КІРОВОГРАДСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені ВОЛОДИМИРА ВИННИЧЕНКА

На правах рукопису

ГОЛОДЮК ЛАРИСА СТЕПАНІВНА

УДК 513(07)+371.32

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ТРИКУТНИКА В УМОВАХ РІВНЕВОЇ ДИФЕРЕНЦІАЦІЇ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ

13.00.02 – теорія та методика навчання математики

Дисертація
на здобуття наукового ступеня кандидата
педагогічних наук

Науковий керівник – ГРИШИНА Тетяна Василівна,
кандидат педагогічних наук, доцент

КІРОВОГРАД - 2004

ЗМІСТ

ВСТУП 3

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Психолого-педагогічні передумови диференційованого вивчення геометрії в основній школі 12

1.2. Місце теми “Трикутники та їх властивості” у шкільному курсі геометрії 37

1.3. Організація спілкування у групах як засіб диференційованого навчання геометрії 55

ВИСНОВКИ ДО ПЕРШОГО РОЗДІЛУ 75

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ТРИКУТНИКА В УМОВАХ РІВНЕВОЇ ДИФЕРЕНЦІАЦІЇ

2.1. Методичні особливості вивчення властивостей трикутника в умовах рівневої диференціації під час: 78

2.1.1. Пояснення нового матеріалу 82
2.1.2. Формування нового навчального досвіду учнів 102
2.1.3. Контролю і корекції набутого навчального досвіду 107

2.2. Методичний супровід вивчення властивостей трикутника в умовах рівневої диференціації 115

2.3. Підготовка вчителів та учнів до реалізації технології рівневої диференціації на прикладі вивчення властивостей трикутника 140

2.4. Експериментальна перевірка методичних рекомендацій 159

ВИСНОВКИ ДО ДРУГОГО РОЗДІЛУ 173

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ 175

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 179

ДОДАТКИ 199

ВСТУП

“Мета державної політики щодо розвитку освіти полягає у створенні умов для розвитку особистості і творчої самореалізації кожного громадянина України, вихованні покоління людей, здатних ефективно працювати і навчатися протягом життя” [174, с.138]. Творча діяльність людини в усіх галузях її життя можлива за наявності міцних знань основ наук, узагальнених умінь та навичок і розвитку її духовних сил (певних позитивних якостей розуму і характеру, почуттів і переконань). Перед кожним новим поколінням життя ставить складніші завдання і для їх розв’язання все більше потрібні високоінтелектуальні особистості.

Становлення наукового світогляду учнів неможливе без ознайомлення із специфікою математичних методів пізнання, формування уявлень про математичне моделювання, розуміння зв’язку геометрії із дійсністю, використання у навчанні фактів історії науки.

Геометрія для учнів основної загальноосвітньої школи є обов’язковою дисципліною, і ті можливості, які вона надає для формування наукового стилю мислення та розвитку творчих здібностей учнів, повинні повною мірою використовуватися в процесі навчання геометрії як на уроках, так і в домашній та позакласній роботі. Геометрія поєднує в собі дві протилежності – строгу логічність, що невід’ємна від наукового пізнання, та наочність, уявлення, інтуїцію, уяву, які більше належать образотворчому мистецтву, архітектурі та іншим галузям діяльності людини.

Вивчення геометрії сприяє розвитку в учнів раціонального стилю мислення з характерними для нього такими рисами: обґрунтованість, критичність, економічність, алгоритмічність. Разом з тим, геометрична освіта має велике значення для розвитку уявлення, уяви, інтуїції, які є основою творчої діяльності особистості. Але, як свідчать практичний досвід роботи в школі, випускні екзамени, вступні випробування у вузах і подальше навчання, курс геометрії базової школи закладає основу для вивчення стереометрії у 10-11 класах та геометрії і окремих технічних

дисциплін у вищих навчальних закладах. Отже, покращення геометричної підготовки учнів основної школи є актуальною проблемою в період реформування загальної середньої освіти, що передбачає реалізацію принципів гуманізації та природовідповідності освіти індивідуальним запитам, методологічну переорієнтацію процесу навчання з інформативних повідомлень на розвиток особистості. В основу модернізації традиційної системи навчання мають бути покладені психологічні принципи індивідуалізації та диференціації, особистісно орієнтований підхід до навчання.

У зв'язку з модернізацією освітньої діяльності, зокрема із впровадженням нових критеріїв оцінювання навчальних досягнень учнів та появою стандартів базової освіти, основою системи навчання, провідною стратегією її здійснення став рівневий підхід до організації навчання. Відповідно технологія рівневої диференціації як сукупність форм, методів і засобів навчання, що враховують індивідуальні особливості учня, його потреби та інтереси, стала особливо актуальною і дієвою. Диференціація навчання є запорукою розвитку дітей з різними здібностями і напрямами інтересів. Необхідність і своєчасність дослідження складових компонентів методичної системи навчання геометрії з позиції рівневої диференціації зумовлюється суперечностями, які виникли між соціальними потребами (реформування та модернізація системи освіти) і наявними шляхами їх реалізації.

Рівнева організація навчання передбачає впровадження групової діяльності учнів у навчальну роботу. Групова діяльність школярів дозволяє точніше спрямувати процес навчання. Робота у групі створює умови для спілкування учнів. Взаємний контакт школярів у процесі виконання завдань, постановки цілей, пошук шляхів їх досягнення, прийняття рішень сприяє встановленню внутрішньоколективних стосунків, формуванню почуття обов'язку та відповідальності за спільну працю. За групової форми роботи учні мають можливість відразу з'ясовувати незрозумілі для себе питання,

своєчасно виправляти помилки, допущені при розв'язуванні вправ. Вона надає можливість учням навчитися вислуховувати думку свого товариша, відстоювати та обґрунтовувати правильність власних суджень, виносити рішення.

В умовах класно-урочної системи навчання рівнева диференціація постає ефективним засобом самореалізації особистих можливостей та формування в учнів самоконтролю і самооцінки.

Що ж стосується вибору змісту геометричного матеріалу, то геометрична фігура, трикутники, по-перше, пронизують весь курс планіметрії і їх властивості використовуються у подальшому вивченні курсу стереометрії; по-друге, властивості трикутника, зокрема ознаки рівності і подібності виступають одним з базових аргументів при доведенні теорем і розв'язуванні задач курсу геометрії. Тому була сформульована тема дисертаційного дослідження "Методика вивчення властивостей трикутника в умовах рівневої диференціації в основній школі" має чітку змістову орієнтацію та практичну спрямованість.

Проблема диференціації навчання згідно з можливостями учнів широко опрацьовується психологами. Індивідуальні особливості дітей та їх виявлення в шкільному навчанні розглядалися у працях Б.Г. Ананьєва, Д.М. Богоявленського, Е.Н. Кабанової-Меллер, З.І. Калмикової, Г.С. Костюка, О.Н. Леонтьєва, О.В. Петровського, С.Л. Рубінштейна, Б.М. Теплова та ін.

У дидактиці над проблемою індивідуалізації та диференціації навчання працювали М.К. Акімова, Ю.К. Бабанський, І.Д. Бутузов, А.С. Границька, І.М. Чередов, І.Е. Унт та ін.

Значна роль у розробці цієї проблеми в методичному плані належать роботам з формування саме математичних знань і вмінь: В.А. Артемова, Г.П. Бевза, Т.В. Гришиної, О.С. Дубинчук, М.І. Жалдака, В.Я. Забранського, П.Р. Ігнатенка, А.М. Капіносова, Ю.М. Колягіна, В.М. Кухар, З.І. Слєпкань, І.Ф. Шаригіна, В.О. Швеця, М.І. Шкіля та ін.

Дослідженням групової навчальної діяльності учнів на уроках займалися психологи Я.Л. Коломінський, О.В. Петровський, дидакти Ю.К. Бабанський, М.Д. Виноградова, Х.Й. Лійметс, В. Оконь, Р.А. Хабіб, І.М. Чередов та ін.

Не заперечуючи вагомого внеску в розв'язання даної проблеми згаданими авторами, варто зазначити, що:

- практичне впровадження організації групової роботи на уроках геометрії до цього часу не розроблялось на рівні вивчення цілісної змістової теми;
- недостатньо розроблене питання контролю за роботою груп та оцінювання діяльності кожної групи й особистого внеску її членів;
- функції вчителя математики в організації групової роботи мало висвітлювались у методичному аспекті;
- залишається проблемним питання про зміст рівневих вправ для опрацювання геометричного матеріалу на чотирьох рівнях складності згідно рівнів навчальних досягнень;
- практично не досліджене питання використання комп'ютера для організації внутрігрупового спілкування.

Таким чином, важливість теоретичного і практичного розв'язання проблеми рівневої диференціації навчання учнів основної школи, її неоднозначне виявлення на рівні практичного застосування та значне місце у системі геометричної підготовки учнів визначили вибір теми наукового дослідження і обумовлюють його актуальність.

Об'єкт дослідження – процес навчання геометрії учнів основної школи в умовах рівневої диференціації.

Предмет дослідження – методична система рівневого вивчення властивостей трикутника у шкільному курсі планіметрії.

Мета дослідження – розробка методичної системи вивчення властивостей трикутника, що передбачає ефективну взаємодію вчителя і

учнів у освітній діяльності та організацію активного пізнавального спілкування у навчальному середовищі.

В основу даного дослідження було покладено **гіпотезу:** якщо в процесі вивчення властивостей трикутника використовувати технологію рівневої диференціації з виявленням пізнавальної самостійності школярів у взаємодії груп, використовувати комп'ютер як тренувальний та контролюючий засіб підготовки учня до спілкування в групі, а в основу побудови технологічної моделі методичної системи покласти реалізацію діяльнісного підходу до навчання, то можна досягти підвищення результативності навчання учнів і якості їх геометричної підготовки.

Для конкретизації предмету дослідження і досягнення поставленої мети розв'язувалися такі **завдання**:

1. На основі аналізу матеріалів психолого-педагогічних і методичних досліджень, наявного досвіду практичних працівників освіти визначити конструктивні особливості рівневої диференціації навчання геометрії в 7-9 класах, проаналізувати стан втілення її технологічних аспектів у практику роботи школи.
2. На прикладі рівневого вивчення трикутників в планіметрії розробити модель технологічної організації рівневого навчання геометрії, що включає в себе: відбір змісту навчального матеріалу та його структурування; процесуальні та конструктивні підходи до проведення уроків з посиленим розвиваючим ефектом, а також побудову і відбір систем завдань, тестів і контрольних робіт як складових діагностичного апарату.
3. Визначити вимоги до реалізації моделі рівневого вивчення властивостей трикутника та шляхи її видозмін.
4. Експериментально перевірити ефективність пропонованої методичної системи для реалізації сучасних завдань загальноосвітньої школи.

5. Розробити методичні рекомендації для вчителів математики та дидактичні матеріали для учнів, які б сприяли якісному опрацюванню теми “Трикутники” у шкільному курсі геометрії основної школи.

Для розв’язання поставлених завдань та перевірки вихідних положень були використані взаємодоповнюючі науково-педагогічні **методи** дослідження:

теоретичні – системний аналіз психолого-педагогічної і навчально-методичної літератури з проблеми дослідження, моделювання технологічних елементів і ситуацій, аналіз та обробка результатів педагогічного експерименту;

емпіричні – спостереження за навчальним процесом, вивчення результатів освітньої діяльності вчителів та навчальної діяльності учнів; анкетування, бесіди з учнями та вчителями, вивчення та узагальнення перспективного досвіду, констатуючий, пошуковий і формуючий експерименти, самоаналіз та систематизація власного досвіду викладання математики в загальноосвітній школі.

Методологічними і теоретичними основами дослідження є сучасні теорії розвиваючого, особистісно орієнтованого навчання та основні дидактичні і психологічні закономірності рівневого навчання, які знайшли відображення у вітчизняних і зарубіжних монографіях, методичних посібниках, підручниках, періодичній пресі; діяльнісний, системний, комплексний підходи до форм навчання. Дослідження враховує нормативні вимоги основних положень Закону України “Про освіту” [109], Державної національної програми “Освіта” (Україна XXI століття) [92] про зміст і завдання загальноосвітньої підготовки учнів, Державного стандарту базової і повної середньої освіти [93] та Концепції профільного навчання в старшій школі [194].

Наукова новизна дослідження полягає у визначенні психологічних і дидактичних засад та розробці методичної системи вивчення властивостей

трикутника в умовах рівневої диференціації з використанням комп'ютера в основній школі.

Теоретичне значення дослідження полягає в обґрунтуванні закономірностей навчального процесу, які дозволяють здійснювати рівневий варіант діяльнісного опрацювання властивостей трикутника за умов активного пізнавального спілкування учнів.

Практичне значення дослідження виявляється у розробці та впроваджені технологічного супроводу вивчення властивостей трикутника в умовах рівневої диференціації в основній школі, що включає:

- методику добору і застосування розвиваючої системи рівневих вправ;
- методичних рекомендацій для вчителів на прикладі теми "Трикутники";
- використання програм GRAN1 і GRAN-2D та створення програмного засобу – комп'ютерної програми Triangle.

Вірогідність та обґрунтованість отриманих у ході дослідження результатів забезпечуються методологічними основами дослідження, відповідністю основних положень дисертації результатам психолого-педагогічних і дидактичних досліджень, аналізом значного обсягу теоретичного та емпіричного матеріалу, відповідністю вибраних методів дослідження його меті та завданням, результатами педагогічного експерименту і статистичними методами їх обробки.

Дослідження проводилося в три етапи протягом 1999–2003 рр. На першому етапі (1999–2001 рр.) був проведений аналіз психолого-педагогічної і методичної літератури з досліджуваної проблеми, визначені об'єкт, предмет, гіпотеза і завдання дослідження, складена програма проведення констатуючого і формуючого експериментів. Практична сторона дослідження на цьому етапі полягала у спостереженні за роботою вчителів та учнів з метою вивчення стану проблеми в практиці шкільного навчання та анкетуванні вчителів м. Кіровограда та Кіровоградської області. Мав

місце прогностичний аналіз і перевірка власним досвідом у рамках навчального педагогічного експерименту окремих елементів технологічної моделі рівневої організації навчання та засобів реалізації (підходи до проведення окремих етапів уроку, засоби реалізації, вимоги до побудови системи вправ, організаційні форми співпраці учнів на уроці та в позаурочний час).

На другому етапі (2001–2002 рр.) проводився констатуючий та пошуковий експерименти у школах м. Кіровограда та районах Кіровоградської області. Було розроблено технологічну модель диференційованого навчання геометрії до теми "Трикутники" та апробовано дидактичний засіб – навчальна комп'ютерна програма Triangle.

На третьому етапі (2002–2003 рр.) перевірялася ефективність запропонованої технологічної моделі диференційованого вивчення властивостей трикутника на уроках геометрії, аналізувався хід формуючого експерименту, вносились корективи, формулювалися висновки і оформлялися результати дослідження. Другий і третій етапи наукового дослідження відбувалися в межах регіонального експерименту школи технологічного досвіду вчителів математики (керівник: завідувач кафедри теорії і методики середньої освіти Кіровоградського обласного інституту післядипломної педагогічної освіти імені Василя Сухомлинського, кандидат педагогічних наук, доцент Т. В. Гришина).

Апробація результатів дослідження здійснювалась у процесі експериментального навчання у ЗОШ №13, №20, №23 м. Кіровограда і ЗОШ №1 м. Ульянівки Кіровоградської області.

Основні положення дисертації знайшли відображення у публікаціях автора, доповідалися автором на науково-методичних конференціях: Всеукраїнській науково-практичній конференції "Сільська школа: проблеми, пошуки, перспективи" (м. Черкаси, 10 -13 травня, 2000 р.), Всеукраїнській науково-практичній конференції "Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики" (м. Кривий Ріг, 26-28 квітня

2001 р.), Всеукраїнській науково-практичній конференції “Засоби реалізації сучасних технологій навчання” (м. Кіровоград, 11-12 травня 2001 р.), Всеукраїнському семінарі з проблеми методики навчання математики в Національному педагогічному університеті імені М.П. Драгоманова.

За матеріалами дослідження опубліковано 10 робіт, з яких статей у фахових наукових журналах та збірниках наукових праць – 5, методичних рекомендацій для вчителів – 1, дидактичних матеріалів – 1, матеріалів та тез конференцій – 3, авторське свідоцтво про створення програмного середовища Triangle – 1.

РОЗДІЛ 1
ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Психолого-педагогічні передумови диференційованого вивчення геометрії в основній школі

Реформування національної системи освіти зумовило зміну освітньої парадигми. Декларуване нею сучасне замовлення на підготовку високоінтелектуальної, творчої, активної, енергійної, ділової особистості, здатної мислити, самостійно виносити рішення, брати на себе відповідальність спричинило необхідність появи таких форм і методів роботи, які б стимулювали розвиток природних здібностей учнів та прийняття ними системи загальнолюдських цінностей, варіативність мислення в стандартних і нестандартних ситуаціях, раціональність і самостійність у виборі способів вирішення проблем.

Найдавнішою формою навчання вважається індивідуальна. Суть такого навчання полягає в передачі соціального досвіду окремій дитині. З поступовим накопиченням знань про оточуючу дійсність навчання ускладнюється. З’являються школи, в яких учитель навчає кожного учня окремо. Учитель, працюючи з одним учнем, організовував самостійну роботу для всіх інших.

Через неекономність часу і складність навчання індивідуальну форму замінює індивідуально-групова форма навчання. Поряд з іншими формами організація такого навчання передбачала об’єднання кількох учнів у групи для вивчення певного матеріалу, а потім учні одержували від учителя індивідуальні завдання. Але дана форма навчання знову ж таки вимагала великої кількості часових затрат.

З розвитком суспільного виробництва широко використовується групова форма навчання. Комплектування груп відбувалося за постійним складом і приблизно однаковим рівнем підготовки учнів. У груповій роботі застосовувалася фронтальна робота з учнями. Організовувалося повторення

вивченого матеріалу, цим забезпечувалася системність і міцність знань та відносна однорідність групи за рівнем просування в навчанні.

Із історії педагогіки відомо, що ідеї диференційованого навчання розповсюджувалися класиками з часів Я.А. Коменського, але термін “диференціація” тоді ще не використовувався. У “Великій дидактиці” Я.А. Коменський висловлює ідею поділу учнів на сильних, середніх, слабих. Виступаючи проти індивідуального навчання як загальномасового явища, Я.А. Коменський пропонує проведення уроку з поєднанням індивідуальної роботи. Провідною ідеєю Я.А. Коменського була ідея розвитку дитини. Ідеї розвитку учнів та диференційований підхід до навчання проглядаються в роботах Ж.-Ж. Руссо [201, 202], Й.Г. Песталоцці [187], Ф.А.В. Дістерверга [184].

Класно-урочна система навчання є вищим ступенем групової організації навчання [185]. Вона передбачає наявність великих груп учнів. Об’єднання проводиться за віком та однаковим рівнем знань. Усі учні однієї групи вивчають однаковий матеріал. Учитель проводить фронтальну роботу з учнями і стежить за працею кожного. Свого часу Я. А. Коменський обґрунтував основні дидактичні вимоги до організації навчального заняття, які залишаються актуальними і зараз: частина часу відводиться на опитування учнів, решта – на вивчення нового матеріалу. Кожне заняття має розв’язати певне педагогічне завдання. Зауважимо, що класно-урочна система навчання наділена прогресивними якостями. Вона систематизувала надбання педагогічної думки в галузі освіти на кінець XVII ст. Але подальший розвиток продуктивних сил, виникнення капіталістичних суспільних відносин, нестача підготовлених учителів стимулювали пошуки нових форм навчання, які б давали змогу одному вчителеві навчати значно більшу кількість дітей, ніж це звично практикувалося.

Тому у XVIII ст. розвивається белл-ланкастерська система навчання – система взаємного навчання. Суть цього навчання полягає в тому, що старші, здібніші і підготовленіші учні виступають у ролі "вчителя". За

вказівками вчителя вони навчають інших учнів. Але під час такої роботи поза увагою вчителя залишаються індивідуальні особливості учнів. Навчання мало формальний характер [95]. І хоча практика показала неефективність такого навчання, цінна ідея активної взаємодії учнів на уроці залишила продуктивний слід у педагогіці.

На початку ХХ ст. в США з'являється система індивідуалізованого навчання: дальтон-план. За цією формою навчання кожен учень засвоює програмовий матеріал залежно від своїх можливостей і здібностей. Учителі виступають у ролі консультантів.

Увесь програмовий матеріал ділився на частини. Кожен учень послідовно розробляв певну частину: конспектував теоретичний матеріал, записував запитання для самоперевірки, вказував використані джерела, обирав задачі та приклади. Дозволялося працювати над завданнями в невеликих групах.

Робота з усім класом проводилася тільки під час вступних бесід або під час підведення підсумків про виконання завдань. Оцінювання досягнень в навчанні кожної дитини – це позитивний момент даної форми навчання. Але вона мала й недоліки: нераціональне використання часу, суперництво, а головне те, що деякі учні були неспроможні самостійно опрацьовувати навчальний матеріал. Треба зауважити, що окремі елементи цієї форми навчання не втратили своєї актуальності і за певної корекції їх можна застосовувати при проведенні сучасного уроку геометрії.

У другій половині двадцятих років минулого століття в СРСР з'являється бригадно-лабораторний метод навчання. Цей метод реалізував творчий підхід до втілення дальтон-плану. Під час впровадження бригадно-лабораторного методу навчання, поєднується колективна навчальна діяльність з індивідуальною, посилюється увага до організації самостійної роботи учнів. Ці форми роботи поєднувало те, що учні опрацьовували частини тем. Більшу частину роботи учні виконували самостійно або в

невеликих за кількістю групах. Учитель у процесі проведення уроку виконував функції консультанта.

Проводилась певна диференціація діяльності дітей. У бригадно-лабораторному методі складні для самостійного опрацювання питання вчитель пояснював. Саме цього етапу не вистачало в дальтон-плані. Але були недоліки і в бригадно-лабораторній системі: зниження провідної ролі вчителя, не забезпечувалось опанування знаннями всіма учнями [185]. А головний недолік полягав у системі оцінювання: оцінювалася робота всієї групи (бригади), а не внесок кожного члена групи в розв’язання спільного завдання.

Ще одну групову технологію необхідно відокремити – метод Трампа. Даний метод передбачає поєднання занять у великих групах (100-150 чоловік), у групах до 20 осіб та індивідуальні заняття. Для цього навчальний час структурувався так: для лекцій – 40 %; для групової роботи, де обговорювалися матеріали лекції, влаштовувалися дискусії – 20 %; для самостійної роботи – 40 %. Керують роботою груп не тільки вчителі, а й учні. Для самостійної роботи учні вибирають самі собі завдання. У центрі уваги вчителя опинялися переважно обдаровані діти. Питання обдарованості дітей та робота з ними є суттєвою проблемою і сучасної школи. А метод Трампа розв’язував цю проблему за рахунок самовибору форми навчання, залишаючи всіх інших учнів поза увагою.

В Україні диференціація змісту навчання знайшла своє відображення в пропозиціях поділу освіти за так званими циклами або типами шкіл, а пізніше – у профільності старшої школи. З метою підготовки кваліфікованих працівників для народного господарства у 20-х роках втілювалась ідея "профухилів" в загальноосвітніх школах. Наприклад, існували школи з адміністративно-управлінським, електротехнічним, хімічним та іншими "ухилами". Починаючи з 30-х років, коли були прийняті державні постанови про школу, в загальноосвітніх школах запанували єдині програми і вимоги до рівня освіти. А в 40-х роках з’явилися ознаки

перевантаження учнів. У зв’язку з цим почалося активне обговорення фуркацій (розподіл учнів за рівнем освітньої підготовки, інтересами, потребами, здібностями і нахилами). Але до практичної реалізації цих ідей справа не дійшла з різних причин, і найперше, через нерозробленість методичного забезпечення.

У 60-і роки була введена диференціація змісту освіти за проектованою професією. Учні почали здобувати середню освіту у різних типах середніх навчальних закладів: середній загальноосвітній школі, середньому профтехучилищі, середньому спеціалізованому навчальному закладі. З 1957 по 1973 роки у школах-лабораторіях АПН СРСР широко досліджували питання диференціації навчання у загальноосвітніх школах. Але результати не були взяті до уваги і не були використані для масового впровадження в школи. Причиною цього було хибне твердження про те, що диференціація навчання має антинародний характер.

Реальним кроком уперед у галузі диференціації навчання була урядова постанова від 10 листопада 1966 року "Про заходи з дальшого поліпшення роботи середньої загальноосвітньої школи". Згідно з цією постановою у школах було запроваджено дві форми диференціації за інтересами та реальним рівнем навченості: факультативні курси та школи (класи) з поглибленим вивченням предметів. Після введення цих двох форм диференціації пройшло більше 35 років.

Початок 60-х років XX ст. став вирішальним етапом у зародженні рівневого диференційованого навчання, хоча цей термін тоді ще не вживався. Кіровоградським вчителем і директором інституту підвищення кваліфікації вчителів О.О. Хмурою була запропонована система навчання, яка ґрунтувалася на принципі багатоступінчатого навчання, суть якого полягає в диференційованій роботі з учнями при вивченні математики.

На думку О.О. Хмури, “диференційована робота протягом кількох уроків повинна зрештою забезпечити засвоєння всіма учнями певного програмового мінімуму знань, який може бути розширений і поглиблений

для учнів, що проявляють інтерес і здібності до вивчення даного предмету" [223, с.48].

Так, наприклад, О.О. Хмура запропонував застосовувати принцип багатоступінчатого навчання для здійснення диференціації при вивченні і закріпленні нового матеріалу. Схематично це можна зобразити так:

Рис. 1.1

Суть цього принципу полягає в організації диференційованої роботи з учнями на етапі вивчення нових знань. Він передбачає раціональне поєднання колективної, групової та індивідуальної форм навчання і реалізацію конкретної мети: засвоєння нового матеріалу всіма учнями безпосередньо на уроці [193, с.2]. Але, за об'єктивних причин, злам у суспільних відносинах не передбачав докорінних змін шкільних традицій, а

отже, широкий учительський загал не був готовий до різкої зміни настанов; мала місце традиційна нестача дидактичного забезпечення навчального процесу, яку могли подолати власними зусиллями лише ентузіасти, тому диференціація звелася до нових для загальноосвітніх шкіл організаційних форм проведення уроку – лекції та семінару.

Вкажемо на надзвичайно продуктивну ідею у перелічених формах організації класно-урочного навчання – це спроба організації керованої самостійної роботи учня, спрямованої на розвиток його індивідуальних здібностей та особистий рівень просування у навчанні, що повністю суголосно сучасним запитам і можливостям рівневої диференціації.

Тому реалізація ідеї рівневого навчання на всіх ступенях освіти у середній загальноосвітній школі сьогодні висувається на одне з перших місць серед проблем, що постають перед педагогічною наукою і практикою, і стала провідною стратегією реформування системи освіти.

Проблема диференціації навчання широко вивчалася психолого-педагогічними галузями науки. Індивідуальні особливості дітей та їх виявлення в шкільному навчанні розглядалися у працях Б.Г. Ананьєва [5], Д.М. Богоявленського [24], Е.Н. Кабанової–Меллер [114], Г.С. Костюка [137], О.М. Леонтьєва [152], С.Л. Рубінштейна [199] та ін. У дидактиці проблема індивідуалізації та диференціації навчання опрацьовувалась А.С. Границькою [77], З.І. Калмиковою [116], І.Д. Бутузовим [39], Є.С. Рабунським [196], І.Е. Унт [218] Ю.К. Бабанським [12] та ін. Теоретичні основи диференціації навчання успішно розроблялися В. Монаховим [169], І.С. Якиманською [234]. Різні аспекти диференціації у методиці навчання математики розкриваються Г.П. Бевзом [16], М.І. Бурдою [35], О.С. Дубинчук [100], Т.В. Гришиною [83], З.І. Слєпкань [206], Р. Хабібом [222], М.І. Шкілем [229] та іншими.

У світовій педагогічній практиці застосовують три види диференціації: за інтересами, за проектованою професією у дорослому житті, за рівнем здібностей. Окремо виділяються рівні і форми

диференціації середньої освіти. Найпоширеніші три рівні диференціації середньої освіти: за структурою системи освіти (загальноосвітні школи, коледжі, гімназії, технікуми і т.д.), за змістом навчання, за характером навчального курсу. Форми диференціації розвиваються у відомих поняттях індивідуалізації навчання: рівнева та профільна диференціації [96].

Розглянемо різні підходи авторів до проблеми індивідуалізації і диференціації навчання та виділимо основні поняття, які далі використовуватимемо у роботі. Крім того, вкажемо свою точку зору на ті чи інші аспекти даної проблеми.

Почнемо з поняття “індивідуальний підхід” та “індивідуалізація навчання”.

Більшість авторів [123, 196, 33, 218, 2, 48, 23] розглядають індивідуальний підхід як педагогічний принцип. Є.С. Рабунський пропонує індивідуальний підхід вважати принципом навчання [196, с.17]. Проте є й інші точки зору [1, 72]. Справа в тому, що поняття “індивідуалізації” розглядається вченими з чотирьох якісно відмінних точок зору (залежно від того, який компонент педагогічного процесу виступає основою змісту поняття): зміст освіти, процес навчання, особистісний підхід у навчанні, організація освіти [30].

У філософському словнику поняття “принцип” визначається як першоджерело, керівна ідея. У логічному смислі принцип – основа системи, що виражає узагальнення і поширення якогось положення на всі явища тієї галузі, з якої даний принцип абстраговано. Виходячи з цього визначення, ми вважаємо за доцільне віднести індивідуалізацію до принципів навчання [30, с.43].

О.О. Кірсанов вважає, що немає однозначного розуміння індивідуального підходу до учнів у навчанні на рівні принципу [123].

У свою чергу І.Е. Унт індивідуальний підхід розглядає як педагогічну теорію, в якій враховується індивідуальність дитини в процесі навчання [218].

О.О. Бударний поняттю “індивідуальний підхід” надає практичну направленість, тобто індивідуальний підхід у навчальному процесі спрямований на те, щоб усі учні постійно отримували завдання, які відповідають їх навчальним можливостям, тобто працювали в повну міру сил та здібностей, у результаті чого створюються оптимальні умови навчання для кожного школяра [33, с.74].

Дане трактування поняття “індивідуальний підхід” ми вибираємо за основу в нашому дослідженні, оскільки автор орієнтується на всебічний, цілісний підхід до вивчення індивідуальних особливостей учня і на цілісну навчальну діяльність.

Щодо поняття “індивідуалізації навчання”, то С.У. Гончаренко і В.М. Володько стверджують, що у своєму розвитку проблема індивідуалізації навчання пройшла кілька етапів [71]. Перший етап – розробка загальних положень і рекомендацій з вивчення і врахування індивідуальних особливостей учнів та їх реалізація у практиці навчання. Основоположником індивідуалізації навчання на даному етапі був Я.А. Коменський, який “наполегливо пропонував учителям вивчати і враховувати індивідуальні особливості учнів і писав про це в кожній своїй праці” [131, с.64-65]. Другий етап – теоретичний рівень розробки індивідуального підходу до учнів у навчанні, основою якого є ідея впровадження індивідуального підходу до учнів в умовах колективної навчальної праці класу. Третій етап – індивідуальний підхід розглядається як педагогічний принцип на рівні соціального, педагогічного і психологічного експерименту. На цьому етапі широко в практику впроваджуються ідеї індивідуалізації і диференціації. Четвертий етап – етап значного теоретичного і методичного осмислення принципу індивідуального підходу до учнів у навчанні. П’ятий етап – сучасний період теоретичного переосмислення і практичного втілення індивідуалізації процесу навчання у нових умовах [71]. Індивідуалізація включає процеси розвитку і формування індивідуальності особистості, її самореалізації в

житті. Це твердження є базисною основою для розуміння суті визначення поняття індивідуалізації як процесу розвитку і формування особистості. “Індивідуалізація – це дидактичний (а не педагогічний) принцип побудови системи стосунків учня і вчителя в процесі навчання“ [71, с.69]. Дану думку ми підтримуємо, бо сьогодні навчання побудоване на запам’ятовуванні учнем тієї інформації, носієм яких виступає вчитель. Щоб уникнути цього недоліку, необхідно впроваджувати “суб’єкт-суб’єктні” стосунки учня і вчителя.

У педагогічній енциклопедії поняття ”індивідуалізації навчання” визначається як "організація навчального процесу, коли вибір засобів, заходів, темпу навчання враховує індивідуальні відмінності до навчання" [184, с.82]. Зазначимо, що таке тлумачення "індивідуалізації навчання" розглядається з позиції вчителя. Бо саме вчитель організовує навчальний процес, вибираючи зміст, методи, засоби та темп навчання. Але вчитель не в змозі врахувати індивідуальні особливості всіх учнів. На нашу думку, принаймні саме учень повинен вибирати рівень завдань.

Індивідуалізація навчання розглядається як засіб навчальної роботи з учнями, які мають різні навчальні можливості. Тому варто сформулювати поняття "індивідуалізації навчання" з позиції учня, де враховуються його індивідуальні особливості. Так, на думку В.М. Володька, “індивідуалізація навчання – це спеціально організована взаємодія учасників процесу навчання, за якої якнайповніше враховуються й використовуються індивідуальні особливості кожного, визначаються перспективи подальшого розумового розвитку й гармонійного вдосконалення особистісної структури, відбувається пошук засобів, які компенсували б наявні вади і сприяли б формуванню індивідуальної особистості” [48, с.11].

Дане визначення потребує уточнення в плані розмежувань повноважень учня і вчителя. На нашу думку індивідуалізація навчання – це спеціально організована взаємодія учасників процесу навчання, за якої вчитель, враховуючи індивідуальні особливості та рівень навчальних

досягнень школярів, забезпечує потрібний зміст, умови та засоби навчання, необхідні для подальшого розумового розвитку учня, який сам вибирає посильний рівень пропонованої роботи. Дане визначення приймаємо за основу у нашому дослідженні.

У психолого-педагогічній літературі [33, 123, 196, 218] зустрічається поняття "індивідуалізація" приблизно в тому самому значенні, що й "індивідуалізація навчання". Але поняття "індивідуалізація" в даних роботах передбачає не обов'язкове врахування особливостей кожного учня, частіше автори обмежуються об'єднанням учнів у групи за певними ознаками.

Так, у своїх роботах І.Е. Унт наголошує, що "індивідуалізація – це облік у процесі навчання індивідуальних особливостей учнів у всіх його формах і методах, незалежно від того, які особливості і якою мірою враховуються" [218, с.8]. При цьому, як вважає автор, у практичному використанні даного поняття йдеться про відносну індивідуалізацію, оскільки в шкільній практиці індивідуалізація завжди відносна з таких причин:

1) враховуються індивідуальні особливості не кожного окремо учня, а в групі учнів з приблизно однаковими особливостями;
2) приймаються до уваги тільки відомі особливості та їх комплекси, які важливі з точки зору навчання, при цьому може виступати ряд особливостей, урахування яких в тій чи іншій формі індивідуалізації неможливе або не так необхідне;
3) інколи враховуються деякі особливості лише у тому випадку, якщо це важливо для даного учня;
4) реалізується індивідуалізація епізодично [218, с.8-9].

Поняття "індивідуалізації" за І.Е. Унт, має три компоненти: навчальний, розвиваючий, виховний. Під навчальним компонентом автор розуміє удосконалення знань, вмінь та навичок учня, поглиблення та розширення знань учнів, виходячи з їхніх інтересів і потенційних

здібностей. Під розвиваючим – формування і розвиток логічного мислення та вмінь навчальної праці з опорою на зону найближчого розвитку учня.

Таким чином, вслід за Є.С. Рабунським, розглядаємо індивідуальний підхід як принцип навчання, а індивідуалізацію – здійснення цього принципу, що має свої форми і методи.

У психолого-педагогічній літературі зустрічаються поняття "диференціація навчання", "диференційований підхід". Існують різні підходи до визначення „диференціація навчання", про які вказують І.Д. Бутузов, І.А. Попова, І.Г. Самігуллін, І.Е. Унт, Н.Г. Уткіна, І.М. Чередов та ін. Одне з перших визначень диференціації навчання має загальний характер: "Диференціація навчання – це множинність та варіативність індивідуальних і колективних підходів до суспільно погоджених цілей загальної освіти" [96, с.4]. Зауважимо, у даному визначенні не уточнено об'єднання учнів у групи, адже диференціація навчання припускає об'єднання учнів за ознаками для спільної або індивідуальної роботи.

Розповсюдженим є визначення диференціації навчання за І.Е. Унт, яка диференціацію розуміє як "… врахування індивідуальних особливостей учнів у тій формі, коли учні групуються на основі яких-небудь особливостей для окремого навчання: в більшості навчання в цьому випадку проходить за кількома різними навчальними планами і програмами" [218, с.8].

І.Д. Бутузов зауважує, що „диференціація навчання передбачає не роботу за різними програмами і підручниками, розрахованими на декілька рівнів інтелектуальної обдарованості учнів за зразком зарубіжної школи, а навчальну діяльність учнів на різних рівнях для опанування єдиним програмним матеріалом в залежності від індивідуальних особливостей і підготовленості" [40, 32]. Дане визначення приймаємо за основу у нашому дослідженні.

У загальноосвітніх школах контингент учнів різний. В одному класі зустрічаються учні з початковим, середнім, достатнім та високим рівнями навчальних досягнень. Тому необхідно наголосити на нормативній

рівневості сучасного навчання, а також на те, що не на всьому навчальному матеріалі доцільно використовувати групову роботу.

П.М. Гусак вважає, що диференціація навчання – це розрізнення діяльності тих, хто навчається, за такими мотиваційними позиціями особистості, як “можу” і “хочу”. Залежно від цього диференціація поділяється на рівневі і профільну. Рівнева – це диференціація за здібностями та успішністю в навчанні, а профільна – за нахилами та інтересами [87].

Таке розуміння диференційованого навчання є основою для тлумачення поняття "диференціація". Під рівневою диференціацією Г.В. Дорофєєв та Л.В. Кузнєцова розуміють таку „систему навчання, при якій кожний учень, оволодіваючи деяким мінімумом загальноосвітньої підготовки, що є загальнозначущою і забезпечує можливість адаптації в постійно рухомих життєвих умовах, отримує право і гарантовану можливість приділяти увагу тим напрямам, які більшою мірою відповідають його нахилам” [97, с.15].

У нашому дослідженні використовується саме таке тлумачення рівневої диференціації.

Г.С. Костюк зазначає, що диференціація має своєю метою забезпечити індивідуальну своєрідність всебічного розвитку кожної особистості [137].

В.М. Монахов вважає індивідуалізацію метою навчання, а диференціацію – засобом досягнення цієї мети, з чим ми повністю згодні [170].

Що ж стосується поняття „диференційований підхід”, то у своїй статті Н.Г. Уткіна [219] відмічає, що суть диференційованого підходу в тому, що склад класу поділяється на три групи: сильні, середні, слабкі, і для кожної з них вчитель розробляє свої варіанти завдань, які відповідають можливостям школярів.

О.О. Кірсанов під диференційованим підходом у навчанні розуміє особливий підхід вчителя до різних груп учнів або до окремих учнів, що

полягає в організації навчальної роботи з ними, різної за змістом, обсягом, складністю, методами й засобами [123]. Ми пропонуємо розширити трактування даного поняття та додати, що цей принцип навчання дозволяє керувати пізнавальною діяльністю типологічних груп з урахуванням їх реальних навчальних можливостей.

Диференційований підхід полягає у створенні оптимальних режимів пізнавальної діяльності школярів з різним рівнем знань на кожному етапі уроку з метою забезпечення ефективного засвоєння ними навчального матеріалу. Такий підхід дає змогу своєчасно виявляти прогалини в знаннях учнів і намічати шляхи їх ліквідації, сприяє створенню умов для найдоцільнішого режиму навчальної роботи з кожним вихованцем, дозволяє раціонально завантажувати учнів, враховуючи їхні індивідуальні особливості. Диференційований підхід передбачає фронтальні, групові та індивідуальні форми роботи, які застосовуються на всіх етапах уроків різного типу, особливо під час перевірки та закріплення нових знань і організації домашніх завдань. Відповідно до підготовки учнів добираються такі завдання, які мають забезпечити високу їх зайнятість, сприяти поглибленню їхніх знань.

Більшість авторів: Ю.К. Бабанський, В.В. Іванов, О.О. Кірсанов, І.О. Огороднiков та інші відносять диференційований підхід, як загальний випадок диференціації навчання, до категорії способів організації навчальної роботи. Ми вважаємо, що доцільно вживати термін „диференційоване навчання”, так як сутність його в розумному поєднанні фронтальних, групових та індивідуальних формах роботи на уроці з врахуванням різної підготовленості учнів.

Отже, диференціація навчання спирається на новий підхід, нове розуміння індивідуалізації навчання, що передбачає формування позитивної мотивації навчання кожного школяра та врахування його особистих запитів і можливостей. Навчальний процес будується так, щоб учні з різними

здібностями і підготовкою могли б відчувати успіх під час вивчення шкільних навчальних дисциплін.

Одним із шляхів удосконалення навчального процесу є впровадження педагогічних технологій. Термін “технологія” стосовно навчання було вжито американськими вченими ще наприкінці XIX століття, проте широко використовуватися він почав значно пізніше. У вітчизняній педагогіці спроби технологізувати навчальний процес робилися у 50-х роках XX століття у зв’язку з дослідженням програмованого навчання. Перші спроби використати технологічний підхід в навчанні зробили Т.А. Ільїна та М.В. Кларін. Глибоке вивчення педагогічних технологій розпочалося у 90-х роках XX століття.

Технологією називають наукову дисципліну, що розробляє та вдосконалює прийоми і способи [216, с.240]. Т.С. Назарова під технологією розуміє “сукупність знань про способи (як зробити?) ” [173, с.20], тобто відображає шлях засвоєння конкретного навчального матеріалу (поняття) в рамках певного предмета, теми, розділу та в межах вибраної технології. Технологія навчання відображає тактику реалізації освітніх технологій та будується на знаннях закономірностей функціонування системи “педагог – матеріальне середовище – учень” у певних умовах навчання [173, с.26].

На думку В.П. Безпалько “лише з опорою на персоніфіковане навчання з чіткою індивідуалізованою дидактичною задачею, адекватною до особистісної спрямованості учня, та педагогічною технологією, придатною для вирішення цієї задачі, можна здійснити якісний освітній стрибок” [18, с.17].

Технологія навчання, за означенням ЮНЕСКО, – це в загальному розумінні системний метод створення, застосування й визначення всього процесу навчання і засвоєння знань з урахуванням технічних і людських ресурсів та їх взаємодії, що ставить своїм завданням оптимізацію освіти. Як зазначає академік С.У. Гончаренко, ця галузь орієнтована більшою мірою на учня, а не на предмет вивчення, на перевірку виробленої практики в ході

емпіричного аналізу, визначає практику в тісному зв'язку з теорією навчання і виховання [70].

