших логарифмічних рівнянь; 3) використання рівнянь-наслідків під час розв'язування логарифмічних рівнянь; 4) рівносильні перетворення логарифмічних рівнянь;
- 5) розв'язування логарифмічних нерівностей: а) за допомогою рівносильних перетворень; б) застосування загального методу інтервалів.

Учні, що працюють в групі практиків, добирають вправи, користуючись схемою таблиці №52 [153]. Група опонентів, готуючи запитання для груп, може також використовувати запитання для контролю, що містяться в кінці параграфу. Під час роботи із запитаннями до параграфу можна запропонувати учням наступний план: 1) Чи є пряма відповідь на запитання в тексті? 2) Якщо є, то до якої частини тексту відноситься запитання? 3) Якщо ні, то до якого типу відноситься запитання: на відтворення фактичного матеріалу; на порівняння тверджень, властивостей; на знаходження причинно-наслідкових зв'язків; на узагальнення. 4) Відповідно до типу запитання проаналізуйте навчальний матеріал і дайте відповідь.

(Розробку уроку у формі "ділової гри" представлено у додатку А).

Третій етап організації самостійної роботи – діагностико-коректуючий, він пов'язаний із спостереженням за ходом виконання учнями самостійної роботи, корекцією вибору учнями змісту роботи. В залежності від рівня підготовленості учнів дані вказівки (картки-підказки) дають безпосередньо на уроці, може бути запропонований алгоритм на дошці тощо. Систему вказівок зручно подати учням у вигляді алгоритму, схеми, припису для виконання як окремих розумових дій, так і розв'язання, наприклад, типової задачі. Схему можна дати учням у вигляді зразка дії або пояснити усно, одночасно показуючи процес розв'язування на основі схеми; учні можуть скласти схему самі або під керівництвом вчителя, проаналізувавши процес розв'язування типової задачі (див. додаток Н).

Четвертий етап організації самостійної роботи – контрольньо-оціночний, який включає здійснення контролю процесу самостійної роботи учнів, яка б забезпечила перехід учнів на більш високий рівень самостійної діяльності. Результати перевірки самостійної роботи доцільно заносити до таблиці. У таблиці напроти прізвища кожного учня виставляється кількість балів, набраних ним за кожне окреме завдання, а також підсумкова оцінка за самостійну роботу. Таблиця може мати такий вид (див. табл. 2.7).

Таблиця 2.7

Результати самостійної роботи											
№	Прізвище, ім'я.	Завдання, максимальна кількість балів (у дужках).									
		1 (1)	2 (1)	3 (2)	4 (2)	5 (2)	6 (2)	7 (2)	8 (2)	9 (2)	Підсумкова
1.	Іванов А.	1	0,5	2	1	1,5	-	-	-	-	6

Аналіз такої таблиці дозволяє учителю побачити прогалини в опануванні учнями знань, умінь, навичок. Оцінки, отримані учнями під час самостійної роботи можуть виставлятися учителем у класний журнал або не виставлятися (залежно від побажання учня). Вчитель зосереджує свою увагу на наданні допомоги тим учням, яким вона необхідна. В такому випадку контроль допомагає учням правильно оцінити результати своєї роботи і виправити помічені недоліки, попередити подальші помилки і забезпечує планомірність і систематичність самостійної роботи учнів.

Невід'ємною складовою організації самостійної роботи учнів є самоконтроль і самооцінка, і тому є всі підстави стверджувати, що вони виступають як дієвий засіб стимулювання самостійної роботи учнів. Самоконтроль та самооцінка привчає саморегулювати свою діяльність, дозволяє позбутися амбіційності, болісної реакції на критику та зауваження, вміти адекватно реагувати на оцінку. По закінченню самостійної роботи учень може заповнити листок самооцінки, що має наступний вигляд (див. додаток К, табл.).

Під час виконання самостійних робіт в умовах особистісно орієнтованого навчання створюються особливо сприятливі умови для формування організованості учнів. Це можна пояснити тим, що з винятковою силою проявляється надзвичайно вагомих у розвивальному плані феномен появи у учня потреби в самостійності як визначальному чиннику збагачення власного досвіду. У традиційному навчанні ця потреба гальмується через педагогічну позицію, щодо учня

як об'єкта навчального процесу, оскільки він мусить лише відповідно реагувати на дії вчителя, не беручи участі у плануванні самостійної діяльності. Під час традиційної системи навчання самостійна робота учнів спрямована переважно на засвоєння знань, умінь і навичок, а розвиток особистості здебільшого ставиться як другорядна мета.

Важливе значення має організація самостійної роботи під час підготовки до державної підсумкової атестації та зовнішнього незалежного оцінювання, де самостійна робота органічно поєднується з систематизацією та узагальненням знань і умінь учнів з курсу алгебри і початків аналізу. (Організацію та зміст такої роботи розглянуто в додатку К.1).

Таким чином організація самостійної роботи учнів під час навчання алгебри і початків аналізу в умовах рівневої і профільної диференціації навчання та особистісного спрямування навчального процесу передбачає управління цим процесом з боку вчителя, що включає: цілепокладання, усвідомлення мотиваційної основи діяльності учнями, діагностику рівня навчальних досягнень учнями і забезпечення їх вказівками щодо самостійної роботи з навчальним матеріалом різних видів; підбір і пред'явлення учням спеціальних матеріалів (основу таких матеріалів складають задачі, які конкретизують вимоги стандарту математичної освіти з алгебри і початків аналізу); надання педагогічної підтримки у випадку утруднень в ході самостійної роботи, забезпечення дієвого оберненого зв'язку.

У ході дослідження ми запропонували рекомендації, щодо організації самостійної роботи учнів на наступних етапах: 1) стимулюючо-мотиваційному; 2) навчаючому; 3) діагностико-коректуючому; 4) контрольно-оціночному.

Також завдання для самостійної роботи повинні враховувати зміст навчального матеріалу. Для навчального матеріалу описуючого характеру доцільно використовувати завдання на осмислення сутності понять, зв'язків і відношень; для навчального матеріалу пояснюючого характеру завдання на обґрунтування тверджень шляхом підбору аргументів, на аналіз логіки доведень; для навчальних матеріалів приписуючого характеру – завдання на виділення з тексту правил дій і складання приписів алгоритмічного типу, на дії за заданими алгоритмами чи приписами, а також їх використання в нестандартних ситуаціях.

2.4. Особливості використання комп'ютера в навчанні алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником

Останнім часом було проведено багато наукових досліджень з вивчення впливу інформаційно комунікаційних технологій на розумовий розвиток учнів, на розкриття інтелектуального потенціалу під час навчання математики – праці

Ю.В. Горошка [55], М.І. Жалдака [74–77], Т.Г. Крамаренко [123], Г.О. Михаліна [145], С.А. Ракова [181], Ю.В. Триуса [206] та ін. Широке впровадження ІКТ в різноманітні сфери діяльності людини, їх можливості щодо моделювання реальних ситуацій в процесі навчання переконливо свідчать, що використання комп'ютера в навчанні – необхідний компонент в навчальному процесі.

Інформаційні технології розробляються з урахуванням класичних дидактичних принципів. Комп'ютер є одним із засобів навчання. Тому використання комп'ютера в навчальному процесі повинно проводитися з урахуванням дидактичних принципів. Принцип науковості – застосування комп'ютера повинно сприяти системному підходу до викладання навчального матеріалу, його структурування та виділенню основних понять; принцип доступності – навчальний матеріал, який подається з використанням комп'ютера повинен передбачати надання учневі допомоги у вигляді підказок, додаткових вказівок і задач; принцип наочності – об'єкти, що демонструються з дисплею комп'ютера, дозволяють бачити те, що не завжди можливо в реальному житті в статистичній та динамічній формах; принцип реалізації індивідуалізації і диференціації – застосування комп'ютера

в якості засобу навчання дозволяє реально індивідуалізувати процес навчання по темпу вивчення навчального матеріалу.

В сучасних умовах існує досить багато програмних засобів, які дозволяють розв'язати за допомогою комп'ютера достатньо широке коло математичних задач різного рівня складності. Це програмні засоби "GRAN", "DERIVE", "MATHCAD", "MAPLE", які дозволяють проводити математичні дослідження, побудови на площині і у просторі, знаходити закономірності у математичних явищах, формулювати теореми чи властивості для наступного доведення, підтверджувати доведені властивості та поглиблювати їх розуміння. Ці програми забезпечують ефективне створення та дослідження математичних моделей (аналітичних, геометричних, графічних), причому не тільки навчального призначення (тобто для розв'язування навчальних задач) – їх можна розглядати і як професійні математичні макети. Тому вони можуть використовуватись як універсальні інструменти і у навчальному процесі, і у подальшій професійній діяльності випускників шкіл у всіх галузях, де використовуються математичні методи

Комп'ютер дозволяє розширити набори навчальних задач. Мова йде не стільки про постановку задач, скільки про управління процесом їх розв'язання. В алгебрі і початках аналізу існує цілий клас задач на знаходження екстремуму тієї чи іншої величини. Для їх розв'язання учень повинен спочатку визначити цю функцію, а далі досліджувати її на екстремум, використовуючи похідну. Комп'ютерні технології надають допомогу учневі провести такі дослідження і отримати наглядні графіки подання рішення самої складної задачі. Наприклад, розглянемо наступну задачу: знайти найбільшу площу прямокутника, вписаного в коло з радіусом 1. Програма GRAN дозволяє дослідити, що таке буде у випадку, коли прямокутник буде квадратом. Наша мета, з'ясувати за якої умови площа прямокутника буде найбільшою. В даному завданні комп'ютер виступає засобом організації індивідуальної роботи з пошуку гіпотези, а пошук плану розв'язування і саме доведення проводиться аналітично (див. додаток С). В процесі такої організації навчання комп'ютер органічно поєднується з іншими засобами навчання. Вони дозволяють не тільки розв'язати відповідні математичні задачі, а й організувати навчальну діяльність учнів, в процесі якої формуються такі уміння: аналіз фактів; виділення об'єктів, важливих для пошуку розв'язування задачі; врахування та співвідношення всіх даних задачі між собою та з вимогою задачі; передбачення результатів; з'ясування узагальнюючого принципу дії; переформулювання ідей в різних варіантах, побудова плану розв'язування; перенесення узагальнюючих схем дій в конкретні операції; пошук асоціацій у зв'язку з об'єктом задачі; співнесення кроків пошуку розв'язування між собою та з питанням задачі; комбінування одних способів розв'язування з іншими; формулювання висновків; перевірка правильності виконаних дій

Наприклад, під час побудови графіків тригонометричних функцій, степеневої, показникової функції використовуємо побудову по точкам. Це досить громіздка робота, та і в зошитах учнів може бути побудована лише частина графіка, що в свою чергу може сприяти формуванню неправильної уяви в учня про відповідний графік в цілому. Ілюстрація графіків за допомогою різних програм (після пояснення, як саме їх отримали) та різних проміжках області визначення дозволяє сформулювати правильні уявлення про поведінку графіка функції. На комп'ютері досить легко прослідкувати зміни поведінки графіків функцій, а також зробити висновки про основні властивості функцій.

Наприклад, досить часто під час побудови графіка показникової функції учні будують його, не дотримуючись динаміки росту функції та наявності горизонтальної асимптоти. Щоб цього уникнути доцільно побудувати графік за допомогою комп'ютера на великому інтервалі, тоді загальна тенденція швидкості росту та наявності горизонтальної асимптоти засвоїться краще.

Також доцільно запропонувати учням побудувати, наприклад графік функції $y = e^x$ на різних проміжках області визначення функції $[-3;3]$, $[-5;5]$, $[-10; 10]$, $[-15,15]$.

EMBED Mathcad

EMBED Mathcad

Рис.2.17. Графік функції $y = \frac{1}{x}$ на різних проміжках області визначення

Звертаємо увагу учнів, які навчаються на академічному рівні на поведінку графіка функції коли $x > 0$ (необмежено наближається до осі Ox , але ніколи її не перетинає), а для учнів, які опановують курс алгебри і початків аналізу на профільному рівні побудова таких графіків виступає у формі комп'ютерного експерименту, який дозволяє висунути гіпотезу, що пряма $y=0$ є

горизонтальною асимптотою графіка і обґрунтувати цей результат, спираючись на означення та властивості асимптоти.

Також, за допомогою комп'ютера наочно можна продемонструвати властивість періодичності тригонометричних функцій, тому що з'являється можливість подивитися на їх графік на різних проміжках числової осі.

Використання комп'ютера дає можливість швидко та ефективно актуалізувати знання по побудові графіків за допомогою елементарних перетворень.

Наприклад, користуючись пакетом "GRAN1" учні будували графік функції:

A) EMBED Equation.3

Б) B) 1)

Г) Д)

Е)

Пояснюючи порядок дій, учитель дає команду на покрокове виведення зображення на екран, обговорюючи чергову видозміну графіка учні згадують за допомогою якого перетворення отримали наступний графік з попереднього. В результаті перед учнями поступово з'являються графіки, що приводять від початкового зображення до остаточного результату (див. додаток Р).

Для самостійної роботи можна запропонувати учням за задалегідь побудованими графіками вибрати з наведених функцій, що відповідають цим графікам. Також на основі зображень можна запропонувати дати відповіді на наступні питання: 1) як змінюється вид функції при переході від синього до помаранчевого графіка? 2) назвати низку перетворень, що приводять від червоного графіка до бузкового? 3) вказати нулі функції і проміжки зростання і спадання функції. Для самоконтролю правильності виконання цих завдань, учням пропонується з використанням комп'ютера за заданими формулами побудувати графіки відповідних функцій і перевірити їх з графіками у завданні. Відмітимо, що програми уможливають швидко та безпомилково виконувати побудови графіків досить складних функцій. Завданням для індивідуальної роботи може бути побудова за допомогою програм GRAN1 або GRAN2D усіх проміжних графіків при переході від початкового до остаточного, завдяки чому можна перевірити правильність розуміння алгоритму побудови, не витрачаючи часу на креслярські роботи.

Як показало експериментальне дослідження, звикнувши використовувати комп'ютер для ілюстрації тверджень, одержаних теоретично, учні можуть використовувати комп'ютер і для висунення гіпотез. Так, доцільно організувати роботу по висуненню гіпотези про взаємне розташування графіків прямої і оберненої функцій та їх монотонності, про монотонність показникової та логарифмічної функцій в залежності від основи степеня і логарифма відповідно.

Розглядаючи рівняння учні будували графік функції де бачили, що на зображеній частині графіка функція зростає, висували припущення, що функція зростає на всій області визначення, обґрунтовували це. Функція зростаюча (її похідна при всіх значеннях з області визначення). Тоді рівняння має єдиний корінь (- правильна рівність).

Завдяки комп'ютеру значно зростає наочність навчання, тому що на дисплеї моделюються задані ситуації, робота з графічним дисплеєм нагадує навчання шляхом відкриття. Наприклад, якщо учень, який навчається за програмою академічного рівня для організації індивідуальної освітньої траєкторії вибирає у вигляді індивідуального освітнього об'єкту «Асимптоти графіка функції», то доцільним буде наступний підхід. Запропонувати учням, використавши програму «GRAN», побудувати графік функції

Спочатку вчитель просить учнів побудувати графік функції на відрізку $[-2; 2]$, потім на відрізку $[-6; 6]$ і на відрізку $[-100; 100]$ (див. додаток Р, рис.Р.2). Вчитель зауважує, що коли побудувати графік функції нагадує пряму, прикладаючи до відрізку, що відповідні частини графіка практично співпадають з прямою. Вчитель показує графік цієї функції разом з прямою $y = 0$. Під час побудови графіка та визначення асимптоти кривої і за означенням учні пояснюють, що оскільки при побудові графіка функції $y = \frac{1}{x}$ на відрізку $[-100; 100]$ графік нагадує пряму, то пряма $y = 0$ – похила асимптота функції $y = \frac{1}{x}$. Тобто пряма $y = 0$ – похила асимптота функції $y = \frac{1}{x}$. З огляду на це, зглядається, як знаходиться похила асимптота в загальному випадку. Під час побудови графіка функції $y = \frac{1}{x}$ з'являється і під час ознайомлення учнів з поняттям асимптоти на відрізку $[-100; 100]$.

Під час вивчення курсу алгебри і початків аналізу доцільно використовувати комп'ютер для самоконтролю. Тобто, можлива перевірка правильності багатьох задач за допомогою різних програмових засобів. Це дозволяє формувати елементи дослідницької діяльності учнів. Наприклад

, розглянемо завдання: побудувати графік функції $y = \frac{1}{x}$. Припустимо, що учні розв'язують

задачу так: $y = \frac{1}{x}$. Тому $y = 0$. Під час побудови графіка, учні одержують результат, як показано на рис.2.18.

Рис.2.18. Графік функції

Потім учень будує цей графік з використанням комп'ютера і аналізуючи, звертає увагу, що в лівій півплощині (див. рис.2.19) графік відсутній, отже, помилка зроблена в області визначення. Не враховано, що $x < 0$.

Рис. 2.19. Графік функції

Ідея перевірки за допомогою комп'ютера правильності побудови є актуальною і під час вивчення теми «Побудова графіків за допомогою дослідження функції».

Використання комп'ютера для самоперевірки також доцільне під час розв'язування рівнянь та їх систем. Хоча графічне розв'язання не є точним, але допоможе оцінити відповідь, отриману аналітичним шляхом. Крім цього, графічним розв'язанням доцільно користуватися, якщо важко або неможливо розв'язати рівняння або систему аналітично (більш детально розглянуто на с. 161).

В нашому дослідженні комп'ютер також використовувався для рефлексії діяльності учнів. Для цього були використані набори тестових завдань з кожної теми курсу алгебри і початків аналізу, ці завдання ввійшли як базові до розробленого лабораторією дистанційною освітою і тестування Харківського державного педагогічного університету ім. Г.С.Сковороди комп'ютерні програми «Генератора тестів». Генератор містить спеціальну програму, що дозволяє створювати на комп'ютері нові варіанти тестових завдань відповідно до кількості учні. Нові варіанти завдань генератор створює, користуючись основним варіантом.

Комп'ютерні навчальні матеріали здатні адаптуватися до індивідуальних особливостей учнів. Це зумовлено специфікою комп'ютера, що полягає в наступному: 1) значний об'єм пам'яті сучасних комп'ютерів дозволяє зберігати та оперативно використовувати великі об'єми навчальної інформації; 2) можливість не тільки пред'являти навчальний матеріал, але й аналізувати відповіді та запитання учнів. За допомогою комп'ютера учень має можливість звернутися до своїх раніше виконаних дій, бо будь-яка дія може бути збережена в пам'яті

комп'ютера: в разі необхідності все це може бути повернено або зафіксовано для аналізу або контролю.

Комп'ютер як специфічний навчальний засіб дозволяє урізноманітнити групові форми роботи, що є важливим для реалізації профільної і рівневої диференціації. Наприклад, під час вивчення теми: «Площа криволінійної трапеції» можна так організувати роботу в класі, що вивчають курс алгебри і початків аналізу на академічному рівні. Один учень біля дошки самостійно працює з картою, два учня працюють з картками на комп'ютері, останні учні працюють в групах, розв'язуючи завдання, що і учні на картках. Учні-консультанти організують роботу в групі, допомагаючи вчителю оцінити роботу учнів, під час підведення підсумків роботи враховується робота учнів кожної групи, робота кожного учня окремо і робота учнів, які працювали індивідуально за комп'ютерами. Учні, які працювали за комп'ютерами демонструють які графіки функцій вони отримали та результати знаходження площі криволінійної трапеції.

На такому уроці учні, які навчаються за програмою академічного рівня, використовують свої вміння працювати на комп'ютері та вміння знаходити площу криволінійної трапеції, також учні повинні вміти будувати графіки функцій, виконувати перетворення. Аналогічно можна організувати групову форму роботи для учнів, які опановують курс алгебри і початків аналізу на профільному рівні, Запропонувавши їм розв'язати завдання: обчислити площу фігури обмеженої

графіками функцій $y = 3x^2 - 1$ та віссю Ox .

Розв'язування задач не тільки дає можливість розвивати знання, вміння, навички, але й набувати досвід дослідницької діяльності, надаючи учням можливість самостійно висувати гіпотезу про властивості об'єкту, що вивчається або відношення об'єктів.

Ефективними у реалізації поставлених завдань є програмні засоби, які надають учням можливість здійснювати пошуки і дослідження моделей математичних об'єктів. Найбільш доцільними під час вивчення алгебри і початків аналізу є програмні засоби GRAN. Зокрема, інструментальна програма "GRAN", яка є логічним розширенням ППЗ "GRAN" в напрямі збільшення функцій і гнучкості, можливо використовувати для комп'ютерної підтримки курсів алгебри, математичного аналізу, теорії ймовірностей і математичної статистики профільної школи. Спостереження, проведені нами під час педагогічного експерименту свідчать про те, що робота у середовищі GRAN сприяє формуванню в учнів індуктивного мислення, математичної інтуїції, навичок дослідницької діяльності.

Отже, в процесі навчання алгебри і початків аналізу доцільно використовувати комп'ютер як засіб для організації сумісної діяльності вчителя і учнів, а також самих учнів. З цією метою доцільно поєднувати індивідуальну (персональна робота за комп'ютером), групову (робота за комп'ютером та розв'язування навчальних задач в складі груп) та колективну (сумісне обговорення одержаних результатів) форми роботи на уроці. Комп'ютер на різних етапах вивчення матеріалу може виступати в ролі демонстраційного засобу (наприклад, підготовка демонстрацій презентацій до навчальних досліджень виконаних учнями, демонстрації презентацій вчителя до уроку, зокрема, демонстрації елементарних перетворень графіків функцій та ін.), інструменту дослідження та розв'язування навчальної проблеми, засобу для контролю (або самоконтролю) та оцінки знань, умінь, навичок учнів.

Використання засобів ІКТ у навчанні впливає на методику навчання алгебри і початків аналізу на всіх її рівнях: цілі навчання – з'являються проміжні цілі оволодіння педагогічними програмовими засобами з математики для підготовки учнів до життя в суспільстві; зміст навчання – виникає потреба введення в курс алгебри і початків аналізу нового змісту прикладного характеру, системи задач і вправ, системи закріплення, контролю; методи навчання – дозволяє ширше застосувати елементи дослідницького характеру; організаційні форми навчання – впровадження таких форм навчання, як групові та індивідуально-дослідницькі.

Таким чином, використання інформаційно комунікаційних технологій на уроці алгебри і початків аналізу дозволяє: активізувати пізнавальну діяльність учнів; забезпечити високу ступінь диференціації навчання; підвищити об'єм виконаної роботи на уроці; удосконалити контроль знань; формувати елементи дослідницької діяльності; забезпечити доступ до різних довідникових систем, ресурсів. Під час навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником використання ІКТ дозволяє організувати різнорівневу роботу по аналізу результатів комп'ютерного експерименту на академічному чи профільному рівні навчання.

2.5. Організація, проведення педагогічного експерименту та аналіз його результатів

Створення, дослідження, уточнення та перевірка ефективності запропонованої методики навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником здійснювалася нами у процесі проведення педагогічного експерименту, що проходив у три етапи, яким передувало тривале вивчення проблеми, робота дисертанта у школі, а саме:

- 1) констатувальний етап (2002–2004 р.р.);
- 2) пошуковий етап (2004–2009 р.р.);
- 3) формувальний етап (2009–2012 р.р.).

Мета констатувального етапу полягала у вивченні стану проблеми дослідження, визначенні його завдань та шляхів реалізації. У процесі констатувального етапу розв'язувались такі завдання – виявлення характеру утруднень учнів та вчителів, пов'язаних з вивченням курсу алгебри і початків аналізу в умовах рівневої та профільної диференціації навчання і особистісного спрямування навчального процесу.

З метою вивчення практичного досвіду з організації навчальної діяльності учнів у процесі вивчення ними алгебри і початків аналізу в старшій школі здійснювалися цілеспрямовані педагогічні спостереження: обговорювалися уроки, проводилися порівняльні аналізи контрольних робіт учнів різних класів, бесіди, анкетування, інтерв'ювання учителів, учнів, тестування учнів пов'язане з розумінням змісту понять курсу алгебри і початків аналізу.

У ході констатувального етапу проведено бесіди з близько 165 учителями математики з різних регіонів України, зокрема, із м. Харкова та області, м. Луцька, м. Ужгорода, м. Євпаторії. Серед них 5% учителів мають педагогічний стаж до 10 років, 35% – від 10 до 20 років, 60% – більше 20-ти років. Категорії “спеціаліст” та другу кваліфікаційну категорію мають 10% учителів, першу кваліфікаційну категорію – 50%,

вищу – 60% учителів. Звання “ Старший учитель ” – 25% учителів, “ Заслужений учитель України ” – 5% учителів (див. додаток Т).

Переважає більшість учителів вважає, що у них виникають труднощі під час підготовки до уроків в класах природничого та фізико-математичного профілів. Також більшість із них відмічають недостатню кількість методичних рекомендацій з питань реалізації підвищеного рівня навчання математики.

Враховуючи, що одним із завдань, що стоїть перед вчителями класів і шкіл математичного профілю та шкіл і класів з поглибленим вивченням математики є підготовка учнів до розв’язування завдань з математики, що пропонуються під час вступу до вищих навчальних закладів, ми провели анкетування вчителів з метою з’ясування, які додаткові методи і прийоми розв’язування завдань з кожної змістової лінії вони пропонували учням для формування підвищеного рівня навчальних досягнень в старших класах.

Аналіз відповідей вчителів показав, що найчастіше вони пропонували своїм учням тільки методи розв’язування завдань описані в підручнику і практично не розглядали методи, які не описані в підручнику, але які доводиться використовувати під час розв’язування завдань вступних іспитів. Відсутність таких методів в підручнику та на уроках (найчастіше учням пропонували тільки зразки розв’язування завдань) зумовлювали серйозні утруднення учнів у підготовці та розв’язанні завдань під час вступу до вищих навчальних закладів. Наприклад, в жодному з діючих на той час, підручників алгебри і початків аналізу не розглядалося за стосування властивостей функцій до розв’язування рівнянь, і учні виявляли повну безпорадність, коли їм пропонували розв’язати аналітично, навіть найпростіше рівняння типу: $ax^2 + bx + c = 0$ (хоча для його

розв’язання досить помітити, що функція $y = ax^2 + bx + c$ – зростаюча, а $y = -ax^2 - bx - c$ – спадна на всій числовій прямій. Отже, задане рівняння може мати не більше ніж один корінь. Даний корінь цього рівняння легко підбирається).

Успішне навчання учнів алгебри і початків аналізу передбачає активну самотійну роботу під керівництвом вчителя. Аналіз результатів виконання робіт учнями та завдань з самотійного опрацювання матеріалу підручника показав недостатнє вміння учнів виконувати самотійну роботу. Анкетування проведене серед 500 учнів, свідчить про труднощі в плануванні, здійсненні контролю самотійної роботи. Насамперед в учнів виникають труднощі під час складання плану самотійної роботи, 27% відмічають, що у них недостатньо сформовано вміння поставити ціль в самотійній роботі, 23% учнів вказують, що у

них виникають труднощі в структуруванні матеріалу. Аналіз відповідей учнів свідчить про необхідність формування у старшокласників вміння цілепокладання і планування своєї самостійної діяльності.

У процесі експерименту ми також поставили завдання дізнатись, який характер складнощів у учнів в ході самостійної роботи з навчальним матеріалом різних видів. Одним із засобів для дослідження виступав також діагностичний тест. Це адаптований нами тест, який запропонований А. Сиденко для педагогічного діагностування учнів шкіл [195]. Свій стан з кожного пункту учні оцінювали в балах від -3 до +3, виставляючи відповідні порядкові номери (див. додаток У). Проведене дослідження показало, що 28% учнів ставляться до самостійної роботи з математики негативно, 47% учнів потребують педагогічної підтримки під час розв'язування завдань, 42% учнів хотіли б частіше виконувати творчі завдання (див. додаток У). Також у процесі експерименту ми проводили анкетування вчителів з питань пов'язаних з формуванням цілей навчання математики та прийняття цих цілей учнями (див. додаток Е). Аналіз результатів анкетування показав, що 80% вчителів уміють формувати і формують цілі навчальної діяльності на кожному уроці, а при необхідності і на кожному етапі уроку, і тільки 40% вчителів пропонують формування цілей в якості зразків для самостійного цілепокладання. Це дозволило зробити висновок про необхідність більш детальної розробки педагогічної підтримки під час проектування цілей навчальної діяльності.

