

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**імені М.П. ДРАГОМАНОВА**

На правах рукопису

**КОБИЛЬНИК Тарас Петрович**

УДК 519.7(07)

**МЕТОДИЧНА СИСТЕМА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ**  
**ІНФОРМАТИКИ У ПЕДАГОГІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ**

13.00.02 – теорія та методика навчання (інформатика)

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата  
педагогічних наук

**Науковий керівник:**

Жалдак Мирослав Іванович, доктор  
педагогічних наук, професор

Київ–2009

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП</b> .....	4
<b>РОЗДІЛ I. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ІНФОРМАТИКИ У ПЕДАГОГІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ</b> .....	12
1.1. Тлумачення поняття „математична інформатика”.....	12
1.2. Мотивація навчальної діяльності студентів .....	14
1.3. Формування творчого мислення у студентів .....	31
1.4. Особистісно-орієнтовані технології навчання .....	44
1.4.1. Організація проблемного навчання математичної інформатики.....	45
1.4.2. Використання методу проектів при навчанні математичної інформатики .....	58
1.4.3. Ситуаційне навчання математичної інформатики.....	67
1.4.4. Модульно-рейтингова система навчання математичної інформатики.....	70
1.5. Компетентнісний підхід у навчанні математичної інформатики .....	76
Висновки до першого розділу.....	83
<b>РОЗДІЛ II. СТВОРЕННЯ ТА УТОЧНЕННЯ КОМПОНЕНТ КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНОЇ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ІНФОРМАТИКИ У ПЕДАГОГІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ</b> .....	86
2.1. Фундаментальність інформатичної освіти у педагогічному університеті.....	86
2.2. Мета навчання та зміст математичної інформатики в педагогічному університеті.....	95
2.3. Компоненти методичної системи навчання дисципліни „Системи комп'ютерної математики”.....	100
2.3.1. Цілі та завдання навчання дисципліни „Системи комп'ютерної	101

математики”.....	
2.3.2. Організаційні форми навчання дисципліни „Систем комп’ютерної математики”.....	104
2.3.3. Методика навчання розділу „Огляд основних пакетів системи Maple”.....	108
2.3.4. Методичні аспекти навчання дисципліни „Системи комп’ютерної математики”.....	119
2.4. Компоненти методичної системи навчання спецкурсу „Математична інформатика”.....	130
2.4.1. Цілі, завдання та організаційні форми проведення занять зі спецкурсу „Математична інформатика”.....	130
2.4.2. Методика навчання розділу „Формалізація невірогідних і нечітких знань”.....	132
2.4.3. Методичні аспекти навчання спецкурсу „Математична інформатика”.....	157
2.5. Використання міжпредметних зв’язків при навчанні математичної інформатики у педагогічному університеті.....	182
2.6. Організація і проведення педагогічного експерименту та аналіз його результатів.....	193
Висновки до другого розділу.....	203
<b>ВИСНОВКИ</b> .....	205
<b>ДОДАТКИ</b> .....	208
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ</b> .....	235

## ВСТУП

*Актуальність дослідження.* В умовах ускладнення системи соціально-економічних, науково-технічних та культурних відносин суспільство потребує фахівців з фундаментальною базовою підготовкою і знаннями в галузі сучасних інформаційних технологій та вміннями їх застосовувати у практичній діяльності. Програмне забезпечення персональних комп'ютерів змінюється надзвичайно стрімко, внаслідок чого навички, отримані людиною звичайним повторенням виконання певних дій, що не мають під собою фундаментальної основи, швидко застарівають. Тому студентам ВНЗ необхідні фундаментальні знання, які характеризуються загальністю та структурованістю.

Існуючі навчальні програми дисциплін інформатичного циклу, що вивчаються на фізико-математичних факультетах педагогічних університетів, як правило, орієнтовані на навчання студентів практичних навичок роботи з конкретними системними та прикладними програмами. Досить часто навчання зводиться до простого ознайомлення з функціональними можливостями певного прикладного пакету. Тобто студенти, в основному, знайомляться лише з користувацьким аспектом застосування програмного забезпечення і комп'ютерної техніки. Такий підхід призводить до того, що при підготовці майбутніх вчителів інформатики, фахівців у галузі інформатики та інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) практично не вивчаються теоретичні основи інформатики, питання пов'язані з комп'ютерною математикою, інформаційним моделюванням. Відсутність фундаментальних знань з теоретичних основ інформатики та ІКТ призводить до часткової або повної незатребованості молодих фахівців на ринку праці.

Актуальність і доцільність впровадження та вивчення математичної інформатики, яка сьогодні є одним з пріоритетних напрямів науково-дослідної роботи в галузі інформатичних і математичних наук, у педагогічних університетах студентами інформатичних спеціальностей незалежно від їхньої майбутньої професійної діяльності (педагогічної, наукової, прикладної чи практичної) обумовлена:

– потребами і необхідністю підвищення фундаментальної підготовки студентів інформатичних спеціальностей педагогічних університетів;

– впровадженням та використанням комп'ютерної техніки з відповідним програмним забезпеченням практично у всі сфери діяльності людини (зокрема у навчальний процес загальноосвітніх шкіл і ВНЗ, у наукову, технічну, економічну діяльність, в заклади охорони здоров'я тощо).

Однією з актуальних проблем вищої освіти є створення таких методичних систем навчання, які б були адаптовані до Болонського процесу, широко використовували сучасні педагогічні та інформаційно-комунікаційні технології, зокрема системи комп'ютерної математики (СКМ), у навчальному процесі. СКМ останні роки широко застосовуються в системах освіти розвинених країн світу, тому науково обгрунтоване і доцільне їх використання у вітчизняних навчальних закладах надасть можливість швидше інтегрувати систему освіти України у світову і говорити про серйозне підвищення ролі фундаментальної інформатичної та математичної освіти.

Аналіз проблем інформатичної освіти, дослідження теоретичних і методичних аспектів навчання інформатики в сучасних умовах знайшли відображення в працях Б. С. Гершунського [37], В.М. Глушкова [39], О. М. Гончарової [41], В. В. Губарева [43], А. П. Єршова [58], М. І. Жалдака [61; 62; 66; 67], К.К. Коліна [102; 103], В. В. Лаптева [117], М. П. Лапчика [118], В. М. Монахова [141], Н. В. Морзе [142; 143], О. О. Ракітіної [164], Ю. С. Рамського [166], Є.М. Смирнової-Трибульської [183], Ю. В. Триуса [111; 196], Г. Ю. Цибко [208] та інших.

Дослідження, присвячені психологічним особливостям навчальної діяльності студентів, дидактичним закономірностям формування в них умінь і навичок, здійснювали А. М. Алексюк [6], С. І. Архангельський [12] Ю. К. Бабанський [14], В. М. Галузинський, М. Б. Євтух [35], В. М. Дружинин [51], Л. В. Занков [70; 71], Г. С. Костюк [112], Н. В. Кузьміна [113; 114], І. Я. Лернер [120], М. М. Нечаєв [148], В. В. Серіков [176], С. Д. Смірнов [182] та інші.

Проблеми створення і впровадження методичних систем навчання природничих наук у вищих навчальних закладах досліджували Т. О. Бороненко [26], М. І. Жалдак [62], В. І. Клочко [87], О. І. Коломок [105], Ю.Г. Лотюк [122], О. В. Співаковський [185], Ю.В. Триус [194; 196; 197], О. Г. Фомкіна [203], Л. О. Черних [209], В. І. Шавальова [213; 214] та інші.

Проблеми використання ІКТ, зокрема систем комп'ютерної математики, у навчанні математичних дисциплін у вищій навчальних закладах досліджувались у роботах В. П. Дьяконова [52-55], М. І. Жалдака [63; 64], Т.В. Капустиної [78], В. І. Клочка [86], Ю. Г. Лотюка [122], С. А. Ракова [165], С. О. Семерікова [173], О. В. Співаковського [185], Ю.В. Триуса [195] та інших.

Різні аспекти проблеми активізації пізнавальної діяльності студентів вищих навчальних закладів розглядали А. М. Алексюк [6], С. І. Архангельський [12], Д. Б. Богоявленська [20], А. О. Вербицький [28], В. М. Вергасов [30], Є. В. Заїка [68], С. Д. Смирнов [182], Н. Ф. Талізїна [189; 190], Г. І. Щукїна [218] та інші.

Сучасні педагогічні технології та проблеми їх впровадження у навчальний процес вищої школи досліджували А. О. Андрущак [11], А. Ахматова, Д. Гур'є [13], М. І. Башмаков [17], І. М. Богданова [19], В. І. Бондар [22], Є. В. Бондаревська [23], В. В. Давидов [44], І. М. Дичківська [48], О. В. Євдокимов [59], М. Д. Касьяненко [79], В. І. Кириченко [81], М. В. Кларін [83], І. В. Роберт [167], Л. М. Романишина [168], Г. К. Селевко [170], В. В. Серіков [176], В. Д. Симоненко, Н. В. Фомін [178], М. М. Скаткін [179], О. І. Скафа [180], І. Е. Унт [200], А. В. Фурман [204; 205], Н. І. Шиян [216], І. С. Якиманська [220] та інші.

В інформатичній освіті спостерігаються тенденції, серед яких варто виділити:

– поглиблення розриву між рівнем інформатичних знань випускників загальноосвітніх навчальних закладів і вимогами педагогічних університетів до їхньої інформатично-комп'ютерної підготовки;

– поглиблення розриву між рівнем інформатичних знань випускників педагогічних університетів і досягненнями сучасної науки, техніки, економіки та

інших галузей людської діяльності в умовах широкого впровадження, використання та застосування комп'ютерних інформаційних технологій.

Крім того, в навчальному процесі педагогічних університетів фізико-математичних факультетів можна виділити такі тенденції:

– недостатня фундаментальна математична та інформатична підготовка студентів інформатичних спеціальностей;

– недостатні вміння та навички студентів інформатичних спеціальностей у застосуванні СКМ до розв'язування практичних задач.

Виникає потреба у створенні методичних систем навчання дисциплін, які поєднують в собі теоретичний, прикладний та практичний аспекти інформатики.

Актуальність наведених вище проблем, їх недостатня розробленість в теорії та практиці педагогічних університетів зумовила вибір теми дисертаційного дослідження **„Методична система навчання математичної інформатики у педагогічному університеті”**.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, темами.** Обраний напрям досліджень входить до плану науково-дослідної роботи кафедри інформатики Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (номер державної реєстрації 0105U000448). Тема дисертації затверджена Вченою радою Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (протокол №7 від 23 лютого 2006 року) та погоджена на засіданні бюро Ради Академії педагогічних наук України з координації наукових досліджень в галузі педагогіки і психології в Україні (протокол № 8 від 30 жовтня 2007 року).

**Мета дослідження** – створити і теоретично обґрунтувати комп'ютерно-орієнтовану методичну систему навчання математичної інформатики для студентів інформатичних спеціальностей педагогічного університету та експериментально перевірити ефективність її компонент.

У відповідності з метою дослідження розв'язувались такі **завдання**:

– проаналізувати психолого-педагогічні основи навчання математичної інформатики на інформатичних спеціальностях педагогічних університетів;

- уточнити теоретичні положення і практичні рекомендації щодо поєднання традиційних і особистісно-орієнтованих та інформаційно-комунікаційних технологій навчання як засобу активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів;
- уточнити зміст поняття „математична інформатика”;
- визначити зміст математичної інформатики як навчальної дисципліни для студентів інформатичних спеціальностей педагогічних університетів;
- визначити цілі, методи, засоби і форми організації навчання з математичної інформатики;
- експериментально перевірити ефективність компонент розробленої методичної системи в процесі навчання курсу „Системи комп’ютерної математики” та спецкурсу „Математична інформатика”;
- продіагностувати можливість застосування основних результатів дослідження та розроблених компонентів методичної системи навчання математичної інформатики в практиці навчання окремих дисциплін з інформатики та математики студентів педагогічних університетів.

**Об’єкт дослідження** – процес навчання інформатики в педагогічному університеті.

**Предмет дослідження** – методична система навчання математичної інформатики на інформатичних спеціальностях педагогічного університету.

Для розв’язування поставлених завдань застосовувались такі **методи досліджень**: аналіз наукової, психолого-педагогічної та навчально-методичної літератури з теми дослідження (1.1-1.5 (тут і надалі підрозділи дисертації)); аналіз рівня фундаментальної інформатичної підготовки **студентів** шляхом аналізу їх відповідей на державних екзаменах на питання з математичних та теоретичних основ інформатики (2.1, 2.6); аналіз нормативних документів, навчальних планів з інформатичних спеціальностей (2.2-2.4, 2.6); методи математичної статистики для опрацювання результатів педагогічного експерименту (2.6).

**Наукова новизна дослідження** полягає в таких результатах, отриманих під час виконання дослідження:



– уточнено зміст поняття „математична інформатика” та визначено зміст математичної інформатики як навчального предмету для студентів інформатичних спеціальностей педагогічних університетів;

– розроблено основні компоненти комп’ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математичної інформатики для студентів інформатичних спеціальностей педагогічних університетів.

**Практичне значення** дослідження полягає у створенні й впровадженні в практику підготовки майбутніх викладачів інформатики компонентів комп’ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математичної інформатики, а саме:

– визначено цілі, методи, засоби і форми організації навчання з математичної інформатики;

– визначено зміст дисципліни „Системи комп’ютерної математики” та спецкурсу „Математична інформатика” для студентів інформатичних спеціальностей педагогічних університетів;

– розроблено посібник „Системи комп’ютерної математики: Maple, Mathematica, Maxima”;

– розроблено методичні рекомендації для проведення лабораторних робіт з дисципліни „Системи комп’ютерної математики” та практичних занять зі спецкурсу „Математична інформатика”.

**Особистий внесок здобувача** полягає в уточненні змісту поняття „математична інформатика”, обґрунтуванні доцільності впровадження в процес підготовки студентів інформатичних спеціальностей педагогічних університетів дисциплін, де розглядаються моделі, методи і алгоритми математичної інформатики, та розробці комп’ютерно-орієнтованої методичної системи їх навчання.

**Результати дослідження впроваджено** у навчальний процес таких ВНЗ: Криворізький державний педагогічний університет (довідка № 373 від 16.04.2008), Криворізького технічного університету (довідка № 413 від 17.04.2008), Криворізький інститут Кременчуцького університету економіки,

інформаційних технологій та управління (довідка №619 від 10.09.2008), Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка (довідка №795-А від 16.09.2008), Чернігівський державний педагогічний університет імені Т.Г.Шевченка (довідка №04-11/816 від 26.09.2008)

**Апробація і впровадження результатів дослідження** здійснювались в ході:

– навчання дисципліни „Системи комп’ютерної математики” та спецкурсу „Математична інформатика” в Дрогобицькому державному педагогічному університеті імені Івана Франка;

– обговорення результатів дослідження на засіданнях кафедри інформатики, звітних наукових конференціях Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова та Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка;

– публікації результатів дослідження у науково-методичних журналах і збірниках праць;

– написанні та опублікуванні посібника для студентів фізико-математичних та інформатичних спеціальностей педагогічного університету „Системи комп’ютерної математики: Maple, Mathematica, Maxima”.

Основні положення і результати дослідження доповідались та обговорювались на другій Всеукраїнській науково-практичній інтернет-конференції „Простір і час сучасної науки” (25-27 квітня 2007 року), третій Міжнародній науково-практичній конференції „Наукові дослідження – теорія та експеримент 2007” (м. Полтава, 14-16 травня 2007 року), XIV Всеукраїнській науковій конференції „Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики” (м. Львів, 2-4 жовтня 2007 року), Всеукраїнській науково-технічній конференції „Комп’ютерна математика в інженерії, науці, та освіті” (м. Полтава, 28-30 листопада 2007 року), VII Міжнародній науково-практичній конференції „Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі” (м. Кривий Ріг, 17-18 квітня 2008 року).

*Публікації.* Основні результати дослідження опубліковано в 13 науково-методичних працях серед них: один посібник для студентів і викладачів інформатики та математики (10 друкованих аркушів), 7 статей – у фахових виданнях (одна з них – у фаховому електронному виданні), 1 стаття – у збірнику наукових праць, 4 тез доповідей – у матеріалах конференцій. Всі публікації одноосібні.

## РОЗДІЛ I

### ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ІНФОРМАТИКИ У ПЕДАГОГІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

#### 1.1. Тлумачення поняття „математична інформатика”

Зазначимо, що єдиного тлумачення терміну „математична інформатика” на сьогодні немає. Проаналізуємо деякі з них.

На думку В. Г. Толстова [193], математична інформатика – це галузь інформатики, у якій досліджуються загальні закони інформаційних взаємозв’язків довільно вибраних об’єктів реальної дійсності за допомогою математичних засобів та методів. Кожен об’єкт розглядається виключно як джерело знань про властивості об’єкта, що описується формальною мовою математичної моделі цього об’єкта. Такий підхід передбачає представлення будь-якого об’єкта реального світу математичною моделлю і наступним точним описом всіх властивостей формальною мовою. В інформатиці такий інтерес покликаний практикою створення баз даних і знань в сучасних автоматизованих системах комп’ютерного опрацювання даних і розробкою нових інформаційних технологій.

О. В. Чечкин [210] вважає, що математична інформатика – це наука, яка вивчає системи штучного інтелекту різноманітних типів і призначення. Математична інформатика – основа інтелектуальних технологій і в першу чергу моделювання інтелектуальних систем. На думку О. В. Чечкина [211], інтелектуальна система – це самонавчаюче та самоорганізовуюче середовище оперативних структурних одиниць, радикалів, що мають два стани – пасивний та активний. У процесі самонавчання і розвитку радикали змінюються, народжуються і зникають.

В. В. Губарев [43] зазначає, що інформатика як багатогранна галузь людської діяльності містить теоретичні, прикладні та практичні компоненти. Продуктом в галузі теорії є теоретична інформатика – наука про опрацювання різноманітних повідомлень і даних. Прикладна інформатика – галузь діяльності людини, спрямована на створення інформаційних технологій. Практична

інформатика – галузь діяльності людини, спрямована на впровадження і використання інформаційних технологій у практичній діяльності.

На думку М. О. Перязева та Ю. В. Перязевої [155] математична інформатика – галузь математики, яка вивчає математичні моделі і методи, що використовуються в теоретичній інформатиці.

Термін „математична інформатика” можна означати аналогічно до термінів, наприклад „соціальна інформатика” чи „педагогічна інформатика”. Згідно такого підходу, математична інформатика – це галузь інформатики, що вивчає впровадження та використання інформаційних систем та технологій при розв’язуванні математичних задач, предметом вивчення якої є системи комп’ютерної математики (Mathematica, Maple, Matlab, Mathcad, Maxima та інші).

Тому вивчення математичної інформатики повинно сформулювати основні поняття про сучасні методи побудови та аналізу алгоритмів, ознайомити з основними алгоритмами, які використовуються при створенні програмного забезпечення, а також знання і вміння щодо використання інформаційних технологій, зокрема систем комп’ютерної математики до аналізу математичних моделей процесів і явищ з найрізноманітніших галузей знань і діяльності людей.

На думку В. М. Казієва [75], математична інформатика – наука, що вивчає питання побудови і обґрунтування математичних методів аналізу інформаційних, зокрема математичних моделей, алгоритмів, формальних систем їх опису і актуалізації (технологій) для різних типів інформаційних систем і процесів, різних класів операційних просторів, наука, що описує і математично (формально) досліджує їх інваріанти, абстрагуючись при цьому від їх матеріальної основи.

О. Л. Семенов [171] виділяє „фундаментальний природничо-науковий розділ інформатики, в якому вивчаються теоретичні моделі процесів опрацювання, зберігання, передавання інформаційних повідомлень. Предметом її вивчення є скінченні (конструктивні) об’єкти і алгоритмічно описувані (конструктивні) процеси, що відбуваються в середовищі цих об’єктів. Цей розділ інформатики О.Л. Семенов називає „математичною інформатикою” і відзначає,

що основи математичної інформатики були закладені в спробах моделювати процеси алгоритмічної діяльності людини.

На підставі наведеного аналізу тлумачення терміну „математична інформатика” та виділивши в них спільне, можна математичну інформатику так: *математична інформатика* – напрям наукових досліджень, що знаходиться на межі математики та інформатики і, з одного боку, є складовою теоретичної інформатики, де математичні моделі і засоби використовуються для моделювання та дослідження інформаційних процесів у різних сферах діяльності людини, а, з іншого боку, займається використанням інформаційних систем і технологій для розв’язування складних математичних задач:

Згідно наведеного тлумачення, математичну інформатику як навчальну дисципліну можна означити так: *математична інформатика* – це навчальна дисципліна, в якій вивчаються основні моделі, методи і алгоритми розв’язування задач, що виникають у сфері інтелектуалізації інформаційних систем, а також розглядаються проблеми використання інформаційних, зокрема математичних, моделей та інформаційних технологій для їх дослідження.

## **1.2. Мотивація навчальної діяльності студентів.**

Навчання являє собою сферу суспільної діяльності з передавання старшим поколінням молодшому накопиченого досвіду. Цей процес є цілеспрямованою послідовною зміною навчальних задач у процесі взаємодії його суб’єктів (викладача та студентів) і поступовою зміною стану готовності студентів до певної діяльності у результаті засвоєння ними змісту поданого досвіду. Основна функція цього процесу полягає в тому, щоб за мінімальний термін якнайкраще передати молодшому поколінню той зміст досвіду, який необхідний для розвитку суспільства. При цьому соціальні цілі впливають на зміст навчання, його конкретне наповнення, на організаторів та виконавців навчальної діяльності.

Одним з основних у процесі навчання психологи та педагоги вважають засвоєння знань. Процес засвоєння знань, згідно положень Н. Ф. Талізінної [190] та П.Я. Гальперіна [36], здійснюється у шість етапів:

- 1) мотивація;

- 2) визначення схеми орієнтувальної основи дій;
- 3) виконання дії в матеріалізованій формі (тобто дій з об'єктами, представленими у вигляді знаків, схем, моделей);
- 4) виконання дії вголос;
- 5) виконання дії про себе;
- 6) виконання дій в розумовій формі (оперуючи образами та поняттями, без впливу зовнішніх знаків та форм).

Діяльність людини є наслідком певних мотивів і спрямована на досягнення конкретної цілі. *Мотив* – це те, що спонукає людину до дій [21]. Не знаючи мотивів, не можна зрозуміти, чому людина прагне до однієї, а не до іншої цілі, не можна зрозуміти справжню суть її дій.

Складність вивчення мотивації і тим більше формування її пояснюється перш за все тим, що на студента діє одночасно комплекс мотивів, які не лише доповнюють один одного, але й вступають між собою в протиріччя. Мотивація може характеризуватись як стійке утворення особистості і як компонент діяльності. Складність та багатоаспектність проблеми мотивації зумовлює численність підходів до розуміння її сутності, природи, структури, а також до методів її вивчення (див., наприклад [21; 131]).

Під мотивацією розуміють спрямованість активності особистості [126]. Продуктивність діяльності, її процес і результат визначається спрямованістю мотивів, їх змістом, а також ступенем активності, напруженості мотивів відповідного змісту, що в цілому складає своєрідність мотивації особистості. Мотивація формується, змінюється, перебудовується в процесі діяльності. Розвиток і формування мотивації відбувається через відповідну організацію і зміст діяльності. Разом з тим функціональні можливості особистості можуть сприяти успіху чи невдачам в діяльності, що, в свою чергу, утворює новий рівень мотивації або змінює вже утворений у минулих видах діяльності. У сучасній психологічній літературі мотивація розглядається як складне структурне утворення, різноманітне і динамічне за змістом. Це означає полімотивованість

навчання, тобто наявність мотивів (провідних і другорядних), зміни їх у співвідношенні за ступенем важливості, виникнення нових спонукань тощо [126].

Мотиваційна система особистості містить багато компонентів, серед яких виділяють установки, що здійснюються автоматично, поточні актуальні прагнення, область ідеального, яка в даний момент не є актуально діючою, але виконує важливу для людини функцію, даючи їй ту змістовну перспективу подальшого розвитку її спонукання, без якої турботи повсякденності втрачають своє значення. Звідси мотивацію можна характеризувати як складну, багаторівневу неоднорідну систему спонукань, що включає в себе потреби, мотиви, інтереси, ідеали, прагнення, установки, емоції, норми, цінності і т.д., а також говорити про полімотивованість діяльності, поведінки людини і про домінуючі мотиви у їхній структурі. Ієрархічна структура мотиваційної сфери визначає направленість діяльності особистості, яка має різний характер в залежності від того, які саме мотиви за своїм змістом і будовою стали домінуючими [127].

Мотив визначається або потребою (драйвом) [131], або переживанням цієї потреби та її задоволенням, або предметом потреби. У контексті теорії діяльності А. Н. Леонтьєва [119] поняття „мотив” використовується не для позначення переживання потреби, а в чому ця потреба конкретизується за даних умов і на що спрямовується діяльність, на те, що спонукує її.

Р. С. Немов [147] визначив мотивацію як сукупність причин психічного характеру, що пояснюють поведінку людини.

Згідно Л. І. Божович [21], мотив – це те, заради чого здійснюється діяльність. В якості мотиву можуть виступати предмети зовнішнього світу, уявлення, ідеї, почуття і переживання – все те, в чому знайшла своє втілення потреба. Поняття „мотив” є вузьчим за поняття „мотивація”, яке характеризується складним механізмом співвідношення зовнішніх та внутрішніх факторів поведінки, який визначає виникнення, направлення, а також способи здійснення конкретних форм діяльності.



Під *мотиваційною сферою* або *мотивацією* розуміють стрижень особистості, такі її властивості, як спрямованість, ціннісні орієнтації, установки, соціальні очікування, емоції, вольові якості та інші соціально-психологічні характеристики. Таким чином, незважаючи на різноманітність підходів, під мотивацією більшість авторів розуміють сукупність, систему психологічно різнорідних факторів, що детермінують поведінку і діяльність людини [88].

Мотивація навчання – це стимулювання студентів до навчально-пізнавальної діяльності, яка спрямована на досягнення конкретних цілей та розв’язування завдань. Основою мотивації учіння є різноманітні потреби та інтереси суб’єктів навчання, врахування та задоволення яких суттєво покращує не лише якісні показники у навчанні та розвитку, а й полегшує процес управління всіма компонентами навчально-пізнавальної діяльності суб’єктів учіння, оскільки задіюються високо організаційні фактори, що дозволяє перевести навчання у площину гуманної педагогіки. Співвідношення між використанням елементів авторитарної й гуманної педагогіки власне залежить від можливостей і вміння задіяти якомога більше мотиваційних компонентів на всіх етапах засвоєння знань. Тільки повчаннями неможливо нав’язати певну філософію освіти, до неї треба підійти через інтереси, внутрішні спонуки і тих, хто вчиться, і тих, хто навчає.

Розглянемо навчальну мотивацію. Навчальна мотивація визначається кількома факторами:

- освітньою системою, освітнім закладом, де відбувається навчання;
- організацією навчального процесу;
- суб’єктивними особливостями студента (стать, інтелектуальний розвиток, самооцінка, відносини з іншими студентами тощо);
- суб’єктивними особливостями педагога і, перш за все, системою ставлення його до студента, до навчання;
- специфікою навчального предмету.

Виділяють п’ять рівнів навчальної мотивації.

1. Високий рівень мотивації, навчальної активності. У таких студентів є пізнавальний мотив, намагання найбільш вдало виконувати всі вимоги.

Студенти чітко слідують усім вказівкам викладача, добросовісні і відповідальні, переживають, якщо отримують погані оцінки.

2. Добра мотивація. Студенти успішно справляються з навчальною діяльністю. Подібний рівень мотивації є середньою нормою.
3. Позитивне ставлення до навчання, але навчальний заклад приваблює таких студентів не навчальною діяльністю. Вони комфортно почувають себе в навчальному закладі, щоб спілкуватися з друзями, педагогами. Пізнавальні мотиви у таких студентів сформовані у меншій мірі, і навчальний процес їх мало приваблює.
4. Низька навчальна мотивація. Студенти відвідують навчальний заклад неохоче, вважають за краще пропускати заняття. На заняттях часто займаються сторонніми справами, іграми. Мають серйозні труднощі в навчальній діяльності.
5. Негативне ставлення до навчання. Такі студенти мають серйозні труднощі в навчанні: вони не справляються з навчальною діяльністю, у них виникають проблеми в спілкуванні з одногрупниками, у стосунках з викладачами. Студенти можуть проявляти агресію, відмовлятися виконувати завдання.

Мотивація навчання характеризується спрямованістю, стійкістю і динамічністю. Л.І.Божович [21] зазначала, що навчальна мотивація визначається ієрархією мотивів, в якій домінуючими можуть бути або внутрішні мотиви, пов'язані зі змістом цієї діяльності та її виконанням, або широкі соціальні мотиви, пов'язані з потребою студента зайняти певну позицію в системі суспільних відносин. При цьому з віком відбувається розвиток взаємопов'язаних потреб і мотивів, зміна провідних домінуючих потреб та їх ієрархізації.

Мотивація навчання складається з кількох спонук (потреби і досягнення певних цілей, задоволення емоцій та інтересів), що постійно змінюються і взаємодіють одна з одною. Тому становлення мотивації є не простим зростанням позитивного чи посиленням негативного ставлення до навчання, а ускладнення структури мотиваційної сфери, поява нових, більш зрілих, інколи суперечливих співвідношень між спонуками, що впливають з цієї сфери. Відповідно при

аналізі мотивації навчальної діяльності необхідно не тільки визначити домінуючу спонуку (мотив), але і врахувати всю структуру мотиваційної сфери людини. Розглядаючи мотиваційну сферу стосовно навчання, відзначають ієрархічність її будови: потреба в навчанні, значення навчання, мотив навчання, мета, емоції, відношення та інтерес [114].

Розвиток мотивів навчання відбувається двома шляхами:

- 1) через засвоєння студентами суспільного змісту навчання;
- 2) через навчально-пізнавальну діяльність студента, яка повинна чимось зацікавити його.

На першому шляху основне завдання педагога полягає в донесенні до свідомості студента тих мотивів, які суспільно не значущі, проте мають високий рівень дієвості. Прикладом може бути бажання студента отримувати хороші оцінки. Студентам необхідно усвідомити об'єктивний зв'язок між оцінкою та рівнем знань і вмінь і поступово перейти до мотивації, пов'язаної з бажанням мати високий рівень знань та вмінь. Це, в свою чергу, повинно усвідомлюватися студентами як необхідна умова їхньої успішної, корисної суспільству діяльності. Разом з тим необхідно посилити дієвість мотивів, які усвідомлюються як важливі, проте реально на поведінку не впливають.

Розглянемо деякі умови, що викликають інтерес студентів до навчання.

1. *Спосіб подання навчального матеріалу.* Як правило, навчальний предмет постає перед студентом як набір окремих розділів чи тем. Кожен розділ викладач пояснює, часто подає готовий спосіб роботи з ним. Студенту нічого не залишається, як запам'ятати все це і діяти згідно показаного способу. При такому поданні навчального матеріалу є велика небезпека втрати інтересу до нього. Навпаки, коли вивчення предмету відбувається через розкриття суті досліджуваного явища, то студент сам отримує окремі знання, навчальна діяльність набуває для нього творчого характеру, наслідком чого є підвищення інтересу до вивчення предмету. При цьому мотивувати позитивне ставлення до вивчення даного предмету може як його зміст, так і методи роботи з ним. В останньому випадку має місце мотивація процесом

- навчання. Наприклад, можна використовувати СКМ при вивченні деяких тем зі спецкурсу „Математична інформатика” (динамічне програмування, розв’язування задач за допомогою моделювання та інших).
2. *Організація роботи над вивченням предмету малими групами.* Принцип утворення малих груп студентів при вивченні предмету має важливе мотиваційне значення. Наприклад, якщо студентів з нейтральною мотивацією до вивчення предмету об’єднати зі студентами, які не люблять даний предмет, то після спільної роботи перші істотно підвищать свій інтерес до вивчення даного предмету. І, навпаки, якщо включити студентів з нейтральним ставленням до даного предмету у групу студентів, які люблять даний предмет, то ставлення у перших не зміниться.
  3. *Співвідношення між мотивом і метою.* Мета, поставлена викладачем, повинна стати метою студента. Для перетворення мети в мету-ціль велике значення має усвідомлення студентами своїх досягнень, просування вперед.
  4. *Проблемність навчання.* На занятті використовуються проблемні ситуації, завдання. Якщо викладач робить це, то, як правило, мотивація студентів знаходиться на досить високому рівні. Слід зазначити, що за змістом вона є пізнавальною, тобто внутрішньою. Можна вивчення теми „Розв’язування задач за допомогою моделювання” починати з практичної задачі (наприклад, задачі про розміщення [38, с.267]), формулюючи її так, щоб зацікавити студента. Наприклад: сторона міської площі прямокутної форми має довжину, що дорівнює розмірам 20 однакових автомобілів, розташованих один за одним. Спеціальних позначок для можливих місць зупинки автомобілів нема. Автомобілі можуть стояти вздовж тротуару випадково. Скільки автомобілів можна розмістити вздовж тротуару?.
  5. *Зміст навчання.* Основу змісту навчання становлять базові (інваріантні) знання. Обов’язковим елементом у змісті навчання є узагальнені методи роботи з цими базовими знаннями. Процес навчання побудований таким чином, що знання засвоюються через їх застосування. Особливої уваги

заслуговують колективні форми роботи, важливе поєднання співробітництва викладача та студентів.

Все це разом і призводить до формування у студентів пізнавальної мотивації.

Набуття студентом необхідних знань дозволить йому зрозуміти матеріал, успішно виконати завдання, наслідком чого є задоволення від виконаної роботи. У студента з'являється бажання ще раз пережити успіх на цьому етапі роботи. Важливі для студента й нестандартні завдання або нестандартний підхід до розв'язування. Прикладом такого може бути завдання про знаходження найкоротшого шляху між двома вузлами в мережі.

***Приклад. Головоломка про три бідони.***

Восьмилітровий бідон заповнений водою, а два бідони об'ємом 5 і 3 літри порожні. Необхідно розділити 8 літрів води на дві рівні частини, використовуючи тільки ці бідони. Яку мінімальну кількість переливань з бідона в бідон потрібно виконати, щоб досягти бажаного результату. Розв'язати цю задачу як задачу про знаходження найкоротшого шляху.

У цій моделі кожна вершина графу буде відповідати об'ємам води у 8-, 5-, та 3-літрових бідонах. Початковою вершиною графу буде  $(8,0,0)$ , а кінцевим -  $(4,4,0)$ . Нова вершина графу отримується з попереднього при одноразовому переливанні води з одного бідона в інший.

Разом зі студентами викладач аналізує варіанти отримання бажаного результату, при цьому можливі варіанти зображаються у вигляді графу (див. рис.1.1). Після побудови графу задачі студенти, використовуючи, наприклад алгоритм Дейкстри, відшуковують розв'язок задачі. Крім того, студентам пропонується розв'язати цю ж задачу з допомогою функцій пакету networks системи Maple.

Для досягнення бажаного (за мінімальну кількість переливань) результату потрібно сім переливань з бідона в бідон (розв'язок, показаний у нижній частині рис. 1.1).

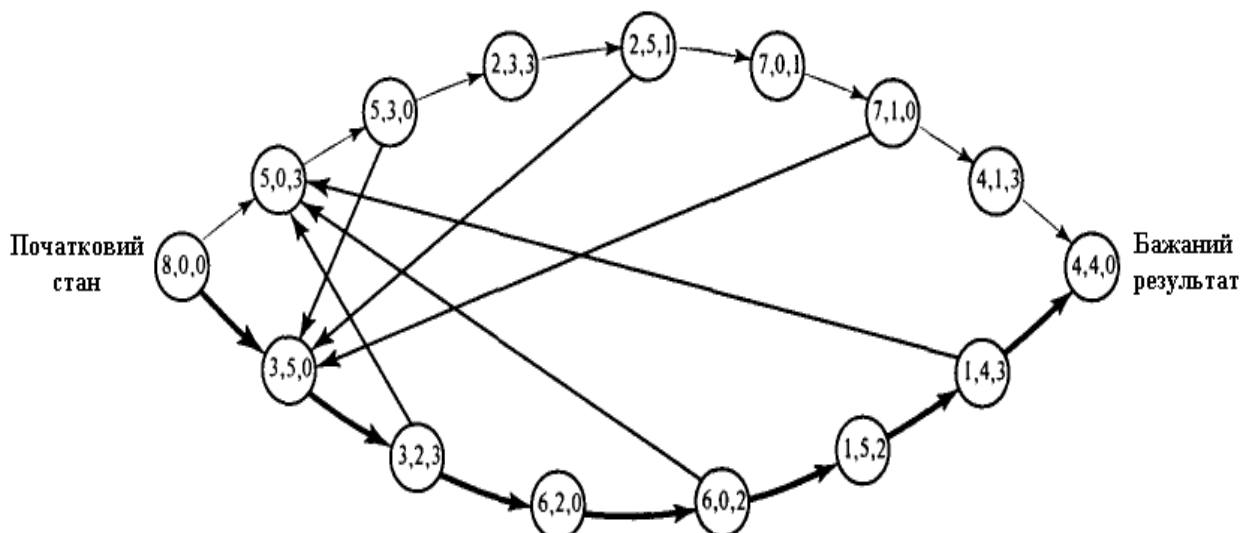


Рис. 1.1. Граф задачі „Головоломка про три бідони”

Таким чином, студенти розв’язують задачу з теми зняття і разом з тим знімається надлишкове навантаження та уникається зниження зацікавленості; студенти отримують певне зацікавлення – на прикладі показано застосування теоретичного матеріалу.

Сучасні випускники педагогічного університету з інформатичних спеціальностей повинні бути готовими до роботи у школах різноманітного типу і профілю, вищих навчальних закладах I-II рівня акредитації, вміти організувати навчання інформатики за різними програмами і підручниками на різних рівнях засвоєння. У цих умовах для сучасного викладача (вчителя) інформатики готовність до самостійного набуття знань як однієї з основних професійних якостей набуває ще більшої актуальності.

Виховання такої здатності в особі потребує чіткого узгодження цього процесу з цілями навчання та виховання. Студент, який хоче якомога краще оволодіти професією, має добре розуміти: на занятті викладач подає основи знань, навчає, як учити, виділяє ті ключові моменти дисципліни, які пробуджують у молодого людини потяг до поглиблення й удосконалення своїх знань. В основі самостійної навчальної діяльності студента повинні бути глибокі мотиваційні сили, які змушують особистість безперервно домагатися вдосконалення своїх знань.

Самостійна навчальна діяльність студента буде лише тоді результативною, коли вона ґрунтуватиметься на внутрішній потребі. Звичайно, спочатку доводиться себе примушувати працювати самостійно – і на заняттях, і після них. Якщо у студента чітко визначені цілі самоспонування, то він швидко опановує певні навички, і врешті-решт, навчальна діяльність стає для нього внутрішньою потребою, без якої він не відчуватиме душевного комфорту.

Самостійна навчальна діяльність студента може здійснюватись через:

- зачування певних відомостей;
- опрацювання літературних джерел (конспектування, реферування);
- підготовлення тез (для доповіді, виступу) за літературними джерелами та іншими шляхами надходження відомостей (постановка дослідів, робота з СКМ тощо);
- дослідницьку і пошукову діяльність;
- участь в іграх (навчальних, розвиваючих та ін.);
- тестування і самотестування;
- складання алгоритмів.

Але кожна людина, крім загальноприйнятих методів пізнання, виробляє власні, притаманні лише їй. Тому самостійну навчально-пізнавальну діяльність доцільно розглядати як особисту творчу працю, що має приносити результати і задоволення від виконання певних розумових і психічних дій.

Самостійну роботу студентів з вивчення окремої теми умовно можна поділити на три рівні: доаудиторну самостійну роботу; аудиторну самостійну роботу; післяаудиторну самостійну роботу.

Самостійна робота як вид навчальної діяльності буде ефективною, якщо має місце:

- чітка організація навчального процесу зі сторони ВНЗ, з боку викладача;
- така робота є невід’ємною складовою навчально-виховного процесу, а не епізодичним явищем;
- здійснюється постійний педагогічний контроль.

Мета навчання окремих дисциплін зводиться до того, щоб на меншому обсязі теоретичних відомостей дати більше можливості самостійно працювати для засвоєння певного матеріалу. При цьому, чим вища якість (а не кількість) самостійної праці студента, тим ефективніше проходить процес засвоєння нових знань. Самостійна робота студента – це його самостійна діяльність в аудиторії під керівництвом викладача та самостійна навчальна діяльність поза аудиторією, пов'язана не тільки з виконанням домашнього завдання, а й з проведенням цікавих досліджень у певній галузі.

Плануючи самостійну роботу студента, викладач зобов'язаний створити відповідні умови для її виконання. Для цього потрібен підвищений рівень мотивації виконання тієї чи іншої роботи, чітке визначення зв'язку цих робіт із майбутньою практичною діяльністю, тому що студенти засвоюють лише те, чого хочуть навчитися. Методичне мистецтво викладача полягає в умінні правильно організувати навчальний процес як в аудиторії, так і поза нею.

Активізації навчальної діяльності сприяє також наявність системи у використанні навчальних диференційованих завдань різних рівнів складності, багатоваріантних завдань, використання кросвордів, вправ з „ключами” для самоконтролю, вікторин, диспутів. Лише така праця привчає студентів до постійної і активної розумової діяльності як в аудиторії, так і поза нею.

З методичної точки зору самостійну роботу студентів доцільно розділити на етапи:

1. Планування самостійної роботи студентів. При розробці робочої програми з дисципліни (див. додаток А, додаток Б) викладач визначає зміст і характер самостійних завдань, дотримуючись таких вимог:

- виконувана самостійна робота повинна спрямовуватися на досягнення основних навчально-виховних завдань;
- самостійне навчання має бути систематичним і систематизованим у контексті навчальних занять;
- самостійне навчання повинно бути доступним.



Доцільно спланувати зміст самостійної навчальної діяльності студентів так, щоб його було легко контролювати, коригувати і оцінювати.

2. Завдання для самостійного вивчення та опанування має бути конкретним і доступним та виконуватися в позааудиторний час. На лекційних, практичних чи лабораторних заняттях формулюються завдання для самостійного опрацювання, даються рекомендації щодо їх виконання. Важливу роль в організації самостійної роботи відіграють індивідуальні консультації.

3. Контроль та корекція результатів самостійного вивчення матеріалу здійснюється при виконанні контрольних завдань, потім – на практичних чи лабораторних заняттях, під час складання іспитів.

Виховання здатності до самоконтролю – досить тривалий процес. З метою здійснення його викладач пропонує доступний для широкого загалу комплекс контрольних запитань і завдань. Доцільним є оцінювання всіх видів самостійної роботи в спеціально визначених графах: „за опрацювання теми...”, „за виступи з теми...”, „за підготовку реферату” тощо.

На мотивацію під час навчання викладач може впливати наступними діями:

- демонструвати переваги використання опанованих знань та навичок;
- з’ясувати рівень підготовки студентів та адаптувати подання матеріалу залежно від рівня їхніх знань;
- давати аудиторії можливість підвищити самооцінку;
- подавати навчальний матеріал своєчасно;
- забезпечувати можливість висловлювання власних ідей та думок, коригувати зміст у відповідь на побажання аудиторії (якщо це не суперечить здоровому глузду).

Для того, аби заняття були цікавими для студентів, доцільно користуватися такими методами навчання.

1. *Мозковий штурм*. Наприклад, при реалізації проекту „Прийняття рішень в умовах повної визначеності” студентам пропонується таке завдання. Абітурієнт за результатами незалежного тестування для продовження навчання може вступити до кількох ВНЗ. В який ВНЗ йому вступити для продовження

навчання? Одним з етапів реалізації цього проєкту є мозковий штурм, відбувається генерація ідей – визначення критеріїв, які впливають на вибір абітурієнтом вищого навчального закладу (думка батьків, престижність, місцезнаходження ВНЗ, умови проживання у місті, розташування ВНЗ тощо);

2. *Робота в групах* (групове обговорення). Такий метод може успішно використовуватись як на початку заняття (для так званого „розігріву” аудиторії), так і наприкінці часоємких сесій з метою зняття надлишкового навантаження та уникнення зниження зацікавленості. Окрім того, слід пам’ятати, що робота в групах більш корисна для генерації ідей, аніж для їх вирішення;

3. *Ситуаційне навчання*. Викладач ділить аудиторію на групи, яким у письмовій формі подаються відомості щодо певної ситуації. Члени групи в свою чергу мають проаналізувати різні аспекти проблеми та запропонувати її вирішення. Ця сприяє більш уважному ставленню до різних обставин, наведених у проблемі, задіянню критичного мислення з боку всіх учасників групи, оскільки вони вчаться не тільки аналізувати ситуацію, а й пропонують, як правило, досить-таки адекватне практичне рішення і демонструють розуміння основних проблем стосовно конкретної ситуації;

4. *Обговорення*. На відміну від роботи в групах, при обговоренні очікується більш глибока відповідь, до того ж на цей вид діяльності відводиться дещо більше часу. При використанні цього методу слід звернути увагу на наступні питання: чи запропонована вами тема викликає дійсно жваве обговорення? Чи підходить дана тема для даної групи? Чи є необхідність в обговоренні, бо часто так буває, що всі просто-напросто згодні з поданими відомостями, тож необхідність обговорення відпадає сама собою;

5. *Лекція*. Лекція – це основна ланка дидактичного циклу навчання у ВНЗ, незважаючи на її недоліки. Її мета – формування орієнтувальної основи дій для наступного засвоєння студентами навчального матеріалу, наприклад на лабораторному занятті.

6. *Пояснювально-ілюстративний та репродуктивний методи*. Ці методи ефективно застосовуються в тих випадках, коли зміст навчального матеріалу

носить здебільшого інформативний характер, являє собою опис методів практичних дій, є надто складним і принципово новим для того, щоб студенти могли здійснювати пошук знань самостійно.

Проблема вивчення навчальної мотивації студентів набуває актуальності у зв'язку з тим, що в цей період на них впливає багато різноманітних факторів. Крім того, що молодій людині необхідно мотивувати себе на навчальну діяльність, виникає ще проблема вибору життєвих цінностей. Їм необхідно сформувати внутрішню позицію ставлення до себе (хто я?, яким я повинен бути?), до інших людей, а також до моральних цінностей.

Мотивація пояснює цілеспрямованість дій, організованість та стійкість діяльності, спрямованої на досягнення конкретної мети. Мотив, на відміну від мотивації – це те, що належить тільки суб'єкту поведінки, є його стійкою особистою властивістю, яка спонукує до здійснення певних вчинків.

Вивчення питань, пов'язаних з мотивацією навчання, є одним із факторів вдосконалення навчально-пізнавальної діяльності студентів. Це пояснюється тим, що у системі „викладач-студент” навчально-пізнавальна діяльність студента не тільки є об'єктом управління, але й сам студент є суб'єктом діяльності, аналіз навчально-пізнавальної діяльності якого у вищому навчальному закладі не можна розглядати односторонньо, звертаючи увагу тільки на „технологію” навчального процесу без мотивації. Як показують психолого-педагогічні дослідження, мотивація навчальної діяльності неоднорідна, вона залежить від багатьох факторів: індивідуальних особливостей студентів, характеру найближчої референтної групи, рівня розвитку студентського колективу тощо. З іншого боку, мотивація поведінки людини є завжди відображенням поглядів, ціннісних орієнтацій, установок того соціального прошарку, представником якого є індивід.

Навчальна мотивація визначається як частковий вид мотивації, що включена в діяльність навчання. Існує чотири мотиваційні орієнтації: на процес, на результат, на оцінку викладачем і на „те, щоб не було неприємностей”. Також існує позитивний зв'язок мотиваційних орієнтацій з успішністю студентів. Найбільш тісно пов'язані з успішністю орієнтації на процес та на результат, менш

тісно – орієнтація на „оцінку викладачем”. Зв’язок орієнтації на „те, щоб не було неприємностей” з успішністю досить слабкий.

Навчальна діяльність мотивується перш за все внутрішнім мотивом, коли пізнавальна потреба „зустрічається” з предметом діяльності – вироблення узагальненого способу дії і „опредмечується” в ньому в той же час різноманітними зовнішніми мотивами – самоствердження, престижу, необхідності, досягнення мети тощо.

Навчальна мотивація характеризується складною структурою, однією з форм якої є внутрішня (на процес та на результат) і зовнішня (нагорода) мотивації. Суттєвими також є такі характеристики навчальної мотивації як її стійкість, зв’язок з рівнем інтелектуального розвитку та характером навчальної діяльності.

Добре, коли пізнавальні мотиви підсилюються суспільними. На сьогодні в ієрархії мотивів домінуючу роль відіграють пізнавально-інтелектуальні та професійні. Щоб повніше задіяти пізнавально-інтелектуальні мотиви, потрібно: використовувати всі цікаві елементи знань з даного предмету; вміло моделювати проблемні ситуації, залучати студентів до активної пошукової діяльності, задіюючи максимальну кількість компонентів психологічного розвитку. Крім того, важливою спонукальною силою до учіння виступає повномасштабна реалізація педагогами всіх етапів управлінського циклу у засвоєнні знань, серед яких вагомий внесок у мобілізацію внутрішніх мотиваційних сил здійснюють об’єктивний контроль та оцінювання. Контроль за навчально-виховною діяльністю забезпечує досягнення викладачем і студентом поставлених цілей, дозволяє виявити проблеми до того, як вони стануть серйозною перешкодою у досягненні мети, використовується для вчасного стимулювання учіння. Оцінювання – це багатогранний психолого-педагогічний процес, який у досвідченого викладача є відповідним засобом стимулювання до систематичної розумової праці студента, а при невмілому застосуванні має зворотну дію.

У навчальній діяльності існують три групи мотивів, деякі психологи дотримуються думки поділу мотивів на дві групи. В обох випадках поділ

відбувається у залежності від того, що є в основі мотивації – спонука чи потреба пізнання.

При традиційному навчанні у студентів формуються дві групи спонукальних мотивів:

1. *Безпосередньо спонукальні мотиви.* Вони можуть виникати у студентів за рахунок педагогічної майстерності викладача, що формує інтерес до даного предмету. Ці зовнішні фактори відображують швидше зацікавленість, але не мотивацію пізнавальної діяльності, проте для майбутнього педагога така зацікавленість може перерости у мотивацію, оскільки він бачить ніби еталон для своєї майбутньої діяльності;

2. *Перспективно спонукальні мотиви.* Наприклад, викладач пояснює студентам, що без засвоєння певного розділу навчального матеріалу не можна засвоїти наступний, або у студентів формується мотив до навчання, оскільки треба скласти екзамен з дисципліни, або потрібно скласти сесію на високі бали з метою отримання стипендії. У цьому випадку пізнавальна діяльність є тільки засобом досягнення мети, яка знаходиться власне поза пізнавальною діяльністю.

При особистісно-орієнтованому навчанні, зокрема проблемному, дещо трансформуються перші дві групи спонукальних мотивів і виникає нова група мотивів.

3. *Пізнавально-спонукальні мотиви* безкорисливого пошуку знань, істини. Інтерес до навчання виникає у зв'язку з проблемою і розвивається у процесі розумової праці, пов'язаної з пошуком та знаходженням розв'язання проблемної задачі або групи задач, у зв'язку з чим студент відчуває ні з чим незрівнянне задоволення, і на цій основі виникає внутрішня зацікавленість.

Отже, пізнавально-спонукальна мотивація виникає при застосуванні методів активного навчання і є одним з факторів активізації навчального процесу та його ефективності. Пізнавальна мотивація спонукає студента розвивати свої нахили та можливості, впливає на формування особистості та розкриває її творчий потенціал.

З виникненням пізнавально-спонукальних мотивів відбувається перебудова сприйняття, пам'яті, мислення, переорієнтація інтересів, активізація здібностей студента, створюються передумови для успішної навчальної діяльності, до якої у нього є інтерес.

Проте, на жаль, інерція традиційної педагогіки ще досить велика та орієнтує переважно на стимуляцію спонукальних мотивів, на мотивацію досягнення: отримати високі бали, успішно скласти сесію і т.п. Тому виявлення психолого-педагогічних характеристик, які сприяють появі пізнавальної мотивації з наступною її трансформацією у мотивацію професійну є однією з найважливіших проблем розвитку вищої школи та інноваційних технологій навчання.

Поєднання пізнавального інтересу до вивчення предмету та професійної мотивації є найбільш ефективним фактором навчання.

Викладач так повинен організувати педагогічне та міжособистісне спілкування і так спрямовувати навчальну діяльність студентів, щоб мотивація досягнення деякої поза пізнавальної мети не перешкоджала виникненню пізнавальної мотивації та їх кореляція породжувала розвиток пізнавально-спонукальних мотивів.

Проте формування мотивів – це тільки одне із завдань інноваційних методів навчання. Його успішність визначається логікою та змістом діяльності студента. Важливою рисою змістового аспекту навчання є відображення об'єктивних суперечностей, які закономірно виникають у процесі наукового пізнання, навчальної або будь-якої діяльності, які і є джерелом розвитку у будь-якій сфері. Саме таке навчання можна назвати розвиваючим, оскільки його ціль – формування знань, гіпотез, їхньої розробки та обґрунтування. При такому навчанні формується творче мислення, необхідне для розв'язування нестандартних задач.

Однією з найважливіших проблем вивчення математичної інформатики, як і будь-якої дисципліни, є формування позитивної навчальної мотивації, що вимагає особливої форми організації навчальної діяльності, коли знання не повідомляються студентам у готовому вигляді, а здобуваються ними в процесі

їхньої самостійної діяльності, в умовах проблемної ситуації. У такому випадку вивчення теми чи розділу краще починати з розв'язування конкретної проблеми, а потім переходити до її загальної постановки. Така організація занять сприяє підвищенню рівня мотивації у студентів. Саме такий тип навчання як проблемне може сприяти формуванню позитивної навчальної мотивації до вивчення математичної інформатики.

### **1.3. Формування творчого мислення у студентів.**

Сьогодні особливо актуальною є об'єктивна потреба в розвитку творчого, інтелектуального потенціалу кожної особи, нації, суспільства в цілому. У реалізації цього завдання провідна роль належить освіті, навчанню, вихованню. Проте, як правило, процес навчання творчості поки що не став нормою в освітніх закладах, в тому числі і вищих.

Складність вивчення творчості обумовлена високою суб'єктивністю процесів та заглибленістю суб'єктів творчості у проблеми, що розв'язуються. Складність явища виявляється і тому, що строгого означення творчості поки що немає. Визначимо спочатку зміст основних понять, що стосуються проблеми розвитку творчої особистості студентів у процесі навчання основ математичної інформатики у педагогічному університеті.

Сутність, природа творчості в теоретичній літературі тлумачиться неоднозначно.

Досліджуючи наукову творчість, І. С. Сумбаєв [187] встановлює три етапи творчого процесу:

- а) натхнення, діяльність уяви, виникнення ідеї. На цьому етапі переважає підсвідоме, інтуїція;
- б) логічне опрацювання ідеї за допомогою процесів узагальнення та абстракції;
- в) фактичне виконання творчого задуму.

Творче мислення – вища форма мислення продуктивного [77]. Цей вид мислення характеризується створенням суб'єктивно нового продукту і

новоутвореннями в самій пізнавальній діяльності щодо його створення. Продукт творчого мислення різниться неповторністю, оригінальною і суспільно-історичною унікальністю.

Л. С. Виготський [31] зазначав, що творчою називають таку діяльність, при якій створюється щось нове, однаково, чи буде це створене творчою діяльністю будь-якою річчю зовнішнього світу або побудовою розуму чи почуття, що живе та виявляється тільки в самій людині.

Я. О. Пономарьов [159] означав творчість як механізм продуктивного розвитку і не вважав новизну вирішальним критерієм творчості. За результатами його експериментальних досліджень виявлено, що функціонування психологічного механізму творчості розчленовується на кілька фаз [158]:

- 1) фаза довільного логічного пошуку;
- 2) інтуїтивного розв'язання;
- 3) вербалізації інтуїтивного розв'язання;
- 4) формалізації вербалізованого розв'язання.

У своїх роботах Я. О. Пономарьов відзначає принципову відмінність людського мислення від „мислення” машинного: „машина здатна працювати тільки з системами знакових моделей і не здатна працювати з моделями надбудовно-базальними” [159, с.173], тобто суб'єктними вторинними моделями дійсності. Згідно його концепції первинних і вторинних об'єктних і суб'єктних моделей дійсності для вирішення творчих завдань в першу чергу потрібна „здатність діяти в думці”, яка відсутня у тварин і яка визначається високим рівнем розвитку внутрішнього плану дій.

Психолог В. М. Моляко [140] зазначав, що творчість – процес створення чогось нового для даного суб'єкта. Тому творчість у тій чи іншій формі не є талантом „обраних”, вона доступна кожному. Однією з основних якостей творчої особистості є прагнення до оригінальності, до нового, заперечення звичного, а також високий рівень знань, умінь аналізувати явища, порівнювати їх, стійкий інтерес до певної роботи, порівняно легке та швидке засвоєння теоретичних та практичних знань у цій галузі, систематичність та самостійність у роботі.



На думку В. І. Андреева, [10] творча особистість – це такий тип особистості, для якої характерна стійка, високого рівня спрямованість на творчість, мотиваційно-творча активність, що проявляється в органічній єдності з високим рівнем творчих здібностей, які дозволяють їй досягти прогресивних, соціально та особисто значущих результатів у одній або кількох видах діяльності.

Творча особистість – це людина, здатна проникати в суть ідей і втілювати їх у супереч перешкодам аж до отримання практичного результату [16].

З наведених вище тлумачень творчості чітко окреслюються два підходи до проблеми формування творчої особистості. В основу першого покладено діяльність, що спрямована на створення духовних та матеріальних цінностей. Людська діяльність, активність, пізнання, психіка – все це внутрішня основа творчості. Суб'єктом творчості тут є людина. Проте творчість не можна зводити до діяльності, що дає щось нове. Адже людська діяльність дуже багатогранна: продуктивна, репродуктивна (орієнтована на відтворення того, що вже є), псевдодіяльність. Отже, творчість не є синонімом діяльності та новизни. Щодо другого підходу, то тут природа творчості тлумачиться більш широко: фактично творчість ототожнюється з об'єктивним розвитком людини.

Творчі здібності самі по собі не гарантують творчих здобутків. Для їх досягнення необхідні бажання і воля, потрібна „мотиваційна основа”.

