ІНСТИТУТ ПЕДАГОГІКИ
АКАДЕМІЇ ПЕДАГОГІЧНИХ НАУК УКРАЇНИ

На правах рукопису

ЗАДОРОЖНЯ Тетяна Миколаївна

УДК 372.519.2

ПОЧАТКИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ **В ЗМІСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ КОЛЕДЖІВ ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНОГО СПРЯМУВАННЯ**

13.00. 02 - теорія та методика навчання (математика)

Дисертація на здобуття наукового
ступеня кандидата педагогічних наук

Науковий керівник –
ХМАРА Тамара Миколаївна
кандидат педагогічних наук,
провідний науковий співробітник
АПН України

Київ - 2007

ЗМІСТ

ВСТУП

Одним із пріоритетних напрямків розвитку вищої освіти в нашій державі є інтеграція системи освіти України у світову систему при збереженні і розвитку досягнень та традицій української вищої школи. Важливе місце серед різних освітніх закладів займають вищі навчальні заклади освіти (ВНЗ) I-II рівня акредитації, що становлять 66% від існуючих на даний час вищих закладів освіти різних форм власності. Сьогодні це технікуми, коледжі, інститути різноманітних напрямків освіти, які готують молодших спеціалістів та забезпечують надання середньої освіти.

Ще недавно більшість із цих закладів готували молодших спеціалістів для промисловості, будівництва, транспорту та зв'язку, сільського господарства. Однак, сьогодні цей вектор змінився і продовжує змінюватися в напрямку фінансово-економічних спеціальностей. На кінець 90-х років частка середніх спеціальних навчальних закладів, яка готувала молодших спеціалістів з економіки та права становила 12,5%, а уже в кінці 2002 року дорівнювала 25% і продовжує зростати.

Стрімкий розвиток ринкових відносин змінює характер фінансових та економічних професій, приводить до появи нових, а також підвищує вимоги до підготовки майбутніх спеціалістів економічної галузі. Підготовку молодших спеціалістів (повний термін навчання 3 роки) можна розділити на дві складові, які повинні бути органічно пов'язані – це надання середньої освіти і забезпечення професійної підготовки. Надання середньої освіти, як правило, відбувається на першому курсі (в частині закладів його називають нульовим) тому логічно було б щоб програми, за якими навчаються першокурсники, відповідали існуючим програмам для загальноосвітніх навчальних закладів та Державному стандарту базової і повної середньої освіти. На практиці це не так.

Державним стандартом базової і повної середньої освіти [104] доповнено зміст шкільної математичної освіти ймовірнісно-статистичною змістовою лінією, яка не є обов'язковою для програм з математики фінансово-економічних коледжів. Присутність цієї лінії в Концепції математичної освіти в 12-річній школі [167] є першим і вагомим кроком на шляху до створення умов для розвитку одного із спеціальних і соціально важливих типів мислення – ймовірнісно-статистичного, необхідного сучасній людині як у загальнокультурному плані, так і для професійного становлення та успішної соціалізації. Адже у повсякденній практичній діяльності кожна людина в тій чи іншій мірі має справу із розрахунками, складанням і читанням таблиць, діаграм, графіків, їй доводиться реалізовувати нескладні алгоритми, стикатися з ймовірнісним характером випадкових подій, аналізувати результати своїх спостережень тощо. Зміни у соціально-економічних сферах перетворили проблему статистично-ймовірнісної грамотності сучасної людини з актуальної на гостро актуальну.

Стохастичні процеси притаманні усім галузям людської діяльності, і звичайно ж фінансово-економічній. Методи теорії ймовірностей та математичної статистики поряд з іншими стали потужним інструментом дослідження сучасної економіки, вони широко використовуються при вивченні і прогнозуванні економічних явищ і процесів, пов'язаних з роздержавленням власності, розгортанням процесу приватизації, вдосконаленням ринкових відносин тощо. Тому ґрунтовна стохастична підготовка майбутніх спеціалістів з економіки і фінансів є досить важливою ланкою їхньої освіти, а вміння аналізувати випадкові фактори, оцінювати гіпотези, прогнозувати розвиток подій і, нарешті, приймати рішення в ситуаціях, які мають ймовірнісний характер необхідні для їхнього професійного становлення. Та й формування нового економічного мислення у студентів в умовах ринкових відносин неможливе без сформованості ймовірнісно-статистичного мислення.

Інтеграція освіти України в світову систему теж не можлива без її відповідності міжнародним стандартам. Не можна ігнорувати ту обставину, що в багатьох розвинутих країнах уже десятки років шкільні курси математики передбачають вивчення елементів стохастики. Доповнення змісту математичної освіти стохастичною лінією робить її конвертованою.

Сьогодні, на етапі швидкої зміни суспільних умов, переходу до ринкових відносин в економіці, на виробництві, суспільство зацікавлене в тому, щоб рівень освіти громадян давав їм змогу вільно орієнтуватися в навколишньому світі, який за своєю природою є стохастичним. Зазначені фактори вказують на важливість і своє часність ознайомлення учнів з елементарними відомостями теорії ймовірностей і статистики та введення їх у зміст шкільної математичної освіти. Особливо гостро ця потреба виникла у профільних класах, ліцеях і коледжах економічного спрямування. Уже сьогодні зрозуміло, що кожному учневі, студенту необхідні знання і вміння, які допоможуть йому сприймати і аналізувати числові дані, що подаються засобами масової інформації, робити правильні висновки і приймати рішення в ситуаціях, пов’язаних із стохастичними явищами та подіями. Прикладний характер теорії ймовірностей та математичної статистики дозволяє навчатися цьому вже тепер, за шкільною партою. Організовуючи заняття так, щоб учень чи студент мав можливість сумніватися і помилятися, самостійно міркувати і аргументувати, ставити запитання і шукати самостійно на них відповіді, ми включаємо його в процес нехай і повторного, але відкриття, в процес активного пошуку і розв’язання проблем, що й готує його до майбутнього.

Початки теорії ймовірностей і вступ до математичної статистики мають стати складовою математичної культури сучасного випускника закладу середньої освіти і, безперечно, ліцеїв і коледжів фінансово-економічного спрямування. Саме випуск ники профільних ліцеїв і коледжів у недалекому майбутньому стануть організатора ми і учасниками виробництва нового типу, провідниками нових ідей і поглядів на ринкові відносини. Від рівня їхньої професійної підготовки, основою якої є також стохастика, залежатиме можливість поліпшення роботи приватних і державних фірм , фермерських господарств та інших сільськогосподарських об’єднань, а також вирішення питань реалізації і збереження виробленої продукції, забезпечення режиму економії матеріалів, раціонального використання природних ресурсів тощо.

Проблема ймовірнісно-статистичної освіти учнівства є актуальною, але не є новою в теорії та практиці шкільної математичної освіти. Вона має понад сторічну історію і над її розв’язанням працювали видатні вітчизняні та зарубіжні вчені: В.Я. Буняковський, В.П.Єрмаков, М.М.Філіпов, С.П.Фролов, А.М.Колмогоров, В.Г. Розумовський, Б.В.Гнєденко, А.Реньї та ін.

Уже в першій половині XIX століття в низці підручників для школи з’явились розділи, до яких включено елементи теорії ймовірностей та математичної статистики (підручник з алгебри професора Царськосельського ліцею М.Т.Щеглова ; підручник початкової алгебри К.Д.Краєвича та ін.) [195]. А першим російським підручником з теорії ймовірностей була книга “Основи математичної теорії ймовірностей” (1846 р.) академіка Петербурзької АН, почесного члена багатьох російських університетів і вчених товариств, українця за походженням В.Я. Буняковського. Перший український підручник з теорії ймовірностей з’явився у 1878 році завдяки професору Київського політехнічного інституту В.П.Єрмакову.

Питання введення елементарної теорії ймовірностей і статистики до програми середньої школи розглядалось і після революції 1917 р..

Програма для фізико-технічних груп другого ступеня Єдиної трудової школи-комуни, опублікована в 1919 р., вміщувала такі теми: “Сполучення. Основи теорії ймовірностей. Додавання і віднімання ймовірностей.” У пояснювальній записці за значалося: “Оскільки фізика все більше і більше користується статистичним методом, то теорія ймовірностей повинна ввійти в курс математики."

1925-1926 рр. характеризуються масовим введенням програм Державного управління соціальної освіти, відповідно до яких вихідним пунктом у навчанні була трудова діяльність. І хоча математика розглядалась лише як засіб вивчення тієї чи іншої комплексної теми, в програму уже VI класу були введені елементи статистики (найпростіші статистичні дослідження); в програму VII класу - початки теорії ймовірностей (включаючи поняття про закон великих чисел), елементи математичної статистики.

У науково-методичних публікаціях цього періоду не тільки аргументувалась можливість вивчення в школі елементів теорії ймовірностей та статистики, але й здійснювався відбір матеріалів і досліджувались методичні шляхи втілення цих планів.

На початку 60-х почали переглядатися програми загальноосвітньої школи. Планувалася не просто чергова перебудова програм, а перехід на новий, більш високий рівень навчання в школі. Перший варіант проекту складено в 1965 р. Особливістю запропонованих програм було вивчення елементів теорії множин, теорії ймовірностей, відомостей про ЕОМ, елементів математичного аналізу (похідна, інтеграл). Введення цих розділів посилювало загальноосвітнє та розвивальне значення курсу.

Незважаючи на переконливість аргументів, наведених вченими, елементи теорії ймовірностей не ввійшли до остаточного варіанту програми з математики в 1968р. Їх було винесено на факультативні заняття. Хоча теорія ймовірностей і ста тистика не були введені до основної програми шкільного курсу математики, дискусії про необхідність їх введення не припинялися. Дуже багато для вирішення цієї проблеми зробили А.М.Колмогоров [156, 159, 162, 163], Б.В.Гнєденко [76, 84, 86, 88, 89], А.В.Скороход [268, 270], О.Я.Хінчин [92], М.Й.Ядренко [113, 331]. Над її дослідженням працювали М.В.Єремеєва, В.Г.Потапов, П.П.Авдєєва, З.І.Слєпкань [272] та багато інших. Неодноразово розроблялись проекти програми вивчення теорії ймовірностей і статистики в школі.

Але опоненти цього руху перемагали і СРСР залишався однією з п'яти розвинених країн світу, у змісті шкільної освіти якої елементи теорії ймовірностей і математичної статистики були повністю відсутні.

У зарубіжній освітній практиці ситуація абсолютно протилежна. З кінця 50-х теми з комбінаторики і стохастики почали постійно вивчатися на різних рівнях складності в школах США, Франції, Англії, Японії, Голландії, Австралії, Австрії, Болгарії, Угорщини, Іспанії, країнах Скандинавії та ін. Як свідчать матеріали другого міжнародного дослідження математичної підготовки школярів 9 і 13 років двадцяти найбільш розвинених країн світу, проведеного в 1989р. Американським центром педагогічного тестування ETS (Education testing Servise), тема "Аналіз даних, статистика, ймовірність" вивчається в усіх країнах – учасниках, крім Португалії . Матеріал цієї теми складає 15-20% програмного матеріалу [19].

За останні 10 років в Україні спостерігаються позитивні зміни у вирішенні проблеми стохастичної освіти. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів доповнені елементами теорії ймовірностей та математичної статистики. Теми елементів стохастики вивчаються у фізико-математичних класах (8, 9, 11-х) та школах з поглибленим вивченням математики, а останні п'ять років вивчаються у всіх 11 – х класах загальноосвітніх шкіл. Виходять з друку підручники та посібники, які містять теми стохастики та методичні вказівки до їх вивчення [26, 115, 116, 117, 131, 141, 279, 323, 324].

Але і досі немає загальної концепції навчання цього розділу математики в школі і, зокрема, не досліджено методичні особливості вивчення цього матеріалу в старшій школі, яка відповідно до закону про освіту є профільною.

На жаль, не є обов'язковим введення початків теорії ймовірностей та математичної статистики до програм з математики ліцеїв та коледжів фінансово-економічного спрямування, хоча із їх змістом пов'язані основи професійної підготовки їх випускників. Без стохастичної підготовки неможливо виконати завдання, які ставляться перед студентом при вивченні професійно спрямованих дисциплін, а це: ознайомлення з сучасними методиками економічного аналізу із застосуванням математичних та статистичних прийомів і методів; оволодіння методами фінансового планування й прогнозування; формування навичок роботи з інформацією, що швидко змінюється й пов'язана з роботою банків, з акціями, ринками тощо; аналіз для прийняття рішень у процесах управління страховими, фінансовими та іншими економічними процесами. Зміни пріоритетів при підготовці спеціалістів середньої ланки, а саме перехід від вимоги всеосяжності знань до професійно орієнтованих знань ще чекають на свою реалізацію.

Особливо актуальною є проблема розробки змісту, методики та методичного забезпечення процесу вивчення початків стохастики в коледжах фінансово-економічного спрямування, що дозволило б підготувати студентів першокурсників до вивчення професійно спрямованих курсів.

Саме тому дане дослідження присвячене цій актуальній проблемі.

Реалізація прогресивних ідей, закладених у Концепції базової математичної освіти та Державному стандарті базової і повної середньої освіти в Україні в освітній галузі "Математика", вимагає певного часу, зокрема для підготовки шкільних підручників з математики нового покоління для 12 - річної школи, додаткових досліджень.

Мета дослідження – на основі аналізу навчальної і науково-методичної літератури, вивчення та узагальнення педагогічного досвіду, розробити методику навчання початків теорії ймовірностей та математичної статистики студентів коле джів фінансово-економічного спрямування, в умовах особистісно-орієнтованого навчання, яка б мала чітко виражену професійну спрямованість, та перевірити її ефективність.

Об'єкт дослідження – процес навчання математики студентів коледжів фінансово-економічного спрямування.

Предмет дослідження – методична система навчання початків теорії ймовірностей та математичної статистики в коледжах фінансово-економічного спрямування.

Гіпотеза дослідження – якщо в процесі навчання теорії ймовірностей і мате матичної статистики в коледжах фінансово-економічного спрямування знайомити студентів з теоретичними основами стохастики та використовувати систему вправ з урахуванням міжпредметних зв'язків з професійно спрямованими курсами, то це сприятиме:

- формуванню особистісно важливих уявлень і якостей мислення та професійно значущих знань і умінь;
- підвищенню активності навчальної діяльності та інтересу до цього розділу математики;
- створенню позитивної мотивації вивчення математики;
- підвищенню ефективності навчання на старших курсах коледжу й у ВНЗ.

З огляду на предмет, мету й гіпотезу, були визначені такі **завдання дослідження**:

1. Проаналізувати психолого-педагогічну і методичну літературу з проблеми дослідження, дослідити стан проблеми в практиці навчання.

2. На основі аналізу теоретичних курсів страхування, фінансового аналізу, економічного ризику визначити основні напрямки професійного спрямування змісту прикладів, які розглядаються, та прикладних задач у процесі навчання початків тео рії ймовірностей і математичної статистики.

3. Виявити психолого-педагогічні передумови та методичні вимоги ефективного навчання стохастики в коледжах фінансово-економічного спрямування.

4. Розробити систему прикладних задач фінансово-економічного змісту, визначити їх роль і місце в процесі навчання стохастики, їх вплив на якість навчання .

5. Розробити методичну систему навчання стохастики з урахуванням міжпредметних зв'язків з професійно спрямованими курсами.

6. Експериментально перевірити ефективність розробленої методичної системи, акцентуючи увагу на таких видах навчальної діяльності, як :

- аналіз емпіричних даних, самостійний збір даних, постановка експерименту, первинна обробка статистичного матеріалу;
- побудова найпростіших імовірнісних моделей реальних процесів і явищ.

Оволодіння цими видами діяльності попередить додаткове навантаження, пов'язане з наявним зараз психологічним бар'єром, який доводиться долати студентам на початку вивчення професійно спрямованих курсів, засвоєння яких передбачає сформованість статистично-ймовірнісних особливостей мислення.

Методологічну основу дослідження становлять найважливіші положення теорії пізнання і розвитку мислення, системний, комплексний, особистісно-орієнтований підходи, діяльнісна концепція навчання (Дж.Брунер, Л.С.Виготський, П.Я.Гальперін, В.В.Давидов, О.М.Леонтьєв, І.Я.Лернер, С.Л.Рубінштейн та ін.), тео рія проблемного та розвиваючого навчання, міжпредметні зв'язки, прикладне спря мування, диференціації навчання, і, зокрема профільної (Г.П.Бевз, М.І.Бурда, М.І. Жалдак, І.Д.Звєрєв, І.А.Зімняя, І.Я.Ігнатенко, Т.В.Колесник, Т.В.Крилова, М.І. Махмутов, З.І.Слєпкань, Л.О.Соколенко, А.В.Хуторський, В.В.Фірсов, Т.М.Хмара, О.В.Швець, М.І.Шкіль, І.С.Якиманська та ін.), положення методики навчання математики і, зокрема теорії ймовірностей та математичної статистики (В.І. Болтянський, Я.С.Бродський, Ю.І.Волков, Б.В.Гнєденко, М.І.Жалдак, А.М. Колмогоров, Д.В.Маневич, Г.О.Михалін, Д.Пойа, З.І.Слєпкань, А.А.Столяр, Л.М. Фрідман, М.І.Шкіль, М.Й. Ядренко та ін.), проблеми розвитку пізнавальної активності та управління процесом навчання (Д.Б.Богоявленська, Є.М. Кабанова–Меллер, Н.А.Менчинська, Н.Ф. Тализіна та ін.), сучасні концепції комп'ютерної підтримки навчального процесу (М.І.Жалдак, Г.О.Михалін, С.А.Раков , Ю.В.Триус).

У ході дослідження застосовувались такі методи:

- теоретичні: аналіз психолого-педагогічної, методичної та навчальної літератури з проблеми дослідження, змісту програм і підручників із розділом стохастики; порівняння, конкретизація, систематизація та узагальнення теоретичного і практичного матеріалу;

- **емпіричні:** бесіди з учителями і студентами, спостереження, аналіз, систематизація і узагальнення педагогічного досвіду, анкетування, педагогічний експеримент (констатуючий, пошуковий та формуючий) зі статистичною обробкою експериментальних даних.

Наукова новизна полягає в тому, що:

- обґрунтовано доцільність та можливість професійного спрямування прикладних задач в змісті вивчення початків стохастики на перших курсах фінансово-економічних коледжів;
- створено методичну систему навчання початків стохастики студентів фінансово-економічних коледжів із введенням системи прикладних задач з теорії ймовірностей та математичної статистики.

Теоретичне значення полягає у визначенні місця, ролі і обґрунтуванні доцільності прикладних задач професійного фінансово-економічного спрямування, експериментальному підтвердженні їх позитивного впливу на пізнавальний інтерес та результативність навчання.

Практичне значення: розроблено та експериментально перевірено систему стохастичних задач, що мають професійну спрямованість; методику їх використання викладачами і студентами економічних спеціальностей.

Експериментальна база дослідження. Експериментальна робота здійснена на базі Київського фінансово-економічного коледжу Національної академії ДПС України (довідка №67/01-12 від 18.03.2005). Результати дослідження впроваджувалися в загальноосвітній школі І-ІІІ ступенів №17 м. Ірпеня Київської області (довідка №115 від 11.03.2005), в спеціалізованій загальноосвітній школі І-ІІІ ступенів із поглибленим вивченням економіки та права №2 м. Ірпеня Київської об ласті (довідка №25 від 16.03.2005), в Ірпінському економічному коледжі Національного аграрного університету (довідка №84 від 23.03.2005), в коледжі Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля м. Луганськ (довідка №1152 від 20.12.2006), в Кримському коледжі економіки і управління м. Сімферополь (довідка №311 від 21.11.2006), в Вінницькому відділенні Київського фінансово-економічного коледжу Національної академії ДПС України м. Вінниця (довідка №339 від 26.12. 2006).

Обґрунтованість і вірогідність результатів дослідження забезпечені об’єктивним науковим підходом до аналізу стану досліджуваної проблеми в педагогічній теорії і практиці, методологічною обґрунтованістю вихідних позицій дослідження, відповідністю методів дослідження обраній меті, предмету та завданням, результатами проведеного протягом 1998-2006 рр. педагогічного експерименту, достатнім обсягом вибірки, статистичними методами обробки даних, отриманих у результаті дослідження, та впровадженням результатів дослідження в практику роботи викладачів математики.

Особистий внесок здобувача полягає у:

- висуненні ідеї і теоретичному обґрунтуванні доцільності і можливості професійного спрямування змісту початків стохастики на першому курсі вищих навчальних закладів освіти І-ІІ рівня акредитації фінансово-економічного спрямування;
- підготовці плану дослідження;
- доборі та систематизації теоретичного матеріалу і системи задач для збірника задач з теорії ймовірностей та математичної статистики, опублікованого у співавторстві; особисто автором підготовлено матеріал для тем “Основні тео реми класичної теорії ймовірностей”, “Математична статистика”;
- встановленні методичних вимог до системи стохастичних задач як засобу реалізації міжпредметних зв’язків між загальними і професійно спрямованими курсами, розробці такої системи; виявленні ефективних шляхів, методів, при йомів, організаційних форм та засобів впливу на ефективність процесу формування стохатистичного типу мислення та відповідних елементів математичної мови.

Апробація результатів дисертації. Результати дослідження доповідалися на восьми міжнародних науково-практичних конференціях (м.Рівне, 2000; м.Вінниця, 2002; м.Київ, 2000, 2002, 2004, 2006; м. Ірпінь, 2002, 2003), п’яти всеукраїнських (м. Кривий Ріг, 2001, 2003, 2004, 2006; м.Київ, 1998), на Всеукраїнському методичному семінарі з проблем навчання математики (Національний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова, 2003, 2006), на семінарах кафедри вищої математики та математичних методів в економіці (Національна академія ДПС України, м. Ірпінь, 1998-2006).

Публікації. Основні положення і результати дисертації опубліковані у 11 наукових та науково-методичних працях, з них 7 - у збірниках наукових праць, 4 – у науково- методичних журналах, одна рекомендована Міністерством освіти і науки

України як навчальний посібник.

На захист виносяться:

- положення про доцільність та можливість професійного спрямування курсу стохастики для студентів коледжів з фінансово-економічним профілем навчання; позитивний вплив такого підходу на пізнавальний інтерес та результати навчання;
- методична система вивчення курсу стохастики в середніх навчальних закладах фінансово-економічного спрямування.

РОЗДІЛ 1
Стан досліджуваної проблеми в педагогічній теорії і практиці

1.1. Становлення і розвиток стохастики як науки

Ознайомлення з фактами виникнення і розвитку будь-якої науки дозволяє виділити окремі етапи цього розвитку, а їх зв'язок із змістом цієї теорії, робить її вивчення більш цікавим для студентів.

Погляди на історію розвитку теорії ймовірностей дуже строкаті, а тому й відсутня єдність в окресленні окремих її періодів.

Народження теорії ймовірностей – період, коли всередині старих теорій і поглядів починають виділятися особливі задачі, використовуються нові поняття, виробляються специфічні методи [192, с.200].

А.М.Колмогоров "умовно" розділив історію розвитку теорії ймовірностей на чотири періоди:

1. Період створення початків науки (від Б.Паскаля і П.Ферма до Я.Бернуллі).
2. XVIII і початок XIX століття (від А.Муавра до С.Пуассона).
3. Друга половина XIX століття (П.Л.Чебишев, А.А.Марков А.М.Ляпунов). До цього ж періоду А.М.Колмогоров відносить початок розвитку математичної статистики.
4. Початок XX століття.

Майже аналогічна періодизація була запропонована Ю.В.Прохоровим і Б.А. Севастьяновим [243] та Б.В.Гнєденком [82], який пов'язує четвертий період із впровадження в теорію ймовірності ідей і методів теорії множин і теорії функцій дійсної змінної.

Дещо інакше визначив етапи розвитку науки Л.Е.Майстров [193]. Перший етап він називає "передісторією" і пов'язує з працями італійських математиків: "Книга про гру у кості" Д.Кардано (1501-1576), "Загальний трактат про число та мі ру " Н.Тарталья (1499-1557), "Про випадання очок при грі у кості" Г.Галілея (1564-1642). У цих роботах вже використовується поняття ймовірності, теорема про ймовірність добутку незалежних подій. Саме Д.Кардано в праці "Книга про гру у кості", що написана у 1526 році, робить спробу означити ймовірність через використання рівноможливих подій "є одне загальне правило для підрахунків (величини ставки при грі у кості): необхідно враховувати загальну кількість можливих випадків і число способів, якими можуть з'явитись дані випадання, а потім знайти відношення останнього числа до числа можливостей, що залишилися для випадання; приблизно у такій пропорції визначаються відносні розміри ставок для того, щоб гра йшла на рівних умовах" [193, с.28-29].

Близькою до попередньої є періодизація О.Б.Шейніна [320], який етап передісторії відносить до середини XVII і пов'язує з Аристотелем.

Проналізувавши різні періоди розвитку цієї науки, ми приймаємо періодизацію А.М.Колмогорова, як найбільш загальну.

Здавна вчені використовували азартні ігри як моделі для ілюстрації дії випадкового, а точніше – для ілюстрації неможливості появи рідкісних подій, наприклад, в астрономії (Арістотель, Кеплер).

Формуванню основ теорії ймовірностей сприяли досить цікаві задачі із сфери азартних ігор. Одна з таких задач була розглянута у 1494 році італійським математиком Л.Пачолі (1454-1514):

Два гравці домовилися грати в кості до моменту, коли один з них виграє m партій. Але гра була перервана після того, як перший виграв a $(a < m)$, а другий b $(b < m)$ партій. Як справедливо розділити ставку? Сам Пачолі правильного розв'язку не знайшов.

Майже через 50 років другий італійський математик Д.Кардано (1501-1576), критикуючи розв'язання Пачолі, також не зміг запропонувати правильного.

І лише через понад 100 років (1654 р.) задачу було розв'язано в процесі листування двох видатних французьких математиків Б.Паскаля (1623-1662) і П. Ферма (1601-1665).

Розв'язування проблем, пов'язаних із азартними іграми призвело до виникнення в середині XVII століття теорії ймовірностей. Саме це було причиною для Б.Паскаля назвати її "математикою випадку". Слово "азарт" походить від французького "le hasart", що в перекладі українською мовою означає "випадок". Справа в тому, що азартні ігри є досить простими моделями, на яких зручно вивчати закономірності випадкових явищ.

Трактат "Про розрахунки в азартній грі" (1657 р.), написаний нідерландським математиком Х.Гюйгенсом (1629-1695), був першим друкованим твором з теорії ймовірностей і став у майбутньому основою для першої частини "Мистецтва припущень" (1713) Я.Бернуллі. У цій праці швейцарський математик Я.Бернуллі (1687 -1759) розробив основи комбінаторики як апарату для обчислення ймовірностей, увівши ряд нових понять і довівши так званий "закон великих чисел" – один з центральних законів у теорії ймовірностей. Завдяки теоремі Бернуллі теорія ймовірностей вийшла далеко за межі сфери азартних ігор.

Для доведення своєї "золотої" теореми Я.Бернуллі дає досить хороше пояснення статистичної ймовірності: "І що не дано нам вивести *a priori,* те, принаймні, можна дістати *a posteriori,* тобто з багато чисельних спостережень результатів у подібних прикладах. Тому, що треба передбачати, що деяке явище згодом у стількох же випадках може відбутися або не відбутися, у скількох при подібних же умовах раніше воно було відміченим як таке, що відбулося або не відбулося… Цей емпіричний спосіб визначення числа випадків за спостереженням не новий і не незвичайний… тому усі постійно дотримуються його у повсякденній практиці" [193, с.82].

Азартні ігри довго залишалися об'єктом досліджень багатьох вчених. П. Монмор (1678-1719) у праці "Аналіз азартних ігор" проводить аналіз карточних ігор, ігор в кості та інших, вважаючи при цьому, що вчення про ймовірність не можна застосовувати до вирішення моральних та економічних проблем. У 1711 відстоює свої погляди в дискусії з А.Муавром (1667-1754) щодо розв'язування задачі про поділ ставки. Частина цих праць виявилась плідною для розвитку теорії ймовірностей і навіть математики в цілому. Розв'язання Х.Гюйгенсом і Я.Бернуллі найпростішої задачі на розорення гравця стало лише передісторією циклу досліджень, присвячених тривалості гри на розорення. Формули для відшукання ймовірності тривалості були виведені вищеназваними вченими (1708-1711); згодом (1730 р.) А.Муавр застосував для цих же досліджень спеціально розроблений аналітичний аппарат – теорію зворотних послідовностей, продовжену Л.Ейлером, Ж.Лагранжем і П. Лапласом.

У рамках досліджень азартних ігор вперше почали вивчатися скінченні випад кові суми, які згодом відігравали важливу роль у теорії помилок. У роботі "Досвід використання мистецтва припущень до правових питань" М.Бернуллі застосував імовірнісні ідеї і методи до оцінки свідчень свідків, підрахунку ренти, страхування життя і товарів.

Кілька важливих задач, пов'язаних із проведенням лотерей, розв'язав Ейлер. Він обчислив ймовірності виходу в тираж послідовності суміжних за своїми номе рами білетів, хоча б однократного виходу певного числа білетів у кількох тиражах з поверненням і очікуваною сумою "втішних" виплат людям, що не виграли в лотереї нестандартного виду [320, с.296].

Подальший розвиток теорії ймовірностей проходить під впливом інших практичних застосувань її результатів.

Юриспруденція майже не сприяла розвитку теорії ймовірностей, але служила джерелом поширення ідей цієї теорії. У стародавній Індії існував, можливо, перший критерій для розрізнення випадкового (нещастя) і необхідного (швидкої божествен ної кари за неправдиві свідчення). Поняття про моральну достовірність (вірогідність) у майбутньому використовувалось в теорії ймовірностей. З юриспруденцією була пов'язана і головна робота С.Пуассона в області теорії ймовірностей "Дослідження ймовірностей судових вироків в кримінальних і цивільних справах".

Виявляючи винятковий інтерес до закономірностей, які мають місце в природі і в суспільному житті, математики не могли залишитися осторонь демографічних досліджень та досліджень з теорії страхування, що з'явилися у XVIII столітті.

Необхідність підрахунку вартості довічної (на все життя) ренти призвела до появи у голландського математика Я. де Вітта (1625-1672) певного імовірнісного закону смертності населення (1671) і математичного сподівання як критерію для під рахунку вартості ренти. Я. де Вітт відкрив нове застосування теорії ймовірності.

Особливу роль у розвитку теорії ймовірностей відіграли перші таблиці смертності (Дж.Граунт, 1662; Г.Галлілей, 1694). Таблиця Дж.Граунта стала джерелом цікавих і важливих задач. З матеріалів політичної арифметики виникла статистика народонаселення (В.Петті, Дж.Граунт). В її рамках на основі найпростіших припущень про закон смертності Г. Лейбніц (1646-1716) отримав цікаві демографічні результати, частково відомі за статистичними даними того часу.

Велике наукове значення мають і дослідження Л.Ейлера (1707-1783), присвя чені демографії і страхуванню. В його "Загальних дослідженнях про смертність і збільшення чисельності людського роду" було введено кілька важливих понять ("виживання" і "вимирання") і зроблено ряд істотних висновків [83, с.73].

Нехай N позначає кількість осіб, що одночасно народилися, а $N(k)$ – кількість цих осіб, що залишились живими через k років. Величина $N(k)/N$ є, очевидно, ймовірністю виживання за k років. Ймовірність виживання, ймовірність доживання, ймовірність померти визначалися і розраховувалися Ейлером.

Роботи Ейлера характерні тим, що постановка задач і методи дослідження в них прості і відповідають суті справи, їх ідеї глибокі, вони проникають у зміст розв'язуваних проблем, у природу питання, вказують на прикладне значення теорії ймовірностей, закладають методичні основи використання статистичних даних.

Роботи видатних українських математиків В.Я.Буняковського (1804-1889) та М.В.Остроградського (1801-1862) мали важливий вплив на розповсюдження ідей теорії ймовірностей і математичної статистики як в Росії, так і в Україні. Саме В.Я. Буняковським "було перейдено власне науковим чином до розв'язання задачі про закони смертності в Російській Імперії". А розроблений ним новий метод побудови таблиць смертності і тепер називається методом Буняковського.

Початком існування теорії ймовірностей можна вважати перші десятиріччя XVIII ст., коли швейцарським вченим Я. Бернуллі була відкрита теорема, що дає можливість встановити зв'язок між результатами експерименту і теоретичним коефіцієнтом – ймовірністю.

Вперше спробу систематизації основних понять і теорем було здійснено французьким математиком А.Муавром (1667-1754) в роботі "Вчення про випадок" (1716). Пізніше в 1733 р. ним було знайдено функцію нормального розподілу як наближення біноміального розподілу.

Щоб припинити суперечки про значення термінів "шанс" або "ймовірність" Б.Байєс (1702-1761) у своїй праці "Досвід розв'язування однієї задачі вчення про випадок" пропонує своє трактування: "Ймовірність якоїсь події є відношення зна чення, яке дається сподіванню, пов'язаному з відбуванням події, і значення очікуваного у цьому випадку прибутку" [193, с.105-106].

Розділ теорії ймовірності, пов'язаний з теоремою Бейєса, дає можливість обчислювати ймовірності того, в яких умовах настала подія, якщо експеримент показав, що вона відбулась. Теорія помилок і введення в неї нормального розподілу запропоновані Данилом Бернуллі (1700-1782) у головній його роботі з теорії ймовірностей "Досвід досліджень використання обчислень нескінченно малих в мистецтві припущень".

Етап достатнього обґрунтування теорії ймовірностей (XIX сторіччя та перша чверть XX сторіччя) починається з фундаментального дослідження французького математика П.Лапласа (1740-1827) "Аналітична теорія ймовірностей" (1812). У цій праці він розглядає поняття двох рівноможливих подій та повної групи подій тощо, а також граничну теорему Муавра-Лапласа; її застосування для розв'язання задач про переміщення кульок; дослідження статистичної значущості результатів спостережень; розв'язування задач, що відносилися до статистики народонаселення, соціальної статистики [321, с.218].

Гуманізм Лапласа, його наївна віра в здатність теорії ймовірностей перебудувати світ приваблювали вчених і в Росії, знайшли прихильників, під впливом яких до теорії ймовірностей звернувся П.Л.Чебишев [320].

П.Л.Чебишевим (1821-1894) [313] було зроблено новий крок у розвитку теорії ймовірностей. За визначенням П.Л.Чебишева, мета теорії ймовірностей полягає у "визначенні невідомих ймовірностей подій за даними зв'язками з подіями, ймовір ності яких відомі", а поняття "ймовірності події" вводиться, як "відношення числа рівноможливих випадків, сприятливих для події, до числа усіх рівноможливих випадків" [193, с. 226-227]. Він також вперше почав використовувати абстрактні по няття випадкової величини та її математичного сподівання.

Досить насичений фундаментальними загальними ідеями і фактичними ре зультатами період розвитку теорії ймовірностей пов'язаний з ім'ям академіка С.Н. Бернштейна. Він ставив перед собою мету не лише привести в систему основи теорії ймовірностей, але й на базі створеної ним системи аксіом теорії ймовірностей побудувати логічно бездоганну теорію математичної статистики і продемонструвати застосування цього математичного апарату для вивчення найважливіших проблем природознавства. Єдина вимога, яка має виконуватися, - це відсутність суперечнос тей, а саме: різні способи обчислення вказаного коефіцієнта ("математична ймовірність") за даними умовами виконання прийнятих аксіом повинні приводити до одного і того ж його значення.

Вчений зазначав також, що, коли ми хочемо, щоб висновки теорії ймовірнос тей були не простою грою розуму, а допускали емпіричну перевірку, то необхідно розглядати тільки такі сукупності пропозицій або суджень, відносно яких можливо фактично встановити, істинні вони чи хибні. Пізнавальний процес, незворотний за суттю, саме в тому і полягає, що ті або інші із визнаних нами пропозицій стають істинними, тобто відбуваються, і тоді заперечення їх відразу ж стають хибними або неможливими. Таким чином, побудова теорії ймовірностей як одного з методів пі знання вимагає, щоб істинність пропозицій однозначно, без будь – яких винятків, характеризувалась певним максимальним значенням "математичної ймовірності", яке вважається рівним одиниці, а хибність пропозиції повинна бути адекватна най меншій ймовірності, що дорівнює нулю [82, с.207].

Ці ідеї стали підґрунтям низки праць Бернштейна - як математичних, так і природничо-наукових. Вони ж і надихали його на написання одного з найкращих творів з цієї проблематики "Теорії ймовірностей" (1927 р.). Особливої цінності і свіжості їй додають постійні коментарі автора про практичну цінність того чи іншого результату теорії, а також про межі його застосування.

Значний вклад у розвиток теорії ймовірностей було зроблено Ташкентською (М.І.Ейдельмант, В.І.Романовський, Т.А.Саримсаков) та Московською школами те орії ймовірностей (О.О.Андронов, Б.В.Гнєденко, А.М.Колмогоров, М.А.Леонтович, М.М.Лузін, І.Г.Петровський, Л.С.Понтрягін, Є.Є.Слуцький, О.Я.Хінчин). Основні дослідження В.І.Романовського охоплювали практично всі частини математичної статистики (криві розподілу, теорія вибірки, розподіл статистичних характеристик, критерій випадковості) та досить багато питань теорії ймовірностей (розповсюдження граничної теореми Ляпунова та багатовимірні випадкові величини; ланцюги Маркова і побудова важливих схем залежних випадкових величин, що узагальнюють ланцюги Маркова) [82, с. 212].

Важливим етапом в розвитку теорії ймовірностей стала робота А.М. Колмогорова "Основні поняття теорії ймовірностей", видану у 1933 році німецькою, у 1936 році російською, в якій він виклав свою аксіоматику теорії ймовірностей і власне після якої ця наука стала рівноправною серед інших математичних дисциплін .

Великі досягнення у дослідженнях в області теорії ймовірностей і математичної статистики мали і українські математики Й.І.Гіхман, Ю.М.Єрмольєв, І .Н.Коваленко, В.С.Королюк, В.С.Михалєвич, А.В.Скороход, А.Ф.Турбін, М.Й. Ядренко та інші.

Серйозні досягнення в теорії ймовірностей майже не використовуються у математичній статистиці кінця XIX ст. Про це говорять роботи бельгійського математика Л.А.Кетле (1796 - 1874) та англійських математиків Г.Ф.Гальтона (1822 - 1911) і К.Пірсона (1857 - 1936). Ситуація змінилась на початку XX ст. завдяки роботам багатьох математиків. Особливу роль відіграли тут роботи представників англо - американської школи У.Госсета (Стьюдента) (1876 - 1937), Е.Пірсона (1895 - 1980) і Є.Неймана (1894 - 1981), завдяки яким була створена теорія статистичної перевірки гіпотез.

1.2. Питання стохастики в навчальних програмах та підручниках

Ідея введення стохастики в курс математики середньої школи не нова, ще П. Лаплас вважав "що немає науки, більш вартої наших роздумів, було б дуже корисно ввести її в систему народної освіти" [321, с.220].

І з XIX ст. почалась часткова реалізація цієї ідеї в шкільну програму.

Уже в першій половині XIX ст. автори підручників відзначали необхідність і доцільність введення елементів теорії ймовірностей і математичної статистики в шкільну програму, а в ряді підручників для школи з'явились розділи з викладенням елементів теорії ймовірностей та математичної статистики.

Так, у підручнику з алгебри, написаному професором Царскосельського ліцею М.Т. Щегловим для шкіл Росії, розглядаються такі питання з теорії ймовірностей: "Проста, абсолютна ймовірність. Складні ймовірності. Відносна ймовірність. Ймо вірнісні явища, що заміняють одне одного. Ймовірність явищ у повторних випробуваннях" [195, с.25]. Паралельно там подано низку прикладів із розв'язаннями.

Популярний у Росії підручник початкової алгебри К.Д.Краєвича також містив розділ "Про ймовірності". У цьому розділі викладені такі питання: "Поняття про ймовірність. Правдоподібність, достовірність. Теорема про повну ймовірність. Складні явища. Математична вигода. Про лотереї. Про ймовірності людського життя. Про страхування." Викладення досить стислі, не містять чітких доведень. Наведено ряд прикладів [195, с.25]. К.Краєвичем також було складено задачник, який мав розділ "Про ймовірності".

Але вважається, що першим російським підручником з теорії ймовірностей була книга академіка Петербурзької АН, почесного члена багатьох російських університетів і вчених товариств, українця за походженням В.Я.Буняковського "Основи математичної теорії ймовірностей" (1846) [279, с.25]. Книга вирізнялась оригінальним викладом теорії ймовірностей та містила розповіді про історію виникнення її та розвиток. Цікаво, що тут же висвітлювались особливості застосування теорії ймовірностей до страхування та демографії.

Професор Київського політехнічного інституту, один із засновників Київського математичного товариства В.П.Єрмаков у 1878 р. видав перший в Україні підручник з теорії ймовірностей [279, с.26]. А у 1884 р. організував випуск першого і єдиного в Росії науково-популярного видання "Журнал елементарної математики", в якому неодноразово друкувалися статті про теорію ймовірностей, адресовані учням старших класів гімназій, любителям математики, вчителям.

У 1896 р. в Петербурзі для читачів, не обізнаних з вищою математикою, видається невелика за обсягом книжка М.М.Філіпова "Елементарна теорія ймовірностей" [279, с.26].

Початок XX ст. характеризується активним рухом за модернізацію змісту середньої математичної освіти в Росії, введення програм і планів, що містять розділи теорії ймовірностей. Так, наприклад, у "Щоденнику XI з'їзду російських природодослідників і лікарів" (1902р.) опубліковано проект програми для середніх навчальних закладів з курсу теорії ймовірностей, розроблений директором Урюпінського реального училища П.С.Фроловим [195, с.26]. Крім програми курсу теорії ймовірностей, П.С.Фроловим було написано і відповідний підручник. У 1907 р. П.О.Нєкрасов і П.С.Фролов розробляють проект програми з математики для гімна зій, в який вводять елементи комбінаторики, теорії ймовірностей. І в 1911 р. на першому Всеросійському з'їзді викладачів математики П.О.Нєкрасов виступає з доповіддю про введення в програму гімназій теорії сполук, теорії ймовірностей та математичної статистики. Ця пропозиція викликає жваву полеміку. Російська Академія наук створює спеціальну комісію, якій доручається висловити ставлення до цього проекту. І хоча він так і не був прийнятий Міністерством народної освіти, однак представляє цінність як перший історичний документ, що відображає погляди учених та викладачів того часу на проблему введення в програму середньої школи такого розділу, який сприяв би формуванню світогляду, збагачував би знаннями з галузі випадкових явищ, розвивав би здібності до логічного мислення [282].

Думка про введення елементів теорії ймовірностей і математичної статистики до шкільної програми не згасає, навпаки, вона отримує підтримку значної частини прогресивних учителів. Ці питання порушуються в 1913 р. на педагогічній виставці в Харкові та на XIII з'їзді природодослідників і лікарів у Тифлісі. На останньому було запропоновано дві програми – мінімум та максимум. Навіть до програми - мінімум було введено закон великих чисел у формі Я.Бернуллі. Тому природно, що 17 травня 1914 р. саме для профільного навчання Міністерство торгівлі та промисловості затверджує створену при ньому програму з теорії ймовірностей для комерційних училищ. У 1915 р. з'являються два підручники елементів теорії ймовірностей, адресовані учням цих училищ. І можна сказати, що в теоретичному плані в Росії були досягнуті більш відчутні результати, ніж в інших країнах [175]. Україна, хоч і була поділена в цей час між Росією і Австро-Угорщиною, не залишилась осторонь реформаторського руху. Так, у формуванні планів для російських гімназій активну участь брали члени Київського фізико-математичного товариства, а в Галичині (де залишались лічені школи з українською мовою викладання) була створена триступенева освіта: нижчий ступінь - I-III класи, середній – IV-V класи, VI – VIII класи гімназій, і у VIII класі вивчалась комбінаторика, елементи теорії ймовірностей, статистика із застосуванням у теорії страхування життя [39, 278].

Необхідність введення теорії ймовірностей та статистики в програму серед ньої школи обговорювалась і після революції 1917 р. [197]. Єдиних програм для шкіл тоді ще не існувало. Тому вчителі користувалися тимчасовими програмами, що видавались Наркомпросом [86]. Так, у програму для фізико-технічних груп другого ступеня єдиної трудової школи-комуни, опублікованої 1919 р., було введено теми: “Сполуки. Основи теорії ймовірностей (пряме і опосередковане визначення ймовірності). Додавання і множення ймовірностей.” У пояснювальній записці відзначалося: “ Оскільки в наш час фізика все більше і більше користується статистичним методом, то теорія ймовірностей повинна ввійти в курс математики”.

Програма 1920-1921 н.р. була істотним кроком у розвитку змісту шкільного курсу математики. Досить цінними були спроби пов’язати викладання математики з життям, розкрити її практичне значення для вивчення інших дисциплін.

У 1923 р. затверджено перший варіант програм шкіл першого і другого ступеня. У VII класі передбачалося вивчення початків теорії ймовірностей [9].

Програма містила багато нового та цікавого, корисного для загального математичного розвитку учнів і підготовки їх до трудової діяльності.

Оскільки програми ДУСа (семирічна школа) не поширювалась на VIII і IX класи з педагогічним, кооперативним, адміністративно-радянським ухилом та на робітничі факультети і мала досить багато інших недоліків, то виникла необхідність введення з 1927-1928 н. р. обов’язкових навчальних планів і програм. На жаль, нові програми не містили питань з теорії ймовірностей, а лише питання з комбінаторики (теорія сполук і формули бінома Ньютона (в IX класі)). Ці теми розкривалися у підручниках: ”Математика в трудовій школі” В.С.Воропая, “Алгебра для трудової школи або самоосвіти” К.Ф.Лебединцева, “Методика алгебри” С.С.Бронштейна, де автор намагається показати можливості підвищення теоретичного рівня шкільного курсу алгебри шляхом використання деяких понять теорії множин, комбінаторику та інші питання. До 1930 р. існували й інші проекти програм, які містили елементи математичного аналізу і теорії ймовірностей.

У цей час на сторінках педагогічної преси ведеться полеміка про можливості і шляхи вивчення елементів теорії ймовірностей і статистики. Як наслідок цього, в 1931 р. переглядаються шкільні програми. На жаль, нова програма з математики для шкіл, за якою почали працювати з 1935 р. і яка проіснувала майже два десятиліття, не передбачала вивчення елементів теорії ймовірностей та статистики.

Уже на початку 50-х років у всіх країнах назріла необхідність модернізації змісту курсу математики середньої школи, зближення його з ідеями і методами тогочасної математики. Вважалось, що сучасна людина має бути обізнаною з новими математичними відкриттями, навіть якщо вона не займається діяльністю в галузі точних наук або техніки. Тому в 50-х роках активізує свою діяльність Міжнародна комісія з математичної освіти, яка провела ряд конференцій, сесій, семінарів, симпозіумів. Питання удосконалення шкільної математичної освіти обговорюється на міжнародних математичних конгресах.

На Міжнародному математичному конгресі в Амстердамі в 1954 р. Міжнародна комісія з математичної освіти представила доповідь, в якій пропонувалося радикально перебудувати шкільний курс математики, поклавши в його основу поняття множини, перетворення і структури. На Міжнародному конгресі математиків в Стокгольмі 1962 р. відзначалось, що більшість країн пропонують введення в шкільний курс елементарної теорії множин, елементів математичної логіки, поняття сучасної алгебри, початкові відомості з теорії ймовірностей і математичної статистики. Формулюючи мету викладання математики в школі, американський математик-педагог, що народився в Угорщині, Д.Пойа підкреслював, що найголовніше – навчити молодь думати [238].

У грудні 1964 р. було організовано комісію Академії наук СРСР і Академії педагогічних наук СРСР для визначення змісту середньої освіти. Математичну секцію комісії очолював академік А.М.Колмогоров.

Комісія розробила новий навчальний план для середньої школи. У 1965 р. під керівництвом А.М.Колмогорова було підготовлено проект нової програми для IV-VIII і IX-X класів. Цей документ у багатьох положеннях принципово відрізнявся від усіх попередніх програм радянської школи. Його особливістю було посилення уваги до узагальнюючих ідей математики. Проект містив питання, які мали величезне значення як у загальноосвітньому плані, так і з погляду їх практичного використання, підготовки учнів до продовження освіти (похідна, інтеграл, елементи теорії ймовірностей, відомості про електронно-обчислювальні машини, елементи аналітичної геометрії, геометричні перетворення).

Після публікації (1966 р.) і обговорення проект був прийнятий загальними зборами Відділення математики АН СРСР. Обґрунтовуючи новий зміст математичної освіти, А.М.Колмогоров говорив і про деякі нові загальні положення, про характер вивчення математики в школі і розвиток методичних концепцій, що відносяться до конкретних питань курсу. “Всюди, де тільки можливо, учнів необхідно прямим шляхом вести до сучасних і раціональних методів розв’язання проблем і задач; перехід до нового кола ідей повинен бути по можливості мотивований зрозумілими для учнів способами; робота над кожною темою має бути доведена до тих конкретних результатів, які її дійсно виправдовують; школа не повинна наповнювати пам’ять учня заготовками, які в шкільному курсі не знайдуть достойного застосування, в надії, що вони коли-небудь знадобляться” [159, с.6].

Але, на жаль, комплексні числа і елементи теорії ймовірностей, які входили в усі варіанти проекту цієї програми, до програми основного курсу не ввійшли і були винесені на факультативні заняття.

Розробляються програми факультативних курсів, один з них – “Початки теорії ймовірностей з елементами комбінаторики”. Його мета – вивчення додаткових тем, досить важливих із загальноосвітнього погляду, і ознайомлення із застосуванням математики [142, с.80].

Групою авторів (В.Г.Болтянський, А.М.Колмогоров, Ю.М.Макаричев, О.І. Маркушевич) у 1967 р. в СРСР було розроблено проект програми з математики для середньої школи. Ним передбачалося в 10-му класі вивчати тему “Початки теорії ймовірностей”, а на факультативних заняттях – “Додаткові питання теорії ймовірностей”. Вивчення ж елементів статистики не передбачалось. В остаточному, затвердженому в 1968 р., варіанті програми було залишено в 9-му класі лише елементи комбінаторики, які пізніше також виключили з програми. Початки теорії ймовірностей передбачалося вивчати на факультативних заняттях в обсязі 18 год.

У цей же період широко висвітлюється досвід роботи за новими шкільними програмами і підручниками шкіл усіх союзних республік. Із публікацій, що розкривають зміст факультативних занять, значний інтерес представляють статті А.М. Колмогорова [156, 157, 159, 163], Б.В.Гнєденка і І.Г.Журбенко [88, 89, 90], О.І.

Маркушевича. Кандидатська дисертація В.В.Фірсова [305] теж присвячена ви вченню теорії ймовірностей. Прикладну орієнтацію курсу стохастики він вважає необхідною умовою успішного формування в учнів елементів стохастичного типу мислення.

У цей же період виникає нова форма навчання – почали створюватися класи з математичною спеціалізацією. Головне їх призначення – розвивати інтерес до ма тематики, формувати логічне мислення на більш глибокій основі, забезпечувати більш ґрунтовну математичну освіту. Результатом такого навчання повинна бути підготовка до професійної діяльності, яка вимагає досить високого рівня математич ної культури для продовження освіти. У цих класах вивчається більш розширений, у порівнянні із загальноосвітньою школою, курс математики. Перші такі класи були організовані на базі школи №425(444) м. Москви. Досить швидко вони поширились всією країною. Було створено фізико-математичні школи на базі Сибірського відділення АН СРСР і МДУ імені Ломоносова, при Ленінградському і Київському університетах (1963 р.), з 1993 р. - Український фізико-математичний ліцей. Елементи теорії ймовірностей і математичної статистики тут викладаються не тільки на факультативах, а і в обов’язковому курсі математики, починаючи з VII класу [40]. Для таких класів і шкіл почали видаватися спеціальні навчальні посібники і програми.

Для старших класів загальноосвітньої школи було видано перші підручники і навчальні посібники з математики, які містили нові для нашої школи розділи стохастики [68, 69, 73, 76, 90, 92, 112, 162, 163].

З’явилось багато цікавих робіт вітчизняних вчених, які стосувалися питань вивчення теорії ймовірностей. На популярному рівні з використанням мінімального математичного апарату викладено початкові поняття і основні теореми теорії ймові рностей з детальними поясненнями на нескладних прикладах у книзі Б.В.Гнєденка і О.Я.Хінчина “Елементарне введення в теорію ймовірностей” (1964 р) [93].

Методичні погляди А.М.Колмогорова на вивчення теорії ймовірностей знайшли відображення в статті “Введення в теорію ймовірностей і комбінаторику” (1968 р.). У ній запропоновано вводити класичне визначення ймовірності разом з елементами комбінаторики на прикладах. Елементарно вводяться теореми додавання та множення ймовірностей. Невелика програма закінчувалась законом Великих чисел у формі Я.Бернуллі, який подавався методом бесіди. Стаття А.М. Колмогорова могла б служити програмою шкільного курсу теорії ймовірностей [163].

З дидактичного погляду, вдалим є викладення питань теорії ймовірностей у досить елементарній формі, з великою кількістю прикладів та задач для тренування в роботі В.Феллера “Введення в теорію ймовірностей і її застосування” (1964 р.). Посібник, в основному, призначений для вчителів, однак окремі приклади з нього можна використати і для роботи із школярами [303].

Мінімум знань, якими повинен володіти вчитель, містить стаття “Теорія ймо вірностей і комбінаторика”, написана Б.В.Гнєденком разом із І.Г.Журбенко (1968 р.) [90].

У 1970 р. в Україні з’явився навчальний посібник для факультативних занять у 10-му класі за редакцією професора І.Є.Шиманського, який містив розділи “Еле менти комбінаторики” та “Початки теорії ймовірностей” написані З.І.Слєпкань [271].

Для вчителів в 1978 р. вийшов посібник М.І.Жалдака "Початки теорії ймовірностей" [112]. У цей же період і впродовж наступних десятиріч виходить багато цікавої науково-популярної літератури в якій доступно, захоплююче висвітлюються теми стохастики [1, 3, 68, 69, 188, 194, 231, 248, 249, 266, 268, 294] яка буде цікавою сьогоднішнім учням і викладачам.

Неодноразово розроблялися проекти програм вивчення теорії ймовірностей і статистики в школі, але у зв'язку із скороченням змісту освіти у 80-х роках загальноосвітні школи продовжують свою роботу за програмами, в яких повністю відсутні ці теми.

В останні десятиліття проблема вивчення елементів теорії ймовірностей і статистики в нашій школі постала з особливою гостротою. У матеріалах VI Міжнародного Конгресу з математичної освіти (1988 р.) відзначається, що "в умовах інформаційного вибуху виникає потреба в умінні передавати величезний обсяг інформації, опрацьовувати його і робити обґрунтовані висновки. Формування і розвиток ймовірнісного мислення і відповідних умінь у підростаючих громадян розглядається як актуальна умова для розвиненого сучасного суспільства, і ще більшою мірою – майбутнього. До цього потрібно поставитися з особливою увагою, тому що СРСР, очевидно, була однією з небагатьох країн, у шкільному курсі якої елементи теорії ймовірностей і математичної статистики відсутні повністю. Введення додаткових розділів у шкільну програму – завдання не просте. Тим більше не можна затягувати з компетентним обговоренням цього питання." [206, с.92]. Тому цілком закономірним є те, що в концепції математичної освіти, розробленій у 1989 р. лабораторією навчання математики НДІ СІМО АПН СРСР разом з кафедрою вищої математики ЛДПІ імені В.І.Ульянова, пропонується традиційне ядро шкільного курсу математики доповнити деякими ймовірнісно-статистичними поняттями. На думку авторів, необхідно ознайомити учнів з поняттям ймовірності і частоти, правилами підрахунку скінченних та геометричних ймовірностей, з поняттям незалежних подій і умовною ймовірністю, з деякими статистичними методами обробки даних. Основний напрям впровадження відповідного змісту в шкільний курс математики – це введення ймовірнісних і статистичних ідей в задачний матеріал шляхом розширення традиційного набору формул і комплексу методів розв'язування [282].

Уже на початкових стадіях навчання повинні регулярно використовуватися задачі, що вимагають розгляду і підрахунку різних варіантів на основі простих теорем теорії сполук [156]. Ці ідеї реалізовано певною мірою в підручниках: "Алгебра і математичний аналіз -10" І.Я.Віленкіна, О.С.Івашева-Мусатова, С.І. Шварцбурда (посібник для учнів шкіл і класів з поглибленим вивченням курсу математики, – 1990 р.); "Елементи вищої математики для школярів" Д.Фадєєва, М. Нікуліна, І.Соколовського. Так, у темі "Теорія ймовірностей" в останньому з підручників розглядаються питання: "Про ймовірність. Додавання ймовірностей. Множення ймовірностей. Застосування в генетиці. Випадкові величини. Сума незалежних випадкових величин. Математичне сподівання, дисперсія випадкових величин, пов'язаних із схемою Бернуллі. Нерівність Чебишева. Випадкові блукання по прямій. Випадкові величини, значення яких зосереджені в проміжках на всій дійсній осі. Задача Бюффона".

Як деякий крок вперед можна розцінювати введення ймовірнісно-статистичних питань (змістову лінію “Аналіз даних”) у програми російських шкіл. Зараз створюються передумови для накопичення досвіду з методики вивчення цього навчального матеріалу; з’являються нові підручники, які передбачають вивчення елементів теорії ймовірностей і математичної статистики.

У підручниках за редакцією Г.В.Дорофеєва і І.Ф.Шаригіна “Математика –5 ” і “Математика-6” передбачено вивчення тем: “Випадкові події” (Випадкові події. Вірогідні та неможливі події. Рівноможливі події) в 5-му класі (4 години) та тем “Комбінаторика” (Розв’язування комбінаторних задач. Застосування правила множення в комбінаториці) і “Ймовірність випадкових подій” (Експерименти з випадковими подіями. Частота і ймовірність випадкової події) в 6-му класі (відповідно 6 і 9 годин).

Для загальноосвітніх шкіл було розроблено експериментальні підручники “Математика -10” і “Математика -11”. Авторський колектив: В.Бутузов, Ю.Колягін, Е.Позняк, Ю.Сидоров та інші. Підручник призначений для “гуманітаріїв”. Основна ідея втілена авторами в підручнику це не завантажуючи майбутнього гуманітарія надмірними домашніми завданнями зробити книгу захопливою і цікавою. У ній передбачено вивчення елементів математичної статистики (в Х класах) і теорії ймовірностей (в ХІ класах).