М.В. Паюл, О.Я. Савченко трактують педагогічну технологію як конструювання навчального процесу за визначеною схемою, як засіб повного управління розв'язанням дидактичних проблем, що передбачає чітку постановку вчителем навчальних цілей, їх уточнення з орієнтацією на досягнення запланованих результатів; організацією навчання за допомогою спеціально визначеного добору форм, методів і прийомів; оцінку поточних результатів; корекцію навчання; підсумкову оцінку результатів. Основними ознаками педагогічної технології є алгоритмізованість, тобто додержання точних вказівок щодо виконання дій і операцій у певній послідовності; можливість відтворення її або окремих елементів; цілісність і керованість; коригованість, яка передбачає постійний зворотний зв'язок між учителем і учнями, економічність – за рахунок прискорення процесу навчання створюється певний резерв часу. Під час застосування педагогічних технологій, зосереджених в основному на відтворюючих ситуаціях навчання, обов'язково знаходить місце творчість учителя на етапах конструювання, корекції діяльності, педагогічна техніка викладача (засоби і прийоми навчання) доповнюється його особистісними характеристиками – інтуїцією, манерами поведінки, ставленням до учнів тощо [183].

М.В. Кларін вважає, що педагогічна технологія означає системну сукупність і порядок функціонування всіх особистісних, інструментальних і методологічних засобів, використовуваних для досягнення педагогічної мети [124].

Означення освітньої технології за Т.В. Гришиною найближче за змістом до нашого дослідження. "Освітня технологія – це модель спільної роботи вчителя й учнів з планування, організації та проведення реального процесу навчання за умови забезпечення комфортності для всіх суб'єктів освітньої діяльності" [80, с.8]. Об'єктом освітньої технології виступає спільна діяльність учителя і учнів, їх пізнавальна взаємодія, спілкування,

організація навчально-пізнавального процесу. Предметом освітньої технології обов'язково має бути формування потрібного професійного забезпечення, новий зміст технологічного потенціалу вчителя, його модернізований обсяг (збагачені відношення, якості, аспекти і функції), нові якісні параметри (прогнозування змісту, форм і способів організації та проведення педагогічного процесу, характер діяльності вчителя, особливості пізнавального спілкування, особистісні характеристики) [80, с.11].

Педагогічна технологія відображає тактику реалізації освітніх технологій і будується на знанні закономірностей функціонування системи „педагог-середовище-учень" у визначених умовах навчання (індивідуального, групового, колективного тощо).

Для ефективного впровадження нової технології вже на етапі створення необхідно визначити ідеальний набір технологічних результатів, характерних для неї. У процесі освоєння перевіряється її повнота, дієвість, досяжність. Під час реалізації технологічних регулятивів варто виявити умови, за яких цей набір зможе трансформуватися у технологічний потенціал учителя. Індивідуальне освоєння педагогом цих технологічних регулятивів (у вигляді правил, способів дій, прийомів, форм і засобів) має бути кінцевим результатом прояву технологічної системи. А технологічні системи – це комплекс форм і способів фахового втілення вчителем певної освітньої технології у реальний навчальний процес за дотримання умов, визначених її технологічною оболонкою [80, с.16].

Метою впровадження технології диференційованого навчання є створення сприятливих умов для навчання і розвитку кожного школяра відповідно до рівня його знань, умінь і здібностей. Вона будується на основі єдності діяльнісного та особистісно орієнтованого підходів. На основі діяльнісного підходу, за яким досвід будь-якої діяльності формується завдяки залученню учнів у різноманітні її види, визначаються методи, прийоми, форми організації діяльності, ефективні способи управління різними її видами. Особистісно орієнтований підхід передбачає

співвіднесення перерахованих компонентів з особистістю учня, з рівнем його навчальних можливостей.

Рівнева диференціація створює сприятливі умови для досягнення кожним учнем заданих і вибраних рівнів знань, орієнтацію математичної освіти на особистість учня. У більшості дослідників [218, 97, 150] рівнева диференціація зводиться до виділення рівня обов'язкової підготовки і формування на її основі підвищених рівнів оволодіння матеріалом із тим, щоб учень мав можливість самостійно вибирати обсяг і глибину засвоєння матеріалу, варіювати своє навантаження відповідно до своїх здібностей, інтересів та потреб. За нинішніх умов стандарти математичної підготовки стали рівневими, що, однак, не занадто змінило ґрунтовні продуктивні підходи.

За основні принципи рівневої диференціації (термінологію подаємо за сучасними нормами) приймаємо:

1) принцип виділення і відкритого пред'явлення учням результатів рівнів навчальних досягнень;
2) принцип “ножиць” між рівнем вимог і рівнем навчання. Рівень вимог має бути вищим за рівень навчальних досягнень, обраних учнем;
3) принцип формування опори. За цим принципом в усіх учнів класу незалежно від їхніх здібностей і навчальних можливостей повинні бути сформовані опорні знання та вміння;
4) принцип послідовності у просуванні за рівнями навчання;
5) принцип індивідуалізації. Даний принцип дозволяє врахувати індивідуальний темп просування в навчанні;
6) принцип відповідності змісту, контролю й оцінки прийнятого рівневого підходу. Контроль передбачає перевірку досягнення учнями обраних ними рівнів навчальних досягнень та суголосних результатів навчання, а також перевірку якості засвоєння матеріалу на цих рівнях;

7) принцип добровільності у виборі рівня навчання. За цим принципом кожен учень добровільно вибирає рівень засвоєння навчального матеріалу [207].

За дотримання цих принципів у школярів формуються пізнавальні потреби, навички самооцінювання, самоконтроль, планування і регулювання своєї діяльності.

Рівнева диференціація навчання передбачає врахування індивідуальних особливостей учнів. Індивідуальні особливості учнів у навчанні не раз ставали предметом психолого-педагогічних досліджень. Встановлено, що до індивідуальних особливостей учнів відносять: 1) характер протікання мислительних процесів (гнучкість мислення, швидкість встановлення зв'язків у навчальному матеріалі, наявність або відсутність власного відношення до матеріалу, який вивчається, критичність суджень); 2) рівень знань і вмінь (повнота, глибина, їх дієвість); 3) працездатність (здатність працювати довго, ступінь інтенсивності праці, втомлюваність); 4) рівень пізнавальної самостійності й активності; 5) темп просування (швидкий, середній, повільний); 6) відношення до навчання (позитивне, байдуже, негативне); 7) характер пізнавальних інтересів (широкі, стереотипні, аморфні); 8) рівень розвитку волі (високий, середній, низький) [123].

Спостереження показали, що при традиційному навчанні більшість учнів на уроках навчальною роботою завантажені не оптимально, або не довантажені, або перевантажені, у зв’язку з чим вони працюють не творчо, не на повну силу. Під час застосування рівневої диференціації всі учні можуть працювати на будь-якому рівні навчальних досягнень і отримати відповідні результати в кожній темі. Учень має не тільки обов’язки (зокрема, засвоїти матеріал на відповідному рівні), а й права, найважливішим із яких є право вибору – отримати відповідно до своїх здібностей і нахилів підвищену підготовку з предмета чи обмежитись достатнім або середнім вибраним рівнем засвоєння матеріалу, але при цьому

важливо створити оптимальні режими для інтенсифікації пізнавальної діяльності школярів різного рівня знань на кожному етапі уроку, щоб вони ефективніше засвоювали знання.

Отже, вчитель організовує навчання на чотирьох рівнях досягнень (початковий, середній, достатній та високий), а учень самостійно вибирає рівень засвоєння навчального матеріалу.

Позитивні моменти рівневої диференціації очевидні:

— зменшується навантаження на дітей, які інколи не тільки з соціальних, а й з фізіологічних причин не можуть опанувати вищими рівнями шкільної програми;
— стає реальністю отримання кожним учнем потрібного змісту навчання математики;
— зникає страх учня перед оцінюванням.

Окремим дискусійним питанням є вікові межі для диференціації навчання. Існує багато думок, але серед них немає компромісної. Скажімо, психологи вважають доцільним вводити диференціацію з першого класу. На нашу думку, якщо учні в початковій школі навчалися диференційовано, тоді варто продовжувати диференційоване навчання в тому самому варіанті і в основній школі. Якщо ж ні, тоді, як показала практика, саме з перших уроків геометрії варто починати диференційоване навчання.

Ми пропонуємо продовжувати впроваджувати рівневу диференціацію з вивчення геометрії на рівні пропедевтики в 1-6 класах, і в системі курсу 7-9 класу з сьомого класу з таких причин:

1. Учитель за два роки (5-6 кл.) вивчає індивідуальні особливості учнів.
2. Впроваджуючи окремі технологічні прийоми в межах пропедевтичної роботи в 5–6 класах, можна підготувати учнів до роботи в режимі диференційованого навчання.
3. У даному віці учень свідомо може вибирати рівень навчання і самостійно коригувати свій вибір.

4. Посилюється потяг до спілкування з однолітками, а спілкування є складовою групової роботи.
5. Збільшується кількість навчальних дисциплін. Так, у п’ятому класі 11 найменувань, а у сьомому – вже 17.

Рівнева диференціація може вирішити ряд проблем, пов’язаних із навчанням в основній школі. Зниження якості навчання геометрії, як і всіх інших математичних дисциплін, учнів у 7-9 класах пояснюється великою кількістю предметів, а отже, великим обсягом інформації. Такий обсяг інформації одночасно можуть засвоїти далеко не всі учні. Диференціація забезпечує відкритість результатів навчання для учня і його батьків. Школяр повинен знати, що від нього вимагають. Визначеність, право вибору дозволяють учню працювати усвідомлено, знімається хвилювання, формує почуття власної гідності.

Як показали спостереження, діти не готуються кожен день до всіх уроків або неоднаково готуються. Для більшості учнів це просто неможливо. Оптимальний вибір об’єму навчального матеріалу для підготовки до кожного предмета і на кожен день нормалізує роботу. Крім того, є право перескладання заліку або його частини. Учень вчиться розпоряджатися своїм часом, планувати свою роботу, визначати головне.

Рівнева диференціація навчання передбачає:

– збільшення виконуваних вправ;
– відмову від авторитарного навчання;
– свободу вибору рівня навчальних досягнень та лінії поведінки;
– використання різних форм роботи в класі.

Збільшення виконуваних вправ — основний шлях підвищення технологічності навчання і надає можливість забезпечити розвиваючий характер навчання. А свобода вибору рівня навчання та відмова від авторитарності дає учню можливість навчатися без перевантажень та страху. Використання різних форм роботи в класі підвищує зацікавленість учнів у вивченні предмету.

Але для успішного застосування технології рівневої диференціації на уроці необхідно:

- вивчити індивідуальні особливості та навчальні можливості учнів;
- з'ясувати критерії об'єднання учнів у групи;
- вміти використовувати, удосконалювати здібності і навички учнів у груповій та індивідуальній роботі;
- аналізувати роботу учнів;
- перспективно планувати діяльність учнів, направлену на самоуправління навчальним процесом;
- вміти вчасно замінити малоефективні прийоми організації навчання на раціональніші за даних умов;
- здійснювати постійний зворотній зв'язок на уроці;
- вміло використовувати засоби заохочення.

Виходячи із вимог, які ставляться до рівневої організації навчальної діяльності учнів і до педагогічних технологій, визначимо основні складові технології диференційованого навчання:

1. Визначення чіткої системи цілей навчання.
2. Встановлення вихідного стану навчальних можливостей учнів, визначення типологічних груп.
3. Конструювання навчального циклу.
4. Реалізація запланованих завдань, організація навчальної діяльності школярів.
5. Оцінка поточних результатів.
6. Уточнення цілей навчання, внесення необхідних коректив.
7. Підсумкова оцінка результатів.
8. Повторне відтворення циклу без змін або з корекцією.

Постановка цілей навчання повинна спрямовувати учнів на те головне, що їм необхідно засвоїти в процесі вивчення теми. Цілі навчання конкретизуються різними способами: через навчальний матеріал (вивчити аксіому, теорему тощо); через діяльність учителя; через внутрішні процеси

інтелектуального, емоційного, особистого розвитку (формувати вміння аналізувати, порівнювати, узагальнювати тощо); через діяльність учнів (вміти знаходити, досліджувати і т.д.). Учитель визначає критерії досягнення поставлених цілей, щоб зробити їх повністю діагностичними.

Ефективною формою реалізації технології рівневої диференціації є об'єднання дітей у групи з опорою на їхню самооцінку, постійне використання в рамках групи системи завдань на вибір, виконання яких дає змогу просуватися від зони найближчого розвитку до зони актуального розвитку. Така організація роботи стає можливою тільки за умов:

1) знання вчителем мотивації навчання кожного учня;
2) точного знання рівня засвоєння кожним учнем попереднього матеріалу;
3) випереджаючого формування тих загальнонавчальних умінь і навичок, які дають змогу працювати самостійно, оскільки в диференційованих завданнях прискорюється перехід учня від дії у співробітництві з учителем до частково чи повністю самостійної роботи.

Групова робота базується на соціально-типових, спільних властивостях (особливостях, якостях, характеристиках), притаманних групі учнів як частині класу, і характеризується можливістю виконання спільних або індивідуальних рівневих завдань. Диференціація може здійснюватись за обсягом, змістом, мірою допомоги, способом пояснення та іншими ознаками. Групи учнів не постійні, їхній кількісний і якісний склад може змінюватися залежно від предмету й навіть від змісту теми.

У процесі застосування диференційованих завдань необхідно здійснювати поступовий перехід від колективних форм роботи до частково самостійних і повністю самостійних у межах уроку і системи уроків. Такий підхід дозволяє учням брати участь у виконанні завдань зростаючої складності.

В умовах класу практично неможливо врахувати індивідуальні особливості кожного учня. Об'єднуючи учнів у групи, вчитель одержує можливість організувати навчання різне за змістом, рівнем складності, обсягом завдань, тобто враховує індивідуальні запити школяра за типових умов.

Узагальнення власних напрацювань і наявного досвіду дає можливість визначити сукупність педагогічних умов, за яких рівневе навчання стає ефективним:

1) вчитель враховує загальну готовність дітей до наступної діяльності;
2) уміє передбачати труднощі, які можуть виникнути в дітей під час засвоєння матеріалу;
3) використовує диференційовані завдання індивідуального та групового характеру в системі уроків;
4) проводить перспективний аналіз: із якою метою плануються ці завдання, чому їх треба використовувати саме на даному етапі уроку, як продовжити цю роботу на наступних уроках;
5) своєчасна допомога за потребою.

Вслід за О.В. Братанич, з деяким уточненням виділимо основні особливості диференціації:

1. Обов’язкове врахування індивідуальних особливостей учнів.
2. Індивідуалізація в умовах класно-урочної системи.
3. Створення оптимальних психолого-педагогічних умов для виявлення і розвитку нахилів і здібностей учнів.
4. Створення педагогічної технології навчання за якою можна було б створювати допрофільну підготовку, яка сприятиме широкому впровадженню ідеї диференціації в практику роботи школи.
5. Зміна відповідно до індивідуально-типологічних особливостей учнів та змісту навчання методів навчання.

6. Оптимізація, гуманізація процесу навчання, що дає можливість для розвитку творчих здібностей учнів, забезпечує їхню максимальну пізнавальну активність на основі самостійної роботи, постійного зворотного зв'язку, об'єктивізації контролю та оцінки знань [30, с.44].

Отже, диференційоване навчання – це шлях досягнення всіма дітьми загальноосвітньої мети з урахуванням їх індивідуальних особливостей. Як показав досвід, різноманітні прийоми диференційованого підходу до школярів на уроках забезпечують продуктивніше засвоєння навчального матеріалу, а це – основа глибокого оволодіння знаннями і формування світогляду учнів.

Навчання — доброзичлива, творча взаємодія вчителя й учня. Це діалог двох партнерів, відсутність страху, розкутість, радість спілкування. Спокійне звернення до дитини, слова заохочення позитивно впливають на навчальну діяльність школяра. Тільки за такого підходу до навчання створюються умови гуманного ставлення до кожної дитини. Як свідчить досвід, різноманітні прийоми диференційованого підходу до школярів та врахування їх індивідуальних особливостей на уроках забезпечують продуктивніше засвоєння навчального матеріалу, а це – основа оволодіння знаннями і формування світогляду учнів.

Отже, аналіз психолого-педагогічної та науково-методичної літератури свідчить про те, що фундаментом диференційованого навчання є знання вчителем індивідуальних запитів учнів, за якими в класі виділяються тимчасові групи та розуміння і повага до самовибору кожного школяра, а також вимоги освіти, стандарту, профільного навчання щодо забезпечення відповідного рівня навчання і створення умов для підвищення і поглиблення знань учнів.

1.2. Місце теми "Трикутники та їх властивості" у шкільному курсі геометрії

Сучасний курс геометрії побудований на принципах поступового переходу від конкретного споглядання і оволодіння геометричними фактами до дедуктивно-логічного з'ясування зв'язків між ними та ідеї аксіоматичного методу в геометрії. Пропедевтичне ознайомлення з цим курсом в школі проводиться в 1-6 класах, а систематичне вивчення – в 7-11 класах. У 1-6 класах вивчаються елементи геометрії, які становлять вступну частину до основного курсу геометрії в 7-9 класах.

Найважливішими завданнями курсу математики початкової школи, що стосуються пропедевтики систематичного курсу геометрії, є: ознайомлення учнів з основними величинами та їх вимірюванням (довжини відрізків, площі фігур); формування уявлень про деякі геометричні фігури та їх властивості, вироблення потрібних графічних умінь.

Метою початкового курсу математики є формування в учнів:

- уявлень про основні геометричні фігури, початкового досвіду вимірювань та обчислень геометричних величин;
- уявлень про основні величини й одиниці їх вимірювання.

Геометричною пропедевтикою передбачено ознайомлення учнів з плоскими геометричними фігурами (точкою, прямою, колом, кругом, многокутниками, зокрема трикутником, чотирикутником та його різновидами – прямокутником, квадратом та ін.) та просторовими тілами: призмою, прямокутним паралелепіпедом, кубом, пірамідою, циліндром, конусом, кулею. Учні повинні засвоїти назви фігур, назви елементів плоских фігур, навчитися їх розпізнавати, знати основні властивості окремих фігур, будувати деякі плоскі фігури та вимірювати довжину відрізків, знаходити периметр і площу прямокутника.

У першому класі розглядаються такі геометричні фігури: лінії (прямі й криві), точка, відрізок, многокутники (трикутник, чотирикутник,

п’ятикутник, шестикутник). Одиниці довжини сантиметр і позначення (см), вимірювання у сантиметрах, довжина відрізка.

Учні повинні знати:

– назви геометричних фігур: точки, лінії (пряма, крива), многокутника, трикутника, чотирикутника, п’ятикутника, шестикутника;
– назви одиниць вимірювання величин (довжини – сантиметр, дециметр);

вміти:

– розпізнавати вивченні геометричні фігури;
– вимірювати за допомогою лінійки довжини відрізка, будувати відрізок заданої довжини.

Із трикутником учні перших класів знайомлять при вивченні числа три [22]. Представлення проходить на рівні наочно-чуттєвих уявлень про фігуру. Формуються уміння розпізнавати трикутник серед інших фігур.

У другому класі учні знайомляться з такими темами: “Ламана лінія. Довжина ламаної лінії. Периметр трикутника. Периметр чотирикутника. Одиниці вимірювання довжини і їх позначення: сантиметр (см), дециметр (дм), метр (м). Кут. Елементи трикутника (вершини, сторони, кути). Прямий кут. Прямокутник. Побудова прямокутника. Побудова квадрата. Коло і круг. Центр кола (круга), його радіус”. Обчислюють: довжини сторін рівностороннього трикутника за його периметром; периметр квадрата. Знаходять довжини сторони квадрата за периметром. Ознайомлюються з деякими буквами латинського алфавіту та позначають многокутники і відрізки великими буквами латинського алфавіту.

У другому класі учні повинні знати:

– співвідношення між одиницями вимірювання довжини (сантиметром, дециметром, метром);

вміти:

– вимірювати й креслити відрізки;
– знаходити периметр трикутника, чотирикутника;

– будувати прямокутник на папері в клітинку.

У третьому класі повторюють раніше вивчений геометричний матеріал та вчаться знаходити периметр прямокутника.

У четвертому класі учні вчаться будувати коло і поділяти його на частини, ознайомлюються з формами і назвами геометричних тіл: призма (паралелепіпед, куб), піраміда, конус, куля; площами фігур; одиницями вимірювання площ: мм^2, см^2, дм^2, м^2, а, га, км^2; визначають площі окремих фігур.

Після вивчення даного матеріалу учні повинні знати:

– назви і позначення одиниць вимірювання величин – довжини (мм, см, дм, м, км), площі (см^2, дм^2, м^2);

вміти:

– розпізнавати і зображати (на папері в клітинку за допомогою циркуля і лінійки) геометричні фігури (точка, відрізок, ламана, коло, круг, многокутник);
– вимірювати довжини відрізків, знаходити довжину ламаної;
– креслити відрізок заданої довжини;
– обчислювати периметр і площу прямокутника.

Вивчення геометричного матеріалу про трикутники у початковій школі можна зобразити схемою (рис. 1.2).

Особливістю методики вивчення геометричного матеріалу в початковій школі є широке використання конкретно-індуктивного методу, наочності і практичних дій учнів. На основі наочного ознайомлення з моделями та рисунками трикутника учні вільно розпізнають його серед інших многокутників, оволодівають навичками побудови трикутника та вимірювання його елементів. На цьому етапі не передбачено програмою введення визначення трикутника.

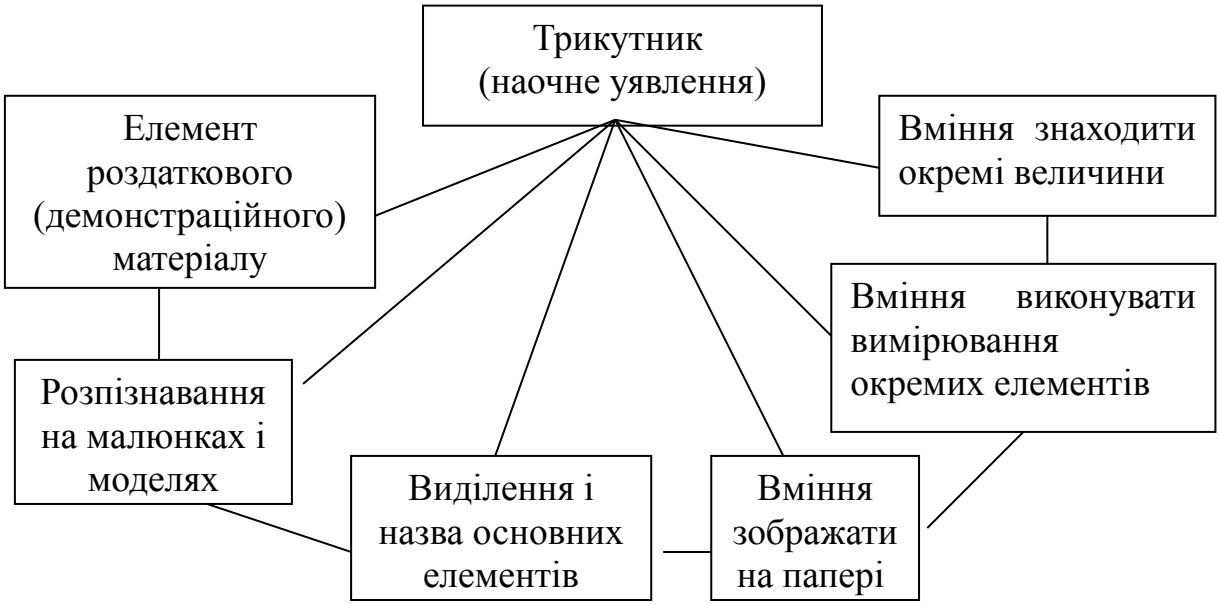


Рис. 1.2

В основній школі формується поняття про трикутник і вивчаються його властивості. Умовно розділимо вивчення поняття трикутника та його властивостей в основній школі на два етапи: перший етап – 5-6 класи, другий – 7-9 класи. Такий поділ зумовлений тим, що вивчення систематичного курсу геометрії, як окремого предмета, починається з сьомого класу. Схему вивчення трикутника в 5-6 класах запропоновано на рис. 1.3.

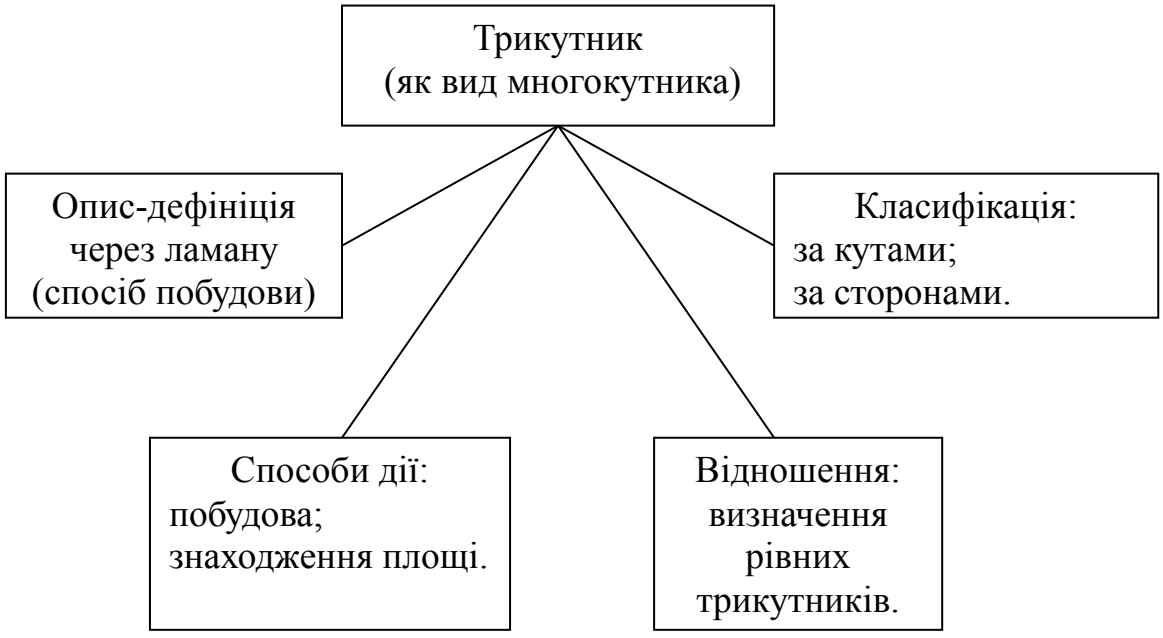


Рис. 1.3

На цьому етапі навчання поглиблюються і розширюються відомості про трикутник. Визначення трикутника описово вводиться в п’ятому класі і формулюється як вид замкненої ламаної з найменшою кількістю ланок. “Найменша кількість ланок замкненої ламаної лінії – три. Вона утворює найпростіший многокутник – трикутник” [45, с.27].

Вивчається класифікація трикутників за сторонами та кутами. Учні знайомляться із різностороннім та рівнобедреним трикутниками, прямокутним, гострокутним та тупокутним трикутниками. Також вивчаються формули для знаходження периметра та площі трикутника. Пропонуються задачі на обчислення площі та периметра трикутника, наприклад, такі:

Задача 1. *Сума довжини першої і другої сторін трикутника 25 см, сума довжин першої і третьої – 27 см, а сума довжин другої і третьої сторін 30 см. Знайдіть периметр трикутника і довжину кожної сторони [45, с.58].*

Звернемо увагу, що задачі дібрані в підручнику так, що в процесі їх розв’язування учень розширює відомості про властивості трикутника.

Задача 2. *Накресліть прямокутний, гострокутний і тупокутний трикутники. Користуючись транспортиром, знайти суму кутів кожного трикутника. Зробіть висновок [45, с.58].*

Задача 3. *Накресліть рівносторонній, різносторонній і рівнобедрений трикутники. Користуючись транспортиром, виміряй кожний кут трикутника. Зробіть висновок про суму кутів трикутника [45, с.58].*

Таким способом в учнів емпірично формується властивість трикутника: сума його кутів дорівнює 180^0.

За допомогою експериментально-практичного розв’язування задач учні встановлюють умову існування трикутника (нерівність трикутника).

Задача 4. *Одна сторона трикутника 12 см, друга – 8 см. Яких значень може набувати третя сторона трикутника [45, с.59].*

Вивчаючи трикутник, учні знайомляться з розв’язуванням найпростіших задач на побудову.

Задача 5. *За допомогою лінійки і циркуля побудуй трикутник із сторонами 3 см, 4 см і 5 см. Виміряйте кути цього трикутника [45, с.57].*

У шостому класі учні повторюють визначення трикутника, формулу для знаходження площі трикутника та за допомогою практичних дій виводять формулу площі трикутника. Зауважимо, що для встановлення площі паралелограма, трапеції учні використовують трикутник як допоміжну фігуру для практичного обґрунтування даних формул. На цьому етапі навчання розв’язуються задачі на знаходження площі трикутника та знаходження числових значень висоти і сторони, до якої проведена дана висота.

Задача 6. *Площа трикутника 125 см^2, а висота – 10 см. Знайдіть довжину сторони, до якої проведена дана висота.*

Конструктивним розвитком знань учнів про трикутник у шостому класі стає вивчення чотирикутників та просторових фігур.

Вивчаючи трикутник у 5-6 класах, учні повинні

мати уявлення:

- на наочно-оперативному рівні про трикутник та його властивості;
- про рівність трикутників;
- про основні елементи трикутника;

знати:

- назви трикутників за елементами;
- формулу обчислення площі трикутників;

уміти:

- розпізнавати трикутник серед інших геометричних фігур;
- виконувати малюнки трикутника за допомогою лінійки і косинця;
- знаходити периметр трикутника;
- обчислювати площу трикутника.

На відміну від початкової школи, в 5-6 класах теоретичний рівень викладу геометричного матеріалу вищий. Поняття трикутника вводиться на рівні визначення, проводяться нескладні дедуктивні міркування. Разом з тим, як і в початковій школі, під час вивчення елементів геометрії переважає конкретно-індуктивний метод навчання, широке залучення наочності, практичних дій учнів з моделями, виконання рисунків фігур, побудов лінійкою, косинцем, циркулем, що абсолютно виправдано з погляду вікових особливостей учнів.

У 7-9 класах основної школи розглядаються всі властивості трикутника, які передбачені навчальною програмою. Зазначимо, що в більшості загальноосвітніх шкіл Кіровоградщини геометрія вивчається за підручником О.В. Погорєлова “Геометрія 7-9” [190]. Особливістю побудови даного підручника є те, що ознаки рівності трикутників з’являються на початку курсу вивчення геометрії і відіграють роль змістово-структурного прийому в доведеннях теорем і розв’язуванні задач. На перших уроках геометрії розглядаються первісні поняття та простіші геометричні фігури, серед яких є трикутник.

У сьомому класі вводиться визначення трикутника за поєднанням найпростіших конструктивних елементів. “Трикутником називається фігура, яка складається з трьох точок, що не лежать на одній прямій, і трьох відрізків, які попарно сполучають ці точки” [190, с.13]. Чітко вказуються конструктивні елементи трикутника.

Визначення рівних трикутників і ознаки їх рівності вивчаються на початку курсу, оскільки вони використовуються під час доведення перших теорем і розв’язування задач.

У темі “Ознаки рівності трикутників” вводяться поняття: рівнобедрений трикутник; рівносторонній трикутник; теорема, обернена до даної теореми; висота трикутника, опущена з даної вершини; бісектриса трикутника, проведена з даної вершини; медіана трикутника, проведена з даної вершини. Під час вивчення теми розв’язуються задачі:

– на доведення рівності трикутників;

Задача 7. *Відрізки АС і ВК перетинаються в точці О. Доведіть рівність трикутників ВАО і КСО, коли відомо, що кут ВАО дорівнює куту КСО і АО=СО.*

– на доведення рівності деяких елементів у двох даних трикутників;

Задача 8. *Доведіть, що у рівних трикутниках АВС і НОМ медіани, проведені з вершин А і Н рівні.*

– в яких для доведення рівності трикутників або їх елементів необхідно розглянути кілька пар рівних трикутників;

Задача 9. *Трикутники АВС і АВК зі спільною основою АВ рівнобедрені. Доведіть рівність трикутників АСК і ВСК.*

Застосування ознак рівності трикутників необхідне і для розв'язування задач прикладного змісту.

Задача 10.

Щоб виміряти на місцевості відстань між двома точками А і В, з яких одна (точка А) неприступна, провішують напрям відрізка АВ та на його продовженні відкладають довільний відрізок ВЕ. Вибирають на місцевості точку D, з якої видно точку А і можна пройти до точок В і Е. Провішують прямі BDQ і EDF і вимірюють FD=DE і DQ=BD. Далі йдуть уздовж прямої FQ, дивлячись на точку А, поки не знайдуть таку точку Н, яка лежить на прямій AD. Тоді HQ дорівнює шуканій відстані. Доведіть це [190, с.44].

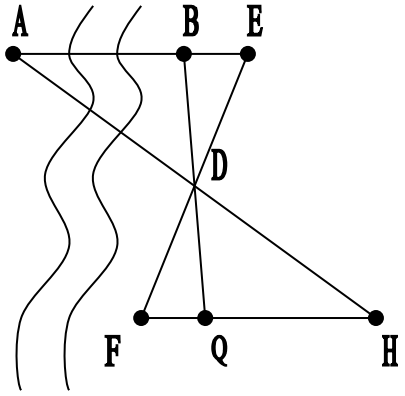


Рис. 1.4

Теорема про суму кутів трикутника є одним із фундаментальних тверджень, що стосуються властивостей трикутників. Теорема про суму кутів трикутника безпосередньо використовується для доведення властивості зовнішніх кутів трикутника, ознаки рівності прямокутних трикутників. Отже, навчальний матеріал цієї теми доповнює ознаки рівності

трикутників важливим теоретичним апаратом для розв'язування задач і доведення інших теорем.

У восьмому класі вивчається тема "Співвідношення у прямокутному трикутнику. Теорема Піфагора". Одне з найважливіших метричних співвідношень у прямокутному трикутнику – співвідношення між довжинами катетів і гіпотенузи, що виражається теоремою Піфагора. Цю теорему часто використовують і в самій математиці, і в фізиці, і в астрономії та ін. У даній темі учні знайомляться зі співвідношеннями між сторонами і кутами прямокутного трикутника. Дані співвідношення дуже широко використовуються при розв'язуванні трикутників і є основою для вивчення теми "Розв'язування трикутників" у дев'ятому класі.

У дев'ятому класі курс геометрії розпочинається темою "Перетворення подібності на площині". Вводиться поняття подібності фігур. Найважливішим у даній темі є питання про подібність трикутників. Учні вивчають три ознаки подібності трикутників, на основі яких доводяться такі важливі властивості геометричних фігур:

1. Властивість прямокутного трикутника: висота прямокутного трикутника, опущена з вершини прямого кута, розбиває його на два трикутники, подібних даному.
2. Бісектриса кута ділить протилежну сторону трикутника на відрізки, пропорційні двом іншим його сторонам.

Ці відомості ефективні під час розв'язування задач на побудову та розв'язуванні задач практичного змісту на зразок:

Задача 11. *Побудуйте трикутник за стороною, протилежним їй кутом і висотою, проведеною з вершини цього кута.*

Задача 12. *Довжина тіні фабричної труби дорівнює 35,8 м. У той самий час вертикально поставлена жердина завдовжки 1,9 м дає тінь довжиною 1,62 м. Знайдіть висоту труби.*

Тема “Розв’язування трикутників” має практичне застосування. Теореми синусів і косинусів розкривають способи дії під час знаходження невідомих елементів трикутника:

Якщо відомо дві сторони і кут між ними, можемо визначити третю сторону трикутника; якщо відомо три сторони трикутника, можемо визначити будь-який кут даного трикутника.

Якщо відомо сторону і два кути, можемо визначити іншу сторону. Якщо відомо сторони і кут проти однієї з них, можемо визначити третю сторону.

У 5-6 класах учні вивчали формулу знаходження площі трикутника та застосовували її для розв’язування задач. У дев’ятому класі учні розширюють знання про площу як про величину. Вивчають ще дві формули для знаходження площі трикутника: $S = \frac{1}{2}ab\sin C$ та формулу Герона: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, де $p = \frac{a+b+c}{2}$, a, b, c – сторони трикутника, та розв’язують відповідні задачі.

Задача 13. *Знайдіть площу трикутника за трьома сторонами 13 см, 14 см, 15 см.*

Також розглядаються комбінації трикутника з колом та іншими геометричними фігурами та їх властивості. Розв’язуються задачі на знаходження значень геометричних величин.

Задача 14. *Знайдіть радіуси описаного і вписаного кола для трикутника зі сторонами 15 м, 13 м, 4 м.*

На цьому етапі навчання програма вимагає навчити учнів обчислювати значення геометричних величин, застосовуючи вивчені властивості фігур і формул. Схематично покажемо зв’язок властивостей трикутника показано на рисунку 1.5.

Для успішного вивчення трикутників та їх властивостей учні повинні чітко розуміти зміст навчання на рівні вимог: мати уявлення, знати, вміти.

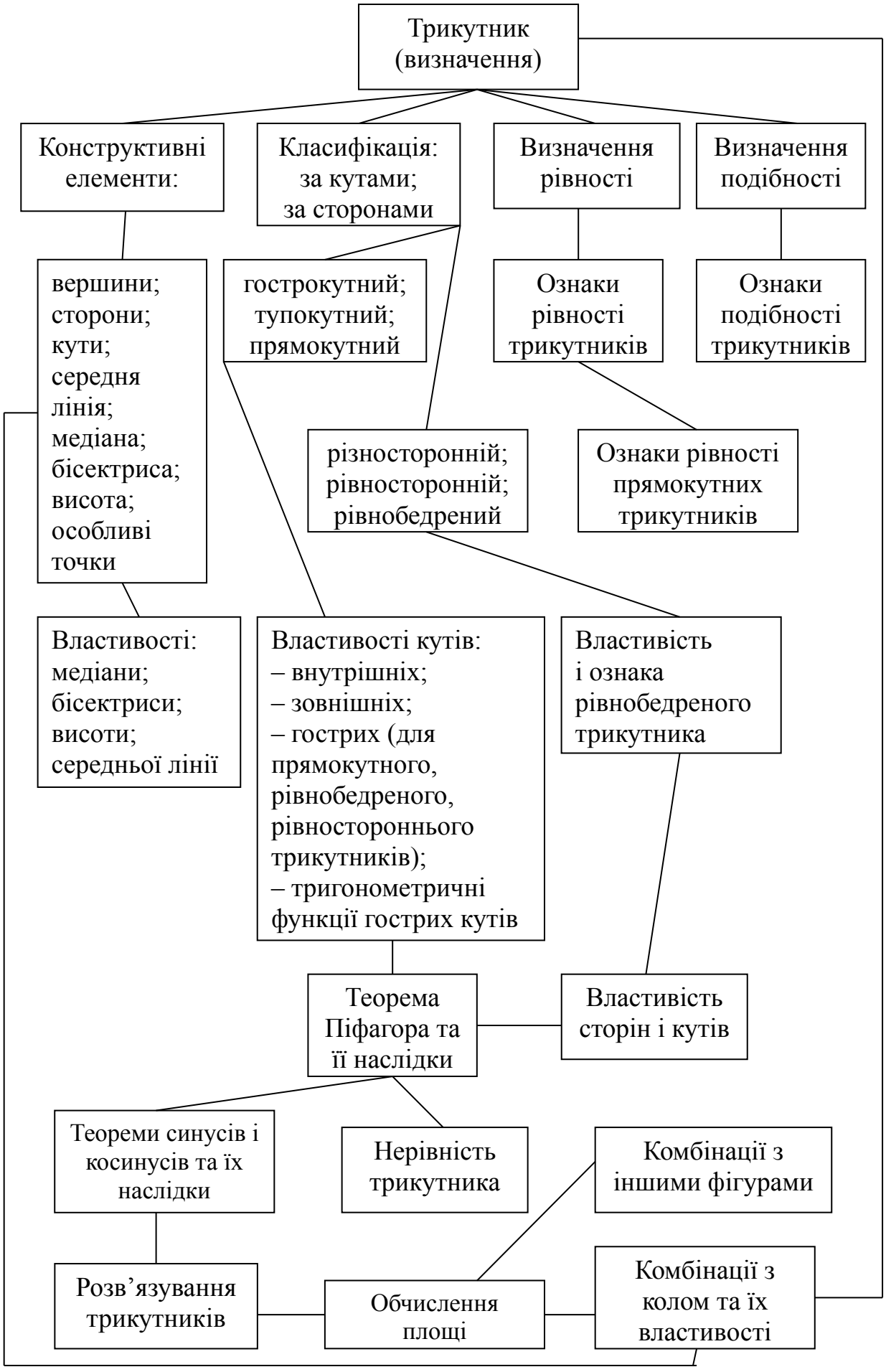

Трикутник (визначення)
Конструктивні елементи:
Класифікація: за кутами; за сторонами
Визначення рівності
Визначення подібності
вершини; сторони; кути; середня лінія; медіана; бісектриса; висота; особливі точки
гострокутний; тупокутний; прямокутний
Ознаки рівності трикутників
Ознаки подібності трикутників
різносторонній; рівносторонній; рівнобедрений
Ознаки рівності прямокутних трикутників
Властивості: медіани; бісектриси; висоти; середньої лінії
Властивості кутів:
– внутрішніх;
– зовнішніх;
– гострих (для прямокутного, рівнобедреного, рівностороннього трикутників);
– тригонометричні функції гострих кутів
Властивість і ознака рівнобедреного трикутника
Теорема Піфагора та її наслідки
Властивість сторін і кутів
Теореми синусів і косинусів та їх наслідки
Нерівність трикутника
Комбінації з іншими фігурами
Розв’язування трикутників
Обчислення площі
Комбінації з колом та їх властивості

Рис. 1.5

Учитель готує технологічне забезпечення до опрацювання питань:

– найпростіші геометричні фігури;

– рівність трикутників, термін "ознака";

– синус, косинус, тангенс гострого кута прямокутного трикутника;

– перетворення подібності і його властивості, подібні фігури;

– площа плоскої фігури та її властивості.