Аналізуючи психолого-педагогічну літературу, можна виділити кілька факторів, що впливають на розвиток творчої особистості в процесі навчання, а саме:

- індивідуалізація навчання: викладач не орієнтується на середнього студента, а до кожного студента здійснюється індивідуальний підхід;
- диференціація навчання: кожен студент отримує право та можливість звертати більше уваги на ті напрями, які найбільше відповідають його інтересам та здібностям;
- самостійність: студент самостійно обирає стратегію та тактику запам'ятовування, узагальнення, аналізу матеріалу. Він сам будує свій

навчальний процес, при цьому викладач управляє цим процесом, виступає у ролі консультанта;

- оточуюче середовище: важливо, щоб творчі ідеї підтримувались та заохочувались;
- здатність до навчання: розглядаючи компоненти продуктивного мислення, З. І. Калмикова [77] виділила ті його особливості, від яких залежить легкість та швидкість оволодіння певними знаннями, темп просування в них (загальні здібності студентів до навчання);
- формування евристичної діяльності: вивчення інформатики (тим паче математичної) розвиває мислення, зокрема логічне, абстрактне. У процесі навчання математичної інформатики застосування різноманітних евристичних прийомів формує евристичну діяльність і більш ефективно сприяє розвитку творчого мислення. До евристичних прийомів, або методів активізації творчості, нестандартного мислення відносять зазвичай низку методів генерації варіантів розв'язування проблеми на основі притаманної людині здатності до творчої діяльності: методи ненаправленого пошуку („мозкового штурму”, „експертних оцінок”, „колективного блокнота”, „контрольних питань”, „асоціацій та аналогій”, ділові ігри та ситуації, кібернетичні наради) та методи направленого пошуку (наприклад, морфологічний метод). Процес формування евристичної діяльності і творчого мислення – взаємопов'язані компоненти. Як зазначає А.В.Хуторський [207], евристика – наука про відкриття нового, а творчість – процес створення нового, тобто без сформованих у студента евристичних прийомів діяльності неможливо організувати та управляти процесом творчої діяльності. Евристична діяльність – більш широке поняття, ніж творча діяльність, оскільки включає в себе не тільки творчу діяльність, але й метатворчу, тобто когнітивну та методологічну діяльності.

Формування прийомів такої діяльності повинно забезпечуватись [180]:

- дотриманням дидактичних принципів евристичного навчання у поєднанні з психологічними та дидактичними принципами розвивального навчання;

- створенням методичної системи евристичного навчання інформатики, математики, математичної інформатики, що сприяє процесу зміни особистісних якостей учня, які розвиваються у ході навчання;
- орієнтацією на цілеспрямоване і систематичне використання евристичних методів, прийомів, форм, які органічно поєднані з традиційними;
- вибором засобів навчання у вигляді різного виду евристико-дидактичних конструкцій та ефективним використанням ІКТ (інформаційно-комунікаційних технологій навчання) у поєднанні з традиційними засобами навчання.

До переліку спеціальних заходів, методів стимулювання творчої діяльності слід віднести:

- 1) консультації, обговорення результатів роботи з різними фахівцями;
- 2) диференційована мотивація і стимуляція, тренування мислення, здібностей студентів;
- 3) інтеграція орієнтованих на творчі досягнення вимог, цілеспрямоване навчання методів пізнання і практичної діяльності.

Організуючи навчально-пізнавальну діяльність студентів, слід пам'ятати про те, що одним з основних мотивів творчості є позитивні емоції, які можуть викликатися під час розв'язування естетично привабливих завдань, при експериментуванні та імпровізації з елементами, описаними в умові задачі.

Результативність творчої думки залежить не лише від свідомості, а й від неусвідомлених ідей, імпульсивних здогадок, які виконують функцію поштовху щодо дібрання цінних хаотичних асоціацій і перетворення їх в осмислений пошук [84].

Особливості мотивації діяльності вбачаються в тому, що геніальна особистість знаходить задоволення не стільки в досягненні мети творчості, скільки в самому процесі; специфічна риса творця характеризується як майже нездолене прагнення до творчої діяльності [158].

Існують фактори, які гальмують творчі зусилля, зокрема:

- страх – породжує пасивність, сумніви, залежність від інших, стинає уяву та ініціативу;
- надмірно висока самокритичність – надто прискіплива самооцінка може призвести до творчого тупика;
- лінощі.

Систематизуючи бар'єри навчально-творчої діяльності, виділяють три групи [10, с.14-15]:

- соціально-педагогічні: з одного боку, замкнутий спосіб життя, відсутність соціальних умов для заняття відповідним видом творчої діяльності, несприятливий творчий мікроклімат в родині, серед друзів, низька престижність даного виду діяльності. З іншого боку, авторитарний стиль педагогічного управління, байдужість педагога до успіхів і досягнень студентів в навчально-творчій діяльності, відсутність у педагога почуття гумору; педагог не враховує психологічну сумісність окремих студентів при організації групової навчально-творчої діяльності; педагог значно завищує або, навпаки, занижує вимоги до студентів, не об'єктивний в оцінках; педагог захоплюється інформативно-алгоритмічними методами навчання; недостатньо актуалізується попередній досвід, знання та вміння студентів; догматичний стиль навчання, жорсткий контроль (переважно прямий і оперативний) на всіх етапах навчально-творчої діяльності, що сковує ініціативу студентів; невдала постановка творчої задачі, вузький підхід до розв'язування задачі, невдалий вибір загальної стратегії розв'язування, незнання і невміння застосовувати логічні та евристичні прийоми і методи;
- особистісні (психологічні): низький (або навіть негативний) мотив у студента до розв'язування запропонованої творчої задачі, невіра у власні сили, лінощі, байдужість до успіху, до лідерства, сліпа віра в авторитет, відсутність уяви (фантазії), однобічність аналізу і мислення в цілому, побоювання думати і міркувати ризиковано, відсутність почуття гумору, інерція мислення.

Розглянемо умови в загальному вигляді, що сприяють або перешкоджають швидкому знаходженню розв'язку творчої задачі.

1. Якщо в минулому спосіб розв'язування людиною певних задач був достатньо вдалим, то це стимулює її і в наступному дотримуватися даного способу розв'язування. При появі нової задачі людина застосовує його в першу чергу.
2. Чим більше зусиль витрачено на те, щоб знайти і застосувати на практиці новий спосіб розв'язування задачі, тим ймовірніше звертання до нього в майбутньому.
3. Виникнення стереотипу мислення, що в результаті зазначених вище умов заважає людині відмовитися від попереднього та шукати новий, більш вдалий шлях розв'язування задачі.
4. Інтелектуальні здібності людини як правило страждають від частих невдач, і страх чергової невдачі починає автоматично виникати при появі нової задачі. У підсумку людина втрачає віру в себе, у неї накопичуються негативні емоції, які заважають думати.
5. Максимум ефективності у розв'язуванні інтелектуальних задач досягається при сильній мотивації і відповідному рівні емоційного збудження. Цей рівень для кожного індивіда свій.

Серйозною перепорою на шляху до творчої діяльності можуть виступати не тільки недостатньо розвинені здібності, але й такі чинники:

- нахил до конформізму, що проявляється у домінуванні над творчістю намагання бути подібним на інших людей, не відрізнятись від них у своїх думках і вчинках;
- страх бути „білою вороною” серед людей, бути для них смішним у своїх судженнях;
- страх показатися надто екстравагантним, навіть агресивним у своєму неприйнятті та критиці думки інших людей;
- високорозвинена тривога: людина, яка має таку якість, переважно страждає високою невпевненістю в собі, боїться відкрито висловлювати свої думки;

Існує два протилежних між собою види мислення – критичне та творче. Критичним є таке мислення, яке спрямоване на виявлення недоліків у судженнях

інших людей, творче пов'язане з відкриттям принципово нового знання, з генерацією власних оригінальних ідей, а не з оцінкою чужих думок. Людина, у якої проявляється більше критичне мислення, витрачає час та звертає основну увагу на критику, хоч сама могла б творити, і непогано.

У будь-якій галузі науки пізнавально-психологічний бар'єр виникає автоматично як необхідний засіб для розвитку наукової думки та виступає у якості її форми, притримуючи її досить довго на досягнутому рівні, щоб вона могла повністю перерости цей рівень і тим самим підготувати перехід на наступний більш високий рівень.

Творча задача – задача, яка або вся в цілому є новою (не знайома для студента), або ж, меншою мірою, містить значну новизну, що і зумовлює значні розумові зусилля, спеціальний пошук, знаходження нового способу її розв'язування [139]. Або: задачу називають творчою, якщо її ідею студент усвідомлює як потребу в пошуку нового, невідомого йому способу дій, задоволення якої можливе лише через самостійне подолання труднощів, що виникають на шляху досягнення мети, поставленої в умовах задач [135].

У процесі творчості виділяють чотири стадії: підготовка (накопичення знань), дозрівання, осяяння (інсайт), перевірка. Центральним, специфічним творчим моментом вважають осяяння – інтуїтивне збагнення шуканого результату.

Інсайт – збагнення, осяяння – раптове бачення і розуміння істотних відношень і структури ситуації в цілому, яке не виводиться з минулого, засобами якого досягається осмислене розв'язання проблеми. Осяяння – швидше, описове, а не пояснюване позначення акта, що протиставляється іншим інтелектуальним операціям. Інсайт пояснюють по-різному: і поєднанням індивідуальної свідомості з суспільною, і натхненням.

Навчити розв'язувати конкретні творчі задачі неможливо, проте, навчаючи, можна розвивати ті якості особистості, що сприяють розв'язуванню таких задач. Можна розширити коло інтересів, навчати раціональних прийомів мислення, сприятливих з'ясуванню суті та особливостей розв'язуваної творчої задачі.

Можна навчати типових процедур виявлення тих або інших особливостей та суперечностей, типових прийомів усунення певних протиріч.

Р. Декарт виділив п'ять правил „для правильного напрямку думок” [1], згідно яких починаючи з розв'язування найпростішого, послідовно йдучи від простого до складного, студенти уникають розчарування на перших кроках розв'язування задачі.

До цих правил можна додати такі [7]:

- приступаючи до розв'язування, потрібно бути впевненим у тому, що задача буде розв'язана. Припускати навіть думку про неможливість розв'язання не можна, оскільки така думка буде психологічним бар'єром, що не допускає розв'язання задачі;
- періодичне повернення до розв'язування нерозв'язаної задачі, що активізує інтуїтивне розв'язування;
- інколи психологічним бар'єром може бути незвичність формулювання задачі. Доцільно ту ж задачу перефразувати у більш прості та звичні формулювання.

При розв'язуванні творчої задачі надзвичайно важлива її об'єктивізація, тому корисними є запис формулювань питань і розв'язків: вони дозволяють подивитися на задачу, що розв'язується, ніби зі сторони.

Існує кілька підходів до визначення мислення, творчого мислення.

Згідно асоціативної теорії всі розумові процеси пояснювались в термінах двох основних компонент: ідей (або елементів) та асоціацій (або зв'язків) між ними.

Головною рисою було визнання асоціації як основної структурної одиниці психічного, асоціація використовувалася як пояснювальний принцип, був відсутній аналіз суб'єкта, його діяльності, спрямованості, активності [192].

Проте представники асоціативної психології не в змозі були пояснити закономірності процесу свідомого мислення і зокрема творчого мислення. Початкові принципи традиційної емпіричної асоціативної психології не давали можливості вивчати складні психічні явища, зокрема інтуїцію. У ній визнавалось

тільки „свідоме мислення” (індукція, дедукція, здатність до порівняння, відношення), що підкоряється асоціативним законам.

Проте, необхідно відзначити внесок психологів-асоціаністів у дослідженнях психології творчого мислення. Встановлені ними закони асоціацій допомагають зрозуміти, наприклад, чому колишній досвід часто може блокувати творчий підхід до розв’язування задачі (проблеми), а також пояснити загальновідомий факт успішної творчої роботи молодих учених, що ще не володіють енциклопедичними знаннями. На підставі цих законів був розроблений, наприклад, метод гірлянд випадковостей і асоціацій, який використовується зараз в евристиці як прийом активізації творчого мислення [186].

Розділ „психологія мислення” вперше виокремлюється психологами, що належать до Вюрцбургської школи. На протипагу психологам-асоціаністам, представники цієї школи (О. Кюльпе, К. Марбе, Н. Ах) розглядали мислення як внутрішню діяльність з розв’язування задач [192]. Саме представники Вюрцбургської школи для дослідження мислення застосували метод експериментальної інтроспекції. Дослідження привели до відкриття феномена „безобразного мислення”, а також показали, що кожна асоціація визначається не попередньою асоціацією, а скеровується задачею – явищем, що отримало назву детермінуючої тенденції. Виділивши мислення в самостійну діяльність, Вюрцбургська школа фактично протиставила і відірвала її від практичної діяльності, мислення, мови і чуттєвих образів. Разом з тим було дано відповідь на багато питань, які згодом стали основними в рамках психології мислення: співвідношення зовнішньої і внутрішньої діяльності, мислення і мови, мислення і чуттєвих образів, детермінація мислення і його вибірковість, задача і засоби її розв’язування [192]. Сформульоване Вюрцбургською школою визначення мислення як процесу вирішення проблем наклало свій відбиток на всю подальшу історію експериментальної психології мислення, яку в певному значенні можна розглядати як історію розробки і застосування в психологічних дослідженнях мислення різних варіантів методу проблемних ситуацій.



Представники гештальтпсихології в основному проводили експериментальні дослідження сприйняття, потім деякі висновки були перенесені на вивчення мислення. Основним положенням даної школи було твердження, що цілісний образ – гештальт – виникає не шляхом синтезу, а відразу як цілісний. Сам гештальт тлумачився як функціональний, тобто як деяка структура, що характеризується через деяку функцію, а мислення – як діяльність послідовного переструктурування, що продовжується аж до знаходження необхідного за ситуацією гештальта (структури), що і було названо „інсайтом”, або „осянням” [192].

Психологи-гуманісти вважали, що первинне джерело творчості – мотив особистого зростання. На думку А.Маслоу, це потреба в самоактуалізації, повній і вільній реалізації своїх здібностей і життєвих можливостей [131].

Поява ЕОМ, використання яких дозволяє розв’язувати задачі, які раніше були важко доступні людському інтелекту, справила великий вплив на розвиток психології мислення, вперше зазвучала ідея „штучного інтелекту”. Таким чином, у зв’язку із зародженням інформаційних технологій дослідження творчого мислення стали розвиватися в новому напрямі: з’явився так званий інформаційний, або когнітивний, підхід.

Когнітивна психологія сформувалася на стику необіхевіоризму і гештальтпсихології, об’єднаних комп’ютерною метафорою: людина стала розглядатися як опрацьовувач різноманітних повідомлень. Представники когнітивної психології розглядали людину як активного перетворювача різноманітних повідомлень, яка завжди прагне до узагальнення і тлумачення сенсорних даних, що надходять, і до інтерпретації та відновлення відомостей, що зберігаються в її пам’яті, за допомогою різного роду алгоритмів та стратегій [188]. Таким чином, спочатку як основне завдання в когнітивній психології виступало вивчення процесу аналізу повідомлень, що відбувається з моменту надходження сигналу до отримання відповіді. При цьому фахівці виходили з уподібнення процесів опрацювання повідомлень людиною та ЕОМ.

Дослідження, що проводяться в рамках когнітивного підходу, об'єднані тематикою, яку можна охарактеризувати як аналіз різних аспектів розумової діяльності індивіда, широким використанням експериментальних даних, а також достатньо загальним уявленням про значущість для аналізу розумової активності методів, що розробляються в теорії інформації і структурній лінгвістиці.

Д. Б. Богоявленська, підходить до дослідження творчого мислення з позицій системного підходу і пропонує виділити інтелектуальну активність як одиницю дослідження творчості [20].

На початкових стадіях організації навчально-творчої діяльності важливими є методи проблемного навчання. Частково-пошуковий метод навчання, або евристична бесіда, залучає студентів до самостійного розв'язування задачі. Під час евристичної бесіди складніші питання доцільно пропонувати сильнішим студентам. Простіші питання слід пропонувати слабшим студентам, щоб залучати їх до процесу розв'язування задачі. При цьому не потрібно позбавляти слабшого студента можливості відповісти на складніше питання.

Дослідницький метод є основним методом навчання творчої діяльності, коли передбачається готовність студента до цілісного розв'язування проблемної задачі, тобто до самостійного проходження всіх етапів дослідження [120]. Також для організації творчої діяльності використовують наступні евристичні методи: „аналіз через синтез”, „мозкового штурму”, синектики, морфологічного аналізу, метод фокальних об'єктів.

У творчій діяльності використовують наступні прийоми, що сприяє розв'язуванню складної або нестандартної задачі:

- запитання – формулювання якомога більше запитань, що стосуються даної задачі, і спроби дати відповідь на них;
- відтермінування – якщо на поставлене питання не вдається відповісти відразу, то треба перейти до іншого питання;
- фіксування – потрібно свої думки записувати.

Наприклад, при вивченні питання про знаходження найкоротшого шляху в мережі студентам можна запропонувати наступне завдання. Студент щоденно

(крім вихідних) ходить до університету. Він визначив найкоротший шлях з дому до університету. Проте на цьому шляху він зустрічає друзів і з ними кілька хвилин спілкується. Таким чином, найкоротший шлях виявився не найшвидшим. Тому студент хоче визначити новий маршрут, на якому він би мав найбільшу ймовірність не зустріти своїх друзів. Схема мережі доріг, якими студент може потрапити з дому до університету показана на рис. 1.2. На цій же схемі наведені ймовірності *не зустріти друзів* для кожного сегмента мережі доріг. Ймовірність не зустріти друзів дорівнює добутку ймовірностей на кожному сегменті вибраного шляху. Студенту необхідно розв'язати задачу вибору маршруту, який би максимізував ймовірність не зустріти друзів.

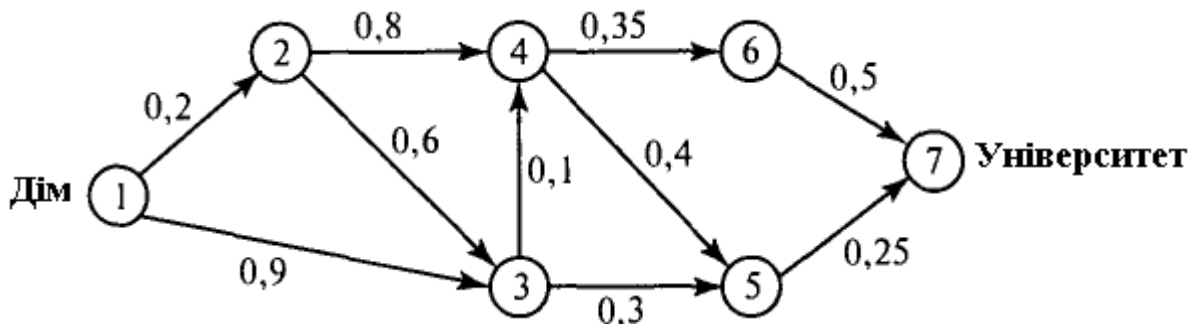


Рис. 1.2. Схема мережі доріг з дому до університету

Або при вивченні теми „Бектрекінг” можна розглянути задачу про розміщення  $n$  ферзів (задача належить до класу комбінаторних). Вона полягає у тому, щоб розмістити  $n$  ферзів на шаховій дошці розміром  $n \times n$  так, щоб жодні два не атакували один одного, тобто не знаходилися в тому самому рядку, стовпці або діагоналі. Класична шахівниця має розмір  $8 \times 8$ . Тому можна розглянути задачу про розміщення на ній 8 ферзів. Програмну реалізацію алгоритму розв'язування даної задачі можна запропонувати виконати у деякій СКМ, наприклад, Maple.

Задачі такого типу сприяють розвитку не тільки мислення, а й пам'яті, уявлення, інших психічних процесів.

Таким чином, знаючи умови розвитку творчого мислення студентів, проаналізувавши психологічні механізми творчого мислительного процесу людини, ознайомившись з такими феноменами як фантазія, інтуїція, інсайт

(освяння), можна активно розвивати творчі задатки і здібності студентів, деякі компоненти їхнього творчого мислення.

#### **1.4. Особистісно-орієнтовані технології навчання**

Вдосконалення навчального процесу у педагогічному університеті при навчанні математичної інформатики потребує впровадження та використання інформаційних технологій та методичних прийомів, найбільш адекватних цілям та умовам навчання студентів, зокрема – проблемне [132; 133; 144], ситуаційне [215], модульно-рейтингове навчання [168; 204; 216] та метод проектів [74; 154]. Застосування названих прийомів дозволить більш повно реалізувати індивідуальний та диференційований підхід до підготовки студентів.

Останнім часом широкого розповсюдження набули ідеї особистісно-орієнтованого навчання. Головною характеристикою особистісно-орієнтованого навчання є трансформація процесу навчання в особистісно значущий процес, що можливо тільки в тому випадку, коли кожен студент відшукає у змісті та організації навчання свій особистий сенс. Таким чином, особистісно-орієнтоване навчання є навчання, при якому враховуються індивідуальні особливості студента.

Сучасна школа всіх рівнів звертається до особистісно-орієнтованого навчання як однієї з основ її реформування. Особистісно-орієнтоване навчання розглядається сьогодні як специфічна педагогічна діяльність зі створення педагогічно виважених умов для студентів з метою розвитку їхніх потенціальних можливостей, формування самостійності, здібностей до самоосвіти, самореалізації.

При розробці методичної системи навчання математичної інформатики у педагогічному університеті на інформатичних спеціальностях спиратимемося на сучасні концепції, закономірності, принципи й підходи педагогіки і психології вищої школи, зокрема:

– концепцію цілісності навчально-освітнього та виховного процесу вищого навчального закладу, активізації навчально-пізнавальної та науково-пошукової

діяльності студентів, гнучких педагогічних технологій навчання;

– системний, структурний, діяльнісний, комплексний, суб'єктно-суб'єктний, диференційований, індивідуальний, особистісно-орієнтований, компетентнісний підходи.

При розробці компонентів методичної системи навчання доцільно застосовувати модульний принцип побудови курсу, інноваційні педагогічні технології, що передбачає використання ІКТ.

#### **1.4.1. Організація проблемного навчання математичної інформатики.**

Репродуктивні і проблемно-пошукові методи навчання виокремлюються, перш за все, на основі оцінки ступеня творчої активності студентів у пізнанні нових понять, явищ і законів.

Наочність при репродуктивному методі навчання застосовується з метою кращого і більш активного засвоєння і запам'ятовування відомостей. Практичні роботи репродуктивного характеру відрізняються тим, що їх виконують за зразком на основі раніше або щойно набутих знань. При цьому в ході практичної роботи не здійснюють самостійного прирощування знань.

У цілому ж репродуктивні методи навчання не дозволяють в належній мірі розвивати мислення і особливо самостійність, гнучкість, творчість мислення, формувати у студентів навички дослідницько-пошукової діяльності. Тільки репродуктивними методами неможливо успішно розвивати якості особистості, наприклад такі як творчий підхід до вирішення проблеми, самостійність. Використання цих методів надає можливість активізації навчально-пізнавальної діяльності. Наприклад, пояснювально-ілюстративний метод досить простий і не вимагає особливих мислительних операцій, але активізувати учіння можна через застосування варіативних умов, обставин розглянутих явищ та процесів. Управління відбувається на етапі аналізу репродуктивної діяльності.

Під проблемною ситуацією вважають невідповідність між тим, що вивчається, і вже вивченим. При використанні проблемно-пошукових методів навчання [25] викладач використовує такі прийоми: створює проблемну ситуацію

(ставити питання, пропонує задачу, експериментальне завдання), організовує колективне обговорення можливих підходів до вирішення проблемної ситуації, стимулює висування гіпотез тощо. Студенти роблять припущення про шляхи вирішення проблемної ситуації, узагальнюють раніше набуті знання, виявляють причини явищ, пояснюють їхнє походження, вибирають найбільш раціональний варіант вирішення проблемної ситуації.

Проблемно-пошукові методи ефективні для навчання у вищій школі [9]. У зв'язку з цим прийнято говорити про методи проблемного подання навчального матеріалу, про проблемні і евристичні бесіди, про застосування наочних методів проблемно-пошукового типу, про проведення проблемно-пошукових практичних робіт дослідницького виду.

Проблемно-пошукові методи застосовуються здебільшого з метою розвитку навичок творчої навчально-пізнавальної діяльності, вони сприяють більш осмисленому і самостійному оволодінню знаннями. Особливо ефективно застосовуються ці методи в тих випадках, коли у студентів сформована культура пізнавальної діяльності, інтересів і здібностей, а також глибокі і міцні знання з даної дисципліни.

Реалізація проблемного навчання передбачає досягнення таких цілей:

- зосередити увагу студентів на питанні, задачі, навчальному матеріалі, пробудити у них пізнавальний інтерес та інші мотиви діяльності;
- поставити перед студентами посилене пізнавальне завдання, вирішення якого активізувало б мислительну діяльність;
- показати студентам протиріччя між пізнавальною потребою, яка у них виникає, та неможливістю її задовольнити за допомогою наявних знань, умінь та навичок;
- допомогти студентам визначити у пізнавальному питанні, задачі, завданні основну проблему і окреслити план пошуку шляхів виходу з такої ситуації, спонукати студентів до активної пошукової діяльності;
- навчати студентів шукати кілька шляхів виходу з проблемної ситуації та вибирати серед них найбільш раціональні.

Основу експериментальної діяльності складає кілька етапів:

- створення проблемної ситуації;
- постановка проблеми;
- знаходження способу розв’язування шляхом здогадки або висунення припущень та обґрунтування гіпотез;
- обґрунтування гіпотези, перевірка правильності розв’язку.

Формування професійного мислення студентів – це вироблення творчого, проблемного підходу. Університетська підготовка повинна сформувати у майбутнього спеціаліста необхідні творчі здібності:

- можливість самостійно побачити та сформулювати проблему;
- здатність висунути гіпотезу, знайти спосіб її перевірки;
- зібрати дані, проаналізувати їх, запропонувати методику їх опрацювання;
- здатність сформулювати висновки та побачити можливості практичного застосування отриманих результатів;
- здатність побачити проблему в цілому, всі її аспекти та етапи її розв’язування, а при колективній роботі – визначити міру особистої участі у розв’язуванні проблеми.

Суть проблемної інтерпретації навчального матеріалу полягає в тому, що викладач не повідомляє відомості в готовому вигляді, а ставить перед студентами проблемні задачі, спонукаючи шукати шляхи та методи їх розв’язування. Проблема „сама підказує” шлях до нових знань та способів дій.

Нові знання даються не для відомостей, а для вирішення проблеми. При традиційному підході – від знань до проблеми – студенти не можуть виробити вміння та навички самостійного наукового пошуку, оскільки їм подаються готові результати.

Використання готових досягнень науки не може сформувати у свідомості студентів модель майбутньої реальної дійсності. При проблемному навчанні важливе значення педагогічно виважене поєднання стратегії „від знань до проблеми” та стратегії „від проблеми до знань”. Наприклад, при вивченні теми „Логічне виведення за невірних знань” для пояснення питання про прийняття

рішень в умовах ризику і невизначеності (функції або матриці виграшу, за якими визначається виграш при прийнятті правильного рішення, програш – при прийнятті неправильного рішення) студентам можна запропонувати наступний приклад [38, с.113]. Гравець на кінних перегонах (з точки зору теорії ігор – особа, яка приймає рішення) може поставити сто гривень на певного коня. Якщо кінь приходить до фінішу першим, гравець повертає свої сто гривень і отримує додатковий виграш у сто гривень. Якщо ні – гравець втрачає свої сто гривень.

Яке рішення повинен прийняти гравець? Перед студентами поставлена проблема прийняття гравцем правильного рішення. Викладачеві навідними запитаннями потрібно скерувати мислення студентів так, щоб вони дійшли до наступних висновків. Правильність рішення насамперед визначається мірою вірогідності події. Якщо міра вірогідності виграшу (об'єктивна чи суб'єктивна) оцінюється як 0.8, то гравець оцінює свої шанси на виграш як значні і має підстави зробити ставку. Якщо ж міра вірогідності дорівнює 0.2, приймається протилежне рішення. Такі міркування є правильними, якщо оцінка гравця є адекватною, він має достатній капітал, і ситуація є повторювана, тобто гравець може зробити повторну ставку („повторити експеримент”) достатню кількість разів. Нехай, наприклад, суб'єктивна міра вірогідності виграшу (власна оцінка виграшу) дорівнює 0.8. Якщо ця суб'єктивна оцінка адекватна, її можна вважати об'єктивною, і вона фактично дорівнює ймовірності виграшу. Тоді можна провести наступний розрахунок. Якщо проводиться 100 забігів, гравець виграє приблизно у вісімдесяти випадках і програє приблизно у двадцяти. Тоді його сумарний виграш приблизно становитиме  $(80-20) \cdot 100 = 6000$  гривень.

Якщо ж ставку можна зробити тільки один раз, тоді навіть за умови адекватності міри вірогідності висновок стає менш визначеним. Якщо наприклад, капітал гравця становить 125 гривень, а ввечері йому потрібно мати при собі 100 гривень, ставку не слід робити навіть за дуже високих шансів на виграш. Навпаки, якщо ввечері необхідно мати 200 гривень, є сенс зробити ставку навіть за дуже низьких шансів на виграш. Далі викладач переходить до узагальнення проблеми і під конкретну проблему подає теоретичні відомості.



Таким чином, почавши нібито з нерозв'язаної задачі, викладач створює в аудиторії проблемну ситуацію, формуючи у свідомості студентів мотив оволодіння науковим знанням. Тільки мотивація може стати дійсно фактором активного залучення індивіда у процес пізнання.

Предметно-змістові характеристики проблемного навчання:

- той або інший тип протиріччя, виявленого викладачем спільно зі студентами;
- відсутність відомих способів розв'язування подібних проблем;
- дефіцит даних або теоретичних моделей.

Викладач при проблемному навчанні повинен знати структуру та типологію проблемних ситуацій, способи їх вирішення, педагогічні прийоми, що визначають тактику проблемного підходу. Прикладами проблемних ситуацій, в основу яких покладені протиріччя, характерні для пізнавального процесу можуть бути:

- розуміння наукової важливості проблеми та відсутність теоретичної бази для її розв'язування;
- різноманіття концепцій та відсутність чіткої теорії для пояснення даних фактів;
- практично доступний результат та відсутність теоретичного обґрунтування;
- протиріччя між теоретично можливим способом розв'язування та його практичною недоцільністю;
- протиріччя між великою кількістю фактичних даних та відсутністю методу їх опрацювання та аналізу.

Усі названі протиріччя виникають у зв'язку з дисбалансом між теоретичним та практичними даними, надлишком одних та дефіцитом інших, або навпаки.

Проблемна ситуація на основі аналізу перетворюється у проблемну задачу. У проблемній задачі ставиться питання або кілька питань: „Як вирішити це протиріччя? Чим це пояснити?” Кілька таких питань трансформує проблемну задачу в модель пошуку розв'язку, де розглядаються різноманітні шляхи, засоби та методи розв'язування. Отже, проблемний метод передбачає наступні кроки: проблемна ситуація → проблемна задача → модель → пошук розв'язку.

Основне в проблемному навчанні – сам процес пошуку та вибору правильних, раціональних розв’язків, а не миттєве відшукування розв’язку. Хоча викладачеві з самого початку відомий раціональний шлях розв’язування проблеми, його завдання – орієнтувати процес пошуку, крок за кроком підводячи студентів до розв’язування проблеми та отримання нових знань.

Виділяють три основні умови успішності проблемного навчання:

- забезпечення достатньої мотивації, спричинення інтересу до змісту проблеми;
- забезпечення посильності роботи з проблемами, що виникають на кожному етапі;
- значення відомостей, отриманих при розв’язуванні проблеми, для студента.

Основна психолого-педагогічна мета проблемного навчання – розвиток професійного проблемного творчого мислення – у кожній конкретній діяльності має свою специфіку. Взагалі розвиток творчих здібностей має прикладний характер і конкретизується стосовно предмету, перетворюючись у формування тої чи іншої творчої здібності, в нестандартне бачення:

- побачити по-новому структуру тривіального об’єкта (його нові елементи, їхній зв’язок та функції);
- сформувати здатність перенесення раніше засвоєних знань та вмінь в нову ситуацію (формування метавмінь);
- комбінувати новий спосіб розв’язування на основі раніше відомих методів;
- побудувати оригінальні розв’язки, не застосовуючи раніше відомих аналогічних методів (так була створена, наприклад, неевклідова геометрія М. І. Лобачевського).

Для досягнення основної дидактичної мети викладач повинен вміти планувати проблему, управляти процесом пошуку і підводити студентів до її розв’язання. Це вимагає не тільки знання теорії проблемного навчання, але й оволодіння його технологією, специфічними прийомами проблемного методу, вміння перебудовувати традиційні форми роботи.

Не кожен навчальний матеріал придатний для проблемного подання. Проблемні ситуації легко створювати при ознайомленні студентів з історією предмета науки. Гіпотези, нові дані в науці, криза традиційних уявлень на поворотному етапі, пошуки нових підходів до проблеми – це далеко не повний перелік тем, які придатні для проблемного подання. Оволодіння логікою пошуку через історію пошуку відкриттів – один з перспективних шляхів формування проблемного мислення. Успіх перебудови навчання з традиційного на проблемне залежить від „рівня проблемності”, який визначається двома наступними факторами:

- рівнем складності проблеми, яка визначається зі співвідношення відомого та невідомого студентів в межах даної проблеми;
- часткою творчої участі студентів у вирішенні проблеми.

Щоб рівень мотивації студентів у процесі проблемного навчання не знижувався, відповідно повинен зростати від курсу до курсу рівень проблемності.

Розрізняють три основні форми проблемного навчання:

- проблемне подання навчального матеріалу в монологічному режимі лекції або діалогічному режимі семінару;
- частково-пошукова діяльність при виконанні експерименту, на лабораторних роботах;
- самостійна дослідницька діяльність.

Л.В.Занков [70] сформулював та теоретично обґрунтував думку, згідно якої навчання слід проводити на основі принципу „високого рівня складності”. Цей принцип характеризується не тим, що підвищує деяку „абстрактну норму складності”, а перш за все тим, що розкриває духовні сили студента, дає йому простір і напрям. Якщо навчальний матеріал та методи його вивчення такі, що перед студентами не виникає перешкод, які повинні бути подолані, то розвиток мислення проходить в’яло.

Основні компоненти, за якими деяка ситуація визначається як проблемна:

- те невідоме, що є в цій ситуації (відношення, спосіб чи умова дій);

- викликана потребою в новому, належне засвоєння знань, необхідність виконання дій, спрямованих на розв'язування поставленої задачі;
- власні можливості студента в аналізі умов завдання і засвоєння відкритого в ньому знання.

Слід зазначити, що ні надто складне, ні надто легке завдання не може викликати проблемну ситуацію. Навчання, побудоване на створенні і розв'язуванні проблемних ситуацій, називається проблемним. Головним завданням при організації проблемного навчання є пошук відповідних проблемних ситуацій на достатньо високому, проте на доступному для студентів рівні складності, одночасно породжуючи потребу і забезпечуючи можливість для отримання істинно нового знання, що за своїм психологічним змістом рівноцінно для самого студента нехай невеликому, проте новому та цікавому відкриттю.

Проблема – це сформована в свідомості суб'єкта суперечність між знанням і незнанням, відомим і невідомим, реальним та ідеальним, зробленим і незробленим, ще новим, що представлене певним висловлюванням, та сформованими потребами „зняти” суперечність. У перекладі з грецької це означає особисте запитання, задача, загадка, що вимагає наукового підходу до розв'язування. В її формулюванні вказується на щось дане і на те, що треба знайти, пояснити, зробити; в загальному вигляді – це опис певної ситуації та суперечностей, що виникли, предмет пошуку і дослідження. Зовнішня форма проблеми може бути задана сформульованим запитанням, завданням чи тестом, вимогою розробити програму дій, знайти загальну ідею, розробити теорію тощо, а внутрішня – мотивами, позитивним ставленням до участі у розв'язуванні, ціннісними орієнтаціями, досвідом розв'язування задач [79]. Зазначимо, що проблема є складовою життєвих ситуацій, явищ і процесів. Вона пов'язана з іншими сторонами діяльності людини (з трудовою, ігровою, педагогічною тощо).

Педагогічна проблемна ситуація в процесі навчання має місце тоді, коли для студентів головним є самостійне (індивідуальне, групове, колективне) чи під керівництвом викладача розв'язування пізнавальних суперечностей, що виникли в конкретній галузі знань. Її називають проблемною ситуацією у навчанні.

В організації навчання на проблемній основі найскладнішим є питання створення передпроблемного і проблемного творчого клімату співробітництва викладача та студентів, груп, колективу з метою полегшення внесення (студентам і викладачеві) проблемних ситуацій в навчальний процес. Цей етап називають створенням творчих відносин між викладачем і студентами (педагогічні умови проблемного подання матеріалу). Як показують дослідження, деякі викладачі з цією метою спочатку ставлять складне запитання, або серію запитань на основі описаної ситуації, або подають загальну теорію у вигляді ідей та історії їх народження чи пропонують практичні ситуації для формування інтересу до проблеми. Водночас при цьому узгоджується спільна діяльність викладача і студентів при високій самостійності останніх.

Суперечність, з одного боку, відображає внутрішнє джерело розвитку, руху, творчу активність суб'єкта, а з другого - передбачає три основні ступені в пізнанні нового: тотожність, порівняння, протилежність. До речі, ці ступені сприяють розвиткові мислення. У процесі появи суперечності спостерігаються етапи:

- 1) виникнення в уяві нового;
- 2) формулювання суперечності;
- 3) формулювання запитань і завдань, ідей.

Розв'язати суперечність – це знайти невідоме, побудувати його модель, розробити цілісну несуперечливу систему. З логіко-гносеологічної точки зору виділяються діалектична і формально-логічна суперечності. Для розв'язування перших використовується діалектична, а других – формальна логіка, алгоритміка.

У науково-дослідній діяльності виділяються такі основні класи суперечностей пізнавального характеру:

1. Відомо „старе” (здобуті знання і досвід їх застосування) і „нове” (гіпотеза про стан явища в майбутньому). Дослідити і обґрунтувати істинність „нового”, можливості використання.

2. Відомо „старе”, тобто дано опис явища чи ситуації. Знайти „нове” (закономірності та прогнозовані стани, компоненти їх). Тут маємо проблеми пошукового характеру.
3. Відомо передбачуване „нове”. Знайти „старе” відповідно до відомої логіки розвитку явища чи процесу. Маємо пошукову проблему з елементами дослідження.
4. Відома ситуація і закономірності явища, для якого ця ситуація внутрішня. Дати повний опис ситуації та її розвиток, знайти компоненти і зв’язки між ними.
5. За описом кількох ситуацій даного явища знайти його закономірності. (Йдеться про організацію навчально або науково-пізнавальної діяльності студентів).

Розглянемо компоненти змісту навчання в умовах проблемного подання матеріалу. Проблемне подання матеріалу ефективне, якщо воно здійснюється на основі глибоких і міцних знань студентів, культури пізнавальної діяльності, інтересів і здібностей з урахуванням виховних і навчальних завдань, що стоять перед колективом.

Для створення проблемної ситуації використовують історичний матеріал (наукові факти, опис проблем і їх розв’язання), методологічні питання науки і навчального предмета, практичний матеріал, логічні суперечності, пізнавальні інтереси, навчальний матеріал, що є складним для студентів, через що створюється психологічні бар’єри. Зміст кожної ситуації включає життєвий досвід, позиції, мотиви, інтереси, соціальні та ігрові ролі, особисті знання студентів.

Предметом пошуку і дослідження в проблемах можуть бути:

1. Пошук ідеї „зняття” суперечності, що виникла (як відповісти на поставлене запитання? Розв’язати задачу в загальному вигляді? ще раз проаналізуємо ситуацію).
2. Висунення нових цілей у даній ситуації (до чого можна дійти? що можна зробити? Яких результатів досягти?).

3. Визначення закономірностей та обґрунтування їх (що спільне в даних ситуаціях? Що відмінне?).
4. Прийняття рішення і розробка схеми дій (яке рішення прийняти? як діяти?).
5. Формулювання питань студентами (опис ситуації та запитань, що виникають).
6. Формулювання задачі студентами (опис ситуації та предмету пошуку).
7. Пошук способу розв'язування завдань, складання плану.
8. Перевірка, дослідження істинності одержаного результату та ін.

Не менш важливим є також питання про способи розв'язування проблем, тому що вони є складовими у пошуково-дослідницькій діяльності та основою активності студентів. У загальному вигляді розв'язування проблеми зводиться до використання діалектики. Питання і задачі, які розв'язують студенти за відомими зразками і алгоритмами, – неproblemні. Тому серед методів розв'язування проблем теоретичного характеру провідними є пошуковий, дослідницький, прогностичний методи, які використовують відповідно до основних етапів пізнання явищ і процесів. Їх використання дає змогу знайти шлях до формального доведення, побудови алгоритму дій. У розгляді проблем з практичним змістом (практичних задач) використовують експериментально-дослідницький, ігровий, трудовий методи, складовою частиною кожного з яких є теоретичні методи. Емпіричне розв'язування проблем не допускається. На емпіричній, інтуїтивній основі може вестися пошук. Розв'язування проблемних навчальних задач передбачає аналіз ситуації, пристосування необхідного понятійного та операційного апаратів, пошук діалектичних формувань для виділення загального та часткового вираження тощо.

Н. Ю. Посталюк [162] при розгляді творчого стилю діяльності визначає гальмівні фактори творчого процесу, які сприяють формуванню стійких стереотипів мислення, одним з яких є неproblemатизований зміст навчального курсу та надмірні педантизм, декларативність і авторитарна позиція в педагогічному спілкуванні.

Взагалі проблему, якщо вона вже сформульована, розв'язують за такими основними етапами: структурний аналіз; складання плану розв'язування; реалізація плану; перевірка і дослідження одержаних результатів; систематизація, опис ходу розв'язування; узагальнення розв'язування з метою подальшого використання.

Наведене дає можливість описати орієнтовну основу технології проблемного навчання:

- 1) створення атмосфери співтворчості у навчальній групі і колективі;
- 2) цілепокладання і мотивація;
- 3) повідомлення і сприймання необхідного мінімуму відомостей (сприймання і актуалізація знань);
- 4) перетворююча діяльність студентів в описаній ситуації;
- 5) усвідомлення сприйнятого, формулювання проблеми студентами разом з викладачем;
- 6) розв'язування проблеми, саморегуляція і самоконтроль в умовах співтворчості;
- 7) упорядкування розв'язування з раціональним поданням його;
- 8) узагальнення і конкретизація здобутих знань і умінь, вироблення ціннісних орієнтацій.

Навчання завжди по-різному впливає на розвиток студента. Тому виділяють чотири основних рівні розвиваючого навчання (за загальними дидактичними цілями і завданнями, завданнями розвитку особистості, розробленими в педагогічних дослідженнях і практиці):

- 1) розвиток мови, пам'яті, відтворюючого мислення в процесі діяльності студентів стосовно засвоєння знань;
- 2) способи діяльності, культури навчальної праці;
- 3) розвиток мови, пам'яті, творчого мислення в процесі діяльності, виходячи з досвіду емоційно-ціннісного ставлення до навколишньої дійсності і до себе;
- 4) збагачення досвіду творчої діяльності, формування якостей творчої особистості.



Таким чином, якщо викладач орієнтується лише на запам'ятовування і відтворення студентами знань та відомих способів діяльності, то такий спосіб забезпечення розвитку культури пізнання непридатний. Розвиваючим навчанням слід вважати тільки такий його рівень, який вимагає розвитку інтелекту та відповідних якостей особистості водночас, тобто на третьому-четвертому рівнях.

Коли розглядають технологію розвиваючого навчання, то насамперед беруть до уваги його спрямованість на вирішення задач розвитку студента, використовуючи його закономірності. Принципова особливість цієї технології в тому, що безпосередньою основою розвитку у навчанні є навчальна діяльність індивіда, спрямована на зміну самого себе як суб'єкта учіння. Перетворення людини в суб'єкта, зацікавленого в зміні себе і здатного до неї, характеризує основний зміст розвитку студента в процесі навчання. Забезпечення умов для такого перетворення і є основною метою розвиваючого навчання. Це визначає особливості його змісту, методів, форм спілкування, а також параметри і критерії успішності навчання. Щоб студент як суб'єкт процесу навчання міг самостійно знаходити способи розв'язування поставлених перед ним задач, необхідно починати навчання не із засвоєння способів розв'язування часткових задач, а з оволодіння загальними принципами розв'язування задач певного класу. З цією метою студент повинен сконструювати ці принципи у процесі виявлення, аналізу та змістового узагальнення умов задачі (особливо – властивостей об'єкту дії), і фіксації їх у формі поняття.

Іншими словами, студент відтворює основні моменти наукового дослідження. За висловом В. В. Давидова [44], необхідність організації і розгортання „квазидослідницької” діяльності студента визначає своєрідність методів розвиваючого навчання.

Відповідно до змісту матеріалу навчання розрізняють такі рівні проблемної ситуації:

- викладач сам ставить проблему та розв'язує її;
- викладач створює проблемну ситуацію, а студенти включаються в її розв'язування;

- проблемна ситуація створюється викладачем, розв’язування її відбувається під час самостійної діяльності студентів;
- виявлення проблеми самими студентами на основі наданих викладачем невпорядкованих знань.

Навчання не передбачає, що всі студенти зможуть досягнути четвертого рівня, проте передбачається, що всі студенти у спільній роботі повинні навчитися вирішувати проблемні ситуації.

**1.4.2. Використання методу проектів при навчанні математичної інформатики.** Система освіти в Україні на межі суттєвих змін, що характеризуються новим розумінням цілей та цінностей освіти, усвідомленням необхідності до неперервної освіти, новими підходами до розробки та використання технологій навчання.

Одне з основних завдань вищої школи полягає в тому, щоб не тільки дати знання студентам, але й розбудити особистісний мотив, прищепити інтерес до навчання, потяг до самовдосконалення – навчити студентів учитися. У сучасній педагогіці спостерігаються тенденції до зміщення акцентів з методів, що забезпечують процес засвоєння знань, на технології, використання яких дозволяє забезпечити загальний розвиток студента.

Метод проектів (проектний метод) [153] є розвитком проблемного методу. При проблемному навчанні викладач чітко формулює проблему або організовує роботу студентів з її формулювання. При проектному навчанні навчальна проблема визначається неявно. Викладач може вказати напрям пошуку необхідних відомостей або спрямувати думки студентів в потрібне русло. Проте в підсумку студенти повинні самостійно і спільними зусиллями вирішити проблеми, застосувавши необхідні знання з різних галузей, отримати певний результат. Суть застосування методу проектів при навчанні у педагогічному університеті – стимулювати інтерес студентів до певних проблем, що передбачає оволодіння деякими знаннями і через проектну діяльність вирішення цих

проблем, уміння практично застосовувати отримані знання, розвиток критичного мислення.

Метод проектів у сучасній педагогічній літературі визначається як система навчання, при якій студенти набувають знання та вміння у процесі планування і виконання завдань, які поступово ускладнюються, як одна з особистісно-орієнтованих технологій, спосіб організації самостійної діяльності студентів, спрямованої на розв'язування задач навчального проекту, який поєднує в собі проблемний підхід, групові методи, рефлексивні та інші методики [154].

Реалізація методу проектів та дослідницького методу на практиці призводить до зміни позицій викладача. З носія готових знань він перетворюється в організатора пізнавальної, дослідницької діяльності студентів. Змінюється й психологічний клімат у групі, оскільки викладачеві доводиться переорієнтувати свою навчально-виховну діяльність та діяльність студентів на різноманітні види самостійної роботи, на пріоритет діяльності дослідницького, пошукового, творчого характеру. В основу методу проектів покладено розвиток пізнавальних, творчих навичок студентів, умінь самостійно конструювати свої знання, уміння орієнтуватися в інформаційному просторі, розвиток критичного мислення.

Вибір методу проектів в якості доповнюючого до традиційних форм навчання обумовлений кількома факторами, які якісно вирізняють його від інших методів. Насамперед, це можливість поєднати метод проектів з традиційною системою навчання без великих організаційних перетворень, робити планування процесу засвоєння знань студентами як на тривалому відрізку часу, так і оперативно, при поточному контролі, своєчасно визначати прогалини у знаннях студентів. Крім того, метод проектів є дослідницьким методом, використання якого дає можливість сформувати у студентів досвід творчої діяльності. Робота над проектом виробляє стійкі інтереси, постійну потребу до творчих пошуків, оскільки без діяльності інтереси та потреби не виникають.

Основні вимоги до використання методу проектів [142]:

1. Наявність важливої в дослідницькому творчому плані проблеми/задачі, що вимагає інтегрованого знання, дослідницького пошуку для її розв'язування.

2. Проект розробляється за ініціативою студентів. Тема проекту для всіх студентів може бути однаковою, а шляхи її реалізації в кожній робочій групі різними.
3. Практичне, теоретичне, пізнавальне значення передбачуваних результатів.
4. Самостійна (індивідуальна, парна, групова) діяльність студентів.
5. Структурування змістової частини проекту (із вказуванням поетапних результатів).
6. Визначення знань з інших предметних галузей, необхідних для роботи над проектом.
7. Використання дослідницьких методів, що передбачають виконання певних дій:
  - визначення проблеми і задач дослідження, що впливають з неї, (використання в ході спільного дослідження методу „мозкового штурму”, „круглого столу”, статистичних методів опрацювання результатів експерименту тощо);
  - висування гіпотез щодо розв’язування задач;
  - обговорення методів дослідження (статистичних, експериментальних, спостережень і ін.);
  - обговорення способів оформлення кінцевих результатів (презентацій, захисту, творчих звітів, переглядів і ін.);
  - збирання, систематизація й аналіз отриманих даних;
  - підведення підсумків, оформлення результатів, їх презентація;
  - висновки, висування нових проблем дослідження.

Вибір тематики проектів може бути різним залежно від ситуації. В одних випадках викладачі визначають тематику з урахуванням навчальної ситуації зі свого предмету, професійних інтересів, інтересів і здібностей студентів, в інших – тематика проектів може бути запропонована і самими студентами, що орієнтуються при цьому на власні інтереси, не тільки пізнавальні, але і творчі, прикладні.

З усієї множини проектів можна виділити кілька видів, що відповідають

специфіці математико-інформатичних дисциплін: дослідницькі або пошукові (за домінуючою в проєкті діяльністю); монопроєкти, іноді міжпредметні (за предметно-змістовою галуззю); безпосередні або приховані (за характером координації проєкту з боку викладача).

Розглянемо загальні підходи до структурування проєкту:

1. Починати необхідно завжди з вибору теми проєкту, його типу, кількості учасників.
2. Далі викладачеві необхідно продумати можливі варіанти проблем, що важливо досліджувати в рамках обраної тематики. Самі ж проблеми висуваються студентами за поданням викладача (навідні запитання, ситуації, що сприяють визначенню проблем). Тут доречний „мозковий штурм” з наступним колективним обговоренням.
3. Важливим моментом є розподіл задач на групи, обговорення можливих методів дослідження, пошуку відомостей, творчих рішень.
4. Постійно проводяться проміжні обговорення отриманих даних у групах.
5. Необхідним етапом виконання проєктів є їх захист, опонування.

Завершується робота колективним обговоренням, експертизою, оголошенням результатів, формулюванням висновків.

Роль викладача у процесі навчання на основі проєктів кардинально відрізняється від його традиційних функцій. У рамках традиційної системи навчання викладач постає основним джерелом відомостей, які він подає студентам. При проєктно-орієнтованому навчанні викладач у певному розумінні перестає бути „предметником”, а становиться педагогом широкого профілю: в роботі над проєктом він виступає і як координатор, і як тренер, і як науковий консультант, і як порадник. Робота за методом проєктів вимагає від викладача не стільки подавання навчального матеріалу, скільки створення умов для проявлення у студентів інтересу до пізнавальної діяльності, самоосвіти та застосування отриманих знань на практиці. Для цього він як керівник проєкту повинен володіти творчими здібностями та високим рівнем культури.

Навчання на основі методу проектів підвищує мотивацію навчання. Коли студентам надається можливість самим управляти процесом навчання, його цінність в їхніх очах зростає. Оскільки вивчення предмету має всесторонній характер, студенти набувають знань, що виходять за межі програми навчання. Крім того, студенти оволодівають дослідницькими навичками та вміннями, які недостатньо формуються при традиційному навчанні.

Навчання на основі методу проектів сприяє формуванню навичок самостійного розв'язування завдань. Студенти вчаться слухати один одного, співпрацювати та спілкуватися. Таке навчання також сприяє формуванню навичкам міжособистісного спілкування. Студенти освоюють як зміст навчання, так і процес мислення.

Незважаючи на переваги, які має навчання на основі методу проектів, є кілька труднощів, пов'язаних з ним. Такий вид навчання вимагає багато часу як на підготовку, так і на проведення занять. Інший недолік полягає в тому, що студенти навчались за традиційною системою до того, як вперше зіткнулись з навчанням на основі методу проектів. Для них незвична така система, й виникають труднощі, коли від них вимагають самим конструювати процес навчання.

Розглянемо можливості використання методу проектів у процесі навчання спецкурсу „Математична інформатика” студентів інформатичних спеціальностей педагогічного університету на конкретному прикладі.

**Назва проекту:** „Прийняття рішень”.

Проект складається з таких тем: „Прийняття рішень в умовах повної визначеності”, „Прийняття рішень за нечітких відомостей”, „Прийняття рішень в умовах ризику”.

Наведемо орієнтовну схему реалізації однієї з тем проекту „Прийняття рішень в умовах повної визначеності”.

**Стислий опис.** Потрібно проаналізувати перспективи навчання у вищих навчальних закладах України та визначити основні параметри, від яких залежить вибір випускником середньої школи вищого навчального закладу.

*Завдання.* Випускник деякої середньої школи за результатами незалежного тестування отримав можливість продовжити навчання у кількох університетах. У якому з вищих навчальних закладів йому продовжити навчання? Створити презентацію отриманих результатів Вашого дослідження.

Учасники проекту: студенти певної академічної групи.

Терміни реалізації проекту. Тиждень після отримання студентами завдання.

Цілі проекту:

- продовження формування у студентів навичок використовувати ресурси Internet для пошуку потрібних відомостей;
- продовження формування вміння у студентів виокремлювати суттєві ознаки;
- продовження формування у студентів навичок застосовувати апарат логічного виведення за нечітких відомостей;
- продовження у студентів формування навичок використовувати СКМ для розв’язування практичних задач;
- заохочення студентів до використання MS PowerPoint для створення презентацій;
- розвиток у студентів умінь аргументовано оцінювати отримані результати проекту.

*Реалізація проекту передбачає:*

### **1. Мотивація самостійної пізнавальної діяльності студентів та подання проекту.**

Студентам після проведення практичного заняття за темою „Логічне виведення за нечітких відомостей” пропонується до розгляду така життєва ситуація:

„Випускник деякої Дрогобицької середньої школи за результатами незалежного тестування отримав можливість вступити на навчання до трьох університетів: Львівський національний університет імені Івана Франка, Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова, Полтавський державний педагогічний університет імені В.Г.Короленка. Порадившись з

батьками та друзями, випускник залишися незадоволеним щодо майбутнього свого навчання. Як можна самостійно вибрати вищий навчальний заклад?”

Викладач оголошує назву проекту, його завдання та етапи, особливості оцінювання результатів виконання проекту (час – 5 хвилин).

## **2. Формування малих груп.**

Викладач в студентській групі формує кілька малих груп (кожна група складається з 3-5 чоловік), використовуючи примусовий метод (формуєчи малу групу, враховується рівень підготовки студентів та їх психологічна сумісність). Серед сформованих малих груп окрему групу складають експерти. Для кожної робочої групи визначається студент-експерт, який буде при необхідності надавати допомогу студентам цієї робочої групи, а також оцінювати їх роботу (час – 10 хвилин).

## **3. Висування гіпотез розв’язування визначеної проблеми.**

Застосовуючи метод мозкового штурму, студентами всієї групи спочатку пропонується взяти участь у генеруванні пропозицій з метою:

- визначення основних параметрів, які впливають на вибір випускником середньої школи вищого навчального закладу для продовження навчання (місцезнаходження (відстань від м.Дрогобича до міста, в якому розташований ВНЗ, яким способом можна потрапити до міста, вартість та тривалість поїздки), престижність ВНЗ, думки батьків та друзів, умови проживання в кожному з міст);
- формування системи завдань, що дозволить вирішити поставлену перед групою задачу (збирання відомостей про кожен ВНЗ та про місце його знаходження, як потрапити до кожного з міст, врахування думок батьків та друзів).

## **4. Обговорення висунутих гіпотез.**

Другий етап мозкового штурму (обговорення, класифікація, добір перспективних пропозицій) передбачає роботу у малих групах, з використанням різних форм дискусій та прийомів обговорення проблеми. Студенти кожної робочої групи повинні:



- провести ранжування запропонованих параметрів вибору ВНЗ та дібрати ті, які будуть використовуватися під час обґрунтування вибору ВНЗ (основними параметрами стали місцезнаходження та престижність ВНЗ, умови проживання);
- вибудувати ієрархічну структуру завдань, що повинні бути розв'язані для досягнення шуканого результату (збирання відомостей про місце розташування ВНЗ, власне про ВНЗ, про факультет, про обрану спеціальність (які дисципліни вивчатимуться, про майбутню кваліфікацію));
- розподілити сформовані завдання між студентами робочої групи;
- визначити засоби, які будуть використовуватися під час розв'язування визначених завдань (ресурси Internet, апарат логічного виведення за нечітких відомостей).

Студенти-експерти спостерігають за процесом обговорення в робочих групах.

(Час – 20 хвилин).

Позааудиторна робота студентів.

## **5. Робота у малих групах.**

Студенти-експерти визначають методи перевірки прийнятих гіпотез та формують систему оцінювання результатів роботи студентів в робочих групах (захист проекту, детальна аргументація вибраного рішення). Дані результати вони повинні презентувати викладачеві на наступному практичному занятті та обговорити з ним результати роботи.

У робочих групах: реалізуються поставлені завдання; відбувається оформлення результатів. Якщо робоча група потребує допомоги, то її можуть надати експерти.

За два дні до проведення презентації кожна група повинна передати експертам отримані результати свого дослідження для того, щоб експерти могли з ними детально ознайомитися та оцінити змістову частину.

### *Захист проектів.*

Деяка група зробила власні висновки. Наприклад, престижність, місцезнаходження ВНЗ та умови проживання – параметри, за якими деяка група визначала вибір ВНЗ для продовження навчання (інші параметри не враховувалися). Серед цих трьох параметрів визначили, що престижність ВНЗ має вагу приблизно 0.45, а місцезнаходження – 0.25, умови проживання – 0.3 (за шкалою від 0 до 1). Кожен ВНЗ аналізується з точки зору цих трьох параметрів. Проведений аналіз дає наступні оцінки (див. табл.1.1).

Таблиця 1.1

### Оцінювання ВНЗ

Критерії	Університети		
	ЛНУ імені Івана Франка	НПУ імені М.П.Драгоманова	ПДПУ імені В.Г.Короленка
Місцезнаходження	0.5	0.35	0.15
Престижність	0.4	0.4	0.2
Умови проживання	0.3	0.2	0.5

Оцінка трьох університетів базується на обчисленні комбінованого вагового коефіцієнта для кожного з них:

ЛНУ імені Івана Франка:  $0.25 \cdot 0.5 + 0.45 \cdot 0.4 + 0.3 \cdot 0.25 = 0.35$

НПУ імені М.П.Драгоманова:  $0.25 \cdot 0.35 + 0.45 \cdot 0.4 + 0.3 \cdot 0.2 = 0.327$

ПДПУ імені В.Г.Короленка:  $0.25 \cdot 0.15 + 0.45 \cdot 0.2 + 0.3 \cdot 0.5 = 0.277$

На основі цих розрахунків ЛНУ імені Івана Франка отримує найвищий комбінований ваговий коефіцієнт, тому є найкращим вибором для випускника дрогобицької середньої школи для продовження навчання.

Слід зазначити, що всі вагові коефіцієнти є суб'єктивними (кожна група визначає їх на власний розсуд на основі досвіду, отриманих відомостей, інтуїтивно).

Кожній робочій групі пропонуються по 15 хвилин для презентації власних результатів проектів (при цьому кожний студент повинен бути готовим захищати отримані результати проекту), отримані висновки повинні бути аргументованими.