На цьому етапі також було проведено аналіз результатів зрізових контрольних робіт з алгебри і початків аналізу, проведених Харківським обласним управлінням освіти і науки України в школах м. Харкова та Харківської області, вивчався стан викладання математики в школах м. Харкова (відвідування та аналіз уроків, проведення письмових робіт, анкетування вчителів і учнів, бесіди з вчителями). Аналіз характерних помилок допущених учнями під час розв'язування завдань з алгебри і початків аналізу, які пропонувалися в зрізових контрольних роботах, проведених обласним управлінням освіти і науки України Харківської області в 2003 році наведено у додатку Ф. Для теоретичного осмислення та обґрунтування загальних підходів і методів до навчання учнів розв'язуванню задач з'ясовувалось, як розуміють старшокласники математичні поняття та доведення в шкільному курсі алгебри і початків аналізу. З цією метою для кожного учня обчислювалися коефіцієнти за формулою $EMBED$ Equation.3

, де n – кількість правильно розв'язаних завдань даного рівня;
 N – загальна кількість запропонованих вправ даного рівня. Залежно від обчислення значень n/N учні оцінювалися за 12-бальною системою (табл.1, додаток X).

Констатувальний етап експерименту, спостереження, власний досвід роботи в школі показали, що учні 10-х та 11-х класів мають переважно середній рівень сформованості вмінь доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу (відображено в наступній табл. 7, додаток X).

Аналіз досвіду роботи вчителів і власного досвіду також показали, що для ефективного навчання учнів алгебри і початків аналізу доцільно планувати цілі навчання за окремими темами курсу алгебри і початків аналізу, використовуючи логіко-дидактичний аналіз теми з врахуванням взаємозв'язків між елементами змісту навчання та на основі виділених цілей скласти карту навчальних цілей. Для реалізації навчання в умовах рівневої і профільної диференціації підручник з алгебри і початків аналізу повинен містити матеріал з кожної теми на різних рівнях опанування курсу алгебри і початків аналізу, методичний апарат підручника повинен включати засоби, що містять основу для різних видів уроку. Підручник повинен надавати учневі можливості відбирати зміст навчання математики залежно від його потреб.

Важливим засобом підвищення ефективності навчання алгебри і початків аналізу є формування узагальнених способів розв'язування задач, для цього доцільно в явному вигляді виділяти загальні орієнтовні основи діяльності по розв'язуванню завдань. Ми проаналізували на що орієнтуються учні під час розв'язування завдань, якщо їм пропонуються тільки зразки розв'язування аналогічних завдань. Для цього, ми провели анкетування учнів по виявленню розуміння деяких основних понять пов'язаних з розв'язуванням завдань. Анкету заповнили 32 учня 10 класу, які вивчали алгебру і початки аналізу за діючим підручником [232] (див. додаток II). Учням пропонувалося самостійно виділити загальну схему міркувань, необхідних для розв'язування завдань, та відтворити ці міркування під час розв'язування аналогічних завдань і тільки 10% учнів справилися із запропонованим завданням. Тобто в процесі навчання, що передбачає тільки ознайомлення із зразками розв'язування завдань, можливе виділення орієнтовних основ тільки 10% учнів. Аналіз діючих підручників показав, що виділення орієнтовних основ діяльності учнів по розв'язуванню завдань практично не представлено в підручниках з

алгебри і початків аналізу і частково наводиться тільки в посібниках для вчителя.

Таким чином, наведені вище результати навчальної діяльності учнів та проведений аналіз підручників підтвердив необхідність пошуку шляхів вдосконалення методики навчання алгебри і початків аналізу. Це удосконалення повинно стосуватись змісту навчального матеріалу (розробка додаткового навчального матеріалу з кожної теми для реалізації індивідуальної освітньої траєкторії учня). Також необхідно удосконалити методи ознайомлення учнів з відповідним матеріалом та способами діяльності з ним. Доцільно включати до матеріалів уроків в старших класах ознайомлення учнів з основними методами розв'язування більш складних завдань.

Відвідування уроків, аналіз досвіду вчителів, які досягли значних успіхів у навчанні математики в загальноосвітній школі показали, що велику роль в їх роботі відіграє педагогічна підтримка учнів в процесі цього навчання. Тому для підвищення ефективності навчання математики в старшій школі доцільним є впровадження особистісно орієнтованого навчання та педагогічної підтримки учнів в процесі організації такого навчання.

Отримані результати підтвердили, що в сучасних умовах існує суперечність між цілями і завданнями математичної освіти, спрямованими на формування в учнів системних знань, на їх інтелектуальний розвиток та недостатнім методичним забезпеченням, необхідним для розв'язування цих завдань. Це підтвердило необхідність дослідження проблеми вдосконалення методики навчання алгебри і початків аналізу в старшій школі в умовах рівневої та профільної диференціації навчання і особистісного спрямування навчального процесу.

Основні результати констатувального етапу педагогічного експерименту були використані нами під час підготовки першого розділу дисертаційного дослідження та у публікаціях [110, 119, 120].

Пошуковий етап дослідження тривав протягом 2004–2009 р. р., в цей час з'явилися дворівневі підручники з алгебри і початків аналізу, до яких був включений як основний матеріал, передбачений програмою, так і додатковий матеріал, призначений для організації роботи з учнями, що цікавляться математикою. Метою цього етапу було уточнення теоретично обґрунтованої методики навчання за дворівневим підручником алгебри і початків аналізу в умовах рівневої та профільної диференціації навчання і особистісного спрямування навчального процесу. На етапі пошукового етапі експерименту уточнювалися методичні прийоми формування математичних понять та тверджень, проводився цілеспрямований добір засобів навчання з метою підвищення рівня формування математичних понять і тверджень. На цьому ж етапі вівся пошук критеріїв вибору доцільних методів та організаційних форм навчання старшокласників за дворівневим підручником в умовах особистісної спрямованості навчального процесу та перевірялась ефективність розробленої методики. Було розроблено і доповнено етапи створення індивідуальної освітньої траєкторії учня та уточнено зміст маршрутної карти, відповідно до рівня, на якому опанується курс алгебри і початків аналізу. З метою перевірки ефективності пропонованої методики та її удосконалення здійснювалося спостереження за динамікою успішності та якості математичної підготовки учнів, за формуванням у них позитивних мотивів навчання, рефлексії власної навчальної діяльності.

На пошуковому етапі експерименту критерії ефективності тісно пов'язані з метою діяльності, яку здійснювали учні, наприклад, якщо це самостійна робота – то вміння розподіляти час, ставити ціль, складати план; якщо розв'язування задач – то в якості критеріїв ми брали вміння

розв'язувати задачі обов'язкового рівня. Аналізуючи зрізові контрольні роботи – в першу чергу ми хотіли виявити з яких тем краще виконувались завдання, а з яких виникали труднощі в засвоєнні (враховувались загальні критерії оцінювання робіт, які були на той час).

Для перевірки можливості створення індивідуальної освітньої траєкторії учня використовувалися результати, одержані в процесі теоретичного аналізу. Зокрема, створення і використання індивідуальної освітньої траєкторії учня передбачало наступні етапи: 1) фіксування кожним учнем, а потім і вчителем, фундаментальних освітніх об'єктів в освітній області та планування кожним учнем індивідуальної освітньої діяльності; 2) діяльність по одночасній реалізації індивідуальних освітніх програм учнів; 3) рефлексивно-оціночний етап.

В процесі експерименту було виявлено, що в учнів виникають труднощі під час складання індивідуальної освітньої траєкторії, якщо вчитель не враховує мотивацію діяльності учня. Тому першим етапом створення індивідуальної освітньої траєкторії учня доцільно взяти встановлення та класифікацію мотивів його діяльності по відношенню до освітньої галузі. Для цього можна, наприклад, використовувати анкетування учнів, проводити вхідну діагностику з використанням тестових завдань та завдань різного типу.

Другим етапом створення індивідуальної освітньої траєкторії є її складання учнем. Експеримент показав, що найчастіше учні під час складання індивідуальної освітньої траєкторії, орієнтуються на вимоги до вступу у вищі навчальні заклади, але у значній кількості учнів це спричинило серйозні утруднення. Важливим показником сформованості в учня вміння складати індивідуальну освітню траєкторію було вміння фіксувати індивідуальні освітні об'єкти. Експериментом було виявлено, що учні не вміють виділяти індивідуальні освітні об'єкти та враховувати їх зв'язки, не вміють виконувати рефлексію власної навчальної діяльності. З метою допомоги учням у складанні індивідуальної освітньої траєкторії пропонувалася структурно логічна схема взаємозв'язків основних понять і способів діяльності, які розглядаються в цій темі.

Також під час експерименту було з'ясовано, що доцільно реалізацію третього етапу організації індивідуальної освітньої траєкторії (тобто етапу її реалізації) проводити за допомогою захисту учнями індивідуальних освітніх об'єктів. Зокрема з'ясувалося, що коли учень захищає особистий освітній продукт – це значно підвищує якість навчання, тому четвертим етапом індивідуальної освітньої траєкторії ми взяли демонстрацію особистих освітніх продуктів учнів та колективне їх обговорення. Експеримент показав, що успішному вивченню курсу алгебри і початків аналізу сприяє організація навчального процесу з використанням маршрутної карти учня, в якій учень за допомогою вчителя фіксує загальні та індивідуальні освітні об'єкти, в залежності від того на якому рівні він опановує матеріал теми. Доцільно, щоб вчитель охарактеризував ті об'єкти, які можуть входити до маршрутної карти учня як індивідуальні освітні об'єкти на різних рівнях навчання та запропонував додаткову літературу, Інтернет-ресурси та завдання для самоконтролю кожного рівня.

Експеримент показав, що на поглибленому рівні опанування учнем курсу алгебри і початків аналізу доцільно більш широке використання додаткових засобів навчання, посібників, збірників

задач, Інтернет – ресурсів.

На другому етапі експерименту також проводилося анкетування учнів і одним із питань було те ж саме питання, що й на констатувальному етапі експерименту: “На що ви орієнтуєтесь під час розв’язування завдань?” Результати анкетування ми порівняли з результатами анкетування, проведеного під час констатувального етапу експерименту. З’ясували, що в учнів експериментальних класів значно знизився відсоток кількості учнів, що орієнтуються на знаходження аналогічного прикладу, більшість учнів під час розв’язування завдань спиралася на загальні орієнтири, тобто на орієнтовні основи дій. В той же час, в учнів контрольних класів результат був аналогічним до попереднього.

Експеримент також показав, що досить високого рівня застосування вивченого матеріалу курсу алгебри і початки аналізу учні можуть досягти або шляхом засвоєння великого обсягу маловпорядкованої навчальної інформації (в контрольних класах проводилися додаткові заняття з учнями і стійкі орієнтовні основи теж формувалися в результаті багаторазового виконання однотипних завдань), або шляхом засвоєння невеликого об’єму добре структурованого навчального матеріалу за рахунок явного виділення орієнтовних основ відповідної діяльності. Основою такого впорядкування можуть бути таблиці наведені в підручнику [153].

Як показав експеримент (про це свідчать результати навчальної діяльності учнів, наведені в табл.2, табл.3 додатку X), явне введення орієнтовної основи розв’язання у вигляді алгоритму або правила підвищує ефективність пізнавальної діяльності учнів порівняно з традиційним навчанням.

В процесі експериментального навчання деякі з розроблених орієнтирів пропонувалися учням у готовому вигляді, а деякі пропонувалося учням відкрити самостійно. Ми просили учнів знайти в підручнику задачі розглянутого типу, придумати аналогічні їм, і ці завдання виконувалися майже всіма учнями в класі.

Для перевірки розуміння змісту матеріалу та загального розвитку учнів в процесі експерименту ми також використовували якісні задачі (тобто задачі, розв’язування яких ґрунтується на всебічному аналізі заданої ситуації і не вимагає громіздких обчислень для одержання розв’язку – див. с.133). Наприклад, учням пропонувалися наступні задачі:

1) Скільки коренів має рівняння: 1) $x^2 - 5x + 6 = 0$;

2) $x^2 - 4x + 4 = 0$. 2) Розв’язати нерівність: $x^2 - 3x + 2 > 0$.

Слід відмітити, що навіть на рівні якісних задач, ми можемо пропонувати учням деякі орієнтовні основи діяльності (наприклад, якщо в завданні йдеться про кількість розв’язків рівняння (нерівності або системи), то для аналізу заданої ситуації часто зручно використовувати графічну ілюстрацію розв’язування). Система якісних задач наведена в

додатку Д.

Також в процесі експерименту з'ясувалося, що для організації ефективного руху учнів за індивідуальною освітньою траєкторією в тій його частині, яка стосується розв'язування дослідницьких та творчих завдань суттєву підтримку може надавати використання ІКТ. Наприклад, під час вивчення теми: "Показникова і логарифмічна функція" учні шукали план аналітичного розв'язування рівняння у такий спосіб. Спочатку, вони розв'язували це рівняння графічно. Для цього за допомогою GRAN1 учні будували графік функції, а потім графік функції і бачили, що на зображеній частині їх графіків точка перетину одна, тобто. Висували припущення, що задане рівняння має тільки один корінь. Для цього потрібно переконатися, що на будь-якій частині графіка (яка знаходиться за межами екрану) точки перетину побудованих графіків більше не буде.

Проаналізувавши одержаний графік учні побачили, що це графік зростаючої функції і спираючись на це припущення, склали план аналітичного розв'язування. 1) Обґрунтувати, що функція

- зростаюча (для обґрунтування було використано, що це сума трьох зростаючих функцій).

2) Перевірити, що - корінь рівняння (дійсно, якщо одержуємо, $38=38$). 3) Зробити висновок, що інших коренів бути не може, оскільки зростаюча функція може приймати кожне своє значення тільки в одній точці області визначення.

Програмові засоби GRAN-1 та GRAN-2D використовувалися на різних етапах вивчення теми "Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень відомих графіків функцій". Експеримент показав, що перш ніж називати учням готовий алгоритм або пояснювати його алгебраїчну основу, доцільно підготувати їх до самостійного висунення гіпотези про метод побудови відповідного графіка. Побудувавши відповідні графіки за допомогою програми GRAN-1 учням дається можливість висловити припущення про алгоритм побудови, перевірити це припущення на додаткових прикладах, після чого аналітичне роз'яснення алгоритму не викличе труднощів у сприйманні.

Отже, використання комп'ютера на різних етапах навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником дозволяє організувати різнорівневу роботу по аналізу результатів комп'ютерних експериментів на академічному та профільному рівні опанування алгебри і початків аналізу. Кожен етап у процесі навчання – подання нового матеріалу, формування, закріплення та перевірка знань, умінь учнів – може бути

здійснений ефективно завдяки раціональному застосуванню ІКТ.

Експеримент показав, що на якість проведення особистісно орієнтованого уроку алгебри і початків аналізу суттєво впливає вміння вчителя здійснювати педагогічну рефлексію, аналізувати і адекватно оцінювати свою діяльність, тому вчителям була запропонована наступна схема педагогічного аналізу особистісно орієнтованого уроку алгебри і початків аналізу: 1) мотивація завдань уроку та визначення його місця в системі занять з даної теми; обґрунтованість відбору наукової інформації, її логічна побудова; 2) наявність проблемності, внутрішньої діалогічності; 3) послідовність та логічність структури уроку; 4) єдність вербального, абстрактного, ілюстративного навчального матеріалу; 5) ефективність виконання завдань на кожному етапі уроку на основі обраних методів і засобів навчання; 6) характер діяльності учнів на уроці, її продуктивність; 7) передбачення ускладнень учнів і розробка способів їх усунення; 8) проектування і реалізація конкретних технологічних прийомів, які забезпечують активну діяльність учнів на уроці; 9) ефективність педагогічного керування і характер відносин між вчителем і учнями в процесі спільної діяльності; 10) виявлення умов і факторів, які сприяли або перешкождали виконанню завдань уроку; 11) усвідомлення можливостей підвищення наукового, навчального та виховного рівнів уроку. Самоаналіз уроку, який проводиться за цією схемою надає вчителю можливість знаходити шляхи подальшого вдосконалення уроку.

Результати експериментального навчання (див. табл. додатку X) показали, що використання запропонованої методики суттєво сприяє ефективному навчанню алгебри і початкам аналізу. Важливою характеристикою такого навчання є використання орієнтованих основ діяльності, розв'язування якісних задач, що суттєво скорочує час на формування відповідних вмінь, та організація індивідуальної освітньої траєкторії, що значно розширяє право учня на індивідуальний смисл і ціль навчання, вибір темпу, форм і методів навчання.

Результати експериментального дослідження показали, що використання тільки одного дворівневого підручника не гарантує особистісно орієнтований характер такого навчання. Тому потрібне використання запропонованої методики, яка спирається на особистісно орієнтований підхід до навчання, що передбачає: уточнення цілей навчання, організацію індивідуальної освітньої траєкторії учня, використання самостійної роботи учнів з підручником. У ході теоретичного дослідження та пошукового експерименту було визначено критерії вибору доцільних методів та організаційних форм навчання старшокласників за дворівневим підручником в умовах рівневої та

профільної диференціації навчання і особистісної спрямованості навчального процесу.

Таким чином, на пошуковому етапі експерименту було уточнено методику навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником, орієнтовану на сучасні методи, особистісно орієнтоване навчання, зокрема, етапи складання індивідуальної освітньої траєкторії, підтверджено необхідність спеціальної підготовки вчителя до особистісно орієнтованого уроку. На пошуковому і констатувальному етапі експерименту було створено необхідні передумови для проведення формувального етапу експерименту.

Третій етап педагогічного експерименту – формувальний – проводився протягом 2009 – 2012 р.р. Його метою була перевірка ефективності розробленої методики особистісно орієнтованого навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником. Експериментальна робота проводилася з учнями 10–11 класів. Експериментальною базою було обрано ЗОШ I–III ступенів №17, ЗОШ №123 I–III ступенів м. Харкова, Харківський педагогічний лицей №4 Харківської міської ради Харківської області, ЗОШ I–III ступенів №9 Бердянської міської ради Запорізької області, Пісочинський колегіум Харківського району Харківської області, Дублянська ЗОШ, Костянтинівська ЗОШ, Краснокутська гімназія Краснокутського району Харківської області, НВК №26 м. Луцька. До участі в експерименті було залучено 498 учнів 10–11 класів. Нами були виділені такі однорідні вибірки експериментальних та контрольних груп учнів для проведення формувального етапу експерименту, що представлені в наступній табл.2.8.

Таблиця 2.8

Розподіл учнів за класами, експериментальними та контрольними групами

Класи	10	11	Усього учнів
Експериментальні	118	132	250
Контрольні	129	119	248
Усього учнів	247	251	498

Учні експериментальних класів вивчали алгебру і початки аналізу за дворівневим підручником [153, 156], а учні контрольних класів як за дворівневим підручником [153, 156] так і за підручником [231]. При цьому в експериментальних класах використовувалась методика розроблена нами, а в контрольних класах така, що склалася у процесі педагогічної діяльності вчителів.

В ході цього експерименту у відповідності з завданнями дослідження розв'язувались такі завдання:

- 1) апробувати на практиці розроблену методику навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником і встановити, наскільки ефективними є запропоновані методичні рекомендації;
- 2) отримати оцінку методики навчання за дворівневим підручником зі сторони працюючих вчителів математики, які будуть залучені до експериментального навчання;
- 3) визначити, наскільки успішно реалізується у рамках навчальної діяльності в профільній школі запропонована методика навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником;
- 4) порівняти рівень знань та ступінь сформованості знань, умінь та навичок в учнів контрольних та експериментальних класів.

Для оцінки ефективності розробленої методики навчання алгебри і початків аналізу виділялись такі показники: надання результатам навчання соціально та особистісно значимого характеру; надання учням можливості самостійно рухатися у галузі, що вивчається; можливість диференційованого навчання із збереженням єдиної структури теоретичних знань; суттєве підвищення мотивації особистісного розвитку на основі формування навчальних дій, що забезпечують не тільки успішне засвоєння знань, умінь і навичок, але й формування ключових і

предметних компетентностей у відповідній галузі пізнання.

Ефективність впливу запропонованої методики перевірялася шляхом проведення заліків, самостійних і контрольних робіт однакового змісту в контрольних та експериментальних класах. Результати виконання письмових робіт доповнювалися даними поточної перевірки успішності учнів, якості виконання домашніх завдань, анкетування учнів, демонстрація особистих освітніх продуктів, цілеспрямованими педагогічними спостереженнями. Результати, отримані в експериментальних і контрольних класах підлягали порівняльному аналізу.

Результати виконання контрольних робіт учнями експериментальних та контрольних класів (див. табл.2-3, додатку X) були використані для перевірки нульової та альтернативної гіпотез.

Нульова гіпотеза H_0 – процент успішності в експериментальних та контрольних класах однаковий. Альтернативна гіпотеза H_A – процент успішності в експериментальних та контрольних класах різний. З метою перевірки гіпотез використовувався критерій для випадку, коли досліджувана властивість має два стани: «успішне» або «неуспішне» [56].

Значення статистики критерію обчислюється за такою формулою;

де N – об'єм усієї вибірки, n_1 , n_2 – об'єми вибірки контрольних та експериментальних класів, $O_{11}=104$, $O_{12}=27$, $O_{22}=10$. Тоді значення статистики критерію дорівнює . За таблицею – критерію для рівня значущості з одним ступенем вільності визначаємо критичне значення статистики $T_{кр}=3.96$. Оскільки $T_{сп} > T_{кр}$, то гіпотеза H_0 не узгоджується з експериментальними даними, тому її відхиляємо, а приймаємо гіпотезу H_A .

За результатами підсумкових контрольних робіт, проведених у 11-их класах (див. табл.3, додатку X), переконуємося у вірогідності альтернативної гіпотези H_A

$N=251$, $n_1=119$, $n_2=132$, $O_{11}=99$, $O_{12}=27$, $O_{21}=117$, $O_{22}=8$. Тоді значення статистики критерію дорівнює . Оскільки $T_{сп} > T_{кр}$, то гіпотеза H_0 не узгоджується з експериментальними даними, тому її відхиляємо, а приймаємо альтернативну гіпотезу H_A .

Отже, за статистичними даними приймаємо альтернативну гіпотезу H_A , яка свідчить про більшу ефективність запропонованої методики навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником.

Результативність методики визначимо за її впливом на якість (учні набрали 7 і більше балів) та успішність (учні набрали 4 і більше балів)

навчання. Статистичну вірогідність впливу розробленої методики навчання учнів за дворівневим підручником на якість навчання обґрунтуємо за допомогою медіанного критерію [56]. Медіана ряду розподілу балів для учнів експериментальних та контрольних класів за сумою одержаних балів дорівнює 6. Статистику $T_{сп}$ – критерію

обчислюємо за такою формулою: $T_{сп} = \frac{O}{N}$, де N – загальна кількість учнів експериментальних і контрольних класів; O – відповідно кількість учнів експериментальних і контрольних класів, які написали підсумкову контрольну роботу на 7-12 балів; P – відповідно кількість учнів експериментальних і контрольних класів, які написали контрольну роботу на 0-6 балів. В нашому дослідженні $N=498$, $O=131$, $P=72$, $R=119$, $S=176$. Знаходимо $T_{сп} = 27.194$. Оскільки $T_{сп} > T_{кр}$ ($T_{кр}=3,96$), то це означає, що медіани розподілу учнів за сумою одержаних балів в експериментальних і контрольних класах відрізняються зі збільшенням у бік експериментальних.

Статистичну вірогідність впливу розробленої методики на успішність навчання обґрунтуємо також за допомогою медіанного критерію, медіана ряду розподілу балів для учнів експериментальних та контрольних класів за сумою одержаних балів у цьому випадку дорівнює 3. Статистику $T_{сп}$ – критерію обчислюємо за такою формулою:

$T_{сп} = \frac{O}{N}$, де N – загальна кількість учнів експериментальних і контрольних класів; O – відповідно кількість учнів, які написали контрольну роботу на 4-12 балів; P – відповідно кількість учнів експериментальних і контрольних класів, які написали контрольну роботу на 0-3 балів. За нашими даними,

$T_{сп} = 11,232$. Знаходимо $T_{сп} = 11,232$. Оскільки $T_{сп} > T_{кр}$ ($T_{кр}=3,96$) то медіани розподілу учнів за сумою одержаних балів в експериментальних і контрольних класах відрізняються зі збільшенням у бік експериментальних.

Експеримент також показав, що орієнтовні основи, які фіксують загальні принципи розв'язування задач певного класу, включались у навчальну діяльність, перетворюють навчально-практичну задачу на навчально-дослідницьку, бо тепер перш ніж приступити до розв'язування задачі, учень виконує дослідження умови задачі з позицій можливості використання відомих йому орієнтовних основ діяльності, що суттєво активізує його пізнавальну діяльність. Експеримент показав переваги запропонованої методики порівняно з традиційною. Близько 90% учнів експериментальних класів засвоїли матеріал з алгебри і початків аналізу на достатньому і високому рівні (на відміну від учнів контрольних класів, де таких було тільки близько 78%). Причому, якщо на початку експерименту учнів, які знаходилися на початковому і низькому рівнях сформованості навчальної діяльності, в експериментальних і контрольних класах було приблизно порівну, то до кінця експерименту в експериментальних класах помітно зменшилися кількість

учнів, які знаходилися на цих рівнях.

Слід відмітити, що як тільки посередньо встигаючі учні відчували, що вони можуть приймати посилену участь у процесі міркувань на уроці, їх цікавість до математики помітно зростала, їм значно краще вдавалося засвоїти теоретичний матеріал, у них швидше формувалися практичні вміння і навички, ліквідувалися прогалини в знаннях за попередні роки, причому не за рахунок додаткових позаурочних занять, а на уроці.

Наведені вище результати дозволяють зробити висновок, що використання в навчанні запропонованої методики узгоджується з віковими особливостями розвитку учнів старшої школи і дозволяє враховувати їхні індивідуальні навчальні можливості та задовольняє вимоги рівневої та профільної диференціації.

Таким чином, проведений кількісний і якісний аналіз результатів педагогічного експерименту свідчить про ефективність застосування даної методики навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником.

Учителі, які брали участь в експерименті, позитивно оцінюють запропоновану методику навчання алгебри і початків аналізу, яка дозволяє організовувати особистісно орієнтоване навчання математики, реалізовувати основні принципи рівневої і профільної диференціації навчання, підвищити рівень формування математичних понять і тверджень, знайомити учнів з додатковими методами і прийомами розв'язування завдань з кожної змістової лінії, здійснювати педагогічну підтримку навчальної діяльності учнів. За їх свідченням, впровадження запропонованої методики навчання алгебри і початкам аналізу за дворівневим підручником сприяло підвищенню інтересу учнів до предмету, реалізації висунутих навчальних цілей, зокрема, значно покращились показники державної підсумкової атестації та зовнішнього незалежного оцінювання з математики. З огляду на це вважаємо доцільним упровадження розробленої методики навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником у практичну діяльність учителів математики.

Результати проведеного дослідження дають підставу вважати, що вихідна методологія правильна, мета досягнута, поставлені завдання розв'язані, що дає можливість зробити сформульовані нижче висновки.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2

У другому розділі викладено основні положення методики навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником, в основу якої покладено дидактичні і психологічні принципи навчання, закономірності процесу навчання, індивідуальні та вікові особливості і можливості розвитку учнів.

Результати навчальних досягнень учнів з курсу алгебри і початків аналізу значною мірою визначаються уточненими цілями навчання. Якщо загальні цілі навчання визначаються Стандартом і програмами, то цілі навчання за окремими темами курсу алгебри і початків аналізу доцільно планувати, використовуючи логіко-дидактичний аналіз теми із врахуванням взаємозв'язків між елементами змісту навчання. На основі виділених цілей доцільно скласти карту навчальних цілей, в якій виділяються три категорії цілей: 1) сприйняття, осмислення, запам'ятовування; 2) застосування у типових ситуаціях; 3) застосування у нових ситуаціях. Правильно визначені цілі створюють передумови для досягнення результатів навчання.