– основні властивості найпростіших геометричних фігур;

– визначення трикутника;

– визначення різних видів трикутників;

– визначення бісектриси, висоти, медіани трикутника та їх властивості;

– визначення рівнобедреного і прямокутного трикутників та їх властивості;

– визначення рівних трикутників і ознаки рівності трикутників;

– ознаки рівності прямокутних трикутників;

– сума внутрішніх кутів трикутника;

– властивість середньої лінії трикутника;

– співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника;

– доведення теореми Піфагора;

– ознаки подібності трикутників;

– теореми синусів та косинусів і наслідки з них, основні алгоритми розв’язування довільних трикутників;

– формули радіусів кіл, вписаних в правильний трикутник та описаних навколо нього;

– основні формули площ трикутника;

та способів дій:

– знаходити на малюнках трикутники, їх сторони, вершини і кути;

– розрізняти гострокутні, тупокутні, прямокутні трикутники та зображати їх на малюнках;

– зображати на малюнках бісектрису, висоту, медіану трикутника, застосувати їх властивості під час розв’язування задач;

– розрізняти рівносторонні, рівнобедрені і різносторонні трикутники, зображати їх на рисунках;

– застосовувати властивості рівнобедреного і рівностороннього трикутників під час розв’язування найпростіших задач;

– знаходити елементи двох рівних трикутників, застосовувати ознаки рівності трикутників під час розв’язування найпростіших задач;

– знаходити сторону прямокутного трикутника за двома іншими його сторонами;

– розв’язувати прямокутні трикутники;

– знаходити відповідні елементи двох подібних трикутників;

– розв’язувати прості задачі, застосовуючи основні алгоритми розв’язування трикутників;

– будувати правильний трикутник, розв’язувати простіші задачі на правильний трикутник;

– застосовувати формули до розв’язування простіших задач на обчислення площі трикутника.

Аналіз добірки задач з підручника О.В. Погорєлова "Геометрія 7-9", який містить близько 1200 номерів задач, показує, що призначення трикутника бінарне: він одночасно виступає в ролі самостійної і допоміжної фігури.

Для розмежування цих моментів, будемо вважати, що трикутник є самостійною фігурою, коли він визначений умовою задачі, тобто розв’язування геометричної задачі стосується безпосередньо даного трикутника.

Наприклад:

7 клас. У трикутнику один з внутрішніх кутів дорівнює 30^0, а один із зовнішніх кутів 40^0. Знайдіть решту внутрішніх кутів трикутника [190, с.63].

8 клас. У прямокутному трикутнику з гіпотенузою а і кутом 60^0 знайдіть катет, протилежний цьому куту [190, с.111].

9 клас. У трикутнику зі сторонами 8 см і 4 см проведено висоти до цих сторін. Висота, проведена до сторони 8 см, дорівнює 3 см. Чому дорівнює висота, проведена до сторони 4 см?

Первісно задана геометрична фігура у кожній задачі – трикутник. Розв'язування цих задач передбачає знаходження значень елементів цього трикутника.

Трикутник стає допоміжною фігурою тоді, коли необхідність його появи в задачі зумовлюється способом розв'язування або трикутник є конструктивною частиною заданої фігури, чи визначені умовою задачі елементи можуть конструювати трикутник.

Наприклад:

7 клас. Пряма a перетинає відрізок BC у його середині. Доведіть, що точки B і C знаходяться на однаковій відстані від прямої a.

Очевидно, що конфігурація даних в умові задачі утворює прямокутні трикутники. Поява даних трикутників зумовлюється змістом умови задачі.

8 клас. Периметр паралелограма ABCD дорівнює 10 см. Знайдіть довжину діагоналі BD, знаючи, що периметр трикутника ABD дорівнює 8 см.

У даній задачі трикутник є частиною заданої фігури.

9 клас. Поясніть, як знайти висоту h будівлі за кутами α і β, і відстанню d.

Розв'язування даної задачі ґрунтується на властивостях прямокутного трикутника, властивості зовнішнього кута трикутника та теореми синусів. Як бачимо, визначені умовою задачі елементи конструюють трикутник.

За підручником О.В. Погорєлова у сьомому класі задачі, в яких трикутник є самостійною фігурою, і задачі, в яких трикутник є допоміжною фігурою, складають відповідно 42,2 % та 11,9 % від загальної кількості задач; у восьмому класі - 25,5 % та 29 %; у дев'ятому класі - 43,7 % та 25,2 %. Отже, від 54 % до 69 % всіх задач, які розв'язують учні основної школи за цим підручником, пов'язані з використанням поняття трикутника

та його властивостей. Тому проблема формування геометричних умінь в учнів основної школи змістовно зводиться у 2/3 задач до формування умінь діяти з трикутником та використовувати його властивості.

Під час поглибленого вивчення математики коло задач суттєво доповнюється. Це обумовлено необхідністю виявлення та розвитку в учнів математичних здібностей, формування в них стійкого інтересу до математики і профільної діяльності, пов'язаної з математикою, підготовкою учнів до навчання у вищих закладах освіти.

Поглиблене вивчення математики здійснюється як в основній (8-9-ті класи), так і в старшій школі (10-11-ті профільні класи) за підручниками М.І. Бурди та Л.М. Савченка "Геометрія" [37] (навчальний посібник для 8-9 класів шкіл з поглибленим вивченням математики) та Г.П. Бевза, В.Г. Бевз, В.М. Владімірова та Н.Г. Владімірової "Геометрія 10-11" [58] підручник для учнів 10-11 класів з поглибленим вивченням математики. У класах фізико-математичного профілю за навчальним планом на вивчення математики здебільшого відводиться 8 годин на тиждень, зокрема у 8-х класах на вивчення геометрії відводиться 3 години на тиждень.

При вивченні теми "Чотирикутники" учні знайомляться з поняттям середньої лінії трикутника, вписаними і описаними трикутниками, вивчають визначні точки і лінії трикутника. Після опрацювання даної теми учні повинні

знати:

- властивості середньої лінії трикутника, вписаних і описаних трикутників;

вміти:

- доводити властивості і ознаки трикутників та застосовувати їх до розв'язування задач на доведення, обчислення і побудову.

Вивчаючи тему "Теорема Піфагора", учні доповнюють базові знання визначенням котангенса гострого кута; значеннями косинуса, синуса, тангенса, котангенса для кутів від 0^0 до 180^0.

Основна мета – сформувати апарат розв’язування прямокутних трикутників, необхідний для знаходження елементів геометричних фігур, доведення теорем планіметрії і стереометрії. Після вивчення даної теми учні повинні

знати:

- доведення теореми Піфагора і наслідки з неї;
- співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника;
- основні тригонометричні тотожності;
- алгоритми розв’язування прямокутних трикутників;

уміти:

- розв’язувати прямокутні трикутники;
- застосовувати алгоритми розв’язування прямокутних трикутників до розв’язування складніших геометричних і практичних задач.

У дев’ятому класі при вивченні теми “Подібність фігур” учні формують поняття про: перетворення подібності; подібні фігури; гомотетію та її властивості; подібність многокутників; пропорційність відрізків. Доводять ознаки подібності трикутників. Застосовують подібність до розв’язування задач (властивість бісектриси кута трикутника, метричні співвідношення в прямокутному трикутнику і колі, геометричні побудови). Основна мета – ознайомити учнів з властивостями перетворення подібності; сформувати вміння застосовувати їх до розв’язування задач. Після вивчення теми учні повинні

знати:

- визначення перетворення подібності та його властивості;
- ознаки подібності трикутників;
- визначення і властивості подібних многокутників;

уміти:

- доводити властивості перетворення подібності;
- доводити подібність трикутників та знаходити елементи подібних трикутників;

– розв’язувати задачі на побудову методом подібності;

У темі “Розв’язування трикутників” дев’ятикласники знайомляться з теоремою синусів і косинусів та наслідками з них; з співвідношеннями між кутами і протилежними сторонами трикутника. Основна мета – сформувати вміння розв’язувати основні задачі на знаходження елементів довільних трикутників; поглибити вміння розв’язувати геометричні задачі аналітичними методами. Після вивчення даної теми учні повинні

знати:

– теореми синусів і косинусів та наслідки з них;

уміти:

– доводити теореми;
– знаходити всі елементи довільного трикутника за трьома елементами, які його визначають;
– застосовувати вивчені алгоритми до розв’язування складніших задач.

Як показує аналіз програм для загальноосвітніх шкіл та класів з поглибленим вивченням математики, змістові відмінності між ними незначні. Курси геометрії різняться кількістю годин, запланованих на їх вивчення. У класах загальноосвітньої школи на вивчення курсу геометрії у 8-9-х класах відводиться 2 години на тиждень, у класах з поглибленим вивченням математики на вивчення геометрії відводиться 3 години на тиждень (табл. 1.1).

Програма з математики для класів з поглибленим вивченням охоплює весь матеріал програми загальноосвітньої школи і передбачає не стільки розширення цієї програми, скільки її поглиблення за рахунок насамперед розв’язування нестандартних задач підвищеної складності, розвитку творчого мислення. Програма досить варіативна, тобто виходячи з умов класу і своїх можливостей, учитель може поглиблювати відомості в межах окремої теми.

Таблиця 1.1

Тема, що вивчається у даному класі	Кількість годин, відведених на вивчення теми у класах	
	загальноосвітніх шкіл	з поглибленим вивченням математики
8 клас		
Співвідношення у прямокутному трикутнику. Теорема Піфагора.	16	22
9 клас		
Перетворення подібності.	12	21
Розв’язування трикутників.	12	15

Вимоги до математичної підготовки учнів, які навчаються в класах з поглибленим вивченням математики, передбачають, що вони повинні оволодіти програмовим матеріалом на рівні, не нижчому від достатнього за критеріями оцінювання навчальних досягнень з математики в системі загальної середньої освіти. А вимоги вчителя до учнів мають відповідати тим, що висуваються перед абітурієнтами на вступних іспитах до вищих навчальних закладів.

Що ж стосується вимог до математичної підготовки учнів, які навчаються в класах загальноосвітніх шкіл, то передбачено, що вони повинні оволодіти програмовим матеріалом на рівні, не нижчому середнього за критеріями оцінювання навчальних досягнень з математики в системі масової освіти.

Під час вивчення курсу стереометрії учні повинні проводити обґрунтовані міркування під час розв’язування типових задач, використовуючи теоретичні відомості, набуті при вивченні планіметрії. У стереометрії не всі основні лінії курсу планіметрії розвиваються однаково, але учні, які навчаються за підручником [191], в процесі розв’язування 78 % всіх задач використовують властивості трикутника: ознаки рівності та особливо ознаки подібності і т.д. Це свідчить про те, що ґрунтовно вивчений

геометричний матеріал в основній школі є базою для успішного вивчення стереометрії у середній школі та здобуття знань у вищих навчальних закладах.

Отже, проблема формування геометричних знань і вмінь учнів основної школи значною мірою пов'язується з розумінням ними місця і ролі трикутника у системі геометричних знань. Залишається провідною ідея трикутника у розв'язуванні задач. Тому технологічні особливості вивчення відомостей про цю фігуру стануть провідними у нашому дослідженні.

1.3. Організація спілкування у групах як засіб диференційованого навчання геометрії

Впровадження рівневої диференціації на уроках геометрії передбачає об'єднання учнів класу у типологічні групи.

Ми поділяємо погляди І.Б. Первіна [128, с.35] на групову форму навчання і розуміємо під нею таку форму організації заняття, коли перед групою учнів ставиться єдине навчально-пізнавальне завдання для розв'язування якого необхідне об'єднання зусиль усіх її членів та їх навчально-пізнавальна взаємодія.

Одним з актуальних питань в організації групової роботи є вибір критеріїв об'єднання учнів одного класу у групи. Єдності психологів і педагогів у вирішенні даного питання і досі немає. Критерії комплектування груп у різних дослідників відрізняються. Одні вважають за доцільне додержуватись тільки одного критерію – взаємовідносин [233], інші ставлять у центр інтерес, бажання учнів, методи контролю [203].

У дослідженнях [117, 165, 196] рекомендується основними критеріями формування типологічних груп обирати фонд наявних знань (навченість) і здатність до навчання (научуваність), тобто розвиток здібностей до сприймання, запам'ятовування, переосмислення навчального матеріалу і способів діяльності. Але крім навченості і научуваності на результати навчальної діяльності учнів впливають індивідуальні параметри

мислительної діяльності: рівень працездатності, навчально-пізнавальна мотивація, самооцінка результатів своєї праці і оцінка своїх товаришів. У різних учнів ці параметри різні, тому доцільно враховувати їх під час розподілу на групи.

О.О. Бударний [33] усіх учнів класу ділить на три групи за рівнем научуваності (відносно висока, середня, низька). Крім даного рівня використовує ще один – працездатність (висока, середня, низька). Отже, максимально у класі можуть функціонувати дев'ять груп. Робота з такою кількістю груп пов'язана з певними труднощами (розробка великої кількості дидактичного матеріалу, керування групами, оцінювання знань учнів).

Х.Й. Лійметс [155] пропонує комплектування груп за кількома показниками: бажанням працювати у даній групі, міжпредметними зв'язками, темпом роботи, статевими ознаками, здібностями. При цьому враховуються взаємостосунків між учнями.

І.Е. Унт [218] виділяє групи сильних, середніх, слабих учнів за рівнем знань. Для них пропонується розробляти спеціальні варіанти вправ і завдань, щоб вирівнювати знання слабих і середніх учнів. На сьогодні поділ учнів на групи не є актуальним, бо діє позитивний принцип оцінювання навчальних досягнень учнів, а мова повинна йти про об'єднання учнів у групи. Умови об'єднання учнів на уроках геометрії є різними відповідно до мети уроку. Так, при поясненні нового матеріалу учнів об'єднуємо за рівнями навчальних досягнень (утворюємо гомогенні групи), враховуючи їх психологічну сумісність. На уроках формування нового навчального досвіду варто об'єднувати учнів за бажанням (при цьому, як правило, утворюються гетерогенні групи).

Під час об'єднання учнів у групи виникає питання щодо кількості учнів у групі. А тому однією з ґрунтовних проблем організації групової роботи є кількість учнів у групі. Психологи вважають, що не можна визначити оптимальний кількісний склад групи взагалі – стосовно кожного виду діяльності він має бути своїм, причому таким, що найбільше сприяє

виконанню завдань саме цієї діяльності. Проте “оптимальною група стає не в результаті збільшення чи зменшення її складу, а завдяки підвищенню рівня її розвитку шляхом змістової зміни її предметної діяльності” [188, с.214].

К.М. Волков відзначає, що “у групі з восьми – десяти чоловік співвідношення активності між найбільш і найменш активними членами виражається коефіцієнтом 10:1, тоді як у групі з п’яти – шести чоловік співвідношенням 3:1 ” [47, с.15].

Навчальна діяльність учнів у групах мінімального складу, а саме, утворених з двох осіб, стала предметом дослідження В.К. Дяченка [101]. Вчений взяв за основу ідею парного навчання, яку широко впроваджував у 20-і роки педагог О.Г. Рівін, і застосував її у нових умовах. На думку В.К. Дяченка, робота у парах змінного складу є єдиним втіленням групового навчання. Що стосується навчання учнів у складі груп більш чисельного складу, як наприклад, 3-5 осіб, то автор не схильний відрізнити його від загальнокласного навчання. Пояснює він це тим, що навчаючись фронтально чи групою, на момент спілкування той, хто говорить, звертається відразу не до одного єдиного слухача, а до двох чи більше [101].

Як показала практика, організаційно-територіальний показник має вирішальний вплив на формування групи. З цього погляду є зручним кількісний склад групи з чотирьох учнів. Це так звана мала група. Г.С. Антипіна малу групу визначає “як малочисельну за своїм складом соціальну групу, члени якої об’єднані спільною діяльністю і перебувають у безпосередньому стійкому, особистісному контакті один з одним, що є основою для виникнення як емоційних стосунків у групі (симпатія, антипатія, байдужість), так і особливих групових цінностей і норм поведінки” [8, с.8]. За такого складу кожен четвертий учень класу має змогу виконувати роль лідера. Водночас стає ефективним функціонування пар і не потребує облаштування місця роботи груп.

О.Г. Ярошенко з’ясувала що, по-перше, навчальне співробітництво членів малої групи в сучасних підручниках і посібниках з педагогіки розглядається “з позиції викладацької діяльності вчителя і не характеризується як вид пізнавальної діяльності школярів з притаманними їй структурними елементами і внутрішньоструктурними зв’язками. По-друге, простежується загальний підхід до характеристики групового навчання як організаційної форми. І, по-третє, увага авторів зосереджена на викладацьких діях вчителя та навчальних діях, здійснених учнем індивідуально, в той час як навчальні дії групових суб’єктів у підручниках з педагогіки лишаються нерозкритими” [236, с.59].

Під час організації групового навчання на уроці використовують роботу в парах. А.С. Границька виділяє три види пар: статична, динамічна та варіаційна. Під статичною парою розуміється робота учнів, які сидять разом за однією партою. Динамічна пара – це об’єднання учнів, які сидять за сусідніми партами. Кожний учень працює з іншим, тричі змінюючи партнера. Варіаційна пара – це дві пари, де чотири учні, кожен з яких працює то з одним, то з іншим сусідом. При цьому відбувається обмін матеріалами, варіанти яких будуть опрацьовані кожним членом групи [77].

Отже, робота в парах та групах створює умови для пізнавального спілкування. На підставі проведеного дослідження можна схематично зобразити роботу груп та спілкування між членами групи так:

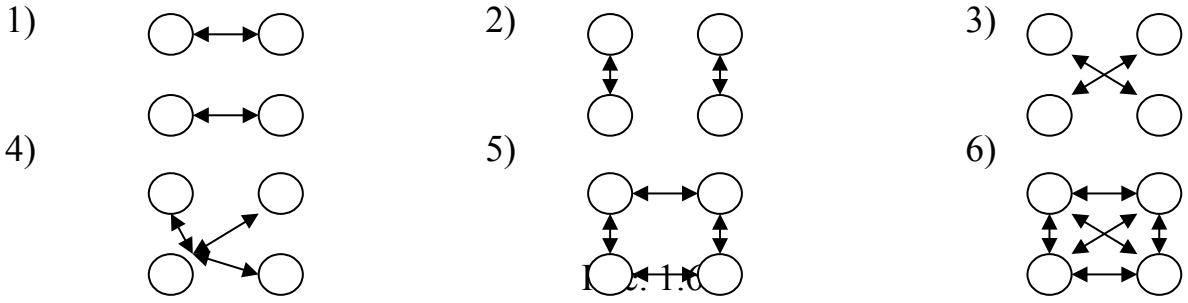


Рис. 1.6

Особистий досвід та експериментальна робота свідчать, що на уроках вивчення нового матеріалу варто використовувати варіанти роботи 1-й – 3-й. На уроках закріплення знань – 4-й і 5-й варіанти роботи. На уроках

узагальнення та систематизації знань раціональним є 6-й варіант роботи, бо учень три рази виступає у ролі опитувача та три рази у ролі опитуваного.

У роботі групи важливу роль відіграє лідер. Його функції полягають у тому, що своїми діями він організовує спільну діяльність членів малої групи та націлює її на швидке й успішне досягнення мети групової роботи. Однак не кожному учневі посильна відповідна роль. Тому в реалізації групової форми навчання важливим фактором стає наявність у класі достатньої кількості учнів із задатками лідера.

У свою чергу вчителю для створення гетерогенних або гомогенних груп важливо знати місце учня у системі особистих взаємостосунків у класі, емоційне благополуччя кожного школяра, а також психологічний клімат у колективі. Сам психологічний клімат твориться і виявляється у процесі спілкування, на фоні якого реалізуються групові потреби, виникають і розв'язуються міжособистісні та групові конфлікти.

Знаючи структуру особистих взаємостосунків між підлітками, вчитель зможе краще комплектувати гетерогенні та гомогенні групи. При комплектуванні цих груп має враховуватись наявність товариських стосунків між учнями. Дружба підлітків – запорука формування таких важливих якостей, як колективізм, почуття відповідальності перед ровесниками. Товариські стосунки формують також позитивне ставлення до навчання. Основними проявами товариських стосунків у навчальному процесі є взаємодопомога, підтримка, співробітництво [176].

На нашу думку, для створення гетерогенних груп на уроках геометрії необхідно:

1) об'єктивно визначити рівень навчальних досягнень учнів;

2) з'ясувати рівень математичних здібностей учнів;

3) оцінити рівень працездатності;

4) проаналізувати взаємостосунки в колективі.

Для визначення рівня навчальних досягнень учнів пропонуємо виконати контрольну роботу на повторення. Для з'ясування рівня

математичних здібностей учнів пропонуємо тест (додаток А). Рівень працездатності з'ясовується спостереженням за учнями на уроках, бесідою з класними керівниками, батьками. Аналіз взаємостосунків у колективі можна забезпечити за допомогою анкети (додаток Б).

У створенні гомогенних груп учнів враховувались самовибір учня та рівень його навчальних досягнень.

В організації роботи груп тією чи іншою мірою виявляються системи: учитель-учень, учитель-група, учень-учень, учень-комп'ютер та ін. Спільна діяльність у процесі самостійного здобування знань і умінь ґрунтується на принципі взаємодопомоги, взаємної поваги і взаємного контролю, узагальнення кращого, позитивного в діяльності товаришів, постійного самовдосконалення.

На нашу думку, учень повинен навчитися працювати в міжособових системах і усвідомлювати своє місце в них. Дидактичний результат забезпечується здатністю приймати компетентну участь в міжособистісних ситуаціях навчання. А для цього потрібне вільні володіння культурою спілкування, навичками його здійснення та організації.

Досліджували проблему спілкування однолітків В.П. Вахтьоров, П.Ф. Каптьоров. Ці дослідження мали прогресивний характер. Головною ідеєю була рівноправність учнів. Подальший розвиток цих ідей починає здійснюватись в радянський період з принципово нових теоретичних позицій, на основі яких проблема спілкування дітей розглядається в нерозривному зв'язку з проблемою колективу (В.М. Бехтерев, П.П. Блонський, А.С. Макаренко).

Аналіз зарубіжної літератури дає досить різні спрямування в дослідженні проблеми спілкування дітей. Американський вчений В. Хартап стверджує, що вивчення спілкування однолітків характеризується в цілому відсутністю теоретично обґрунтованих принципів підходу до даної проблеми.

У радянській психології дослідження спілкування будується на основі методологічного положення про єдність спілкування і діяльності (Г.М. Андреєва, Б.Ф. Баєв, О.О. Леонтьєв, Б.Ф. Ломов). У своїй явній формі цей принцип реалізується в "теорії діяльнісних опосередкованих міжособистісних спосунків", яка розробляється А.В. Петровським [188].

Нинішня модернізація загальної середньої освіти передбачає методологічну переорієнтацію процесу навчання. Учитель має можливість вибирати зміст, форми, методи і засоби навчання так, щоб вони сприяли меті розвитку особистості учня як рівноправного суб'єкта освітньої діяльності.

Різні аспекти проблеми міжособистісного спілкування розкриваються у філософських, соціологічних та психолого-педагогічних дослідженнях М.І. Алексєєвої [4], О.О. Бодальова [26], М.Н. Корнєва [136], О.О. Леонтьєва [151], Б.Ф. Ломова [158], С.Д. Максименка [161] та ін.

Найбільш дієвими для нашого дослідження виявились такі напрямки вивчення міжособистісного спілкування: онтогенетичний розвиток спілкування (П.П. Блонський [21], Л.І. Божович [27, 28], Л.С. Виготський [54, 55], Г.С. Костюк [137], О.М. Леонтьєв [153]); вплив спілкування на сприймання та соціальна перцепція (Г.М. Андреєва [6, 7], О.О. Бодальов [25, 26], А.В. Мудрик [171]); невербальні характеристики спілкування (Р.М. Грановська [78], В.А. Кан-Калик [118], Л.І. Уманський [217]); проблеми педагогічного спілкування (М.Й. Боришевський [29], О.В. Киричук [122], Я.Л. Коломінський [129], С.В. Кондратьєва [132], Т.М. Титаренко [215]) та ін.

Проте до цього часу недостатньо вивченим залишається технологічний процес організації міжособистісного спілкування учнів у типологічних групах та парах, особливості такого спілкування в процесі навчально-пізнавальної діяльності на уроці. Численні дослідження педагогів і психологів доводять, що потреба у спілкуванні досить часто переважає над усіма іншими факторами, що приваблюють дітей і підлітків до школи.

Спілкування лежить в основі нормального психічного розвитку індивіда. У процесі спілкування формуються не лише пізнавальні здібності людини, а й інтегральні складові психічного життя: самореалізація, самооцінка, усвідомлення власного "Я", засвоюються прийоми протидії зовнішньому тискові, виробляються критерії ставлення до інших людей і т.п. Як зазначає Л.С. Виготський [54], спілкування є основною рушійною силою розвитку дитини.

У психологічній та педагогічній літературі визначення спілкування індивідів неоднозначні. Так, П.А. М'ясоїд вважає, що "спілкування – багатоплановий процес встановлення і розвитку контактів між людьми, який передбачає обмін інформацією, певну тактику і стратегію взаємодії, сприймання розуміння суб'єктами спілкування один одного" [160, с.210].

А.Г. Спіркін під спілкуванням розуміє процес вироблення певної інформації, загальної для людей, що спілкуються, і породжує їх спільність [210].

А.Т. Ішмуратов вказує, що спілкування – це спільна діяльність з реалізації інтересів, яка координується шляхом обміну думками і регулюється загальними нормами [113].

Однак проблеми спілкування учнів в навчально-пізнавальній діяльності все ще залишається не однозначними на рівні практичних запитів. Можна перерахувати багато навчальних ситуацій, в яких учні у формі діалогу обмінюються різною інформацією, змістовими відомостями, навчальним досвідом. Самі відомості, поки вони не осмисленні та не включені у відповідну систему знань, ще не є знаннями учня. Тому пізнавальне спілкування повинно бути направленим на обмін інформацією та узагальнення набутого досвіду.

На нашу думку, визначення спілкування необхідно конкретизувати. Отже, базовим визначенням спілкування для нашого дослідження приймаємо визначення пізнавального спілкування як спілкування, що реалізує всі функції пізнання на конкретному предметному матеріалі за

певний проміжок часу на уроці математики і в позаурочний час: позакласна робота, гуртки за інтересами тощо.

Структура спілкування, за класифікацією Л.М. Фрідмана, складається з трьох взаємопов'язаних компонентів: 1) комунікативного (обмін інформацією між людьми у процесі спілкування); 2) інтерактивного (організація взаємодії між індивідами); 3) перцептивного (процес взаємного сприймання партнерів по спілкуванню і встановлення на цій основі емоційного ставлення один до одного) [221, с.46]. Учасниками спілкування є індивіди, люди зі своїми інтересами і власними Я-концепціями. На уроках учасниками спілкування є вчитель і учні, учень і учні, учень і учень.

Д.Б. Ельконін [232] виокремлює спілкування з товаришами в особливу сферу життя підлітків, так в 13-15 років учні виявляють прагнення до спілкування з однолітками. Спілкування в групі однокласників дозволяє дитині вступати в пізнавальні стосунки, викликає у дитини потребу враховувати позицію іншого, оцінювати, приймати чи не приймати її, погоджуватись чи не погоджуватись з нею, а головне – мати власну думку, відрізняти її від чужої чи погоджуватися з думкою інших, вміти захищати її, не руйнуючи внутрішнього світу іншої особи.

Спілкування учнів на уроці тільки з учителем, який вчить виконувати певні дії, а потім оцінює їх виконання, сприяє вихованню в учнів вертикальної підлеглості виду "зверху вниз". Учитель завжди правий і його дії є взірцем. Рівноправність стосунків виключається, а для підлітка вкрай важливим є взаєморозуміння.

Нерідко спілкування учнів між собою здається вчителю несерйозним або незмістовним. Але виявляється, що саме таке спілкування дає дитині значніший соціальний досвід сприймання зовнішнього світу, а ніж уроки відповідальності, які дає їм учитель. Набуті навички самопізнання і самооцінки уможливлюють позитивне самовиявлення. Адже порівняння з учителем учень завжди "програє", тоді як серед однолітків перед ним

наочно розкривається ідея рівноправності. Тут завжди є необхідність і можливість порозумітися з іншим, скоординувати власні дії з чужими.

За висновками В.А. Кольцової, “у спілкування відбувається обмін інформацією, знаннями, способами дії, почуттями та настроями, що призводять до вирівнювання рівня інформованості учасників сукупної діяльності, виникнення деякого спільного фонду “сукупного суб’єкта” спілкування” [130, с.19].

Відбувається спільне обговорення та відпрацювання гіпотез, шляхів та способів розв’язування задач, взаємна корекція ідей та думок, їхнє уточнення та збагачення, що в результаті сприяє відсіюванню крайніх позицій, звуженню зони пошуку. Спілкування впливає на динаміку пізнавальних процесів через мотиваційну сферу людини, оскільки інтерес частіше виникає до ситуації взаємної дії або спілкування, а вже потім безпосередньо трансформується в інтерес до задачі.

На думку А.В. Брешлінського, “основну особливість спілкування закладено в тому, що відкриваючи у пізнаваному об’єкті щось істотно нове, суб’єкт перетворює останнє у предмет соціальної рефлексії та комунікації з метою довести собі та іншим істинність, істотність новизни та суспільної значущості здійснення відкриття. У такому розумінні будь-яке пізнання об’єкта суб’єктом є одночасно спілкування з іншими суб’єктами, воно просто неможливе без такого спілкування, яке виступає у нескінченно різноманітних конкретних формах. При цьому слід враховувати, що у ході мислительної діяльності саме спілкування підкоряється пізнанню та служить його цілям, а не навпаки” [31, с.69]

Учні вступають у спілкування для досягнення певної мети, яка окреслена рамками ситуації спільної роботи. Підготовча діяльність полягає в опануванні учнями технологією пізнавального спілкування у груповому навчанні, яка передбачає послідовний перелік способів виконання потрібних дій:

1. Усвідомлення мети спілкування: компроміс між своїм „Я” і групою. Необхідно встановлювати ієрархію індивідуальних та групових завдань.
2. Прийняття правил участі у спілкуванні як правил поведінки учасників. Учні повинні мати повну уяву про дозволені і недозволені форми спілкування, про бажані і небажані способи переконань, які відображають соціальну дійсність і регулюють спільну діяльність.
3. Розподіл ролей учасників. У рамках різних ситуацій учень може виконувати різні ролі (консультант, лідер, виконавець, організатор тощо). Тому перед початком спілкування необхідно з’ясувати роль

   кожного учасника.
4. Погодження зовнішньої атрибутики спілкування. Розрізняємо вербальні і невербальні знаки учнів. Прикладом таких дій може служити згода (нахил голови, мовне супроводження, своя система символів та знаків).
5. Реалізація взаємодії учасників. Як правило, вона виражається у навчально-пізнавальному діалозі і спільній практичній роботі.

Отже, організаційні зусилля вчителя повинні бути направлені на забезпечення певних передумов:

1) Двостороння схема комунікацій.
2) Прийняття участі у спілкуванні всіх членів групи та обов’язкова заборона висловів “Я не знаю”, “Я не вмію”.
3) Визнання авторитетності тих тверджень, що обґрунтовуються теоремами та аксіомами.
4) Заохочення конструктивної полеміки між членами групи.
5) Відкрите обговорення дискусійних питань.
6) Створення робочої атмосфери.

Групова робота на уроках геометрії може здійснюватись за різними схемами. Наприклад, Х.Й. Лійметс [155, с.5-6] пропонує таку структуру навчальних занять:

1. Підготовча частина:

а) постановка пізнавальної задачі (проблемної ситуації);

б) інструктаж про послідовність роботи;

в) роздача дидактичного матеріалу по групах;

2. Групова робота:

а) ознайомлення з матеріалом, планування роботи в групі;

б) розподіл завдань в групі;

в) індивідуальне виконання завдання;

г) обговорення індивідуальних результатів роботи в групі;

д) обговорення спільного завдання групи (зауваження, доповнення, уточнення, узагальнення);

е) підведення підсумків групового завдання.

3. Заключна частина:

а) повідомлення про результати роботи в групах;

б) аналіз виконання пізнавальної задачі;

в) загальний висновок про групову роботу і досягнення поставленої задачі (розв’язання проблемної ситуації).

Такий порядок дій регламентує процес виконання завдання в групі, а його реалізація передбачує спілкування між учнями. З врахуванням цього фактора схема організації групової роботи учнів на уроках може бути такою:

1. Підготовка до виконання завдань (постановка навчально-пізнавальної задачі; вказівка на послідовність роботи; ознайомлення з порядком опрацювання роздаткового матеріалу; роздача диференційованих дидактичних матеріалів).

2. Організація групової роботи (формування груп та планування їх роботи; розподілення завдань між членами групи; індивідуальне виконання завдання).

3. Самостійна групова робота учнів над проблемою (спілкування в процесі роботи в системах: учень-учень, учень-група учнів, учень-комп'ютер, пара учнів-комп'ютер, мала група та ін; робота за вказаним порядком дій; розв'язування за алгоритмом і т.д.; спілкування, оцінка результативності роботи кожного члена групи; доповнення, уточнення, узагальнення завдання; підведення підсумків виконання групового завдання).

4. Підсумок роботи в групі (звіт про виконану роботу кожної групи; загальний висновок про групову роботу та про досягнення поставленої мети).

Під час групової роботи вчитель виконує різні функції: контролює хід роботи, відповідає на запитання, консультує, регулює суперечності, надає індивідуальну допомогу учням. Деталізуємо роботу вчителя, учня та групи на кожному етапі запропонованої схеми.

На першому етапі вчитель працює з усім класом. Функції вчителя – постановка навчально-пізнавальної задачі; вказівка на послідовність роботи учнів та роздача диференційованого дидактичного матеріалу. Учні в даний момент сприймають інформацію та вирішують кожен для себе, на якому рівні йому працювати.

На другому етапі відбувається організація групової роботи. Учні, ознайомившись із завданням, створюють групи (по 4 учні) так, щоб працювати над єдиним завданням; вибирають лідера (при необхідності вчитель радить лідера з числа учнів, що входять до групи); планують послідовність роботи групи та індивідуально виконують завдання. На даному етапі роботи груп вчитель контролює хід роботи та врегульовує організаційні суперечності в міру їх появи.

На третьому етапі група працює над вирішенням проблеми, яка поставлена перед усією групою. Прогностичне, спорадичне спілкування

учнів в групі переростає у пізнавальне. На даному етапі кожен учень представляє групі своє бачення проблеми і шляхи її вирішення. Далі відбувається колективний вибір найбільш ймовірної гіпотези та шляхів її розв'язування. Учні опрацьовують вибраний спосіб дій у своїх зошитах, спілкуючись між собою. Формуються та формулюються висновки. Вчитель на даному етапі контролює хід роботи груп та, при необхідності відповідає на запитання членів групи.

Четвертий етап – підсумок роботи в групі. Даний етап узагальнює роботу в групі та роботу груп. Узагальнення групової діяльності може відбуватись так:

1. Складання та обмін пропозиціями для представлення звіту про виконання роботи в групі, комплектація потрібного набору запитань.
2. Відповідь кожного члена групи на дані запитання та корекція їх відповідей.
3. Складання або добір групами серії завдань на застосування результатів, одержаних у груповій роботі.
4. Оцінювання роботи групи та кожного члена групи окремо.

Отже, вслід за О.Г. Ярошенко [236], характерними ознаками групової навчальної діяльності розглядаються:

– єдина мета і спільна мотивація, поділ діяльності на функціонально зв'язані складові;
– інтеграція індивідуальних дій в єдину діяльність групи;
– спільне співпереживання успіху у навчанні; самоуправління й саморегуляція навчальних дій;
– єдиний простір та одночасність здійснення навчальної роботи всіма членами групи; колективна оцінка й гласність досягнутих результатів.

Спілкування між групами виникає у процесі обміну завданнями та ознайомлення з представленими результатами діяльності. На даному етапі вчитель організовує колективну роботу класу, корегує результати роботи кожної групи і оцінює їх роботу та роботу класу в цілому за результатами

оцінювання кожного члена групи лідером. Лідер в групі оцінює (за попередньо сформованими вчителем критеріями оцінювання знань учнів): усну відповідь кожного члена групи; правильність виконання письмових завдань; активність кожного члена групи під час виконання групового завдання. Після всіх видів перевірки, здійсненої самими учнями, виставлену лідером оцінку, при необхідності, вчитель додатково може перевірити й оцінити, вдаючись до наявних у методиці різноманітних форм, методів і видів контролю.

Ми згодні з висновком О.Г. Ярошенко, що навчальне спілкування школярів доводить його педагогічну ефективність, яка полягає в тому, що: а) зростають обсяг і глибина засвоєння матеріалу; б) на формування умінь витрачається менше часу, ніж під час фронтального опитування; в) зростає пізнавальна активність і самостійність школярів; г) змінюється характер стосунків між учнями в бік згуртованості, взаєморозуміння, доброти і людяності; д) зникають деякі дисциплінарні труднощі [236, с.40].

Під час організації навчання на уроках геометрії в рамках групової роботи необхідно використовувати: а) індивідуальну роботу одного учня; б) роботу в парі; в) роботу в групі; г) міжгрупову роботу.

Зауважимо, що під час переходу на інший рівень роботи необхідно проводити корекцію знань. У парах будь-якого типу в кожний момент половина учнів працює над завданням, а інша половина учнів контролює. Потім школярі міняються ролями. Робота в парах надає змістові підстави для пізнавального спілкування.

Засадничі протиріччя, як рушійні сили процесу пізнавального спілкування на уроках геометрії, виникають у груповій роботі за таких моментів: реалізація запитів учня і вдоволення його амбіцій; стимулювання до продовження спілкування і пробудження власної пізнавальної активності; ефективне досягнення групової мети і реалізація індивідуально сформованих цілей.

Види пізнавального спілкування ємні за змістом і розмаїті за способом виконання: спільна діяльність, взаємодопомога, взаємоконтроль. Вони діалектичні за природою поєднання негативних і позитивних якостей:

1) Допомога надається підказуванням результатів роботи та відповідей на поставлені запитання, виконанням роботи за товариша, списуванням письмових завдань тощо.

2) Допомога надається постановкою спрямовуючих запитань, вказуванням на помилки, корекцією самостійної роботи товариша, демонстрацією (на власному прикладі) процесу вивчення теми або виконання завдання тощо.

Перший напрям взаємодії учнів непродуктивний. Він затримує розвиток пізнавальної активності і є фактичною основою для виявлення розумового ледарства. У другому випадку спілкування продуктивне і двостороннє, бо його організаторами і виконавцями стають учні.

Навчально-виховний вплив спілкування знаходить у підтвердженнях О.Г.Ярошенко. На її думку, не лише зміст навчальних предметів і використані методи навчання, але й вся система стосунків, що складаються в процесі навчання між суб'єктами навчальної діяльності справляють виховний вплив на учнів [236, с.44].

Ми припускаємо, що пізнавальне спілкування можливе і дієве за наявності вмінь учнів:

1) Задавати по змісту навчального матеріалу запитання.
2) Відповідати на геометричні запитання, що стосуються навчального матеріалу.
3) Перевіряти розв'язання.

В процесі традиційного навчання геометрії запитання вчителя лише підказують область пошуку розв'язання. Якщо ж навчання направлено на розвиток особистості, то характер запитань інший – направлений на формування загальних прийомів аналізу і розв'язування цілого класу задач. Для прикладу можна навести такі запитання:

1. Які фігури описані в умові задачі?

2. Які елементи відомі в цих фігурах?

3. Що відомо про кожний елемент?

4. Чи можна знайти залежність між відомими та невідомими елементами фігур?

Такі запитання організують роботу учнів на початковій фазі розв'язування задачі – аналізі умови. Запитання, які утворюють систему орієнтирів, можна використовувати і для дослідження проблеми. Вони допомагають зрозуміти суттєві закономірності та встановити взаємозв'язок нового матеріалу з раніше вивченим.

Для самостійного опрацювання матеріалу учням необхідно навчитися ставити перед собою запитання. Для цього потрібно розуміти логічну конструкцію навчальної інформації: кожен текст містить змістовий суб'єкт (тему) і змістовий предикат (те, що говориться про неї, її розкриття, сутнісна деталізація). Запитання до змістового суб'єкту розкривають зміст. Запитання до змістового предикату: що говориться про це? Що за допомогою цього можна довести (пояснити)? Уміння задавати запитання собі та партнерам дозволяє учням усвідомити суттєві інформаційно-логічні моменти навчального матеріалу.

Досвід показує, що поштовхом для роздумів є запитання, направлені на виконання основних розумових операцій: аналізу, синтезу, порівняння, абстрагування, узагальнення. Необхідно навчити учнів ставити запитання на позитивному психологічному фоні. Спочатку потрібно схвалювати всі запитання учнів, але відмічати найбільш змістовні. Тренувальним етапом уроку можна взяти пояснення нового матеріалу, якщо кожне нове поняття, яке вводиться, всебічно аналізувати. Спочатку виникають найпростіші запитання: "чому?", "де?". Поступово форма і зміст запитань збагачується і учні вимогливіше ставляться до пояснення вчителем або товаришем нового матеріалу.

Запитання можна класифікувати по-різному. Нами апробувався під час вивченні геометрії такий поділ [145]:

1) за видом навчальних задач;

2) за сприйманням (змістова, операційна або мотиваційна сторона навчальної діяльності);

3) за формою (явні і неявні);

4) за типом активності (продуктивна або непродуктивна);

5) за видом активності (розумова, мнемічна, перцептивна і т.д.);

6) за рівнем узагальнення запитань.

Проілюструємо кожен тип запитання прикладом:

- *Чому дорівнюють значення синуса, косинуса і тангенса кутів 30^0, 45^0, 60^0?*
- *Як виражається катет прямокутного трикутника через гіпотенузу і гострий кут?*
- *Який трикутник називається рівнобедреним? Поясніть, як ви розумієте поняття "обернена теорема.*
- *Відтворіть доведення теореми про властивість медіани рівнобедреного трикутника, проведеної до його основи.*
- *Доведіть, що у рівнобедреному трикутнику бісектриса, проведена до основи, є висотою і медіаною.*

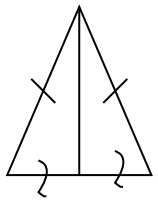


Рис. 1.7

- *Яку властивість якого трикутника зображено на рисунку 1.7?*
- *Чи можна сформулювати ознаки рівності рівнобедрених трикутників? Спробуйте це зробити. Чим вони відрізняються від ознак рівності довільних трикутників?*

Характеристика продуктивності запитання деталізується його постановкою в аспекті: а) посильності; б) складності; в) проблемності; г) нечіткості.

Ми розуміємо під посильним запитанням те запитання, на яке учень здатний відповісти на основі безпосередньо вивченого матеріалу, без зовнішньої допомоги.

Наприклад, під час вивчення теми "Трикутники" (7 клас) запитання *"Який кут називається зовнішнім кутом?"* є посильним запитанням, бо

відповідь на дане запитання належить до базової інформації і тільки відтворює вивчений матеріал.

Запитання вищого рівня складності вимагає застосування певних логічних перетворень вивченого змісту, творчого використання раніше набутих знань: *“Чи існують ознаки рівності тупокутних трикутників?”*.