(Час – 45 хвилин).

У кінці виступу представників усіх робочих груп слово отримують експерти для аналізу проведених презентацій, підведення підсумків та оцінювання результатів роботи.

(Час – 10-15 хвилин)

#### ***Підсумкове слово викладача.***

Підведення підсумку проекту та оцінювання роботи експертів.

(Час – 25 хвилин).

#### **Оцінювання результатів виконання проекту.**

Звичайно, поставлену задачу можна ускладнити, якщо враховувати й інші аргументи (наприклад, сусід закінчив ПДПУ імені В.Г.Короленка і отримав високооплачувану посаду і т.п.), які в більшій або меншій мірі можуть впливати на вибір ВНЗ. З врахуванням таких факторів ваговий коефіцієнт ВНЗ може змінюватися, оскільки процес визначення коефіцієнтів має суб'єктивний характер і залежить від досвіду, знань, інтуїції тощо кожного студента зокрема.

Максимальна кількість балів, яку може отримати кожен студент за виконання проекту, залежить від складності завдання. Крім того, за добре підготовлений проект кожна робоча група може одержати додаткові бали.

**1.4.3. Ситуаційне навчання математичної інформатики.** Ситуаційне навчання передбачає реалізацію завдань, спрямованих на підвищення ефективності управління навчально-пізнавальною діяльністю студентів при максимальному задоволенні потреб та інтересів, формуванні, розвитку і збереженні її індивідуальності.

Проектування дидактичних ситуацій забезпечує перехід від випадково обраних компонентів діяльності, від нерозуміння їх взаємозв'язків до більш детального, чіткого, свідомого вивчення різних варіантів. В основу проектування покладені такі вимоги до ситуації:

1. Мета створення ситуації повинна бути складовою частиною, наслідком мети процесу навчання, тобто характерною рисою є наявність загальної мети і окремих цілей, їй підпорядкованих.
2. Зміст дидактичної ситуації повинен визначатися, в основному, характером пошукової діяльності.
3. Дидактичні ситуації творчого типу виникають при наявності трьох умов. По-перше, коли з'являється фактор новизни стосовно об'єкта, що вивчається. По-друге, якщо у студента при виявленні фактора новизни виникає пізнавальне утруднення через обмеженість його знань, умінь. По-третє, в тому випадку, коли у студента виникає потреба зрозуміти і осмислити цей фактор і тим самим подолати утруднення.
4. Слід розрізняти дидактичні ситуації ініціативно-пошукового та об'єктивно-пошукового типу.
5. Послідовність етапів вирішення дидактичної ситуації повинна відповідати поставленій меті, а також забезпечувати оперативний зворотний зв'язок на кожному етапі навчально-пізнавальної діяльності.

Взаєморозуміння між викладачем та студентами при реалізації ситуативної технології досягається завдяки відтворенню механізмів самоуправління та саморозвитку. У випадку використання ситуації йдеться про досить своєрідне управління, при якому студент становиться суб'єктом, який здатен управляти своєю діяльністю.

Мікроструктура, якою є дидактична ситуація, дозволяє наочно розкрити зміст управління, який полягає в тому, що у відповідності до поставленої мети здійснюється взаємодія студентів та викладача, спрямована на активізацію діяльності студентів в процесі навчання. Перед тим, як реалізувати управління за допомогою дидактичних ситуацій, необхідно розробити таку модель навчальної діяльності, на основі якої можна реалізувати педагогічне проектування ситуацій та діагностику якості проекту. Головним елементом цієї моделі є: мета студента, адекватна меті викладача; діяльність студента, зміна особистості студента під впливом роботи над об'єктом засвоєння, досягнута мета.

У процесі з'ясування дидактичної ситуації управлінська діяльність викладача пов'язана з реалізацією замкненого циклу, загальним етапами якого є підготовчий, основний та заключний. Педагогічне проектування на підготовчому етапі включає розробку моделі об'єкта управління, а також передбачає проектування діяльності викладача і взаємодії учасників педагогічного процесу при вирішенні ситуації.

На основному етапі управління сутність організаційної діяльності викладача становить технологічне упорядкування реалізації проекту ситуації, забезпечення механізмів саморегуляції, прямого та зворотного зв'язку. Заключний етап управління передбачає контроль та корекцію здобутих результатів. Зміст управлінської діяльності викладача на кожному етапі призводить до зміни характеру діяльності студентів у процесі аналізу ними дидактичних ситуацій. Діяльність викладача при цьому має спонукуючий, організуючий, інформативний та контролюючий характер. Ефективність управління обумовлена завданнями конкретної дидактичної ситуації, спроможністю викладача рефлексивно відображувати і цілеспрямовано розвивати пізнавальні потреби студентів при вирішенні ситуацій.

Навчання за допомогою ситуаційних вправ на прийняття рішення [215] можна ефективно використовувати при навчанні спецкурсу „Математична інформатика”, зокрема при вивченні розділу „Логічне виведення за нечітких відомостей” або „Моделі та методи прийняття рішень”. Цей метод з успіхом можна використовувати при розв'язуванні практичних задач, що потребують прийняття раціональних рішень. Це сприяє розвитку критичного мислення. Ситуаційні задачі можна широко застосовувати у дослідницькій діяльності студентів. Наведемо приклад ситуаційної вправи зі спецкурсу „Математична інформатика”.

*Приклад 1.* Ситуаційна вправа з розділу „Логічне виведення за нечітких відомостей” [38, с.122]. Дано нечітке продукційне правило: якщо студент багато працює в бібліотеці, він отримає високу оцінку. Визначити, яку оцінку він отримає на іспиті.

Як множину  $U$  розглянемо множину чисел, що визначають кількість годин на тиждень, які студент може проводити в бібліотеці. Можна взяти  $U$  як діапазон чисел від 3 до 30. Для простоти обмежимося невеликою кількістю можливих значень:  $U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$ . Аналогічно якщо оцінки (бали) виставляються за стобальною шкалою, за  $V$  можна взяти діапазон чисел від 71 до 100. Обмежимося невеликим набором можливих значень:  $V = \{71, 78, 84, 89, 93, 96, 100\}$ .

Задамо функції належності для нечітких множин  $A$  („багато працює в бібліотеці”) та  $B$  („високий рейтинг”) таким чином:

$$A = \{(3, 0), (6, 0.1), (9, 0.3), (12, 0.5), (15, 0.6), (18, 0.75), (21, 0.8), (24, 0.8), (27, 1), (30, 1)\};$$

$$B = \{(71, 0), (78, 0.2), (84, 0.4), (89, 0.65), (93, 0.7), (96, 0.9), (100, 1)\}.$$

Нехай явним чином задано кількість годин, які студент працює в бібліотеці, або ступінь належності, за яким визначається, чи багато він працює в бібліотеці (це практично еквівалентно, оскільки, знаючи конкретну кількість годин, завжди можна визначити відповідний ступінь належності). Нехай цей ступінь дорівнює  $\alpha$ . Тоді для отримання висновку можна застосувати метод простої підстановки нечіткого значення, відповідно до якого  $v$  добирається з умови  $\mu_B(v) = \alpha$ , де  $\mu_B(v)$  – функція нечіткої належності елемента  $v$  до множини  $B$ . Функція нечіткої належності може набувати значень з проміжку  $[0, 1]$ . Чим більшим є значення функції належності, тим більш ймовірно, що елемент належить до множини.

Нехай у наведеному прикладі дано, що студент працює в бібліотеці 12 годин. Ступінь належності дорівнює 0.5, тому можна зробити висновок, що такий студент повинен отримати оцінку „добре” (84 бали). Якби у спрощеній множині  $V$  не виявилось значення точно з таким ступенем належності, слід було б провести інтерполяцію або взяти найближче значення.

#### **1.4.4. Модульно-рейтингова система навчання математичної інформатики.**

Назва „модульне навчання” пов’язана з міжнародним поняттям „модуль”, одне із значень якого – функціональний вузол. У педагогіці модуль – це

функціональний вузол навчально-виховного процесу, довершений блок дидактично адаптованих відомостей [205].

Модульне навчання – це цілісна система, що інтегрує дидактичні засоби, необхідні для вирішення основних цілей освіти і базується на наступних принципах:

- модульності, тобто виділення із змісту навчання довершених дидактично адаптованих блоків відомостей;
- динамічності;
- дієвості, оперативності знань і їх системності;
- гнучкості;
- усвідомленої перспективи;
- різнобічності методичного консультування;
- паритетності.

Основний засіб модульного навчання – модульна програма, яка складається з окремих модулів. У модульній програмі необхідно враховувати:

- цільове призначення навчального матеріалу;
- сполучення комплексних інтегруючих і часткових дидактичних цілей;
- повноту навчального матеріалу в модулях;
- відносну самостійність елементів модуля;
- реалізацію оберненого зв'язку;
- коректне подання навчального і методичного матеріалу.

Зміст навчальної дисципліни відрізняється від змісту відповідної галузі науки якісними і кількісними параметрами. Для навчального курсу вибираються базові знання; прикладні аспекти курсу розробляються з врахуванням спеціальності, тобто курс профілюється, відповідним чином структурується.

Призначення сучасних освітніх технологій – посилення фундаментальної підготовки, що надає студентові вміння виділити в конкретному предметі базову інваріантну частину його змісту, яку після самостійного осмислення він зможе використовувати на новому рівні, при вивченні інших дисциплін, при самоосвіті. Для вищої освіти в Україні характерним є недостатня інтеграція, „замкненість”

окремих дисциплін, що перешкоджає набуттю системних знань та фундаменталізації освіти. Останнім часом при проектуванні змісту дисципліни намітилась тенденція виділяти з базису дисципліни її понятійну базу – тезаурус, в якому повинні бути подані основні змістові одиниці. При навчанні математичної інформатики це може бути: поняття, величини, властивості, моделі, програмне забезпечення, алгоритми.

Особливо доцільно виділити математичний апарат, необхідний для опису різноманітних моделей та алгоритмів.

Модуль – логічно завершена частина навчального матеріалу, що обов'язково супроводжується контролем знань та вмінь студентів. Основою для формування модулів служить робоча програма дисципліни. Кількість модулів залежить як від особливостей самого предмету, так і від бажаної частоти контролю навчання. Чим крупніший або важливіший модуль, тим більше балів на нього можна відводити. Контроль за модулями, як правило, проводиться 1-3 рази в семестр (залежно від кількості годин, які виділяються на вивчення дисципліни), в нього також входять залік або екзамен з курсу.

В основі модульної інтерпретації навчального курсу лежить принцип системності, який передбачає:

- системність змісту, тобто необхідні та достатні знання, без яких ні дисципліна в цілому, ні будь-який з модулів не можуть існувати;
- чергування пізнавальної та навчально-професійної частини модуля, що забезпечує формування пізнавально-професійних умінь та навичок;
- системність контролю, що логічно завершує кожен модуль, призводить до формування здібностей студентів трансформувати набуті навички у професійні вміння аналізувати, узагальнювати та прогнозувати можливі рішення.

При модульній організації навчальної дисципліни встановлюється кількість та наповнюваність модулів, співвідношення між теоретичною та практичною частинами в кожному з них, їх черговість, зміст та форми модульного контролю, графік виконання індивідуального завдання (якщо воно передбачено планом), зміст та форми підсумкового контролю.



У рамках кожного модуля студент завжди має справу як з предметними знаннями, так і з видами діяльності, пов'язаними з отриманням та використанням цих знань. Все залежить від типу занять. Відповідно контроль знань модуля може бути змістовим, діяльнісним або змістово-діяльнісним (вивчення матеріалу, виконання експерименту, розв'язування задач). Метою створення кожного модуля є досягнення наперед планованого результату навчання. Підсумки контролю за модулем характеризують в рівній мірі і успішність навчальної діяльності студента, й ефективність педагогічної технології, вибраної викладачем.

Перевірка виконання контрольних завдань до модулів, побудованих на змістовій основі, дозволяє оцінювати рівень засвоєння конкретних предметних знань та вмінь їх використання. Причому за основу беруть три рівні знань – критичний, достатній, високий. У кожне завдання для такого виду модулів включені структурні елементи наукових знань, які треба засвоїти, та визначений вид діяльності з їх використання.

Перевірка виконання контрольних завдань до модулів, побудованих на діяльнісній основі, передбачає кількісне оцінювання рівня сформованих вмінь, що дозволяють виконувати конкретну діяльність в цілому, окремі дії та операції, з яких вона складається.

Критичний рівень сформованості вмінь відповідає рівню виконання студентом операцій, окремих дій та діяльності в цілому тільки за заданим алгоритмом. Достатній рівень – рівень самостійного виконання операцій, окремих дій та діяльності в цілому при відсутності готового алгоритму. Високий рівень – рівень повністю усвідомленого виконання операцій, окремих дій та діяльності в цілому.

При використанні рейтингової форми контролю самостійної роботи студентів результат виконання завдань кожного виду занять, пов'язаних з вивченням дисципліни, і результати окремих етапів цих завдань оцінюють окремо. Оцінка (бали) за кожен окремий модуль залежить від якості та термінів виконання всіх завдань, з яких він складається. Загальна оцінка роботи студентів визначається сумою балів за окремі модулі та види занять.

Рейтинговий контроль добре поєднується з іншими компонентами навчання. Незаперечні переваги рейтингової форми контролю полягають у наступному:

- здійснюється попередній, поточний та підсумковий контроль;
- поточний контроль є засобом навчання та зворотного зв'язку;
- розширена процедура оцінювання результатів окремих ланок контролю забезпечує його надійність;
- контроль задовольняє вимоги змістової та конструктивної валідності (відповідність форм та цілей);
- розширений поточний контроль реалізує мотиваційну та виховну функції;
- розширена процедура контролю забезпечує можливість розвивати у студентів навички самооцінки роботи та формувати навички та вміння самоконтролю у професійній діяльності.

Рейтингова форма контролю знань студентів проста у використанні. На початку вивчення дисципліни кожен студент отримує візитку (додаток В, додаток Д), яка орієнтує його на роботу за рейтингом. У цій візитці міститься перелік тем та критерії оцінювання. Враховуються також заохочувальні та штрафні (за порушення термінів) бали. У візитці повідомляється про встановлений діапазон рейтингу, в межах якого студент отримує залік або отримує оцінки „3”, „4”, „5” за екзамен з дисципліни. Крім того, у візитці зазначаються форми навчання, контроль та оцінювання знань студентів та рекомендована література з вивчення дисципліни.

Для розробки рейтингового контролю самостійної роботи студентів розв'язуються дві групи задач:

- 1) за змістом: проаналізувати зміст, визначити теми, розділи, основні закони та поняття, знання яких обов'язкові для цілісного сприйняття предмета, а також рівні засвоєння змісту. Для кожного рівня вказати конкретний зміст та міру володіння ним.
- 2) за діяльністю: проаналізувати кожен вид діяльності, подати його як сукупність послідовних операцій. Встановити три рівні виконання кожної

операції та сформулювати критерії оцінювання кожного рівня та подання результатів, що відповідають цим рівням.

Наведемо приклад, який ілюструє побудову дисципліни „Системи комп’ютерної математики” для спеціальності „Інформатика” педагогічного університету за модульним принципом.

Відповідно до навчальної програми дисципліна „Системи комп’ютерної математики” вивчається на другому курсі протягом двох семестрів. У кожному семестрі проводиться по одній модульній контрольній роботі (див. додаток Е). За модульні контрольні роботи у кожному з семестрів студент може отримати до 60 балів, за поточний (виконання та захист лабораторних робіт) контроль – до 30 балів, за самостійну роботу – до 10 балів згідно системи оцінювання за шкалою ECTS.

У першому семестрі студенти складають залік. Для отримання „зараховано” потрібно набрати 60 і більше балів за умови захисту звітів до усіх лабораторних робіт. Якщо студент не захистив хоча б один звіт до лабораторної роботи, то за модульний контроль він отримує нуль балів. Якщо студент за модульний контроль отримав менше 60 балів, він складає залік відповідно до талону №2 за умови повного виконання завдань лабораторного модуля, інакше студент складає залік відповідно до талону №К.

У другому семестрі студенти складають екзамен за результатами роботи протягом року. Підсумковий бал за курс виставляється як середньо зважений, що

визначається за формулою 
$$ПБ = \frac{B_1 * \Gamma_1 + B_2 * \Gamma_2}{\Gamma_1 + \Gamma_2}$$
, де

$ПБ$  – підсумковий бал за два семестри;

$B_1, B_2$  – бали, отримані студентом за перший та другий семестри відповідно;

$\Gamma_1, \Gamma_2$  – кількість годин, які виділяються на вивчення курсу у першому та другому семестрах відповідно.

Для позитивної оцінки студентам необхідно отримати за сумою двох семестрів 60 і більше балів. Крім цього, за кожен семестр студент повинен в ході модульного контролю отримувати більше 60 балів, у протилежному разі він буде

складати іспит відповідно до талону №2. Якщо студент здобув позитивну оцінку в ході модульного контролю, але нею не задоволений, то він може її покращити на іспиті.

### **1.5. Компетентнісний підхід у навчанні математичної інформатики**

Однією з основних вимог до вищої освіти є вимога її сучасності, що включає в себе уявлення про те, якою повинна бути сучасна людина, людина-професіонал, яке її призначення, роль у суспільстві, яке замовлення на її освіту, які очікування від освіти у самої людини, суспільства. Освіта все більше орієнтується на „вільний розвиток”, високу культуру, творчу ініціативу, самостійність, мобільність майбутніх фахівців, що вимагає якісно нового підходу до їх формування. Випускнику педагогічного університету доведеться працювати в навчальних закладах різних форм власності, різних сегментах соціальної та економічної сфер, в галузі управління та адміністрування. В одних випадках для працедавця буде важливою кваліфікація, а також засвоєні освітні програми. В інших – працедавець зацікавлений в робітникові, який в оптимальні терміни зможе реалізувати певний проект, спрямований на вирішення проблем розвитку підприємства чи закладу. У першому випадку йдеться про знання, вміння та навички, сформовані у студентів, у другому – про їхню компетентність.

Основною метою і призначенням освітньої системи є підготовка кваліфікованого працівника відповідного рівня та профілю, конкурентоздатного на ринку праці, компетентного, який вільно володіє професією та орієнтується в суміжних галузях діяльності, готового до постійного професійного росту, соціальної та професійної мобільності.

На сьогодні проблема особистості педагога як суб'єкта педагогічної діяльності, компетентного та здатного до саморозвитку, знаходить віддзеркалення у працях українських та російських науковців. Аналізуючи поняття та суть компетентності, можна зробити висновок, що компетентність – це обізнаність, норма освітньої підготовки школяра чи студента. Відзначається роль ключових компетентностей, загальних для всіх професій та спеціальностей, універсальних у різних ситуаціях. Можна зробити висновок, що компетентність виступає як

інтегративне поняття, що характеризує людину як суб'єкта, який реалізує в практичній діяльності компетентності, якими володіє.

Болонський процес підсилив в Україні ті перетворення, які стали характерними для європейського співтовариства. На зміну ЗУНівському підходу, який забезпечував загальне уявлення про способи виконання певної діяльності та сформованість загальнопрофесійних умінь, прийшов компетентнісний підхід. До нього пред'являються вимоги забезпечення сформованості професійних якостей, поведінкових актів та виконавчих дій на рівні посадових вимог можливого працевлаштування і в той же час на рівні вимог наступного освітнього рівня (у разі продовження освіти).

Система компетентностей в освіті має ієрархічну структуру, рівні якої складають [106]:

- ключові компетентності (міжпредметні та надпредметні компетентності) – здатність людини здійснювати складні поліфункціональні, поліпредметні, культурнодоцільні види діяльності, ефективно розв'язуючи актуальні індивідуальні та соціальні проблеми;
- загально-галузеві компетентності – компетентності, що формуються в учня, студента впродовж засвоєння змісту тієї чи іншої освітньої галузі у всіх класах середньої школи і (або) під час навчання у ВНЗ і відображаються у розумінні „способу існування” відповідної галузі – тобто того місця, яке ця галузь займає у суспільстві, а також вміння застосовувати їх на практиці у рамках культурнодоцільної діяльності для розв'язування індивідуальних та соціальних проблем;
- предметні компетентності – складова загально-галузевих компетентностей, яка стосується конкретного предмету; ті, що їх набуває учень (студент) при вивченні певного предмета протягом конкретного навчального року або ступеня навчання.

Компетентнісний підхід до підготовки фахівців у ВНЗ полягає в набутті та розвитку у студентів набору ключових, загально-галузевих та предметних компетентностей, які визначають його успішну адаптацію в суспільстві. На

відміну від терміну „кваліфікація”, компетентності включають, крім вузько професійних знань та умінь, що характеризують кваліфікацію, такі якості як ініціативність, співпраця, здатність до роботи в колективі, комунікативні здібності, уміння вчитися, оцінювати, логічно мислити, добирати і використовувати відомості.

Формування компетентностей, тобто формування знань та умінь і здатності їх застосовувати в реальній життєвій ситуації, є однією з найбільш актуальних проблем сучасної освіти. Компетентність студентів, зокрема педагогічних університетів, проявляється в оволодінні знаннями і вміннями та цілеспрямованим їх застосуванням при розв’язуванні професійних завдань. Розв’язування професійних завдань неможливо здійснити без методичних знань, до яких належать знання методів, методик, прийомів при розв’язуванні стандартних й особливо нестереотипних завдань; принципів психолого-педагогічного вивчення особистості [2].

Розглядаючи проблему професійних компетентностей, А. К. Маркова [126] визначає їх характеристики:

- компетентність не ототожнюється з освіченістю людини;
- компетентність – це поєднання психічних якостей, що дають змогу діяти самостійно та відповідально;
- основою для висновків про компетентність людини є оцінювання кінцевого результату діяльності;
- компетентність є характеристикою окремої людини і проявляється у результатах її діяльності.

Особливий інтерес при навчанні студентів у педагогічному університеті викликає проблема розвитку професійних педагогічних компетентностей. Компетентнісний підхід у підготовці фахівців передбачає не лише формування знань та умінь, а формування у майбутніх випускників професійних педагогічних компетентностей. У науці спостерігається плюралізм думок з питання про сутність та структурні компоненти професійних педагогічних компетентностей.

Під професійними педагогічними компетентностями вчителя будемо розуміти інтегральні професійно-особистісні характеристики педагога, які включають теоретичну та практичну готовність до виконання професійних функцій, а також суб'єктивні властивості людини, які забезпечують ефективність педагогічної діяльності.

Сучасний етап розвитку вищої педагогічної освіти характеризується переходом на систему, одним з основних завдань якої є підготовка компетентного педагога. У професійних педагогічних компетентностях виділяють кілька складових (методологічна, предметна, психолого-педагогічна, методична), проте методичні компетентності посідають одне з провідних місць. Вони поєднують систему спеціально-наукових, психологічних, педагогічних знань та вмінь з питань побудови навчання певної навчальної дисципліни і мають яскраво виражений прикладний характер. У методичних компетентностях виділяють пізнавальний, особистісний та діяльнісний компоненти.

У процесі формування методичної компетентності майбутнього викладача інформатики виділяють п'ять етапів [163]:

- базовий етап (1-2-курси). Формування комунікативних компетентностей в рамках вивчення блоків дисциплін: загальних гуманітарних і соціально-економічних (ділова українська мова, філософія, історія України, основи економічної теорії, іноземна мова) та загальнопрофесійних (педагогіка, психологія);
- інтеграційний етап (1-3 курси). Формування предметно-орієнтованих компетентностей в рамках вивчення блоків дисциплін: загальнопрофесійних (педагогіка, психологія, комп'ютерні інформаційні технології та засоби навчання) і предметної підготовки; проходження обчислювальної практики;
- основний етап (4-й курс). Становлення методичних компетентностей в рамках вивчення блоків дисциплін: гуманітарних і соціально-економічних (соціологія, правознавство), загальнопрофесійних (теорія і методика навчання інформатики), предметної підготовки; проходження педагогічної практики; виконання курсової роботи з методики навчання інформатики;

– кваліфікаційний етап (5-й курс). Розвиток методичних компетентностей в процесі вивчення блоків дисциплін: загальнопрофесійних (теорія і методика навчання інформатики), предметної підготовки; проходження виробничої практики; виконання випускної кваліфікаційної роботи за фахом „Інформатика”;

– науково-дослідницький (магістратура, 6-й курс). Розвиток методичних компетентностей у процесі вивчення блоків дисциплін: загально професійних (сучасні інформаційні технології та методика їх навчання у вищій школі); предметної підготовки (нейронні мережі, математичні основи криптографії, розпізнавання образів, інформаційно-пошукові системи); проходження переддипломної практики; виконання випускної магістерської роботи.

Формування навчально-пізнавальних компетентностей як пріоритетного завдання сучасної школи і як актуального напрямку наукових досліджень є необхідною умовою ефективності навчальної діяльності в школі, а потім і у ВНЗ. Узагальнюючи, доповнюючи і розширюючи тлумачення поняття „компетентність”, дане А. В. Хуторським [206], О. М. Дахіним [45], І. О. Зимною [72], під навчально-пізнавальними компетентностями студента будемо розуміти наявність взаємопов’язаних знань, умінь та якостей, які дозволяють йому ефективно здійснювати самостійну пізнавальну діяльність, що включає елементи логічної, методологічної, загальнонавчальної діяльності, співвіднесеної з реальними пізнаваними об’єктами. Сюди входять знання і вміння організації цілепокладання, планування, аналізу, рефлексії, самооцінки навчально-пізнавальної діяльності. Стосовно об’єктів, що вивчаються, студент опановує креативними навичками продуктивної діяльності: отриманням знань безпосередньо з осмислення реальності, оволодінням прийомами дій в нестандартних ситуаціях, евристичними методами вирішення проблем.

У роботі [107] наголошується на тому, що навчально-пізнавальні компетентності можуть бути набуті студентом за наступних умов:

– діяльнісний характер навчання, тобто залучення студентів до якої-небудь діяльності – дослідження, проектування, керівництво;



- орієнтація навчального процесу на розвиток самостійності і відповідальності студента за результати своєї діяльності;
- створення умов для набуття досвіду постановки і досягнення мети;
- чіткість і зрозумілість всім суб'єктам навчального процесу правил оцінювання результатів;
- організація продуктивної групової роботи;
- демонстрація викладачем своєї власної компетентної поведінки.

Компетентнісний підхід у навчанні математичної інформатики реалізується за рахунок зміщення акценту з односторонньої активності викладача на самостійне учіння, відповідальність і активність самих студентів.

При формуванні навчально-пізнавальних компетентностей студента педагогічного університету використовуються інноваційні, активні методи навчання, зокрема проблемно-пошукові методи та метод проектів. Розвиток навчально-пізнавальної компетентності студентів педагогічного університету спеціальності „Інформатика” може бути успішно реалізований, якщо зміст навчального процесу буде структурований на основі діяльнісного підходу з урахуванням можливостей використання методу проектів в плані розвитку навчально-пізнавальних компетентностей.

Значна кількість нових педагогічних технологій включають елементи проектного навчання: технології випереджаючої освіти; технологія освіти в глобальному інформаційному співтоваристві; педагогіка співпраці; емпіричне навчання. Використання методу проектів дозволяє не тільки засвоювати предметний зміст, але і формувати багато особистих якостей студентів. Даний метод є одним з ефективних інструментів створення умов розвитку навчально-пізнавальних компетентностей.

Зміст освіти при вивченні дисциплін інформатичного циклу студента педагогічного університету визначається організаційно-методичним забезпеченням навчання дисципліни (освітній стандарт, навчальні плани, програми і т.д.), а також станом предметної галузі „Інформатика” в науковому і

технологічному плані. Зміст навчання потрібно розглядати у поєднанні з цілями та завданнями навчання, які на нього суттєво впливають [138].

На заняттях з математичної інформатики компетентності можна формувати у три етапи:

1. Підготовчий. Мета діяльності на даному етапі: формування узагальнених предметних умінь. Студентам пропонуються завдання, виконання яких дозволить їм набути умінь та навичок, що дадуть змогу розв'язувати задачі вищого рівня на наступних етапах (як правило, завдання теоретичного характеру).
2. Основний. Розробка творчих проектів з залученням знань з інших предметних галузей. Мета діяльності на даному етапі: розвиток дослідницьких та проектних умінь. На цьому етапі студентам пропонуються завдання творчого характеру.
3. Закріплюючий. Моделювання життєвої ситуації. Мета діяльності на даному етапі: навчити застосовувати отримані знання та вміння в нестандартній життєвій ситуації.

Наведемо приклад заняття з теми „Логічне виведення за невірогідних знань”. На підготовчому етапі студентам пропонуються завдання та питання теоретичного характеру:

- охарактеризувати поняття неточного логічного виведення;
- дати частотне означення ймовірності;
- навести формулу повної ймовірності та формулу Байєса;
- охарактеризувати поняття „коефіцієнт упевненості”;
- що таке „об’єктивна” та „суб’єктивна” невизначеність? Який з цих типів невизначеностей має ймовірнісний характер;
- охарактеризувати принцип індиферентності;
- у чому полягає проблема комбінування свідочств;
- що таке інтервальні міри невизначеності;
- як пов’язані умовні ймовірності та правила виведення;
- чому за допомогою точних байєсівських методів, зокрема формули повної ймовірності, не завжди можна отримати точний коефіцієнт упевненості;
- описати схему логічного виведення ЕМУСІН.

На основному етапі студентам пропонуються практичні завдання та вправи, наприклад:

1. Нехай дано неточне правило: „Якщо Андрій складе іспит з „Систем комп’ютерної математики”, то він влаштує вечірку” з коефіцієнтом упевненості 0.7. Нехай коефіцієнт упевненості того, що Андрій складе іспит з „Систем комп’ютерної математики” становить 0.6. Розрахуйте інтервал, в який потрапить коефіцієнт упевненості висновку „Андрій влаштує вечірку” на основі правила повної ймовірності.

2. Дані неточні правила:

- Якщо завтра буде дощ, то Роман візьме з собою парасольку (коефіцієнт упевненості 0.7);
- Якщо в Романа буде багато речей, він не візьме з собою парасольку (коефіцієнт упевненості 0.3);
- Нехай про те, що завтра буде дощ, відомо з коефіцієнтом упевненості 0.8, а про те, що у Романа буде багато речей – з коефіцієнтом упевненості 0.9.

Розрахуйте коефіцієнт упевненості у тому, що Роман візьме з собою парасольку, за правилами системи EMYCIN з використанням формул комбінування свідочств.

На закріплюючому етапі студентам можна запропонувати навести самим приклади прийняття рішень в умовах невизначеності, формалізувати відповідні міри ризику або навести приклад розрахунку коефіцієнтів упевненості за схемою EMYCIN.

### **Висновки до першого розділу:**

*Математична інформатика* – напрям наукових досліджень, що знаходиться на межі математики та інформатики і, з одного боку, є складовою теоретичної інформатики, де математичні моделі і засоби використовуються для моделювання та дослідження інформаційних процесів у різних сферах діяльності людини, а, з іншого боку, займається використанням інформаційних систем і технологій для розв’язування складних математичних задач-

У процесі навчання *математичної інформатики* студенти ознайомлюються з основними моделями, методами та алгоритмами розв’язування

задач, що виникають у сфері інтелектуалізації інформаційних систем, а також розглядають проблеми використання інформаційних, зокрема математичних, моделей та інформаційних технологій для їх дослідження.

1. Мотивація навчання характеризується складною структурою, до складу якої входить внутрішня (орієнтована на процес і результат) і зовнішня мотивації. Суттєвими є такі характеристики мотивації навчання як її стійкість, зв'язок з рівнем інтелектуального розвитку і характером навчальної діяльності. Формування мотивів пізнавальної діяльності студентів є однією з найважливіших умов у досягненні результатів навчання. Мотиваційна сфера людини більш динамічна, ніж пізнавальна та інтелектуальна. Але відносна динамічність має позитивні і негативні сторони. Зокрема, якщо нею не управляти, то можливе зниження рівня мотивації навчання. Формування мотивів пізнавальної діяльності студентів у ВНЗ часто йде стихійно і дуже рідко є предметом цілеспрямованої систематичної роботи.

Залежно від рівня розвитку професійної спрямованості, всіх студентів можна згрупувати таким чином:

- I. Студенти з позитивною професійною спрямованістю, здібності яких відповідають вимогам обраної професії, що забезпечує поєднання провідних мотивів зі змістом професійної діяльності. Орієнтація студентів у професійній сфері пов'язана з привабливістю змісту професії, її відповідністю їхнім здібностям.
- II. Студенти, котрі остаточно не визначились у своєму ставленні до професії. Їхній вибір не має чітко вираженої професійної мотивації через брак вірогідних відомостей про професію. Головна орієнтація в професійній сфері пов'язана з соціальними вигодами, що їх надає обрана професія, її широке застосування. Для таких студентів прийнятний компроміс між невизначеним, інколи негативним, ставленням до професії та продовженням навчання у вищому навчальному закладі з перспективою працювати за фахом.
- III. Студенти з негативним ставленням до професії. Мотивація їхнього вибору зумовлена, як правило, загальносоціальними цінностями вищої освіти, а

також слабким уявленням про професію. За низького рівня професійної спрямованості провідний мотив виражає потребу не стільки в самій діяльності, скільки в різноманітних, пов'язаних з нею обставинах (відпустка, відносна свобода в розподілі робочого часу тощо);

2. Для того, щоб спрямовувати інтелектуальну діяльність студентів при навчанні математичної інформатики в напрямі збільшення креативних моментів, потрібно вміло застосовувати у навчанні *методи* та *прийоми*, що активізують творче мислення, засоби, зокрема СКМ для супроводу евристичних пошуків студентів, при цьому вміло уникати перешкод та долати бар'єри на шляху творчого мислительного процесу. Врахування комплексу психолого-педагогічних та методичних умов та вимог, сприятливих для формування і розвитку творчості студентів у процесі навчання математичної інформатики у педагогічному університеті, може забезпечити досягнення поставлених цілей і завдань.

3. Педагогічно доцільним є використання особистісно-орієнтованих технологій, зокрема проблемного, ситуаційного, модульно-рейтингового навчання та методу проєктів у процесі навчання як дисципліни „Систем комп'ютерної математики”, так і спецкурсу „Математична інформатика” для фізико-математичних спеціальностей педагогічного університету, сприяє формуванню у студентів знань, фахових навичок, зокрема колективної роботи, та розв'язуванню практичних завдань.

4. Вивчення математичної інформатики сприяє формуванню у студентів компонентів навчально-пізнавальних компетентностей, надає можливість не тільки здобути предметні знання, але й опанувати методами наукового управління, що знаходять все більше застосування в різноманітних сферах діяльності людини. Реалізація компетентнісного підходу при навчанні математичної інформатики в педагогічному університеті забезпечить виконання досягнення основної мети педагогічної освіти – підготовку кваліфікованих педагогів відповідного рівня.

Основні результати дослідження у першому розділі опубліковані в працях [91-93].

## РОЗДІЛ II

### СТВОРЕННЯ ТА УТОЧНЕННЯ КОМПОНЕНТ КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНОЇ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ІНФОРМАТИКИ У ПЕДАГОГІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

Характерні риси сучасної методичної системи навчання:

- науково обґрунтоване планування навчального процесу;
- єдність і взаємопроникнення теоретичної та практичної підготовки;
- високий рівень складності та швидкий темп вивчення навчального матеріалу;
- максимальна активність та достатня самостійність студентів;
- поєднання колективної та індивідуальної діяльності;
- широке використання у навчальному процесі ІКТ;
- комплексний підхід до навчання різних предметів.

Методологічною основою методичної системи навчання математичної інформатики є принципи: цілісності розгляду предмета вивчення, єдності змістового і процесуального аспектів під час навчання, адекватності цільових установок, інтеграції та міжпредметних зв'язків тощо.

Успішне функціонування комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математичної інформатики студентів вимагає педагогічно виваженого поєднання традиційних та інноваційних методів і форм навчання, широкого використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій.

#### **2.1. Фундаментальність інформатичної освіти у педагогічному університеті**

Останніми роками стало очевидним, що новий час, ускладнення системи економічних, соціальних і культурних відносин вимагають підготовки фахівців нового типу, з широкою, універсальною підготовкою і фундаментальними знаннями.

Однією з характерних особливостей сучасного періоду розвитку суспільства є надзвичайно стрімка зміна умов життя. При цьому зміни, що відбуваються практично у всіх сферах життєдіяльності суспільства, настільки значні, їх соціально-економічні та психологічні наслідки настільки радикальні, що цілком можна говорити про виникнення глобальної проблеми – проблеми людини в умовах стрімких змін життя. Суть цієї проблеми полягає в тому, що суспільна свідомість людей, рівень їхніх професійних знань та навичок починають все більше відставати від темпів науково-технічного прогресу і не відповідають новим умовам життя в інформаційному суспільстві.

Інформаційні технології змінюються так стрімко, що отримані примітивним тренінгом навички швидко старіють. Тому випускники університетів повинні володіти набором фундаментальних знань в галузі комп'ютерних наук, які дозволяти б швидко оволодівати сучасними комп'ютерними технологіями. Інформаційні технології та програмування базуються на класичних математичних дисциплінах, тому необхідна узгодженість курсів математичного циклу та інформатики.

Серед сучасних тенденцій розвитку освіти в Україні виокремлюються її фундаменталізація та спрямованість на розвиток творчих здібностей особистості. Поєднання освіти і науки є умовою модернізації системи освіти, головним чинником її дальшого розвитку, що має забезпечуватися фундаменталізацією освіти, інтенсифікацією наукових досліджень у вищих навчальних закладах, науково-дослідних установах Академії педагогічних наук України [199].

Зміст педагогічної освіти зі спеціальності „Інформатика” передбачає фундаментальну, психолого-педагогічну, методичну, інформаційно-технологічну, практичну і соціально-гуманітарну підготовку педагогічних і науково-педагогічних працівників.

Зміст фундаментальної підготовки передбачає вивчення теоретичних основ спеціальності згідно з вимогами до рівня теоретичної підготовки педагогічного працівника відповідного профілю і базується на новітніх досягненнях науки [110].

На сьогодні значна частина педагогічних ВНЗ, що здійснює підготовку вчителів, має статус університетів, що в загальному випадку передбачає збільшення уваги до процесу фундаменталізації освіти. Проте вимоги до професійної підготовки вчителів в основному мають педагогічний характер. В якості вимог, що відображають фундаментальність університетської підготовки фахівця, необхідно внести вимоги предметного та методологічного характеру.

Важливою парадигмою сучасної вищої освіти стала її фундаменталізація. При цьому йдеться про кілька складових. По-перше, про нову якість освіти і перехід від інформативного типу (що формує конкретні і тому обмежені знання) і традиційної „знаннєвої” форми навчання до оволодіння „знаннями-інструментами” та формування на їх основі глибокого цілісного сприйняття процесів, що вивчаються, здібностей системного мислення і оновлення системи знань, перекваліфікації. Це, у свою чергу, сприяє формуванню творчого потенціалу особистості студента – майбутнього фахівця – та зумовлює його майбутнє. Фундаменталізація освіти ґрунтується на розширенні фундаментальних наукових досліджень, що ведуться саме в університетах. Наука, і перш за все фундаментальні наукові дослідження, визначають дух і атмосферу університету, а ключовою фігурою в ньому повинен стати викладач-дослідник (доктор, професор – керівник наукової школи). Освітній процес в університеті будується на основі органічної єдності наукової і навчальної діяльності, і студент активно залучається до творчого процесу наукового пізнання як його діяльний учасник.

Фундаменталізація освіти в першу чергу передбачає, що в її основі повинні лежати ті знання, які відкриває наука зараз, тобто наукові досягнення повинні бути вбудовані в освіту, проведення наукових досліджень є необхідною умовою існування університету. Спостерігається перехід від вузької глибокої спрямованості і фактичної спеціалізації в рамках навчальної спеціальності до ґрунтовного освоєння всього проблемного поля спеціальності.

Фундаменталізація освіти визначає наступну тенденцію в навчанні – доцільність першочергового глибокого вивчення і всестороннього практичного



засвоєння найбільш значущих для майбутньої діяльності фахівця галузей знань та навчальних дисциплін.

Фундаменталізація освіти є важливим принципом побудови методичної системи навчання. Фундаментальність полягає в тому, що в змісті навчання розкривається не тільки система певної галузі наукового знання, але й, можливо, поки не повністю сформована система знань про закономірності засвоєння та теоретичні побудови способів передавання багатовікового досвіду людства, який знайшов відображення у сучасній системі знань. Тому для забезпечення фундаментальності навчання проектування методичної системи навчання повинно базуватися на структурі теперішнього стану відповідної наукової дисципліни, що дозволяє враховувати сукупність зв'язків внутрішніх складових і визначає зовнішні межі.

Фундаменталізація освіти, зокрема вищої, відбувається в основному під впливом сучасної державної освітньої парадигми (основні тенденції якої: фундаментальність, цілісність і орієнтація на інтереси розвитку особистості студента).

Більшість курсів з інформатики у педагогічному університеті як правило належать до прикладної та практичної інформатики. Разом з тим необхідно приділяти особливу увагу фундаметалізації інформатичної освіти, оскільки поглиблення прикладної та практичної спрямованості не може бути безмежним, бо неминуче натрапить на природні обмеження, породжені відсутністю або недостатністю фундаментальної бази. Більш того, це не дозволить забезпечити як школяра, так і студента педагогічного ВНЗ (майбутнього вчителя) фундаментальною підготовкою, основу якої складають загальнотеоретичні, фундаментальні знання. Зазначимо, що знання такого роду відрізняються різноманіттям внутрішніх та зовнішніх зв'язків, розкривають структуру змісту і визначають методологічну базу тієї або іншої предметної галузі, а їх основні характеристики – стабільність, довгостроковість, універсальність та доступність. У зв'язку з цим у педагогічних університетах можна спостерігати разом з

широким впровадженням інформаційних технологій в навчальний процес зміщення акцентів у бік фундаментальної підготовки.

Підвищення загального рівня освіченості суспільства, ліквідація однобічності в його психологічних установках додасть йому необхідну стабільність, контактам людей – належну толерантність, а кожній людині – свободу думки і справи. Умови життя, що стрімко змінюються, пред'являють кардинально нові вимоги до змісту освіти: він повинен бути максимально насичений базовими цінностями, знаннями і смислом.

Фундаментальна наукова основа освіти покликана допомогти представникам нових поколінь не тільки пристосовуватися до життя в умовах інформаційного суспільства, але й самим брати участь в позитивних змінах. Головну роль тут повинні відігравати курси, які містять фундаментальні знання, що є базою для формування загальної і професійної культури, швидкої адаптації до нових професій, спеціальностей та спеціалізацій.

Орієнтація на фундаментальні навчальні курси і знання дозволить подолати роз'єднаність, об'єднати в спільній творчій роботі, як в навчальному процесі, так і в наукових дослідженнях представників природничо-наукових, технічних та гуманітарних наук. Це, в свою чергу, дасть можливість студентам оволодіти цілісним уявленням, що формує широкий погляд на явища і процеси в сучасному світі. Світогляд, що відкриває шлях до оволодіння основами єдиної людської культури, гармонійно поєднує в собі природничо-наукові і гуманітарні початки.

„Інформатика – це фундаментальна природнича наука, об'єктом якої є інформаційні процеси в навколишньому світі, предметом – формальні системи, що моделюють інформаційні процеси, і відображення формальних систем на архітектуру комп'ютерних систем за допомогою побудови інформаційних моделей, методологією є обчислювальний експеримент” [143, с.9]. Стисло охарактеризуємо питання фундаментальної підготовки вчителя інформатики в предметній галузі та її складові, а також зміст навчання інформатики, що дозволить забезпечити фундаментальну складову інформатичної і фахової підготовки в педагогічному університеті. У даний час не існує єдиного погляду на

концепцію фундаменталізації освіти в цілому й інформатики зокрема. Фундаменталізацією освіти виражається концепція, в основі якої лежить виділення в змісті навчання світоглядних, філософських і математичних основ навчального предмету і навчання формалізації теорій предметної галузі за допомогою формальних мов. Практичну реалізацію цієї концепції рекомендується проводити в рамках навчання математичної інформатики. Основний зміст навчання вказаного предмету повинні складати такі розділи: основи баз знань та моделі подання знань, алгоритми та моделі прийняття рішень, основи кодування та криптології, розпізнавання образів, системи комп'ютерної математики.

Фундаментальність при навчанні математичної інформатики може бути досягнута за допомогою поєднання в змісті навчання теорії, абстракції і реалізації, а саме: за допомогою вивчення відповідних математичних теорій, алгоритмів і структур даних, реалізації описів алгоритмів і структур даних конкретними мовами програмування. На жаль, такий підхід відображає лише одну сторону фундаментальності освіти, що не повністю розкриває філософські і логіко-методологічні аспекти науки інформатики. Проте такий підхід можна широко використовувати в практиці педагогічних університетів.

Математична інформатика містить відомості про деякі питання теоретичної, прикладної та практичної інформатики. Основна увага акцентується на методологічних аспектах та математичному апараті інформатики, які утворюють основу великої кількості науково-технічних та соціально-економічних інформаційних технологій, що реально використовуються в теоретичних дослідженнях та практичній діяльності. При навчанні математичної інформатики основна увага приділяється питанням, які пов'язані з формальними системами, моделями, алгоритмічними засобами та теорією програмування, кодування та захисту повідомлень.

Фундаментальність інформатиці додає не тільки широке і глибоке використання математики, формальних методів і засобів, а спільність і фундаментальність їх результатів, їх універсальна методологічна спрямованість в продукуванні знань.

Інформатика, як і математика, використовується для опису та дослідження проблем інших наук. Вона надає свої загальні методи дослідження іншим наукам, допомагає підсилювати міжпредметні зв'язки, досліджувати проблеми різних наук, фундаментує їх своїми ідеями, методами, технологіями і особливо результатами.

Фундаменталізація освіти передбачає все більшу її орієнтацію на вивчення фундаментальних законів природи і суспільства. Саме це повинно дозволити людям самостійно знаходити і приймати відповідальні рішення в умовах невизначеності, в критичних та стресових ситуаціях, а також в тих випадках, коли стикаються з новими, досить складними природними та соціальними явищами.

Під терміном фундаменталізація освіти розуміють істотне підвищення якості освіти і рівня освіти студентів за рахунок відповідної зміни змісту дисциплін, що вивчаються, і методології реалізації навчального процесу.

Для досягнення мети фундаменталізації освіти є необхідним [103]:

- змістити акцент уваги викладачів і студентів з проблеми вивчення прагматичних знань на проблеми розвитку загальної культури людини на основі пізнання кращих досягнень людства, а також на формування наукових форм системного мислення;
- змінити зміст і методологію навчального процесу так, щоб крім вивчення історії розвитку культури, суспільства і процесу формування сучасної науки, які, безумовно, необхідні для загального розвитку кожної людини, значна частина часу приділялася виробленню сучасних уявлень про цілісний зміст системи наук, перспективи їх подальшого розвитку.

З цією метою доцільно розробити і ввести в систему вищої освіти нові навчальні дисципліни, які узагальнювали б останні досягнення фундаментальних наук, зокрема в галузі інформатики.

При цьому слід зазначити, що йдеться не про просте збільшення кількості дисциплін, що вивчаються, а про формування принципово нових фундаментальних навчальних курсів для системи освіти, орієнтованих на

формування цілісних сучасних уявлень про наукову картину світу та здатність виходити на системний рівень його пізнання [104].

Виходячи з головної мети фундаментальної підготовки у вищій школі – формування творчої особистості фахівця – необхідно розробити навчальний процес такої ефективності та якості, який забезпечував би поступову трансформацію пізнавальної діяльності у професійну. Одночасно відповідно змінювалися б усі структурні ланки при переході від одного типу діяльності до іншого.

Таким курсом є дисципліна „Системи комп’ютерної математики” (один з розділів математичної інформатики), що вже впроваджується в навчальний процес педагогічних університетів. Системи комп’ютерної математики широко застосовуються в системі освіти західних країн. Їх освоєння дозволить говорити про інтеграцію нашої системи освіти у світову і про серйозне підвищення ролі фундаментальності освіти в галузі інформатики та математики.

Знання, покладені в основу вивчення математичної інформатики, повинні служити розвитку творчого потенціалу студента в найширшому розумінні цього слова: системне наукове мислення; конструктивне образне мислення; розвинена уява; просторове мислення; асоціативне мислення; хороша пам’ять; варіативність мислення.

Такий підхід при вивченні математичної інформатики сприятиме формуванню у студентів наукового світогляду, теоретичного мислення, що є ознакою фундаментальності професійної освіти, критерієм ефективності навчального процесу та системи розвивального навчання в педагогічному університеті.

В галузі інформатики вже накопичено достатньо досвіду і знань, що вимагає осмислення, систематизації, структуризації, теоретизування. А це буде в свою чергу сприяти перетворенню інформатики на фундаментальну науку. Використання повних, точних і адекватних методів і методології дасть можливість у фундаментальній науці і освітній дисципліні „Інформатика”:

- дотримуватися точних і строгих (формалізованих) правил дослідження інформаційних процесів і систем, що дозволяє виявити загальне, інваріантне в цих процесах і системах;
- формулювати точні і строгі (формалізовані) закони еволюції інформаційних процесів і систем, що дозволяє вивчати і актуалізувати загальне, інваріантне в цих процесах і системах, прогнозувати і підвищувати надійність прийнятих рішень;
- переосмислювати і перебудовувати раніше сформульовані правила і закони і визначати (розширювати) межі застосування знань та будувати технології застосування цих знань.

Домінантою освітнього процесу у вищих навчальних закладах в умовах стрімкого розвитку і зростання доступності відкритих інформаційних систем стає формування креативності, аналітичного мислення, комунікативних компетентностей, толерантності і здатності до самонавчання. Передавання „готових” знань перестає бути головним завданням навчального процесу, а фундаментальність освіти починає розглядатися в контексті здатності людини самостійно працювати, вчитися і перекваліфіковуватися. Постійна потреба людини в інформаційному суспільстві в набутті нових знань і навичок висуває необхідність реалізації ідей випереджаючої освіти як системи інтелектуального розвитку, що формує вміння аналізувати будь-які проблеми, встановлювати системні зв'язки, виявляти суперечності, знаходити для них розв'язання на рівні ідеальних, прогнозувати можливі варіанти розвитку таких розв'язань і т.д.

Для системи вищої освіти в Україні характерна недостатня інтеграція, „замкнутість” окремих дисциплін, що перешкоджає набуванню системних знань і фундаменталізації освіти. Зокрема, для усунення цих недоліків при підготовці фахівців з інформаційних технологій в навчальні плани педагогічних університетів доцільно ввести курс „Математична інформатика”.

Фундаментальність інформатичної освіти необхідно розвивати і вдосконалювати в нових умовах інформаційного суспільства. Фундаментальність сьогодні є основою професійної гнучкості, трансформації впродовж всієї професійної діяльності згідно з вимогами життя, що змінюються.

## 2.2. Мета навчання та зміст математичної інформатики в педагогічному університеті

Навчання математичної інформатики базується на матеріалі дисциплін, що вивчалися раніше, а саме математичний аналіз, алгебра і теорія чисел, аналітична геометрія, математична логіка і теорія алгоритмів, теорія ймовірностей та математична статистика, дискретна математика, алгоритмізація і програмування. Після вивчення дисципліни студент повинен знати класи інформаційних моделей та основні математичні методи отримання, зберігання, опрацювання, передавання, захисту, використання інформаційних ресурсів, а також вміти застосовувати математичний апарат аналізу та синтезу інформаційних моделей, програмування і навички роботи з математичними пакетами для розв'язування практичних задач.

*Мета навчання* математичної інформатики – засвоєння студентами теоретичних аспектів інформатики, пов'язаних з формальними системами, базами знань та моделями їх подання, моделями та алгоритмами прийняття рішень, теорією кодування та криптології, методами розпізнавання образів, а також знання методів програмування та систем комп'ютерної математики та вміння використовувати теоретичні знання при розв'язуванні практичних задач.

*Завдання навчання* математичної інформатики пов'язані з підвищенням рівня фундаментальної та професійної підготовки майбутніх викладачів інформатики і (або) фахівців з комп'ютерних наук завдяки підвищенню рівня інформаційної культури студентів та їхньої інформаційно-комп'ютерної підготовки шляхом збільшення фундаментальної складової навчання математичної інформатики за рахунок:

- поєднання теоретичних, прикладних та практичних аспектів інформатики;
- подання у систематизованій формі теоретичних відомостей про знання та моделі подання знань, алгоритми та методи прийняття рішень, елементи кодування та криптографії, методи розпізнавання образів, системи комп'ютерної математики та сформувані практичні навички їх застосування до розв'язування реальних практичних задач;
- ознайомлення студентів з історією розвитку окремих розділів математичної

інформатики та їх перспективами;

- поглиблення знань студентів з питань, що стосуються теоретичних основ інформатики, математичного моделювання, дослідження ефективності розв'язування математичних задач за допомогою систем комп'ютерної математики, аналізу та інтерпретації отриманих результатів;
- розвиток алгоритмічного стилю мислення студентів через розробку алгоритмів та їх програмну реалізацію;
- формування у студентів навичок самостійної роботи з теоретичним матеріалом та проблемно-орієнтованим програмним забезпеченням, зокрема системами комп'ютерної математики.

Одним з головних завдань при організації навчання математичної інформатики є поєднання теоретичного, прикладного та практичного аспектів її змісту. При цьому прикладний та практичний аспекти пов'язані з набуттям студентами навичок роботи та з вмінням застосовувати СКМ для розв'язування задач з інших дисциплін, а також використання різноманітних моделей та алгоритмів для прийняття раціональних рішень.

При формуванні змісту математичної інформатики для студентів педагогічного університету були використані наступні принципи: відповідності цілям математичної та інформатичної освіти, науковості, наступності, неперервності, перспективності, інтеграції, узагальнення, конструктивності.

Відповідно до тлумачення поняття „математична інформатика” (див. стор. 14) вивчення математичної інформатики пропонується проводити у двох напрямках. Вивчення інформаційних технологій, що призначені для дослідження математичних моделей, проводити у рамках курсу „Системи комп'ютерної математики”, зміст якого такий:

## 1. Вступ.

- 1.1. Предмет, мета та завдання курсу. Місце дисципліни у системі підготовки фахівців з комп'ютерних наук.
- 1.2. Етапи розв'язування задач за допомогою комп'ютера.
- 1.3. Огляд основних СКМ.



2. Синтаксис та основні команди системи Maple.
  - 2.1. Команди для розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем.
  - 2.2. Команди для символічних перетворень виразів.
  - 2.3. Команди для розв'язування задач математичного аналізу.
  - 2.4. Команди для побудови графічних об'єктів у системі Maple.
  - 2.5. Програмування у системі Maple.
3. Огляд основних пакетів системи Maple:
  - 3.1. Пакети для розв'язування задач лінійної алгебри (пакети `linalg` та `LinearAlgebra`).
  - 3.2. Пакети для розв'язування задач аналітичної геометрії (пакети `geometry` та `geom3d`).
  - 3.3. Пакети для розв'язування задач з теорії графів (пакет `networks`).
  - 3.4. Пакети для розв'язування задач математичної статистики (пакет `stats`).
4. Основні можливості використання системи Mathematica та її порівняння з системою Maple.
5. Загальна характеристика інших СКМ: Derive, Maxima, Matlab, Mathcad.

Вивчення основних моделей, методів і алгоритмів розв'язування задач математичної інформатики пропонується проводити у рамках спецкурсу „Математична інформатика”.

Динамічний розвиток сучасних інформаційних технологій вимагає інтеграції суміжних дисциплін на загальній фундаментальній основі. Значна частина теоретичної підготовки вчителя інформатики забезпечується саме при навчанні таких розділів як теорія множин, логіка висловлень і логіка предикатів, теорія графів, теорія ймовірностей та математична статистика, елементи теорії алгоритмів тощо, які належать до традиційних математичних курсів. Спецкурс „Математична інформатика” є інтегративним курсом, у якому поєднані розділи теоретичної інформатики, яким мало приділяється уваги при навчанні студентів інформатичних спеціальностей у педагогічних університетах. Зміст спецкурсу „Математична інформатика” містить такі питання:

1. Вступ.

- 1.1. Предмет, мета і завдання курсу. Місце дисципліни у навчальному плані.
- 1.2. Поняття інтелекту, інтелектуальної системи. Приклади інтелектуальних задач та систем.
2. Моделі подання знань та методи логічного виведення.
  - 2.1. Знання – інформаційна основа інтелектуальних систем.
  - 2.2. Семантичні моделі подання знань.
  - 2.3. Фреймові моделі подання знань.
  - 2.4. Логічні моделі подання знань. Метод резолюцій.
  - 2.5. Продукційні моделі подання знань.
3. Формалізація невірогідних та нечітких знань.
  - 3.1. Модальні логіки.
  - 3.2. Логічне виведення за невірогідних знань.
  - 3.3. Логічне виведення за невірогідних відомостей.
4. Моделі та методи прийняття рішень.
  - 4.1. Основні підходи до планування цілеспрямованих дій.
  - 4.2. Планування в просторі станів.
  - 4.3. Планування в просторі задач.
  - 4.4. Жадібні алгоритми.
  - 4.5. Динамічне програмування.
  - 4.6. Бектрекінг.
5. Розв'язування задач за допомогою моделювання.
  - 5.1. Класифікація моделей.
  - 5.2. Математичне моделювання.
  - 5.3. Задача розміщення.
  - 5.4. Мережі Петрі та їх використання.
6. Основи кодування повідомлень.
  - 6.1. Код і його характеристики.
  - 6.2. Алфавітне і рівномірне кодування.
  - 6.3. Достатні умови однозначності декодування. Властивості роздільних кодів.
  - 6.4. Оптимальне кодування (кодування з мінімальною надлишковістю).

6.5.Коди стійкі до перешкод. Коди Хеммінга.

## 7. Основи криптології.

7.1.Поняття шифру.

7.2.Шифри простої заміни.

7.3.Частотний аналіз.

7.4.Поліграмні, поліалфавітні шифри.

7.5.Шифрування блоками; шифрування перестановками.

7.6.Подання тексту у цифровій формі.

7.7.Шифр одноразового блокноту.

7.8.Кількаразове шифрування.

7.9.Алгоритм шифрування DES та його різновиди.

## 8. Розпізнавання образів.

8.1.Основні принципи розпізнавання образів.

8.2.Розпізнавання в просторі ознак.

8.3.Синтаксичні методи розпізнавання.

Така теоретична підготовка в галузі інформаційних технологій надасть можливість фахівцям у галузі інформатики не тільки використовувати пакети прикладних програм, але й брати участь у проектуванні інформаційних систем, інформаційному моделюванні з предметної галузі, об'єктивно оцінювати результати планування, проектування, експлуатації і супроводу інформаційних систем.

Власний досвід автора даного дослідження та дослідження інших фахівців [62-63; 78; 87; 122; 165; 196] підтвердили, що використання інформаційних технологій, зокрема СКМ, значно розширює межі застосування математичних методів та моделей для дослідження процесів у різних сферах людської діяльності. Широкий набір засобів для комп'ютерної підтримки аналітичних, обчислювальних та графічних операцій роблять сучасні СКМ одними з основних засобів у професійній діяльності вчителя-новатора, фізика-теоретика та дослідника, математика-аналітика, програміста, інженера, економіста-кібернетика і т.д. Тому їх освоєння та використання у навчальному процесі педагогічного

університету при вивченні дисциплін фізико-математичного циклу надасть можливість підвищити рівень професійної підготовки студентів, їх фізико-математичної та інформатичної культури.