Зміст шкільної математичної освіти Англії, США, Австрії, Голландії, Швеції, Швейцарії, країн Балтії включає елементи теорії ймовірностей та математичної статистики, починаючи з 20-х – 30-х років [14, 60, 67, 215, 255, 259, 264, 284, 297, 298, 314, 315].

У Франції елементи статистики та теорії ймовірностей сьогодні складають 50% курсу математики в старших класах [46, 47]. Так, при математичній підготовці на відділенні А (гуманітарному), яке є найнижчим і має загальноосвітній характер, розглядаються питання:

1. Елементи статистичного ряду. Типові величини, медіани, середнє, мода, оцінки дисперсії. Інтервали змін, квартілі та інші питання статистики.

2. Простір елементарних подій, випадкова величина, розподіл випадкової величини, щільність ймовірності, математичне сподівання, умовна ймовірність і т.д. [46, с.77].

В англійських школах керуються думкою, що “малі діти не розуміють абстрактних понять”, тому з ними розглядають конкретні об’єкти. Перехід від початкової школи до середньої супроводжується різким поворотом від конкретної дії до формалізованого викладу математичної теорії. Тепер ставиться завдання дати можливість дітям розвинути спосіб мислення від конкретного до абстрактного. З урахуванням цих загальних освітніх установок у сфері математичної освіти і підібрано стохастичний матеріал для вивчення [255, с.88].

Програма для середньої школи “рівня 0” містить:

- у розділі ймовірності: графічне подання ймовірностей подій; ймовірності, пов’язані з даними підмножинами подій; ймовірності складних подій; неформальне застосування законів додавання і множення ймовірностей;

- у розділі статистики: збирання, опис, інтерпретація і аналіз даних; оформ лення результатів у вигляді таблиць; графічне подання числових даних у вигляді стовпчастої та секторної діаграм, діаграм частот і кумулятивної частоти; обчислення середнього; визначення моди; оцінка медіан і квартілей.

У програмі "рівня А" передбачено розглянути такі питання стохастики: умовні ймовірності; біноміальна функція ймовірності; біноміальна теорема для додатнього цілого показника; середнє, змінне і стандартне відхилення для статистиних вибірок і для ймовірнісних моделей; функція щільності ймовірностей; нормальний розподіл [14, 255].

Вважається, що дітей можна ознайомлювати із статистичними поняттями, починаючи з 11-12 років, поступово розширюючи коло тем, пов'язуючи їх із ймовірнісними поняттями [195, с. 30]

Не залишились поза увагою питання стохастики і в програмах з математики у США [315].В V-VIII класах середнього рівня шкіл США основна увага приділяється ознайомленню з імовірнісними моделями реальних ситуацій, порівнянню очікува них результатів з результатами експериментів. Основна частина задач імовірнісно-статистичного характеру орієнтована на групову роботу всього класу, з метою реалізації таких дидактичних цілей:

- навчання математичним методам і їх застосуванню на практиці;
- навчання математичним знанням і вмінням, необхідним у професійній діяльності;
- розвиток критичного мислення засобами математики;
- формування вмінь аналізувати, порівнювати, давати графічну інтерпретацію тощо.

На вивчення питань теорії ймовірностей відводиться різна кількість годин, але вони є обов'язковими. Наприклад, програма обов'язкового курсу "Математика для коледжів " (45 годин) на елементи комбінаторики виділяє 3 години, на теорію ймо вірність (події, випробування, ймовірність і випадковість, математичне сподівання, застосування) – 5 годин; на описову статистику (розподіл, графічне подання розподілів, вимірювання центральної тенденції, обчислення дисперсії, нормальний розподіл, застосування) – 6 годин.

Розглядається велика кількість простих, зрозумілих прикладів [96, 315].

Досить цікавим та корисним для впровадження є досвід вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики в Польщі [297].

Про підготовку дітей до сприймання деяких ідей теорії ймовірностей йдеться у програмних вимогах з математики для початкової школи Польщі. Основним засо бом ознайомлення з цими ідеями є системи доступних для дітей задач і вправ, розв'язування яких передбачає, насамперед, маніпуляційну діяльність. Матеріалом для цих вправ служать навколишні предмети, самі учні, їхні іграшки тощо. Методи чними рекомендаціями для вчителів є науково-методичні настанови та популярні статті А.Плоцьки [232, 233, 234, 235, 236].

Пропедевтичне вивчення елементів статистики і теорії ймовірностей у V – VIII класах основної школи Польщі, згідно із концепцією А.Плоцьки, передбачає вивчення тем:

V клас. Статистичні відомості (частотна таблиця, гістограма, стовпчасті і кругові діаграми). Частота дослідна і частота теоретична.

VI клас. Множини. Частоти дослідні. Частоти теоретичні. Події. Вірогідна подія. Неможлива подія. Випадкова подія. Сума, добуток і різниця подій. Протилежні події .

VII клас. Імовірність. Обчислення ймовірності. Ймовірність вірогідної та неможливої події. Приклади обчислення ймовірностей.

VIII клас. Графічне подання статистичних даних. Приклади оцінки та обчислення ймовірності.

Третій ступінь навчання в Польщі – це профільні ліцеї. Вивчення елементів статистики і теорії ймовірностей в курсі математики класичних, гуманітарних ліцеїв передбачає розгляд тем (IV клас) "Експериментальне жеребкування. Дошка Гальтона. Гістограми. Задачі комбінаторики. Задачі на обчислення кількості відрізків і вибору пар із скінченних множин. Приклади застосування графіків до розв'язування задач комбінаторики. Задачі на утворення слів з букв алфавіту, позиційних систем числення. Вибір шляху між двома пунктами. Трикутник Паскаля. Теоретичний розклад куль на дошці Гальтона. Подія. Теореми про ймовірність події. Умовна ймовірність. Формула повної ймовірності. Задачі статистики."

У ліцеях фізико-математичного профілю вивчаються такі питання: IV клас - алгебра подій. Частота подій. Ймовірність. Теореми ймовірності подій. Умовна ймовірність. Дискретна випадкова змінна. Закони розподілу. Математичне сподівання і дисперсія випадкової величини. Закон великих чисел. Нормальний розподіл.

Особливої уваги заслуговує досвід вивчення теорії ймовірностей і математичної статистики в школах Японії [272, 298, 314]. Введення в шкільний курс питань стохастики почалось в 1958 р. і було закріплено в програмах 1971-1973 років та в концепції нової навчальної програми, опублікованої в 1987 р.

За діючими програмами розділ "Ймовірність і статистика" вводиться з 2-го класу (8 років) молодшого ступеня середньої школи. Тут планується навчити школярів цілеспрямовано збирати дані, подавати їх у вигляді таблиць, діаграм, щоб побачити закономірності в їх поведінці (частота розподілу за гістограмою, відносна частота і вибіркова функція розподілу; зміст середнього значення і розсіювання значень випадкової величини).

У III класі вводяться поняття ймовірностей як відносної частоти, отриманої в результаті великої кількості числа спостережень або експериментів. Виконується підрахунок ймовірностей у найпростіших випадках. Проводиться ідея, що закономірності в усій сукупності можуть бути знайдені за вибіркою з цієї сукупності. Для ілюстрації понять використовують графи ("дерева") результатів експериментів і спостережень. Протягом усього терміну навчання в початковій школі проводять пропедевтику основного курсу.

За програмою середньої школи учні поглиблюють свої знання з таких питань: подання статистичних даних у вигляді таблиць; гістограма розподілу статистичних значень; зміст понять відносної частоти; середнього значення, кореляції, таблиці кореляції; сприятливого випадку, зв'язку між імовірністю і частотою події [215, 284, 314].

За роки навчання учні отримують досить міцні знання. На елементарному рівні їх ознайомлюють з основними концепціями, відомими студентам економічних вузів.

Методичні особливості вивчення теорії ймовірностей і стохастики в японських школах – це вивчення всіх понять переважно індуктивним методом за допомогою простих задач. Щоб запобігти додатковим труднощам, використовують найбільш просту символіку.

Відсутній формальний підхід при вивченні понять. Учні вчаться усвідомлено розглядати поняття, розв'язувати задачі, обдумано оцінювати ймовірності, що трап лялися в повсякденному житті. Навчаються тому, що сліпе застосування, наприклад, статистичних принципів, призводить до неправильного розуміння явищ: малоймовірні події практично неможливі, але не завжди їх слід відкидати, оскільки це може призвести до помилкових висновків.

Ще одна досить важлива методична особливість – викладання навчального матеріалу супроводжується великою кількістю задач, по можливості взятих з життя, та зразків розв'язання. На одних і тих самих задачах пояснюються різні поняття. Тому задачі можуть повторюватися. Це пов'язано із намаганням зменшити труднощі сприйняття матеріалу. [195, с.32]

У нашій країні проблема введення елементів стохастики в курс середньої школи стоїть досить гостро. Розроблено Концепцію базової математичної освіти в Україні. Академією педагогічних наук України, Національною Академією наук України розроблено Державний стандарт базової і повної середньої освіти в Україні, і зокрема, освітньої галузі "Математика", в якому традиційні змістові лінії доповнюються такими, як "Елементи теорії множин. Комбінаторика" та "Елементи стохастики", зазначений обов'язковий мінімум змісту цих тем і вимоги до його засвоєння [104, 168].

Уже сьогодні загальноосвітні навчальні заклади працюють за шкільними програмами, які передбачають вивчення початків теорії ймовірностей і вступу до статистики у 11-му класі в курсі алгебри і початків аналізу. На це відводиться відповідно 12 і 4 години навчального часу [196].

Програмою для класів з поглибленим вивченням математики у 8-му класі в темах "Множини. Елементи математичної логіки. Комбінаторика. Імовірність" на яку відводиться 12 – 17 год. та "Елементи прикладної математики" , передбачається ознайомити учнів з теорією ймовірностей як наукою; ввести поняття випадкової по дії і статистичної ймовірності подій; розглянути способи збирання та подання статистичних даних для різних сфер людської діяльності.

У 9-му класі у темах "Множини. Комбінаторика. Імовірність.", на яку відводиться 17 – 20 год та "Елементи прикладної математики", передбачається розширити відомості про випадкові події і обчислювати статистичні ймовірності випадкових подій, а також розглянути способи опрацювання даних, середнє значення, мода і медіана вибірки. У 10-му класі на вивчення теми " Елементи прикладної математики ", відводиться 10 – 12 год . Тут передбачається вивчати крім застосування похідної і елементи математичної статистики.

У 11-му класі на вивчення теми "Початки теорії ймовірностей" програмою відводиться 25-30 год. Передбачається розгляд матеріалу: "Елементарна подія. Множина елементарних подій. Операції над подіями. Геометрична інтерпретація операцій над подіями. Поняття ймовірності випадкової події. Обчислення ймовірно стей випадкових подій. Поняття про математичне сподівання. Умовні ймовірності. Формула повної ймовірності. Залежні і незалежні події. Ймовірність добутку і суми подій. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі. Уявлення про закон великих чисел. Статистичні оцінки розсіювання ймовірностей."

Існують і інші програми, за якими працюють різноманітні спеціалізовані загальноосвітні навчальні заклади, які відрізняються, в основному, кількістю годин, виділених на вивчення стохастики та переміщенням цього матеріалу з 11-го в 10-й клас. Якісно іншою є програма для загальноосвітніх навчальних закладів, спеціалі зованих шкіл, гімназій, ліцеїв економічного профілю авторів М.А.Вайнтруб, О.С. Стрельченко, І.Г. Стрельченко [288]. За нею у 10-му класі передбачається вивчення теми "Елементи прикладної математики в задачах з економічним змістом" і на яку відводиться 15 год. Звичний матеріал з теорії ймовірностей і елементів статистики доповнюється матеріалом: поняття про кількісний аналіз економічного ризику; поняття про методи теорії ігор та прийняття рішень; матриця гри; очікувана ціна і прийняття рішень; матриця прибутку; стратегії. У 11-му класі розглядається тема "Початки теорії ймовірностей", на вивчення якої передбачено 25 год і яку доповне но матеріалом: статистичні оцінки розсіювання ймовірностей – дисперсія, середнє квадратичне відхилення, довірчий інтервал; математичне сподівання, дисперсія та коефіцієнт ризику.

Розроблено і нову програму для 12-річної школи [242]. На відміну від вище вказаних програм, ця передбачає перше знайомство з поняттями випадкової події та ймовірності випадкової події розпочинати з 6-го класу. Розвиток стохастичних по нять продовжується в 9-му класі. У темі "Елементи прикладної математики" планується крім звичного матеріалу розглянути: випадкова подія; ймовірність випадкової події; статистичні дані; способи подання даних; частота; середнє значення. Продовжується вивчення стохастики в 11-му класі.

Програми з математики, за якими сьогодні працюють фінансово-економічні коледжі, за основу беруть програми для загальноосвітніх навчальних закладів авторів В.Г.Бевз, А.Г.Мерзляк, З.І.Слєпкань [196], вносячи в них корективи, внаслідок яких інколи стохастика зникає зовсім.

Київський фінансово-економічний коледж з 1998 р. працює за програмою з математики, яка передбачає вивчення початків теорії ймовірностей і математичної статистики на першому курсі. На це відводиться 16 і 4 год відповідно (Додаток А).

Ідеї закладені в Державному стандарті поступово реалізуються в підручниках та посібниках з математики. Для 9-х класів загальноосвітніх навчальних закладів - "Алгебра" авторів Г.М. Возняк, Г.М. Литвиненко, Ю.І.Мальований у параграфі "Елементи статистики" містить: перші відомості про статистику; графічне зображення статистичних даних; середні величини; мода, медіана. Окрім звичних для цих тем понять розглядаються ще й такі, як середня ціна, середня ціна реалізованого товару. У пробному підручнику "Алгебра" для 7-9 класів, автор Г.П. Бевз, у розділі "Елементи прикладної математики" представлено теми: поняття множини; основні принципи комбінаторики і розміщення; перестановки; комбінації; біном Ньютона; класифікація подій; основні поняття теорії ймовірностей; ймовірність події; приклади на обчислення ймовірностей; перші відомості про статистику. Підручники для 10-11 класів авторів М.І.Шкіля, З.І.Слєпкань, О.С. Дубинчук [323] для загальноосвітньої школи; та авторів М.І.Шкіля, Т.В.Колесник, Т.М.Хмари [322] для 11 класу шкіл та класів з поглибленим вивченням математики містять розділи: "Елементи комбінаторики", "Початки теорії ймовірностей", "Вступ до статистики". Розділи "Випадкові події", "Елементи комбінаторики" та

"Випадкові величини" розглядаються і в пробному підручнику "Алгебра і початки аналізу" для 10 класу авторів О.М.Афанасьєва, Я.С.Бродського, О.Л.Павлова, А.К. Сліпенко [26]. Посібник О.Істера "Комбінаторика, біном Ньютона та теорія ймовірностей у школі" [141] налічує понад 700 задач, систематизованих за темами та методами розв'язання. Підручник та дидактичні матеріали з алгебри для 9 класу авторів Г.М.Возняк і О.Г.Возняк містять теми та тексти письмових робіт з розділу "Перші відомості про статистику". Дуже вчасно, на допомогу учителям вийшли з друку "Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою" М.І.Жалдака і Г.О. Михаліна [116] та "Методика вивчення елементів комбінаторики, початків теорії ймовірностей і вступу до статистики" З.І.Слєпкань і І.С.Соколовської [279]. Наукові та науково – методичні журнали ведуть жваву полеміку з питань методики та змісту шкільної стохастики.

Методичні концепції навчання стохастики учнів середніх і середніх спеціальних закладів освіти можна прослідкувати за їх реалізацією у відповідних навчальних та методичних посібниках, які містять ці питання [24, 88, 90, 91, 92, 112 , 116, 117, 156, 162, 163, 195, 213, 219, 303, 322, 323, 333]. Як показує проведений аналіз, основні відмінності в підходах різних вчених пов'язані з введенням поняття ймовірності події, рівнем складності використаного математичного апарату. Частина авторів підтримує аксіоматичне викладення основ теорії ймовірностей, вперше представлене А.М. Колмогоровим [91, 112, 162, 163, 303].

Традиційною для шкільного курсу є не аксіоматична модель вивчення теорій ймовірностей, яка починається з поняття стохастичного експерименту, випадкової події, їх класифікації, операцій над ними, а потім даються визначення класичної ймовірності, статистичної, геометричної [323] (або статистичної, а потім класичної) [322].

Найбільш вдалими і природними, на нашу думку, є підходи пропоновані в [24, 88, 92, 214, 333] і пов'язані з статистичним означенням ймовірності.

Зважаючи на результати аналізу та враховуючи, що наш курс читатиметься для студентів економічних спеціальностей коледжів, ми зупинилися на статистич ному підході до формування понять теорії ймовірностей. Адже легко переконатися, що статистична ймовірність (відносна частота) події є невід'ємною, цілком адитивною, функцією яка нормована одиницею, визначена на деякій сукупності подій, тобто задовольняє всі аксіоми ймовірності. Крім цього, як свідчить практика, поняття статистичної ймовірності (відносної частоти) легко сприймається студентами цієї вікової категорії, їм достатньо математичних знань і життєвого досвіду. Запропонований підхід дозволяє за прийнятний час ознайомитися з основними поняттями теорії ймовірностей та математичної статистики і осмислити їх, не порушуючи принципів науковості, доступності, і одночасно підготувати студентів до сприйняття в майбутньому аксіоматичного методу побудови теорії ймовірностей.

Як бачимо, перші кроки зроблено, але для того, щоб такі необхідні в сучасному житті ймовірнісно-статистичні знання міцно і органічно ввійшли у шкільну освіту, потрібна кропітка праця протягом усього вивчення математики і, напевно, під час вивчення інших предметів [295].

Сама історія розвитку теорії ймовірностей свідчить про її важливість і надзвичайність. Використовуючи досвід інших наук, вона розвивалась і відкривала шляхи пізнання в різноманітних галузях.

Багаторічні дидактичні напрацювання із введення теорії ймовірностей і математичної статистики в курс математики на різних етапах розвитку шкільної математичної освіти в нашій країні та цікавий зарубіжний досвід дають певні орієнтири для побудови методичної системи навчання цього розділу математики, зокрема і в коледжах фінансово-економічного спрямування.

1.3. Психолого - педагогічні передумови успішного вивчення елементів стохастики в класах з фінансово-економічним спрямуванням освіти

Ефективне навчання стохастики в коледжах та профільних класах залежить від багатьох факторів, серед яких домінуючими є психологічні та педагогічні. До психологічних факторів належать вікові та індивідуальні особливості студентів, а також психологія педагогічної взаємодії між усіма складовими процесу навчання.

За нашим дослідженням, лише 6,7 % студентів першокурсників не досягають 15-річного віку на початок навчання. Тому ми можемо віднести їх до старшого шкільного віку або до періоду ранньої юності (з 14 – 15 до 17 років, випускники 9-х класів). А це особливий вік – це перехідний період від дитинства до ранньої юності. “Він характеризується рядом нових моментів у фізичному і психологічному розвит ку дитини, нових психологічних особливостях, які складають складне і суперечливе психологічне обличчя підлітка. Великі зміни з’являються в пізнавальних процесах і мисленні. Подальший розвиток самосвідомості зумовлює прагнення посісти нове місце в системі стосунків з навколишніми людьми. Підліток починає вважати себе дорослим, хоче бути дорослим, прагне до самостійності, вимагає поваги до своєї особистості, врахування його зрослих можливостей, інтересів і прав” [66, с. 497-498].

Старшокласник, переходячи із середньої школи до коледжу, вступає в нову соціальну ситуацію, яку характеризує не лише новий колектив, але й направленість на майбутнє: на вибір способу життя, професію, друзів і т.д. Необхідність вибору диктується самим життям, ініціюється батьками, спрямовується навчальним закладом. У цей період головного значення набуває ціннісно-орієнтована активність . Незважаючи на те, що 58,9% студентів обрали напрям освіти за порадою батьків, досить швидко починають вважати його власним. Спостерігається їх прагнення до автономії, до самостійності. За нашим опитуванням, невелика частина старшокласників - 26,7 % - свідомо підійшла до вибору майбутньої професії. Цей вибір диктується не тільки орієнтацією на своє покликання, на сферу діяльності, в якій людина зможе себе максимально реалізувати, бути корисною іншим, але й кон’юнктурою, практичною цінністю даної професії в конкретній ситуації суспільного розвитку нашої країни.

Кожний віковий період у житті людини визначається сукупністю багатьох факторів, які виступають у ролі його показників. У дослідженнях Д.Б. Ельконіна виділяється три основних показники, фактори, які обумовлюють як сам розвиток, так і його періоди. “Певний вік в житті дитини, або відповідний період її розвитку, – це порівняно замкнутий період, значення якого визначається передусім його місцем і функціональним значенням на загальній кривій дитячого розвитку. Кожен вік, чи період, характеризується такими показниками:

* певною соціальною ситуацією розвитку або тією конкретною формою стосунків, у які вступає дитина з дорослими в даний період;

* основним або провідним типом діяльності (існує кілька різних типів діяльності, які характеризують певні періоди дитячого розвитку);

* основним психічним новоутворенням (у кожному періоді вони можуть бути різними: від окремих психічних процесів до характеристик особистості)" [328, с. 42].

Пераховані показники знаходяться у складній взаємодії і зазнають взаємо впливу. Слід враховувати, що вікові особливості – це не щось незмінне, притаманне дітям певного віку в усі часи. Вони інші, ніж були кілька десятків років тому. Вони різні і сьогодні для дітей, які потрапили до різних соціальних ситуацій, враховуючи перший показник.

Наші першокурсники, в силу того, що починають вирішувати самостійно ба гато нових для себе питань (навчальних, побутових), швидше дорослішають, стають більш самостійними і впевненими, ніж ті, хто залишився у школі. У них швидше відбувається перехід до наступного вікового періоду – студентського. Цю особли вість слід враховувати, адже в соціально-психологічному плані студентство вирізняється вищим освітнім рівнем та рівнем пізнавальної мотивації. Тому дуже важливо це не втратити.

Враховуючи, що першокурсник коледжу включається в новий тип провідної діяльності – навчально-професійної, її правильна організація і буде визначати його становлення як майбутнього спеціаліста економічної галузі.

Важливим показником студентів як суб'єктів навчальної діяльності служить їхнє уміння виконувати всі види і форми цієї діяльності. Як показують проведені дослідження, більшість студентів на початку першого курсу не вміють слухати і записувати лекції, виділяти основне, конспектувати літературу, виступати перед аудиторією. Тому перше і досить важливе психолого-педагогічне завдання викладачів - формування старшокласників як суб'єктів навчальної діяльності. Передусім необхідно допомогти їм сформувати уміння планувати, організовувати свою діяльність, вчитися з повною віддачею, спілкуватися. Прикладний характер змісту стохастики дозволяє активніше використовувати самостійну роботу студентів .

Для вироблення навичок систематичної самостійної роботи після вивчення кожної теми з теорії ймовірностей і математичної статистики ми пропонуємо студе нтам короткострокові та довгострокові домашні завдання. До короткострокових ми відносимо: опрацювання теоретичних питань, які не були розглянуті на заняттях, підготовку невеликих історичних повідомлень з математики або повідомлень пов'язаних з майбутньою професією, що використовуватимуться для розв'язування прикладних задачах. Довгострокові – розрахункові роботи, які пов'язані з самостійним або за консультацією викладача розв'язуванням індивідуальних завдань після кожної теми.

Завдяки такому підходу реальними стають виховні та розвивальні цілі:

- розвиток логічного і творчого мислення студентів;
- самостійно здобувати знання, проводити невеликі стохастичні дослідження;

- формувати вміння опрацьовувати різні фінансово-економічні та математичні джерела, складати опорні схеми, конспекти;
- формувати такі важливі якості особистості, як самостійність, наполегливість, уважність, активність, працелюбність.

Незважаючи на значне збільшення обсягу пам'яті та значний розвиток стійкості уваги, зростання працездатності дітей старшого шкільного віку, слід враховувати, що максимально продуктивне сприйняття матеріалу відбувається при близно протягом 20 хвилин. Відносно середній рівень продуктивності сприймання зберігається протягом 35 хвилин. Певні труднощі із сприйманням навчального матеріалу, які ведуть до його втрат, починають проявлятися після 45 хвилин неперервної однотипної роботи. Врахування цих особливостей є важливим для правильної організації навчальної діяльності, оскільки тривалість одного заняття складає 1 годину 20 хвилин.

Відомо також, що до 21 року показники уваги є нижчими в порівнянні з на ступними віковими періодами, а враховуючи ще й досить посередню математичну підготовку (лише 20% відмінників серед абітурієнтів), особливостям концентрації уваги слід приділити особливе місце. При вивченні стохастики не слід використову вати громіздке подання матеріалу. Доцільними будуть невеликі порції концентрованого теоретичного матеріалу з великою кількістю зрозумілих, взятих з життя або професійно спрямованих прикладів. Активне залучення до співпраці студентів теж сприятиме підвищенню уваги.

Протилежною є динаміка розвитку пам'яті. Її показники для старшого шкільного віку значно перевищують середні, а це свідчить про наявність можливостей її активного використання для засвоєння нового матеріалу в процесі пізнавальної діяльності. "У цьому віці у дитини активно проявляються і працюють різні види пам'яті, що дозволяє їй запам'ятовувати і зберігати великі обсяги різної інформації, використовуючи з різною інтенсивністю різні механізми запам'ятовування і зберігання в залежності від характеру матеріалу" [225, с. 22].

Використовуючи образну, словесно-логічну пам'ять, не слід нехтувати зоровою. Доцільним є використання та створення схем-орієнтирів та схематичних записів під час вивчення теоретичного матеріалу із стохастики. Їх ефективність підтверджена практичною діяльністю педагогів-новаторів В. Ф. Шаталова, В. П. Іржавцевої та ін. Використання цих видів унаочнення на заняттях з теорії ймовірностей і математичної статистики дозволяє досить швидко проводити актуалізацію опорних знань з стохастики та повторити необхідну інформацію перед розв'язуванням задач. Наприклад блок схема "Властивості ймовірності" (табл. 1.1).

Таблиця 1.1

Блок – схема " Властивості ймовірності"

	Для довільної випадкової події *A*
	Для вірогідної події
EMBED Equation.3	Для попарно несумісних події
	Для неможливої події

	Для довільної події
	Для довільних випадкових подій
	, , - довільні випадкові події
	Випадкові події , попарно несумісні і в сумі дають вірогідну подію
	Випадкові події A і - протилежні, тобто і

Результати нашого експерименту показали, що використання схем, побудова них за типом змістового узагальнення, особливо доцільно на етапі узагальнюючого повторення. На таких заняттях проводиться систематизація розрізнених відомостей, отриманих студентами в процесі вивчення навчального матеріалу, узагальнюються окремі положення.

Важливим компонентом навчальної діяльності є мотив, мотивація. У загальному плані мотив – це те, що визначає, стимулює, спонукає людину до будь-якої дії, що входить до визначеної цим мотивом діяльності.

Складність і багатовекторність проблеми мотивації зумовлює велику кількість підходів до розуміння її сутності, природи, структури (П.Я. Гальперін [61], О.М. Леонтьєв[180], С.Л. Рубінштейн [257], та ін.).

Трактування мотиву пов'язують з переживанням потреби (бажання) і її задоволенням (С.Л. Рубінштейн) [257], з "опредметненою потребою" (О.М. Леонтьєв) [180].

За П.Я. Гальперіним [61], мотивація – перший обов'язковий етап формування розумових дій. Вона може бути внутрішньою або зовнішньою що до діяльності, але завжди залишається внутрішньою характеристикою особистості.

У період старшого шкільного віку мотивація навчання зазнає якісних змін.

Старшокласник, як суб'єкт навчальної діяльності, через специфіку соціальної ситуації розвитку, в якій він знаходиться, характеризується якісно іншим змістом цієї діяльності, а саме - професійним. По-перше, поряд з внутрішніми пізнавальними мотивами засвоєння знань з основ наук, що мають особистісну змістову цінність, з'являються широкі соціальні і вузько особистісні зовнішні мотиви, серед яких мо тивам досягнення відводиться значне місце. Навчальна мотивація якісно змінюється за структурою, оскільки сама навчальна діяльність є для старшокласника засобом реалізації життєвих планів. Основним внутрішнім мотивом для більшості є орієнта ція на результат. Для того щоб вивчення стохастики входило в плани першокурсника вона повинна мати чітку професійну спрямованість.

У деяких старшокласників спостерігається послаблення і нестійкість мотивів та інтересів до навчання. Це виникає внаслідок певних власних невдач в цьому процесі. Самолюбство, ще не впевнене відчуття дорослості породжують прагнення зробити вигляд, ніби оцінки успіхів у навчанні не мають для них істотного значення. Як показують спостереження, зниження мотивації і послаблення інтересу до навчання може бути пов'язане з нетактовністю викладача або несправедливою оцінкою знань студентів.

Щоб запобігти байдужості та для підвищення позитивних емоцій і інтересу під час вивчення стохастики, ми дотримувались таких вимог:

- для введення нових понять і тверджень початково підбирались і розглядались на занятті вправи, запитання, що вмотивовували це введення [п. 2.2.1.];
- обов'язково з'ясовувалась можливість застосування нового матеріалу, а також, наскільки можливо, розглядався його економічний зміст [п. 2.2.2.];
- використовувалися прикладні задачі фінансово-економічного змісту;
- комп'ютерна підтримка використовувалася для задач з великою кількість даних [132];
- стимулювалися емоційні досягнення мети, успіху від розв'язування задачі. (Створювалися умови для гарантованого успіху кожного учня, йому пропонувалися такі завдання і задачі, які він міг виконати. Потім учнів попереджали, що наступні завдання будуть складніші, а насправді давали аналогічні. Після того, як у студентів зростала віра в себе та впевненість у своїх здібностях, виникало задоволення від навчання, їм пропонували справді складніші завдання (за методом, описаним Л.М. Фрідманом [308]). У результаті нам вдалося сформувати у студентів стійку по зитивну мотивацію до самостійної навчальної роботи.);
- систематично створювалась атмосфера важливості виконання завдань, результатами яких студенти можуть скористатися на наступних курсах при вивченні професійно спрямованих дисциплін;
- оцінювання усних відповідей обов'язково обґрунтовується, а результати письмових робіт не оголошуються, після виставлення оцінок, роботи повертаються до власників.

Потрібні мотиви можуть бути сформовані у студентів тільки в процесі їхньої власної діяльності. Досить важливо, щоб зміст навчання, цілі і завдання, які ставить викладач, мали для них зрозумілий і значимий смисл. Ми погоджуємося з думкою С .Л. Рубінштейна: “Для того щоб, учні по-справжньому включилися в роботу, необхідно, щоб поставлені перед ними завдання, були не тільки зрозумілими, але й внутрішньо сприйнятими ними, тобто, щоб вони були значимими для учнів і знайшли відгук та опорну точку в його переживанні” [257, с. 604].

Для опрацювання методики навчання учнів теорії ймовірностей і математичної статистики важливо враховувати психологію розумової діяльності учнів старшого шкільного віку та особливості сприйняття цієї теорії, виявити основні мотиваційні фактори щодо потреби у вивченні саме теорії ймовірностей і математичної статистики студентами фінансових та економічних коледжів і в випадку їх відсутності довести, що стохастика для них є практично значимою, саме основи цієї науки допоможуть їм розв'язувати завдання пов'язані з невизначеністю.

Підтверджують цю думку і слова відомого американського психолога Дж. Брунера, які повною мірою можуть бути віднесені до теорії ймовірностей. Він вважав, що при оцінюванні курсу математики спеціальні математичні знання, що передаються з його допомогою, важливі не більше, ніж та дисципліна розуму, яку він дає, і та довіра до переданої системи знань, яку він виховує. Фактично обидві цілі нерозривно пов'язані: жодна не досягається без іншої. Істинним змістом цього конкретного курсу, як і іншого, є людина, її природа, як представник певного біоло гічного виду, і фактори, які формують і продовжують формувати її людські якості [31, с.387], а збагнути людську природу, сутність неможливо без поняття випадкового, імовірнісного.

Тому дидактична мета вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики в коледжах, ліцеях, і зокрема фінансово-економічних, - полягає в забезпеченні:

•наукового розуміння своєрідності відображення теорією ймовірностей найпростіших законів про кількісні відношення в природі, суспільстві і виробництві;

•розуміння сутності елементарних методів наукових досліджень і доведень, які використовуються в теорії ймовірностей та елементарних умінь побудови ймовірнісних моделей прикладних задач і їх розв'язування;

•ймовірнісної та статистичної підготовки, достатньої для вивчення інших навчальних предметів професійного спрямування; для практичного застосування в певній галузі виробництва, сфері обслуговування і бізнесу чи для продовження освіти [308].

Досягнення цієї мети залежить від багатьох факторів:

• від змісту навчання, від того, якими знаннями, уміннями і навичками оволодівають студенти в процесі навчання, в якому порядку та як поєднані з іншим навчальним матеріалом, наскільки свідомі та міцні вміння та навички;

•від того, як пов'язане навчання теорії ймовірностей з навколишнім світом, на основі яких життєвих уявлень, явищ і фактів формуються абстрактні ймовірнісні поняття, які практичні застосування набувають отримані знання і вміння;

•від того, як пов'язане навчання теорії ймовірностей з іншими предметами, чи створює навчання стохастики необхідну базу, основу для навчання інших предметів;

•від організації процесу навчання теорії ймовірностей і математичної статистики, зокрема застосовуваних методів, прийомів та засобів навчання;

•від того, як навчається сам учень, як він ставиться до навчання, який інтерес виявляє до предмета, які цілі він перед собою ставить [308, с.24].

Відомо, що цілеспрямованість навчальної діяльності визначається, насамперед , домінуючими навчально-пізнавальними мотивами (вибір майбутньої професії, пізнавальний інтерес до деяких предметів), які спрямовують діяльність учня на досягнення певних цілей навчання.

Навчальна діяльність стає провідною за умови, коли цілі навчання сприймаються учнями як власні. Такого трактування навчальної діяльності дотримувались Л.С.Виготський [58], В.В.Давидов [102], О.М.Леонтьєв [179, 181], С.Л. Рубінштейн [257].

"Провідна діяльність - це така діяльність, розвиток якої зумовлює найголовніші зміни у психічних процесах і психологічних особливостях дитини на даній стадії її розвитку"[179, с.106]. Тому виділяються три основні ознаки навчальної діяльності:

1) у ній виникають нові види діяльності;
2) у ній формуються або перебудовуються психічні процеси;
3) від неї залежать у певний період розвитку дитини психологічні зміни її особистості.

Відповідно до періодизації Д.Б.Ельконіна, провідною діяльністю в шкільному періоді для старшого віку є навчально – професійна [327].

На думку З.І.Слєпкань, математична діяльність ґрунтується на спеціальних прийомах, які повинні враховувати орієнтовно-операційний зміст і відповідати віковим особливостям учнів [276, с.12].

Прийоми навчальної діяльності досить тісно пов'язані з розумовою діяльністю . Співвідношення між цими двома рядами прийомів є неоднозначним: "Звичайно в навчальній діяльності учня за прийомами навчальної роботи приховуються прийоми розумової діяльності… Деякі прийоми розумової діяльності навіть повністю збігаються з прийомами навчальної діяльності" [146, с.134].Такими, наприклад, є прийоми порівняння і встановлення причинних зв'язків та інші.

Успіх у вивченні теорії ймовірностей зумовлений рівнем оволодіння такими прийомами розумової діяльності як аналіз, абстрагування, систематизація, порівняння, аналогія тощо, які досліджувались багатьма психологами та дидактами. Загальні прийоми розумової діяльності вивчені. Вони інваріантні відносно об'єктів мислення.

Як приклад, розглянемо питання про причинні зв'язки. Систематичне виявлення причинних зв'язків різних понять у процесі вивчення теорії ймовірностей сприяло б більш ефективному засвоєнню основ цієї специфічної науки.

За програмою схема Бернуллі вивчається після вивчення випадкових подій, теорем додавання і множення ймовірностей. Тому в учня інколи складається враження, що схема Бернуллі не має зв'язку із попереднім матеріалом і є деякою час тинною задачею, не такою вже важливою для подальшого розвитку теорії. Події і пошук ймовірностей окремих подій породжують уявлення про "статичність" питань, що розглядаються, а теореми множення і додавання – лише про "алгебру" подій і ймовірностей. Схема ж Бернуллі несе в собі "динаміку", оскільки в ній розгляда ються послідовності незалежних випробувань, в кожній з яких відбувається або не відбувається деяка подія. Задача знаходження ймовірності появи m успіхів в n випробуваннях передбачає розгляд множинності. Сама термінологія (послідовність випробувань, в кожному випробуванні успіх – або невдача) асоціює рух. Тому по шук відповіді на причинність двох понять теорії ймовірностей, які викладаються в безпосередньому сусідстві, сприятиме не тільки активізації процесу вивчення і засвоєння цих знань, але й розвитку розумової діяльності студента.

Сформованість прийомів розумової діяльності значно підвищує ефективність процесу навчання і зокрема стохастики. Те, що свідоме застосування прийомів абстракції, порівняння, встановлення причинних зв'язків між поняттями та твердженнями створює для цього надійні передумови підтверджують результати спостережень психологів, дидактів, вчителів дослідників [224].

Сьогодні змінюються погляди на навчальну функцію математики. Формальне навчання математики повинно поступитися такому, яке дозволить глибше пізнати, дослідити навколишній світ. Це прагнення підтримує сучасна педагогіка, яка попу ляризує навчання через відкриття, через творчість під час вирішення проблем. Йдеться про метод навчання, за основу якого взято організацію проблемних ситуа цій, що приводять від конкретного до абстракції через, нехай фантастичні, ситуації. Не повчати, а допомагати навчатися – головне правило активного навчання. Коли викладач організовує процес навчання і є помічником для учнів в отриманні знань, тоді органічно проходить і включення різних організаційних форм для відпрацю вання і закріплення вивченого матеріалу. Стохастика вимагає саме активних методів навчання, залучення студентів до процесу пізнання.

Усвідомлене засвоєння навчального матеріалу відбувається не тоді коли студенти отримують готові знання, а коли з'ясовують нові для них факти в процесі аналізу умови задачі, проведення досліду. Найбільшою мірою це стосується і цілком можливо за умови використання не лише фронтальної, а й групової та індивідуальної роботи з студентами.

Для організації активного навчання вихідною є проблема, сформульована вчителем. Навчальна діяльність скерована на ставлення запитань та знаходження відповідей на них, висування гіпотез та їх перевірку доступним студентові шляхом забезпечує певну свободу вибору напрямів пошуку, веде до активної математичної діяльності. Творення ідей типове для аналізу стохастичного сюжету прикладної задачі з наступним виділенням саме тієї ідеї, що дасть можливість сформулювати центральну гіпотезу її розв'язання.

Активність виникає ще й тоді, коли є позитивне ставлення до предмета, є знання і бажання продовжити діяльність після навчальних занять. Тому для розвит ку інтересу до теорії ймовірностей не можна покладатися лише на зміст матеріалу, що вивчається. Якщо студенти групи не залучені до активної діяльності, то будь-який змістовний матеріал викликає лише споглядальний інтерес до предмета. У цьому випадку бажаним є включення в педагогічний процес завдань творчого характеру, які не є нав'язаними ззовні, викладачем, а реалізують творчу пізнавальну діяльність зсередини. У педагогічних дослідженнях Г.І.Щукіної організація і характер проходження (протікання) пізнавальної діяльності студентів виділені як одне із джерел формування пізнавального інтересу студентів. Із цього джерела надходить багато стимулів: різноманітність форм самостійної роботи, оволодіння новими способами діяльності, елементи дослідження, творчі і практичні роботи. Усе це створює широкий діапазон емоцій студента: усвідомлення власного зростання, радість оволодіння більш досконалими способами навчальної діяльності, задоволення, відчуття успіху, гордість за успіх друзів [175, с.27].

Наш досвід підтверджує, що своєчасно сформовані стимули сприяють пізнавальній активності, справляють позитивний вплив на результати навчання.

Зокрема при вивченні стохастики важливо чітко визначитись із способами навчально-предметних дій, які забезпечували б не лише констатаційний рівень сприйняття навчального матеріалу, але й усвідомлене сприймання та засвоєння, що є необхідною передумовою його застосування до розв'язування прикладних задач. Серед них: визначення характеру подій, обчислення частоти та відносної частоти, оцінювання ймовірності події за її відносною частотою або означенням чи властиво стями; обчислення математичного сподівання випадкової величини за її законом розподілу; складання плану стохастичного дослідження, застосування ймовірнісних моделей у найпростіших випадках для оцінювання ризику, для прийняття рішень в ситуаціях пов'язаних з невизначеністю.

Наприклад: на практичних заняттях, де важливим є висновок, що отримується в результаті добре відомих дій, пізнавальний інтерес може бути викликаний ство ренням відповідної настанови на його отримання, яка зачіпає особисті якості учня, сприяє зацікавленню студентів навчальною діяльністю.

Якщо ж основною метою є усвідомлення, осмислення студентом дій, що приводять до формування певних умінь, то, звичайно, мають бути поставлені і нові пізнавальні завдання: оволодіння навичкою на рівні застосування в новій ситуації. Перевіркою розуміння цього етапу може слугувати експериментальне завдання, в якому для студента є нехай маленький, але самостійний пошук. Так після ознайом лення з темою “Вибірка та її числові характеристики” студентам пропонувалось провести невеликі дослідження за результатами медогляду групи, курсу; за зібраною інформацією про ціни на основні продукти та зробити висновки про середній зріст студентів та середню вагу, моду, найдешевший ринок тощо.

Отже, в одному випадку увага повинна бути приділена створенню настанови, в іншому - настанова зрозуміла, і необхідно зупинитися на осмисленні нового способу діяльності, а інколи, коли практична робота логічно завершує тему, всі елементи ланцюга ілюструються, бажано, цікавим професійно спрямованим матеріалом.

Одним з основних стимулів може стати оволодіння новими способами діяльності.

Бажано підбирати завдання таким чином, щоб кожне представляло матеріал, що вивчається, з нового боку, все більше включаючи вивчене раніше. Так, зокрема відбувається розвиток уявлень студентів про числові характеристики вибірок, чис лові характеристики випадкових величин. Для дослідження двох випадкових величин у першу чергу студенти використовують математичне сподівання. Що робити коли вони однакові? Ця ситуація спонукає їх подивитись на інші числові характеристики і лише потім робити висновки

Коли виникає азарт “чи зможу я?”, виникає пізнавальний інтерес за рахунок того, що кожна нова задача ніби ставить запитання попередній, трохи змінюючи його (“а що тепер? ”), і для розв’язування задач в нових ситуаціях необхідно було до способу, що засвоюється, весь час додавати засвоєні раніше окремі способи діяльності.

Таким чином, навчальна діяльність включає в себе взаємопов’язані аспекти: активне засвоєння стохастичних знань і розвиток здібностей учнів самостійно мис лити, аналізувати, ставити запитання і шукати відповіді на них, формувати вміння цілеспрямовано використовувати знання на наступних етапах навчання, реалізація яких можлива через мотивацію стимулів.

Серед методів, засобів та прийомів навчання, що стимулюють пізнавальну діяльність старшокласників при вивченні стохастики можна виділити:

- конкретно-індуктивний;
- метод проблемно-розвиваючого навчання;
- самостійна робота;
- система прикладних задач з професійним спрямуванням змісту;
- статистичні таблиці;
- електронні засоби навчання;
- здійснення міжпредметних зв’язків.

Розглянемо деякі особливості використання виділених методів, прийомів і засобів при вивченні тем стохастики.

Використання прикладних задач фінансово-економічного спрямування та розширення міжпредметних зв'язків між математикою, зокрема стохастикою і про фесійно спрямованими курсами дозволить розширити знання, вміння та навички студентів у використанні стохастичних знань. Вказані задачі практично не викорис товувалися раніше, але сучасні ринкові умови, що бурхливо розвиваються в нашій державі і носять випадковий характер, вимагають їх включення в процес навчання. А це в свою чергу дозволить підготувати студентів до повсякденного життя, до оволодіння професійною освітою.

Використання проблемних ситуацій при вивченні нового матеріалу з стохастики та при розв'язуванні прикладних фінансово-економічних задач підвищує продуктивність пізнавальних процесів, розвиває творчі здібності старшокласників, веде до глибокого і міцного засвоєння стохастичних знань, вчить робити самостійні "відкриття" та використовувати їх на практиці.

Одним із основних методів, який дозволяє студентам проявляти творчу активність в процесі навчання стохастики, є евристичний метод. При вивченні стохастики доцільним є використання системи послідовно поставлених завдань, які підводять студентів до вирішення проблеми запропонованої викладачем.

З погляду логіки, мислення характеризується трьома основними формами: поняттям, судженням, умовиводам*,* які, в свою чергу, є компонентом і результатом ймовірнісної діяльності.

У процесі навчання учні переходять від одного поняття до іншого. При переході від поняття більшого обсягу до поняття меншого обсягу відбувається конкретизація поняття. У результаті конкретизації кожне наступне поняття набуває меншого обсягу, але більшого змісту. Наприклад: випадкові події – рівноможливі, сумісні, несумісні…; випадкові величини - дискретні, неперервні; числові характеристики - мода, медіана, математичне сподівання… .

Шляхом переходу від певного поняття меншого обсягу до поняття більшого обсягу відбувається його узагальнення: статистична ймовірність – ймовірність подій ; схема Бернуллі – схема Пуассона незалежних випробувань; проста випадкова величина – випадкова величина.

Вчені по-різному розглядають процес формування понять, але всі вони пов'язують його з практичною та розумовою діяльністю. Л.С.Виготським [58] були введені положення про основні параметри, за якими можна оцінювати зміни розу мової діяльності в процесі навчання, а саме в процесі оволодіння поняттями. Ця проблема продуктивно досліджувалась психологами. Формування у дітей понять, здатність до узагальнень і вважається однією з головних цілей шкільного викладання.

Формування понять відбувається через систему специфічних операцій, а саме: " формування понять передбачає, по-перше, засвоєння системи специфічних опера цій для встановлення необхідних і достатніх ознак понять у конкретних прикладах. По-друге, – засвоєння загальнологічної системи операцій: для підведення об'єктів під дане поняття, для отримання наслідків із належності об'єкта даному класу пред метів та інше. Операційний аспект і складає власне психологічний механізм засвоєння понять. Без нього поняття не може бути ні сформованим, ні застосованим до розв'язування різних задач. " [290, с.37].

Тому формування стохастичних понять доцільно здійснювати за такими загальноприйнятими для математичних понять етапами:

- організація спостереження поодиноких предметів і явищ;
- збагачення і нагромадження спостережень, створення “понятійної” бази для введення поняття. Чим більше є опорних знань, тим повніше поняття виступатиме з усіма своїми різноманітними зв’язками, тим кращою буде підготовка студента до сприйняття нового поняття. Наприклад, при формуванні поняття статистична ймовірність необхідно розглянути кілька прикладів, які показують учням, що і для випадкових подій існують закономірності. Слід акцентувати увагу на тому, що теорія ймовірностей вивчає математичні моделі випадкових явищ – ймовірнісні моделі. Крім того, не слід відмовлятися від негативних прикладів. На думку Дж. Брунера, “негативні приклади” мають тенденцію попереджувати “поспішні висновки” часто дозволяють краще, ніж позитивні приклади, зменшувати схильність робити неправильні висновки на початковому етапі та робити неправильні висновки в майбутньому. Негативні приклади відіграють певну роль у створенні того відчуття впевненості, яке дозволяє студенту вважати, що дане поняття засвоєне [31]. Наприклад, для формування поняття про випадкову подію попередньо повинні бути добре засвоєні поняття “результати стохастичного експерименту”, “елементарна подія”, “простір елементарних подій” тощо;
- виділення загальних та істотних ознак досліджуваних предметів та явищ. Наприклад, істотними (основними, характеристичними) ознаками події є такі:

1) існує принаймні одна подія, причому вірогідна подія завжди є подією;
2) протилежна подія завжди існує;
3) сума подій завжди існує.

- означення понять. Розкривши якісні або кількісні особливості об’єкта, що досліджується, можна перейти до словесного його означення. Цей етап більшою мірою, ніж інші, пов’язаний з виділенням суттєвих ознак явищ, об’єктів пізнання, з розвитком абстрактного мислення учнів;
- уточнення відбувається у процесі виконання вправ на варіювання несуттєвих ознак певного класу понять, виділення суттєвих. Зважаючи на це, студентам доцільно дати можливість порівнювати, класифікувати, абстрагувати, систематизувати, узагальнювати, причому кожний такий етап повинен бути закріплений значною кількістю вправ. Необхідні тренування на спеціально підібраному матеріалі, який виключає всі можливості комбінації несуттєвих властивостей;
- виконання вправ з практичним застосуванням понять і перевірка їх засвоєння. Поняття засвоюються студентами тоді, коли вони усвідомлюють їхні ознаки й оперують ними як методом подальшого пізнання і практичної дії. Тому необхідно проводити роботу для їх закріплення шляхом виконання різноманітних вправ із використанням моделювання, практичних, розрахункових робіт;
- розширення понять.

Ці етапи можуть бути застосовані у процесі формування понять теорії ймовірностей, коли можлива опора на конкретний матеріал.

Узагальнене виконання перших чотирьох етапів відповідає конкретно – індуктивному методу введення понять. Розглядаються різноманітні приклади, встановлюються зв'язки поняття з життям, лише потім відбувається перехід до формального означення.

Прикладний характер стохастики робить конкретно-індуктивний метод пріоритетним у вивченні основних понять, а розгляд практичних життєвих ситуацій підвищує його ефективність.

Такий підхід до введення понять узгоджується з конкретно-індуктивною схемою, узагальненою Н.А.Тарасенковою [293], спочатку на множині спеціальних замінників (прикладів поняття) виділяти спільне і відмінне у даних об'єктів, відокре млювати істотні та не істотні властивості поняття, вводити термін поняття і лише потім наводити первинне (нестроге) тлумачення поняття. Розгляд різних прикладів дозволяє уточнювати зміст поняття, а уже потім формулювати його строге означення.

"У процесі формування понять важливою є різноманітність прикладів, у яких виділені фактори, що означають дане поняття (мова йде про використання поняття, якщо можливо, в різноманітних, рівноцінних наочних формах, аспектах і інтерпре таціях). Тут ідеться про принцип зміни наочностей, принцип варіацій, який ще називають принципом множини моделей. За цим принципом, процес формування стохастичних означень у теперішньому розумінні стохастики поширюється на інші аспекти, інтерпретації й підходи до кожного з цих понять" [348, с.38].

Вивчення теорії ймовірностей починається з обговорення понять: випадкового явища чи подій та його імовірності. Сформовані на інтуїтивній основі уявлення про них досить розпливчасті і наближені, а часто – неправильні.

Якщо уявлення про випадкові явища в першому наближенні відповідають деяким рисам цього явища, то початкові уявлення про закономірності цих явищ і про ймовірності цих явищ у більшості випадків неправильні.

До вивчення стохастики уявлення студентів про "випадкову подію", "ймовірність випадкової події" характеризує те, що переважали відповіді:

- "Випадковість – це те, що не можна ні передбачити, ні точно відчути";
- "Випадкова подія – це подія, яка трапилася незалежно від нас самих";
- "Випадкова подія – це подія, яка трапилася раптово (аварія, зустріч, землетрус і т. д.);
- "Під випадковим явищем розумію те, що не прогнозоване, і те, що важко пояснити ";
- "Випадковість – це відсутність будь-якої закономірності";
- "Випадковим явищем називається явище, яке ще не зовсім вивчене";
- "Під поняттям "імовірність" розуміють те, наскільки точно виконується або не виконується та чи інша подія" та ін.

Частина студентів ототожнювала випадкову подію з випадковим явищем або випадковістю, невелика частина студентів відмовились від пояснень.

З таких та аналогічних відповідей можна зробити висновок, що в більшості випадків уявлення студентів про випадковість, закономірності випадкового та ймо вірність досить розпливчасті, часто асоціюються з негативним, не мають опорних образів у розумових процесах і тому викликають певні труднощі.

Розрізняють реальні та ідеальні випадкові події. Ідеальні – це моделі реальних випадкових подій. В учнів є уявлення про реальні події і нема про – ідеальні. У цьому полягають основні труднощі у навчанні елементів стохастики.

Дидактично виправданими для формування понять теорії ймовірностей є традиційні моделі підкидання грального кубика та монетки. Водночас спостерігаються певні труднощі з переносом сформованих на звичних та зручних ідеальних моделях понять в нові ситуації сюжетних прикладних задач, що є, по суті, кінцевою метою вивчення стохастики.

Досить важким для початкового сприймання є такі поняття, як подія і дії над подіями. Бажано розглядати їх, використовуючи приклади з повсякденного життя. Учням здається незвичним виконувати дії над явищами, які трактуються як події, додавати їх, множити. Але ввівши спочатку поняття множини і дій над ними та провівши аналогію, можна попередити зазначені труднощі.

Високий рівень абстрактності курсу теорії ймовірностей та математичної статистики обумовлює абстрактну розумову діяльність учнів. А це зумовлює необхідність використання різних засобів унаочнення. Взаємодія наочного і абстрактного мислення починається з уявного утворення наочних образів на основі словесного тексту, у формі перекладу на мову образів змісту, описаного словами. Взаємодія наочного й абстрактного мислення розвивається і вдосконалюється в процесі навчання. Розумова робота, позбавлена наочної, образної опори, в ряді випадків є достатньо важкою, і не тільки для школярів.

Ефективними виявилися методичні підходи, що передбачають безпосереднє включення наочності у процес навчання.

Відповідаючи на запитання про психологічну функцію наочного матеріалу, включеного в процес навчання, О.М.Леонтьєв вказує, що вона полягає в тому, що наочний матеріал служить ніби зовнішньою опорою внутрішніх дій, які здійснює дитина під керівництвом вчителя в процесі оволодіння знаннями” [178, с.258-259].

Висновок, зроблений О.М.Леонтьєвим у дослідженні проблеми наочності в навчанні, полягає в тому, що місце і роль наочного матеріалу в процесі навчання визначається співвідношенням діяльності учнів з наочним матеріалом та тієї діяльності, що складає суть процесу навчання.

Це означає, що доцільність використання тих чи інших засобів наочності залежить від того, чи сприяє діяльність, безпосередньою метою якої є предмети цього унаочнення, іншій діяльності (основній) з оволодіння учнями знаннями, заради засвоєння яких і використовуються ці засоби [308, с.50].

Кращому оволодінню учнями стохастичними знаннями сприяє використання засобів, виділених Н.А.Тарасенковою як аналітичні конфігурації. Записуючи різні аналітичні перетворення стохастичних виразів ми використовували матричне оформлення записів. Наприклад:

Надання переваг саме такому оформленню записів досить природне. Адже змістовому аналізу завжди передує візуальний аналіз, а візуальне зіставлення легше виконувати за вертикаллю ніж за горизонталлю.

Крім функції зовнішньої опори внутрішніх дій студента, наочності притаманні й інші функції: ілюстративна, пояснювальна, операторна, тобто з опорою на наочність не лише ілюструється зміст знань, але й дається інтерпретація, спосіб дій з матеріалом.

У навчанні стохастики найчастіше використовуються такі засоби унаочнення як таблиці, діаграми, схеми тощо. Як показало наше дослідження широке викорис тання таблиць з даними стохастичних експериментів доцільно під час введення і формування понять статистичної ймовірності, випадкової величини тощо.

Цінність використання таблиць для навчання і розвитку студентів зростає коли вони беруть участь у їх створенні. Тому систематично студентам пропонувалось самостійно представити в таблиці: результати проведених ними експериментів, відносні частоти чи ймовірності, зібрані економічні відомості тощо. Для пояснення сутності, структури і призначення статистичних таблиць нами використовувались сторінки журналів групи, відомості успішності. За семестровими відомостями групи студентам пропонувалось знайти середній бал кожного студента, середній бал по кожному предмету та інші середні. Після проходження студентами групи, курсу медогляду, їм пропонувалося самостійно побудувати таблиці для фіксації даних про ріст, вагу, тиск та провести їх первинну обробку. Студентами проводились опитування, пов’язані з вибором майбутньої професії та, відповідно, навчального закладу тощо з наступним оформленням результатів. Такий підхід сприятиме стохастичному і загальному розвитку студентів та готуватиме їх до вивчення професійно спрямованих курсів, в яких досить широко використовують масиви статистичних даних.

Ефективний засіб унаочнення під час вивчення теоретичного матеріалу та розв`язування ймовірнісних задач дає теорія графів, зокрема дерево логічних можливостей та круги Ейлера. Будуючи їх, студенти виконують систематизацію вихідних даних задачі, виводять на зовні істотні зв’язки і тим самим створюють основу для побудови відповідної аналітичної моделі задачі.

Наведемо приклад.

Людина, яка свого часу вклала певну суму грошей у 4 акції, хоче продати дві з них для фінансової допомоги своїй дитині, яка навчається за контрактом. Вкладник, вважаючи, що акції рівноцінні, продає навмання дві з них, а дві інші залишає для зберігання. Нехай через рік ціна на дві з чотирьох акцій збільшиться, а на дві інші зменшиться. Знайти ймовірність того, що:

1) на обидві збережені акції збільшиться ціна;
2) хоча б на одну із збережених акцій збільшиться ціна.

Розв’язуючи цю задачу, досить зручно використати дерево логічних можливостей, або ймовірнісне дерево (рис.1.1), яке виконує одночасно кілька функцій наочності.

Рис. 1.1. Дерево логічних можливостей

Спочатку описуємо експеримент та його результати. Нехай у людини були акції: , причому вона не знала, що акції зростуть у ціні, а акції - зменшаться у ціні. Експеримент полягає у тому, що людина з даних чотирьох акцій навмання залишила дві на зберігання. Виникає питання, що є можливими результатами експерименту?

Зрозуміло, що це пари акцій. Як ці пари можна утворити? Шукаючи відповідь, студентам можна демонструвати поетапно Рис. 1.1, а можна цей малюнок продемонструвати, як підсумок діалогу з студентами. Аналізуючи утворені пари, бачимо, що деякі з них однакові. Серед дванадцяти пар виділимо ті які різні вони наслідки даного випробування. Сукупність отриманих результатів утворюють простір елементарних подій для даного випробування:

$$\Omega = \quad .$$

Подія полягає в тому, що на обидві збережені акції збільшиться ціна тому . Враховуючи, що і жодна з пар не мала переваг перед іншою щодо вибору, доцільно вважати статистичну ймовірність .

Подія полягає в тому, що хоча б на одну із збережених акцій зросла ціна. Тому = .