Проблемні запитання спонукають учнів формулювати наявні в них ідеї, що входять у протиріччя з існуючими уявленнями: *”Як можна знайти суму кутів трикутника не використовуючи транспортир?”*. Дане запитання формулюється перед вивченням теми ” Сума кутів трикутника”.

Запитання з нечіткістю у формулюванні передбачають неоднозначність у відповідях: *”Якщо дві сторони і три кути одного трикутника дорівнюють відповідно двом сторонам і трьом кутам другого трикутника, за якою ознакою ці трикутники рівні?”*.

Розв’язування диференційованих завдань з геометрії в групах чи парах передбачає спілкування. У спілкуванні учнів доцільно виділяти вислови та звертання.

Вислови можна поділити на дві групи за обставинами появи:

1) ініціюючі – ті, які виникають за власної ініціативи учня, незалежно від дій учасників;
2) відповідні – виникнення яких пов’язано з діями партнерів.

Звертання можна поділити на відкриті і закриті. Відкриті звертання адресовані конкретній особі і містять пряме спонукання до дії. Наприклад, закриті звертання частіше адресуються у простір спілкування групи і мають узагальнювати зміст роботи. Вислови-звертання можуть бути завершеними або незавершеними. Реакція учнів у першому випадку відбувається в умовах згоди; у другому – в умовах незгоди.

Заслуговує на увагу висновок Г.А. Цукерман стосовно того, що “відношення “учень-учитель” реально існує, а спільна навчальна робота дітей, що передбачала б їхнє безпосереднє звернення один до одного за порадою і допомогою, обмін думками між ними без посередництва вчителя,

зустрічається вкрай рідко у вигляді виключення чи дисциплінарних порушень. Діти вчаться поруч, але не разом" [225, с.38-39]. За умов групової навчальної діяльності вагомим фактором підвищення ефективності навчальної праці стають суб'єкт-суб'єктні стосунки, що виникають між її співвиконавцями. Тому є всі підстави очікувати більш високих індивідуальних результатів учіння школярів, так групове навчання базується на сумісних діях і пізнавальному спілкуванні. Завдяки координованим навчальним зусиллям створюється атмосфера, в якій учні вільно запитують, висловлюють власні думки, сприймають думки інших членів групи.

Групова робота учнів є передумовою впровадження диференціації у навчальний процес. З огляду на необхідність здійснення допрофільної підготовки учнів у 8-9 класах проблема диференціації навчання стає особливо актуальною.

ВИСНОВКИ ДО ПЕРШОГО РОЗДІЛУ

В основу дисертаційного дослідження був покладений диференційований підхід до організації навчальної діяльності учнів і обґрунтована актуальність методики рівневої диференціації як сукупності форм і методів навчання, що враховують індивідуальні особливості учня, його потреби, можливості та інтереси. На основі аналізу психолого-педагогічних і методичних досліджень, наявного досвіду практичних працівників освіти були визначені положення реалізації рівневої диференціації навчання геометрії в основній школі з огляду на мету та гіпотезу дослідження:

1. Рівнева диференціація – ефективний спосіб організації навчальної діяльності школярів під час вивчення геометрії, за умови поєднання колективної роботи з груповою формою навчання та дозованої адресної допомоги вчителя.
2. Рівнева диференціація – це організація навчання не за різними програмами, а організація роботи на різних рівнях, яка має на меті оволодіння учнями програмовим матеріалом залежно від своїх індивідуальних особливостей і запитів.
3. Пропонований варіант втілення диференціації повинен ґрунтуватися на індивідуальній та колективній роботі учнів, об’єднаних у групи за рівнем навчальних можливостей. Змістовий пласт рівневої диференціації забезпечує використання різнорівневих групових та індивідуальних завдань.
4. Спілкування, яке виникає в груповій роботі, виконує пізнавальні функції, а отже, є пізнавальним за природою і перетворюється у діяльнісний елемент і конструктивну базу продуктивної роботи групи.
5. У процесі теоретичного дослідження виникла гіпотеза, що пізнавальне спілкування можливе і дієве за наявності таких навчальних умінь учнів:
    1) задавати по змісту навчального матеріалу запитання;

2) відповідати на геометричні запитання, що стосуються навчального матеріалу;
3) перевіряти розв’язання.

6. Диференційовані завдання є давно відомим і ефективним засобом здійснення індивідуалізації в організації навчальної діяльності, але їх застосування в груповій роботі учнів у масовому педагогічному досвіді є мало освоєним компонентом завдяки відсутності потрібного методичного забезпечення.

Аналіз практичного аспекту проблеми рівневої диференціації підтверджує актуальність обраної теми дослідження. На нашу думку, визначальними компонентами професійного забезпечення навчання можна прийняти:

1) знання вчителем індивідуальних особливостей учнів, вміння визначати рівень готовності учнів до засвоєння навчального матеріалу;
2) визначення чіткої системи цілей навчання, які повинні прийняти учні;
3) прогностичне конструювання рівневого навчального процесу з організацією групової роботи;
4) компонування і реалізація запланованого циклу завдань, що розкривають рівневий зміст навчальної діяльності школярів;
5) одержання інформації про хід діяльності, контроль і корекція поточних результатів;
6) уточнення ступеня досягнення цілей навчання, внесення потрібних змін;
7) варіативну підсумкову оцінку результатів, що допускає корекцію за умови індивідуального доопрацювання змісту вивченого.

Отже, рівнева диференціація створює необхідні умови для різнорівневої організації навчальної діяльності учнів. Визначення основних її складових дозволяє ефективно реалізувати можливості навчального

процесу для розвитку кожного школяра, відповідно рівня його навчальних досягнень і запитів, тим самим здійснюючи допрофільну підготовку учнів.

РОЗДІЛ 2
МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ТРИКУТНИКА В УМОВАХ РІВНЕВОЇ ДИФЕРЕНЦІАЦІЇ

2.1. Методичні особливості вивчення властивостей трикутника в умовах рівневої диференціації

Диференціація навчання є запорукою розвитку учнів з різними можливостями у вивченні геометрії. Упровадження рівневої диференціації передбачає продуктивне використання групової діяльності учнів на всіх етапах уроку.

Спілкуючись під час роботи у групі, учні отримують можливість з'ясовувати незрозумілі для себе запитання, своєчасно виявляти і виправляти допущені помилки, навчатися вислуховувати думку свого товариша, доводити правильність власних суджень, приймати колективні рішення.

Відомо, що саме у школярів-підлітків (13-15 років) послаблюється зв'язок із учителем, і навпаки, з'являється інтерес до спілкування зі своїми ровесниками. Практика свідчить про ефективність організації групової роботи учнів, яку доцільно продовжувати використовувати в основній школі.

Групова робота на уроці не може бути самодостатнім процесом. У структурі уроку вона органічно поєднується з фронтальною та індивідуальною формами організації діяльності учнів. Дидактикою опрацьовано різні варіанти поєднання цих форм. Цікаві варіанти послідовної реалізації фронтальної, групової та індивідуальної робіт запропонував І.М. Чередов [227]:

Ф+Г+І або Г+Ф+І,

де фронтальна робота (Ф), групова робота (Г), індивідуальна робота (І). Дані поєднання вказують тільки на комбіновану форму роботи в класі, не розкриваючи технологію проведення уроку. Відсутні вказівки на види

пізнавальних завдань, які розглядаються під час фронтальної, групової та індивідуальної формах навчання.

Р.А. Хабіб [222] деталізував варіанти поєднання цих форм, доповнюючи їх видами необхідних пізнавальних завдань. Для групової та індивідуальної робіт він пропонує використовувати єдині (є) і диференційовані (д) завдання у такій послідовності:

1) К→ $Г_є$→ $І_д$→ $Г_є$→ К;

2) К→ $Г_є$→ $І_є$→ $Г_є$→ К;

3) К→ $Г_є$→ $І_є$→ ⌈+$І_д$⌉→ $Г_є$→ К;

4) К→ $Г_д$→ $І_є$→ $Г_д$→ ⌈К⌉;

5) К→ $Г_д$→ $І_д$→ $Г_д$→ ⌈К⌉;

6) К→ $Г_д$→ $І_є$→ ⌈+$І_д$⌉→ $Г_д$→ ⌈К⌉, де (К) – колективна робота.

Наявність дужок вказує на те, що окремі ланки не обов'язкові і можуть бути опущені. Дані варіанти поєднують тільки організаційні форми роботи на уроці, не враховуючи його тип та дидактичну мету, і тому вимагають подальшої розробки.

Досліджуючи додатковий фактор впливу типу уроку геометрії, І.Я. Василенко [41] подає схеми поєднання фронтальної, групової та індивідуальної форм роботи з огляду на тип уроку:

1) на уроках вивчення нового навчального матеріалу:

а) $Ф_а$→ $Ф_{н.м.}$→ $І_є$→ $Г_є$→ Ф;

б) $Ф_а$→ $Г_є$→ Ф→ $Г_є$→ Ф;

в) $Ф_а$→ $Ф_{н.м.}$→ $Г_є$→ ⌈$Г_д$⌉→ Ф;

г) $Ф_а$→ $Г_є$→ Ф;

2) на уроках формування вмінь розв'язувати вправи:

а) $Ф_а$→ $Г_є$→ $Г_д$→ $І_д$→ Ф;

б) $Ф_а$→ $Г_д$→ Ф;

в) $Ф_а$→ $Г_є$→ Ф→ $І_є$→ ⌈Ф⌉;

г) $Ф_а$→ $Г_д$→ Ф→ $І_д$;

3) на уроках узагальнення і систематизації знань учнів:

а) $Ф_п \rightarrow Г_є \rightarrow |I_є| \rightarrow Ф$;

б) $Ф_п \rightarrow Г_д \rightarrow |I_д| \rightarrow Ф$, де Ф, $Ф_а$, $Ф_{н.м.}$, $Ф_п$ – фронтальна форма організації діяльності відповідно під час актуалізації, вивченні нового матеріалу, повторенні вивченого матеріалу [41, с.67].

Пропоновані послідовності чергування організаційних форм навчання не повністю реалізують можливості вчителя використовувати дані поєднання відповідно до типу уроку. Проаналізуємо запропоновані схеми зі сторони дій учителя і учня на уроці.

На уроках вивчення нового матеріалу актуалізація опорних знань проходить у вигляді фронтального опитування без вказівки на усну чи письмову форму. Ці аспекти потребують подальшої методичної деталізації.

Етап пояснення нового матеріалу також відбувається у фронтальній організації діяльності учнів. Учитель – носій нової інформації, а учень сприймає цю інформацію, тобто стає споживачем.

Для первинного закріплення нового матеріалу вчитель пропонує у вигляді фронтальної, групової або індивідуальної форм роботи єдине (спільне) завдання або вправу. Це позитивний момент з огляду на необхідність зразка оформлення дій.

На уроках формування вмінь розв’язувати задачі, знову ж таки, для актуалізації опорних знань та вмінь використовується фронтальна форма роботи. І тільки пізніше з’являються диференційовані завдання для групової та індивідуальної форм навчання.

Аналогічна схема роботи учнів та вчителя на уроках узагальнення і систематизації знань учнів. З вище сказаного можна зробити висновок: для актуалізації опорних знань та умінь використовується тільки фронтальна робота; групова та індивідуальна форми навчання, що передбачають диференційовані завдання, використовуються на уроках формування вміння розв’язувати задачі та узагальнення і систематизації знань учнів.

Отже, дана схема обмежує роботу учнів над подальшим підвищенням рівня навчальних досягнень та дозволяє колективно сприймати нову інформацію, а не самостійно здобувати її.

Ми пропонуємо групову диференційовану роботу поєднувати з індивідуальною і використовувати це поєднання на всіх етапах уроку: під час актуалізації опорних знань, вивченні нового матеріалу, формуванні вмінь розв'язувати вправи.

У педагогіці існують різні підходи до класифікації уроків:

- за дидактичною метою (І.М. Казанцев [115], І.Т. Огороднiков [177], В.О. Онищук [178]);
- за дидактичними завданнями, що розв'язуються на уроці (М.М. Яковлев, А. Сохор [235]) та ін.

У нашому дослідженні за основну класифікаційну ознаку прийнято дидактичну мету та переважаючий вид пізнавальної діяльності учнів, тобто визначальною приймається пізнавальна функція уроку. Урок, на якому учні самостійно здобувають навчальну інформацію, а вчитель тільки допомагає їм у цьому, найцінніший урок для розвитку учня. Згідно такого підходу виділимо пізнавальні етапи уроку, які розкривають логіку навчально-пізнавальної діяльності:

- актуалізація потрібного навчального досвіду (актуалізація знань: теоретичних відомостей, способів виконання дій та життєвого досвіду учнів);
- пояснення нового матеріалу та повідомлення способів виконання дій;
- формування нового навчального досвіду;
- узагальнення і систематизація набутого навчального досвіду;
- контроль і корекція набутого навчального досвіду [79].

Усі компоненти підпорядковані дидактичній меті уроку. Учитель визначає, згідно завдань уроку та його місця у системі опрацювання теми, порядок слідування та поєднання окремих компонентів. Сукупність різних варіантів їх взаємодії формує структуру уроку, зумовлену його цілям. Число

можливих поєднань даних компонентів уроків та врахування перестановок дає право говорити про виправдану відмову від статичної типізації уроків на спеціалізовані та комбіновані, адже всі вони комбіновані за своїм структурним підходом.

Для конкретизації змісту вияву технології вивчення властивостей трикутника в умовах рівневої диференціації на уроках геометрії розглянемо її використання на кожному з трьох провідних пізнавальних етапів:

1) пояснення нового матеріалу;
2) формування нового навчального досвіду учнів;
3) контроль і корекція набутого навчального досвіду.

Під формуванням нового навчального досвіду учнів розуміємо сукупність знань, умінь, навичок учнів та їх вміння поповнювати свій навчальний досвід.

2.1.1. Пояснення нового матеріалу

Дидактичною метою уроків вивчення нового матеріалу є опанування учнями новим навчальним матеріалом (вивчення означень, аксіом, теорем і т.д.). Етап пояснення є одним із провідних, оскільки результативність усіх інших етапів значною мірою визначається якістю його проведення. Подальша організація вивчення нового залежить від особливостей опрацювання учнями потрібної навчальної інформації.

Вивчення теорем і їх доведення в курсі геометрії починається з 7 класу і посідає значне місце в навчальному матеріалі. Підручник О.В. Погорєлова [190] містить у сьомому класі 17 теорем, у восьмому – 19 теорем, у дев'ятому – 14. Крім того, в даному підручнику передбачено значну кількість задач на доведення. Як зауважує З.І. Слєпкань, під час вивчення певної теми на рівні обов'язкових результатів навчання учні повинні знати формулювання теореми, основні етапи доведення, найважливіші обґрунтування і найпростіші застосування теореми; на рівні оцінки "4" - "5" (кількісний вимірник подається за попередньою системою з

огляду на авторський текст) вміти доводити і застосовувати теорему в складніших випадках [208, с.66]. Таким чином, згідно своєї методики, З.І. Слєпкань проблему навчання доведень розчленовує на кілька навчальних задач, які розв'язуються послідовно: 1) вивчення готових доведень, вміння відтворювати їх; 2) самостійна побудова доведення за зразком з вивченим; 3) пошук і виклад доведення за вказаним учителем методом (способом); 4) самостійний пошук і виклад доведення учням [208, с.75].

Г.П. Бевз вказує на те, що окремі доведення вчитель може пояснювати два, три рази. Перший раз – дати доведення в загальних рисах, другий – з повною аргументацією кожного кроку, третій – ще раз повторити хід доведення з наголосами на окремих місцях. Окремі теореми можна пропонувати без доведень, інші – розглядати тільки з частиною учнів [16, с.49]. Виникає питання: "Які теореми можна пропонувати учням без доведень, а які ні?".

Модернізація освіти орієнтує на рівневі навчальні досягнення, а отже, і на рівневе оволодіння стандартом математичних знань. У критеріях оцінювання зафіксовано відтворення доведення лише для учнів достатнього та творчого рівнів навчальних досягнень, а тому не обов'язковим є сприймання доведень теорем усіма учнями класу.

Теоремами з обов'язковим повноцінним доведенням і його відтворенням усіма учнями слід вважати ті, які часто використовуються під час розв'язування задач та доведення інших тверджень. Крім предметної важливості змісту, вони мають значне загальнонавчальне навантаження. Такі теореми вимагають повного спільного опрацювання з класом [81, с. 20].

Т.В. Гришина пропонує рівневі способи організації роботи над теоремою, йдеться про технологічні підходи, за яких створюються і реалізуються навчальні ситуації, близькі прийнятним рівням навчальних досягнень учнів:

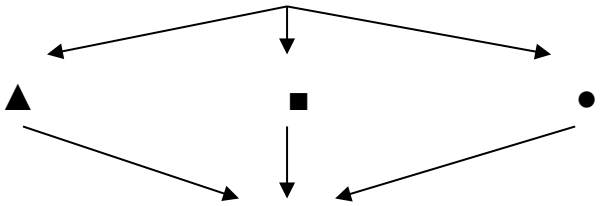
– відповідний зміст навчальної інформації;

– варіативні умови для самонавчання (комунікативні, організаційні);
– активна індивідуалізована навчальна діяльність на посильному рівні [81, с.20].

За методикою Т.В. Гришиної опрацювання теореми ведеться у двох напрямках: навчання пошуку доведення та виконання доведення, яке включає реалізацію знайденого способу та правильну побудову обґрунтувань.

Спільне опрацювання теореми може відбуватися за таким порядком для трьох груп (▲ – учні резервної групи, ■ – учні основної групи, ● – учні перспективної групи):

1. Розв'язування підготовчих задач (задачі, що моделюють використання ідеї доведення в ситуації, яка максимально наближається до умови теореми).
2. Формулювання теореми та її доведення.
3. Опрацювання змісту теореми, випадків її застосування і наслідків



4. Первинне закріплення змісту вивченого

▲ групове розв'язування стандартних вправ на пряме застосування теореми (із правом взаємодопомоги).

■ письмове обґрунтування плану доведення або заповнення пропусків у аргументації.

● відтворення доведення за змінених обставин (малюнка, позначення, спосіб) [81, с.22].

Вибіркове опрацювання доведення теореми:

1. Розв'язування підготовчих вправ,

▲ що розкривають зміст понять, заданих формулюванням теореми.

■● що моделюють геометричні ситуації доведення теореми.

2. Формулювання теореми та її доведення:

▲ індуктивне обґрунтування (перевірка справедливості теореми на прикладі, предметне моделювання).

■● дедуктивне доведення.

3. Опрацювання змісту теореми, випадків її застосування наслідків.

4. Первинне закріплення змісту вивченого:

▲■ розв’язування стандартних вправ розпізнавання випадків застосування теореми.

● доведення наслідків або часткових випадків теореми [82, с.17].

Ми повністю підтримуємо дані напрямки різнорівневого опрацювання теорем і беремо за основу в нашому дослідженні.

За основні структурні компоненти пояснення нового матеріалу приймаємо:

1) актуалізацію потрібного навчального досвіду учнів;

2) опрацювання змісту нового матеріалу;

3) первісне застосування вивченого матеріалу.

Актуалізація потрібного навчального досвіду проводиться з метою підготовки до здійснення провідного виду навчальної діяльності – опрацювання нової інформації. Цей етап, як правило, триває 7-10 хвилин або подається як окремий урок. Технологічні прийоми реалізації можуть бути такими:

1. Індивідуальне опитування:

а) письмове опитування;

б) усне опитування.

2. Групове опитування:

а) усна парна взаємоперевірка;

б) письмова парна взаємоперевірка;

в) груповий взаємоконтроль;

г) групова робота над завданнями з використанням підручників.

3. Колективне опитування:

а) самоперевірка за зразком;

б) фронтальне опитування;

в) програмовані завдання;

г) математичний диктант.

Для прикладу розглянемо змістовий аспект організації актуалізації потрібного навчального досвіду під час вивчення теми "Сума кутів трикутника" (7 клас). Для підготовки до доведення теореми про суму кутів трикутника важливо розв’язати такі завдання:

1. Відрізки KL і MN перетинаються в точці O. Доведіть, що прямі NL і KM паралельні, коли KO=OL, NO=OM (рис. 2.1).

2. Прямі BD і AC перетинаються січними BA і BC. Точки A і D лежать у різних півплощинах від прямої BC, точки C і D у одній півплощині від прямої AB. Назвіть внутрішні різносторонні кути при прямих BD і AC і січній BC; внутрішні односторонні кути при прямих BD і AC і січній AB. Згадайте їх властивості.

3. BD∥AC. Знайдіть на малюнку (рис. 2.2) рівні кути і кути, що в сумі становлять 180^0.

4. AC∥BD (рис. 2.2). Промінь BC проходить між сторонами кута ABD. Знайдіть суму кутів трикутника ABC.

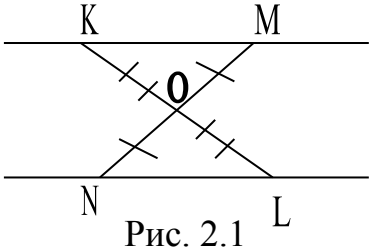


Рис. 2.1

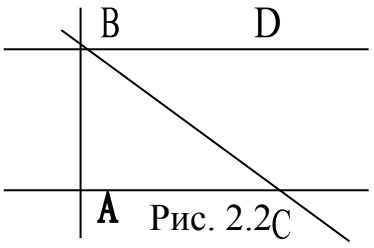


Рис. 2.2

Якщо реалізувати послідовне опитування класу, то на кожне запитання буде відповідати один учень. Таким чином, у роботі будуть брати участь – вчитель, пропонуючи завдання, та учні, що відповідають. Таких учнів буде

від чотирьох до десяти (з урахуванням неправильних відповідей). Але в класі близько 30-35 учнів. За такої організації роботи працює третина учнів.

Змоделюємо групове опрацювання пропонованих завдань. Організуємо роботу наступним способом: поділимо клас на вісім малих груп по 4-5 учнів у кожній групі. За такої організації роботи працюють всі учні класу.

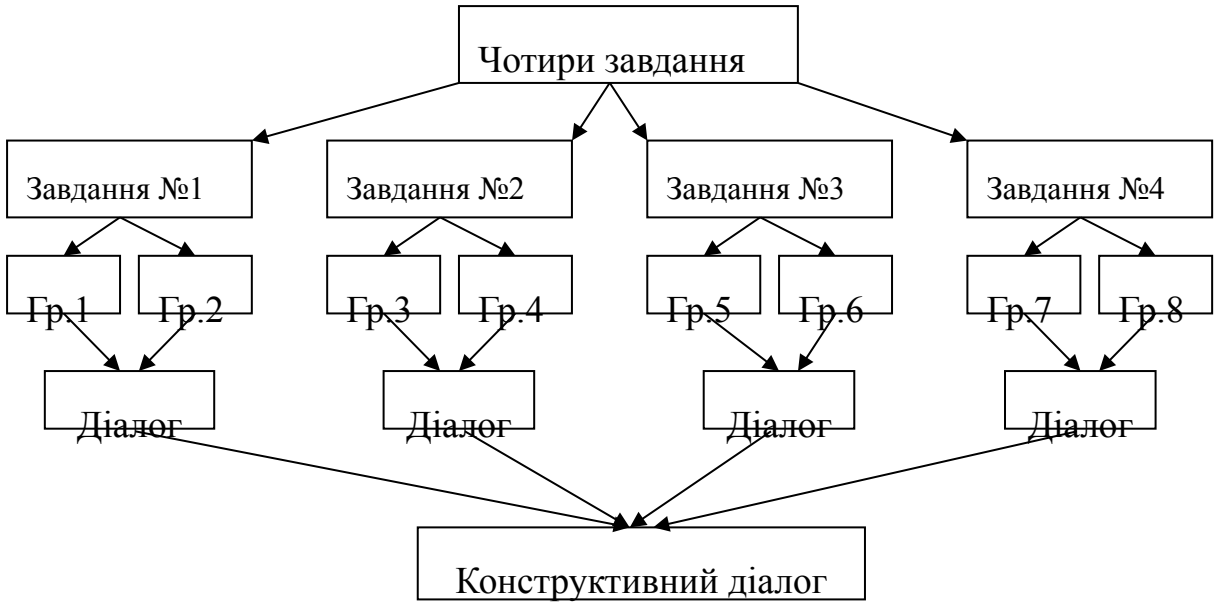


Рис. 2.3

Змоделюємо роботу першої та другої груп. Дані групи окремо працюють над завданням №1: відрізки KL і MN перетинаються в точці O. Доведіть, що прямі NL і KM паралельні, коли KO=OL, NO=OM.

Робота першої групи:

1. Кожен член групи опрацьовує дане завдання, записуючи план відповіді у зошит (рис. 2.4).

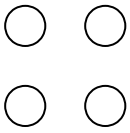


Рис. 2.4

2. Кожен член групи висуває гіпотезу щодо розв’язання даного завдання. Затвердження спільного плану відповіді (рис. 2.5).

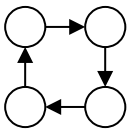


Рис. 2.5

3. Коригування відповіді, вибір відповіді (рис. 2.6).

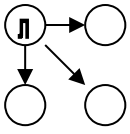


Рис. 2.6

4. Діалог між групами щодо встановлення спільної відповіді на задане завдання (рис. 2.7).

Рис. 2.7

Аналогічним чином працюють учні в інших групах, але учні третьої та четвертої груп розв'язують завдання №2; учні п'ятої та шостої груп – завдання №3; учні сьомої та восьмої груп – завдання № 4.

Підготовлені відповіді на запитання дають можливість учням у конструктивному діалозі ознайомитися з доведенням теореми про суму кутів трикутника. Вчитель формулює теорему і записує на дошці короткий запис даної теореми.

Наприклад:

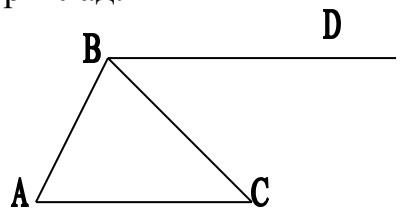


Рис. 2.8

Дано:

ΔABC

Довести: $\angle A+\angle B+\angle C=180^0$.

Вчитель на дошці зображає трикутник, з учнями з'ясовує які елементи задані, що необхідно довести. У формі діалогу записує план доведення на дошці.

1. BD||AC за побудовою (вчитель).
2. $\angle DBC$ і $\angle ACB$ внутрішні різносторонні (один із членів 1, 2 груп).
3. $\angle DBC=\angle ACB$ (один із членів 3, 4 груп), і $\angle DBA+\angle CAB=180^0$ (один із членів 5, 6 груп).
4. $\angle DBA=\angle ABC+\angle DBC$ (один із членів 7 групи).
5. $\angle ABC+\angle ACB+\angle CAB=180^0$ (один із членів 8 групи).

   $\angle B+\angle C+\angle A=180^0$ (клас).

Після доведення теореми вчитель пропонує учням відтворити план доведення теореми в процесі спілкування з членами своєї групи.

План доведення теореми про суму кутів трикутника в зошитах учнів:

1. BD||AC за побудовою.
2. $\angle DBC=\angle ACB$ (як внутрішні різносторонні кути при BD||AC і BC січній).

3. $\angle DBA+\angle CAB=180^0$ (як внутрішні односторонні кути при BD||AC і AB січній).
4. $\angle DBA=\angle ABC+\angle DBC$ (аксіома вимірювання кутів).
5. $\angle ABC+\angle ACB+\angle CAB=180^0$, отже $\angle B+\angle C+\angle A=180^0$.

Етап ознайомлення зі змістом нового матеріалу складається з інформативної діяльності вчителя та активної пізнавальної діяльності учнів. Діяльність учителя включає проведення пояснення нового матеріалу у вигляді діалогу. Діяльність кожного учня класу на даному етапі уроку набирає рис самостійної роботи при сприйманні інформації. З огляду на діяльнісний підхід, урок геометрії перетворюється у пізнавальний діалог між учителем і учнями, в якому колективна робота всього класу поєднується з активною пізнавальною діяльністю кожного. Діяльність вчителя має бути переважно інформативно-управлінською. Учитель:

1) створює проблемну ситуацію, разом з учнями формулює навчальну проблему;

2) спрямовує діяльність учнів на пошуки розв’язання проблеми і оволодіння новими знаннями.

У діяльності учнів стає ведучим змістово-методологічний аспект. Вони:

– усвідомлюють навчальну проблему, висувають гіпотези для її розв’язування;

– "відкривають" способи розв’язування навчальних проблем, оволодівають методами пізнання та новими знаннями.

Навчальний матеріал опрацьовується на трьох рівнях. Перший рівень характеризується як рівень усвідомленого сприймання і запам’ятовування, що зовні виявляється в точному або близькому до тексту відтворенні.

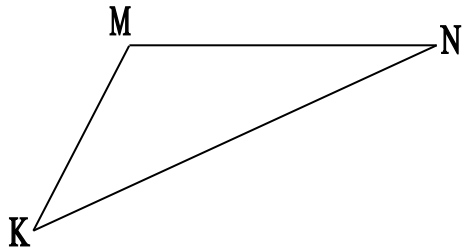
Показники другого рівня засвоєння знань – учні засвоюють способи діяльності і застосовують їх у стандартній ситуації або діють за зразком учителя.

Третій рівень засвоєння відзначається вмінням учня творчо розв’язувати нову для нього проблему та застосовувати засвоєні знання, навички і вміння у новій, незнайомій для нього ситуації.

На першій стадії застосування нового матеріалу відбувається первинне використання знань і способів дій під час розв’язування типових, стандартних завдань. Переважають завдання для реалізації алгоритмізованої діяльності.

Основна мета цих завдань – первинне засвоєння учнями знань. Дії за алгоритми ще недостатньо стійкі, і школярі допускають помилки під час їх застосування. У такій ситуації самоконтроль неефективний, потрібна взаємодія з наступним взаємоконтролем. Тому ми пропонуємо розв’язувати завдання, використовуючи парну форму роботи:

Дано ΔMNK. Вкажіть:



Протилеж-ні сторони	Кути	Сторони, між якими лежить кут
?	∠M	?
?	∠N	?
?	∠K	?

Рис. 2.9

Після індивідуального заповнення таблиці відбувається парний взаємоконтроль. Остаточне засвоєння матеріалу у процесі самостійного розв'язування учнями стандартних і типових вправ відбувається на другій стадії етапу засвоєння знань. Важливим фактором стає поєднання групової та індивідуальної форм навчання. Спочатку учні опрацьовують умову задачі самостійно, а потім у групі обговорюють гіпотези щодо розв’язування. Така організація роботи дає вчителю можливість більш повно індивідуальні знання учнів у колективній діяльності класу, а учням – у спілкуванні з’ясувати правильний хід розв’язування.

Перспективний педагогічний досвід свідчить, що варто організовувати роботу трьох гомогенних видів груп: рівень А, рівень Б, рівень В.

До рівня А належать учні, які мають початковий і середній рівні навчальних досягнень. Вони з утрудненням оволодівають програмовим матеріалом. Для них часто виявляється складним без сторонньої допомоги перехід від відтворення знань до застосування їх на порівняно вищому рівні. На цьому рівні учень повинен відтворювати основні змістові відомості, виконувати завдання за зразком. Ця типологічна група є неоднорідною, а тому учні з середнім рівнем навчальних досягнень – претенденти до переходу до групи рівня Б.

До рівня Б належать учні, які мають достатній рівень навчальних досягнень. Учень повинен знати істотні ознаки понять, явищ, встановлювати зв’язки між ними, вміти пояснювати основні закономірності, самостійно застосовувати знання в стандартних ситуаціях, виконувати розумові операції (аналіз, абстрагування, узагальнення, встановлення і використання аналогії тощо) і виправляти допущені помилки. Відповідь учня повна, правильна, логічно обґрунтована, яка потребує евристичної діяльності. Учень здатний самостійно здійснювати основні види навчальної діяльності, застосовувати знання не лише за стандартних, а й змінених обставин.

До рівня В відносяться учні із високим рівнем навчальних досягнень. Знання учнів є глибокими, міцними, узагальненими, систематичними. Учень вміє застосовувати їх для виконання творчих завдань, його навчальна діяльність позначена вмінням самостійно оцінювати предметні ситуації, явища, факти, виявляти і відстоювати точку зору.

Рівень А

Задача 1. У трикутниках ABC і DBC, AB=DC. Що ще треба знати, щоб зробити висновок про рівність кутів A і D (рис. 2.10).

Рівень Б

Задача 2. Трикутник АВС - рівнобедрений. Доведіть, що трикутник CDF теж рівнобедрений (рис. 2.11).

Рівень В

Задача 3. Дано: АС=АК, ВС=DK. Виведіть з цієї умови якнайбільше наслідків (рис. 2.12).

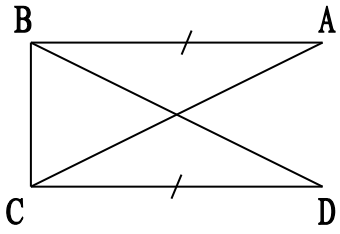


Рис. 2.10

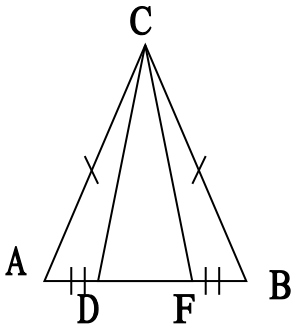


Рис. 2.11

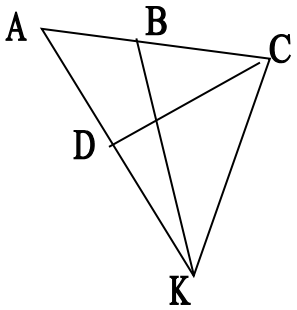


Рис. 2.12

Третя стадія застосування набутого навчального досвіду опрацювання геометричного матеріалу дозволяє перевести учнів на самостійну роботу, яка передбачає високу пізнавальну активність і ґрунтовне засвоєння нового матеріалу. Під час розв'язування завдання учень оперує матеріалом, що вивчив з даної теми і повторює матеріал, раніше вивчений.

До теми "Теорема Піфагора" (8 клас) варіанти завдань можуть бути такими (знаки запитання мають різний колір):

Вкажіть, де можливо, числові значення величин (рис. 2.13, 2.14, 2.15).

Рівень А

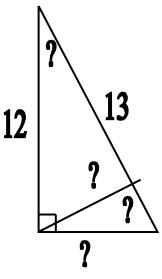


Рис. 2.13

Рівень Б

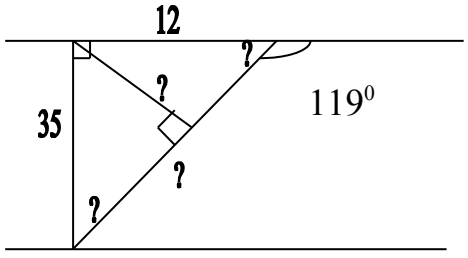


Рис. 2.14

Рівень В

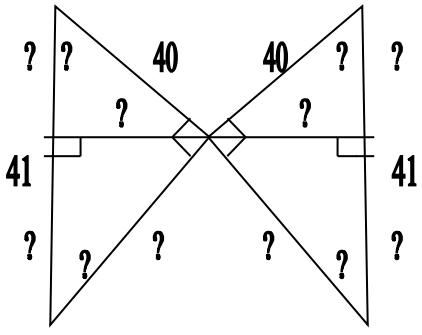


Рис. 2.15

Використання групової роботи на уроках засвоєння нових знань не означає, що варто відмовлятися від фронтальної роботи, адже відомий її позитивний ефект для узагальнення та систематизації знань. Узагальнюючи

схеми, запропоновані І.М. Чередовим [227], Р.А. Хабібом [222], І.Я. Василенком [41], та враховуючи результати дослідження, пропонуємо такі схеми організації роботи учнів на цих уроках:

1) $Г_а \rightarrow Ф_{п.н.м.} \rightarrow |I_д| \leftrightarrow |Г_д| \rightarrow Ф_с$;

2) $Г_а \rightarrow Г_{п.н.м.} \rightarrow |Г_д| \leftrightarrow |I_д| \rightarrow Ф_с$;

3) $Ф_а \rightarrow Г_{п.н.м.} \rightarrow Ф \rightarrow |Г_д| \leftrightarrow |I_д| \rightarrow Ф_с$;

4) $Ф_а \rightarrow Г_{п.н.м.} \rightarrow Г_д \leftrightarrow I_д \rightarrow Ф_с$,

де позначаємо спільні (с) і диференційовані (д) завдання; групова (Г), індивідуальна (І), фронтальна (Ф) форми роботи; актуалізація (а) потрібного навчального досвіду, пояснення нового матеріалу (п.н.м.), наявність дужок вказує, що окремі ланки можуть бути опущені.

Дані поєднання дають змогу вчителю вибрати таку схему організації уроку, яка є оптимальною та ефективною для засвоєння учнями геометричного матеріалу з огляду на пізнавальні можливості і запити класу. Наведемо приклад організації пояснення нового матеріалу на тему "Ознаки рівності трикутників" (7 клас) за четвертою схемою.

Для того, щоб застосувати на практиці дану схему, необхідно провести підготовчий урок, фрагмент якого подаємо нижче.

Тема уроку. Означення рівності трикутників. Ознака рівності трикутників за двома сторонами і кутом між ними.

Мета. Узагальнити знання учнів про трикутник. Сформувати вміння і навички учнів самостійного доведення теорем.

І. Актуалізація потрібного навчального досвіду учнів.

а) Дати визначення трикутника.

б) Знайдіть тр[illegible] рисунк[illegible]6:

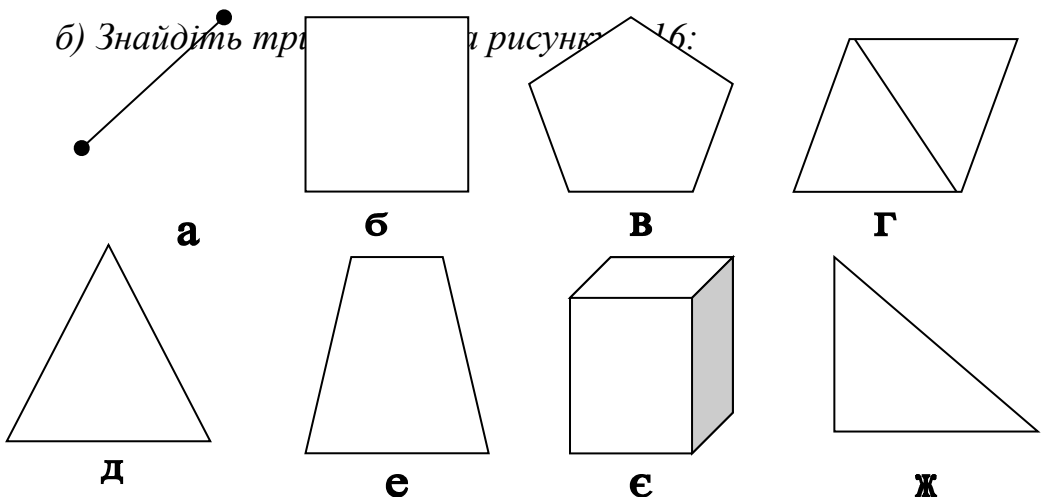


Рис. 2.16

в) Властивості трикутника, які слідують із його визначення (евристичний діалог з класом):

1. Назвіть всі компоненти трикутника на рисунку 2.17 .

2. Скільки сторін утворюють кут при кожній вершині?

3. Як можна назвати цей кут?

4. Скільки таких кутів у трикутнику?

5. Як можна назвати сторони трикутника відповідно до цього кута?

6. Скільки кутів мають спільною стороною сторону трикутника?

7. Як можна назвати цю сторону?

8. Як можна назвати ці кути?

9. Показати всі елементи, про які йшла мова на рисунку 2.18, пояснити позначення.

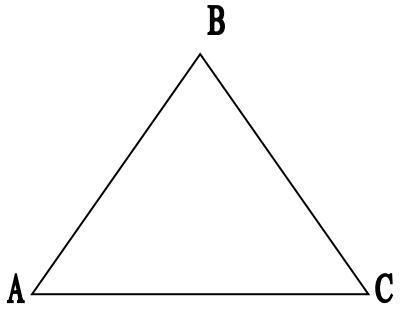


Рис. 2.17

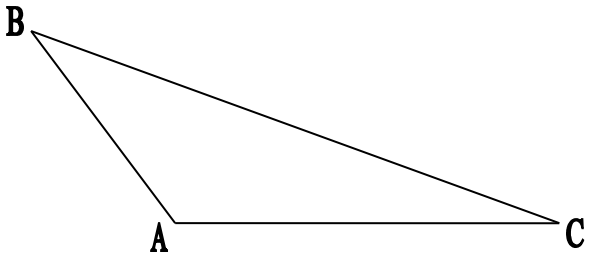


Рис. 2.18

II. Пояснення ознаки рівності трикутників за двома сторонами і кутом між ними.

1. *Актуалізація визначення рівності трикутників [190, 13].*
2. *Опрацювання нового матеріалу.*

Роздача дидактичного матеріалу та завдань. Пояснення завдань для кожної однорівневої групи. Для групи рівня А готується демонстраційний матеріал (вирізані та намальовані фігури), серед яких є трикутники, рівні трикутники та інші фігури; до завдань групи рівня Б та В пропонуються запитання).

Рівень А.

Вчитель дає завдання, учні працюють самостійно.

Серед поданих фігур знайти трикутники. Відібрати пару рівних трикутників, накладаючи один трикутник на інший. У рівних трикутниках виміряти всі елементи. Скільки трикутників треба поміряти: один чи два? Відповідь поясніть.

Рівень Б та В.

Вчитель за допомогою кодоскопу висвітлює запитання, учні самостійно знаходять відповіді.

Дати відповіді на наступні запитання:

а) На промені а від її початкової точки В відкладені два рівних відрізки ВМ і ВК. Що можна сказати про точки М і К? Поясніть відповідь.

б) На промені а (рис. 2.19) в одній півплощині відкладені два рівних кути ОАВ і ОАС.

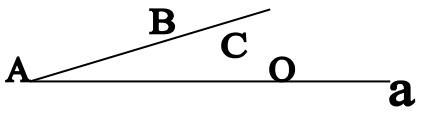


Рис. 2.19

Що можна сказати про промені АВ і АС? Відповідь поясніть.

в) Сформулюйте аксіому про існування трикутника, що дорівнює даному.

г) Розкрийте зміст твердження "трикутник DAK дорівнює трикутнику MNB"?

д) Що треба знати про два трикутники, щоб можна було стверджувати, що вони рівні?

Під час проведення вчителем такої роботи учні вчаться на уроці задавати запитання, відповідати на них, аналізувати відповіді товаришів, використовувати у своїх відповідях висновки інших учнів

3. Вивчення ознаки рівності трикутників.