### **2.3. Компоненти методичної системи навчання дисципліни „Системи комп’ютерної математики”**

Оснащення закладів середньої та вищої освіти сучасною комп’ютерною технікою та відповідним прикладним програмним забезпеченням є безумовно позитивним явищем. Проте для ефективного використання комп’ютерної техніки в процесі навчання не тільки інформатики, а й інших дисциплін, зокрема фізико-математичного циклу, цього недостатньо. Існує досить багато досліджень з впровадження та застосування інформаційних технологій, зокрема СКМ (див. наприклад, [52-55; 78; 87; 122; 165; 194; 195]), в навчальний процес. Однією з перешкод на шляху ефективного використання СКМ є недостатній обсяг знань, практичних вмінь та навичок роботи студентів з математичними пакетами. Усунення цієї перепони є однією з цілей вивчення дисципліни „Системи комп’ютерної математики” у педагогічному університеті для студентів фізико-математичних факультетів, що в свою чергу дасть можливість значно ефективніше використовувати СКМ при навчанні інших курсів.

Цікавим є дослідження, яке проводить С. Стейнхаус [229], стосовно порівняльної характеристики СКМ. Згідно його досліджень кращими за всіма категоріями порівняння є системи Mathematica 6.0 та Matlab, далі GAUUS 8.0 Maple V11. Характеристика основних СКМ, які використовуються у педагогічному університеті при навчанні дисциплін фізико-математичного циклу подано у [98].

Використання СКМ надає можливість виокремити два напрямки:

- 1) застосування СКМ при вивченні дисциплін фізико-математичного циклу та професійна значущість СКМ для вчителів математики, фізики;
- 2) використання СКМ при підготовці студентів інформатичних спеціальностей.

Методи інформатики та програмування, що використовуються в СКМ виходять за межі тих, що є типовими для чисельних методів.

Для створення та уточнення основних компонент методичної системи з курсу „Системи комп’ютерної математики” аналізувався досвід науковців (див. наприклад, [136; 196; 202]), які займалися подібним питанням. Проведений аналіз дає підстави зробити, що вивчення СКМ студентами різних ВНЗ проводиться у рамках дисциплін, які мають різну назву, наприклад, „Комп’ютерна математика”, „Комп’ютерний інструментарій математика”, „Пакет прикладних програм Mathematica” і за основу вивчення вибрано різні математичні пакети (Mathcad, Maple, Mathematica). Проте якщо не враховувати прив’язки до конкретної СКМ, зміст цих дисциплін не надто відрізняється один від одного, хоч можуть відрізнятися форми навчання. Як правило, вивчення СКМ проводиться у вигляді спецкурсу, обчислювальної практики.

У педагогічному університеті вивчення курсу „Системи комп’ютерної математики” на спеціальностях, де готують майбутніх вчителів інформатики, математики, фізики, має інтегративну значущість, оскільки базується на знаннях, здобутих студентами при вивченні інших дисциплін математичного циклу та програмування, актуалізує ці знання, стимулює утворення стійких зв’язків між знаннями, отриманими з різних предметів. Основна увага у навчанні дисципліни „Системи комп’ютерної математики” звертається на прийоми виконання базових математичних перетворень та програмування.

У ході дослідження на кафедрі інформатики та обчислювальної математики Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка автором розроблено навчальний посібник [98], спрямований на підвищення практичної значущості результатів навчання студентів інформатичних спеціальностей.

### **2.3.1 Цілі та завдання курсу „Системи комп’ютерної математики”.**

Вивчення СКМ на інформатичних спеціальностях у педагогічному університеті доцільно починати не раніше, ніж на другому курсі навчання, коли студенти вже вивчили елементи дискретної математики, математичного аналізу, лінійної

алгебри та аналітичної геометрії, а також прослухали курс „Алгоритмізація” і знайомі хоча б з однією мовою програмування (C або Pascal). Проте використовувати деякі СКМ (наприклад, Gran1, Maxima), які надзвичайно легкі для опанування, можна і на першому курсі навчання.

Пропонований курс „Системи комп’ютерної математики” призначений для студентів інформатичних спеціальностей. По-перше, коло вибраних ними інтересів передбачає використання комп’ютера як предмету, так і засобу навчання. Успіх в майбутній професійній діяльності залежить від того, наскільки володіють вони знаннями, вміннями та навичками роботи за комп’ютером, наскільки вони здатні оволодіти новими програмними засобами. Систематичне вивчення інформаційних технологій, зокрема систем комп’ютерної математики, сприяє формуванню у студентів ставлення до комп’ютера і як до засобу розв’язування професійних задач.

По-друге, у студентів відзначається підвищений інтерес до таких інформаційних технологій як системи комп’ютерної математики. Такі студенти отримують більш глибокі знання не тільки з математичних дисциплін, але й з інформатики. Як правило, у них нема психологічного бар’єру перед використанням складних програмних засобів. Навпаки, їх притягують створені на високому професійному рівні програми, і вони помічають унікальні можливості використання таких систем.

Даний курс, призначений для вивчення СКМ, буде сприяти:

- розширенню та поглибленню знань студентів як з інформатики, так і з математичних дисциплін;
- оволодінню студентами вміннями розв’язувати задачі різноманітного характеру за допомогою систем комп’ютерної математики;
- формуванню навичок застосування сучасних математичних пакетів у процесі вивчення фізико-математичних дисциплін і в майбутній професійній діяльності.

*Мета курсу:* вивчення систем комп’ютерної математики та можливостей застосування математичних пакетів до розв’язування практичних задач, що передбачає:

- розуміння проблематики дисципліни для правильного використання СКМ;
- розуміння методології розробки алгоритму від математичної ідеї до формулювання алгоритму та вміння застосувати цю методологію;
- вміння здійснювати обґрунтування та оцінку складності алгоритму за часом виконання і необхідної пам'яті.

Навчання курсу „Системи комп'ютерної математики” передбачає реалізацію таких цілей:

- стратегічних:
  - соціальна значущість отриманих знань;
  - підготовка до життя в умовах інформаційного суспільства;
- діагностичних:
  - оволодіння комплексом знань і умінь, що включають знання як з математичних дисциплін, так і навички роботи з системами комп'ютерної математики для розв'язування практичних задач;
  - розвиток інтересу, позитивної мотивації як до вивчення математичних дисциплін, так і до вивчення комп'ютерних наук, сучасних СКМ;
  - розвиток особистості студента, становлення міжособових відносин і взаємин, взаємодії, взаємовпливу;
  - розвиток творчих здібностей і самостійності.

*Завдання курсу* полягає у формуванні інформаційної культури студентів завдяки:

- ознайомленню з можливостями застосування найбільш відомих СКМ (Derive, Maple, Mathematica, Matlab, Mathcad, Maxima);
- набуттю навичок роботи з математичними пакетами;
- освоєнню спеціальної термінології;
- набуттю навичок математичного моделювання;
- використанню СКМ для розв'язування практичних задач;
- набуттю навичок програмування в СКМ.

Після вивчення курсу „Системи комп'ютерної математики” студенти повинні знати призначення та основні можливості використання математичних

пакетів, вміти застосовувати їх для розв'язування різноманітних математичних задач.

Доцільно детально вивчати одну СКМ, а інші – оглядово, розглянути тільки їх основні принципи роботи. Наприклад, детально вивчається система Maple, кілька занять відводиться для порівняння системи Maple з системою Mathematica (оскільки це універсальні СКМ), а про пакети MuPAD, Mathcad, Matlab, Maxima подаються короткі відомості, основні принципи роботи з ними. Зазначимо, що за основу вивчення курсу СКМ можна обрати й систему Mathematica. Вибір системи Maple за основу навчання обумовлений тим, що:

- ядро системи Maple для символьних перетворень використовують такі СКМ як Matlab та Mathcad (включно до версії Mathcad 13);
- система Maple (як і система Mathematica) є однією з кращих для виконання символьних обчислень;
- синтаксис системи Maple подібний до синтаксису мови програмування Pascal, яку студенти вивчають на першому курсі.

Зрозуміло, що системи Maple чи Mathematica можна застосовувати й надалі у навчанні інших курсів: „Методи оптимізації”, „Теорія ймовірностей та математична статистика”, „Чисельні методи розв'язування рівнянь математичної фізики”, на яких студенти зможуть поглибити свої знання як з СКМ, так і з тих дисциплін, при вивченні яких вони використовуються. Детальніше ознайомитися, наприклад, з системою Matlab студенти зможуть при вивченні курсів „Теорія управління”, „Математичне моделювання та системний аналіз”.

Розподіл годин за видами робіт на вивчення дисципліни „Системи комп'ютерної математики” подано додатку Б.

**2.3.2 Організаційні форми навчання дисципліни „Систем комп'ютерної математики”.** Дисципліна „Системи комп'ютерної математики” вивчається протягом двох семестрів. Організаційні форми: лекції та лабораторні роботи. Плануються також інші види навчання: позааудиторне вивчення навчально-методичної літератури з курсу та самостійна робота, пов'язана з опануванням



СКМ та їх застосуванням до розв'язування практичних задач, виконання індивідуальних завдань.

*Лекції* проводяться для всієї групи (або кількох груп) в аудиторії, оснащеною мультимедійним проектором, що надає можливість наочно демонструвати можливості використання СКМ. Для проведення лекції зручно використовувати презентації, виконані у MS PowerPoint, або безпосередньо використовувати конкретну СКМ, створивши файл, у якому містяться необхідні відомості з теми заняття. Це дозволяє зекономити час для використання для більш глибокого вивчення предмету.

До недоліків лекції можна віднести:

- лекція привчає до пасивного сприймання чужих думок, сповільнює самостійне мислення;
- деякі студенти встигають осмислити слова лектора, а деякі – механічно записати ці слова;
- лекція зменшує потяг до самостійного здобування знань.

У навчальному процесі можуть виникати ситуації, коли лекція не може бути замінена жодною формою навчання, а саме:

- новий навчальний матеріал з певної теми ще не знайшов відображення в існуючих підручниках або деякі його розділи застаріли;
- окремі теми курсу особливо важкі для самостійного вивчення і вимагають методичного опрацювання викладачем;
- з основних проблем курсу існують різні (іноді суперечливі) концепції, тому лекція необхідна для їх об'єктивного висвітлення.

Перерахуємо переваги лекції:

- можливості творчого спілкування лектора з аудиторією, співтворчість, емоційна взаємодія завдяки живому слову лектора;
- лекція – економний спосіб подання теоретичних відомостей;
- під час лекції активізується мислительна діяльність студентів, якщо лектор контролює увагу студентів, спонукає їх слідувати за ходом своїх думок;
- лектор є зразком для майбутнього вчителя.

Лектор не лише повинен досконало знати предмет, а й зрозуміло для студентів його подавати, що, в свою чергу, передбачає послідовність, наочність подання, свідоме засвоєння матеріалу студентами, і як наслідок, його розуміння. Від майстерності лектора залежить максимальне використання потенційних можливостей використання лекційної форми організації навчання. Проте навчання продовжується на лабораторних (практичних) заняттях і поглиблюється під час самостійної роботи студентів.

На лабораторних заняттях поєднуються закріплення теоретико-методологічних знань і практичних вмінь і навичок студентів в процесі діяльності навчально-дослідницького характеру. Студентам на вивчення кожної теми з курсу „Системи комп’ютерної математики” пропонуються методичні матеріали (див. [98]).

Основними цілями проведення і виконання лабораторних робіт з курсу „Системи комп’ютерної математики” є:

- поглиблене освоєння студентами теоретичних положень дисципліни, отримання практичних навичок постановки і розв’язування задач;
- освоєння студентами прийомів, методів і способів розв’язування задач з використанням СКМ;
- формування у студентів вмінь та навичок роботи з СКМ;
- засвоєння прийомів, методів і способів опрацювання, уявлення та інтерпретації результатів проведених досліджень;
- набуття практичних навичок добору, налаштування і застосування СКМ для науково-дослідної роботи.

Для ефективного досягнення перерахованих вище цілей студенти повинні:

- розуміти зміст і значущість цілей кожної лабораторної роботи;
- знати теоретичний матеріал, на основі якого проводиться лабораторне заняття;
- розуміти обґрунтованість застосування в лабораторній роботі конкретних інструментів дослідження;
- знати особливості методів (способів) розв’язування завдань, що пропонуються.

Найважливішим елементом лабораторних занять є завдання. Завдання даються студентам з врахуванням основ теорії, поданої на лекції. Як правило, на лабораторному занятті основна увага звертається на формування конкретних умінь та навичок, що і визначають зміст діяльності студентів – розв’язування задач, графічні роботи, уточнення категорій і понять дисципліни, що вивчається. Аналізуючи завдання із студентами, викладачеві слід звертати особливо увагу на формування здатностей до осмислення і розуміння матеріалу з теми.

На лабораторному занятті академічна група поділяється на підгрупи (як правило, 9-12 студентів, в залежності від чисельності академічної групи). Це дає можливість кожному студентові надати окреме робоче місце, оснащене комп’ютером з відповідним програмним забезпеченням, індивідуально проводити дослідження, самостійно опрацьовувати та аналізувати отримані результати. Це сприяє більш свідомому виконанню студентами завдань і ґрунтовному засвоєнню навчального матеріалу, сприяє набуттю студентами навичок наукової організації праці.

Лабораторні роботи з курсу „Системи комп’ютерної математики” проводяться за індивідуальними завданнями. Така організація лабораторних занять дає можливість забезпечити професійну спрямованість навчального процесу, оскільки у майбутньому, під час трудової діяльності, студентам доведеться в основному самостійно вирішувати проблеми, враховуючи надзвичайно швидку зміну і розвитко інформаційних технологій.

**2.3.3. Методика навчання розділу „Огляд основних пакетів системи Maple”.** При запуску системи Maple в пам’ять комп’ютера завантажується тільки ядро, яке є основним її компонентом. У ньому містяться програми, без яких Maple не може функціонувати, а також програми, за допомогою яких реалізуються низькорівневі команди виконання простих аналітичних перетворень. До них належать інтерпретатор мови Maple, програми роботи з числовими даними, а також програми, за якими відображаються результати виконання команд Maple і виконуються інші операції введення/виведення. Ядро складається з програм,

описаних мовою С. Інша частина програм, на основі яких реалізується функціональність Maple, описана мовою Maple і зберігається у бібліотеці, яка складається з двох частин: основної бібліотеки та численних пакетів, у яких згруповані команди для розв'язування математичних задач певного класу.

Основна бібліотека програм містить команди Maple, які найчастіше використовуються. Команди основної бібліотеки можна використовувати одразу після запуску системи Maple. Програми, описані мовою Maple, являють собою компактні процедури (модулі).

Якщо команда, необхідна для виконання математичних перетворень, не міститься в ядрі чи основній бібліотеці, то користувачеві доводиться явно звертатися до пакету або тільки до однієї команди з пакету, щоб мати можливість використовувати команду, яка потрібна.

Пакет у Maple – це набір команд для розв'язування певного класу математичних задач або деяких задач графічного подання даних. Для того, щоб використовувати команди якого-небудь пакету, необхідно до нього звернутися за командою

```
with(package);
```

де в якості параметра package задається ім'я пакету.

Вивчення розділу „Огляд основних пакетів системи Maple” складається з таких тем як „Пакети для розв'язування задач лінійної алгебри (пакети `linalg` та `LinearAlgebra`)”, „Пакети для розв'язування задач аналітичної геометрії (пакети `geometry` та `geom3d`)”, „Пакет для розв'язування задач з теорії графів (пакет `networks`)”, „Пакет для розв'язування задач математичної статистики (пакет `stats`)”. Вибір пакетів системи Maple для вивчення обумовлений тим, що студенти спеціальності „Інформатика” на першому курсі ознайомилися з елементами лінійної алгебри, аналітичної геометрії, теорії графів, на другому курсі вивчають дисципліну „Теорія ймовірностей та математична статистика”.

Розглянемо методику навчання теми „Пакети для розв'язування задач аналітичної геометрії (пакети `geometry` та `geom3d`)”.

В курсі аналітичної геометрії у педагогічних ВНЗ вивчаються геометричні об'єкти за допомогою рівнянь, якими вони описуються, причому порядок цих рівнянь не перевищує двох. На площині це пряма, еліпс, парабола, гіпербола, в просторі – пряма, площина, еліпсоїд, гіперболоїд, параболоїд тощо.

На початку лекційного заняття студентам пропонується розв'язати наступну задачу, використовуючи відомі їм команди системи Maple (команди з геометричних пакетів студентам поки що невідомі).

*Задача.* Скласти рівняння площин, паралельних площині  $2x-2y-z-3=0$  і віддалених від неї на відстань  $d=5$  [85].

Зрозуміло, студенти запропонують алгоритм розв'язування задачі і його опис командами системи Maple. Проте така реалізація вимагатиме задання всіх формул, необхідних для розв'язування запропонованої задачі і відповідно більш часозатратна. Зокрема:

```
> a1:=2*x-2*y-z=0;#визначення заданої площини
```

$$a1:=-2x-2y-z=0$$

```
> a2:=2*x-2*y-z+D=0;# задання рівняння шуканої площини з
#невідомим параметром D;
```

$$a2:=-2x-2y-z+D=0$$

Далі вибираємо довільну точку на площині  $a2$ . Якщо задати координати  $x$  та  $y$  рівними нулю, то координата  $z$  буде дорівнювати вільному члену:

```
> p:=vector(3,[0,0,D]);
```

$$p:=[0,0,D]$$

Обчислимо відстань від цієї точки до площини  $a1$ :

```
> m:=sqrt(op(1,op(1,lhs(a1)))^2+
op(1,op(2,lhs(a1)))^2+
op(1,op(3,lhs(a1)))^2);
```

$$m:=\sqrt{3}$$

```
> vidst:=abs(eval(lhs(a1),[x=p[1],y=p[2],z=p[3]]))/m;
```

$$vidst:=\frac{1}{\sqrt{3}}|D|$$

Визначення параметра  $D$ :

```
> res:=solve(vidst=d,D);
```

$$res:=[5,-15]$$

Визначення рівняння площин, паралельних площині  $2x-2y-z-3=0$  і віддалених від неї на відстань  $d=5$ :

```
> simplify(eval(a2,D=res[1]));
```

$$2x-2y-z+15=0$$

```
> simplify(eval(a2,D=res[2]));
```

$$2x-2y-z-15=0$$

Більшість студентів розв'яжуть задачу, проте для цього затратять порівняно багато часу (15-25 хвилин).

Після цього наголошується, що процес розв'язування задач з аналітичної геометрії (як на площині, так і в просторі) можна спростити, використовуючи команди геометричних пакетів. Далі подається загальна характеристика геометричних пакетів.

Система Maple містить два геометричні пакети: `geometry` – для розв'язування задач планіметрії, `geom3d` – для розв'язування задач стереометрії. Щоб використовувати команди цих пакетів, до них потрібно звернутись за вказівкою `with`. У кожному пакеті, крім команд задання геометричних об'єктів (відрізка, прямої, площини, кола, сфери і т.д.), є команди для обчислення деяких характерних величин (площі, об'єму та ін.), а також структури менш стандартних об'єктів (наприклад, лінії Ейлера). Всі геометричні об'єкти, що визначаються за допомогою одного з цих пакетів, можуть використовуватися тільки в межах дії даного пакету. Для всіх геометричних пакетів характерний наступний спосіб визначення об'єктів: перший параметр команди задає ім'я об'єкта, далі – власне відомості про об'єкт. Цим геометричні пакети відрізняються від звичного в системі Maple визначення змінної або структури за допомогою операції надання значень. Для перегляду полів структури, якою описується геометричний об'єкт, використовується команда `detail`. Для графічного подання геометричних об'єктів використовується команда `draw`. При побудові зображень кількох геометричних об'єктів на одному рисунку можна вказувати параметри графічного зображення (наприклад, колір) кожного об'єкта. Результатом виконання команди є структури дво- або тривимірної графіки, тому при зверненні до команди `draw` використовуються параметри, аналогічні до графічних.

Доцільно розповісти про способи задання геометричних об'єктів (наприклад, пряма визначається двома точками або рівнянням, площина визначається трьома точками, рівнянням), дії з ними (наприклад, обчислення площі сфери) та команди перевірки умов (наприклад, чи прямі паралельні). Команди пакету `geom3d` зручно подати у таблиці (див. табл. 2.1) за допомогою комп'ютера та мультимедійного проектора.

Таблиця 2.1

### Команди задання трьохвимірних геометричних об'єктів та дії з ними

Команда	Призначення
<code>area</code>	Обчислення площі трикутника, сфери або многогранника
<code>center</code>	Визначення центру геометричного об'єкту
<code>form</code>	Виведення відомостей про тип геометричного об'єкту
<code>intersection</code>	Визначення перетину двох або трьох геометричних об'єктів
<code>parallel</code>	Визначення площини або прямої, що проходить через задану точку та паралельна площині або прямій
<code>plane</code>	Задання площини
<code>sphere</code>	Задання сфери
<code>sides</code>	Визначення величини ребра правильного многогранника
<code>Tetrahedron</code>	Задання тетраедра чотирма точками
<code>Vertices</code>	Виведення координат вершин многогранника
<code>volume</code>	Обчислення об'єму кулі або многогранника

Аналогічним чином подаються відомості і про команди пакету `geometry`.

У кінці лекції процес розв'язування запропонованої студентам на початку заняття задачі ілюструється з використанням команд геометричного пакету `geom3d`.

**> with(geom3d) :# звернення до команд пакету**

Побудуємо задану площину ( $a_1$ ), а паралельну площину ( $a_2$ ) задамо як рівняння з одним невідомим – вільним членом  $D$ , а всі коефіцієнти при

незалежних змінних будуть дорівнювати відповідним коефіцієнтам заданої площини:

```
> plane (a1, 2*x-2*y-z=0, [x, y, z]) :
```

```
plane (a2, 2*x-2*y-z+D=0, [x, y, z]) :
```

Знайдемо коефіцієнт  $D$  з умови, що відстань  $d$  між цими площинами дорівнює 5:

```
> d:=distance (a1, a2) ;
```

$$d := \frac{1}{3} D$$

```
> D1:=solve (d=5, D) ;
```

$$D1 := 15 - 15$$

Команди пакету стереометрії `geom3d` подібні до команд пакету `geometry`. Багато команд пакету `geom3d` відрізняються від команд пакету `geometry` тільки додаванням однієї координати в параметрах, проте існують й інші, які властиві тільки тривимірній геометрії.

Знайдемо рівняння площин, паралельних площині  $2x-2y-z-3=0$  і віддалених від неї на відстань  $d=5$ :

```
> subs (D=D1 [1], Equation (a2)) ;
```

```
subs (D=D1 [2], Equation (a2)) ;
```

$$2x - 2y - z + 15 = 0$$

$$2x - 2y - z - 15 = 0$$

Під час виконання лабораторної роботи „Пакети для розв’язування задач аналітичної геометрії (пакети `geometry` та `geom3d`)” студентам пропонуються розв’язати кілька задач з аналітичної геометрії, наприклад дві з планіметрії та дві зі стереометрії, використовуючи команди геометричних пакетів. Для порівняння можна запропонувати студентам розв’язати по одній задачі з планіметрії та зі стереометрії без використання команд геометричних пакетів. Це можуть бути наступні задачі:

1. Рівняння однієї зі сторін квадрата  $2x-3y+5=0$ . Скласти рівняння трьох інших сторін квадрата, якщо точка з координатами  $(-2;1)$  є точкою перетину його діагоналей.



2. Знайти точку перетину площини, що визначається точками  $A(-1;5;7)$ ,  $B(0;1;-3)$ ,  $C(1;-3;3)$ , з нормаллю, проведеною до даної площини через точку  $D(-1;3;3)$ . Побудувати в одній системі координат задану площину та нормаль.

На лабораторному занятті студентам пропонується виконати завдання: розв'язати кілька типових задач з аналітичної геометрії, використовуючи команди пакетів *geometry* та *geom3d*.

Крім завдань до лабораторних робіт, при вивченні розділу „Огляд основних пакетів системи Maple” студентам пропонується самостійно виконати проект „Використання системи Maple для розв'язування деяких спеціальних задач”. Завдання студентів полягає у ґрунтовнішому вивченні команд пакетів системи Maple для розв'язування нестандартних задач лінійної алгебри, аналітичної геометрії, теорії графів, математичної статистики. Після вивчення розділу „Огляд основних пакетів у системі Maple” студенти захищають свої проекти. Захист відбувається у позааудиторний час. За добре виконаний проект студенти отримують додаткові бали.

*Примітка.* Подібним чином (мотивація навчання, подання матеріалу, завдання до виконання лабораторної роботи) подається лекційний матеріал при навчанні інших тем розділу. Наприклад, при вивченні пакету для розв'язування задач математичної статистики студентам пропонується завдання: знайти розмах, моду, медіану вибірки. Зрозуміло, що якщо кількість елементів у вибірці невелика, то таке завдання не викличе у студентів жодних труднощів. Проте якщо вибірка складається з 1000 елементів, то таке завдання без комп'ютера, зокрема без використання СКМ, виконати надзвичайно складно. Після цього подається характеристика пакету *stats*. На лабораторному занятті кожен студент отримує індивідуальне завдання.

**2.3.4. Методичні аспекти навчання дисципліни „Системи комп'ютерної математики”.**

**2.3.4.1. Вступне заняття.** На вступній лекції викладач знайомить студентів з поняттям „комп'ютерна математика”, метою і призначенням курсу „Системи

комп'ютерної математики”, його роллю і місцем в системі навчальних дисциплін. Потім подається короткий історичний огляд розвитку СКМ. Під час такої лекції наголошується на перевагах СКМ (можливість виконувати символічні перетворення виразів) над традиційними мовами програмування (Pascal, Basic), окреслюються перспективи розвитку СКМ та їх місця в науково-практичній діяльності людини. У вступній лекції важливо пов'язати теоретичний матеріал з майбутньою професією студентів, зокрема звертається увага на те, що за допомогою СКМ, можна досліджувати різноманітні математичні моделі, створювати власні програми та використовувати СКМ при вивченні деяких математичних дисциплін, наприклад „Методи оптимізації”, „Методи обчислень”, „Теорія ймовірностей та математична статистика”. Далі доцільно розповісти про загальну методику роботи над курсом, дати характеристику підручників та навчальних посібників, розповісти про вимоги, що ставляться перед студентами. Подібний вступ допомагає студентам отримати загальне уявлення про предмет, орієнтує їх на систематичну роботу над конспектами та літературою, знайомить з методикою роботи над курсом. Доцільно також дати загальну характеристику системам комп'ютерної математики, основним можливостям їх використання (конкретніше зупинитися на характеристиці тієї СКМ, яка буде вивчатися детальніше, наприклад Maple), ознайомити студентів з етапами розв'язування задач за допомогою комп'ютера. Під час характеристики системи Maple слід повідомити студентів про стандартні математичні функції, їх синтаксис та основні типи даних.

*Мета виконання лабораторної роботи:* ознайомлення з системою Maple та основами роботи з нею. Під час цієї роботи розглядаються наступні питання: запуск системи Maple, робота з пунктами головного меню, операції з файлами, панель інструментів, контекстна панель та палітри введення, введення та редагування виразів, робота з довідковою системою в пакеті Maple, конструювання виразів та виконання арифметичних операцій над числами, змінними та функціями у системі Maple, призначення дужок (круглих, фігурних, квадратних), виконання підстановок.

Під час виконання лабораторної роботи „Основи синтаксису. Стандартні математичні функції та операції” студентам пропонується виконати наступні завдання:

- розпочати нову сесію Maple;
- ввести кілька математичних виразів, що містять стандартні математичні функції та оператори, використовуючи у якості змінних латинські та грецькі літери. Математичний вираз має містити кілька функцій (три-чотири) та кілька змінних (дві-три). Обчислити значення виразу при різних значеннях змінних;
- зберегти файл з результатами виведення та без них у форматі Maple Worksheet. Зберегти файл з результати виведення у форматах txt та rtf. Назву файлу дати за власним прізвищем.

Крім перерахованих завдань, студентам пропонуються й інші (див. додаток З).

Після виконання лабораторної роботи „Основи синтаксису. Стандартні математичні функції та операції” студенти повинні знати призначення та функції палітр, стандартні математичні функції та операції, панелі інструментів та контекстної панелі, пунктів головного меню та вміти користуватися ними, а також довідкою у системі.

#### **2.3.4.2. Команди для розв’язування рівнянь, нерівностей та їх систем.**

Розв’язування задач в багатьох випадках зводиться до розв’язування рівнянь, нерівностей або їх систем.

На лекційному занятті звертається увага студентів на те, що рівняння у системі Maple подаються у вигляді двох виразів, з’єднаних знаком рівності (=). Вираз рівняння можна надавати як значення звичайній змінній, можна виконувати перетворення, використовуючи арифметичні дії, що виконуються окремо для лівої та правої частин рівнянь. Нерівність у Maple подається як два вирази, з’єднаних знаками  $\geq$  (більше або рівне),  $\leq$  (менше або рівне),  $>$  (більше),  $<$  (менше).

Далі характеризується команда solve, за допомогою якої можна розв’язувати алгебраїчні рівняння, нерівності та їх системи; команда fsolve призначена для чисельного розв’язування рівнянь та їх систем. Також увагу студентів слід

звернути на виконання перевірки та надання змінним, відносно яких розв'язується рівняння (система рівнянь), значень розв'язків рівняння (системи рівнянь). Також подаються відомості про команди `isolve` (розв'язування рівняння у цілих числах) та `roots` (визначення коренів рівняння та їх кратності).

*Мета виконання лабораторної роботи:* формування вмінь та навичок використання команд для розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем, застосування команд для розв'язування практичних задач.

При виконанні лабораторної роботи „Команди розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем” студентам пропонується виконати наступні завдання:

- розв'язати рівняння, систему рівнянь, нерівність;
- розв'язати трансцендентне рівняння;
- розв'язати рівняння в цілих числах.

При виконанні лабораторної роботи студентам пропонуються завдання на складання рівнянь, нерівностей або їх систем. Це може бути, наприклад, завдання типу: вкажіть межі розміщення коренів рівняння  $x^2 - 2ax + 1 = 0$ , якщо  $a \in (0, 4)$ .

**2.3.4.3. Команди для символьних перетворень виразів.** Однією з основних переваг універсальних систем комп'ютерної математики, до яких належить і Maple, є можливість виконання символьних перетворень виразів.

Для роботи з символьними виразами існує велика кількість функцій чи команд. Наприклад, можна знайти похідну символьного виразу за будь-якою змінною чи знайти невизначений інтеграл, в якому в якості підінтегральної функції використовується символьний вираз, можна спростити такий вираз тощо.

Перетворюючи математичні вирази, як правило, доводиться виконувати багато рутинних операцій: зводити подібні члени, розкласти на множники, розкривати дужки, робити підстановки тощо. У системі Maple передбачено автоматизацію виконання цих операцій, і складні аналітичні перетворення математичних виразів виконуються за допомогою кількох наступних команд: `factor` (розклад на множники), `expand` (розкриття дужок), `collect` (зведення подібних доданків), `simplify` (спрощення виразу) тощо.

На лекційному занятті, присвяченому темі „Символьні перетворення виразів”, повідомити студентів про основні команди символічних перетворень виразів, їх призначення, синтаксис та можливості застосування. Доцільно розглянути кілька основних команд, а саме:

- команда для спрощення виразу – `simplify`;
- команду для розкривання дужок у виразі – `expand`;
- команду для розкладу виразу на множники – `factor`;
- команду для зведення виразу, що складається з алгебраїчних дробів, до спільного знаменника та скорочення чисельника та знаменника на найбільший спільний дільник – `normal`;
- команду для зведення математичного виразу до компактного вигляду, в якій використовуються різноманітні правила спрощення математичних виразів – `combine`;
- команду для зведення подібних доданків у виразі – `collect`.

Також слід повідомити студентів про призначення та використання команди `assume`, за якою накладаються обмеження на невідомі величини. Особливу увагу студентів слід звернути на виконання підстановок за командою `subs`.

*Мета виконання лабораторної роботи:* формування вмінь та навичок використання команд для виконання символічних перетворень виразів, застосування їх для розв’язування практичних задач.

При виконанні лабораторної роботи „Команди для символічних перетворень виразів” студентам пропонується виконати наступні завдання:

спростити вирази та зробити підстановку;

- розкласти многочлени на множники та перевірити правильність розкладу за допомогою відшукування коренів;
- перевірити тотожність;
- подати дріб у вигляді суми елементарних дробів, причому щоб виконання завдання було у формі лінійної програми; перевірити правильність відповіді при зведенні суми дробів до спільного знаменника;

– обчислити границю функції, використовуючи перетворення над виразом. Для такого завдання, як правило, добираються завдання виду  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ , де у точці

$x = x_0$  вираз  $\frac{f(x)}{g(x)}$  має невизначеність  $\frac{0}{0}$  або  $\frac{\infty}{\infty}$  і щоб її позбутися, слід виконати

певні перетворення над чисельником та знаменником виразу. Якщо невизначеності позбулися, то обчислити значення виразу у точці  $x = x_0$ . Це може

бути таке завдання: знайти границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{x}$ .

**2.3.4.4. Команди для розв’язування деяких задач математичного аналізу.** Студенти другого курсу педагогічного університету спеціальності „Інформатика” ознайомлені з деякими поняттями математичного аналізу, а саме: числова послідовність, границя послідовності та функції, неперервність функції, поняття, пов’язані з диференціальним та інтегральним численням, розвинення функцій в ряд тощо.

На лекції слід повідомити студентів про виконувани („активні”) та невиконувани („пасивні”) форми команд, пояснити їх призначення. Далі розглянути команди, які використовуються для розв’язування задач математичного аналізу:

- команда для обчислення границь – limit;
- команда для перевірки функції на неперервність – iscont;
- команда для визначення можливих точок розриву функції – discont;
- команди для обчислення сум та добутків – sum та product;
- команда диференціювання – diff;
- команда для дослідження функції на екстремум – extrema, minimize та maximize;
- команди для обчислення первісної функції, визначеного, подвійного та потрійного інтегралів – int, Doubleint, Tripleint;
- команди для розвинення функції в ряд – series, taylor;

*Мета виконання лабораторної роботи:* формування вмінь та навичок використання команд для розв'язування задач математичного аналізу та практичні застосування.

На лабораторному занятті з теми „Команди для розв'язування деяких задач математичного аналізу” пропонуються завдання з використанням вище зазначених команд, а саме:

- дослідження функцій на неперервність та визначення точок розриву;
- дослідження функцій засобами диференціального числення;
- обчислення первісних, зокрема інтегрування частинами;
- обчислення визначеного, подвійного, потрійного інтегралів та їх застосування до розв'язування практичних задач (обчислення площі, об'єму, довжини дуги кривої тощо);
- дослідження рядів на збіжність;
- розвинення функції в ряд та застосування рядів до обчислення визначених інтегралів;
- обчислення мінімумів та максимумів функцій однієї та кількох змінних.

Зауважимо, що для добору завдань для виконання даної лабораторної роботи можна використовувати збірник задач з математичного аналізу, наприклад [47].

**2.3.4.5. Команди для побудови графічних об'єктів.** СКМ приваблюють користувачів не тільки можливостями реалізації алгоритмів виконання аналітичних перетворень, але розвиненою графікою, починаючи від побудови простих двохвимірних графіків кривих та закінчуючи складними тривимірними поверхнями та анімацією дво- та тривимірних зображень. Основні графічні операції в системі Maple – це:

- зображення кривих, що задаються функціями від однієї дійсної змінної, параметрично та неявно;
- рисування векторних та градієнтних полів функції двох змінних;

- зображення даних, що відповідають координатам точок як на площині, так і тривимірному просторі;
- побудова поверхонь, що задаються функцією двох дійсних змінних, параметрично заданих кривих та поверхонь у тривимірному просторі, зображення неявно заданих поверхонь;
- конструювання дво- та тривимірних графічних об'єктів (кіл, сфер, відрізків, прямокутників тощо) та маніпуляції з ними;
- дво- та тривимірна анімація з використанням графічних об'єктів.

На лекції характеризуються команди, за допомогою яких можна будувати графічні об'єкти як на площині, так і в просторі, як явно, так і неявно, параметрично та таблично заданих функцій. Особливу увагу студентів слід звернути на деякі команди пакету `plottools` та на побудову дво- та тривимірних графічних структур (примітивів).

*Мета виконання лабораторної роботи:* формування вмінь та навичок використання команд для побудови графічних об'єктів.

Під час виконання лабораторної роботи „Команди для побудови графічних об'єктів” студентам пропонується виконати наступні завдання:

- побудувати графіки залежностей, заданих явно, неявно, параметрично, таблично, в полярній системі координат, криву в просторі;
- побудувати графічні об'єкти за допомогою графічних примітивів (коло, еліпс, пряму, точку, конус, сферу тощо);
- побудувати графік функції  $y=f(x)$ , дотичну до графіка функції  $y=f(x)$  у точці  $A(x_0, y_0)$  та похилі асимптоти;
- побудувати поверхню  $z=f(x, y)$ , дотичну площину до поверхні  $z=f(x, y)$  у точці  $B(x_0, y_0, z_0)$ ;
- побудувати площину, яка визначається точками  $A(x_1, y_1, z_1)$ ,  $B(x_2, y_2, z_2)$ ,  $C(x_3, y_3, z_3)$ . До даної площини провести нормаль, що проходить через точку  $D(x_0, y_0, z_0)$ .



За робочою програмою на виконання лабораторної роботи „Побудова графічних об’єктів у системі Maple” відводиться шість аудиторних годин: три на двовимірну графіку та три на тривимірну графіку.

**2.3.4.6. Елементи програмування.** На заняттях з теми „Елементи програмування” вивчається створення користувачем власних функцій, програм, процедур, модулів мовою програмування, вбудованою в Maple. Для цього в пакеті Maple міститься великий набір команд та конструкцій, аналогічних до конструкцій відомих мов програмування (наприклад, Pascal).

До вивчення теми „Елементи програмування” студенти використовували пакет Maple як систему для аналітичних обчислень, проте можливості його використання цим не обмежуються. Система Maple має власну мову програмування, що дає можливість створювати власні функції, процедури, модулі, пакети розширень і в наступній роботі використовувати їх як вбудовані команди.

Вивчення будь-якої мови програмування починається з алфавіту, типів даних та допустимих операцій над ними – з цим студенти ознайомилися на перших заняттях з дисципліни.

На лекціях, присвячених темі „Елементи програмування”, слід розглянути умовний оператор if, оператори циклу, створення процедур-функцій, процедур, модулів. Особливу увагу студентів слід звернути на створення циклічних структур та процедур.

*Мета виконання лабораторної роботи:* формування вмінь та навичок програмування у системі Maple.

Лабораторна робота „Елементи програмування” включає кілька підтем. Це пояснюється тим, що одним з основних вмінь та навичок фахівців-інформатиків є програмування. Тому пропонується два лабораторні заняття виділити на створення програм з використанням умовного оператора та циклічних структур; по одному – на створення процедур-функцій, процедур та модулів.

Під час виконання лабораторної роботи „Елементи програмування” студентам пропонується виконати наступні завдання:

- скласти кілька (чотири-шість) програм з використанням умовного оператора та циклічних структур;
- створити кілька (дві-три) процедур для розв’язування конкретних задач. Це може бути, наприклад, наступне завдання: описати процедуру для обчислення визначеного інтегралу, розвиваючи підінтегральну функцію у ряд Тейлора, з заданою точністю;
- створити кілька (два-три) модулів, використовуючи які, можна розв’язувати певні задачі. Це може бути, наприклад, наступне завдання: створити модуль для розвинення функції в ряд Фур’є.

#### **2.3.4.6. Огляд основних пакетів системи Maple.**

**2.3.4.6.1. Команди для розв’язування задач лінійної алгебри (пакети `linalg` та `LinearAlgebra`).** Основна увага при вивченні теми звертається на опис команд, які використовуються для розв’язування задач лінійної алгебри. Невелика кількість команд, призначених для розв’язування задач лінійної алгебри, міститься в основній бібліотеці, проте значна частина знаходиться в пакетах `linalg` та `LinearAlgebra`.

Пакет `linalg` містить більше ста команд, за якими реалізуються основні операції лінійної алгебри. Незважаючи на ефективність реалізованих в ньому алгоритмів, цей пакет має деякі недоліки: для виконання матрично-векторних операцій потрібно використовувати команду `evalm` або спеціальні команди, і найголовніше – обмежені можливості при роботі з числовими матрицями великої розмірності. У пакеті `LinearAlgebra` цих недоліків немає, і крім того, додані команди, що базуються на пакеті чисельних обчислень NAG (Numerical Algorithms Group).

На лекції „Команди для розв’язування задач лінійної алгебри (пакети `linalg` та `LinearAlgebra`)” студентам слід нагадати, що основними об’єктами в лінійній алгебрі є вектори та матриці. Потім розглянути основні команди пакетів `linalg` та `LinearAlgebra`.

Вивчення пакетів `linalg` та `LinearAlgebra` доцільно починати зі способів задання векторів і матриць та виконання матрично-векторних операцій (більше

уваги слід звернути на виконання матрично-векторних операцій у пакеті `linalg`). Також доцільно наголосити на тому, що вектори та матриці пакету `linalg` не еквівалентні векторам та матрицям пакету `LinearAlgebra`.

Після ознайомлення зі способами задання векторів і матриць та виконання матрично-векторних операцій доцільно перейти до розгляду питання „Робота зі структурою вектора та матриці”, пояснити виконання команд, за допомогою яких можна отримувати відомості про векторні та матричні змінні, коригувати ці об’єкти та працювати з окремими рядками та стовпчиками. Після цього слід перейти до питання застосування пакетів лінійної алгебри для розв’язування задач, а саме: знаходження власних значень та власних векторів квадратної матриці, знаходження характеристичного многочлена, розв’язування системи лінійних рівнянь, розв’язування задач векторного аналізу.

*Мета виконання лабораторної роботи:* формування вмінь та навичок використання послуг системи Maple для розв’язування задач з лінійної алгебри.

Під час виконання лабораторної роботи „Команди для розв’язування задач лінійної алгебри (пакети `linalg` та `LinearAlgebra`)” студентам пропонується виконати наступні завдання:

- для заданої матриці  $A$  знайти  $\det A$ ,  $A^2$ ,  $A^{-1}$ ,  $A^T$ ,  $(A+2E)(A-1)$ , власні значення та власні вектори, відшукати корені системи лінійних рівнянь матричним способом і перевірити правильність отриманого результату за допомогою команд для розв’язування систем лінійних рівнянь;
- знайти базис векторного простору, ортогоналізувати знайдений базис.

**2.3.4.6.2. Команди для розв’язування задач аналітичної геометрії (пакети `geometry` та `geom3d`).** Зміст теми описаний у п. 2.3.4.

*Мета виконання лабораторної роботи:* формування вмінь та навичок використання команд геометричних пакетів для розв’язування задач з аналітичної геометрії.

**2.3.4.6.3. Команди для розв’язування задач з теорії графів (пакет `networks`).** Для роботи з графами призначений пакет `networks`. Граф подається за допомогою процедури `GRAPH`, тіло якої, як правило, не виводиться. Для роботи з

графами можна скористатися будь-якою з 75-ти функцій, що міститься у пакеті `networks`.

На лекції „Команди для розв’язування задач з теорії графів (пакет `networks`)” розглядаються команди створення та зміни графу: додавання вершин та ребер, вилучення вершин та ребер. Також слід пояснити роботу й інших команд: для обчислення потоку в мережі, визначення зв’язності, перевірки графу на планарність, знаходження найкоротшого шляху.

*Мета виконання лабораторної роботи:* формування вмінь та навичок використання команд пакету `networks` для розв’язування задач з теорії графів.

У лабораторній роботі „Команди для розв’язування задач з теорії графів (пакет `networks`)” студентам пропонуються виконати наступні завдання:

- утворити довільний граф  $G$  з десяти вершин;
- перевірити планарність графу  $G$ ;
- знайти його остове дерево  $T$ ;
- побудувати графи  $G$  та  $T$ ;
- додати до графу  $G$  чотири вершини та зв’язати їх циклічними ребрами;

Пропонуються й інші завдання (див. додаток 3). Для проведення занять з теми зручно використовувати посібник [82].

**2.3.4.6.4. Команди для розв’язування задач математичної статистики (пакет `stats`).** Пакет `stats` містить команди для аналізу та графічного подання статистичних даних, а також велику кількість статистичних розподілів. Пакет `stats` містить набір команд для аналізу даних з обчисленням різноманітних середніх та квантилів, графічного подання даних у вигляді гістограм та графіків розсіювання, а також для опрацювання даних.

Цей пакет є прикладом пакету, що складається з підпакетів, в яких згруповані команди за певними розділами статистики. Пакет складається з семи підпакетів та однієї функції `importdata`, за якою імпортуються дані з файлу.

На лекції „Команди для розв’язування задач математичної статистики (пакет `stats`)” розглядаються основні команди підпакетів пакету `stats`, а саме: команди для обчислення різноманітних середніх, визначення кількості елементів

у списку даних, медіани, моди, розмаху (діапазону зміни даних у списку), дисперсії, стандартного відхилення, знаходження кореляційних відношень та для апроксимації статистичних даних вибраними залежностями, генерування випадкових чисел з генеральної сукупності з заданим законом розподілу, графічного подання даних, чисельних характеристик статистичних розподілів.

*Мета виконання лабораторної роботи:* формування вмінь та навичок використання команд пакету stats для розв’язування задач математичної статистики.

Під час виконання лабораторної роботи „Команди для розв’язування задач математичної статистики (пакет stats)” студентам пропонуються розв’язати кілька задач з математичної статистики, використовуючи команди статистичного пакету. Задачі можна пропонувати, наприклад, зі збірника задач математичної статистики [128].

**2.3.4.7. Характеристика та основні можливості використання системи Mathematica та її порівняння з системою Maple.** Система Mathematica, як і Maple, є універсальною системою комп’ютерної математики. На лекційних заняттях ознайомлення з системою Mathematica починається з типів чисел, даних, особлива увага звертається на синтаксис. Слід звернути увагу студентів на те, що назви всіх команд, функцій у системі Mathematica починаються з великої літери і що аргумент функцій та команд задається у квадратних дужках. Можна розповісти про призначення дужок – круглих (для побудови математичних виразів), фігурних (для задання списків), квадратних (для вказування аргументу функції чи команди). Далі слід наголосити на тому, що якщо опис виразу (команди) закінчується крапкою з комою, то вираз обчислюється (команда виконується), проте результат не виводиться. Також увагу студентів слід звернути на операцію надання змінним значення: у системі Mathematica надавати значення можна за допомогою операторів = та :=. Доцільно студентам пояснити відмінність між цими операторами. Звернення до пакетів розширень у системі Mathematica здійснюється за командою:

```
<<Package`
```

де `Package` – назва пакету. Після виконання такої команди можна використовувати всі команди, які містяться у пакеті `Package`.

Багато команд та функцій системи `Mathematica`, які містяться в ядрі, є подібними до команд та функцій ядра та основної бібліотеки системи `Maple`, тому корисно використати аналогію [198]. Наприклад, у системі `Maple` для розкриття дужок у виразі використовується команда `expand`, а у системі `Mathematica` – `Expand`.

Після характеристики деяких відмінностей у синтаксисі систем `Maple` та `Mathematica` доцільно перейти до опису стандартних арифметичних функцій та команд, розглянути команди для виконання символьних перетворень виразів, для аналітичного розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем у системі `Mathematica`. При цьому слід звернути увагу на деякі команди, зокрема на команду `Solve`, за якою розв'язуються тільки рівняння та системи рівнянь, на відміну від системи `Maple`. За командою `Solve` можна аналітично розв'язувати алгебраїчні рівняння до четвертого порядку включно (у системі `Maple` тільки до третього). Для аналітичного розв'язування рівнянь використовуються також наступні команди: `Roots`, `Reduce`, а для чисельного – `NSolve` та `FindRoot`. На лекції можна пояснити відмінність між цими командами.

Для розв'язування нерівностей у системі `Mathematica` використовується команда `InequalitySolve` з пакету розширень `Algebra` (для версій `Mathematica5.x` нерівності можна розв'язувати за командою `Reduce`).

Після ознайомлення з командами команд для виконання символьних перетворень та розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем можна розглянути команди для обчислення границь, диференціювання, інтегрування та розвинення функцій в ряд Тейлора. При цьому наголосити, що для обчислення первісних, визначеного та кратних інтегралів використовується єдина команда `Integrate`, на відміну від системи `Maple`, а для чисельного інтегрування – `NIntegrate`. Вбудованих команд для перевірки функції на неперервність та визначення точок розриву у системі `Mathematica` немає.

Після характеристики команд для розв'язування задач математичного аналізу доцільно перейти до опису команд, призначених для розв'язування задач лінійної алгебри. Починати розгляд цього питання слід з поняття „списку”, оскільки вектори та матриці можна задавати за допомогою списку або масиву `Array`. Команди для розв'язування задач лінійної алгебри містяться в ядрі системи `Mathematica` (на відміну від `Maple`) і є подібними до команд відповідних пакетів `linalg` та `LinearAlgebra` системи `Maple`. У зв'язку цим детально характеризувати ці команд не потрібно. Можна просто перерахувати ці команди і з назв студентам буде зрозуміло їх призначення. Для роботи зі структурами матриць, розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь за методом LU-факторизації та деяких інших спеціальних задач лінійної алгебри використовуються команди пакету `LinearAlgebra`.

Для побудови тривимірних поверхонь використовуються команди `Plot3D` (побудова явно заданої функції від двох аргументів), `ListPlot3D` (побудова функції, заданої таблично), `ParametricPlot3D` (побудова функції, заданої параметрично). На відміну від системи `Maple`, у якій за допомогою команди `plot` можна будувати на площині явно, таблично та параметрично задані функції, система `Mathematica` містить спеціальні команди для побудови графічних зображень відповідно до кожного з перерахованих способів задання функцій: `Plot` (побудова графіків явно заданих функцій однієї змінної), `ListPlot` (побудова графіків функцій, заданих таблично), `ParametricPlot` (побудова графіків функцій, заданих параметрично). Те саме стосується й побудови графічних об'єктів у просторі. Для побудови графіків неявно заданих залежностей використовується команда `ImplicitPlot` з пакету розширень ``Graphics`. На відміну від системи `Maple`, `Mathematica` не містить команди для побудови поверхонь неявно заданих функцій у просторі.

При розгляді питання „Програмування у системі `Mathematica`” вивчається функціональне, процедурне та програмування, яке базується на правилах перетворень. При цьому слід наголосити, що `Mathematica` містить три оператори циклу (`Do`, `For`, `While`), на відміну від `Maple`, та пояснити їх виконання, а також

детально розглянути функціональне програмування та програмування, що базується на правилах перетворень.

Для виконання лабораторної роботи на вдосконалення вмінь та навичок роботи з системою Mathematica студентам пропонуються виконувати ті ж завдання, які вони виконували при вивченні системи Maple.

**2.3.4.8. Загальна характеристика інших СКМ: Derive, Maxima, Matlab, Mathcad.** При розгляді цього питання подається загальна характеристика СКМ Derive, Maxima, Matlab, Mathcad, наголошується на основних можливостях їх використання та основних правилах роботи з ними. При цьому особлива увага звертається на систему Maxima, оскільки вона є вільно поширюваною. Наголошується на тому, що вона оснащена системою меню, що дає змогу виконувати символічні перетворення, розв'язувати рівняння, обчислювати границі, похідні, інтеграли тощо, не знаючи мови для опису команд щодо виконання цих дій. Тому систему Maxima можна використовувати для вивчення математичних дисциплін навіть на першому курсі педагогічного університету. Застосування системи Maxima не викличе ніяких труднощів у студентів при розв'язуванні задач математичного аналізу та лінійної алгебри – від студентів вимагається тільки правильно вибрати пункт меню та ввести вираз. Проте для програмування у системі Maxima потрібні знання мови та синтаксису, а також і певних команд.

Підсумовуючи вивчення курсу „Системи комп'ютерної математики”, слід зазначити, що вибір СКМ залежить від поставленої задачі і можливого способу її розв'язування. Є кілька вагомих причин, що зумовлюють необхідність для фахівців у галузі математики, науково-технічних досліджень, знати основи роботи з кількома математичними системами, серед яких можна виділити наступні [197]:

- необхідність раціонального вибору математичної системи з урахуванням особливостей задачі, що розв'язується;
- необхідність розв'язування складних задач за допомогою різних систем, щоб перевірити правильність результатів, не покладаючись на одну систему (збільшити вірогідність одержаного результату);
- необхідність підготовки математичних документів (статей, звітів, книг,



навчальних занять і т.д.) підвищеної якості.

Останнє говорить на користь інтеграції математичних систем між собою та з іншими програмами, що може розглядатися як один з перспективних напрямів розвитку систем комп'ютерної математики. Разом з тим, застосування систем комп'ютерної математики тими, хто не має достатніх знань, умінь та навичок розв'язувати математичні задачі, може привести до некоректних результатів. Зокрема, наведемо приклади обчислення виразів у СКМ Mathematica 4.1, Maple 9.5, Maxima-5.16.3 (табл.2.2).

Таблиця 2.2.

**Приклади розв'язування завдань у СКМ Mathematica 4.1, Maple 9.5,  
Maxima-5.16.3**

Mathematica 4.1	Maple 9.5	Maxima-5.16.3
1. Обчислити невизначений інтеграл $\int x^n dx$ .		
<pre>In[1]:= Integrate[x^n, x] Out[1]= <math>\frac{x^{1+n}}{1+n}</math></pre>	<pre>int(x^n, x); <math>\frac{x^{(n+1)}}{n+1}</math></pre>	<pre>(%i2) integrate(x^n, x); Is n+1 zero or nonzero?nonzero; (%o2) <math>\frac{x^{n+1}}{n+1}</math> (%i3) integrate(x^n, x); Is n+1 zero or nonzero?zero; (%o3) log(x)</pre>
2. Обчислити значення похідної функції $y= x $ у точці $x_0=2$		
<pre>In[2]:= D[Abs[x], x] /. x -&gt; 2 Simplify[%] Out[2]= Abs'[2] Out[3]= Abs'[2]</pre>	<pre>subs(x=2, diff(abs(x), x)); evalf(%); abs(1,2) 1.</pre>	<pre>(%i5) subst(2, x, diff(abs(x),x)); (%o5) 1</pre>
3. Розв'язати рівняння $\sin 4x - \ln x = 0$		
<pre>In[12]:= FindRoot[Sin[4 x] - Log[x] == 0, {x, 1.5, 2.5}] Out[12]= {x -&gt; 1.71286}</pre>	<pre>fsolve(sin(4*x) - ln(x)=0, x=1.5..2.5); 2.1400474</pre>	<pre>(%i7) find_root(sin(4*x)-log(x)=0, x, 1.5, 2.5); function has same sign at endpoints [f(1.5)=-0.68488060630709, f(2.5)=-1.460311842763525] -- an error. To debug this try debugmode(true);</pre>

## **2.4. Компоненти методичної системи навчання спецкурсу „Математична інформатика”**

Спецкурс „Математична інформатика” для майбутніх викладачів інформатики покликаний:

- підвищити науково-теоретичну підготовку фахівців;
- підвищити теоретико-методологічну підготовку фахівців;
- забезпечити підготовку студентів для успішного складання державних іспитів та виконання кваліфікаційної роботи.

Спецкурс „Математична інформатика” містить відомості з сучасних проблем інформатики. Особливий акцент робиться на методологічному аспекті та математичному апараті інформатики, що складає ядро широкого спектру науково-технічних та соціально-економічних інформаційних технологій, які використовуються в теоретичних дослідженнях та в практичній діяльності.

Враховуючи великий обсяг навчального матеріалу, зупинимося на такій схемі проведення занять зі спецкурсу „Математична інформатика”: постановка завдання, стислий розгляд теоретичних відомостей, побудова моделей, розгляд методів, складання і аналіз алгоритмів розв’язування різноманітних задач, розв’язування задач та вправ на застосування цих алгоритмів. При огляді теоретичного матеріалу наводяться тільки основні результати (теореми, твердження) без доведення. Для ознайомлення з доведеннями пропонується відповідна література (цей матеріал можна давати студентам на самостійне опрацювання).

**2.4.1. Цілі, завдання та організаційні форми проведення занять зі спецкурсу „Математична інформатика”.** Програма спецкурсу „Математична інформатика” складається зі вступу та восьми розділів. Вивчення кожного розділу завершується набором контрольних запитань і тем для обговорення, до яких іноді додаються задачі та вправи.

*Метою вивчення спецкурсу є оволодіння понятійно-термінологічною базою сучасної інформатики як фундаментальної науки, теоріями та методами дослідження математичних, інформаційно-логічних і логічно-семантичних*

моделей та структур процесів подання, зберігання та опрацювання різноманітних повідомлень та даних.

Для досягнення цієї мети в спецкурсі „Математична інформатика” розв’язуються такі завдання:

- розкривається роль математичної інформатики в загальній та професійній підготовці слухачів спецкурсу (мотивація) шляхом виявлення міжпредметних зв’язків математичної інформатики з математичними, економічними та іншими курсами і найважливішими галузями її застосування;
- ґрунтовне вивчення студентами програми курсу;
- сприяння формуванню у майбутніх вчителів інформатики творчого підходу до розв’язування задач;
- формування умінь та навичок самостійного дослідження проблем;
- ознайомлення студентів з деякими основними фундаментальними поняттями, означеннями та математичними методами інформатики у процесі навчання питань з баз знань та моделей подання знань, моделей та методів прийняття рішень, основ кодування та криптології, методів розпізнавання образів.

Після вивчення спецкурсу студент повинен:

- мати уявлення про загальні проблеми та задачі математичної інформатики;
- знати основні класи інформаційних моделей та математичні методи отримання, зберігання, опрацювання, передавання та використання різноманітних повідомлень і даних;
- вміти застосовувати математичний апарат аналізу та синтезу інформаційних систем;
- вміти застосовувати ІКТ для розв’язування практичних задач.

Зі спецкурсу „Математична інформатика” передбачаються лекції та практичні заняття.

Зміст лекційного курсу формується та розвивається з урахуванням отриманої студентами математичної, логічної та інформатичної підготовки. Зміст практичних занять формується відповідно до змісту лекцій.

У п'ятому семестрі студенти виконують три модульні контрольні роботи (див. додаток Ж), за результатами яких і за результатами практичних занять студент отримує (або не отримує) на заліку „зараховано” за результатами модульного контролю.

Під час вивчення спецкурсу всі студенти залучаються до різних форм навчально-дослідницької роботи.

Окремі теми програми можна пропонувати студентам для самостійного вивчення (наприклад, тему „Поняття інтелекту, інтелектуальної системи. Приклади інтелектуальних задач та систем”). Самостійна робота студентів із спецкурсу „Математична інформатика” повинна знаходитися під постійним контролем викладача.

Розподіл годин на вивчення спецкурсу „Математична інформатика” подано у додатку А.

#### **2.4.2. Методика навчання розділу „Формалізація невірогідних і нечітких знань”.**

Як правило, лекційні заняття проводяться з елементами проблемного навчання, на практичних заняттях реалізується компетентнісний підхід.

Розділ „Формалізація невірогідних і нечітких знань” складається з таких тем як „Модальні логіки”, „Логічне виведення за невірогідних знань”, „Логічне виведення за нечітких відомостей”. В основу лекційного матеріалу можна покласти зміст підручника [38].