Статистична ймовірність цієї події буде дорівнювати сумі статистичних ймовірностей елементарних подій, тобто .

Використовуючи наочні засоби навчання, необхідно враховувати два основних моменти: 1) яку конкретну роль наочний матеріал виконує в засвоєнні, 2) в якому відношенні знаходиться зміст предмета і спосіб його наочного вираження стосовно об’єкта, що вивчається [337, с.33].

Для ефективного використання наочності в процесі засвоєння знань, вироблення умінь і навичок важливу роль відіграє не тільки ретельний добір засобів унаочнення відповідно до змісту знань, але й організація їх сприйняття. Важливе значення має у зв’язку з цим постановка перед студентами сенсорних задач у момент представлення наочного матеріалу (вказівка на те, що в заданому матеріалі необхідно знайти, порівняти, уявно перетворити тощо). Саме визначеність способу роботи з наочним матеріалом формує активність, динамічність, осмисленість сприйняття, без чого не може бути повноцінного засвоєння знань [337, с.38].

Непідготовленість учнів старшої школи до сприймання стохастичного матеріалу, мала кількість годин, виділених на вивчення нової змістової лінії, створюють певні передумови для виникнення негативної мотивації стосовно курсу стохастики на фоні невисокого рівня інтересу до вивчення математики в цілому.

Забезпечення в процесі навчання дидактичних принципів індивідуалізації та диференціації навчання взагалі і стохастики зокрема є актуальним і сьогодні. У вивченні теорії ймовірностей та статистики важливим є максимальне врахування індивідуальних особливостей, здібностей, інтересів студентів.

У психолого-педагогічній літературі зустрічаються різні підходи до визначення понять “індивідуалізація”, “диференціація”, “диференційований підхід”.

Індивідуалізація (від лат. individuum - неподільне) – прийняття до уваги особливостей кожного індивідуума.

За визначенням С.У. Гончаренко, “індивідуалізація процесу навчання – це організація навчально-виховного процесу, коли при виборі способів, прийомів, темпу навчання враховуються індивідуальні відмінності учнів, рівень розвитку їхніх здібностей до навчання” [227, с.221].

Диференціація (від лат. differentia – різниця) – розділення, розчленування, розшарування цілого на різні частини, форми, ступені. Відомо види диференціації в навчанні: за здібностями, за інтересами, за професійною проекцією.

Диференційований підхід (фр.differentiation) полягає у створенні сприятливого режиму пізнавальної діяльності студентів з різним рівнем знань на кожному етапі заняття з метою забезпечення ефективного засвоєння ними навчального матеріалу. Саме такий підхід у вивченні стохастики дасть змогу виявити прогалини в знаннях студентів і намітити шляхи їх ліквідації, а також сприятиме створенню умов для доцільного режиму навчальної роботи та дозволить раціонально їх завантажити, врахувавши індивідуальні можливості кожного.

Відповідно до підготовки студентів добираються такі завдання, які мають забезпечити їх свідому навчальну діяльність, сприяти поглибленню їх знань.

У роботах дидактів обґрунтовано необхідність використання в навчальній ро боті завдань різного обсягу і рівня складності, вказано на необхідність об’єднання учнів в мобільні групи для виконання цих завдань. Під час вивчення стохастики є доцільним поділ студентів на різні, як гомогенні так, і гетерогенні, групи залежно від поставлених перед ними завдань [12, 32, 34, 101].

Фронтальна форма організації навчальної діяльності учнів – використовувалася при розв’язуванні проблемних ситуацій всією групою, при навчанні методам розв’язування задач певного класу, при поясненні нового матеріалу, в випадку евристичних бесід. Групова передбачає роботу за групами, які створюються за різними принципами. В умовах однієї студентської групи для досягнення вищого рівня знань, вмінь та навичок можна виділити такі критерії розподілу на підгрупи:

- рівень сформованості знань, умінь, навичок;
- рівень здатності до навчання (здатність узагальнювати, абстрагувати тощо);
- рівень пізнавального інтересу;
- рівень пізнавальної активності та самостійності.

Частіше в групі нами виділялось три типологічні підгрупи: з низьким, середнім та високим рівнем навчальних можливостей. Навчальна діяльність утворених підгруп організовувалася за допомогою різних методів та прийомів навчання.

Диференціація навчання – це шлях до розрізнення діяльності тих, хто навчається, за такими мотиваційними позиціями особистості, як “можу” і “хочу”. Диференціація поділяється на рівневу і профільну. Рівнева – це диференціація за здібностями та успішністю в навчанні, а профільна – за нахилами та інтересами [34, 101].

Рівнева диференціація дає можливість навчатися в одній групі, за однією програмою й підручником та засвоювати матеріал різного рівня складності. І визначальним тут є не середній і не високий рівень вимог до результатів навчання, а рівень обов’язкових результатів, що за критеріями оцінювання результатів навчання відповідає достатньому рівню. На основі рівня обов’язкових результатів формують більш високі рівні засвоєння знань і умінь. Використовуючи рівневу диференціацію та всі три форми (фронтальну, групову, індивідуальну) організації навчальної діяльності студентів, створюються умови для продуктивного навчання.

Розглядаючи диференціацію як поділ навчальної групи на якісно різні частини – типологічні групи, які об’єднують студентів на основі типових (тих, що повторюються) властивостей для організації навчальної діяльності, яка відрізняється змістом, темпом, методами, складністю виконання можна говорити про профільну диференціацію навчання.

Профільне навчання передбачає зміни в змісті освіти і зокрема доцільне його професійне спрямування. Воно також передбачає створення сприятливих умов для реалізації кожним студентом його реальних і потенційних можливостей, єдність двох напрямів діяльності викладача:

- систематичне вивчення індивідуально-типологічних особливостей студентів;
- урахування цих особливостей на різних етапах навчання.

Диференціація навчання створює хороші умови для індивідуалізації навчання, розширює можливості професійної орієнтації студентів, а також передбачає різноманітність навчального матеріалу, форм і методів навчальної роботи, контролю знань.

Отже, при вивченні теорії ймовірностей та математичної статистики в умовах диференційованого підходу до навчання є можливість і незаперечна необхідність, по-перше, доповнити критерії добору системи вправ ще одним – надавати перевагу завданням, що мають прикладний зміст, по-друге – підсилити дію дидактичного принципу унаочнення за рахунок використання таблиць, схем, графіків тощо. Вважаємо, при вивченні стохастики слід враховувати її розвиток та історію створення її понять на основі емпіричних спостережень. Обґрунтовується стійкість показників, можливість їх прогнозування. Вагомо, проте, лаконічно й дохідливо, ілюструємо практичну значущість цієї науки для майбутніх фінансистів та економістів, її прикладний характер. Психологічні складнощі і труднощі сприймання понять і тверджень теорії ймовірностей та математичної статистики послаблюються за рахунок розгляду прикладних задач з актуальним сюжетом, використанням доцільних засобів унаочнення.

Результати досліджень вітчизняних та зарубіжних методистів, психологів, дидактів, методистів та прикладний характер цієї науки переконують, що навчання теорії ймовірностей та математичної статистики повинно бути активним, проблемним, з використанням різного роду евристик, насиченим простими і доступними прикладами з використанням наочних зрозумілих моделей та з широкою реалізацією міжпредметних зв`язків через використання прикладних задач.

1.4. Прикладна спрямованість навчального матеріалу з стохастики в міжпредметних зв'язках

Виявлене нами в процесі пошукового експерименту підвищення інтересу до стохастики за умови включення на різних етапах навчального процесу завдань з професійно-орієнтованим змістом дозволяє розглядати використання міжпредмет них зв'язків і збільшення питомої ваги прикладних задач як дійовий засіб формування позитивних мотивів у навчанні та активізації пізнавальної діяльності студентів.

Сучасне розуміння міжпредметних зв'язків та проблем прикладної спрямованості шкільного курсу математики взагалі і стохастики зокрема були предметом обговорення на міжнародних конференціях та розглядалися у роботах Я. С.Бродського, М.Ф.Борисенко, М.І.Бурди [34], А.В.Гусева [101], О.С.Дубинчук [323], М.І.Жалдака [113], І.Д.Звєрєва, В.Р.Ільченко, Ю.М.Колягіна [164], Г.Г.Кулагіна [173], Т.В.Крилова [172], В.В.Пікан [164], А.В.Сергєєва [106], З.І.Слєпкань [274], Л.О .Соколенко [281], Л.С.Межейнікової, В.О.Швеця [205] та ін.

Зазвичай виділяють чотири види міжпредметних зв'язків:

- за спільністю теорій, законів, понять;
- за спільністю наукових фактів, які стосуються одного і того ж об'єкта вивчення;
- за спільністю використання наукового методу;
- за спільністю способів розумової діяльності [150, 173].

Враховуючи термін їх застосування, розрізняють: попередні, супутні та перспективні зв'язки.

Деякі дослідники розмежовують:

- зв'язки між знаннями з окремих предметів, що стосуються змісту навчального матеріалу;
- зв'язки між знаннями з окремих предметів, що стосуються способів діяльності учнів;
- зв'язки між знаннями з окремих предметів, що стосуються формування мотивів навчання [34, 101, 106].

Розуміння міжпредметних зв'язків як форми предметних взаємодій є визначальним для здійснення інтеграції теорії ймовірностей та статистики із змістом професійно спрямованих дисциплін в фінансово-економічних коледжах.

Рівень міжпредметних зв'язків розглядають як перший рівень інтеграції. Він передбачає асиміляцію інструментарію (теоретичного, практичного), який зумовлює інтеграцію навчального предмета (теми) з базовим при забезпеченні суверенітету в навчальному процесі. Основними інтеграційними чинниками виступають фундаментальні поняття (дійсність, матерія, величина, функція, подія, ймовірність тощо), які характерні для природничо-математичних і гуманітарних дисциплін [336, с.4].

Міжпредметні зв'язки стохастики з іншими професійно спрямованими дисциплінами можуть реалізуватися у двох напрямах:

1) різні науки, що є основою професійної підготовки, виступають джерелом задач для теорії ймовірностей та статистики (страхування, економіка, фінанси тощо);
2) стохастичні теорії є інструментом дослідження у різних природничих науках.

Встановлюючи міжпредметні зв'язки під час вивчення страхування, фінансового аналізу та інших дисциплін, ми демонструємо студентам сферу застосування стохастичних понять та формул і тим самим виконуємо одне з найважливіших завдань математики взагалі і стохастики зокрема [п.1.3, 2.3, 2.4].

Використання міжпредметних зв'язків на заняттях із стохастики в фінансово – економічних коледжах дасть змогу:

- повніше розкрити зміст основних стохастичних понять, що вивчаються, враховуючи їх багатогранність та взаємозв'язок з іншими поняттями, зокрема в змісті навчальних курсів професійного спрямування;
- виробити у студентів загальні навички та уміння до розв'язування завдань у професійній діяльності.

Це сприятиме формуванню у студентів наукового світогляду.

Можна значно підсилити міжпредметні зв'язки, використовуючи на заняттях прикладні задачі, адже ще П.Л.Чебишев сказав, що "у математиці потрібно цінувати те, що сприяє розвитку суміжних дисциплін і практичної діяльності" [313, с. 47]. Використання різних типів прикладних задач забезпечить реалізацію прикладної спрямованості розділу стохастики.

Сьогодні існують різні підходи до тлумачення поняття "прикладна спрямованість". Дотримуючись сформульованої Ю.М.Колягіним і В.В.Пікан [164] думки про те, що *прикладна спрямованість* навчання математики – це орієнтація змісту і методів навчання на застосування математики в техніці та суміжних науках, у професійній діяльності, народному господарстві і побуті; розглядаємо *прикладну спрямованість стохастики в коледжах фінансово-економічного спрямування*, як орієнтацію змісту і методів навчання щодо застосування стохастики в професійно спрямованих курсах та майбутній професійній діяльності.

Погоджуючись із вище зазначеними дослідниками, що *прикладними* називаються задачі, які "виникають на практиці і вказують на необхідність математичних знань для людей найрізноманітніших професій", уточнюємо, що під *прикладною задачею фінансово-економічного змісту* розуміємо сюжетну задачу, що є словесною моделлю реальної економічної ситуації, яка виникає на практиці та розв'язується засобами стохастики і належить до економічної спеціальності.

Ми виділили чотири групи таких задач. Перша група пов'язана із задачами, які містять професійно спрямовану, а саме – фінансово-економічну термінологію. Друга – з використанням основ теорії ймовірностей до питань страхування. Третя – це за дачі, в яких застосовуються основи теорії ймовірностей та математичної статистики для визначення очікуваного прибутку від вкладених інвестицій. Основою для задач четвертої групи є найпростіша статистична обробка економічної інформації.

Незвичність, складність сприйняття теоретичного матеріалу з теорії ймовірно стей та статистики роблять актуальною прикладне спрямування змісту цих розділів. Широке використання системи прикладних задач у вивченні нової змістової лінії дозволить студентам зрозуміти, що можливість різноманітних застосувань стохас тики до дослідження моделей реального світу ґрунтується саме на тому, що її взято з цього самого світу (проблеми страхування, демографії тощо) і вона виражає частину притаманних йому форм, зв'язків і власне, тільки тому може застосовуватись [281].

До психолого-педагогічних передумов реалізації прикладної спрямованості курсу стохастики можна віднести:

1) незвичні для старшокласників розумові дії, пов'язані з аналізом випадкових подій, з операціями над випадковими подіями;

2) посилення тенденцій причинного пояснення випадкових явищ і процесів;

3) уміння аргументувати і доводити стохастичні твердження (підбір аргументів на користь статистичної стійкості дослідів, рівноможливості наслідків тощо) та робити глибоко обґрунтовані висновки;

4) систематизація вивченого;

5) існування тісного зв'язку логічних процесів мислення та почуттєвого сприймання в пізнавальній діяльності старшокласників;

6) знання суміжних дисциплін [281].

Важливим є дотримання загальновідомих методичних вимог щодо реалізації прикладної спрямованості стохастики:

1) доцільність реалізації прикладної спрямованості у вивченні кожної теми теорії ймовірностей та статистики, відповідно до особливостей їх змісту;

2) у процесі вивчення теоретичного матеріалу потрібно, якщо можливо, ознайомлювати студентів з галузями його практичного застосування, акцентуючи увагу на універсальності математичних, стохастичних методів, та показувати на конкретних фактах прикладний характер цих методів;

3) підготовку до вивчення теоретичних питань необхідно здійснювати через прикладні задачі, що забезпечать мотивацію навчання при введенні нових понять і методів, сприятимуть розвитку пізнавального інтересу студентів;

4) наповнення навчального процесу прикладними задачами фінансово-економічного змісту, що задовольняють певним специфічним вимогам, є одним з основних шляхів реалізації прикладної спрямованості курсу (ці задачі повинні утво рювати певну систему, яка задовольняє низці дидактичних вимог і забезпечує органічний зв'язок з теоретичним матеріалом);

5) система задач повинна поєднувати задачі прикладного характеру, що приводять до стохастичних понять, з прикладними задачами на застосування цих понять (це дасть змогу організувати навчання студентів елементів математичного моделювання в процесі їх розв'язування);

6) прикладні задачі та ілюстративні приклади повинні давати можливість, поряд із стохастичними знаннями, засвоювати наукові факти суміжних дисциплін (фінансового аналізу, страхування тощо), тобто бути засобом здійснення міжпредметних зв'язків;

7) під час реалізації прикладної спрямованості теорії ймовірностей та статистики має відбуватись ознайомлення студентів з ІКТН (інформаційно-комунікаційні технології навчання: GRAN – 1, EXCEL).

Реалізація ідеї прикладної спрямованості нової стохастичної змістової лінії можлива через наповнення його прикладними задачами.

Основні загальні вимоги до прикладних задач, які використовуватимуться під час вивчення теорії ймовірностей та статистики:

- задачі повинні мати реальний практичний зміст, який забезпечує ілюстрацію практичної цінності і значущості для спеціалістів з економіки та фінансів набутих стохастичних знань;

- задачі мають відповідати програмі та діючим підручникам щодо методів і теоретичних відомостей, які будуть використовуватися в процесі їх розв’язування;
- прикладні задачі повинні демонструвати практичне застосування стохастичних ідей і методів у суміжних галузях наук (фінансовий аналіз, страхування тощо), виробництві та життєвій практиці;
- бажано, щоб у змісті задачі відображався особистий досвід студентів (бюджет сім’ї, сторінки журналу групи, відомості семестрової успішності, тощо), місцевий матеріал, який дає змогу ефективно продемонструвати використання стохастичних знань і викликати в студентів пізнавальний інтерес;
- поняття і терміни в умові задач мають бути відомі або інтуїтивно зрозумілі студентам (або завчасно підготовлені з використанням словника);
- числові дані прикладних задач повинні відповідати наявним у сучасній практиці, тобто бути реальними (використання статистичних збірників, економічної інформації зібраної студентами тощо);
- при розв’язуванні прикладних задач у профільних класах або групах коледжів певного напряму освіти їх формулювання може бути розширене.

Крім загальних вимог, прикладні задачі повинні задовольняти і дидактичні вимоги:

- відбір задач повинен відповідати змісту курсу теорії ймовірностей та статистики, на якому доцільно реалізувати прикладну спрямованість;
- в основу добору системи прикладних задач мають бути покладені види математичних, стохастичних моделей, які створюються при їх розв’язанні або містяться в умовах задач;
- задачі мають відповідати їх функціям у процесі навчання стохастики;
- можливість одержувати розв’язок задач системи не тільки незалежно від інших задач, а й на основі розв’язання попередніх;
- вміння розв’язувати задачі одного типу повинно полегшувати розв’язування задач іншого типу;
- диференційований добір системи задач для різних типологічних груп студентів;
- задачі системи повинні сприяти міжпредметному узагальненню набутих знань і вмінь;
- сучасність і актуальність тематики прикладних задач ;
- до системи прикладних задач слід включати різні за змістом задачі, розв’язування яких зводиться до побудови однієї і тієї ж моделі;
- розв’язування деяких задач різними способами;
- система задач повинна сприяти оволодінню студентами прийомами як алгоритмічної, так і евристичної діяльності [281, с.21].

Більшість прикладних задач розв’язується через створення математичної моделі або з використанням моделі, що міститься в задачі. Тому важливо продовжувати формувати ті розумові і практичні дії, які сприяють розвитку умінь математичного моделювання, а саме: виділення з умови задачі математичних, стохастичних співвідношень, які дозволяють скласти математичну модель прикладної задачі; вибір методів дослідження побудованої моделі; створення на основі теоретичних положень алгоритму розв’язування формалізованої задачі;

аналіз та інтерпретація отриманих результатів.

Висновки дослідників вказують на те, що позитивного результату в реалізації міжпредметних зв'язків через використання прикладних задач можна досягти лише за умови раціонального співвідношення між обов'язковими предметами загальноос вітньої підготовки, дисциплінами циклу природничо-наукової та загальноекономічної підготовки і дисциплінами циклу професійної підготовки. Між ними має існувати гармонія, підкріплена завданнями, що мають професійну спрямованість. Адже відомо, що недостатнє знання дисциплін перших двох груп стає суттєвою перешкодою для реалізації творчого потенціалу майбутніх спеціалістів економічних спеціальностей.

1.5. Використання стохастичних відомостей в змісті навчальних курсів професійно спрямованих дисциплін

Математика є надзвичайно потужним специфічним інструментом пізнання та відображення зв'язків у природі, різних галузях суспільної та виробничої діяльності людини. Засвоюючи її основи, студенти пізнають ці взаємозв'язки.

Використання міжпредметних зв'язків у процесі навчання – необхідна умова здійснення виховання і навчання студентів профільних ліцеїв, коледжів та інститутів. Студенти повинні бути переконаними, що те, що вони вивчають сьогодні , потрібне буде далі при вивченні профільних дисциплін, а пізніше і в професійній діяльності.

Прогрес науки, техніки, виробництва в період швидкої зміни суспільних умов, переходу до ринкових відносин в економіці і на виробництві вимагає від кожного викладача профільного ліцею чи коледжу не тільки глибоких знань з окремих пред метів, а й розуміння певних загальних закономірностей та зв'язків між різними дисциплінами. Викладач математики фінансово-економічного коледжу чи ліцею має орієнтуватися в математичному апараті змісту навчальних дисциплін, які в майбут ньому вивчатимуть його студенти, і, наскільки можливо, готувати їх до сприйняття матеріалу з професійно спрямованих дисциплін. Робота викладача в напрямі здійс нення міжпредметних зв'язків дасть можливість студентам краще, глибше оволодіти матеріалом таких дисциплін, а також попередить додаткове навантаження, пов'язане з наявним зараз психологічним бар'єром, який доводиться долати студентам на по чатку вивчення професійно спрямованих курсів. З іншого боку, такі зв'язки створюють додаткову позитивну мотивацію необхідності вивчення відповідних розділів курсу математики.

Необхідність вивчення стохастики зумовлюють особливості змісту різних професійно спрямованих курсів фінансово-економічного напряму освіти.

В освітньо-професійній програмі підготовки молодшого спеціаліста [222] дисципліни, які готують фахівця в галузі економіки та фінансів поділено на дві групи загальноекономічної та професійної підготовки (табл. 1.2).

Таблиця 1.2

Нормативні дисципліни

Дисципліни загальноекономічної підготовки	Мінімальна кількість навчальних годин	Дисципліни професійної підготовки	Мінімальна кількість навчальних годин

	/ кредитів		/ кредитів
Статистика	81/1,5	Фінанси підприємств II	108/2
Економіка підприємства	108/2	Бухгалтерський облік	108/2
Менеджмент	54/1	Бюджетна система	81/1,5
Фінанси, грошовий обіг і кредит: Фінанси Гроші та кредит Фінанси підприємств	162/3 54/1 54/1 54/1	Податкова система	81/1,5
		Страхування	81/1,5
		Банківські операції	54/1
Облік і аналіз: Бухгалтерський облік Економічний аналіз	162/3 108/2 54/1	Інформаційні системи і технології у фінансах	81/1,5
Маркетинг	54/1	Контроль і ревізія	108/2
Розміщення продуктивних сил	54/1	Казначейська справа	54/1

Ці дисципліни вивчаються на другому і третьому курсі навчання студентів.

У процесі нашого дослідження було проаналізовано програми, лекційні матеріали дисциплін загальноекономічної та професійної підготовки на предмет використання апарату стохастики. Аналіз програм дисциплін: “Економіка підприємств”, “Фінанси”, “Гроші та кредит”, “Фінанси підприємств”, “Економічний аналіз”, “Фінанси підприємств II”, “Страхування”, “Інформаційні системи і технології у фінансах” та інших показав, що практично в кожній програмі є теми, які неможливо розглянути без розуміння основних понять і тверджень стохастики. Таблиця 1.3 демонструє дисципліни та відповідні теми, основні поняття яких мають стохастичний характер.

Таблиця 1.3

Таблиця зв’язків

Дисципліни	Теми	Поняття, що пов’язані зі стохастикою
Гроші та Кредит	Валютний ринок і валютні системи . Кредит у ринковій економіці	Кредитний ризик, інфляційні ризики, середні характеристики, очікувані характеристики
Фінанси Підприємств	Оцінювання фінансового стану підприємств у ринкових умовах. Кредитування підприємств. Методи фінансового планування на підприємствах	Фінансові ризики, потоки платежів, ризикованість фінансових операцій, кредитні інвестиційні ризики

Фінанси	Страхування і страховий ринок. Фінансовий ринок	Фінансові ризики, ризикованість фінансових операцій
Економіка Підприємств	Інвестиційні та оборотні кошти. Регулювання, прогнозування і планування діяльності	Інвестиційні ризики, ринкові ризики, ризики менеджменту
Фінанси Підприємств II	Визначення фінансового стану підприємств. Фінансове планування і прогнозування на підприємствах	Кредитні ризики, фінансові та інвестиційні ризики
Страхування	Розвиток страхового ринку. Державне регулювання страхової діяльності. Особисте страхування, майнове страхування. Страхування відповідальності. Фінансова діяльність страхової компанії	Страхові операції, страхові платежі, страхові ризики
Банківські операції	Діяльність комерційних банків. Операції банків з цінними паперами. Кредитні операції банків	Ризикованість цінних паперів, ринковий ризик цінних паперів

Аналіз існуючих підручників вказаних дисциплін показав, що вони суттєво відрізняються. У навчальних засобах до середини 90-х років рідко використовується математичний апарат, а якщо і зустрічається, то на рівні складних процентів. Мате ріали підручників і навчальних посібників кінця 90-х і початку 2000 рр. пронизані математичними моделями, в тому числі стохастичного характеру. Якщо в кінці 90-х такий підхід до викладу інформації був властивий лише російським та перекладним виданням, то сьогодні це притаманно і українським.

У змісті фінансових дисциплін найчастіше використовуються такі стохастичні поняття, як середні характеристики, характеристики розсіювання, характеристики зв'язку різних величин тощо.

Так, для правильного розрахунку середньої заробітної плати використовується

формула середньої зваженої величини: , (1.1)

де - варіанти значень аналізованого показника; - частоти (ваги).

При аналізі показників, які задані дискретно, тобто значеннями величин, що характеризують явища на певні моменти, на певні дати обчислюють середню

хронологічну: ,
(1.2)

де - варіанти значень аналізованого показника, - кількість варіантів.

Прикладом для елементів, які характеризуються середньою хронологічною можуть служити дані про наявність власних оборотних коштів підприємства на перші числі кожного місяця, року, або дані про курси української гривні відносно долара США на початок кожної декади кварталу.

Досить поширеною при аналізі варіації показників фінансово-господарської діяльності підприємств є середня квадратична:

, (1.3)

де - варіанти значень аналізованого показника, - кількість варіантів.

Важливою характеристикою діяльності підприємств є термін експлуатації обладнання. У сучасних умовах розвитку технічного прогресу вважається, що він до рівнює приблизно семи рокам. Середній вік як усього устаткування підприємства, так і окремих видів устаткування визначаються за формулою:

, (1.4)

де - середній термін служби; - середньоарифметичне значення відповідного інтервалу в роках; - кількість верстатів відповідного терміну експлуатації; - загальна кількість одиниць устаткування.

Ринкова економіка нашої країни і досі є не зовсім стабільною. Тому характе ристики економічних ризиків є дуже важливими для підприємців-інвесторів, адже майбутні доходи можуть несподівано зменшитися через, наприклад, непередбачену втрату позиції інвестора на ринку в результаті обставин, які знаходяться поза його впливом, різке зростання цін на фактори виробництва (сировину, енергоносії та ін.), зростання вимог держави у сфері оподаткування, політичні катаклізми. Ґрунтовна оцінка ризикованості вкладення грошей є основою прийняття інвестиційних рішень. Її найважливіші критерії – прибутковість, рентабельність, інвестиції.

Оцінкою ризикованості є міра рівня відхилення можливих варіантів дохідності проектів від числової характеристики випадкової величини, яка має назву *середньоквадратичне відхилення значень цієї величини* від прогнозованих (квадратний корінь з дисперсії):

, (1.5)

де – середньоквадратичне відхилення ймовірних значень доходів від очікуваного доходу; – варіанти доходів від втілення проекту; – очікуваний імовірнісний дохід; – значення ймовірностей; – кількість варіантів, що розглядаються як імовірні.

Такий підхід до визначення економічного ризику називається дисперсійним і ґрунтується на стохастичному понятті дисперсії.

Розглядаючи варіацію (дисперсію) як міру ризику, потрібно зазначити, що дисперсія, звичайно, не повністю характеризує ступінь ризику, але дозволяє у деяких випадках чітко виявити граничні шанси менеджера (інвестора, підприємця).

Теоретична база цього закладена у відомій нерівності Чебишева: ймовірність того, що випадкова величина відхиляється за модулем від свого математичного сподівання більше ніж на задане відхилення ∂, не перевищує її дисперсії (варіації), розділеної на ∂ [57, с.93].

Існують і інші методики оцінювання економічних ризиків, які дозволяють виявити його ступінь, оцінюючи ймовірність того, що певна подія дійсно відбудеться, а потім – як це вплине на економічну ситуацію.

Ризик може визначатися сподіваною величиною можливих збитків, якщо збитки піддаються такому вимірюванню. Використовують також середньоквадратичне відхилення як міру ризику [52].

Існує досить проста методика визначення коефіцієнта ризику щодо короткотермінового прогнозу. Якщо ймовірність здійснення прогнозу складає *p*, то ймовірність того, що він не справдиться, становить (1-*p*). В абсолютному вираженні ступінь (міра) ризику (міра очікуваної невдачі на шляху досягнення мети) може визначатися як добуток ймовірності невдачі (небажаних наслідків) на величину цих небажаних наслідків (збитки, платежі тощо), котрі мають місце в цьому випадку:

, (1.6)

де *W*- величина ризику; - ймовірність небажаних наслідків;
– величина цих наслідків [52, с.24].

У ряді випадків, зокрема у страхуванні, величину (ступінь) ризику визначають як імовірність настання небажаних наслідків.

(1.7)

Ймовірність з достатнім ступенем точності обчислюється на базі статистичних даних. Щоб кількісно визначити ризик, необхідно знати всі можливі наслідки окремої події та ймовірності цих подій.

Очікуване значення (математичне сподівання), пов’язане з невизначеною си туацією, є середньозваженою усіх можливих результатів, де ймовірність кожного з них використовується як частота або питома вага відповідного значення. Очікуване значення вимірює результат (ризик), який ми очікуємо в середньому:

, (1.8)

де - значення випадкової величини; - відповідні ймовірності, [57, ст.84].

Досить широке використання поняття математичного сподівання пояснюється тим, що математичне сподівання або середнє значення величини (статистична оцінка математичного сподівання) є узагальненою кількісною характеристикою фінансового показника.

Широко використовуються поняття і твердження стохастики при розгляді питань фінансового аналізу та в теорії прийняття фінансових рішень.

Ми вже говорили про те, що економічна діяльність пов’язана з ризиком, який є об’єктивним фактором, зумовленим дією стохастичних причин і чинників, зокрема невизначеністю цілей і наслідків дій, відсутністю повної та об’єктивної інформації щодо процесів, які відбуваються тепер чи постануть у майбутньому.

Тому ймовірнісні поняття і твердження розглядаються для аналізу, визначення ступеня ризику в різних фінансових операціях.

У більшості практичних фінансових розрахунків щільність розподілу ймовірностей вибраного фінансового показника вважається нормальною, тобто

, (1.9)

де – математичне сподівання нормально розподіленої випадкової величини,

- її середнє квадратичне відхилення.

У практиці фінансових, економічних і страхових обчислень та господарської діяльності трапляються події, які в більшості випадків передбачити важко, а то й зовсім неможливо. Особливості дослідження цих подій добре ілюструються на конк ретних прикладних задачах, історичних фактах [п. 1.2, 2.3, 2.4.] До них належать: псування і знищення майна внаслідок стихійного лиха, травматизм і нещасні випад ки на виробництві і в побуті, хвороби, інвалідність, смерть людей, безробіття тощо. Ці події являють собою традиційний об'єкт фінансових угод, які називаються страхуванням [36].

Появу таких подій у кожному окремому випадку неможливо передбачити, тобто вони є випадковими. Але в масі явищ вони повторюються, що дає можливість їх передбачити і вжити заходи для усунення пов'язаних з ними наслідків на законодавчій основі [258, с.36].

Відносна частота події змінюється в залежності від кількості спостережень, проте незважаючи на цю зміну, регулярність повторень події досить добре характе ризується середньою відносною частотою події. Даний показник за певних обставин порівняно стійкий і його можна розглядати як імовірність відповідної події.

Ймовірнісні розрахунки є науковою основою курсу страхової справи або стра хування. Страхові компанії в своїй роботі використовують таблиці комутаційних чисел, які походять від перших таблиць смертності (перша була складена Депарсіє (1703-1768 рр.) для монахів і монахинь паризьких монастирів. На жаль, цю таблицю не можна було використовувати для характеристики випадків смертності всього населення, оскільки умови життя людей по різні боки стін монастиря були різними.) Сьогоднішні таблиці дають відповіді на питання про премію яку застрахований виплачує при укладанні договору, про страхову ставку та інші характеристики страхування життя, майна тощо.

Основою цих таблиць є розрахунки стохастичного характеру представлені в наступному прикладі:

якщо позначити кількість довільної фіксованої спільноти людей у віці років символом , число людей з даної спільноти, які померли в років, - символом ,

причому очевидно, що = - , (1. 11)

де EMBED Equation.3 - кількість людей з даної спільноти, що дожили до віку x+ 1.

Тоді ймовірність для людини з даної спільноти, чий вік років, прожити ще

рік, тобто дожити до віку +1, дорівнює: = , (1.12)

а прожити впродовж n років буде: = . (1.13)

Ймовірність того, що людина з даної спільноти у віці років помре протягом на

ступного року життя дорівнює: , (1. 14)

а ймовірність померти протягом найближчих n років для цієї людини дорівнює:

. (1.15)

Ймовірність для людини, що має вік років, померти протягом *(n+1)*-го року дорівнює:

. (1.16)

Викладений спосіб розрахунку ймовірностей доживання до певного віку або смерті протягом n років і *(n+1)* -го року використовується при складанні таблиць смертності як усього населення, так і застрахованих людей. Свого часу ці відомості були викладені у вітчизняних дореволюційних підручниках (підручник К.Д. Драгоманова). Використання поданого способу розрахунку ймовірностей на за няттях страхування демонструє такий приклад.

За демографічними даними табл. 1.4 для людини, вік якої сорок років, знайти ймовірність: а) прожити ще один рік; б) померти протягом найближчого року; в) прожити п’ять років; г) померти протягом наступних п’яти років; д) померти на п’ятому році життя. Зауважимо, що спостереження велося за фіксованою спільнотою людей, проте висновки поширюються на довільну спільноту людей.

Таблиця 1.4

Демографічні дані

Вік у роках	Число осіб, що дожили до віку років	Число осіб, що померли при переході від років до років
40	88565	319
41	88246	336
42	87910	352
43	87558	369
44	87189	384
45	86805	400

а) ; г) ;

б) ; д) .

в) ;

Звичайно, це не означає, що ймовірності життя і смерті застрахованих точно відповідають обчисленим ймовірностям. Смертність серед застрахованих може відрізнятись від показників смертності всього населення. Ймовірність смерті для кожного віку застрахованих є функцією кількох змінних, тобто залежить від багатьох факторів.

Важливою умовою кількісного визначення ймовірностей для страхової галузі є попереднє проведення статистичних спостережень.

Для ризикових видів страхування використовуються методики на базі теорії ймовірностей та методів математичної статистики з використанням числових рядів, які дозволяють визначити: ймовірність настання страхового випадку, тариф нетто-ставки, ризикову надбавку тощо. Тобто страхування наскрізь пронизано стохастикою, і оволодіти цією галуззю знань, свідомо навчитися використовувати отримані знання без достатньої стохастичної ерудиції та певною мірою розвиненої інтуїції і відповідних якостей мислення неможливо.

Випадковий відбір лежить і в основі розіграшів серій і номерів облігацій. Для кожного займу розраховується ймовірність виграшу як відношення числа виграшних комбінацій до їх загального числа. Конкретний термін оплати – величина відносна. Частота річних внесків і виплат за вкладами ощадних кас здійснюється в певних межах. Можна говорити про ймовірності визначених розходжень між фактичними і звітними даними при інвентаризаціях товарно-матеріальних і грошових цінностей. Проведення названих операцій здійснюється з використанням методів, що базуються на теорії ймовірностей.

Дослідження оптимальності функціонування та розвитку економічних систем за умов невизначеності базуються на математичному апараті теорії ігор та матема тичної статистики і розв'язуються за допомогою байєсівського підходу (Т.Байєс – англійський священик, математик, жив у XVIII ст.)

Байєсівський підхід застосовується при розв'язуванні задач розподілу капітальних вкладень, управління запасами тощо. І про це ми розповідаємо, ознайомлюючи студентів з формулою Байєса.

Не обходяться без стохастики і такі питання, як дослідження попиту та процес управління грошовим обігом.

Говорячи про зміст стохастики, яка була б адаптованою до тих курсів, що вивчатимуться згодом, особливу увагу необхідно звернути на її наповненість прикладними задачами [п.2.3, 2.4.1], (додаток К).

Проведений аналіз професійно орієнтованих курсів вказує на досить широке використання таких стохастичних понять і тверджень: ймовірність, дисперсія, математичне сподівання, середнє квадратичне відхилення, теореми суми і добутку ймовірностей, теорема про повну ймовірність, теорема гіпотез та інші.

Аналіз програм, навчальних планів та лекційних матеріалів загальноекономічних та професійно спрямованих дисциплін дає підстави говорити про необхідність досить ґрунтовних знань з стохастики. Тому в коледжах економічного профілю особливе місце має посідати математична, статистико-ймовірнісна підготовка студентів, яка надалі дасть їм змогу оцінювати та прогнозувати процеси, що відбуваються в економіці, правильно моделювати та досліджувати економічні ситуації, приймати правильні рішення. Крім того, теорія ймовірності необхідна для успішного засвоєння дисциплін, які забезпечують базові економічні знання та закладають основи для подальшого вивчення спеціальних економічних дисциплін.

Аналіз змісту професійно спрямованих дисциплін з погляду використання в них понять і тверджень теорії ймовірностей та математичної статистики виявив по требу врахування їх специфіки в змісті стохастичної підготовки студентів коледжів та учнів профільних класів фінансово – економічного спрямування. Основним дидактичним засобом досягнення цієї мети є використання прикладних задач відповідного змісту.

Висновки до розділу I

Умови докорінних змін, що відбуваються у суспільному житті нашої країни, перехід її до ринкових відносин вимагають змін і в галузі освіти. Для забезпечення функціонування інституцій ринкової економіки зростає кількість освітніх закладів економічного напрямку освіти. Важливе місце у підготовці фахівців з економіки та фінансів займають фінансово-економічні коледжі. Оскільки студентами таких навчальних закладів стають і випускники основної школи, то ці заклади мають забез печувати одержання повної середньої математичної освіти (і статути переважної більшості з них це передбачають), яка сьогодні доповнена стохастичною лінією. Саме зміст нової змістової лінії підготує студентів до осмислення нових складних, багатогранних, швидко змінюваних за своєю суттю стохастичних соціальних та економічних процесів.

Необхідність включення початків теорії ймовірностей і математичної статистики до чинної шкільної програми в нашій країні дискутувалась багато років. Головними причинами, які не дозволяли це зробити були непідготовленість більшості вчителів та відсутність науково-методичного забезпечення. Досвід вивчення стохастики на факультативних заняттях та в спеціалізованих фізико-математичних класах хоч і є корисним, але не дає чітких відповідей на всі питання.

Питання місця, ролі та змісту стохастики у системі економічної підготовки в середніх закладах освіти потребують окремого дослідження, спрямованого на інтеграцію фундаментальних та фахових знань пов'язаних із стохастикою.

Узагальнення результатів проведеного теоретичного дослідження з проблем методики навчання стохастики дає змогу зробити наступні висновки.

Введення початків теорії ймовірностей та математичної статистики в курс математики середньої школи, і тим більше до програм середніх спеціальних закладів освіти, є досить своєчасним і вкрай необхідним. Це підтверджує і багаторічний досвід зарубіжних країн.

Ймовірнісно-статистична освіта є необхідним компонентом математичної культури сучасної людини.

Шляхи і методи досягнення цього підказує історія розвитку цієї науки та досвід, напрацьований зарубіжними та вітчизняними педагогами і методистами.

Поштовхом до зародження стохастики стали задачі азартних ігор, демографії, страхування тощо. Тому для введення нових понять, для активізації пізнавального інтересу, для формування позитивної мотивації пізнавальної діяльності доцільно ви користовувати цікаві задачі, відомі з історії стохастики, історичні факти із історії розвитку науки та життя вчених, що створили її. Зокрема відомою в математичному світі є українська наукова школа стохастики.

Вивчення початків стохастики повинно відбуватися з урахуванням вікових особливостей старшокласників та особливостей провідної навчальної діяльності цього періоду.

Обов'язковим є дотримання педагогічних умов та методичних вимог до реалізації рівневої і профільної диференціації та індивідуалізації навчання, що дозволить забезпечити ефективність вивчення стохастики та активізувати пізнавальний інтерес.

Особливістю навчання стохастики як прикладного розділу математики є постійне і широке залучення студентів до різних форм самостійної роботи як домашньої так і аудиторної. Використання різних методів – від репродуктивних до евристичних – дозволить формувати позитивну і стійку мотивацію до навчання математики взагалі і стохастики зокрема. Обов'язковим елементом навчання стохастики мають стати індивідуальні завдання з теми. Їх варто пропонувати як на початковому, так і на завершальному етапах вивчення тем і вони неодмінно повинні мати прикладний характер.

Аналіз програм, навчальних планів та лекційних матеріалів професійно спрямованих дисциплін, а саме: страхування, фінансового аналізу та ін., дає підстави говорити про необхідність досить ґрунтовних знань з стохастики, а також вказує на можливості використання міжпредметних зв'язків.

Цей розділ повинен мати чітко виражену прикладну спрямованість, адаптовану до фінансово-економічного напрямку, підготовки майбутніх спеціалістів середньої, і не тільки, ланки освіти.

Реалізація ідеї прикладної спрямованості цієї змістової лінії можлива через доповнення відповідного змісту навчального матеріалу прикладними задачами фі нансово-економічного змісту (на страхування, на визначення очікуваного прибутку (збитку) від вкладених інвестицій, на найпростішу статистичну обробку економічної інформації тощо). Використання таких задач можливо при введенні нових понять (в цьому випадку вони виконуватимуть роль мотиваційного фактора) та при виробленні навичок створення і дослідження математичних моделей, що вивчають реальні явища і процеси.

Реалізації завдання прикладного спрямування розділу стохастики сприяє використання студентами ІКТН (інформаційно-комунікаційних технологій навчання).

Основні результати першого розділу опубліковані у роботах [121]-[123], [126]-[128], [133].

РОЗДІЛ 2
Професійно-орієнтоване вивчення початків стохастики студентами фінансово-економічного напряму освіти

2.1. Особливості експериментальної методичної системи навчання початків стохастики

Основним державним нормативним документом, що регламентує зміст мате матичної освіти Київського фінансово-економічного коледжу й аналогічних закладів освіти, а їх в Україні 210 серед 390 I-II рівня акредитації, є освітньо- професійна програма підготовки молодшого спеціаліста за напрямом 0501 – “Економіка і підприємництво”, далі (ОПП) [222].

Саме в цьому документі окреслюється: нормативний зміст навчання, обсяги і рівень його засвоєння в процесі підготовки відповідно до вимог освітньо-кваліфікаційної характеристики молодшого спеціаліста, перелік нормативних навчальних дисциплін, а також нормативний термін навчання. В ОПП наголошується на важливості підготовки кваліфікованих конкурентоспроможних за ринкових відносин фахівців. Вказується на необхідність забезпечення молодшого спеціаліста знаннями та на максимальне сприяння практичній спрямованості навчання.

Центральна мета підготовки фахівців середньої ланки – всебічний розвиток людини як особистості, забезпечення гнучкості загальноосвітньої, загальнокультурної, професійної підготовки.

Всі навчальні дисципліни діляться на кілька груп. Математика, одним із розділів якої є стохастика, відноситься до обов'язкових предметів загальноосвітньої підготовки, вища математика – до циклу природничо-наукових. Одним з освітніх за вдань цих курсів є підготовка студентів до сприйняття та вивчення дисциплін зага льноекономічного циклу та дисциплін циклу професійної підготовки. Дисципліни наступних двох циклів, а це фінанси, фінанси підприємств, економіка підприємств, економічний аналіз, статистика, банківські операції, страхування та ін. (всього 21) покликані безпосередньо готувати спеціаліста економічного напрямку освіти протягом трьох років навчання.

Якщо уважно подивитися на завдання, які ставляться перед студентом при вивченні вище вказаних, професійно спрямованих дисциплін, а це: вивчення сучасних методик економічного аналізу із застосуванням математичних та статистичних прийомів і методів; оволодіння методами фінансового планування й прогнозування; формування навичок роботи з статистичними даними, що швидко змінюються й пов'язані з роботою банків, з акціями, ринками і таким іншим та аналізом цих даних для прийняття рішень у процесах управління страховими, фінансовими та іншими економічними процесами, то стає зрозуміло, що виконати ці завдання не можливо без уже сформованих стохастичних уявлень.

Програми, за якими студенти – першокурсники Київського фінансово-економічного коледжу вивчали математику до 1998 року, не містили розділів стохастики взагалі. Теми: “Елементи комбінаторики”, “ Натуральна степінь бінома (формула Ньютона)”, “Класичне й статистичне означення ймовірності”, “Теореми додавання та множення ймовірностей”, “Формула повної ймовірності. Формули Байєса”, “Повторні випробування. Формула Бернуллі” розглядалися на другому курсі при вивченні “Вищої математики”. Тобто втрачався ще рік, що явно не доцільно з психологічної точки зору вивчення стохастики [п. 1.2]. Згідно навчальної програми вивчення теорії ймовірностей у групах економічного і технічного напрямку освіти не відрізнялися. Розділ, що розглядався, не був цілісним і логічно завершеним та не готував студентів до сприйняття професійно спрямованих курсів, не сприяв формуванню стохастичного мислення. Завдання, що розглядалися, мали політехнічний характер. Тобто теорія ймовірностей хоч і вивчалася, але недостатньо готувала студентів до вирішення тих завдань, що вимагались ОПП [222]. Саме ці фактори спонукали нас внести зміни в програму вивчення математики для студентів (вік 15 років) першого курсу фінансово-економічного факультету, ввівши початки стохастики та змінивши підходи до її вивчення. Окремим курсом теорія ймовірностей та математична статистика в коледжі не вивчається і в інших курсах не міститься. ЇЇ вивчають ті студенти, які після закінчення коледжу продовжують навчання в інших закладах освіти та здобувають освітній рівень бакалавра.

Нормативним терміном навчання для денної форми на основі базової середньої освіти, до якої відносяться і наші студенти – є трирічний термін. “Загальноосвітня підготовка у вищих навчальних закладах І рівня акредитації, як правило, здійснюється протягом першого року навчання... При вивченні навчальних предметів загальноосвітньої підготовки (українська мова, математика, біологія, основи екології, основи філософії, основи економіки, фізична культура і здоров’я, допризовна підготовка, основи безпеки життєдіяльності) і аналогічних дисциплін підготовки молодшого спеціаліста дозволяється здійснювати їх інтеграцію” [184, с.4].

Включення в зміст освіти першого курсу та удосконалення змісту розділу тео рії ймовірностей і введення елементів математичної статистики стало можливим за наявності резервних годин та повторюваності деяких тем “Аналітичної геометрії” на першому і другому курсах. Розроблена програма “Початки теорії ймовірностей та математичної статистики для коледжів (класів) фінансово економічного спрямування ” (додаток А) змінювалась в процесі нашого дослідження.

Сьогодні уже є конкретні вказівки щодо вивчення математики, зокрема стоха стики в класах або групах економічного напрямку освіти, які лише підтверджують правильність наших кроків. “У класах економічного профілю вивчення математики може відбуватися за “Програмою з математики для класів економічного профілю” (автори М.А. Вайнтрауб, О.С. Стрельченко, І.Г. Стрельченко) з розрахунку 6 годин на тиждень (у тому числі алгебра та початки аналізу – 4 год., геометрія – 2 год. на тиждень) або “Програмою з математики для 10 – 11 профільних класів природничо го напряму” (автори Я.С. Бродський, О.Л. Павлов, А.К. Сліпенко, О.М.Афанасьєва) з розрахунку 5 год. на тиждень (у тому числі алгебра та початки аналізу – 3 год., геометрія – 2 год. на тиждень)” [138, с.2].

Крім розробки самої програми, нам потрібно було визначитися з іншими питаннями методики вивчення стохастики. Адже у процесі навчальної діяльності студента коледжу чи ліцею даного профілю відбувається нівелювання об'єктивних суперечностей між тим, що сприймається майбутнім фахівцем економіки чи фінансів як суб'єктивно важливий фактор для його життєдіяльності, його майбутнього, і об'єктивною дійсністю.

Мета вивчення стохастики збігається із сформульованими в методиці математики загальними цілями вивчення математики, але має й деякі свої особливі мотиви "…навчання законам випадку відіграє дещо більшу роль і виходить за рамки звичайного. Слухаючи курс теорії ймовірностей, студент пізнає, як застосувати прийоми логічного мислення в тих випадках, коли доведеться мати справу з невизначеністю (а такі випадки виникають на практиці майже завжди)" [249, с.315].

У повсякденному житті ми постійно зустрічаємося з випадковістю, і саме теорія ймовірності навчає нас, як діяти раціонально, з урахуванням ризику, пов'язаного з прийняттям окремих рішень (вибір закладу для продовження навчання; вибір форми страхування, прийняття рішення про використання придбаних акцій; прийняття рішень про участь у грі тощо).

Даний розділ стохастики вивчається студентами фінансово-економічного коледжу віком 14-15 років. Можна вважати, що вони уже визначилися у виборі своєї майбутньої професії. На жаль, більшість із них мають посередню математичну під готовку і не вважають математику предметом, необхідним для професійної підготовки.

Проведений аналіз психологічних особливостей сприймання та засвоєння навчальних відомостей з теорії ймовірностей та математичної статистики [п.1.2], вра хування особливостей змісту цих теорій та вимог ОПП, можна стверджувати, що розділ стохастики повинен мати прикладну спрямованість. Вона досягається двома шляхами.

Перший пов'язаний зі змістом самого курсу. Теми програми містять невеликі за обсягом, логічно завершені фрагменти теорії, які дають змогу проілюструвати за стосування ймовірнісних методів в економіці та в фінансах. Другий шлях реалізації прикладної спрямованості визначається методами навчання, формами і засобами. Цим ідеям мають бути підпорядковані всі складові методичної системи навчання:

1. Стохастика є основою страхування, фінансового аналізу, фінансів та інших дисциплін. Її основні поняття та теореми активно використовуються в менеджменті, економіці підприємств, фінансах. Тому мета навчання стохастики в коледжах фінан сово-економічного спрямування полягає не лише в ознайомленні з початками теорії ймовірностей і математичної статистиці, а можливо навіть в більшій мірі, у формуванні умінь і навичок їх використання, застосування до дослідження економічних процесів і явищ.

2. Аналіз програм і підручників дисциплін циклу професійної підготовки [п.1.3] дозволив відповісти на питання щодо змісту стохастичної підготовки необхідної сучасній людині у повсякденному житті та професійній діяльності майбутніх спеціалістів з економіки і фінансів.

Основне завдання при доборі змісту курсів теорії ймовірностей та математич ної статистики в коледжах фінансово-економічного профілю – правильно пов'язати теоретичні і прикладні аспекти в єдиний курс, враховуючи майбутню професійну діяльність. Ми поділяємо позицію В.В.Фірсова, що підвищення наукового рівня освіти визначається розширенням сфери її можливих застосувань.

3. Фінансово-економічні коледжі і ліцеї в системі неперервної професійної освіти є нижчим ступенем вищої школи, тому і методи навчання в них мають відображати поступовий перехід від загальноосвітньої школи до вищої. Щоб стохастичні ідеї і методи стали доступними для всіх студентів під час проведення будь-якого типу заняття доцільно використовувати комплекс методів. Особливу роль відіграють методи, які активізують пізнавальну діяльність студентів, стимулюють творчу діяльність, привчають до самостійності (проблемне викладання, евристичні бесіди тощо).

4. Використання різних посібників, дидактичних матеріалів повинно сприяти засвоєнню основних понять та ідей стохастики. У процесі дослідження використовувався спеціально підготовлений збірник задач [131], який містить прикладні задачі фінансово-економічного змісту та словник економічних термінів.

5. Домінуючою системою навчання у вищих навчальних закладах І і ІІ рівнів акредитації є лекційно-практична. Вона використовувалась при проведенні експе рименту. Основними елементами цієї системи є лекції, практичні заняття, семінари, заліки або екзамени. Серед форм навчання, що використовувалися, слід виділити: лекції, конференції, практичні і семінарські заняття, дослідницька робота, консультації, самостійна робота.

Дослідження психологів доводять [п.1.2], що вивчення стохастики найкраще починати в 10-12 років. Враховуючи це, вивчення стохастики пропонується почати з першого курсу.

Теоретичною основою розробленої нами експериментальної програми (додаток А) є результати математичних та методичних досліджень, також вона є модифікацією чинних програм [24, 92, 117, 157, 196].

Наведемо пояснювальну записку програми, що використовувалася при проведенні експерименту “Початки теорії ймовірностей та математичної статистики для коледжів (класів) фінансово-економічного спрямування” (додаток А).

Знання теорії ймовірностей та математичної статистики значною мірою сприяє інтелектуальному розвитку студентів, формуванню вміння аналізувати випадкові фактори, формулювати та оцінювати гіпотези, прогнозувати розвиток ситуацій і, на решті, приймати рішення в ситуаціях, які мають імовірнісний характер.

Однією з найважливіших галузей реалізації прикладних можливостей теорії ймовірностей та математичної статистики є економіка. Сьогодні важко уявити дослідження і прогнозування економічних явищ без використання економічного моделювання, яке опирається на теорію ймовірностей. Це зумовлює необхідність оволодіння методами теорії ймовірностей та математичної статистики як інструментом статистичного аналізу і прогнозування економічних явищ і процесів. Тому сьогоднішні учні, студенти фінансових коледжів і ліцеїв повинні не тільки вміти здійснювати розрахунки, знати якісний характер закономірностей, але бути в змозі оцінити ці закономірності не лише кількісно за даними спостережень і вимірювань, а й якісно, тобто за закономірностями, виявленими за допомогою теорії ймовірностей, передбачити, як те чи інше випадкове явище відбуватиметься надалі.

Крім того, вивчення стохастики допоможе майбутнім слухачам фінансових інститутів подолати психологічний бар’єр у вивченні курсів професійного спрямування, пов’язаних з випадковими явищами, з якими мають справу страхування, фінанси, економічний аналіз тощо.

Пропонована програма охоплює основні факти стохастики, що грунтуються на статистичному означенні ймовірності. У ній розглядаються основні визначення і теореми теорії ймовірностей, через систему навчальних завдань реалізуються міжпредметні зв’язки між стохастикою, фінансовою математикою та професійними курсами.

Програма передбачає варіативність обсягу навчального матеріалу. Деякі теми, залежно від конкретних умов, можна винести на індивідуальні заняття, розширюючи і поглиблюючи зміст цих тем через розгляд цікавих задач з економічним змістом.

Доцільним є використання лекційно-практичної системи організації навчального процесу.

Запропонований у програмі варіант вивчення основ теорії ймовірності грунтується на статистичному визначенні ймовірності. На нашу думку, саме цей підхід найбільш прийнятний для майбутніх фахівців економічних та фінансових спеціальностей. Адже порівняно з іншими (класичними, аксіоматичним) він має певні переваги, а саме: краще відображає специфіку фінансово-економічних процесів, грунтується на життєвому досвіді учнів, використовує їхню інтуїцію, здоровий глузд, доступний і економніший за часом. Разом з тим, він дає змогу говорити про ймовірність подій, пов'язаних з великою кількістю статистично стійких дослідів, які мають скінченну кількість наслідків [24].

На початку вивчення курсу математики в контексті повторення та систематизації результатів навчання отриманих в основній школі розглядається тема “Поняття множини. Операції над множинами”. Поняття “множина”, “елементи множини ”, “підмножина” та відношення “належати множині”, “не належати множині” формуються в процесі повторення числової змістової лінії. Операції об’єднання і перерізу множин вивчаються на матеріалі числових проміжків та систем рівнянь і нерівностей. Окремо на ці питання час не виділявся. Такий методичний підхід співвідноситься з рекомендаціями методистів та психологів щодо доцільності включення елементів нових знань при повторенні та систематизації вже набутих.

Поряд з елементами теорії множин розглядалися питання комбінаторики. На вивчення перестановок, розміщень і комбінацій без повторень виділяється дві години. У систему вправ включено завдання на повторення комбінаторних знань.

Перед вивченням понять “відносна частота” та “статистична ймовірність” передбачено підготовчий урок для актуалізації відомостей із статистики, набутих в основній школі.

Відповідно до програми розроблено тематичний план (табл. 2.1, 2.2)

Таблиця 2.1

Тематичне планування
Тема “Початки теорії ймовірностей” (16 год.)

№	Зміст матеріалу заняття	Кількість	Тип заняття

		годин	
	1 2	3	4
1	Випадковий експеремент та його результати. Простір елементарних подій. Поняття події, співідношення між подіями.	1	Лекція
2	Операції над подіями, їх геометрична інтерпретація та основні властивості.	1	Лекція
3	Означення статистичної ймовірності та її основні властивості. Поняття ймовірності. Класичний спосіб обчислення ймовірності події.	1	Лекція
4	Розв'язування задач.	1	Практичне заняття
5	*Поняття умовної ймовірності. Ймовірність добутку подій. Незалежні події. Формули повної ймовірності і Байєса.*	1	Лекція
6	Розв'язування задач.	1	Практичне заняття
7	Схема повторних незалежних випробувань. Формула Бернуллі.	1	Лекція
8	Розв'язування задач.	1	*Практичн е заняття*
9	Поняття випадкової величини. Розподіл відносних частот (ймовірностей) простої випадкової величини. Многокутник розподілу і функція розподілу.	1	Лекція

Продовження табл. 2.1.

1	2	3	4
10	Числові характеристики розподілу ймовірностей простих випадкових величин та їх властивості.	1	Лекція
11	Розв'язування прикладних задач на знаходження законів розподілу та обчислення числових характеристик.	2	Практичне заняття
12	Розвязування прикладних задач з використанням комп'ютера. Контрольна робота.	2	Практичне заняття
13	Поняття про закон великих чисел. Підсумкове заняття.	2	Семінарсь-ке заняття

Таблиця 2.2

Тематичне планування

Тема: “Початки математичної статистики” (4 год.)

		Кількість	Тип

№	Зміст матеріалу заняття	годин	заняття
1	Основні поняття математичної статистики. Способи подання вибіркової сукупності.	1	*Лекція*
2	Розв'язування прикладних задач. Побудова полігону й гістограми.	1	Практичне заняття
3	Числові характеристики варіант та їх інтерпретація.	1	Лекція
4	Розв'язування прикладних задач із використанням комп'ютера. Самостійна робота.	1	Практичне заняття

2.1.1. Основні поняття початків теорії ймовірностей. Вивчення перших тем початків теорії ймовірностей доцільно починати з активної бесіди. Розглядаються приклади явищ, процесів, для яких вплив випадку настільки суттєвий, що їх дослідження неможливе без вивчення кількісної оцінки такого впливу.