1. Підготовка до самостійної роботи. Роздача дидактичного матеріалу та завдань.

(Для учнів рівня А роздаються рівні трикутники; учні рівня Б та В працюють з вчителем та використовують підручник).

Рівень А. Користуючись лінійкою та транспортиром виміряйте довільні сторони і кут між ними одного трикутника, а у другому трикутнику виміряйте розміри відповідних сторін (відповідність встановіть накладанням однієї фігури на іншу). Виміряйте величини інших елементів. Зробіть висновок.

Рівень Б, В. Вчитель і учні опрацьовують відповідну ознаку рівності трикутників.

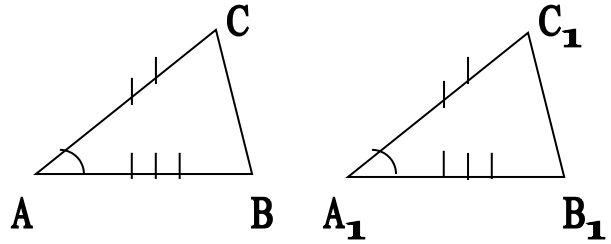
План проведення роботи над теоремою:

1. Пояснення вчителем доведення теореми біля дошки.
2. Складання спільного плану доведення в процесі спілкування та його запис у зошитах.
3. Самостійне опрацювання учнями плану доведення теореми та колективне обговорення аргументації за допомогою вчителя.

Пояснення вчителем доведення теореми біля дошки:

– *Короткий запис формулювання теореми на дошці вчителем та учнями у зошитах (Яка фігура задана?; Ввести позначення; Які елементи відомі?; Що треба довести?; Рівність яких елементів треба обґрунтувати?).*

План доведення:



Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$;
$AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$, $\angle A=\angle A_1$.
Довести: $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$.

Рис. 2.20

Доведення.

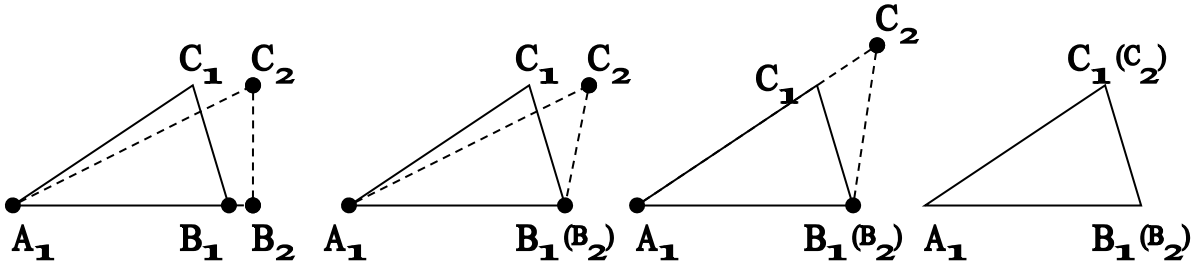


Рис. 2.21

Для доведення теореми використовується модель, що зображена на рисунку 2.21.

1. *Нехай $\Delta A_1B_2C_2=\Delta ABC$, B_2 належить A_1B_1, C_2, C_1 лежать в одній півплощині відносно A_1B_1.*
2. *$A_1B_1=A_1B_2$, то B_2 збігається з B_1.*
3. *$\angle B_1A_1C_1 =\angle B_2A_1C_2$, тоді промінь A_1C_2 збігається з променем A_1C_1.*
4. *$A_1C_1=A_1C_2$, то C_2 збігається з C_1.*
5. *$\Delta A_1B_1C_1$ збігається з $\Delta A_1B_2C_2$, тобто $\Delta A_1B_1C_1=\Delta ABC$.*

III. Первинне закріплення набутого досвіду.

Задача 1.

Встановіть, чи рівні трикутники на рисунку 2.22:

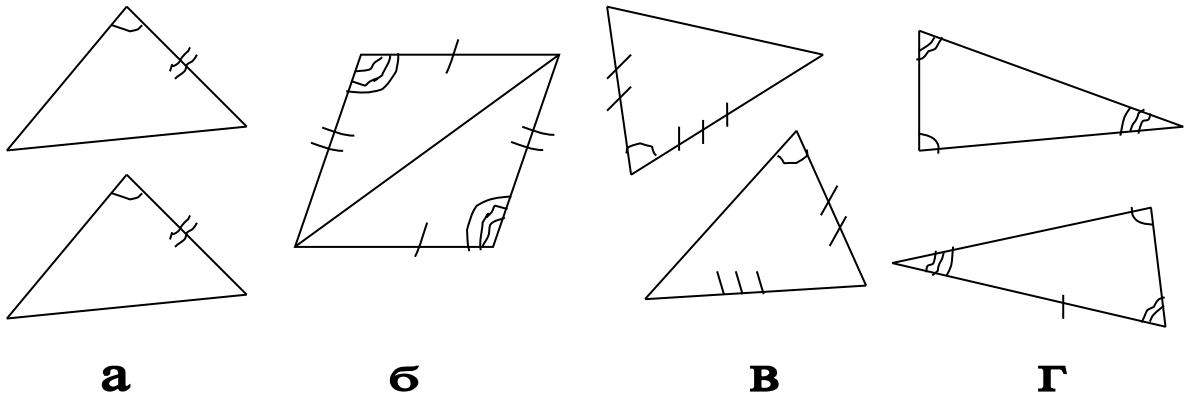


Рис. 2.22

Задача 2.

Дано: $\Delta ABC=\Delta MNK$;

$AB=10$ см;

$BC=6$ см;

$\angle B=12^0$.

Знайти відповідні елементи ΔMNK.

Задача 3.

Визначте периметр фігури ABCD, яка зображена на рисунку 2.23, якщо AB=13 см, BC=15 см.

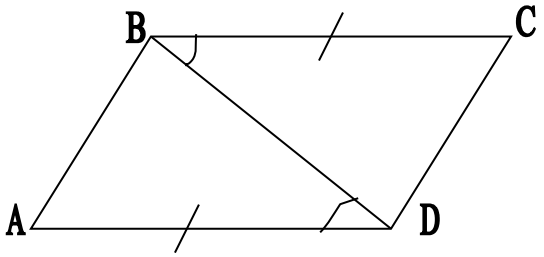


Рис. 2.23

IV. Підсумок уроку.

Підсумок уроку підводить вчитель з допомогою учнів за результатами роботи:

1. Я дізнався(лася) про ...

2. У мене виникали питання ...

3. Сьогодні я працював(ала) ...

Після підготовчого уроку учнів слід привчати до самостійного опрацювання теорем.

Тема уроку. Ознака рівності трикутників за стороною і прилеглими кутами.

Мета. Опрацювати самостійно за підручником [190] відповідну ознаку рівності трикутників.

I. Актуалізація потрібного навчального досвіду учнів.

а) Знайти серед поданих фігур трикутник (рис. 2.24):

б) Дати визначення трикутника.

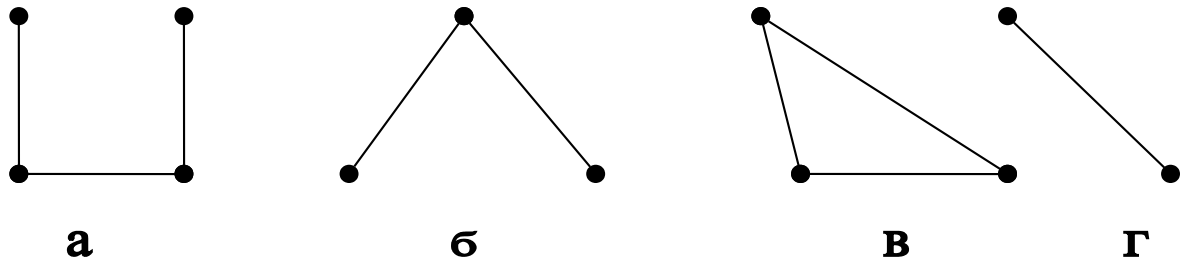


Рис. 2.24

в) На рисунку 2.25 знайдіть рівні трикутники та позначте їх :

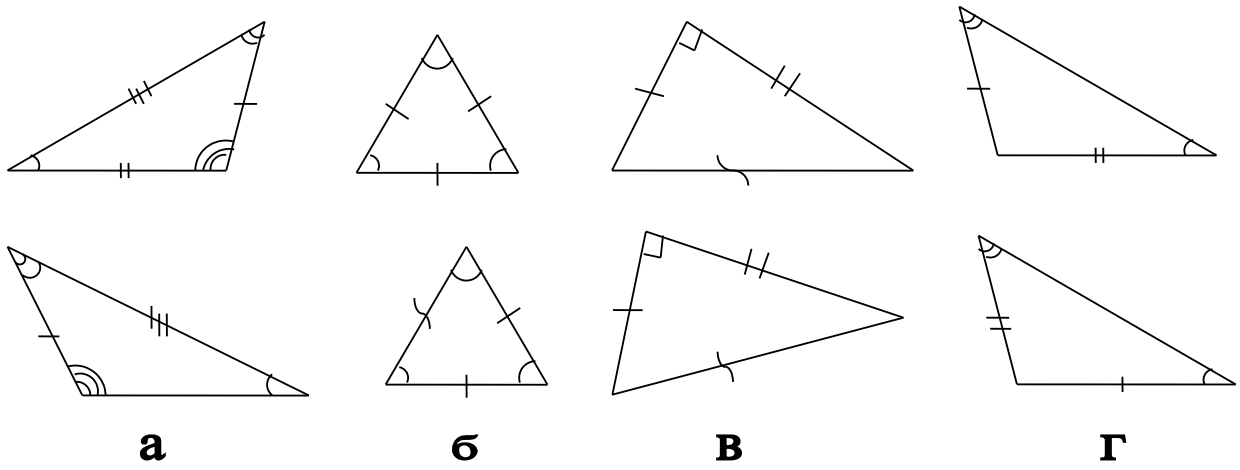


Рис. 2.25

г) Властивості трикутника, які слідують із його визначення (евристичний діалог з класом):

1. Назвіть всі компоненти трикутника на рисунках 2.26, 2.27.

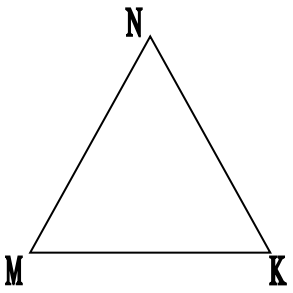
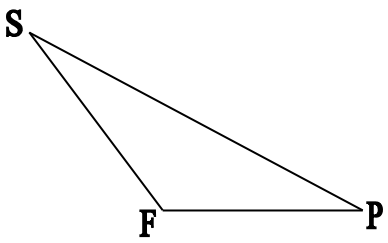


Рис. 2.26

2. Скільки кутів мають спільною стороною сторону трикутника?

3. Як можна назвати цю сторону?

4. Як можна назвати ці кути?



II. Опрацювання ознаки рівності трикутників за стороною і прилеглими кутами.

Рис. 2.27

Підготовка до самостійної роботи в групах (спочатку впроваджуємо роботу в парах).

Розташування учнів у парах:

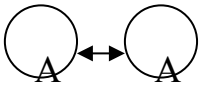
– учні з низьким та середнім рівнями навчальних досягнень.

– учні з достатнім рівнем навчальних досягнень.

– учні з високим рівнем навчальних досягнень.

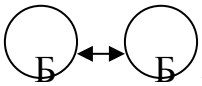
Роздача дидактичного матеріалу та завдань. Пояснення завдань для кожного виду пари.

Рівень А.



А *Серед поданих фігур знайти трикутники. Відібрати пару рівних трикутників, накладаючи один трикутник на інший. У рівних трикутниках виміряти сторони і прилеглі кути. Опрацювати формулювання другої ознаки рівності трикутників за підручником. В одному із двох трикутників виміряйте довільну сторону і прилеглі до неї кути (користуючись лінійкою та транспортиром). У другому трикутнику виміряйте розміри відповідних сторін (відповідність встановіть накладанням однієї фігури на іншу). Виміряйте розміри інших елементів. Зробіть висновок.*

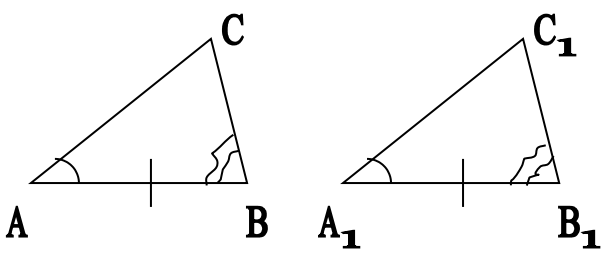
Рівень Б.



Робота в парах:

1. *Опрацювання доведення теореми за карткою.*
2. *Запис доведення в процесі спілкування.*
3. *Взаємоперевірка виконаної роботи*
4. *Вибіркова перевірка вчителем виконаної роботи.*

Картка для доведення.



Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$;

$AB=. . .$, $\angle B=. . .$, $\angle A=\angle . . .$

Довести: $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$.

Рис. 2.28

Доведення.

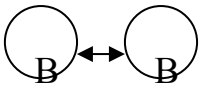
Рис. 2.29

1. Нехай $\Delta A_1B_2C_2=\Delta$. . ., B_2 лежить на промені . . ., C_2, C_1 лежать одній півплощині відносно прямої . . ..

A_1B_2=. . . то B_2 збігається з .

$\angle B_1A_1C_2 =\angle$... і $\angle A_1B_1C_2 =\angle$. . . тоді A_1C_2 збігається з . . . і B_1C_2–. . . , отже C_2 збігається з . . ..

$\Delta A_1B_1C_1=\Delta$. . . .



Рівень В.

Робота в парах:

1. *Самостійне опрацювання доведення теореми.*
2. *Складання спільного плану доведення в процесі спілкування.*
3. *Перевірка вчителем роботи кожної групи.*

Значну кількість властивостей трикутника у підручнику [190] сформульовано у вигляді теорем:

Теорема 3.3. У рівнобедреному трикутнику кути про основі рівні [190, с.35].

Теорема 3.5. У рівнобедреному трикутнику медіана, проведена до основи, є і бісектрисою і висотою [190, с.38].

Теорема 7.2. У прямокутному трикутнику квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів [190, с.98].

Вони утворюють логічно впорядковану послідовність тверджень із строгими ієрархічними зв’язками. Наприклад, доведення ознак подібності

трикутників спирається на раніше доведені ознаки рівності трикутників та на теорему, яка стверджує, що гомотетія є перетворенням подібності. Тому так важливо на початковому етапі вивчення геометрії формувати в учнів потребу дедуктивного обґрунтування своїх суджень, встановлюючи причинно-наслідкові зв'язки.

У нашому дослідженні відповідна робота здійснювалася двома різними способами у п'ять етапів.

Перший спосіб припускає: 1) детальне пояснення вчителем доведення теореми; 2) створення учнями опорного конспекту доведення; 3) колективний аналіз опорного конспекту; 4) стисле відтворення плану доведення учнями теореми; 5) висновки.

Другий спосіб вивчення нового матеріалу (доведення теорем) включає в себе: 1) роботу з підручником у групі; 2) самостійне складання опорного конспекту доведення; 3) колективне обговорення етапів доведення та корекцію опорного конспекту; 4) стисле відтворення членами групи нового матеріалу в групі; 5) звіт члена групи (за бажанням або викликом) про вивчення нового матеріалу.

У такий спосіб при вивченні нового матеріалу можна поєднувати фронтальну, групову та індивідуальну роботи. Необхідно створювати такі умови роботи на уроці, щоб на кожному етапі учень плідно працював і відчував контроль як з боку вчителя, так і з боку своїх товаришів.

2.1.2. Формування нового навчального досвіду учнів

Формування нового навчального досвіду учнів відбувається паралельно з поясненням нового матеріалу на етапі сприймання первісної інформації. Дидактичною метою цих уроків є з'ясування можливостей формування нового навчального досвіду учнів у навчальному пізнанні і практичних ситуаціях, формування досвіду застосування предметних і загальних навчальних умінь. Аналіз методичної літератури дає можливість стверджувати, що даний урок може відбуватись як урок первинного

формування навчального досвіду або урок творчого застосування знань і вдосконалення умінь.

Основна дидактична мета первинного формування навчального досвіду є з'ясування сутності і структури вміння, формування алгоритму його реалізації, стандартизація обставин використання.

Постійними структурними компонентами такого уроку є:

1) актуалізація потрібного навчального досвіду;

2) ознайомлення із сутністю вміння, операційним складом і послідовністю виконання дій;

3) первинне застосування одержаних знань про способи дій на основі виконання пробних вправ;

4) виконання зазначених дій у стандартних умовах.

Творче застосування знань і вдосконалення умінь має на меті забезпечення переносу знань і способів дій в нові умови. Структурні компоненти такого уроку: а) перевірка стану засвоєння знань і сформованості вміння застосовувати їх у стандартних ситуаціях; б) перенесення знань і засвоєних способів дій у частково змінені або нові ситуації (творчі вправи).

Формування нового навчального досвіду учня – це нові знання і вміння, які поступово засвоюються і стають звичним елементом його досвіду.

Формування нового навчального досвіду учнів проходить у кілька етапів:

1 етап – формування досвіду у формі колективної самостійної роботи учнів з підтримкою вчителя.

2 етап – поглиблення процесу осмислення вивченої інформації у формі парної або групової роботи при консультації вчителя.

3 етап – узагальнення власних знань у формі самостійної диференційованої роботи.

Важливою складовою даних уроків є розв'язування геометричних задач і вправ. Задачі є основною формою закріплення теоретичного матеріалу. Залежно від того, яку вимогу поставлено в задачі, розрізняють задачі на обчислення, доведення, побудову і дослідження.

Слід погодитися з поглядами психологів і методистів [186, с.85] стосовно того, що процес розв'язування задачі має складатися з таких етапів: 1) аналіз формулювання задачі, тобто виділення того, що в ній дано і що треба знайти або довести, дослідити; 2) пошук плану розв'язування; 3) здійснення плану, перевірка і дослідження того, що знайдений розв'язок задовольняє вимоги задачі; 4) обговорення (аналіз) знайденого способу розв'язування з метою з'ясування його раціональності та можливості розв'язування задачі з використанням іншого прийому чи способу.

Основу первісного оволодіння учнями знаннями складає репродуктивна діяльність. У більшості випадків вона відбувається за схемою:

- ознайомлення учнів із зразками виконання завдань;
- групове виконання вправ кожного типу;
- індивідуальне розв'язування завдань.

У процесі оволодіння початковими та середніми рівнями знань для розв'язування задач, які містять кілька кроків, учням повідомляються різні евристичні схеми та алгоритми на зразок:

Дано прямокутний трикутник АВС, гіпотенуза АВ=5 см, кут А дорівнює 40^0. Знайти решту елементів даного трикутника.

Під час розв'язування даної задачі учням можна запропонувати використати блок-схему (рис. 2.30).

Навчання на достатньому рівні у більшості випадків передбачає іншу схему реалізації мети:

- групова робота над розв'язуванням задач;
- аналіз розв'язань;

– тренувальні вправи та розв’язування вправ, що містять елементи незвичних поєднань;

– перевірочна робота.

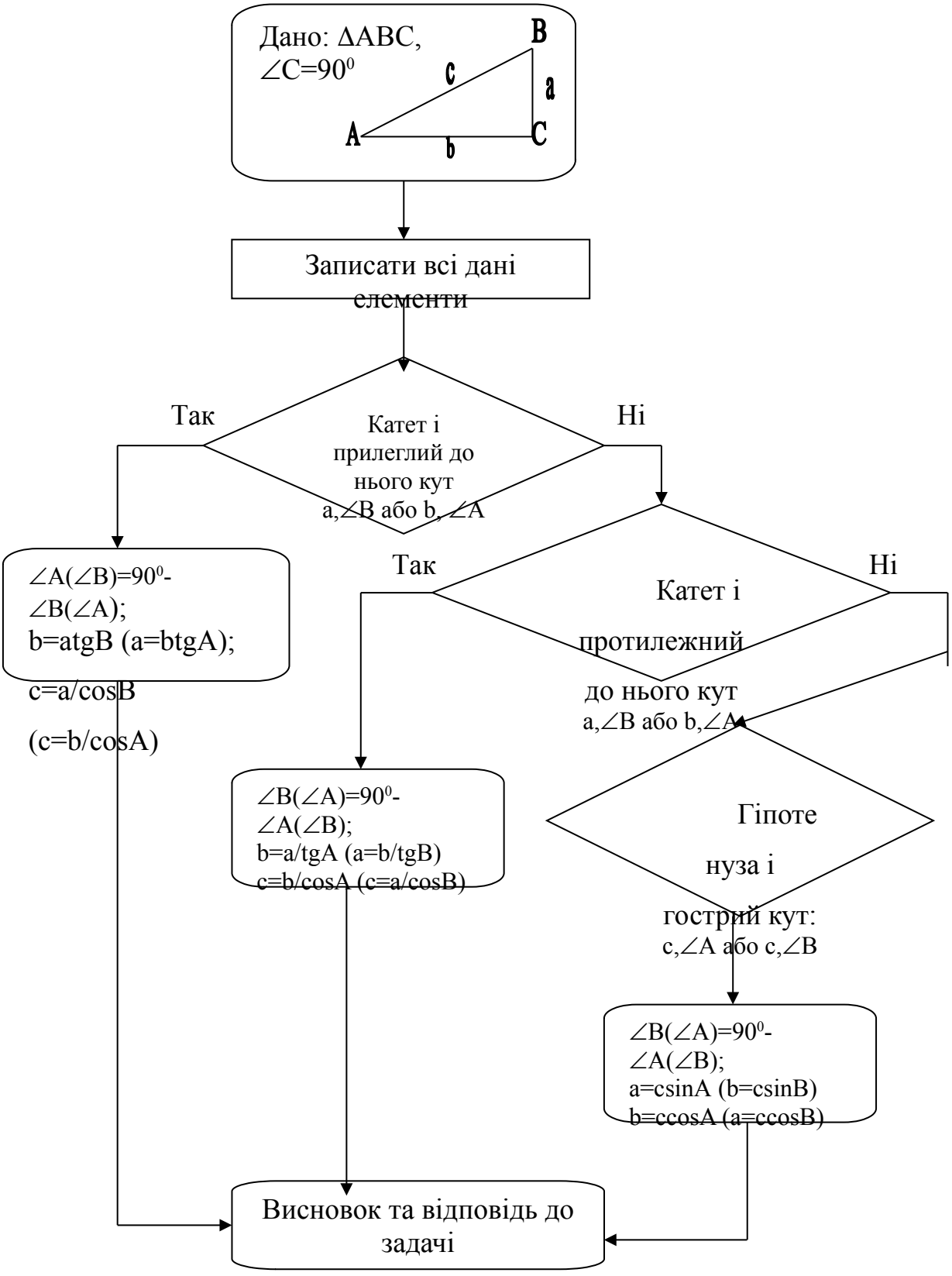


Рис. 2.30

Задачі, що відповідають вимогам достатнього рівня засвоєння знань, стають засобом формування в учнів елементів самостійної діяльності.

Наприклад, *катети прямокутного трикутника відносяться як 19:28. Знайдіть кути цього трикутника.*

Основне завдання вчителя у роботі з дітьми, що вчаться на високому рівні засвоєння знань – це повне опанування програмовим курсом геометрії та розв'язуванням творчих задач вищого рівня складності.

Задача 1. Чи існує такий кут, синус або(і) косинус якого дорівнює нулю?

Задача 2. Складіть алгоритм побудови гомотетичних фігур відносно точки О з коефіцієнтом k>1; k<1.

У сучасній педагогіці існує думка, що формування нового навчального досвіду, незважаючи на свої особливості, дидактичні функції тощо, ні в якому разі не повинно бути самоціллю і перетворюватись на просте "натаскування". Найефективніше нові знання і вміння закріплюються в процесі активної навчально-пізнавальної діяльності учнів у фронтальній, груповій та індивідуальній роботі.

Отже, згідно етапів формування нового навчального досвіду ми пропонуємо таку схему послідовності видів роботи на даних уроках:

1) $Ф_а \rightarrow Г_д \rightarrow Ф_с$;

2) $Г_а \rightarrow І_д \rightarrow Г_д \rightarrow Ф_с$;

3) $Г_а \rightarrow І_д \rightarrow Ф_с$;

Під час формування нового навчального досвіду учні можуть самостійно (під наглядом вчителя) організовувати актуалізацію потрібного навчального досвіду. Як показала практика, в цій роботі беруть участь усі учні (як у ролі консультанта, так і в ролі опитуваного). Це дає змогу зекономити час та опитати всіх учнів. Абсолютно природною є організація діяльності учнів над рівневими вправами, адже за цих обставин учні вибирають спосіб добування знань відповідно до власних навчальних можливостей.

2.1.3. Контроль і корекція набутого навчального досвіду

Особистісно орієнтована освіта має на увазі передусім облік особистісних характеристик учнів як суб'єктів діяльності і стосунків, побудова партнерських суб'єкт-суб'єктних стосунків між ними. Тому вивчення та облік індивідуальних особливостей під час побудови освітнього процесу, зміна системи перевірки, оцінювання й обліку знань школярів є однією з головних умов підвищення рівня навчальних досягнень учнів, їхньої зацікавленості в самоосвіті, формуванні свідомого ставлення до навчання.

Основна дидактична мета контролю – виявлення якості знань і вмінь, що характеризують етап засвоєння учнями логічно завершеного блоку навчального матеріалу; корекція знань і вмінь на основі аналізу допущених помилок.

Структурні компоненти можуть бути наступними:

1) перевірка здобутого фактичного матеріалу учнями на рівні репродукції;
2) перевірка знань: пояснення сутності понять, тверджень, ілюстрування прикладами, встановлення взаємозв'язків у вивченому;
3) перевірка вмінь застосовувати вивчений матеріал у знайомих і нових ситуаціях;
4) загальна характеристика якості виконання робіт.

Після вивчення теми або її частини необхідно визначити рівень навчальних досягнень учнів. У розроблених критеріях оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої освіти визначені такі функції оцінювання:

- **контролююча** – передбачає визначення рівня досягнень окремого учня, класу, групи, виявлення рівня готовності до

засвоєння нового матеріалу, що дає вчителеві можливість планувати і викладати навчальний матеріал;

- **навчальна** – зумовлює таку організацію оцінювання навчальних досягнень учнів, коли його проведення сприяє повторенню, уточненню і систематизації навчального матеріалу, вдосконаленню підготовки учня, класу, групи;
- **діагностично-коригуюча –** допомагає з'ясувати причини труднощів, які виникають в учнів під час навчання, виявити прогалини у знаннях і вміннях та скоригувати учнівську діяльність, спрямовану на усунення недоліків;
- **стимулюючо-мотиваційна** – визначає таку організацію оцінювання навчальних досягнень учнів, коли його проведення стимулює бажання покращити свої результати, розвиває відповідальність, формує позитивну мотивацію навчання;
- **виховна** – передбачає формування вміння відповідально й зосереджено працювати, застосовувати прийоми контролю і самоконтролю, розвиток якостей особистості: працелюбності, активності, охайності тощо.

Розглянемо процес оцінювання на основі визначених функцій. Контроль сприяє поглибленню, розширенню, удосконаленню і закріпленню знань. Під час оцінювання навчання здійснюється багаторазове повторення навчального матеріалу, що сприяє переведенню інформації з короткочасної у довгострокову пам'ять. Контроль дає реальну можливість визначити недоліки і прогалини у знаннях учнів, для того, щоб їх вчасно усунути, встановлює "зворотній зв'язок" між діями вчителя і результатами його роботи. За результатами оцінювання здійснюється первинна диференціація учнів, що допомагає вчителю орієнтуватися в пізнавальних можливостях дітей. Наявність оцінок у навчальному процесі дає можливість ввести додатковий чинник стимулювання. Процес контролю сприяє розвиткові особистісних якостей школяра. У цей момент учень активно демонструє

рівень знань навчального матеріалу. Це сприяє функціонуванню, тренуванню, подальшому вдосконаленню механізмів пам’яті, мислення, мовленнєвої діяльності, навичок спілкування. Завдяки контролю можна відстежити динаміку змін рівня навчальних досягнень учня, виявити і проаналізувати її тенденції та вчасно вносити зміни в діяльність учнів, виправляти недоліки.

Оцінювання повинне ґрунтуватися на позитивному принципі, що насамперед передбачає облік рівня досягнення учня, а не ступінь його невдач. Визначення рівня навчальних досягнень учня є найбільш важливим із позиції того, що навчальна діяльність в остаточному покликана не просто дати дитині суму знань, умінь і навичок, а ще й сформувати вміння самооцінки.

Засоби і форми оцінювання навчальних досягнень учнів традиційні: а) єдина контрольна робота (та її різновиди), що складається з кількох варіантів; б) рівнева перевірочна робота [120]; в) програмована контрольна робота.

З метою урізноманітнення контролю та корекції знань учнів на уроках геометрії методистами було розроблено ряд дидактичних матеріалів [214, 85, 189, 86, 110, 120, 127, 34]. Так, головним призначенням посібника А.М. Капіносова [120] є „дидактичне забезпечення такої організації вивчення курсу геометрії у 7 класі, при якій:

– у процесі вивчення кожної теми повноцінно освоювалися б функції (призначення) геометричних знань;

– на кожному з основних етапів вивчення теми кожен учень міг би повною мірою розкривати, реалізувати і розвивати свій природний потенціал і досягав би одного із трьох рівнів застосування знань – середнього, достатнього чи високого” [120, с.3].

Матеріали посібника можна використовувати для: поточного оцінювання; неповної перевірки досягнень учнів на етапі вивчення теми (короткочасних перевірочних робіт); повної перевірки досягнень на рівні

(рівнева перевірочна робота); перевірочних робіт з теми; контрольних робіт; домашніх перевірочних робіт середнього і достатнього рівнів та домашніх самостійних робіт високого рівня (з отриманням індивідуальних консультацій) [120].

Посібник [127] має допомагати вчителю контролювати результати навчання та організовувати самостійну роботу учнів на уроках геометрії. Посібник орієнтований здебільшого на реалізацію процесу контролю, але його можна використовувати для підготовки індивідуальних карток. У цьому разі краще забезпечується виховна функція контролю. Кожен варіант контрольних завдань складається з трьох частин. У завданнях 1-4 пропонуються завдання з вибірковими відповідями, для успішного розв'язування яких учні повинні застосовувати теоретичні та практичні знання на рівні мінімальних програмних вимог. У завданнях 5-8 пропонуються завдання з вибірковими відповідями, для успішного розв'язування яких учні повинні розпізнавати поняття і застосовувати свої знання в стандартних ситуаціях. Рівень складності завдань 9-11 відповідає рівню найскладніших основних і додаткових завдань, що вимагають від учня дедуктивних міркувань [127].

Посібник [34] призначений для організації рівневого навчання і проведення тематичних атестацій при вивченні геометрії у 8 класі. Сформовані на кожному етапі вміння використовувати знання розглядаються як послідовні ієрархічні рівні навчальних досягнень учнів, тобто вони названі початковим, середнім, достатнім і високим рівнями. Таким чином, у посібнику: рівень 1 (початковий) – первинне розуміння базового теоретичного матеріалу (означень, теорем); рівень 2 (середній) – стандартне застосування базового теоретичного матеріалу за алгоритмами і зразками; рівень 3 (достатній) – аналітико-конструктивне, логічно обґрунтоване застосування теоретичного матеріалу в стандартних, змінених і ускладнених ситуаціях; рівень 4 (високий) – ускладнене аналітико-конструктивне і евристичне застосування теоретичного матеріалу –

означень, теорем і теорем-опорних задач підручника в різних ситуаціях. Посібник можна використовувати для проведення тематичних, поточних, повторних атестацій та переатестацій [34, с. 4-5].

Ми ж пропонуємо для проведення контролю розвиваючу контрольну роботу. Така контрольна робота має обов'язково містити диференційовані завдання. **Під розвиваючою контрольною роботою** розуміємо спеціальний набір завдань, розв'язування яких вимагає творчого застосовування знань на будь-якому рівні навчальних досягнень.

Приклад 1. Контрольна робота до теми "Теорема Піфагора" (8 клас).

№1. *Заповніть пропуски:*

Рівень А. а) Косинусом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення прилеглого ... до гіпотенузи.

б) у прямокутному трикутнику квадрат гіпотенузи дорівнює ...

в) рівні похилі мають рівні ...

Рівень Б. а) Синусом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення ... б) катет, прилеглий до кута α, дорівнює ... в) для будь-якого гострого кута α $\sin(90^0-\alpha)=\ldots$, $\cos(90^0-\alpha)=\ldots$.

Рівень В. а) ... прямокутного трикутника є середнім пропорційним між ...

б)висота прямокутного трикутника, проведена з вершини прямого кута, є...

в) серед чисел $\sin60^0$, $\cos60^0$, $tg60^0$ найбільшим є число ..., а найменшим – число... .

№2. *Рівень А. Трикутник АВС – прямокутний (рис. 2.31):*

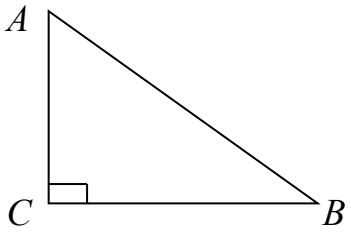


Рис. 2.31

AB– ...;

AC– ...;

BC– ...;

$\angle C$= ...;

теорему Піфагора запишемо так:

Рівень Б

Дано ΔABC (рис. 2.32), ($\angle B=90^0$). Запишіть катети:...;

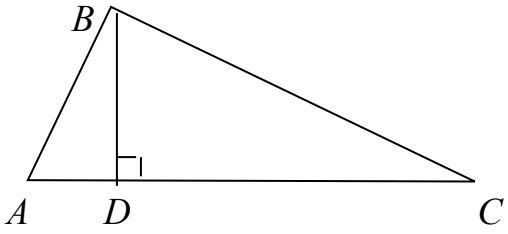


Рис. 2.32

гіпотенузу: ...;

висоти:...;

похилі:...;

проекції:...;

прямокутні трикутники:... .

Рівень В. Довести теорему Піфагора іншим способом, ніж в підручнику.

№3. *Розгляньте рисунки 2.33, 2.34, 2.35 і поставте, де можливо, числові значення величин:*

Рівень А *Рівень Б* *Рівень В*

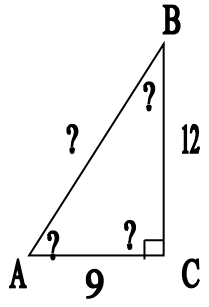


Рис. 2.33

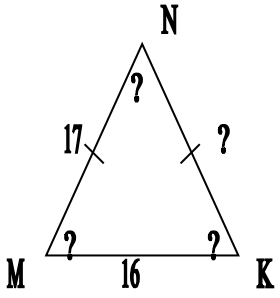


Рис. 2.34

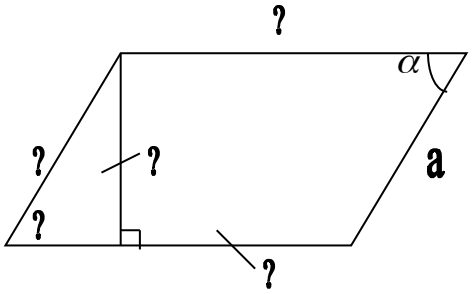


Рис. 2.35

№4. *Подайте різними способами косинус, синус і тангенс кутів α і β на рисунках 2.36, 2.37, 2.38:*

Рівень А *Рівень Б* *Рівень В*

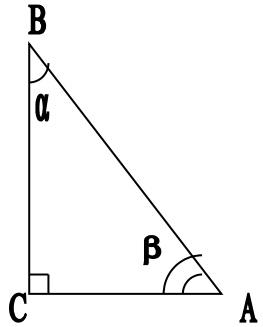


Рис. 2.36

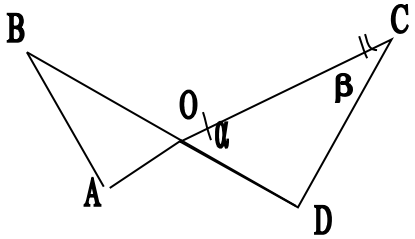


Рис. 2.37

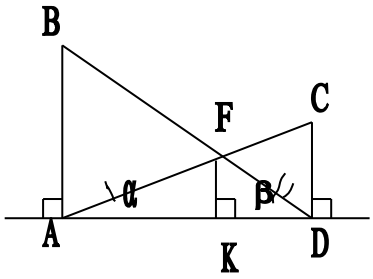


Рис. 2.38

№5. *Знайдіть найменшу висоту трикутника, якщо його сторони рівні:*

Рівень А.	*Рівень Б.*	*Рівень В.*
3 см, 4 см, 5 см;	*15 м, 17 м, 8 м;*	*24 дм, 25 дм, 7 дм.*

№6. *Побудуйте кут α, якщо:*

Рівень А. $\angle\alpha=60^0$; $\angle\alpha=30^0$; Рівень Б. $\cos\alpha=0,2$; Рівень В. $1-\cos^2\alpha=0,16$.

***№7.** Рівень А. Розгляньте рисунки 2.39, 2.40, 2.41. Які з трикутників були прямокутними?*

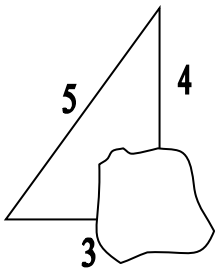


Рис. 2.39

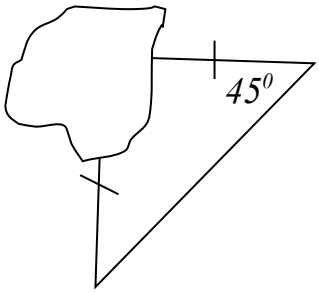


Рис. 2.40

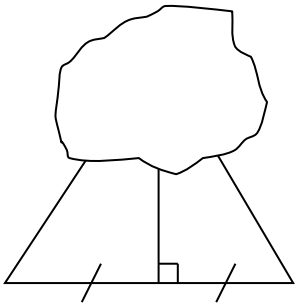


Рис. 2.41

Рівень Б. З якими розмірами трикутник буде прямокутний?

3; 4; 5 8; 15; 17 7; 24; 25 ваш приклад

Рівень В. Відомо, що сторони піфагорових трикутників можна обчислити за формулами … Подумайте, якою формулою треба задати катет b. Доведіть правильність.

***№8.** Спростити вирази:*

Рівень А. $1+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$;

Рівень Б. $(\sin\alpha-\cos\alpha)^2+2\sin\alpha\cos\alpha$;

Рівень В. $1-\cos^2(90^0-\alpha)$.

***№9.** Рівень А. Якщо кут зростає від 30^0 до 60^0, то як при цьому змінюється його синус; косинус; тангенс?*

*Рівень Б. У прямокутному трикутнику АВС ($\angle C=90^0$) катет а більший від катета b. Отже, cosA * cosB.*

Рівень В. У прямокутному трикутнику АВС ($\angle C=90^0$) sinA у три рази більший, ніж sinB. Що можна сказати про катети цього трикутника?

Крім контрольних робіт для тематичного або поточного оцінювання, можна використовувати тестові завдання. Практика свідчить про широке використання тестових завдань. Наприклад, запропоновано [83] схему створення розвиваючих тестів з геометрії. Вправи розраховані на організацію роботи, близьку до самонавчання школярів. Принципи добору і

комбінування завдань відповідають вимогам рівневої диференціації навчання та критеріям оцінювання за 12-и бальною шкалою.

Система розвиваючих рівневих завдань включає 5 блоків вправ, які відповідають п’яти субтестам шкільного тесту розумового розвитку учнів підліткового віку.

Виконання завдань типу "Поінформованість" доречне на початковому рівні навчальних досягнень, коли учень має елементарні уявлення про геометричні фігури та їх властивості, а знання і вміння виявляються у репродуктивній діяльності із значною зовнішньою допомогою. Завдання з підрозділу "Обізнаність" близькі до вимог середнього рівня. Вони реалізують два аспекти оцінювання – рівень володіння інформацією та якість самостійних практичних умінь. Способи виконуваної діяльності не потребують виходу за межі стандартних ситуацій: ілюстрація визначень, геометричних понять, використання формулювань теорем для виконання обчислень. Набір завдань "Аналогії" спрямований на вміння встановити логічні зв’язки типу: рід – вид, причина – наслідок, частина – ціле, протилежності та функціональні зв’язки. Розділ не зовсім традиційний для нашої школи, тому його варто пропонувати всім учням: кожен зупиниться на посильному рівні. Допустиме фрагментарне використання.

Ступінь складності "Класифікацій" відповідає вимогам достатнього рівня: вміння побачити залежність між елементами геометричних фігур, уміння аргументувати власні дії та діяти у знайомих ситуаціях, аналізувати суттєві відмінності, шукати пояснення до них. "Узагальнення" – найбільш складний підрозділ, який діагностує можливість досягнення високого рівня в логічному та змістовому варіантах. Узагальнення власних знань, усвідомлення причинно-наслідкових зв’язків, родо-видових підпорядкувань, використання набутих знань і умінь за нестандартних умов. Важливим моментом є самовибір учнем посильного рівня вправ. Фрагменти тесту до теми "Метричні співвідношення в прямокутному трикутнику. Теорема Піфагора" (8 клас) подаються у [69].

Треба пам’ятати, що будь-який вид перевірки є формою систематизації знань учнів, яка супроводжується виставленням оцінок, тобто має зовнішній кількісний вимірник.

Оцінювання даної тестової роботи проводиться залежно від організованої роботи. Вчитель самостійно обирає кількість номерів для роботи. При оцінюванні необхідно пам’ятати, що близько 60 % правильних відповідей – 6 балів, 80 % – 9 балів, 100 % – 12 балів [212]. Необхідно зауважити, що крім письмових робіт контролюючого спрямування можна використовувати і такі прийоми перевірки: спостереження за поточною роботою учня на уроці; вивчення окремих результатів пізнавальної індивідуальної роботи (домашнє завдання, практичні, дослідницькі, творчі роботи); залікові уроки; робота за листами взаємоконтролю; використання можливостей комп’ютера [79].

Всі форми перевірки повинні обов’язково супроводжуватись поясненнями, коментарями, аналізом одержаних результатів.

Отже, дана технологія реально дозволяє:

1. індивідуалізувати процес навчання (будувати його відповідно до особистих темпів навчання кожного учня);
2. інтенсифікувати процес навчання за рахунок кількості і якості розв’язаних вправ;
3. диференційовано вирішувати проблему підвищення розумового розвитку учнів залежно від досягнутого рівня;
4. ефективно організовувати групову та індивідуальну роботи.

2.2. Методичний супровід вивчення властивостей трикутника в умовах рівневої диференціації

Методичний супровід навчання повинен складати єдиний комплекс, основою якого є підручник з геометрії. Він призначений для кращого засвоєння основного курсу геометрії, має бути тісно пов’язаний з

програмними вимогами і мати на меті формування в учнів міцних практичних знань, умінь і навичок.