*Мотивація навчання розділу.* На попередніх заняттях при вивченні моделей подання знань розглядалися проблеми, які необхідно було вирішувати при проектуванні та розробці баз знань, зокрема встановлення зв'язків між інформаційними одиницями, проблеми винятків, неоднорідності знань. Серед інших проблем можна відзначити такі.

Знання можуть бути *неповними*. Це означає, що для доведення або спростування певного твердження може не вистачати відомостей. У багатьох системах логічного виведення прийнято *постулат замкненості світу*. Це означає, що на запит про істинність деякого твердження система відповідає „*так*” тоді і

тільки тоді, коли його можна довести; якщо ж довести це твердження неможливо, система відповідає „ні”. Водночас „неможливо довести через нестачу відомостей” і „доведено, що ні” – це не зовсім одне і те саме.

Знання можуть бути *невірогідними*. Наприклад, на результат виконання продукції можуть впливати випадкові чинники („об’єктивна” невизначеність) або експерт може бути не зовсім упевненим у деякому факті чи правилі виведення („суб’єктивна” невизначеність).

Ненадійність знань і невірогідність наявних фактів обов’язково повинні враховуватися у процесі логічних побудов. Звичайно, можна було б просто відкидати факти, які викликають сумнів, але тоді довелося б відмовитися від цінних відомостей. Тому необхідно розвивати процедури, за допомогою яких можна здійснювати логічні побудови при невірогідних даних, і використовувати ці процедури в експертних системах. Необхідно враховувати *модальності*, а саме: необхідність або можливість того чи іншого факту, ставлення суб’єкта до деякого твердження і т.п. Крім того, в таких системах часто доводиться мати справу з неточно визначеними, нечіткими поняттями, такими як „великий”, „маленький”, „багато” тощо.

**Модальні логіки.** Вивчення теми можна почати з епіграфу: „Я знаю, що я нічого не знаю”.

При вивченні теми розглядаються питання:

- алетичні та епістемічні логіки;
- тризначна логіка Лукасевича;
- логіка знання;
- семантика можливих світів;
- основи теорії можливостей.

*Мотивація навчання.* Часто буває необхідним включати до бази знань твердження „На вулиці може падати дощ”, „Петро вважає, що Степан не заперечуватиме, що він знаходився на вокзалі” або подібні до них. Такі твердження називають *модальними*, оскільки вони містять твердження, в яких

даються оцінки іншим твердженням. Логічні системи, в яких оперують з подібними твердженнями, мають назву модальних логік.

*Алетичні та епістемічні логіки.* Розглядаються два основних типи модальних логік: логіки можливого, або *алетичні логіки* (оперують твердженнями про можливість або необхідність того чи іншого факту) та логіки знання та віри, або *епістемічні логіки* (визначають ставлення суб'єкта до того чи іншого факту, в першу чергу його знання та віру).

Подібно до традиційних кванторів існування та узагальнення, в модальних логіках залучаються до розгляду інші квантори. Так, логіки можливого оперують з модальними кванторами необхідності та можливості [121]:

$\Box F$  – твердження  $F$  є необхідним;

$\Diamond F$  – твердження  $F$  є можливим.

Основним співвідношенням, яке зв'язує квантори можливості та необхідності, є:

$$\Box F \equiv \neg \Diamond \neg F$$

(якщо висловлювання  $F$  є необхідним, його заперечення є неможливим).

*Тризначна логіка Лукасевича.* Найпростішою і однією з найвідоміших модальних логік є тризначна логіка Лукасевича. У цій логіці істинність будь-якого твердження може набувати одного з трьох можливих значень:

0 – неможливе твердження;

1 – можливе, але не необхідне твердження;

2 – необхідне твердження.

У логіці Лукасевича має місце закон виключення четвертого: *будь-яке твердження є або неможливим, або можливим, але не необхідним, або необхідним.*

Далі на лекції наводяться таблиці істинності для заперечення, кон'юнкції та диз'юнкції в логіці Лукасевича.

*Логіка знання.* Найбільш дослідженою та формалізованою епістемічною логікою є логіка знання, яка оперує з твердженнями про знання того чи іншого суб'єкта.

Позначимо модальне твердження „суб’єкт  $X$  знає твердження  $A$ ” формулою  $K_X(A)$ . Наведемо такі класичні аксіоми логіки знання:

*Аксіома modus ponens:*  $(K_X(A) \wedge K_X(A \Rightarrow B)) \Rightarrow K_X(B)$ . Ця аксіома стверджує, що якщо суб’єкт знає твердження  $A$  і знає, що з нього логічно випливає твердження  $B$ , то він знає і твердження  $B$ . Інколи ця аксіома формулюється в еквівалентній дистрибутивній формі:

$$K_X(A \Rightarrow B) \Rightarrow (K_X(A) \Rightarrow K_X(B)).$$

*Аксіома знання:*  $K_X(\text{fals}) \Rightarrow \text{fals}$ . Ця аксіома по суті являє собою лінгвістичну домовленість про те, що знати хибні твердження неможливо. З іншого боку, це означає, що якщо деякий інший суб’єкт  $Y$  заявляє, що  $X$  знає деяке твердження, то  $Y$  обов’язково повинен вважати це твердження істинним.

*Аксіома позитивної інтроспекції.*  $K_X(A) \Rightarrow K_X(K_X(A))$ . Ця аксіома стверджує, що якщо дехто знає певне твердження, то він знає і про те, що він знає це твердження.

*Аксіома негативної інтроспекції.*  $\neg K_X(A) \Rightarrow K_X(\neg K_X(A))$ . Ця аксіома стверджує, що якщо дехто не знає деякого твердження, то він знає і про те, що він не знає його.

*Аксіома епістемічної необхідності.* З логічної звідності  $A$  випливає  $K_X(A)$ .

*Аксіома логічної всемогутності.* З тверджень „з  $A$  виводиться  $B$ ” і з  $K_X(A)$  випливає  $K_X(B)$ . Ця аксіома стверджує, що якщо суб’єкт знає про деякий факт, то він знає і про всі логічні наслідки з цього факту.

На лекції студентам можна задати запитання: чи обов’язково всі перераховані аксіоми повинні виконуватися в будь-якій реальній ситуації? Після кількох відповідей студентів викладач узагальнює сказане студентами. Очевидно, аксіоми епістемічної необхідності та логічної всемогутності є надто сильними. Вони, як правило, не виконуються при моделюванні знань реального студента (таке моделювання є дуже важливим при створенні навчальних комп’ютерних систем). Студент далеко не завжди виводить усі логічні наслідки з доступних

йому знань (так само, як будь-яка людина дуже рідко здійснює дедуктивні побудови до кінця).

Аксіома негативної інтроспекції також може не мати місця. Якщо студент не знає про деякий факт, з цього зовсім не випливає, що він його не знає. Більше того, при проектуванні систем штучного інтелекту відмова від негативної інтроспекції може стати одним з потужних засобів цілевизначення: якщо система отримує повідомлення про те, що вона чогось не знає, вона може поставити собі за мету отримати відповідні знання і почати докладати для цього зусиль.

Крім того, необхідно враховувати той факт, що знання можуть бути неявними, зокрема вони далеко не завжди формулюються за допомогою явних тверджень. Проводяться дослідження, спрямовані на моделювання неявних, в тому числі і неповних, знань, а також на розробку процедур для ефективного маніпулювання такими знаннями. Слід згадати, наприклад, епістемічну логіку Левеск'є, описану в [8].

*Семантика можливих світів.* Ідеологія семантики можливих світів [121] базується на такому філософському міркуванні. Можна уявити собі, що, крім того світу, в якому ми живемо, існують паралельні світи, в яких події могли б розвиватися по-іншому. Або: ті чи інші історичні події, які відбувалися в минулому, могли б не мати місця, якби історичний розвиток пішов би іншим шляхом.

Семантика можливих світів пов'язана з логікою можливого. На семантиці світів базується *чотиризначна логіка можливого*, для якої характерні чотири можливі значення істинності:

3 – необхідно істинні твердження, істинність яких визначається фізичними та іншими законами, і які є істинними в усіх можливих світах, в яких діють ці закони;

2 – нейтрально істинні твердження, які є істинними, але могли б виявитися хибними, або є хибними в деякому іншому світі;

1 – нейтрально хибні твердження, які є хибними, але могли б виявитися істинними;



0 – необхідно хибні (або неможливі) твердження, які є хибними в усіх можливих світах.

*Основи теорії можливостей.* Теорія можливостей [56] має на меті розглянути з єдиних позицій модальності, невірогідні та нечіткі знання.

У рамках теорії можливостей з кожним твердженням  $L$  пов'язується дві міри: *міра можливості*  $\Pi(L)$  та *міра необхідності*  $H(L)$ . Ці міри, з одного боку, носять модальний характер, а з іншого – є узагальненням мір упевненості, які залучаються до розгляду при неточному логічному виведенні.

Основною аксіомою теорії можливостей є аксіома монотонності, яка формулюється так: якщо  $L \Rightarrow M$ , то  $\Pi(M) \geq \Pi(L); H(M) \geq H(L)$ . Інакше кажучи, міра можливості або необхідності не може бути меншою, ніж відповідна міра передумови.

Далі наводяться основні властивості мір можливості та необхідності [56].

На практичних заняттях для перевірки рівня засвоєння знань та умінь студентів використовуються наступні завдання та запитання:

1. Що таке модальне твердження? Наведіть приклади.
2. Охарактеризуйте поняття модальної логіки.
3. Що таке алетичні та модальні логіки?
4. Охарактеризуйте тризначну логіку Лукасевича.
5. Наведіть для логіки Лукасевича таблиці істинності кон'юнкції, диз'юнкції та заперечення.
6. Наведіть основні аксіоми для логіки знання. Чи завжди вони повинні виконуватися?
7. Охарактеризуйте семантику можливих світів.
8. Охарактеризуйте в загальних рисах теорію можливостей.
9. Наведіть аксіому монотонності для мір можливостей та необхідності.

Пропонуються наступні теми для обговорення:

1. Приклади необхідно істинних, нейтрально істинних, необхідно хибних та нейтрально хибних тверджень.

2. Типові ситуації, в яких справджується або не справджується ті чи інші аксіоми логіки знання.

### Логічне виведення за невірогідних знань

*Мотивація навчання.* Проблеми невірогідних знань була в загальних рисах охарактеризовані при вивченні теми „Знання – інформаційна основа інтелектуальних систем”. Крім того, часто буває так, що експерт не зовсім упевнений у тому чи іншому твердженні, але незважаючи на це, відомості залишаються цінними і повинні бути включеними до бази знань.

*Подання матеріалу.* Спочатку подається поняття неточного висловлення (висловлення називається *неточним*, якщо його істинність або хибність не можуть бути встановлені однозначно, тобто твердження не є ні абсолютно істинним, ні абсолютно хибним) та неточного виведення (*неточним виведенням* називається логічне виведення в умовах неточності (невірогідності) знань).

Багато методик невірогідного логічного виведення тісно пов'язано з апаратом теорії ймовірностей. Тому для розумінні цієї теми потрібно навести (або запропонувати студентам повторити) основні необхідні факти з теорії ймовірностей, зокрема формулу повної ймовірності та формулу Байєса, оскільки більшість методик неточного логічного виведення так чи інакше пов'язані з ними. Для ґрунтовнішого ознайомлення з основами теорії ймовірностей рекомендується звернутися до відомих підручників, наприклад [40; 64].

Ймовірність події слід розуміти як міру вірогідності деякої події. При неточному логічному виведенні з кожним твердженням пов'язується число, яке характеризує міру його надійності – *коефіцієнт упевненості*, або *міра вірогідності*. Коефіцієнти упевненості часто визначаються на основі експертних оцінок. Проте в деяких випадках коефіцієнт упевненості можна отримати шляхом статистичних досліджень. Чим надійнішими є повідомлення, тим вищі відповідні коефіцієнти упевненості. Часто використовується шкала, за якої коефіцієнт **1** відповідає вірогідно істинній події, **0** – вірогідно хибній, а **0.5** – повній невизначеності. Але згадана шкала не є єдино можливою. Зокрема, у системі

ЕМУСІН використовується шкала, в якій вірогідній істинності відповідає **1**, вірогідній хибності – значення **-1**, а повній невизначеності – **0**.

Розрахунок коефіцієнтів упевненості тісно пов'язаний з ймовірнісними методами, хоча ненадійність відомостей далеко не завжди має ймовірнісний характер. Далі наводиться характеристика „об'єктивної” та „суб'єктивної” невизначеності. „Об'єктивна” невизначеність пов'язана з принципово випадковим характером процесів, які прогнозуються. Наприклад, передбачається результат перебігу певної хвороби, а статистичний аналіз свідчить, що досі ефективність лікування становила 80%. У такому випадку робиться висновок: пацієнт будевилікуваний з ймовірністю 0.8. Важливо розуміти, що „об'єктивна” невизначеність пов'язана, як правило, з впливом невідомих або неконтрольованих факторів і за своєю суттю є ймовірністю відповідної події.

„Суб'єктивна” невизначеність має місце у тому випадку, якщо подія, про яку йдеться, або вже відбулася, або не відбулася, й істинна міра вірогідності дорівнює відповідно або 1, або 0. Але якщо ця істинна міра вірогідності експертові невідома (він не знає, чи відбулася подія, чи ні) або відома нечітко, то він дає власну оцінку міри надійності, і ця власна оцінка неминуче є суб'єктивною. Зрозуміло, що доцільність застосування ймовірнісних методів у такому разі є досить сумнівною.

Часто доводиться мати справу з невизначеністю комбінованого типу, тобто з невизначеністю, що поєднує риси як „об'єктивної”, так і „суб'єктивної” невизначеності. Наприклад, розглядається твердження: „Завтра відбудеться подія А”. Існує істинна „об'єктивна” ймовірність цієї події. Але експертові ця істинна оцінка ймовірності може бути або невідомою, або відомою неточно. Тоді він дає власну оцінку вказаної ймовірності, і ця власна оцінка має суб'єктивний характер.

Слід також звернути увагу на таке явище як *конфлікт між різними джерелами знань*. Різні джерела знань можуть суперечити одне одному; наприклад, те, що людина прочитала в книзі суперечить її знанням, або різні наукові школи приходять до протилежних висновків стосовно одного й того самого явища. Крім того, характеризується *принцип індиферентності* – правило,

використання якого допомагає приймати рішення в умовах невизначеності, яке формулюється так: якщо є  $n$  гіпотез і немає жодних свідчень на користь будь-якої з цих гіпотез, то міра вірогідності кожної гіпотези приймається рівною  $1/n$ . Проте бездумне застосування принципу індиферентності може привести як до некоректних висновків, так і до логічних помилок. Наприклад, є дві гіпотези: „Під даним деревом є скарб” і „Під даним деревом нема скарбу”. Згідно принципу індиферентності міру вірогідності кожної з цих гіпотез слід прийняти за 0.5. Але це дуже серйозна підстава для того, щоб почати шукати скарб під деревом. Зрозуміло, що такий висновок суперечить здоровому глузду.

*Загальні принципи неточного виведення.*

Наводяться два типи роботи з неточними твердженнями.

Неточне виведення „приєднаного” типу характеризується тим, що з кожним твердженням  $x$  пов’язується міра його вірогідності  $\gamma(x)$ . Логічне виведення здійснюється за принципами, характерними для точних знань, але при цьому висновкам приписується також певна міра вірогідності. При цьому необхідно задати:

– функцію  $\gamma(x) = f(\gamma(x_1), \dots, \gamma(x_n))$ , за якою задається міра неточності складного твердження  $x$ , якщо задані міри неточності його складових частин  $x_1, \dots, x_n$ .

Наприклад, є два висловлення:  $x_1$  „завтра буде дощ” з мірою вірогідності

$\gamma(x_1) = 0.3$  і  $x_2$  „завтра буде сніг” з мірою вірогідності  $\gamma(x_2) = 0.6$ . З цих

тверджень можна утворити кілька тверджень, наприклад:  $x = x_1 \vee x_2$  („завтра буде падати або дощ, або сніг”). Функція  $f$  розрахунків неточності для

складених тверджень може задаватися по-різному, наприклад, типовим є використання функцій  $\gamma(x) = \max(\gamma(x_1), \dots, \gamma(x_n))$  для диз’юнкцій та

$\gamma(x) = \min(\gamma(x_1), \dots, \gamma(x_n))$  – для кон’юнкцій. Тоді у даному випадку

$\gamma(x) = \max(\gamma(x_1), \gamma(x_2)) = \max(0.3, 0.6) = 0.6$ ;

– функцію  $\gamma(y) = g(\gamma(x), \gamma(r))$ , за якою задають міра неточності висновку  $y$ , якщо задані міри неточності умови  $x$  та правила виведення  $r$ . Наприклад,

задане правило  $r$ : якщо завтра будуть опади, людина бере парасольку. Нехай міра вірогідності  $\mathcal{K}(r)$  цього правила 0.8. Змістовно це можна інтерпретувати так: якщо очікуються опади, люди беруть парасольку у 80 випадках зі 100. Нехай міра вірогідності умови („завтра будуть опади“)  $\mathcal{K}(x)=0.6$ . Для розрахунку міри вірогідності висновку („певна людина візьме парасольку“) можна вводити різні функції. Типовим є використання добутку:  $g(\mathcal{K}(x),\mathcal{K}(r))=\mathcal{K}(x)\cdot\mathcal{K}(r)$ . Тоді у даному випадку  $\mathcal{K}(y)=0.6\cdot 0.8=0.48$ ;

- функцію комбінування свідочств  $\mathcal{K}(y)=h(\mathcal{K}_1(y),\dots,\mathcal{K}_n(y))$ , де  $\mathcal{K}_i(y)=g(\mathcal{K}(x_i),\mathcal{K}(r_i))$ . Це означає: якщо існує кілька свідочств на користь (або проти) певного твердження, і кожне з цих свідочств приводить до певної міри істинності висновку, то на підставі цих мір потрібно побудувати деяку узагальнену міру. Формальніше, якщо для твердження  $y$  існує  $n$  правил виведення  $r_i$  типу „Якщо  $x_i$  то  $y$ “, і кожному з цих правил виведення приписані міри вірогідності  $\mathcal{K}(r_i)$ , і кожна умова має свою міру вірогідності для  $y$ :  $\mathcal{K}_i(y)=g(\mathcal{K}(x_i),\mathcal{K}(r_i))$ . Функція комбінування свідочств дозволяє отримати одну об'єднану міру вірогідності. Комбінування свідочств є центральною проблемою неточного виведення (детальніше цю проблему розглядається далі).

Для кожної конкретної методики неточного логічного виведення при невірогідних знаннях потрібно визначити конкретний вигляд функцій  $f$ ,  $g$  та  $h$ . Таких методик запропоновано досить багато; чимало з них створювалися для використання в конкретних експертних системах.

В основі більшої частини цих методик лежить апарат теорії ймовірностей. Усі вони мають багато спільних рис. Необхідно зауважити, що жодну з цих методик не можна вважати загальною та універсальною. Багато проблем виникає навіть у разі „об'єктивної“ невизначеності, для якої застосування ймовірнісних методів дає найкращі результати (деякі з цих проблем детальніше розглядатимуться далі).

Теорія неточного логічного виведення на сучасному етапі інтенсивно розвивається, і цілком вірогідною є поява нових, досконаліших методик.

Механізми неточного логічного виведення другого типу передбачають наявність спеціальних схем виведення, орієнтованих на схему подання неточності. Надалі розглядається лише виведення „приєднаного” типу, характерне для продукційних систем.

*Точкові та інтервальні міри неточності.* Міри неточності тверджень можуть бути *точковими* та *інтервальними*. У разі точкового оцінювання з кожним твердженням пов’язується єдине число, яке задає міру його вірогідності. Натомість за інтервального оцінювання міра вірогідності задається певним інтервалом.

Інтервальні міри вірогідності є надійнішими. Наприклад, є твердження: *„Міра вірогідності того, що команда „Динамо” виграє футбольний матч у команди „Шахтар”, дорівнює 0.5”*. Вважаємо, що 0 відповідає вірогідній хибності, а 1 – вірогідній хибності. Студентам можна задати запитання, що це означає. Після кількох відповідей, викладач узагальнює сказане студентами. Можливі як мінімум дві інтерпретації такого твердження.

У першому випадку „експерт” може не розумітися на футболі. У такому випадку його відповідь означає: *„Не маю жодного уявлення, але згідно принципу індиферентності – п’ятдесят на п’ятдесят”*. Зрозуміло, що з такої „оцінки” немає ніякої практичної користі.

Зовсім інша ситуація виникає, якщо експерт „розуміється на футболі”, детально проаналізував ситуацію і дійшов висновку, що команди абсолютно рівні за силою. Відповідь 0.5 у такому разі означає: *„Команди мають рівні шанси на перемогу. Результат залежить від випадку, тобто є об’єктивно невизначеним. Якщо провести не один матч, а цілу серію, то близько половини матчів виграла б команда А, а близько половини – команда В”*.

Застосування інтервальних оцінок дозволило б розділити ці дві ситуації. У першому випадку інтервал невизначеності дорівнював би  $[0,1]$ , а в другому – був би значно вужчим, наприклад  $[0.45, 0.55]$ . Звичайно це стосується лише випадків,

коли люди об'єктивно оцінюють ситуацію та адекватно висловлюють міру своєї невпевненості.

*Проблема комбінування свідочств.* Проблема комбінування свідочств є центральною проблемою неточного логічного виведення. Вона тісно пов'язана з тим, що існує кілька свідочств, які говорять або на користь певного висновку, або проти нього. Як за таких умов оцінити міру вірогідності висновку?

*Приклад.* Вважаємо, що 0 відповідає вірогідній хибності, а 1 – вірогідній істинності.

Нехай маємо два правила:

*Правило 1.* Якщо завтра очікується дощ, Андрій візьме з собою парасольку.

*Правило 2.* Якщо в Андрія буде багато речей, він не візьме з собою парасольку.

Нехай дощ очікується з ймовірністю 0.7, тоді за правилом 1 можна дійти висновку, що Андрій візьме парасольку з мірою вірогідності 0.7.

Нехай про те, що в Андрія буде багато речей, відомо з мірою вірогідності 0.85. Тоді за правилом 2 міра вірогідності того, що Андрій не візьме парасольку, оцінюється як 0.85, а міра вірогідності протилежного прогнозу („Андрій візьме парасольку”) – лише як 0.15.

Отже, маємо суперечливі свідочства, які дають майже протилежні прогнози. Виникає питання: як їх комбінувати? У найпростішому випадку можна взяти середнє арифметичне від мір вірогідності обох свідочств і оцінити міру вірогідності як  $(0.8+0.15)/2=0.475$ . Але можна брати і складніші функції комбінування свідочств. Зокрема, можна враховувати міру надійності джерел відомостей, а також те, чого Андрій більше не любить: мокнути під дощем чи носити з собою багато речей.

Якщо необхідно комбінувати різні свідочства, зменшується роль точкових оцінок мір вірогідності і зростає значення інтервальних.

*Приклади застосування мір вірогідності.* Може виникнути запитання: а що дає введення міри вірогідності? Яка різниця, як ми оцінимо міру вірогідності деякої події: як 0.3 чи як 0.7?

Можна навести три ситуації, в яких більш-менш адекватна оцінка міри вірогідності має велике практичне значення.

**1. „Об’єктивна” невизначеність; статистичний характер явищ, що досліджуються.** Нехай проводиться серія експериментів і оцінюється успішність окремого експерименту з певною мірою вірогідності. Тоді, якщо ця оцінка адекватна, можна відразу спрогнозувати процент успіхів у серії експериментів. Наприклад, якщо міра вірогідності успіху дорівнює 0.85, а проводиться 1000 експериментів, то можна стверджувати, що близько 850 з них завершаться успішно.

**2. „Об’єктивна” невизначеність; чітка структурованість явищ, що досліджуються.** Нехай прогнозується деяке явище, яке залежить від певної кількості відносно контрольованих факторів (подібна ситуація виникає, наприклад, при прогнозі погоди, прогнозі соціально-економічних явищ). Тоді, якщо відомо межі зміни кожного фактора, можна більш-менш точно спрогнозувати і явище, яке нас цікавить.

**3. Прийняття рішень в умовах невизначеності.** Невизначеність при цьому може носити як об’єктивний, так і суб’єктивний характер.

Можна розглянути приклад з підпункту 1.4.1. приклад „Гравець на кінних перегонах”.

*Деякі формалізації мір ризику за неточного логічного виведення.* З попереднього питання випливає, що практичним критерієм правильності оцінки мір достовірності з точки зору *особи, що приймає рішення*, повинен стати виграш, якщо ці міри вірогідності оцінюються правильно, та програш, якщо неправильно. Необхідна якась кількісна оцінка *функції виграшу*, за якою визначається виграш при прийнятті правильного рішення та програш – при прийнятті неправильних рішень. Можна крім того, сказати, що задана тим чи іншим чином функція виграшу є також мірою ризику, що зумовлений неправильними оцінками.

Одна з класичних мір ризику пов’язана з прийняттям рішень про те, чи відбудеться деяка подія, чи ні. Можливі два типи рішень:

$\beta_0$  – приймається рішення про те, що подія відбудеться;



$\beta_1$  – приймається рішення про те, що подія не відбудеться.

Можливі дві ситуації:

$\alpha_0$  – подія насправді відбувається;

$\alpha_1$  – подія насправді не відбувається.

Розглядається *матриця виграшів* (або *матриця ризиків*):

$$\begin{matrix} & \alpha_0 & \alpha_1 \\ \beta_0 & \begin{pmatrix} c_{00} & c_{01} \end{pmatrix} \\ \beta_1 & \begin{pmatrix} c_{10} & c_{11} \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Тут  $c_{ij}$  – виграш у випадку, якщо приймається рішення  $\beta_i$ , а фактично має місце ситуація  $\alpha_j$ . Коефіцієнти можуть бути додатними, нульовими або від’ємними. Додатному коефіцієнту відповідає фактичний виграш, а від’ємному – фактичний програш. Слід розрізняти абсолютні та відносні виграші та програші. Так, виграш при прийнятті неправильного рішення може бути додатним, але меншим порівняно з тим, яким він міг бути при правильному рішенні, і тоді мова йде про відносний виграш. Слід зазначити, що коефіцієнти  $c_{ij}$  можуть бути відомими неточно.

Очевидно у більшості випадків виконується властивість

$$c_{00} \geq c_{10}; c_{01} \leq c_{11}$$

(правильне рішення повинно збільшити виграш порівняно з неправильним).

Студентам можна запропонувати самостійно відповісти на такі запитання:

1. Чи обов’язково виконується рівність  $c_{01} = c_{10}$ ? Наведіть приклади.

2. Чи є обов’язковим співвідношення  $c_{00} \geq c_{01}; c_{10} \leq c_{11}$ ?

Далі, якщо міра об’єктивної невизначеності (ймовірність) події дорівнює  $\lambda$ , то ймовірність того, що подія не відбудеться дорівнює  $1 - \lambda$ . Тоді очікувані виграші

$R_0$  та  $R_1$  при прийнятті рішень відповідно  $\beta_0$  та  $\beta_1$  можна оцінити як

$$R_0 = \lambda c_{00} + (1 - \lambda) c_{01},$$

$$R_1 = \lambda c_{10} + (1 - \lambda) c_{11}.$$

Тоді слід прийняти те рішення  $\beta_i$ , для якого відповідний виграш  $R_i$  набуває більшого значення. Існують інші критерії прийняття рішень в умовах невизначеності; огляд деяких з них можна знайти в [69; 145; 191].

Інша можлива міра ризику пов'язана з оцінкою міри вірогідності деякої події  $A$  (ця оцінка може носити суб'єктивний характер). Дану міру ризику можна задати функцією  $g(\rho, \tau)$  – виграш, якщо міра вірогідності події  $A$  оцінюється як  $\tau$  у той час, коли вона дорівнює  $\rho$ .

Доцільно висунути щодо введеної таким чином функції виграшу такі вимоги:

- 1) *Домінування правильних рішень*: для будь-яких  $\rho$  та  $\tau$  виконується співвідношення  $g(\rho, \tau) \leq g(\rho, \rho)$ .
- 2) *Монотонність*: для будь-яких  $\rho$ ,  $\tau_1$  та  $\tau_2$  істинними є твердження: якщо  $\mu(\rho, \tau_1) \leq \mu(\rho, \tau_2)$ , то  $g_A(\rho, \tau_1) \geq g_A(\rho, \tau_2)$ . Тут  $\mu(\rho, \tau)$  – міра близькості (відстань) між  $\rho$  та  $\tau$ . Змістовно це означає, що чим точніше оцінено істинне значення міри вірогідності, тим більший виграш можна очікувати.

Зрозуміло, що з властивості 2) випливає властивість 1); зворотне неправильне. У цілому вимоги 1) та 2) є досить розумними та реалістичними, хоча можна навести приклади, коли вони не виконуються (це пропонується зробити студентам).

*Деякі проблеми виведення.* Нехай є продукційне правило  $A \Rightarrow B$  (якщо  $A$  то  $B$ ), при цьому коефіцієнт упевненості в істинності цього правила дорівнює  $\gamma$ . З погляду теорії ймовірностей цей коефіцієнт упевненості можна інтерпретувати як  $P(B/A)$  – умовну ймовірність  $B$  за умови  $A$ . Нехай коефіцієнт упевненості в істинності твердження  $A$  дорівнює  $\alpha$ . Тут розглядаються коефіцієнти упевненості в істинності окремих тверджень як їх ймовірності.

Чому дорівнює  $P(B)$  – коефіцієнт упевненості (позначимо його як  $\beta$ ) висновку  $B$ ? Зразу ж необхідно зазначити, що неможливо обчислити  $P(B)$  точно – для цього не вистачає відомостей. Натомість можна обчислити інтервал, до якого потрапить ця ймовірність [129].

Враховуючи, що  $A + \bar{A} = \Omega$  – вірогідна подія,  $A \cdot \bar{A} = \emptyset$  – неможлива подія, відповідно до повної ймовірності одержимо:

$$\beta = P(B) = P(A)P(B/A) + P(\bar{A})P(B/\bar{A}) = \alpha\gamma + (1-\alpha) \cdot P(B/\bar{A}).$$

У цій формулі фігурує невідоме значення  $P(B/\bar{A})$ , і саме тому точно обчислити  $\beta$  неможливо. Але, оскільки  $0 \leq P(B/\bar{A}) \leq 1$ , маємо

$$\alpha\gamma \leq P(B) \leq \alpha\gamma + (1-\alpha),$$

$$\beta \in [\alpha\gamma, \alpha\gamma + (1-\alpha)].$$

Отже, інтервал невизначеності для висновку  $B$  є тим меншим, чим більшим є коефіцієнт упевненості в істинності умови  $A$ . Якщо  $\alpha = 1$ ,  $\beta$  визначається точно. Якщо ж  $\alpha = 0$ , інтервал невизначеності для  $\beta$  становить  $[0, 1]$ , а це еквівалентно повній відсутності будь-яких корисних відомостей.

Таким чином, що навіть у найпростіших випадках пряме застосування теоретико-ймовірнісних співвідношень спричинює проблеми. Ситуація ще більше ускладнюється, якщо невизначеність носить „суб’єктивний” характер. Тому необхідно мати наближені, але простіші методики обчислення коефіцієнтів упевненості, які у більшості випадків давали б прийнятний результат.

*Схема EMYCIN.* Однією з найпростіших і найдавніших схем неточного логічного виведення була схема MYCIN, розроблена для однойменної експертної системи, що визначала наявність мікроорганізмів у крові. Згодом вона була модифікована, і ця модифікація отримала назву EMYCIN. Схема EMYCIN добре себе зарекомендувала та широко використовується і сьогодні.

У схемі EMYCIN з кожним твердженням  $A$  пов’язується коефіцієнт упевненості в його істинності  $\rho(A)$ , який змінюється від  $-1$  до  $1$ . Значення  $-1$  відповідає вірогідній хибності,  $0$  – повній невизначеності,  $1$  – вірогідній істинності. Хоча механізм EMYCIN тісно пов’язаний з ймовірнісними методами, зрозуміло, що введені таким чином коефіцієнти впевненості не є ймовірностями.

Далі студентам наводяться формули для обчислення коефіцієнтів упевненості в істинності висновку, заперечення, кон’юнкції та диз’юнкції тверджень.

Часто правило  $(A \vee B) \Rightarrow C$  замінюють двома правилами:  $A \Rightarrow C$ ,  $B \Rightarrow C$  і далі застосовують формули комбінування свідоцтв.

Нехай є два правила зі спільною правою частиною:  $A \Rightarrow C$ ,  $B \Rightarrow C$ . З використанням формули для обчислення коефіцієнту впевненості в істинності висновку можна розрахувати два коефіцієнти впевненості в істинності висновку  $C$ . Нехай за першим правилом отримано коефіцієнт упевненості  $\tau_1$ , а за другим – коефіцієнт упевненості  $\tau_2$ . Як поєднати ці два коефіцієнти впевненості та отримати комбінований коефіцієнт  $\tau$ ?

В схемі ЕМУСІН розрізняються три випадки:

**Випадок 1:**  $\tau_1 \geq 0, \tau_2 \geq 0$ . Це означає, що обидва правила свідчать в одному напрямі – на користь, і, таким чином, підсилюють одне одного. Тоді комбінований коефіцієнт розраховується за формулою:  $\tau = \tau_1 + \tau_2 - \tau_1 \tau_2$ .

**Випадок 2**  $\tau_1 \leq 0, \tau_2 \leq 0$ . Обидва правила свідчать проти висновку. Комбінований коефіцієнт розраховується за формулою:  $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \tau_2$ .

**Випадок 3:** *коефіцієнти різного знаку*. Тоді є суперечність: одне правило свідчить на користь висновку, а інше – проти нього. В такому разі комбінований коефіцієнт розраховується за формулою:  $\tau = (\tau_1 + \tau_2) / (1 - \min(|\tau_1|, |\tau_2|))$  – результат визначається вагомим свідченням, проте його вплив дещо послаблюється.

Сьогодні не існує абсолютно досконалого і загальноприйнятого механізму логічного виведення при невірогідних даних. Є кілька схем неточного логічного виведення, кожна з яких має свої переваги та недоліки. Студентам можна запропонувати підготувати характеристики деяких з них, зокрема схему PROSPECTOR, методи логічного виведення якої повністю ґрунтуються на байєсівському підході, та *теорію Демпстера-Шеффа* [73; 201], автори якої намагаються звільнитися від теоретико-ймовірнісних догматів і, таким чином, зробити неточне логічне виведення придатнішим для використання в умовах „суб’єктивної” невизначеності.

Практичне заняття можна проводити згідно компетентнісного підходу (див. п. 1.5.)

### Логічне виведення за нечітких відомостей.

Вивчення теми можна почати з афоризму: „Де початок того кінця, яким закінчується початок?”

При вивченні теми розглядаються питання:

- функція належності як основна характеристика нечіткої множини;
- основні операції над нечіткими множинами;
- нечітке логічне виведення;
- метод центру тяжіння композиції максимум-мінімум.

*Мотивація навчання.* Багатьом твердженням природної мови притаманна нечіткість, яка полягає в тому, що поняття, які фігурують у цих твердженнях, неможливо окреслити точно. Як можна, наприклад, визначити поняття „маленьке число” або „цікава книга”? Де закінчуються „маленькі числа” і починаються „великі числа”. Яку кількість камінців можна вважати „купою”? Легко уявити собі псевдоіндуктивні логічні висновки типу:

*Один камінець не утворює купу.*

*Додавання одного камінця до „не купи” не перетворює її на купу.*

*Отже, будь-яка кількість камінців не утворює купи.*

*Подання матеріалу.* Для формалізації таких понять було запропоновано застосовувати апарат *нечітких множин*, точніше, нечітких підмножин. Інша назва нечітких множин – *розмиті множини*. Нечітким множинам та їх можливим застосуванням присвячено багато літератури, наприклад [151; 157].

*Функція належності як основна характеристика нечіткої множини.* Якщо поняття не можна окреслити точно, то можна говорити про те, що даний об’єкт охоплюється цим поняттям тією чи іншою мірою. Наприклад, можна сказати, що людина, зріст якої 135 см, зовсім невисока, людина зі зростом 170 см більш-менш висока, зі зростом 185 см – досить висока і т.п. Інакше кажучи, для кожного зросту можна задати ступінь того, наскільки такий зріст відповідає поняттю „висока людина”.

Зі звичайними чіткими множинами тісно пов’язане поняття характеристичної функції  $\chi_A(x)$ , значення якої вказують, чи належить елемент  $x$

множині  $A$ :  $\chi_A(x)=1$ , якщо  $x \in A$  і  $\chi_A(x)=0$ , якщо  $x \notin A$ . Л.Заде запропонував розширити поняття характеристичної функції. Він ввів поняття функції  $\mu_A(x)$  нечіткої належності елемента  $x$  до множини  $A$ . Така функція набуває значення від 0 до 1. Чим більшим є значення функції нечіткої належності, тим більшою мірою елемент належить до множини. Якщо  $\mu_A(x)=1$ , елемент  $x$  чітко належить до множини  $A$ ; якщо  $\mu_A(x)=0$ , то елемент  $x$  чітко не належить до множини  $A$ . При  $0 < \mu_A(x) < 1$  елемент належить до множини нечітко. Чим вагомішим є значення функції нечіткої належності, тим більшою мірою елемент належить до множини.

Далі наводиться формальне означення.

Нехай  $E$  – довільна непорожня множина. **Нечіткою підмножиною**  $A$  множини  $E$  називається множина пар  $A = \{(x, \mu_A(x))\}$ , де  $x \in E$ ,  $\mu_A(x) \in [0,1]$ .

Функція  $\mu_A : E \rightarrow [0,1]$  називається *функцією належності* нечіткої підмножини  $A$ , а  $E$  – базовою множиною, або базовою шкалою. Значення функції  $\mu_A(x)$ , визначене для кожного  $x \in E$ , називається *ступенем належності* елемента  $x$  до нечіткої множини  $E$ . Як правило, до  $A$  не включаються елементи з нульовим ступенем належності, хоч це і не є обов'язковим. *Носієм* нечіткої підмножини  $A$  називається чітка підмножина  $A^*$  множини  $E$ , що містить ті елементи з  $E$ , для яких  $\mu_A(x) > 0$ .

Таким чином, нечітка підмножина характеризується своєю функцією належності, яка визначає, якою мірою елемент базової множини належить нечіткій підмножині. Носієм нечіткої підмножини завжди є чітка звичайна підмножина базової множини. Тому правильніше говорити „*нечітка підмножина*”, а не „*нечітка множина*”. Проте часто використовують термін „*нечітка множина*”, якщо це не викликає непорозумінь.

*Приклад.* Формалізуємо поняття „*високий зріст*”. Для цього слід визначити функцію належності до відповідної нечіткої множини.

Базовою множиною  $E$  є множина всіх невід'ємних дійсних чисел. Функцію належності можна задати аналітичною формулою

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < 1.5, \\ 2x - 3, & 1.5 \leq x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

графік якої зображено на рис.2.1.

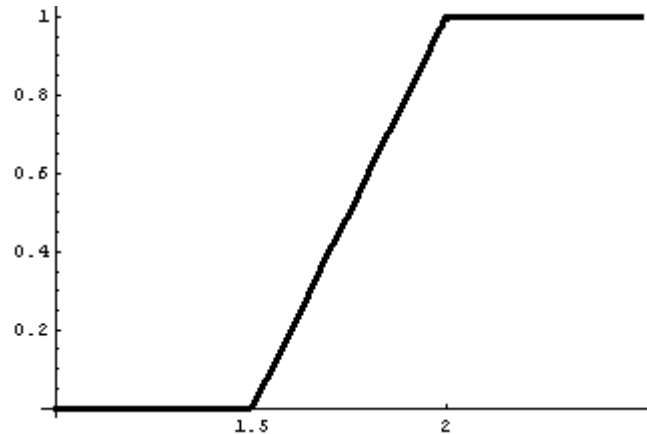


Рис. 2.1. Графік функції належності  $\mu_A(x)$

Тоді відповіддю на запитання „Чи є високою людина зі зростом 185 см?” може бути відповідь „Ступінь належності 0.7”, що можна інтерпретувати як „досить висока”.

Але цю саму нечітку множину можна задати і по-іншому, якщо явно перелічити деякі ступені належності, наприклад:

$$A = \{ \{1.5, 0\}, \{1.6, 0.2\}, \{1.7, 0.4\}, \{1.8, 0.6\}, \{1.9, 0.8\}, \{2, 1\} \}.$$

Необхідно звернути увагу на такі моменти:

- функція належності не може бути визначена однозначно, оскільки вона є дуже суб’єктивною; кожна людина може запропонувати свої значення цієї функції;
- самі ступені належності можна розглядати як розмиті. Наприклад, дехто оцінив зріст 185 см як високий зі ступенем належності 0.8. Якщо у нього запитати, чому 0.8, а не 0.82 чи 0.84, він не зможе чітко відповісти на це запитання. Тому замість конкретних числових значень можна говорити про інтервали оцінок ступенів належності. Проте на практиці найчастіше використовують нечіткі множини з конкретними числовими значеннями ступенів належності;

- незважаючи на те, що функція належності є суб'єктивною оцінкою, її не можна вибирати довільно. У випадку про формалізацію поняття „високий зріст”, функція належності повинна бути неспадною: неможливо, щоб хтось оцінював зріст 160 см більшим ступенем належності, ніж зріст 190 см.

*Основні операції над нечіткими множинами.* При вивченні цього питання розглядаються поняття рівності двох нечітких множин, включення, перетину, об'єднання, доповнення.

Зауваження. Для нечітких множин виконуються всі основні властивості звичайних чітких множин, крім двох: об'єднання  $A \cup \bar{A}$  не обов'язково дорівнює базовій множині; перетин  $A \cap \bar{A}$  не обов'язково дорівнює порожній множині.

*Нечітке логічне виведення.* Одну з найтипівіших задач логічного виведення за умов нечіткості можна сформулювати так:

*Дано нечітке продукційне правило „Якщо  $A$ , то  $B$ ”.*

*Спостерігається  $A'$  ( $A$  в певній мірі).*

*Яким повинно бути  $B$ ?*

Формальніше, задані носії  $U$  і  $V$  та їх нечіткі підмножини  $A$  і  $B$ . Задано або елемент  $u \in U$ , або множина  $A' \subseteq U$ . Потрібно визначити елемент  $v \in V$ , що являє собою висновок, який визначає результат застосування нечіткого продукційного правила.

*Приклад.* Дано нечітке продукційне правило:

*Якщо студент багато працює в бібліотеці, він отримає високу оцінку.*

Як множину  $U$  розглянемо множину чисел, що визначають кількість годин на тиждень, які студент може проводити в бібліотеці. Можна взяти  $U$  як діапазон чисел від 3 до 27. Для простоти обмежимося невеликою кількістю можливих значень:  $U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27\}$ . Аналогічно якщо оцінки (бали) виставляються за стобальною шкалою, за  $V$  можна взяти діапазон чисел від 71 до 100. Обмежимося невеликим набором можливих значень:  $V = \{59, 72, 84, 91, 96, 100\}$ .

Задамо функції належності для нечітких множин  $A$  („багато працює в бібліотеці”) та  $B$  („високий рейтинг”) таким чином:



$$A = \{(3, 0), (6, 0.1), (9, 0.4), (12, 0.6), (15, 0.8), (21, 1), (27, 1)\};$$

$$B = \{(5, 0), (7, 0.2), (8, 0.4), (9, 0.7), (9.5, 0.9), (10, 1)\}.$$

Нехай явним чином задано кількість годин, які студент працює в бібліотеці, або ступінь належності, за яким визначається, чи багато він працює в бібліотеці (це практично еквівалентно, оскільки, знаючи конкретну кількість годин, завжди можна визначити відповідний ступінь належності). Нехай цей ступінь дорівнює  $\alpha$ . Тоді для отримання висновку можна застосувати метод простої підстановки нечіткого значення, відповідно до якого  $v$  вибирається з умови  $\mu_B(v) = \alpha$ , де  $\mu_B(v)$  – функція нечіткої належності елемента  $v$  до множини  $B$ . Функція нечіткої належності може набувати значень з проміжку  $[0, 1]$ . Чим більшим є значення функції належності, тим більшою мірою елемент належить до множини.

Нехай у наведеному прикладі дано, що студент працює в бібліотеці 9 годин. Ступінь належності дорівнює 0.4, і таким чином слід зробити висновок, що такий студент повинен отримати оцінку „добре” (84 бали). Якби у спрощеній множині  $V$  не виявилось значення точно з таким ступенем належності, слід було б провести інтерполяцію або взяти найближче значення.

*Метод центру тяжіння композиції максимум-мінімум.* Як повинно змінитися нечітке логічне виведення, якщо  $A'$  задати не як конкретне значення, а як нечітку множину (наприклад, якщо у вище наведеному прикладі відомо, що студент проводить у бібліотеці середню кількість часу)? Для цього необхідно залучити до розгляду відношення нечіткої імплікації.

Нечітким відношенням між множинами  $A$  та  $B$  називається нечітка підмножина їх декартового добутку. Інакше кажучи, якщо

$$A = \{(u_i, \mu_A(u_i)), u_i \in U\}, B = \{(v_j, \mu_B(v_j)), v_j \in V\},$$

то відношення  $AR$  визначається як множина пар

$$ARB = \{(u_i, v_j), \mu_R(u_i, v_j)\}, u_i \in U, v_j \in V\}$$

Відношення нечіткої імплікації  $A \rightarrow B$  можна вводити по-різному. Часто використовується формула *min-імплікації*:

$$\mu_{A \rightarrow B}^{\min}(u_i, v_j) = \min(\mu_A(u_i), \mu_B(v_j)).$$

Для імплікації застосовуються й інші формули:

- нечітке розширення класичної імплікації:

$$\mu_{A \rightarrow B}^{(Kl)}(u_i, v_j) = \max(\mu_B(v_j), 1 - \mu_A(u_i));$$

- нечітка імплікація Лукашевича:  $\mu_{A \rightarrow B}^{(Luj)}(u_i, v_j) = \min(1, 1 - \mu_A(u_i) + \mu_B(v_j))$ .

Тепер можна отримати нечітку множину  $B'$  – нечітку множину висновків, які відповідають множині  $A'$ . Ця множина є результатом композиції *max-min* множини  $A'$  і нечіткої імплікації:

$$B' = A' \bullet (A \rightarrow B),$$

де  $\bullet$  – знак *max-min* композиції, що обчислюється за формулою

$$\mu_{B'}(v_j) = \max_{u_i} \min(\mu_{A'}(u_i), \mu_{A \rightarrow B}(u_i, v_j)).$$

Але отримати одну лише множину  $B'$  недостатньо, треба ще знайти конкретну числову відповідь (кажуть, що треба провести дефазифікацію). Найчастіше за числову відповідь береться *центр тяжіння* знайденої нечіткої множини, який обчислюється за формулою:

$$v^* = \frac{\sum v_j \mu_{B'}(v_j)}{\sum \mu_{B'}(v_j)}.$$

Описаний метод нечіткого логічного виведення називають *методом тяжіння композиції максимум-мінімум*.

Повернемося до попереднього прикладу.

Задано функції належності для нечітких множин  $A$  („багато працює в бібліотеці”) та  $B$  („високий рейтинг”) таким чином:

$$A = \{(3, 0), (6, 0.1), (9, 0.4), (12, 0.6), (15, 0.8), (21, 1), (27, 1)\};$$

$$B = \{(5, 0), (7, 0.2), (8, 0.4), (9, 0.7), (9.6, 0.9), (10, 1)\}.$$

Нехай дано, що *студент працює в бібліотеці середню кількість часу*. Задамо нечітку множину  $A'$  („середня кількість часу”):

$$A' = \{(3, 0), (6, 0.2), (9, 0.7), (12, 1), (15, 0.6), (21, 0.2), (27, 0)\}.$$

Обчислимо відношення *min*-імплікації нечітких множин  $A$  і  $B$  та знайдемо *max-min*-композиції множини  $A'$  та відношення  $A \rightarrow B$ . Результатом буде нечітка множина  $B'$ . Результати обчислень подані у табл.2.4.

Таблиця 2.4.

Обчислення відношення *min*-імплікації нечітких множин  $A$  і  $B$  та *max-min*-композиції множини  $A'$  та відношення  $A \rightarrow B$ .

Обчислення відношення <i>min</i> -імплікації нечітких множин $A$ та $B$							
		89	72	84	91	96	100
	$B$	0	0.2	0.4	0.7	0.9	1
$A$							
3	0	0	0	0	0	0	0
6	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
9	0.4	0	0.2	0.4	0.4	0.4	0.4
12	0.6	0	0.2	0.4	0.6	0.6	0.6
18	0.8	0	0.2	0.4	0.7	0.8	0.8
21	1	0	0.2	0.4	0.7	0.9	1
27	1	0	0.2	0.4	0.7	0.9	1
Обчислення <i>max-min</i> -композиції множини $A'$ та відношення $A \rightarrow B$ .							
		89	72	84	91	96	100
	$B$	0	0.2	0.4	0.7	0.9	1
$A'$							
3	0	0	0	0	0	0	0
6	0.2	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
9	0.7	0	0.2	0.4	0.4	0.4	0.4
12	1	0	0.2	0.4	0.6	0.6	0.6
18	0.6	0	0.2	0.4	0.6	0.6	0.6
21	0.2	0	0.2	0.4	0.2	0.2	0.2
27	0	0	0	0	0	0	0
	$B'$	<b>0</b>	<b>0.2</b>	<b>0.4</b>	<b>0.6</b>	<b>0.6</b>	<b>0.6</b>

Результатом *max-min*-композиції множини  $A'$  та відношення  $A \rightarrow B$  є нечітка множина  $B'$ .

Проведемо дефазифікацію отриманої множини  $B'$ :

$$V^* = (72 \cdot 0.2 + 84 \cdot 0.4 + 91 \cdot 0.6 + 96 \cdot 0.6 + 100 \cdot 0.6) / (0.2 + 0.4 + 0.6 + 0.6 + 0.6) = 220.2 / 2.4 = 91.75 \approx 92.$$

Отже, на основі проведеного розрахунку із застосуванням нечіткого композиційного правила виведення можна дійти висновку, *студент повинен отримати 92 бали*.

Практичне заняття проводиться згідно компетентнісного підходу. На підготовчому етапі студентам пропонуються завдання та питання теоретичного характеру:

1. Охарактеризуйте поняття нечіткості.
2. Дайте означення характеристичної функції, нечіткої функції належності.
3. Чому нечітку функцію належності можна розглядати як узагальнення характеристичної функції.
4. Дайте означення нечіткої множини. Наведіть кілька прикладів.
5. Дайте означення рівності та включення нечітких множин.
6. Дайте означення доповнення нечіткої множини.
7. Дайте означення перетину та об'єднання нечітких множин.
8. Охарактеризуйте задачі, пов'язані з нечітким логічним виведенням.
9. Опишіть метод простої підстановки нечіткого значення, який може бути застосований у випадку, коли в умові явно задається ступінь належності.
10. Опишіть метод центру тяжіння композиції максимум-мінімум.
11. Що таке нечітке відношення?

На основному етапі студентам пропонуються наступні завдання та вправи:

1. Повторити розрахунки, наведених у питаннях „Нечітке логічне виведення” та „Метод центру тяжіння композиції максимум-мінімум”, але із застосуванням імплікації Лукасевича та нечіткого розширення класичної імплікації.
2. Дано нечітке продукційне правило: якщо тварина їсть багато м'яса, вона виросте великою. Нехай дано, що тварина їсть середню кількість м'яса. За

правилом центру тяжіння композиції максимум-мінімум, підрахуйте, якою вона виросте,. Функції належності візьміть на всій розсуд.

3. Покажіть, що при  $\mu_B(v) \geq \mu_A(u)$ , де  $\mu_A(x)$  – функція нечіткої належності елемента  $x$  до множини  $A$ :

а)  $\mu_{A \rightarrow B}^{(\min)}(u, v) = \mu_A(u)$ ;

б)  $\mu_{A \rightarrow B}^{(Lu)}(u, v) = 1$ ;

в)  $\mu_{A \rightarrow B}^{(Kl)}(u, v) \geq 0.5$ .

На закріплюючому етапі студентам можна запропонувати відповіді на такі питання:

1. Міри нечіткості та ймовірності. Що між ними спільного і чим вони відрізняються?
2. Яке з відомих відношень нечіткої імплікації дозволяє отримувати кращі результати?

### **2.4.3. Методичні аспекти навчання спецкурсу „Математична інформатика”**

На вступній лекції викладач знайомить студентів з метою, завданнями навчання і призначенням спецкурсу „Математична інформатика”, його роллю і місцем в системі навчальних дисциплін. Студентам повідомляється методологія роботи над спецкурсом та наводяться основні літературні джерела, за якими буде проводитися навчання спецкурсу.

**2.4.3.1. Поняття інтелекту, інтелектуальної системи. Приклади інтелектуальних задач та систем.** При вивченні теми розглядаються базові поняття, пов’язані з природним і штучним інтелектом, критично аналізуються основні сучасні тлумачення поняття „штучний інтелект”. Розглядається методика тесту Тьюринга, спрямована на визначення рівня інтелектуальності, та фатичний діалог; вивчається поняття квазіалгоритмічності, наводяться типові джерела квазіалгоритмічності; подається систематизована характеристика інтелектуальних систем із загальнокібернетичних позицій. На цій основі описується типовий цикл функціонування інтелектуальної системи: сприйняття зовнішньої ситуації та

формування її первинного опису; зіставлення зі знаннями та формування вторинного опису у термінах знань системи; планування цілеспрямованих дій та прийняття рішень, наголошується на ітеративності цього процесу.

Основне завдання при розгляді цієї теми полягає у введенні поняття „інтелект” та „інтелектуальна система” і те, яку задачу можна вважати „інтелектуальною”. На сьогодні загальноприйнятого єдиного та повного означення поняття „інтелекту” не існує. Під терміном „інтелект”, як правило, розуміють рівень розвитку розумової діяльності, який формується у процесі індивідуального розвитку людського організму і який характеризується елементами нетривіального продуктивного мислення, використання багатозначної логіки, формування біологічно та соціально цінних знань [212].

Цікавим є дослідження М.М. Мойсєєва [146] та Г.С. Поспєлова [160], у яких аналізуються поняття природного та штучного інтелекту.

У зв'язку з відсутністю єдиного означення природного інтелекту доцільно виділити складові компоненти, елементи, властивості, що мають відношення до становлення і розвитку людського інтелекту.

Відсутність чіткого трактування не заважає оцінювати інтелектуальність на інтуїтивному рівні. Можна розглянути методи такої оцінки: метод експертних оцінок і метод тестування [161].

Наголошується на тому, що поняття „штучний інтелект” не можна зводити тільки до створення пристроїв, які повністю або частково імітують людську розумову діяльність. Важливим є завдання виявлення механізмів, які лежать в основі діяльності людини, щоб застосовувати їх при розв'язуванні конкретних науково-технічних завдань.

Далі доцільно розглянути та проаналізувати в загальних рисах деякі проблеми, які доводиться постійно вирішувати людському розуму: розпізнавання образів, мислення, обчислювальні задачі.

Наведемо приблизний перелік питань, які можна розглядати при вивченні теми:

– аналіз різних тлумачень поняття „інтелект”;

- тест Тьюринга та фатичний діалог;
- метод комп'ютерної реалізації фатичного діалогу;
- алгоритмічний та декларативний підходи до управління системами;
- формалізація понять алгоритмічності та декларативності;
- квазіалгоритми та джерела квазіалгоритмічності;
- інтелектуальні системи із загальнокібернетичних позицій;
- типова схема функціонування інтелектуальної системи;
- соціальні наслідки інтелектуалізації комп'ютерних технологій.

Для перевірки рівня формування знань та набуття умінь використовуються контрольні запитання та завдання:

1. Яка потреба в інтелектуалізації комп'ютерних технологій?
2. Назвіть кілька відомих інтелектуальних задач. Опишіть їх спільні риси та відмінності.
3. У чому полягає основна проблема при автоматизації логічних побудов?
4. Наведіть кілька тлумачень понять „інтелект”, „штучний інтелект”. Дайте критичний аналіз цих тлумачень.
5. Опишіть процедуру тесту Тьюринга.
6. Охарактеризуйте поняття фатичного діалогу. Яким чином можна запрограмувати фатичний діалог?

Пропонуються наступні теми для обговорення:

1. Охарактеризуйте відомі методи оцінювання інтелектуальних здібностей людини. Що між ними спільного, в чому вони відрізняються?
2. У чому полягають основні проблеми застосування інтелектуальних тестів для оцінювання штучного інтелекту?
3. Чи зводиться процес отримання людиною нових знань, зокрема виведення нових фактів з уже існуючих, до чисто логічного виведення?
4. Охарактеризуйте роль інтуїції в розумовій діяльності людини.
5. У чому проявляється квазіалгоритмічність людського мислення?
6. Охарактеризуйте основні завдання, які повинна „вміти” виконувати інтелектуальна система.

7. Поясніть, яким чином „сприйняття” зовнішньої ситуації може впливати на „внутрішній стан і знання” інтелектуальної системи. Наведіть кілька прикладів.
8. Наведіть приклади практичних досягнень у створенні та використанні систем штучного інтелекту.

**2.4.3.2. Моделі подання знань та методи логічного виведення.** Подання знань і розробка систем, що базуються на знаннях, – основний напрям в галузі створення інтелектуальних систем. Це пов’язано з розробкою моделей подання знань, створенням баз знань, що утворюють ядро експертних систем. Останні включають в себе моделі і методи виведення та структурування знань. Саме дослідженням в цій галузі присвячено вивчення розділу „Моделі подання знань та методи логічного виведення”.

Наводиться характеристика знань як інформаційної основи інтелектуальних систем. Досліджуються відмінності між знаннями та традиційними даними; розглядаються основні властивості знань. Наголошується на інтесіональному характері знань та на їх структурованості. Розглядаються основні сучасні моделі подання знань: семантичні мережі, фрейми, логічні моделі, продукційні системи. Значна увага приділяється зв’язкам між цими моделями. На прикладі семантичних мереж і фреймових моделей вивчаються деякі підходи до розв’язування важливої практичної задачі – розуміння нових повідомлень, зокрема природної мови, і поповнення цих даних на основі існуючих знань.

**2.4.3.2.1. Знання – інформаційна основа інтелектуальних систем.** При вивченні цієї теми доцільно розглянути такі питання:

- знання і деякі підходи до їх подання;
- вербально-дедуктивне визначення знань;
- експертні системи;
- дані та знання (при вивченні інтелектуальних систем традиційно виникає питання – що таке знання і чим вони відрізняються від звичайних даних?);
- зв’язки між інформаційними одиницями (відомості про різні об’єкти, поняття, процеси і т.п., тобто відповідні описи);
- проблема винятків;



- властивості знань;
- неоднорідність знань; області і рівні знань;
- база знань як об'єднання простіших одиниць;
- бінарні предикати і триада „об'єкт-атрибут-значення”;
- проблема неточних і неповних знань.