Приклад 1. Інвестиційна діяльність банків. Коли банк інвестує діяльність деякої фірми, він не може заздалегідь бути впевненим у тому, що ця фірма не збанкрутує, своєчасно поверне позичені кошти, отримає запланований прибуток, який дасть змогу розрахуватися з банком. Є багато чинників, що впливають на цю ситуацію і які не можна однозначно врахувати.

Приклад 2. Нещасні випадки та страхування від них. Під час страхування людини від нещасного випадку або страхування майна, транспортних засобів неможливо однозначно передбачити, чи трапиться та подія, від якої проводиться страхування.

Приклад 3. Поширення епідемії. Припустимо, що деяка інфекційна хвороба передається при контакті з хворим. Неможливо точно визначити, скільки триватиме епідемія; скільки залишиться людей, схильних до цієї хвороби після того, як епіде мія закінчиться. А це ускладнює організацію засобів з локалізації епідемії, усунення її наслідків.

Приклади можна продовжити. Обговоривши наведені та аналогічні приклади, можна зробити такі висновки:

- закономірності, властиві кожному явищу, виявляють себе через сукупність випадковостей;
- дослідження багатьох явищ неможливе без кількісної оцінки впливу випадку.

Акцентуємо увагу студентів на тому, що наука, яку ми сьогодні називаємо теорією ймовірностей, вивчає математичні моделі так званих випадкових явищ, процесів, подій.

Висновки, які випливають з дослідження цих моделей, дають змогу передбачити перебіг явища чи процесу, що вивчалися, і врахувавши їх, запобігти у майбутньому, можливо, певним матеріальним чи моральним втратам.

Приклад 4: Завдяки передбаченню заздалегідь виверження вулкану на одному з островів Японії в 2002 (за даними вчених, ймовірність виверження дорівнювала 0, 83), населення було відселено з цього острова, і цим кількість людських жертв було зведено до нуля.

Приклад 5: Під час передвиборчої кампанії, можна за допомогою застосування статистичних методів обробки результатів опитування дістати дані про низький рейтинг певного кандидата в президенти в деякому регіоні України та своєчасно підсилити роботу агітаційних пунктів саме в цьому регіоні.

При опрацюванні методики вивчення нового матеріалу нами враховувалася загальноосвітня значущість, прикладна цінність та важливість формування стохастичних знань для наукового світогляду студентів, необхідність дотримання таких дидактичних принципів навчання, як:

1. Принцип концентризму, який вимагає, щоб при першому ознайомленні з предметом або розділом той, хто навчається, отримав про нього нехай і неповне, але об'єктивне й цілісне уявлення. Вивчаючи вперше який-небудь розділ математики, не можна отримати про нього уявлення, яке на все життя залишається без змін. Воно буде доповнюватись й переосмислюватись. Тому викладач не повинен ставити за мету викласти якомога більше матеріалу, навпаки, необхідно відібрати мінімум найбільш важливого навчального матеріалу.

2. Принцип науковості, згідно з яким матеріалу, що вивчається навіть за умови його адаптації до певного віку учнів необхідно дати наукове трактування, яке в подальшому дістає розвитку та узагальнення.

3. Принцип доведення навчання до корисних результатів: не варто викладати який-небудь предмет або розділ, якщо не передбачається ознайомлення з його голо вним змістом або доведення навчання до того рівня, починаючи з якого цей предмет або розділ дасть хоча б і скромні, але результати.

4. Принцип планування конкретних результатів.

Отже, вивчення стохастики слід починати з розгляду понять: стохастичного експерименту, простору елементарних подій, випадкових подій, статистичної ймо вірності і завершити цей розділ найпростішим випадком однієї з основних теорем теорії ймовірностей, так званого закону великих чисел, який вперше було розглянуто Я. Бернуллі і раціоналізовано за допомогою нерівностей видатного російського математика П.Л. Чебишева (1821-1894).

Подібне бачення цієї проблеми фіксується і в інших роботах [24, 28, 92].

На самому початку вивчення теорії ймовірностей особливу увагу слід звернути на формування понять стохастичного експерименту та його результатів – простору елементарних подій, що є початковою моделлю відповідної реальної випадкової події, реального випадкового явища чи процесу [117].

Пояснюємо, що спостереження, досліди, експерменти, випробування, точні результати яких не можна передбачити, називають стохастичними. Наголошуємо, що особливостями стохастичного експерименту є можливість (принаймні, теоретич на) його багаторазового повторення без зміни умов проведення та те, що наслідки попередніх випробувань не впливають на результати наступних. Класичними прикладами стохастичних експериментів є підкидання монетки та підкидання грального кубика і фіксація результатів підкидання. Саме результати цих експериментів найчастіше використовуватимемо для пояснення основних понять, підкреслюючи, що вони слугують хорошими моделями для випадкових явищ і процесів.

Після цього на конкретних прикладах формується поняття випадкової події, вірогідної та неможливої події, співвідношення між подіями (спричинення та рівність), операцій над подіями та трьох основних властивостей операцій з яких випливають усі інші властивості. Цим самим будується уточнена модель реального

стохастичного експеримента, явища, події: сукупність (EMBED Equation.3   ), де
 – простір елементарних подій, а   – простір подій. Для розгляду одного з основних понять теорії ймовірностей – статистичної ймовірності – доцільно використовувати різні таблиці, що демонструють різні прояви закону великих чисел, попередньо ввівши поняття частоти і відносної частоти.

Під частотою *m* події *A* розуміємо кількість відбувань події *A* при проведенні *n* випробувань, пов'язаних з даним стохастичним експериментом. Відношення *m/n* називається відносною частотою події *A*.

Таблиця, що найчастіше зустрічається і яскраво демонструє статистичну стійкість дослідів, проведених відомими вченими з підкиданням монетки використовувалася і в нашому дослідженні (табл. 2.3).

Таблиця 2.3

Результати підкидання монети

Дослідник	Кількість підкидань монети	Кількість випадань герба (подія А)	Відносна частота події А
Ж. Бюффон	4040	2048	0,5069
Джевонс	20480	10379	0,5068
Де Морган	4092	2048	0,5005
К. Пірсон	12000	6019	0,5016
Р. Романовський	80640	40151	0,4979
В. Феллер	10000	4979	0,4979

Таблиця проектується на дошку, і студентам пропонується прослідкувати за зміною значення відносної частоти.

Самі студенти роблять висновок, що всі значення відносних частот наближено дорівнюють 0,5.

За спроектованими на дошку по черзі таблицю Дж. Е. Керріха, в якій представлено результати десяти серій підкидань монетки, та таблицю народжуваності дітей (додаток Б). Аналізуються результати, подані в таблиці Б.1.:

- кількість випадінь герба різна;

-відносна частота в кожному з випадків змінюється;

-всі значення відносних частот групуються навколо 0,5 хоча жодне з них не дорівнює 0,5.

Аналогічна ситуація спостерігається і в таблиці народжуваності (таблиця Б.2). Експеримент інший, відносні частоти народжуваності хлопчиків різні, але близькі до 0,51. Тобто, існує багато стохастичних експериментів, у яких відносна частота події за досить великої їх кількості коливається навколо одного й того ж числа. Серії таких дослідів називають статистично стійкими.

Щоб у студентів не склалося враження, що відносні частоти завжди групуються навколо S обов'язково розглядається приклад в якому це число інше.

Особливу зацікавленість викликають результати спостережень, проведених самими студентами. На основі нескладних експериментів вони отримують можливість самостійно "відкривати" деякі зв'язки, висловлювати інтуїтивні здогадки і робити висновки. Заздалегідь розбившись на шість груп, студенти проводили експерименти з підкиданням монетки (всього 1695 разів) та грального кубика (всього 1866 разів). Результати кожної групи додавались і відповідальний групи заносив їх до таблиць 2.4 та 2.5.

Таблиця 2.4

Результати дослідів із монеткою

Групи	1	2	3	4	5	6
Кількість появи цифри	108	203	131	128	112	184
Відносна частота події “появи цифри”	0,4977	0,5300	0,4629	0,5517	0,4667	0,5411

Заповнюючи таблиці, обговорюємо результати дослідів:

- Яких результатів ви очікуєте?

-Яка частота появи кожної з граней грального кубика (сторони монетки)?

-Чи узгоджується отримана частота з тим, що ви очікували.

Таблиця 2.5

Результати дослідів з гральним кубиком

Число очок	1	2	3	4	5	6
Число очок, що випали	314	309	302	328	291	322
Відносна частота	0,16827	0,16559	0,16184	0,17578	0,15595	0,17257

Коли таблиці заповнивнені повністю, з’ясовується:

- Що спільного в проведених дослідах? Студенти активно пробують перелічити основні особливості проведених дослідів:

1. Ми не знали результатів наперед, тобто випаде цифра чи герб, яка з цифр випаде першою, які будуть наступними проте знали усі можливі результати;
2. Результати досліду не залежали від попередніх результатів;
3. Частота випадання цифри або герба виявилися практично однакові (аналогічно грані).

Далі студенти уже самі будуть готові сформулювати статистичне означення ймовірності – “число, що дорівнює відношенню кількості тих спостережених елементарних подій які належать до A (сприяють події A) до кількості n випробувань називається *статистичною ймовірністю* або *відносною частотою події* в даній серії із n випробувань ”[116, с.22].

Далі викладач зауважує: “У попередньо розглянутих дослідах (табл. 2.3, Б.2, 2. 4) ми спостерігали, що значення статистичної ймовірності не обов’язково співпадатимуть від серії до серії. Проте, якщо провести досить велику кількість досить довгих серій підкидань, то серед одержаних значень статистичної ймовірності можна виділити досить велику групу близьких між собою значень. Переважна більшість з них у певному розумінні групуються одне біля одного, а тому й біля певного фіксованого числа. Саме тому статистична ймовірність при досить великих n характеризує міру можливості відбування події A не тільки у кожному з п проведених випробувань, а й у тих, що можуть бути проведеними.”

Результатом кожного стохастичного експерименту є елементарна подія, а їх множина для кожного експерименту утворює простір елементарних подій. Деякі (не обов’язково усі) підмножини простору елементарних подій називають подіями (або випадковими подіями).

Різновидності подій зручно розглядати, використовуючи таблицю 2.6, що проектується на дошку за допомогою кодопроектора.

Таблиця 2.6

Різновиди випадкових подій

Назви подій	Характерні особливості
Вірогідна ( )	- в результаті кожного випробування відбувається
Неможлива (Ш)	- ніколи не може відбутися в результаті випробування
Сумісні	- поява однієї не виключає появу інших в одному випробуванні
Несумісні	- поява однієї виключає появу інших в одному випробуванні

Вільний рядок в таблиці вказує, що існують і інші за характером випадкові події, які ми поступово вписуватимемо. Під час пояснення основних понять слід уникати абстрактності, відірваності від реальної дійсності. Приклади мають бути зрозумілими і близькими, різноплановими, ні в якому разі не можна обмежуватися монеткою і кубиком.

Під час і після вивчення основних понять теорії ймовірностей студентам пропонуються такі задачі.

Задача 1. Вкажіть, яке з наведених випробувань буде стохастичним експериментом, а яке – ні. Відповідь обґрунтуйте.

- Поява кульки з лототрону лото "Забава" і фіксація зображеного на ній номера.
- Спостереження за сонячними і похмурими днями їх фіксація.
- Варіння ягід смородини і фіксація зміни кольору води.
- Витягування однієї карти з 36 і фіксація забраження на ній.
- Розчинення крохмалу у воді і фіксація кольору розчину.
- Підігрівання води при нормальному тиску до 100 градусів і фіксація її стану.

Задача 2. Вкажіть, які з подій є випадковими, вірогідними, неможливими. Відповідь поясніть.

- Наявність снігу на Різдво.
- Виграш "Динамо" у матчі з "Шахтарем ".
- Випадіння на верхній грані грального кубика парного числа.
- Випадіння на верхній грані кубика числа більшого шести.
- Наявність одиниці на вирваному листку відривного календаря.
- Виграш п'яти гривень лото "Забава".
- Витягування з коробки кольорового кубика, якщо в ній 4 жовтих і 2 зелених.

Цей перелік можуть продовжити самі студенти, обов'язково аналізуючи ситуацію і виділяючи простір елементарних подій, та визначаючи вірогідні і неможливі.

Продовжити розгляд другої теми – "Операції над подіями, їх геометрична інтерпретація" досить зручно з проведенням певних аналогій між тим, що вже відомо студентам, і тим, із чим вони ознайомлюються вперше. Перші відомості про найпростіші факти теорії множин студенти отримують на початку вивчення курсу математики, а стохастику вивчають пізніше. Тому доцільно використовувати аналогію з поняттями множини та операцій над множинами, які уже не викликають у студентів ніяких труднощів (табл. 2.7).

Така паралель між мовою теорії множин і мовою алгебри подій, яка лежить в основі всієї теорії ймовірності [276, с.81], дасть можливість полегшити вивчення теорії ймовірностей.

Теорія ймовірностей вивчає математичні моделі реальних випадкових подій і одним з інструментів цього є теорія множин.

Таблиця 2.7

Таблиця аналогій

Позначення	Теорія множин	Теорія ймовірностей
	Елемент множини	Результат випробування або спостереження, елементарна подія.
Щ	Універсальна множина, тобто множина, всіх елементів, що розглядаються	Сукупність усіх елементарних подій – простір елементарних подій. Вірогідна подія.
Ш	Порожня множина	Неможлива подія.
A,B...	Підмножини універсальної множини	Випадкові події.
$A = B$	Підмножини *A* і *B* рівні	Події *A* і *B* рівні.
A U B; *A+B*	Об'єднання, сума множин *A* і *B* , тобто множина елементів, які входять або в *A*, або в *B;* або в кожну з підмножин	Подія, яка характеризується тим , що відбулась, принаймні, одна із подій (або *A*, або *B*, або одночасно відбулися події *A* і *B*.
$A \cap B$; $A{\cdot}B$	Перетин множин *A* і *B*, тобто множина елементів, що входять і в *A*, і в *B*	Подія, яка полягає в тому, що одночасно відбулися події *A* і *B*.
$A \cap B =$ *ш*	Множини *A* і *B* не перетинаються	Події *A* і *B* несумісні (не можуть відбуватися одночасно внаслідок будь-якого випробування).
$A \setminus B$	Різниця множин *A* і *B,* тобто множина елементів які входять до *A*, але не входять до *B*	Подія, яка полягає у тому, що відбувається *A* і не відбувається *B*.
\	Доповнення множини *A* до	Протилежна до *A* подія, яка полягає у тому, що не відбувається подія *A*.

Використання діаграм Венна дозволяє досить наочно продемонструвати виконання операцій над подіями, а також використовувати їх, пояснюючи поняття події, протилежної події.

Багаторічний досвід педагогічної роботи свідчить, що добре вивченим і осмисленим студентом матеріал можна вважати тоді коли, студент сам може навести приклад. І особливо важливим є створення навичок перенесення навчального матеріалу на життєві ситуації у вивченні теорії ймовірностей і математичної статистики. Адже саме ці науки народилися із практичних задач, і це є той позитивний момент, що полегшить вивчення стохастики. Тому обов’язковим домашнім завданням після лекцій, на яких розглядались види подій, операції над подіями та інші поняття, є створення власних прикладів (на кожне поняття мінімум по три), причому приклади з монеткою і гральним кубиком виключаються. Перевірка таких завдань проводиться у формі фронтального опитування на наступних лекціях, що добре активізує роботу студентів і готує їх до сприймання нового матеріалу, або на практичних заняттях, у якості додаткових питань.

Наприклад, якщо студент після вивчення теми “Операції над подіями” наводить власний приклад типу:

Дві подруги вийшли прогулятися без певного плану. Проходячи повз кав'ярню , вони вирішили випити кави. Не будучи впевненими, що в них є фінанси які дозволять це зробити, вони вирішили перевірити наявність грошей. Стохастичний експеримент полягає в перевірці фінансового стану подруг та фіксації результату перевірки. Результатом перевірки може бути наявність чи відсутність достатньої суми, позначимо це відповідно “+”, “-”. Наявність достатньої суми у першої подруги характеризує подію *A*, вона відбувається, якщо у неї є достатня сума і не відбувається, якщо її не має. Аналогічно наявність достатньої суми у другої подруги характеризує подію *B*. Простором елементарних подій стохастичного експерименту є . Тоді подія , , а подія *C* – “випити кави” відбудеться, якщо гроші є в першої подруги, або в другої подруги, або в обох подруг. Кожний етап своїх міркувань студент фіксує в таблиці 2.8.

Таблиця 2.8

Приклад операції суми

Результати перевірки першої подруги	Результати перевірки другої подруги	Простір	Випити кави, подія $C=A+B$
+	+	+ +	
		+ -	
		- +	
-	-	- -	

Аналогічні таблиці використовувалися при вивченні операцій над подіями. Це дає підстави для висновку, що перший крок зроблено, і в правильному напрямі.

У спільній діяльності вчителя та учнів, у процесі якої досягається оволодіння знаннями, навичками, вміннями формується світогляд учнів, розвиваються їхні здібності, можливо, частіше, ніж при вивченні інших розділів математики, поряд з пояснювально-ілюстративним та репродуктивним методами, використовуватимуться проблемний виклад, частково-пошуковий або евристичний, дослідницький методи.

Саме при вивченні цього розділу можливою стає організація пошукової, творчої діяльності студентів із розв'язання нових для них проблем, можливо, проблем, що мають професійно спрямований характер, які не потребують використання складного математичного апарату.

Певною мірою ці методи реалізуються не тільки при розгляді нових понять і законів, а й у процесі виконання конкретних дій, зокрема побудови таблиць спосте режень, обчислення певних статистичних характеристик досліджуваного явища (процесу), коли формуються ті специфічні риси мислення, які включаються у випадку ситуації стохастичного процесу.

Важливою проблемою методики навчання теорії ймовірностей і математичної статистики у коледжах та ліцеях є пошук нових шляхів удосконалення процесу навчання, активізації пізнавальної діяльності студентів, забезпечення її позитивної мотивації. На нашу думку, розв'язанню цієї проблеми сприятиме удосконалення методів реалізації прикладної і практичної спрямованості процесу вивчення теорії ймовірностей і математичної статистики.

Розгляд теоретичних питань теорії ймовірностей та математичної статистики через практичні задачі професійно спрямованого змісту або системи таких задач створює сприятливі умови для використання на лекціях проблемного навчання. Ве лике значення мають такі задачі і для досягнення навчальних, розвивальних, виховних цілей вивчення стохастики.

Наприклад, необхідність засвоєння понять, пов'язаних із схемою Бернуллі та формулою Бернуллі, стане більш переконливою і очевидною, якщо їх вивчення про вести поетапно за логічною схемою, яка передбачена робочою програмою, а почати виведення формули можна із розв'язання економічної задачі:

Задача. У середньому 20 % пакетів акцій на аукціонах продаються за початково заявленою ціною. Знайти ймовірність того, що із трьох пакетів акцій в результаті торгів за початково заявленою ціною буде продано два пакета акцій.

Доцільним є попередній аналіз економічної термінології (*акції, аукціон),* та актуалізація стохастичних понять. Для цього студенти можуть використати тлумачний словник, створений при проведенні експериментального дослідження (додаток Д).

Далі студентам пропонується відповісти на запитання:

- Що в даному випадку є стохастичним експериментом?
- Які наслідки стохастичного експерименту?

Відповіді студентів уточнюються викладачем і від реальної ситуації переходимо до її математичної моделі.

З даною задачею пов'язано два стохастичних експерименти, кожен з яких пов'язано з проведенням аукціону. У першому експерименті фіксується результат продажу навмання вибраного пакету акцій: - продаж за початково заявленою ціною, - продаж за ціною вищою ніж початкова. Отже, , причому за умовою задачі $= p = 0{,}2$, а .

У другому експерименті фіксується результат продажу кожного з трьох пакетів акцій, тобто наслідком другого експерименту є трійка ( ), де EMBED Equation.3 . Ця трійка характеризує результат продажу відповідно першого, другого та третього пакету акцій. Тому для другого експерименту маємо простір елементарних подій або в розгорнутому вигляді

( ), ( ), ( ), ( ), ( ), ( ), ( ), ( ) .

Кожна елементарна подія простору EMBED Equation.3 характеризує відповідний результат продажу кожного з трьох пакетів акцій. Наприклад, ( ) означає, що перший пакет продано за вицою ціною, другий – за початковою, а третій – за вищою (від початкової) ціною.

Нехай - події, які означають, що за початковою ціною продано відповідно перший, другий та третій пакети акцій. Ці події пов'язані відповідно з першим, другим та третім випробуванням – продажем відповідного пакету акцій.

Ці випробування (пов'язані з простором) називають незалежними, якщо події незалежні.

Виникає питання: яким повинен бути ймовірнісний простір , щоб події були незалежними?

Для відповіді на це питання зауважимо, що

={( ), ( ), ( ), ( )}

За умовою задачі

тоді

,

,

і т.д.

В загальному випадку дістаємо , якщо серед рівно *m* дорівнюють *A*, а інші – .

Подія , яка полягає у тому, що за початковою ціною буде продано два пакети акцій, має вигляд: , а тому

В загальному випадку подія містить елементарних подій, кожна з яких має *m* координат, що дорівнюють *A,*а інші (*n-m*) координат дорівнюють і тому

ймовірність часто позначають .

Отже, маючи серію незалежних випробувань, у кожному з яких подія *A* відбувається з ймовірністю *p* і не відбувається (тобто відбувається протилежна до неї подія) з ймовірністю $q = 1- p,$ дістаємо можливість обчислення ймовірності появи події *A* в *n* незалежних випробуваннях рівно *m* раз, а саме формулу Бернуллі:

= EMBED Equation.3 ,

Шляхом фронтального опитування викладач добивається правильного розуміння отриманої формули та уточнює всі деталі її використання.

Тут досить бажаним буде невеликий екскурс в історію, який можуть підготувати самі студенти на 5 – 10 хв. Повідомлення готуються заздалегідь, на консультаціях з викладачем уточнюється їх зміст. З темою свого майбутнього повідомлення студент отримує і список літератури, що полегшує його пошук. Наприклад, до лекції №5, тема якої: "Схема повторних незалежних випробувань. Формула Бернуллі", може бути запропоновано одне із повідомлень:

****

1. Найвідоміша математична династія.
2. Якоб Бернуллі і його вклад в розвиток теорії ймовірностей.
3. "Мистецтво передбачень" – робота, з якої почався розвиток серйозної математичної дисципліни.

Література:

1. Бурбаки Н. Очерки по истории математики. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1963.

2. Гнеденко Б.В., Шейнин О.Б. Теория вероятностей // Математика XIX века. –М. Наука, 1987.

3. История отечественной математики / Под ред. И.З. Штокало. – К.: Наукова думка, 1966.

4. Майстров Л.Е. Теория вероятностей. Исторический очерк. – М.: Наука, 1967.

5. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики. – М.: Наука, 1990. – 256с.

6. Шейнин О.Б. Теория вероятностей до Чебышева. Историко-математические исследования. - Выпуск XXII. – М.: Наука, 1978. – С.284-306.

****

З часом ці повідомлення, уже доповнені, можуть стати рефератами, що розглядатимуться на семінарському занятті. Взагалі, елементи історизму завжди пожвавлюють будь-яке заняття, формують цілісну картину розвитку науки.

Зіставлення, аналіз і узагальнення як логічні операції дозволяють ввести поняття схеми Бернуллі, вивести формулу Бернуллі та сформувати алгоритм використання як самої формули, так і її наслідків.

Саме така система вивчення цих понять забезпечить більш свідоме й цілісне розуміння студентами їх змісту та можливості практичного використання під час розв'язування вправ, а також слугуватиме обґрунтуванням корисності як цього, так і іншого програмного матеріалу.

Вивчаючи теорію ймовірностей та математичну статистику, студентам доцільно постійно демонструвати їх прикладне значення, не знижуючи при цьому рівня науковості теоретичного матеріалу. У процесі розгляду проблемних задач практичного змісту або задач із професійною термінологією студенти мають можливість самостійно зробити деякі висновки, а потім, можливо, і зацікавитися їх теоретичним обґрунтуванням.

Доцільно будувати пояснення таким чином, щоб студенти відчули потребу усвідомлення теоретичного матеріалу, а не просто запам'ятовували записи готових теоретичних положень у вигляді формул. Лише за такої умови вони зможуть відчути закономірності, що вивчаються, а в майбутньому й необхідність цих знань для своєї практичної діяльності.

Наше дослідження довело, що розуміння доцільності вивчення матеріалу і, як наслідок – позитивні мотиви навчання, можуть бути сформовані в студентів лише в процесі їхньої власної діяльності над розв’язуванням тих задач і проблем, які особ ливо важливі для них. А для більшості студентів спеціалізованих коледжів значущим є те, що сприяє більш глибокому оволодінню майбутньою професійною діяльністю.

2.1.2. Початки математичної статистики. Експериментальна методична систе ма навчання стохастики студентів економічних коледжів орієнтована на врахування специфіки їхньої майбутньої роботи, яка безперечно буде пов’язана із обробкою та аналізом великих масивів статистичних даних, що характеризуватимуть різні еко номічні стани та ситуації. Тому особливу увагу доцільно приділити саме обробці і аналізу статистичних даних.

На початку кожного заняття, відведеного для вивчення елементів математичної статистики, на дошці з’являється запис (проекція) тексту: математична статистика – це розділ математики, в якому розглядаються математичні методи збирання, систематизації, обробки та використання статистичних даних для наукових і практичних висновків. Закцентувавши на його змісті увагу учнів, конкретизуємо ті економічні та суспільні завдання, які розв’язуються методами математичної статистики і які вивчатимуться на даному занятті:

1. Вибір способу збирання і групування (якщо даних досить багато) статистичних відомостей.
2. Вибір методів аналізу статистичних даних залежно від цілей дослідження.
3. Дослідження статистичних даних для знаходження закономірностей, які можна встановити на основі отриманих спостережень.

На першому занятті студенти роблять повідомлення з історії розвитку цієї науки, а саме:

1. Історія розвитку статистичної теорії.
2. Від „політичної арифметики” до сьогоднішніх днів.

Викладач узагальнює: «Історія розвитку свідчить, що статистика (в перекладі з латинської „status” – стан, становище) – це сукупність знань на першому етапі роз витку про державу, її устрій, чисельність населення, а за словами А.Н. Колмогорова, - „наука про математичні методи дослідження будь-яких масових явищ”».

Основою статистичного дослідження є статистичні спостереження. Перше статистичне дослідження доцільно провести на занятті, опитавши студентів про кількість дітей у їх сім’ях. Результати відповідей записуємо на дошці у вигляді послі довності: 1, 1, 4, 6, 3, 2, 2, 3, 1, 1, 1, 6, 5, 5, 4, 3, 3, 2, 2, 1, 3, 4, 3, 1, 2, 2, 2, 5, 2.

Перед студентами ставимо запитання:

- чи зручно користуватися таким записом статистичних даних?
- чи можна зробити висновки про чисельність багатодітних сімей?

Студенти самостійно доходять висновку про необхідність упорядкування отриманих даних та частоти кожної з них. Переходимо до табличного способу подання даних (табл. 2.9):

Таблиця 2.9

Кількість дітей у сім'ї

Кількість дітей у сім'ї	1	2	3	4	5	6
- частота	7	8	6	3	3	2

Пропонується студентам за таблицею 2.8 дати відповіді на такі запитання:

1. Скільки в групі студентів, які походять із сімей з однією дитиною?
2. Скільки студентів походять із сімей з двома дітьми?
3. Скільки студентів, які походять із сімей з п'ятьма дітьми?
4. Якщо вважати, що сім'ї з 3, 4, 5 або 6 дітьми є багатодітними, то скільки студентів походять з багатодітних сімей?
5. Скільки студентів походить не з багатодітних сімей?

Повідомляється, що результати спостережень можуть фіксуватися у журналах, бланках, анкетах або інших документах обліку і що в наш час таким найзручнішим документом є електронний. Наприклад, останнім часом жителі нашого міста отри муюють рахунки за різні послуги (зв'язку, комунальні) з електронних баз даних відповідних підприємств.

Далі здійснюється узагальнення отриманих результатів та введення понять: варіаційного ряду, варіанти, статистичного ряду розподілу частот або відносних частот.

Зафіксований результат спостережень є тим первісним матеріалом, який необхідно обробляти. Обробка починається, як було видно на першому прикладі, з упорядкування або систематизації зібраних даних. Процес систематизації результатів масових спостережень називається групуванням даних. Якщо числа, які в нашому випадку є ознакою багатодітності, позначити через , де EMBED Equation.3 і розмістити в порядку зростання, то отримаємо варіаційний ряд загального виду:

.

Числа називаємо варіантами. В нашому випадку деякі варіанти повторюються. Нехай спостерігалось разів, - разів і т.д., значення - разів. Числа називаємо частотами варіант.

Звертається увага студентів, що для вивчення закономірностей частоти появи варіант, їх розміщують у зростаючому або спадному порядку і вказують, як часто трапляється кожна із варіант даної сукупності. В результаті отримують статистичний ряд розподілу частот (табл. 2.10).

Таблиця 2.10

Статичний ряд розподілу частот

Варіанти				...	
Частоти				...	

Наступним кроком першого заняття є введення генеральної і вибіркових сукупностей. Повертаючись до нашого невеличкого дослідження, ми можемо зробити висновок, що більшість опитаної групи складають студенти із сімей з однією або двома дітьми. Дуже невелика частина студентів - із сімей, що мають 5 і 6 дітей.

Запитуємо студентів:

- Чи можна ці висновки віднести до сімей нашого міста, всієї України?

У результаті обговорення студенти самостійно роблять висновок, що отримані результати не можна автоматично перенести на місто, а тим більше на всі сім'ї України. Для цього опитаних має бути більше; опитаними мають бути жителі міста; опитані мають бути з різних регіонів України.

На матеріалі розглянутого прикладу вводяться поняття генеральної сукупності , вибіркової сукупності або просто вибірки, обсягу вибірки.

Обов'язково підкреслюємо, що генеральна сукупність завжди є множиною значень певної випадкової величини, а тому ми можемо для її вивчення застосувати стохастичні методи дослідження [212].

Індуктивно введене поняття обсягу вибірки узагальнюється для довільного випадку та записується як: .

Далі студентам пояснюється, що не завжди можна дослідити всі об'єкти генеральної сукупності, інколи це неможливо, а інколи недоцільно і нераціонально. Тому дослідження проводять над вибіркою. Звичайно, вона повинна достатньо повно віддзеркалювати особливості генеральної сукупності. Це надзвичайно важливо, коли генеральна сукупність характеризується деякою неоднорідністю. Тобто, вибірка має бути представницькою (репрезентативною).

Для формування навичок самостійності у студентів їм систематично пропонується частину нового матеріалу опрацьовувати самостійно, з наступною перевіркою. Наприклад: історичні аспекти науки, питання про способи відбору, статистичні таблиці тощо. Перевірка рівня виконання таких завдань відбувається при здачі колоквіумів та на наступних заняттях у процесі фронтального опитування.

Способи утворення вибірки можуть бути різними. Студентам дається завдання підготувати повідомлення з прикладами застосування того чи іншого способу. А саме:

1. Суцільний та несуцільний відбір, випадки їх використання.
2. Випадковий відбір.
3. Механічний відбір.
4. Типовий відбір.
5. Повторний і безповторний відбори та їх особливості.

Для наочного подання варіаційних рядів велике значення мають їх графічні зображення. Графічно варіаційний ряд може бути зображений у вигляді діаграм, полігонів і гістограм, в залежності від завдання і представлення ряду. Викладач пояс нює, що полігон розподілу (многокутник розподілу) будується в прямокутній ситемі координат. Значення досліджуваної властивості відкладається по осі абсцис, а її частота або відносні частоти – по осі ординат.

Полігони використовуються для зображення (дискретних) варіаційних рядів. Використовуючи уже розглянутий приклад, матимемо полігон рис. 2.1.

Рис. 2.1. Полігон частот кількості дітей у сім'ях студентів

Для кращого усвідомлення та засвоєння елементів математичної статистики використовувались задачі прикладного спрямування, взяті з довколишнього світу, тобто задачі, суть яких близька і зрозуміла студентам, а також задачі, які мали економічний зміст.

Приклад 2. За результатами елементарного статистичного дослідження про місяць народження, проведеного студентами серед першокурсників, складено таблицю 2.11, яку разом із запитаннями проектуємо на дошку:

Таблиця 2.11

Таблиця народжуваності

Місяць народжуваності	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень	Липень	Серпень	Вересень	Жовтень	Листопад	Грудень
Кількість дітей	17	23	20	24	18	16	12	19	13	15	8	13

Використовуючи дані таблиці 2.10, просимо дати відповіді на запитання:

1. Скільки дітей народилося в січні?
2. Скільки дітей народилося в березні?
3. В якому місяці найбільше днів народження?
4. В якому місяці найменше днів народження?
5. В якому кварталі (група з трьох місяців) найбільше днів народження?
6. Яка частина днів народження припадає на весну?
7. Яким є обсяг даної вибірки?

Одним з найважливіших понять математичної статистики є поняття числових характеристик вибірки. Особливу роль серед них відіграють середні величини: сере днє арифметичне, середнє геометричне, середнє квадратичне та інші. Слід звернути увагу студентів, що число повторень варіант або інтервалів називають частотою або статистичною вагою, а середню, обчислену з урахуванням статистичної ваги – зваженою середньою.

Поняття числових характеристик не є для них новим: оскільки варіанти є значеннями випадкової величини *X,* то маємо аналогію з відомими числовими характеристиками випадкової величини яку для простоти вважаємо простою (вона дискретна і має скінченну кількість значень). Цю аналогію проектуємо на дошку у вигляді таблиці 2.12.

Таблиця 2.12

Таблиця аналогій між числовими характеристиками вибірки та випадкової величини

Числові характеристики простої випадкової величини	Числові характеристики вибірки
- математичне сподівання, де - значення випадкової величини, - відповідні значення ймовірності	- середнє арифметичне

- дисперсія	- дисперсія
- середнє квадратичне відхилення	- середнє квадратичне відхилення

Дану таблицю при необхідності можна продовжити.

Аналізуючи перші числові характеристики, обов’язково слід звернути увагу на

те, що вирази для і хоч і подібні, але не ідентичні. Відношення змінюватиметься від вибірки до вибірки, але, згідно із законом великих чисел

найймовірніше, що при достатньо великій кількості спостережень . Тому

. Вказане наближення дає змогу приблизно оцінити математичне сподівання випадкової величини *X* за вибірковим середнім [211].

Важливо, щоб студенти засвоїли, що середня тільки в тому випадку є узагальнюючою характеристикою, якщо використовується до однорідних (середня температура хворих, середня температура здорових, середня заробітня плата по галузях) множин. Інакше можна отримати неправильні результати і зробити хибні висновки.

Важливість розглянутих числових характеристик можна продемонструвати на прикладах економічного змісту.

Задача 3. Спостерігаючи за місячним товарообігом, крамниці отримали такі результати (табл. 2.13):

Таблиця 2.13

Товарообіг крамниці

Товарообіг (тис. грн.)	25	30	40	50
Частота	10	20	50	20

Знайдіть середній товарообіг та побудуйте за даними таблиці 2.13 полігон частот.Сформульована задача відноситься до задач прикладаного характеру, в умовах яких уже задано варіаційний ряд. Необхідно знайти числові характеристики та зробити графічне подання даних задачі.

Якщо кількість даних велика, то це зручніше робити за допомогою комп’ютерної програми GRAN 1 (п. 2.5.).

Практичний зміст статистичних величин: середнє арифметичне, середнє квадратичне, дисперсія – розкриваємо в прцесі розв’язування такої задачі:

Задача 4. Фермер вирішив придбати новий районований сорт жита. Науково - дослідний інститут насіннєвих культур пропонує за статистичними даними досліджень (табл. 2.14, 2.15) вибрати необхідний сорт:

Таблиця 2.14

Урожайність сорту №1

Урожайність (в ц/га)	18	20	22
Частота	20	50	30

Таблиця 2.15

Урожайність сорту №2

Урожайність (в ц/га)	18	20	22
Частота	10	70	20

Який сорт вибрати фермеру?

Студенти аналізують таблиці та звертають увагу, що урожайність для обох сортів однакова, а тому і обчислення середніх не допоможе фермеру визначитися. Виникає ідея про визначення стійкості врожайності. Тому доходимо висновку про знаходження дисперсій.

;

.

;

.

Дисперсія сорту №2 виявилась значно меншою, тобто розсіювання врожайності цього сорту менше. Відповідно в даних умовах він є більш стійким. Робиться висновок: фермеру скоріше за все доцільно придбати сорт №2. Обов’язково підкреслюємо, що ризик помилитися все одно залишається, проте цей ризик мінімізовано.

Опрацьовуючи графічний спосіб зображення статистичних даних, особливу увагу звертаємо на графічне подання інтервальних рядів.

Задача 5. Рівень рентабельності підприємств легкої промисловості характеризується даними, поданими в таблиці 2.16:

Таблиця 2.16

Рівень рентабельності підприємств

Рівень рентабельності (%) (інтервали)	До 5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30 і більше
Кількість підприємств	3	8	16	22	24	18	9

Побудуйте гістограму за даними таблиці 2.16.

Аналізуємо побудовану гістограму (рис. 2.2), яка наочно демонструє поданий розподіл.

Рис. 2.2. Рівень рентабельності підприємств легкої промисловості

Найчастіше рівень рентабельності підприємств легкої промисловості досягає 20 – 25 %. Досить невелика кількість (9%) підприємств мають рентабельність біль шу за 30 %. І, напевне, слід подумати над необхідністю існування підприємств, які мають досить низьку рентабельність, тим більше, що їх частка досить невелика. Крім рівня рентабельності, за допомогою гістограми зручно подавати: вартість реа лізованої продукції, процент зайнятості працездатного населення; депозитні ставки комерційних банків тощо.

Для вироблення навичок побудови діаграм, полігонів і гістограм використовувалися матеріали різноманітних статистичних збірників [284, додаток Ж]. Так, виконання самостійної домашньої роботи група (30 студентів) поділялась на шість підгруп, кожна з яких готувала графічне подання різних частин бюджету України (доходи, податкові надходження, видатки тощо), грошових доходів і витрат населення, виробництва і споживання продовольчих і непродовольчих товарів тощо. Ця робота не потребує складного математичного апарату і виконується із задоволенням. Демонстрація на занятті результатів роботи всіх груп дозволяє формувати у студентів цілісну картину фінансової діяльності країни.

Статистична інформація має бути цікавою і актуальною для даної вікової групи студентів. У нашому випадку це були: показники державного бюджету, показники податкових надходжень, темпи зростання інфікованих на СНІД тощо.

Для активізації пізнавальної діяльності ми пропонуємо студентам зібрати статистичні дані і, наскільки це можливо, сформулювати певні рекомендації щодо їх використання. Виконуючи такі завдання, студенти зробили таблиці зміни цін протя гом року на помідори, яблука, цукор і встановили: найдешевші помідори і яблука в вересні; цукор – у листопаді, грудні тощо.

Характерною особливістю більшості статистичних задач є потреба в опрацюванні великих масивів числової інформації. Тому ознайомлюємо студентів з наявним для цього програмним забезпеченням [п. 2.5].

2.2. Фінансово-економічне спрямування процесу засвоєння стохастики шляхом використання міжпредметних зв’язків

Прикладне спрямування математичних знань взагалі і стохастичних зокрема та розширення використання міжпредметних зв'язків між обов’язковими предметами загальноосвітньої підготовки та спеціальними дисциплінами особливо актуально для студентів економічних спеціальностей, які мають розглядати стохастику як інструмент для вивчення в майбутньому нових фахових дисциплін. Адже саме повноцінне вивчення елементів стохастики допоможе в майбутньому грунтовно оволодіти: методиками вивчення та оцінювання результатів діяльності підприємств, організацій, комерційних банків; методами оцінки фінансового стану, фінансового планування; методологією економіко-статистичного аналізу державних фінансів та процесу оподаткування.

Для встановлення міжпредметних зв’язків з такими дисциплінами можна скористатися загальнодидактичною схемою:

1) вибір базового предмета або теми;
2) інтеграція знань базового предмета або теми із знаннями основ дисциплін професійної підготовки;
3) профілювання знань із урахуванням типу закладу та особистих планів щодо продовження освіти.

Для коледжів фінансово-економічного спрямування прикладом такої схеми може бути схема, подана на рис. 2.3 та реалізована в межах даного дослідження.

Рис. 2.3. Схема міжпредметних зв'язків

Схема вказує на можливості розширення стохастичних уявлень на заняттях з інших дисциплін, а це особливо важливо при тенденції до скорочення кількості годин, що виділяються на аудиторні заняття з математики та широкий діапазон застосувань цих знань. Так, на практичних заняттях з математичної статистики доцільно відпрацювати всі прийоми опрацювання дослідних даних на вибірках з невеликою кількістю варіант, а аналогічні завдання з великим масивом розглядаємо на бінарних заняттях з інформатики і математики. Задачі з великою кількістю статистичних даних розглядаються і на практичних заняттях з “Інформатики і комп’ютерної техніки” другого року навчання.

У вивченні тем: “Система табличного опрацювання даних”; “Системи управління базами даних”; “Експертні й навчальні системи”; “Технології обробки економічної інформації” варто використовувати стохастичні задачі прикладного характеру. Саме на таких заняттях більша частина часу приділяється аналізу статистичних даних, а виконання обчислювальних операцій і побудова діаграм та полігонів за допомогою КЗМ відбувається майже миттєво.

Знаннями, які отримали на заняттях із стохастики, студенти можуть скористатися при вивченні тем “Вибірка у соціологічному дослідженні”, “Аналіз документів, спостереження та експеримент у соціології”, “Соціологічне опитування”, “Статистичні методи обробки в соціології” курсу соціології, який теж вивчається на другому році навчання.

У експериментальному навчанні ми намагалися розширити нашу програму, систематично проводячи певну пропедевтичну роботу, тобто роз'яснюючи деякі ймовірнісні поняття на уроках математики при вивченні інших тем. У курсі “Вищої математики” розглядається тема “Застосування похідної до дослідження функції та побудова графіків функцій”. На практичному занятті з вище вказаної теми можна нагадати, що в розділі стохастики розглядались лише дискретні випадкові величини, але існують і інші – неперервні випадкові величини. Саме для їх подання використовуються функції, і одну з них ми зараз розглянемо. Проводимо повне дослідження

і будуємо графік локальної функції Лапласа: .

При цьому звертаємо увагу на те, що дана функція є табульованою, досить часто використовується при дослідженні економічних процесів та має спільні властивості з функцією, що описує нормальний розподіл.

Тобто необхідним є професійне спрямування змісту всього навчально-виховного процесу уже з першого курсу підготовки молодшого спеціаліста. Тому структура курсу математики взагалі і розділу стохастики зокрема повинна забезпе чувати можливість акцентування основних ідей, а більша частина часу і уваги має приділятися основним методам і фактам, заради яких вивчається цей курс. Адже економіст працюватиме з реальними об’єктами, і кінцева мета його роботи – це не стільки встановлення закономірностей процесу, що вивчається, скільки використання отриманих знань для управління ним, прогнозування певних результатів.

2.2.1. Прикладні задачі економічного спрямування. Визначальними рисами мислення професійного економіста є гнучкість, критичність, оперативність, вміння аналізувати ситуацію, яка склалася, знаходити шляхи виходу з неї, приймати конкретні рішення. Для їх формування у сучасних студентів необхідно виробляти вміння:

- шляхом послідовних спрощень складати математичні, стохастичні моделі ситуацій, описаних у сюжетних задачах;
- обирати раціональні методи розв'язування задач;
- перевіряти отримані результати;
- оцінювати оптимальність розв'язання;
- здійснювати інтерпретацію отриманих результатів;
- установлювати систему аналогій, які допоможуть орієнтуватися у складному теоретичному матеріалі або сприятимуть пошуку шляхів розв'язування задачі.

У підготовці спеціаліста економічного профілю важливу роль відіграють створення і дослідження математичних моделей економічних процесів.

Під моделлю [239, 295] розуміють деяку реально існуючу або уявну систему, яка замінюючи і відображаючи в пізнавальних процесах іншу систему – оригінал, знаходиться з нею у відношенні подібності, завдяки чому вивчення моделі дає змогу отримати відомості про оригінал.

Виділяють такі дидактичні функції математичних моделей: пізнавальну, управління діяльністю учнів, інтерпретаційну, естетичну та забезпечення цілеспрямованої уваги учнів. Їх комплексна реалізація дозволяє активізувати процес навчання і досягти поставлених цілей.

Моделювання – дослідження певних явищ, процесів або систем об’єктів шля хом побудови і вивчення їх моделей; використання моделей для визначення або уточнення характеристик і раціоналізації способів побудови заново конструйованих об’єктів [227, с. 327]. Використовуються різні види моделювання: предметне (сту денти виконують перетворення з макетами чи предметами); образне (подумки відбувається осмислення і перетворення деякого об’єкту чи ситуації); графічне (описаний сюжет зображається на малюнку чи схемі); знаково-символьне (для опису залежностей між величинами використовуються математичні знаки і символи).

У дев’ятому класі, під час вивчення теми “Елементи прикладної математики” учні знайомляться з поняттями “прикладна задача”, “математична модель”. За підручником Г.Бевза, “під прикладними задачами в математиці розуміємо задачі, умови яких містять нематематичні поняття. Розв’язуючи прикладну задачу математичними методами, спочатку створюють її математичну модель.

Під моделлю розуміємо спеціально створений об’єкт, який відображає властивості досліджуваного об’єкта (modele – копія, зразок). Математичні моделі створюють з математичних понять і відношень: чисел, виразів тощо. Математичними моделями бувають функції, рівняння, нерівності, їх системи”.

У статті [164] автори прикладними називають задачі, які “виникають на практиці і вказують на необхідність математичних знань для людей різних професій” [164, с.29]. Розв’язування прикладних задач зводиться в основному до виконання наступних трьох етапів:

* I етап – формалізація: перехід від реальної ситуації, що описана в (прикладній) задачі до її математичної моделі;

* II етап – дослідження (розв’язування) математичними методами побудованої моделі;

* III етап – інтерпретація знайденого результату: переклад відповіді з математичної мови на мову, якою сформульовано умову задачі, тобто надання результатові реального змісту;

* IV етап – аналіз і корекція отриманого результату.

Студенти уже мають уявлення про те, що математична модель наближено описує певний клас об’єктів і явищ зовнішнього світу, переданих засобами математичної мови. Ми поступово розширюємо цей клас за рахунок розгляду випадкових явищ і процесів. Пояснюємо, що для їх дослідження використовуються ймовірнісні моделі (*Щ*,   ) стохастичного випробування, де *Щ* – простір елементарних подій, *S* – сукупність підмножин множини, що задовольняє

властивості: коли   коли   , *P(A)* – ймовірнісна міра (ймовірність), визначена на сукупності *S* і задовольняє вимоги:

1 .   ;

2 . Якщо   при   то   ;

3 . *P*(*Щ*) = 1 [116, 214].

При цьому елементи множини *Щ* називають елементарними подіями, елементи сукупності *S* – подіями, а числа *P(A)*,   – ймовірностями події *A*.

Саме ймовірнісні моделі дають можливість ознайомити учнів із стохастичними методами пізнання дійсності. У процесі розв’язування текстових задач учні опосередковано ознайомлюються з найпростішими видами ймовірнісних моделей.

Тому однією із цілей курсу стохастики для студентів економічних спеціальностей є математична діяльність, яка спрямована на: самостійний переклад сформульованої описово нематематичної проблеми на мову математики; пошук стохастичного інструментарію для розв’язання цієї проблеми; інтерпретацію отриманих математичних результатів. На конкретних прикладах демонструється, як певна стохастична проблема розв’язується у відповідній ймовірнісній моделі, а значить, розв’язування має починатися з побудови такої моделі та відповідним коментарем викладача.

Розглянемо декілька прикладів, що демонструють, як можна за допомогою прикладних задач організувати і мотивувати побудову ймовірнісної моделі.

Підготовча робота проводиться під час вивчення тем “Випадковий експеримент та його результати. Простір елементарних подій. Поняття події, співвідношення між подіями”, “Операції над подіями, їх геометрична інтерпретація” , “Означення статистичної ймовірності та її основні властивості”. Саме на цих лекціях викладач може створити проблемну ситуацію, яка зацікавить студентів пошуком відповідей на питання, поставлені різними життєвими ситуаціями, та дасть змогу продемонструвати використання принципу множинності моделей.

З'ясуємо, на класичному прикладі розміщення трьох кульок у трьох шухлядках , що буде простором елементарних подій, якщо вважати, що кульки однакові, а шухляди різні. Розміщення трьох однакових кульок в трьох шухлядках:

1. $|\;a\;a\;a\;|\;-\;|\;-\;|$ 6. $|\;a\;|\;a\;a\;|\;-\;|$

2. $|\;-\;|\;a\;a\;a\;|\;-\;|$ 7. $|\;-\;|\;a\;a\;|\;a\;|$

3. $|\;-\;|\;\;|\;a\;a\;a\;|$ 8. $|\;a\;|\;-\;|\;a\;a\;|$

4. $|\;a\;a\;|\;a\;|\;-\;|$ 9. $|\;-\;|\;a\;|\;a\;a$

5. $|\;a\;a\;|\;-\;|\;a\;|$ 10. $|\;a\;|\;a\;|\;a\;|$

Кожен із цих випадків є результатом стохастичного експерименту, тобто елементарною подією. Можна виділити різні підмножини цього простору, тобто події *A* (існують шухлядки, що містять не менше двох кульок) відповідає випадок 1-9; подія *B* (перша шухлядка не порожня) вичерпує 1; 4-6,8; 10. Так можна розібрати види таких подій як вірогідна і неможлива. Слід наголосити, що не обов’язково всі підмножини *Щ* є подіями. Головним є те, що сукупність подій завжди повинна задовольняти умови: вірогідна подія завжди є подією; якщо *A* подія то протилежна до неї подія існує; якщо - подія, то їх сума існує.

Цей випадок можна вважати частинним для випадку, коли кульки різні, але для нас це не так і важливо, оскільки в кожному конкретному випадку рішення про обмеження моделей приймається окремо, залежно від завдань, які вона повинна вирішувати, і від того, які надає переваги.

Цей приклад може служити моделлю при певному узагальненні (розміщуємо *m* кульок в *n* шухлядках) для низки зовні абсолютно різних ситуацій, але насправді аналогічних даній моделі, а саме:

Дні народження студентів даної групи. Розподіл днів народження *m* студентів відповідає розміщенню m кульок по $n = 365$ шухлядках;

Нещасні випадки (досить часто розглядаються в страхуванні). Розподіл нещасних випадків на групи за днями тижня, в які вони відбуваються, рівносильний розміщенню *m* кульок в $n = 7$ шухлядках;

Вибіркове обстеження. Нехай група із *m* студентів першого курсу розбивається на групи для вивчення іноземної мови, групи виконують роль шухлядок, а студенти - кульок;

Розподіл m людей за належністю до певної статі. В цьому випадку маємо $n = 2$ шухлядки і *m* кульок.

Аналізуючи кожен приклад, спочатку відповідаємо на запитання:
-Який з елементів виконує роль шухляди, а який - кульки?
-Скільки кульок маємо в даному випадку?
-Скільки шухлядок маємо в даному випадку?

Цю низку звичайно можна продовжити, але студентам уже стає зрозуміло, що результати стосовно простору елементарних подій відрізнятимуться лише описово, а не за суттю і значенням.

"У типових задачах з теорії ймовірностей часто потрібно обчислювати ймовірності "дивних" подій (наприклад, ймовірність того, що декілька осіб сідають так або інакше навколо круглого столу, або того, що неграмотна дитина складе з букв розрізної азбуки правильне слово і т.д.)" [236, с.13]. Розв'язування таких задач викликає в студента подив і нерозуміння:
-Для чого мені потрібно розв'язувати такі задачі?
- Де я зможу їх використовувати?

Абсолютно інша, протилежна реакція, коли йдеться про задачі професійного змісту, або задачі, зміст яких є актуальним, близьким студентові. Ці задачі розв'язуються з більшою активністю і помітно посилюють інтерес до навчання.

Одним із критеріїв добору системи задач з теорії ймовірностей та математичної статистики є їх наближеність до життєвої ситуації.

Ми виділили чотири групи прикладних задач [п.1.4].

Задачі першої групи містять фінансово-економічну термінологію: акції, цінні папери, аукціони, дивіденди, назви економічних спеціальностей тощо. Наприклад:

Задача 1. На фірмі працюють 8 аудиторів, із яких 3 – високої кваліфікації, і 5 фінансистів, із яких 2 – високої кваліфікації. У відрядження необхідно відправити групу із 3 аудиторів і 2 фінансистів. Яка ймовірність того, що в цій групі буде хоча б 1 аудитор високої кваліфікації і хоча б 1 фінансист високої кваліфікації, якщо кожен спеціаліст має рівні можливості поїхати у відрядження [Відповідь: 0,9464].

Враховуючи історичні аспекти застосування стохастики і реалії розвитку страхування сьогодні, друга група задач пов'язана саме з цією галуззю. Прикладом служать задачі типу:

Задача 2. Страхова компанія розділяє застрахованих за класами ризику: I клас- малий ризик, II клас – середній, III клас – великий ризик. Серед клієнтів 50% – першого класу ризику, 30% – другого і 20% – третього. Ймовірність необхідності виплати страхової винагороди для ризику першого класу дорівнює 0,01, другого – 0, 03, третього – 0,08. Яка ймовірність того, що: а) застрахований отримає грошову винагороду за період страхування; б) людина, яка отримала грошову винагороду, відноситься до першої групи ризику [Відповідь: а) 0,03; б) 0,1667].

До третьої групи віднесено задачі в яких застосовуються основи стохастики для визначення ймовірностей отримання очікуваних прибутків від вкладених інвестицій.

<u>Задача 3.</u> Підприємець має акції двох компаній. Ймовірність отримання дивідендів від акцій тільки однієї з двох компаній дорівнює 0,36, причому для першої компанії вона дорівнює 0,8. Знайти ймовірність отримання дивідендів від акцій другої компанії.

Розв'язування цих задач, як і будь-яких прикладних задач, включає такі три етапи: формалізація, розв'язування задачі всередині побудованої моделі, інтерпретація.

Проілюструємо це на прикладі останньої задачі, яку можна розглянути на практичному занятті “Розв’язування задач на обчислення ймовірностей з використанням основних теорем теорії ймовірностей”.

Формалізуємо умову даної задачі. Тобто, перейдемо від даної реальної ситуа ції до формальної імовірнісної моделі. Це включає розпізнання даних економічних понять, розкриття структури задачі, виділення умови і вимоги, з’ясування основних та допоміжних величин, що характеризують економічні поняття задачі. На цьому етапі встановлюються способи задання значень основних і допоміжних величин, види співвідношень між значеннями величин.

Усе це дає змогу замінити дані економічні поняття і зв’язки між ними імовірнісними еквівалентами.

Цей етап завершується перекладом умови задачі на адекватну математичну мову, яка, на жаль, досить погано розвинена в наших студентів. У даному випадку це мова алгебраїчних виразів, рівнянь, сформульованих із залученням імовірнісної термінології. Введемо позначення.

Нехай подія A_1 полягає в отриманні дивідендів від акцій першої компанії, A_2 – від другої. Тоді мають місце такі співвідношення:

$$P(A_1) = 0{,}8; \qquad P(A_2) = x.$$

Подія B – “отримано дивіденди від акцій тільки однієї з двох компаній”:

де - подія протилежна до , - подія протилежна до A_2

Оскільки події і несумісні, то ,

Якщо отримання дивідендів від акцій однієї з компаній не впливає на їх отримання від іншої компанії, то доцільно вважати, що події A_1 і A_2 незалежні. Використовуючи теорему добутку двох незалежних подій, дістанемо:

Підставивши числові характеристики кожної із подій, маємо рівняння:

$$0{,}8\,(1 - x) + x\,(1 – 0{,}8) = 0{,}36.$$

Розв’язавши лінійне рівняння, ми отримуємо результат всередині побудованої моделі: $x = 0{,}7$.

Наступний етап – це інтерпретація отриманої відповіді. Тобто в даному випадку 0,7 – це ймовірність отримання дивідендів від акцій другої компанії.

Успішне виконання цих етапів залежить від правильно обраного способу розв’язування і залучення імовірнісного апарату. Головну увагу при виборі способів розв’язування звертаємо не на зміст задачі, а на структуру одержаної моделі.

Приклади інших задач можуть бути використані на практичних заняттях, де розглядатимуться питання:

* Обчислення ймовірностей з використанням формул комбінаторики (Задача 1).
* Обчислення ймовірностей з використанням основних теорем теорії ймовірностей (Задача 2).

Умови задач економічного змісту містять терміни, які позначають специфічні, можливо нові і не зовсім зрозумілі студентам поняття, що надалі будуть використовуватися у вивченні професійно орієнтованих дисциплін. Тому доцільним є пояснення змісту та математичної інтерпретації таких термінів і понять, щоб студенти легше могли встановити математичні та зокрема імовірнісні зв'язки і відношення між ними. Для експериментальних груп було підготовлено тлумачний словник (додаток Д), що містить найчастіше вживані фінансово-економічні та основні стохастичні терміни. У нашому випадку студенти за словником ознайомились з фінансовими термінами: *акція, дивіденди..*

Тут же можна розглянути і типи акцій, що існують сьогодні (прості, привілейовані, іменні). Повідомлення про це також можуть зробити самі студенти, попередньо отримавши завдання. Такий підхід активізує студентів, спонукає до самостійної роботи, готує до вивчення професійно спрямованих курсів – економіки, фінансів, страхування.

Після колективної роботи групи над розв'язанням третьої задачі можна сформулювати додаткові запитання до цієї задачі і використати групову форму роботи. Для цього розбиваємо групу на три команди.

Перша команда шукає ймовірність отримання дивідендів від акцій першої і другої компанії. Друга команда відповідає на запитання, якою є ймовірність не отримання дивідендів. Ймовірність отримання дивідендів хоча б від акцій однієї з компаній шукає третя команда. Результати обчислень кожної з команд демонструються на дошці. Студенти дають відповідні пояснення.

Доцільним буде і обговорення таких питань:

- Яким є простір елементарних подій?
-Чому дорівнює ймовірність вірогідної подій?
-Чи є раціональним розв'язування, запропоноване третьою командою?

Якщо ні, то яким воно може бути? (На дошці демонструється два випадки)

Таким підходом ми спонукатимемо студентів формулювати свої задачі при вивченні в майбутньому спеціальних дисциплін і розв'язувати їх уже відомими з теорії ймовірностей методами.