Успішному вивченню курсу алгебри і початків аналізу сприяє організація навчального процесу з використанням маршрутної карти учня, в якій учень за допомогою вчителя фіксує загальні та індивідуальні освітні об'єкти, в залежності від того на якому рівні він планує опанувати матеріал теми. Вчителю доцільно охарактеризувати ті об'єкти, які можуть входити до маршрутної карти учня як індивідуальні освітні об'єкти на різних рівнях навчання та запропонувати літературу, Інтернет-ресурси та завдання для самоконтролю для кожного рівня.

Для ефективного засвоєння курсу алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником доцільно організовувати навчальний процес з дотриманням таких умов: 1) забезпечення мотиваційної готовності учнів до включення їх у активну діяльність з метою виявлення суттєвих властивостей поняття та відшукання планів доведення математичного твердження, розв'язування задач та їх реалізації;

2) поступове ускладнення діяльності учнів з формування понять, доведення математичних

твердженнь розв'язування задач; 3) забезпечення реалізації вимог рівневої диференціації навчання.

Враховуючи специфічне структурування матеріалу в дворівневому підручнику алгебри і початків аналізу, доцільно ознайомлювати учнів з основними твердженнями курсу в два етапи: спочатку за таблицями підручника знайомити учнів з основними твердженнями, а потім розглядати їх доведення та приклади застосування. Доцільно використовувати різноманітні форми навчальної роботи з підручником: самостійне опрацювання певної частини тексту, пояснення окремих пунктів таблиць параграфу, складання планів пошуку доведення теорем, створення опорних схем і т.д.

Для підвищення ефективності навчання розв'язуванню задач за дворівневим підручником доцільно організовувати спеціальну роботу по пошуку плану розв'язування задачі, використовуючи орієнтовні основи дій. Розширення методів розв'язування задач, з якими знайомляться учні, дозволяє удосконалити етап пошуку плану розв'язування задач. Для розвитку логічного мислення учнів та уміння застосовувати теоретичні знання на практиці доцільно більш широке використання не тільки кількісних, а й якісних задач.

В роботі запропоновані рекомендації по організації групової форми навчання алгебри і початків аналізу та експериментально обґрунтовано їх ефективність.

Організація самостійної роботи учнів в процесі навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником буде ефективною за умови забезпечення їх рекомендаціями щодо самостійної роботи з навчальними матеріалами різних видів; надання їм різнорівневих задач, які конкретизують вимоги стандарту математичної освіти з алгебри і початків аналізу; надання педагогічної підтримки у випадку ускладнення під час самостійної роботи.

Контроль результатів навчання алгебри і початків аналізу слід розглядати як сукупність трьох видів контролю – попереднього, поточного і підсумкового. Об'єктами контролю на кожному етапі вивчення є заплановані результати навчання учнів з алгебри і початків аналізу, визначені у процесі логіко-дидактичного аналізу кожної теми.

В процесі навчання алгебри і початків аналізу доцільно використовувати комп'ютер як засіб для організації сумісної діяльності вчителя і учнів, а також самостійної діяльності учнів по проведенню комп'ютерних експериментів, закріпленню методів розв'язування задач, діагностиці рівня навчальних досягнень. З цією метою доцільно поєднувати індивідуальну, групову та колективну роботи на уроці.

Формуванню елементів дослідницької діяльності сприяє: виконання учнями індивідуальних дослідницьких проектів за обраною темою; систематичний пошук плану розв'язування завдань, зокрема дослідження можливості використання альтернативних шляхів розв'язування завдань; дослідження завдань з параметрами; проведення комп'ютерних експериментів для висування гіпотез стосовно властивостей математичних об'єктів, що розглядаються.

Основні наукові результати другого розділу опубліковані в працях [109, 110, 111, 116, 119, 120, 121, 122, 159, 162].

ВИСНОВКИ

Пріоритетними напрямками модернізації шкільної математичної освіти в старшій профільній школі є: вироблення ключових і математичних компетентностей, запровадження особистісно орієнтованого навчання, рівневої і профільної диференціації, дворівневих підручників, що вимагає удосконалення методики навчання математики, зокрема алгебри і початків аналізу.

Відповідно до поставленої мети і визначених завдань у ході дослідження отримані такі результати: з'ясовано стан теоретичної розробки проблеми теорії та практики навчання в профільній школі; обґрунтовані етапи створення індивідуальної освітньої траєкторії (з використанням маршрутної карти); показана доцільність використання "якісних задач" в курсі алгебри і початків аналізу; з'ясовано особливості навчальної діяльності учнів під час використання дворівневих підручників і уточнено поняття дворівневого підручника; вивчено досвід роботи вчителів математики в умовах рівневої і профільної диференціації навчання, виявлено актуальні проблеми навчання алгебри і початків аналізу учнів профільної школи; визначено особливості навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником; експериментально перевірено ефективність розробленої методики навчання учнів алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником.

Отримані результати дослідження дають підстави для таких висновків:

1. Введення профільного навчання математики, впровадження в практику навчання алгебри і початків аналізу дворівневих підручників, які дозволяють кожному учневі знаходити свій рівень опанування навчальним матеріалом і необхідність проектування вчителем різнорівневої навчальної діяльності учнів за таким підручником визначають актуальність удосконалення методики навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником в умовах рівневої і профільної диференціації навчання.

2. Підвищення результативності навчання алгебри і початків аналізу в профільній школі можливе за рахунок використання дворівневих підручників, якщо вони задовольняють дидактичним умовам: наявність спеціальних матеріалів, що підсилюють мотивацію учіння; наявність рівневої диференціації матеріалу; наявність матеріалів для організації різних видів самостійної роботи з підручником (таблиць та графіків, додаткового матеріалу, планів розв'язування завдань різного рівня складності; дослідницьких завдань); діалогізований текст підручника для реалізації комунікативної функції підручника.

3. В основу розробки методики навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником в умовах рівневої і профільної диференціації навчання і особистого спрямування навчального процесу покладено уточнення цілей навчання, організація індивідуальної освітньої траєкторії учня, використання самостійної роботи учнів з підручником. Ефективність навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником визначається правильно побудованими цілями навчання як усього курсу, так і окремих тем; для планування цілей навчання за окремими темами курсу доцільно проводити логіко-дидактичний аналіз теми і враховувати взаємозв'язки між елементами змісту навчання.

4. Методика навчання алгебри і початків аналізу має задовольняти такі вимоги: методи навчання мають добиратися до кожного уроку з врахуванням організації продуктивної діяльності учнів; використання різних форм самостійної роботи учнів; використання інформаційно-комунікаційних технологій; самостійна робота на уроці повинна мати як тренувальний, так і творчий евристичний характер, виконуватися як індивідуально, так і в групах; для активізації пізнавальної діяльності учнів під час навчання алгебри і початків аналізу, доцільно зробити формування орієнтовних основ діяльності складовою частиною навчання.

5. Важливе значення в методиці навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником має самостійна навчальна діяльність учнів. Система завдань для самостійної навчальної діяльності учнів повинна відповідати таким вимогам: враховувати розвивальні, навчальні і виховні цілі уроку та зміст програмового матеріалу; спрямовувати навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником не тільки на розширення знань, структурування та узагальнення змісту, але і на постійне збагачення наявного суб'єктного досвіду учня; забезпечувати рівневу та профільну диференціацію; враховувати особливості навчальної діяльності учнів (потреби, інтереси). Запропонована методика організації різних видів самостійної роботи в процесі навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником передбачає: комплексне поєднання традиційних засобів навчання з комп'ютерною підтримкою навчального процесу.

6. Для забезпечення ефективності реалізації рівневої і профільної диференціації навчання її слід проектувати заздалегідь. Основним компонентом розробленої в дисертації моделі реалізації рівневої диференціації є індивідуальна траєкторія учня, яка поєднує у собі: діагностування навчальних досягнень учнів, фіксування кожним учнем загальних і індивідуальних освітніх об'єктів, планування освітньої діяльності, заповнення індивідуальної маршрутної карти, реалізацію індивідуальних освітніх програм, демонстрацію особистих освітніх продуктів, оцінку повноти досягнення цілей.

Запропонована модель створення індивідуальної освітньої траєкторії (з використанням маршрутної карти) можна використовувати для організації рівневої і профільної диференціації навчання будь-якого предмету в профільній школі.

7. Для формування умінь застосовувати теоретичні знання на практиці доцільне широке використання задач, розв'язування яких ґрунтується на всебічному аналізі, і яка не вимагає громіздких обчислень, тобто якісних задач. В дослідженні розроблено систему якісних задач з різних тем курсу.

8. Комп'ютерна підтримка навчальної діяльності старшокласників із застосуванням педагогічного засобу GRAN сприяє підвищенню ефективності навчання алгебри і початків аналізу та розвитку дослідницьких умінь учнів. Найбільш ефективним є використання цього засобу для організації комп'ютерних експериментів та аналізу їх результатів.

9. Експериментальна перевірка основних положень дисертаційного дослідження показала ефективність запропонованої методики навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником на академічному та профільному рівнях.

Результати дослідження можуть бути використані в процесі розробки підручників та посібників з алгебри і початків аналізу методичних і навчальних посібників для вчителів та учнів, у лекціях для вчителів математики і студентів математичних факультетів педагогічних ВНЗ.

Подальші дослідження проблеми удосконалення ефективності навчання математики в профільній школі за дворівневими підручниками можуть бути спрямованими на: розробку комп'ютерної підтримки навчання алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником та створення методичних рекомендацій щодо їх використання; розробку методики навчання стереометрії в профільній школі за дворівневими підручниками.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алгебра и начала анализа : учеб. [для 10 кл. общеобразоват. учреждений : базовый и профильный уровни] / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – 4-е изд. – М. : Просвещение, 2005. – 430 с.

2. Алгебра и начала математического анализа : учеб. [для 10 кл. : базовый и профильный уровни] / Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева, Н. Е. Федорова, М. И. Шабунин ; под ред. А. В. Жижченка. – М. : Просвещение, 2008. – 368 с.

3. Алгебра і початки аналізу : (для 10 кл.) / О. М. Афанасьєва, Я. С. Бродський, О. Л. Павлов, О. К. Сліпенько. – Тернопіль : Навч. кн. – Богдан, 2004. – 318 с.

4. Алгебра і початки аналізу : (для 11 кл.) / О. М. Афанасьєва, Я. С. Бродський, О. Л. Павлов, О. К. Сліпенько. – Тернопіль : Навч. кн. – Богдан, 2004. – 324 с.

5. Алгебра і початки аналізу : підр. [для 10 кл. загальноосвітніх навч. закл. : академічний рівень] / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В. Б. Полонський, М.С. Якір. – Х. : Гімназія, 2010. – 352 с.

6. Алгебра і початки аналізу : підр. [для 10 кл. загальноосвітніх навч. закл. : профільний рівень] / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В. Б. Полонський, М.С. Якір. – Х. : Гімназія, 2011. – 432 с.

7. Алгебра і початки аналізу : підр. [для 11 кл. загальноосвітніх навч. закл. : академічний рівень, профільний рівень] / А.Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х. : Гімназія, 2011. – 432 с.

8. Алгебра і початки аналізу : плани-конспекти уроків за підручником Є. П. Неліна. 10 клас : посіб. [для вчителів] / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова, О. М. Роганін, З. І. Кравченко, В. В. Ачкан. – Х. : Світ дитинства, 2008. – 395 с.

9. Ананьев Б. Г. Избранные психологические труды / Б. Г. Ананьев. – М. : Педагогика, 1980. – 232 с.

10. Архипова А. И. Технологический учебник в структуре банка учебно-методической информации. Технологический учебник как компонент предметного информационного ресурса / А. И. Архипова, Е. Н. Жужа. – Ростов-н/Д. : ЦВВР, 2003. – 62 с.

11. Ачкан В. В. Формування математичних компетентностей старшокласників у процесі вивчення рівнянь і нерівностей : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Ачкан Віталій Валентинович. – К., 2009. – 222 с.

12. Бевз В. Г. Засоби навчання математики та історії математики / В. Г. Бевз // Математика. – № 37 (241). – С. 10–15.

13. Бевз В. Г. Синергетичні принципи в освіті. Нелійність. Самоорганізація / В. Г. Бевз, Л. П. Величко, І. А. Сверчевська // Математика в школі. – 2008. – № 11/12. – С. 19–22.

14. Бевз Г. П. Алгебра : підр. [для 11 кл. зв'язноосвітніх навч. закл. : академічний рівень, профільний рівень] / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова. – К. : Освіта, 2011. – 400 с.

15. Бевз Г. П. Методика викладання математики : навч. посіб. / Г. П. Бевз. – К. : Вища шк., 1989. – 367 с.

16. Бевз Г. П. Методика розв'язування алгебраїчних задач / Г. П. Бевз. – К. : Рад. шк., 1975. – 224 с.

17. Бевз В. Г. Провідні методологічні підходи у навчанні математики в профільній школі / В. Г. Бевз, В. У. Кузьменко // Математика в школі. – 2010. – № 1/2. – С. 3–7.

18. Белкин А. С. Основы возрастной педагогики / А. С. Белкин. – М. : Педагогика, 1993. – 192 с.

19. Белкіна О. Критичне мислення особистості як умова її розвитку та суспільного прогресу / О. Белкіна // Наук. вісн. Волин. держ. ун-ту. – Луцьк, 1999. – № 1. – С. 9–11.

20. Бенно А. Об организации групповой работы и выборе заданий для нее / А. Бенно // Советская педагогика и школа. – Тарту : ТГУ, 1972. – Вып. VI. – С. 93–104.

21. Беспалько В. П. Слагаемые педагогической технологии / В. П. Беспалько. – М. : Педагогика, 1989. – 192 с.

22. Беспалько В. П. Теория учебника / В. П. Беспалько. – М. : Педагогика, 1988. – 192 с.

23. Бех І. Д. Психологічна суть гуманізму у вихованні особистості / І. Д. Бех // Педагогіка і психологія. – 1994. – № 3. – С. 3–13.

24. Білянін Г. І. Методична система навчання математики в фінансово-економічних коледжах : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Білянін Григорій Іванович. – К., 2006. – 212 с.

25. Благодаренко Л. Ю. Особистісно-орієнтоване навчання фізики в педагогічних класах : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Благодаренко Людмила Юріївна. – К., 2003. – 222 с.

26. Блонский П. П. Избранные педагогические и психологические произведения / П. П. Блонский. – М. : Педагогика, 1979. – 304 с.

27. Богоявленская Д. Б. Психология творческих способностей / Д. Б. Богоявленская. – М. : Академия, 2002. – 320 с.

28. Божович Е. Д. Некоторые вопросы обучения по образцам (в школе) / Е. Д. Божович // Вопросы психологии. – 1980. – № 2. – С. 135–139.

29. Болтянский В. Г. К проблеме дифференциации школьного математического образования / В. Г. Болтянский, Г. Д. Глейзер // Математика в школе. – 1988. – № 3. – С. 9–13.

30. Бондаревская Е. В. Гуманистическая парадигма личностно ориентированного образования / Е. В. Бондаревская // Педагогика. – 1997. – № 4. – С. 11–17.

31. Братанич О. Реалізація диференційованого навчання в умовах комбінованого уроку / О. Братанич // Рідна школа. – 2000. – № 11. – С. 49–52.

32. Бродський Я. С. Діагностика математичної підготовки / Я. С. Бродський, О. Л. Павлов // Математика в школі. – 1998. – № 4. – С. 10–15.

33. Брунер Дж. Процесс обучения. / Дж. Брунер. – М. : Изд-во Акад. пед. наук РСФСР, 1962. – 84 с.

34. Брунер Дж. Психология познания. За пределами непосредственной информации / Дж. Брунер. – М. : Прогресс, 1977. – 412 с.

35. Бугайов О. І. Диференціація навчання в сучасній школі / О. І. Бугайов // Радянська школа. – 1991. – № 8. – С. 7–15.

36. Бугайов О. І. Диференціація навчання учнів у загальноосвітній школі : метод. рек. / О. І. Бугайов, Д. І. Дейкун. – К. : Освіта, 1992. – 31 с.

37. Бурда М. І. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. 11 кл. / М. І. Бурда, О. Я. Біляніна, Н. С. Прокопенко. – Х. : Гімназія, 2008. – 202 с.

38. Бурда М. І. Математика. 10–11 : підруч. для шк., ліцеїв та гімназій гуманіт. профілю / М. І. Бурда, Ю. І. Мальований, О. С. Дубинчук. – К. : Освіта, 2006. – 287 с.

39. Бурда М. І. Методичні основи диференційованого формування геометричних умінь учнів основної школи : дис. ... докт. пед. наук : 13.00.02 / Бурда Михайло Іванович. – К., 1994. – 256 с.

40. Бурда М. І. Навчальні програми для старшої школи (академічний та профільний рівні) [Електронний ресурс] – Режим доступу : [http://www/mon.gov.ua/education/average/progiz/matem](http://www.mon.gov.ua/education/average/progiz/matem).

41. Бурда М. І. Нові підходи до організації освіти у старшій школі : проект концепції профільного навчання у старшій школі / М. І. Бурда // Директор школи, ліцею, гімназії. – 2004. – № 1. – С. 72–77.
42. Бурда М. І. Рівнева диференціація у шкільній математиці / М. І. Бурда, В. В. Дивак, Г. М. Литвиненко // Рідна школа. – 1994. – № 8. – С. 56–60.
43. Бурда М. І. Теорія шкільного підручника з математики / М. І. Бурда // Математика в школі. – 1999. – № 2.
44. Бурмистрова Т. А. Программы общеобразовательных учреждений / Т. А. Бурмистрова. – М. : Просвещение, 2010. – 60 с.
45. Буряк В. К. Самостійна робота учнів / В. К. Буряк. – М. : Просвещение, 1984 – 192 с.
46. Ващенко Г. Загальні методи навчання : підруч. [для педагогів] / Г. Ващенко. – К. : Всеукр. пед. т-во ім. Г. Ващенко, 1997. – 410 с.
47. Великий тлумачний словник сучасної української мови / [уклад і голов. ред. В. Г. Бучел]. – К. ; Ірпінь : Перун, 2001. – 1101 с.
48. Выготский Л. С. Методика рефлексологического исследования / Л. С. Выготский // Проблемы современной психологии. – Львов, 1996. – С. 54–57.
49. Выготский Л. С. Педагогическая психология / Л. С. Выготский. – М. : Педагогика, 1991. – 479 с.
50. Гайштут О. Г. Розв'язування алгебраїчних задач / О. Г. Гайштут, Г. М. Литвиненко. – К. : Рад. шк., 1991. – 224 с.
51. Гальперин П. Я. Зависимость обучения от типа ориентированной деятельности / П. Я. Гальперин. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1958. – 238 с.
52. Гальперин П. Я. Методы обучения и умственное развитие ребенка / П. Я. Гальперин. – М. : Изд-во МГУ, 1985. – 45 с.
53. Гинзбург Л. Р. Психология познания. За пределами непосредственной информации / Л. Р. Гинзбург. – М. : Прогресс, 1977. – 412 с.
54. Гільбух Ю. З. Діагностика мислительних здібностей / Ю. З. Гільбух // Радянська школа. – 1990. – № 12. – С. 19–26.
55. Горошко Ю. В. Розв'язування задач з параметрами за допомогою програми «GRAN - 1» / Ю. В. Горошко, Є. Ф. Вінніченко // Математика в школі. – 2008. – № 7-8. – С. 45–48.
56. Грабарь М. И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях : непараметрические методы / М. И. Грабарь, К. А. Краснинская. – М. : Просвещение, 1977. – 136 с.
57. Грамбовська Л. В. Особистісно орієнтоване навчання геометрії в основній школі : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Грамбовська Лариса Володимирівна. – К., 2009. – 191 с.
58. Груденов Я. И. Психолого-дидактические основы методики обучения математики / Я. И. Груденов. – М. : Педагогика, 1987. – 158 с.
59. Гузеев В. В. Профильная дифференциация обучения / В. В. Гузеев // Директор школы. – 1996. – № 4.
60. Гуревич К. М. Индивидуально-психологические особенности школьников / К. М. Гуревич. – М. : Знание, 1988. – 80 с.
61. Гусев В. А. Индивидуализация учебной деятельности учащихся как основа дифференцированного обучения математики в средней школе / В. А. Гусев // Математика в школе. – 1990. – № 4. – С. 27–31.
62. Давыдов В. В. Проблемы развивающего обучения: опыт теоретического и экспериментального психологического исследования / В. В. Давыдов. – М. : Педагогика, 1986. –

240 с.

63. Давыдов В. В. Формирование учебной деятельности школьников / В. В. Давыдов. – М. : Просвещение, 1975. – 303 с.
64. Далингер В. А. Методика обучения учащихся доказательству математических предложений: книга для учителя / В. А. Далингер – М. : Просвещение, 2006. – 256 с.
65. Дворецька Л. П. Результат зовнішнього оцінювання з математики 2006 року / Л. П. Дворецька // Тестування і моніторинг в освіті. – 2006. – № 9. – С. 18–20.
66. Дейкун Д. І. Диференціація навчання учнів у загальноосвітній школі: метод. рекомендації / Д. І. Дейкун. – К. : Освіта, 1992. – 31 с.
67. Дейніченко Т. І. Диференціація навчання в процесі групової форми його організації (на прикладі предметів природничо-математичного циклу) : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.04 / Дейніченко Тамара Іванівна. – Х., 2006. – 262 с.
68. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти // Математика в сучасній школі. – 2012. – №3. – С. 3–8.
69. Дидактика современной школы : пособие для учителей / Б. С. Кобзарь, В. А. Кумарина, Ю. А. Кусый [и др.] ; под. ред. В. А. Онищука. – К. : Рад. шк., 1987. – 351 с.
70. Дифференциация в обучении математике / Г. В. Дорофеев, Л. В. Кузнецова, С. Б. Суворова, В. В. Фирсов // Математика в школе. – 1990. – № 4. – С. 15–21.
71. Дремова І. А. Контроль знань учнів з алгебри в осовній школі : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Дремова Ірина Анатоліївна. – К., 2004. – 210 с.
72. Ерастов Н. П. Методика самостоятельной работы : учеб. метод. пособие / Н. П. Ерастов. – М. : Мысль, 1985. – 79 с.
73. Еремин В. В. Двухуровневый учебник : взгляд автора и читателя (школа, время, реформы) [Электронный ресурс] – Режим доступа : <http://www/mhtml:file://c:\Documentsand Settings, 2010>.
74. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики : посіб. [для вчителів] / М. І. Жалдак. – К. : Техніка, 1997. – 303 с.
75. Жалдак М. І. Математика (алгебра і початки аналізу) з комп'ютерною підтримкою : навч. посіб. для підготовчих від-нь / М. І. Жалдак, А. В. Грохольська, О. Б. Жильцов. – К. : МАУП, 2009. – 304 с.
76. Жалдак М. І. Про коректність введення основних стохастичних понять у шкільному курсі математики / М. І. Жалдак, Г. О. Михалін // Математика в школі. – 2008. – № 11/12. – С. 3–12.
77. Жалдак М. І. Програма GRAN1 для вивчення математики в школі і вузі / М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко. – К. : КДПІ, 1992. – 48 с.
78. Забродський М. М. Вікова психологія : навч. посіб. / М. М. Забродський. – К. : МАП, 1998. – 92 с.
79. Закон України. Про загальну середню освіту // Інф. зб. М-ва освіти і науки України. – 2002. – № 24.
80. Закон України. Про освіту // Голос України. – 1996. – 25 квіт. – С. 1–6.
81. Занков Л. В. Избранные педагогические труды / Л. В. Занков. – М. : Педагогика, 1990. – 424 с.
82. Зильберберг Н. И. Урок математики : подготовка и проведение / Н. И. Зильберберг. – М. : Просвещение, 1995. – 178 с.
83. Зимняя И. А. Педагогическая психология : учеб. для вузов / И. А. Зимняя. – М. : Лотос, 1999. – 384 с.
84. Зовнішнє оцінювання з математики : інформ. матеріали / Є. П. Нелін, Л. П. Дворецька, Н. С. Прокопенко [та ін.]. – К. : УЦОЯО, 2006. – 40 с.
85. Зуев Д. Л. Школьный учебник / Д. Л. Зуев. – М. : Педагогика, 1983. – 240 с.
86. Зязюн І. А. Філософські проблеми гуманізації та гуманітаризації освіти / І. А. Зязюн // Педагогіка толерантності. – 2000. – № 3. – С. 58–63.
87. Ильин Е. П. Мотивация и мотивы / Е. П. Ильин. – СПб : Питер, 2000. – 512 с.
88. Ингенкамп К. Педагогическая диагностика / К. Ингенкамп. – М. : Педагогика, 1991. – 239 с.
89. Ігнатенко М. Я. Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики : дис. ... докт. пед. наук : 13.00.02 /

- Ігнатенко Микола Якович. – К., 1997. – С. 256.
90. Інструктивно-методичний лист вивчення математики у 2008–2009 навчальному році // Математика в школі. – 2008. – № 7/8. – С. 3–19.
91. Кабанова-Меллер Е. Н. Учебная деятельность и развивающее обучение / Е. Н. Кабанова-Меллер. – М. : Знание, 1981. – 96 с.
92. Каким быть учебнику : дидактические принципы построения / под ред. Л. Я. Лернера, Н. М. Шахмаева. – М. : Изд-во РАО, 1992. – Ч. 1. – 169 с.
93. Капинос А. Н. Уровневая дифференциация при обучении математике / А. Н. Капинос // Математика в школе. – 1990. – № 5. – С. 16–19.
94. Кисельов А. П. Алгебра : підруч. [для середньої шк.] : в 2 ч. / А. П. Кисельов. – К. : Рад. шк., 1966. – Ч. 2. – 264 с.
95. Клаус Г. Введение в дифференциальную психологию учения / Г. Клаус. – М. : Педагогика, 1987. – 178 с.
96. Ковалева Г. С. PISA Результаты международного исследования / Г. С. Ковалева // Школьные технологии. – 2006. – № 4. – С. 4–10.
97. Колмогоров А. Н. Математика – наука, наука и профессия / А. Н. Колмогоров. – М. : Наука, 1988. – 285 с.
98. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике / Ю. М. Колягин. – М. : Просвещение, 1977. – 110 с.
99. Колягин Ю. М. Русская школа и математическое образование / Ю. М. Колягин. – М. : Просвещение, 2001. – 80 с.
100. Кон И. С. Психология ранней юности / И. С. Кон. – М. : Просвещение, 1988. – 256 с.
101. Концепція профільного навчання в старшій школі // Інформаційний збірник МОН України, 2009. – №№ 28–29. – С. 54–64.
102. Концепція загальної середньої освіти (12-річна школа) Електронний ресурс – Режим доступу: <http://osvita.ua/ecgislation/Ser-osv/2712>.
103. Костюк Г. С. Избранные психологические труды / Г. С. Костюк. – М. : Педагогика, 1982. – 304 с.
104. Кравченко З. Вибір учнями індивідуальної освітньої траєкторії з математики – нові взаємини вчителя і учнів / З. Кравченко // Виклик для України : розробка рамкових основ змісту (національного курикулуму загальної середньої освіти 21-го століття) : матеріали Всеукр. наук.-практ. конф., 26–27 черв. 2007 р. / Акад. пед. наук України [та ін.]. – К. : 2007. – С. 10.
105. Кравченко З. І. Забезпечення диференційованого підходу до навчання алгебри і початків аналізу за рахунок вибору учнями індивідуальної освітньої траєкторії навчання / З. І. Кравченко // Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики» м. Суми, 3–4 грудня 2009 р. – Суми: СумДПУ імені А.С.Макаренка, 2009. – С. 39.
106. Кравченко З. І. Методична система навчання алгебри і початків аналізу в умовах компетентісного та особистісно орієнтованого підходів до навчання / З. І. Кравченко // Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції «Проектування освітніх середовищ як методична проблема» м. Херсон, 16–19 вересня 2008 р. – Херсон: Вид. ХДУ, 2008. – С. 159–161.
107. Кравченко З. І. Організація індивідуальної освітньої траєкторії учнів при навчанні алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником / З. І. Кравченко // Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО –2007), м. Черкаси, 16–18 квітня 2007 р. – Черкаси: Вид. від ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2007. – С. 51–52.
108. Кравченко З. І. Організація індивідуальної освітньої траєкторії учня в умовах профільного навчання / З. І. Кравченко // Матеріали II Всеукраїнської науково-практичної конференції «Безперервна фізико-математична освіта: проблеми, перспективи» м. Бердянськ, 8–9 вересня 2009 р. – Бердянськ: БДПУ, 2009. – С. 59–61.
109. Кравченко З. І. Організація самостійної роботи учнів при навчанні алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником / З. І. Кравченко // Зб. наук. пр. Черкас. нац. ун-ту ім. Б. Хмельницького. (Педагогічні науки). – Черкаси : ЧНУ, 2005. – Вип. 70. – С. 68–74.