Для перевірки рівня формування знань студентів та набуття умінь використовуються контрольні запитання та завдання:

1. Наведіть приклади інтуїтивного тлумачення поняття „знання”.
2. Наведіть вербально-дедуктивне тлумачення знань. Що означають поняття „факти”, „правила виведення” та „процедури” у цьому тлумаченні?
3. Що означають екстенсіональна та інтенсіональна частини бази знань?
4. Охарактеризуйте зв'язки між інформаційними одиницями в базі знань.
5. Охарактеризуйте поняття „агрегація”, „узагальнення”, „клас” та „екземпляр класу”.
6. Охарактеризуйте принцип логічного виведення за успадкуванням.
7. Наведіть власні приклади ієрархії класів.
8. Чим відрізняється відношення „екземпляр-клас” від відношення „підклас-клас”, „екземпляр-клас” від відношення „елемент-множина”.
9. Охарактеризуйте проблему винятків. Як вона пов'язана з монотонністю логічного виведення?
10. Перелічіть основні властивості знань та моделі подання знань.
11. Для чого необхідно виокремлювати області і рівні знань?
12. Яким чином можна розкласти деякий складний предикат на бінарні предикати. Наведіть приклади.
13. Яким чином можна перетворити деякий унарний предикат на бінарний? Наведіть приклади.
14. Охарактеризуйте поняття „об'єкт-атрибут-значення”.
15. Що означає „постулат замкненості світу”?

Пропонуються наступні теми для обговорення:

1. Охарактеризуйте основні проблеми, які доводиться вирішувати при розробці експертних систем і баз знань. Наведіть приклади.
2. Чому знання експерта важко формалізувати, тобто подати їх у вигляді, придатному для занесення до бази знань?
3. Наведіть приклади бази знань з довільної предметної галузі, що містить факти і правила.
4. Наведіть приклад бази даних, яку можна розкласти на інтенціональну та екстенціональну частини.

**2.4.3.2.2. Семантичні мережі.** При вивченні цієї теми розглядаються наступні питання:

- означення та класифікація семантичних мереж;
- семантичні мережі в пам'яті людини;
- трирівнева архітектура семантичних мереж;
- асиміляція нових знань на основі семантичних мереж;
- способи задання семантичних мереж;
- логічне виведення на семантичних мережах;
- процедурні і розділені семантичні мережі.

Для перевірки рівня формування знань студентів та набуття ними відповідних умінь використовуються контрольні запитання та завдання:

1. Дайте неформальне та формалізоване означення семантичної мережі.
2. Охарактеризуйте трирівневу архітектуру семантичних мереж.
3. Що таке концептуальний граф?
4. Який елемент семантичної мережі відповідає тріаді „об'єкт–атрибут–значення”?
5. Опишіть процес асиміляції нових відомостей в рамках моделі семантичних мереж.
6. Охарактеризуйте повну і модальну асиміляцію нових відомостей.
7. Охарактеризуйте відомі підходи до логічного виведення на семантичних мережах. Який з них є основним?
8. Як пов'язане логічне виведення на семантичних мережах з відношенням „Є”?

9. Опишіть механізми блокування наслідування за наявності винятків. Наведіть приклади.

10. Охарактеризуйте поняття перехресного пошуку на семантичних мережах.

11. Що таке розділені та процедурні семантичні мережі?

Пропонуються наступні теми для обговорення:

1. Чи можна хоча б приблизно вважати, що людина запам'ятовує відомості у вигляді структур, подібних до семантичних мереж? Поясніть відповідь.

2. Охарактеризуйте на довільному прикладі різні способи подання концептуальних одиниць за допомогою семантичних мереж. У чому полягають переваги та недоліки цих способів?

**2.4.3.2.3. Фреймові моделі подання знань.** При вивченні цієї теми розглядаються наступні питання:

- фрейми та слоти;
- конкретизація, ієрархія та наслідування фреймів;
- поповнення первинних описів на основі фреймових моделей;
- мережі подібностей і відмінностей;
- фрейми та об'єктно-орієнтоване програмування.

Для перевірки рівня формування знань студентів та набуття ними відповідних умінь використовуються контрольні запитання та завдання:

1. Яким чином можна описати об'єкт на основі фреймової моделі?
2. Яким чином описи конкретних об'єктів утворюються з описів відповідних фреймів?
3. Опишіть схему поповнення первинних описів на основі фреймових моделей.
4. Що таке приєднана процедура?
5. Що таке демон?
6. Опишіть можливі застосування мереж подібностей та відмінностей.
7. У чому полягає зв'язок між семантичними мережами і фреймами?
8. Що таке сценарій?
9. Опишіть послідовність подій з деякої предметної галузі у вигляді сценарію, що залежить від ролей та змінних.

10. Поясніть зв'язок між фреймовими моделями та об'єктно-орієнтованими моделюванням та програмуванням.

11. Дайте означення класу за Г.Бучем. Перелічіть та охарактеризуйте основні властивості об'єктів і класів.

12. Що таке діаграма класів?

Пропонуються наступні теми для обговорення:

1. Чому фреймові структури відіграють важливу роль у розумінні, зокрема текстів?

2. Яким чином відношення узагальнення, асоціації та залежності можуть бути реалізовані в конкретних мовах програмування?

**2.4.3.2.4. Логічні моделі подання знань. Метод резолюцій.** Перед розглядом цієї теми студентам корисно повторити деякі відомості з математичної логіки, зокрема числення предикатів. При вивченні цієї теми розглядаються наступні питання:

- логічні побудови та логічні моделі;
- фразова форма запису логічних формул;
- аналіз і доведення теорем;
- побудова теорії певної галузі знань;
- від формальної логіки до логічного програмування;
- мова Пролог і логічне програмування;

Практичні заняття проводяться згідно компетентнісного підходу. На підготовчому етапі студентам пропонуються контрольні питання та завдання:

1. Сформулюйте задачу автоматичного доведення теорем.
2. Дайте означення логічної моделі.
3. Які основні елементи використовуються в численні предикатів?
4. Дайте означення диз'юнкта.
5. Що таке фраза Хорна?
6. Поясніть зв'язок між фразами Хорна та імплікаціями.
7. Яким чином можна усунути квантори узагальнення та існування?
8. Що таке константи і функції Сколема?

9. Охарактеризуйте основні дії, необхідні для зведення логічних формул до стандартної фразової форми.
10. Сформулюйте правило резолюцій. Наведіть приклади застосування цього правила.
11. Що означає виведення порожнього диз'юнкта? Яким чином він може бути отриманий?
12. Опишіть алгоритм перевірки тверджень на основі методу резолюцій.
13. Що означає поняття повноти для методу резолюцій?
- 14.3 чим пов'язана необхідність модифікації загального методу резолюцій?
15. Охарактеризуйте лінійну та вхідну резолюції. Покажіть, що вони не усувають бектрекінгового перебору.
16. Чи є вхідна резолюція повною? Наведіть клас диз'юнктив, для яких вона є повною.
17. Охарактеризуйте парадигму і основні поняття логічного програмування.
18. Поясніть взаємозв'язок фактів і правил в мові Пролог з фразами Хорна.

На основному етапі пропонується розв'язати такі задачі і вправи:

1. Доведіть тотожності, що характеризують зв'язок імплікацій з фразами Хорна:

$$a) (a \rightarrow b) = \bar{a} \vee b;$$

$$b) ((a \wedge b \wedge c) \rightarrow d) = \bar{a} \vee \bar{b} \vee \bar{c} \vee d.$$

2. Задана база знань:

Лев їсть м'ясо.

Зебра їсть траву.

Якщо хтось їсть м'ясо, то він є хижаком.

Запишіть ці знання у вигляді фраз Хорна та перевірте за допомогою методу резолюцій, чи є хижаками лев і зебра.

3. Задана база знань: будь-яка людина може успадкувати майно від іншої людини, якщо вона є її родичем або якщо стосовно неї було складено заповіт. Сидоренко успадкував майно від Петренка, але Петренко не складав заповіту.

Запишіть ці знання у вигляді фраз Хорна та доведіть за методом резолюцій, що Сидоренко є родичем Петренка.

4. Задана база знань: Сніг падає тільки тоді, якщо температура є нижчою 4°C. У червні температура завжди більша 4°C. Запишіть ці знання у вигляді фраз Хорна і доведіть за методом резолюцій, що в червні ніколи не падає сніг.

На закріплюючому етапі пропонуються такі теми для обговорення:

1. Наведіть приклади застосування логічного програмування для розв'язування конкретних практичних проблем.
2. Порівняйте мову логічного програмування Пролог з процедурними та об'єктно-орієнтованими мовами програмування.

**2.4.3.2.5. Продукційні моделі подання знань.** При вивченні цієї теми розглядаються наступні питання:

- характеристика продукційних моделей;
- продукції та мережі виведення;
- типова схема роботи експертної системи на базі продукцій;
- пряме та зворотне виведення;
- основні стратегії вирішення конфліктів у продукційних системах.

Для перевірки рівня формування знань та набуття умінь використовуються контрольні запитання та завдання:

1. Дайте неформальне означення продукції, продукційної моделі та продукційної системи.
2. Наведіть можливі приклади інтерпретації продукцій.
3. Дайте формальне означення продукції.
4. Опишіть поняття „мережа виведення”. Наведіть приклад.
5. Опишіть типову схему роботи продукційної системи.
6. Які існують стратегії логічного виведення в продукційних системах?
7. Що таке пряме та зворотне виведення? Наведіть приклади.
8. У чому полягає відмінність між детермінованими і недетермінованими продукціями?
9. Що означає централізоване та децентралізоване управління продукціями?
10. Опишіть поняття „класної дошки”. Поясніть, як воно використовується при децентралізованому управлінні продукціями.

11. Чи може порядок виконання продукцій у продукційних системах впливати на результат їх функціонування? Поясніть, чому.

12. Опишіть основні стратегії розв'язування конфліктів у продукційних системах.

13. Охарактеризуйте принцип найдовшої умови. Яким чином він пов'язаний з опрацюванням винятків?

Пропонуються такі теми для обговорення:

1. Охарактеризуйте місце продукційних моделей серед інших моделей подання знань.
2. Яка стратегія логічного виведення (пряма чи зворотна) є ефективнішою? Поясніть, чому.

**2.4.3.4. Моделі та методи прийняття рішень.** При вивченні розділу розглядаються методи планування цілеспрямованих дій та прийняття рішень, основні алгоритми планування в просторі станів і просторі задач. Значна увага приділяється елементам теорії графів, бектрекінговим алгоритмам, динамічному програмуванню, методу Харта, Нільсона і Рафаеля та іншим.

**2.4.3.4.1. Основні підходи до планування цілеспрямованих дій.** Функціонування будь-якої інтелектуальної системи полягає в тому, що вона сприймає зовнішню ситуацію і певним чином реагує на неї. Проаналізувавши ситуацію, вона повинна *прийняти рішення про вибір певної дії*, виходячи з власної мети. Але таке рішення – це завершальний етап процесу планування. Планування цілеспрямованих дій полягає в аналізі всіх можливих дій системи та наслідків цих дій. Аналізуючи можливі наслідки, система оцінює один з них як найсприятливіший для себе і вибирає ту дію, яка, на думку системи, повинна привести до очікуваного результату.

Широкий клас задач у рамках прийняття рішень може бути сформульовано у вигляді класичної оптимізаційної задачі: знайти рішення, за яким деяка цільова функція досягає свого максимуму (мінімуму) при заданих обмеженнях. Так, керівник фірми бажає максимізувати свій дохід, не порушуючи закони. Подібні класи задач є предметом дослідження операцій.

Поряд з класичними ідеями оптимізації в останні десятиріччя почали розвиватись ідеї іншої природи – послідовного аналізу варіантів, їх відбракування, послідовного звуження множини можливих розв'язків.

Останні значні успіхи було досягнуто в розділі теоретичної інформатики, який дістав назву „Конструювання та аналіз комбінаторних алгоритмів”. Ефективні комбінаторні алгоритми знаходять застосування в багатьох галузях символічного опрацювання повідомлень та в дискретній оптимізації.

При вивченні цієї теми розглядаються питання:

- планування цілеспрямованих дій і прийняття рішень;
- повний перебір як найочевидніший метод розв'язування оптимізаційної задачі;
- евристичний пошук;
- експоненційна складність евристичного алгоритму;
- пошук у глибину і пошук в ширину;
- простір задач і простір станів.

Для перевірки рівня формування знань студентів та набуття ними відповідних умінь використовуються контрольні запитання та завдання:

1. Охарактеризуйте роль планування цілеспрямованих дій і прийняття рішень у загальній схемі функціонування інтелектуальних систем.
2. Яким чином можна звести задачу прийняття рішень до оптимізаційної задачі? Наведіть приклад.
3. Дайте означення оптимального та допустимого розв'язку оптимізаційної задачі.
4. Охарактеризуйте поняття „повний перебір”.
5. Охарактеризуйте поняття евристичного пошуку.
6. Дайте означення часової та ємнісної складності задачі.
7. Наведіть відому вам класифікацію алгоритмів за часовою складністю.
8. Чому евристичний пошук може мати експоненційну часову складність? Наведіть приклад. Чи будь-який перебірний алгоритм є експоненційним?
9. Опишіть процедури пошуку в глибину та пошуку в ширину.



10. Охарактеризуйте планування в просторі задач і просторі станів.

11. Що таке граф станів задачі.

Пропонуються наступні теми для обговорення:

1. Приклади обмежувальних правил, які істотно скорочували б перебір і дозволяли б знаходити для тих чи інших конкретних задач прийнятні, хоча й неоптимальні розв'язки за прийнятний час.
2. Приклад задачі, яку можна розв'язувати в просторі станів. Намалюйте граф станів цієї задачі.
3. Порівняти пошук у глибину з пошуком у ширину. Навести приклади, коли одна зі стратегій має незаперечні переваги над іншою.

**2.4.3.4.2. Планування в просторі станів.** При вивченні цієї теми розглядаються такі питання:

- основні поняття теорії графів;
- способи задання графів;
- дерева;
- способи зберігання дерев;
- остові дерева;
- ейлереві шляхи;
- знаходження найкоротших шляхів у графі;
- загальна схема алгоритму Харта, Нільсона та Рафаеля.

Практичне заняття проводиться згідно компетентнісного підходу. На підготовчому етапі використовуються контрольні запитання та завдання:

1. Охарактеризуйте методику розв'язування інтелектуальних задач на основі планування в просторі станів.
2. Що таке граф станів задачі?
3. Охарактеризуйте способи зберігання графів.
4. Що таке матриця суміжності і списки суміжності?
5. Що таке дерево? Чи можна розглядати дерево як частковий випадок графу?
6. Охарактеризуйте пошук у глибину і в ширину.
7. Що таке остові дерева?

8. Опишіть алгоритм знаходження ейлеревих циклів.
9. Опишіть загальну схему алгоритмів Харта, Нільсона та Рафаеля.
10. Що таке евристична функція?
11. В якому випадку алгоритм Харта, Нільсона та Рафаеля є допустимим?
12. В якому випадку алгоритм Харта, Нільсона та Рафаеля зводиться до алгоритму Дейкстри.
13. Охарактеризуйте алгоритм Дорана і Мічі.
14. Наведіть відомі вам приклади евристичних функцій для „гри в 8”.

*Примітка.* Гра в 8. У коробці  $3 \times 3$  міститься 8 фішок, що пронумеровані цифрами від 1 до 8; одне місце є порожнім. Фішки можна довільно переміщувати, але не можна виймати з коробки. Задача полягає в тому, щоб будь-яку початкову позицію перевести до цільової, при цьому потрібно зробити це за мінімальну кількість ходів.

На основному етапі пропонується розв’язати наступні задачі і вправи:

1. Доведіть припустимість і консистентність евристичних функцій для „гри в 8”.
2. Доведіть, що якщо алгоритм Харта, Нільсона та Рафаеля допустимий, то евристична оцінка цільової вершини завжди дорівнює нулю.
3. Наведіть приклад невдалого вибору евристичної функції, при застосуванні якої доводиться постійно повертатися до тих вершин, які були уже розкриті. (Вказівка: у даному разі повинна порушуватися вимога консистентності).

На закріплюючому етапі пропонуються наступні теми для обговорення:

1. Порівняти способи зберігання графів. Для яких задач вигіднішим виявляється зв’язане зберігання, а для яких – матриця суміжності?
2. Наведіть приклад задачі, яку можна розв’язувати на основі планування в просторі станів з використанням алгоритму Харта, Нільсона та Рафаеля. Якими можуть бути евристичні функції для цього прикладу?

**2.4.3.4.3. Планування в просторі задач.** При вивченні цієї теми розглядаються наступні питання:

- базові поняття: декомпозиція, I-АБО-граф;
- метод „поділяй і владарюй”.

Для перевірки рівня формування знань студентів та набуття ними відповідних умінь використовуються контрольні запитання та завдання:

1. У чому полягає основний принцип планування в просторі задач?
2. Дайте визначення І-АБО-графу.
3. Що таке елементарні задачі?
4. Що таке тупикові задачі?
5. Яким чином І-АБО-графи пов'язані з мережами виведення для продукційних систем? Наведіть приклад.
6. В якому випадку вершина є розв'язною. Дайте рекурсивне означення.
7. В якому випадку вершина є нерозв'язною. Дайте рекурсивне означення.
8. Охарактеризуйте метод „поділяй і владарюй”. Наведіть приклади його застосування для розв'язування практичних задач.
9. Опишіть загальну схему побудови часових оцінок для методу „поділяй і владарюй”.

Пропонується розв'язати наступні задачі і вправи:

1. Побудувати власний приклад І-АБО-графу для довільної задачі.
2. Як на основі планування в просторі задач можна автоматизувати розв'язування проблеми символного інтегрування (отримання первісних від аналітично заданих виразів на основі тотожних перетворень без чисельних розрахунків). Одна з можливих методик наведена в [152].

**2.4.3.4.4. Жадібні алгоритми.** При вивченні цієї теми розглядаються наступні питання:

- поняття жадібного алгоритму;
- градієнтний метод;
- матроїди;
- алгоритми Пріма і Крускала.

Для перевірки рівня формування знань студентів та набуття ними відповідних умінь використовуються контрольні запитання та завдання:

1. Дайте означення жадібного алгоритму.

2. Поясніть, яким чином застосування жадібних алгоритмів приводить до скорочення перебору при розв'язуванні інтелектуальних задач.
3. Сформулюйте основну ідею методу послідовних поліпшень.
4. Охарактеризуйте градієнтний метод як різновид жадібного алгоритму.
5. Чи завжди градієнтний метод збігається до: а) глобального екстремуму; б) хоча б одного з локальних екстремумів?
6. Сформулюйте умови, за яких градієнтний метод збігається до оптимального розв'язку.
7. Що таке опукле програмування?
8. Опишіть алгоритм Дейкстри для пошуку найкоротшого шляху на графі.
9. Що таке матроїд?
10. Опишіть алгоритми Пріма і Крускала.

**2.4.3.4.5. Динамічне програмування.** Метод динамічного програмування призначений для розв'язування задач за допомогою багатокрокової операції, тобто набору однотипних кроків. Розв'язок на кожному кроці приймається з урахуванням результатів попередніх кроків, а також з урахуванням наслідків прийнятого рішення для наступних кроків.

При вивченні цієї теми розглядаються наступні питання:

- поняття динамічного програмування;
- принцип оптимальності Беллмана;
- задача про критичний шлях;
- задача пошуку найкоротшого шляху.

Практичне заняття проводиться згідно компетентнісного підходу. На підготовчому етапі використовуються контрольні запитання та завдання:

1. Охарактеризуйте поняття динамічного програмування.
2. Сформулюйте принцип оптимальності Беллмана.
3. Охарактеризуйте застосування динамічного програмування до розв'язування задачі знаходження найкоротшого шляху.

4. Охарактеризуйте клас задач цілочисельного програмування, для яких використання жадібного алгоритму надає можливість отримати оптимальний розв'язок.

На основному етапі пропонується розв'язати наступні задачі та вправи:

1. Задача комівояжера.
2. Задача про триангуляцію.

На закріплюючому етапі пропонується така тема для обговорення:

1. Порівняйте метод динамічного програмування із жадібними алгоритмами.

**2.4.3.4.6. Бектрекінг.** При вивченні цієї теми розглядаються наступні питання:

- поняття бектрекінгу, базовий алгоритм, рекурсивна схема;
- типові задачі;
- сума підмножин;
- гамільтонові цикли.

Практичне заняття проводиться згідно компетентнісного підходу. На підготовчому етапі використовуються контрольні запитання та завдання:

1. Охарактеризувати поняття бектрекінгу.
2. Навести базовий алгоритм бектрекінгового пошуку.
3. Охарактеризувати можливості, пов'язані із застосуванням рекурсії в бектрекінгових алгоритмах.
4. Охарактеризувати поняття експліцитних та імпліцитних обмежень.

На основному етапі пропонується розв'язати такі задачі і вправи:

1. Використати алгоритм з поверненням для таких задач:
  - а) знаходження розміщення восьми взаємно не атакуючих тур на шаховій дошці;
  - б) знаходження розфарбування вершин графа мінімальним числом кольорів так, щоб жодне ребро не з'єднувало двох вершин одного кольору;
  - в) встановлення ізоморфізму двох графів;

г) знаходження шляху в лабіринті. Лабіринт задається матрицею з'єднань, в якій для кожної пари кімнат вказано, чи з'єднані вони коридором. Кількість кімнат дорівнює  $n$ . Побудувати шлях із кімнати  $i$  до кімнати  $j$ .

На закріплюючому пропонуються такі теми для обговорення:

1. Основні чинники, що впливають на ефективність бектрекінгового пошуку.
2. Типові задачі, які можна розв'язувати за допомогою бектрекінгового пошуку.

**2.4.3.5. Розв'язування задач за допомогою моделювання.** Розв'язуючи прикладні задачі, необхідно вміти абстрагуватись, виокремлювати суттєві і несуттєві характеристики об'єкта, системи. Згідно з [181] процес моделювання складається з таких основних етапів:

- постановка задачі і визначення властивостей об'єкта, який потрібно досліджувати;
- констатація труднощів або неможливості дослідження об'єкта безпосередньо;
- побудова моделі, що достатньо добре фіксує істотні властивості об'єкта і може легко досліджуватися;
- дослідження моделі відповідно до поставленої задачі;
- перенесення результатів дослідження моделі на оригінал;
- перевірка одержаних результатів;

Найважливішими у процесі моделювання є вибір моделі і перенесення результатів дослідження моделі на оригінал.

При вивченні цієї теми розглядаються наступні питання:

- поняття моделі, класифікація моделей;
- математичне моделювання;
- задача розміщення;
- мережі Петрі та їх використання;
- властивості мереж Петрі.

Для перевірки рівня формування знань студентів та набуття ними відповідних умінь використовуються контрольні запитання та завдання:

1. Охарактеризуйте поняття моделі.

2. Охарактеризуйте основні етапи процесу моделювання.
3. Наведіть класифікацію моделей.
4. Що таке математична модель?
5. Перелічіть вимоги до математичних моделей.
6. Які існують типи математичних моделей?
7. Охарактеризуйте поняття імітаційного моделювання.
8. Дайте визначення мереж Петрі.
9. Яким чином мережі Петрі пов'язані з моделюванням причинно-наслідкових зв'язків?
10. Перелічіть відомі властивості мереж Петрі.
11. Що таке розфарбовані мережі Петрі.

**2.4.3.6. Основи кодування повідомлень.** Кодування повідомлень – одна з базових тем спецкурсу „Математична інформатика”, яка відображає фундаментальну необхідність подання повідомлень в певній формі. При цьому під поняттям „кодування” розуміється подання повідомлень будь-якою мовою за допомогою будь-якої системи знаків. На сьогодні коди набули важливого практичного значення – засіб економного, зручного, швидкого, надійного передавання повідомлень лініями зв'язку з різноманітними видами шуму (телефон, телеграф, радіо, телебачення, комп'ютерний, космічний зв'язки тощо).

Вивчення теми „Основи кодування повідомлень” базується на матеріалах таких дисциплін як „Дискретна математика”, „Математична логіка і теорія алгоритмів”.

Мета вивчення теми: засвоєння майбутніми фахівцями знань, умінь та навичок, необхідних для створення різноманітних алгоритмів і синтезу цифрового опрацювання різноманітних повідомлень і даних із застосуванням методів та засобів кодування і декодування.

При вивченні цієї теми розглядаються наступні питання:

- код і його характеристики;
- алфавітне і рівномірне кодування;
- достатні умови однозначності декодування; властивості роздільних кодів.

- оптимальне кодування (кодування з мінімальною надлишковістю);
- коди стійкі до перешкод, коди Хеммінга.

Для проведення практичних занять зручно використовувати [150].

**2.4.3.7. Основи криптології.** Криптографія та криптоаналіз – дві складові криптології. Проблема захисту повідомлень шляхом його шифрування, що унеможливило прочитання цього повідомлення сторонньою особою, ще кілька десятиліть стосувалася переважно військових операцій, а не становила предмет широкого використання. Причиною бурхливого розвитку криптографії, з одного боку, є використання комп'ютерних мереж, зокрема мережі Internet, через які передають великі обсяги даних та повідомлень різноманітного змісту, що не допускає можливості доступу до них сторонніх осіб, а з іншого – поява потужних засобів обчислень зробила можливою дискредитацію низки криптографічних систем. Без криптографії не було б стільникових телефонів, банкоматів, цифрового телебачення, Internet-платежів тощо.

Мета вивчення основ криптографії – засвоєння теоретичних основ сучасної криптографії. Подаються основні термінологічні поняття та приклади використання шифрування на практиці. Зроблено екскурс в історію криптографії та розглядаються класичні алгоритми шифрування. Поряд із загальними принципами утворення блокових симетричних шифрів розглядаються найпоширеніші сьогодні алгоритми шифрування, зокрема стандарт DES, розглядаються питання криптоаналізу.

Використання термінів „код” та „кодування” як синонімів до термінів „шифру” та „шифрування” є помилковим. Код – це усталене правило для заміни одиниць повідомлень (букв, слів, цілих фраз) певними символами. Коди, які вивчає математична теорія кодування, застосовуються з метою дещо протилежною до криптографічної. Повідомлення шифрується для того, щоб воно стало незрозумілим, а кодується для того, щоб було зрозумілим навіть після часткового спотворення через природні перешкоди у каналі зв'язку. Ці два терміни слід чітко розмежовувати тому, що на практиці одне й те саме повідомлення може підлягати обом діям – у типовій ситуації текст закодовують у



двійкову послідовність, її шифрують, а отриманий криптотекст перед відправленням кодується за допомогою коду, що дозволить виправити помилки після передачі.

При вивченні теми розглядаються наступні питання:

- шифри простої заміни;
- частотний аналіз;
- поліграмні шифри;
- поліалфавітні шифри;
- шифрування блоками;
- шифрування перестановками;
- подання тексту у цифровій формі;
- шифр одноразового блокноту;
- кількарразове шифрування;
- алгоритм шифрування DES та його різновиди.

Для проведення практичних занять зручно використовувати [29; 60].

**2.4.3.8. Розпізнавання образів.** Розпізнавання образів є однією з найфундаментальніших проблем теорії інтелектуальних систем, має величезне практичне значення. Одним з поширених прикладів прийняття рішень в діяльності людини є розпізнавання образів. Кожному об'єкту ставиться у відповідність матриця ознак, за якими відбувається розпізнавання. У процесі розпізнавання використовуються найчастіше спеціальні математичні функції та процедури, за якими відбувається поділ об'єктів на класи.

При вивченні розділу подаються відомості про різноманітні підходи до розв'язування задач розпізнавання, математичний апарат, на якому базуються методи розпізнавання, перевагах та недоліках конкретних підходів, рекомендації з вибору того чи іншого методу для розв'язування задач розпізнавання.

Метою вивчення теми є ознайомлення студентів з сучасними станом проблеми розпізнавання образів та основними методами розпізнавання образів. Основна ідея навчання розділу полягає у формуванні у студентів знань, які

відповідають як системному, так й інформаційному підходам до проблеми розпізнавання.

Вивчення теми „Розпізнавання образів” базується на таких дисциплінах: „Математичний аналіз”, „Лінійна алгебра та аналітична геометрія”, „Теорія ймовірностей та математична статистика”.

**2.4.3.8.1. Основні принципи розпізнавання образів.** При вивченні цієї теми розглядаються наступні питання:

- основні постановки задач розпізнавання образів;
- класи та їх властивості;
- модельні описи класів; розпізнавання образів як зіставлення;
- постановка задачі і основні режими розпізнавання образів;
- розпізнавання образів як прийняття рішень;
- класифікація основних методів розпізнавання образів;
- поняття про допустимі перетворення.

Для перевірки рівня засвоєння знань студентів та набуття ними відповідних умінь використовуються контрольні завдання:

1. Опишіть відомі постановки задачі класифікації.
2. Перелічіть відомі вам практичні способи застосування методів класифікації.
3. Наведіть ключову парадигму теорії розпізнавання образів, сформульовану Хантом.
4. Що таке клас, інваріанти класу в теорії розпізнавання образів?
5. Перелічіть основні властивості класів.
6. Які фактори визначають змінюваність реалізацій класів?
7. Охарактеризуйте роль, яку відіграє в задачі розпізнавання образів навчання на прикладах.
8. Охарактеризуйте процес розпізнавання образів з точки зору зіставлення зі зразком.
9. Сформулюйте задачу розпізнавання образів як задачу віднесення об'єкта до певного класу.
10. Охарактеризуйте типову схему розпізнавання образів в робочому режимі.

11. Охарактеризуйте етап навчання, який передує розпізнаванню образів в робочому режимі. Які основні задачі вирішуються на цьому етапі?
12. Охарактеризуйте схеми без навчання, з одноразовим та періодичним перенавчанням.
13. У чому полягає режим „екзамену”?
14. Охарактеризуйте задачу розпізнавання образів як задачу прийняття рішень.
15. Наведіть класифікацію основних методів розпізнавання образів.
16. Дайте загальну характеристику дискримінантних методів.
17. Дайте загальну характеристику структурних методів.
18. Охарактеризуйте застосування методу допустимих перетворень у розпізнаванні образів.

Пропонується тема для обговорення:

1. Основні проблеми при створенні штучних систем розпізнавання образів.

**2.4.3.8.2. Розпізнавання образів в просторі ознак.** При вивченні цієї теми розглядаються наступні питання:

- загальна характеристика дискримінантних методів розпізнавання образів;
- типи ознак, міри відстаней;
- вектори та матриці ознак;
- гіпотеза компактності;
- типова схема розпізнавання в просторі ознак;
- роздільні функції; лінійні роздільні функції;
- метод найближчого сусіда;
- байєсівські методи розпізнавання образів.

Практичне заняття проводиться згідно компетентнісного підходу. На підготовчому етапі використовуються контрольні запитання та завдання:

1. Охарактеризуйте дискримінантні методи розпізнавання.
2. Що таке простір ознак?
3. Перелічіть відомі вам типи ознак.
4. Які ви знаєте міри близькості між об’єктами, якщо ознаки є кількісними?

5. Що таке зважені евклідові відстані? В якому випадку їх доцільно використовувати?
6. Що таке матриця даних?
7. Охарактеризуйте гіпотезу компактності.
8. Опишіть типову схему розпізнавання в просторі ознак.
9. Дайте означення розділяючої функції.
10. Дайте означення лінійної роздільності та лінійної розділяючої функції.
11. Опишіть алгоритм перцептрона для побудови лінійної розділяючої функції.
12. Сформулюйте метод найближчого сусіда.
13. Чи вимагає метод найближчого сусіда попереднього вироблення розв'язувального правила?
14. Охарактеризуйте основні переваги та недоліки методу найближчого сусіда. З чим пов'язана доцільність його застосування?
15. Охарактеризуйте байєсівські методи розпізнавання образів.

На основному етапі пропонується розв'язати наступні задачі і вправи:

1. Наведіть приклад навчальної вибірки, для якої існує лінійна роздільна функція. Побудуйте цю функцію за допомогою алгоритму перцептрона.
2. Дана навчальна вибірка, яка складається з трьох представників першого класу з координатами  $(0,0)$ ,  $(0,1)$  і  $(1,0)$  та двох представників другого класу з координатами  $(1,1)$  та  $(0,5,0,5)$ . Класифікуйте вектор з координатами  $(0,2,1)$  за методом найближчого сусіда.
3. Наведіть приклад навчальної вибірки  $X$  і об'єкта  $y$ , що складається з п'яти представників першого класу і п'яти представників другого класу, таких, що всі представники другого класу знаходяться ближче до  $y$ , ніж будь-який представник першого класу, крім одного, але система, за якою здійснюється розпізнавання за методом найближчого сусіда, відносить  $y$  до першого класу.

На закріплюючому етапі пропонуються такі теми для обговорення:

1. Чи для будь-якої предметної галузі можна використовувати розпізнавання в просторі ознак?

2. Приклади дихотономічних, номінальних і порядкових ознак.

**2.4.3.8.3. Синтаксичні методи розпізнавання образів.** При вивченні цієї теми розглядаються наступні питання:

- загальна характеристика синтаксичних методів розпізнавання;
- формальні граматики і мови;
- класифікація граматик за Хомським;
- приклад опису зображень на основі формальних граматик;
- основні методи граматичного перебору;
- засоби опису складніших зображень.

Практичне заняття проводиться згідно компетентнісного підходу. На підготовчому етапі використовуються контрольні запитання та завдання:

1. Охарактеризуйте синтаксичні методи розпізнавання.
2. Які функції призначені для формування опису та синтаксичного аналізу?
3. Дайте визначення формальної граматики; формальної мови.
4. Опишіть класифікацію формальних граматик, що була дана С.Хомським.
5. Що таке контекстно-вільна граматика? регулярна граматика?
6. Чи будь-яка автоматна граматика є безконтекстною? Покажіть, що зворотне неправильно.
7. Дайте означення дерева граматичного розбору.
8. Охарактеризуйте стратегії розбору „знизу догори” та „згори донизу”.
9. Що таке плекс-граматики? Для чого вони використовуються?

На основному пропонується розв’язати наступні задачі і вправи:

1. Наведіть приклад опису простих зображень на основі деякої граматики.
2. Задано дві мови  $L_1 = \{0^n 1^m; n, m=1, 2, \dots\}$  та  $L_2 = \{0^n 1^n; n=1, 2, \dots\}$ . Наведіть приклад регулярної граматики, що породжує мову  $L_1$ ; приклад безконтекстної, але не регулярної граматики, що породжує мову  $L_1$ ; приклад безконтекстної граматики, яка породжує мову  $L_2$ .
3. Наведіть приклад плекс-граматики, за допомогою якої можна описати кілька довільних літер українського алфавіту.

На закріплюючому пропонуються наступні теми для обговорення:

1. Чи можуть правила підстановок формальних граматики розглядатися як продукції деякої продукційної системи?
2. Як пов'язані стратегії граматичного розбору з бектрекінговими алгоритмами?

Після вивчення розділу „Розпізнавання образів” студент повинен знати:

- основні принципи розпізнавання образів та задачі розпізнавання образів;
- класи та їх властивості;
- класифікацію основних методів розпізнавання образів;
- що таке простір ознак та матриця даних;
- визначення формальної та регуляторної граматики;
- ортогональні перетворення;

вміти:

- застосовувати метод допустимих перетворень;
- реалізовувати типову схему розпізнавання образів в просторі ознак;
- створювати власні приклади дихотомічних, номінальних та порядкових ознак;
- наводити власний опис простих зображень;
- закодувати графік функції;
- здійснювати перетворення Фур'є.

## **2.5. Використання міжпредметних зв'язків при навчанні математичної інформатики у педагогічному університеті.**

Необхідність використання міжпредметних зв'язків в навчальному процесі безперечна. Послідовне і систематичне їх використання значно підвищує ефективність навчально-виховного процесу. За час впровадження ІКТ в освіту помітно змінилися роль і місце персональних комп'ютерів та інформаційних технологій в житті не тільки навчальних закладів. ІКТ з предмету навчання перетворилися на інструмент, який широко використовується у всіх сферах діяльності. Сьогодні студентів треба навчити не просто комп'ютерної грамотності, але й сформуванню чітких уявлень про те, де вони зможуть ці знання застосувати. Для ґрунтовної підготовки фахівців в галузі інформаційно-

комунікаційних технологій важливо виявити міжпредметні зв'язки, врахувати професійну спрямованість навчання при формуванні змісту навчальних дисциплін. Зокрема, при навчанні математичної інформатики необхідно широко використовувати міжпредметні зв'язки, щоб студенти вміли комплексно застосовувати, систематизувати, аналізувати знання, переносити ідеї та методи з однієї науки в іншу.

Відбувається взаємне проникнення наук і виникнення межових наук – біофізики, біохімії, комп'ютерної математики, математичної фізики, фізичної хімії, математичної інформатики, економічної інформатики, педагогічної інформатики і т.д.

В освіті міжпредметні зв'язки – це засіб формування практичних вмінь та навичок застосовувати знання з однієї дисципліни при вивченні інших. Формування адекватних цілям навчання фундаментальних знань неможливе без використання довольного або мимовільного способів формування міжпредметних зв'язків [46]. Зазначимо, що фундаментальні знання характеризуються різноманіттям внутрішніх та зовнішніх зв'язків, розкривають структуру змісту і визначають методологічну базу тієї або іншої предметної галузі, а їх основні характеристики – стабільність, довгостроковість, універсальність та доступність. Предметні знання розглядаються не як самодостатня замкнена система, а як складова загальної системи знань [123].

Використання міжпредметних зв'язків в навчальному процесі стимулює студентів до професійного вдосконалення. За допомогою багатосторонніх міжпредметних зв'язків не тільки на якісно новому рівні вирішуються завдання навчання, розвитку і виховання студентів, але й закладається фундамент для комплексного бачення і вирішення складних проблем реальної дійсності.

Врахування міжпредметних зв'язків забезпечує:

- узгоджене в часі вивчення різних навчальних дисциплін з метою їх взаємної підтримки;
- обґрунтовану послідовність у формуванні понять;
- єдиність вимог до знань, умінь і навичок;

- використання при вивченні одних дисциплін (наприклад, математичної інформатики) знань, отриманих при вивченні інших дисциплін;
- ліквідацію невиправданого дублювання в змісті навчальних предметів;
- показ спільності методів, що застосовуються при дослідженні процесів і явищ в різних дисциплінах;
- підготовку студентів до оволодіння сучасними технологіями.

У доборі та реалізації змісту освіти для студентів інформатичних спеціальностей педагогічного університету важливо передбачити заходи стосовно уникнення кількох можливих проблем:

- нездатності реалізовувати наукові підходи до психолого-педагогічної роботи на практиці;
- несформованості людських якостей, що забезпечують ефективну педагогічну діяльність та професійну адаптацію молодого фахівця.

Умовами уникнення вказаних проблем може бути інтеграція та врахування міжпредметних зв'язків певних навчальних дисциплін та їх змісту; система спеціально організованих практичних (лабораторних) занять, активного навчання як в аудиторіях, так і поза їх межами, проведення педагогічних та виробничих практик; загальна орієнтованість підготовки вчителя інформатики на актуальні проблеми освіти.

Слід зазначити, що інформатика тісно пов'язана з філософією. Філософія надає загальні методи змістового аналізу, а інформатика – загальні методи формального аналізу предметних галузей (особливо це стосується математичної інформатики) [75].

Інформатика, як і математика, використовується для опису та дослідження проблем інших наук. Вона надає методи дослідження іншим наукам, допомагає підсилювати міжпредметні зв'язки, досліджувати проблеми різних наук.

Інформатика використовує такі загальнонаукові міжпредметні методи і процедури: абстрагування і конкретизація, аналіз і синтез, індукція і дедукція, формалізація, візуалізація, структуризація, алгоритмізація і програмування, інфологічне (інформаційно-логічне) моделювання, математичне моделювання,



комп'ютерне моделювання, обчислювальний експеримент, програмне управління, розпізнавання образів, класифікація та ідентифікація образів, експертне оцінювання, тестування та інші [76].

Підготовка сучасних вчителів інформатики здійснюється у педагогічних університетах кафедрами, що проводять інтеграційну роботу в рамках кількох дисциплін, пов'язаних з інформатикою та прикладною математикою. У кількох педагогічних університетах створені і успішно функціонують кафедри інформатики і прикладної математики (або інформатики та обчислювальної математики). Незважаючи на значну кількість досліджень із застосування СКМ при навчанні математичних дисциплін (див. наприклад, [122; 196]), як правило, міжпредметні зв'язки використовуються недовільно, за винятком традиційних зв'язків між курсами обчислювальної математики та інформатики за рахунок використання технологій програмування та вивчення математичної статистики з використання інформаційних технологій (наприклад, MS Excel). В той же час можливе встановлення й інших міжпредметних зв'язків між змістом навчання математичної інформатики та прикладної математики. Наприклад, при вивченні курсу „Методи обчислень” студентам пропонується здійснювати програмну реалізацію методів в одній з відомих СКМ. В цьому випадку в їх числі разом з ознайомленням з особливостями використання інформаційних технологій, глибшим вивченням математичних основ інформатики буде і реалізація міжпредметних зв'язків.

Врахування міжпредметних зв'язків виконує кілька функцій: методологічну, освітню, розвиваючу, виховну, конструктивну. Зокрема, при вивченні математичної інформатики можна розрізнати зв'язки внутрішньоциклові (зв'язки математичної інформатики з алгоритмізацією і програмуванням, обчислювальною математикою, методами оптимізації, математичною логікою, дискретною математикою, теорією ймовірностей та математичною статистикою, статистичним моделюванням та деякими іншими дисциплінами інформатичного та математичного циклів) та міжциклові (зв'язки математичної інформатики з філософією, безпекою життєдіяльності, економікою

та деякими іншими дисциплінами). Реалізація внутрішньоциклових зв'язків ефективно використовується при вивченні, наприклад, теми „Логічні моделі та метод резолюцій”, оскільки у найтипівішому випадку логічна модель подання знань базується на формалізмах логіки предикатів першого порядку (зв'язок з математичною логікою). Крім того, поняття „логіка” має глибокі філософські корені. Для теорії і практики створення „інтелектуальних” систем особливе значення має питання: яким чином можна формалізувати логічні побудови так, щоб вони здійснювались автоматично, без участі людини? Логічне виведення за дедукцією (від загальних правил до часткових наслідків) є одним з механізмів мислення, до того ж бездоганим з позицій логіки (міжциклові зв'язки математичної інформатики з філософією).

За допомогою міжпредметних зв'язків не тільки на якісно новому рівні вирішуються завдання навчання, розвитку і виховання студентів, але також закладається фундамент для комплексного бачення і вирішення складних проблем реальної дійсності. Саме тому врахування міжпредметних зв'язків є важливою умовою і результатом комплексного підходу в навчанні студентів.

Всі функції міжпредметних зв'язків тісно взаємозв'язані між собою, а єдність реалізації ефективно впливає на освіту, виховання, формування і розвиток особистості студента в процесі навчання. Важливе значення має при цьому використання особистісно-орієнтованих технологій навчання (наприклад, використання методу проектів при вивченні окремих тем математичної інформатики). Саме використання таких технологій навчання сприяє продуктивнішій реалізації принципу єдності навчання, виховання і розвитку студентів в навчальному процесі, стимулює розвиток їхньої творчої пізнавальної активності, пізнавальних інтересів і здібностей.

Інформатика в міру свого становлення в своїх теоретичних основах і методах неухильно математизується. І навпаки, методи інформатики, інформаційні технології проникають у глибини математики, впливають на деякі риси стилю, техніки і змісту математичних досліджень. Це у першу чергу стосується використання математичних моделей та інформаційних технологій

для дослідження об'єктів реальної дійсності, розв'язування практичних задач, що виникають у всіх сферах діяльності людини. Тому при підготовці фахівців у педагогічних університетах слід приділяти значну увагу побудові математичних моделей та їх дослідженню [194]. Наприклад, при вивченні теми „Розв'язування задач за допомогою моделювання” розглядається дослідження задачі про розміщення за допомогою моделювання.

*Постановка задачі.* Припустимо, що є система з  $n$  населених пунктів і доріг, що їх з'єднують. Розмірами населеними пунктами можна знехтувати, зображуючи їх точками; між населеними пунктами задані відстані (по дорозі). Потрібно оптимально в цій системі розмістити школу.

*Вивчення властивостей.* Спершу треба визначити, що означає оптимальне розміщення. Очевидно, що початкових відомостей для розв'язування задачі недостатньо – потрібно ще знати, скільки учнів живе в кожному пункті. Нехай відомо такі дані:  $p_i, i=1,2,\dots,n$  – кількість учнів в  $i$ -ому пункті. Припустимо, що існує всього два населених пункти: селище, де живе 100 учнів, та віддалений хутір, де живе 2 учні. Очевидно, зсувати школу у бік хутора було б неправильно, потрібно мінімізувати суму учне-кілометрів.

Можна сформулювати і довести твердження, що школу потрібно розміщувати в населеному пункті.

Для формального розв'язування цієї задачі використаємо теорію графів (реалізація внутрішньоциклових зв'язків): населені пункти вважатимуться вершинами графу, ребра – дорогами, що з'єднують населені пункти. Школу потрібно розміщувати у вершині графу. Це означає, що потрібно вибрати місце для школи не з нескінченної кількості множини точок на площині, а з  $n$  точок, що робить повний перебір легкоздійсненним з використанням певної мови програмування або СКМ. Для простоти розглянемо випадок, коли  $n=10$ .

Граф системи продемонстровано на рис.2.2.

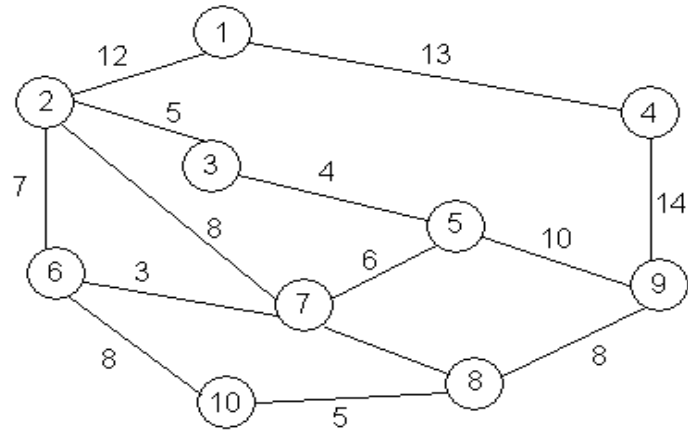


Рис. 2.2. Мережа населених пунктів

У середині кола, що зображає вершину, стоїть номер населеного пункту. Кількість учнів у вершинах  $i=1,..,10$  (задано відповідно числами  $p=\{804065100749056341203\}$ . Ребра позначені числами, що характеризують відстані між відповідними населеними пунктами.

Насамперед знайдемо найкоротші ланцюжки з кожної вершини в кожную іншу вершину за допомогою якогось з відомих алгоритмів (наприклад, алгоритм Дейкстри або засобами динамічного програмування). Отримаємо результат, записаний у матриці. Нехай  $d_{ij}$  позначає мінімальний шлях між вершинами  $i$  та  $j$ .

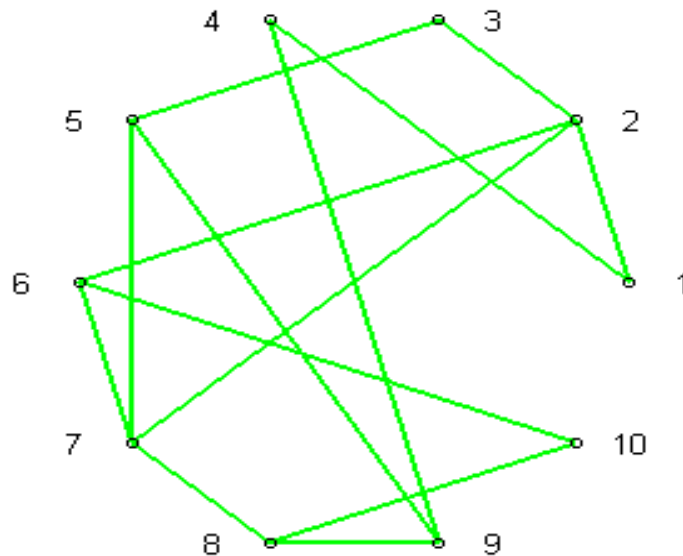
$$\begin{pmatrix} 0 & 12 & 17 & 13 & 21 & 19 & 20 & 29 & 27 & 27 \\ 12 & 0 & 5 & 25 & 9 & 7 & 8 & 17 & 19 & 15 \\ 17 & 5 & 0 & 28 & 4 & 12 & 10 & 19 & 14 & 20 \\ 13 & 25 & 28 & 0 & 24 & 32 & 30 & 22 & 14 & 27 \\ 21 & 9 & 4 & 24 & 0 & 9 & 6 & 15 & 10 & 17 \\ 19 & 7 & 12 & 32 & 9 & 0 & 3 & 12 & 19 & 8 \\ 20 & 8 & 10 & 30 & 6 & 3 & 0 & 9 & 16 & 11 \\ 29 & 17 & 19 & 22 & 15 & 12 & 9 & 0 & 8 & 5 \\ 27 & 19 & 14 & 14 & 10 & 19 & 16 & 8 & 0 & 13 \\ 27 & 15 & 20 & 27 & 17 & 8 & 11 & 5 & 13 & 0 \end{pmatrix}$$

Якщо поставити школу у вершині  $i$ , то загальна кількість учне-кілометрів дорівнюватиме сумі добутків  $i$ -го рядка матриці на відповідні числа масиву  $p$  (скалярному добутку  $i$ -го рядка матриці на вектор  $p$ ). Перебравши всі вершини,

знайдемо мінімум цього добутку. У вершині, де досягається мінімум, і потрібно розмістити школу.

При вивченні математичної інформатики студенти зіштовхуються з проблемою недостатніх математичних знань, вмінь та навичок, наслідком чого є неефективність використання математичного апарату під час навчання математичної інформатики, зокрема при побудові та дослідженні різноманітних моделей. Наприклад, у попередній задачі студент може не вміти використати алгоритм Дейкстри або засоби динамічного програмування для знаходження найкоротших ланцюжків з кожної вершини графа в кожну іншу вершину. У такому випадку він може використати СКМ (наприклад, Maple) для знаходження матриці найкоротших шляхів:

```
> n:=10:
with(networks):#звернення до команд пакету networks
new(G):#створення нового графу
addvertex({1,2,3,4,5,6,7,8,9,10},G):#задання вершин графу
addedge([1,2],[1,4],[2,6],[2,7],[2,3],[3,5],[4,9],[5,7],
{5,9},{6,7},{6,10},{7,8},{8,9},{8,10}],#з'єднуємо вершини ребрами
weights=[12,13,7,8,5,4,14,6,10,3,8,9,8,5],G):#визначення ваг ребер
draw(G);#побудова графу
```



Складемо програму, за допомогою якої реалізується повний перебір всіх можливих варіантів і вибирається той, який задовольняє умові задачі:

```
> p:=[80,40,65,100,74,90,56,34,120,23]:#задання кількості учнів у
#кожному з населених пункті
mn:=1000000:
for i from 1 to n do
g1:=shortpathstree(G,i):
a:=vweight(g1):
```

```

s:=0:
for j from 1 to n do
s:=s+a[j]*p[j]; od:
if s<mn then mn:=s;k:=i; fi;
od:
print('школа_розміщується_у_населеному_пункті_№');
k;

```

*школа\_розміщується\_у\_населеному\_пункті\_№*

5

Звідси видно, що школу потрібно розташовувати у населеному пункті з номером 5.

Студент, використавши СКМ, розв'язує поставлену перед ним задачу, і таким чином, у нього не виникає психологічного бар'єру у застосуванні математичного апарату, а також усвідомлює, який матеріал треба повторити (або вивчити).

Розв'язування задач прикладного характеру (такою є попередня задача) з використанням програмних засобів, наприклад СКМ, надає знанням і вмінням студентів практично значущого характеру, реалізувати міжпредметні зв'язки курсу математичної інформатики та інших навчальних дисциплін природничого напрямку.

В основі проблеми невміння студентів використовувати при вивченні окремої дисципліни методи інших дисциплін лежить ігнорування методиками навчання предметів відмінностей між їх логіками [116]. Деякі дослідники (див. наприклад, [134]) відзначають вирішальну роль правильної побудови та реалізації саме навчальних задач для ефективного здійснення міжпредметних зв'язків.

Оцінюючи ефективність здійснення міжпредметних зв'язків при створенні навчальних матеріалів на основі дисциплін природничо-наукового, професійного і гуманітарного циклів, слід зазначити, що велике значення має те, наскільки глибоко викладачі переконані в їх необхідності, чи достатньо обізнані з сутністю та функціями міжпредметних зв'язків, чи добре володіють практичними вміннями їх реалізації в своїй діяльності, чи мають необхідні знання суміжних предметів і відповідну методичну підготовку.

Фундаментальна освіта повинна бути цілісною, для чого окремі дисципліни розглядаються не як сукупність традиційних автономних курсів, а інтегруються в єдині цикли фундаментальних дисциплін, поєднаних загальною цільовою функцією та міжпредметними зв'язками [188].

В. М. Максимова означає міжпредметні завдання як завдання, які вимагають залучення знань з різних дисциплін, або завдання, складені на матеріалі одного предмету, які використовуються з певною пізнавальною метою при навчанні іншого [124].

На необхідність врахування синтезу знань у підготовці фахівців вказує В.М.Кедров. Він виявляє важливу суперечність: зміст всієї освіти цілком і повністю побудовано на принципі функціональності і розділення наук, тоді як в розвитку структури наукового знання панує тенденція до їх інтеграції [80]. І.П.Яковлевим розробляється модель фахівця „інтегрального профілю” – професійної основи формування особи [221].

Такому фахівцеві властиве володіння універсально-синтетичними знаннями і універсально-функціональною діяльністю. Перехід до формування фахівця інтегрального профілю пов'язано з кількома процесами: універсалізацією техніки, інтеграцією виробництва з наукою, змінами в змісті професійної діяльності будь-якого фахівця, в якій значна увага приділяється володінню різними знаннями, вміннями та навичками: дослідницькими, організаторськими, педагогічними.

Г. М. Добров виділяє „три типи механізмів міжнаукової взаємодії”: дія однієї з наук на традиційні об'єкти іншої науки; вивчення одного і того ж об'єкта двома різними науками; дослідження проблем одних наук за методами іншої [49].

Як показує практика, міжпредметні зв'язки в навчально-виховному процесі педагогічного університету є конкретним проявом інтеграційних процесів, що відбуваються сьогодні в науці і в житті суспільства. Ці зв'язки відіграють важливу роль в підвищенні прикладної, практичної і науково-теоретичної підготовки студентів, особливістю якої є оволодіння студентами узагальненим характером пізнавальної діяльності. Узагальненість надає можливість застосовувати знання і вміння в конкретних ситуаціях, при розгляді окремих питань в майбутньому

професійному, науковому і суспільному житті студентів педагогічного університету.

У спецкурсі „Математична інформатика” розширюються і закріплюються наступні основні поняття, що введені в інших курсах математичних дисциплін: поняття величини, алгоритму, графа, статистичне моделювання, „штучного інтелекту”, метод резолюцій, математичної функції, розвиваються уявлення про чисельні методи, що формуються при вивченні курсу обчислювальної математики. Успішне освоєння навчального матеріалу зі спецкурсу „Математична інформатика” базується і забезпечується вивченням попередніх тем з математичних дисциплін та інформатики.

Що дають СКМ іншим навчальним дисциплінам, зокрема, математичним? Перш за все, потужні засоби аналітичних перетворень, обчислень, графічних побудов, пошуку необхідних відомостей, що прискорює процес обчислень. Зокрема, вивчення курсу „Системи комп’ютерної математики” організовується так, щоб студенти набували практичних вмінь та навичок при розв’язуванні конкретних задач з математичних дисциплін (наприклад, математичного аналізу, аналітичної геометрії, лінійної алгебри, обчислювальної математики, математичної статистики, дискретної математики).

Після вивчення курсу „Системи комп’ютерної математики” можна продовжувати використовувати СКМ при розв’язуванні, наприклад, оптимізаційних задач [65; 195]. Причому студентам можна пропонувати розв’язувати подібні задачі, використовуючи команди та функції певної СКМ або створюючи власні процедури та функції. Це у свою чергу сприяє вдосконаленню навичок програмування. Наприклад, при розв’язуванні задачі дискретного програмування про рюкзак [177, с.19] студенти виконують дослідницьку, творчу роботу, а її рутинна частина виконується за допомогою комп’ютера.

Математичні моделі „рюкзакового” типу використовуються для опису таких прикладних задач: задача завантаження унікального обладнання, задача формування портфелю замовлень, забезпеченого ресурсами, задача завантаження контейнерів та ін.



Подібною задачею дискретного програмування є задача комівояжера [177, с.20]. За допомогою математичної моделі задачі комівояжера описуються такі прикладні задачі: задача мінімізації часу переналагоджень унікального устаткування, задача про перевезення готової продукції споживачам та ін.

Головними етапами при розв'язуванні таких задач є постановка задачі (задання цільової функції, запис критерію оптимальності, обмежень, задання точності розв'язку) і дослідження отриманих результатів. У студентів формуються основи системного підходу при розв'язуванні задач, а також вони бачать зв'язки різних навчальних дисциплін.

## **2.6. Організація і проведення педагогічного експерименту та аналіз його результатів**

Педагогічний експеримент – це комплекс методів дослідження, призначений для перевірки вірогідності педагогічних гіпотез. За його допомогою встановлюється характер зв'язків між різними компонентами педагогічного процесу, між факторами, умовами та результатами педагогічних дій, перевіряється їх ефективність, порівнюється ефективність різних факторів або змін у структурі процесу та обирається найкраще для даних умов їх поєднання, виявляються особливості перебігу процесу у нових умовах тощо. При цьому експеримент надає можливість встановити закономірні зв'язки між явищами як у якісній, так і в кількісній формах [14, 100–101].

З урахуванням вище наведеного дослідно-експериментальна робота щодо створення та впровадження методичної системи навчання математичної інформатики у педагогічному університеті проходила як трьохетапний природний педагогічний експеримент протягом 2002–2007 рр. у Дрогобицькому державному педагогічному університеті імені Івана Франка в Інституті фізики, математики та інформатики (ІФМІ) та в Національному педагогічному університеті імені М.П.Драгоманова в Інституті фізико-математичної та інформатичної освіти і науки (ІФМІОІ).

Мета педагогічного експерименту полягала у перевірці загальної гіпотези дослідження та у визначенні рівня ефективності розроблених окремих

компонентів пропонованої комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математичної інформатики.

Завданнями педагогічного експерименту були: удосконалення тих складових методичної системи навчання, які підвищують ефективність процесу навчання математичної інформатики та математичних дисциплін в умовах систематичного використання ІКТ, зокрема систем комп'ютерної математики; розроблення матеріалів, на основі яких можна було б перевірити гіпотезу дослідження; проведення аналізу результатів експерименту.

Педагогічний експеримент проходив у двох напрямках:

- визначення стану рівня фундаментальної підготовки студентів та обґрунтування необхідності посилення фундаментальної складової інформатичної освіти шляхом вивчення спецкурсу „Математична інформатика”;
- обґрунтування доцільності навчання дисципліни „Системи комп'ютерної математики” для студентів інформатичних та фізико-математичних спеціальностей педагогічного університету.

На першому – констатуючому етапі – (2002–2003 рр.) вивчався теоретичний стан проблеми, що досліджується, шляхом аналізу психолого-педагогічної, наукової та навчально-методичної літератури; вивчався й аналізувався рівень інформатичних знань, умінь і навичок студентів комп'ютерних спеціальностей педагогічних університетів; вивчався вітчизняний і зарубіжний досвід навчання інформатики як фундаментальної науки та математичних дисциплін з використанням СКМ; вивчалися й аналізувалися шляхи підвищення ефективності управління навчально-пізнавальною діяльністю студентів у процесі навчання дисциплін інформатичного циклу; визначалися напрями та завдання навчального експерименту.