До методичного супроводу навчання належать: підручник, дидактичні матеріали і довідкова література, навчальне обладнання з геометрії, до якого входять посібники, моделі, рисунки, схеми, таблиці, предмети оточення, інструменти, прилади, екранні засоби навчання, мікрокалькулятори, комп'ютери і відповідне програмне забезпечення.

Зазначимо, що в загальноосвітніх закладах вчителі переважно працюють за підручниками з геометрії О.В. Погорєлова "Геометрія 7-9", основне призначення якого – допомогти учням засвоювати, застосовувати і повторювати навчальний матеріал. Підручник розрахований не тільки на учнів і вчителів, а й на батьків, щоб вони мали змогу допомагати своїм дітям у підготовці домашнього завдання і контролювати виконання заданої роботи.

До підручника геометрії висовується ціла низка вимог, які стосуються:

- структури викладу навчального матеріалу (доцільність теоретичної частини; підбір системи задач; точність; науковість; ясність мови);
- науковості і системності навчального змісту (математична коректність теоретичного матеріалу; доцільність вибору викладу; відповідність трактування понять термінології, символіки);
- дидактичного забезпечення (доступність; наочність; систематичність; пізнавальна активність; диференціація навчання);
- методичного апарату (розвиток змістових ліній; методична доцільність викладу теоретичного матеріалу та системи вправ; реалізація внутрішньопредметних і міжпредметних зв'язків; наявність можливостей для контролю і самоконтролю; застосування технічних засобів навчання; комп'ютерна підтримка; прикладна і практична спрямованість) [208].

Як свідчать власні спостереження, частина учнів не вміє працювати з підручником та з науково-популярною літературою, що містить великий

обсяг інформації. Успішне засвоєння знань неможливе без научування учнів свідомо працювати з підручником, довідковою та науковою літературою.

Працюючи з підручником, учень може виконувати такі види діяльності:

- читати текст;
- знаходити відповіді наперед заданого плану;
- сортувати текст на основний і допоміжний;
- складати план прочитаного;
- конспектувати прочитане;
- робити висновки з опрацьованого матеріалу;
- систематизувати викладені факти;
- класифікувати поняття та інші елементи наукових знань;
- самостійно вивчати розділи тексту;
- наводити приклади подібні до наведених у підручнику;
- працювати з рисунками, таблицями, графіками й здобувати з них необхідну інформацію, тощо;

Розглянемо прийоми навчання учнів деяких умінь і навичок роботи з підручником на уроках геометрії. Найважливішими з них є:

- складання плану;
- конспектування з використанням математичної символіки;
- складання відповідей на запитання вчителя або підручника.

Важливий вид самостійної роботи учнів, що передбачає не тільки знання фактів, а й уміння виділяти головне і змістовне, схоплювати логічну послідовність, тобто формування мислення, є складання плану прочитаного. Зауважимо, що елементарних умінь та навичок складання плану прочитаного учні набувають ще в початковій школі та 5-6 класах. Однак ці навички, як правило, не закріплюються і не розвиваються належним чином у середніх класах. Здебільшого роботу по складанню плану проводять вчителі української мови. Але досвід показує, що вміння складати найпростіший план, набуте на уроках мови, учні неспроможні переносити на інші

предмети, особливо на геометричний матеріал. Отже, треба вчити учнів складати плани на різноманітному матеріалі. Враховуючи складність такого виду роботи варто поетапно готувати учнів до її здійснення:

1. Репродуктивно-формуючий етап:

а) Учитель сам демонструє складання плану роботи.

б) Учитель пропонує учням скласти колективно план під його керівництвом.

2. Тренувально-дієвий етап:

а) Учні самостійно опрацьовують матеріал, складають план.

3. Практичний етап:

а) Учні працюють в групах. Спочатку кожен учень складає свій план, а потім разом узагальнюють, коригують та формують єдиний план.

Проілюструємо дієвість такого підходу на прикладі вивчення теми "Основні властивості найпростіших геометричних фігур", пункт №9, "Трикутник" (7 клас).

Даний матеріал учні можуть опрацювати у гомогенних групах. З поняттям трикутника школярі знайомі з початкової школи і 5-6 класів. Тепер воно розширюється і науково уточнюється. Учні, що розв’язують вправи рівня А, можуть скласти розширений план даного пункту, а учні, що вибирають вправи рівнів Б та В, – простий.

План для учнів, які працюють із вправами рівня А, може бути таким:

1. Знайти визначення трикутника АВС в тексті.

2. Виділити основні елементи трикутника:

а) вершини;

б) сторони;

3. Позначити кути трикутника.

4. Визначити рівність:

а) відрізків;

б) кутів;

в) трикутників.

Даний план дає можливість учням з початковим та середнім рівнями навчальних можливостей з'ясувати зміст тексту та відтворити вивчений матеріал.

Для рівнів Б і В досить скласти такий план, який містить опорні слова вивченого матеріалу і підвищує частку самостійності учнів у побудові повної відповіді:

1. Трикутник.
2. Кут трикутника.
3. Рівність елементів.
4. Рівність трикутників.

Колективне складання плану зручно організувати під час доведення теореми у формі відповідей на запитання вчителя. Наприклад, доведення ознаки рівнобедреного трикутника можна супроводжувати такою системою запитань:

1. Про які рівні трикутники йдеться в доведенні?
2. Рівність яких сторін випливає з рівності трикутників?
3. Який висновок щодо виду трикутника ABC (рис. 2.42) можна зробити і на підставі чого?

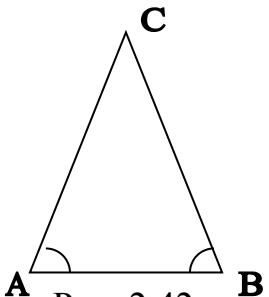


Рис. 2.42

Доведення :

Дано: ΔABC;
AB – основа;
$\angle A=\angle B$;
Довести: $AC=CB$.

Доведення.

1. *$\Delta ABC=\Delta BAC$ (за стороною і прилеглими кутами): $AB=BA$, $\angle B=\angle A$, $\angle A=\angle B$.*
2. *$AC=BC$.*
3. *ΔABC – рівнобедрений.*

Другий і третій етап підготовки варто реалізувати під час розв'язування задач. Наприклад, план для розв'язання задачі №28, §12 [190].

У трикутнику дано дві сторони і кут, протилежний до однієї зі сторін. Знайдіть інші два кути і третю сторону трикутника.

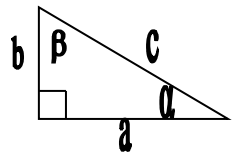
Складіть план і розв'яжіть задачу за поданим переліком наведених залежностей:

1. *Теорема синусів для знаходження одного із кутів.*
2. *Теорема про суму кутів трикутника.*
3. *Теорема косинусів для знаходження сторони.*

Навички й уміння підготовки плану прочитаного, доведення, розв'язування набуваються учнями поступово, в результаті досить тривалої роботи вчителя з класом. Але вони є базовими для наступного важливого виду діяльності учня на уроці – конспектування за допомогою символів.

Відомо, що в математиці, крім словесної форми конспекту, можна виділити символічну форму запису математичного тексту. Щоб учні змогли використовувати таку форму на уроках, необхідно під час вивчення нових понять вводити символічне позначення і запровадити паралельні записи у вигляді таблиці. Наприклад, учні восьмого класу можуть скласти конспект теоретичного матеріалу до теми "Співвідношення між сторонами та кутами трикутника" у такому вигляді:

Таблиця 2.1

Словесна форма конспекту	Символьна форма конспекту
1. Синусом кута α у прямокутному трикутнику називається відношення протилежного катета до гіпотенузи.	1. $\sin\alpha = \frac{b}{c}$ 
2. Тангенсом кута α у прямокутному трикутнику називається відношення протилежного катета до прилеглого.	2. $tg\alpha = \frac{b}{a}$ $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
3. Синус і тангенс кута, так само як і косинус, залежить тільки від градусної міри кута.	3. $\alpha > \beta \Rightarrow tg\alpha > tg\beta;$ $\alpha < \beta \Rightarrow tg\alpha < tg\beta$ $\alpha > \beta \Rightarrow \sin\alpha > \sin\beta;$ $\alpha < \beta \Rightarrow \sin\alpha < \sin\beta$

Продовження табл. 2.1

4. Катет, протилежний куту α, дорівнює добутку гіпотенузи на синус кута α. Катет, прилеглий до кута α, дорівнює добутку гіпотенузи на косинус кута α. Катет, протилежний куту α, дорівнює добутку другого катета на тангенс кута α.	4. $b = c \cdot \sin\alpha$; $a = c \cdot \cos\alpha$; $b = a \cdot tg\alpha$.

Дане порівняння показує, що при символічній формі запису обсяг матеріалу, який вивчається, збільшується, а час, затрачений на запис цього матеріалу, зменшується. Систематична робота, спрямоване на те, щоб учні свідомо оволодівали різними формами запису інформації, допомагає їм скорочувати час на записи та зекономить хвилини для виконання практичних завдань.

На сьогодні маємо багато диференційованих дидактичних матеріалів з геометрії. Наведені задачі різнорівневої складності – вони є доповненням до системи задач, що містить діючий підручник. Але в більшості дидактичних матеріалів даються репродуктивного характеру завдання. Під час розв’язування задач і пошуку відповідей на контрольні запитання учень залучається лише до відновлюючої пізнавальної діяльності. На даному етапі розвитку освіти цього замало. Ми вважаємо, що необхідно якомога більше звертати увагу не тільки на репродуктивні завдання, а й на розвиваючі вправи або вправи зростаючого рівня складності.

Засоби унаочнення застосовуються на всіх етапах засвоєння знань і відіграють у навчальному процесі різну роль. Застосування наочності на одному й тому самому етапі засвоєння знань має різне дидактичне призначення. Під час вивчення нового матеріалу засоби наочності можуть бути джерелом знань або засобом ілюстрації і конкретизації матеріалу. Для набуття нового досвіду наочність є ілюстративним засобом формування понять і удосконалення раніше вивченого.

Актуальними залишаються думки О.М. Леонтьєва, який вважає, що виходячи із психологічної ролі наочності в процесі засвоєння знань можна виділити дві її функції. Перша спрямована на розширення чуттєвого досвіду, друга – на розкриття сутності виучуваних процесів, явищ [154]. Але існують і інші думки щодо функцій наочності. У сучасній методиці математики [167] умовно виділяються такі функції наочності:

1. Пізнавальна функція (формування знань відбувається поступово від простого до складного).
2. Функція керування діяльністю учня (реалізується під час застосування засобів і прийомів використання наочності в орієнтувальних, контрольних і комунікаційних діях).
3. Інтерпретаційна функція (полягає в тому, що один і той самий об’єкт можна виразити за допомогою різних знаків і моделей).
4. Естетична функція та опосередковані методичні функції (функції забезпечення цілеспрямованої уваги учня, запам’ятовування під час повторення навчального матеріалу, використання прикладної спрямованості).

Наочність “сприяє утворенню ясних і точних образів сприймання і уявлення, полегшує учням перехід від сприймання конкретних предметів до сприймання абстрактних понять про них шляхом виділення і словесного закріплення спільних суттєвих властивостей понять” [208, с.95].

Психологічні дослідження стверджують, що позитивний вплив наочності визначається низкою умов. Серед них – правильне поєднання слова вчителя і наочності, врахування вікових та індивідуальних особливостей учнів, спеціальне навчання учнів вмінню бачити наочний матеріал. Треба зосередити увагу учнів на тому, що саме в даному наочному матеріалі слід виділити, порівняти, уявно перетворити.

Проблема ефективного використання наочності тісно пов’язана з технічними засобами навчання. Найбільш вживаними і функціональними нам видаються в школі кодоскоп і комп’ютер.

Кодоскоп на уроці надає можливість:

- демонструвати на екрані або класній дошці різні малюнки і записи без затемнення класної кімнати;
- самостійно виготовляти на прозорих плівках дидактичний матеріал;
- просвічувати одночасно кілька плівок, накладених одна на одну;
- демонструвати переміщення геометричних фігур;
- пропонувати вправи для розв’язування.

Зручно використовувати кодоскоп і як класну дошку. У такій якості він має ряд суттєвих переваг. Під час пояснення матеріалу вчитель стоїть постійно обличчям до учнів, спостерігаючи за їх роботою. На плівках можна заздалегідь записувати необхідний матеріал, а можна робити запис під час пояснення.

Кодоскоп можна ефективно використовувати на будь-яких етапах уроку. Наприклад, в процесі актуалізації опорних знань весь матеріал записується на плівці і потім відкриваються лише ті запитання, малюнки, графіки і т.д., які необхідні саме на даний момент. Під час перевірки домашнього завдання можна швидко встановити зворотній зв’язок вчителя і учнів. Записавши всі різні відповіді учнів на домашнє завдання, вчитель підкреслює правильну відповідь або демонструє зразок розв’язання. З власного досвіду можна сказати, що учні з великим задоволенням працюють на плівках до кодоскопу.

Інший ефективний технічний засіб – комп’ютер, який пов’язують насамперед з виникненням нових інформаційних технологій навчання (НІТН).

За визначенням В.М. Монахова, “нова інформаційна технологія – це сукупність впроваджуваних принципово нових засобів і методів опрацювання даних, що забезпечують цілеспрямоване створення, передавання, зберігання і відображення інформаційного продукту (даних, ідей, знань) з якомога меншими витратами відповідно до закономірностей

того соціального середовища, де розвивається нова інформаційна технологія" [170, с.48].

За означенням М.І. Жалдака та Ю.С. Рамського інформаційні технології – це "сукупність методів і засобів реалізації і забезпечення інформаційних процесів в різних галузях людської діяльності". Відповідно, нові інформаційні технології – це "інформаційні технології, які використовують засоби інформатизації (насамперед комп'ютери)" [105, с.3].

На нашу думку сьогодні варто говорити не про нові технології, а про сучасні технології. Сучасним інформаційним технологіям навчання (СІТН) притаманні три основні властивості: інтегрованість, гнучкість, інтерактивність. Інформація і потужне технічне оснащення суттєво сприяють отриманню своєчасної, вірогідної і вичерпної інформації, виконанню оперативного всебічного аналізу і прогнозуванню перебігу і розвитку всеможливих процесів і явищ, вибору оптимальних варіантів поведінки, передбаченню наслідків прийнятих рішень, управлінню технічними і соціальними процесами, контролю стану, збереження і захисту навколишнього середовища, соціального благоустрою та ін.

Основними тенденціями розвитку СІТН називають:

1) розширення сфери використання комп'ютера у навчальному процесі;
2) перехід від епізодичного до систематичного використання комп'ютера (від використання на окремих уроках до цілих курсів);
3) перехід від адаптивного до індивідуалізованого навчання;
4) інтелектуалізація навчальних систем;
5) поява комп'ютерних систем, які забезпечують динамічний розподіл функцій управління шляхом передачі деяких навчальних функцій учневі;
6) діалогізація комп'ютеризованого навчального процесу [180, с.30].

Головна мета інформатизації освіти є інформатизація навчального процесу – створення, впровадження та розвиток комп'ютерно-орієнтованого

освітнього середовища на основі інформаційних систем, мереж, ресурсів та технологій, побудованих на базі застосування сучасної обчислювальної і телекомунікаційної техніки [134, с.6].

Засоби СІТН вносять суттєві зміни в усі компоненти навчального процесу (зміст, методи, організаційні форми, способи взаємодії учня і вчителя на уроці і т.д.). Використання засобів СІТН дозволяє застосовувати найрізноманітніші методи навчання, які дають змогу широко використовувати та втілювати ідеї індивідуалізації та диференціації навчання.

У результаті реалізації головної мети інформатизації передбачається досягти формування інформаційної культури учнів, сприяти впровадженню рівневої та профільної диференціації навчально-виховного процесу з метою якомога повнішого розвитку нахилів та здібностей дітей, задоволення їхніх потреб розкриття творчого потенціалу [134, с.6].

Серед пріоритетних напрямків інформатизації освіти, першим є "... широке використання у процесі вивчення шкільних навчальних дисциплін педагогічних програмних засобів на базі сучасних комп'ютерів, телекомунікаційних мереж тощо" [134, с.7].

Враховуючи велику спорідненість інформатики і математики, цілком природно, що в усьому світі математика виявилася одним з тих шкільних предметів, з якого почалося широке впровадження НІТ навчання.

Доцільність використання в навчальному процесі комп'ютера обґрунтована в наукових роботах Б.Б. Беседіна, О.В. Вітюк, С.П. Величка, М.І. Жалдака, В.І. Клочко, І.В. Лупан, А.В. Пенькова, С.А. Ракова та ін. Серед досліджених питань розробки методики викладання математики в умовах широкого використання СІТН і створення педагогічних програмних засобів були:

– використання СІТН під час викладання математики в старших класах середньої школи (О.В. Вітюк, Ю.В. Горошко, М.І. Жалдак, А.В. Пеньков);

- розробка і методика використання інтелектуальних тренажерів в процесі викладання математики в старших класах (С.А. Раков);
- організація дослідницької діяльності учнів в умовах СІТН навчання (С.А. Раков, Т.В. Олійник, Н.М. Морзе);
- використання комп’ютера при вивченні теорії границь числових послідовностей в класах з поглибленим вивченням математики (В.В. Дровозюк, М.І. Жалдак);
- використання ПЕОМ при навчанні геометрії учнів 7-9 класів (О.В. Вітюк, М.І. Жалдак).

Отже, розроблено значну кількість програмних засобів, що дозволяють розв'язувати за допомогою комп'ютера досить широке коло математичних задач різних рівнів складності. Це такі програми, як DERIVE, EUREKA, серія GRAN1,GRAN-2D, GRAN-3D, розроблена О.В. Вітюком, Ю.В. Горошко, М.І. Жалдаком, Maple, MathCad, Mathematika, MathLab, Maxima, Numeri, Reduce, Statgraph.

Одна з важливих переваг комп'ютера як засобу навчання – це його здатність у наочній формі подати різного роду залежності, числові співвідношення тощо. Оскільки наочно-образні компоненти мислення відіграють важливу роль у житті людини, то використання їх в навчанні, в тому числі при роз'ясненні багатьох теоретичних питань, виявляється надзвичайно ефективним.

Використання комп’ютера як засобу навчання на уроках геометрії, сприяє активізації не лише репродуктивного характеру, а й формує діяльність за зразком засвоєння знань в учнів, уміння самостійно набувати їх на практиці, тим самим реалізувати на певному рівні ідеї особистісно-орієнтованого навчання.

Розглянемо деякі програмні середовища, які стосуються вивчення геометрії. Досить популярними за кордоном є середовища динамічної геометрії CABRI та Geometry Scetch Pad, детально розглянуті у роботі [197].

Серед вітчизняних розробок останніх років заслуговують на увагу навчальні середовища динамічної геометрії GRAN-2D та GRAN-3D [104].

Пропонуємо розглянути методику проведення уроку-практикуму на тему: “Розв’язування трикутників” з використанням програмного середовища GRAN-2D. Розв’язування трикутників полягає у знаходженні невідомих його елементів за відомими його кутами і сторонами. Основні вимоги до математичної підготовки учнів з даної теми – знати алгоритми розв’язування довільних трикутників і вміти розв’язувати задачі, застосовуючи ці алгоритми.

Тема уроку. Розв’язування трикутників.

Мета. Вивчення алгоритмів розв’язування трикутників та формування умінь їх використання за допомогою комп’ютера у груповій формі роботи.

Обладнання. Комп’ютери, програмне середовище GRAN-2D.

Хід уроку.

I. Організаційно-мотиваційний етап.

1. *Повідомлення теми і мети уроку.*
2. *Учні об’єднуються у групи по 4 за територіальною ознакою.*
3. *Роздача дидактичного матеріалу (картки із завданнями).*

II. Формування нового навчального досвіду.

1. *Робота в групах:*

а) учні з’ясовують завдання, поставлене перед групою;

б) висувають гіпотезу щодо розв’язування завдань;

в) вибирають лідера групи;

г) записують розв’язання у зошит;

д) перевіряють гіпотезу за допомогою комп’ютера.

2. *Робота між групами (конструктивний діалог):*

а) лідери звітують перед класом про виконану роботу та внесок кожного учня у розв’язування поставленого завдання;

б) член кожної групи представляє алгоритм розв'язування трикутників;

в) учні інших груп перевіряють правильність запропонованого алгоритму за допомогою комп'ютера.

ІІІ. Підсумок уроку.

Завдання для першої і другої груп – з'ясувати та записати алгоритм розв'язування трикутників, якщо відомі сторона і два кути трикутника. Завдання для третьої і четвертої груп – з'ясувати та записати алгоритм розв'язування трикутників, якщо відомі дві сторони і кут між ними. Завдання для п'ятої і шостої груп – з'ясувати та записати алгоритм розв'язування трикутників, якщо відомі дві сторони і кут, протилежний до однієї із сторін (учні повинні вказати, що такий трикутник є нерозв'язним). Завдання для сьомої і восьмої груп – з'ясувати та записати алгоритм розв'язування трикутників, якщо відомі три сторони. Задачі, які учні можуть використовувати для перевірки правильності створених алгоритмів, пропонуються із підручника [190] № 26, 27, 28, 29.

Правила роботи учнів з програмним середовищем GRAN-2D, для перевірки правильності складених алгоритмів розв'язування трикутників:

1. Викликати малюнок на екран:

   а) Файл;

   б) Завантажити;

   в) Ім'я файлу.

   З'являться малюнок з відповідними до умови розмірами.

2. Перевірка правильності розв'язування задачі в зошиті:

   а) Обчислити кут;

   б) Подальші дії виконувати згідно інформаційного рядку;

   в) Обчислити;

   г) Відстань;

   д) Подальші дії виконувати згідно інформаційного рядку.

Виконуючи дані вказівки, учень самостійно зможе перевірити розв’язану задачу на уроці.

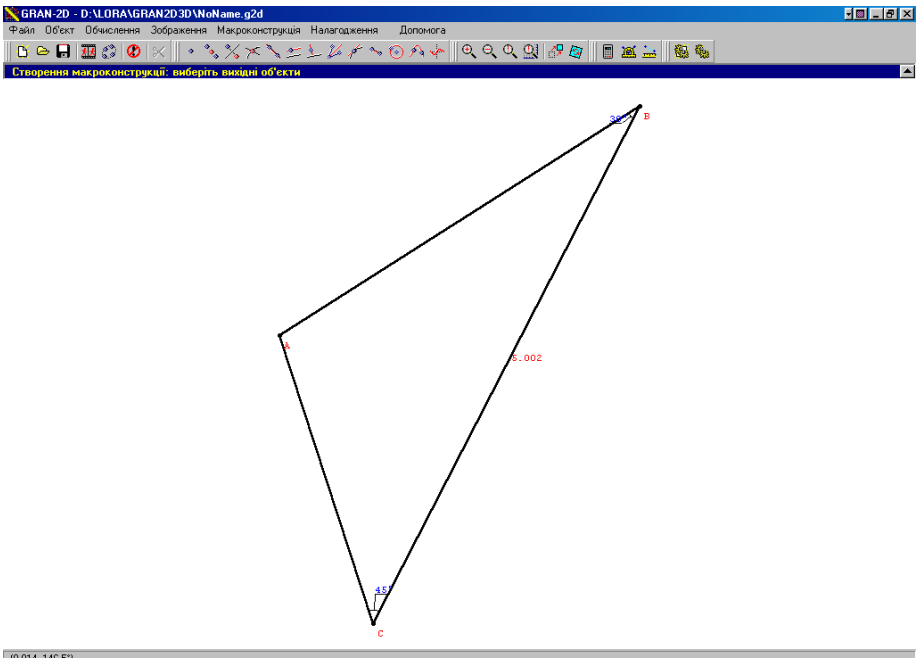


Рис. 2.43

Програму GRAN-2D ефективно застосовувати на практичних роботах з геометрії. Наприклад, побудувати трикутник з даними сторонами a=7см, b=7 см, c=9 см. Для розв’язування використаємо GRAN-2D:

1. Проводимо відрізок довжиною c: Об’єкт \ Створити з екрану \ Ламана. Відмічаємо дві точки A та B. Відстань між якими дорівнює довжині відрізка c.
2. Будуємо відрізок довжиною a: Об’єкт \ Створити з екрану \ Коло. Відмічаємо точку A як центр кола і точку, яка належить колу і знаходиться на відстані a від точки A. Одержуємо коло з центром в точці A.
3. Будуємо відрізок довжиною b: Об’єкт \ Створити з екрану \ Коло. Відмічаємо точку B як центр кола і точку, яка належить колу і знаходиться на відстані b від точки B. Одержуємо коло з центром в точці B.
4. Побудовані кола перетинаються в точці C.

5. З’єднуємо всі точки: Об’єкт \ Створити з екрану \ Ламана. Відмічаємо послідовно точки A, B, C у вікні \ Конструювання об’єкта \, встановлюємо позначку біля напису \ Замкнена \ і “натискаємо” кнопку \ Застосувати \.

Розв’язуючи задачі на побудову за допомогою комп’ютерних програм, учні не тільки закріплюють знання алгоритму побудови трикутника, але й мають можливість достатньо швидко обчислювати довжини висот, медіан, бісектрис, площі, величини кутів.

Комп’ютер створює нові можливості для організації самоконтролю та самоаналізу діяльності учнів на уроці.

Під час використання комп'ютера на уроці індивідуальна форма навчання набуває продуктивних рис парної роботи. Маючи комп'ютер партнером, учень може багаторазово повторювати матеріал у звичному для нього темпі, а вчитель – контролювати ступінь засвоєння навчального матеріалу цим учнем.

Наприклад, обчислити площу трикутника, якщо відомо координати його вершин. Використаємо програму GRAN-1:

1. Побудуємо фігуру з заданими координатами: Опції \ Об’єкт \ Нова ламана \ Таблиця з клавіатури. Вводимо послідовно координати вершин трикутника.
2. Графік \ Побудувати. Одержимо зображення заданої фігури.
3. Обчислити площу: Інтеграл \ Площа многокутника. Одержуємо результат.

Необхідною передумовою ефективного застосування комп'ютера на уроці є забезпечення діалогової взаємодії учня і комп'ютера. У літературі термін “діалог” часто тлумачать надто широко, і діалоговою вважається будь-яка взаємодія людини з комп’ютером, яка здійснюється часто і в реальному масштабі часу. Такий підхід неправомірний, як і ототожнення діалогу з взаємодією типу запитання-відповідь. При цьому розмивається психологічна сутність діалогової взаємодії і діалогових навчаючих систем.

Якщо взаємодію учня з комп'ютером можна описати як ланцюг "запитання-відповідь-запитання-відповідь", то таку взаємодію учня з технічним засобом не можна вважати діалоговою.

Так, на думку О.О. Гокунь, М.І. Жалдака, Ю.І. Машбиця говорити про діалог між учнем і комп'ютером у навчаючих системах можна лише тоді, коли, по-перше, комп'ютер розуміє повідомлення учня; по-друге, обмін повідомленнями стосується різних аспектів діяльності, що її здійснює учень (у даному разі мова йде про розв'язування навчальної задачі, що її ставить або комп'ютер, або учень), по-третє, коли ця взаємодія має педагогічну спрямованість [180, с.111].

Але діалог не повинен будуватися тільки на запитаннях і відповідях. Такий діалог не викликає в учнів задоволення від спілкування. Тому виділимо ряд вимог до побудови пізнавального діалогу:

– конструктивність спілкування, націленість на здобуття планованих учнем результатів;
– стимулювання учня до продовження спілкування з комп'ютером;
– пробудження пізнавальної активності учня;
– готовність учня до спілкування;
– можливість комп'ютера в даний момент вести спілкування;
– зміст програмного забезпечення комп'ютера.

Одне з основних питань організації діалогу – момент його початку. При цьому обом партнерам по спілкуванню – учню і комп'ютеру – повинні бути запропоновані різні можливості. Учень повинен ініціювати діалог в будь-який момент своєї роботи.

Необхідно з'ясувати, в яких точках цього процесу комп'ютеру слід перехоплювати ініціативу і якою вона повинна бути. Визначаючи спрямованість діалогу, треба враховувати рівень готовності до нього учня. Одні учні негайно використовують допомогу, інші усвідомлюючи сам факт помилки, самостійно не зможуть її виправити. У зв'язку з цим при організації діалогу, ініціатором якого є комп'ютер, важливе значення має

питання про те, коли слід переривати хід помилкового міркування учня, спрямовувати його на правильний шлях розв'язування задачі. Зауважимо, що на різних етапах розв'язування навчальної задачі рівень "самостійності" комп’ютера повинен бути різний. Тут вступають в силу такі фактори:

– готовність учня до спілкування;

– необхідність в спілкуванні;

– можливість комп'ютера в даний момент вести спілкування;

– зміст програмного забезпечення комп'ютера.

Необхідно звернути увагу на проблему виходу із діалогу. В умовах комп'ютерного навчання вирішальну роль у з'ясуванні моменту переривання діалогу належить учню: за бажанням, у будь-який момент він може вийти з діалогу. У той самий час комп'ютер повинен допомогти учню довести розв'язування задачі до кінцевого результату, а не просто виконати команду учня закінчити роботу, не розв'язуючи завдання.

Для математики розроблено значну кількість програмних засобів, що дають змогу розв'язувати за допомогою комп'ютера досить широке коло математичних задач різних рівнів складності. Але залишається недостатньо розробленим питання пізнавального спілкування учня з комп'ютером.

Враховуючи всі попередньо згадані особливості побудови діалогу учня з комп'ютером, для експериментальної методики автором була створена навчальна програма Triangle. Ця програма розроблена до теми "Ознаки рівності трикутників", яка вивчається за підручником О.В.Погорєлова у сьомому класі. У ній ми спробували змоделювати діалог учня з комп'ютером.

Головне меню складається із восьми меню: "Файл", "Урок", "Допомога", "Основні задачі", "Додаткові задачі", "Розвиваючі вправи", "Тести", "?" (Довідка).

Робоче поле складається із наступних вікон: "Умова задачі", "Розв'язання", "Малюнок", "Інформаційний рядок" та "Відповідь".

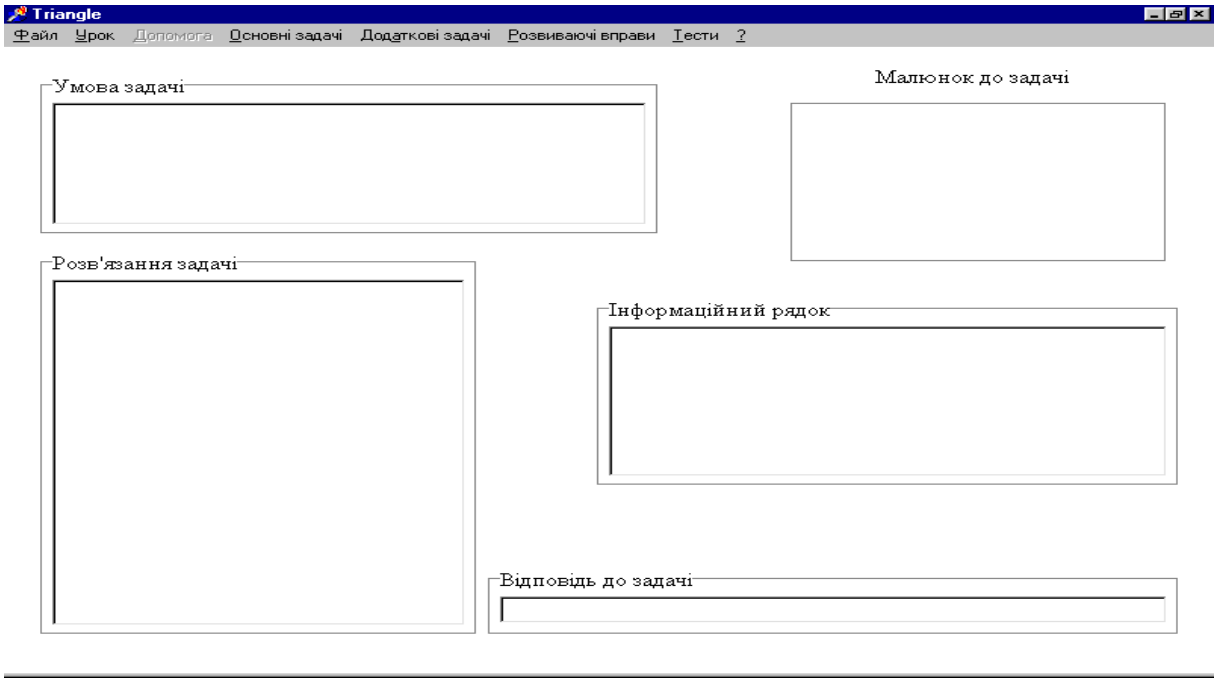


Рис. 2.44

Розглянемо роботу програми в тих моментах, коли виникає спілкування між учнем і комп'ютером.

Меню "Урок" містить три команди: "Почати", "Перевірити", "Закінчити" . При виборі першої команди учень "розблоковує" всі інші меню і має змогу з ними працювати. Вибираючи другу команду, вчитель може переглянути номери задач, які учень розв'язував або перевіряв до цього часу. Крім номерів і типів завдань також вказується рівень вибраної задачі, тому вчителю дуже легко зорієнтуватися у роботі учня. При повторному зверненні до цієї команди попередня інформація знищується, і на її місце записуються ті номери завдань, які були опрацьовані між першим переглядом результатів роботи учня і другим. Третя команда "Закінчити", як правило, використовується перед закінченням всієї роботи, бо містить перелік всіх завдань, які виконувалися протягом всього уроку. І за цими даними вчитель може оцінити інтенсивність роботи учня.

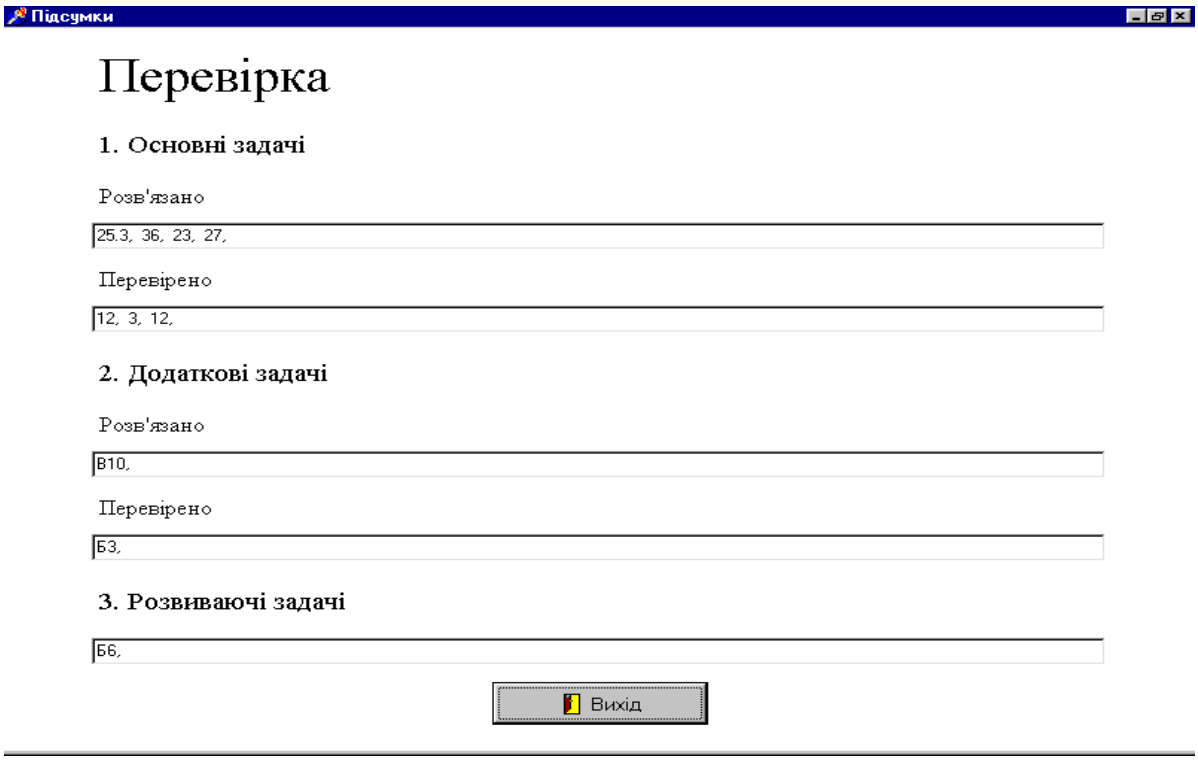


Рис. 2.45

При виборі задачі в "Інформаційному рядку" з'являється повідомлення про вид виконання завдання: перевірити чи розв'язати вибрану задачу. Якщо учень вибирає "Розв'язати", то він використовує, при необхідності, меню "Допомога". Меню "Допомога" містить наступні команди: "Теоретична підказка", "Підказка" (про порядок дій), "Малюнок", "Розв'язання", "Відповідь". Ці меню надають можливість учню отримати від комп'ютера різного роду підказки для розв'язання задачі і отримання конкретного результату. Так, при виборі команди "Теоретична підказка" учень у вікні "Інформаційній рядок" може ознайомитись або згадати всі визначення, які використовуються саме в цьому завданні. Команда "Підказка" надає можливість учню, заповнюючи пропуски, отримати кінцевий результат. Команда "Малюнок" відтворює малюнок до задачі, який теж стає своєрідною допомогою при виконанні завдання. Допомога "Розв'язання" - повне і обґрунтоване розв'язання задачі. Команда "Відповідь" відтворює відповідь до задачі.

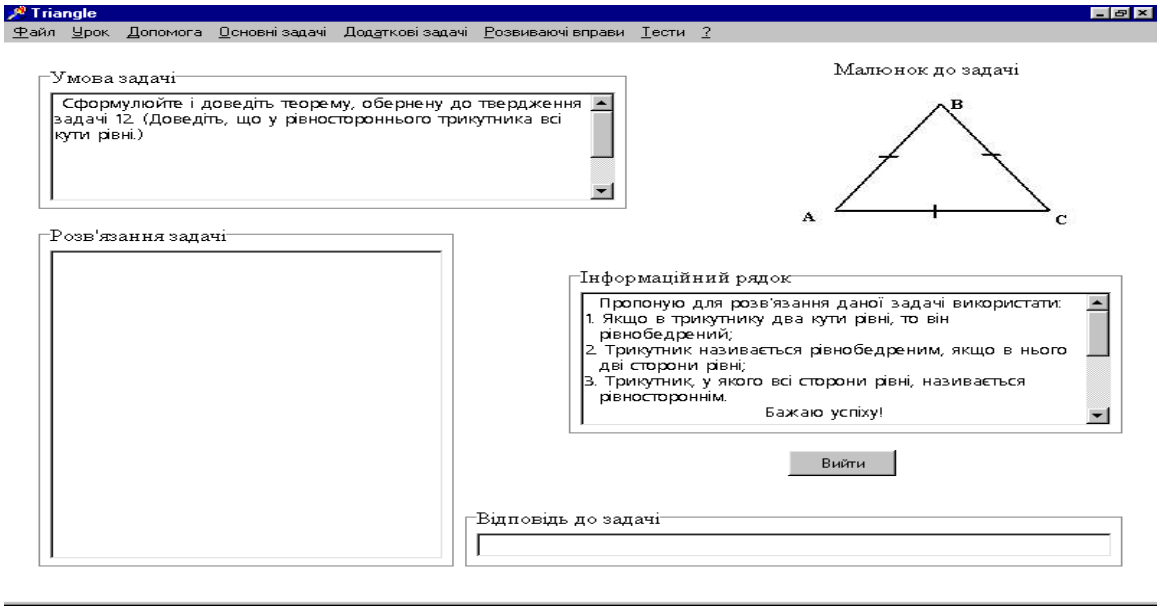


Рис. 2.46

Отже, учень у будь-який зручний для нього момент може вступити в діалог з комп'ютером, при цьому учень використовує відповідні команди і кнопки на екрані, а комп'ютер відтворює свої відповіді в "Інформаційному рядку". Але психологічні особливості кожного учня різні. Один учень відразу, не аналізуючи задачі, буде використовувати підказки, а інший може просидіти весь урок над однією задачею. Тому ми вирішили, що й комп'ютер може бути ініціатором діалогу. Після того, як учень вибрав собі завдання, через 3-5 хвилин комп'ютер через "Інформаційний рядок" з'ясовує, чи потрібна допомога, і пропонує оптимальний варіант використання меню "Допомога".

При цьому учень може погодитись або відмовитись від даної пропозиції. При розв'язуванні завдань не кожний учень може або хоче закінчити це завдання. Програма складена таким чином, щоб він не зміг звернутися до іншої задачі, не закінчуючи попереднє завдання. Після розв'язання вибраної задачі в "Інформаційному рядку" з'являється повідомлення про кількість використаних підказок. Тому вчителю легко

з'ясувати, на якому етапі розв'язування задачі в учня виникали запитання та труднощі. Вказується час виконання завдання.

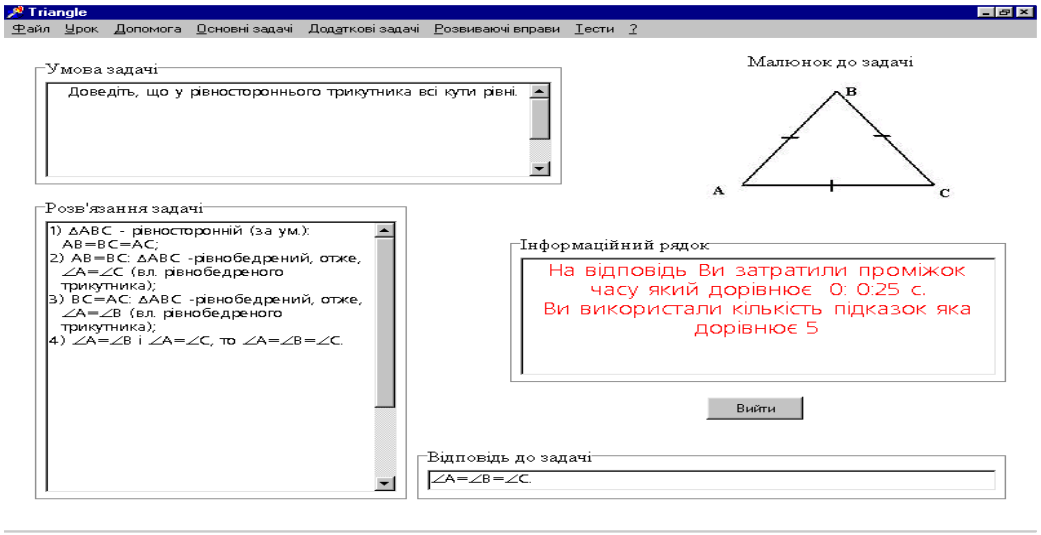


Рис. 2.47

Якщо ж учень вибирає команду "перевіряти", то на екрані з'являється малюнок до задачі, повне і обґрунтоване розв'язання цієї задачі і відповідь до неї. Учень має змогу перевірити правильність розв'язання завдання. При розв'язуванні задач може виникнути ситуація, коли він спочатку вибере перевірку завдання (для з'ясування розв'язання), а потім команду "розв'язання". Так виконати завдання можна, але в меню "Урок" під час перевірки роботи учня вчитель легко помітить, що учень один і той самий номер виконав у двох варіантах. У такій ситуації створюється виховний момент.