110. Кравченко З. І. Особистісно-діяльнісний підхід до навчання математики / З. І. Кравченко // Математика в школах України. – 2004. – № 1 (49). – С. 11–14.
111. Кравченко З. І. Особливості організації самостійної роботи учнів в умовах особистісно орієнтованого навчання математики / З. І. Кравченко // Матеріали III Всеукраїнської науково-практичної конференції «Особистісно орієнтоване навчання математики сьогодні і перспективи» м. Полтава, 8–9 квітня 2008 р. – Полтава : АСМІ, 2008. – С. 20–21.
112. Кравченко З. І. Особливості організації самостійної роботи учнів при навчанні алгебри і початків аналізу за дворівневим підручником / З. І. Кравченко // Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти – 2005» (ПМО – 2005), м. Черкаси. 20–22 квітня 2005 р. – Черкаси, Вид. від ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2005. – С. 74–75.
113. Кравченко З. І. Особливості підготовки і проведення уроку алгебри і початків аналізу в умовах особистісно та компетентісно орієнтованого навчання / З. І. Кравченко // Проблеми сучасної педагогічної освіти. Сер. Педагогіка і психологія. : зб. наук. пр. – Вип. 26. – Ялта, 2010. – С. 33–38.
114. Кравченко З. І. Особливості формування індивідуальної освітньої траєкторії учнів при навчанні алгебри і початкам аналізу / З. І. Кравченко // Зб. наук. пр. Черкас. нац. ун-ту ім. Б. Хмельницького. (Педагогічні науки). – Черкаси : ЧНУ, 2007. – Вип. 111. – С. 66–73.
115. Кравченко З. І. Особливості формування математичних компетентностей старшокласників / З. І. Кравченко // Матеріали Міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО–2009), м. Черкаси, 7–9 квітня 2009 р. – Черкаси: Вид. від ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2009. – С. 52–53.
116. Кравченко З. І. Підготовка учнів до зовнішнього незалежного оцінювання як засіб посилення фундаментальної освіти в школах / З. І. Кравченко // Матеріали XII міжнародної науково-методичної конференції викладачів вузів і шкіл України, Росії «Методи совершенствования фундаментального образования в школах и вузах» м. Севастополь, 24–28 вересня 2007 р. – Севастополь: Вид. СевНТУ, 2007. – С. 93–94.
117. Кравченко З. І. Принципи організації особистісно орієнтованого навчання в профільній школі / З. І. Кравченко / Засоби навчальної та науково-дослідної роботи : зб. наук. пр. / Харк. нац. пед. ун-т ім. Г. С. Сковороди. – Х., 2006. – Вип. 25. – С. 96–101.
118. Кравченко З. І. Створення ситуації вибору, як важлива умова ефективності особистісно орієнтованого уроку / З. І. Кравченко // Засоби навчальної та науково-дослідної роботи : зб. наук. пр. / Харк. нац. пед. ун-т ім. Г. С. Сковороди. – Х., 2007. – Вип. 27. – С. 74–78.
119. Кравченко З. І. Урок з алгебри і початків аналізу в 11 класі / З. І. Кравченко // Джерело педагогічної майстерності : наук.-метод. бюл. – Х., 2000. – Вип. 2 (26). – С. 76–77.
120. Кравченко З. І. Урок-подорож (алгебра і початки аналізу) / З. І. Кравченко // Джерело педагогічної майстерності : наук.-метод. бюл. – Х., 2004. – Вип. 1 (31). – С. 21–23.
121. Кравченко З. І. Урок як основний компонент навчального процесу в системі особистісно орієнтованого навчання алгебри і початків аналізу / З. І. Кравченко // Математика в школі. – 2007. – № 8. – С. 8–15.
122. Кравченко З. І. Реалізація індивідуального підходу до навчання математики за допомогою дворівневого підручника / З. І. Кравченко // Сб. науч. тр. SWorld. Материалы международной научно-практической конференции «Современные проблемы и пути решения их решения в науке, транспорте, производстве и образовании 2012». – Вип. 4. Том 26. – Одеса, 2012. – С. 79–82.
123. Крамаренко Т. Г. Формування особистісних якостей школярів у процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Крамаренко Тетяна Григорівна. – К., 2008. – 270 с.
124. Крутецкий В. А. Основы педагогической психологии / В. А. Крутецкий. – М. : Просвещение, 1972. – 255 с.
125. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников / В. А. Крутецкий. – М. : Просвещение, 1968. – 431 с.

126. Кугай Н. В. Розвиток умінь старшокласників доводити твердження у процесі вивчення алгебри і початків аналізу : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Кугай Наталія Василівна. – К., 2006. – 216 с.
127. Лебедев О. Е. Реализация целей общего образования в вечерней школе / О. Е. Лебедев. – М. : Педагогика, 1980. – 166 с.
128. Лебединцев К. Ф. Преподавание алгебры и начал анализа : пособ. [для учителей] / К.Ф. Лебединцев. – К. : Рад. шк., 1984. – 248 с.
129. Лейтес Н. С. Проблема соотношения возрастного и индивидуального в способностях школьника / Н. С. Лейтес // Вопросы психологии. – 1985. – № 1. – С. 11–12.
130. Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность / А. Н. Леонтьев. – М. : Политиздат, 1977. – 304 с.
131. Лернер Л. Я. Дидактическая система методов обучения / Л. Я. Лернер. – М. : Знание, 1976. – 96 с.
132. Лернер Л. Я. Місце і роль профільного навчання в професійному самовизначенні випускників 12-річної школи / Л. Я. Лернер // Завуч. – 2002. – № 6. – С. 24.
133. Лернер Л. Я. Текст як засіб розумового розвитку та його діагностика у учнів / Л. Я. Лернер // Нові дослідження в педагогічних науках. – М. : Педагогіка, 1982. – № 2. – С. 42–45.
134. Липова Л. А. Особливості організації профільних класів / Л. А. Липова // Педагогіка і психологія. – 1995. – № 4. – С. 57–64. 129.
135. Лозова В. І. Поняття “активність особи” як категорія педагогіки / В. І. Лозова // Радянська школа. – 1983. – № 2. – С. 17–22.
136. Лозова В. І. Теоретичні основи виховання і навчання : навч. посіб. [для студ. пед. навч. закл.] / В. І. Лозова, Г. В. Троцько. – Х. : ОВС, 2002. – 400 с.
137. Ляшенко Е. И. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики : учеб. пособие для студентов физико-мат. специальностей пед. ин-тов / Е. И. Ляшенко, К. В. Зобкова, Т. Ф. Кириченко. – М. : Просвещение, 1988. – 223 с.
138. Лында А. С. Дидактические основы формирования самоконтроля в процессе самостоятельной учебной работы учащихся / А. С. Лында. – М. : Высш. шк., 1979. – 159 с.
139. Максаковский В. П. Учебник нового поколения / В. П. Максаковский // Проблемы школьного учебника. – М., 1991. – Вып. 20. – 69 с.
140. Маркова А. К. Формирование мотивации учения : кн. [для учителей] / А. К. Маркова, Г. А. Матис, А. В. Орлов. – М., Просвещение, 1990. – 192 с.
141. Маслоу А. Самореализация личности и образование : пер. с англ / А. Маслоу ; пер. с англ., предисл. Г. А. Балла. – К. ; Донецк, 1994. – 52 с.
142. Матюшкин А. М. Концепция творческой одаренности / А. М. Матюшкин // Вопросы психологии. – 1989. – № 6. – С. 23–33.
143. Машбиц Е. М. Психологические основы управления учебной деятельностью / Е. М. Машбиц. – К. : Вища шк., 1987. – 224 с.
144. Менчинская Н. А. Пути повышения успеваемости по математике / Н. А. Менчинская. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1955. – 168 с.
145. Михалін Г. О. Професійна підготовка вчителя у процесі навчання математичного аналізу / Г. О. Михалін. – К. : ДІНІТ, 2003. – 320 с.
146. Монахов В. М. Дифференциация обучения в средней школе : кн. [для учителя] / В. М. Монахов, А. А. Орлов, В. В. Фирсов. – М. : Просвещение, 1991. – 172 с.
147. Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа. 10–11 кл. : учебн. [для общеобразоват. учреждений] / А. Г. Мордкович. – М. : Мнемозина. 2000. – 336 с.
148. Морзе Н.В. Моделі ефективного використання інформаційно-комунікаційних технологій навчання у вищому навчальному закладі [Електронний ресурс] / Н.В. Морзе, О.Г. Глазунова // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2008. – №2(6). – Режим доступу до журн. : <http://www.ime.edu-ua.net/em6/emghtml>.
149. Моторіна В. Г. Метод проектів як засіб формування компетентності продуктивної творчої діяльності учнів при вивченні математики в профільній школі / В. Г. Моторіна, Т. О. Горзій, М. В. Троцька ; Харк. нац. пед. ун-т ім. Г. С. Сковороди. – Х., 2008. – 86 с.

150. Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів. 10–12 класи (старша школа) // Математика в школі. – 2006. – № 3. – С. 2–11.
151. Національна доктрина розвитку освіти України. // Національна безпека і оборона. – 2002. – № 5. – С. 36–41.
152. Нелін Є. П. Алгебра в таблицях (з додатком) : навч. посіб. [для учнів 7–11 класів] / Є. П. Нелін. – Х. : Світ дитинства, 1998. – 116 с.
153. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу: дворівневий підруч. [для 10 кл., загальноосвітніх навч. закл.] / Є. П. Нелін. – Х. : Світ дитинства, 2004. – 392 с.
154. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу : підр. [для 10 кл., загальноосвітніх навч. закл. : академічний рівень] / Є. П. Нелін. – Х. : Гімназія, 2010. – 416 с.
155. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу : підр. [для 10 кл., загальноосвітніх навч. закл. : профільний рівень] / Є. П. Нелін. – Х. : Гімназія, 2010. – 416 с.
156. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу : дворівневий підруч. [для 11 кл., загальноосвітніх навч. закл.] / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова. – Х. : Світ дитинства, 2005. – 391 с.
157. Нелін Є. П. Алгебра : підр. [для 11 кл. загальноосвітніх навч. закл. : академічний і профільний рівні] / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова. – Х. : Гімназія, 2011. – 448 с.
158. Нелін Є. П. Дворівневий підручник з алгебри і початків аналізу – складова фундаментальної освіти в школі / Є. П. Нелін, З. І. Кравченко // Матеріали XII науково-методичної конференції викладачів вузів і шкіл України, Росії «Методи совершенствовання фундаментального образования в школах и вузах» м. Севастополь, 24–28 вересня 2007. – Севастополь: Вид. Сев НТУ, 2007. – С. 47–48.
159. Нелін Є. П. Роль дворівневого підручника в реалізації особистісно та компетентісно орієнтованого навчання алгебри і початків аналізу / Є. П. Нелін, З. І. Кравченко // зб. наук. пр. Херсонського державного університету (Педагогічні науки). – Вип. 56. – Херсон, 2011. – С. 75–78.
160. Нелін Є. П. Особливості реалізації компетентісного підходу до навчання математики / Є. П. Нелін // Матеріали III Всеукраїнської науково-практичної конференції “Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи” м. Полтава, 8–9 квітня 2008 р. – Полтава: АСМІ, 2008. – С. 28–29.
161. Нелін Є. П. Тести для тематичного контролю за 12-бальною системою. Алгебра і початки аналізу / Є. П. Нелін, О. Є. Неліна. – Х. : Модем, 2001. – 79 с.
162. Нелін Є. П. Якісні задачі як засіб підвищення ефективності навчання алгебри і початків аналізу / Є. П. Нелін, З. І. Кравченко // Математика в школі. – 2011. – № 1/2. – С. 12–17.
163. Неліна О. Є. Систематизація та узагальнення знань і вмінь учнів з алгебри як засіб активізації їх пізнавальної діяльності : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Неліна Оксана Євгенівна. – К., 2003. – 294 с.
164. Нильсон О. А. Теория и практика самостоятельной работы / О. А. Нильсон. – Таллин : Валеус, 1975. – 280 с.
165. Онищук В. А. Дидактика современной школы : пособие [для учителей] / В. А. Онищук. – К. : Рад. шк., 1987. – 351 с.
166. Онищук В. А. Психолого-педагогические требования к заданиям и упражнениям в учебнике / В. А. Онищук // Требования школьного учебника. – М., 1975. – Вып. 3. – С. 130–134.
167. Педагогическое наследие / Я. А. Коменский, Д. Локк, Ж-Ж. Руссо, И. Г. Песталоцци. – М. : Педагогика, 1988. – 416 с. – (Б-ка учителя).
168. Пехота О. М. Освітні технології : навч.-метод. посіб. / О. М. Пехота, А. В. Кіктенко. – К. : А.С.К., 2000. – 256 с.
169. Пиаже Ж. Избранные труды / Ж. Пиаже. – М. : Просвещение, 1969. – 659 с.
170. Пиаже Ж. Как дети образуют математические понятия / Ж. Пиаже. – Спб. : Питер, 2003. – 192 с.

171. Пидкасистый П. И. Самостоятельная познавательная активность школьников в обучении : теоретико-экспериментальное исследование / П. И. Пидкасистый. – М. : Педагогика, 1980. – 170 с.
172. Подмазин С. И. Личностно-ориентированное образование : социально-философское исследование / С. И. Подмазин. – Запорожье : Просвіта, 2000. – 250 с.
173. Пойя Дж. Математичні відкриття. Розв'язання задач: основні поняття, вивчення і викладання / Дж. Пойя. – М. : Наука, 1970. – С. 267.
174. Пожар Н. В. Групові форми організації пізнавальної діяльності старшокласників в умовах інформатизації навчання : дис. ... канд. пед. наук. : 13.00.01. / Пожар Наталія Володимирівна. – Х., 1999. – 184 с.
175. Пометун О. І. Компетентнісний підхід до оцінювання рівнів досягнень учнів : презентація на нараді Центру тестових технологій 19.10.2004 / О. І. Пометун. – К., 2004. – 10 с.
176. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5–12 класи : затв. М-вом освіти і науки України / М. І. Бурда, Г. В. Апостолова, В. Г. Бевз. [та ін.]. – К. : Перун, 2005. – 52 с.
177. Програми з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання (у двох частинах). / Упоряд. Н.С. Прокопенко, О.П. Ващулко, О.В. Єргіна – Х. : Ранок, 2011. – 384 с.
178. Пышкало А. М. Методика обучения математике в I–III классах / А. М. Пышкало. – М. : Просвещение, 1978. – 336 с.
179. Пышкало А. М. Методическая система обучения геометрии в начальной школе: авт. докл. по моногр. «Методика обучения элементам геометрии в начальных классах» представленной на соискание ученой степ. докт. пед. наук / А. М. Пышкало. – М. : Акад. пед. наук СССР, 1975. – 60 с.
180. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ / С. А. Раков. – Х. : Факт, 2005. – 360 с.
181. Раков С. А. Міжнародний конгрес ІСМЕ-10 з питань математичної освіти: дослідницькі підходи у навчанні та ІКТ / С. А. Раков // Математика в школі. – 2005. – № 4. – С. 10–15.
182. Рибалка В. В. Особистісний підхід у профільному навчанні старшокласників : монографія / В. В. Рибалка. – К. : ІППО АПН України, Деміург, 1998. – 160 с.
183. Рогановский Н. М. Методика преподавания математики в средней школе / Н. М. Рогановский. – Минск : Вышэйшая школа, 1990. – 267 с.
184. Рогова О. В. Врахування специфіки змісту навчального матеріалу в процесі організації самостійної роботи студентів : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.04 / Рогова Ольга Володимирівна. – Х., 1992. – 181 с.
185. Роджерс К. Взгляд на психотерапию становления человека / К. Роджерс. – М. : Прогресс, Универс, 1994. – 480 с.
186. Рубинштейн С. Л. Бытие и сознание / С. Л. Рубинштейн. – М. : Изд-во АПН СССР, 1967. – 328 с.
187. Савченко О. Я. Без якісного підручника якісна шкільна освіта неможлива / О. Я. Савченко // Проблеми сучасного підручника : зб. наук. праць. – К., 1999, – С. 3–6.
188. Саранцев Г. И. Методология и методика обучения математики / Г. И. Саранцев. – Саранск, 2001. – 144 с.
189. Сафин В. Ф. Психология самоопределения личности : учеб. пособие / В. Ф. Сафин. – Свердловск : Свердл. пед. ин-т, 1986. – 142 с.
190. Семініхіна О. І. Методична система реалізації освітнього стандарту з аналітичної геометрії у педагогічних університетах : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Семініхіна Олена Іванівна. – К., 2004. – 284 с.
191. Селевко Г. К. Современные образовательные технологии : учеб. пособие / Г. К. Селевко. – М. : Нар. образование, 1998. – 256 с.
192. Сериков В. В. Личностно-ориентированное образование: к разработке дидактической концепции / В. В. Сериков // Педагогика. – 1994. – № 5. – С. 16–21.
193. Сиденко А. Эксперимент в школе: от идеи до реализации / А. Сиденко // Народное образование. – 2000. – № 9. – С. 153–157.

194. Сікорський П. І. Теорія і методика диференційованого навчання / П. І. Сікорський. – Львів : Сполох, 2000. – 421 с.
195. Сисоева С. О. Підготовка вчителя до формування творчої особистості учня : монографія / С. О. Сисоева. – К. : Полігр. кн., 1996. – 407 с.
196. Скаткін М. М. Удосконалення процесу навчання : проблеми та судження / М. М. Скаткін. – М. : Педагогіка, 1971. – 170 с.
197. Скафа О. І. Методичні складові етапів формування понять у евристичному навчанні математики / О. І. Скафа // Математика в школі. – 2004. – № 1. – С. 2–6.
198. Скафа О. І. Навчання доведенням та евристики / О. І. Скафа // Математика в школі. – 2004. – № 5. – С. 14–19.
199. Слепкань З. І. Методика навчання математики : підруч. [для студ. мат. спец. пед. навч. закл.] / З. І. Слепкань. – К. : Зодіак-Еко, 2000. – 512 с.
200. Слепкань З. І. Ще раз про диференціацію навчання математики і роль в ній освітнього стандарту / З. І. Слепкань // Математика в школі. – 2002. – № 2. – С. 29–31.
201. Слепкань З. І. Проблеми особистісно-орієнтованої освіти учнів середньої школи / З. І. Слепкань // Математика в школі. – 2003. – № 9. – С. 12–15.
202. Тадеєв В. О. Геометрія. Векторно-координатний метод: дворівневий підруч. [для 10 кл. загальноосвітніх навч. закл.] / В. О. Тадеєв. – Тернопіль : Навч. кн. – Богдан, 2004. – 480 с.
203. Тарасенкова Н. А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики: Монографія / Н. А. Тарасенкова. – Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. – 400 с.
204. Талызина Н. Ф. Формирование познавательной деятельности учащихся / Н. Ф. Талызина. – М. : Знание, 1983. – 73 с.
205. Теплов Б. М. Избранные труды / Б. М. Теплов. – М. : Педагогика, 1985. – 328 с.
206. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики / Ю. В. Триус. – Черкаси : Брама-Україна, 2005. – 480 с.
207. Тягно А. В. Критическое мышление: Проблемы мирового образования XXI века / А. В. Тягно, Т. С. Воронай. – Х. : Ун-т внутренних дел, 1999. – 285 с.
208. Унт І. Е. Індивідуалізація і диференціація навчання / І. Е. Унт. – М. : Педагогіка, 1990. – 72 с.
209. Усова А. В. Формирование у учащихся учебных умений / А. В. Усова, А. А. Бобров. – М. : Знание, 1987. – 80 с.
210. Ушинський К. Д. Вибрані педагогічні твори. Т. 1. Теоретичні проблеми педагогіки / К. Д. Ушинський. – К. : Рад. шк., 1983. – 393 с.
211. Философский словарь / [под ред. И. Т. Фролова]. – М. : Политиздат, 1987. – 590 с.
212. Формирование алгоритмической культуры школьников при обучении математике / В. М. Монахов, М. П. Лапчик, Н. Б. Демидович, Л. П. Червочкина. – М. : Просвещение, 1978. – 93 с.
213. Франкл В. Человек в поисках смысла / В. Франкл. – М. : Прогресс, 1990. – 368 с.
214. Фридман Л. М. Как научиться решать задачи : беседы о решении математических задач : пособ. [для учащихся] / Л. М. Фридман, Е. Н. Турецкий, В. Я. Стеценко. – М. : Просвещение, 1979. – 160 с.
215. Фридман Л. М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач / Л. М. Фридман. – М. : Педагогіка, 1977. – 207 с.
216. Фридман Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: учителю математики о пед. психологии / Л. М. Фридман. – М. : Просвещение, 1983. – 160 с.
217. Фуфыкин В. Н. Не утоните в мире учебников / В. Н. Фуфыкин, Т. В. Спириин // Материалы Всероссийской конференции «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков», Дубна, сент. 2000 г. – М., 2000. – С. 269–270.
218. Халперн Д. Психология критического мышления / Д. Халперн. – Спб. : Питер, 2000. – 512 с.
219. Харламов Л. Ф. Педагогика : учеб. пособие для ун-тов и пед. ин-тов / Л. Ф. Харламов. – М. : Высш. шк., 1990. – 575 с.
220. Хмара Т. М. Роль системи зразків виконання базових алгоритмів та задач в реалізації дидактичних функцій підручника з математики / Т. М. Хмара, Н. В. Журбенко // Проблеми сучасного підручника : зб. наук. пр. – К., 2003. – Вип. 4. – С. 95–99.

221. Хмара Т. М. Формування математичної культури учня як дидактична функція підручника з математики / Т. М. Хмара // Матеріали Всеукраїнської наукової методичної конференції «Проблеми математичної освіти – 2005» (ПМО – 2005), м. Черкаси, 20–22 квітня 2005 р. – Черкаси: Вид. від ЧНУ ім. Б.Хмельницького, 2005. – С. 164–165.
222. Хуторской А. В. Практикум по дидактике и современным методикам обучения / А. В. Хуторской. – СПб : Питер, 2004. – 540 с.
223. Хуторской А. В. Развитие одаренности школьников : методика продуктивного обучения : пособие для учителя / А. В. Хуторской. – М. : Гуманитарно-изд. центр, 2000. – 207 с.
224. Хуторской А. В. Современная дидактика : учеб. [для вузов] / А. В. Хуторской. – СПб. : Питер, 2001. – 544 с.
225. Цветков Л. А. Принцип проблемности в методическом построении учебников по химии / Л. А. Цветков // Вопросы совершенствования школьных учебников. – М., 1975. – С. 184–190.
226. Цой О. А. Индивидуальные образовательные траектории учащихся как условие их творческой самореализации / О. А. Цой, О. Ю. Проценко, А. В. Хуторской // Школа 2000, концепции, методики, эксперимент : сб. науч. тр. / под ред. Ю. И. Дика, А. В. Хуторского. – М., 1999. – С. 285–291.
227. Чередов И. М. Формы учебной работы в средней школе / И. М. Чередов. – М. : 1988. – 157 с.
228. Швец В. А. Реализация функций тематического контроля результатов обучения учащихся математики в старших классах средней школы : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Швец Василий Александрович. – К., 1988. – 209 с.
229. Швець В. О. Планування і організація тематичного контролю результатів навчання алгебри в основній школі / В. О. Швець, І. А. Дремова // Математика в школі. – 2002. – № 3. – С. 25–29.
230. Шиян Н.І. Дидактичні засади профільного навчання у загальноосвітній школі сільської місцевості. дис. ... докт. пед. наук: 13.00.09 / Надія Іванівна Шиян. – Полтава, 2005. – 634 с.
231. Шкіль М. І. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 10–11 кл. загальноосвітніх навч. закл. / М. І. Шкіль, З. І. Слєпкань, О. С. Дубинчук. – 2-ге вид. – К. : Зодіак-Еко, 2000. – 608 с.
232. Шкіль М. І. Алгебра і початки аналізу (для 10 кл. з поглибленим вивченням математики) / М. І. Шкіль, Т. В. Колісник, Т. М. Хмара. – К. : Освіта, 2004. – 318 с.
233. Шкіль М.І. Алгебра : підр. [для 11 кл. загальноосвітніх навч. закл. : академічний рівень, профільний рівень] / М.І. Шкіль, Т.В. Колесник, Т.М. Хмара. – К. : Освіта, 2011. – с.
234. Шукин М. Р. Психологические основы индивидуального подхода к учащемуся в процессе производственного обучения : метод. пособие / М. Р. Шукин. – М. : Высш. шк., 1990. – 88 с.
235. Эльконин Д. В. Избранные психологические труды / Д. В. Эльконин. – М. : Педагогика, 1989. – 560 с.
236. Якиманская И. С. Знание и мышление школьника / И. С. Якиманская. – М. : Знание, 1985. – 80 с.
237. Якиманская И. С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе / И. С. Якиманская. – М., 1996. – 96 с.
238. Якиманская И. С. Разработка технологии личностно-ориентированного обучения / И. С. Якиманская // Вопросы психологии. – 1995. – № 2. – С. 31–42.
239. Яценко С.Є. Особливості особистісно орієнтованого навчання / С.Є. Яценко, Л.В. Грамбовська // Дидактика математики: проблеми і дослідження: між нар. зб. наук. робіт: – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2009. – Вип. 31. – С.88–92.
240. Яценко С. Л. Педагогічні умови особистісно-орієнтованого навчання учнів у гімназії : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / Яценко Світлана Леонідівна. – Житомир, 2005. – 256 с.
241. Bloom B. S. Taxonomy of Educational obgcitives : The Classification of Educational Goals : hand took w1, Cognitive Domain, Me Kay, 1956. – № 9.

ДОДАТКИ

Додаток А

План-конспект уроку з алгебри і початків аналізу в 11 класі

Урок алгебри і початків аналізу в 11 класі

Тема. Систематизація та узагальнення знань, умінь з теми "Логарифмічна функція".

Мета. Узагальнити та систематизувати знання про логарифмічні рівняння і нерівності; показати на прикладах різноманітність логарифмічних рівнянь, нерівностей та різні способи їх розв'язування, розвивати творчі здібності учнів шляхом розв'язування рівнянь різними способами та нестандартних рівнянь; розвивати інтуїцію учнів; сприяти формуванню уміння учнів успішно діяти в ситуації вибору.

Розвивати інтерес до математики, виховувати товариськість, почуття самоповаги і взаємодопомоги, відповідальність за результат зробленої роботи.

Учні повинні. Вміти аналізувати рівняння і нерівності, вибирати способи їх розв'язання, складати план розв'язання запропонованих завдань, досліджувати запропоновані ситуації, розв'язувати логарифмічні рівняння, системи логарифмічних рівнянь і логарифмічні нерівності.

Тип уроку. Урок систематизації знань та способів діяльності.

Форма проведення. Ділова гра (спарений урок).

До уроку клас поділено на три групи. Група теоретиків готує аналіз структури викладу матеріалу з алгебри і початків аналізу за підручником [153].

Група практиків розробляє систему вправ за підручниками [153], [231].

Група опонентів, що складається з найбільш сильних учнів, консультує всі групи, готує запитання для груп і коментує правильність і повноту виконаної роботи кожною групою.

Предмет математики такий серйозний, що корисно не нехтувати нагодою робити його трохи цікавішим.

Б. Паскаль

Хід уроку.

I Організаційний момент.

Учитель повідомляє та записує на дошці тему уроку, оголошує мету уроку та порядок роботи.

Починає першою група теоретиків. Після їх відповідей на запитання групи опонентів та коментування діяльності теоретиків опонентами та вчителем, виступають практики (учні, що входять в дану групу добирають систему вправ і показують різні шляхи їх розв'язування), потім робота групи аналізується опонентами та вчителем, даються відповіді вчителем на додаткові запитання учнів.