Для діяльності майбутніх спеціалістів з економіки, фінансів, податкової служби, працівників страхових компаній, банків (саме такою є подальша професійна діяльність наших випускників), як і для будь-якої людської діяльності взагалі властиве прийняття рішень в умовах ризику або невизначеності відносно стану навколишнього світу.

Саме прикладні задачі в контексті змісту курсу математики поступово наближають їх і до сфери майбутньої професійної діяльності.

Практичне заняття "Розв'язування прикладних задач із використанням комп'ютера. Самостійна робота" можна почати з розв'язування задачі 4. Далі можна розглянути кілька аналогічних задач з великою кількістю статистичних даних, які зручніше розв'язувати за допомогою комп'ютера.

Задача 4. Роздрібний торговець продає певний товар. Він купує його за ціною 5 гривень за одиницю, а продає за 8 гривень. Товар псується швидко, якщо його не продати відразу. Тоді він продажу не підлягає, і якщо це трапляється, то торгівець повинен покрити витрати 5 грн. за одиницю продукції за рахунок власних коштів. Статистичними дослідженнями за 200 днів встановлено, що денний попит на товар має 4 різні варіанти (табл. 2.17).Торговець намагається вирішити, який денний запас товару потрібно мати, щоб щоденно отримувати максимальний прибуток.

Таблиця 2.17

Статистичні дослідження попиту

Денний попит ( )	Кількість днів спостереження ( )
21	20
22	60
23	100
24	20
Всього	200

Спочатку обговорюємо поняття: роздрібна торгівля, товар, торговець (додаток Д). Далі викладач проводить коментар, який готує студентів до розв'язування задачі. Демонструється модель, за допомогою якої відбувається процес прийняття рішення, коли маємо множину можливих рішень, що повинна містити не менше як два елементи. Для даної задачі це D= $\{d_1, d_2, d_3, d_4\}$, де - прийняті рішення.

Результатом прийняття певного рішення є вигідний результат, в даному випадку максимальний прибуток (інколи збиток), які виражатимуться числом. Цей вигідний результат (збиток) залежить від прийнятого рішення та від того, що трапляється пізніше, після прийняття рішення. Ми говоримо тут про стан подій у навколишньому світі. Торговець приймає рішення в той час, коли характер перебігу подій у навколишньому світі ще невідомий, і він не може визначити, при якому рішенні вигода буде максимальною, а отже, яке з можливих рішень оптимальне. Стани певних факторів у навколишньому світі визначає випадок, отже, ці стани є результатами випадкового випробування. Нехай Щ = { }– це множина можливих станів в нашому випадку.

З процесом прийняття рішень має справу і наш торговець. Він приймає рішення стосовно щоденного запасу товару. Адже його прибуток залежатиме від кількості зроблених запасів на день, а також від попиту, який буде в цей день. Скі льки осіб купить товар, залежить від випадку. Попит, про який ідеться, це стан навколишнього світу, і він є випадковою величиною. Характеристики стану до прийняття певного рішення визначити неможливо. Тобто ми знову маємо справу з процесом прийняття рішень в умовах невизначеності, яка стосується станів навколишнього світу, з погляду математики ситуація торговця (залежно від типу товару) і процес прийняття рішень нагадують ситуацію гравця в деякій випадковій грі , які досить добре описані [236, с.11].

Для того, щоб обґрунтувати прийняття певного рішення, скористаємося однією з них, а саме: використаємо модель ризику.

Розв'язання задачі 4 :

Нехай p ( ) – ймовірність того, що станом навколишнього світу буде $_i$ для = 1, 2, 3, 4.

Вигода – це функція W двох змінних, яка визначена на множині D x Щ, де D= {d_1, d_2 , d_3, d_4} – множина можливих рішень, Щ = { }– це множина можливих станів. Число W( ) – це вигода, яка відповідає рішенню d_i в ситуації, коли в майбутньому навколишній світ опиниться в стані $_i$, де - прийняте рішення, = 1, 2, 3, 4, - відповідний стан, = 1, 2, 3, 4.

Стани торгівця визначають їх імовірності (табл. 2.18).

Таблиця 2.18

Ймовірнісні дослідження попиту

Денний попит ( )	Кількість днів спостережень ( )	*P* ( )
21	20	0,1
22	60	0,3
23	100	0,5
24	20	0,1
Всього	200	1

Використовуючи модель ризику, складемо таблицю прибутків залежно від попиту (табл. 2.19).

Таблиця 2.19

Залежність прибутку від попиту

Стратегії	Попит на товар			
	21 (йм. = 0,1)	22 (йм. = 0,3)	23 (йм. = 0,5)	24 (йм. = 0,1)
21	63	63	63	63
22	58	66	66	66
23	53	61	69	69
24	48	56	64	72

З табл. 2.19 бачимо залежність між імовірністю прибутків і попитом на товар. Її називають таблицею прибутків, вона показує щоденний прибуток, який матиме торговець, якщо вибере певний запас товару, враховуючи рівень попиту.

Рішення щодо запасів (d_1 = 21, d_2 = 22, d_3 = 23, d_4 = 24) – це різні стратегії торговця.

Умовні прибуткові вартості визначаються як суми, які відповідають різниці між доходом від проданого товару та витратами через надлишок запасів.

Перша стратегія торговця завжди дає результат *M(W)*= 63 гривні від продажу 21 одиниці з прибутком за одиницю: 8 – 5 = 3 (грн.).

Розглянемо випадок, коли вибрано другу стратегію. Якщо є попит на 21 оди ницю, то буде продана 21 одиниця, при цьому прибуток становитиме 63 грн. Але оскільки торговець у роздріб зробив запас на 1 одиницю більше, то вартість цієї одиниці, що залишилась, потрібно покрити, зменшуючи умовний прибуток на 5 грн 63 – 5 = 58 грн. Якщо у вас є в запасі 22 одиниці і попит становитиме 22 одиниці, то умовний дохід становитиме 66 грн., якщо потрібно більше, ніж 22 одиниці, то ті 22 одиниці будуть продані з тим самим результатом.

При цій стратегії торговець у середньому буде заробляти:

M(W)= 58 M 0,1 + 66 M 0,3 + 66 M 0,5 + 66 M 0,1 = 65,2 (грн.).

Студентам нагадуємо, що в теорії ймовірностей цю суму називають математичним сподіванням випадкової величини W. Умовні прибутки у випадку прийняття третьої або четвертої стратегій обчислюються аналогічно.

Для запасів у 23 одиниці отримаємо прибуток:

$M(W)$= 53 М 0,1 + 61 М 0,3 + 69 М 0,5 + 69 М 0,1 = 65 (грн.).

Для запасів у 24 одиниці:

$M(W)$= 48 М 0,1 + 56 М 0,3 + 64 М 0,5 + 72 М 0,1 = 60,8 (грн.).

У даному випадку математичне сподівання виступає критерієм доцільності прийняття рішень. З проведених розрахунків випливає, що при стратегіях:

d_1 маємо $M(W)$= 63; d_3 маємо $M(W)$= 65;

d_2 маємо $M(W)$= 65,2; d_4 маємо $M(W)$= 60,8.

Найбільший очікуваний середній прибуток дорівнює 65,2 грн. Тому скоріше за все найкращим рішенням буде те, коли запаси щоденно становитимуть 22 одиниці.

Основою розв'язання даної задачі є модель, взята із стратегічно-випадкових ігор. Саме такі моделі імітують знайомі студентам реальні ситуації. Далі студентам пояснюємо, що умовні прибутки або доходи – це гроші або матеріальні цінності, одержувані державою, юридичною та фізичною особою внаслідок якої-небудь діяльності (виробничої, комерційної, посередницької і ін.). Прибуток – сума, яка складає різницю між доходом і витратами. Тут же можна продемонструвати на екранах структуру доходів населення України у 2002 році (рис.2.4), які розподілялись таким чином:

Рис. 2.4. Структура доходів населення у 2002 році

-

-заробітна плата - 41%;

-соціальні допомоги, пенсії, дотації, субсидії - 39,4%;

-доходи від власності - 2,8%;

-прибуток та змішаний дохід - 16,8%.

Пропонуємо студентам, користуючись інформацією, яка подана у вигляді кругової діаграми, дати відповіді на запитання:

1. Що є основним джерелом доходів української сім'ї?

2. Що сьогодні є вагомою частиною в доходах української сім'ї, крім заробітної плати?

3. Що складає найменшу частину в доходах населення України?

Далі на екранах комп′ютерів демонструємо аналогічні дані за 2000 та за 2003 роки (додаток Ж) і пропонуємо відповісти на питання:
1. Як змінилась частка доходів населення України від заробітної плати?
2. Як змінюється частка доходів від власності і чому?
3. Як змінюється з кожним роком частка доходів від соціальної допомоги та інших одержаних поточних трансфертів?
4. Яка частина доходів залишається незмінною?
5. Яка частина доходів є найменшою в кожному з представлених періодів?

Після такого аналізу кожній групі пропонується за допомогою комп′ютера побудувати стовпчасті діаграми зміни доходів протягом трьох років:
- І група – від заробітної плати;
- ІІ група – від соціальної допомоги та інших одержаних поточних трансфертів;
- ІІІ група – від доходів від власноті.

Один представник кожної з груп коментує отримані результати.

Використання статистичних даних, які характеризують економічний стан сьогодні, активізує роботу студентів, готує їх до майбутньої роботи, яка буде пов′язана з аналізом даних, що характеризуватимуть фінансовий і економічний стан.

Тому у ході експерименту нами використовувались таблиці статистичних даних, які представляли економічний стан України протягом останніх років, а саме: "Доходи за 1998, 2000-2002 рр.", "Бюджет України", "Середньомісячні зарплати" і т.д. (додаток Ж) [283]. Для самостійного виконання студентам пропонувалося представити статистику доходів сім′ї, статистику витрат сім′ї та зобразити їх за допомогою діаграм.

Аналізуючи виконані завдання, звертаємо увагу студентів на різноплановість доходів до сімейного бюджету:
- заробітня плата, стипендія студента;
- доходи від підприємницької діяльності;
- доходи від особистого господарства;
- доходи від власності та інших джерел;
- пенсії, соціальні виплати;
- доходи від цінних паперів.

Порівнюючи доходи і витрати сімей, звертаємо увагу, що в більшості випадків доходи сьогодні перевищують витрати, а це є хорошим показником фінансового розвитку України.

Студентам зауважуємо, що ринкові умови, до яких відбувся перехід у різних сферах діяльності в нашій країні, вимагають усвідомлення того, що події в світі, який нас оточує, є за своєю природою стохастичними, тому важливо володіти математичним апаратом для їх моделювання та дослідження, а також для безпосереднього отримання прибутків.

Для підтвердження сформульованої тези студентам пропонується таке завдання: Ви вирішили на свої заощадження придбати акції однієї з двох запропонованих фірм. Для придбання акцій необхідно визначитись, яка із фірм більш прибуткова, якщо спостереження за отриманням різних прибутків протягом останніх восьми років і кількох місяців дали такі результати (табл.2.20, 2.21):

Таблиця 2.20

Статистичні дослідження прибутків першої фірми

Прибуток, тис. грн.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Частота, *n*	15	11	4	5	4	10	10	4	5	12	20

Таблиця 2.21

Статистичні дослідження прибутків другої фірми

Прибуток, тис. грн.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Частота, *n*	1	3	5	9	11	24	21	10	10	4	2

Обидві таблиці за допомогою кодоскопа проектуються на дошку і студентам пропонується охарактеризувати статистичні дані та встановити, яка із фірм більш успішна?

За аналогією із попередньою задачею студенти пропонують перейти до ймовірностей (табл.2.22, 2.23).

Таблиця 2.22

Ймовірнісні дослідження прибутків першої фірми

Прибуток, тис. грн.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(x)$	0,15	0,11	0,04	0,05	0,04	0,1	0,1	0,04	0,05	0,12	0,2

Через велику кількість числових значень однозначно відповісти на питання про привабливість тієї чи іншої фірми досить складно.

Таблиця 2.23

Ймовірнісні дослідження прибутків другої фірми

Прибуток, тис. грн.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(x)$	0,01	0,03	0,05	0,09	0,11	0,24	0,21	0,1	0,1	0,04	0,02

Але студенти помічають, що для першої фірми найбільші ймовірності – 0,15; 0 ,12; 0,2 відповідають крайнім значенням прибутку – 0; 9; 10. Для другої ж найбільші ймовірності – 0,11; 0,24; 0,21 відповідають центральним значенням прибутку – 4; 5; 6. Розбивши групу на дві команди, пропонуємо геометрично подати отримані розподіли (рис.2.5).

Рис. 2.5. Многокутники розподілів ймовірностей

Ні геометричне зображення розподілів, ні помічені особливості не дозволяють відповісти на поставлене запитання. Тому в процесі загального обговорення виділяємо два фактори, які говорять про успішність роботи фірми – середній прибуток і стабільність. Студенти в процесі дискусії роблять висновок, що величиною, яка характеризує середній прибуток, є математичне сподівання. Кожна з команд шукає цю числову характеристику для одної із фірм:

,

.

Однакові значення математичного сподівання, яке характеризує середню прибутковість фірм спочатку викликає деякий подив і розгубленість студентів, але в ході обговорення вони доходять висновку про необхідність пошуку інших числових характеристик, а саме:

,

,

,

.

Отримані значення середнього квадратичного відхилення переконують студентів, що більш стабільною є друга фірма. Тому скоріше за все краще придбати акції саме другої фірми. Слід підкреслити ймовірнісний характер зробленого висновку: не виключено, що зроблений вибір не виявиться вдалим, проте шанси цього на момент прийняття рішення не дуже висока.

Разом з оволодінням необхідними знаннями та вміннями відповідним чином формується світосприймання особистості, її науковий світогляд.

Тому так важливо теорію ймовірностей розглядати не тільки як розділ математики, а також як один з засобів вивчення реального світу.

2.2.2. Прикладні задачі на страхування. Згідно програми та тематичного плану з математики для підготовки молодших спеціалістів фінансово-економічного спрямування вивчається курс математики, який в основі своїй відповідає програмі для загальноосвітніх навчальних закладів.

Ознайомлюючись з результатами моніторингу різноманітних міжнародних ор ганізацій та фондів, ми звернули увагу на те, що молодь на терені пострадянського простору вигідно відрізняється від своїх закордонних ровесників більшим обсягом знань і, на жаль, водночас – нездатністю застосовувати їх у реальному житті. Постає питання: як навчити майбутніх фахівців економічних спеціальностей користуватись набутими знаннями із стохастики?

Один із шляхів розв'язання цієї проблеми вбачається в реалізації міжпредметних зв'язків. Розглядаючи основи загальноосвітніх, природничонаукових наук як інструмент та базову основу успішного вивчення навчальних курсів фахового спрямування, обов'язково слід вказувати сферу їх можливого застосування .

Відомо, що теорія ймовірностей і математична статистика є основою для побудови кількісних моделей управління економічними системами в умовах недостатньої або неповної інформації про них. Також ймовірнісної-статистичні методи є базовими для теорії прийняття рішень – складової сьогоднішнього менеджменту. Ризик інвестиційної діяльності чи діяльність страхових компаній оцінюють шляхом аналізу статистичних показників.

Сучасний світ математики – світ кількісних і просторових відношень – реалізується в різних сферах людської діяльності через прикладні моделі, які дають змогу зробити наочними складні системи і процеси.

Дослідження складних проблем сучасної науки й економіки є неможливим без побудови моделей, які спрощують, формалізують, охоплюють лише окремі аспекти явища чи процесу.

У практиці господарської і суспільної діяльності трапляються події, яких уникнути в більшості випадків важко, а то й зовсім неможливо. До них належать: псування і знищення майна внаслідок стихійного лиха, травматизм і нещасні випа дки на виробництві і в побуті, хвороби, інвалідність, смерть людей, безробіття тощо. Ці події є традиційним об'єктом фінансових угод, які називають страхуванням. Час настання цих подій у кожному окремому випадку неможливо передбачити. Але в масі явищ вони повторюються, що дає можливість їх передбачати і, як наслідок, вживати заходи для полегшення пов'язаних з ними наслідків. Тому фінансові розрахунки в страхуванні виконуються на підставі закону великих чисел.

Студентам це можна продемонструвати на наступному прикладі.

Якщо спостереження засвідчили, що страховий випадок виникає щорічно в середньому у 187 осіб на кожні 100 000 населення, то ймовірність його появи дорівнює 0,00187. Відповідно, якщо страхова компанія застрахувала 100 000 осіб, то щороку в середньому треба буде виплачувати певну страхову суму 187 особам з числа застрахованих.

Основою системи страхування є створення із страхових внесків страхових фондів, частина яких використовується на відшкодування збитків потерпілим. Тому не тільки наші студенти, які в майбутньому вивчатимуть страхування, а й кожна людина має знати, як зменшити свій ризик і які кошти для цього необхідні.

Припустимо, що кожному застрахованому буде виплачуватися 500 грн.. Тоді загальна сума виплат складе: грн. Тобто, для виконання своїх функцій страхова компанія повинна мати суму не меншу від отриманої, щоб відшкодувати збитки потерпілим.

Головні суб'єкти економічної системи страхування – страховик та страхувальник. Страховик, або страхувач – особа чи установа, яка зобов'язується виплачувати винагороду при страхуванні. Страхувальник – особа чи установа, яка страхує себе чи своє майно.

Оскільки страхування ґрунтується на економічному ризику, теоретичною ос новою аналізу якого є теорія ймовірностей, то перше знайомство із страхуванням можна почати при вивченні стохастики. На нашу думку, є вдалим ознайомлення студентів із страховою термінологією при розв'язуванні прикладних задач, що значно активізує їх роботу на заняттях.

На практичному занятті "Розв'язування задач з використанням формули Бернуллі" можна запропонувати задачу:

<u>Задача 1:</u> Відомо, що з настанням страхового випадку в середньому на 15% договорів страхова компанія виплачує страхову суму. Знайти ймовірність того, що з десяти договорів з настанням страхового випадку з виплатою страхової суми буде пов'язано:

а) три договори; б) менше двох договорів.

Відповідь: а) 0,1298; б) 0,544.

У першу чергу студентів слід ознайомити із специфічними термінами: страхова сума, страховий випадок, страховий договір. Це можна зробити за створеним словником (додаток Д).

Далі аналізуємо характер подій, які відповідають появі страхового випадку з виплатою страхової суми. Для визначеності можна уточнити, що саме розуміється під словами "страховий випадок". Розібравшись з означенням студенти самостійно наводять приклади: аварія, хвороба, пожежа тощо. Тут їм можна повідомити, що за експертними оцінками, сьогодні в Україні реально застраховано лише 6% ризиків, у більшості ж країн цей показник складає 90-95%. Частка страхового ринку України в загальноєвропейському обсязі страхових послуг складає лише 0,05% - при тому, що в Україні проживає 7% населення Європи. Тому майбутні спеціалісти з фінансів мають звернути увагу на розвиток цього напряму економічних відносин.

Звертаємо увагу студентів, що не завжди настання страхового випадку вимагає від страховика виплати страхової суми. Виникає питання: чому? від чого це залежить? Відповіді на ці питання студентам пропонується підготувати заздалегідь самостійно у вигляді коротких виступів на заняттях.

Вказівки до підготовки виступу:

1. Розглянути види страхування.
2. Умови страхового договору.
3. Поняття умовної і безумовної франшизи.

Аналіз умови задачі та повідомлення студентів вказують, що не завжди страхова компанія при настанні страхового випадку виплачує певну суму страхувальнику. Виплата чи не виплата страхової суми страхувальнику, як з'ясовують самі студенти, залежить від багатьох причин, але не від результатів інших страхових випадків.

Аналізуючи задачу, студенти приходять до висновку, що доцільно використати схему Бернуллі незалежних випробувань.

Відбувається серія з випробувань у кожному з яких подія *A*– "виплата страхової суми страхувальнику" відбувається з статистичною ймовірністю і не відбувається, тобто відбувається протилежна до неї подія – з статистичною ймовірністю . Студенти самостійно роблять висновок про незалежність подій, що характеризують виплату і не виплату страхової суми. Тому застосуємо формулу Бернуллі.

а) .

Далі в результаті бесіди визначаємо, що відповідь на друге запитання склада ється з двох частин. Її задовольнятимуть випадки: жоден з договорів з настанням страхового випадку не буде пов'язаний з виплатою страхової суми та лише один з договорів з настанням страхового випадку буде пов'язаний з виплатою страхової суми.

б) .

Далі використовуючи групову форму роботи, розбивши студентів на шість груп і запропонувавши відповісти на запитання:

1) Чому дорівнює ймовірність, що з виплатою страхової суми буде пов'язано не меншо одного договора?
2) Чому дорівнює ймовірність, що з виплатою страхової суми буде пов'язано не менше шести договорів?
3) Чому дорівнює ймовірність, що з виплатою страхової суми буде пов'язано тільки чотири договори?
4) Чому дорівнює ймовірність, що з виплатою страхової суми буде пов'язано більше чотирьох договорів?
5) Чому дорівнює ймовірність, що з виплатою страхової суми буде пов'язано менше шести договорів?
6) Чому дорівнює ймовірність, що з виплатою страхової суми буде пов'язано хоча б п'ять договорів?
7) Яка кількість виплати страхових сум є найймовірнішою?

Завершення розв'язування задачі проводиться з обов'язковим записом на дошці. Вказуються найбільш раціональні форми запису і обчислення. Аналогічні завдання можуть бути запропоновані для виконання вдома.

На практичному занятті, розглядаючи теорему про повну ймовірність та формули Байєса, можна ознайомити студентів із різними видами страхування та їх особливостями.

Задача 2. Відомі ймовірності трьох видів ризику: від пожежі =0,001, від повені = 0,02, від крадіжки = 0,01. Перша компанія страхує лише від першого типу ризиків, друга – тільки другий, третя – перший і другий, четверта і п'ята страхує всі три типи ризиків. Навмання вибирається страхова компанія і повністю використовуються її можливості страхування. Необхідно оцінити ймовірність втрат без страхування та з ним. Витрати на страхування до уваги не беруться.

Перед розв’язуванням задачі даємо означення поняття страховий ризик.

Страховий ризик – певна подія, на випадок якої проводиться страхування і яка має ознаки ймовірності та випадковості настання. Звертаємо увагу на його особливості.

Представлені в умові задачі ризики пов’язані з відповідними ймовірнісними просторами: подія – “пожежа” відбувається з ймовірністю =0,001 і не відбувається з ймовірністю =0,999; подія – “повінь” відбувається з ймовірністю =0,02 і не відбувається з ймовірністю ; страхова подія – “крадіжка” відбувається з ймовірністю = 0,01 і не відбувається з ймовірністю

.

Нехай події *A* – відповідає поява “втрат“ від настання принаймні одного з названих ризиків.

Студентам пропонується поміркувати над питаннями:

- Яким чином можна зменшити втрати від пожеж, повеней, крадіжок?
- Чи можна компенсувати втрати?
- Коли втрати будуть найбільшими?

Студенти частково і раніше знайомилися з роботою страхових компаній, тому вони приходять до висновку, що зменшити або навіть повністю компенсувати втрати від вказаних ризиків можна, якщо попередньо застрахуватися від одного або від усіх вказаних страхових випадків. За допомогою словника (додаток Д) вони знайомляться із потрібною страховою термінологією.

Враховуючи, що наперед не відомо з якою компанією буде укладено страхову угоду, іншими словами за рахунок роботи якої з п’яти компаній можна зменшити ймовірність “втрат“ то слід розглянути всі можливі гіпотези:

EMBED Equation.3 - вибрано *i*-у страхову компанію, з відносною частотою (ймовірністю) цього 1/6, а гіпотеза означає, що страхуванням нехтують також з відносною частотою 1/6.

Нехай витрати пов’язані з подіями - пожежа, - повінь, - крадіжка. Доцільно вважати, що для кожного фіксованого події , , , є незалежні у сукупності.

Разом з учнями проаналізуємо, з якими подіями пов’язано втрати у кожному з шести випадків:

- для першого випадку втрати пов’язано з подією
- для другого – з подією
- для третього – з подією
- у четвертому і п’ятому випадках втрат від вказаних ризиків нема, тобто ;
- для шостого випадку втрати пов’язані з подією

.

Враховуючи несумісність доданків та незалежність співмножників подій, дістаємо, що

Аналогічно знаходимо ,

, ,

.

Порівнюючи знайдені ймовірності, що пов’язані з одним і тим самим ймовірнісним простором приходимо до висновку, що ймовірність втрат є найбільшою, коли нехтувати можливостями страхування.

Як бачимо, реалізація міжпредметних зв'язків можлива через систему сюжетних задач, які містять поняття, що в подальшому використовуватимуться при вивченні професійно спрямованих дисциплін. Але приступаючи до розв'язування та ких задач, необхідно пояснити зміст понять і термінів (додаток Д), щоб студенти легше могли встановити ймовірнісні відношення і зв'язки між ними.

Розв'язування подібних задач дає можливість продемонструвати широку сферу застосування стохастики та використання їх у практичній діяльності.

Це сприяє формуванню у студентів інтересу до розділу “Теорія ймовірностей та математична статистика” в курсі математики та переконує їх у тому, що майже в будь-якій діяльності, якій вони хотіли б себе присвятити, ефективно використовується математика, стохастика.

Прикладами, що мають професійно спрямований характер або вказують на можливості використання деякого конкретного матеріалу при вивченні курсів про фесійно орієнтованих дисциплін, бажано супроводжувати введення нових понять. Це підвищує мотивацію навчання і відповідальність за його результати .

Для мотивації вивчення теми “Ймовірність суми подій” доцільно використовувати приклади з страхування. Говорячи про додавання ймовірностей: [ймовірність p події A, яка полягає у тому, що відбуваються події A (з ймовірністю p), або подія A (з ймовірністю p), або подія A (з ймовірністю p) визначається за такою формулою: $p = p + p + p$] ми звертаємо увагу на те, що складові частини події A є попарно несумісними подіями. Тому можна використовувати це правило, наприклад, для визначення нетто-премії страхування від нещасних випадків – з однієї складової – ризику смерті, другої складової – ризику інвалідності . Обидві ці події – смерть та інвалідність виключають одна одну, оскільки не можна внаслідок одного й того ж страхового випадку одночасно померти і залишитись інвалідом. Тобто страхується смерть або інвалідність внаслідок нещасного випадку, але не смерть внаслідок інвалідності.

Дещо складніше встановити премію із страхування від пожежі, виходячи із звичайного ризику швидкого поширення події і спеціального ризику внаслідок розміщення поблизу меблевої майстерні, оскільки обидва ці ризики не виключають один одного.

А теорему добутку ймовірностей (тема "Поняття умовної ймовірності. Основні теореми теорії ймовірностей") можна ввести, розглянувши страховий приклад, який досить добре її демонструє. На початку нещадної підводної війни (лютий 1917 р.) в Норвегії було проведено дослідження, пов'язане із збиранням даних для визначення премії колективного страхування корабельних команд від ризику смерті, що спричинявся військовою небезпекою [36]. У період від лютого до квітня, тобто за три місяці, премія збиралась по 20 ум. гр. од. з тисячі. З часом було встановлено, що ця премія є недостатньою. Для уточнення величини премії були зібрані такі статистичні дані: в перші дев'ять тижнів після 1 лютого було затоплено 113 суден з 2260 членами команд. При цьому померло 138 осіб і 100 осіб пропало безвісти. Усього було підраховано 700 кораблів, які наражалися на небезпеку і могли бути затопленими. Яким чином можна використати зібраний статистичний матеріал для визначення премії (премію бажано встановити на три місяці)? Дев'ять тижнів із 113 затопленими кораблями дають для трьох місяців (приблизно 13 неділь) 163 затоплення, припускаючи, що розподіл ймовірностей затоплення є рівномірним. Звідси відносна частота (статистична ймовірність) події A затоплення судна визначається із відношення 163/700 і дорівнює $P(A) = 0{,}23$. Далі припустимо, що із 100 пропавших безвісти 50 померло і 50 залишилось в живих. Таким чином, кількість втрачених людей дорівнює 138 + 50 = 188. Отже, за наявними статистичними даними ймовірність події B смерті за умови події A – затоплення судна визначається як $P(B/A) = 188/2260 = 0{,}083$. *Страховий випадок* відбувається тільки тоді, коли судно буде затоплено, а потім настане смерть. Тому ймовірність страхового випадку можна отримати, виконавши множення двох ймовірностей:

Чиста нетто-премія $P(AB) = P(A)\,P(B/A) = 0{,}083 \cdot 0{,}23 = 0{,}01909$ або 19,1 з тисячі

25% надбавки на витрати і можливе відхилення…………… 4,8 з тисячі

Отже сумарний ризик смерті моряка - 29,9 з тисячі.

Цей результат, заокруглений до 30 із тисячі, і є тією самою прийнятною премією, яка застосовувалася без змін протягом року.

Пояснюючи формули Байєса, наголошуємо що вони використовуються тоді, коли подія В, яка може відбутися тільки згідно з однією із гіпотез A , A ,…, A , що утворюють повну групу подій, відбулась, і необхідно зробити якісну переоцінку апріорних ймовірностей вказаних гіпотез $P(A)$, $P(A)$,… $P(A)$, відомих до появи події B. Тобто, необхідно знайти апостеріорні (отримані після проведення випробування) умовні ймовірності P (A), P (A),… P (A) гіпотез .

Прикладне значення цих формул полягає в тому, що при появі події В, тобто із отриманням нової інформації, ми множимо перевіряти і коригувати запропоновані до випробування гіпотези. Такий підхід, який називають байєсовським, дає можли вість коригувати управлінські рішення в різних галузях економіки.

Вивчаючи теорію ймовірностей і математичну статистику, студентам доцільно постійно демонструвати їх прикладне значення, не знижуючи при цьому вимог до засвоєння теоретичного матеріалу. У процесі розгляду задач практичного змісту студенти мають можливість попередньо зробити деякі висновки і зацікавитись їх теоретичним обґрунтуванням. При цьому, як свідчить практика, доцільно будувати пояснення таким чином, щоб студенти відчули потребу усвідомленого засвоєння, а не тільки запам'ятовування теоретичних положень у вигляді формул.

Розгляд прикладів застосування теорії ймовірностей і математичної статистики в одній із професійно орієнтованих за фаховим спрямуванням дисципліні – страхуванні – це один із шляхів реалізації міжпредметних зв'язків. Відомо, що широке використання стохастичних методів у страховій справі стало однією з причин матеріального успіху цієї галузі в країнах з розвиненою ринковою економікою. Розповідаємо студентам, що вони матимуть справу із застосуванням стохастики і в інших курсах з навчального плану підготовки молодших спеціалістів із фінансів, а саме: фінанси підприємств, економічний аналіз, економіка підприємств , статистика тощо.

Ми зосередили увагу на використанні знань із статистики і теорії ймовірностей в діяльності страхових компаній і це суттєво активізувало пізнавальну діяльність студентів, підвищило їх інтерес до вивчення цього розділу програми.

2.3. Інформаційні технології у вивченні стохастики

Позитивним моментом вивчення курсу стохастики є реальна можливість його прикладного спрямування, але реалізація її інколи пов’язана з певними проблемами, а саме: частина задач, що виникають на практиці, а особливо в економіці, пов’язані з великою кількістю даних. Вирішенню цієї проблеми може сприяти комп’ютер та уже створене програмне забезпечення.

Результати проведення експериментальних досліджень переконують у доцільності використання інформаційно-комунікаційних технологій навчання (ІКТН), зокрема GRAN-1, EXCEL та інших при вивченні початків теорії ймовірностей та математичної статистики. Використання комп’ютера робить більш наочним основні поняття стохастики, а також допомагає навчати студентів застосовувати стохастичні методи для розв’язання задач економічного змісту.

Проведені дослідження також довели доцільність та ефективність проведення бінарних занять “Теорія ймовірностей” та “Інформатика та комп’ютерна техніка”, на яких використовувався ППЗ GRAN 1, розроблений на кафедрі інформатики Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Ця програма розроблена для середовища Windows, має стандартний зручний інтерфейс та не вимагає потужних технічних ресурсів комп’ютера.

Розглянемо можливості використання цього програмного засобу на прикладі розв’язування задачі прикладного характеру. Для вивчення попиту на певний розмір жіночого взуття власник магазину аналізує розміри відповідного взуття, яке було продане протягом одного дня: 40, 35, 37, 39, 40, 41, 36, 42, 40, 39, 36, 43, 43, 41, 38, 37, 36, 42, 40, 38. Потрібно побудувати ряд розподілу абсолютних частот для цієї вибірки, розподіл відносних частот та знайти числові характеристики цього ряду.

У даному програмному продукті для роботи з експериментальними (статистичними) даними передбачено роботу з таким об'єктом, як статистична вибірка. Для її задання достатньо вибрати один з трьох можливих способів: введення набору значень, які досліджуються (*"Варіанти"*), введення значень, що спостерігаються, та відповідних абсолютних частот (*"Частоти"*), введення спостережених значень та відповідних відносних частот ("*Відносні частоти"*). Відразу після створення (або модифікації) об'єкта *"Статистична вибірка"* за програмою автоматично обчислюються такі характеристики цього об'єкта, як середнє арифметичне, мода, середнє квадратичне відхилення та ін. (див. рис. 2.6, рис. 2.7, рис. 2.8).

Для графічного подання полігонів дискретних розподілів частот та гістограм неперервних розподілів частот, функцій розподілу відносних частот, появи значень величини, яка досліджується, деяких числових характеристик розподілу частот про грама обладнана послугою побудови відповідних графіків (*Графік / Побудувати*). Водночас програма забезпечує визначення координат довільних точок графіка, обчислення відстаней між точками та ін.

Крім того, з метою визначення узгодженості із спостереженими даними гіпотези про розподіл частот у GRAN 1 передбачено послугу з використання критерію Пірсона (*Операції / Статистика / Критерій Пірсона*).

Отже, спробуємо використати зазначені послуги програми GRAN 1 для розв'язування запропонованої задачі. Для цього необхідно буде вирішити два основних завдання: введення статистичних даних та виконання операцій, які передбачено умовою задачі. Під час подальших міркувань будемо вважати, що ППЗ GRAN 1 завантажена і на екрані монітору розгорнуте її головне вікно.

Перед початком введення набору статистичних даних у вікні *"Список об'єктів"* встановимо тип задання функціональної залежності *"Стат. вибірка"*. Далі для створення об'єкта *"Статистична вибірка"* скористаємося меню програми, для чого задамо послідовне виконання вказівок *"Об'єкт / Створити"*. На екрані монітора з'явиться вікно *"Дані для статистичної вибірки"* (рис. 2.6).

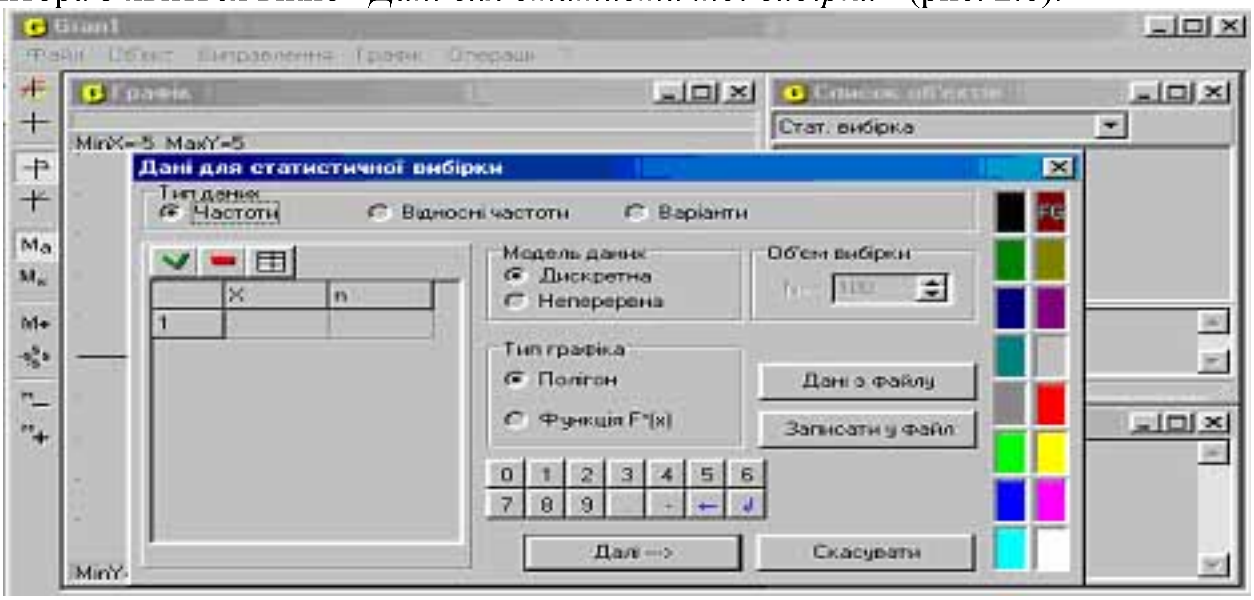


Рис. 2.6. Початковий вигляд монітора

Скористаємося способом введення варіаційного ряду з клавіатури, що відповідатиме набору спостережених експериментальних даних цієї задачі. Для цього встановимо перемикач *“Типу даних”* в положення *“Варіанти*” та оберемо модель даних *“Дискретна”*. Далі можна починати заповнювати відповідну таблицю значень варіант (рис. 2.7). Коли всі дані будуть введені, доцільно зберегти їх на диску. З цією метою потрібно використати в активному вікні кнопку *“Записати у файл”,* вказавши потім відповідний диск, папку та ім’я файла. Для продовження роботи із статистичною вибіркою у вікні *“Дані для статистичної вибірки*” необхідно натиснути кнопку *“Далі →”*. Після цього програма автоматично підрахує такі характеристики статистичної вибірки: обсяг вибірки, математичне сподівання, середнє квадратичне відхилення, мінімальне та максимальне значення, моду, середнє гармонічне, середнє геометричне та середнє квадратичне.

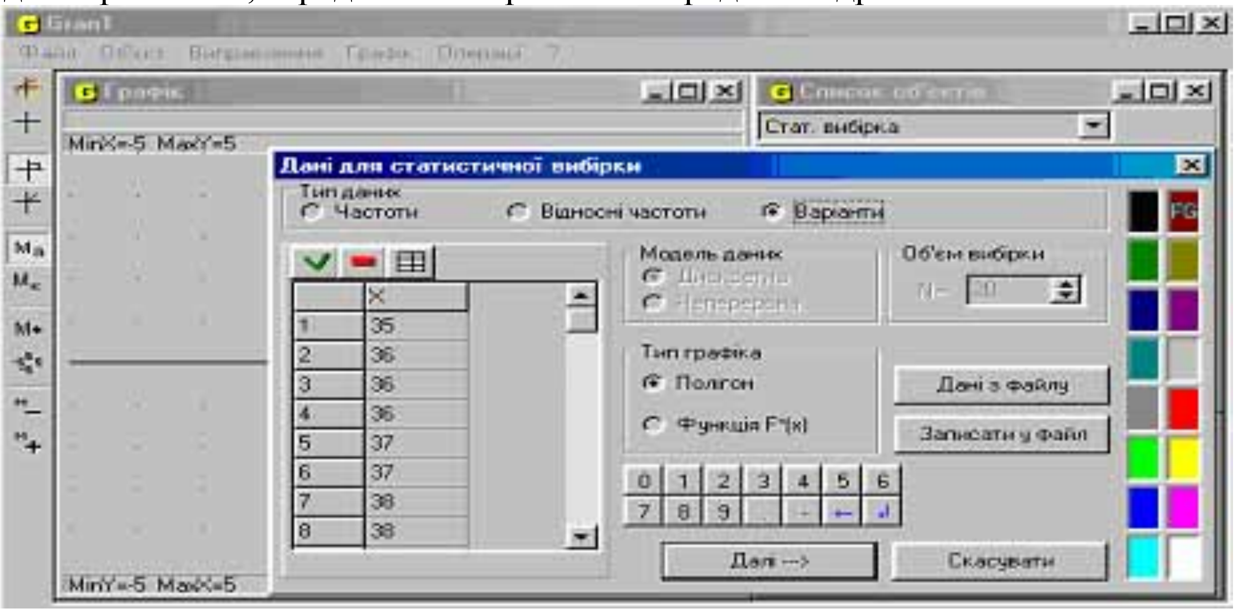


Рис. 2.7. Вигляд монітора з введеними значеннями вибірки

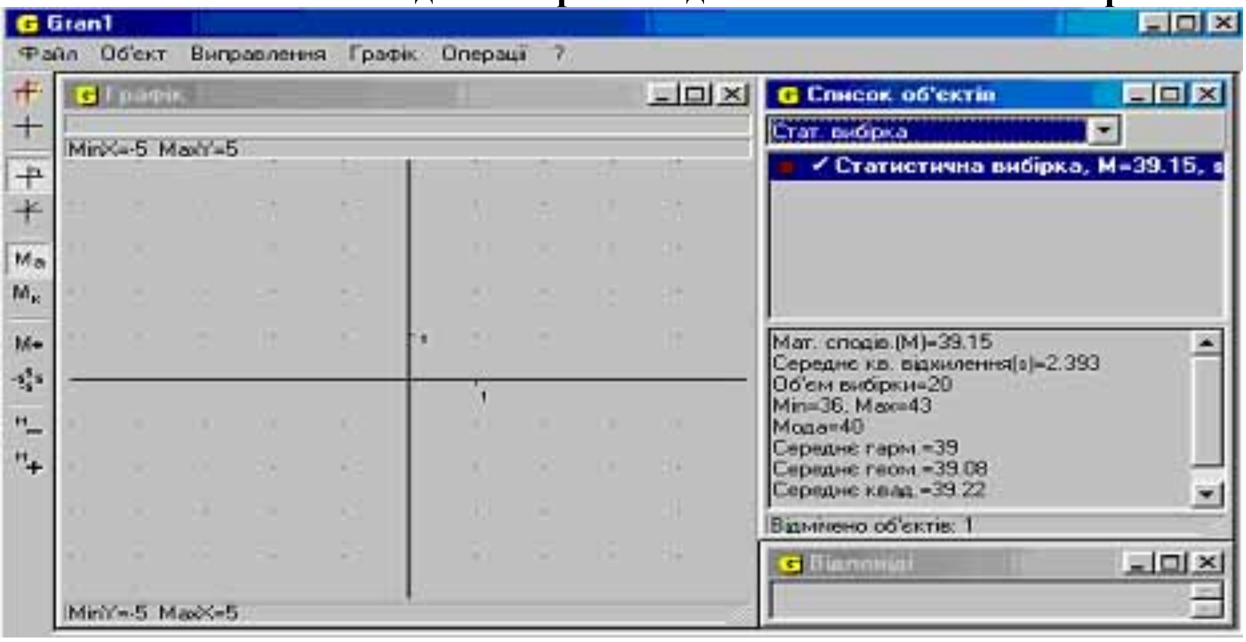


Рис. 2.8. Вигляд монітора з числовими характеристиками вибірки

Як результат, у вікні *“Список об’єктів”* з’явиться перший об’єкт *“Статистична вибірка, M=39,15, S=2,393”*. У нижній частині вікна наводяться основні характеристики цієї вибірки (рис. 2.8).

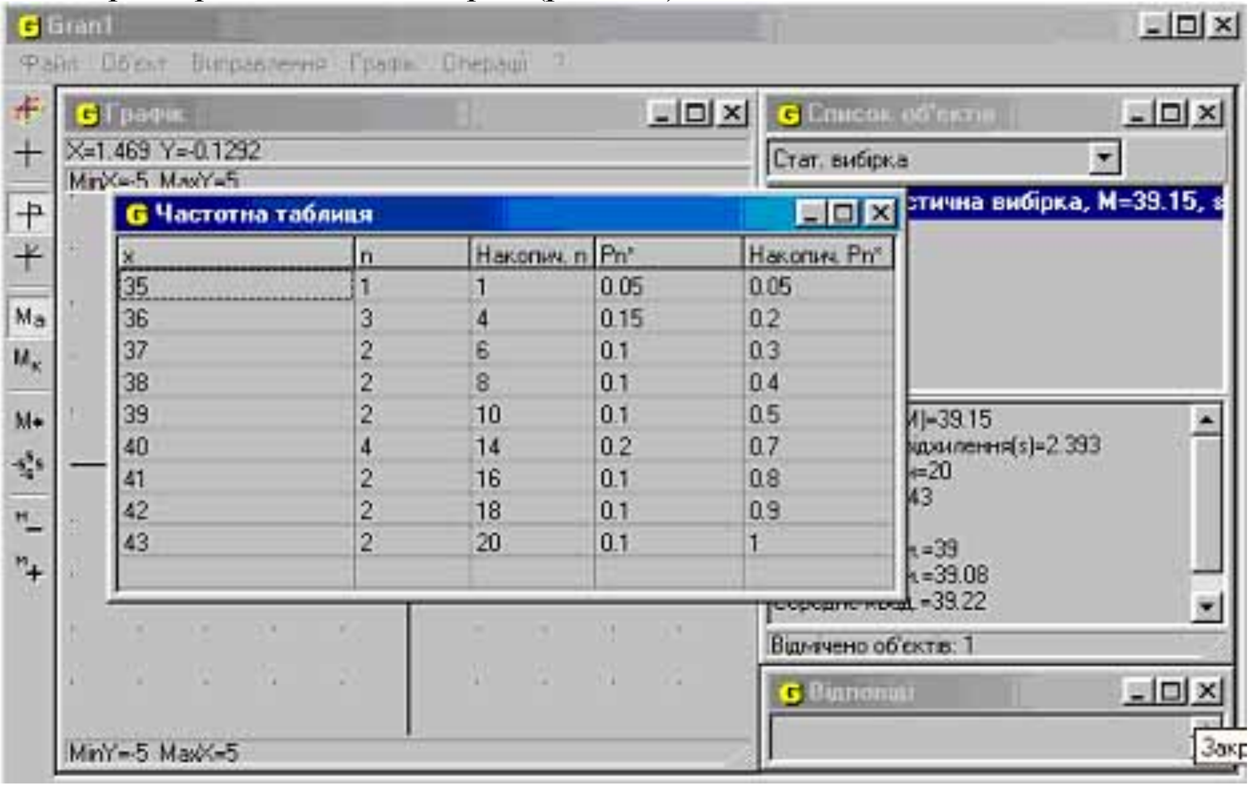


Рис. 2.9 Вигляд монітора з частотною таблицею

Для перегляду таблиць розподілу відносних та накопичених частот скористаємося такими вказівками програми “*Операції / Статистика / Частотна таблиця”,* завдяки яким на екрані монітора з’явиться вікно “*Частотна таблиця*” (рис. 2.9).

З метою унаочнення даних варіаційного ряду доцільно побудувати полігон відносних частот та емпіричну функцію розподілу. Виконаємо зазначені дії по черзі.

Спочатку побудуємо полігон відносних частот. Перш за все, нам необхідно переконатися, що для даних статистичної вибірки встановлено тип графіка *“Полігон”*. Для цього задамо виконання вказівок *“Об’єкт / Змінити”* (нагадаємо, що необхідна нам статистична вибірка є виділеною). Після того, як активізується вікно *“Дані для статистичної вибірки”*, встановимо перемикач “*Тип графіка”* в положення *“Полігон”*. Далі скористаємося такими послугами програми, як *“Графік / Побудувати”*. У вікні програми *“Графік”* буде побудовано відповідний полігон (рис. 2.10). Звернемо увагу на характерні позначки, які подані на осі абсцис. Для будь -якого вигляду графіка статистичної вибірки на осі Ох позначкою **|** зображається середнє арифметичне, а позначкою ^ - середнє квадратичне відхилення.

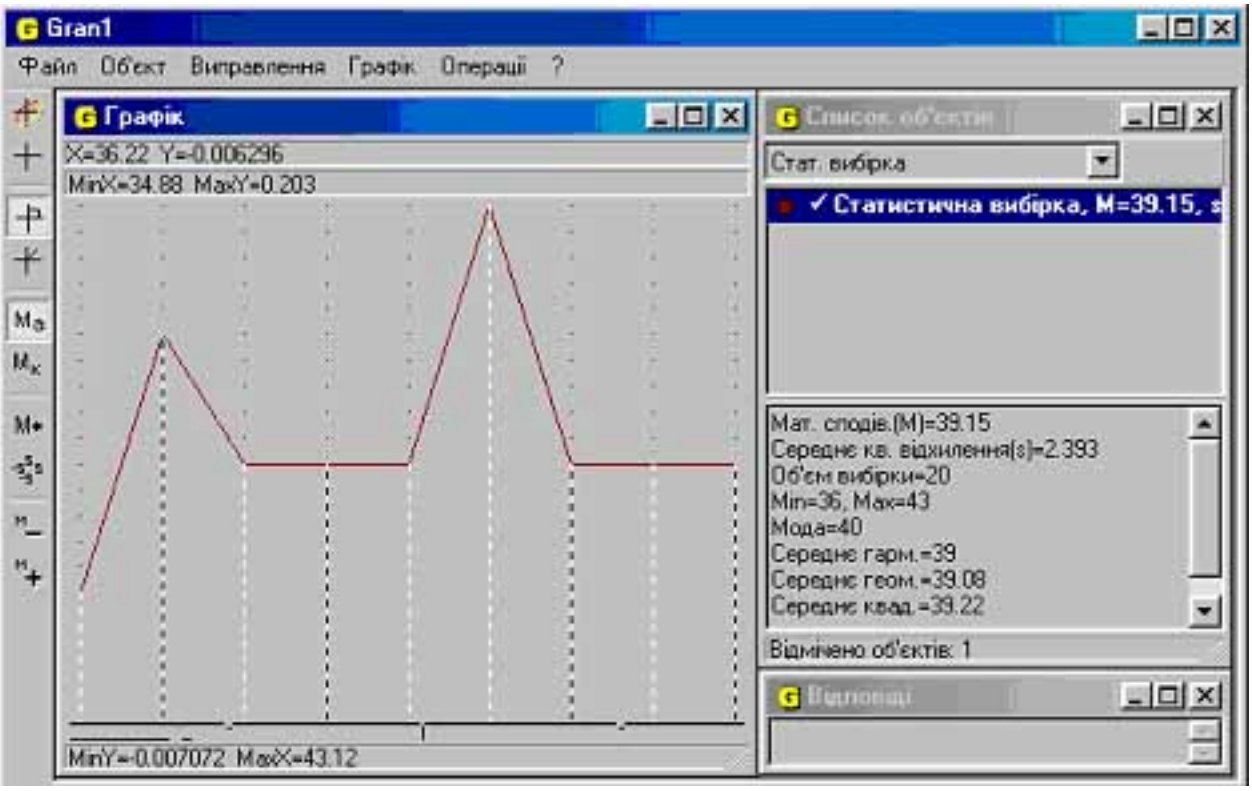


Рис. 2.10.Вигляд монітора з графічним зображенням вибірки

Для побудови графіка емпіричної функції розподілу відносних частот спочатку встановимо у вікні “*Дані для статистичної вибірки*” перемикач “*Тип графіка*” в положення “*Функція* $F^*(x)$”. Подальші дії побудови графіка функції виконуються аналогічно до побудови полігону. Отримані результати побудов подані на рис. 2.11.

Якщо порівняти час, витрачений на розв’язок задачі за допомогою ППЗ GRAN1 і знаходження розв’язку “класичним” способом, то різниця буде вражаючою.

У середньому час, необхідний для розв’язування задачі “класичним” методом (приблизно 30 хвилин), перевищує термін часу, необхідного для розв’язування задачі за допомогою ППЗ GRAN 1 (2-3 хвилини), в десять разів. І це за умови, що задача, яка розглядалася, має досить невеликий обсяг статистичної вибірки (20).

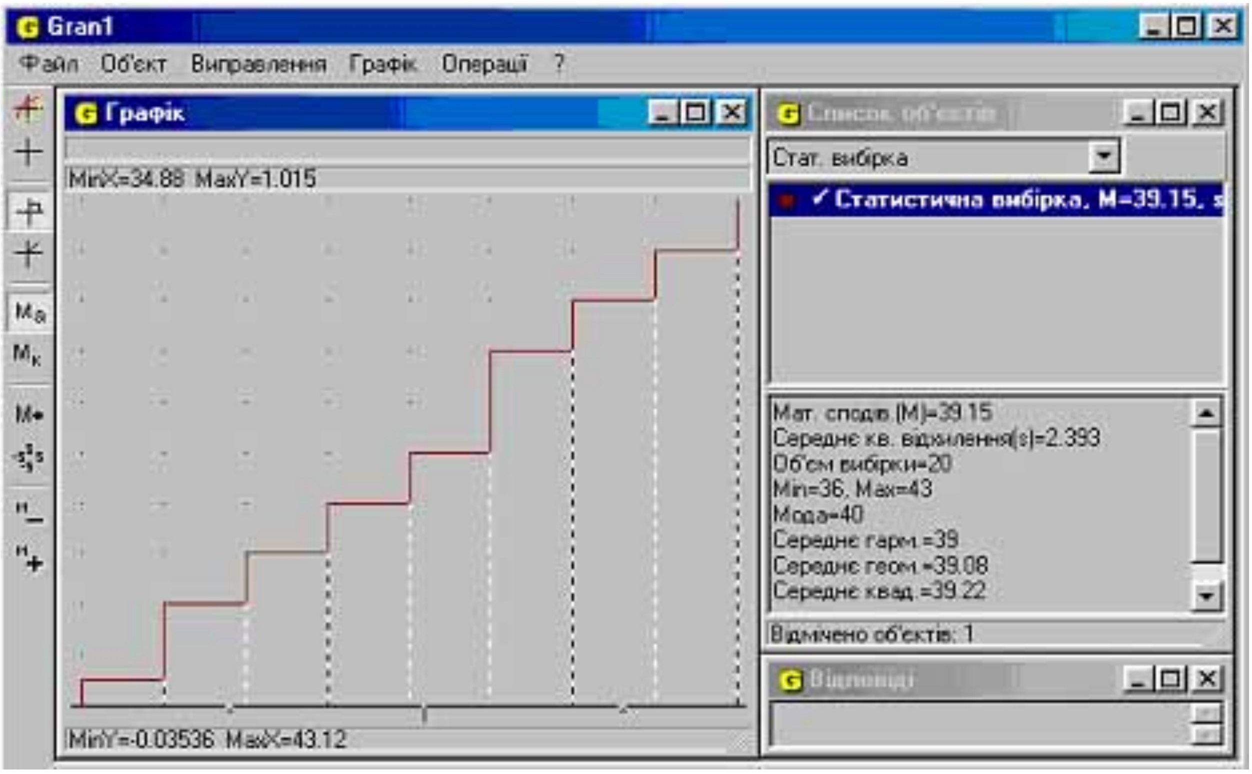


Рис. 2.11. Вигляд монітора з графіком емпіричної функції

Неважко передбачити, що співвідношення витрат часу на розв'язування завдань даними методами буде схилятися на користь комп'ютерного варіанту, якщо обсяг статистичної вибірки буде помітно більший. Крім того, під час використання "класичного" способу розв'язування задачі студенти витрачають майже 90% часу на виконання проміжних розрахункових операцій і лише 10% відводиться на складання математичної моделі та аналіз отриманих результатів. Таким чином, використання лише "класичного" способу розв'язування стохастичних задач призводить до того, що акцент навчальної діяльності студентів зміщується в бік виконання рутинних обчислювальних операцій, а це стає причиною послаблення мотивації, зменшення активності навчальної діяльності та відповідно погіршення усвідомлення змісту задач, які розв'язуються.

Під час використання ППЗ GRAN 1 викладач отримує можливість організувати процес навчання інакше, а саме – навчити студентів складати алгоритм розв'язування задач конкретного типу з використанням НІТН. Крім того, при комп'ютерній підтримці вивчення елементів стохастики з використанням ППЗ GRAN 1 не створює жодних проблем, пов'язаних з опрацюванням статистичного матеріалу. Усі обчислення, упорядкування спостережених значень, підрахунки абсолютних та відносних частот, побудови графіків (полігонів частот, гістограм, функцій дискретних чи неперервних розподілів відносних частот), визначення деяких параметрів розподілу (середнє значення, характеристики розсіювання та ін.) даний ППЗ виконує автоматично. Водночас з'являється можливість основну увагу зосередити на з'ясуванні сутності явищ, які вивчаються, їхніх властивостей, причинно-наслідкових зв'язків, різноманітних особливостей окремих їх проявів [115]. При цьому, якщо студенти оволодіють вмінням складати алгоритми або графічні схеми розв'язування задач, можна досить впевнено стверджувати, що засвоєння узагальненого способу дій відбулося. Водночас, за рахунок появи можливостей швидкого отримування відомостей про об'єкти та залежності, що досліджуються, відбувається значне розширення набору задач, в яких зменшується кількість одноманітних тренувальних вправ на закріплення операцій і збільшується кількість завдань прикладного змісту, що мають економічний характер.

Як показує досвід, використання ППЗ GRAN 1 на заняттях з курсу "Теорія ймовірностей" створювало сприятливий психологічний клімат. Успіх, якого студенти досягли в результаті надання навчально-пізнавальній діяльності творчого, дослідницького характеру, сприяв значному імпульсу підвищення пізнавальної активності.

Безумовно, слід зазначити, що можливості використання ППЗ GRAN 1 не обмежуються розв'язуванням задач наведеного типу.

На старших курсах фінансово-економічних коледжів і ліцеїв студенти поглиблюють свої знання із стохастики, під час бінарних занять (інформатика і вища математика), використовуючи засоби табличного процесора Microsoft Excel, які повністю розв'язують такі важливі задачі теорії ймовірностей та математичної статистики:

- побудова статистичного ряду заданого обсягу за заданою скінченною вибіркою;
- упорядкування і організація даних у вигляді розподілів частот, накопичених частот і т.д.;
- подання отриманих розподілів у графічному вигляді – гістограм, полігонів частот і т. д.;
- обчислення числових характеристик вибірки – середнього значення, дисперсії і середнього квадратичного відхилення;
- обчислення, пов'язані з комбінаторикою;
- обчислення, пов'язані з біноміальним розподілом, розподілом Пуассона, нормальним розподілом;
- побудова довірчого інтервалу для оцінки математичного сподівання нормального розподілу та ін.

Зрозуміло, що засвоєння цього матеріалу та вироблення практичних навичок досить важливе для розуміння всього курсу стохастики, а також тих професійно орієнтованих курсів, що вивчатимуться в майбутньому.

Розглядаючи тему «Аналіз даних» курсу «Інформатика і комп'ютерна техніка» , студентам доцільно запропонувати задачу з великою кількістю даних, теоретичною основою якої є схема Бернуллі.