Під час розв'язування "Розвиваючих вправ" учню надається можливість самоперевірки свого завдання і оцінювання правильності виконання, при цьому комп'ютер відповідно реагує на правильність виконання.

Для того, щоб перевірити рівень застосування знань учнів, можна використати меню "Тести". Ці тести розвиваючі, містять п'ять субтестів різних рівнів складності. Як саме вибрати потрібний тест, учень дізнається із меню "?"

Після вибору і виконання завдання комп'ютер оголошує результати тестування у відсотковому відношенні і пропонує переглянути всі завдання, в яких були допущенні помилки.

Рис. 2.48

Під час перевірки даного завдання вказується набрана відповідь учнем і правильна відповідь. Учень, порівнюючи ці відповіді, може самостійно або за допомогою товаришів чи вчителя з'ясувати свої помилки. Відсоткове оцінювання дає змогу вчителю створювати ситуацію заохочення для одних учнів і виявлення стурбованості за набуті знання до інших.

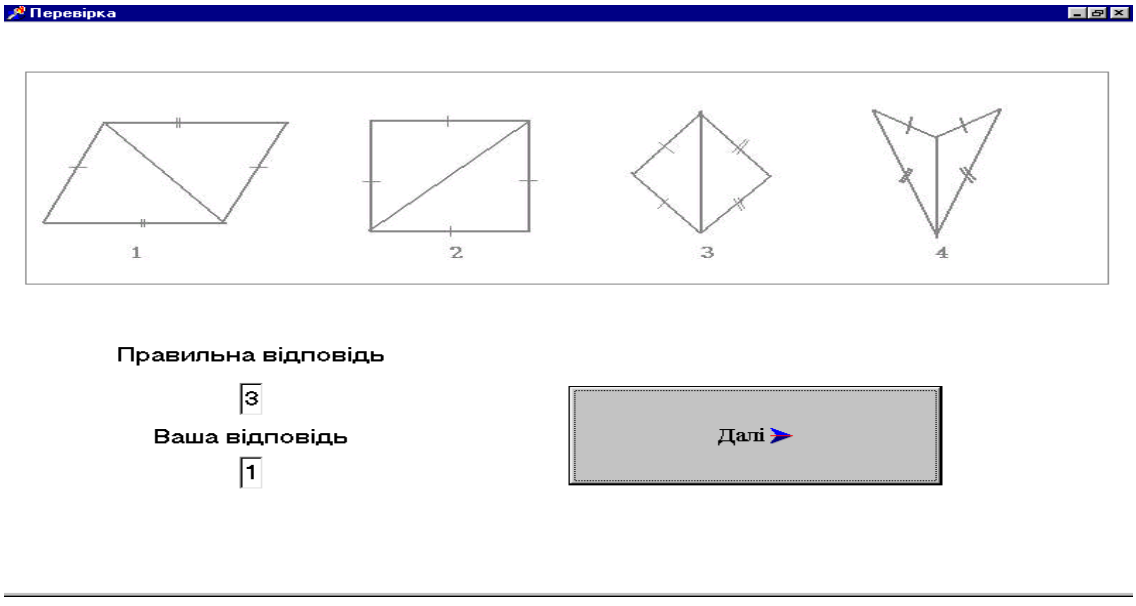


Рис. 2.49

Розглянемо практичне застосування програми Triangle на уроці геометрії під час вивчення теми “Ознаки рівності трикутників”.

Тема уроку. Третя ознака рівності трикутників. Розв’язування задач.

Мета. Застосування учнями здобутих знань до розв’язування задач. Розвиток вміння правильно застосовувати отриманні знання; працювати в парі.

Хід уроку.

І. Організаційно-мотиваційний етап.

1. *Повідомлення теми і мети уроку.*
2. *Перевірка домашнього завдання.*

а) Частина учнів класу сідає по одному за комп’ютер і звіряють розв’язання задачі на екрані монітора із записом у своєму зошиті. Оцінюють свою роботу.

б) Інша частина учнів перевіряє домашнє завдання з вчителем.

3. *Актуалізація потрібного навчального досвіду.*

ІІ. Корекційно-оцінювальний етап.

а) Підготовка до самостійної роботи в парі учень-учень-комп’ютер. Роздача завдань. Пояснення до завдань для пар, які працюють з комп’ютером.

1. *Учні вибирають на комп’ютері номер однієї із запропонованих задач.*
2. *Читають умову.*
3. *Записують короткий зміст та малюють рисунок до задачі.*
4. *Розв’язують задачу в зошиті.*
5. *Вписують відповідь у відведений рядок на екрані монітора (в залежності від відповіді, комп’ютер виводить інформацію про правильність чи неправильність розв’язування задачі).*

Якщо учні розв’язали задачу неправильно або на етапах 3-5 виникали труднощі, то учні можуть звертатися за допомогою до комп’ютера.

Якщо ж задача була розв'язана правильно, пара переходить до наступної задачі.

Так учні працюють з комп'ютером не більше 20 хвилин.

Звіт про кількість задач, яку розв'язала кожна пара з комп'ютером, вчитель переглядає на комп'ютері таі оцінює роботу.

б) Учні, які працювали за партами, мають змогу розв'язувати задачі в зошиті і при переході до комп'ютера перевірити правильність розв'язування задач.

в) Звіт учнів про результати роботи пар (один із учнів на клас).

г) Вчитель оцінює роботу кожного учня.

Завдання, які пропонує вчитель учням, – рівневі. Кожен учень вибирає для себе той рівень, на якому він буде працювати на даному уроці. Завдання до даного уроку подано у додатку В.

Практика свідчить, що використання комп'ютера на уроках геометрії створює нові можливості вдосконалення процесу навчання:

– значне урізноманітнення типів навчальних задач, включаючи задачі прикладного змісту;

– застосування навчальних середовищ, які забезпечують "занурення" учнів в певні соціальні і виробничі ситуації;

– забезпечення негайного зворотного зв'язку;

– широке застосування ігрових прийомів;

– широкий діапазон допоміжних навчаючих впливів, починаючи від підказок і закінчуючи демонстрацією розв'язування задачі і його обґрунтування;

– практична реалізація усіх рівнів відтворення фрагменту навчальної діяльності – предметно-змістового, предметно-операційного і рефлексивного;

– діалогізація навчального процесу, надання учневі можливості ініціювати діалог і виходити з нього, спонукання учнів до внутрішнього діалогу;

– широка індивідуалізація процесу навчання шляхом варіації основних і допоміжних навчальних впливів, ширини "поля самостійності" і т.д;

– значна активізація навчальної діяльності учнів, надання їм можливості обирати в певних межах послідовність вивчення матеріалу, складність і стильові особливості основних навчаючих впливів, прийнятних для учня допоміжних впливів, визначення міри і характеру допомоги;

– посилення мотивації за рахунок новизни і завдяки розподілу завдань за ступенем трудності, заохочення правильних відповідей, уникнення неприємних переживань, пов'язаних з помилкою, яка стає відомою вчителеві і учням, розкриттю значущості учбового матеріалу для соціального життя, економіки, активне включення учня в навчальний процес, зосередження його уваги на найважливіших аспектах учбового матеріалу.

Комп'ютер не заміняє вчителя. Він стає ефективним засобом навчання лише тоді, коли вчитель вміло керує процесом спілкування учня з комп'ютером, забезпечуючи цим самим оптимальний розвиваючий ефект.

2.3. Підготовка вчителів та учнів до реалізації технології рівневої диференціації на прикладі вивчення властивостей трикутника

Організація особистісно орієнтованого навчання вимагає високого професіоналізму з боку вчителя. Стратегічний напрям розвитку освітніх технологій очевидний: інтелектуальний і моральний розвиток учня на основі залучення його до різноманітної самостійної діяльності. Для організації роботи у класі загальноосвітньої школи на даному етапі реформування освіти вчителі віддають перевагу технології рівневої диференціації. Для підтвердження нашої гіпотези ми проанкетували 194 вчителів математики міста Кіровограда та Кіровоградської області. Із них: 52,5 % - вчителі сільських шкіл та 41,5 % - вчителі міських шкіл. У своїй роботі вчителі

використовують різні технології навчання предмета. Найбільш частими були такі:

Таблиця 2.2

Технологія навчання	Відсоткове відношення
Рівнева диференціація	39,6 %
Традиційне навчання	30,8 %
Лекційно-практична система навчання	17 %
Розвиваюче навчання	6,3 %
Проблемне навчання	5,3 %
Спілкування з ПЕОМ	1 %

Рівнева диференціація поступово стає традиційною технологією навчання математики. Результати анкетування виявили цікавий факт: 92 % всіх опитуваних вчителів вважають, що учням простіше вивчати алгебру, ніж геометрію. Однією з причин такого вибору є алгоритмічний підхід до вивчення алгебри. При розв'язуванні геометричних задач учням потрібне вміння творчо мислити. І сьогодні вчитель повинен бути готовим не передавати учням свої знання, а навчати самостійно їх здобувати навіть за ускладнених обставин.

З'ясувалося, що більшість вчителів під рівневою диференціацією розуміють тільки використання різнорівневих завдань. Використовують їх частіше всього під час самостійних і контрольних робіт. Але використання фрагментарних елементів рівневої диференціації не може дати належного результату, потрібна систематична робота у застосуванні на різних етапах рівневого навчання. Вона починається із забезпечення рівневого змісту на кожному етапі уроку та на будь-якому уроці. Вчитель зобов'язаний створювати учневі найсприятливіші умови для індивідуальної пізнавальної діяльності.

Наступна проблема – організація роботи у групах. І хоча пропозицій щодо поділу на групи багато (Розділ 1, §3), ми пропонуємо, щоб групи

утворювалися за вибором учнів, причому найоптимальніша кількість учнів в одній групі – 4 особи.

У свою чергу, робота у групах потребує спілкування членів групи. Всі опитані вчителі (100 %) вважають, що спілкування учнів на уроці необхідне. Але лише 16 % намагаються впроваджувати спілкування на уроках, та і то у формі діалогу вчитель-учень, учень-учень.

Все це дає підставу зробити висновок: щоб успішно впроваджувати рівневу диференціацію на уроках геометрії, необхідно використовувати різнорівневі завдання для реалізації роботи в групах на всіх етапах уроку та зробити зміст групової діяльності предметом спілкування учнів. Зауважимо, що стовідсоткова згода щодо необхідності технологічного впровадження спілкування в навчальний процес дає нам право стверджувати: організація пізнавального спілкування на уроках геометрії – нагальна проблема. Вчителі готові до нових змін у навчанні.

Складові компоненти технологічної моделі рівневої диференціації взаємодіють так як показано на рисунку 2.50:

Рис. 2.50

Різнорівневі завдання ще з 50-х років минулого століття перебувають у центрі уваги методичних досліджень і стали суттєвою часткою перспективного педагогічного досвіду. Так, Л.Г. Латохіна [150] виділяє три групи диференційованих завдань залежно від ступеня самостійності їх виконання учнями:

I. Інструкційні

1. Зі зразком способу дії;
2. З алгоритмом виконання;
3. З теоретичною довідкою.

II. З різноманітними елементами допомоги

1. З додатковою конкретизацією;
2. З репродуктивними питаннями;
3. З допоміжними вправами;
4. З допоміжними вказівками.

III. Наявність елементів, що потребують самостійного пошуку відповідей

1. З допоміжними запитаннями, які вимагають: порівняння, встановлення причинно-наслідкових зв'язків, узагальнення, доведення;
2. Із застосуванням вибору розв'язання;
3. Із застосуванням класифікації.

Розглянемо кожний із названих типів завдань.

Для учнів із низьким та середнім рівнем навчальних досягнень на початкових етапах вивчення теми ефективними завданнями є завдання зі зразком способу дії.

Приклад 1. *З'ясуй вид трикутника ABC (рис. 2.51).*

Міркуй так:

трикутник рівнобедрений, за визначенням

(AB = BC за умовою)

Приклад 2. *З'ясуй вид трикутникаMNK (рис. 2.52).*

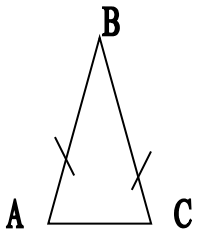


Рис. 2.51

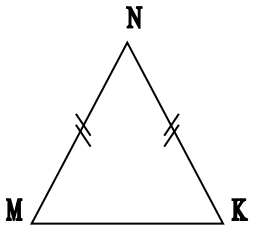


Рис. 2.52

Під час розв'язування задач алгоритм може набувати вигляду жорсткої послідовності дій (пряма репродукція).

Наприклад: *дано три точки: A, B, C. Побудуйте точку X, яка однаково віддалена від точок A і B і знаходиться на даній відстані від точки C.*

Алгоритм виконання:

1. Побудуйте серединний перпендикуляр до AB.
2. Побудуйте коло з центром C і радіусом заданої довжини.
3. X – точка перетину кола і перпендикуляра.

У завданнях з алгоритмом виконання подається послідовність вказівок (набір послідовних команд), керуючись якими, учень приходить до правильного результату.

Наприклад: *алгоритм реалізації доведення від супротивного.*

1. *Припустимо супротивне тому, що треба довести, тобто _____ .*
2. *Користуючись припущенням, відомими аксіомами і доведеними раніше твердженнями, шляхом міркувань робимо висновок, який суперечить або умові твердження, яке доводиться, або відомій аксіомі, або доведеному раніше твердженню, або припущенню.*
3. *Робимо висновок, що припущення неправильне, а правильне те, що треба було довести* [208, с.261].

Виконуючи дані завдання, учні повинні порівнювати умови; встановлювати зв'язок між задачами; узагальнювати розв'язування та застосовувати його для іншого завдання.

Завдання з теоретичною довідкою менш жорсткі за структурою і надають можливість учням, згадуючи потрібні теоретичні відомості, успішно розв’язати задачу.

Задача №27 [190, с. 40]. "Ознаки рівності трикутників".

У рівнобедреному трикутнику ABC з основою AC проведено медіану BD. Знайдіть її довжину, якщо периметр трикутника ABC дорівнює 50 м, а трикутника ABD – 40 м.

Картка.

Пропонуємо для розв’язування даної задачі використати такі відомості:

1. Трикутник називається рівнобедреним, якщо в нього дві сторони рівні;
2. Медіаною трикутника, проведеної з даної вершини, називається відрізок, що сполучає цю вершину із серединою протилежної сторони трикутника;
3. Сума довжин усіх сторін трикутника називається периметром трикутника.

Бажаємо успіху!!!

Під час розв’язування завдань даної групи учень повинен пригадати, відшукати, встановити теоретичні поняття, що використовуються в алгоритмі, узагальнити та застосувати до запропонованого алгоритму.

Порядок подачі вправ від зразка до алгоритму виконання, а потім до картки теоретичної допомоги дозволяє учням усвідомити логіку міркувань, переходити до узагальнення, розв’язування і переносу його в аналогічні умови.

До другої групи завдань належать завдання з різноманітними елементами допомоги. Їх призначення – цілеспрямовано керувати процесом пошуку способу розв’язування.

Одним із завдань цієї групи є завдання з додатковою конкретизацією (малюнок, схема, таблиця). Мета цих завдань – допомогти учням знайти в конкретних фактах загальне і, навпаки, за загальними положеннями – конкретні факти:

№ 1. *Вкажіть рисунок, що ілюструє властивості медіани рівнобедреного трикутника:*

а) б) в) г)

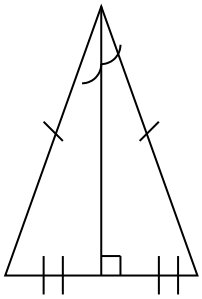


Рис. 2.53

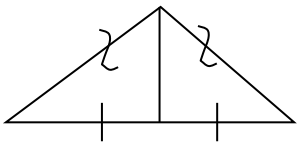


Рис. 2.54

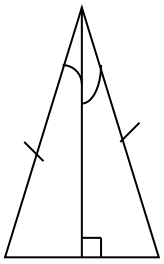


Рис. 2.55

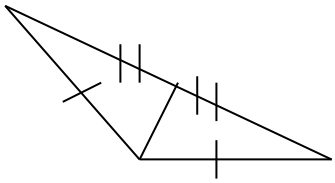


Рис. 2.56

№ 2. *Закінчіть рисунок 2.57, що ілюструє властивість медіани рівнобедреного трикутника:*

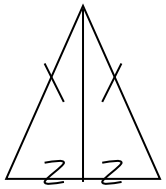


Рис. 2.57

№3. Задача №27 [190, с.103]. "Розв'язування трикутників".

Дано дві сторони трикутника і кут між ними . Знайдіть інші два кути і третю сторону, якщо:

1) a = 12; b=8; $\gamma=60^0$; 2) a = 7; b = 23; $\gamma=130^0$;

3) b = 9; c = 17; $\alpha=95^0$; 4) b = 14; c = 10; $\alpha=145^0$;

5) a = 32; c = 23; $\beta=152^0$; 6) a = 24; c = 18; $\beta=15^0$.

Розв'язання:

1) $c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\gamma}=\sqrt{144+64-2\cdot12\cdot8\cdot0,5}=\sqrt{112}\approx10,6$.

2) $\cos\alpha=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\approx0,189$; $\alpha\approx79^0$.

3) $\beta=180^0-\alpha-\gamma\approx41^0$.

Відповідь: $\alpha\approx79^0$; $\beta\approx41^0$; $c\approx10,6$.

Подумай, чи можна наступне завдання розв'язати так, як перше?

Вправи, які вимагають лише репродуктивної діяльність учнів, мають дещо інше дидактичне призначення – допомогти учневі актуалізувати

знання, необхідні для знаходження способу розв'язування даного завдання або сприяти активізації мислення учнів.

Наприклад, *задача № 40 [190, с.63]. "Сума кутів трикутника".*

У трикутнику один із внутрішніх кутів дорівнює 30^0, а один із зовнішніх – 40^0. Знайдіть решту внутрішніх кутів трикутника.

Пригадай!

1. Які кути є внутрішніми кутами трикутника?
2. Визначення зовнішнього кута трикутника.
3. З'ясуй, чи можуть задані кути бути при одній вершині трикутника?

Використай властивості зовнішнього кута трикутника.

До цієї самої групи належать завдання з допоміжними вказівками.

Наприклад, задача №27 [190, с.40]. "Ознаки рівності трикутників".

У рівнобедреному трикутнику ABC з основою AC проведено медіану BD. Знайдіть її довжину, якщо периметр трикутника ABC дорівнює 50 м, а трикутника ABD – 40 м.

Картка №1.

Підказка про порядок виконання дій:

Пропонується:

1. Розглянути Δ ABC: AB=…;
2. $P\Delta_{ABC}$=AB+…+…;
3. Розглянути ΔABD: AB=…;
4. $P\Delta_{ABD}$=AB+…+…;
5. Виконати арифметичні дії;
6. Сформулювати відповідь.

Бажаємо успіху!!!

Самостійна робота учня зводиться до завершення завдання, відтворення його за окремими пунктами розв'язування.

Із третьої групи завдань виділяємо завдання із застосуванням вибору розв'язання та застосуванням класифікації.

Аналіз наведеної вище схеми Л.Г. Латохіної, результати експериментального дослідження дають підставу дещо змінити структуризацію диференційованих завдань.

Диференційовані завдання можуть бути:

1. Інструкційні завдання:

а) із зразком способу дії (з додатковою конкретизацією);

б) з алгоритмом виконання;

в) з теоретичною довідкою (з репродуктивними запитаннями, з допоміжними вправами, з допоміжними вказівками).

2. Творчі завдання:

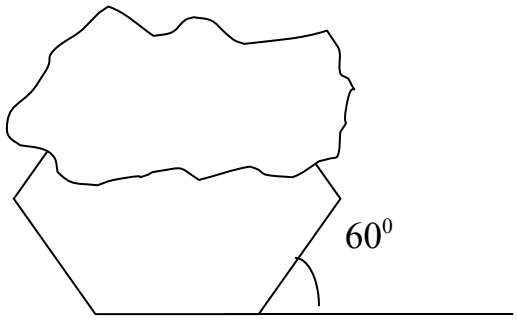
а) допускають кілька способів розв'язування і вибір раціонального;

б) направленні на розвиток і застосування розумових дій.

Іноді під час розв'язування однієї і тієї самої задачі в класі виявляється кілька варіантів розв'язання. Учні повинні вибрати раціональний спосіб.

Наприклад.

Знайдіть кількість сторін правильного многокутника.



1 спосіб

$n = \frac{360^0}{60^0} = 6.$

2 спосіб

$\angle ABC = 180^0 - 60^0 = 120^0;$

$120^0 n = 180^0 (n-2);$

$n = 6.$

Рис. 2.58

Іншим видом завдань із застосуванням вибору можуть бути тестові завдання.

До другої групи належать завдання, направленні на розвиток і застосування розумових дій. Наприклад, із застосуванням класифікації. Варіюючи суттєві і несуттєві ознаки об'єктів, можна відносити їх до певного типу. Ця операція допомагає визначити подальший спосіб дії:

Який рисунок зайвий? Відповідь обґрунтуйте.

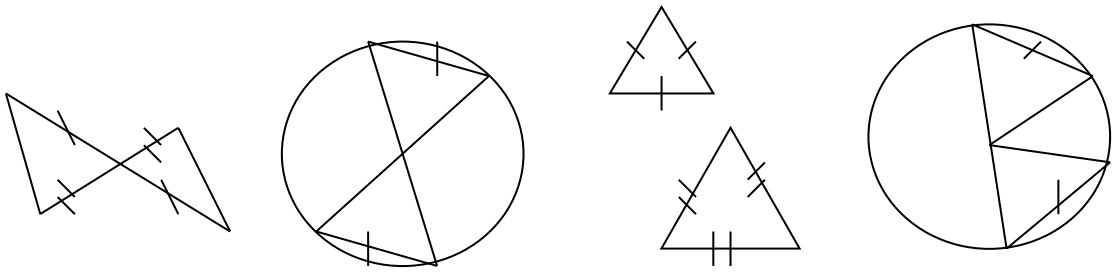


Рис. 2.59 Рис. 2.60 Рис. 2.61 Рис. 2.62

Вправи першого і другого типів можуть бути рівневими за ступенем складності. Учень сам вибирає той рівень завдань, який він зможе розв’язати:

Відшукайте пари рівних трикутників. Використайте позначення і зробіть відповідні записи до рисунків 2.63, 2.64, 2.65 за вибором.

Рівень А

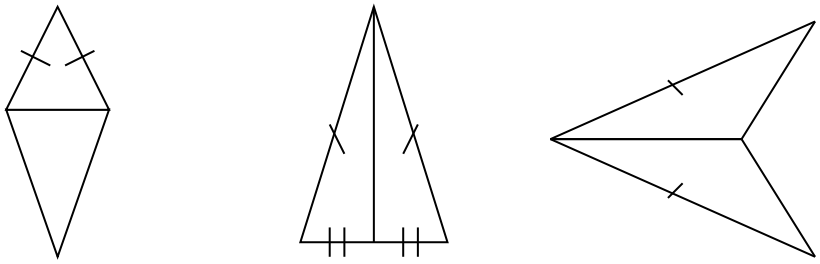


Рис. 2.63

Рівень Б

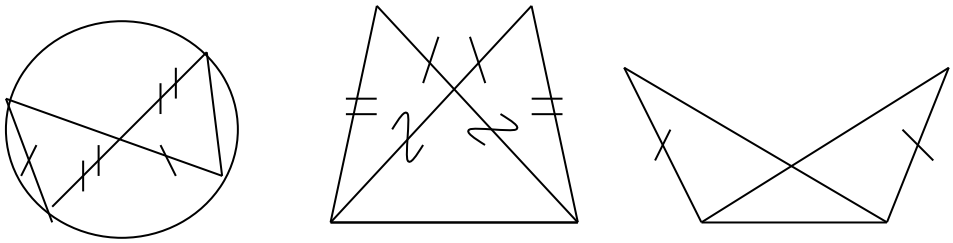


Рис. 2.64

Рівень В

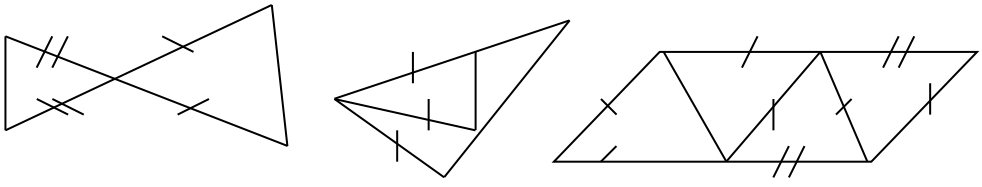


Рис. 2.65

Для систематичного розвитку творчих здібностей у школярів потрібно ставити перед ними підвищенні вимоги. М.М. Скаткін пропонує опис поетапного формування творчих здібностей школярів:

І етап – учитель формує творчі завдання й сам вирішує їх, а дітям пропонує роль виконавців своїх вказівок;

ІІ етап – учитель ставить завдання, але способи вирішення пропонує знайти учням, учитель підбиває підсумок роботи;

ІІІ етап – учитель ставить творчі завдання, а учні самостійно проходять усі етапи пошуку до висновків [195, с.7].

У процесі розвитку творчих здібностей через використання творчих завдань слід враховувати такі аспекти:

- наявність особливого типу спілкування вчителя та учня, за якого зберігається рівноправність і зацікавленість співрозмовників у поглядах;
- створення такої ситуації, коли творчі завдання розробляються не зовні, а в самому учнівському колективі;
- розвиток творчих здібностей можливий лише за високого рівня творчої активності та творчого потенціалу вчительського колективу [195, с.7].

Практика показала, що використання завдань всіх груп надає можливість вчителю в звичайному класі працювати на уроці з кожним учнем і варіювати міру допомоги.

Ми вважаємо, що основне призначення диференційованих завдань у тому, щоб забезпечити для кожного учня оптимальний характер пізнавальної діяльності у процесі навчання. На уроці потрібна різна кількість завдань і різностороння допомога, щоб підвищити рівень засвоєння програми кожним учнем, бо темп просування є досить стійкою характеристикою індивідуальних особливостей школяра.

Організаційна складова рівневої диференціації – робота в групах. На різних типах та етапах уроку доцільно формувати гомогенні та гетерогенні

групи. Утворюють ці групи учні на добровільних засадах, але корекційне втручання вчителя щодо утворення групи інколи необхідне. Для того, щоб вчитель був впевнений у ефективності роботи груп, необхідно на перших уроках провести діагностику індивідуальних особливостей учнів класу, а саме: швидкості та гнучкості мислення, слухової і зорової пам'яті, образної пам'яті, уяви, уваги, рівня загального розвитку, лідерів класу, товариських стосунків [232].

Для учнів кожної типологічної групи рівня А, Б, В визначаються:

1) комплекси завдань, які б забезпечували послідовне систематичне засвоєння навчального матеріалу, передбачали поступове зростання рівня його складності, творче оволодіння знаннями, активізацію діяльності;
2) форми організації роботи – фронтальна, групова, парна, індивідуальна;
3) міра та характер допомоги під час виконання того чи іншого завдання.

Зміна форм організації діяльності, міри допомоги повинні створювати умови позитивної мотивації учіння, формувати у школярів здатність до самостійного застосування набутих знань і вмінь. Це здійснюється за умови, коли фронтальна робота змінюється на групову, парну, індивідуальну.

Особливості організації групової роботи:

1. Клас ділиться на даному уроці на групи для розв'язування навчальних задач.
2. Для кожної групи пропонуються завдання. Залежно від типу уроку завдання можуть бути однакові або різні.
3. Виконуються завдання під керівництвом вчителя або керівника групи.
4. Завдання в групі виконуються в умовах розподільної діяльності, щоб можна було оцінити вклад кожного учня.
5. Склад групи не постійний, він зумовлений змістом і характером роботи.

Завдання добираються залежно від типу групи. Якщо група гомогенна, то задачі для її членів треба пропонувати однакові за змістом і рівнем складності, але різні за числовими значеннями, на зразок таких.

Задача №1. *У трикутнику дано дві сторони і кут, протилежний до однієї із сторін. Знайдіть інші два кути і третю сторону трикутника, якщо:*

1) $a=12$, $b=5$, $\alpha=120^0$; 2) $a=27$, $b=9$, $\alpha=140^0$;

3) $a=34$, $b=12$, $\alpha=160^0$; 4) $a=6$, $b=8$, $\alpha=30^0$.

Задача №2.

а) *У трикутнику ABC і MNK: $\angle A=\angle M$, $\angle B=\angle N$, $AB=5$ см, $BC=7$ см, $MN=10$ см, $MK=8$ см. Знайдіть решту сторін трикутників.*

б) *У трикутнику ABC і MNK: $\angle A=\angle M$, $\angle B=\angle N$, $AB=16$ м, $BC=20$ м, $MN=12$ м, $AC–MK=6$ м. Знайдіть решту сторін трикутників.*

в) *У трикутнику ABC і MNK: $\angle A=\angle M$, $\angle B=\angle N$, $MN=8$ дм, $NK=6$ дм, $BC=3$ дм, $AC+MK=12$ дм. Знайдіть решту сторін трикутників.*

г) *У трикутнику ABC і MNK: $\angle A=\angle M$, $\angle B=\angle N$, $MN=15$ см, $NK=12$ см, $BC=4$ см, $AC=2$ см. Знайдіть решту сторін трикутників.*

Якщо ж групи гетерогенні, то треба пропонувати рівневі задачі із поступовим ускладненням (зростаючий варіант складності).

Задача №3. *У трикутнику ABC проведено відрізок DK, паралельний стороні AC (кінець D відрізка лежить на стороні AB, а K – на стороні BC). Знайдіть AD, якщо $AB=16$ см, $AC=20$ см, $DK=15$ см.*

Задача №4. *У трикутнику ABC проведено відрізок DK, паралельний стороні AC (кінець D відрізка лежить на стороні AB, а K – на стороні BC). Знайдіть відношення $AD:DK$, якщо $AC:DK=55:28$.*

Задача №5. *У трикутнику ABC проведено відрізок DK, паралельний стороні AC (кінець D відрізка лежить на стороні AB, а K – на стороні BC). Знайдіть довжину відрізка DK, якщо $AC=20$ см, $AB=17$ см, $BD=11,9$ см.*

Задача №6. *Діагоналі трапеції перетинаються в точці K, а продовження бічних сторін – у точці F. Доведіть, що пряма KF ділить основи трапеції пополам.*

Схема групової роботи учнів на уроках подана в параграфі 1.3 виявилась ефективною для всіх видів груп.

Групова технологія передбачає:

1. Взаємне збагачення учнів у групі.
2. Організацію спільних дій, що активізують навчальний процес.
3. З'ясування операційного складу дій.
4. Спілкування як обмін інформацією і досягнення взаєморозуміння.
5. Обмін способами дій, потрібними для розв'язування проблем.
6. Рефлексія, що встановлює відношення дитини самої до себе і до групи.

На основі експериментального дослідження виділяємо такі особливості організації групової роботи:

1. Клас ділиться на даному уроці на групи для розв'язування навчальних задач.
2. Кожна група отримує від учителя завдання однакове або різне для всіх членів групи.
3. Завдання в групі виконується розподільчим чином, щоб можна було оцінити вклад кожного учня.
4. Склад групи непостійний, він зумовлений змістом і характером роботи.

В процесі організації такої роботи в класі на уроках геометрії учень не повинен звикати до однієї групи. Учень повинен бути мобільним і співпрацювати у різних групах змінного складу. Завдання він виконує під керівництвом вчителя або лідера.

Функції вчителя на уроці за даною технологією організації роботи така:

1. Контролює хід роботи в групах.
2. Відповідає (при необхідності) на запитання.
3. Регулює порядок роботи і суперечливі питання.
4. У крайньому випадку допомагає окремим учням і окремим

групам (якщо в класі не знайдеться школяра, який зміг би надати потрібну допомогу).

5. Якщо група не працююча, розформовує її.

У процесі роботи групи учні між собою спілкуються. Вчителю варто брати участь у цьому спілкуванні і при необхідності вносити корективи. На перших етапах використання групової роботи учнів варто готувати до здійснення спілкування на уроці, у формі опрацювання помилок та моделювання окремих видів діяльності.

Пам'ятка! (Правила спілкування у групі).

1. Уважно вислухай усі варіанти відповідей товаришів і запропонуй свій.
2. Порівняй та поясни відповіді, отримані на дане запитання.
3. Розкажи товаришам своє бачення проблеми (розв'язання).
4. З'ясуй відповіді на запитання, що виникли під час розв'язування завдань.
5. Не перебивай своїх товаришів, які пояснюють.
6. Будь ввічливим та доброзичливим.
7. Жодної критики на адресу своїх товаришів.

Дану пам'ятку варто відпрацювати та засвоїти у колективній роботі.

Схему спілкування учнів під час роботи в групах зображено на рис.2.66.

Розглянемо дії учнів та вчителя під час організації спілкування в групах. Підготовчу частину проводить учитель. Він оголошує завдання та формулює проблему. Учні на цьому етапі слухають і записують. Наступний етап – групова робота. Вчитель контролює роботу груп. Учні пробують індивідуально розв'язати проблему. Після самостійного розв'язування проблеми спілкуються. Спілкування дозволяє здійснити самоконтроль та корекцію розв'язку проблеми. Група узгоджує кінцевий результат і вибирає лідера для діалогу з лідерами інших груп.

Схема спілкування учнів при роботі в групах:

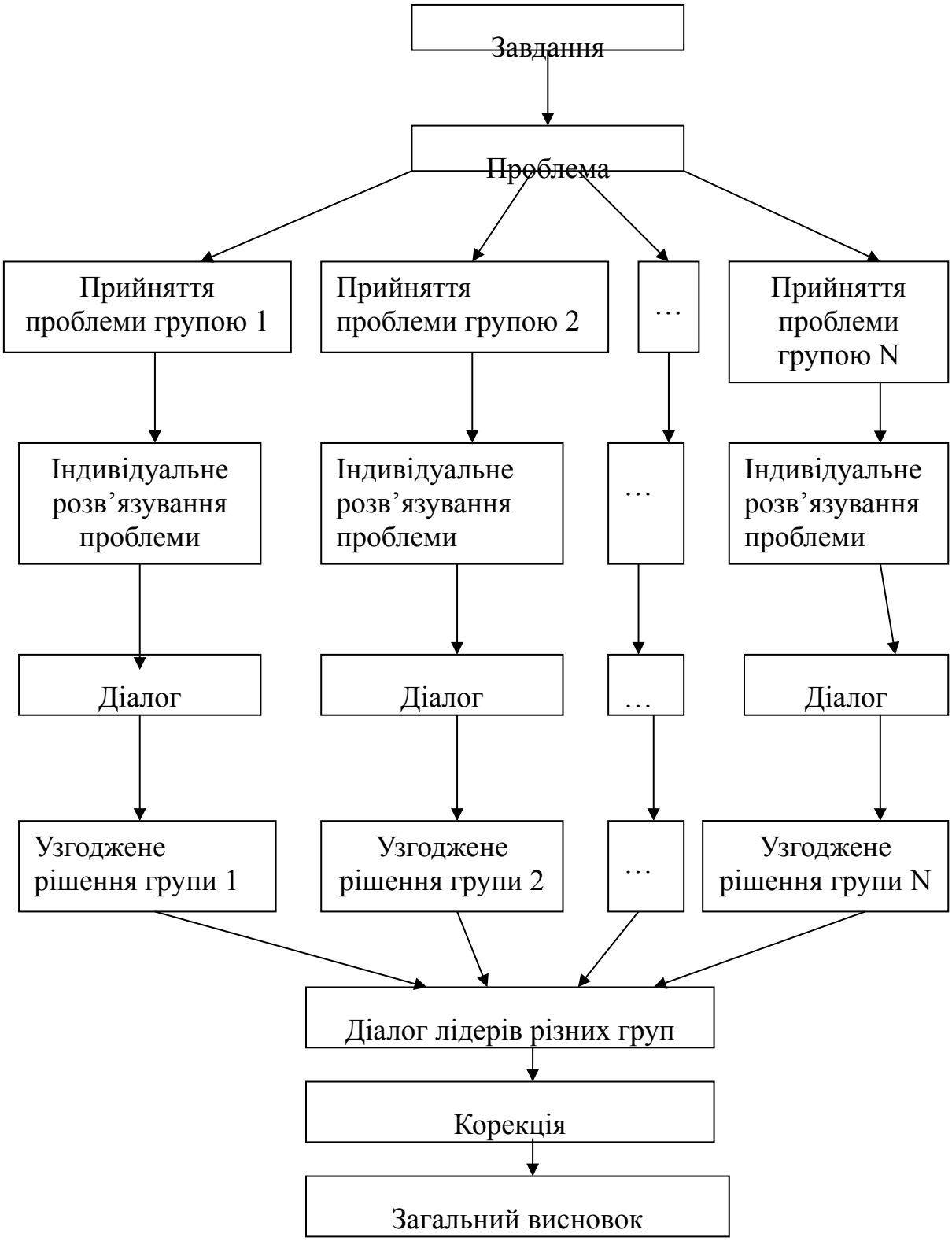


Рис. 2.66

У процесі діалогу лідерів проводиться корекція розв’язання проблеми. Підсумок роботи груп – загальний висновок розв’язання завдання.

Обов’язковими і незмінними факторами пізнавального спілкування можна виділити:

1. Наявність проблеми.
2. Робота в групі.
3. Діалог.
4. Прийняття узгодженого рішення.

Аналіз перспективного педагогічного досвіду та результати експериментальної перевірки дають можливість сприймати технологію рівневої диференціації як технологію розвиваючого навчання.

В якості форм організації технології рівневої диференціації можуть використовуватися нетипові уроки. До таких уроків відноситися **діалогічна лекція**, яка розрахована на певну долю участі учнів у розкритті її змісту при керівній та спрямовуючій ролі вчителя, або раніше підготовлених консультантів. Лекція, яка проводиться в діалогічній формі, досягає успіху толі, коли вчителем добре продумані та сформульовані запитання до діалогу з учнями та між учнями, передбачені можливі варіанти відповідей на них, визначені серед них найбільш істотні. **Полемічна лекція** передбачає навчання змісту матеріалу у вигляді постановки дискусійних проблем, ідей, положень, що вимагають розв'язку в ході дискусії. При цьому зручно використати групову форму роботи.

Семінарське заняття є формою організації навчання, що дозволяє ефективно формувати вміння учнів самостійно працювати. При цьому учням надається можливість активно оперувати знаннями, набутими на уроках, а також у процесі самостійної роботи з рекомендованою літературою. На семінарському занятті допустимі дискусії, заперечення, обговорення, аргументація тощо, що дозволяє учням більш осмислено і міцно засвоювати зміст теми.

Конференція, як форма організації навчального процесу, передбачає об'єднання учнів однією метою – вирішенням певної теоретичної або практичної проблеми. Творче обговорення та розв'язок вибраної проблеми детермінує зміст конференції, характерною ознакою якої є дискусія, а її результатом – осмислення цієї проблеми. Конференція – це важлива форма

навчання, яка сприяє формуванню знань, умінь та навичок учнів, їх закріпленню та вдосконаленню, поглибленню і систематизації; це комплексна форма узагальнення результатів самостійної пізнавальної діяльності учнів. Як показала практика, раціональніше проводити підсумкову конференцію як заключний етап вивчення певного розділу навчальної програми.

Урок-диспут – одна з форм урочної роботи з учнями, яка допомагає розвивати їх самостійність, логічне мислення. Під час диспуту з'являються можливості впливу на інтелектуальну на емоційну сфери особистості учня; збудження його зацікавленості у пошуку істини. У процесі диспуту учні обговорюють не тільки запропоновані питання, але й ті, які виникли при підготовці до диспуту. Крім того, учні набувають умінь та навичок самостійної роботи з різними джерелами інформації; оволодівають методами аналізу і синтезу; формують уміння узагальнювати, робити висновки та вносити пропозиції. У процесі диспуту, тобто зіткненні різних поглядів та думок, знання учнів уточнюються, поглиблюються коригуються; вони вчаться аргументовано захищати власні думки, переконання, ідеї.

Урок-залік – це форма перевірки досягнень учнів з вивченої теми чи розділу. Його метою є оцінка навчальних досягнень, систематизація, узагальнення та поглиблення знань, усунення прогалин у знаннях учнів. Ефективність уроку-заліку значною мірою залежить від його підготовки. На даний урок, як правило, виносяться найбільш значущі для засвоєння учнями теми, наприклад, "Ознаки рівності трикутників", "Подібність трикутників". У процесі підготовки до заліку вчитель відбирає відповідний матеріал, виділяє в ньому головне, істотне, складає перелік запитань таким чином, щоб частину відповідей учнів могли перевірити та оцінити консультанти. На ефективність уроку-заліку значною мірою впливає створення сприятливого мікроклімату, забезпечення позитивного емоційного настрою на залік атмосфера доброзичливості та співробітництва. Урок-залік – це не тільки контроль навчальних досягнень учнів, але й важливий стимулюючий фактор

їх навчально-пізнавальної діяльності. Позитивна оцінка на заліку надає учням впевненості, підвищує їх інтерес до вивчення предмета, формує позитивне ставлення до навчальної праці та її результатів.

Урок-консультація – це одна з форм усунення прогалин у знаннях, уміннях та навичках учнів. Організація спільної діяльності вчителя і учнів на уроці-консультації можлива в таких варіантах: 1) учитель заздалегідь визначає коло питань, які слід розглянути на уроці, ставить їх перед учнями, допомагає знайти оптимальні відповіді на них (при цьому питання носять як теоретичний, так і практичний зміст); 2) учні задають запитання з теми, а інші учні дають відповіді на них (при необхідності звертаються за допомогою до вчителя); 3) частину запитань, основних, ставить учитель, підводить учнів до необхідності постановки та з'ясування низки інших запитань, разом з учнями дає відповіді на них.