Дослідження здійснювалося шляхом аналізу результатів навчання студентів інформатичних спеціальностей на другому-п'ятому курсах навчання дисциплін інформатичного та фізико-математичного циклів в ІФМІОН НПУ імені М.П.Драгоманова та ІФМІ ДДПУ імені Івана Франка, проводилось опитування і анкетування студентів з метою визначення рівня їхніх фундаментальних знань з

інформатики, інформатично-комп'ютерної підготовки, вміння будувати моделі та досліджувати їх за допомогою СКМ. Крім того, аналізувалися відповіді студентів інформатичних спеціальностей на держаних екзаменах, які стосувалися фундаментальних основ інформатики, зокрема теоретичних основ інформатики, методів обчислень, досліджень операцій.

Зокрема, під час констатуючого етапу експерименту проводились бесіди з викладачами (ДДПУ імені Івана Франка, НПУ імені М.П.Драгоманова, Львівського національного університету імені Івана Франка, Національного університету „Львівська політехніка”, Черкаського державного технологічного університету, Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького, Київського національного університету імені Т.Г.Шевченка, Криворізького державного педагогічного університету) дисциплін „Чисельні методи розв’язування рівнянь математичної фізики”, „Методи оптимізації”, „Теорія управління”, „Теорія ймовірностей та математична статистика”, „Математична економіка”, „Математичне моделювання та системний аналіз”, для супроводу навчання яких використовують певну СКМ (див.табл.2.5) та вивчався досвід їх навчання.

Таблиця 2.5

## Використання СКМ у навчальному процесі

Назва дисципліни	СКМ, яка використовується
Чисельні методи розв’язування рівнянь математичної фізики	Mathematica
Методи оптимізації	Maple
Теорія управління	Matlab
Теорія ймовірностей та математична статистика	Maple
Математична економіка	Mathematica
Математичне моделювання та системний аналіз	Matlab

Під час вивчення цих дисциплін студенти стикаються з проблемою невміння працювати на належному рівні з СКМ. Крім цього, викладачі намагаються

протягом однієї-двох пар розповісти студентам про синтаксис, деякі функції та команди СКМ, необхідні для розв'язування задач з певного предмету. Як показує анкетування, студенти виконують певні дії за шаблонами, що їм надали викладачі, не замислюючись над тим, що вони роблять. У таких випадках студентам важко знайти помилку у записах виразів (найчастіше помилки трапляються при використанні дужок – круглих, квадратних, фігурних – та при записі функцій – студенти забувають, що в СКМ, як правило, звертається увага на регістр введених букв, на відміну від мов програмування С чи Pascal). Це показує, що у студентів немає достатньо сформованих умінь та навичок роботи з СКМ, що, у свою чергу, зменшує ефективність застосування математичних пакетів при вивченні вище наведених дисциплін.

Як основний метод отримання емпіричних даних було обрано метод анкетування. Згідно Н.В.Кузьміної [113], анкетування, будучи непрямим спостереженням за діяльністю випробовуваних, відрізняється досить малою трудомісткістю проведення й первинного опрацювання. Разом з тим, анкетування забезпечує отримання даних, аналіз яких надає можливість адекватно і обґрунтовано описати потреби у вивченні математичної інформатики.

Анкета відкритого типу (див. додаток К), розроблена для студентів 4-5 курсів ІФМІ, складається з питань та варіантів відповіді. Анкета спрямована на з'ясування потреби вивчення СКМ. Під час експерименту було заповнено 128 анкет студентами 4-5 курсів ДДПУ імені Івана Франка.

Первинне опрацювання результатів анкетування (табл. 2.6) проводилось за стандартною методикою.

На рис.2.3 подано результати первинного опрацювання анкет респондентів. Розподіл відповідей свідчить про те, що знання СКМ дійсно необхідні для ефективного застосування до розв'язування задач з математичних дисциплін.

Аналіз анкет, запропонованих студентам, та бесід, проведених з викладачами кафедри інформатики, дає можливість зробити висновки:

- без систематизованих знань та умінь роботи з СКМ студентам досить складно їх використовувати при вивченні математичних дисциплін;

- дисципліну „Системи комп’ютерної математики” доцільно вивчати на другому або третьому курсі.

Таблиця 2.6

## Результати анкетування

Вар.відповіді Питання	без ускладнень	потреба	труднощі	ознайомитися	знати
1	21	75	6	47	98
2	25	123	91	68	102
3	36	87	57	69	113
4	33	76	73	70	82
5	25	37	79	95	111
6	12	66	113	120	119
7	65	121	13	33	70

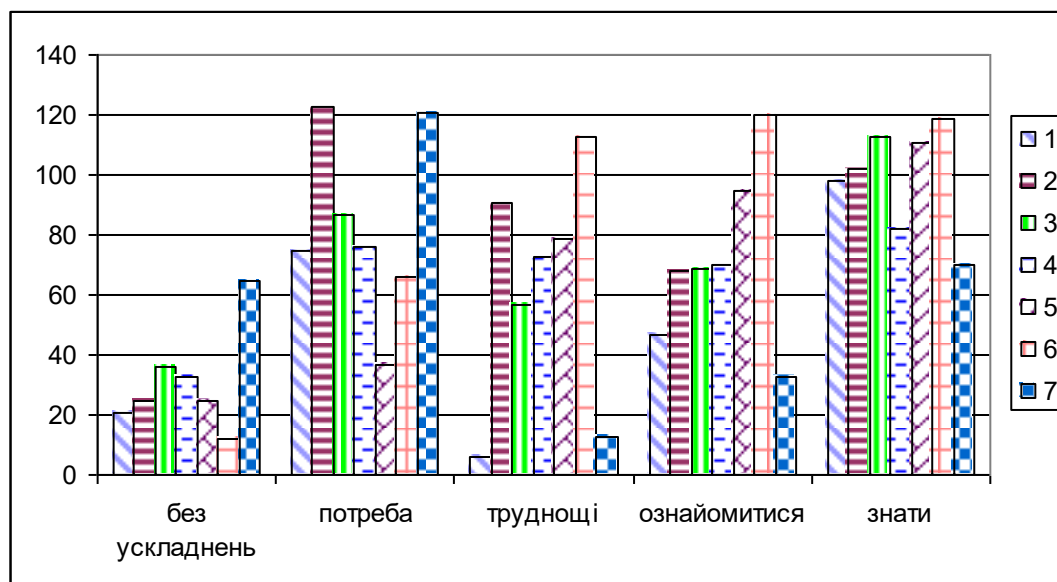


Рис. 2.3. Результати первинного опрацювання анкет

Крім того, студентам 4-5 курсів було запропоновано питання (див. додаток Л) на розуміння деяких фундаментальних понять інформатики та на знання математичного апарату для дослідження інформаційних моделей. Аналіз відповідей на ці питання дозволив зробити висновок, що студенти ІФМІОН НПУ імені М.П.Драгоманова та ІФМІ ДДПУ імені Івана Франка інформатичних спеціальностей не мають належної фундаментальної підготовки з комп’ютерних наук, недостатні теоретичні знання з інформатики, не мають достатніх навичок застосування математичних методів для дослідження інформаційних моделей.

Аналіз результатів проведення констатуючого етапу педагогічного експерименту дозволив зробити наступні висновки:

- серед студентів 2-5 курсів ІФМІОН та ІФМІ недостатні теоретичні знання з інформатики;
- більшість майбутніх математиків-програмістів слабо уявляють основні компоненти інформаційної культури викладача інформатики;
- необхідне цілеспрямоване формування основних компонентів інформаційної культури майбутніх математиків-програмістів, викладачів інформатики у процесі навчання дисциплін інформатичного, психолого-педагогічного циклів, фундаментальних математичних дисциплін;
- недостатній рівень знань, умінь та навичок з використання СКМ до розв'язування задач з математичних дисциплін;
- вирішення проблеми професійної підготовки майбутніх фахівців у галузі інформатики та прикладної математики до діяльності в умовах інформаційного суспільства неможливе без глибоких фундаментальних знань з інформатики та математики, володіння сучасними комп'ютерними технологіями, зокрема СКМ.

Дані висновки підтверджувалися і в результаті спілкування з викладачами математичних та інформатичних кафедр інших ВНЗ під час науково-практичних конференцій, а також у процесі спілкування через Internet, під час якого обговорювалися проблеми вищої інформатичної та математичної педагогічної освіти й аналізувалися шляхи розв'язування цих проблем.

Під час пошукового етапу педагогічного експерименту (2003-2005 рр.) теоретично обґрунтовувалися та уточнювалися ключові положення концепції створення методичної системи навчання математичної інформатики; розроблялися навчальний посібник, методичні рекомендації щодо виконання лабораторних робіт і практичних завдань та інші компоненти, що склали основу комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математичної інформатики, зокрема:

- з метою визначення фундаментальних основ інформатики проводився теоретичний аналіз наукової та навчально-методичної літератури;
- уточнювався зміст спецкурсу „Математична інформатика”;
- уточнювався зміст дисципліни „Системи комп’ютерної математики”;
- досліджувались можливості використання СКМ для підтримки вивчення математичних дисциплін.

У результаті пошукового експерименту було розроблено посібник „Системи комп’ютерної математики: Maple, Mathematica, Maxima” [98], який містить у доступній для студентів формі теоретичний матеріал, на конкретних прикладах показано можливості застосування СКМ до розв’язування математичних задач, значна увагу приділяється програмуванню в СКМ Maple, Mathematica та Maxima. Матеріал посібника добирався з врахуванням аналізу анкет студентів та бесід з викладачами кафедр інформатики та математичних дисциплін. Обсяг відомостей, поданих у посібнику, є достатнім для розуміння суті виконуваних дій. Значна частина матеріалу спрямована на актуалізацію знань та вмінь, набутих з інших предметів (математичний аналіз, лінійна алгебра та аналітична геометрія, дискретна математика, математична статистика, програмування), внаслідок чого реалізуються міжпредметні зв’язки, які сприяють систематизації знань.

Результати дослідження привели до висновку, що для формування професійної, зокрема інформаційної культури студентів на належному рівні, посилення їхньої фундаментальної підготовки, доцільно створити і впровадити у навчальний процес педагогічних університетів навчальний курс „Математична інформатика”, який формується на засадах фундаментальності, професійної спрямованості, науковості, доступності, широкому використанні СКМ та відповідності сучасним тенденціям у вищій освіті. Для створення методичної системи навчання математичної інформатики для майбутніх математиків-програмістів та викладачів інформатики уточнювалися зміст основних компонентів методичної системи навчання: цілей, змісту, методів, засобів та організаційних форм навчання.

Щоб визначити структуру і зміст математичної інформатики для підготовки

майбутніх математиків-програмістів та викладачів інформатики був здійснений аналіз існуючих підручників і посібників з математичної інформатики [39; 210], теорії ймовірностей та математичної статистики [40; 63], дискретної математики [15; 34; 42; 57; 219], комп'ютерної математики [54; 108; 137; 169], основ штучного інтелекту [32; 38; 50; 73; 121; 129], методів оптимізації [5; 65; 174; 175; 177], дослідження операцій [69; 191], основ криптології та кодування [29; 60; 125; 130; 149], систем комп'ютерної математики [3; 4; 18; 24; 27; 33; 109; 115; 156; 172; 217; 222-228; 230] для вищих навчальних закладів. На основі цього викристалізувалася така структура цього курсу, яка забезпечуватиме різноманітність підходів до подання матеріалу, а також сприятиме формуванню не тільки інформатичної та математичної культур студентів, а й інших компонентів їхньої професійної культури, зокрема вміння приймати раціональні рішення, будувати математичні моделі практичних задач, досліджувати й розв'язувати їх з використанням СКМ.

Мета формуючого етапу педагогічного експерименту (2005-2007 рр.) – перевірити на практиці ефективність розроблених компонентів комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математичної інформатики для студентів спеціальності „Інформатика” педагогічного університету. Для цього розв'язувались наступні завдання:

- випробувати в навчальному процесі педагогічного університету окремі компоненти методичної системи навчання математичної інформатики;
- перевірити доцільність вивчення дисципліни „Системи комп'ютерної математики”.

Експериментальне навчання студентів ІФМІ ДДПУ імені Івана Франка спеціальності „Інформатика” проводилось відповідно до розробленого в ході дослідження змісту навчання.

Визначалась ефективність окремих компонент пропонуваної методичної системи, здійснювалось її коригування, доповнення й вдосконалення. Проводився пошук шляхів підсилення мотивації студентів під час навчання математичної інформатики, способів організації навчальної діяльності, спрямованих на підвищення практичної значущості результатів та фундаментальності навчання



інформатики у педагогічному університеті.

Оцінювання досягнутих успіхів за семестр проводилось в системі оцінювання університету, після чого переводилось в національну шкалу оцінювання та шкалу ECTS.

На рис. 2.4 показано розподіл студентів за рівнями знань з предмету „Системи комп’ютерної математики” за 2004-2007 рр. Більшість студентів (82,83%) засвоїли дисципліну з оцінками „добре” та „задовільно”, незначна кількість засвоїли з оцінками „відмінно” (11,59%), решта (5,58%) – не засвоїли курс на належному рівні.

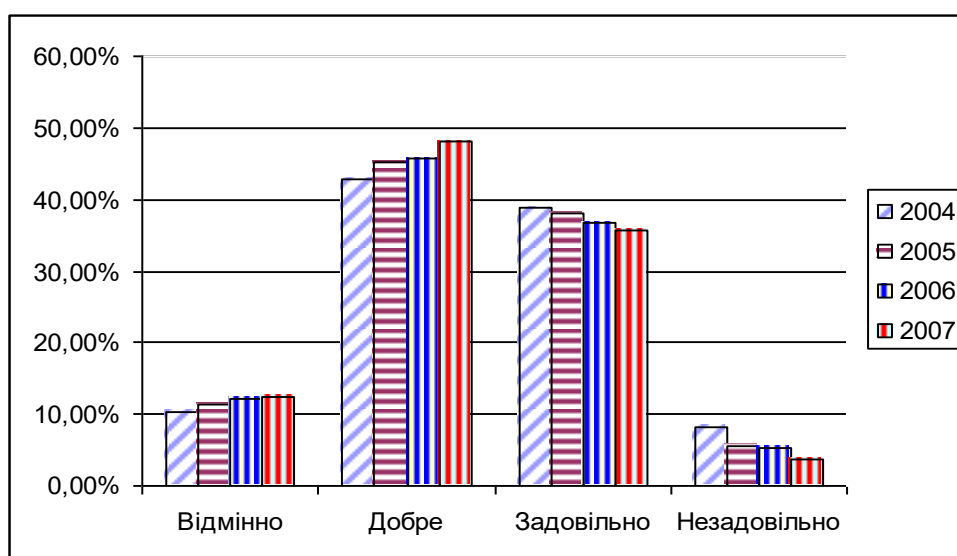


Рис. 2.4. Розподіл студентів за результатами іспиту з СКМ

Рівень засвоєння знань з курсу „Системи комп’ютерної математики” свідчить про те, що в майбутньому при використанні СКМ в процесі вивчення математичних дисциплін викладачам не потрібно буде виділяти час на подання відомостей щодо певного математичного пакету, що економить час і дає можливість розв’язувати задачі кількома способами, вивчати глибше суть задачі і методів їх розв’язування, розробляти нестандартні алгоритми розв’язування. Такий висновок підтверджують і бесіди з викладачами математичних дисциплін.

Результати формуючого експерименту свідчать про досить суттєве підвищення рівня знань, знань та навичок студентів з СКМ у порівнянні зі студентами, які не вивчали СКМ, що значно підвищує ефективність їх застосування

при вивченні інших дисциплін.

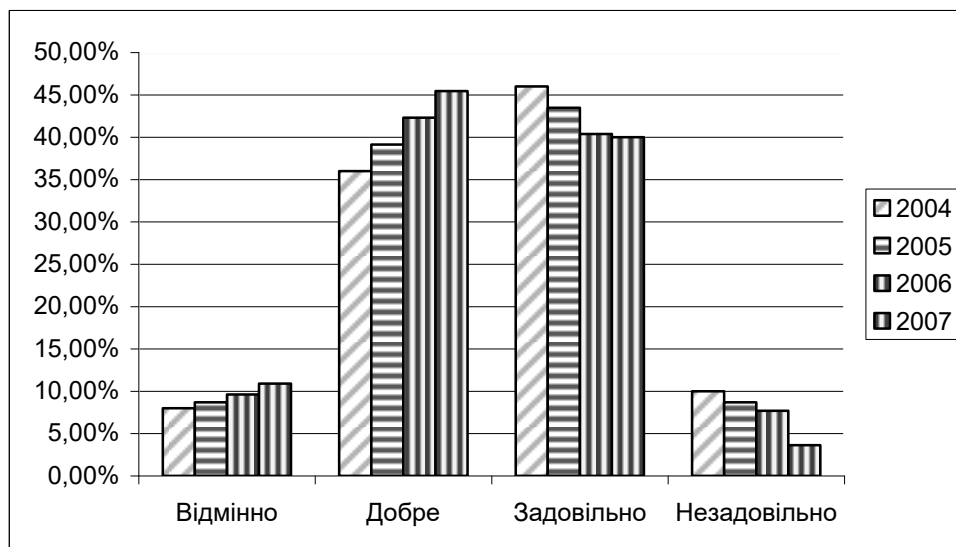


Рис.2.5. Рівень знань студентів зі спецкурсу „Математична інформатика”

На рис.2.5 показано рівень знань студентів за результатами модульного контролю за 2004-2007 рр. Як видно з рисунка, значна частина (90% і більше кожного року) студентів засвоїли цей курс.

В апробації окремих компонентів комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математичної інформатики, створених у процесі дисертаційного дослідження, брали участь викладачі і студенти Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка та Національного педагогічного університету імені М.П.Драгоманова. Експериментом на різних його етапах було охоплено понад 400 студентів інформатичних спеціальностей ІФМІОН та ІФМІ.

Результати педагогічного експерименту були статистично опрацьовані і за відомими статистичними правилами (критерій Пірсона, критерій Стюдента) прийняття рішень зроблено висновки про те, що розроблена методична система навчання є ефективною не лише в напрямі формування у студентів вмінь та навичок побудови та дослідження математичних моделей реальних соціально-економічних процесів з допомогою СКМ, а й посилення їхньої теоретичної підготовки з фундаментальних основ інформатики.

### **Висновки до другого розділу:**

1. Фундаменталізація освіти, зокрема інформатичної, покликана забезпечити професійну мобільність сучасного фахівця (вчителя інформатики чи програміста), яка стає все більш актуальною в умовах зростаючої конкуренції на ринку праці. Фундаментальність знань і методичної підготовки майбутніх учителів інформатики визначається перш за все тим, наскільки повно й ефективно їхні знання, одержані на теоретичному рівні в педагогічному університеті, можуть бути використані у практичній роботі, тобто наскільки вміло вони зможуть переходити від абстрактного до конкретного.

2. Більш глибока теоретична підготовка в галузі інформаційних технологій дозволить надасть можливість фахівцям у галузі інформатики не тільки використовувати пакети прикладних програм, але й брати участь в проектуванні інформаційних систем, інформаційному моделюванні з предметної галузі, об'єктивно оцінювати результати планування, проектування, експлуатації і супроводу інформаційних систем. Використання інформаційних технологій, зокрема СКМ, значно розширює межі застосування математичних методів та моделей для дослідження процесів у різних сферах людської діяльності. Широкий набір засобів для комп'ютерної підтримки аналітичних, обчислювальних та графічних операцій роблять сучасні СКМ одними з основних засобів у професійній діяльності учителя загальноосвітньої школи та викладача інформатики, фізика-теоретика та дослідника, математика-аналітика, інженера, економіста-кібернетика тощо. Тому їх освоєння та використання у навчальному процесі педагогічного університету при вивченні дисциплін фізико-математичного циклу дозволить підвищити рівень професійної підготовки студентів, їх фізико-математичної та інформатичної культури.

3. Навчання математичної інформатики на інформатичних спеціальностях педагогічного університету сприяє розвитку у майбутнього фахівця достатньо широкого погляду на програмування і формуванню у нього конкретних знань, які допоможуть йому швидко адаптуватися до реального життя. Вивчення

математичної інформатики сприяє розвитку математичного та алгоритмічного стилю мислення.

4. Міжпредметні зв'язки математичної інформатики, математичних, економічних та інших наук сприяють інтелектуальному розвитку студентів на основі формування уявлень про цілісність знань, забезпечують формування навичок володіння не тільки декларативними, але й процедурними знаннями. Завдяки реалізації міжпредметних зв'язків з використанням міжпредметних взаємопов'язаних завдань студентами досягається досить високий рівень інформаційної та комунікаційної культури. На основі цього у студентів формується стійкий інтерес до навчання та впевненість у власних силах і можливостях, потреба до самонавчання та самовдосконалення.

Основні результати дослідження у другому розділі подані в працях [89-91; 94-97; 99-101].

## ВИСНОВКИ

У ході проведеного дисертаційного дослідження вирішені усі поставлені на початку дослідження завдання, а саме:

– уточнено зміст поняття „математична інформатика” та визначено зміст математичної інформатики як навчального предмету для студентів інформатичних спеціальностей педагогічних університетів;

– уточнено теоретичні положення і практичні рекомендації щодо поєднання традиційних, особистісно-орієнтованих та інформаційно-комунікаційних технологій навчання як засобу активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів;

– уточнено цілі, форми, методи та засоби проведення занять з математичної інформатики;

– експериментально перевірено ефективність розробленої комп’ютерно-орієнтованої методичної системи у процесі навчання дисципліни „Системи комп’ютерної математики” та спецкурсу „Математична інформатика” на інформатичних спеціальностях.

Результати проведеного дослідження методологічних і психолого-педагогічних основ створення методичної системи навчання математичної інформатики для студентів інформатичних спеціальностей педагогічних університетів дають підстави зробити такі **висновки**:

1. Математична інформатика належить до важливих, фундаментальних основ інформатики, і зміст її не залежить від конкретних комп’ютерних інформаційних технологій.

2. У зв’язку з проникненням інформаційно-комунікаційних технологій у різні галузі науки та практики майбутні фахівці в цій галузі незалежно від роду занять потребують фундаментальної інформатичної підготовки, на що й спрямоване навчання математичної інформатики у педагогічному університеті;

3. Навчання математичної інформатики сприяє суттєвому підвищенню рівня математичної та інформаційної культури, пізнавальної активності і самостійності студентів інформатичних спеціальностей педагогічного університету, що

позитивно відображається на якості їхніх знань та вмінь, їхньому інтелектуальному розвитку, рівні професійної підготовки;

4. У процесі пошуку ефективних шляхів удосконалення навчання інформатики на основі вивчення психолого-педагогічної, науково-методичної і навчальної літератури встановлено, що одним із ефективних чинників навчання математичної інформатики є поєднання традиційних та інноваційних технологій навчання, завдяки чому у студентів формуються належні знання та вміння з інформатики, відповідні інформатичні компетентності.

5. Аналіз досліджень у галузі теорії і методики навчання інформатики та її математичних і теоретичних аспектів показав, що одним з шляхів підвищення якості професійної підготовки у педагогічному університеті майбутніх фахівців з комп'ютерних наук є впровадження в навчальний процес дисциплін, які поєднують в собі теоретичний, прикладний та практичний аспекти інформатики, що сприяє активізації навчально-пізнавальної, науково-дослідної діяльності студентів, розкриттю їхнього творчого потенціалу, збільшенню ролі самостійної та індивідуальної роботи, широкому впровадженню у навчальний процес сучасних інформаційних технологій, зокрема СКМ.

6. Інформатика неухильно математизується (як і математика інформатизується). Використання методів математики впливає на деякі риси стилю, техніки і змісту інформатичної роботи. Це стосується, зокрема, і використання математичних моделей та їх дослідження за допомогою інформаційних технологій, зокрема СКМ. Тому при підготовці фахівців на інформатичних спеціальностях педагогічних університетів побудові математичних моделей та їх дослідженню за допомогою СКМ слід приділяти особливу увагу. Зростає роль універсальних математичних пакетів (Derive, Maple, Mathcad, Matlab, Mathematica, Maxima та ін.) при дослідженні математичних моделей та розв'язуванні реальних задач. При цьому фахівцям потрібно знати кілька СКМ з метою якомога ефективного їх застосування, зокрема створення власних прикладних програм, описаних мовами програмування, вбудованими в системи комп'ютерної математики.

7. Використання СКМ в навчальному процесі сприяє підвищенню фундаментальності інформатичної та математичної освіти. Тому їх вивчення і використання в майбутньому при розв'язуванні задач з дисциплін фізико-математичного циклу сприятиме підвищенню інформатичної, математичної та професійної культури студентів;

8. Результати педагогічного експерименту, для опрацювання експериментальних даних якого використовувалися методи математичної статистики, дають підстави вважати, що основні завдання дослідження були розв'язані. Реалізація основних положень дослідження спрямована на якісне вдосконалення існуючої інформатичної освіти, посилення і поглиблення її фундаментальної складової, використання СКМ при навчанні дисциплін фізико-математичному циклу у педагогічного університету.

Подальші дослідження даної проблеми пов'язані з розробкою науково-методичних, дидактичних матеріалів з математичної інформатики. Крім того, після вивчення СКМ постає проблема: як і чому навчати в курсі „Методи обчислень”. Ця проблема вимагає детального вивчення, на яку будуть спрямовані подальші дослідження. Аналіз досліджень у галузі теорії і методики навчання інформатики та її математичних і теоретичних аспектів підтвердив, що одним з шляхів підвищення якості професійної підготовки у педагогічному університеті майбутніх фахівців з інформаційних технологій є впровадження в навчальний процес дисциплін, які поєднують в собі теоретичний, прикладний та практичний аспекти інформатики, що сприяє посиленню фундаментальності інформатичної освіти, активізації навчально-пізнавальної, науково-дослідної діяльності студентів, розкриттю їх творчого потенціалу, збільшенню ролі самостійної та індивідуальної роботи, широкому впровадженню у навчальний процес інформаційних технологій, зокрема СКМ.

# ДОДАТКИ



## Додаток А

## РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА

зі спецкурсу „МАТЕМАТИЧНА ІНФОРМАТИКА”

для підготовки студентів за ОКР „Бакалавр” за спеціальністю „Інформатика”

## ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН

Форма навчання: денна

№ п/п	Назва теми	Кількість годин				Література
		Всього	Лекції	Практичні заняття	Сам. робота	
<b>Модуль №1</b>		<b>47</b>	<b>14</b>	<b>14</b>	<b>19</b>	
1.	Вступ. Природний та штучний інтелект. Інтелект як високоорганізована кібернетична система	7	2	2	3	2, 3, 12
2.	Моделі подання знань та методи логічного виведення	26	8	8	10	1, 2, 12, 15
3.	Формалізація невірогідних та нечітких знань	14	4	4	6	2, 3, 4, 11, 15
<b>Модуль №2</b>		<b>36</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>16</b>	
4.	Моделі та методи прийняття рішень	21	6	6	9	2, 5, 11, 12, 13, 16, 17
5.	Розв’язування задач за допомогою моделювання	15	4	4	7	2, 6, 7, 14,
<b>Модуль №3</b>		<b>43</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>19</b>	
6.	Основи кодування повідомлень	11	3	3	5	13, 16
7.	Основи криптології	11	3	3	5	4, 9, 10
8.	Розпізнавання образів	21	6	6	9	2, 18
<b>Разом</b>		<b>126</b>	<b>36</b>	<b>36</b>	<b>54</b>	

## ЗМІСТ ЛИСЦІПЛІНИ

## ВСТУП

1. Предмет, мета, завдання та зміст навчання спецкурсу „Математична інформатика”.

## 2. Огляд літератури.

### **1. Природний та штучний інтелект. Інтелект як високоорганізована кібернетична система.**

1. Поняття інтелекту, інтелектуальної системи. Приклади інтелектуальних задач та систем. Аналіз основних означень поняття „інтелект”. Тест Тьюринга та фатичний діалог. Метод комп’ютерної реалізації фатичного діалогу. Алгоритмічний та декларативний підходи до управління системами. Формалізація понять алгоритмічності та декларативності. Квазіалгоритми та джерела квазіалгоритмічності. Інтелектуальні системи із загальнокібернетичних позицій. Типова схема функціонування інтелектуальної системи. Соціальні наслідки інтелектуалізації комп’ютерних технологій.

### **2. Моделі подання та методи логічного виведення.**

1. Знання – інформаційна основа інтелектуальних систем. Знання і деякі підходи до їх подання. Вербально-дедуктивне визначення знань. Експертні системи. Дані та знання. Зв’язки між інформаційними одиницями. Проблема винятків. Властивості знань. Неоднорідність знань. Области і рівні знань. База знань як об’єднання простіших одиниць. Бінарні предикати і триада „об’єкт-атрибут-значення”. Проблема неточних і неповних знань.

3. Семантичні мережі. Визначення та класифікація семантичних мереж. Семантичні мережі в пам’яті людини. Трирівнева архітектура семантичних мереж. Асиміляція нових знань на основі семантичних мереж. Способи задання семантичних мереж. Логічне виведення на семантичних мережах. Процедурні і розділені семантичні мережі.

4. Фреймові моделі. Фрейми та слоти: базові поняття. Конкретизація, ієрархія та наслідування фреймів. Поповнення первинних описів на основі фреймових моделей; мережі подібностей і відмінностей. Фрейми та об’єктно-орієнтоване програмування.

5. Логічні моделі та метод резолюцій. Логічні побудови та логічні моделі. Фразова форма запису логічних формул. аналіз і доведення теорем. Побудова теорії певної галузі знань. Від формальної логіки до логічного програмування. Мова Пролог і логічне програмування. Основні ідеї Прологу.

6. Продукційні моделі. Продукції та мережі виведення. Типова схема роботи експертної системи на базі продукцій. Пряме та зворотне виведення. Основні стратегії вирішення конфліктів у продукційних системах.

### **3. Формалізація невірогідних та нечітких знань**

Модальні логіки. Алетичні та епістемічні логіки. Тризначна логіка Лукасевича. Логіка знання. Семантика можливих світів. Основи теорії можливостей. Логічне виведення за невірогідних знань. Поняття про неточне логічне виведення. „Об’єктивна” та „суб’єктивна” невизначеність. Загальні принципи неточного виведення. Точкові та інтервальні міри неточності. Проблема комбінування свідоцтв. Приклади застосування мір вірогідності. Деякі формалізації мір ризику за неточного логічного виведення. Деякі проблеми

виведення. Схема ЕМУСІН. Логічне виведення за нечітких відомостей. Інтуїтивне поняття нечіткості. Функція належності як основна характеристика нечіткої множини. Основні операції над нечіткими множинами. Нечітке логічне виведення. Метод центру тяжіння.

#### **4. Моделі та методи прийняття рішень**

1. Основні підходи до планування цілеспрямованих дій.

Планування цілеспрямованих дій і прийняття рішень. Повний перебір як найочевидніший метод вирішення оптимізаційної задачі. Евристичний пошук. Експоненційна складність евристичного алгоритму. Пошук у глибину і пошук в ширину. Простір задач і простір станів.

2. Планування в просторі станів. Основні поняття теорії графів. Способи задання графів. Дерева. Способи зберігання дерев. Пошук в глибину і в ширину. Остові дерева. Ейлереві шляхи. Знаходження найкоротших шляхів у графі. Загальна схема алгоритму Харта, Нільсона та Рафаеля.

3. Планування в просторі задач. Базові поняття. Метод „поділяй і владарюй”.

Жадібні алгоритми. Градієнтний метод. Жадібні алгоритми для задачі цілочислового програмування. Матроїди. Алгоритми Пріма і Крускала.

Динамічне програмування. Задача про критичний шлях. Задача пошуку найкоротшого шляху. Бектрекінг.

#### **5. Розв’язування задач за допомогою моделювання**

Основні визначення. Класифікація моделей. Математичне моделювання. Задача розміщення. Мережі Петрі та їх використання. Властивості мереж Петрі.

#### **6. Основи кодування повідомлень**

Код і його характеристики. Алфавітне і рівномірне кодування. Достатні умови однозначності декодування. Властивості роздільних кодів. Оптимальне кодування (кодування з мінімальною надлишковістю). Коди стійкі до перешкод. Коди Хеммінга.

#### **7. Основи криптології**

Шифр і його характеристики. Шифри простої заміни. Частотний аналіз. Поліграмні шифри. Поліалфавітні шифри. Шифрування блоками. Шифрування перестановками. Подання тексту у цифровій формі. Шифр одноразового блокноту. Кількаразове шифрування. Алгоритм шифрування DES та його різновиди.

#### **8. Розпізнавання образів.**

Основні принципи розпізнавання. Основні постановки задач розпізнавання. Класи та їх властивості. Модельні описи класів. Розпізнавання як зіставлення. Постановка задачі і основні режими розпізнавання. Розпізнавання як прийняття рішень. Класифікація основних методів розпізнавання. Поняття про допустимі перетворення. Розпізнавання в просторі ознак. Загальна характеристика дискримінантних методів розпізнавання. Типи ознак, міри відстаней. Вектори та матриці ознак. Гіпотеза компактності. Типова схема розпізнавання в

просторі ознак. Роздільні функції. Лінійні роздільні функції. Метод найближчого сусіда. Байєсівські методи розпізнавання. Синтаксичні методи розпізнавання. Загальна характеристика синтаксичних методів розпізнавання. Формальні граматики і мови. Класифікація граматик за Хомським. Приклад опису зображень на основі формальних граматик. Основні методи граматичного розбору. Засоби опису складніших зображень.

### **Зміст практичних занять**

Тематика практичних занять співпадає з тематикою лекцій

### **Зміст самостійної роботи**

1. Методи оцінювання інтелектуальності.
2. Основні напрями дослідження у галузі штучного інтелекту.
3. Основні ідеї мови Прологу. Як працює мова Пролог.
4. Короткий вступ до числення предикатів.
5. Основні поняття теорії ймовірностей.
6. Нечіткі множини. Основні операції над нечіткими множинами.
7. Основні поняття теорії графів. Способи задання графів. Деревя.
8. Класи та їх властивості.
9. Правило  $k$ -найближчих сусідів.
10. Історія виникнення шифру. Характеристика найпростіших шифрів.

### **Тематика рефератів**

1. Загальна характеристика спеціалізованої мови штучного інтелекту Лісп.
2. Загальна характеристика спеціалізованої мови штучного інтелекту Пролог.
3. Епістемічна логіка Левеск'є.
4. Схеми неточного логічного виведення: PROSPECTOR, INFERNO, схема Перла.
5. Характеристика архітектур „класних дошок”.
6. Загальна характеристика задач лінійного програмування.
7. Загальна характеристика задач дискретного програмування.
8. Конструювання та аналіз комбінаторних алгоритмів.
9. Схема формалізації Михалевича, метод „київський віник”.
10. Характеристика теорії розв'язування рекурентних рівнянь.
11. Загальна характеристика методів попереднього опрацювання сигналів та даних.

### **Контроль.**

Сума підсумкової семестрової модульної рейтингової оцінки становить підсумкову семестрову оцінку, яка перераховується в оцінки за національною та шкалою ECTS (табл.1)

Таблиця 1

**Відповідність підсумкових семестрових оцінок у балах оцінкам за національною шкалою та шкалою ECTS**

За шкалою ECTS	За національною шкалою	За шкалою навчального закладу	Пояснення
A	відмінно	90-100	Кредит зараховано. Контрольні заходи виконані лише з незначною кількістю помилок.
B	добре	82–89	Кредит зараховано. Контрольні заходи виконані вище середнього рівня з кількома помилками.
C		75–81	Кредит зараховано. Контрольні заходи виконані вірно з певною кількістю суттєвих помилок.
D	задовільно	67–74	Кредит зараховано. Контрольні заходи виконані непогано, але зі значною кількістю недоліків.
E		60–66	Кредит зараховано. Виконання контрольних заходів задовольняє мінімальним критеріям.
FX	незадовільно	35–59	Кредит не зараховано. Студенту надається можливість скласти оговорені контрольні заходи для поліпшення підсумкової оцінки
F		1–34	Кредит не зараховано. Студент повинен повторно освоювати навчальний матеріал дисципліни (модуля).

**Навчально-методичні матеріали:**

1. Гаврилова Т.А. , Хорошевский В.Ф. Базы знаний интеллектуальных систем. – СПб: Питер, 2000. – 384 с.
2. Глібовець М.М., Олецький О.В. Штучний інтелект: Підруч. для студ. вищ. навч. закладів, що навчаються за спец. „Комп’ютерні науки” та „Приклад. математика”. – К.: Вид. дім „КМ Академія”, 2002. – 366 с.
3. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей: Приложение к представлению знаний в информатике. – М.:Радио и связь,1990. – 288 с.

4. Ємець В., Мельник А., Попович Р. Сучасна криптографія. Основні поняття. – Львів: БаК, 2003. – 144 с.
5. Зайченко Ю.П. Исследование операций. – К.:Вища школа, 1988. – 552 с.
6. Ивахненко А.Г. Моделирование сложных систем: Информационный подход / Под общ. ред. В.В. Павлова. – К.: Вища школа, 1987. – 63 с.
7. Краснощеков А.А. Принципы построение моделей / М. : МГУ, 1983. – 264 с.
8. Мао В. Современная криптография: теория и практика.: Пер. с англ. – М.: изд. дом „Вильямс”, 2005. –768с.
9. Масленников М. Практическая криптография. –СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 464с.
10. Нечаев В. Элементы криптографии. Основы теории защиты информации: Учеб. пособие для вузов / Под ред. В.А. Садовниченко.– 2-е изд стер. – М.: Высш.шк., 2004. – 424с.
11. Нечеткие множества и теория возможностей: Последние достижения / Под ред. Р.Ягера. – М.: Радио и связь, 1986. – 408 с.
12. Нильсон Н. Искусственный интеллект: Методы поиска решений. – М.: Мир, 1973. – 272 с.
13. Нікольський Ю.В. Дискретна математика / Ю.В. Нікольський, В.В. Пасічник, Ю.М. Щербина. - Вид. 2-ге, випр. та доп. - Львів : Магнолія Плюс , 2007. – 608 с.
14. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем / Джеймс Л. Питерсон. – М.: Мир, 1984. – 264 с.
15. Приобретение знаний / Под. ред. С.Осуги, Ю.Сазке. – М. : Мир, 1990. – 304 с.
16. Скурихин В.И. Математическое программирование / В.И. Скурихин, В.Б Шмфрин, В.В. Дубровский. – М. : Техника, 1983. – 270 с.
17. Таха, Хемди А. Введение в исследование операций, 7-е издание.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом „Вильямс”, 2005. – 912 с.
18. Фор А. Восприятие и распознавание образов. – М.:Машиностроение, 1989. – 272 с.
19. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику: Учеб.пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1986. – 384 с.

## Додаток Б

## РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ

## „СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ”

для підготовки студентів за ОКР „Бакалавр” за спеціальністю „Інформатика”

## ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН

№ п/п	Назва теми	Кількість годин				Література
		Всього	Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота	
<b>Модуль №1</b>		<b>106</b>	<b>16</b>	<b>36</b>	<b>54</b>	
	Вступ. Синтаксис та основні команди системи Maple.	11	2	4	5	2, 5, 8, 10
1.	Команди системи Maple для розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем.	11	2	4	5	2, 5, 8, 10
2.	Команди для символьних перетворень виразів.	11	2	4	5	2, 5, 8, 10
3.	Команди системи Maple для розв'язування задач математичного аналізу.	11	2	4	5	2, 5, 8, 10
4.	Команди для побудови графічних об'єктів у системі Maple.	11	2	4	5	2, 5, 8, 10
5.	Програмування у системі Maple.	51	6	16	29	1, 2, 5, 8, 10
<b>Модуль №2</b>		<b>48</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>24</b>	
6.	Команди системи Maple для розв'язування задач лінійної алгебри (пакети linalg та LinearAlgebra).	12	2	4	6	1, 2, 5, 8, 9, 10
7.	Команди системи Maple для розв'язування задач аналітичної геометрії (пакети geometry та geom3d).	12	2	4	6	1, 2, 5, 8, 9, 10
8.	Команди для розв'язування задач з теорії графів (пакет networks).	12	2	4	6	1, 2, 5, 8, 9, 10
9.	Команди системи Maple для розв'язування задач математичної статистики (пакет stats).	12	2	4	6	1, 2, 5, 8, 9, 10
<b>Модуль №3</b>		<b>62</b>	<b>10</b>	<b>18</b>	<b>34</b>	
10.	Основні можливості використання системи Mathematica. Порівняння з системою Maple.	54	8	16	30	8, 13
11.	Загальна характеристика інших СКМ: Derive, Maxima, Matlab, Mathcad.	8	2	2	4	3, 4, 6, 7, 9, 11, 12
<b>Разом</b>		<b>216</b>	<b>34</b>	<b>70</b>	<b>112</b>	

### Тематика лабораторних робіт

- 1-2. Інтерфейс системи Maple. Довідкова система. Основи синтаксису. Типи даних. Стандартні математичні функції.
- 3-4. Команди для розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем.
- 5-6. Команди для символічних перетворень виразів.
- 7-8. Команди для розв'язування задач математичного аналізу.
- 9-11. Команди для побудови графічних об'єктів у системі Maple.
- 12-17. Програмування у системі Maple.
- 18-20. Команди для розв'язування задач лінійної алгебри (пакети linalg та LinearAlgebra).
- 21-22. Команди для розв'язування задач аналітичної геометрії (пакети geometry та geom3d).
- 23-24. Команди для розв'язування задач з теорії графів (пакет networks).
- 25-26. Команди для розв'язування задач математичної статистики (пакет stats).
- 27-34. Основні можливості використання системи Mathematica.
35. Ознайомлення з системами Derive, Maxima, Matlab, Mathcad.

### Тематика самостійної роботи

1. Інтеграція системи Maple з іншими програмними засобами (офісними програмами, іншими СКМ).
2. Вільно поширювані СКМ (Maxima, Scilab).
3. Перетворення документів Maple у формати LaTeX, RTF, HTML.
4. Взаємодія системи Maple з Matlab.
5. Анімація у СКМ Maple та Mathematica.
6. Підвищення ефективності роботи з системою Maple (робота з панеллю інструментів, робота з контекстною панеллю, контекстна панель для дво- та тривимірних графіків, рядок стану, „гарячі” клавіші).
7. Інформаційна підтримка СКМ (Maple, Mathematica, Matlab, Derive, Maxima) в мережі Internet.
8. Складні типи даних у системі Maple: набір виразів, списки, множини, вектори, матриці, таблиці.
9. Характеристика пакету student системи Maple.
10. Характеристика системи Matlab.
11. Характеристика системи Mathcad.
12. Характеристика системи Derive.
13. Характеристика системи Gran1.
14. Характеристика системи Maxima.



## Контроль

Сума підсумкової семестрової модульної рейтингової оцінки становить підсумкову семестрову оцінку, яка перераховується в оцінки за національною та шкалою ECTS (табл.1 додатку А)

## Навчально-методичні матеріали

1. Аладьев В. З. Программирование и разработка приложений в MAPLE: Монография / Аладьев В. З., Бойко В. К., Ровба Е. А. — Гродно ; Таллин, 2007. — 454 с.
2. Аладьев В. З. Системы компьютерной алгебры: Maple: Искусство программирования / Виктор Захарович Аладьев. — М. : Лаборатория Базовых Знаний, 2006. — 792 с.
3. Бидасюк Ю. М. Mathsoft MathCAD 12: Самоучитель / Юрий Михайлович Бидасюк. — М.; СПб.; К. : Диалектика, 2006. — 222 с.
4. Бондаренко М. А. Програмування у середовищі Mathcad 12: Навч. посіб. / Микола Андрійович Бондаренко. — Х. : ФОП Л.М.Лібуркіна, 2006. — 232 с.
5. Васильев А. Н. Maple 8: Самоучитель / Алексей Николаевич Васильев. — М. ; СПб. ; К. : Издательский дом Вильямс", 2003. — 351 с.
6. Гаев Є. О. Універсальний математичний пакет MatLab і типові задачі обчислювальної математики: Навч. посіб. [для студ. техн. спец. вищих навч. закл.] / Є. О. Гаєв, Б. М. Нестеренко. — К. : НАУ, 2004. — 175 с.
7. Дьяконов В.П. Системы компьютерной алгебры DERIVE : самоучитель и руководство пользователя / Владимир Павлович Дьяконов. – М. : Солон-Р, 2002. – 319 с.
8. Кобильник Т.П. Системы комп'ютерної математики: Maple, Mathematica, Maxima / Тарас Петрович Кобильник. — Дрогобич : ДДПУ, 2008 —338 с.
9. Кондрашов В. Е., Королев С. Б. MATLAB. Как система программирования научно-технических расчетов / В. Е. Кондрашов, С. Б. Королев.. — М. : Мир, 2002. — 350с.
10. Кузьмін А. В. Символьні обчислення в системі Maple: навч. посіб. / Кузьмін А. В., Кузьміна Н. М., Рисцов І. К. — К. : МАУП, 2006. — 108 с.
11. Половко А.М. Matlab для студентов / А.М. Половко, П.Н. Бутусов. – СПб: БХВ-Петербург, 2005. – 319 с.
12. Семеріков С. О. Maxima 5.13: довідник користувача / Семеріков Сергій Олексійович; за ред. академіка М. І. Жалдака. — Київ, 2007. — 48 с.
13. Шмидский Я. К. Mathematica 5: Самоучитель / Яков Константинович Шмидский. — М. ; СПб. ; К. : Диалектика, 2004. — 580с.

## Додаток В

### Візитка

з дисципліни „Системи комп'ютерної математики”

для студентів II курсу спеціальності “Інформатика”

Лектор

Навчальна дисципліна вивчається протягом 2-х семестрів. У кінці 3-ого семестру – залік. Вивчення предмету закінчується екзаменом у 4-ому семестрі.

Загальний обсяг: 216 год. (6 кр.), з них 34 лк., 70 лб., 112 самостійної роботи:

- III семестр: 108 год. (3 кр.), з них 18 лк., 36 лб., 54 сам. роб.

- IV семестр: 108 год. (3 кр.), з них 16 лк., 34 лб., 58 сам. роб.

Програма поділена на два модулі (один у III семестрі, другий у IV семестрі):

### 1. Структура навчальної дисципліни у III-IV семестрах:

#### Модуль 1:

1. Предмет, мета, завдання курсу.
2. Оболонка та робота в системі Maple. Типи даних і об'єктів. Константи і змінні. Підстановки. Довідкова система.
3. Арифметичні і логічні оператори і функції.
4. Робота з многочленами.
5. Аналітичне та чисельне розв'язування рівнянь та їх систем.
6. Команди для розв'язування задач математичного аналізу засобами системи Maple.
7. Команди для побудови графічних об'єктів у системі Maple.
8. Елементи програмування у системі Maple.

#### Модуль 2:

1. Пакети для розв'язування задач лінійної алгебри (пакети linalg та LinearAlgebra).
2. Пакети для розв'язування задач аналітичної геометрії (пакети geometry та geom3d).
3. Пакети для розв'язування задач з теорії графів (пакет networks).
4. Пакети для розв'язування задач математичної статистики (пакет stats).
5. Основні можливості використання системи Mathematica:
  - Основні поняття вхідної мови. Вирази, типи даних, константи і змінні. Довідкова система.

- Команди символного перетворення виразів, розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем.
  - Списки.
  - Дво- та тривимірна графіка.
  - Операції і функції математичного аналізу та алгебри.
  - Елементи програмування: функціональне, процедурне програмування, програмування, що базується на правилах перетворень.
6. Короткі відомості для роботи з математичними системами Derive, Maxima, Mathcad та математичною лабораторією Matlab.

## **2. Форми навчання**

Курс „Системи комп'ютерної математики” вивчається протягом двох семестрів. Організаційні форми: лекції та лабораторні заняття. Плануються також інші форми навчання: позааудиторне вивчення навчально-методичної літератури до курсу.

## **3. Контроль і оцінювання навчальної діяльності студентів**

Передбачається модульний контроль навчальної роботи студентів. До всіх форм навчальної роботи студентів застосовується рейтингова система (у балах).

Максимальна кількість балів за семестр - 100, розподіляються вони таким чином:

- а) поточний контроль - 40 балів;
- б) модульні контрольні роботи - 60 балів.

Поточний контроль складається з оцінювання виконання лабораторних та самостійних робіт.

Виконання лабораторної роботи передбачає:

- теоретичну підготовку до роботи;
- написання звіту за індивідуальне завдання;
- захист звіту (співбесіда із викладачем).

За кожну виконану лабораторну роботу нараховується до 4 балів, за самостійну роботу до п'яти балів.

4. Вимоги до прийнятих у курсі видів контролю:

- а) модульна контрольна робота (МКР), окрім тестових завдань, обов'язково передбачає теоретичні дослідження та розв'язування задач;

б) підготовка до лабораторних занять передбачає опрацювання теоретичного матеріалу, на якому базується дослідження, вивчення методу та методики виконання завдання;

в) якщо студент не виконав хоч одну із запланованих лабораторних робіт, то за лабораторний модуль він отримує «0» балів. При цьому йому не може бути виставлена позитивна оцінка і він не може бути допущений до повторного складання екзамену відповідно до талону №2 або талону №К, поки не виконає повністю завдання лабораторного модуля.

5. У курсі прийнято таку шкалу оцінок:

0-59 балів „незадовільно”, 60-74 балів – „задовільно”; 75-89 балів – „добре”; 90-100 балів – „відмінно”.

Екзамен відповідно до талону №2 або талону №К проводиться у письмово-усній формі. Сумарна модульна оцінка на екзамені складатиметься з суми балів набраних під час поточного контролю і суми балів, набраних на екзамені.

#### **Список рекомендованої літератури**

Наведено у додатку Б (навчально-методичні матеріали).

Доцент

кафедри інформатики та ОМ

Погоджено:

Завідувач кафедри

## Додаток Д

### Візитка

#### зі спецкурсу „Математична інформатика” для студентів III курсу спеціальності “Інформатика”

Лектор

Спецкурс вивчається протягом 5-ого семестру. Вивчення предмету закінчується заліком.

Загальний обсяг: 126 год. (3,5 кр.), з них 36 лк., 36 практик., 54 самостійної роботи:

Програма складається з трьох модулів.

#### 1. Структура навчальної дисципліни у V семестрі:

##### Модуль 1:

1. Предмет, мета і завдання курсу.
2. Поняття інтелекту, інтелектуальної системи. Приклади інтелектуальних задач та систем.
3. Моделі подання знань та методи логічного виведення.
  - 3.1. Семантичні мережі.
  - 3.2. Фреймові моделі.
  - 3.3. Логічні моделі та метод резолюцій.
  - 3.4. Продукційні моделі.
4. Формалізація невірогідних та нечітких знань.
  - 4.1. Модальні логіки.
  - 4.2. Логічне виведення за невірогідних знань.
  - 4.3. Логічне виведення за нечітких відомостей.

##### Модуль 2:

5. Моделі та методи прийняття рішень.
  - 5.1. Основні підходи до планування цілеспрямованих дій.
  - 5.2. Планування в просторі станів.
  - 5.3. Планування в просторі задач.
  - 5.4. Жадібні алгоритми.
  - 5.5. Динамічне програмування.
  - 5.6. Бектрекінг.
6. Розв'язування задач за допомогою моделювання.

- 6.1. Поняття моделі, класифікація моделей.
- 6.2. Математичне моделювання.
- 6.3. Задача розміщення.
- 6.4. Мережі Петрі та їх використання.

### **Модуль 3:**

- 7. Основи кодування повідомлень.
  - 7.1. Код і його характеристики.
  - 7.2. Алфавітне і рівномірне кодування.
  - 7.3. Достатні умови однозначності декодування. Властивості роздільних кодів.
  - 7.4. Оптимальне кодування (кодування з мінімальною надлишковістю)
  - 7.5. Коди стійкі до перешкод. Коди Хеммінга
- 8. Основи криптології.
  - 8.1. Поняття шифру.
  - 8.2. Шифри простої заміни.
  - 8.3. Частотний аналіз.
  - 8.4. Поліграмні, поліалфавітні шифри.
  - 8.5. Шифрування блоками; шифрування перестановками.
  - 8.6. Подання тексту у цифровій формі.
  - 8.7. Шифр одноразового блокноту.
  - 8.8. Кількаразове шифрування.
  - 8.9. Алгоритм шифрування DES та його різновиди.
- 9. Розпізнавання образів.
  - 9.1. Основні принципи розпізнавання.
  - 9.2. Розпізнавання в просторі ознак.
  - 9.3. Синтаксичні методи розпізнавання.
  - 9.4. Основні методи попереднього опрацювання сигналів та зображень.

## **2. Форми навчання**

Спецкурс „Математична інформатика” вивчається протягом 5-го семестру. Організаційні форми: лекції та практичні заняття. Планується також позааудиторне вивчення студентами навчальної і методичної літератури з курсу.

### 3. Контроль і оцінювання роботи

Передбачається модульний контроль навчальної роботи студентів. До всіх форм навчальної роботи студентів застосовується рейтингова система (у балах).

Максимальна кількість балів за V семестр – 100. Розподіляються вони таким чином:

- а) поточний контроль - 40 балів;
- б) модульні контрольні роботи - 60 балів (виконують три модульні контрольні роботи, кожна з яких оцінюється 20-ма балами).

Поточний контроль складається з балів, отриманих на практичних заняттях, виконання індивідуальних завдань. Виконання індивідуальних завдань передбачає виконання, презентації та захисту проекту.

4. Вимоги до прийнятих у курсі видів контролю:

- а) модульна контрольна робота (МКР) передбачає теоретичні дослідження та розв'язування задач;
- б) підготовка до практичних (семінарських) занять передбачає опрацювання теоретичного матеріалу, на якому базується дослідження, вивчення методу та методики виконання завдання;

5. У курсі прийнято таку шкалу оцінок:

0-59 балів „незадовільно”, 60-74 балів – „задовільно”; 75-89 балів – „добре”; 90-100 балів – „відмінно”.

Залік відповідно до талону №2 або талону №К проводиться у письмово-усній формі. Сумарна модульна оцінка на екзамені складатиметься з суми балів набраних під час поточного контролю і суми балів, набраних на заліку.

#### Список рекомендованої літератури

Наведено у додатку А (навчально- методичні матеріали).

Доцент

кафедри інформатики та ОМ

Погоджено:

Завідувач кафедри

## Додаток Е

### Зразок завдання на модульну контрольну роботу з курсу „Системи комп’ютерної математики”

#### Завдання 1

1. Процедурне програмування у системі Maple.
2. Графічні примітиви двовимірної графіки. Навести приклад побудови графічного примітиву.

#### Завдання 2

1. Результатом виконання команди `LinearSolve(A,B)` є ...
2. Звести подібні доданки за змінною  $x$  у виразі *poly* можна допомогою команди ...
3. Для чисельного розв’язування рівняння `eqn` використовується команда ...
4. Пояснити відмінність між командами `Int` та `int` ...

#### Завдання 3

1. Задати список натуральних чисел від 1 до 10000. з даного списку вибрати числа, які є членами арифметичної прогресії з першим елементом 13 і різницею 7.
2. Засобами диференціального числення дослідити функцію  $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{2x - 3}$ .
3. Поміняти місцями значення змінних  $a$ ,  $b$ ,  $c$  так, щоб  $a$  набуло значення  $b$ ,  $b$  значення  $c$ , а  $c$  значення  $a$ , не використовуючи проміжних змінних і команд списку.
4. При яких значення параметра  $a$  корені рівняння  $x^2 - 2ax - a = 0$  належать проміжку  $[-3; 3]$  ?

Оцінювання:

Завдання 1: 6 балів (по 3 балів кожне питання)

Завдання 2: 4 балів (по 1 балів кожне питання)

Завдання 3: 20 балів (по 5 балів кожне питання)

Разом: 30 балів

*Примітка.* У першому семестрі студенти виконують одну модульну контрольну роботу, у другому дві.



### Додаток З

#### Зразки завдань до виконання лабораторних робіт з дисципліни „Системи комп'ютерної математики”

##### Зразок завдань до виконання лабораторної роботи „Основи синтаксису.

##### Стандартні математичні функції та операції системи Maple”

1. Задати псевдовипадкове три- та чотиризначне натуральне число. Знайти суму цифр а) чотиризначного числа б) тризначного числа.
2. Йде  $k$ -та секунда доби. Визначити, скільки повних годин  $h$ , повних хвилин  $m$  ( $m < 60$ ) і секунд  $s$  ( $s < 60$ ) пройшло до цього моменту.
3. Поміняти місцями значення змінних  $a, b, c$  так, щоб  $a$  набуло значення  $b$ ,  $b$  набуло значення  $a$ ,  $c$  набуло значення  $c$ , не використовуючи проміжних змінних.
4. Знайти мінімальне та максимальне з трьох чисел.
5. Задати натуральне число. Перевірити, чи число є ідеальним (ідеальним називається число, сума дільників якого дорівнює самому числу.).
6. Задати довільне число. Перевірити, чи число є членом арифметичної прогресії з першим елементом 10 і різницею 13.
7. Обчислити значення виразу 
$$z = \frac{e^x \lg y + \sin(gy)^{\arccos y}}{|x - ct g(\log(x+y)) + \cos(urst g(2x))}$$
 при  $x = \frac{\pi}{4}$ ,  $y = \frac{\pi}{2}$ , використовуючи локальні та глобальні підстановки.
8. Заокруглити: а) число 3,14526 до тисячних; б) число 63541654 до сотень.

##### Зразок завдань до виконання лабораторної роботи „Команди системи Maple для розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем”

1. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ xy = -4. \end{cases}$ . Зробити перевірку.
2. Студент прийшов до банкомату зняти 230 грн. У банкоматі є купюри номіналом 10 грн., 20 грн., 50 грн. Якими способами (кількість купюр по 10 грн., 20 грн., 50 грн.) студент може отримати 230 грн.?
3. При яких значеннях параметра  $a$  обидва корені квадратного рівняння  $(a-2)x^2 - 2ax - a + 3 = 0$  додатні?

4. При яких значеннях параметра  $a$  корені рівняння  $4x^2 - (3a+1)x - a - 2 = 0$  належать інтервалу  $(-1; 2)$ ?
5. Знайти суму коренів рівняння  $\ln \frac{x}{5} = \sin 4x$  на проміжку  $(5; 10)$ .
6. Знайти добуток найбільшого та найменшого коренів рівняння  $|\sin(5x)| = \log x$ .
7. Розв'язати рівняння  $x^2 - 5x + 6 = 0$  та зробити перевірку. Знайти суму та добуток коренів цього рівняння, не використовуючи теореми Вієта.

**Зразок завдань до виконання лабораторної роботи „Команди системи Maple для символічних перетворень виразів”**

1. Розкласти на множники наступні вирази  $x^3 - 8$ ,  $x^3 + 9$ ,  $x^3 + 9$ ,  $x^2 + 3x + 15$ .
2. Подати дріб  $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 1}$  у вигляді суми елементарних дробів.
3. Використовуючи команди для перетворення виразів обчислити границю 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x + 2}{x^5 - 4x + 3}.$$
4. Знайти частку та остачу від ділення многочлена  $p(x) = x^4 - 16$  на многочлен  $q(x) = x^2 - 13x + 5$ . Виконати перевірку.
- 5.
6. Довести тотожність  $\frac{8\cos 2x}{\operatorname{ctg}^2 x - \operatorname{tg}^2 x} = 1 - \cos 4x$ , використовуючи команди для перетворення виразів для однієї з частин тотожності.