<u>Задача.</u> Фірма проводить 10 презентацій на тиждень. 20% з них закінчується оформленням договору. Визначити наскільки успішним буде наступний рік. Побудувати полігон.

Студентам з стохастики уже відомо, що проведення серії презентацій і як результат укладання чи не укладання договорів є стохастичним експериментом. У наслідок одного експерименту може відбутися подія A – "укладено договір" з статистичною ймовірністю 0,2 або не відбувається, тобто відбувається протилежна до неї – "не укладено договір" з ймовірністю 1-0,2 = 0,8. На укладення договору не впливають результати попередньо проведеної презентації, що говорить про незалежність подій в сукупності.

Для генерації біноміального розподілу чисел задається ймовірність успіху одного випробування (аргумент) і кількість випробувань.

У MS Excel виконуємо *Сервіс, аналіз даних, Генерація випадкових чисел* та вносимо відповідно до умови задачі значення у вікно *Генерація випадкових чисел (* Рис.2.12*).*

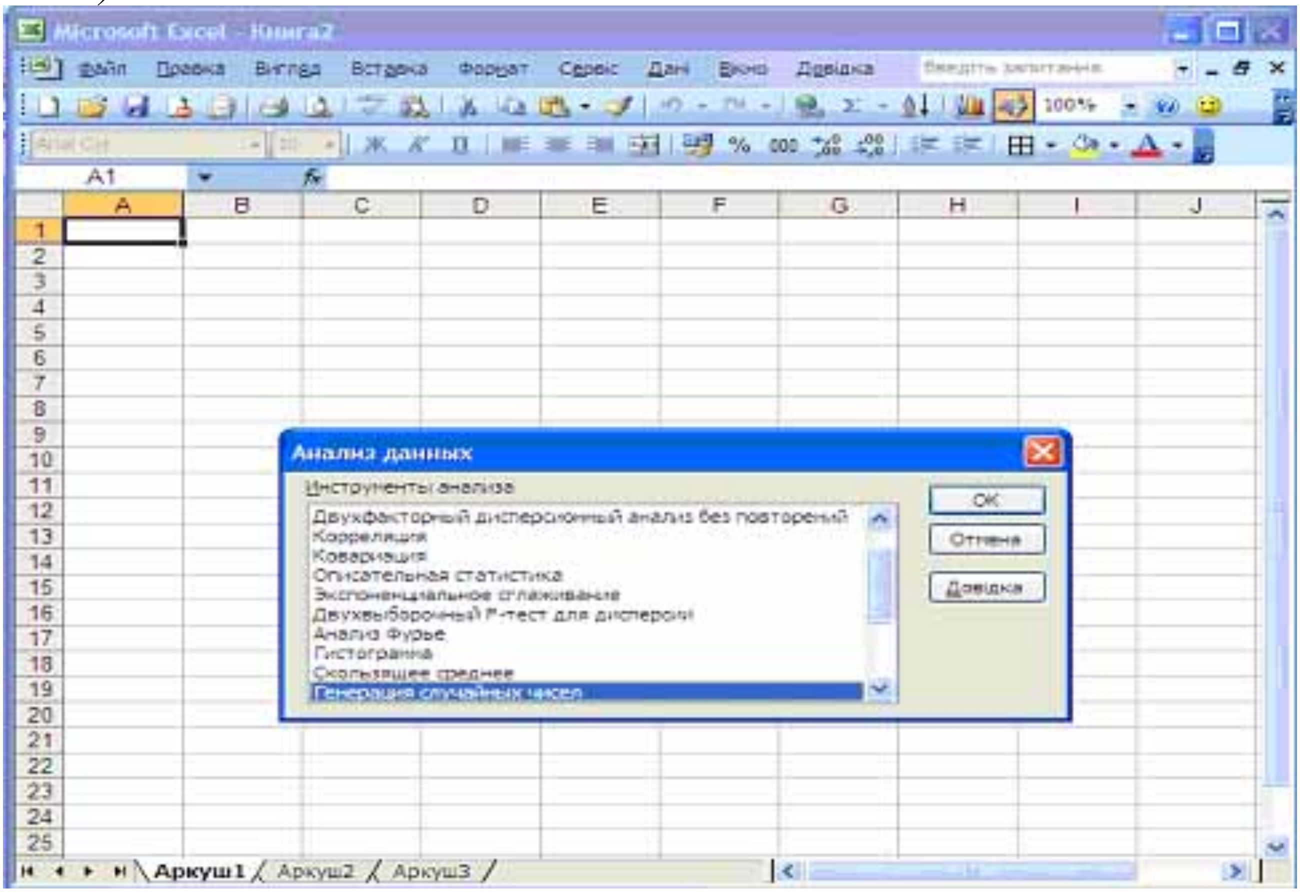


Рис. 2.12 Вигляд монітора при використанні Microsoft Excel

Тобто, студенти вводять 50 (50 робочих тижнів у році) в поле *Число випадкових чисел,* 0,2 в поле *Значення* та 10 в поле *Число випробувань.*В результаті отримуємо таблицю, перший стовпчик вказує на номер тижня, а відповідне число в сусідній колонці характеризує кількість оформлених договорів кожного тижня: 4, 4, 1, 1, 0, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 4, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 2, 1, 1, … .

Впорядкувавши отриману таблицю за кількістю отриманих договорів отримуємо таблицю 2.23.

Таблиця 2.23

Договори, укладені протягом року

	0	1	2	3	4	5
	4	15	16	9	5	1

де - кількість договорів, оформлених протягом тижня *i*= 1,2,…;

- частота появи певної кількості договорів.

Витративши кілька хвилин на процедуру знаходження числових даних, студенти основну увагу приділяють аналізу результатів. З таблиці 2.23 та й з полігону (рис.2.12) видно, що в наступному році можна очікувати чотири тижні, протягом яких не буде укладено жодного договору.

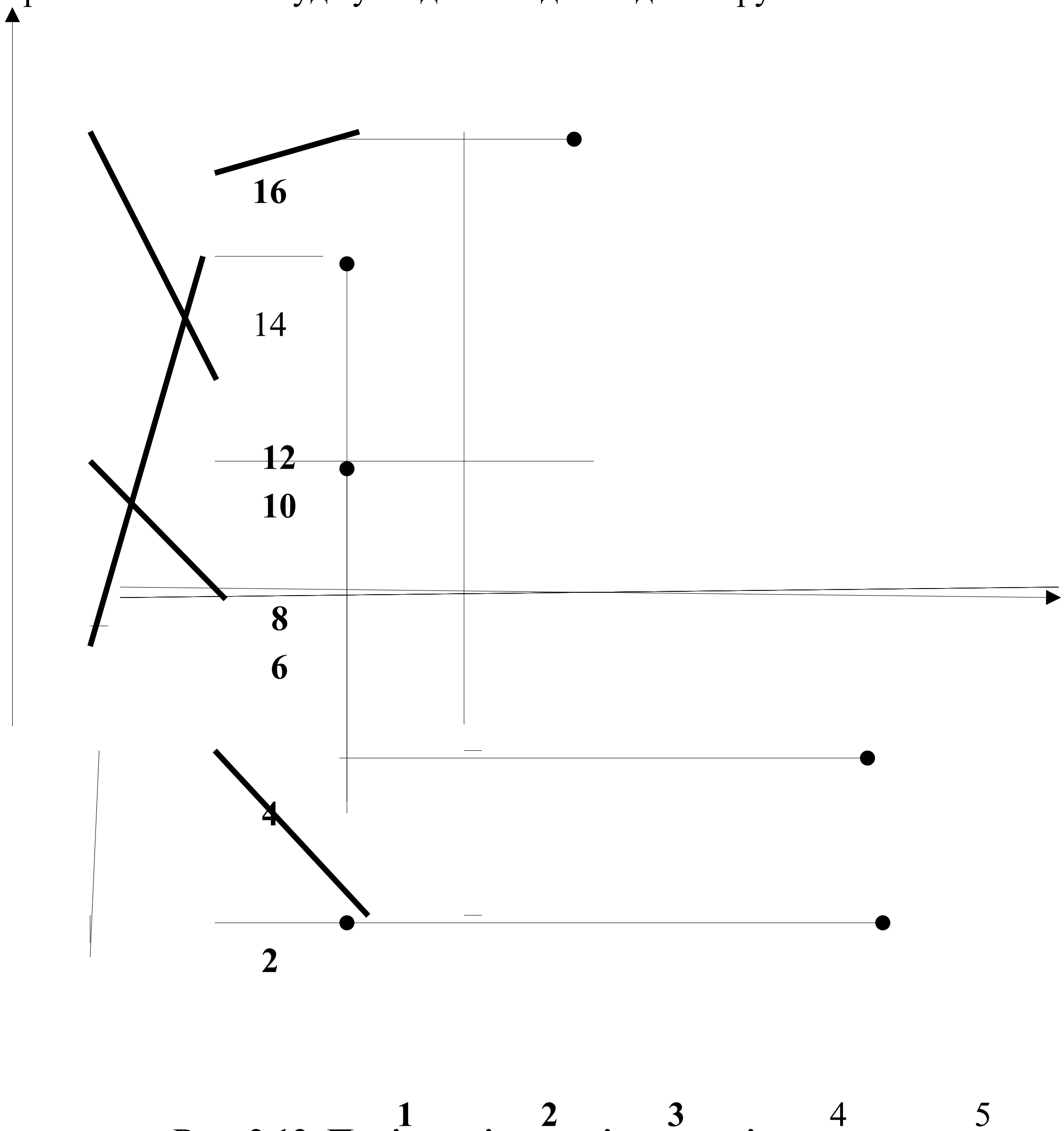


Рис. 2.12. Полігон кількості договорів, укладених протягом року

Аналізуючи таблицю отриману на екрані бачимо, що найбільш продуктивним може бути одинадцятий тиждень, протягом якого оформлять п'ять договорів. Найчастіше кількість укладених протягом тижня угод буде дорівнювати 1 – 2.

Звичайно, маючи такий прогноз завчасно, ситуацію можна змінювати, провівши певні акції, які можна обговорити, розглядаючи теми фінансового аналізу, економіки підприємств, менеджменту.

Переваги застосування комп'ютера як засобу навчання полягають ще й у тому, що він відкриває нові можливості унаочнення стохастичного матеріалу. А оскільки наочно-образні компоненти мислення відіграють винятково важливу роль у житті людини, то використання їх у навчанні є надзвичайно ефективним. Особливо суттєву допомогу при вивченні стохастики комп’ютер надає тим студентам, які через слабку математичну підготовку або через склад мислення з чималими зусиллями засвоюють як математичні, так і стохастичні поняття.

Під час проведення експериментального дослідження було підтверджено, що вміле застосування названих систем у вивченні теорії ймовірностей та математичної статистики сприятиме розширенню класу задач, що мають професійну спрямова ність, а тому підвищує мотивацію студентів і відповідно ефективність процесу навчання.

Використання комп’ютера розкриває більше можливостей для організації наукового пошуку, дає змогу активізувати дослідницьку роботу студентів, допомагає у проведенні підсумкових занять, занять контролю і корекції знань, позбавляє їх рутинності й одноманітності.

2.4. Діагностика, контроль і корекція результатів навчання

Наявність оперативної діагностики навчальних досягнень студентів на всіх етапах процесу навчання є важливою складовою створення особистісно орієнтованої системи навчання. Адже здійснювати управління цим процесом неможливо без з'ясування готовності студента до сприймання знань, глибини, темпів та особливостей засвоєння програмного матеріалу.

Термін “діагностика ”походить від грецького diagnostikos – “спроможний розпізнати”. Діагностика використовується як загальний спосіб отримання попередньої інформації про об'єкт або процес, що аналізується. Мета дидактичного діагностування це своєчасне виявлення результатів навчання.

Саме діагностика дозволяє:

- оцінювати успішність навчання й готовність його продовжувати;
- коригувати та прогнозувати результати навчання;
- залучати особистість до планування своєї навчальної діяльності;
- створювати умови для вибору оптимальних шляхів реалізації цілей навчання [27, с.10].

Відомо, що педагогічна діагностика має чотири основних функції: прогностичну, контролюючу, навчальну, організаційно-виховну.

На підготовчому етапі вивчення теорії ймовірностей найбільш реалізованою є прогностична функція. Адже саме вона націлена на виявлення стану стохастичних уявлень студентів першого курсу фінансово-економічного коледжу. Її головне при значення – надати допомогу студентам і викладачу у виборі шляхів вивчення розділів стохастики.

Серед державних вимог до рівня загальноосвітньої підготовки учнів основної школи за програмами для 12 – річної школи вказано, що учень має:

наводити приклади: математичних моделей реальних ситуацій, випадкових подій; подання статистичних даних у вигляді таблиць, діаграм, графіків;

описувати поняття: випадкова подія, ймовірність випадкової події, частота, середнє значення статистичних вимірювань;

розв'язувати задачі, що передбачають: знаходження ймовірності випадкової події; подання статистичних даних у вигляді таблиць, діаграм, графіків; знаходження середнього значення.

Аналогічні вимоги існували і раніше щодо підготовки учнів, що вивчали ці теми (фізико-математичні класи).

Починаючи з 1998 року, ми проводимо дослідження серед першокурсників яке засвідчує, що рівень стохастичної культури досить повільно, але зростає. Згідно з опитуванням 1998 – 1999 років 0% учнів основної школи знайомилися з питаннями стохастики. Поступово в 2000 р. – 1,1% і уже в 2006 р. – 6,5% учнів розглядали питання стохастики на уроках у фізико-математичних класах або факультативах.

Використання прогностичної діагностики не супроводжувалося оцінюванням за звичайною шкалою. За допомогою таких методів діагностики, як спостереження, опитування (усне та письмове), анкетування, виконання творчих завдань, а саме на писання невеликих творів на теми: "Випадковість – це об'єктивна реальність чи ...", " Природа випадку ", " Роль випадкового у моєму житті" [п.1.2] було встановлено, що готовність студентів до ймовірнісної оцінки, до усвідомлення і правильної ін терпретації ймовірнісної-статистичної інформації досить низька і часто пов'язана лише з відчуттям негативного. Тобто, діагностика вхідного рівня знань студентів дала нам можливість ефективно спланувати навчальний процес залежно від визна ченого рівня знань, а також правильно організувати індивідуальну роботу кожної групи.

Проведені дослідження [п.1.2] підтвердили доцільність широкого використання у процесі навчання методу евристичної бесіди, активного діалогу, з постійною опорою на життєвий досвід студентів.

Розглядаючи випадкові події, , вірогідну та неможливу події, операцій над по діями, сумісні та несумісні події, протилежні події доцільно пропонувати студентам підготувати кілька прикладів, які обов'язково мають бути взяті з життя, а не пов'язуватися з монеткою й гральним кубиком. Адже саме вміння навести приклад свідчить про засвоєння матеріалу. Проілюструємо варіанти студентських прикладів:

- Випускаються ялинкові іграшки першого, другого ґатунку і браковані. Якщо взяти навмання одну іграшку, що зійшла з конвеєра (стохастичний експеримент полягає в перевірці іграшки і фіксації результатів перевірки) то вона може бути першого ґатунку – подія A, другого – подія B або бракована – подія C. Ялинкова іграшка не може одночасно бути першого, другого ґатунку і бракованою. Тому перелічені події є несумісними.
- Кожний з студентів групи може з'явитися на пару з математики, а може не з'явитися (стохастичний експеримент полягає в перевірці присутності студентів і фіксації результатів). Появі на парі студента під номером один за журналом відповідає подія , під номером два – подія і т.д.. Студенти під номером 1, 2, … можуть одночасно з'явитися на парі з математики тому вказані події сумісні.

Здійснюючи актуалізацію опорних знань на початку наступної лекції у формі фронтального опитування за матеріалом основних понять попередньої лекції та прикладів до них, викладач одразу зможе відчути, наскільки глибоко осмислений попередній матеріал, де є прогалини, і відповідно активізувати навчальну діяльність студентів та спрямувати процес пізнання в оптимальному напрямі.

Таке опитування є однією із форм поточного контролю знань, який є органічною частиною всього педагогічного процесу, засобом виявлення рівня засвоєння навчального матеріалу, а також є дієвим засобом управління процесом навчання.

Зазвичай, поточний контроль на лекціях доцільно проводити у вигляді вибір кового усного опитування студентів, причому оцінювання тут не обов’язкове. Такий підхід вимагає від студентів систематичного опрацьовування пройденого матеріалу і підготовки не тільки до майбутніх практичних занять, як звикла це робити основна частина студентів, але й до лекцій.

Звичайно, контроль на лекціях не повинен забирати багато часу, його роль – активізувати навчально-пізнавальну діяльність студента, тобто, зробити лекцію активною за рахунок діалогу між студентом і викладачем.

Діалог як методичний засіб виконує такі функції:

- забезпечує обмін думками, оцінками й судженнями зі студентами як рівноправними суб'єктами навчальної взаємодії й наукового пізнання;
- розвиває критичне ставлення (критичне мислення) до отриманих відомостей;
- забезпечує емоційне включення студентів в обговорення проблеми;
- оперативно вивчає реакцію студентів на ті чи інші факти і події;
- забезпечує зворотній зв’язок з аудиторією для виявлення рівня розуміння сутності навчальних питань [209, с.106].

У середніх навчальних закладах освіти об’єктом дидактичного контролю є “виявлення рівня навчальних досягнень студентів у засвоєнні програмного матеріа лу, передбаченого державним стандартом зі спеціальності, та формування вмінь і навичок, досвіду творчої діяльності та емоційно цілісних ставлень до навколишньої дійсності з урахуванням професійного спрямування...” [209, с.96].

Під поняттям “контроль” розуміють виявлення, вимірювання і оцінювання навчально-пізнавальної діяльності тих, хто навчається.

Аналізуючи опубліковані матеріали та матеріали спостережень за роботою викладачів, доходимо висновку, що найбільш виразно недоліки в організації навчально-виховного процесу при вивченні стохастики виступають у формах і методах організації контролю й оцінювання знань та вмінь студентів. Саме тут чітко виявляються суперечності між традиційними методичною системою та новими цілями навчання в умовах профільної освіти. Попередити надзвичайно шкідливі в плані позитивних мотивів навчання явища формалізму в оцінюванні результатів навчання можна лише за умови здійснення індивідуального контролю. Саме в цьому напрямі ведуться активні пошуки в педагогічній науці і практиці. В психологічному плані провідною тут виступає ідея значного розвитку виховної функції процесів ко нтролю, корекції та оцінювання знань студентів, виявлення факторів, що активно впливають на формування позитивних мотивів та стійких інтересів до навчання. Позитивні мотиви є засобом спрямування навчальної діяльності студента з боку викладача та керування нею.

Потреба долати посильні труднощі, опановувати новими знаннями, новими способами дій, уміннями та навичками, необхідними для майбутньої професійної діяльності є важливою умовою позитивного ставлення до навчання. Виявляється, що суттєвим стимулюючим фактором при цьому виступає розвинене почуття відповідальності – перед собою, перед студентським колективом. У свою чергу виховання цієї важливої риси особистості безпосередньо пов'язане з діями контролю та взаємоконтролю, самооцінювання та взаємооцінювання студентами результатів своєї навчальної праці. В ефективних педагогічних системах використовується висновок психологів про те, що, по-перше, відповідальність перед будь - ким за свою роботу передбачає обов'язковий контроль та оцінювання цієї роботи і, по-друге, формування в студентів дій контролю та оцінювання відбувається успішніше в умовах кооперації з ровесниками, ніж у процесі спілкування з дорослими. Отже, процес навчання потрібно організувати так, щоб реалізувались обидві форми спілкування – студентів з викладачем і студентів між собою. Частково функції контролю, корекції та оцінювання знань і вмінь доцільно перекласти з викладача на студентський колектив, а студентів потрібно навчити методам і прийомам самоконтролю й оцінювання, керувати цими процесами і в окремих випадках коригувати цю діяльність студентів, ознайомити з обов'язковими результатами навчання, з критеріями, за допомогою яких можна судити про якість результатів навчання. Якщо відповідним чином організовані процеси контролю, само- та взаємоконтролю, то створюються умови для постійного співвідношення власної оцінки своєї діяльності з оцінками викладача та товаришів по навчанню, самооцінка стає адекватною результатам навчання. До того ж у студента формується почуття відповідальності перед студентським колективом, перед самим собою. Таким чином, розвиваючи виховну функцію контролю, ми виховуємо в студента почуття відповідальності. При цьому важливо дотримуватись педагогічної формули А.С.Макаренка - "якомога більше вимогливості до людини і якомога більше поваги до неї". В цілому навчально-виховний процес повинен бути психологічно забезпеченим, тобто емоційне ставлення до нього студента має бути позитивним. Ми поділяємо думку психологів про те, що емоційні та мотиваційні фактори взаємопов'язані і впливають один на одного. Тому для нормального психологічного забезпечення процесів контролю, корекції та оцінювання знань і умінь студентів на заняттях з математики надзвичайно важливо, щоб у групі не було студентів з відчуттям емоційного дискомфорту.

Враховуючи важливість усіх цих факторів, необхідно організувати систему навчання так, щоб студент не відчував тиску оцінок, за бажання міг їх покращити. А саме: щотижнево викладачем проводяться заняття-консультації, які не є обов'язко вими для всіх. На таких заняттях студент в індивідуальному порядку може постави ти незрозумілі для нього запитання і отримати вичерпні відповіді. Тут також він зможе за допомогою викладача розв'язати важкі практичні завдання чи корекційні задачі, які розроблені до кожної теми і передбачають різну міру допомоги з боку ви кладача. Наведемо приклади завдань для корекції.

Завдання для корекції

Тема: Повторні незалежні випробування

Картка №1. Митний пост дає статистичну оцінку того, що 30% усіх осіб, які повертаються з-за кордону, не декларують весь товар, який оподатковується. Якщо випадково відібрати 5 осіб, то яка ймовірність того, що 3 із них не задекларували весь товар?

Теоретичний матеріал

Під схемою Бернуллі розуміємо систему повторних незалежних випробувань в результаті кожного з яких фіксована подія *A* або відбувається з ймовірністю *p*, або не відбувається з ймовірністю $(1-p)$. Ймовірність того, що в серії з *n* незалежних випробувань подія *A* з'явиться рівно *m* разів, за умови, що в кожному випробуванні подія *A* з'являється з імовірністю *p* й не з'являється з імовірністю $q = 1-p$, обчислюється за формулою:

, (1)

де

формула (1) називається формулою Бернуллі.

Картка №2.

Вказівки:

1.Проаналізуйте ситуацію, що розглядається і дайте відповіді на запитання:

-В чому полягає стохастичний експеримент?

- Що є простором елементарних подій?

-Якою є ймовірність подій, що розглядаються?

2.Зробіть висновок про події, що розглядаються.

3.Скористайтеся формулою Бернуллі для знаходження розв'язку задачі.

Картка №3.

Розв'язання: В даній задачі розглядаються повторні незалежні випробування – перевірки на митниці. Тому перший стохастичний експеримент полягає в перевірці осіб, які повертаються з закордону і фіксації їх порядності: “декларується товар повністю” і “не повністю декларується товар”. Можна вважати, що простір елементарних подій , подія - “декларується товар повністю”, тобто , а подія - “не повністю декларується товар”, тобто . За умовою задачі статистична ймовірність події , а події відповідно. Для підрахунку ймовірності використаємо формулу Бернуллі (яка пов’язана з другим стохастичним експериментом: проведені 5 незалежних випробувань для першого експерименту і фіксації результатів кожного з них).

При цьому $n=5$, $m=3$, $p=0{,}3$.

.

Студентові не обов'язково використовувати всі три картки, інколи достатньо першої.

Якщо ж всі питання теоретичного і практичного характеру студент з'ясував, то він може попрацювати ще й над підвищенням свого рівня з картками індивідуальних завдань, які диференційовані за рівнем складності.

Індивідуальні завдання

Тема: Повторні незалежні випробування

А

1. Використовуючи формулу Бернуллі знайдіть , якщо *n =6, m=2, p=0,4*.

2. Використовуючи формулу Бернуллі знайти ймовірність того, що з десяти договорів (*n =10*) з настанням страхового випадку буде пов'язано з виплатою страхової три (*m=3)* договора, якщо ймовірність виплати страхової суми дорівнює *p =0,15*.

Б

1. Оптова база обслуговує 8 магазинів. Від кожного може надійти вимога на обслуговування наступного дня з імовірністю 0,4. Знайти ймовірність, що наступного дня надійдуть вимоги від 5-ти магазинів. Обчислити найвірогіднішу кількість вимог кожного дня та ймовірність цієї кількості вимог.
2. Податкова інспекція одного з районів міста визначила, що 50% усіх особистих декларацій про прибуток містять принаймні одну помилку. Якщо випадково відібрати 10 декларацій, то яка ймовірність того, що шість із них будуть містити принаймні одну помилку.
3. Банк видає кредитні картки VISA. Було встановлено, що 45% усіх рахунків оплачуються повністю за їх допомогою. З попереднього року вибрали навмання 10 рахунків. Яка ймовірність, що половина з них оплачені за допомогою карток VISA?

В

1. В середньому 20% малих підприємств стають банкротами за час t. Знайти ймовірність того, що з восьми малих підприємств за час t збережуться два; більше двох.
2. В середньому п'ята частина автомобілів, що продаються некомплектні. Знайти ймовірність того, що серед десяти автомобілів некомплектними є три; менше трьох.
3. Припустимо, що 10% невеликих нових банків протягом трьох років призупиняють свою діяльність. Знайти ймовірність того, що з шести таких банків не більше двох призупинять свою діяльність протягом вказаного терміну.

На заняттях – консультаціях студент може також перескласти певний блок матеріалу і тим самим покращити свої результати. Лише при перескладанні відповіді студента оцінюються, всі інші види робіт студента на заняттях – консультаціях не оцінюються за звичайною шкалою.

Можливість покращити свої результати активізує, стимулює навчальну діяльність студента, позитивно впливає на його поведінку.

Використовуючи різні види (поточний, рубіжний, підсумковий) контролю, ми допомагаємо студентам правильно організувати роботу, навчатися самостійно і постійно.

Нами практикується ціла система індивідуальних карток із завданнями різних типів і рівнів складності:

1) на відтворення раніше засвоєного матеріалу й застосування знань до розв'язування задач відомих типів;
2) на перетворення даного матеріалу;
3) на мислене або зовнішньо виражене конструювання об'єктів, аналогічних вивченим;
4) на самостійне складання задач і формулювання питань на пройдений матеріал.

При цьому бажано дотримуватися таких умов:

- завдання повинні бути спрямовані не лише на з'ясування результатів вивчення теми, але й на простеження динаміки помилок, їх рецидивів, нових досягнень кожного студента;
- вправи на 5 – 10 хв. мають стати звичними, не викликати неспокою та напруження студента.

Аналіз самостійно виконаних робіт не обов'язково щоразу пов’язувати з оцінювальним моментом. Не побоюючись одержати негативну оцінку, студенти активніше включаються в обговорення проблемних питань. Саме в процесі такого обговорення викладач може одержати інформацію про правильні чи неправильні розумові дії студентів та скоригувати їх, що досить важливо у вивченні стохастики.

Ще одним із різновидів поточного контролю, який використовується нами після вивчення окремих тем стохастики та в кінці семестру, є так званий рубіжний (тематичний, модульний) контроль знань, умінь, навичок. Він проводиться у вигля ді письмової роботи, яка може містити як теоретичні, так і практичні завдання або лише практичні.

Після закінчення курсу обов'язковим для всіх студентів є написання комплексної контрольної роботи, до якої входять і завдання із стохастики (додаток И).

Оскільки завдання з стохастики не входять до складу завдань для державної атестації, хоча відповідні результати навчання передбачені державним стандартом, то доцільним буде проведення заліку.

Враховуючи критерії оцінювання навчальних досягнень студентів з математики, студентам пропонувалися запитання трьох рівнів. Рівень А відповідає середньому рівню, коли студент повторює відомості, операції, дії, засвоєні ним у процесі навчання, здатний розв’язувати завдання за зразком. Рівень Б відповідає достатньому, коли студент самостійно застосовує знання в стандартних ситуаціях, уміє виконувати математичні операції у випадках коли алгоритм відомий, але зміст і умови змінені. Рівень В відповідає високому рівню, коли студент здатний самостійно орієнтуватися в нових для нього ситуаціях та розв’язувати їх.

Приклади питань до заліку:

А

1. Який експеримент називається стохастичним? Навести приклади.
2. Що називається простором подій? Навести приклади.
3. Що називають елементарними подіями? Навести приклади.
4. Що називають подіями? Навести приклади.
5. Які події називаються попарно несумісними? Навести приклади.
6. Яку подію називають вірогідною? Навести приклади.
7. Яку подію називають неможливою? Навести приклади.
8. Сформулюйте означення відносної частоти, статичної ймовірності?
9. Яких значень набуває відносна частота?
10. Що таке різниця двох подій? Навести приклади.
11. Які події називаються протилежними? Навести приклади.
12. Чому дорівнює статистична ймовірність вірогідної події?
13. Чому дорівнює статистична ймовірність неможливої події?

14. Що називається сумою подій? Навести приклади.
15. Як знайти статистичну ймовірність суми двох подій?
16. Що називається добутком подій? Навести приклади.

Б

1.Скільки вірогідних та неможливих подій існує для даного стохастичного експерименту?
2.Які основні властивості подій?
3.Які основні властивості статистичної ймовірності?
4.Операції над подіями. Приклади.
5. Чому дорівнює статистична ймовірність суми подій.
6. Чому дорівнює статистична ймовірність добутку подій.
7. Формули Байєса.
8. Умови схеми Бернуллі. Формула Бернуллі.

В

1.Що характеризує статистична ймовірність при досить великій кількості випробувань.
2.Чому дорівнює статистична ймовірність події протилежної до даної. Поясніть.
3.Чому дорівнює статистична ймовірність суми подій. Доведіть.
4.Чому дорівнює статистична ймовірність появи хоча б однієї з подій?
5.Чому дорівнює найймовірніше число появ події в незалежних випробуваннях?
6.Які події називаються незалежними?

Нині все популярнішим стає тестовий контроль. На відміну від західних країн та США, де тести широко використовуються в навчальному процесі, у нашій країні вони лише починають вводитись. А це, звичайно, зумовлює певні труднощі.

Тест – це коротке, стандартне завдання, метод дослідження, що застосовуються в різних галузях науки і діяльності з метою отримання кількісної характеристики певних явищ.

Під педагогічними тестами (додаток М) розуміють системи спеціальних завдань, призначених для виявлення факту засвоєння певних видів навчальної діяльності в сукупності з певною системою вимірювання і оцінювання [28, с.10].

За прийнятою у вітчизняній науковій літературі класифікацією розрізняють тестові завдання закритої та відкритої форм. До завдань закритої форми відносять:

1) завдання на вибір, у яких студенти вибирають правильні відповіді, що називаються дистракторами, з набору варіантів (три і більше) до тексту завдання;
2) завдання на відповідність, виконання яких пов'язане з установленням відповідності між елементами двох множин;
3) завдання на встановлення правильної послідовності, в яких від студента вимагають вказати порядок дій чи процесів, перерахованих викладачем.

Наприклад, якщо тестування проводяться за першою із вказаних форм, то їх супроводжують інструкцією: *обведіть правильну відповідь*, а далі пропонується завдання:

1. Ймовірність отримання дивідендів за акціями першої компанії дорівнює 0, 34, за акціями другої компанії - 0,63.

1.1Ймовірність отримати дивіденди за акціями тільки однієї компанії дорівнює:

а) 0,5453; б) 0,6321; в) 0,5189; г) інша відповідь.

1.2 Ймовірність отримання дивідендів за акціями обох компаній дорівнює:

а) 0,2342; б) 0,2142; в) 0,1912 г) інша відповідь.

1.3 Ймовірність не отримати прибутку за акціями жодної з двох компаній дорівнює:

а) 0,3002; б) 0,2442; в) 0,2301; г) інша відповідь.

1.4 Ймовірність отримання прибутку за акціями хоча б однієї з компаній дорівнює:

а) 0,7558; б) 0,7336; в) 0,6998; г) інша відповідь.

Вказаний тест завдання може пропонуватися зразу чотирьом студентам (використовують чотири різних групи дистракторів).

Вважається, що недоліком цієї форми тестів є те, що вибір відповідей дає можливість вгадувати правильну відповідь, тобто головне не стільки знати, скільки зорієнтуватися в умовах тестування, проявити кмітливість. Для уникнення цього можна збільшити кількість дистракторів (до 5 – 7) на кожне запитання й тим самим зменшити ймовірність вгадування або поставити так зване “подвоєне” запитання, коли одне й те саме знання перевіряється двома аналогічними під запитаннями, на які студенти добирають відповіді окремо. Але все це значно збільшує час опитування, його трудомісткість, а тому, на нашу думку, є недоцільним.

Якщо використовується друга форма, за допомогою якої викладач перевіряє знання зв'язків між елементами двох множин, то може застосовуватися вказівка: *встановіть відповідність.* Ліворуч розташовують елементи однієї множини, а праворуч – елементи, які треба привести у відповідність елементам першої множини (їх кількість має перевищувати кількість елементів першої множини).

Завдання 1

Встановіть відповідність

Назва	Числове значення
1. Ймовірність будь –якої події	А. 0
2. Ймовірність вірогідної події	В. $0 \le p \le 1$
3. Ймовірність неможливої події	С. 0,01
1...............2................3................	Д. 1.

Дистрактори і основна частина завдання повинні задовольняти певним умовам , що дозволить правильно формулювати тести закритої форми, а саме:

1) у тексті завдання ліквідується будь –яка двозначність або неясність формулювань ;
2) основна частина завдання формулюється дуже коротко (7 – 9 слів) і, як правило, містить не більше одного запитання;
3) завдання повинно мати дуже просту синтаксичну конструкцію, в основний текст завдання входить не більше одного підрядного речення;
4) усі відповіді до одного завдання повинні бути близькими між собою за формою, рівноможливими при випадковому виборі;
5) з тексту завдання вилучаються всі вербальні асоціації, які допомагають вибирати правильну відповідь за допомогою здогадки;
6) частота вибору одного й того ж номера місця для правильної відповіді повинна бути приблизно однакова (номер місця для правильної відповіді може вибиратися у випадковій послідовності);

7) з відповідей обов'язково вилучають усі слова, які повторюються, шляхом введення їх в основний текст завдання.

До тестових завдань відкритої форми відносять завдання, які вимагають короткої відповіді; завдання на доповнення; завдання, які вимагають розгорнутої відповіді.

У тестах відкритої форми студенти повинні дописати пропущені ключові слова, числа чи формули, знання яких є суттєвим. Завдання складаються так, що потребують чіткої, однозначної відповіді і не допускають подвійного тлумачення.

Для завдань цієї форми використовують вказівку – *доповнити* або *продовжити.*

Продовжити

1. Ймовірність змінюється в межах .... ……………………………….
2. Ймовірність суми подій, які утворюють повну групу, дорівнює ....
3. Ймовірність події, протилежної до події *A* дорівнює…………………………….
4. Ймовірність вірогідної події дорівнює……………………………………….
5. Ймовірність неможливої події дорівнює……………………………………..

Незважаючи на те, що форми тестових завдань різні, виділяють кілька загальних вимог до їх розробки:

1) кожне завдання має свій порядковий номер, встановлений згідно з об'єктивною оцінкою його складності та обраною стратегією тестування;
2) завдання формулюється в логічній формі висловлювання;
3) основний текст завдання повинен містити не більше семи – восьми слів і не більше одного підрядного речення;
4) для кожного завдання вибирається вид оцінки;
5) на виконання одного завдання тесту студент повинен витрачати не більше однієї – двох хвилин.

Важливою умовою успішного застосування тестів є забезпечення їх якості. Основними критеріями якості тесту прийнято вважати валідність та надійність.

Валідність дидактичного тесту визначається насамперед тим, наскільки повно і точно тест охоплює матеріал навчальної програми (окремої теми або одночасно кількох тем), відповідає вимогам до результатів навчання.

Надійність тесту полягає в тому, наскільки точно він може “виміряти” знання учнів. “Надійний” тест повинен показувати однакові або близькі результати при повторному обстеженні [11, с. 50].

Нами використовувався тестовий контроль на різних етапах вивчення стохастики. Наш досвід підтвердив висновки інших дослідників про те, що можливість активізувати навчальну діяльність, підвищити ефективність навчального процесу дає цьому методу безперечні переваги над іншими формами контролю (додаток М). Він є оперативним і економічним, дозволяє продіагностувати велику кількість осіб і перевірити широкий діапазон знань, адже кількість запитань в одному тесті може сягати кількох десятків і охоплювати значний обсяг матеріалу. Тому використання тестового контролю сприяє самостійній роботі студентів, міцному засвоєнню основних теоретичних питань і формул стохастики.

Всі ці переваги тестового контролю свідчать про його перспективність, особливо у поєднанні з новими інформаційними технологіями.

Однак ми не вважаємо його найкращою формою контролю, а тому не віддавали перевагу тестуванню. Слід ураховувати, що тести визначають лише кінцевий результат навчання, не вказуючи, ні які проблеми виникали в студента при вивченні певної теми, ні що було причиною помилки при виборі відповіді. А при вивченні стохастики дуже важливо знати, як мислить студент на кожному етапі й вчасно коригувати його діяльність. У вітчизняній літературі дуже мало відомостей про тести навчальних досягнень, які пройшли процедуру стандартизації. Тому ви сновки про ефективність тестів як засобу вимірювання робити не можливо. Головним недоліком тестів, вважається, їхня неефективність у діагностуванні системності та глибини знань, способів діяльності, творчості, раціональності діяльності і здатності до самостійності.

Тільки гармонійне поєднання всіх, і в першу чергу добре відомих і відпрацьованих, методів контролю забезпечує об’єктивність контрольно – оцінювальної діяльності, в ході якої не тільки викладач, а насамперед сам студент перевіряє досягнення навчальних цілей.

2.5. Організація та проведення педагогічного експерименту

Враховуючи основні завдання підготовки молодших спеціалістів фінансово - економічного напряму, які сформульовані в освітньо професійній програмі [222] та мету дослідження, про яку йшлося у вступі, було проведено відповідну організаційну та пошукову роботу.

Аналіз навчально-методичної та спеціальної літератури, цілеспрямоване педагогічне спостереження та вивчення сучасного стану, впровадження теорії ймовірностей та математичної статистики в зміст середньої та середньої спеціальної математичної освіти дозволили виявити, що:

- існуючі методики вивчення початків стохастики не враховують в достатній мірі професійної спрямованості навчання старшокласників;
- випускники основної школи не володіють стохастичним матеріалом, більше 83% студентів-першокурсників фінансово-економічного коледжу не мають навіть елементарних уявлень про стохастику;
- значна частина викладачів математики не готові до навчання учнів початкам стохастики;
- існує загроза формального введення початків теорії ймовірностей та статистики;
- мало уваги звертається на прикладний характер стохастики.

Для досягнення мети нашого дослідження нами:

- з'ясовувався рівень математичної підготовки старшокласників та студентів першокурсників коледжу, зокрема щодо аналізу інформації, узагальнення спостережень, прийняття обґрунтованих рішень, а також уявлень про випадкову подію;
- аналізувались методи і прийоми, які застосовуються учителями та викладачами коледжів і ліцеїв, та відібрати ті, що є доцільними при вивченні теорії ймовірностей і статистики;

- визначались основні особливості методичної системи навчання стохастики в коледжах фінансово-економічного спрямування;
- розроблялись експериментальні матеріали для перевірки гіпотези дослідження в процесі формуючого експерименту;
- проводився кількісний і якісний аналіз результатів педагогічного експерименту, використовуючи стохастику.

Експериментальна база. Основна частина дослідження проводилася на базі Київського фінансово-економічного коледжу та його Вінницького відділення, Ірпінського економічного коледжу Національного аграрного університету, Кримського коледжу економіки і управління, коледжу Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, а також залучались класи гуманітарного та економічного напряму шкіл Ірпінського регіону.

На першому етапі аналізувалася психолого-педагогічна, методична, науково-популярна література з проблеми дослідження, розроблялася авторська програма вивчення стохастики в курсі математики для коледжів фінансово-економічного спрямування (додаток А). У ході констатуючого експерименту нами застосувалися обсерваційні методи педагогічного дослідження (спостереження) та діагностичні методи (анкетування, тестування). У цей період було виділено і основні теоретичні положення, сформульована гіпотеза і завдання дослідження. На цьому етапі прово дилась діагностика реальних умінь студентів першого курсу коледжу аналізувати спостережені дані, узагальнювати спостереження, приймати обгрунтовані рішення, а також вивчались уявлення старшокласника про випадковість, ймовірність, ризик, моду, медіану, прогнозованість явищ, що відбуваються навколо нас.

Зокрема шляхом анкетування з'ясовувалось, який вибір робить старшокласник по закінченні школи. Анкетуванням ми намагалися вияснити найпопулярніші нині, на думку старшокласників, професії, перспективність професії сьогодні і через ро ків 5-6; нас також цікавило, чи відома статистика про спеціалістів, які випускаються ВНЗ щороку. Ми досліджували і фактори, що впливають на остаточність вибору, зробленого випускником. Нас цікавило чи знайомі вони з статистикою кількості спеціалістів, що випускаються кожного року, з статистикою робочих місць, що пропонуються на ринку праці.

Проведені анкетування та результати бесід і опитувань показали, що значна частина старшокласників не в змозі оцінити спостережені дані, проаналізувати їх, прийняти певне обґрунтоване рішення [127, 69-80]. А уявлення про основні поняття теорії ймовірностей та математичної статистики є розпливчастими, досить наближе ними, а часто просто хибними (дослідження проводилось до вивчення стохастики). Як не дивно, але майже 50 % опитаних пов’язували поняття випадкового з чимось абсолютно неприємним, а інколи фатальним. І звичайно, цей негативний психологі чний настрій та відсутність адекватних уявлень не сприяють позитивній мотивації вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики, а це особливо важливо врахувати на перших етапах вивчення курсу.

І лише 13 % мали правильне уявлення про випадкову подію (рис.2.13).

Рис. 2.13. Розподіл уявлень про основні стохастичні поняття

Крім того, опитування вчителів математики, які працювали з учнями профільних класів, проведені на першому етапі дослідження, засвідчили нерозуміння частини з них необхідності введення нової змістової лінії, а частина вчителів вважала взагалі це деяким тимчасовим явищем. Причини такого ставлення ще й у тому, що вчителі ні психологічно, ні морально, ні фахово не готові до навчання цього курсу.

Методикою навчання аналізованих тем учителі практично не володіють, а звичний для них підхід до вивчення основних понять стохастики спрацьовує погано. Додаткової літератури, що розкривала б дані теми, досить мало, та й тираж її неве ликий. Все це є причиною того, що в більшості випадків із введених тем курсу учні в кінці року демонструють досить поверхневі знання. Трапляється, що ці теми взагалі не вивчають, а виділяється більше часу на теми, які виносяться на екзамен.

У курсі математики коледжів фінансово-економічного спрямування теорія ймовірностей вивчалась спочатку на другому курсі, тобто втрачався рік, що досить важливо для вироблення ймовірнісно-статистичного типу мислення з психологічного погляду.

Тому в 1998 році за нашою пропозицією і за сприяння дирекції коледжу було змінено традиційну програму з математики для першого курсу фінансово-економічного коледжу та доповнено її елементами теорії ймовірностей і математич ної статистики, які мали професійне спрямування. Дібрано відповідну систему вправ та сюжетних задач.

Другий етап експерименту (констатуючий та формуючий) проводився в Київському фінансово-економічному коледжі та на старших курсах і в магістратурі Академії податкової служби України.

На другому етапі відбувався відбір методів і форм, традиційних і сучасних за собів навчання, що забезпечували б результативність процесу вивчення стохастики. Проводилася робота з відбору задач, на основі яких демонструвалась прикладна спрямованість курсу. У зазначений період було проаналізовано отримані результати, внесено необхідні корективи в розроблену програму, уточнено побудову і зміст окремих компонентів методичної системи [п.2.1].

Мета формуючого експерименту полягала у перевірці гіпотези нашого дослідження. Для цього було проведено порівняльне оцінювання ефективності навчання в експериментальних і контрольних групах за допомогою одного з методів перевірки статистичних гіпотез, який ґрунтується на порівнянні характеристик деякої властивості в елементів двох незалежних вибірок, а саме критерію .

Аналіз даних, отриманих у ході експерименту, порівняння результатів навчання студентів контрольних і експериментальних груп свідчить про певні переваги запропонованої нами методики: в експериментальних групах студенти не просто краще засвоюють теми курсу теорії ймовірностей, а, що досить важливо, розуміють, як використати отримані знання, чого не можна сказати про результати анкетувань, проведених у контрольних групах.

Основна частина студентського загалу, що не ознайомлювалась із стохастичними поняттями у віці 15 років, покидаючи студентську лаву, не має чіткого уявлення про суть стохастичних процесів та можливості їхнього дослідження. Два відсотки студентів освітньо - кваліфікаційного рівня “спеціаліст” стверджували, що, добре вивчивши певну економічну ситуацію, можна позбутися ризику. Серед тих, хто ознайомлювався з теорією ймовірностей на першому курсі коледжу, таких узагалі не було.

Це ще раз говорить про те, що запропонована методика сприяє підвищенню освітнього рівня студентства і її можна було б використовувати для підготовки мо лодших спеціалістів інших економічних спеціальностей, а при певному наповненні системою відповідних вправ та задач – і для інших спеціальностей.

2.6. Обробка результатів педагогічного експерименту та перевірка ефективності

Дослідження, проведене нами, носило характер природного формуючого експерименту. Характерною особливістю експерименту була варіативність змісту програми з курсу теорії ймовірностей і математичної статистики. Студенти паралельних груп, що навчалися за спеціальностями “Бухгалтерский облік” і “Фінанси”, в цілому не відрізнялися рівнем математичної підготовки, загальним інтелектуальним розвитком. Про це свідчили контрольні роботи, проведені на початку вивчення курсу математики (додаток В). Під час констатуючого експерименту проводилась діагностика щодо уявлення про основні поняття теорії ймовірностей та математичної статистики.

Переважна більшість студентів (395 чоловік, що становить майже 50% від усіх опитаних) не мали ніякого уявлення про випадкову подію і оцінку її ймовірності та інші стохастичні поняття, 301 (37,48%) студент мав слабке уявлення про ці поняття і лише 107 студентів (13,33%) мали чітке уявлення про елементарні поняття стохастики.

Для того, щоб виявити статистично значущі відмінності за отриманими результатами діагностування студентів контрольних та експериментальних груп використаємо критерій [97, с.96-106]. Застосування цього критерію є цілком правомірним, оскільки обидві вибірки студентів утворювались на основі студентських груп (є випадковими, вибірки незалежні). Використовуватимемо також шкалу найменувань за трьома класами студент “має правильне уявлення”, “має слабке уявлення”, “не має уявлення взагалі”.

Результати діагностичного дослідження щодо сформованості стохастичних понять студентів експериментальних та контрольних груп були використані для перевірки нульової та альтернативної гіпотез. Нульова гіпотеза $Г_0$ полягала в тому, що рівень сформованості стохастичних понять і умінь в експериментальних та контрольних групах однаковий. Альтернативна гіпотеза $Г_A$: рівень сформованості стохастичних понять і умінь в експериментальних і контрольних групах різний.

Обчислення значення статистики критерію проводилося за формулою:

(2.1)

де - обсяг вибірок; - число об'єктів першої вибірки, які потрапили в *i* – ту категорію за станом властивості, що вивчається; - число об'єктів другої вибірки, які потрапили в *i* – ту категорію за станом властивості , що вивчається [98, с.101].

Через велику кількість комбінацій можливих значень та важко скласти таблицю значень точного розподілу статистики , але розподіл статистики можна апроксимувати розподілом з (C – 1) степенями вільності (= C – 1). Результати анкетування подано в таблиці 2.24. За кількістю набраних балів студентів експериментальної та контрольної групи можна розподілити на три категорії.

Таблиця 2.24

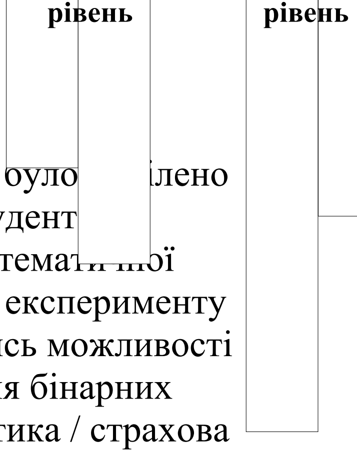
Розподіл студентів за рівнями сформованості початкових стохастичних уявлень

Вибірки	Мають правильне уявлення	Мають слабке уявлення	Не мають уявлення взагалі
Експериментальна група,	58 (14,32%)	158 (39,0%)	189 (46,67%)
Контрольна група,	49 (12,31%)	143 (35,93%)	206 (51,76%)
	107 (13,33%)	301 (37,48%)	395 (49,19%)

На основі даних таблиці 2.24 перевіряємо нульову гіпотезу. Підраховуємо значення статистики *T* критерію (додаток З). Маємо .

За статистичними таблицями для рівня значущості і числа ступенів вільності знаходимо критичне значення статистики критерію . Отримали < (2,1696 < 5,991). Відповідно до правила прийняття рішень для критерію , отриманий результат не дає достатніх умов для відхилення нульової гіпотези, тобто результати проведеного діагностичного анкетування вказують, що рівень сформованості початкових стохастичних понять у контрольних і експериментальних групах однаковий.

Під час констатуючого експерименту було виявлено проблемні моменти, на які необхідно звернути увагу та відшукати відповіді в процесі пошукового та



формуючого експериментів. У контексті теми нашого дослідження було виділено проблеми, пов'язані з рівнем загальної математичної підготовки студентів, відсутністю уявлень про основні поняття теорії ймовірностей та математичної статистики низького рівня мотивації навчання. У ході формуючого експерименту перевірялася ефективність запропонованої методики, розширювались можливості формування навичок розв’язування стохастичних задач. Проведення бінарних занять (математика / інформатика, математика / соціологія, математика / страхова справа) дозволило збільшити час на вивчення стохастичних понять. У процесі проведення дослідного навчання було розроблено: пакет матеріалів з прикладами задач (додаток К), що мають фінансово-економічне спрямування, які використовувалися у процесі експерименту; тексти робіт для перевірки знань із стохастики та різнопланові тести (додаток М). На цьому етапі також здійснювався аналіз результатів педагогічного експерименту з використанням методів математичної статистики.

Наприкінці навчального року в експериментальних і контрольних класах було проведено однакову письмову роботу (додаток И). Результати її виконання наведені в таблиці 2.25 і демонструє рис. 2.14.

У нашому досліджені вибірки є випадковими і незалежними з практично однаковим розподілом учнів за успішністю навчання на початок експерименту.

Таблиця 2.25

Результати виконання письмової роботи

Вибірки	Відмінно	Добре	Задовільно
	117 (28,89%)	166 (40,99%)	122 (30,12%)
	96 (24,12%)	147 (36,94%)	155 (38,94%)

Крім того, шкалою вимірювань є шкала найменувань з трьома категоріями. Тому можна застосувати критерії .

При цьому висуваємо нульову гіпотезу про відсутність впливу запропонованої методичної системи на рівень сформованості стохастичних умінь і навичок. Альтернативна гіпотеза - рівень сформованості стохастичних умінь і навичок в контрольних і експериментальних групах внаслідок застосування розробленої методичної системи різний.

Рис. 2.14. Результати рівня успішності на завершення експерименту

На основі даних таблиці 2.17 перевіряємо нульову гіпотезу. Підраховуємо значення статистики T критерію (додаток Л) . За статистичними таблицями для рівня значущості числа ступенів вільності знаходимо критичне значення статистики критерію . Ми отримали > (7,0947 > 5,99). За правилом прийняття рішення для критерію , отриманий результат дозволяє відхилити нульову гіпотезу на рівні і прийняти альтернативну.

Таким чином, розроблена методична система вивчення стохастики в коледжах фінансово-економічного спрямування сприяє: підвищенню рівня сформованості стохастичних знань, умінь і навичок; поглибленню і посиленню мотивації до занять математикою.

Безпосередні бесіди із студентами експериментальної і контрольної груп дозволили зробити висновки, що студенти експериментальної групи у порівнянні з студентами контрольної групи:

- мають більш чіткі та усвідомлені уявлення про поняття;
- вміють розв’язувати передбачені програмою стохастичні задачі, аналізуючи, які використовують ймовірнісні дерева;
- більш охоче і вільно вступають у дискусії, аналізують висунуті гіпотези про більш раціональні способи розв’язання завдань, придумують свої приклади та задачі ;
- впевненіше почуваються при вивчені професійно спрямованих курсів.

Висновки до розділу ІІ

На основі теоретичних досліджень та проведеного практичного експерименту з апробації основного змісту курсу стохастики для середніх спеціальних закладів освіти, що мають економічну спрямованість, доходимо таких висновків:

-при доборі матеріалу для початкового ознайомлення з предметом необхідно дотримуватися основних принципів навчання: концентризму, науковості, доведення навчання до корисних результатів, планування конкретних результатів, а також вра ховувати загальноосвітню значущість, прикладний характер та можливість формувати науковий світогляд;

-враховуючи загальний рівень сприйняття навчального матеріалу та проблеми, що виникають у студентів при вивченні стохастики, а також для підвищення мотивації слід частіше використовувати проблемне вивчення матеріалу, частково- пошукове або евристичне, дослідницьке;

-підвищенню активізації пізнавальної діяльності студентів сприяє удосконалення методів реалізації прикладної і практичної спрямованості вивчення теорії ймовірностей і математичної статистики;

-використання результатів стохастичного експерименту з гральним кубиком (монеткою) як моделей реальних ситуацій, що відбуваються навколо нас, дозволяє розширити пізнавальні можливості студента підготувати його до розв’язання про блем, що виникають щоденно і викликані умовами невизначеності й ризику, а також підвищити мотиваційні фактори вивчення стохастики;

-при вивченні початків теорії ймовірностей та математичної статистики доречним є використання нових інформаційних технологій. Це дає можливість унаочнити основні поняття стохастики, позбавити студентів рутинної обчислювальної роботи, збільшити час для аналізу, розвивати їх здібності, вдосконалювати контроль за їх успішністю;

-встановлення природних міжпредметних зв'язків стохастики з дисциплінами циклу професійної підготовки, дозволяє забезпечити прикладну спрямованість навчання стохастики і підготувати студентів до вивчення професійно спрямованих дисциплін.

ВИСНОВКИ

В Україні відбувається реформування системи математичної освіти. Конструк тивною ідеєю перебудови середньої та середньої спеціальної, зокрема математичної освіти, є запровадження дидактичної моделі рівневої та профільної диференціації. Це дозволяє наблизитися до побудови особистісно орієнтованої системи навчання.

Одним із напрямів реформування освіти в середніх спеціальних навчальних закладах є модернізація змісту освіти, зокрема математичної. В цьому плані безперечним прогресивним здобутком є впровадження нової для української школи змістової лінії елементів стохастики, що відображено в концепції базової математичної освіти в Україні та Концепції дванадцятирічної освіти.

Вивчення стохастики має загальноосвітнє і загальнокультурне значення. Статистико-ймовірнісний компонент математичної освіти має важливе значення для підготовки студентів, майбутні професії яких пов'язані із сучасними технологіями, економікою, соціальними процесами і явищами, й зрештою для нормальної соціалізації молодої особистості в умовах ринкових відносин. Цей факт ще раз підтверджено нашим дослідженням.

1. Одним з ефективних шляхів удосконалення професійної підготовки спеціалі стів фінансово-економічного профілю є прикладна, професійна спрямованість курсу стохастики, яка може бути забезпечена при реалізації системного і комплексного підходу в організації навчального процесу. Обов'язковим є врахування рівня фун даментальної математичної підготовки.

2. Професійна спрямованість курсу стохастики забезпечує орієнтацію його змісту і методичних систем навчання на застосування стохастики і математики в цілому не тыльки при вивченні фундаментальних, професійно спрямованих дисцип лін, а й у майбутній професійній діяльності. Це створює педагогічні умови відповідного збагачення змісту курсу математики для економіко-фінансових спеціальностей, що є додатковим фактором активізації навчальних дій студентів. Тому навчальний матеріал слід добирати з урахуванням його актуальності та необхідності у практичній діяльності економістів.

3. Підвищення рівня стохастичної підготовки студентів економічних спеціальностей можливе у випадку коли, вся методична система (цілі і завдання, зміст, методи, засоби, форми навчання) спиратиметься на психолого-педагогічні закономірності, які сконцентровують в собі досягнення психології, дидактики і методики навчання.

4. Результати досліджень вказують, що навчання початків теорії ймовірностей та математичній статистиці повинно бути активним, пробленим, насиченим простими і доступними прикладами з використанням наочних, зрозумілих моделей та міжпредметних зв'язків.

5. Запропонований курс стохастики є синтезом традиційного і професійно спрямованого в стохастиці. Це позитивно впливає на підвищення ефективності, розширення процесу пізнання, на інтелектуальний розвиток студентів, на мотивацію навчання.

6. Ефективність опанування навчальним матеріалом з кожної теми слід забез печувати застосуванням логічних прийомів класифікації та систематизації матеріалу

шляхом складання систематизованих блок-схем основних понять початків теорії ймовірностей, математичної статистики. Це допоможе забезпечити розуміння май бутніми спеціалістами взаємозв'язків між поняттями та сприятиме їх міцному запам'ятовуванню.

7. Використання наочності: графіків, діаграм, дерева рішень та ін. дозволяє глибше зрозуміти стохастичні процеси, що вивчаються, відтворити ту економічну чи соціальну ситуацію, яка аналізується з позиції стохастики, а конкретним числовим характеристикам чи величинам поставити у відповідність певну символіку і термінологію, сприяє усвідомленню теоретичного матеріалу і формуванню навичок і умінь розв'язувати задачі.

8. Використання стохастичних моделей для розв'язування задач, які стосуються навколишнього світу або мають економічний зміст, не тільки дозволяє проілюструвати процес застосування математики, а й підвищує мотивацію вивчення математики, зокрема стохастики.

9. Використання інформаційно-комунікаційних технологій навчання під час вивчення курсу стохастики дозволяє поєднати високі обчислювальні можливості, що особливо важливо при великій кількості статистичних даних, з перевагами графічного подання результатів опрацювання інформації, а також дає можливість економити навчальний час за рахунок виключення рутинних операцій обчислювального характеру. Це дозволить більше часу використати для аналізу умови задачі, наукового пошуку, інтерпретації отриманих результатів, вдосконалює систему контролю успішності студентів.