Вчитель та опоненти здійснюють оцінювання роботи учнів класу за такими критеріями:

Усні завдання – 0,5 бала.

Корекція роботи товариша – 1 бал.

Базові завдання – 4 бали.

Творчі завдання – 6 балів.

Раціональність, нестандартність, складання власних завдань – додаткові 2 бали.

II Систематизація та корекція знань та навичок учнів.

Вчитель запрошує до роботи групу теоретиків. (Зміст їх діяльності див. в п.1) Вислуховує їх повідомлення, слідкує за роботою класу, діяльністю опонентів.

1. Діяльність групи теоретиків.

Розкриття питання "Розв'язування логарифмічних рівнянь, систем логарифмічних рівнянь, логарифмічних нерівностей" ведеться за планом, який фактично задається орієнтирами таблиці 55 [153].

1. Основні означення та співвідношення.		
<p>Означення. Логарифмом додатного числа b за основою a ($a > 0, a \neq 1$) називається показник степеня, до якого треба піднести a, щоб одержати b.</p>	$a > 1$	$0 < a < 1$
	<p>у 0 1 х зростає</p>	<p>↑ у 0 1 х спадає</p>
2. Розв'язування найпростіших логарифмічних рівнянь.		
Орієнтир	Приклад	
<p>Якщо a - число ($a > 0$ і $a \neq 1$), то (використовуємо означення логарифма)</p>	Відповідь: b .	
3. Використання рівнянь - наслідків.		
Орієнтир	Приклад	
<p>Якщо з припущення, що перша рівність правильна, впливає правильність кожної наступної, то гарантуємо, що одержуємо рівняння - наслідок. При використанні наслідків не відбувається втрати коренів початкового рівняння, але можлива поява сторонніх коренів. Тому перевірка одержаних коренів підстановкою в початкове</p>	<p>За означенням логарифма одержуємо</p> <p>Перевірка. - сторонній корінь (в основі логарифма одержуємо від'ємне число); - корінь</p>	

рівняння є складовою частиною розв'язування.	
4. Рівносильні перетворення логарифмічних рівнянь.	
Заміна змінних.	
Орієнтир	Приклад
Якщо до рівняння (нерівності або тотожності) змінна входить в одному і тому самому вигляді, то зручно відповідний вираз із змінною позначити однією буквою (новою змінною).	Відповідь. 2; 8.
Рівняння виду	>
Орієнтир	Приклад
<p style="text-align: center;">EMBED Equation.3</p> <p>(враховуємо ОДЗ і прирівнюємо вирази. Які стоять під знаками логарифмів).</p>	<p style="text-align: center;">На цій ОДЗ задане рівняння рівносильне рівнянням:</p> <p style="text-align: center;">сторонній корінь (не задовольняє умовам ОДЗ); корінь (задовольняє умовам ОДЗ).</p> <p style="text-align: center;">Відповідь: 7.</p>
Рівносильні перетворення рівнянь в інших випадках.	
Орієнтир	Приклад
<p>1.Враховуємо ОДЗ заданого рівняння (і уникаємо перетворень, які приводять до звуження ОДЗ);</p> <p>2.Стежимо за тим, щоб на ОДЗ кожне перетворення можна</p>	На цій ОДЗ задане рівняння рівносильне

Використання різних методів розв'язання рівнянь
(Наприклад розв'язати рівняння

)

ий корінь (о
овам ОДЗ);
й корінь (не
м ОДЗ).
ає

Далі теоретики коментують п. 3 і п. 4 таблиці і підкреслюють, що до використання цих пунктів необхідно виконати аналіз запропонованих рівнянь і вибір методу розв'язання за схемою.

Після закінчення роботи групи теоретиків розпочинає свою діяльність група опонентів.
Діяльність групи опонентів.

Коментування роботи, виконаної групою теоретиків.

Вчитель задає запитання (в разі потреби допомагає знайти відповіді).

1) У яких випадках при розв'язуванні логарифмічних рівнянь доцільно використовувати заміну змінних?

2) Чому при розв'язуванні найпростіших логарифмічних рівнянь не знаходимо ОДЗ ?

Учитель разом з учнями – опонентами оцінює роботу групи теоретиків та запрошує до дошки групу практиків.

3. Діяльність групи практиків.

Учень з групи практиків пропонує учням класу наступне завдання.

У правій колонці знайдіть відповіді до завдань, які розміщені у лівій колонці (відповіді учні показують за допомогою сигнальних карт).

Завдання.	Відповіді.
	1) -1;
	2) 3;

	3) 3,01; 4) -0,25; 5) 4.
--	--------------------------------

Група практиків поділена на підгрупи, кожна з яких отримала завдання підібрати логарифмічні рівняння, що розв'язуються відповідним методом.

Перша підгрупа показує розв'язування логарифмічних рівнянь із використанням рівнянь – наслідків.

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння

Розв'язання.

– за означенням логарифма;

Перевірка: – корінь

– сторонній корінь (логарифмів за від'ємною основою не існує).

Відповідь: 3.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння.

(1)

Розв'язання.

EMBED Equation.3

(4)

$x_1 = -14, x_2 = 1.$

Перевірка. – сторонній корінь (під знаком логарифма отримуємо від'ємне число);

– корінь, оскільки, маємо:

Відповідь: 1.

Розв'язання прикладу 1 і прикладу 2 проєктується на екран, за допомогою мультимедійного проєктору. Учні із першої підгрупи групи практиків коментують дане розв'язання. Зокрема, коментар до прикладу 2 може бути наступним.

Оскільки дане рівняння (1) будемо розв'язувати за допомогою наслідків, то пригадаємо, що при використанні наслідків головне – гарантувати, що у випадку, коли перша рівність буде правильною, тоді усі наступні теж будуть правильними.

Якщо рівність (1) правильна (при тих значеннях x , що є коренями цих рівнянь), то при таких значеннях x існують всі записані логарифми, і тоді вирази $\log_2(x-1)$ та $\log_2(x+1)$ – додатні. Але тоді для додатних x , можна скористатися формулою: $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = \log_2(x^2-1)$. Отже, рівність (2)

також буде правильною. Враховуючи, що функція $y = x^2 - 1$ є зростаючою, отже, кожного свого значення набуває тільки при одному значенні аргументу, з рівності логарифмів (2) одержуємо рівність відповідних аргументів (3).

Якщо рівність (3) правильна, то і правильна рівність (4). Оскільки ми користувалися рівняннями – наслідками, то в кінці необхідно виконати перевірку.

Далі учні із 2 підгрупи групи практиків, що отримали завдання доповіді про розв'язування логарифмічних рівнянь шляхом рівносильних перетворень.

Учень Розглянемо розв'язання рівняння:

Виконаємо рівносильні перетворення заданого рівняння. Для цього знайдемо його ОДЗ ($x > 0$). При $x > 0$ застосування формули $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = \log_2(x^2-1)$ є рівносильним перетворенням, отже, маємо: $\log_2(x^2-1) = \log_2(2x)$. Після застосування формули (2) змінна входить до рівняння тільки в одному вигляді x^2-1 . Виконаємо заміну $t = x^2-1$. Одержуємо:

Оскільки заміна і обернена заміна є рівносильними перетвореннями на ОДЗ, то для одержаних розв'язків досить перевірити, чи входять вони до ОДЗ.

(Обидва корені входять до ОДЗ).

Відповідь: $x = 9$.

Потім інший учень із другої підгрупи групи практиків коментує розв'язання рівняння:

(Розв'язування рівняння за допомогою мультимедійного проектору проектується на екран і учень коментує дане розв'язання).

Розв'язання.

Обернена заміна дає:

– коренів немає або

Відповідь. 0.

Коментар учня. Якщо спочатку подивитися на задане рівняння як на найпростіше логарифмічне, то за означенням логарифма воно рівносильне рівнянню $\log_2(x-1) = 0$ (ОДЗ заданого рівняння $x > 1$ для всіх коренів рівняння (1) враховується автоматично, оскільки $x > 1 > 0$ завжди). Після цього показникове рівняння (2) розв'язується шляхом введення нової змінної $t = x - 1$.

Оскільки $t > 0$, то $t^2 = 1$ і тому рівняння (3) рівносильне рівнянню (4) і всі подальші перетворення є рівносильними.

Далі учні повторюють розв'язування систем логарифмічних рівнянь за підручником [153, с. 384]. При цьому вчитель наголошує, що як і логарифмічні рівняння, системи логарифмічних рівнянь можна розв'язувати як за допомогою систем – наслідків (кожен розв'язок першої системи є розв'язком другої), так і за допомогою рівносильних перетворень систем (усі розв'язки кожної з них є розв'язками іншої).

Приклад 7 (з підручника [153]). Розв'яжіть систему рівнянь

Розв'язання.	Коментар
<p>ОДЗ: Тоді з першого рівняння маємо</p> <p>Заміна $x = t$ дає рівняння</p> <p>Обернена заміна дає</p> <p>тобто</p> <p>Тоді з другого рівняння системи маємо</p> <p>(не входить до ОДЗ),</p> <p>(входить до ОДЗ).</p> <p>Отже, розв'язок заданої системи</p>	<p>Розв'яжемо задану систему за допомогою рівносильних перетворень. Для цього досить врахувати її ОДЗ ($x > 1$) і гарантувати, що на кожному кроці було виконано саме рівносильні перетворення рівняння чи всієї системи. У першому рівнянні системи всі логарифми зведемо до однієї основи 2 (на ОДЗ $x > 1$ маємо $x - 1 > 0$). На</p> <p>ОДЗ $x > 1$ отже, $x - 1 > 0$. Тоді після заміни $x = t$ маємо $t > 1$ і тому перехід у розв'язанні від дробового рівняння до квадратного є рівносильним.</p> <p>Оскільки заміна (разом з оберненою заміною) є рівносильним перетворенням, то, замінюючи перше рівняння системи рівносильним йому (на ОДЗ $x > 1$) рівнянням $t^2 = 1$, одержуємо систему, рівносильну заданій (на її ОДЗ).</p>

Учні із групи практиків, що отримували завдання підготувати розв'язування логарифмічних нерівностей, пропонують учням скласти план розв'язування нерівностей:

(Учні можуть зробити вибір: розв'язувати за допомогою рівносильних перетворень або застосовуючи загальний метод інтервалів).

Зауваження вчителя.

У процесі розв'язування логарифмічних нерівностей також можуть виникнути сторонні розв'язки. Але множина розв'язків нерівності здебільшого є нескінченною і відокремити сторонні розв'язки перевіркою неможливо. Тому, розв'язуючи логарифмічні нерівності, переходять до рівносильних їм систем нерівностей, у яких враховують властивості логарифмічної функції або застосовується загальний метод інтервалів.

Учні (групи практиків), що включали до своєї індивідуальної освітньої програми розв'язування показникові-степеневих рівнянь та нерівностей, демонструють свій освітній продукт, пов'язаний з використанням логарифмування обох частин заданого рівняння.

Приклад. Розв'яжіть рівняння $a^{2x} = 1$.

Розв'язання.

Під час аналізу заданого рівняння звертається увага учнів на те, що два степені з однаковими основами (a^x) можуть бути рівні в одному з чотирьох випадків:

- 1) $a > 0$ і для коренів цього рівняння x_1 та x_2 цілі числа однакової парності;
- 2) $a < 0$ і для коренів цього рівняння x_1 та x_2 ;
- 3) $a > 0$ і для коренів цього рівняння x_1 та x_2 існують;
- 4) $a < 0$ і для коренів цього рівняння існують x_1 та x_2 .

Оскільки $a > 0$ то з особливих випадків потрібно розглянути тільки один – основа дорівнює 0.

- 1) Якщо $a = 0$ одержуємо $0^x = 1$ - не існує. Отже, $a = 0$ не є коренем рівняння.
- 2) Якщо $a = 0$ про логарифмуємо обидві частини рівняння

з першого одержаного рівняння маємо $x = 0$; $a = 0$ (не є коренем),

а з другого $x = 0$ тоді $a = 0$ або $a = 1$ тобто $a = 0$ або $a = 1$

Відповідь: $x = 0$; 2; 4.

Діяльність групи опонентів.

Коментар діяльності групи практиків.

Учитель оцінює роботу групи практиків та групи опонентів.

III Підведення підсумків уроку.

Учитель відповідає на запитання учнів.

Підводить підсумки виконаної учнями роботи (вклад кожного за доручену справу)

- додаткове оцінювання окремих учнів;

- якість викладу матеріалу.

IV Домашнє завдання. Підготуватися до тематичного оцінювання, використовуючи конспект уроку.

Додаток Б
Непродуктивні і продуктивні прийоми організації контролю

Таблиця

Непродуктивні прийоми.	Продуктивні прийоми.
1	2
<p>Результати контролю не обговорюються. Необ'єктивна оцінка результатів діяльності. Критерії оцінювання заздалегідь не повідомляються.</p> <p>Негативна оцінка особистості.</p> <p>Одноманітність форм контролю.</p> <p>Самооцінка і самоконтроль не практикуються.</p>	<p>Обговорення результатів контролю. Об'єктивність оціночних міркувань вчителя. Вимоги до виконання завдань, критерії оцінювання повідомляються заздалегідь. Оцінка результатів діяльності особистості. Різноманітність форм і прийомів контролю</p> <p>Перевага функції навчаючої над контролюючою.</p>

Додаток В
Анкета для учнів

Таблиця 1

Ваше ставлення до самостійної роботи

Запитання	Кількість учнів у (%)
1. Яка допомога Вам потрібна при розв’язуванні завдань? А) консультація вчителя; Б) порада товариша; В) не потрібна допомога.	45% 31% 24%
2. Чи любите Ви вести самостійний пошук по розв’язуванню завдань? А) так; Б) ні.	71% 29%
3. Які види самостійної роботи Ви виконуєте з інтересом? А) підготовка рефератів, доповідей; Б) робота з таблицями, схемами; В) інше.	17% 13% 65%
4. Чи любите Ви працювати з додатковою літературою? А) так; Б) ні; В) не замислювався.	15% 35% 50%
5. Чи потрібно Вам спілкування при розв’язуванні завдань (якщо так, то з якою метою)? А) так; Б) ні; В) інколи.	60% 23% 17%

Додаток Д
Якісні задачі

Тема: «Функції, їхні властивості та графіки».

1. Чи правильна рівність:

1) 2) 3)

2. Розташуйте числа в порядку спадання:

1) 2)

3. Визначити знак різниці:

4. Розташуйте числа в порядку зростання:

5. З поміж наведених графіків (рис.1) укажіть графік функції

SHAPE *

MERGEFORMAT

Рис. 1. Графік функції



Рис. 3. Графік функції

Тема: «Тригонометричні функції».

1. Графік якої з наведених функцій зображено на рис.4?

Рис.4. Графік функції

А	Б	В	Г	Д

2. Чи можлива рівність:

1)

2)

3)

4)

4. Знайти найбільше і найменше значення функції:

5. Для яких чисел з \mathbb{R} справджується нерівність $f(x) > 0$?

6. Назвіть найбільше і найменше значення функції:

1) $f(x) = x^2 - 4x + 4$ 2) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ 3) $f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2$

7. Для яких значень x з \mathbb{R} функція приймає найменше значення і чому воно дорівнює:

1) $f(x) = x^2 - 4x + 4$ 2) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$?

8. Чи існують такі значення x з інтервалу $(-1; 1)$, за яких функція $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ приймає найбільше значення ?

9. Чи має зміст вираз:

1) $\sin(\arcsin \frac{1}{2})$; 2) $\arcsin(\sin \frac{1}{2})$; 3) $\arcsin(\sin \frac{3\pi}{4})$; 4) $\sin(\arcsin \frac{3\pi}{4})$?

Тема: «Похідна та її застосування».

1. На малюнку зображено графік диференційованої функції $f(x)$ та дотична до нього в точці (x_0, y_0) (рис.5). Користуючись геометричним змістом похідної, знайдіть $f'(x_0)$.

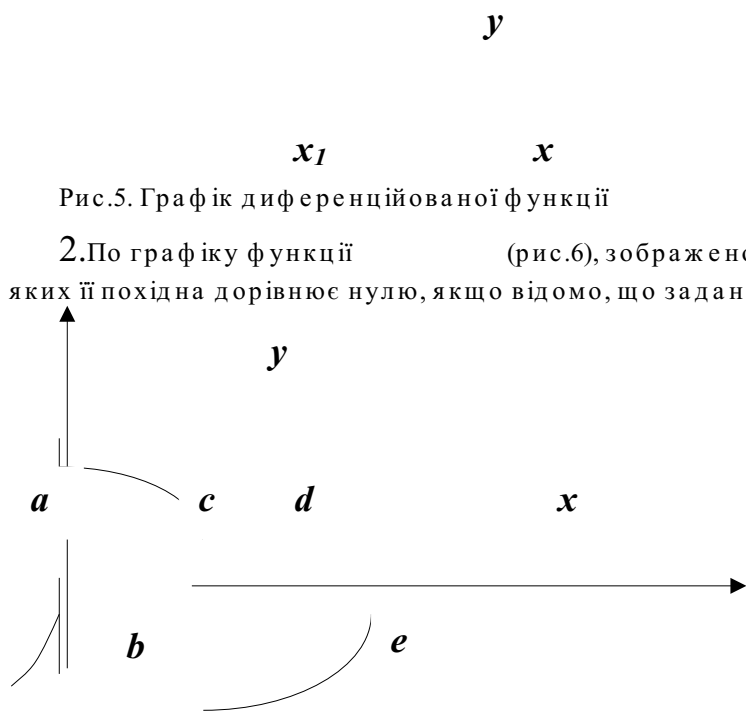


Рис.5. Графік диференційованої функції $f(x)$ та дотичної до нього в точці (x_0, y_0) .

2. По графіку функції $f(x)$ (рис.6), зображеному на заданому малюнку, визначте точки, в яких її похідна дорівнює нулю, якщо відомо, що задана функція диференційована.

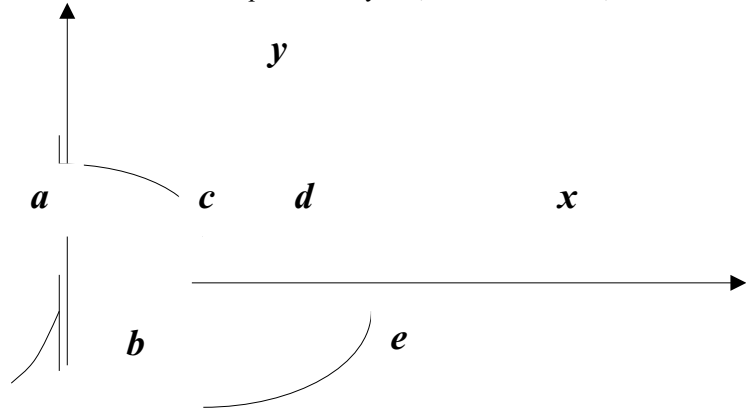


Рис.6. Графік функції $f(x)$.

3. На рисунку зображено графік похідної функції $y=f'(x)$ (рис.7). Вказати точку мінімуму функції:

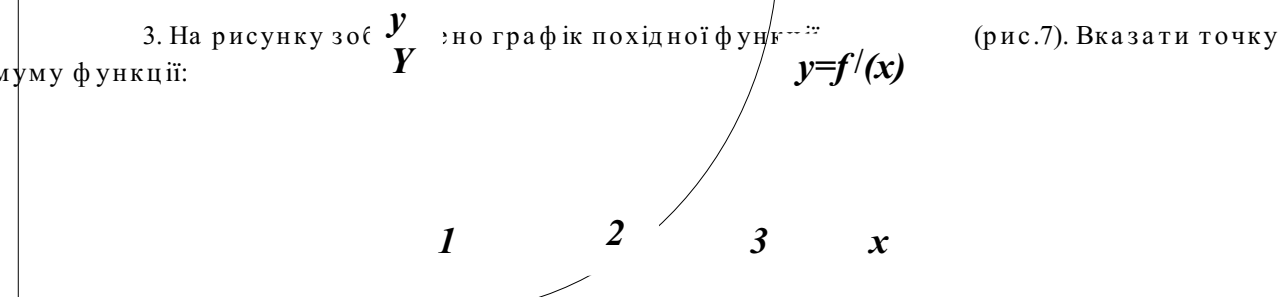


Рис.7. Графік похідної функції

4. Функція визначена на проміжку . На рис.8 зображено графік її похідної.

Вказати точку максимуму функції на проміжку .

Рис.8. Графік похідної функції

5. Чи може мати тільки одну точку екстремуму:

1) парна функція; 2) непарна функція; 3) періодична функція; 4) зростаюча функція; 5) спадна функція.

6. Тіло рухається по закону . На одному з наведених рисунків зображено графік залежності швидкості від часу. Вкажіть цей рисунок.

Рис.9. Графік залежності швидкості від часу

7. На рисунку зображено графік функції , яка визначена на проміжку

(рис.10). У кожній точці цього проміжку існує похідна . Скільки всього коренів має рівняння на проміжку ?

Рис.10. Графік функції , яка визначена на проміжку

Тема: «Показникова та логарифмічна функції».

1. Знайти найбільше і найменше значення функцій, якщо вони існують:

1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) .

2. Знайти найменше значення функції: 1) ; 2) .

3. Перелічити властивості які мають усі показникові функції.

4. Перелічити властивості які мають усі логарифмічні функції.

Тема: «Рівняння, нерівності та їх системи».

1. Укажіть кількість коренів рівняння:

1) 2) , 3) 4)

5) ; 6) , якщо ; 7) .

2. Не розв'язуючи наведених рівнянь, пояснити, чому кожне з них не може мати коренів:

16. Об'єм тіла обертання. Знаходження об'ємів різних тіл обертання (циліндр, конус, куля).
17. Заміна змінної під час обчислення інтегралів. Застосування різних підстановок під час обчислення інтегралів.
18. Інтегрування по частинах. Обчислення різних інтегралів вказаним методом.
19. Невизначені інтеграли. Поняття про невизначений інтеграл. Обчислення невизначених інтегралів.
29. Комплексний корінь з одиниці. Функція Ейлера і її властивості.
30. Формула Кардано. Кубічний корінь з одиниці. Метод Кардано розв'язування кубічного рівняння.
31. Комплексні числа і многочлени. Основна теорема алгебри (без доведення). Подільність многочленів, заснована на наявності комплексного кореня.
32. Комплексні числа і тригонометрія. Доведення тригонометричної тотожності і знаходження значень тригонометричних виразів з використанням формули Ейлера.

Додаток Е

Особливості організації індивідуальної освітньої траєкторії Анкета для учнів.

Мотиваційна готовність старшокласників до створення індивідуальної освітньої траєкторії.

1. Кому, на Ваш погляд, необхідні математичні знання та вміння?
2. Яке значення мають математичні знання і вміння у Вашій повсякденній діяльності?
3. Яке значення мають математичні знання і вміння для Вашої майбутньої професії?
4. Чи збираєтеся Ви в майбутньому поглиблювати та поповнювати свої знання в галузі математики? (Якщо так, то для чого?)
5. Відмітьте, будь ласка, ті мотиви, що побуджують Вас займатися математикою:

—люблю поміркувати на уроці;

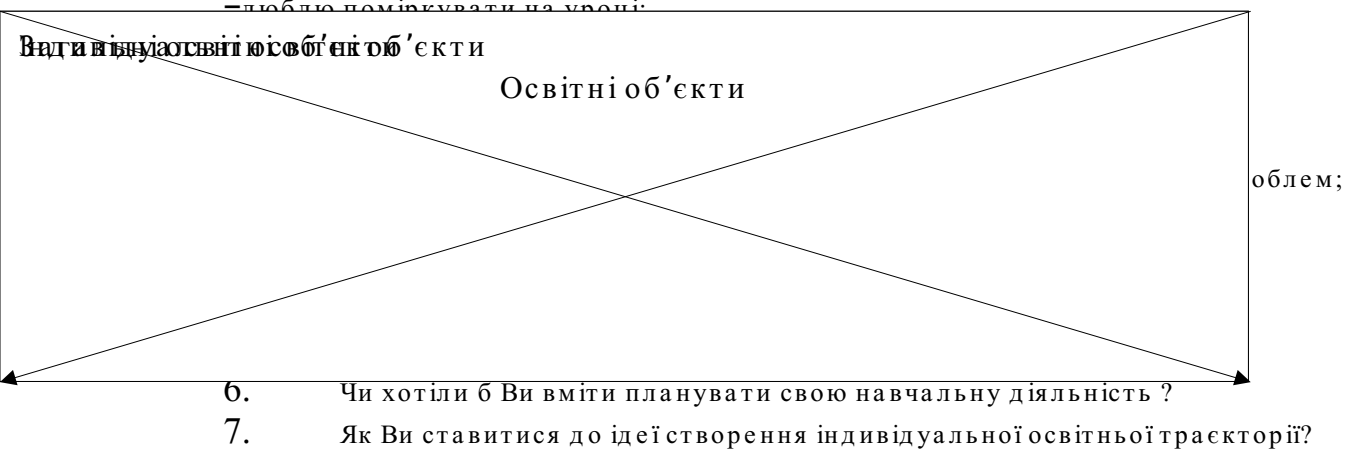


Рис. Е.1 Схема, що відображає взаємозв'язок складових частин освітніх об'єктів

Таблиця

Зміст питань	Результат (у %)
1. Чи були цілі поставлені вчителем прийнятими учнями?	67%
2. Чи проводився аналіз прийняття учнями цілей?	65%
3. Чи створювалися ситуації, в яких учні самостійно ставили цілі майбутньої діяльності?	54%
4. Чи допомога лось учням ставити цілі в процесі навчальної діяльності?	57%
5. Чи пропонувалось учням формулювання цілей в якості зразків для самостійної діяльності?	40%
6. Чи обговорювалися з учнями поставлені цілі?	42%

Додаток Ж

Діагностичний тест для виявлення вміння учнів користуватися означенням логарифма та формулами логарифмування, властивостями логарифмічної функції для дослідження запропонованих ситуацій

1. Задано логарифмічну функцію $y = \log_2(x - 1)$. Виберіть правильне твердження.

- А. Область визначення заданої функції є всі дійсні числа.
- Б. Область визначення заданої функції задається нерівністю $x > 1$.
- В. Область визначення заданої функції задається нерівністю $x < 1$.
- Г. Область визначення заданої функції задається нерівністю $x \geq 1$.

2. Знаючи, що $\log_2 3 = a$ - це показник степеня, до якого треба піднести 3, щоб одержати 9, виберіть правильне твердження.

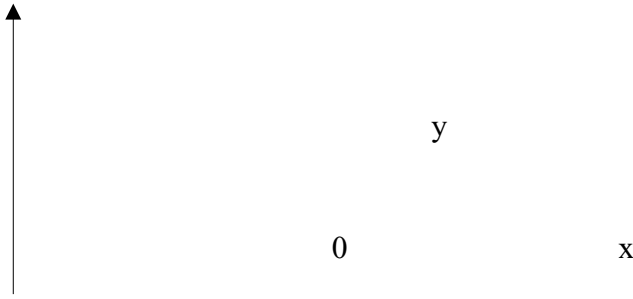
- А. $a = 2$
- Б. $a = 3$
- В. $a = 4$
- Г. $a = 9$

3. Задано вираз $\log_2 \log_2 8$. Знаючи, що $\log_2 8 = 3$, виберіть правильне твердження.

- А. $\log_2 \log_2 8 = 3$
- Б. $\log_2 \log_2 8 = 2$
- В. $\log_2 \log_2 8 = 1$
- Г. $\log_2 \log_2 8 = 0$

4. Задано логарифмічну функцію $y = \log_2(x - 1)$. Позначте, які з наведених чотирьох тверджень правильні, а які - неправильні.

- А. Область визначення заданої функції задається нерівністю $x > 1$.
- Б. Задана функція зростає на всій області визначення.
- В. Графік заданої функції має вигляд:



Г. Множина значень заданої функції – всі дійсні числа.

5. Задано рівняння $x^2 - 4x + 4 = 0$. Позначте, які з наведених чотирьох тверджень правильні, а які – неправильні.

А. Із заданого рівняння випливає, що $x = 2$.

Б. Із заданого рівняння випливає, що $x = 4$.

В. Задане рівняння має єдиний корінь $x = 2$.