**Зразок завдання до лабораторної роботи „Команди системи Maple для розв'язування задач математичного аналізу”**

1. Дослідити функцію  $f(x)$  на неперервність і виявити характер точок розриву, якщо
  - а)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 3 - x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$
  - б)  $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x^2}}, & x \neq 0, \\ 0, & \text{інакше} \end{cases}$
  - в)  $f(x) = \frac{\cos \frac{\pi}{x}}{\cos \frac{\pi}{x}}$ .
2. При якому значенні параметра  $a$  функція  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax, & x > 1, \\ a - x, & x \leq 1. \end{cases}$  буде неперервною.
3. Засобами диференціального числення дослідити функцію  $f(x) = 3x - x^3$ .

4. Обчислити інтеграл  $\int \arctan x dx$ , використовуючи формулу інтегрування частинами.
5. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями  $y_1 = x^2$  та  $y_2 = x + 2$ .
6. Побудувати на одному рисунку графіки функції  $f(x) = (1+x)e^{-x}$  та її розвинення в ряд Тейлора в околі точки  $x_0 = 2$ .
7. Розвинути в ряд Фур'є функцію  $f(x) = x \cos x$  на проміжку  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .

**Зразок завдання на виконання лабораторної роботи „Команди системи Maple для побудови графічних об'єктів”**

1. Побудуйте графіки функції  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{2x - 1}$ , дотичної у точці  $x_0 = 1.5$ , похилих асимптот. Графік функції  $f(x)$  зробіть синім кольором, з відносною товщиною 0.008; графік дотичної – зеленим, з відносною товщиною 0.006, асимптоти – червоним, пунктиром. Дайте назву осям координат та рисунку.
2. Побудуйте графіки залежності  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$  та дотичних у точці  $x_0 = 1.5$ . Підпишіть графічні побудови.
3. Побудувати площину, яка проходить через точки  $A(1; -5; 6)$ ,  $B(-2; 3; -3)$ ,  $F(-3; 5; 5)$ . До даної площини провести перпендикулярну пряму, яка проходить через точку  $G(5; 5; 6)$ . Позначити літерою  $M$  точку перетину прямої з площиною.
4. Побудувати поверхню  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Провести до даної поверхні дотичну площину і нормаль у точці  $(0.8; 0.6; 1)$ .
5. За допомогою графічних примітивів побудувати еліпс  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1$  синім кольором з відносною товщиною 0.008. На рисунку позначити центр еліпса (точка  $O$ ). До еліпса провести дві вертикальні дотичні. Вивести осі координат.

**Зразок завдання на виконання лабораторної роботи Елементи програмування у системі Maple”**

1. Створити функцію для обчислення середнього арифметичного списку.
2. Створити функцію для обчислення чисел Фібоначчі.

3. Створити функцію, за якою відшукувався корінь рівняння методом простої ітерації (дотичних).
4. Скласти програму для обчислення визначеного інтегралу, використовуючи розклад підінтегральної функції у ряд Тейлора, з заданою точністю.
5. Скласти програму для обчислення визначника квадратної матриці  $n$ -го порядку, використовуючи розклад за  $k$ -тим рядком (стовпцем).
6. Скласти програму для визначення кількості взаємно простих чисел з  $n$ , що не перевищують числа  $n$ .
7. Задано натуральне число  $n$ . Знайти всі натуральні числа, які не перевищують числа  $n$  і кожна цифра якого є дільником числа  $n$ .
8. Скласти процедуру (модуль) для розвинення функції у ряд Фур'є.
9. Створити процедуру (модуль) для вибірки зі списку членів арифметичної прогресії за заданими першим членом та різницею.

**Зразок завдання на виконання лабораторної роботи „Команди системи Maple для розв’язування задач лінійної алгебри (пакети linalg та LinearAlgebra)”**

1. Задати матриці  $A$  і  $B$  розмірності  $n \times n$ . Елементи матриць випадкові числа.
2. Знайти визначник заданих матриць, використовуючи розклад за  $k$ -м рядком.
3. Обчислити обернену матрицю до заданих. Зробити перевірку.
4. Обчислити  $(A - 2E)(B^{-1} + 3E)$ .
5. Розв’язати систему лінійних рівнянь  $AX = B$ . Зробити перевірку.
6. Знайти власні значення матриці  $A$ . Зробити перевірку.
7. Обчислити власні вектори матриці  $B$ . Зробити перевірку.

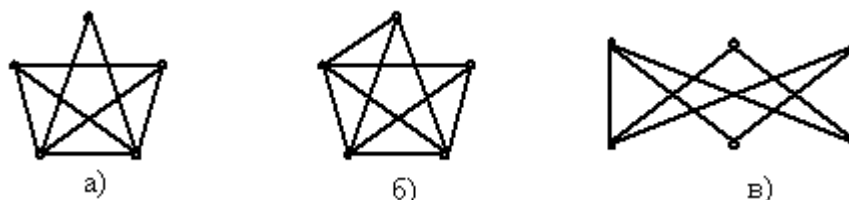
**Зразок завдання на виконання лабораторної роботи „Команди системи Maple для розв’язування задач аналітичної геометрії (пакети geometry та geom3d)”**

1. Задано  $\triangle AB$  (з вершинами  $A(8;9)$ ,  $B(7;-8)$ ,  $C(-7;8)$ ). Знайти:
  - а) рівняння сторін трикутника;
  - б) величини кутів  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ;
  - в) координати точки перетину медіан та відстань від неї до кожної з вершин трикутника;
  - г) координати точки перетину висот трикутника та їх довжини;

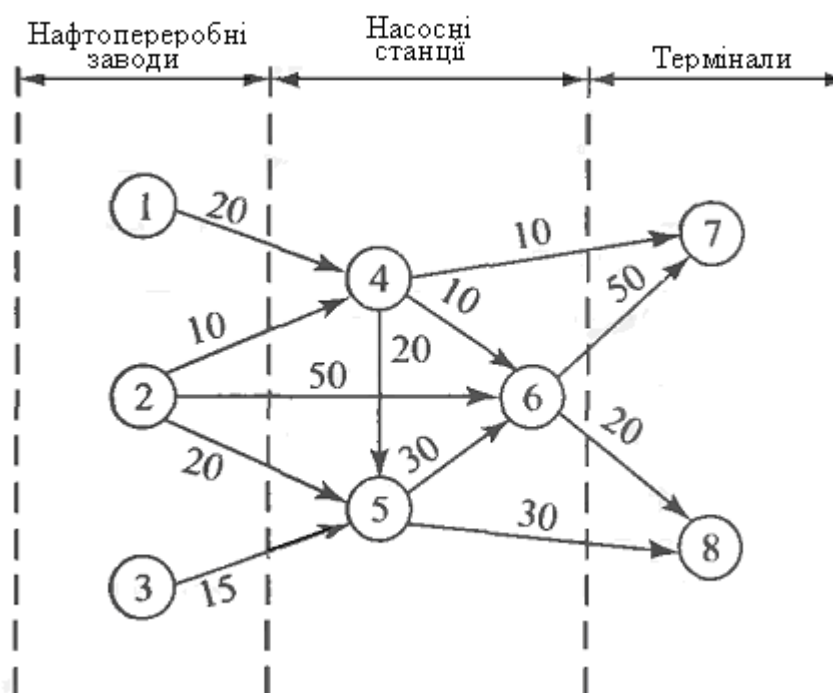
- д) площу трикутника;
- е) рівняння та параметри кіл (центр, радіус) вписаного в трикутник та описаного навколо трикутника.
2. Рівняння однієї зі сторін квадрата  $2x+3y-13=0$ . Скласти рівняння інших сторін квадрата, якщо точка з координатами  $(-1; 5)$  є точкою перетину його діагоналей (виконати завдання 2-ома способами: без використання пакету *geometry* та з використанням пакету).
  3. Скласти рівняння лінії, кожна точка якої рівновіддалена від осі ординат і кола  $x^2+y^2=6x$ .
  4. Піраміда  $SAB\zeta$  задана вершинами  $S(7; 8; 14)$ ,  $A(9; -6; -5)$ ,  $B(-4; 7; -6)$ ,  $C(-5; -3; -13)$ . Знайти:
    - а) рівняння площини, яка проходить через точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ;
    - б) величину кута між ребром  $SA$  та гранню  $AB\zeta$ ;
    - в) повну площу піраміди  $SAB\zeta$ ;
    - г) рівняння висоти, опущеної з вершини  $S$  на грань  $AB\zeta$  та її довжину;
    - д) об'єм піраміди.
  5. Скласти рівняння площини, яка паралельна площині  $2x+3y-1z-13=0$  і яка віддалена від неї на відстань  $d=13$  (виконати завдання 2-ома способами: без використання пакету *geometry* та з використанням пакету).
  6. Знайти точку  $Q$ , симетричну до точки  $P(3; -4; -6)$  відносно площини, що проходить через точки  $M_1(-6; 1; -5)$ ,  $M_2(7; -2; -1)$  та  $M_3(10; -7; 1)$ .

**Зразок завдання на виконання лабораторної роботи „Команди системи Maple для розв’язування задач теорії графів (пакет *networks*)”**

1. Задано  $n$  населених пунктів і доріг, що їх з’єднують. Між населеними пунктами задані відстані (по дорозі). Знайти довжини найкоротших відстаней від  $i$ -ої вершини ( $i = \overline{1, n}$ ) до решти всіх вершин. Побудувати відповідні графи.
2. Перевірити на планарність наступні графи:



3. Три нафтопереробні заводи транспортують свою продукцію, двом розподільчим терміналам по мережі трубопроводів, що містить насосні станції. Напрямок потоків в мережі, зображено стрілками, пропускні здатності окремих сегментів мережі вказані в мільйонах барелей в день.



Визначити:

- щоденну продуктивність кожного нафтопереробного заводу, що відповідає максимальній пропускній здатності мережі трубопроводів;
- щоденну потребу кожного розподільчого терміналу, що відповідає максимальній здатності мережі трубопроводів;
- щоденну пропускну здатність кожної насосної станції, що відповідає максимальній здатності мережі трубопроводів.

**Зразок завдання на виконання лабораторної роботи „Команди системи Maple для розв’язування задач математичної статистики (пакет stats)”**

- Задати вибірку обсягом  $n=50$  за нормальним законом розподілу з математичним сподіванням  $a=10$  та середньоквадратичним відхиленням  $\sigma=2$ . Визначити розмах

вибірки. Записати вибірку у вигляді варіаційного та статистичного рядів. Побудувати полігон частот.

2. За критерієм Пірсона при рівні значущості  $\alpha=0.05$  перевірити гіпотезу про нормальний закон розподілу ознаки  $X$  генеральної сукупності із емпіричним розподілом вибірки обсягом  $n=200$ :

$x_i$	5	7	9	11	13	15	17	19	21
$n_i$	15	26	25	30	26	21	24	20	13

3. Знайти вибіркове рівняння прямої лінії регресії  $Y$  на  $X$  за даними наведеними у таблиці:

$Y$	$X$					$n_y$
	20	25	30	35	35	
16	4	6	-	-	-	10
26	-	8	10	-	-	18
36	-	-	32	3	9	44
46	-	-	4	12	6	22
56	-	-	-	1	5	6
$n_x$	4	14	46	16	20	$n=100$

### Перелік тем лабораторних роботи з опанування системи Mathematica

1. Основи синтаксису. Стандартні математичні функції та операції.
2. Команди для символного перетворення виразів.
3. Розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем.
4. Команди для розв'язування задач математичного аналізу.
5. Команди для роботи зі списками. Розв'язування задач лінійної алгебри.
6. Побудова графічних об'єктів.
7. Елементи програмування: функціональне, процедурне та програмування, що базується на правилах перетворень.

*Примітка.* Завдання для опанування системи Mathematica студентам пропонуються ті ж, що й для опанування системи Maple.

## Додаток Ж

### Зразок завдання на виконання модульної контрольної роботи зі спецкурсу „Математична інформатика”

1. Охарактеризуйте відомі методи оцінки інтелектуальних здібностей. Що між ними спільного?
2. Яким чином відношення узагальнення, асоціацій та залежності можуть реалізуватися в конкретних мовах програмування?
3. *Усі жінки красиві. У всіх відділах компанії «КТП» є жінки.* Запишіть ці знання у вигляді фраз Хорна та доведіть методом резолюцій, що *у кожному відділі компанії «КТП» працює хоча б один красивий співробітник.*
4. Скласти програму, за якою повідомлення кодується за методом Фано.

**Оцінювання.** Всі завдання оцінюються п'ятьма балами. Разом 20.

*Примітка.* Протягом семестру студенти виконують три модульні контрольні роботи.



## АНКЕТА

для студентів 4-5 курсів педагогічних університетів

Питання / Відповіді	Використовую функції СКМ без ускладнень	Потреба, у використанні яких функцій СКМ у Вас виникає	Використання яких функцій у Вас викликає труднощі	З якими можливостями СКМ доцільно Вам ознайомитися	Які можливості використання СКМ, на Вашу думку, повинні знати студенти
Функції перетворення виразів					
Функції для аналітичного та чисельного розв'язування рівнянь (диференціальних рівнянь) та їх систем					
Функції для виконання операцій математичного аналізу					
Функції для розв'язування задач лінійної алгебри та аналітичної геометрії					
Візуалізація даних					
Програмування					
Функції, призначені для розв'язування спеціальних задач (математична статистика, методи оптимізації, теорія графів, наближення функцій тощо)					

Додаток К

## Додаток Л

### Питання для перевірки деяких фундаментальних понять з інформатики для студентів 4-5 курсів

1. Як Ви розумієте поняття „інтелект”, „інтелектуальна система”?
2. Як Ви розуміється поняття „знання”?
3. Які Ви знаєте моделі подання знань?
4. Який математичний апарат застосовується до дослідження моделей знань?
5. Як Ви розумієте поняття „оптимальне рішення”?
6. Який математичний апарат застосовується до дослідження моделей прийняття рішень?
7. Як Ви розумієте поняття „кодування”?
8. Як Ви розумієте поняття „шифрування”?
9. Яка різниця (якщо вона існує) між кодуванням та шифруванням?
10. Як Ви розумієте поняття „розпізнавання образів”?
11. Який математичний апарат використовується для розв’язування задач розпізнавання образів?
12. Як Ви розумієте поняття „модель”, „модельовання”? Які види моделей Ви знаєте?
13. Яка різниця між моделюю та реальним об’єктом?
14. Як Ви розумієте поняття „інформаційна модель”? Наведіть приклад.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики : Пер. с фр. — М. : МЦНМО, 2001. — 128 с.
2. Адольф В. А. Профессиональная компетентность современного учителя: монография / Владимир Александрович Адольф. — Красноярск : КГУ, 1998. — 310 с.
3. Аладьев В. З. Программирование и разработка приложений в MAPLE: Монография / Аладьев В. З., Бойко В. К., Ровба Е. А. — Гродно ; Таллин, 2007. — 454 с.
4. Аладьев В. З. Системы компьютерной алгебры: Maple: Искусство программирования / Виктор Захарович Аладьев. — М. : Лаборатория Базовых Знаний, 2006. — 792 с.
5. Алексеев О. Г. Комплексное применение методов дискретной оптимизации / Олег Глебович Алексеев. — М. : Наука, 1987. — 248 с.
6. Алексюк А. М. Педагогіка вищої освіти України: Історія. Теорія : підручник [для студентів, аспірантів та молодих викладачів вузів] / Алексюк Анатолій Миколайович — К. : Либідь, 1998. — 558 с.
7. Альтшуллер Г.С. Алгоритм изобретения / Генрих Саулович Альтшуллер. — М. : Московський рабочий, 1973. — 296 с.
8. Андон Ф. И. Логические модели интеллектуальных информационных систем / Андон Ф. И., Яшунин А. Е., Резниченко В. А. — К. : Наукова думка, 1999. — 398 с.
9. Андреев А. А. Применение телекоммуникаций в учебном процессе / А. А. Андреев // Основы применения информационных технологий в учебном процессе вузов. — М. : ВУ, 1995. — С. 53—68.
10. Андреев В. И. Диалектика воспитания и самовоспитания творческой личности. Основы педагогики творчества / Валентин Иванович Андреев. — Казань : Казанский университет, 1988. — 240 с.

11. Андрущак А. О. Рейтингова технологія оцінки знань в навчально-виховному закладі / А. О. Андрущак // Педагогіка і психологія. — К. : Педагогічна думка, 1996. — № 3 (12). — С. 86—93.
12. Архангельский С. И. Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы / Сергей Иванович Архангельский. — М.: Высш. шк., 1980. — 368 с.
13. Ахметова Д. Преподаватель вуза и инновационные технологи / Д. Ахметова, Л. Гурье // Высшее образование в России. — 2001. — №4. — С. 138—144.
14. Бабанский Ю. К. Проблемы повышения эффективности педагогических исследований / Юрий Константинович Бабанский. — М. : Педагогика, 1982. — 192 с.
15. Бардачов Ю. М. Дискретна математика : підручник [для студ. вищ. техн. навч. закладів] / Бардачов Ю. М, Соколова Н. А, Ходаков В. Є. — [2-ге вид., перероб. і доповн.]. — К. : Вища школа, 2007. — 383 с.
16. Барко В. І. Як визначити творчі здібності дитини / В. І. Барко, А. М. Тютюнник. — К.: Україна, 1992. — 80 с.
17. Башмаков М.И. Теория и практика продуктивного обучения / Марк Иванович Башмаков. — СПб. : Свет, 2000. — 248 с.
18. Бидасюк Ю. М. Mathsoft MathCAD 12: Самоучитель / Юрий Михайлович Бидасюк. — М.; СПб.; К. : Диалектика, 2006. — 222 с.
19. Богданова І.М. Технології в освіті: теоретико-методологічний аспект: монографія / Інна Михайлівна Богданова. — Одеса : ТЕС, 1999. — 146 с.
20. Богоявленская Д. Б. Интеллектуальная активность как проблема творчества / Диана Борисовна Богоявленская. — Ростов-на-Дону : Изд-во РГУ — 1983. — 174 с.
21. Божович Л. И. Проблемы формирования личности: / Лидия Ильинична Божович; под редакцией Д. И. Фельдштейна — М. : Издательство „Институт практической психологии”, 1997. — 352 с.
22. Бондар В. І. Дидактика: ефективні технології навчання студентів / Володимир Іванович Бондар. — К. : Вересень, 1996. — 130 с.

23. Бондаревская Е. В. Теория и практика личностно-ориентированного образования / Евгения Васильевна Бондаревская. — Ростов-н/Д. : РГПУ, 2000. — 352 с.
24. Бондаренко М. А. Програмування у середовищі Mathcad 12: Навч. посіб. / Микола Андрійович Бондаренко. — Х. : ФОП Л.М.Лібуркіна, 2006. — 232 с.
25. Боно, Э де. Латеральное мышление: учебник творческого мышления / Эдвард де Боно; [пер. с англ. П.А. Самсонов ]. — Минск : Попурри, 2005. — 380 с.
26. Бороненко Т. А. Отбор содержания курса методики обучения информатике / Т. А Бороненко // Информационные технологии в системе непрерывного педагогического образования (Проблемы методологии и теории) : Коллективная монография. — СПб. : Образование, 1996. — С. 144—153.
27. Васильев А. Н. Maple 8: Самоучитель / Алексей Николаевич Васильев. — М. ; СПб. ; К. : Издательский дом „Вильямс”, 2003. — 351 с.
28. Вербицкий А. А. Активное обучение в высшей школе: контекстный подход / Андрей Александрович Вербицкий. — М. : Высшая школа, 1991. — 208 с.
29. Вербицкий О. В. Вступ до криптології / Олег Васильович Вербицкий. — Львів : Видавництво Науково-технічної літератури, 1998. — 248 с.
30. Вергасов В. М. Активизация познавательной деятельности студентов в высшей школе / Валентин Михайлович Вергасов. — К. : Вища школа, 1985. — 138 с.
31. Выготский Л. С. Педагогическая психология / Лев Семенович Выготский. — М. : Педагогика-Пресс, 1996. — 536 с.
32. Гаврилова Т. А. Базы знаний интеллектуальных систем / Т.А. Гаврилова, В. Ф. Хорошевский. — СПб : Питер, 2000. — 384 с.
33. Гаєв Є. О. Універсальний математичний пакет MatLab і типові задачі обчислювальної математики: Навч. посіб. [для студ. техн. спец. вищих навч. закл.] / Є. О. Гаєв, Б. М. Нестеренко. — К. : НАУ, 2004. — 175 с.
34. Галкина В. А. Дискретная математика: комбинаторная оптимизация на графах: Учеб. пособие [по спец. „Компьютерная безопасность”, „Комплексное обеспечение информационной безопасности

- автоматизированных систем” и „Информационная безопасность телекоммуникационных систем”] / Валентина Андреевна Галкина. — М. : Гелиос АРВ, 2003. — 232 с.
35. Галузинський В. М. Основи педагогіки та психології вищої школи в Україні: навч. посібник [для викладачів та аспірантів вузів] / В. М. Галузинський, М. Б. Євтух. — К. : ІНТЕЛ, 1995. — 168 с.
36. Гальперин П. Я. Основные результаты исследования по проблеме „Формирование умственных действий и понятий” / Петр Яковлевич Гальперин. — М. : Педагогика, 1965. — 240 с.
37. Гершунский Б. С. Компьютеризация в сфере образования: Проблемы и перспективы / Борис Семенович Гершунский. — М. : Педагогика, 1987. — 264 с.
38. Глібовець М. М. Штучний інтелект: підруч. [для студ. вищ. навч. закладів, що навчаються за спец. „Комп’ютерні науки” та „Приклад. математика”] / М. М. Глібовець, О. В. Олецкий — К. : Вид. дім „КМ Академія”, 2002. — 366 с.
39. Глушков В. М. Основы безбумажной информатики / Виктор Михайлович Глушков. — М. : Наука, 1987. — 552 с.
40. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. — М. : Наука, 1988. — 448 с.
41. Гончарова О. Н. Формирование основных компонентов информационной культуры учащихся при изучении информатики в старших классах с использованием среды электронного учебника: дисс... кандидата. пед. наук: 13.00.02 / Гончарова Оксана Николаевна. — Симферополь, 1999.— 180 с.
42. Горбатов В. А. Фундаментальне основи дискретної математики. Інформаційна математика / Вячеслав Афанасьевич Горбатов. — М. : Наука. Физматлит, 2000. — 544 с.
43. Губарев В. В. Элементы создания и преподавания информатики как фундаментальной учебной дисциплины / В. В. Губарев // Материалы Международной научно-практической конференции „Новые информаионные технологии в университетском образовании”. — Новосибирск : ИМДИ, 1999. — С. 89—91.

44. Давыдов В. В. Проблемы развивающего обучения / Василий Васильевич Давыдов. — М. : Интор, 1996. — 544с.
45. Дахин А. Н. Компетенция и компетентность: сколько их у российского школьника / А. Н. Дахин // Народное образование. — 2004. — № 4. — С. 136 — 144.
46. Дем'яненко В. М. Методика навчання майбутніх вчителів інформатики апаратних і системних програмних засобів : дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Дем'яненко Віктор Михахайлович. — К., 2003. — 195 с.
47. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Борис Павлович Демидович. — М. : Физматгиз, 1962. — 544 с.
48. Дичківська І. М. Інноваційні педагогічні технології: навчальний посібник / Ілона Миколаївна Дичківська. — К. : Академвидав, 2004. — 352 с.
49. Добров Г. М. Наука о науке / Геннадий Михайлович Добров. — К. : Наукова думка, 1969. — 304 с.
50. Достоверный и правдоподобный взвод в интеллектуальных системах / [Вагин В. Н., Головина Е. Ю., Загорянская А. А., Фомина М. В.]; под ред. В. Н. Вагина, Д. А. Поспелова. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 704 с.
51. Дружинин В. Н. Психология общих способностей / Владимир Николаевич Дружинин. — СПб. : Питер Ком, 1999. — 368 с.
52. Дьяконов В. П. МАТНЕМАТИСА 5.1/5.2/6.0. Программирование и математические вычисления / Владимир Павлович Дьяконов. — М. : ДМК Пресс, 2006. — 576 с.
53. Дьяконов В. П. MatLab 6.0/6.1/6.5/6.5 + SP1 + Simulink 4/5. Обработка сигналов и изображений / Владимир Павлович Дьяконов. — М. : СОЛОН-Пресс, 2004. — 592 с.
54. Дьяконов В. П. Компьютерная математика. Теория и практика / Владимир Павлович Дьяконов. — М. : Нолидж, 2001. — 1296 с.
55. Дьяконов В. П. Системы компьютерной алгебры DERIVE: самоучитель и руководство пользователя / Владимир Павлович Дьяконов. — М. : Солон-Р, 2002. — 319 с.

56. Дюбуа Р. Теория возможностей: Приложения к представлению знаний в информатике / Р. Дюбуа., А. Прад. —М. : Радио и связь, 1990. — 228с.
57. Ерусалимский Я. М. Дискретная математика: теория, задачи, приложения / Яков Михайлович Ерусалимский. — [3-е издание]. — М. : Вузовская книга, 2000. — 280 с.
58. Ершов А.П. Концепция использования средств вычислительной техники в сфере образования (информатизация образования). — Новосибирск, 1990. — 58с.
59. Євдокимов О. В. Ефективність нових технологій організації навчання студентів / О. В. Євдокимов // Педагогіка і психологія. — 1997. — №2. — С. 161—170.
60. Ємець В. Сучасна криптографія. Основні поняття / Ємець В., Мельник А., Попович Р. — Львів : БаК, 2003. — 144 с.
61. Жалдак М. І. Гуманітарний потенціал інформатизації навчального процесу / М.І. Жалдак // Проблеми інформатизації освіти: зб. наукових праць. — Київ: МОУ, УДПУ ім. М.П. Драгоманова, 1994. — С. 3—20.
62. Жалдак М. И. Система подготовки учителя к использованию информационной технологии в учебном процессе: автореф. дисс... на соискание науч. степени докт. пед. наук : спец. 13.00.02 „Теория и методика обучения информатики” / М. И. Жалдак. —М., 1989. — 48 с.
63. Жалдак М. І. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою / Жалдак М. І., Михалін Г. О. — [видання 3-тє, доповнене] — К. : Видавничий дім „Шкільний світ”, 2003. —120 с.
64. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики : посібник [для вчителів] / Мирослав Іванович Жалдак. — К. : Техніка, 1997. —304 с.
65. Жалдак М. І. Основи теорії і методів оптимізації : навчальний посібник / М. І. Жалдак, Ю. В. Триус. — Черкаси : Брама-Україна, 2005. — 608 с.
66. Жалдак М. І. Про деякі методичні аспекти навчання інформатики в школі і педагогічному університеті / М.І. Жалдак // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання:



- Зб. наук. праць / Редкол. — К. : НПУ імені М. П. Драгоманова. — №2 (9). — 2005. — С. 3—14.
67. Жалдак М. І. Проблема інформатизації навчального процесу в школі і в вузі / М.І. Жалдак // Сучасна інформаційна технологія в навчальному процесі: Зб. наук. пр. — К.: КДП ім. М. П. Драгоманова, 1991. — С. 3—16.
68. Заика Е. В. Психологические вопросы организации самостоятельной работы студентов в вузах : уч. пособие / Евгений Владимирович Заика. — Х : ХГУ, 1991. — 72 с.
69. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій : підручник [для студ. вищих навч. закл., що навч. за напрямками „Прикладна математика” та „Комп’ютерні науки”. — 4.вид., перероб. і доп.] / Юрій Петрович Зайченко — К. : ЗАТ „ВПОЛ”, 2000. — 687 с.
70. Занков Л. В. Дидактика и жизнь / Леонид Владимирович Занков. — М. : Просвещение, 1968. — 176 с.
71. Занков Л. В. Обучение и развитие / Леонид Владимирович Занков. — М. : Педагогика, 1975. — 52 с.
72. Зимняя И.А. Ключевые компетентности как результативно-целевая основа компетентностного подхода в образовании. Авторская версия / Ирина Алексеевна Зимняя. — М. : Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2004. — 40 с.
73. Змитрович А. И. Интеллектуальные информационные системы: учеб. пособие [для студ. вузов, обуч. по спец. „Прикладная математика”, „Информатика”, „Экономическая кибернетика”] / Анатолий Иосифович Змитрович. — Минск : ТетраСистемс, 1997. — 368 с.
74. Ігри дорослих. Інтерактивні методи навчання / [упоряд. Л. Галіцина]. — К. : Ред. Загальнопед. газ., 2005. — 128 с.
75. Казиєв В. М. Історія інформатики як науки о знаннях і технологіях [Електронний ресурс] / В. М. Казиєв. — Режим доступу до статті : [http://mf.grsu.by/Kafedry/kaf001/academic\\_process/006/lec\\_01?dwnld=1](http://mf.grsu.by/Kafedry/kaf001/academic_process/006/lec_01?dwnld=1).

76. Казиев В. М. Некоторые системные и методологические аспекты информатики и информатизации [Электронный ресурс] / В. М. Казиев. — Режим доступа до статті :  
[http://www.auditorium.ru/conf/conf\\_fulltext/kaziev.pdf](http://www.auditorium.ru/conf/conf_fulltext/kaziev.pdf)
77. Калмыкова З. И. Продуктивное мышление как основа обучаемости / Зинаида Ильинична Калмыкова. — М. : Педагогика, 1981. — 200 с.
78. Капустина Т. В. Теория и практика создания и использования в педагогическом вузе новых информационных технологий на основе компьютерной системы Mathematica : дисс... доктора пед. наук : 13.00.08, 13.00.02 / Тетьяна Васильевна Капустина. — М., 2003. — 257 с.
79. Касьяненко М. Д. Педагогіка співробітництва : навч. посібник / Михайло Данилович Касьяненко. — Київ : Вища шк., 1993. — 318 с.
80. Кедров Б. М. Классификация наук: Прогноз К. Маркса о науке будущего / Бонифатий Михайлович Кедров. — М. : Мысль, 1985. — 544 с.
81. Кириченко В. І. Дидактична система вивчення хімії в контексті технології створення алгоритмізованого інформаційного середовища навчання / В. І. Кириченко, В. А. Венгржановський, В. Й. Рокицька // Педагогіка і психологія професійної освіти. — 2000. — № 2. — С. 213—223.
82. Кирсанов М. Н. Графы в Maple / Кирсанов Михаил Николаевич. — М : Физматлит, 2007. — 168 с.
83. Кларин М. В. Инновационные модели обучения в зарубежных педагогических поисках / Михаил Владимирович Кларин. — М : Арена, 1994. — 222 с.
84. Клепиков О.І. Творчість: істина, краса, благо / Олександр Іванович Клепиков. — К. : Знання, 1991. — 48 с.
85. Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии: учеб. пособие [для студ. вузов]; под ред. Н.В. Ефимова / Давид Викторович Клетеник. — [15 изд.]. — М. : Наука, 1998. — 224 с.
86. Ключко В. І. Застосування новітніх інформаційних технологій при вивченні вищої математики у технічному вузі : навчально-методичний посібник / Віталій Іванович Ключко. — Вінниця : ВДТУ, 1997.— 300 с.

87. Ключко В. І. Нові інформаційні технології навчання математики в технічній вищій школі : дис... доктора пед. наук : 13.00.02 / Віталій Іванович Ключко — Вінниця, 1998. — 396 с.  
Кн. 1 : Общие основы психологии. — 688 с.
88. Князян М. Формування пізнавальної мотивації дослідницької діяльності студентів / М. Князян // Педагогіка і психологія професійної освіти.—2003.— №1. — С.173—181.
89. Кобильник Т.П. Вивчення елементів програмування у системі комп'ютерної математики Maple / Т. П Кобильник // Простір і час сучасної науки : матеріали другої всеукраїнської науково-практичної Інтернет-конференції (25-27 квітня 2007 року). — Частина II. — К. : ТОВ „Меганом”2007. — С. 33—34.
90. Кобильник Т.П. Вивчення елементів програмування у системі комп'ютерної математики Maxima / Т. П Кобильник // Молодь і ринок : щомісячний науково-педагогічний журнал. — 2007. — №5-6(28-29). — С. 159—163.
91. Кобильник Т.П. Вивчення математичної інформатики / Т. П Кобильник // XIV Всеукраїнська наукова конференція „Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики” : матеріали конференції, м.Львів, 2-4 жовтня 2007 р. — Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2007. — С. 74—75.
92. Кобильник Т.П. Зміст курсу математичної інформатики в педагогічному університеті / Т. П Кобильник // Теорія і практика навчання математики, фізики, інформатики: збірник наукових праць. [Випуск VII : В 3-х томах]. — Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2008. — .— Т.3 : Теорія та методика навчання інформатики. — С.304—309.
93. Кобильник Т.П. Компетентнісний підхід при вивченні математичної інформатики у педагогічному університеті [Електронний ресурс] / Т. П Кобильник // Інформаційні технології і засоби навчання: Електронне наукове фахове видання. — Режим доступу до статті : <http://www.nbu.gov.ua/e-journals/ITZN/em2/content/07ktpupa.html>.
94. Кобильник Т.П. Про вивчення систем комп'ютерної математики у педагогічному університеті / Т. П Кобильник // Наукові записки : збірник

- наукових статей Національного педагогічного університету імені М.П.Драгоманова [упор. П.В.Дмитренко, Л.Л.Макаренко]. — Випуск LXIV(64). — К. : Вид-во НПУ імені М.П.Драгоманова, 2006. — С.91—97.
95. Кобильник Т.П. Програмування в середовищі Maple для розв'язування задач аналітичної геометрії / Т. П Кобильник // Дидактика математики : проблеми і дослідження: міжнародний збірник наукових робіт. — Вип.26. — Донецьк : Фірма ТЕАН, 2006. — С. 160—164.
96. Кобильник Т.П. Програмування в середовищі Maple для розв'язування задач математичного аналізу / Т. П Кобильник // Молодь і ринок: щомісячний науково-педагогічний журнал. — 2007 — №1-2(24-25). — С. 158—162.
97. Кобильник Т.П. Системи комп'ютерної математики у педагогічних ВНЗ / Т. П Кобильник // Матеріали Всеукраїнської науково-технічної конференції „Комп'ютерна математика в інженерії, науці та освіті” (CMSEE-2007), м.Полтава, 28-30 листопада 2007р. — Полтава : Вид-во ПолтНТУ, 2007. — С.37.
98. Кобильник Т.П. Системи комп'ютерної математики: Maple, Mathematica, Maxima / Тарас Петрович Кобильник. — Дрогобич : Коло, 2008 — 316с.
99. Кобильник Т.П. Створення процедур-функцій та програм у системі комп'ютерної математики Maxima / Т. П Кобильник // Наукові дослідження — теорія та експеримент '2007 : матеріали третьої міжнародної науково-практичної конференції, м.Полтава, 14-16 травня 2007 р. — Полтава : Вид-во „ІнтерГрафіка”, 2007. — С.140—143.
100. Кобильник Т.П. Фундаментальність інформатичної освіти / Т. П Кобильник // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: зб.наукових праць / Педрада. — К. : НПУ імені М.П.Драгоманова, 2007. — №5 (12). — С.78-81.
101. Кобильник Т. П. Методична характеристика занять з курсу „Системи комп'ютерної математики” / Т. П Кобильник // Імідж сучасного педагога: науково-практичний освітньо-популярний часопис. — 2007. — №7-8(76-78). — С.108—111.

102. Колин К. К. Информатика в системе опережающего образования. Доклад на 11-м Международном конгрессе ЮНЕСКО „Образование и информатика” / К. К. Колин // Вестник Российского общества информатики и вычислительной техники. — М., 1996. — №3. — С. 19—36.
103. Колин К. К. Фундаментальные основы информатики: социальная информатика / Константин Константинович Колин . — М. : Изд-во „Академический проект”, 2000. — 352 с.
104. Колин К. К. Формирование современного естественнонаучного мировоззрения / К. К. Колин // Синергетика : человек, общество. — М. : РАГС, 2000. — С.16—25.
105. Коломок О. И. Теория проектирования системы формирования готовности студентов к развитию учебной деятельности: На примере изучения математики в сельскохозяйственном вузе : дис... доктора пед. наук : 13.00.08 / Коломок Оксана Ивановна. — Тольятти, 2001. — 484 с.
106. Компетентнісна освіта – від теорії до практики / [Бібік Н. М., Єрмаков І. Г., Овчарук О. В. та ін.]. — К. : Плеяди, 2005. — 120 с.
107. Компетентностный подход как способ достижения нового качества образования / Материалы для опытно-экспериментальной работы в рамках Концепции модернизации российского образования на период до 2010 года. — М. : НФПК, 2002. — 96 с.
108. Компьютерная математика: Символьные и алгебраические вычисления / [пер. с англ.]; под ред. Б. Бухбергера, Дж. Коллинза, Р. Лооса. — М. : Мир, 1986. — 392 с.
109. Кондрашов В. Е. MATLAB. Как система программирования научно-технических расчетов / В. Е. Кондрашов, С. Б. Королев. — М. : Мир, 2002. — 350 с.
110. Концептуальні засади розвитку педагогічної освіти України та її інтеграції в європейський освітній простір [Електронний ресурс] — Режим доступу : <http://www.mon.gov.ua/education/average/topic/rozv/knc.doc>.
111. Копаєв О. В. Фундаментальний аспект базового курсу інформатики / О. В. Копаєв, Ю. В. Триус // Сучасний стан і перспективи шкільних курсів

- математики та інформатики у зв'язку з реформуванням у галузі освіти : тези доповідей. — Дрогобич. — 2000. — С.138—140.
112. Костюк Г. С. Принцип развития в психологии // Методические и теоретические проблемы психологии : статьи / Григорий Силович Костюк. — М., 1969. — С. 118—152.
113. Кузьмина Н. В. Методы исследования педагогической деятельности / Нина Васильевна Кузьмина. — Л : Изд-во Ленинградского университета, 1970. — 114 с.
114. Кузьмина Н. В. Основы вузовской педагогики / Нина Васильевна Кузьмина. — Л. : Изд-во Ленинградского университета, 1972. — 312 с.
115. Кузьмін А. В. Символьні обчислення в системі Maple: навч. посіб. / Кузьмін А. В., Кузьміна Н. М., Рисцов І. К. — К. : МАУП, 2006. — 108с.
116. Кушнір В. А. Системний аналіз педагогічного процесу: методологічний аспект / Василь Андрійович Кушнір. — Кіровоград : Видавничий центр КДПУ , 2001. — 348 с.
117. Лаптев В. В. Методическая теория обучения информатике. Аспекты фундаментальной подготовки / Лаптев В. В., Рыжова Н. И., Швецкий М. В. — СПб. : Издательство Санкт-Петербургского университета, 2003. — 352 с.
118. Лапчик М. П. Методика преподавания информатики / Михаил Павлович Лапчик. — М. : Академия, 2001. — 624 с.
119. Леонтьев А. Н. Деятельность, сознание, личность / Избранные психологические произведения: В 2т. / Под ред. В. В. Давыдова и др. — М., Политиздат 1983. — Т. 2. — 584 с.
120. Лернер И. Я. Дидактические основы методов обучения / Исаак Яковлевич Лернер. — М.: Педагогика, 1981. — 186 с.
121. Логический поход к искусственному интеллекту : От классической логики к логическому программированию / А. Тейз, П. Грибомон, Ж. Луи и др. — М. : Мир, 1990. — 432 с.
122. Лотюк Ю. Г. Комп'ютерно-орієнтована методична система навчання обчислювальної математики в педагогічному університеті : дис... кандидата пед. наук : 13.00.02 / Лотюк Юрій Георгійович. — Рівне, 2004. — 228 с.

123. Максимова В. Н. Межпредметные связи в процессе обучения / Валерия Николаевна Максимова. — М. : Просвещение, 1988. — 192 с.
124. Максимова В.Н. Межпредметные связи и совершенствование процесса обучения: кн. [для учителя] / Валерия Николаевна Максимова. — М. : Просвещение, 1984. — 144с.
125. Мао В. Современная криптография: теория и практика.: Пер. с англ. / Венбо Мао. — М. : Вильямс, 2005. — 768 с.
126. Маркова А. К. Психология профессионализма / Анастасия Константиновна Маркова. — М. : Знание, 1996. — 308 с.
127. Маркова А. К. Формирование мотивации учения / Маркова А. К., Матис Т. А., Орлов А. Б. — М. : Просвещение, 1990. — 192 с.
128. Мармоза А. Т. Практикум з математичної статистики: навч. посібник / Анатолій Тимофійович Мармоза.— К. : Кондор, 2004. — 264 с.
129. Марселлус Д. Программирование экспертных систем на Турбо-Прологе : Пер. с англ. / Дэнэл Н. Марселлус. —М. : Финансы и статистика, 1994. — 256 с.
130. Масленников М. Практическая криптография / Михаил Масленников. — СПб. : БХВ-Петербург, 2003. — 464 с.
131. Маслоу А. Мотивация и личность / Абрахам Гарольд Маслоу; [пер. с англ А. М. Татлыбаева]. — СПб. : Евразия, 1999. — 478с.
132. Матюшкин А. М. Теоретические вопросы проблемного обучения / А. М. Матюшкин // Хрестоматия по психологии. — М. : МГУ, 1977. — С. 274—280.
133. Махмутов М. И. Организация проблемного обучения в школе / Мирза Исмаилович Махмутов. — М. : Просвещение, 1980. — 240 с.
134. Методические указания по вопросам мировоззренческой и воспитательной направленности преподавания курса высшей математики в техническом вузе / [составитель В.В.Пак]. — Донецк : ДПИ, 1989. — 64 с.
135. Миракова Т.Н. Развивающие задачи на уроках математики: пособие [для учителя] / Татьяна Николаевна Миракова. — Львов, журнал „Квантор”, 1991. — 96 с.

136. Миронова О. І. Пакет прикладних програм Mathematica: Робоча навч. прогр. [курсу освітньо-проф. прогр. спец. 6.030400 „Міжнародна інформація”] / Олена Іванівна Миронова; [Волинський держ. ун-т ім. Лесі Українки. Факультет міжнародних відносин. Кафедра міжнародної інформації]. — Луцьк : РВВ „Вежа” Волинського держ. ун-ту ім. Лесі Українки, 2007. — 15 с.
137. Михалев А. В. Компьютерная алгебра. Вычисления в дифференциальной и разностной алгебре : Учебное пособие. — М. : Изд-во МГУ, 1989. — 97 с.
138. Могилев А. В. Развитие методической системы подготовки по информатике в педагогическом вузе в условиях информатизации образования : дис. доктора пед. наук : 13.00.02 / Александр Владимирович Могилев. — Воронеж, 1999. — 365 с.
139. Моляко В. А. Психология решения школьниками творческих задач / Валентин Алексеевич Моляко. — К. : Рад.школа, 1983. — 96 с.
140. Моляко В. А. Психология творческой деятельности / Валентин Алексеевич Моляко. — К. : Знание, 1978. — 48 с.
141. Монахов В. М, Концепция создания и внедрения новой информационной технологии обучения / В. М. Монахов // Проектирование новых информационных технологий обучения: Сб. — М., 1991. — С. 4–30.
142. Морзе Н. В. Методика навчання інформатики: навч. посіб.: У 4 ч. [за ред. акад. М. І. Жалдака] / Наталія Вікторівна Морзе. — К. : Навчальна книга, 2003. — . — Ч.І: Загальна методика навчання інформатики. — 254 с.
143. Морзе Н. В. Основи методичної підготовки вчителя інформатики: монографія / Наталія Вікторівна Морзе. — К. : Курс, 2003. — 372 с.
144. Мочалова Н.М. Методы проблемного обучения и границы их применения / Нэлли Михайловна Мочалова. — Казань.: Изд-во Казан. ун-та, 1979.—158 с.
145. Мушик Э. Методы принятия технических решений / Э. Мушик, П. Мюллер. — М. : Мир, 1990. —208 с.
146. Моисеев Н. Н. Алгоритмы развития / Микита Никитович Моисеев. — М. : Наука, 1987. — 304 с.



147. Немов Р.С. Психология: учебник [для студ. высших пед. учеб. заведений : в 3 кн.] / Роберт Семенович Немов. — [4.изд.]. — М. : Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2000.
148. Нечаев Н.Н. Психолого-педагогические аспекты подготовки специалистов в вузе / Николай Николаевич Нечаев. — М. : Изд-во Моск. Ун-та, 1985. — 112 с.
149. Нечаев В. И. Элементы криптографии. Основы теории защиты информации: учеб. пособие [для студ. ун-тов, пед. вузов и вузов с углубленным изуч. математики] / Василий Ильич Нечаев]. — М. : Высшая школа, 1999. — 110 с.
150. Нікольський Ю.В. Дискретна математика / Ю.В. Нікольський, В.В. Пасічник, Ю.М. Щербина. — Вид. 2-ге, випр. та доп. — Львів : Магнолія Плюс , 2007. — 608 с.
151. Нечёткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / [Аверкин А. Н., Батыршин И. З., Блишун А. Ф. и др.]; под ред. Д. А. Поспелова. — М. : Наука, 1986. — 312 с.
152. Нильсон Н. Искусственный интеллект: Методы поиска решений. — М. : Мир, 1973. — 272 с.
153. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: учеб. пособие [для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров] / [Полат Е. С., Бухаркина М. Ю., Моисеева М. В., Петров А. Е.]; под ред. Е. С. Полат. — М.: Издательский центр „Академия”, 2003. — 272 с.
154. Пахомова Н.Ю. Метод учебного проекта в образовательном учреждении: пособие [для учителей и студентов педагогических вузов] / Нинель Юловна Пахомова. — М.: АРКТИ, 2003. — 112 с.
155. Перязев Н. А. Преподавание математической информатики / Н. А. Перязев, Ю. В Перязева [Электронный ресурс]. — Режим доступа : <http://www.ict.edu.ru/vconf/files/3207.rtf>.
156. Половко А.М. Matlab для студентов / А.М. Половко, П.Н. Бутусов. – СПб: БХВ-Петербург, 2005. – 319 с.
157. Пономарев А. С. Нечеткие множества в задачах автоматизированного управления и принятия решений: учеб. пособие [по курсу „Математические

- основы автоматизированного управления” для студ. спец. „Информационные управляющие системы и технологии” и „Программное обеспечение автоматизированных систем управления”]. — Х. : НТУ „ХПИ”, 2005. — 232с.
158. Пономарев Я. А. Основные звенья психологического механизма творчества / Я. А. Пономарев // Интуиция, логика, творчество. — М.: Наука, 1987. — С. 5—23.
159. Пономарев Я. А. Психология творческого мышления / Яков Александрович Пономарев. — М. : АПН РСФСР, 1960. — 352 с.
160. Поспелов Г.С. Искусственный интеллект – основа новой информационной технологии / Гермоген Сергеевич Поспелов. — М.: Наука, 1988. — 200с.
161. Поспелов Д. А. Фантазия и наука : На пути к искусственному интеллекту / Дмитрий Александрович Поспелов . — М. : Наука, 1982. — 224 с.
162. Посталюк Н. Ю. Творческий стиль деятельности : педагогический аспект / Наталья Юрьевна Посталюк. — Казань : Изд-во КГУ, 1989. — 204 с.
163. Рагулина М.И. Электронное учебное пособие как средство формирования методической компетентности будущего учителя информатики [Электронный ресурс] / М. И. Рагулина, Л. В .Смолина. — Режим доступа : <http://www.ict.edu.ru/vconf/files/6830.doc>.
164. Ракитина Е.А. Теоретические основы построения концепции непрерывного курса информатики / Елена Александровна Ракитина. — М. : Информатика и образование, 2002. — 88 с.
165. Раков С. А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу в навчанні з використанням інформаційних технологій : дис. доктора пед. наук: 13.00.02 / Раков Сергій Анатолійович. — Х., 2005. — 516 с.
166. Рамський Ю. С. Логічні основи інформатики : навчальний посібник / Юрій Савіянович Рамський. — К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. — 286 с.
167. Роберт И. В. Современные технологии в образовании: дидактические проблемы; перспективы использования / Ирэна Вениаминовна Роберт. — М. : „Школа-Пресс”, 1994. — 204 с.

168. Романишина Л. М. Система поетапного контролю навчальної діяльності студентів педагогічних університетів за модульно-рейтинговою технологією навчання з дисциплін природничого циклу : дис... доктора пед. наук: 13.00.04 / Романишина Людмила Михайлівна. — К., 1998. — 417 с.
169. Самсонов Б. Б. Компьютерная математика (Основание информатики) / Самсонов Б. Б., Плохов Е. М., Филоненков А. И. — Ростов н/Д. : Феникс, 2002. — 511с.
170. Селевко Г. К. Современные образовательные технологии : учебн. пособие / Герман Константинович Селевко. — М. : Народное образование, 1998. — 256 с.
171. Семенов А. Л. Математическая информатика в школе / А. Л. Семенов // Информатика и образование, 1995. — №5. — С. 54—58.
172. Семеріков С. О. Maxima 5.13: довідник користувача / Семеріков Сергій Олексійович; за ред. академіка М. І. Жалдака. — Київ, 2007. — 48 с.
173. Семеріков С. О. Активізація пізнавальної діяльності студентів при вивченні чисельних методів у об'єктно-орієнтованій технології програмування : дис... кандидата. пед. наук : 13.00.02 / Семеріков Сергій Олексійович. — Кривий Ріг, 2000. — 256 с.
174. Сергиенко И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации / Иван Васильевич Сергиенко. — К. : Наукова думка, 1988. — 472 с.
175. Сергиенко И. В. Методы и модели решения на ЭВМ комбинаторных задач оптимизации / И. В. Сергиенко, М. Ф. Каспшицкая — К. : Наукова думка, 1981. — 288 с.
176. Сериков В. В. Образование и личность. Теория и практика проектирования педагогических систем / Владислав Владиславович Сериков. — М. : Логос, 1999. — 272 с.
177. Сигал И. Х. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы: учеб.пособие / И. Х. Сигал, Иванова А. П. — [изд. 2-е, испр.]. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. — 240 с.

178. Симоненко В. Д. Современные педагогические технологии: учебн. пособие / В. Д. Симоненко, Н. В. Фомин. — Брянск : БГПУ, 2001. — 394 с.
179. Скаткин М. Н. Проблемы современной дидактики / Михаил Николаевич Скаткин. — М. : Педагогика, 1984. — 96 с.
180. Скафа Е. И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология : монография / Елена Ивановна Скафа. — Донецк : Изд-во ДонНУ, 2004. — 440 с.
181. Скурихин В. И. Математическое моделирование / Скурихин В.И., Шифрин В.Б., Дубровский В.В. — М. : Техника, 1983. — 270 с.
182. Смирнов С. Д. Педагогика и психология высшего образования. От деятельности к личности / Сергей Дмитриевич Смирнов. — М. : Academia, 2001. — 304 с.
183. Смирнова-Трибульська Є.М. Теоретико-методичні основи формування інформатичних компетентностей вчителів природничих дисциплін у галузі дистанційного навчання: дис. ... докт. пед. наук : 13.00.02 / Євгенія Миколаївна Смирнова-Трибульська. — К., 2008. — 676 с.
184. Соловьева Ф. И. Введение в теорию кодирования : Учебное пособие / Ф. И. Соловьева. — Новосибирск : Новосиб. гос. ун-т, 2005. — 130 с.
185. Співаковський О. В. Теоретико-методичні основи навчання вищої математики майбутніх вчителів математики з використанням інформаційних технологій: дис... доктора пед. наук: 13.00.02 / Співаковський Олександр Володимирович. — К., 2003. — 534 с.
186. Столяров А. М. Эвристические приемы и методы активизации творческого мышления / Анатолий Михайлович Столяров. — М : ВНИИПИ, 1988. — 126 с.
187. Сумбаев И. С. Философия и психология творчества [Электронный ресурс]. — Режим доступа : <http://www.superidea.ru/tm/book/fpt1.htm>.
188. Суханов Б. М. Интеграция естественнонаучного и технологического знания / Борис Михайлович Суханов. — Л. : Изд-во ЛГУ, 1987. — 96 с.

189. Талызина Н. Ф. Педагогическая психология: учеб. [для студ. сред. пед. учеб. Заведений]. — [3-е изд., стереотип] / Нина Федоровна Талызина. — М. : Издательский центр „Академия”, 2001. — 288 с.
190. Талызина Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний / Нина Федоровна Талызина. — М : Изд-во МГУ, 1975. — 344 с.
191. Таха Х. А. Введение в исследование операций / Хемди А. Таха; пер. с англ. — [7-е издание]. — М. : Издательский дом „Вильямс”, 2005. — 912 с.
192. Тихомиров О. К. Психология мышления / Олег Константинович Тихомиров. — М. : МГУ, 1984. — 270 с.
193. Толстов В. Г. Математическая информатика [Электронный ресурс] / В.Г. Толстов. — Режим доступа : <http://www.matinform.ru>
194. Триус Ю. В. Комп’ютерно-орієнтовані методичні системи навчання у вищих навчальних закладах. — Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск V : В 3 т. — Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2006. — Т. 3 : Теорія та методика навчання інформатики. — С. 3—6.
195. Триус Ю. В. Методика використання пакету Maple 7 для розв’язування екстремальних задач. — Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск V : В 3 т. — Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2005. — Т. 1 : Теорія та методика навчання математики. — С. 282—296.
196. Триус Ю.В. Комп’ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах : дис... доктора пед. наук : 13.00.02 / Триус Юрій Васильович. — К., 2005. — 625 с.
197. Триус Ю.В. Комп’ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики : монографія / Юрій Васильович Триус. — Черкаси : Брама-Україна, 2005. — 400 с.
198. Уемов А.И. Аналогия и учебный процесс / А.И.Уемов // Логика и проблемы обучения. — М. : Педагогика, 1977. — С. 11—37.
199. Указ Президента України Про Національну доктрину розвитку освіти [Електронний ресурс] — Режим доступу :

[http://www.gov.ua/laws/Ukaz\\_Pr\\_347.doc](http://www.gov.ua/laws/Ukaz_Pr_347.doc).

200. Унт И. Э. Индивидуализация и дифференциация обучения / Инге Эриховна Унт. — М. : Педагогика, 1990. — 192 с.
201. Уэно Х. Представление и использование знаний / Уэно Х., Каямо Т., Окомото Т.; под ред. Х. Уэно, М. Исидзука. — М. : Мир, 1989. — 205 с.
202. Філь Б. М. Досвід викладання дисципліни „Комп’ютерний інструментарій математика” / Б. М. Філь // Матеріали Всеукраїнської науково-технічної конференції „Комп’ютерна математика в інженерії, науці та освіті” (CMSEE-2007), 28-30 листопада 2000 р. — Полтава, 2007. — С. 43.
203. Фомкіна О. Г. Методична система проведення практичних занять з математики зі студентами економічних спеціальностей : дис... кандидата пед. наук : 13.00.02 / Фомкіна Олена Григорівна. — К., 2000. — 219 с.
204. Фурман А.В. Школа розвитку: непізнані грані фундаментальної ідеї / А.В. Фурман, О.І. Калугін // Рідна школа. — 1994.-№ 6. — С. 26—32.
205. Фурман А. В. Модульно-розвивальне навчання: принципи, умови, забезпечення: монографія / Анатолій Васильович Фурман. — К. : Правда Ярославичів, 1997. — 340 с.
206. Хуторской А. В. Ключевые компетенции. Технологии конструирования / А. В. Хуторской // Народное образование. — 2003. — № 5. — С. 55— 61.
207. Хуторской А.В. Развитие одарённости школьников / Андрей Викторович Хуторской. — М. : Гуманит. Изд.Центр ВЛАДОС, 2000. — 320 с.
208. Цибко Г. Ю. Підвищення рівня теоретичної підготовки з інформатики на фізико-математичних факультетах педагогічних вузів : дис... кандидата пед. наук: 13.00.02 / Цибко Ганна Юхимівна.— К, 1998. — 200 с.
209. Черных Л. А. Теоретические основы разработки методической системы обучения / Л. А. Черных // Евристика та дидактика точних наук: Збірник наукових робіт. — Вип. 3. — Донецьк : Донецька школа евристики та точних наук, 1995. — С. 15—19.
210. Чечкин А.В. Математическая информатика / Александр Васильевич Чечкин. — М. : Наука, 1991. — 412 с.

211. Чечкин А.В. Принципы и методы математического моделирования интеллектуальных систем / А. В. Чечкин // Интеллектуальные системы, М. : МГУ, т.3, вып. 1-2, 1998. — С. 63—83.
212. Чораян О.Г. Естественный интеллект (физиологические, психологические, и кибернетические аспекты). Учебное пособие [для студентов высших учебных заведений]; под редакцией Г.А. Кураева. — Ростов-на-Дону, 2002. — 112 с.
213. Шавалева В.И. Преимущество в построении методических систем обучения математике в школе и педагогическом вузе : дис. ... кандидата. пед. наук: 13.00.02 / Шавалева Валентина Ивановна. — К., 1997. — 180 с.
214. Шавальова В. І. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання математики у вищому педагогічному навчальному закладі /В. І. Шавальова // Тези Міжнародної конференції „Асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь” (16 грудня 2002 р., Київ). — К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2002. — 101 с.
215. Шеремета П. М. Кейс-метод: з досвіду викладання в українській бізнес-школі / П. М. Шеремета, Л. Г. Каніщенко [за ред. О. І. Сидоренка. — 2-е видання]. — К. : Центр інновацій та розвитку, 1999. — 80 с.
216. Шиян Н. І. Технологія модульно-рейтингового навчання у вищій педагогічній школі: дис... кандидата пед. наук: 13.00.01 / Шиян Надія Іванівна. — Полтава, 1998. — 194 с.
217. Шмидский Я. К. Mathematica 5: Самоучитель / Яков Константинович Шмидский. — М. ; СПб. ; К. : Диалектика, 2004. — 580 с.
218. Щукина Г. И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе: учебное пособие [для студентов пед. ин-тов] / Галина Ивановна Щукина. — М. : Просвещение, 1979. — 160 с.
219. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику : Учеб. пособие [для вузов]. — [2-е изд., перераб. и доп.]. — М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит. — 384 с.
220. Якиманская И. С. Развивающее обучение / Ираида Сергеевна Якиманская. — М. : Педагогика, 1979. — 144 с.

221. Яковлев И.П. Интеграция высшей школы с наукой и производством / Игорь Петрович Яковлев. — Л. : ЛГУ, 1987. — 128 с.
222. Attia, John O. Electronics and circuit analysis using MATLAB / Boca Raton [etc.] CRC press Cop, 1999. — 378 p.
223. Boyd, Robert R. Tolerance analysis of electronic circuits : Using Mathcad. — Boca Raton [etc.] CRC press Cop. 2000. — 202 p.
224. Maple Advanced Programming Guide / M. B. Monagan, K. O. Geddes, K. M. Heal and other / Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc, 2007. — 452 p.
225. Maple User Manual / Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc, 2007. — 412 p.
226. Otto S.R. An Introduction to Programming and Numerical Methods in Matlab / S.R.Otto, J.P. Denier. — 2005. — 468 p.
227. Register, Andy H. A Guide to MATLAB Object-Oriented Programming / Andy H. Register. — Atlanta : Geogia Tech Research Institute, 2007. — 382 p.
228. Robert M. Corless. Symbolic Recipes: Scientific Computing with Maple / Corless M. Robert. — Springer Verlag, 2005. — 424 p.
229. Steinhaus S. Comparison of Mathematical Programs for Data Analysis (Edition 5.03) [Электронный ресурс] — Munchen/Germany. — 64 p. — Режим доступа : <http://www.scientificweb.de/ncrunch/>.
230. Wolfram S. Mathematica book / Stephan Wolfram. — 5 th ed. — 1486 p.