10. Педагогічний експеримент підтвердив гіпотезу нашого дослідження. Кількі сний та якісний аналізи результатів експерименту дають підстави стверджувати, що розроблена методична система вивчення стохастики в коледжах фінансово-економічного спрямування сприяє підвищенню рівня сформованості стохастичних знань, умінь і навичок, поглибленню і посиленню мотивації до занять математикою.

Напрямки подальшого дослідження можуть бути пов'язані з іншими напрямками профільної освіти, наприклад, юридичної.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абчук В.А. 7:1 Семь: один в нашу пользу. – М.: Радио и связь, 1983. – 174 с.
2. Абчук В.А. Карманный бизнес.- Самоучитель – Петербург: Дело, 1994. –92 с.
3. Абчук В.А. Секрет великих полководців. – Київ: Веселка, 1981.- 207 с.
4. Абчук В.А. Экономико-математические методы. – СПб.: Союз, 1999. – 320 с.
5. Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. - М.: Советское радио, 1970. – 150 с.
6. Адамар Ж. Психология математики. - М.: Советское радио, 1972. – 210 с.
7. Актуальные вопросы совершенствования математического образования: Сб. научн. трудов/ Отв. редактор – Г.Л. Луканкин. – М.: Изд-во НИИ школ. МА РСФСР, 1987. – 147 с.
8. Алексюк А.М. Методы обучения и методы учения. - К.: Знання.- 1980. – 47с.
9. Андронов И.К. Полвека развития школьного математического образования в СССР. – М.: “Просвещение”, 1967. – 180с.
10. Арлей Н., Рандер К. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику – М.: Иностранная литература, 1951. – 246 с.
11. Артюшин Г.М. Тестовий контроль як фактор активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів // Практична психологія та соціальна робота. – 2001. - №6 . - С. 50-51.
12. Бабанський Ю.К. Оптимизация процесса обучения. М.: Педагогика, 1997. - 347с.
13. Балл А.Г. Общая теория задач. - М.: Педагогика, 1990. - 184 с.
14. Бальцюк Н.Б. Огурцова Е.Ю. Организация исследовательской деятельности учащихся в школах Великобританки // Математика в шк. – 1996. – № 4. –С. 77 -79.
15. Березина Л.Ю. Использование графов в совершенствовании среднего математического образования: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 /Моск. гос. пед. ин-т. - М., 1975.- 27 с.
16. Бессонова В.Н. Творческая самостоятельная работа студентов как средство формирования профессиональных умений: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13 .00.02 /Лен. гос. пед. ин-т. - Л., 1986. -32 с.
17. Білоусова Л.І., Колгатін О.Г., Колгатіна Л.С. Статистична обробка даних з використанням табличного процесора EXCEL. – Харков: Консум, 2002. – 36 с.
18. Блонский П.П. Избранные педагогические и психологические сочинения: В 2-х т. - М.: Педагогика, 1979. - Т.1. 304 с.; Т. 2. 399 с.
19. Блох А.Я. Черкасов Р.С. О современных тенденциях преподавания математики [в зарубежных школах] // Математика в шк. – 1989. – № 5. – С. 133-142.
20. Богоявленский Д.Н., Менчинская Н.А. Психология усвоения знаний в школе. - М.: Изд-во АПН РСФСР, 1959. - 347 с.
21. Борис Владимирович Гнеденко в воспоминаниях учеников и соратников / Сост.Д.Б. Гнеденко, Б.Д. Гнеденко, Е.Д. Гнеденко; Под ред.Д.Б. Гнеденко. – М .: КомКнига, 2006. – 192 с.
22. Бродский Я.С., Хаметова З.Я. Прикладные задачи и их место при изучении темы «Элементы теории вероятностей», W: Методически рекомендации по

математике.- Выпуск 8.- М.: Высшая школа, 1986.- 47 с.
23. Бродский Я.С., Павлов А.Л. Сборник тестов по теории вероятностей.- МИВТ, Донецк, 1997. – 28 с.
24. Бродський Я., Павлов О. Про викладання елементів теорії ймовірностей у школі // Математика. – 2000. - № 23-24, червень. - С. 3 – 32.
25. Бродський Я.С. Про ймовірнісно-статистичну освіту учнів // Педагогічна скарбниця Донеччини, Донецьк. - 1996. - № 2. – С. 2 – 4.
26. Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Алгебра і початки аналізу. 10 клас: Пробний підручник. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2004. – 456 с..
27. Бродський Я.С., Павлов О.Л. Діагностика математичної підготовки // Математика в шк. – 1998. - № 4. – С. 15 – 19.
28. Бродський Я.С., Павлов О.Л. Про введення ймовірно-статистичної змістовної лінії в шкільний курс математики // Математика в шк. – 2000.- № 4.- С. 19-24.
29. Брунер Д. Исследование развития деятельности: Пер. с англ. - М.: Педагогика, 1971. - 391 с.
30. Брунер Д. Процес обучения: Пер. с англ. - М.: Изд-во АПН РСФСР, 1962.- 84 с.
31. Брунер. Д. Психология познания: Пер. с англ. - М.: Прогресс, 1977. - 412 с.
32. Бугайов О.І. Диференціація навчання учнів у загальноосвітній школі / Метод. рек. - К.: Освіта, 1992. – 31с.
33. Бурбаки Н. Очерки по истории математики: Пер. с французкого Балимаковой И.Г. / Под редакцией Рыбникова К.А. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1963. - 293 с.
34. Бурда М.І. Диференціація у навчанні математики: Методичні рекомендації. – К.: УОПКДПІ, 1992. – 98 с.
35. Бурда М.І. Принципи відбору змісту шкільної математичної освіти // Педагогіка і психологія. – 1996. – №1. – С. 40-45.
36. Бурроу К. Основы страховой статистики: Пер. с немецкого. – М.: Издательский центр «Анкил», 1996. - 94 с.
37. Буряк В.К. Самостоятельная работа учащихся. – М.: Просвещение, 1984. – 64 с.
38. Буш Р., Мостеллер Ф. Стохастические модели обучаемости. Пер. с англ. - М.: Мир, 1962. – 483 с.
39. Ващенко Л.И. О преподавании теории вероятностей и математической статистики в Республиканской физико-математической школе при Киевском ордена Ленина государственном университете им. Т.Г. Шевченко. – К.: Изд. Института математики АН УССР, 1975. – 26 с.
40. Ващенко Л.І. Про факультативний курс теорії ймовірностей у фізико-математичній школі // Методика викладання математики: Респ. наук. – метод збірник. – 1976. - №9. - С. 99-106.
41. Вейль Г. Математическое мышление: Пер. с анг. и нем. Ю.А. Данилов / Под ред. Б.В. Бирюкова и А.Н. Паршина. - М.: Наука, 1989. - 400 с.
42. Вентцель Е.С. Исследование операций: Задачи, принципы, методол.- 2-е изд. стер. - М.: Наука, 1988. – 206 с.
43. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: (Первые шаги).- М.: «Знание», 1977.- 64 с.
44. Вентцель Е.С. Элементы теории игр. – М.: Физматгиз, 1961.- 67 с.

45. Вероятностно-статистические методы в прикладных задачах /Сб.статей под ред. В.С.Пугачева /.- М.: 1976.- 182 с.
46. Верченко А. И. Верченко С.Б. Обучение математике в средней школе Франции // Математика в шк. - 1987.– № 2. – С. 68-72.
47. Верченко А.И. Математическая подготовка выпускников средней школы Франции // Математика в шк.- 1981.- № 2.- С. 76-79.
48. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1969. - 88 с.
49. Виленкин Н.Я. Популярная комбинаторика. - М.: Наука, 1975.-208 с.
50. Виленкин Н.Я., Потапов В.Г. Задачник - практикум по теории вероятностей с элементами комбинаторики и математической статистики.- М.: Просвещение, 1979. – 111 с.
51. Вікторова Н.В. Початки теорії ймовірностей // Математика. - 2002. - №3 (159), січень. - С. 5-8.
52. Вітлинський В.В., Наконечний С.І. Ризик у менеджменті. – К.: ТОВ “Борисфен – М”, 1996.- 326 с.
53. Вовк С.Н. Математический эксперимент и научное познание. - К.: Вища школа, 1984. - 196 с.
54. Войналович Н.М. Елементи дискретної математики в професійній підготовці вчителя: Дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – К., 2000. – 268 с.
55. Войналович Н.М. Прикладні задачі та математичне моделювання у 9 класі // Математика в шк. – 1998. - № 3.- С.30 – 34.
56. Волков Ю., Войналович Н. Початки математичної статистики // Математика в шк. – 2004. - №4, С.6-10.
57. Воловик П.М.Теорія ймовірностей і математична статистика в педагогіці. – К.: Рад. школа, 1969. – 223 с.
58. Выготский Л.С. Собрания сочинений: В 6-ти т. - М.: Педагогіка, 1983.- т.1. - 487 с.
59. Гайштут О., Хмара Т.М. Статистика в малюнках // Математика в шк. – 1999. - № 3. - С. 29.
60. Галкина Т., Самойленко Е., Балон Ж., Вернё Ж. Преподавание математики во Франции и в России // Народное образование. – 1998. - № 7.- С. 179-178.
61. Гальперин П.Я. Актуальные проблемы возрастной психологии: Материалы к курсу лекций /П.Я. Гальперин, А.В. Запорожец, С.Н. Карпова – М.: Наука, 1978. – 118 с.
62. Гальперин П.Я. Зависимость обучения от типа ориентировочной деятельности: Сборник статтей – М.: Наука, 1968. – 108с.
63. Гальперин П.Я. Психология мышления и учения о поэтапном формировании умственных действий // Исследование мышления в советской психологии. – М .: Наука, 1966. - 47 с.
64. Гальперин П.Я. Развитие исследований по формированию умственных действий / Психологическая наука в СССР / Под ред. В.Г. Ананьева, Г.О. Костюка и др. – М.: Наука, 1959. – Т.1. – С. 441-449.
65. Гальперин П.Я., Запорожец П.В., Эльконин Д.Б. Проблемы формирования знаний и умений у школьников и новые методы учения в школе / Возрастная и педагогическая психология: Тексты. – М., 1992. – С. 230-242.

66. Гончаренко С.У. Український педагогічний словник. – К.: Либідь, 1997. – 373с.
67. Ганчев И., Кучинов И. Обучение математике в НРБ // Математика в шк. - 1985. – № 6. – С. 73-74.
68. Гарднер М. А ну-ка, догадайся: Пер. с анг. Ю.А. Данилова. - М.: Мир, 1984. –212с.
69. Гарднер М. Путешествия во времени: Пер. с анг. Ю.А. Данилова. – М.: Мир, 1990. - 335с.
70. Гинзбург М.Р. Психологическое содержании личностного самоопределения // Вопр. психол. – 1994.- № 3.- С. 15-21.
71. Гладунський В.Н. Методичні основи вивчення курсу логіки в середніх загальноосвітніх спеціалізованих та професійних навчальних закладах: Дис. … канд. пед. Наук: 13.00.02. – К.: 1998. – 143 с.
72. Глейзер Г.И. История математики в средней школе / Под. ред. А.Б. Розенфельда – М.: Просвещение, 1970. - 462 с.
73. Глеман М., Варга Т. Вероятность в играх и в развлечениях (элементы теории вероятностей в курсе средней школы).: Пер. с франц.- М.: Просвещение, 1979. -176 с.
74. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. школа, 1963. – 238 с.
75. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб. пособ. для студентов вузов – М.: Высш. шк ., 2001.- 400 с.
76. Гнеденко Б.В. Беседы о математической статистике. – М.: Гостехиздат, 1968. – 35с.
77. Гнеденко Б.В. Возникновение основных понятий теории вероятностей / Международный математический конгресс в Варшаве 16-24 августа 1983г. – М.: Наука, 1983. – 351с.
78. Гнеденко Б.В. Вплив П.Л.Чебишова на розвиток теорії ймовірностей. Нариси з історії природознавства і техніки // Респ. міжвід.збірник. - 1974. - №18. – С.13-23.
79. Гнеденко Б.В. Из истории науки о случайном // Новое в жизни, науке, технике . Сер. "Математика, кибернетика" - №6. - М.: Знание, 1981. – 64 с.
80. Гнеденко Б.В. На уровне XIX века // Учительская газета. –1962.- № 74 (4273), 21 июня. - С.1 -2.
81. Гнеденко Б.В. О московской школе теории вероятностей. В кн.: Математическая наука в МГУ. - М.: Знание, 1980. – С. 30-44.
82. Гнеденко Б.В. Очерки по истории математики в России.- М.: Гостехиздат, 1946. - 248 с.
83. Гнеденко Б.В. Про дослідження Л. Ейлера з теорії ймовірностей, теорії обробки спостережень, демографії та страхування // Історико-математичний збірник – К.: АН УРСР. – 1959. - С. 71-76.
84. Гнеденко Б.В. Развитие мышления и речи при изучении математики // Математика в шк. – 1991. - №4. – С. 3-12.
85. Гнеденко Б.В. Развитие теории вероятностей в России // АН СССР. Труды института истории естествознания. - М., 1948. – Т.2: Изд-во АН СССР. - С. 390-426.
86. Гнеденко Б.В. Развитие школьного математического образования в Советском Союзе за 70 лет // Математика в шк . - 1987. - № 6. – С. 4- 8.

87. Гнеденко Б.В. Розвиток теорії ймовірностей у роботах О.М.Ляпунова // Історико-математичний збірник, I к., 1959. - С. 133-139.
88. Гнеденко Б.В. Статистическое мышление и школьное математическое образование // Математика в шк. – 1999. - № 6. - С. 2-6.
89. Гнеденко Б.В. Языком математики. - М.: «Знание», 1962.- 47 с.
90. Гнеденко Б.В., Журбенко И.Г. Теория вероятностей и комбинаторика // Математика в шк. – 1968. - № 2. - С. 72-84; № 3. - С. 30-49.
91. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Теория вероятностей. – К.: Вища шк., 1990. – 328с.
92. Гнеденко Б.В., Хинчин А.Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. – М.: Наука, 1982. – 156 с.
93. Гнеденко Б.В., Шейнин О.Б. Теория вероятностей // Математика XIX века. Математическая логика Алгебра. Теория чисел. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1987. - С. 238-317.
94. Гнеденко Б.В. Как математика изучает случайные явления / Под общ. ред. академ. М.А. Лаврентьева - К.: Изд-во А Н УССР, 1947. – 72 с.
95. Гносеологический анализ математической науки: Сб. науч. тр. - К.: Наукова думка, 1985.- 130 с.
96. Гольдберг Ю.И. К вопросу о школьном математическом образовании в США // Математика в шк. – 1991.- № 6. – С. 60-65.
97. Грабарь М.И., Краснянская К.А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. - М.: «Педагогика», 1974. - 136 с.
98. Гриценко В.Г. Нові інформаційні технології при вивченні статистичних закономірностей у процесі підготовки вчителів фізики: Дис. … канд. пед. Наук:13.00.02. – К.: 1998. – 198 с.
99. Гриценко М.С. Нариси з історії школи в Українській РСР (1917-1963) / За ред. доц. С. А. Литвинова. – К.: «Радянська школа», 1966. - 260 с.
100. Гусев В.А. Основные понятия теории вероятностей и элементы комбинаторики. – Учен. зап. Куйбышевского пед. института. – 1971. - Вып. 87. - Ч. 2. - С. 75-118.
101. Гусев В. А. Индивидуализация учебной деятельности учащихся как основа дифференцированного обучения математике в средней школе // Математика в шк. – 1990.- №4. – С. 27 – 31.
102. Давыдов В.В. Виды общения в обучении. - М.: Педагогика, 1972. - 423 с.
103. Депман И.Я. Международная сессия, посвященная новым методам преподавания математики // Математика в шк . – 1965. - №3. – С. 84-98.
104. Державний стандарт базової і повної середньої освіти // Математика в шк.. – 2004. - №2 – С.2 – 5.
105. Долбилин Н.П., Никольський С.М. Заметки о конгрессе // Математика в шк. - 1989.- № 4. – С. 4 – 6.
106. Донченко М.П., Ульченко В.Р., Макля О.М., Сергєєв О.В., Сергєєва В.А., Шевчук М.П. Міжпредметні зв’язки і час вивчення фізики в середній школі. Посібник для вчителів / Під ред. А.В.Сергєєва. – К.: Радянська школа, 1979. -118с.
107. Дорошенко Ю.О., Лапінський В.В. Роздуми вголос про майбутнє шкільної інформатики // Інформатика. - 2000. - № 20 (68), травень. – С.1-3.
108. Дружинін Н.К. Математична статистика в економіці. – К.: Радянська школа, 1989. – 218 с.

109. Дудка Г.Я. Формування вмінь студентів розв'язувати прикладні задачі в коледжах економічного профілю: Дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – К., 1998.- 214с.
110. Дядченко Г.Г. От таблиц случайных чисел к системам массового обслуживания.- М.: Авангард, 1996. – 234 с.
111. Емельянов Ю.А. Активное социально-психологическое обучение. - Л.: Изд-во ЛГУ, 1985. – 167 с.
112. Жалдак М. І. Початки теорії ймовірностей. – К.: Рад. школа., 1978. - 143 с.
113. Жалдак М.И., Квитко А.К. Теория вероятностей с элементами информатики / Под. общ. ред. М.Й. Ядренко. - К.: Вища шк., 1989. - 261 с.
114. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів. – К.: Техніка,1997. – 303 с.
115. Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Берлінська С.Ю. Теорія ймовірностей і математична статистика з елементами інформаційних технологій: Навч. посібник / Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Берлінська С.Ю. - К.: Вища шк., 1995. – 351 с.
116. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою. – К.: Шкільний світ, 2000.- 104 с.
117.Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики у шкільному курсі математики // Математика в шк. - 2000. - № 1 – 4, 6; 2001. - №1.- С. 4 – 10.
118.Журавлев В.И. Педагогические проблемы профессионального самоопределения выпускников средней школы: Дис. …докт. пед. наук: - Л., 1973. – 302 с.
119.Зависимость обучения от типа ориентировочной деятельности / Под. ред. П.Я. Гальперина и Н.Ф. Талызиной. - М.: Изд-во Моск. университета, 1968. - 238с.
120.Задорожня Т.М. Програма розділу «Початки стохастики» // Математика в шк. – 1999. - № 2. – С. 18 – 20.
121.Задорожня Т.М. Імовірнісні моделі та умови їх застосування // Економічні та гуманітарні проблеми розвитку суспільства у ІІІ тисячолітті: Зб. наукових праць.- Рівне: «Тетіс». - 2000.- С.303-305.
122.Задорожня Т.М. Елементи теорії ймовірностей в теоретичних курсах страхування та економічного ризику // Матеріали VII-ої Міжнародної наукової конференції ім. академіка М.Кравчука (11-14 травня 2000р., Київ). - К.: НТУУ (КПІ).- 2000.- С. 430.
123.Задорожня Т.М. Впровадження початків теорії ймовірностей у навчальний процес – потреба часу // Наука і сучасність. Збірник наукових праць Національного педагогічного університету імені М.П.Драгоманова. - К., Логос , 2001, том XXIX. – С.73-78.
124.Задорожня Т.М. Деякі особливості вивчення теорії ймовірностей // Теорія та методика навчання математики та фізики, інформатики: Збірник наукових праць: В трьох томах.- Кривий Ріг: Видавничий відділ КДПУ, 2001.-Т.1: Теорія та методика навчання математики. - С.102.
125.Задорожня Т.М. Тестування як один з методів діагностики математичної підготовки // Матеріали IX-ої Міжнародної конференції ім. академіка М. Кравчука (16-19 травня 2002р., Київ) / К.:НТУУ «КПІ».-2002. - С.500.
126.Задорожня Т.М. Теорія ймовірностей у спадщині Михайла Остроградського // Математика в шк. – 2002. - № 3. – С. 29, 44.

127.Задорожня Т.М. Застосування ймовірнісних пробіт і логіт моделей до досліддження проблем вибору // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск 3: В 3–х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НметАУ, 2003. – Т.1: Теорія та методика навчання. – С. 69-80.

128. Задорожня Т.М. Особливості вивчення стохастики // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск 4: В 3 – х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НметАУ, 2004. – Т.1: Теорія та методика навчання математики. – С. 61 –67.

129. Задорожня Т.М. Роль прикладних задач при вивченні стохастики // Матеріали Х – ї міжнародної конференції імені академіка М.Кравчука, 13 – 15 трав.2004 р., Київ: - К.: Задруга, 2004. – С.675.

130. Задорожня Т.М., Коляда Ю.В. Реалізація взаємозв'язків між фундаментальними та фаховими дисциплінами // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми // Зб. наук. пр. У 2-х част.- Ч-2./ Редкол. :І.А.Зязюн (голова) та ін.- Київ- Вінниця: ДОВ Вінниця, 2002. – С.241-246.

131. Задорожня Т.М., Коляда Ю.В., Мамонова Г.В. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики: Навчальний посібник.- Ірпінь: Академія ДПС України, 2001.-77 с.

132. Задорожня Т.М., Красюк Ю.М. Можливості використання нових інформаційних технологій навчання при розв'язуванні стохастичних задач // Математика в шк. – 2003.- №3, С. 14-17.

133. Задорожня Т.М., Скрипник А.В. Ризик у виборі рішення випускником середньої школи // Математика в шк. – 2000. - № 6. – С.19 – 21.

134. Задорожня Т.М. Використання прикладних задач при вивченні теорії ймовірностей // Математика в шк. – 2005. - № 10. – С.35 – 39.

135. Закон України "Про загальну середню освіту" // Освіта, 1997. – 20-27 серпня. – С. 6-11.

136. Зимняя И.А. Педагогическая психология: Учеб. пособ. – Ростов Н/Д.: Изд-во "Феникс", 1997. – 480 с.

137. Зубков А.М. и др. Сборник задач по теории вероятностей. – М.: Наука, 1989. - 136 с.

138. Інструктивно-методичний лист про вивчення математики у 2004/2005 навчальному році // Математика в шк. – 2004. - №6. – С.2.

139. Ігнатенко М.Я., Соколенко Л.О. Реалізація прикладної спрямованості шкільного курсу математики як засіб активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів. Навчальний посібник. – К.: ІЗМН, 1997. – 76 с.

140. Исследование мышления в советской психологии / Под. ред. Е.В.Шороховой. - М.: 1966.- 476 с.

141. Істер О.С. Комбінаторика, біном Ньютона та теорія ймовірностей у школі. – К. : Факт, 1997. – 184 с.

142. История математического образования в СССР / Под. ред. И.З. Штокало, А.Н. Боголюбова и др. - К.: Наукова думка, 1975. -384 с.

143. История отечественной математики. Т.1 / Под ред. И.З. Штокало. - К.: Наукова думка, 1966. - 480 с.

144. Ительсон Л.Б. Лекции по современным проблемам психологии обучения. - Владимир, 1972. -264 с.
145. Ительсон Л.Б. Психологические теории научения и модели процесса обучения // Советская педагогика. - 1973. - №3. - С. 83-95.
146. Кабанова – Миллер Е.И. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся. - М.: Просвещение, 1968. - 288 с.
147. Калмикова З.І. Проблеми діагностики розумової діяльності учнів. - М.: 1975. -207с.
148. Калмыкова З.И. Продуктивное мышление как основа обучаемости. – М.: Педагогика, 1981. – 200 с.
149. Карасев А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Статистика, 1979. – 279 с.
150. Кедров В.М. Классификация наук. – М.: Изд-во ВПШ и АОН, 1961. – 67 с.
151. Козелецкий К. Психологическая теория решений / Пер. с польского Г.Е. Линца, В.Н. Поруса и др.- М.: Прогрес,1979.- 504 с.
152. Козлов М.В. Элементы теории вероятностей в примерах и задачах. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 343 с.
153. Колде Я. К. Практикум по теории вероятностей и математической статистике. – М.: «Высш. шк.», 1991. – 156 с.
154. Колемаев В.А. Теория вероятностей в экономике. – М.: Статистика, 1989. – 246с.
155. Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Инфра- М, 1991. – 302 с.
156. Колмогоров А.Н. Введение в теорию вероятностей и комбинаторику // Математика в шк. – 1968. - № 2. - С. 63-71.
157. Колмогоров А.Н. К новым программам по математике // Математика в шк. – М.: Педагогика, 1968.- № 2. – С. 4- 6.
158. Колмогоров А.Н. Математика в ее историческом развитии. - М.: Наука, 1991. – 223 с.
159. Колмогоров А.Н. Новые программы и некоторые основные вопросы усовершенствования курса математики в средней школе // Математика в шк. - 1967. - №2. - С. 2-16.
160. Колмогоров А.Н. Роль русской науки в развитии теории вероятностей. – Учен. зап. МГУ. 1947.- Вып. 91. - С. 53-64.
161. Колмогоров А.Н. Теория вероятностей // Математика в СССР за сорок лет 1917-1957. Том 1. Обзорные статьи. - М.: Физматгиз,1959. - С.781-795.
162. Колмогоров А.Н., Журбенко И.Г., Прохоров А.В. Введение в теорию вероятностей. – М.: Наука, 1982. - 160 с.
163. Коломогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей.- М.: Наука, 1974. – 119 с.
164. Колягин Ю.М., Пикан В.В. О прикладной и практической направленности обучения математике// Математика в шк. – 1985. - №6 – С.27-32.
165. Колягин Ю.М., Оганесян В.А., Саннинский В.Я. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. Учеб. пособие для студентов физ.- мат. фак. пед. институтов. – М.: Просвещение, 1975. – 462 с.
166. Кон И.С. Психология старшеклассника. - М.: Наука, 1980. – 84 с.
167. Концепція математичної освіти 12-річної школи // “Математика в школі”, 2002 .. – № 2(64). – С. 12-17.
168. Концепція базової математичної освіти в Україні. – ВІКОЛ, 1993. – 31 с.

169. Концепція профільного навчання у старшій школі // Математика в шк. – 2006.- №4.- С. 2 – 7.
170. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. - М.: Просвещение, 1968. - 431 с.
171. Крутецкий В.А. Психология обучения и воспитания школьников. - М.: Просвещение, 1976. - 303 с.
172. Крилова Т.В. Наукові основи навчання студентів нематематичних спеціальностей (на базі металургійних, енергетичних і електромеханічних спеціальностей вищого закладу технічної освіти). Автореф. дис. … д-ра пед. наук:13.00.02 / НПУ ім. Драгоманова. – К., 1999. – 36 с.
173. Кулагин Г.Г. Межпредметные связи в процессе обучения. – М.: Просвещение, 1981. - 78 с.
174. Курындина К.Н. Из опыта преподавания теории вероятностей в Брянской ЮМШ // Математика в шк. – 1976. - № 2.- С. 71-73.
175. Ланина У.Я. Влияние организации деятельности учащихся в учебном процессе на интерес к учению // Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся (Межвузовский сборник научных трудов). - Л., 1983. - С. 26-36.
176. Ланков А.В. К истории развития передовых идей в русской методике математики: Пособие для учителей. – М.: Учпедизд, 1951. – 152 с.
177. Ларычев О.И. Наука и искусство принятия решений. - М.: Наука, 1979. – 178 с.
178. Леман И. Увлекательная математика: Пер.с нем. - М.: Знание,1985. - 270 с.
179. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность. – М.: Политиздат, 1975. – 304с.
180. Леонтьев А.Н. Проблемы развития психики. - 4-е изд. - М.: Изд-во Моск. ун-та , 1981. - 584 с.
181. Леонтьев А.Н. Психологические вопросы сознательного учения // Вопросы психологии понимания: Труды Института психологии. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1947. -192с.
182. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения. - М.: Педгогика , 1981. - 185 с.
183. Линник Ю.В. Теория вероятностей и математическая статистика // Математика в Петербургском-Ленинградском университете / Под ред. акад.. В .И. Смирнова. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1970. – С. 243-255.
184. Лист Міністерства освіти і науки України від 19.07.2001 № 1/9 – 261 // Освіта України. – 2000. - №31, 1 серпня. – С.4.
185. Лисохмар Т.Г., Олійник П.Ф. Граф – дерево і розв’язування задач // Математика. – 2002.- № 15 (171). – С.4.
186. Лозинский С.Н. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике.[Для экон.специальностей вузов]. – М.: “Статистика”, 1967. – 128 с.
187. Лоэв Мишель. Теория вероятностей / Пер. с англ. Б.А. Севастьянова. Под ред Ю.В. Прохорова. – М.: Изд-во иностранной лит., 1962. – 719 с.
188. Лютикас В.С. Факультативный курс по математике. Теория вероятностей: Учеб. пособие для 9-11 кл. сред. шк. - 3-е изд., перераб. - М.: Просвещение, 1990.-160 с.

189. М.М.Леоненко, Ю.С.Мішура, В.М.Пархоменко, М.Й.Ядренко. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці. – К.: Інформтехніка, 1995. - 306с.
190. Майор М. Перевірка стохастичних знань // Математика в шк. – 1998. - № 3. – С. 35-38.
191. Майстров Л.Е. Развитие понятия вероятности. - М.: Наука, 1980. – 269 с.
192. Майстров Л.Е. О вероятностной концепции Паскаля у А.Реньи // Историко-математические исследования. - Вып. XXII. - М.: Наука, 1977. – С. 200-211.
193. Майстров Л.Е. Теория вероятностей. Исторический очерк. - М.: Наука, 1967. - 432 с.
194. Максименко В.С., Паниотто В.И. Зачем социологу математика. – К.: Рад. шк., 1988 – 223 с.
195. Маневич Д.В. Теория вероятностей и статистика в школьном образовании. – Ташкент: Укитувчи, 1989.- 200 с.
196. Математика. Програми для загальноосвітніх закладів. – Київ: Навчальна книга , 2003. – 302 с.
197. Махмутов М.И. Организация проблемного обучения в школе. - М.: Просвещение, 1977. – 240 с.
198. Махмутов М.И. Теория и практика проблемного обучения. – Казань, 1972. - 551с.
199. Машбиц Е.И. Психологические основы управления учебной деятельностью. - К.: Вища школа, 1987. – 223 с.
200. Машбиц Е.И. Психологический анализ учебных задач // Сов. педагогика. - 1973. - № 2. - С. 19.
201. Межейнікова Л.С., Швець В.О. Математичні задачі з фінансовим змістом в основній школі. – Х.: Вид. група «Основа», 2004. – 96 с.
202. Мейер П. Вероятность и потенциалы / Пер. с англ. В.И. Аркина и М.П. Ершова. Под ред. А.Н. Ширяева. – М: «Мир», 1973. – 331 с.
203. Менчинская Н.А. Психологические основы обучения // Основы дидактики / Под ред. Б. П. Есипова. – М.: Просвещение, 1967. – С. 132-175.
204. Менчинская Н.А. Психология применения знаний к решению учебных задач // Психология применения знаний к решению учебных задач. - М.: Просвещение, 1958. – С.216 - 342.
205. Менчинская Н.А. Сабурова Г.Г. Проблема обучения и развития на XVIII Международном психологическом конгрессе // Советская педагогика. – 1967. – № 8. – С. 11-23.
206. Метельский Н.В. Очерки истории методики математики. К вопросу о реформе преподавания математики в средней школе / Под ред. И.Я. Депмана - Минск: Вышейная школа, 1968. - 303 с.
207. Метельский Н.В. Психолого-педагогические основы дидактики математики. - Минск: Вышейная школа, 1977. - 158 с.
208. Методика викладання математики в середній школі / Упор. Черкасов Р.С., Столяр А.А. – Х.: Вид-во “Основа” при Харківському ун-ті, 1992. – 310 с.
209. Методика навчання у наукових дослідженнях у вищій школі: Навч. посіб. / С. У. Гончаренко, П.М. Олійник та ін.; за ред. С.У. Гончаренка, П.М. Олійника. – К.: Вища шк., 2003. – 323 с.

210. Михалін Г.О. Жалдак М.І. Деякі властивості ймовірносних моделей стохастичних експериментів // Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова вип. 3, 2001, – С.49 – 67.
211. Михалін Г.О. Математичний кругозір учителя математики та його формування у процесі навчання математичного аналізу // Математика в шк. – 2004. – № 3.- С. 12-16.
212. Михалін Г.О. Слука О.В. Про вивчення основних понять теорії ймовірностей у шкільному курсі математики // Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова вип. 3, 2001, – С.167 – 173.
213. Михалін Г.О. Слука О.В. Статистична ймовірність і закон великих чисел. // Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова вип. 5, 2002, – С.143 – 152.
214. Михалін Г.О. Стогній О.В. Статистичні ймовірності. Прості випадкові величини. Закон великих чисел // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання: 36 наукових праць / Ред. рада – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова – 2006. – №4 (11). - С.163 – 170.
215. Минэ С., Шепкина В.М. О новых программах по математике в средних школах Японии // Математика в шк. – 1979. – № 6.- С. 64-67.
216. Монахов В.М. и др. Формирование алгоритмической культуры школьников при обучении математике. - М.: Просвещение, 1978. - 94 с.
217. Мостеллер Ф., Рурке Р., Томас Дж. Вероятность. – М.: «Мир», 1969. - 431 с.
218. Мостеллер Ф. Пятьдесят занимательних задач с решениями / Пер. с англ., под ред. Ю.В.Линника.-3-е изд.- М.: Наука, 1985.- 86 с.
219. Нейман Ю. Вводный курс теории вероятностей и математической статистики / Пер. с англ. – М.: Наука, 1968. – 448 с.
220. Олексюк О.С. Системи підтримки прийняття фінансових рішень на мікрорівні - К.: Наукова думка, 1998. – 508с.
221. Ондар Х.О. О работах А.Ю. Давидова по теории вероятностей и его методологических взглядах // История и методология естественных наук. - Вып. 11. - М.: Издво МГУ, 1971.- С. 98-109.
222. Освітньо - професійна програма підготовки молодшого спеціаліста за напрямом 0501 “Економіка і підприємництво” – К.: 1998. - 47 с.
223. Осинская В.Н. Активизация познавательной деятельности учащихся на уроках математики в 9-10 классах. - К.: Рад. школа, 1980. – 143 с.
224. Осинская В.Н.Формирование умственной культуры учащихся в процессе обучения математике – К.: Рад. школа, 1999. – 188 с.
225. Пастушок Г.С. Методика викладання математики на економічних факультетах вищих закладів освіти: Дис. ... канд. пед. наук: 12.00.02.- Острозька академія, 2000. – С. 245.
226. Педагогіческая психология: конспект лекцій / сост. С.В. Кошелеві. – М.: АСТ; СПб.: Сова, 2005. – 94 с.
227. Педагогічний словник / За ред. М.Д. Ярмаченка. – К.: Пед. думка, 2001. – 514 с.
228. Петер Р. Игра с бесконечностью / Пер. с нем. Кисунько В. М. - М.: «Молодая гвардия», 1967. - 368 с.

229. Петрук В.А. Игровые формы обучения теории вероятностей и математической статистики во Втузе. – М.:Просвещение, 1989. - 67 с.
230. Пиаже Ж. Избранные психологические труды: Пер. с фран. - М.: Просвещение , 1969. - 659 с.
231. Платонов Г.А., Файнберг М.А., Штильман М.С. Поезда, пассажиры и…математика. - М.: Транспорт, 1977. – 102 с.
232. Плоцки А. Вероятность в задачах для школьников –М.: Просвещение, 1996. - 73с.
233. Плоцки А. Вероятность события в стохастической линии школьного математического образования // Математика в шк. – М.: Школа – Пресс, 1997. – №3 .- С. 24-28.
234. Плоцки А. Стохастический граф в обучении теории вероятностей как средство математизации и аргументации // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – 2000. – № 2 (12). – С. 52-66.
235. Плоцки А., Навольська Г. Игры Пенни – особый источник стохастических задач, проблем и парадоксов // Эвристика и дидактика точных наук. – 1997. – С.7-17.
236. Плоцкі А. Випадкова величина та гра як модель процесу прийняття рішення в умовах ризику // Математика в шк. –2000. - № 2. – С.7 – 14.
237. Пойа Д. Как решать задачу?. - 2-е изд. испр. - М.: Учпедгиз, 1961. - 207 с.
238. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. - М.: Наука, 1975.- 463 с.
239. Пойа Д. Математическое открытие. - 2-е изд. - М.: Наука, 1976. - 448 с.
240. Програми: для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5-11 класи; для класів з поглибленим вивченням математики, 8-11 класи; для класів гуманітарного напрямку. Математика 10-11 класи // Математика – 2001.- №35, №37.
241. Программы средней школы. Математика. 1932 – 1991 гг.- 137с.
242. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5-12 класи. – Ірпінь.: Перун, 2005.- 64 с.
243. Прохоров Ю.В., Севостьянов Б.А. Теория вероятностей // БСЭ. - 2-е изд. – М., 1956. - С. 230-236.
244. Психология решения учащимися производственно-практических задач / Под. ред. Н.А. Менчинской. - М.: Просвещение, 1965. -255 с.
245. Психолого-педагогические проблемы профессионального обучения. – М.: Изд -во Московского университета, 1979. – 20 с.
246. Пухначев Ю.В., Попов Ю.П. Учись применять математику. - Вып.8. - М.: Знание, 1977. – 144 с.
247. Пятницын Б.Н. Философские проблемы вероятностных и статистических методов. - М.: Мир, 1976.– 78с.
248. Растригин Л.А. Этот случайный, случайный, случайный мир.- М.: Молодая гвардия,1974. - 198с.
249. Реньи А. Трилогия о математике / Пер. с венг. - М.: «Мир», 1970. - 376 с.
250. Реньї А. Заради чого необхідно викладати теорію ймовірностей? // Математика в шк. - 1998. – № 1. - С. 31.
251. Рибачок А. В. Про посилення зв’язку між математикою та інформатикою при вивченні основ стохастики в школі // Математика в шк. – 1998. - № 4. – С. 19-20.
252. Роберт Моррис. Обучение статистике. - Юнеско, 1991. - 87 с.

253. Розанов Ю.А. Теория вероятностей и ее приложения // О некоторых вопросах современной математики и кибернетики. - М,1968. – С. 78-141.
254. Ротенберг В.С., Бондаренко С.М. Мозг. Обучение. Здоровье: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1989. – 239 с.
255. Рубанов С.Ф. О преподавании математики в английских школах // Математика в шк. – 1975. - №4 – С. 88-93.
256. Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования. - М.: Изд-во АН СССР, 1958. – 147 с.
257. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. – 2-е изд. – М.: Учпедгиз, 1947. – 704 с.
258. Рябикин В.И. Актуарные расчеты – М.: Финстатинформ, 1996. – 87 с.
259. Сабо А.М. Преподавание математики в школах Венгерской Народной Республики // Математика в шк. - 1984. - № 4. - С. 69-71.
260. Савинова Т.М. Решение задач с профессиональной направленностью при обучении математике // Актуальные вопросы совершенствования математической подготовки учащихся ПТУ: Метод. рекомендации. - К., 1991. – С. 43-46.
261. Сборник программ и инструкций по преподаванию математики в Западной Европе - М., 1914. – 168 с.
262. Секей Габор. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике / Перевод с англ. В.В. Ульянова; под ред. В.В. Сазонова. – М.: Мир, 1990. – 240 с.
263. Семушин А.Д., Кретинин О.С., Семенов Е.Е. Активизация мыслительной деятельности при изучении математики. Обучение обобщению и конкретизации. - М.: Просвещение, 1978. - 64 с.
264. Серафимов Д.А., Столяр А.А. О новых учебниках математики в школах Болгарии // Математика в шк. – 1991. - № 6. – С. 68-71.
265. Сиднев С. Принятие решений в условиях неопределенности // Бизнес Информ. – 1996. - №15. - С.41-42.
266. Синай Я.Г. Случайность неслучайного // Природа. - 1981. - №3. - С.72-80.
267. Скаткин М.Н. Проблемы современной дидактики. - М.: Педагогика, 1980. - 96 с.
268. Скороход А.В. Вероятность вокруг нас. – К.: Наукова думка, 1980. – 196 с.
269. Скороход А.В. Основні поняття теорії скінченних множин (комбінаторика) // У світі математики. – К.: Рад. школа, 1972. - Випуск 3. - С. 11-48.
270. Скороход А.В. Особливий характер теорії ймовірностей в математичних науках // У світі математики. – К.: Рад. Школа, 1997. – Випуск 2. – С. 2-4.
271. Скрипченко О.В. Психічний розвиток учнів. - К.: Радянська школа, 1971. – 104 с.
272. Слєпкань З.І. Елементи комбінаторики. Початки теорії ймовірностей / У кн..: Математика: Посіб. для факультатив. занять у 10 кл.. За ред. проф. І.Є. Шиманського. Розділ І. – К.: Рад. шк., 1970. – 295 с.
273. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак – ЕКО, 2000. – 512 с.
274. Слепкань З.И. Психолого - педагогические основы совершенствования обучения математики в ПТУ // Актуальные вопросы совершенствования математической подготовки учащихся ПТУ: Метод. рекомендации. – К., 1991. - С.4-7.
275. Слєпкань З.І. Методика викладання алгебри і початків аналізу. - К.: «Рад. школа», 1978. – 224 с.

276. Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні основи вивчення математики: Математичний посібник. – К.: Рад. школа, 1983. – 192 с.
277. Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 240 с.
278. Слєпкань З.І., Грохольська А.В., Волянська О.Є. Збірник задач з алгебри і початків аналізу: Навч. посіб. для учнів 10-11 кл. загально освіт. навч. закладів . – Тернопіль: Підручники і посібники, 2003. – 240. с.
279. Слєпкань З.І., Соколовська І.С. Методика вивчення елементів комбінаторики, початків теорії ймовірностей і вступу до статистики в загальноосвітніх навчальних закладах // Математика – 2004. - №29 -30 (281 – 282). – 121 с.
280. Современные основы школьного курса математики: Пособие для студентов пед. ин-тов / Н.Я.Виленкин, К.И.Дуничев, Л.А.Калужнин, А.А,Столяр. – М.: Просвещение, 1980. – 240 с.
281. Соколенко Л.О. Прикладна спрямованість шкільного курсу алгебри і початків аналізу: Навчальний посібник. – Чернігів: Сіверянська думка, 2002. – 128 с.
282. Соколовська І. Така нова стара проблема. // Математика в шк. – 1998.- № 1. - С . 32 – 35.
283. Статистичний збірник України за 2001 рік. – К., 2002. – 460 с.
284. Степенко Г.В. О преподавании теории вероятностей и математической статистики в школах Японии. – Изд-ние Ин-та математики АН УССР, 1974. – 24с.
285. Столяр А.А. Педагогика математики - 2-е изд. - Минск: Вышейшая школа, 1974. -382 с.
286. Стрільченко Н. Вступ до теорії ймовірностей // Математика в шк. – 1999. - № 3. – С. 22-27.
287. Стрельченко О., Вайнтрауб М., Стрельченко І. Програма з математики для класів економічного профілю // Математика в шк. - 2003. - № 5. – С.43.
288. Талызина Н.Ф. Педагогическая психология. – М.: Издательский центр «Академия», 1998. – 288 с.
289. Талызина Н.Ф. Психологические основы управления усвоением знаний. – М.: Изд-во МГУ, 1969. - 117 с.
290. Талызина Н.Ф. Теория поэтапного формирования умственных действий и проблема развития мышления // Сов. педагогика. - 1967. - № 1.- С. 28-32.
291. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний. – М.: Изд-во МГУ, 1975. - 343 с.
292. Талызина Н.Ф. Формирование познавательной деятельности учащихся. – М.: Знание, 1983. - 98 с.
293. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики. – Черкаси: Відлуння-плюс, 2002. – 400 с.
294. Тарасов Л.В. Мир, построенный на вероятности: Кн. для учащихся.- М.: Просвещение, 1984. – 191 с.
295. Терезин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.
296. Токмазов Г.В. Укрупнение дидактических единиц в задачах по теории вероятностей // Математика в шк. – 1999. - №4. - С.81-84.

297. Тоцкий Е. Некоторые проблемы модернизации образования учителей математики в Польше // Математика в шк. – 1990. - № 6. – С. 71.
298. Турлакова З.И. Обзор некоторых зарубежных материалов о преподавании математики // Математика в шк. - 1976. - № 4. - С. 88-91.
299. Турундаевский В.Б. Применение теории вероятностей в экономике. - М.: Высш. шк., 1988. – 298 с.
300. Тутубалин В.Н. Теория вероятностей. Краткий курс и научно- методические замечания. – М.: Изд. Московского ун-та, 1972. – 232 с.
301. Уемов А.И. Основные формы и правила выводов по аналогии // Проблемы логики научного познания. - М., Наука, 1964.- 410 с.
302. Ушинский К.Д. Собрание сочинений. - М., 1950. - Т.8. - 776 с.
303. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. - Т.1-2. - М.: Мир, 1967. - 751 с.
304. Финансово-экономический словарь / Под ред. Назарова М.Г. – М.: Финстатинформ, 1995. – 224 с.
305. Фирсов В.В. Некоторые проблемы обучения теории вероятностей как прикладной дисциплине: Автореф. Дис. … канд. пед. наук: 13. 00.02. – М., 1974. –28 с.
306. Фирсов В.В. О прикладной ориентации курса математики // Математика в шк. –2006. - №6, 7. - С.2-8.
307. Фридман Л.М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач. - М. : Педагогика, 1977. - 207 с.
308. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математики в школе. - М.: Просвещение, 1983. – 160 с.
309. Халамайзер А.Я. Математика гарантирует выигрыш.- М.: Моск. рабочий, 1981. – 231с.
310. Хрепунова Г.О. Елементи комбінаторики у 8 - 9 - х класах з поглибленим вивченням математики // Математика. – 2000. - № 5 (65), лютий. - С. 5-6.
311. Хургин Я.И. Да, нет или может быть…- М.: Наука, 1983. - 206 с.
312. Хургин Я.И. Как объять необятное.- М.: Знание, 1985. - 192 с.
313. Чебышев П.Л. Опыт элементарного анализа теории вероятностей (1845). – Полн. собр. соч. - Т. 5. - М. – Л.: Изд-во АН СССР, 1951.- С. 26-87.
314. Черкасов Р.С. Отани М. Новая программа по математике в школах Японии // Математика в шк. – 1991. – №1. – С. 73-75.
315. Чошанов М.А. Математическое образование в профессиональных колледжах США // Математика в шк. – 1991. – № 6 – С. 65-68.
316. Чубарев А.М., Холодный В.С. Невероятная вероятность. – М.: Знание, 1976. - 92с.
317. Шародин Ю. Бедюлева Г. Психолого-педагогические предпосылки развития творческой активности учащихся в условиях непрерывного образования // Школа. – 1997.- № 2. - С. 43-48.
318. Швец В.А. Реализация функций тематического контроля результатов обучения учащихся математике в старших классах средней школы: Дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – К., 1988. – 209 с.
319. Шейнин О.Б. О работе Т. Байеса по теории вероятностей – Труды XII Науч. конф. Ин-та истории естеств. и тех. Секция истории математики и механики. -

М.: 1969. - С. 40-57.
320. Шейнин О.Б. Теория вероятностей до Чебышева. Историко-математические исследования / АН СССР Ин-т истории естествознания и техники /. - Выпуск XXII. – М.: Наука, 1978. - С. 284-306
321. Шейнин О.Б. Теория вероятностей П.С.Лапласа // Историко-математические исследования - Вып. 22. - М.: «Наука», 1977. – С. 212-224.
322. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М. Алгебра і початки аналізу: Підручн. для 11 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закл. освіти. – К.: Освіта, 2001. – 311с.
323. Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу: Пробн. підруч. для 10 – 11 кл. серед. шк. – К.: Зодіак – ЕКО, 1995. – 608 с.
324. Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу: Підруч. для 11 кл. загально освіт. навч. закладів. – К.: Зодіак – ЕКО, 2002. – 384 с.
325. Шляхами математики. Хрестоматія для учнів 5-9 класів / Упорядн. Т.М. Хмара Т.М., - К.: Педагогічна преса, 1999. - 196 с.
326. Шредингер Э. Что такое жизнь? С точки зрения физика: Пер. с англ.- М.: Атомиздат, 1972. – 88 с.
327. Эльконин Д.Б. К проблеме периодизации психического развития в детском возрасте // Вопр. психологии. - 1971. - №4. - С.18.
328. Эльконин Д.Б. Психологическое развитие в детских возрастах / Под ред. Д.И. Фельдштейна - М.: Издательство «Институт практической психологии», Воронеж: НПО «МОДЭК», 1985. – 416 с.
329. Эрдниев П.М. Методика упражнений по математике. – М.: Просвещение, 1970 . - 319 с.
330. Эрдниев П.М. Сравнение и общение при обучении математике.- М.: Просвещение, 1960. – 124 с.
331. Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике – М.: Просвещение, 1986. – 255 с.
332. Яглом И. М. Математические структуры и математическое моделирование. – М.: Сов. радио, 1980. – 144 с.
333. Яглом А.М. и Яглом И.М. Вероятность и информация. - М.: Гостехиздат, 1960. – 316 с.
334. Яглом А.М., Яглом И.М. Неэлементарные задачи в элементарном изложении. Задачи по комбинаторике и теории вероятностей. Задачи из разных областей математики. – М.: Гостехиздат, 1954. – 544 с.
335. Ядренко М.Й. Випадкові події та їх ймовірності // У світі математики. – К.: Рад. Школа, 1997. – Випуск 2. – С.5- 16.
336. Якиляшек В. Аспекти інтеграції математичних і природничих знань// Математика. – 2000. - № 46. - С. 4 - 5.
337. Якиманская И.С. Развивающее обучение. - М.: Педагогика, 1979. – 144 с.
338. Bkuner J., Olver R., Greenfield P., Studies in Cognitive Growth, Wiley, New York 1966.
339. Demana, Bert U. WATS, Clemente Colledge algebra and trigonometry. USA. Addison Wesley Publ. Comp. 1 nc., 1992.
340. Freudenthal H., Mathematik als padagogische Acfgabe, Ernst Klett Verlag, Stuttgart 1973.

341. Freudenthal H., Was ist Axiomatik und we lchen Bildungswert kann sie haben? Der Mathematics 4, 1963.
342. Kline M., Why Johnny cantadd, St. Martin Press, New York 1973.
343. Malkvitch Joseph. Contemporary mathematics. USA. FREEMAN aud comp., 1991.
344. Memoranda on Curriculum. IV Mathematics. London, 1937.
345. New Thinking in School Mathematics. Organization for European Economic Cooperation. Paris. 1961.
346. Okon W., Navczanie problemowe we wspotczesnej szkole, WsiP, Warszawa 1978.
347. Piaget J., Nauczanie matematyki a rozwoj dziecka, Wiadomosci Matematyczhe XXI . 1 1979.
348. Plocki Adam. Stochastika 2 (rachuner prawdopobienstwa i statystyka matematyczna zarys didaktykij. Krakow: Wydawnictwo Naukowe WSP) 1997. - 323 c.
349. Polya G., Odkrycie matematyczne, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1975.
350. The Reorganization of Mathematics in Secondari Education. A Report by the National Committee on Mathmacal Requirements under the auspices of the Mathematical Association of America. JNC. 1923.
351. Thom R., Matematyka nowoczesna: pomytka pedagogiczna i filozoficzna, Wiadomosci Matematyczne XVIII (1974).
352.

ДОДАТКИ

Додаток А

ПРОГРАМА

„Початки теорії ймовірності та математичної статистики” для коледжів (класів) фінансово-економічного спрямування

ВСТУП

ПОЧАТКИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ (16 год)

1. **Предмет і методи теорії ймовірностей. Поняття стохастичного експерименту та його результатів – елементарних подій, випадкових подій та їх відбування. Вірогідні та неможливі події, рівні події.**

Мета – формуваня уявлень про: початкову модель випадкових явищ, яку досліджує терія ймовірностей; основні поняття цієї науки (стохастичний експеримент, елементарна подія і випадкова подія); вірогідну та неможливу події; відношення спричиненості між подіями та рівності подій.

Основні вимоги до математичної підготовки студентів:

- *мають* уявлення про: особливості стохастичного експерименту та його результати; випадкові події та їх відбування;
- *знають:* означення вірогідної та неможливої події, рівних подій;
- *вміють:* наводити приклади стохастичних експериментів і випробувань та їх відбувань, вірогідних і неможливих подій, рівних подій.

Вивчення теми проводиться у формі активного діалогу (лекції-бесіди), підкріпленого прикладами фінансово-економічного змісту.

Розглядаються приклади реальних випадкових явищ, математичні (ймовірнісні) моделі яких вивчає теорія ймовірностей, їх випадковий, проте, у певному розумінні прогнозований характер.

Підкреслюється, що ймовірнісні моделі дуже важливі в різних сферах діяльності людини (діяльність банківських, страхових та інших фінансово-економічних компаній).

Розглядаються приклади, які демонструють використання імовірнісних моделей для практичних висновків.

Значення та міжпредметний (інтегрований) характер теорії ймовірностей ілюструється прикладами її застосувань у різних сферах людської діяльності, науки, життя (страхування, ризик тощо).

Орієнтовні теми рефератів для індивідуальної роботи:

1. Теорія азартних ігор і її перші задачі.
2. Історія виникнення і розвитку теорії ймовірностей (різні етапи).
3. Дослідження М.В.Остроградського в галузі демографії.
4. Роботи В.Я.Буняковського в галузі теорії ймовірностей та демографії.
5. Російська школа стохастики на чолі з П.Л.Чебишевим.

2. Операції над подіями. Основні властивості операцій над подіями. Означення статистичної ймовірності. Основні та вивідні властивості статистичної ймовірності. Умовна ймовірність. Поняття незалежних подій. Теорема множення ймовірностей. Теорема про повну ймовірність та теорема гіпотез (формули Байєса).

Мета – підготувати студентів до розуміння поняття ймовірності події і того, що за ймовірностями одних подій можна знаходити ймовірності інших; ознайомити з основними властивостями операцій над подіями та властивостями статистичної ймовірності, показати, що так званий класичний спосіб обчислення ймовірності є вельми частинним випадком, навести приклади задач на використання властивостей подій та їх ймовірностей.

Основні вимоги до математичної підготовки студентів:

- *мають* уявлення про: операції, які виконуються над подіями та основні властивості цих операцій; статистичну ймовірність та її основні властивості ; поняття ймовірності; рівноможливість усіх елементарних подій та спо собу обчислення ймовірності в цьому випадку, умовну ймовірність та незалежність подій;
- *знають:* основні операції над подіями та властивості ймовірності подій означення умовної ймовірності та незалежних подій, теореми множення ймовірностей, теореми про повну ймовірність та ймовірність гіпотез.
- *уміють:* обчислювати статистичні ймовірності та застосовувати їх властивості для обчислення ймовірностей подій, обчислювати ймовірність із використанням формул комбінаторики у випадку рівноможливих елементарних подій, розв'язувати найпростіші задачі прикладного змісту та здійснювати їх економічну інтерпретацію.

Перші заняття з цієї теми проводяться як лекції.

Викладач пояснює, що умова теоретико-ймовірнісної задачі спочатку перекладається на мову цієї теорії, а потім вона розв’язується за допомогою застосування основних властивостей операцій над подіями та ймовірностей подій. Тому ці властивості є центральними в теорії ймовірностей. На прикладі статистичної ймовірності доводяться усі основні властивості ймовірності. Викладач пояснює, що з цих трьох основних властивостей випливають усі інші властивості.

Вводиться поняття умовної ймовірності, поняття незалежних подій. Роз’яснюються умови використання теореми про повну ймовірність як можливість урахування всіх складових, що беруть участь у реалізації певного завдання. Розгля дається теорема гіпотез та проводиться пропедевтична робота з використання її у фінансовому аналізі. Для пояснення формул використовуються задачі з економічним змістом.

Пояснення супроводжується прикладами переважно професійно-орієнтованого змісту.

На практичних заняттях продовжуємо формувати чітке уявлення про операції над подіями та основні властивості ймовірностей подій. Звертаємо увагу на частинний випадок рівноможливості усіх результатів експерименту, коли формула обчислення ймовірностей подій значно спрощується і стає зручною для розв’язання багатьох задач.

Орієнтовні теми рефератів для індивідуальної роботи:

1. “... Здоровий глузд в аналітичній формі ...”
2. Дослідження Лапласа в галузі теорії ймовірностей.
3. Вклад українських математиків у становлення і розвиток теорії ймовірностей.

3. Незалежні випробування. Схема Бернуллі. Формула Бернуллі.

Мета – сформувати уявлення про незалежні випробування, ознайомити студентів із схемою Бернуллі.

Основні вимоги до математичної підготовки студентів:

- *мають* уявлення про: схему повторних незалежних випробувань; умови, за яких її можна назвати схемою Бернуллі; можливість використання відповідної формули;
- *знають:* умови схеми Бернуллі, формулу Бернуллі;
- *уміють:* визначати випробування, що проводяться за схемою Бернуллі, застосовувати формулу Бернуллі, її наслідки;

Заняття проводяться у формі бесіди, комбінованого діалогу.

Спочатку викладач пояснює на прикладах важливість схеми Бернуллі для теорії ймовірностей та її прикладних задач.

Узагальнюючи задачу про податок, приходимо до доведення формули Бернуллі.

Шляхом фронтального опитування досягається розуміння всіх деталей доведення. Звертається увага учнів на громіздкість обчислень ймовірності і робиться висновок про незручність формули за великих значень n і m.

Розв’язуються прикладні задачі на використання формули Бернуллі, наслідків та граничних теорем.

Орієнтовні теми рефератів для індивідуальної роботи:

1. Відкриття Бернуллі.
2. “Мистецтво передбачень”.
3. Видатне сімейство і його вклад у розвиток математичних наук.

4.Випадкові величини. Розподіл ймовірностей значень випадкової величини. Математичне сподівання, дисперсія та інші числові характеристики випадкової величини, їх властивості. Поняття про закон великих чисел.

Мета – сформувати поняття випадкової величини та її характеристик (математичного сподівання, дисперсії, середнього квадратичного відхилення, моди, медіани), навчити обчислювати ці характеристики. Розкрити зміст закону великих чисел.

Основні вимоги до математичної підготовки студентів:

- *мають* уявлення про: просту випадкову величину, про розподіл ймовірностей її значень та числові характеристики; важливість та значення закону великих чисел;
- *знають:* означення простої випадкової величини та її числових характеристик, формули, властивості цих характеристик, закон великих чисел;
- *вміють:* наводити приклади простих випадкових величин та розподілу їх ймовірностей, обчислювати та аналізувати їх числові характеристики.

Перші заняття проводяться у формі лекції. Вивчення теми завершується семінарським заняттям з обговоренням рефератів.