Г. Задане рівняння має єдиний корінь $x = 4$.

Додаток 3

Таблиця 1

Порівняльна характеристика підручників

Критерії	Підручники					
	Бев з В. Г.	Ко ляг ін Ю. М.	М ерз ляк А. Г.	Н елін Є. П.	Н іко льс ьк ий С. М.	Ш кі ль М І.
1	2	3	4	5	6	7

1) Питання і завдання, що передбачають створення учнями власних знань.	+					
2) Завдання, що передбачають діяльність учнів.						
3) Завдання, які сприяють організації дослідницької діяльності учня.	+	+		+	+	+
4) Матеріал спрямований на зіставлення різних точок зору (в математиці це перш за все зіставлення різних способів розв'язування завдань).	+			+		
5) Обговорення вибору відповідних орієнтирів та планів організації розв'язування.				+		
6) Виділення головного в навчальному матеріалі.				+		
7) Виділення узагальнюючих способів розв'язування завдань.						
8) Структурування навчального матеріалу, що сприяє запам'ятовуванню.				+		
9) Наявність додаткової інформації з теми.						
	+	+	+	+	+	+
				+		
	+	+	+	+	+	+
	+	+	+	+	+	+

Продовження табл.1

1	2	3	4	5	6	7
10) Виділення в підручнику орієнтирів по пошуку планів розв'язування завдань.			+	+		
11) Збереження послідовності викладу матеріалу підручника	+	+	+	+	+	+
12) Структура підручника дає змогу звертатися до матеріалу вивченого раніше.	+	+	+	+	+	
13) Чіткість та зрозумілість для учнів визначення головних програмових понять.	+	+	+	+	+	+
14) Надання підручником достатньої теоретичної інформації для виконання завдань.	+	+	+	+	+	
15) Демонстрація в підручнику зв'язку набутих знань з сучасним життям.						+
16) Наявність завдань, що сприяють розвитку учня, вміння комбінування, перетворення.						+
17) Достатність різномірних вправ, завдань.						+

18) Наявність у підручнику творчих завдань, що дають змогу проявити здібності.	+	+	+	+	+	
	+	+		+		+
						+

Додаток 3.1
Ваше ставлення до шкільного підручника.

Таблиця 2

Анкета для вчителів та учнів.

Запитання	Кількість у %
1. Як Ви ставитися до ідеї «один предмет – один підручник» ?	35%
2. Чи задовольняє вас стиль викладу навчального матеріалу?	
3. Чи задовольняє Вас структурування матеріалу?	43%
4. Чи задовольняє об'єм інформації поданої в підручнику ?	
5. Чи всі означення головних програмових понять Вам зрозумілі (для учнів)?	31%
6. Чи досить теоретичної інформації для виконання завдань (для учнів)?	25%
7. Чи достатня кількість різнорівневих вправ, завдань?	47%
8. Чи достатня кількість нестандартних завдань?	63%
9. Яке значення для Вашої майбутньої діяльності має підручник з алгебри і початків аналізу (для учнів)?	41%
	21%
	31%

Анкета для учнів.

1. Як Ви ставитися до самостійної роботи з підручником?
 - А) позитивно;
 - Б) негативно;
 - В) нейтрально.
2. Чи достатньо для Вас інформації, отриманої на уроці?
 - А) так;
 - Б) ні;
 - В) не можу відповісти.
3. Чи завжди Ви читаєте підручник?
 - А) так;
 - Б) ні;
4. Чи достатньо для Вас інформації поданої в підручнику?
 - А) так;
 - Б) ні;
 - В) не можу відповісти.
5. На що Ви орієнтуєтесь при виконанні домашнього завдання?
 - А) на зразок;
 - Б) на подібні завдання, розв'язані в класі;
 - В) не звертаюсь на допомогу.
6. Що на Ваш погляд, слід змінити в організації самостійної роботи за підручником?

Додаток И

Анкета для учнів по виявленню розуміння деяких основних понять, пов'язаних з розв'язуванням завдань

Таблиця

Запитання.	Кількість учнів у %
1. На що Ви орієнтуєтесь під час розв'язування завдань, що задаються додому ? А) на подібний приклад розв'язаний в класі; Б) намагаюсь відтворити схему міркувань.	72% 16%
2. Чи можете Ви відтворити загальну схему міркувань, які необхідні для розв'язування завдань? А) так; Б) ні.	36% 60%
3. Чи можете відтворити міркування під час розв'язування антологічних завдань ? А) так; Б) ні.	58% 72%
4. На що Ви орієнтуєтесь, якщо Вам не вдається розв'язати завдання, використовуючи аналогічне розв'язане в класі ? А) звертаюсь за консультацією; Б) працюю з підручником.	63% 25%
5. Чи знайомі Ви з основними методами розв'язування завдань вступних іспитів ?	



Рис. К.1 Схема, що ілюструє взаємозв'язок основних компонентів самостійної діяльності

Рис.К.2 Схема, що відображає взаємозв'язок основних елементів педагогічної підтримки

Таблиця

Листок самооцінки

Прізвище	Кількість балів.
1	2
Оціни правильність виконання певного завдання.	
Відповіді під час опитування.	
Оцініть свою роботу у роботі групи під час розв'язування завдання.	
Усього балів.	

Додаток К.1

Особливості підготовки учнів до державної підсумкової атестації та зовнішнього незалежного оцінювання за дворівневим підручником алгебри і початків аналізу

Враховуючи, певну специфіку форми і змісту задач, які пропонуються учням в завданнях зовнішнього незалежного оцінювання та державної підсумкової атестації доцільно організувати спеціальну підготовчу роботу по систематизації та узагальненню методів їх розв'язування. Ця робота в першу чергу організується за рахунок тих 14 годин, які виділено на систематизацію та узагальнення знань і вмінь учнів у 11 класі академічного рівня, та 27 годин у класах, де учні вивчають курс алгебри і початків аналізу на профільному рівні. Тематика уроків може бути така.

1. Тотожні перетворення виразів: 1) тотожні перетворення раціональних, ірраціональних, показникових і логарифмічних виразів; 2) тотожні перетворення тригонометричних виразів; 3) розв'язування рівнянь та нерівностей; 4) основні методи розв'язування рівнянь; 5) основні методи розв'язування нерівностей; 6) основні методи розв'язування систем рівнянь.

2. Функції та їх властивості: 1) основні поняття, графіки, елементарні перетворення графіків функцій; 2) похідна та її застосування до дослідження функцій.

3. Інтеграл та його застосування.

4. Елементи комбінаторики та теорії ймовірностей.

Під час підготовки до державної підсумкової атестації слід враховувати, що в збірнику вміщено 30 атестаційних робіт, кожна з яких має чотири частини. Систематизація такого значного об'єму матеріалу потребує його включення не однієї системи, а до декількох, побудованих на основі різних системоутворюючих факторів. Тобто відповідні знання і вміння учнів доцільно систематизувати за декількома факторами, в першу чергу за характером дій, за допомогою яких складено відповідний вираз, та за основними правилами чи ідеями, які використовуються для розв'язування завдань. В процесі експериментального навчання, ми впевнилися в доцільності використання систематизуючого методу навчання (доповнивши його дидактичним прийомом явного виділення орієнтовних основ діяльності). Цей метод передбачає використання

систематизуючої бесіди і складання систематизуючих та узагальнюючих таблиць.

Покажемо, як можна організувати систематизацію та узагальнення знань та вмінь учнів, під час підготовки до державної підсумкової атестації та зовнішнього незалежного оцінювання. Систематизуючу бесіду з кожної теми доцільно провести за таким планом: 1) мотивація доцільності приведення знань та вмінь у систему; 2) систематизація основних понять та формул; 3) систематизація основних способів діяльності по розв'язуванню завдань. Після бесіди вчитель організовує фронтальну та самостійну роботу учнів по розв'язуванню завдань. Охарактеризуємо коротко кожен з указаних етапів роботи.

Як уже відмічалось, основним внутрішнім мотивом навчальної діяльності для більшості учнів 11 класу є орієнтація на результат, тому головним аспектом мотивації з кожної теми може бути пояснення вчителя, що систематизація матеріалу дозволить ефективніше підготуватися до державної підсумкової атестації та зовнішнього незалежного оцінювання. Наведемо приклади організації систематизації та узагальнення основних понять та формул і способів діяльності з виділених вище тем.

Тотожні перетворення виразів.

Тотожні перетворення виконуються над числовими виразами та виразами із змінними. Найбільш суттєвою ознакою цих виразів є характер дій, які пов'язують змінні та числа в кожному виразі та характером відповідних функцій.

Вчитель звертає увагу учнів, що у раціональних виразах змінні і числа пов'язані діями додавання, віднімання, ділення, піднесення до цілого степеня. В ірраціональних, показникових, логарифмічних, тригонометричних виразах змінні і числа, крім дій, вказаних для раціональних виразів, пов'язані діями добування кореня, піднесення до дробового степеня та логарифмічною і тригонометричними функціями. Потім учням пропонується систематизуюча таблиця та пропонується самостійно навести приклади виразів кожного виду.

Для організації заняття по перетворенням раціональних, ірраціональних, показникових, логарифмічних виразів, використовуємо таблицю № 72 [153]. Під час розв'язування завдань на перетворення ірраціональних виразів, звертаємо увагу учнів на наступні властивості кореня n -го степеня.

	- непарне число	- парне число
1)		
2)		

Потім доцільно запропонувати учням завдання: обчислити значення виразу $\sqrt[n]{a}$. Враховуючи, що $a < 0$, тоді $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{|a|} \cdot (-1)^{\frac{1}{n}}$ і розкривши знак модуля, одержуємо:

На даному етапі слід запропонувати учням розв'язати завдання 3.2 із атестаційної роботи 10 з вимогою: побудувати графік функції

. Слід звернути увагу учнів, що для побудови графіка

функції необхідно спочатку спростити вираз $\log_2 \frac{1}{x^2}$ і врахувати, що $x > 0$ не входить до області визначення функції.

Далі пропонуємо учням самостійно розв'язати завдання №14 зовнішнього незалежного оцінювання (2007): обчислити значення виразу

якщо

В даному завданні, якщо учням важко помітити квадрат двочлена, можна запропонувати ввести нову змінну ($t = x^2$). Також слід звернути увагу учнів на те, що позначення заданого значення кореня новою змінною, інколи може допомогти їм і під час розв'язування ірраціональних рівнянь.

В процесі виконання тотожних перетворень логарифмічних виразів необхідно враховувати, що основні формули логарифму добутку, частки, степеня, які наводяться в підручниках (див. наприклад [153]), справедливі тільки для додатних значень кожного виразу, який стоїть під знаком логарифма. Далі ілюструємо табл. 3 [153, с. 375] і підкреслюємо, що коли доводиться розглядати формули логарифму добутку, частки і степеня для довільних значень x і y , то для того, щоб не відбувалося звуження ОДЗ доцільно використовувати узагальнені формули логарифмування:

1) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$, де $x > 0, y > 0$

2) $\log_a x^y = y \log_a x$, де $x > 0$

3) $\log_a \sqrt[y]{x} = \frac{1}{y} \log_a x$, де $x > 0$

Наприклад, спростимо вираз $\log_2 \frac{1}{x^2}$

Далі пропонуємо учням самостійно розв'язати завдання, що було включено до зовнішнього незалежного оцінювання з математики.

Обчислити значення виразу $\log_2 \frac{1}{x^2}$, якщо $x = 2$

Доцільно звернути увагу учнів на те, що за домовленістю останніх десятиріч під час виконання тотожних перетворень виразів не вимагалось знаходження ОДЗ заданого виразу, але в даному випадку ми не можемо

зорієнтуватися якою формулою основною чи узагальнюючою треба скористатись під час знаходження $\log_a b$, тому доцільно спочатку визначити ОДЗ заданого виразу: $\log_a b$. Як бачимо, всі значення змінних додатні і для розв'язування можна використати основні формули.

Також звертаємо увагу учнів, що оскільки відоме числове значення логарифма за основою a , то спробуємо в даному виразі перейти до логарифма з основою a (оскільки $a > 0$, $a \neq 1$ за ОДЗ), скориставшись формулою переходу до логарифма з новою основою та формулою

логарифма добутку. Маємо:

Оскільки, $\log_a b = x$ то $a^x = b$. Тоді можемо обчислити значення виразу:

Якщо

маємо:

Розглядаючи з учнями перетворення тригонометричних виразів, звертаємо їх увагу на те, що для перетворення тригонометричних виразів поряд з тригонометричними формулами використовують також алгебраїчні формули, зокрема скороченого множення. Так під час розв'язування завдання з вимогою "доведіть тотожність"

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, крім тригонометричних формул ми будемо використовувати і формулу квадрата суми двох чисел.

Проілюструємо на прикладі, як можна організувати на уроці обговорення завдання на тотожні перетворення тригонометричних виразів. Наприклад розглянемо завдання з вимогою, доведіть тотожність

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. Звертаємо увагу учнів, що для доведення даної тотожності можна в лівій частині тотожності всі тригонометричні

функції привести до аргументу α , а для цього скористаємося формулою перетворення в добуток $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$ та формулою синуса подвійного кута ($\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$)

аргументу). Для перетворення одержаного виразу $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} + \cos^2 \alpha$ можна

винести за дужки $\frac{1}{2}$ і врахувати, що $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$, або використати формулу

. Тоді, маємо:

Акцентуємо увагу учнів на те, що застосування деяких формул іноді може приводити до неправильних тотожних перетворень. Найчастіше це відбувається в двох випадках: 1) учень використовує відомі формули на більш широкій множині, ніж та, на якій ці формули були одержані; 2) учень використовує формулу або перетворення, які приводять до звуження ОДЗ заданого виразу. В першому випадку можна запропонувати наступний орієнтир: врахувати ОДЗ початкового виразу. В другому випадку, якщо доводиться виконувати перетворення, що звужують ОДЗ початкового виразу, то ті значення, на які звужується ОДЗ, треба розглядати окремо.

Одним із важливих прикладів застосування тотожних перетворень є перетворення, які використовуються під час розв'язування рівнянь. Доцільно показати учням можливість застосування виділеного орієнтиру до розв'язування рівнянь. Наприклад, для розв'язування рівнянь (див.

табл.42, [153]), та , доводиться

використовувати формули та . Але використання кожної з них приводить до звуження ОДЗ на значення

які є коренями заданого рівняння і тому формальне використання цих формул і призведе до загублення коренів рівняння.

Прикладом помилки першого типу є перетворення:

. Але одержана рівність не виконується наприклад, якщо , $b=-1$ (одержуємо неправильну рівність). Отже, одержана рівність не є тотожністю і помилка пов'язана з тим, що була доведена для невід'ємних значень a і b . Але ОДЗ заданого виразу , , що можливо не тільки якщо , , а й , . Щоб одержати правильну відповідь, необхідно другий випадок розглянути окремо (одержимо, що

).

Отже, у підготовці до зовнішнього незалежного оцінювання та державної підсумкової атестації доцільно систематизувати та узагальнити знання і вміння учнів, пов'язані з тотожними перетвореннями, включаючи відповідний матеріал не до однієї системи, а до декількох, побудованих на основі різних системоутворюючих факторів: за характером дій за допомогою яких складено відповідний вираз та за основними правилами чи ідеями, які використовуються для розв'язування завдань. Важливими умовами, під час яких систематизація та узагальнення знань і вмінь учнів з математики і, зокрема з алгебри і початків аналізу будуть виконувати функції засобів активізації математичної діяльності учнів, є врахування основних взаємозв'язків між поняттями і способами дій, які розглядаються в цьому курсі, а також виділення для учнів орієнтовних основ різних видів навчальної діяльності. Ці орієнтовні основи зручно виділити у формі загальних схем міркувань або приписів алгоритмічного типу.

Розв'язування рівнянь та нерівностей.

Слід звернути увагу учнів, що на різних етапах навчання математики в школі використовуються різні методи розв'язування рівнянь. Це, перш за все методи точного розв'язування рівнянь за допомогою використання залежностей між компонентами та результатами дій, використання властивостей числових рівностей, рівносильні перетворення рівнянь, рівняння-наслідки, використання властивостей функцій. Крім цього, учні знайомляться з методами наближеного розв'язування рівнянь: графічним методом та найпростішими чисельними методами.

В процесі розв'язування тих завдань зовнішнього незалежного оцінювання і державної підсумкової атестації, в яких не вимагається запис обґрунтування (це завдання з їх I і II частин), учні можуть використовувати поряд з точними методами і методи наближеного розв'язування рівнянь, наприклад графічний. Під час розв'язування завдань III і IV частин державної підсумкової атестації, виконуючи вимогу "розв'язати рівняння" учні повинні користуватися тільки методами точного розв'язування рівнянь і нерівностей.

Для самостійного складання плану розв'язування рівнянь та нерівностей доцільно запропонувати учням наступну схему (рис. 2.16).

Рис.К.3. Методи точного та наближеного розв'язування рівнянь та нерівностей. Узагальнення та систематизацію знань учнів

Методи наближеного розв'язування рівнянь

розв'язуванням рівнянь та нерівностей, зручно провести з використанням

схеми, наведених в довідковій табл. №5 [156, с.390].

Враховуючи, що практично в усіх підручниках з алгебри і початків аналізу, майже не розглядаються в явному вигляді теореми про рівносильні перетворення різних типів рівнянь та нерівностей, та теореми про рівняння-наслідки, доцільно запропонувати учням орієнтири, які дозволяють без спеціальних теорем правильно виконувати рівносильні перетворення рівнянь та нерівностей або отримувати рівняння-наслідки.

Доцільно звернути увагу учнів на те, що в процесі використання рівнянь-наслідків ми гарантуємо тільки те, що корені заданого рівняння не губляться (кожний корінь першого рівняння є коренем другого), але може статися так, що друге рівняння крім коренів першого має ще і свої корені, які не є коренями першого рівняння. Тому, коли використовуємо рівняння-наслідки, перевірка підстановкою в початкове рівняння є складовою частиною розв'язування.

Пристаючи до самостійного розв'язування рівняння або нерівності необхідно спочатку вибрати метод їх розв'язування. Наприклад, розв'яжемо рівняння, яке пропонували в завданнях зовнішнього незалежного оцінювання з математики. Розв'язати рівняння:

, якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь, якщо рівняння має кілька коренів, знайдіть добуток і запишіть у відповідь. Розглянемо роботу з цим рівнянням на уроці.

На першому етапі роботи з цим завданням обговорюємо з учнями, яким способом будемо розв'язувати це рівняння. Припустимо, що учні вибрали використання рівнянь-наслідків. Пропонуємо їм подивитися на задане рівняння, як на правильну числову рівність, і будемо виконувати перетворення цього рівняння так, щоб числова рівність не порушувалася (а також враховуємо, що при використанні рівнянь-наслідків перевірка одержаних коренів є складовою частиною розв'язування). Тоді

(якщо числа рівні, то і квадрати їх теж рівні). Маємо:

Звідси, ; .

Оскільки для розв'язування цього рівняння ми використовували рівняння-наслідки тому ми не завершили його розв'язання – потрібно ще виконати перевірку знайдених коренів підстановкою в задане рівняння.

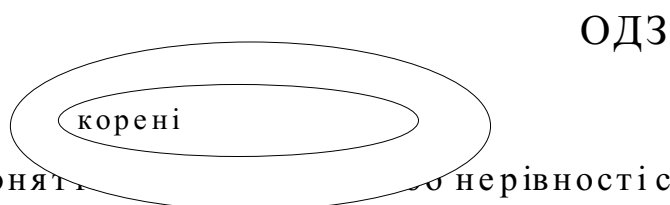
Підставляючи , одержуємо правильну рівність Отже, -3 – корінь рівняння. Підставляючи , одержуємо, що – не існує, отже 2 – сторонній корінь рівняння. Оскільки рівняння має один корінь, у відповідь запишемо .

Доцільно звернути увагу учнів на те, що в тому випадку, коли для розв'язування рівняння ми користуємося рівняннями-наслідками, то

знаходження ОДЗ рівняння не є обов'язковим. Слід врахувати, що під час розв'язування рівнянь наслідками зручно користуватися тоді, коли ми можемо легко виконати перевірку одержаних коренів підстановкою в початкове рівняння. Якщо ж цю перевірку виконати важко, то краще розв'язувати рівняння за допомогою рівносильних перетворень. Також необхідно нагадати учням про те, що під час розв'язування нерівностей, ми не маємо права користуватися нерівностями-наслідками, оскільки не зможемо перевірити всі розв'язки, а можемо користуватись тільки рівносильними перетвореннями (або розв'язувати цю нерівність за допомогою методу інтервалів). Для того, щоб учні могли виконувати рівносильні перетворення рівнянь та нерівностей, використовуючи тільки той мінімум теорем про рівносильність рівнянь та нерівностей, які наведені в довідковому матеріалі підручника [153, с.329], доцільно запропонувати їм також орієнтир (який фактично наведений у табл.33) за допомогою якого вони можуть обґрунтовано виконувати рівносильні перетворення різних типів рівнянь та нерівностей. Слід підкреслити для учнів, що користуючись цим орієнтиром ми фактично використовуємо означення рівносильності рівнянь або нерівностей.

Оскільки під час запропонованого підходу доводиться постійно користуватися поняттям ОДЗ, то на уроках систематизації знань учнів, присвячених рівносильним перетворенням рівнянь та нерівностей необхідно нагадати учням означення ОДЗ рівняння та нерівності: областю допустимих значень (областю визначення) рівняння або нерівності називається спільна область визначення для всіх функцій, які стоять в лівій та правій частині рівняння.

Очевидно, що у випадку, коли рівняння розглядається, як функціональна рівність типу: $f(x) = g(x)$, де x – змінна, то корені рівняння обов'язково входять в ОДЗ. Цей факт зручно зобразити так:



Обговорюючи поняття ОДЗ рівняння або нерівності слід звернути увагу учнів на те, що під час розв'язування рівнянь або нерівностей зручно користуватись такими перетвореннями, які не змінюють ОДЗ початкового рівняння або нерівності, або в крайньому випадку, розширюють його. Але інколи доводиться використовувати перетворення, які звужують ОДЗ початкового рівняння або нерівності (як зазначалося на с.160), тоді значення, на які звужується ОДЗ, необхідно розглянути окремо. Зазначимо, що проблема звуження ОДЗ під час використання

деяких прийомів розв'язування рівнянь, це загальна проблема, яку доводиться вирішувати, як під час використання рівносильних перетворень, так і під час використання рівнянь-наслідків. Зокрема, хоча під час використання рівнянь-наслідків ми не зобов'язані в явному вигляді фіксувати ОДЗ заданого рівняння, але в процесі розв'язування рівнянь будь-якими способами ми повинні слідкувати за тим, щоб не загубити корені.

Далі пропонуємо учням самостійно розв'язати декілька завдань з атестаційних робіт 2, 6, 11, 12, 16, 21, 22, 24, 26, 27. Для систематизації вмінь по розв'язуванню логарифмічних рівнянь пропонуємо розв'язати рівняння, використовуючи орієнтовну основу (табл. 55, [153, с. 373]). Ілюструємо застосування цієї орієнтовної основи, розглянувши деякі завдання з атестаційних робіт, з вимогою розв'язати рівняння:

$$; \quad ; \quad .$$

Обговорюємо з учнями план розв'язування кожного з завдань шляхом рівносильних перетворень та використанням рівнянь-наслідків. В класі записуємо розв'язання одного з них, а вдома рекомендуємо учням самостійно розв'язати інші рівняння. Доцільно звернути увагу учнів, які включили до своєї освітньої траєкторії індивідуальні освітні об'єкти, що рівняння $\log_2(x^2 - 4) = 2$ також можна розв'язати з використанням властивостей функцій (в лівій частині рівняння функція зростає на області визначення, в правій частині рівняння функція спадає на області визначення, отже рівняння може мати не більше ніж один корінь, $x=0$).

Значна кількість завдань IV частини державної підсумкової атестації та зовнішнього незалежного оцінювання розв'язується з використанням властивостей функцій. Наприклад, це завдання з атестаційних робіт В-1, В-12, В-17 з вимогою розв'язати рівняння: 1) $\log_2(x^2 - 4) = 2$ 2) $\log_2(x^2 - 4) = 2$

. Для розв'язування завдань крім загальних орієнтирів є і конкретні, зокрема для даних завдань орієнтир наведений в підручнику [153, с.155].

Враховуючи, що до завдань державної підсумкової атестації та зовнішнього незалежного оцінювання включені рівняння з параметрами, доцільно ознайомити учнів із пошуком плану розв'язування таких рівнянь (для цього доцільно виділити окреме заняття). Розглядаючи рівняння та нерівності з параметрами, звертаємо увагу учнів на те, що традиційно в рівняннях та нерівностях буквами позначають невідомі (змінні). Можна запропонувати учням найпростіший орієнтир, який дозволяє проводити більш-менш однакові міркування під час розв'язування різних типів

рівнянь та нерівностей з параметрами. А саме: будь-яке рівняння або нерівність можна розв'язувати як звичайне рівняння або нерівність доти, поки всі перетворення або міркування які необхідні для розв'язання, можна виконати однозначно. В той момент, коли якесь перетворення не можна виконати однозначно, розв'язання потрібно розбити на стільки випадків, щоб в кожному з них відповідь через параметри записувалась однозначно.

На етапі обговорення плану розв'язування рівняння або нерівності з параметрами або під час коментування самого розв'язування зручно супроводжувати відповідні міркування схемами, за якими учень може легко прослідкувати, в який момент ми не змогли однозначно виконати потрібні перетворення, та на скільки випадків прийшлося розбити розв'язання, і чим відрізняється один випадок від інших.

Доцільно почати систематизацію та узагальнення знань учнів, пов'язаних з розв'язуванням рівнянь та нерівностей з параметрами з найпростіших типів цих рівнянь та нерівностей. Можливість використання графічної ілюстрації розв'язування рівнянь доцільно показати на прикладі розв'язування завдання: "Визначте кількість коренів

рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ на проміжку $[m; n]$ залежно від значень параметра a .
" Так як у вимозі завдання визначити кількість коренів рівняння, то ми можемо застосувати графічний метод розв'язування, тоді якщо

$\Delta < 0$ – один корінь, якщо $\Delta \geq 0$ – два кореня, якщо $\Delta > 0$ – один

корінь, і немає коренів.

Також слід звернути увагу учнів на інші прийоми розв'язування дослідницьких завдань з параметрами, це можна зробити так, як пропонується в підручнику [153]. Аналогічно до описаної вище роботи доцільно організувати з учнями і систематизацію їх вмінь, пов'язаних з розв'язуванням нерівностей з цією метою можна використати таблиці [153]).

Розглянемо як можна провести на уроці обговорення розв'язання нерівності: $x^2 - 2x + 1 < 0$. Перш за все обговорюємо з учнями (звертаючись до таблиці 38, [153]), що для розв'язування цієї нерівності ми маємо право використати або рівносильні перетворення або метод інтервалів. Припустимо, що учні вибрали використання рівносильних перетворень. Для цього потрібно врахувати ОДЗ початкової нерівності. Запишемо це ОДЗ в явному вигляді: $x \in \mathbb{R}$ і розв'яжемо його.

Одержуємо, що $\log_2 x > 1$ або $\log_2 x < 1$. Поглянемо на задану нерівність, як на правильну числову нерівність, і запишемо праву частину, як значення логарифмічної функції. Оскільки, це перетворення на ОДЗ можна виконати як в прямому, так і в зворотному напрямку, то очевидно, це буде рівносильне перетворення заданої нерівності. Одержуємо

$\log_2 x > 1$. Враховуючи, що логарифмічна функція

$y = \log_2 x$ є спадною ми можемо одержати нерівність

Щоб гарантувати рівносильність даного перетворення потрібно гарантувати не тільки пряме, але й зворотне перетворення. Дійсно, на ОДЗ ліва і права частини нерівності – додатні числа, тоді від обох частин цієї нерівності можна взяти логарифм за основою 0,2 (змінивши знак нерівності на протилежний, оскільки функція $y = \log_2 x$ є спадною). Так як

$\log_2 x > 1$ одержуємо нерівність $\log_2 x < 1$. Розв'язавши цю нерівність, одержуємо $x < 2$, з урахуванням ОДЗ маємо, що розв'язком заданої нерівності буде $x \in (0, 2)$. Необхідно також обговорити з учнями, що для розв'язування заданої нерівності можна використовувати не тільки метод рівносильних перетворень, а й метод інтервалів.

Доцільно звернути їх увагу на те, що формально для використання методу інтервалів існують певні обмеження, а саме: нерівність виду

$f(x) > 0$ можна розв'язати методом інтервалів тільки тоді, коли

$f(x)$ – неперервна в кожній точці своєї області визначення функція. Але всі елементарні функції, які входять до запису рівнянь і нерівностей зовнішнього незалежного оцінювання та державної підсумкової атестації є неперервними в кожній точці своєї області визначення, тому фактично метод інтервалів можна використовувати для розв'язування будь-якої із запропонованих нерівностей. Особливо корисний метод інтервалів в тих випадках, коли розв'язування нерівності за допомогою рівносильних перетворень є досить складною або громіздкою операцією (наприклад, розв'язування ірраціональних нерівностей).

Розглянемо, як можна провести на уроці обговорення розв'язання розглянутої нерівності методом інтервалів. Звертаючись до табл. №38 [153], нагадуємо учням, що перш ніж розв'язувати нерівність методом інтервалів її потрібно звести до стандартного виду. Для цього перенесемо всі члени заданої нерівності в ліву частину з відповідними знаками (як відомо, одержуємо нерівність рівносильну даній). Отже, задана нерівність

$\log_2 x > 1$ рівносильна нерівності

Позначимо функцію, яка стоїть у лівій частині цієї нерівності через $f(x)$ тобто $f(x) = \log_2 x - 1$. Оскільки ця функція є неперервною в

кожній точці своєї області визначення, як композиція двох неперервних функцій – квадратичної та логарифмічної, то для розв'язування нерівності можна використати метод інтервалів.

Згадаємо план розв'язування нерівності за допомогою методу інтервалів (див. табл. №38, [153]). Реалізація плану розв'язування цієї нерівності методом інтервалів може бути, наприклад, такою. Записуємо ОДЗ:

Знаходимо нулі функції:

Звертаємо увагу учнів на те, що на етапі знаходження нулів функції нам необхідно розв'язати одержане рівняння. Згадаємо, що для розв'язування рівняння можна використовувати або рівняння-наслідки, або рівносильні перетворення, і вибираємо один з цих способів розв'язування. Враховуючи, що ОДЗ одержаного рівняння співпадає з ОДЗ заданої нерівності, а ми її вже знайшли, то можна вибрати для розв'язування рівняння метод рівносильних перетворень. Зокрема, одержане рівняння на вказаній ОДЗ рівносильне рівнянню

, яке в свою чергу рівносильне рівнянню

тобто . Корені цього рівняння

Обидва корені входять в ОДЗ і є коренями рівняння.

Далі відмічаємо ОДЗ на числовій прямій і відмічаємо на ОДЗ знайдені нулі функції. ОДЗ розбивається нулями на чотири інтервали, в кожному з яких за властивістю неперервної функції, функція не змінює свій знак. Знаходимо знак в кожному інтервалі, на які розбилася ОДЗ і записуємо відповідь:

Доцільно також звернути увагу учнів на те, що для багатьох нерівностей розв'язування за допомогою рівносильних перетворень та їх розв'язування за допомогою методу інтервалів практично рівноцінні, і вибір того чи іншого способу розв'язування, в основному, залежить тільки від уподобань автора цього розв'язання.

Під час організації самостійної роботи учнів, пов'язаної з розв'язуванням систем рівнянь та нерівностей, слід звернути їх увагу на те, що в процесі розв'язування систем можна практично повністю користуватися загальними схемами, пов'язаними з розв'язуванням рівнянь та нерівностей, наведених у таблицях. Отже, будь-яка система рівнянь може бути розв'язана одним з двох способів або за допомогою систем-наслідків, або за допомогою рівносильних перетворень. Для одержання системи-наслідку можна користуватися таким самим орієнтиром, як і під час одержання рівнянь-наслідків. Як і під час виконання рівносильних перетворень рівнянь, для виконання

рівносильних перетворень систем рівнянь можна користуватися таким орієнтиром: 1) врахувати ОДЗ початкової системи; 2) подивитися на задану систему рівнянь як на систему правильних числових рівностей і гарантувати (на ОДЗ) збереження правильних числових рівностей як під час прямих, так і під час зворотних перетворень. Очевидно, що, замінивши будь-яке рівняння системи рівносильним йому рівнянням, ми одержимо систему рівносильну заданій.

Таким чином. Під час підготовки учнів до державної підсумкової атестації та зовнішнього незалежного оцінювання доцільно систематизувати не тільки основні поняття та формули а й основні способи діяльності по розв'язуванню завдань за рахунок явного виділення орієнтовних основ відповідної діяльності та організації пошукової діяльності учнів з самостійного пошуку планів розв'язування завдань.

Додаток Л

Приклади розв'язування рівнянь шляхом рівносильних перетворень та за допомогою рівнянь -наслідків

Наприклад. Розв'язати рівняння

Розв'яжемо задане рівняння за допомогою рівносильних перетворень.

Розв'язання.

ОДЗ

Тоді

На цій ОДЗ задане рівняння рівносильне рівнянням:

Враховуючи ОДЗ, одержуємо, що $\frac{1}{x}$ входить в ОДЗ, отже є коренем; $\frac{1}{x^2}$ не входить до ОДЗ, отже, не є коренем заданого рівняння.

Відповідь: 0

Розв'яжемо рівняння $\frac{1}{x} = \frac{1}{x^2}$ за допомогою наслідків.

Перевірка. $\frac{1}{x} = \frac{1}{x^2}$ – сторонній корінь (під знаком логарифма отримуємо від'ємне число).
– корінь, оскільки маємо $\frac{1}{x} = \frac{1}{x^2}$

Відповідь. 0

Приклади застосувань властивостей відповідних функцій до розв'язування рівнянь

Наприклад при розв'язуванні за допомогою вказаних орієнтирів рівняння: $\log_2(x^2 - 1) = 1$ проводилася наступна робота. Спробуємо використати перший орієнтир (скінчена ОДЗ). Нехай нам не вдається використати скінченність ОДЗ (вона нескінченна, від - до +).

Тоді спробуємо оцінити ліву і праву частину рівняння:

Як бачимо і другий орієнтир не спрацьовує, тому скористаємося третім орієнтиром (використання зростання та спадання функцій: підбираємо один або декілька коренів рівняння і доводимо, що інших коренів це рівняння не має).

Рівняння $\log_2(x^2 - 1) = 1$ має корінь $x = 2$

(тобто)

Інших коренів це рівняння не має, оскільки функція зростаюча (її похідна при всіх значеннях з області визначення).

Відповідь: .

Розглянемо можливий варіант пошуку плану розв'язування

наступного рівняння:

Хід міркувань може бути наступний:

1. Оскільки у нас немає формул, які б дозволяли перетворювати одночасно і тригонометричні вирази, і квадратний тричлен, то спробуємо розв'язати задане рівняння, використовуючи властивості відповідних функцій.

2. На цьому шляху нам не вдається використати скінченність ОДЗ (вона нескінчена).

3. Спробуємо оцінити область значень функцій, які стоять у лівій і правій частинах рівняння (див. орієнтир 2). Для даних функцій це можна зробити, не використовуючи похідної:

Нехай Функція набуває всіх значень від -1 до 1 , тобто

тоді маємо: .

Тому, задане рівняння рівносильне системі:

Із другого рівняння системи маємо **EMBED Equation.3**, що задовольняє і перше рівняння системи. Отже, одержана система (а значить, і задане рівняння) має єдиний розв'язок **EMBED Equation.3**

Відповідь. 2.

Додаток М

Приклад алгоритму для знаходження найбільшого і найменшого значення функції на відрізку

При вивченні теми “Знаходження найбільшого і найменшого значення функції на відрізку” можна запропонувати наступний алгоритм на дошці.

Таблиця

Алгоритм розв'язку.	Задача.
<p>1) Знайдіть похідну функції.</p> <p>2) Знайдіть точки, в яких похідна дорівнює нулю або не існує.</p> <p>3) Вкажіть критичні точки, що належать даному відрізку.</p> <p>4) Знайдіть значення функції в критичних точках і на кінцях відрізка.</p> <p>5) Виберіть найменше і найбільше значення.</p>	<p>Знайдіть найбільше і найменше значення функції на відрізку $[0;2]$. Зразок запису розв'язання.</p> <p>1) існує на всій області визначення</p> <p>2) EMBED Equation.3</p> <p>3) Точка належить відрізку $[0; 2]$.</p> <p>4) , .</p> <p>5) ; .</p>

Задача з частково виконаним завданням.

Знайдіть найбільше і найменше значення функції

на відрізку $[0; 2]$.

Зразок запису розв'язання.

1) Похідні:

2) Критичні точки (або не існує)

3) Точка ... належить відрізку $[0; 2]$.

4) Значення функції на кінцях відрізка, та в критичних точках з цього відрізка:

....
=..., ...

5)

В класах універсального профілю доцільно використовувати завдання із зразком міркування та виконанням подібного завдання.

Наприклад. Розв'яжіть рівняння $\cos x =$, (Є.П.Нелін "Алгебра і початки аналізу" 10 клас , с.159).

Розв'язання.

Коментар.

Оскільки EMBED Equation.3 EMBED Equation.3 1, то задане

, рівняння $\cos x = a$ має корені, які

. можна знайти за формулою

Відповідь:

Для обчислення можна скористатися формулою:

Тоді

Додаток Н

Приклад застосування схеми дослідження функції та побудови її графіка

Таблиця

Схема дослідження функції.	Приклад.
1	2
1) Знайти область визначення функції. 2) З'ясуйте, чи є функція парною або непарною (чи періодичною). 3) Точки перетину графіка з осями координат.	Побудуйте графік функції 1) Область визначення: . 2) Функція непарна, оскільки

<p>4) Похідна і критичні точки функції.</p> <p>5) Проміжки зростання і спадання функції та точки екстремуму (і значення функції в цих точках).</p>	<p>3) Графік не перетинає вісь графік не перетинає вісь</p> <p>4) похідна існує на всій області визначення функції (отже, функція неперервна в кожній точці своєї області визначення), , При маємо ; - критичні точки.</p> <p>5) Позначимо критичні точки на області визначення і знайдемо знак похідної та характер поведінки функції на кожному з інтервалів, на які розбивається область визначення.</p>
---	---

Продовження табл.

1	2
<p>На основі проведеного дослідження побудувати графік функції.</p>	<p>Знак \longrightarrow</p> <p>-1 0 1</p> <p>Поведінка</p> <p>Отже, функція зростає на кожному з проміжків (- та [і спадає на проміжку та Оскільки, в критичній точці -1 похідна змінює знак з "+" на "-", то - точка максимуму , а в точці 1 похідна змінює знак з "-" на "+", то - точка мінімуму, Тоді,</p>

--	--

Додаток П
Приклад самостійної роботи в 11 класі

Варіант - 1.

Дослідити функцію і побудувати її графік:
Розв'язання.

1. Область визначення:
2. Функція не є ні парною, ні непарною, оскільки

3. Точки перетину графіка з осями координат.

З віссю

Точки перетину графіка з віссю або

4. Похідна і критичні точки.

Похідна існує на всій області визначення функції (отже, функція
неперервна в кожній точці своєї області визначення).

або

Маємо: - критичні точки.

5. Знак

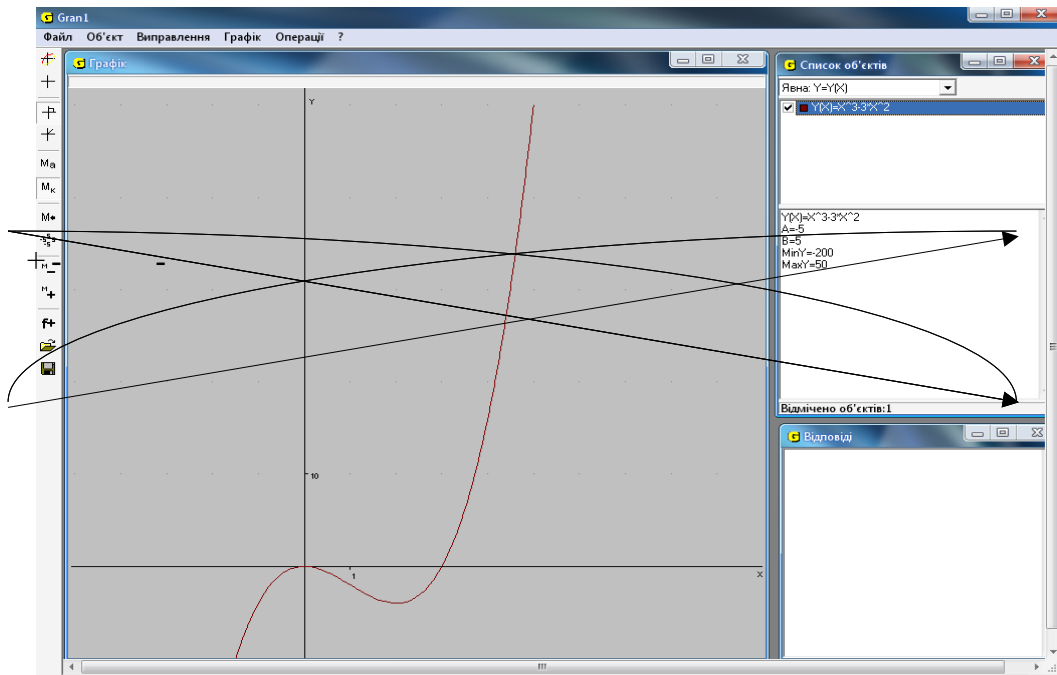
0

2

Поведінка

Отже, функція зростає на кожному з проміжків та і спадає на проміжку [0;
2]. Оскільки, в критичній точці 0 похідна змінює знак з "+" на "-", то - точка максимуму
а в точці 2 похідна змінює знак з "-" на "+", то - точка мінімуму;

Тоді



Варіант - 2.

Дослідити функцію і побудувати її графік

Розв'язання.

1. Область визначення: $D(y)=\mathbb{R}$.

2. Функція не є ні парною, ні непарною, оскільки:

3. Точки перетину графіка з осями координат:

з віссю Ox —

Точки перетину графіка з віссю Oy —

тоді

Тоді

або

4. Похідна і критичні точки:

похідна існує на всій області визначення

функції (Отже, функція неперервна в кожній точці своєї області визначення).

або

Маємо — критичні точки.

5.

знак

0

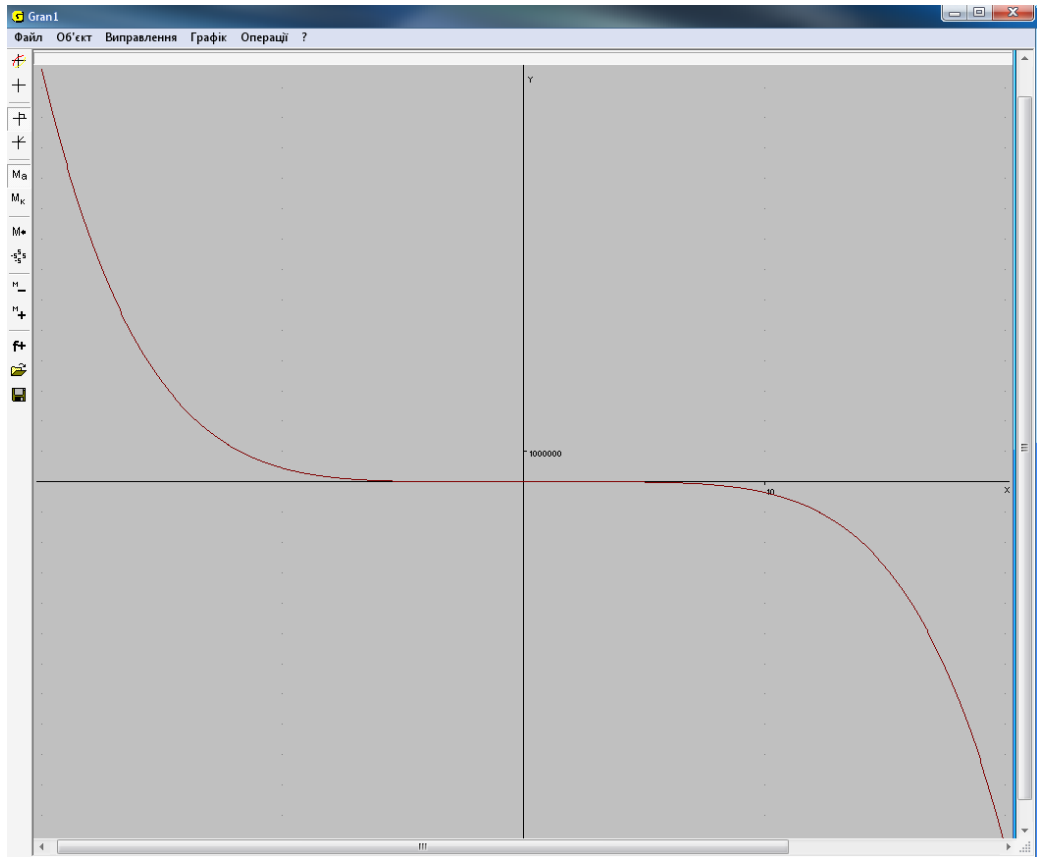
1

поведінка

Отже, функція спадає на кожному з проміжків $(-\infty; 0]$ та $[1; +\infty)$ і зростає $[0, 1]$. Оскільки, в критичній точці 0 похідна змінює знак з “-” на “+”, то $x=0$ — точка мінімуму, а в точці 1

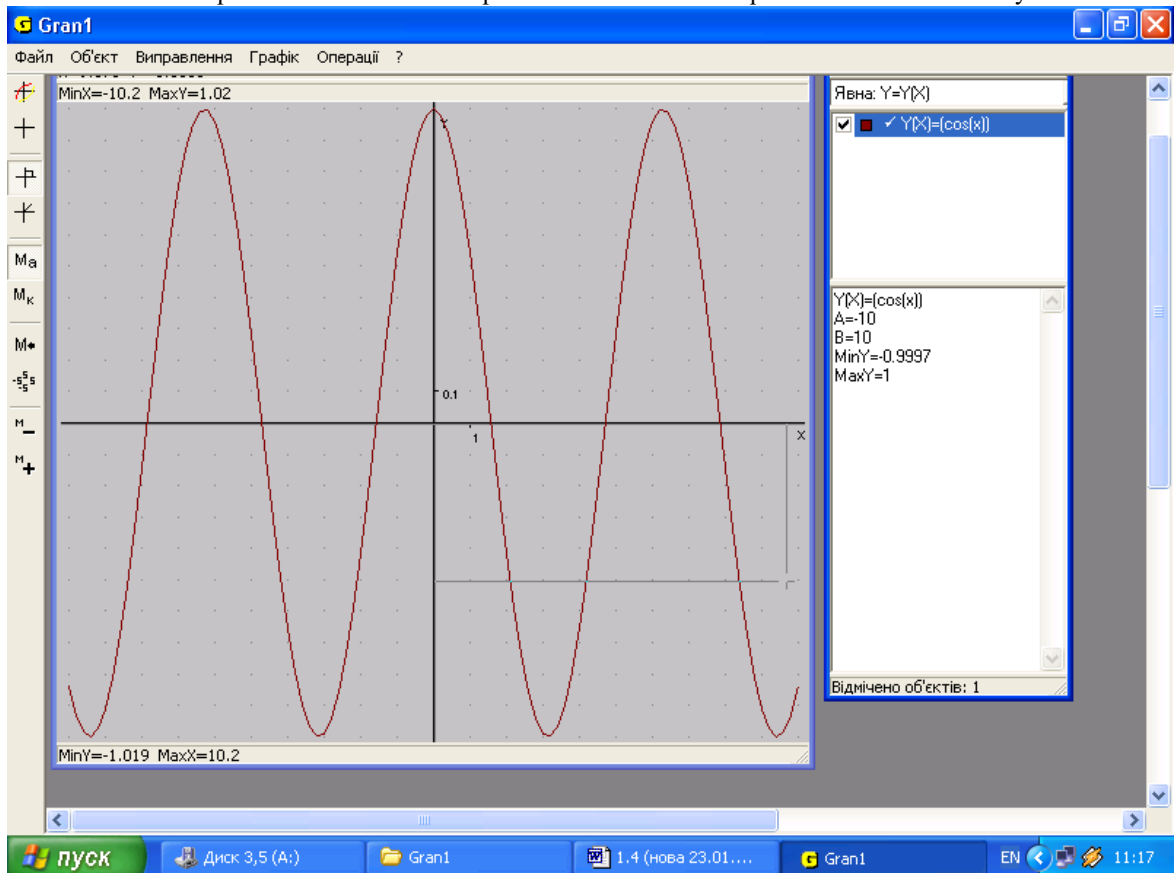
похідна змінює знак з "+" на "-", то - точка максимуму

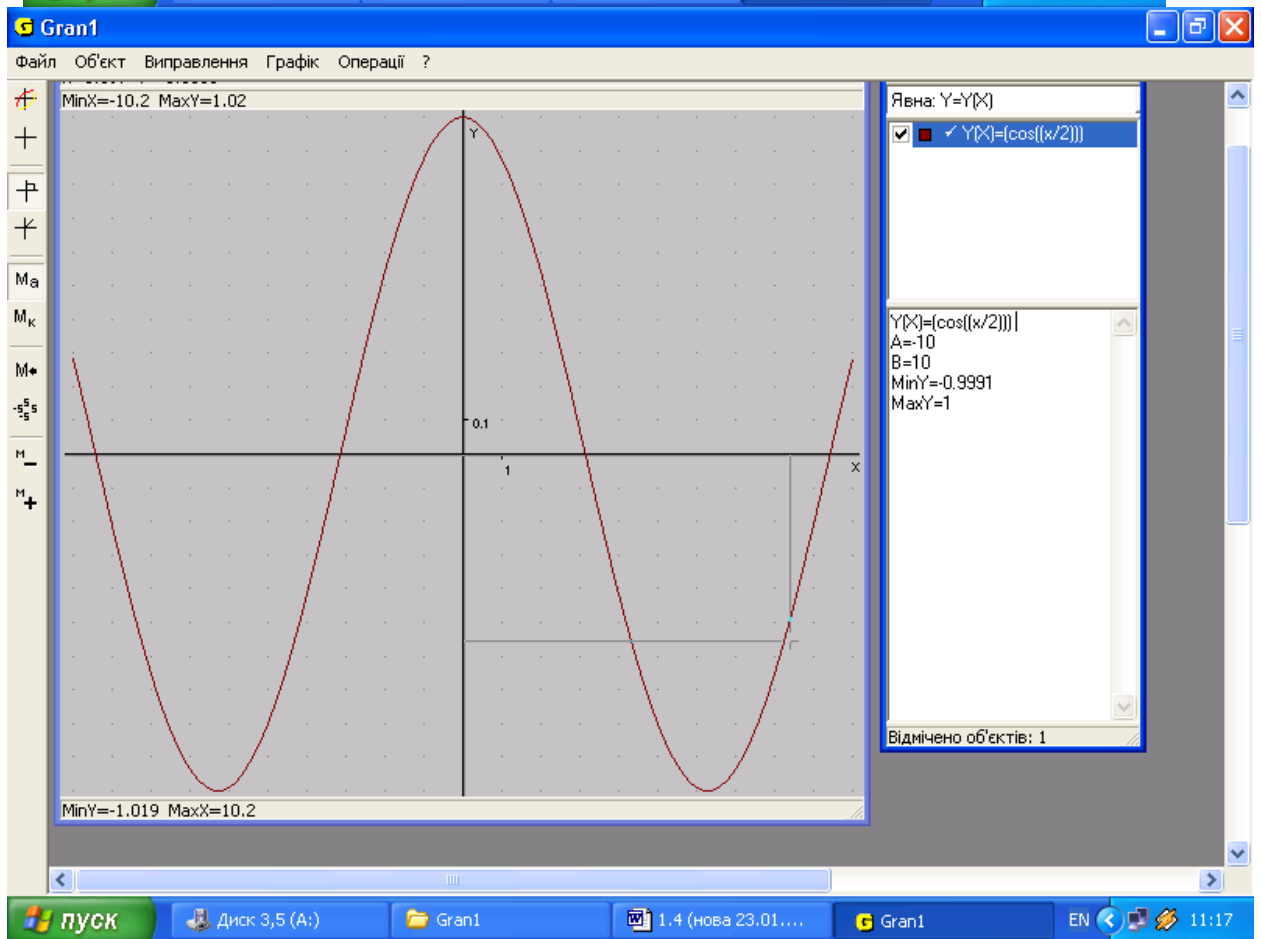
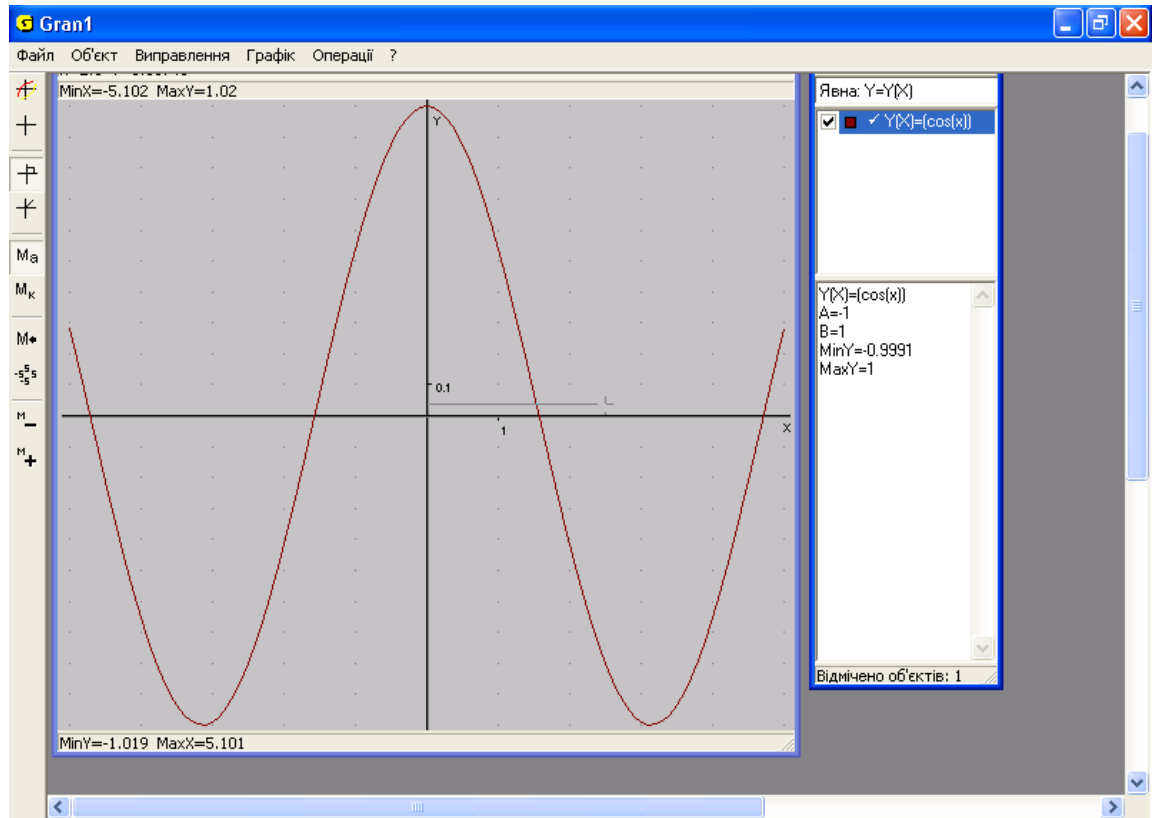
Тоді