Розкривається поняття простої випадкової величини як величини, що визначена на просторі елементарних подій, має скінченну множину значень і набуває кожне своє значення з певною ймовірністю.

Вводиться поняття розподілу ймовірностей простої випадкової величини.

Обґрунтовується необхідність введення різних характеристик випадкової величини. Даються означення математичного сподівання і дисперсії простої випадкової величини та їх економічні інтерпретації.

Виробляються навички обчислення цих характеристик. Розглядаються приклади зі страхування і ризику.

Як підсумок всього вивченого, формується уявлення про закон великих чисел.

Орієнтовні теми рефератів:

1. Відкриття, пов'язані із "золотою теоремою".
2. Використання початків теорії ймовірностей сьогодні.
3. П.Л.Чебишев і його вклад у розвиток теорії ймовірностей.
4. Російська школа теорії ймовірностей (П.Л.Чебишев, А.А.Марков, А.Н.Колмогоров).

IV. ЕЛЕМЕНТИ СТАТИСТИКИ (4 год.)

Генеральна та вибіркова сукупності. Ряди розподілу та варіаційні ряди. Графічне представлення розподілів статистичних ймовірностей (гістограма, полігон). Числові характеристики варіаційних рядів (середня вибіркова, вибіркова дисперсія, стандартне відхилення, мода, медіана, коефіцієнт варіацій)

Мета – сформувати уявлення про розділ математики, що вивчає математичні методи збирання, систематизації, обробки й використання статистичних даних.

Основні вимоги до математичної підготовки студентів:

- *мають* уявлення про: статистику як науку, методи її дослідження, типи статистичних спостереженнь та форми їх представлення, вибіркові та генеральні сукупності, числові характеристики вибіркової сукупності;
- *знають:* основні способи збору та представлення статистичних даних; формули обчислення характеристик вибіркової сукупності;
- *уміють:* наводити приклади різних вибіркових сукупностей, отриманих у результаті спостережень, виконувати початкову обробку вибіркових даних, будувати полігон та гістограми розподілу частот.

Заняття проводяться у формі лекцій і практичних робіт.

На перших заняттях розкривається зміст предмета статистики та етапи її історичного розвитку.

Розкривається зміст понять "статистика", "політична арифметика", "описова і пояснювальна статистика", "статистичні спостереження", "вибірка".

Розглядається питання наочного зображення статистичних даних.

Продовжується формування і відпрацьовування умінь і навичок збору та обробки статистичних даних. Останні практичні заняття проводяться з комп'ютерною підтримкою.

Орієнтовні теми рефератів:

1. Історія розвитку статистики.
2. Статистика на службі інших наук.

Додаток Б

Таблиця Б.1

Результати експерименту, проведеного Дж. Е. Керріхом

№ серії	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кількість випадань герба	502	511	497	529	504	476	507	528	504	529
Відносна частота події випав герб	0,502	0,511	0,497	0,529	0,504	0,476	0,507	0,528	0,504	0,529

Таблиця Б.2

Народжуваність дітей в м. Київ

Роки	Кількість народжених хлопчиків	Відносна частота події „народився хлопчик”	Кількість народжених дівчаток	Відносна частота події „народилась дівчинка”
1990	16772	0,5303	14860	0,470
1991	14900	0,5142	14081	0,4859
1992	13147	0,5130	12485	0,4871
1993	11782	0,5156	11071	0,4845
1994	11030	0,5129	10477	0,4872
1995	10934	0,5179	10181	0,4822
1996	10347	0,5164	9692	0,4837
1997	10115	0,5149	9533	0,4852
1998	9426	0,5150	8870	0,4846
1999	9487	0,5178	8836	0,4823
2000	9914	0,5231	9040	0,4770
2001	10013	0,5172	9347	0,4828
2002	10960	0,5181	10196	0,4820
2003	12074	0,5188	11201	0,4813
2004	13461	0,5201	12423	0,480

Додаток В

Приклади варіантів контрольної роботи, які використовуються для визначення рівня математичної підготовки в контрольних і експериментальних групах (всього 15)

Варіант 1

1. Знайдіть: від ;

2. Спростіть вираз: ;

3. Розв'яжіть систему рівнянь: ;

4. Ціну товару знизили на 25%, а потім ще на 20%. На скільки відсотків знизилась початкова ціна товару?

5. Знайти область визначення функції, заданої формулою:

.

Варіант 2

1. Знайдіть 25% від .

2. Спростіть вираз: .

3. Розв′яжіть систему рівнянь: .

4. Свіжий гриб містить 90% води, а сушений – 12%. Скільки сушених грибів вийде з 22 кг свіжих?
5. Знайдіть область визначення функції, заданої формулою:

.

Додаток Д

Тлумачний словник

А

Адекватність моделі – відповідність моделі об'єкту або процесу, що моделюється. Це деякою мірою умовне поняття, оскільки повної відповідності моделі реальному об'єкту бути не може: тоді це була б не модель, а сам об'єкт.

При моделюванні мається на увазі адекватність не взагалі, а за тими властивостями моделі, які є важливими для дослідження.

Акція (від франц. Action – цінний папір, від лат. *aktio* – розпорядження, дозвіл, претензія) - вид цінного папера, який випускається фірмами з метою залучення капіталу та надає право її власнику на отримання прибутку акціонерного товариства у вигляді дивідендів, на участь в управлінні акціонерним товариством та на частину майна, яке залишається після її ліквідування.

Алгоритм – точний план щодо послідовності дій (наприклад, машинних операцій), які перетворюють вихідні дані в шуканий результат. Процес розв'язування задач може бути записаний у вигляді системи послідовних вказівок, тобто алгоритму. Алгоритм часто зображають графічно – у вигляді блок-схеми, на якій видно всю послідовність вказаних дій. Алгоритм записаний таким способом, що його може виконувати ЕОМ, називається програмою.

Амортизація (від лат.*amortisatio* – погашення, сплата боргів) – процес поступового перенесення вартості засобів праці в міру їх зношуваності на виготовлену продукцію і використання цієї вартості для відтворення зношених засобів праці. Амортизаційні відрахування включають до собівартості продукції, які після реалізації продукції накопичуються в амортизаційному фонді, що використовується для оновлення основних фондів.

Аналог – такий самий, схожий предмет, система. Модель можна розглядати як аналог системи, яка моделюється.

Асортимент - набір однойменної продукції підприємства за видами, сортами і марками.

Асортиментний набір – сукупність різноманітних благ (товарів), які розглядаються в економіко-математичних моделях як єдине ціле (використовується також термін "комплект"), існує клас лінійного програмування, в яких критерієм оптимальності є максимальна кількість асортиментних наборів, що включають різні види продукції в певних пропорціях. Математичний асортиментний набір описується вектором, компоненти якого – кількість благ кожного виду.

Асоціації – найпростіша форма договірного об'єднання підприємств для постійної координації господарської діяльності.

Б

Баланс – підсумковий документ, в якому відображається майно підприємства та джерела його утворення. Він має дві частини: актив, який показує напрями розміщення коштів (капіталу), і пасив, що характеризує їх джерела.

Банк – кредитно-фінансова установа, яка здійснює фінансове посередництво, залучаючи і накопичуючи вільні грошові кошти підприємств, організацій, населення.

Банківський кредит – тимчасове надання у борг грошових коштів фізичним і юридичним особам.

Банкноти – банківські білети, грошові знаки, які випускають в обіг центральні емісійні банки держав як засіб платежу.

Безповоротна вибірка – відібраний об’єкт не повертається у генеральну сукупність перед наступним відбором.

Біноміальний розподіл, розподіл Бернуллі — розподіл ймовірностей дискретної випадкової величини X, що набуває цілочислових значень 0, 1, ..., n з

ймовірностями,

де p (0; 1) — ймовірність успіху в одному випробуванні.

Біржа – організаційно оформлений, постійний ринок, на якому здійснюється торгівля цінними паперами й оптова торгівля товарами. Відповідно розрізняють фондову і товарну біржу.

Біржа праці – ринок, де здійснюється купівля-продаж робочої сили. Це – державні чи приватні агентства, які здійснюють посередництво між працею і капіталом. Разом з тим підприємець має право не прийняти на роботу працівника, який має направлення з біржі праці, а також право самостійного найму на роботу, не користуючись послугами біржі праці.

Біржа товарна – здійснює оптову торгівлю, головним чином, сировиною, матеріалами, промисловими і продовольчими товарами. Товари продають за зразками або стандартами, які мають перелік основних характеристик. Біржа товарна створює і регулює біржовий товарний ринок, який діє відповідно до прийнятих норм і правил біржової торгівлі. Сама біржа не може виступати у ролі продавця чи покупця в оформлених нею угодах купівлі-продажу у продукції і товарів. На товарній біржі укладають угоди з реальним товаром, цінними паперами та інші, згідно з рішенням біржової ради.

Біржа фондова – спеціалізована фінансова організація, яка зосереджує попит і пропозицію цінних паперів, сприяє формуванню біржового курсу; створюється як акціонерне товариство, засновниками якого можуть бути торговці цінними паперами, котрі мають дозвіл на здійснення комерційної та комісійної діяльності за цінними паперами.

В

Валовий дохід – частина вартості валової продукції підприємства, яка залишається після покриття всіх матеріальних витрат, або новостворена на підприємстві вартість як результат живої праці колективу підприємства.

Валовий прибуток – усі суми прибутку підприємства для здійснення платежів і відрахувань, вартісне вираження загального фінансового результату діяльності підприємства.

Варіанта – окреме спостережене числове значення ознаки, згідно з якою проводиться дослідження.

Варіаційний ряд – сукупність варіант, розташованих у порядку їх зростання.

Взаємно протилежні події – це такі несумісні події *A* і , які у сумі дають вірогідну подію

Вибірка – сукупність об’єктів, довільно вибраних з генеральної сукупності.

Вірогідна подія — подія, яка обов'язково відбудеться за певної сукупності умов.

Випадкова величина – величина, що може набувати різних значень, у залежності від випадкових факторів, які неможливо проконтролювати, проте можна обчислити відповідні ймовірності.

Випадковий експеримент – експеримент точні результати якого передбачити не можна, проте можна вказати сукупність усіх можливих результатів.

Випадкові події — події, які відбуваються або не відбуваються при певній сукупності умов , а також утворюють сукупність, що задовольняє три основні властивості подій.

Випробування – проведення експерименту.

Виробничий процес – сукупність взаємопов’язаних дій людей, засобів праці та природи, потрібних для виготовлення продукції.

Виторг від реалізації – грошові кошти, що надійшли підприємству за реалізовану продукцію, надані послуги, продане майно, цінні папери тощо.

Витрати – поширене в економічній літературі поняття, яке не має загальноприйнятого визначення. Загалом, це ресурси, які знищуються в процесі виробництва для одержання продуктів цього виробництва. В економіко-математичних моделях враховуються витрати живої праці, витрати матеріальні, витрати природних ресурсів у натуральних і грошових вимірниках. Вони виступають або як поточні витрати – собівартість продукції, або як капітальні витрати (капіталовкладення). Основне завдання всіх економіко-математичних досліджень – пошук можливостей оптимального перетворення витрат у результати.

Витрати середні загальні – сума постійних і змінних витрат у розрахунку на одиницю продукції. Отримують шляхом ділення суми загальних витрат на кількість виробленої продукції.

Витрати середні постійні – сума постійних витрат, поділена на кількість випущеної продукції.

Витрати фактичні – грошове вираження витрат фірми: зарплата робітників і службовців, витрати на сировину, орендна плата та ін.

Відносна частота – відношення m – частоти появи даного певної групи вибірки до n – кількості даних усієї вибірки.

Відносна частота появи події — відношення числа m – випробувань, у яких подія

відбулася, до n – загального числа фактично проведених випробувань .

Вклади – грошові кошти населення, підприємств і організацій, що зберігаються в банках.

Власність – багатопланова соціологічна категорія, яка виражає сукупність суспільних відносин (економічних, соціальних, правових, психологічних, національних та інших), що прямо і опосередковано стосується привласнення предметів природи у процесі праці та привласнення матеріальних і духовних благ через соціально-економічну форму суспільного способу виробництва.

Впорядкована множина — множина, в якій порядок розміщення елементів один до одного береться до уваги.

Врожайність – кількість продуктів рослинництва з одиниці земельної площі. Врожайність обчислюється в центнерах з 1 га.

Г

Галузь – історично складена сукупність фірм або підприємств, які виготовляють однакову або схожу продукцію.

Генеральна сукупність – сукупність однорідних об'єктів, з якої відбирається частина для дослідження. Або сукупність значень даної випадкової величини.

Гіпотези – сукупність попарно незалежних подій , сума яких є вірогідною подією.

Готова продукція – повністю закінчені на даному підприємстві і в даному періоді готові вироби та напівфабрикати, які відпускаються іншим організаціям.

Гранична маржа – обов'язковий попередній мінімальний внесок при купівлі акцій.

Гроші – особливий товар, який є загальним еквівалентом (рівноцінністю) при обміні товарів, є для них формою вартості.

Групування – процес систематизації або упорядкування початкових даних з метою отримання з них певних відомостей.

Д

Демографічний прогноз – прогноз майбутнього приросту населення країни в цілому і його окремих сукупностей, які мають значення для комплексного прогнозування соціально-економічних процесів у суспільстві, наприклад, чисельності населення у працездатному віці, чисельності дітей, пенсіонерів та інших категорій працюючих. У математичній демографії демографічні процеси описуються моделями, в яких важливу роль відіграє вікова структура населення. Інші його параметри розглядаються як функції цієї структури. Широко використовуються так звані демографічні таблиці (таблиці народжуваності, смертності та ін.).

Дивіденди – платіж, який проводиться юридичною особою на користь власників у зв'язку з розподілом частини прибутку.

Дискретна випадкова величина — випадкова величина, множина значень якої скінченна або зчисленна (занумерована усіма натуральними числами).

Дискретність – перервність. Зміни економічних показників у часі завжди мають перервний характер, оскільки відбуваються стрибками – від однієї дати (року, місяця і т.д.) до іншої. Поняття дискретності протиставляється поняттю неперервності.

Дискретний розподіл частот – частоти розподіляються безпосередньо за дискретними значеннями ознаки.

Дисперсія – середній квадрат відхилень значень ознаки від середнього арифметичного.

Дисперсія випадкової величини – математичне сподівання квадрата відхилень випадкової величини від її математичного сподівання.

Диференціація доходів населення – відмінність у рівні доходів на людину, викликана соціально-економічними, демографічними та іншими факторами.

Добуток *AB* двох подій *A* і *B* Ї подія, яка полягає у відбуванні кожної з даних подій.

Доходи – гроші або матеріальні цінності, одержувані державою, юридичною та фізичною особою внаслідок якої - небудь діяльності (виробничої, комерційної, посередницької і т. ін.)

Дохід від приросту капіталу – дохід підприємства внаслідок зростання курсу акцій, продажу частини активів за цінами, що перевищують ціни їх придбання тощо.

Е

Евристика – розділ психології, що вивчає природу розумових операцій людини при розв'язуванні нею різноманітних задач, прийоми і методи пошуку розв'язку задач і виведення доведень, що базуються на врахуванні досвіду розв'язування подібних задач у минулому, накопиченні досвіду, врахуванні помилок, а також інтуїції.

Економетрика – наука, яка вивчає кількісні характеристики економічних явищ і процесів засобами математичного та статистичного аналізу.

Економетрія – вивчення кількісної сторони економічних явищ і процесів засобами математичного і статистичного аналізу. Сам термін "економетрія" походить від двох слів: економія і метрика, тобто вимірювання. Термін введений в нау ку норвезьким ученим Р.Фрішем. Економетрія – одна з гілок комплексу наукових дисциплін, що об'єднані поняттям "економіко-математичні методи" . Її основним елементом є економіко-математична модель, завданням - пе ревірка економічних теорій на фактичному матеріалі за допомогою методів математичної статистики. Основними її розділами є теорія економічного зростання , теорія виробничих функцій, аналіз попиту і споживання тощо.

Економіка – найважливіша сфера суспільних відносин, виробництва, розподілу, обміну й споживання результатів людської діяльності, а також їх ефективного використання.

Економіко-математична модель – математичний опис економічного процесу чи об'єкта, що досліджується. Модель – умовний образ об'єкта дослідження, сконструйований для спрощення цього дослідження. За властивостями моделі можемо мати поняття не про всі властивості об'єкта, а лише про ті, які вважа ються суттєвими. Велике значення в економіці мають оптимізаційні, чи оптимальні моделі, які виражаються системою рівнянь та, крім умов, включають також таке рівняння, що називається функціоналом, чи критерієм, оптимальності.

Економічний ефект – відображає різні вартісні показники, що характеризують проміжні і кінцеві результати виробництва на підприємстві.

Економічно-математичне моделювання – 1) опис економічних процесів і явищ у вигляді економіко-математичних моделей; 2) реалізація економіко-математичної моделі на ЕОМ; 3) машинне розв'язування економіко-математичної задачі.

Елементарна подія – результат проведення випадкового експеримента.
Елементи множини Ї об`єкти, які утворюють у множину.

Ж

Життєвий рівень населення – економічна категорія, яка характеризує забезпеченість населення матеріальними, духовними благами, ступінь задоволення особистих потреб людей, що виникають на певному етапі розвитку суспільства.

З

Завод – промислове підприємство з відповідним рівнем механізації виробничих процесів.
Загальна величина доходу – включає дохід від: 1)реалізації продукції, робіт, послуг; 2) реалізації матеріальних цінностей, майна; 3) позареалізаційних операцій (надання майна в оренду, цінних паперів, товарного кредиту).
Загальна величина прибутку підприємства – включає прибуток від: 1) реалізації продукції; 2) матеріальних цінностей, майна; 3) реалізаційних операцій.
Закон розподілу випадкової величини – показує залежність між можливими значеннями випадкової величини і значеннями відповідних імовірностей.
Закон великих чисел у формі Бернуллі – теорема про те, що для даного імовірнісного простору статистична ймовірність події *А* у певному розумінні стає як завгодно близькою до ймовірності події А, коли кількість випробувань необмежено збільшується.
Залежні події — події, для яких відповідні умовні ймовірності не співпадають з безумовними.
Заощадження – частина доходів, яка не використовується на споживання. Заощадження прирівнюються до інвестицій і поділяються на три частини; особисті заощадження, заощадження корпорацій, доходи уряду.
Заробітна плата – 1) грошове вираження вартості й ціни робочої сили; 2) винагорода, яку виплачують власники або уповноважені органи працівникові за виконану ним роботу чи надані послуги.

І

Імпорт – ввезення іноземних товарів з-за кордону для продажу їх на внутрішньому ринку країни, до якої ввезли ці товари. Практикується також імпорт капіталу і різного виду послуг.
Інвестиції – довгострокові вкладення капіталу в підприємницьку діяльність з метою отримання прибутку.
Інноваційні процеси - процеси, що мають місце в будь-якій складній виробничо-господарській системі, характеризуються сукупністю прогресивних, якісно нових змін, що безперервно виникаючих у часі й просторі.

Й

Ймовірна система – система, рішення якої випадково, а не однозначно залежать від даних. Економіка – ймовірна система. Це означає, що принципово неможливо в даний момент отримати абсолютно точну інформацію про всі процеси, які відбуваються в цей момент.

Ймовірність — числова характеристика можливості відбування випадкової події. Ймовірність події визначається сукупністю основних властивостей.

К

Кваліфікація – рівень знань і трудових навичок, необхідний для виконання робіт певної складності відповідної професії чи спеціальності.

Кваліфікована праця – праця, що потребує спеціальної підготовки робітників або службовців, знань, умінь і навичок для виконання певних робіт.

Коваріація випадкових величин – математичне сподівання добутку відхилень цих величин.

Коефіцієнт варіації – відносний показник , який співставляє стандартне відхилення із середнім арифметичним цих ознак.

Комбінаторика — розділ елементарної математики, в якому для скінченних множин розглядають різні типи сполук, підраховується їх кількість.

Комбінація з *n* елементів по *m* елементів — це вид сполук, кожна з яких є невпорядкована множина, яка складається з m елементів, вибраних з n елементів, і дана сполука відрізняється від іншої лише своїми елементами.

Кількість таких комбінацій:

Конкуренція – форма економічного змагання приватних товаровиробників. Мета конкуренції – боротьба за отримання більшого прибутку. Конкурентна боротьба ведеться всередині монополістичних об'єднань, між монополіями і немонополізованими підприємствами.

Концерн – форма статутних об'єднань підприємств, що характеризується єдністю власності та контролю.

Корпорація – договірне об'єднання суб'єктів господарювання на основі інтеграції їх науково-технічних, виробничих та комерційних інтересів.

Кореляція – статистична залежність, при якій зміна однієї з величин викликає зміну середнього значення іншої величини.

Кореляції коефіцієнт — числова характеристика $r(X, У)$, що виражає лінійну залежність двох випадкових величин $X, У$; дорівнює відношенню коваріації випадкових величин до добутку середніх квадратичних відхилень цих

величин .

Кореляційний аналіз – полягає у визначенні ступенів зв'язку між двома випадковими величинами X і Y.

Кредит – угода між партнерами про надання у власність майна або грошей іншій особі на умові відтермінування повернення такої ж вартості з виплатою процента.

Л

Ліцензія – 1) дозвіл, що видають компетентні державні органи на здійснення деяких видів господарської діяльності (торгівлі чи промислів), у т. ч. зовнішньоторго вельних операцій (на ввезення, вивезення чи транзит, вільне ввезення товарів, вивезення чи транзит котрих не допускається). Комерційні банки отримують від Національного банку України ліцензію на проведення зовнішньоекономіч них валютних, розрахункових та кредитних операцій, від Міністерства фінансів - на проведення операцій з цінними паперами; 2) дозвіл використовувати технічне досягнення або інший нематеріальний ресурс протягом певного строку за обумовлену винагороду.

М

Математична модель — опис певного класу явищ математичними засобами.

Математична статистика — наука, яка займається розробкою методів одержання, опису і опрацювання дослідних даних з метою вивчення закономірностей масових явищ.

Математичне сподівання простої випадкової величини — значення, яке дорівнює сумі добутків значень випадкової величини на відповідні значення ймовірності.

Медіана — фіксоване значення ознаки, для якої можливість попадання спостереженого значення лівіше або правіше за це фіксоване значення є однаковою.

Множина — сукупність, об'єднання чи група деяких предметів, об'єднаних за певною ознакою.

Мода — таке значення ознаки, яке найчастіше зустрічається у статистичній сукупності, або частота якої найбільша в деякому околі цієї ознаки.

Модернізація Ї надання сучасного вигляду, переробка відповідно до сучасних вимог. Наприклад, модернізація обладнання дозволяє підвищити його технічний рівень, краще використовувати виробничі можливості тих чи інших машин, підвищити продуктивність праці.

Н

Незалежні події *A* і *B* — такі події, для яких відповідні умовні ймовірності співпадають з безумовними, тобто і

Неможлива подія— подія, яка не відбувається у будь-якому випробуванні, пов’язаному з даним випадковим експериментом.

Норма виробітку Ї кількість одиниць продукції (роботи), які повинні бути виготовлені (виконані) за одиницю часу (годину, робочу зміну, місяць) у певних організаційно-технічних умовах одним або групою робітників відповідної кваліфікації.

Нормальний розподіл Ї розподіл імовірності випадкової величини, який задається щільністю розподілу: .

О

Облігація Ї цінний папір, довгострокове боргове зобов'язання юридичної особи, що випускає і розміщує облігаційну позику, регулярно виплачувати кредиторові дохід у заздалегідь зафіксованій сумі чи вільному проценті вартості облігації, а через зазначений час – і номінальну вартість облігації.

Обмеження моделі Ї запис умов, за яких мають зміст розрахунки, що використовують цю модель. Це система рівнянь чи нерівностей, які в сукупності визначають область допустимих розв'язків. Поширені лінійні і нелінійні обмеження. Правильний вибір обмежень Ї важлива умова адекватності моделі.

Оплата праці Ї будь-який заробіток, обчислений, як правило, в грошовому вираженні, який за трудовим договором власник або уповноважений орган виплачує працівникові за виконану роботу або надані послуги.

Оренда Ї надання майна у тимчасове користування на договірній основі за певну винагороду.

Основні властивості подій (операцій над подіями): 1) вірогідна подія завжди є подією; 2) якщо *A* – подія, то – також подія; 3) якщо – події, то їх сума теж подія.

Основні властивості ймовірності подій: 1) ймовірність невід'ємна; 2) ймовірність вірогідної події дорівнює 1; 3) ймовірність суми попарно незалежних подій дорівнює сумі ймовірностей цих подій.

П

Патент (від лат. *patens* Ї відкритий, явний) — документ, виданий компетентним державним органом винахідникові або його правонаступнику, який свідчить про авторство, право на монопольне його використання.

Підмножина множини *M* — це множина M_1, усі елементі якої належать множині *M* , позначається M_1 *M.*

Підприємство Ї організаційно відокремлена, економічно самостійна основна (первинна) ланка виробничої сфери народного господарства, що виготовляє продукцію (виконує роботу або надає платні послуги).

Планування Ї процес визначення цілей, які підприємство передбачає досягти за певний період часу, а також засоби, шляхи й умови досягнення поставлених цілей.

Повна група подій Ї сукупність попарно незалежних подій, сума яких дорівнює вірогідній події.

Повної ймовірності формула — якщо події $A_1, A_2, ..., A_n$ утворюють повну групу подій, то ймовірність *P(A)* події А визначається за формулою:

де — умовна ймовірність події *A* за умови .

Повторна вибірка — відібраний об'єкт, перед відбором наступного повертається у генеральну сукупність.

Податки Ї обов'язкові платежі в бюджет, які здійснюють фізичні та юридичні особи.

Попит — платоспроможна потреба або сума грошей, яку покупці можуть і мають намір заплатити за необхідні для них товари і послуги.

Порожня множина — множина , яка не містить жодного елемента.

Премія Ї форма оплати робочої сили і механізм матеріального стимулювання працівників за високі (кількісні та якісні) результати роботи.

Прибуток - сума, яка складає різницю між доходом і витратами. *Валовий прибуток* – загальна сума одержаного підприємством прибутку до сплати податків. *Засновницький прибуток* – прибуток, що його одержують засновники акціонерних товариств у вигляді різниці між прибутком від реалізації акцій та вкладеним капіталом. *Емісійний прибуток* – різниця між ринковою вартістю цінних паперів, за якою їх реалізують, та емісійною ціною, за якою їх випущено.

Причина події *B*, або подія *A*, що спричинює подію *B* – це така подія *A*, відбування якої гарантує й відбування події *B*.

Прогноз Ї науково обгрунтована думка про можливий стан об'єкта в майбутньому чи про альтернативні шляхи і терміни досягнення цього стану. Економічні прогнози поділяються на оперативні, короткотермінові, перспективні. Також прогнози є точні та інтервальні.

Протилежна подія — до події *A* – це подія = .

Процент Ї плата кредитору за користування позиченими грошима або матеріальними цінностями; один із видів доходу.

Р

Репрезентативна вибірка (представницька) — вибірка, об'єкти якої правильно відображають властивості об'єктів генеральної сукупності.

Ризик у задачах дослідження операцій — міра невідповідності між різними можливими результатами розв'язку. Задачами з ризиком називають задачі, що виникають у ситуації, коли вважають, що обрана стратегія може призвести до різних результатів і що можливості тих чи інших результатів прийнятого розв'язку відомі або можуть бути оцінені.

Ринок Ї сфера товарного обігу і пов'язана з ним сукупність товарно-грошових відносин, яка виникає між виробниками і споживачами у процесі купівлі-продажу товарів.

Рівні події – це події, що спричиняють одна одну.

Різниця подій: *A - B* – це подія, яка полягає у тому, що відбувається подія *A* і не відбувається подія *B*.

Роздрібна торгівля – продаж засобів попиту кінцевому покупцю.

Розміщення — такий вид сполук, кожна з яких є впорядкованою множиною, що містить m елементів, вибраних з n елементів, і одна сполука від іншої відрізняється або своїми елементами, або порядком їх розміщення;

позначається . Кількість таких сполук обчислюється за формулою:

.

Ряд розподілу абсолютних (відносних) частот – таблиця, у якій вказано усі попарно різні варіанти (спостережені значення) та відносні частоти.

С

Середнє Ї характеристика розміщення набору елементів, якщо набір складається з елементів $x_1, x_2..., x_n$, то їх середнє арифметичне

EMBED Equation.3 EMBED Equation.3

а середнє геометричне

.

Середнє вибіркове — середнє значення вибіркових даних, обчислене за формулою:

де $n =$ — обсяг сукупності, k — кількість інтервалів групування, n_i — частоти інтервалів, x_i — середні значення інтервалів.

Середнє гармонійне — використовується, якщо підсумуванню підлягають не самі варіанти, а обернені до них числа, тобто:

Сировина Ї предмет праці, який не піддається промисловій переробці (вугілля, нафта, руда, шерсть і т. д.).

Ставка (процентна) Ї ціна, що сплачується за використання грошей, відсоток від кількості процента позичених грошей, розмір плати за користування позиченими коштами.

Стандартне відхилення — визначається як додатне значення кореня квадратного із дисперсії: .

Статистика — розділ науки про закономірності відбування масових явищ.

Статистична сукупність — сукупність даних, отриманих внаслідок спостережень або експерименту.

Статистичні дані — дані, отримані у результаті спостережень і досліджень випадкових подій або явищ.

Стратегія Ї спосіб використання засобів і ресурсів, спрямований на досягнення мети. Стратегія визначається прийнятими значеннями змінних. У багатоступін чатих процесах сам спосіб може змінюватись, у цьому разі стратегія визначає правила прийняття рішень на основі тої інформації, що одержується на кожному з етапів у ході процесу і зміни середовища. Особливе значення це поняття має в теорії ігор, де набір правил визначає вибір допустимих стратегій у будь-якій із можливих ситуацій. Цю дисципліну часто називають теорією стратегічних ігор.

Страхова сума – грошова сума, в межах якої страховик відповідно до умов страхування зобов’язаний здійснити виплату із настанням страхового випадку, а також сума, що виплачується за особистим страхуванням.

Страховий випадок – подія, передбачена договором страхування або законодавством, яка відбулася, із настанням якої виникає обов’язок страховика відшкодування страхувальнику.

Страховий внесок (страховий платіж, страхова премія) – плата за страхування, яку страхувальник зобов’язаний внести страховику згідно з договором страхування.

Страховий договір – письмова угода між страхувальником і страховиком, згідно з якою страховик зобов’язується у разі настання страхового випадку здійснити страхову виплату страхувальнику або іншій особі, на користь якої укладено договір, а страхувальник – сплатити страхову премію у визначені строки та виконувати інші умови договору.

Страховий ризик – а) певна подія, на випадок якої проводиться страхування і яка має ознаки ймовірності та випадковості настання (ст. 8 Закону України "Про страхування"); б) можливість загибелі або пошкодження майна від вогню, по вені, землетрусу та іншого лиха. В особистому страхуванні може бути – непрацездатність, смерть, дожиття до певного віку або іншої обумовленої події.

Сума двох подій — подія, яка відбувається тоді і тільки тоді коли відбувається принаймні одна з двох даних подій.

Суми правило — один з основних постулатів комбінаторики: якщо об'єкт *A* може бути вибраний *m* способами, а об'єкт *B* – іншими *n* способами, причому вибори *A* і *B* є взаємовиключаючими, то вибір або *A*, або *B* може бути здійснений $m + n$ способами.

Сумісні події — події, які можуть відбутися одночасно.

Суцільне статистичне дослідження — дослідження, при якому обстежуються всі об'єкти сукупності за певною ознакою.

Сфера обслуговування Ї сукупність галузей народного господарства, які безпосередньо обслуговують населення.

Т

Теорема про добуток ймовірності незалежних подій — ймовірність добутку незалежних подій дорівнює добутку ймовірностей цих подій *P(A B) = P(A) P(B).*

Теорема про ймовірності протилежних подій — сума ймовірностей протилежних подій дорівнює 1, тобто *P(A) + P( ) = 1*.

Теорема про ймовірність суми двох подій: *P(A+ B) = P(A)+ P(B) – P(AB).*

Товар Ї продукт праці, виготовлений для обміну або продажу.

Торгівець – людина, яка займається приватною торгівлею.

Точкові оцінки — певні значення параметрів генеральної сукупності, отримані з вибіркових даних. Ці значення повинні бути якнайближче до значень відповідних параметрів генеральної сукупності, які є істинними значеннями параметрів, що оцінюються.

У

Умовна ймовірність події *B*: — це ймовірність відбуття події *B*, за умови, що подія *A* також відбувається.

Ф

Фірма Ї організація, яка веде господарську діяльність.

Формула Байєса – **, де** EMBED Equation.3 **-** гіпотези при *i = 1, 2, ..., n.*

Формула повної ймовірності – **, де** EMBED Equation.3 **-** гіпотези при *i = 1, 2, ..., n.*

Функція розподілу ймовірностей випадкової величини *X*: , тобто *F(x)* це ймовірність того, що випадкова величина *X* набере значення менше за *x.*

Ц

Ціна Ї 1) грошова сума, яку отримують за конкретний товар; 2) грошове вираження вартості товару. Ціна здебільшого не збігається з вартістю. Вона може бути вищою за вартість у разі дефіциту товарів на ринку і нижчою за вартість у разі їх надлишку.

Цінні папери Ї належним чином оформлені документи, що виражають майнові відносини у суспільстві та підтверджують право на певне майно або грошову суму.

Ч

Частота Ї 1. Число відбувань фіксованої події у серії випробувань. 2. Відносна частота — відношення числа відбувань події, до загального числа проведених випробувань (статистична ймовірність).

Ш

Ширина інтервалу — різниця між найбільшим і найменшим значенням ознаки в межах одного інтервалу.

Щ

Щільністю імовірності називається похідна від абсолютно неперервної функції розподілу ймовірностей випадкової величини: .

Я

Якість Ї 1) як економічна категорія відображає сукупність властивостей продукції, що зумовлюють ступінь її здатності задовольняти потреби людини відповідно до свого призначення; 2) сукупність технічних, економічних, експлуатацій них, соціальних та інших властивостей речей і процесів, які характеризують їх корисність, один з головних показників ефективності виробництва, науково-технічного, економічного та соціального прогресу.

Якість продукції Ї сукупність властивостей виробу, які визначають ступінь його здатності для використання за призначенням і задоволення потреб та смаків споживачів. Для оцінки якості продукції встановлюється цілий ряд показників , найважливіші — технічно-експлуатаційні властивості, надійність, довговічність, яка визначається строком служби виробу до повного зношення, технологічність.

Додаток Е
АНКЕТА

Дайте відповіді на питання:
Що більш ймовірне:
- поява парної чи не парної цифри при підкиданні грального кубика?
- шістки чи одиниці при підкиданні грального кубика?
- поява однакових цифр чи різних при дворазовому підкиданні монети?
- поява чотирьох тузів чи шісток серед шести витягнутих з колоди карт?
- поява козирної чи звичайної карти при витягуванні однієї карти з колоди?
- поява шести карт чорної масті чи різномастих?
- побачити райдугу чи затемнення сонця?

Анкета “Зрілість”

До якого ВНЗ ви збираєтесь подати документи?
1. ВНЗ із військовою кафедрою з високим конкурсом (1).
2. ВНЗ із військовою кафедрою і з низьким конкурсом (0).
3. Не збираюсь вступати взагалі (-1).

Необхідне підкреслити.

Таблиця Е.1

Інформація про себе

Прізвище, ім’я, по батькові	Де працюють батьки: бюджетні установи (1) приватні (0)	Середній бал атестата	Середній бал з математичних дисциплін	Стать: чол. (0); жін. (1)	Вступати до ВНЗ ваше бажання (1) чи бажання батьків (0)	
Бойко Оксана Василівна	1	3,6	3	1	1	0

Додаток Ж

Рис. Ж.1. Зведений бюджет (всього по Україні) дані ДКУ

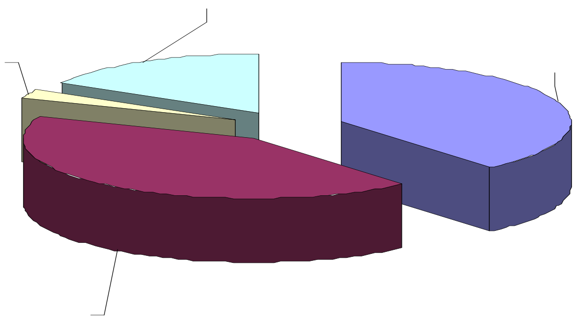


Рис. Ж.2. Структура доходів населення у 2003 році

Таблиця Ж 1.

Бюджет України у 1998-2002 рр.

Показники	*Зведений*	*У тому числі*			
		державний		місцеві	
		Всього	% до Зведеного бюджету	всього	% до Зведеного бюджету
1	2	3	4	5	6
Доходи					
1998	28915,8	15705,0	54,3	13210,8	45,7
2000	4117,9	34806,1	70,9	14311,8	29,1
2001	54934,6	37199,0	67,7	17735,6	32,3
2002	61954,3	42525,0	68,6	19429,3	31,4
Податкові надходження					
1998	21848,3	10311,7	47,2	11536,6	52,8
2000	31317,5	19560,5	62,5	11757,0	37,5
2001	36716,4	21958,0	59,8	14758,7	40,2
2002	45392,5	28934,8	63,7	16457,7	36,3
Видатки					
1998	31195,6	16177,0	51,9	15018,6	48,1
2000	48148,6	31154,6	64,7	16994,0	35,3
2001	55528,0	33170,0	59,7	22358,0	40,3
2002	60318,9	35530,1	58,9	24788,8	41,1

Продовження додатку Ж

Таблиця Ж 2.

Виробництво непродовольчих товарів на одну особу

Показники	1985	1990	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Тканини, $м^2$	22,8	23,3	3,3	2,1	1,6	1,8	1,0	1,4	1,5	1,9
у тому числі										
бавовняні	10,5	10,9	1,5	1,0	0,6	1,1	0,5	0,8	0,8	1,1
вовняні	1,3	1,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
лляні	1,9	1,9	0,4	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1
шовкові	5,6	5,5	0,4	0,2	0,1	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1
Трикотажні вироби, шт.	6,3	6,8	0,5	0,3	0,2	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
Панчішно-шкарпеткові вироби, пар	7,6	8,5	2,3	1,3	0,9	0,8	0,7	0,8	0,8	0,9
Взуття, пар	3,6	3,8	0,4	0,3	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3
На 1000 населення, шт.										
Телевізори	60,2	72,7	6,1	2,3	1,0	1,9	1,6	1,3	3,0	3,3
Радіоприймальні пристрої	5,7	15,0	2,4	0,9	0,5	0,2	0,5	0,7	0,5	0,7
Побутові холодильники	14,6	17,4	10,9	8,4	7,5	7,8	8,2	9,2	10,5	12,1
Пральні машини	7,3	15,2	4,1	2,9	2,9	2,8	2,6	2,6	3,4	4,8
Електропилососи	15,5	20,7	5,5	2,2	2,6	2,5	2,6	2,2	2,3	1,7
Велосипеди	45,6	38,2	2,5	1,4	1,3	0,5	0,8	0,4	2,4	5,2

Таблиця Ж 3.

Кількість населення[*1]

	1959	1970	1979	1989	2001	2003[*2]
Наявне						
Все населення, млн.	41,9	47,1	49,7	51,7	48,5	48,0
міське	19,2	25,7	30,5	34,6	32,6	32,3
сільське	22,7	21,4	19,2	17,1	15,9	15,7
відсотків до всього населення	45,7	54,5	61,3	66,9	67,2	67,3
міське	54,3	45,5	38,7	33,1	32,8	32,7
сільське						
Із загальної кількості населення, млн.	18,6	21,3	22,7	23,9	22,5	22,2
чоловіки	23,3	25,8	27,0	27,8	26,0	25,8
жінки	44,4	45,2	45,7	46,2	46,3	46,3
відсотків до всього населення	55,6	54,8	54,3	53,8	53,7	53,7
чоловіки						
жінки						
Постійне						
Все населення, млн.	41,7	47,1	49,6	51,4	48,2	47,8
міське	19,0	25,6	30,2	34,3	32,3	32,0
сільське	22,7	21,5	19,4	17,1	15,9	15,8
відсотків до всього населення						
міське	45,5	54,3	60,8	66,7	66,9	66,9
сільське	54,5	45,7	39,2	33,3	33,1	33,1
Із загальної кількості населення, млн.						
чоловіки	18,5	21,3	22,6	23,7	22,3	22,1
жінки	23,2	25,8	27,0	27,7	25,9	25,7
відсотків до всього населення						
чоловіки	44,7	45,2	45,6	46,1	46,3	46,2
жінки	55,6	54,8	54,4	53,9	53,7	53,8

[*1] Тут і надалі за даними переписів населення: на 15 січня 19959 р., на 15 січня 1970 р., на 17 січня 1979 р., на 12 січня 1989 р., на 5 грудня 2001 р.
[*2] На початок року.

Таблиця Ж 4.

Грошові доходи і витрати населення

	1990, млрд. крб.	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
		млн. грн.						
Грошові доходи	110	26498	40311	50069	54379	61865	86911	109391
у тому числі оплата праці	78	15641	23723	25600	26209	30657	42334*	56452
надходження виручки від продажу продуктів сільського господарства	6	671	1081	1496	1938	2845	4506	7513
пенсії, допомоги та стипендії	17	5163	9894	12518	12710	14737	18199	22447
доходи від продажу іноземної валюти	0,0	805	2693	6184	7160	3635	4157	4340
Грошові витрати і заощадження	110	24784	38961	47933	53376	59518	83777	102835
у тому числі купівля товарів та оплата послуг	86	20140	27450	31876	34867	41832	59024	77846
обов'язкові платежі та добровільні внески	12	2156	3918	5223	5568	6750	9229	14029
приріст заощаджень у вкладах та придбання цінних паперів	12	383	2436	2585	2523	4556	8611	6273
придбання іноземної валюти	0,0	1997	4928	7758	9614	4864	3971	3532

* Оплата праці та доходи від підприємницької діяльності. [279]

Додаток З

Таблиця З.1

Розподіл студентів за рівнями сформованості початкових стохастичних уявлень

Вибірки	Має правильне уявлення	Має слабке уявлення	Не має уявлення взагалі

=

EMBED Equation.3

.

, , , .

Додаток И

КОМПЛЕКСНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА З КУРСУ „МАТЕМАТИКА"

Варіант 1.

1. Знайти границю:

   ;

2. Розв'язати рівняння:

   ;

3. Знайти похідну функції:

   ;

4. Знайти інтеграл:

   ;

5. Два економісти заповнюють документи, які складають у спільну папку. Ймовірність зробити помилку в документі для першого економіста 0,1 для другого 0,2. Перший економіст заповнив 40 документів, другий 60. Знайти ймовірність, що навмання взятий з папки документ виявиться з помилкою.

Варіант 2.

1. Знайти область визначення функції:
2. Розв'язати рівняння:

   ;

3. Знайти похідну функції:
4. Знайти інтеграл:

   ;

5. Служба податків визначила, що 40% усіх особистих декларацій про прибуток містять принаймні одну помилку. Якщо випадково відібрати 5 декларацій, то яка ймовірність того, що рівно дві із них будуть містити принаймні одну помилку.

ПІДСУМКОВА КОНТРОЛЬНА РОБОТА

(виконувалась протягом двох годин, не за розкладом)

Варіант 1 (всього 15)

1. Маємо три попарно несумісні події. Їхньою сумою є вірогідна подія. Ймовірності цих подій відносяться, як 3:2:1. Знайдіть ймовірності цих подій.
2. Робиться два постріли по одній і тій самій мішені. Ймовірність влучання при першому пострілі дорівнює 0,6, при другому – 0,8. Знайдіть імовірність того, що мішень матиме хоча б одну пробоїну.
3. У трьох мішках є однотипні вироби: у першому 10 виробів, з них 3 нестандар тних; у другому 15 виробів, з них 5 нестандартних; у третьому 20 виробів, з них 6 нестандартних. Навмання вибирають один виріб. Яка ймовірність, що

він нестандартний? Визначте ймовірність того, що взятий виріб належить другому мішку.

4. Яка ймовірність того, що при десяти киданнях гральної кості три очки випаде лише два рази?

5. Випадкова величина X характеризується таким законом розподілу

X	-3	-2	-1	0	1	2
P	0,1	0,1	0,2	0,1	0,2	0,3

Знайдіть математичне сподівання та середнє квадратичне відхилення випадкової величини X та поясніть їх значення.

Додаток К

Розв'язати задачі, підставивши конкретні значення змінних з таблиці К.1.

Задача 1. Податкові інспектори здійснюють перевірку діяльності підприємств: перший обслуговує a підприємств, серед яких c % не мають заборгованості, другий - b підприємств, із них d % - без заборгованості. Яка ймовірність того, що:
а) навмання обране підприємство не має заборгованості?
б) підприємство, що не має заборгованості, перевіряв перший інспектор?

Задача 2. У рекламному агентстві працює три групи дизайнерів. Перша обслуговує l фірм, друга –k, третя – m. Протягом одного місяця кошти, витрачені на рекламу дизайнерами першої групи, повертаються до z % фірм, другої – до h %, третьої – до v %. Яка ймовірність того, що:
а) навмання вибрана фірма окупила витрачені на рекламу кошти протягом місяця?
б) фірма, що окупила протягом місяця витрачені на рекламу кошти, обслуговувалася першою групою дизайнерів?

Задача 3. Справи клієнтів банку зберігаються у n сейфах: у m по 150 справ, у $l = n-m$ – по 250. Ймовірність своєчасного повернення кредиту клієнтами, справи яких лежать у перших m сейфах, становить p, в останніх l – 0,95. Яка ймовірність того, що:
а) навмання вибрано справу клієнта, який вчасно поверне кредит?
б) справа клієнта, який своєчасно повернув кредит, лежала в одному з перших m сейфів?

Задача 4. Ймовірність своєчасної сплати податків для першого підприємства дорівнює 0,8, для другого – 0,6, для третього - 2/3. Визначити ймовірність своєчасної сплати податків:

а) не більше ніж одним підприємством;
б) лише одним підприємством;
в) двома підприємствами;
г) жодним підприємством;
д) хоча б одним підприємством.

Задача 5. Ймовірність прибуткової діяльності для першої фірми дорівнює p, для другої q, для третьої ця ймовірність у три рази менша від суми ймовірностей для першої та другої фірми. Знайти ймовірність того, що прибутковими будуть:
а) дві фірми;
б) хоча б одна фірма;
в) хоча б дві фірми;
г) лише одна фірма;
д) всі три фірми.

Таблиця К.1

№	1				2						3					4			5	
	a	*c*	*b*	*d*	*l*	*k*	*m*	*z*	*h*	*V*	*n*	*m*	*l*	*p*	*q*	*p*	*q*	*w*	*P*	*q*
1	40	25	60	40	20	35	45	20	30	40	8	3	5	0,96	0,95	0,6	0,8	0,55	0,7	0,5
2	30	18	70	34	25	32	43	45	48	24	9	5	4	0,8	0,91	0,75	0,63	0,6	0,6	0,8
3	25	22	75	50	40	50	10	50	25	30	10	6	4	0,93	0,85	0,5	0,8	0,6	0,85	0,53
4	60	43	40	21	30	28	42	32	44	52	7	3	4	0,92	0,88	0,58	0,6	0,75	0,68	0,7
5	35	48	65	19	15	40	45	24	38	42	6	2	4	0,9	0,86	0,55	0,65	0,8	0,72	0,83
6	45	20	55	35	23	44	33	36	18	21	8	1	7	0,96	0,95	0,82	0,68	0,5	0,9	0,6
7	70	65	30	15	38	32	30	25	35	15	9	2	7	0,85	0,93	0,84	0,8	0,65	0,81	0,7
8	55	24	45	32	42	38	20	44	32	24	10	3	7	0,91	0,94	0,7	0,62	0,8	0,8	0,65
9	75	18	25	25	50	23	27	18	28	42	7	5	2	0,94	0,95	0,72	0,84	0,66	0,62	0,78
10	65	35	35	20	25	31	44	23	25	32	9	4	5	0,89	0,91	0,75	0,78	0,82	0,88	0,6
11	43	25	57	18	45	20	35	40	25	30	8	5	3	0,95	0,96	0,55	0,6	0,8	0,5	0,75
12	54	15	46	45	32	43	25	24	45	48	10	7	3	0,93	0,85	0,6	0,75	0,63	0,81	0,6
13	48	25	52	40	10	40	50	30	50	25	6	3	3	0,95	0,93	0,6	0,5	0,8	0,53	0,85
14	29	18	71	34	42	30	28	52	32	44	9	8	1	0,9	0,87	0,8	0,6	0,5	0,72	0,68
15	38	22	62	50	45	15	40	42	24	38	10	2	8	0,85	0,9	0,75	0,58	0,6	0,81	0,75
16	58	43	42	21	33	23	44	21	36	18	7	4	3	0,88	0,93	0,8	0,55	0,65	0,61	0,91
17	32	20	68	32	30	38	32	15	25	35	9	3	6	0,96	0,95	0,5	0,82	0,68	0,7	0,83
18	41	35	59	25	20	42	38	24	44	32	8	2	6	0,93	0,85	0,65	0,84	0,8	0,82	0,65
19	36	40	64	15	35	45	20	42	18	28	10	5	5	0,94	0,95	0,8	0,7	0,62	0,77	0,62
20	28	22	72	35	43	25	32	32	23	25	6	3	3	0,88	0,96	0,66	0,72	0,84	0,65	0,82
21	57	40	43	20	50	10	40	30	20	40	10	8	2	0,89	0,9	0,8	0,55	0,6	0,78	0,62
22	52	24	48	35	28	42	30	48	24	45	7	2	5	0,89	0,91	0,63	0,6	0,75	0,55	0,8
23	68	35	32	20	40	45	15	25	30	50	9	1	8	0,85	0,9	0,8	0,6	0,5	0,83	0,74
24	72	38	28	48	44	33	23	44	52	32	10	4	6	0,95	0,96	0,6	0,58	0,8	0,65	0,7
25	46	24	54	31	32	30	38	38	42	24	9	6	3	0,93	0,89	0,65	0,55	0,8	0,85	0,72
26	29	45	71	20	38	20	42	18	21	36	8	6	2	0,85	0,92	0,68	0,5	0,82	0,58	0,8
27	62	35	38	22	27	50	23	35	15	25	8	7	1	0,88	0,9	0,8	0,65	0,84	0,63	0,74
28	42	22	58	48	18	26	56	32	24	44	6	4	2	0,94	0,98	0,62	0,8	0,7	0,8	0,79
29	59	30	41	35	44	25	31	28	42	18	7	2	5	0,9	0,85	0,84	0,66	0,72	0,82	0,64
30	64	45	36	20	23	24	43	32	25	23	9	2	7	0,91	0,89	0,78	0,75	0,82	0,778	0,83

Додаток Л

Результати виконання підсумкової письмової роботи

Вибірки	Відмінно	Добре	Задовільно

+ .

, , , .

Додаток М

Тести І

Продовжити

1. Ймовірність змінюється в межах ....
2. Ймовірність неможливої події дорівнює...
3. Ймовірність вірогідної події дорівнює...
4. Число, навколо якого групуються відносні частоти, називається….
5. Відносна частота події обчислюється за формулою….
6. Сума ймовірностей двох взаємно протилежних подій дорівнює...
7. Ймовірність суми подій, які утворюють повну групу, дорівнює...
8. Ймовірність випадання герба при підкиданні монети може дорівнювати...
9. Ймовірність випадання шістки при підкиданні грального кубика може дорівнювати...
10. Ймовірність випадання парної цифри при підкиданні грального кубика дорівнює ...
11. Ймовірність купити квиток, номер якого закінчується парною цифрою, дорівнює...
12. Ймовірність, що забутий вами телефонний номер закінчується цифрою 5, дорівнює...
13. Ймовірність, що забуте вами ім'я нової знайомої починається з голосної букви, дорівнює...
14. Кількість розміщень з 8 по 3 дорівнює...
15. Кількість двоцифрових чисел з перших п'яти натуральних чисел дорівнює...
16. Кількість перестановок з елементів дорівнює...
17. Кількість три цифрових чисел, складених із цифр 5,6,7, дорівнює...
18. Кількість розміщень з 10 предметів по три дорівнює...
19. Кількість комбінацій двох чергових з 15 чоловік дорівнює...
20. Ймовірність відкрити кодовий замок з першого разу, якщо забуто лише останню цифру, дорівнює...
21. Кількість комбінацій з по елементів дорівнює...
22. Кількість перестановок без повторень з шести гральних карт дорівнює...
23. Ймовірність одночасної появи двох несумісних подій дорівнює...
24. Ймовірність витягнути туза з колоди гральних карт за першим разом дорівнює...
25. Кількість розміщень з по елементів дорівнює...
26. Ймовірність витягнути червону даму з колоди гральних карт дорівнює...
27. Ймовірність витягнути христового короля дорівнює...
28. Ймовірність появи однієї з двох несумісних подій дорівнює….
29. Якщо дві події взаємно протилежні, то сума їх ймовірностей дорівнює….
30. Ймовірність появи однієї з декількох попарно несумісних подій дорівнює….
31. Ймовірність сумісної появи двох незалежних подій дорівнює….
32. Ймовірність появи хоча б однієї з двох сумісних подій дорівнює….
33. Ймовірність сумісної появи двох залежних подій дорівнює….

34. Ймовірність появи події А, яка відбувається внаслідок появи хоча б однієї з незалежних у сукупності подій , дорівнює….
35. Закон розподілу дискретної випадкової величини має вигляд….
36. Сума всіх ймовірностей в законі розподілу дискретної випадкової величини дорівнює….
37. Геометричним зображенням закону розподілу дискретної випадкової величини є….
38. Математичне сподівання випадкової величини характеризує…
39. Дисперсія випадкової величини характеризує…..
40. Переваги середнього квадратичного відхилення у порівнянні з дисперсією в….
41. Значення випадкової величини, якій відповідає найбільша ймовірність, називається….

Тест ІІ

Встановити відповідність

Завдання 1.

Назва	**Числове значення**
1. Ймовірність будь-якої події	А. 0
2. Ймовірність вірогідної події	В.
3. Ймовірність неможливої події	С. 1,01
1.................2.................3...............	Д. 1.

Завдання 3

Назва	Математичний вираз
1. Ймовірність суми протилежних подій	А.
2. Ймовірність суми сумісних подій	В.
3. Ймовірності суми несумісних подій	С.
1................2..................3.................	Д.

Завдання 4

Назва	***Математичний вираз***
1. Ймовірність добутку залежних подій.	А.
2. Ймовірності добутку незалежних подій.	В.
3. Ймовірності добутку протилежних подій.	С.
1................2.................3...........................	Д.

Завдання 5

Назва	Математичний вираз
1. Перестановки без повторень.	А.
2. Комбінації без повторень.	В.
3. Розміщення без повторень.	С.
1................2...................3.....................	Д. .

Додаток Н

Прикладні задачі які можуть бути використані на заняттях

Ймовірність події

1. У грошово-речовій лотереї на серію в 10 000 білетів припадає 140 грошових і 160 речових виграшів. Знайдіть ймовірність отримати речовий виграш.

Відповідь: 0,016.

2. Щоб допомогти хворим лейкемією 15 студентів, серед яких 6 четвертокурсники, а інші третьокурсники звернулися на станцію переливання крові. Яка ймовірність того, що перша особа, яка здала кров є третьокурсником ?

Відповідь: 3/5.

Ймовірність суми та добутку подій

1. Ймовірність своєчасної сплати податків для першого підприємства дорівнює 0,8, для другого – 0,7, для третього – 0,6. Визначити ймовірність своєчасної сплати податків :

а) лише одним підприємством;
б) хоча б одним підприємством;
в) не більше, ніж двома підприємствами;
г) жодним підприємством;
д) не менше, ніж двома підприємствами;
ж) трьома підприємствами:

Відповідь: г) 0,024; ж) 0,336.

Обчислення ймовірностей подій з використанням формул комбінаторики

1. Для розробки нового конкурентноздатного товару створюється команда з двох інженерів і трьох фахівців з дослідження ринку та одного фахівця з фінансових пи тань. Группу з шести осіб вибирають навмання з списку, в якому п’ять інженерів, шість фахівців з дослідження ринку і чотирьох спеціалістів з фінансових питань. Яка ймовірність того, що ця група утворює потрібну команду?

Відповідь: 0,1598.

2. З 25 питань, що пропонуються для тематичного контролю учень підготував відповіді на двадцять запитань. Знайти ймовірність, що з чотирьох отриманих запитань учень відповів на три.

Відповідь : 0,4506.

Ймовірність добутку двох незалежних подій

1. Дві економічні операції, що проводяться підприємцем одночасно для досягнення однієї загальної мети, мають ймовірність успіху, яка дорівнює відповідно 0,8 та 0,5. Необхідно визначити ймовірність того, що досягнуто успіху.

Відповідь: 0,4.

2. Ймовірність прибуткової діяльності для першої фірми дорівнює 0,7, для другої – 0,6. Знайти ймовірність того, що прибутковими будуть обидві фірми.

Відповідь: 0,42.

Умовна ймовірність

1. Тривалими спостереженнями встановлено, що приблизно 90 % підприємств пере віряються податковою інспекцією протягом певного терміну. Із загальної кількості перевірених підприємств у 40 % із них знаходять певні порушення. Яка ймовірність того, що певне підприємство перевірять і знайдуть певні порушення.

Відповідь: 0,36

2. Серед 10 підприємств виставлених на аукціон 6 є банкрутами. Навмання одне за одним підприємства пропонуються для продажу. Яка ймовірність того, що два перших проданих підприємства з групи банкрутів.

Відповідь: 1/3.

Використання схеми Бернуллі

1. За статистичними даними ймовірність банкрутства для дрібних бізнесменів-початківців складає 80% за перший рік. Яка ймовірність того, що з 5 навмання вибраних бізнесменів-початківців за перший рік збанкрутує троє?
2. Статистичні обстеження визначили, що 90 % усіх родин мають принаймні один телевізор. Яка ймовірність того, що з чотирьох родин три будуть мати телевізор ?

Відповідь: 0,2916._

Закон великих чисел

1. Із 10 000 випущених підручників приблизно 5 не вірно оправлені. Скільки підручників матимуть такий брак серед 4000 ?

Відповідь: приблизно 2 підручника.

2. Вивчаючи ситуацію, пов’язану з ризиком повернення кредиту, встановили, що з 10 000 осіб, які взяли кредит, в середньому 3000 його не повертають. Яку кількість кредитів не буде повернуто з 2500 ?

Відповідь: приблизно 750.