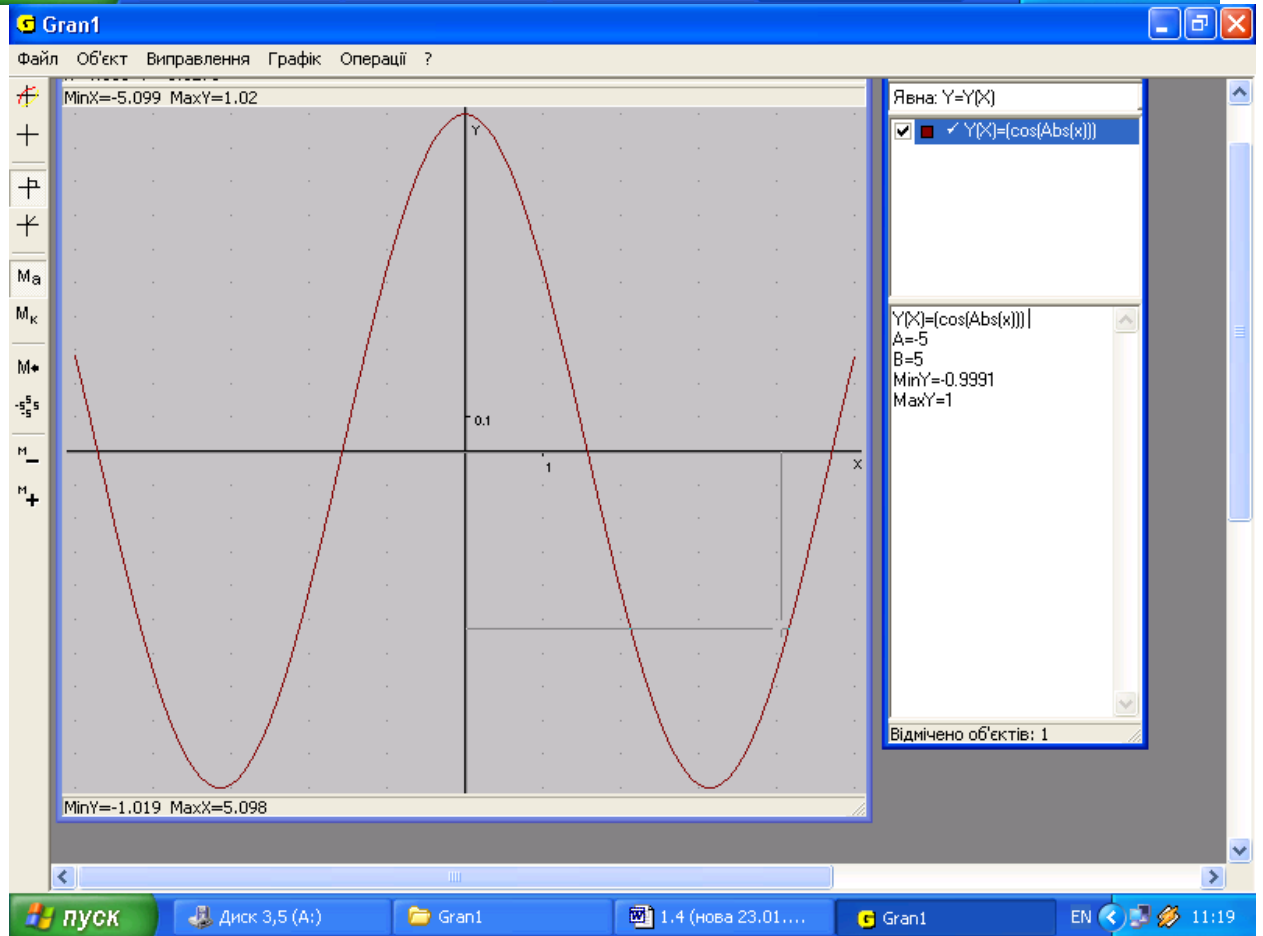
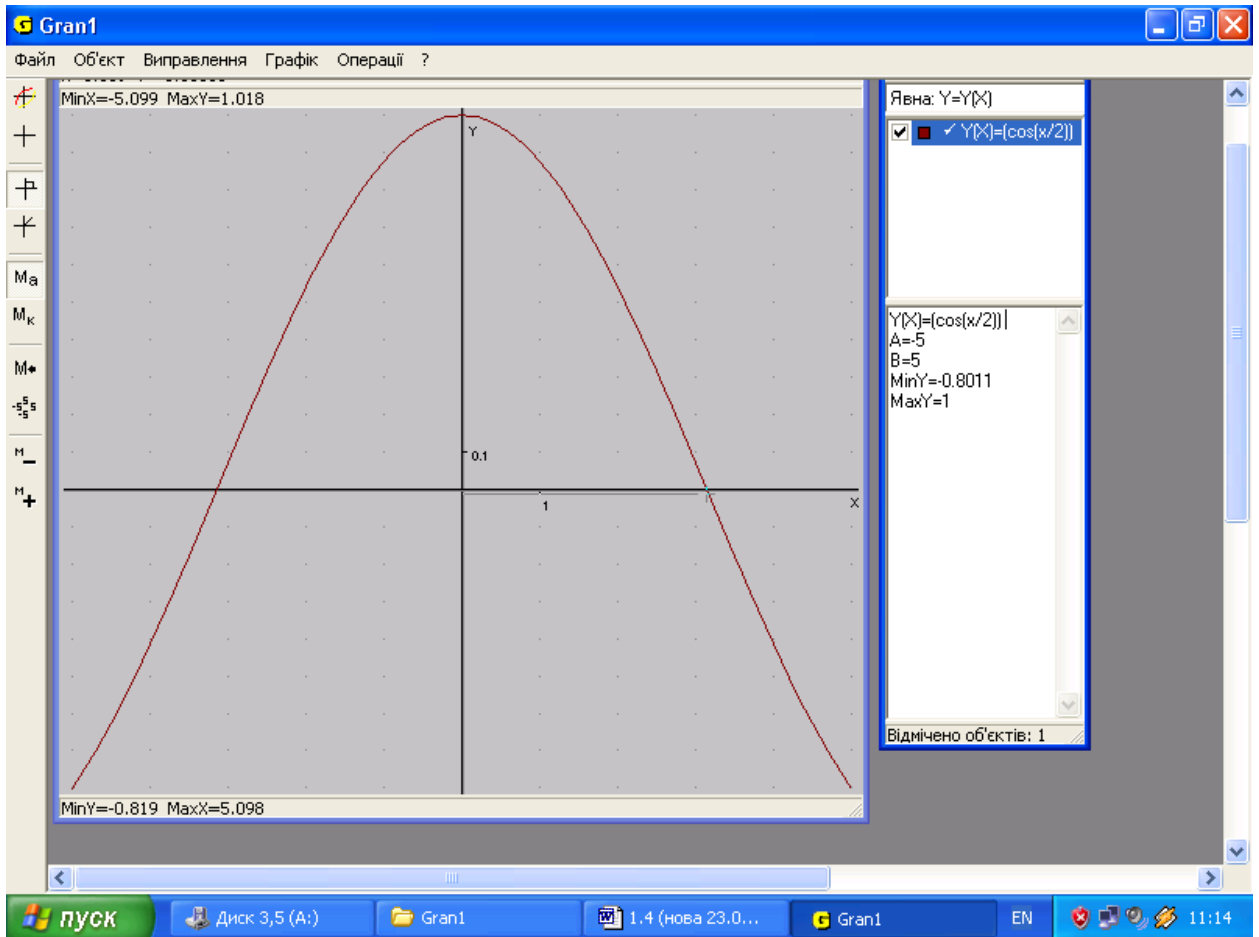


Додаток Р

Використання комп'ютера в навчанні алгебри і початків аналізу







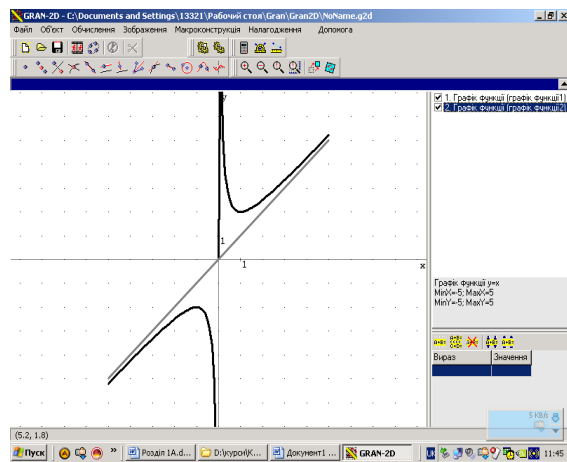
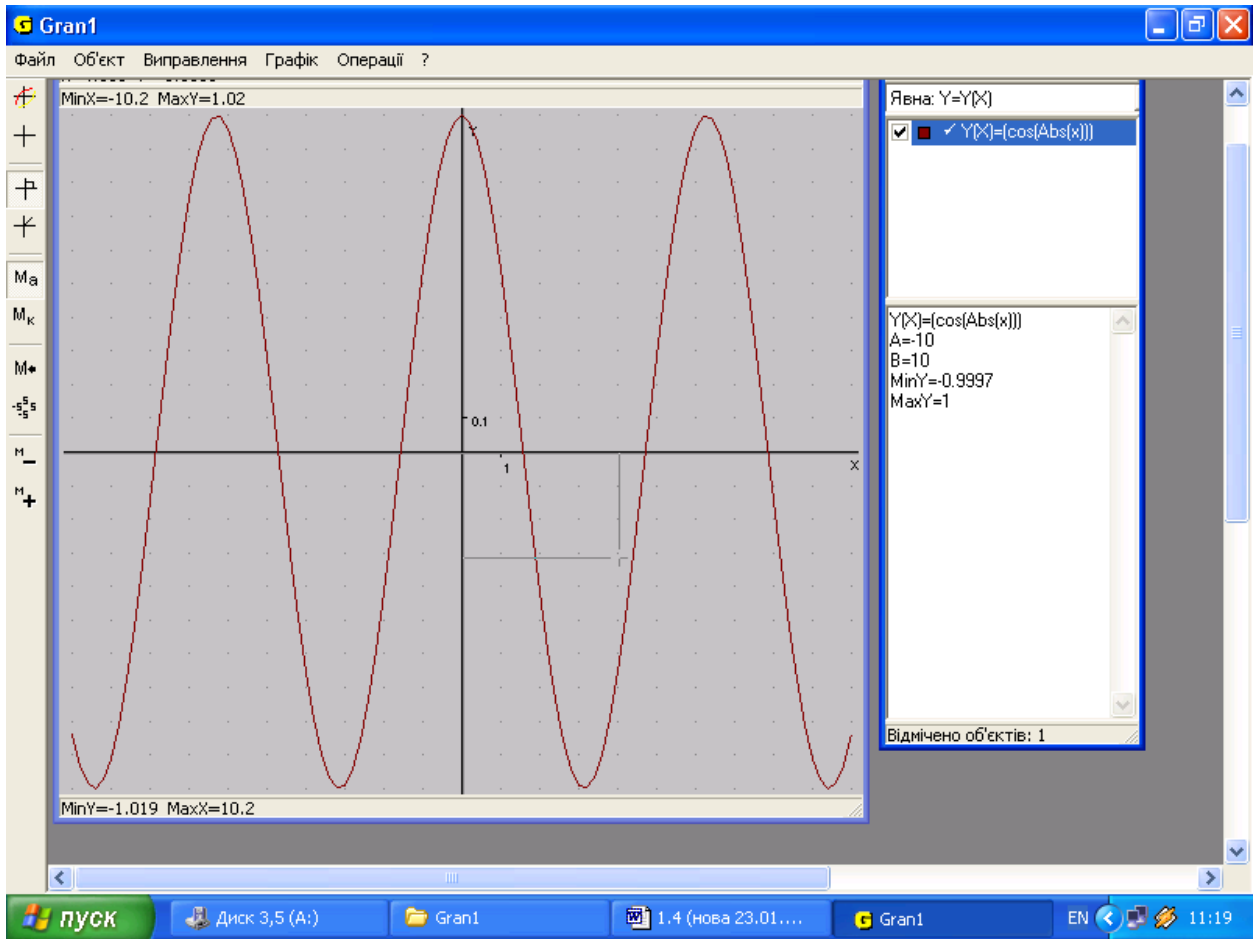


Рис. Р.1 Графік функції

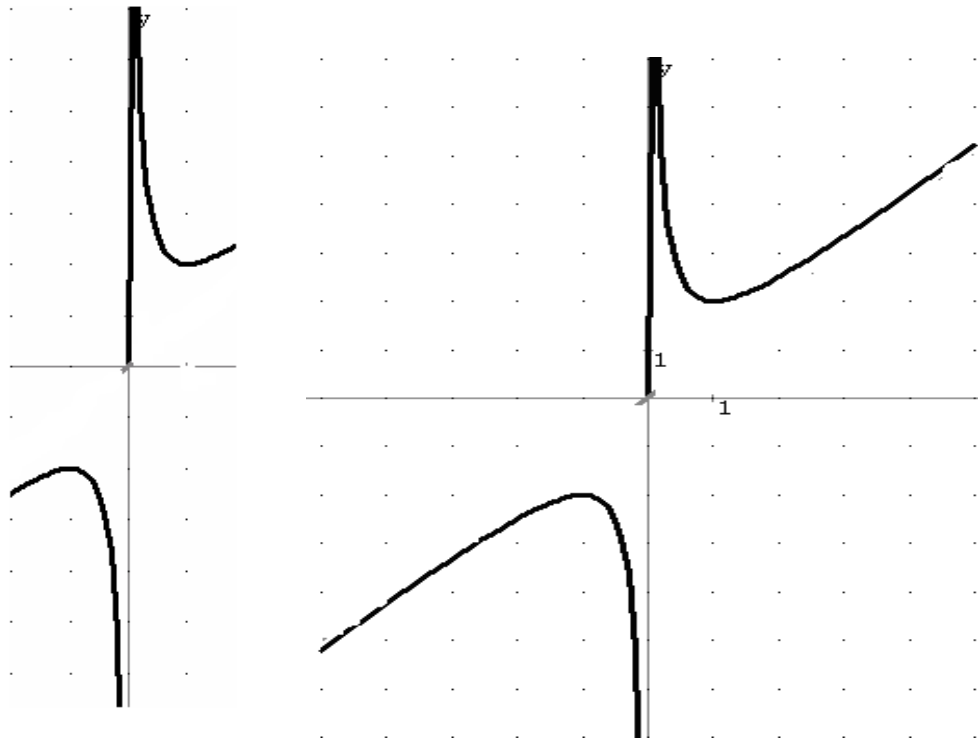


Рис. Р.2 Графік функції в різних масштабах

Додаток С

Аналітичне розв'язання задачі, наведеної в 2.4

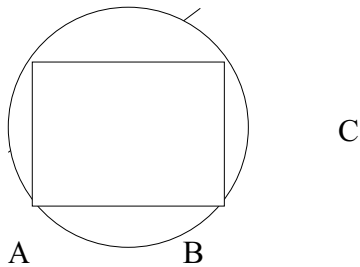


Рис. С.1 Прямокутник вписаний в коло

Нехай $AB = x$, тоді $AC = 2, r = 1$ і $BC =$. Отже,

Тепер наша задача дослідити функцію , якщо , тоді, площа більша якщо її квадрат буде найбільший, отже

або . Якщо

f'

f

Рис. С.2

Отже, найбільше значення приймає при . Тоді $AB =$; $BC =$

. Отже: $ABCD$ - квадрат.

Додаток Т
Анкета для вчителів
Шановний учитель!

Просимо Вас дати відповідь на запропоновані питання, які допоможуть у роботі над вдосконаленням методики навчання математики.

1. Які труднощі Ви відчуваєте при підготовці до проведення уроків в класах природничого та фізико-математичного профілів:

- А) не вистачає навчального часу;
- Б) немає або недостатньо спеціальних розробок, методичних рекомендацій на допомогу вчителю;

В) інші труднощі (які саме)?

2. Чи використовуєте додаткову літературу при підготовці до уроків:

- А) постійно, систематично;
- Б) випадково, спонтанно;
- В) ніколи;
- Г) як інакше?

3. Чи досить Вам інформації наведеної в підручнику:

- А) так;
- Б) ні;
- В) інша відповідь?

4. Які додаткові методи розв'язування завдань Ви пропонуєте учням, крім наведених в підручнику?

Додаток У
Анкета для учнів, щодо їх ставлення до самостійної роботи
Таблиця 1

Запитання.	Кількість учнів у %.
1. Як Ви ставитися до самостійної роботи з математики? А) позитивно; Б) негативно; В) нейтрально.	34%; 28%; 38%
2. Що Вас приваблює в ній? А) можливість самостійно поповнювати й поглиблювати знання; Б) можливість проявити самостійність у навчальній діяльності;	43% 23%

В) бажання перевірити свої знання і уміння;	14%
Г) бажання отримати оцінку.	20%
3. Які види самостійної роботи Ви виконуєте з інтересом?	
А) робота з підручником;	27%
Б) робота з додатковим матеріалом;	26%
В) розв'язування завдань;	37%
Г) робота з таблицями, схемами, графіками.	10%
4. Яка допомога вчителя необхідна Вам під час виконання самостійної роботи?	
А) пояснення завдання;	15%
Б) інструктаж до роботи, вказівки;	23%
В) спостереження вчителя;	15%
Г) відповіді вчителя на питання, що виникають при розв'язуванні завдань.	47%
5. Що на Ваш погляд, слід було б змінити в організації самостійної роботи старшокласників?	
А) збільшити час на уроці;	
Б) зменшити час на уроці;	34%
В) частіше пропонувати творчі завдання.	24%
	42%

Тест для педагогічного діагностування, запропонований А.Сиденко.

Свій стан з кожного пункту учні оцінюють в балах з інтервалом від -3 до $+3$, проставивши порядкові номери.

1. Мені досить часто не зрозуміло, з якою метою проводиться самостійна робота.	-3,-2,-1,0,1,2,3	1. Мені практично завжди зрозуміло, з якою метою проводиться самостійна робота.
2. Я не відчуваю, що запропонований матеріал важливий для моєї майбутньої професійної діяльності.	-3,-2,-1,0,1,2,3	2. Я розумію, що запропонований матеріал важливий для моєї майбутньої професійної діяльності.
3. Якщо вчитель ставить запитання класу, я не замислююсь над ними, не намагаюсь в подумки відповісти.	-3,-2,-1,0,1,2,3	3. Якщо вчитель ставить запитання класу, я замислююсь над ними, намагаюсь подумки відповісти.
4. Я з великими труднощами примушую себе вести записи, все, що потрібно не встигаю записувати.		4. Я із задоволенням веду записи, все, що треба або рекомендує вчитель встигаю оформити.
5. Як правило, я не повертаюсь до самостійного вивчення матеріалу попереднього уроку.	-3,-2,-1,0,1,2,3	5. Після уроку я самостійно вивчаю матеріал попереднього уроку.
6. Мені здається, що самостійна робота приносить мало користі, щоб глибоко розібратися у матеріалі.	-3,-2,-1,0,1,2,3	6. Я думаю, що самостійна робота дуже потрібна, щоб розібратися у навчальному матеріалі.
7. Як правило, я не помічаю рекомендацій вчителя, щодо вивчення матеріалу.	-3,-2,-1,0,1,2,3	7. Я звертаю увагу на рекомендації вчителя, щодо вивчення матеріалу.
	-3,-2,-1,0,1,2,3	

Додаток Ф

Характерні помилки учнів під час розв'язування завдань з алгебри і початків аналізу

Таблиця 1

Зміст помилки.	Причина помилки.
2	3
<p>1) Під час виконання дій зі звичайними дробами та від'ємними числами.</p> <p>2) Під час виконання тотожних перетворень цілих і дробових виразів.</p> <p>3) Порушення рівносильності рівнянь, що утворюються в процесі розв'язування.</p> <p>4) Уявлення, що складна комбінація ірраціональних чисел буде тим більше ірраціональне число (наприклад, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$).</p> <p>5) Поява сторонніх коренів у відповіді при розв'язуванні рівнянь.</p> <p>6) Втрата коренів рівняння.</p> <p>7) Перехід від нерівності $a < b$ до нерівності $a > b$.</p>	<p>1) Низький рівень обчислювальних навичок учнів.</p> <p>2) Недостатня сформованість формально-оперативних вмінь.</p> <p>3) Нерозуміння суті рівносильних перетворень.</p> <p>4) Нерозуміння суті ірраціонального числа, якщо учні говорять про раціональність чи ірраціональність деякого числа просто на основі його зовнішнього вигляду.</p> <p>5) Нерозуміння причин появи сторонніх коренів.</p> <p>6) Нерозуміння, що такі перетворення, як логарифмування, а також ділення рівняння на вираз, що містить змінну, можуть привести до звуження області визначення рівняння, а отже, і до втрати коренів.</p> <p>7) Невміння використовувати властивості показникової та логарифмічної функції під час розв'язування відповідних нерівностей</p>

Продовження табл. 1

2	3
<p>8) Невміння розв'язувати найпростіші тригонометричні нерівності ($\sin x > \frac{1}{2}$).</p> <p>9) Уява про додатні чи від'ємні значення числових виразів просто, на основі їх зовнішнього вигляду, вважають від'ємними тільки ті числа, перед якими є знак мінус (наприклад, числа $-\sqrt{2}$, $-\sqrt{3}$ інколи учні відносять до додатних, а числа $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ до від'ємних).</p> <p>10) Невміння будувати графіки тригонометричних функцій. Наприклад, $y = \sin x$.</p>	<p>8) Недостатня увага, яка приділяється розв'язуванню цих нерівностей в підручнику і на уроках.</p> <p>9) Поверхове засвоєння учнями поняття логарифмічної і тригонометричної функцій.</p> <p>10) Слабе володіння методом геометричних перетворень графіків функцій, не розуміючи їх теоретичної і практичної суті.</p> <p>11) Поверхове теоретичне обґрунтування навчального матеріалу.</p>

<p>11) Неврахування області визначення заданих функцій, аналітичні вирази яких доцільно спростити (наприклад, після спрощення одержуємо: i).</p> <p>12) Рахування точки, в якій похідна дорівнює нулю, точкою екстремуму.</p> <p>13) Ототожнення поняття максимуму та мінімуму з поняттям найбільшого і найменшого значення функції.</p>	<p>12) Трактування необхідних умов як достатніх.</p> <p>13) Поверхове засвоєння таких понять, як максимум, мінімум, найбільше, найменше значення функції</p>
--	--

Додаток X

Дані отримані під час експериментальної роботи з теми дослідження

Таблиця 1

Рівень умінь старшокласників доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу, визначений на констатуючому етапі експерименту

Рівень	Бал	Кількість і відсоток учнів, які набрали дану кількість балів		Загальна кількість і загальний відсоток учнів з даним рівнем умінь доводити	
		10-і кл. (118уч.)	11-і кл. (132уч.)	10-і кл (118уч.)	11-і кл. (132 уч.)
1	2	3	4	5	6
Початковий	1	2 (1%)	4 (3%)	12 (10%)	17 (13%)
	2	4 (3%)	6 (5%)		
	3	6 (5%)	7 (6%)		
Середній	4	4 (3%)	3 (2%)	17 (14%)	13 (10%)
	5	6 (5%)	5 (4%)		
	6	7 (6%)	5 (4%)		
Достатній	7	24(21%)	26(19%)	76 (65%)	82 (62%)
	8))		
	9	22(18%)	24(13%)		
Високий	0	30(28%)	32(22%)	13 (11%)	20 (15%)
	1	5 (4%)	7 (6%)		
	1	6 (5%)	9 (7%)		
	2	2 (1%)	4 (3%)		

Таблиці, що ілюструють результати підсумкової контрольної роботи у 10-11 класах.

Таблиця 2

Результати підсумкової контрольної роботи у 10-их класах

Групи	Усього	Рівні навчальних досягнень.				% успішності	% якості знань
		10-12 балів	7-9 балів	4-6 балів	0-3 балів		
Контрольні	129	18	23	61	27	-	-
	10 %	14%	17%	52%	21%	78%	31%
Експериментальні	118	27	36	45	10	-	-
	100%	22%	30%	40%	8%	90%	52%
Всього	247	45	59	106	37	-	-

Таблиця 3

Результати підсумкової контрольної роботи у 11-их класах

Групи	Усього	Рівні навчальних досягнень				% успішності	% якості знань
		10-12 балів	7-9 балів	4-6 балів	0-3 балів		
Контрольні	119	1	2	6	2	-	-
	100%	9%	17%	48%	22%	76%	26%
Експериментальні	132	27	41	56	8	-	-
	100%	21%	31%	42%	6%	94%	52%
Всього	251	38	61	117	35	-	-

Таблиця 4

Результати виконання підсумкових контрольних робіт

	Кількість учнів	Рівні			
		1-3	4-6	7-9	10-12
Контрольні класи	248	54	122	43	29

Експериментальні класи	250	18	101	77	54
------------------------	-----	----	-----	----	----

Ставлення учнів до традиційної та експериментальної методики навчання алгебри і початків аналізу

1. Чи задоволені Ви рівнем ваших математичних знань і умінь?

а) так; б) ні; в) інша відповідь.

2. Чи розширилися ваші знання про методи розв'язування завдань?

а) так; б) ні; в) інша відповідь.

3. Чи потрібна Вам під час навчання алгебри і початків аналізу педагогічна підтримка?

а) так; б) ні; в) інша відповідь.

4. Чи відчуваєте Ви, що складання індивідуальної освітньої траєкторії допомагає під час навчання алгебри і початків аналізу?

а) так; б) ні; в) інша відповідь.

5. Чи задовольняє Ваші потреби запропонована методика навчання алгебри і початків аналізу?

а) так; б) ні; в) інша відповідь.

Таблиця 5

Результати анкетування учнів експериментальних класів

Відповідь	А		Б		В	
	початок	кінець	початок	кінець	початок	кінець
1.	45%	80%	30%	7%	25%	13%
2.	32%	75%	38%	18%	30%	7%
3.	45%	40%	55%	42%	–	18%
4.	15%	85%	70%	7%	7%	8%
5.	–	75%	45%	25%	55%	–

Таблиця 6

Причини труднощів, що виникають під час виконання самостійної роботи учнями

З чим пов'язані труднощі самостійної роботи учнів.	Відповіді учнів у (%).
1	2
1.Невміння розподілити час.	25%
2.Труднощі в складанні плану самостійної роботи.	40%
3.Невміння поставити ціль в самостійній роботі.	27%
4.Відсутність систематичного контролю з боку вчителя	17%
5.Відсутність володіння раціональними прийомами розумової праці.	32%
6.Невміння охопити уявним поглядом хід процесу пошуку по проблемі в цілому.	33%
7.Невміння виділяти головне, узагальнювати.	23%
8.Невміння здійснювати самоконтроль.	31%

Таблиця 7

Шкала переведення коефіцієнта в бали

Бал	Коефіцієнт	Рівні
1	2	3

1 2 3		початковий
4 5 6		середній
7 8 9		достатній
10 11 12		високий

Таблиця 8

Рівень умінь старшокласників доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу, визначений на констатувальному етапі експерименту

Рівень	Бал	Кількість і відсоток учнів, які набрали дану кількість балів		Загальна кількість і загальний відсоток учнів з даним рівнем умінь доводити	
		10-і кл. (129 уч.)	11-і кл. (119 уч.)	10-і кл. (129 уч.)	11-і кл. (119 уч.)
1	2	3	4	5	6
	1	7 (5%)	5 (4%)		

Початковий	2 3	10 (8%) 12 (7%)	8 (6%) 10 (8%)	29 (22%)	23 (11%)
Середній	4 5 6	28 (21%) 23 (18%) 34 (30%)	13 (10%) 15 (12%) 14 (11%)	85 (66%)	42 (35%)
Достатній	7 8	3 (2%) 3 (2%)	17 (21%) 13 (10%)	9 (7%)	45 (46%)
	9	2 (%)	15 (12%)		
Високий	10 11 12	3 (2%) 2 (1%) 2 (1%)	4 (3%) 3 (2%) 2 (1%)	6 (5%)	9 (8%)

Таблиця 9

Узагальнені дані експериментальної роботи (в %)

Показники якісних змін в учнів		Організація навчання алгебри і початків аналізу в експериментальних класах		Організація навчання алгебри і початків аналізу в контрольних класах	
		До експер.	Після експер.	До експер.	Після експер.
Уміння самостійної навчальної діяльності	1) постановка проблеми;	40	58	44	47
	2) аналіз і синтез;	17	24	18	23
	3) планування роботи;	26	53	26	28
	4) виділення загальної схеми міркувань;	18	42	20	25
	5) застосування схеми міркувань;	27	61	29	32
	6) систематизація;	24	30	20	27
		21	46	29	32

ості	7) самоконтроль; 8) самооцінка.	18	37	25	34
------	------------------------------------	----	----	----	----