Практичне заняття ставить за мету на основі засвоєних системних знань включати учнів у різні види самостійної діяльності – практичної, інтелектуальної, предметної. Практична діяльність учнів забезпечує використання ними знань, умінь та навичок у різних ситуаціях. Інтелектуальна діяльність учнів у процесі виконання практичної роботи – це бачення та виправлення своїх помилок, перенесення знань з одного предмета на інший, діагностування і моделювання навчально-пізнавальної діяльності. Практична – це маніпуляція матеріальними об'єктами (робота з вимірювальними приладами, комп'ютером та ін.). Як правило на практичні заняття з геометрії виносяться задачі на побудову та задачі, що мають практичний зміст. Різновидом практичного заняття є практикум, який проводиться в старших класах після вивчення розділу та має переважно повторювально-узагальнюючий характер. Участь у ньому відкриває великі можливості для прояву і розвитку індивідуальних інтересів та нахилів учнів. На практикумі можна розв'язувати олімпіадні завдання. При цьому одним слід надавати повний інструктаж, іншим – лише короткі відомості, для

третіх обмежитися постановкою цілей та завдань, для розв'язування яких учні повинні самостійно розробити план та алгоритм дій.

Урок-співбесіда проводиться для виявлення рівня навчальних досягнень учнів. Урок-бесіду доцільно проводити перед вивченням вузлових тем програмного матеріалу. У цьому випадку вчитель отримує інформацію, яку використовує при підготовці до наступних уроків з метою профілактики помилок, корекції змісту навчального матеріалу, раціонального вибору методів та засобів навчання.

Педагогічна мета технології рівневої диференціації на уроці полягає не тільки в підвищенні пізнавальної активності учня, а й у створенні позитивного емоційно-психологічного клімату, який сприяє особистому самовираженню і самоствердженню учня. Підсилення таких суттєвих моментів педагогічної взаємодії, як взаємодопомога, доброзичливість, взаєморозуміння вчить молодь працювати разом і поважати гідність товариша.

2.4. Експериментальна перевірка методичних рекомендацій

Експериментальна перевірка ефективності запропонованої технології рівневої диференціації під час вивчення властивостей трикутника здійснювалася в три етапи:

1. Констатуючий експеримент (1999-2001 р.р.).
2. Пошуковий експеримент (2001-2002 р.р.).
3. Формуючий експеримент (2002-2003 р.р.).

Мета експерименту:

– на основі результатів констатуючого експерименту, аналізу психолого-педагогічної літератури з теми дослідження, навчальних посібників з геометрії з'ясувати геометричні вміння учнів з теми "Властивості трикутника" та розробити методику вивчення

властивостей трикутника в умовах рівневої диференціації в основній школі;

– експериментально перевірити ефективність вивчення властивостей трикутника за розробленою моделлю.

Перед проведенням експерименту були поставлені такі завдання:

– розробити і апробувати методичні рекомендації для вивчення властивостей трикутника в умовах рівневої диференціації з посиленим розвиваючим ефектом;
– провести аналіз результатів педагогічного експерименту.

Експериментальна база. Експеримент проводився протягом 1999-2003 р.р. в 7-9 класах загальноосвітніх шкіл №13, №20, № 23 м. Кіровограда, ЗОШ №1 м. Ульянівки Кіровоградської області.

Мета констатуючого експерименту полягала в уточненні процесуальної частини рівневої диференціації, а саме її орієнтаційного, змістово-операційного та контролюючого компонентів на матеріалі властивостей трикутника.

Застосовувалися такі методи емпіричного дослідження:

– аналіз змістових можливостей навчального матеріалу з геометрії (планіметрії), на якому б можна було успішно застосувати технологію рівневої диференціації;
– аналіз структурних особливостей курсу геометрії з точки зору місця теми “Властивості трикутника”;
– спостереження за процесом діяльності вчителя й учнів, у результаті якого виділялися методи, форми та засоби навчання на уроках, що склали пізніше основу методичних рекомендацій;
– анкетування вчителів з метою з’ясування рівня їх готовності до впровадження даної технології;
– з’ясування можливостей використання деяких ППЗ під час вивчення властивостей трикутника.

Результати констатуючого експерименту підтвердили недостатність методичного забезпечення до теми. Було вирішено створити для експериментального навчання програмне середовище Triangle. Практична сторона дослідження на цьому етапі полягала у спостереженні за роботою вчителів та учнів на уроці. Мав місце прогностичний аналіз і перевірка у рамках педагогічного експерименту власним досвідом окремих елементів технологічної моделі рівневої організації навчання та засобів її організації (підходи до проведення окремих етапів уроку, засоби реалізації, вимоги до побудови системи вправ, організаційні форми побудови системи вправ, організаційні форми співпраці учнів на уроці).

У результаті констатуючого експерименту з'ясувалося:

4) Теоретичний матеріал з геометрії допускає самостійне опрацювання учнями його змісту не з усіх тем.
5) Ефективність використання групової роботи пов'язана з доступністю викладу тексту у підручнику та сформованістю вмінь учнів самостійно виконувати роботу на уроці.
6) Традиційним компонентом залишається спілкування "вчитель-учень", а новим, незвичним є спілкування між учнями з дозволу вчителя.
7) Практично не досліджене використання комп'ютера для організації внутрігрупового спілкування.

У процесі вивчення рівня навчальних досягнень учнів була проаналізована річна контрольна робота дев'ятикласників (табл. 2.3; рис. 2.67).

Результати річних контрольних робіт з математики

Таблиця 2.3

Бали	Процентне відношення отриманих оцінок з алгебри	Процентне відношення отриманих оцінок з геометрії
1	0	0
2	0	0

3	45	62
4	29	21
5	26	17

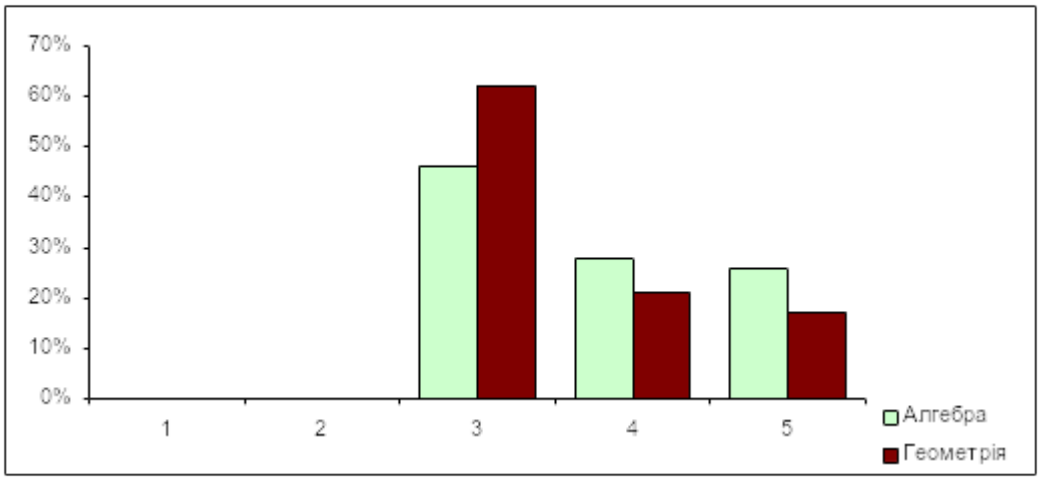


Рис. 2.67

Із 215 опитаних учнів, на запитання: “Чи подобається тобі вивчати геометрію?”. “Так”, – відповіли 21 %, “ні” – 43 %, “так, але виникають труднощі в розв’язуванні задач” – 36 %. Ці результати свідчать про перевагу мотивів не пізнавального плану під час вивчення шкільного курсу геометрії.

На другому етапі, пошуковому, аналізувався рівень досягнень учнів, відбиралися контрольні та експериментальні класи, здійснювалася розробка компонентів технології рівневої диференціації та апробація комп’ютерної програми Triangle.

Проведення масової перевірки запропонованої методичної моделі вимагало визначення обсягу вибірки з урахуванням умов, які забезпечують її репрезентативність [76].

Школи, в яких проводився експеримент були вибрані методом випадкового відбору. Перевірка гіпотези про рівномірність розподілу учнів в експериментальних та контрольних класах проводилася за результатами діагностичних контрольних робіт (додаток А) та на основі статистичного критерію χ^2.

Результати діагностичних контрольних робіт подано у таблиці 2.4.

Таблиця 2.4

Класи	Об'єм вибірки	Навчальні досягнення учнів у відсотках			
		1–3	4–6	7–9	10–12
7 кл. контр.	*121*	*5,79*	*44,63*	*38,84*	*10,74*
7 кл. експ.	*127*	*7,09*	*47,24*	*37,80*	*7,87*
8 кл. контр.	*138*	*6,52*	*42,75*	*42,75*	*7,97*
8 кл. експ.	*136*	*5,15*	*45,59*	*41,91*	*7,35*
9 кл. контр.	*133*	*9,02*	*51,88*	*33,83*	*5,26*
9 кл. експ.	*129*	*10,08*	*56,59*	*30,23*	*3,10*
Всього:	*784*				

Для статистичної обробки результатів використаємо критерій χ^2, так як маємо випадки з незалежними вибірками. Обчислення виконано за формулою:

$$\chi^2 = \frac{1}{n_1 n_2} \sum_{i=1}^{c} \frac{(n_1 p_{2i} - n_2 p_{1i})^2}{p_{1i} + p_{2i}},$$

де n_1, n_2 – об'єм порівнюваних вибірок, c – кількість категорій, p_{1i} та p_{2i} – кількість об'єктів відповідно для першої та другої вибірки, що належать до i-тої категорії [75, с.96-106].

За нуль-гіпонезу (H_0) приймемо те, що рівень досягнень учнів експериментальних класів статистично не більший і не менший рівня навчальних досягнень учнів в контрольних класів. Складемо таблицю по кожному класу:

Таблиця 2.5

Класи	Об'єм вибірки	Розподіл учнів по рівнях навчальних досягнень							
		1–3		4–6		7–9		10–12	
7 кл. контр.	*121*	P_{11}	*7*	P_{12}	*54*	P_{13}	*47*	P_{14}	*13*
7 кл. експ.	*127*	P_{21}	*9*	P_{22}	*60*	P_{23}	*48*	P_{24}	*10*

Продовження табл. 2.5

8 кл. контр.	*138*	P_{11}	*9*	P_{12}	*59*	P_{13}	*59*	P_{14}	*11*
8 кл. експ.	*136*	P_{21}	*7*	P_{22}	*62*	P_{23}	*57*	P_{24}	*10*
9 кл. контр.	*133*	P_{11}	*12*	P_{12}	*69*	P_{13}	*45*	P_{14}	*7*
9 кл. експ.	*129*	P_{21}	*13*	P_{22}	*73*	P_{23}	*39*	P_{24}	*4*
Всього:	*784*								

Вибірки учнів випадкові та незалежні. Використовуючи двосторонній критерій χ^2:

χ_1^2 – значення критерію для експериментальних даних за 7 клас;

χ_2^2 – значення критерію для експериментальних даних за 8 клас;

χ_3^2 – значення критерію для експериментальних даних за 9 клас. Використовуючи формулу, отримуємо: χ_1^2 =0,82; χ_2^2 =0,39; χ_3^2 =1,33.

Нехай прийнятий рівень значущості α=0,05. За таблицею 7 [133, с.213] для числа степеня вільності k=3 знаходимо критичну точку розподілу $\chi_{кр}^2$: $\chi_{кр}^2$=7,8. Порівняємо значення χ_1^2, χ_2^2, χ_3^2 з критичною точкою розподілу $\chi_{кр}^2$. $\chi_1^2 < \chi_{кр}^2$, $\chi_2^2 < \chi_{кр}^2$, $\chi_3^2 < \chi_{кр}^2$. Отже, немає підстав для відхилення гіпотези H_0, тобто з ймовірністю 0,05 помилки першого роду для експериментальних і контрольних класів не можна вважати різними рівні навчальних досягнень.

На даному етапі експерименту був проведений навчальний експеримент, до якого було залучено 185 учнів. Експеримент проводився за методикою диференційованого навчання. Вчителі, які брали участь у навчальному експерименті, знайомилися зі змістом та методичною організацією групової роботи та організацією спілкування учнів на уроках геометрії. Діагностували рівні геометричних здібностей школярів, визначали рівні навчальних досягнень і на основі діагностики визначали групу, до якої належить кожен учень класу.

У зв’язку з специфікою організації навчальної діяльності учнів на уроках проводився постійний контроль навчальних досягнень учнів у вигляді усного опитування, математичних диктантів, тестів, самостійних та контрольних робіт і т.д. У кінці кожної теми учні контрольних та експериментальних класів виконували однакову за змістом письмову роботу (приклади текстів знаходяться у посібнику [65]).

Результати річних контрольних робіт

Таблиця 2.6

Класи	Об'єм вибірки	Навчальні досягнення учнів у відсотках			
		1–3	4–6	7–9	10–12
7 кл. контр.	*32*	*5*	*12*	*14*	*1*
7 кл. експ.	*30*	*0*	*9*	*16*	*5*
8 кл. контр.	*30*	*6*	*11*	*12*	*1*
8 кл. експ.	*31*	*0*	*10*	*17*	*4*
9 кл. контр.	*31*	*5*	*13*	*13*	*0*
9 кл. експ.	*31*	*0*	*9*	*19*	*3*
Всього:	*185*				

За нуль-гіпонезу (H_0) приймемо те, що рівень навчальних досягнень учнів експериментальних класів не підвищився після застосування експериментальної методики при альтернативній гіпотезі H_1 – рівень навчальних досягнень учнів експериментальних класів підвищується після застосування запропонованої методики. Для цього складемо таблицю для кожного класу:

Таблиця 2.7

Класи	Об'єм вибірки	Розподіл учнів по рівнях навчальних досягнень							
		1–3		4–6		7–9		10–12	
7 кл. контр.	*32*	P_{11}	*15,63*	P_{12}	*37,5*	P_{13}	*43,75*	P_{14}	*3,13*
7 кл. експ.	*30*	P_{21}	*0*	P_{22}	*30,0*	P_{23}	*53,33*	P_{24}	*16,67*
8 кл. контр.	*30*	P_{11}	*20,0*	P_{12}	*36,67*	P_{13}	*40,0*	P_{14}	*3,33*
8 кл. експ.	*31*	P_{21}	*0*	P_{22}	*32,26*	P_{23}	*54,84*	P_{24}	*12,9*
9 кл. контр.	*31*	P_{11}	*16,13*	P_{12}	*41,94*	P_{13}	*41,94*	P_{14}	*0*
9 кл. експ.	*31*	P_{21}	*0*	P_{22}	*29,03*	P_{23}	*61,29*	P_{24}	*9,68*
Всього:	*185*								

Вибірки учнів випадкові та незалежні. Використовуючи двосторонній критерій χ^2:

χ_1^2 – значення критерію для експериментальних даних за 7 клас;

χ_2^2 – значення критерію для експериментальних даних за 8 клас;

χ_3^2 – значення критерію для експериментальних даних за 9 клас. Використовуючи формулу, отримуємо: χ_1^2 =8,17; χ_2^2 =8,69; χ_3^2 =9,85.

Прийнятий рівень значущості α=0,05 для числа ступеня вільності k=3 знаходимо критичну точку розподілу $\chi_{кр}^2$: $\chi_{кр}^2$ =7,8. Порівняємо значення χ_1^2, χ_2^2, χ_3^2 з критичною точкою розподілу $\chi_{кр}^2$. $\chi_1^2 > \chi_{кр}^2$, $\chi_2^2 > \chi_{кр}^2$, $\chi_3^2 > \chi_{кр}^2$. Тому відхиляємо гіпотезу H_0 на рівні значущості 0,05 та приймаємо альтернативу H_1, тобто запропонована методика сприяє підвищенню рівня знань учнів. Отже, методичні підходи до організації групової діяльності та пізнавального спілкування учнів, система диференційованих завдань виділені правильно. Але остаточний висновок про ефективність даної методики можна зробити лише після завершення формуючого експерименту на достатньому масиві школярів.

В процесі проведення пошукового експерименту використовувалися комп'ютерні середовища GRAN1, GRAN-2D та апробувалася програма Triangle. Розроблена програма Triangle була створена як засіб підтримки технології диференційованого вивчення властивостей трикутника. Програма стала спробою створення діалогу між учнем і комп'ютером.

У своїх дисертаційних дослідженнях, Б.Б. Беседін [17], О.В. Вітюк [43], Ю.В. Горошко [73], В.В. Дровозюк [99], О.Б. Жильцов [106], В.І. Клочко [125], І.В. Лупан [159], А.В. Пеньков [186] вказують на підвищення рівня навчальних досягнень учнів при використанні комп'ютера та експериментально це підтверджують.

У нашому дослідження ми використовували комп'ютерні програми для підтримки таких тем:

- тема "Трикутники" (7 клас) з підтримкою програм Triangle та GRAN-2D;
- тема "Метричні співвідношення в прямокутному трикутнику. Теорема Піфагора" (8 клас) з підтримкою програми GRAN-2D;

– теми “Перетворення подібності”, “Розв’язування трикутників”, “Площа фігур” (9 клас) з підтримкою програм GRAN1 та GRAN-2D.

Спостерігаючи за роботою учнів з комп’ютерними програмами, можна виділити такі позитивні результати:

1. Підвищення інтересу до вивчення тем.
2. Темп навчання учнів відповідає їх індивідуальним потребам і можливостям.
3. Розвиток пізнавальних умінь самостійної роботи.
4. Проста організація парної роботи на уроці.
5. Контроль за навчанням учня переходить від вчителя до комп’ютера або учня-партнера.
6. Не упереджене оцінювання роботи учня на уроці.

Отже, на пошуковому етапі експериментального дослідження були з’ясовані такі моменти:

1. Відібрані контрольні та експериментальні класи.
2. Проведений навчальний експеримент, який підтвердив позитивний вплив використання ППЗ на навчання учнів.

Протягом проведення формуючого експерименту розв’язувалися такі завдання:

1. З’ясування впливу запропонованої технологічної моделі навчання на рівень успішності учнів при вивченні властивостей трикутника.
2. Обґрунтування ефективності розроблених методичних рекомендацій, використовуючи статистичні методи.

На етапі формуючого експерименту робота організовувалася таким способом: кожний учитель, що працював в експериментальних класах, ознайомлювався з метою проведення експерименту. З його змістово-методичною стороною узгоджувалася система методичних засобів, направлених на розвиток самостійності в груповій роботі при диференційованому вивченні властивостей трикутника. Після кожної теми

проводилась розвиваюча контрольна робота для перевірки рівня навчальних досягнень учнів з даної теми. Знаходили коефіцієнт ефективності η:

$$\eta = \frac{\Delta X_{експ.}}{\Delta X_{контр.}},$$

де $\Delta X_{експ.}$ – середнє арифметичне значення балу для експериментальних класів;

$\Delta X_{контр.}$ – середнє арифметичне значення балу для контрольних класів.

Якщо $\eta > 1$, то роботу продовжували в тому самому напрямку, якщо $\eta < 1$, то необхідно вносити додаткові зміни. Результати знаходження коефіцієнтів ефективності подано у таблиці 2.8.

Таблиця 2.8

Класи	X_0	X_1	ΔX_1	η_1	X_2	ΔX_2	H_2
7 кл. контр.	*5,7*	*5,98*	*0,28*		*6,1*	*0,12*	
7 кл. експ.	*5,63*	*6,22*	*0,59*		*6,39*	*0,17*	
				2,11			*1,42*
	X_0	X_1	ΔX_1	H_1	X_2	ΔX_2	η_2
8 кл. контр.	*5,46*	*5,68*	*0,22*		*5,76*	*0,08*	
8 кл. експ.	*5,38*	*5,97*	*0,59*		*6,13*	*0,16*	
				2,68			*2*
	X_0	X_1	ΔX_1	η_1	X_2	ΔX_2	H_2
9 кл. контр.	*5,23*	*5,4*	*0,17*		*5,5*	*0,1*	
9 кл. експ.	*5,21*	*5,62*	*0,41*		*5,92*	*0,3*	
				2,41			*3*

X_0 – середнє значення балу на початок вивчення теми.

X_1 – середнє значення балу після вивчення першої теми.

X_2 – середнє значення балу після вивчення другої теми.

У сьомих класах вивчалися: перша тема – “Ознака рівності трикутників”; друга тема – “Сума кутів трикутника”. У восьмому класі опрацьовувалися “Метричні співвідношення в прямокутному трикутнику. Теорема Піфагора”, а у дев’ятому класі – “Перетворення подібності”, “Розв’язування трикутників”. Результати контрольних робіт за рік представлені в таблиці 2.9.

Таблиця 2.9

Класи	Рівні навчальних досягнень учнів (у відсотках)			
	4 рівень	3 рівень	2 рівень	1 рівень
7 кл. контр.	*7,2*	*12,1*	*45,5*	*35,2*
7 кл. експ.	*15,4*	*29,5*	*37,9*	*17,2*
8 кл. контр.	*5,6*	*31,8*	*33,5*	*29,1*
8 кл. експ.	*12,7*	*38,5*	*34,6*	*14,2*
9 кл. контр.	*5,1*	*24,4*	*43,7*	*27,8*
9 кл. експ.	*13,6*	*39,1*	*35,9*	*11,4*

За гіпотезу H_0 приймаємо те, що знання учнів експериментальних класів не підвищуються після застосування експериментальної методики при альтернативі H_1 – рівень знань учнів експериментальних класів підвищується після запропонованої методики. Підрахуємо значення Т. Таблиця вихідних даних – це таблиця 2.10.

Таблиця 2.10

Класи	n_0	n	T	α	w_α	t_α	$n-t_\alpha$
7 клас	*27*	*56*	*35*	*0,05*	*-1,64*	*21,86*	*34,14*
8 клас	*31*	*57*	*37*	*0,05*	*-1,64*	*22,31*	*34,69*
9 клас	*29*	*58*	*36*	*0,05*	*-1,64*	*22,76*	*35,24*

n_0 – число пар відповідно рівних рівнів в обох контрольних роботах;

n – число пар, що мають різні рівні в обох контрольних роботах;

Т – значення статистичного критерію, що дорівнює числу додатних різниць рівнів, на яких перебуває учень;

W – квантиль нормального розподілу, рівний при рівні значущості $\alpha=0,05$ в казаному значенні;

t_α – обчислюється за формулою: $t_\alpha = 0,5(n + w_\alpha \sqrt{n})$.

Як бачимо, $T > n-t_\alpha$, отже, H_0 відкидається на рівні значущості α.

$T_{спост.} > T_{кр.}$. Отже, з ймовірністю *0,05* (імовірність похибки другого роду) буде виконуватись альтернатива H_1, тобто, запропонована методика сприяє підвищенню рівня знань учнів.

В процесі проведення експериментальної перевірки запропонованої методики навчання математики виявилося, що у груповій формі роботи учні використовують вміння пізнавальної самостійності. За критерії сформованості вмінь пізнавальної самостійності були вибрані: послідовне і повне виконання всіх необхідних дій; вибір та безпомилкове виділення дій при розв'язуванні задач; повне виконання завдання в межах відведеного часу.

Використання поелементного, поопераційного аналізу диференційованих контрольних робіт [65] та коефіцієнт повноти виконання дій $\overline{P}$:

$$\overline{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i}{pn},$$

де P_i – кількість логічно пов'язаних і необхідних для даної задачі дій, виконаних *i*-м учнем;

P – кількість дій, які повинні бути виконані;

n – кількість учнів, що виконували дану роботу.

Отже, були виділені рівні пізнавальної самостійності учнів:

1 рівень. Значення коефіцієнта повноти виконання дій $\overline{P}$ знаходиться в інтервалі від 0 до 0,25. Даний рівень характеризується:

1. Низькими здібностями детермінувати свої дії умовою задачі.
2. Помилками під час:
   а) короткого запису задачі;
   б) виконання рисунка;
   в) встановлення взаємозв'язку між даними умови задачі та невідомими;
   г) планування алгоритму розв'язування.
3. Пасивним прийняттям участі у груповій роботі.
4. Відмовою від самоконтролю та взаємоконтролю.
5. Не володінням прийомами самоперевірки та взаємоперевірки.

2 рівень. Значення коефіцієнта повноти виконання дій $\overline{P}$ знаходиться в інтервалі від 0,25 до 0,5. Даний рівень характеризується:

1. Частковим усвідомленням своїх дій під час розв'язування задач.
2. Постійною співпрацею з учнями чи вчителем під час розв'язування завдань.
3. Репродуктивним навчанням.
4. Учень бере участь у роботі груп при постійному контролі.
5. Учень бере епізодичну участь в обговоренні гіпотез, щодо розв'язання задач.

3 рівень. Значення коефіцієнта повноти виконання дій $\overline{P}$ знаходиться в інтервалі від 0,5 до 0,75. Даний рівень характеризується:

1. Самостійним розв'язуванням завдань.
2. Усвідомленим використанням прийомів виконання розумових дій до розв'язування завдань.
3. Словесним плануванням та висуненням гіпотез щодо вирішення навчальних проблем.
4. Вільним спілкуванням з членами групи.
5. Деякими недоліками в розв'язуванні задач.

Учні, які відносяться до третього рівня сформованості дій пізнавальної самостійної роботи можуть бути лідерами (консультантами) при груповій формі роботи в класі.

4 рівень. Значення коефіцієнта повноти виконання дій $\overline{P}$ знаходиться в інтервалі від 0,75 до 1. Даний рівень характеризується:

1. Послідовною, систематичною, логічно грамотною стратегією розв'язування завдань.
2. Гіпотези та план розв'язування формуються самостійно на основі всебічного аналізу задачі.
3. Безпомилковим розв'язуванням завдань.
4. Вільним володінням прийомами самоконтролю, самоаналізу, взаємоперевірки, взаємоконтролю.

Учні, які відносяться до четвертого рівня сформованості пізнавальної самостійності – лідери груп.

Отже, рівень пізнавальної самостійності учнів є ще одним фактором для об’єднання учнів у групи та вибору лідера.

ВИСНОВКИ ДО ДРУГОГО РОЗДІЛУ

1. У процесі дослідження показано ефективність застосування диференційованих завдань для учнів з різними навчальними можливостями.

2. Виділяються три основні групи дітей відповідно до їх навчальних можливостей. Враховуючи це, ми запропонували конструювання системи диференційованих завдань для дітей з різними рівнями навчальних досягнень.
3. Характерною особливістю розробленої методики є поєднання рівневої диференціації, групової роботи та пізнавального спілкування. Важливе значення має рівень взаємодії вчителя з учнями. Методика передбачає орієнтацію на діалогічні стосунки, які ґрунтуються на співробітництві.
4. Проаналізовані та доповнені схеми поєднання фронтальної, групової та індивідуальної робіт на уроці вивчення нового матеріалу, застосування знань і формування вмінь та контролю і корекції знань, що дає можливість учителю дібрати форму проведення уроків та правильно і ефективно організувати роботу груп на цих уроках.
5. Під час вивчення властивостей трикутників виділяємо основні джерела здобування інформації на уроках геометрії: підручник, додаткова література і т.д. Особливу увагу приділяємо використанню комп’ютера на уроках геометрії. Відокремлені вимоги до навчальних програм. Описано роботу авторської програми Triangle, яка є спробою моделювання діалогу учня з комп’ютером.
6. Ефективність вивчення властивостей трикутника підвищується, якщо використовувати сучасні інформаційні технології навчання. Подана модель застосування комп’ютера на уроках геометрії під час розв’язування трикутників (на програмному середовищі GRAN-2D та Triangle).
7. Педагогічний експеримент підтверджує гіпотезу нашого дослідження. Аналіз його результатів свідчить про ефективність

розробленої методики вивчення властивостей трикутника в умовах рівневої диференціації.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

Проведені нами теоретичні та експериментальні дослідження дозволяють зробити такі загальні висновки:

1. Психолого-педагогічні дослідження показали, що рівневий підхід у навчанні учнів загальноосвітніх шкіл є актуальною проблемою на сучасному етапі розвитку освіти. Впровадження 12-ти бальної системи оцінювання навчальних досягнень учнів передбачає рівневе вивчення геометрії з врахуванням вікових та індивідуальних особливостей школярів. Питання недостатньої вивченості проблеми впровадження рівневої диференціації на практичному рівні застосування для покращення геометричної підготовки учнів вважаємо важливим і поки що недостатньо розробленим у методиці навчання геометрії. Його успішне вирішення може справити позитивний вплив на підвищення рівня загального і математичного розвитку, геометричних знань учнів.
2. Низький рівень навчальних досягнень з геометрії учнями в основній школі значною мірою пояснюється недостатньою увагою вчителів до вивчення теми “Властивості трикутника”. Так, дослідження показали, що від 54 % до 69 % всіх задач, які розв’язують учні основної школи за підручником О.В. Погорєлова “Геометрія 7-9”, пов’язані з використанням поняття трикутника та його властивостей. Тому якість формування геометричних умінь в учнів основної школи значною мірою зводиться до опанування відповідним матеріалом, адже близько 2/3 задач шкільного курсу розраховані на вміння розв’язувати задачі з трикутником та використовувати його властивості.
3. Результати проведеного дослідження підтвердили, що в системі навчання геометрії (планіметрії) наявні можливості для формування в учнів вмінь пізнавальної самостійності, що веде за собою об’єднання учнів класу у групи. Різні підходи вчених до даного питання дозволили нам сформувати власні критерії об’єднання учнів у групи. Так, для створення гетерогенних груп на уроках геометрії необхідно: 1) об’єктивно визначити рівень навчальних досягнень учнів; 2) з’ясувати рівень математичних здібностей учнів; 3) оцінити рівень

працездатності та рівень пізнавальної самостійності; 4) проаналізувати взаємовідносини в колективі.

Для створення гомогенних груп враховувати самовибір учня та рівень його навчальних досягнень. Доцільно у малі групи об'єднувати учнів по 4 особи.

4. Функціонування групи породжує спілкування учнів, тому базовим для дослідження ми прийняли пізнавальне спілкування. Пізнавальне спілкування – це спілкування, яке реалізує всі функції пізнання на конкретному предметному матеріалі за певний проміжок часу на уроці математики. Дане спілкування можливе і дієве за наявності вмінь учнів:
   1) Задавати по змісту навчального матеріалу запитання.
   2) Відповідати на геометричні запитання, що стосуються навчального матеріалу.
   3) Перевіряти розв'язання.
5. У процесі проведення експериментального дослідження виявилось, що в класі виділяються три основні групи дітей відповідно до їх навчальних можливостей. Так, учні рівня А – це учні, що мають початковий та середній рівні навчальних досягнень; учні рівня Б мають достатній рівень навчальних досягнень; учні рівня В – високий рівень навчальних досягнень. Враховуючи це, ми пропонуємо таку класифікацію диференційованих завдань:

   3. Інструкційні завдання:

   а) із зразком способу дії (з додатковою конкретизацією);

   б) з алгоритмом виконання;

   в) з теоретичною довідкою (з репродуктивними запитаннями, з допоміжними вправами, з допоміжними вказівками).

   4. Творчі завдання:

   а) допускають кілька способів розв'язування і вибір раціонального;

   б) направленні на розвиток і застосування розумових дій.

Основне призначення диференційованих завдань у тому, щоб забезпечити для кожного учня оптимальний характер пізнавальної діяльності у процесі навчання. На уроці потрібна різна кількість завдань і своєчасна допомога, щоб підвищити рівень засвоєння програми кожним учнем, бо темп просування є досить стійкою характеристикою індивідуальних особливостей школяра.

6. Для конкретизації змісту технологічної моделі вивчення властивостей трикутника в умовах рівневої диференціації на уроках геометрії розглянуто порядок її втілення на кожному з трьох провідних пізнавальних етапів:

   1) пояснення нового матеріалу;
   2) формування нового навчального досвіду учнів;
   3) контроль і корекція набутого навчального досвіду.

У результаті дослідження були уточненні схеми проведення уроків:

1) по вивченню нового матеріалу:

а) $Г_а \rightarrow Ф_{п.н.м.} \rightarrow |I_д| \leftrightarrow |Г_д| \rightarrow Ф_с$;

б) $Г_а \rightarrow Г_{п.н.м.} \rightarrow |Г_д| \leftrightarrow |I_д| \rightarrow Ф_с$;

в) $Ф_а \rightarrow Г_{п.н.м.} \rightarrow Ф \rightarrow |Г_д| \leftrightarrow |I_д| \rightarrow Ф_с$;

г) $Ф_а \rightarrow Г_{п.н.м.} \rightarrow Г_д \leftrightarrow I_д \rightarrow Ф_с$.

2) по формуванню нового навчального досвіду:

а) $Ф_а \rightarrow Г_д \rightarrow Ф_с$;

б) $Г_а \rightarrow I_д \rightarrow Г_д \rightarrow Ф_с$;

в) $Г_а \rightarrow I_д \rightarrow Ф_с$, де позначаємо спільні (с) і диференційовані (д) завдання; групову (Г), індивідуальну (І), фронтальну (Ф) форми роботи; актуалізацію (а) потрібного навчального досвіду, пояснення нового матеріалу (п.н.м.); наявність дужок вказує, що окремі ланки можуть бути опущені.

При вивченні нового матеріалу та формуванні нового навчального досвіду учні можуть самостійно (під управлінням

вчителя) організовувати актуалізацію потрібного навчального досвіду. Як показала практика, в цій роботі беруть участь всі учні як у ролі консультанта, так і в ролі опитуваного. Це дає змогу зекономити час та опитати всіх учнів. Абсолютно природною є організація діяльності учнів над рівневими вправами, адже за цих обставин учні вибирають спосіб добування знань відповідно до власних навчальних можливостей.

Для контролю знань учнів пропонуємо розвиваючу контрольну роботу. Така контрольна робота має обов'язково містити диференційовані завдання.

7. Результати дослідження, повністю підтверджені експериментом, можуть бути використані вчителями для організації навчальної роботи при вивченні планіметрії та методистами для подальшого дослідження і модернізації виділених закономірностей.

Дослідження заслуговує на продовження за такими напрямками:

1. Технологічні особливості опрацювання властивостей трикутника в класах з поглибленим вивченням математики.
2. Колективна взаємодія учнів на уроках математики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Авдеев А.П. Дифференциация процесса обучения как условия формирования у учащихся стремления к самообразованию // Учен. зап.

Горьковского гос. пед. ин-та им. Н.А. Добролюбова. – Горький, 1976. – Вып.50. – С.90-98.

2. Акимова М.К., Козлова В.Т. Индивидуальность учащихся и индивидуальный подход. – М.: Знание, 1992. – 80с.
3. Акуленко І.А. Система диференційованих вправ з логічним навантаженням як засіб розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів при вивченні математики: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 /Черкаський держ. ун-т ім. Б.Хмельницького. – Київ, 2000. – 269с.
4. Алексєєва М.І. Мотиви навчання учнів. – К.: Рад. шк., 1974. – 118с.
5. Ананьев Б.Г. Избранные психологические труды: В 2-х т./ Под ред. А.А. Бодалева и др. – М.: Педагогика, 1980.– т.1.– 230 с. – т.2. – 287с.
6. Андреева Г.М. Социальная психология. – М.: Аспект-Пресс, 1997. – 376с.
7. Андреева Г.М. Социальная психология: Учебник. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: МГУ, 1988. – 432с.
8. Антипина Г.С. Теоретико-методологические проблемы исследования малых социальных групп. – Ленинград, 1983. – 213с.
9. Аристова Л.П. Активность школьника. – М.: Просвещение, 1968. – 189с.
10. Архіпова Т.Л. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів 7-9 класів у процесі вивчення геометрії з використанням комп'ютера; Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / НПУ ім. М.П.Драгоманова. – Київ, 2002. – 236с.
11. Ахмедова А.А. Развивать познавательные интересы каждого // Народное образование. – 1980. – №9. – С.15-19.
12. Бабанский Ю.К. Оптимизация процесса обучения. – М.: Педагогика, 1977. – 347с.
13. Баєв Б.Ф. Психологічне вивчення учнів. – К.: Рад. шк., 1997. – 456с.
14. Барна М.М. Ми – за диференціацію // Радянська школа. – 1989. – №6. – С.7-8.
15. Бевз Г.П. Математика: Проб. підруч. для 7 кл. серед. шк. – К.: Освіта, 1994. – 176с.

16. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Нав. Посібник. – 3-тє вид., перероб. і допов. – К.: Вища шк., 1989. – 367с.
17. Беседин Б.Б. Изучение функций в курсе алгебры 7-9 классов с использованием компьютера: Дис. … канд. пед. наук. – М., 1992. – 111с.
18. Беспалько В.П. Персонифицированное образование // Педагогика. – 1998. – №2. – С.12-17.
19. Беспалько В.П. Психологические парадоксы образования // Педагогика. – 2000. – №5. – С.13-20.
20. Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. – М.: Педагогика, 1989. – 192с.
21. Блонский П.П. Психология младшего школьника. – М.: ИПП, 1997. – 574с.
22. Богданович М.В. Диференційоване навчання учнів розв’язувати задачі // Початкова школа. – 1997. – №1. – С.27-29.
23. Богопольский А.О. Індивідуалізувати навчальний процес // Рад.школа. – 1991. – №7. –. С.75-77.
24. Богоявленский Д.Н., Менчинская Н.А. Психология усвоения знаний в школе. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1959. – 347с.
25. Бодалев А.А. Восприятие и понимание человека человеком. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1982. – 198с.
26. Бодалев А.А. Личность и общение: Избр. психол. тр. – М.: Междунар. пед. акад., 1995. – 326с.
27. Божович Л.И. Личность и её формирование в детском возрасте. Психол. исследование. – М.: Просвещение, 1968. – 464с.
28. Божович Л.И., Славина Л.С. Психическое развитие школьника и его воспитание. – М.: Знание, 1979. – 96с.
29. Боришевский М.Й. Виховання самоконтролю в поведінці учнів початкових класів: Посібник для вчителів. – К.: Рад.шк., 1980.– 143 с.
30. Братанич О. Проблеми дефініцій базових понять у теорії диференційованого навчання // Рідна школа. – 2000. – №7. – С.43-45.

31. Брешлинский А.В., Поликарпов В.А. Диалог в процессе познания // Познание и общение: Сб. науч. Статей / Под Б.Ф. Ломова и др. – М.: Наука, 1988. – С. 63-69.

32. Бугайов О.І. Диференціація навчання у сучасній середній школі // Радянська школа. – 1991. – №8. – С.7-16.

33. Бударний А.А. Индивидуальный подход в обучении // Сов. педагогика. – 1965.– №7.– С. 70-83.

34. Бурда М. І., Капіносов А.М., Рибалко Л.Ю. Дидактичні матеріали для тематичного оцінювання з геометрії. 8 клас. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2001. – 152с.

35. Бурда М.І. Вивчення геометрії в 7 класі: Метод. посібник. – К.: Рад. шк., 1984. – 112с.

36. Бурда М.І. Вивчення геометрії в 8 класі: Метод. посібник. – К.: Рад. шк., 1984. – 112с.

37. Бурда М.І., Савченко Л.М. Геометрія: Навч. посіб. для 8-9 кл. шк. з поглибл. вивч. математики. – 3-тє вид. – К.: Освіта, 2001. – 240с.

38. Бурлачук Л.Ф., Морозов С.М. Словарь-справочник по психологической диагностике. – К.: Наук. думка, 1989. – 199с.

39. Бутузов И.Д. Дифференцированный подход к обучению учащихся на современном уроке: Учебное пособие. – Новгород, 1972. – 72с.

40. Бутузов И.Д. Чтобы каждый школьник был активным // Народное образование. – 1989. – №11. – С.32-41.

41. Василенко І.Я. Організація групової навчально-пізнавальної діяльності учнів 7-9 кл. на уроках геометрії: Дис. канд. пед. наук: 13.00.02 |НДІ педагогіки України. – К., 1992.– 172с.

42. Верлань А.Ф., Тверезовська Л.О. Основні напрямки застосування інформаційних технологій в сучасній школі // Сучасні інформаційні технології в навчальному процесі: Зб. наук. Праць / Редкол. – К.: НПУ.– 1997.– С. 22-38.

43. Вітюк О.В. Розвиток образного мислення учнів при вивченні стереометрії з використанням комп'ютера: Дис. ... канд.пед.наук: 13.00.02. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2002. – 205с.

44. Возняк Г.М., Гринчишин Я.Т., Янченко Г.М. Диференційовані дидактичні матеріали з геометрії для 8 класу. – Тернопіль: Підручники і посібники, 1996. – 31с.

45. Возняк Г.М., Литвиненко Г.М., Маланюк М.П. Математика: Проб. підруч. для 5 кл. серед шк. – 2-ге вид. – К.: Освіта, 1996. – 224с.

46. Возняк Г.М., Янченко Г.М. Диференційовані дидактичні матеріали з геометрії для 7 класу. – Тернопіль: Підручники і посібники, 1996. – 32с.

47. Волков К.Н. На международном симпозиуме по проблемам групповой деятельности в школе // Вопр. психологии. – 1971. – №7. – С. 15-21.

48. Володько В.М. Індивідуалізація й диференціація навчання: понятійно-категорійний аналіз// Педагогіка і психологія .– 1997.– №4.– С. 9-17.

49. Волчаста М.М. Наступність у вивченні геометричного матеріалу в початковій та основній школі: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Ун-т педагогіки АПН України. – Київ, 2003.– 235с.

50. Вольф В.Г. Статистическая обработка опытных данных. – М.: Изд-во «Колос», 1966. – 254с.

51. Воробьев Н.П. Возрастная динамика общения школьников: Автореф. … канд. психол. наук, 19.00.07. – М., 1989. – 21с.

52. Вороніна Л.П. Диференціація навчання в основній школі // Інформаційний бюлетень АПН України. – 1993. – Вип. 3-4. – С.26-29.

53. Вульфсон В.Л. Проблемы дифференцированного обучения в общеобразовательной школе Франции // Сов. педагогика. – 1967. – №5. – С.23-26.

54. Выготский Л.С. Воображение и творчество в детском возрасте: Психологический очерк / Книга для учителя. – 3-е изд. – М.: Педагогика, 1991. – 480с.

55. Выготский Л.С. Педагогическая психология / Под ред. В.В. Давыдова. – М.: Педагогика, 1991. – 480с.

56. Геометрія: Підруч. для 10-11 кл. загальноосвіт. навч. закладів / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова. – К.: Вежа, 2002. – 224с.

57. Геометрія: Підруч. для 7-9 кл. загальноосвіт. навч. закладів / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова. – К.: Вежа, 2001. – 272с.

58. Геометрія: Підруч. для учнів 10-11 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. загальноосвіт. закладах / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, В.М. Владіміров, Н.Г. Владімірова. – К.: Освіта, 2000. – 239с.

59. Гібалова Н.В. Методична система навчання учнів 5-6 класів елементів геометрії: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Ун-т педагогіки. – Київ, 2000.– 237с.

60. Гласс Дж., Стэнли Дж. Статистические методы в педагогике и психологии: Пер. с англ. – М.: Прогресс, 1976. – 496с.

61. Глейзер Г.И. История математики в школе. – М.: Просвещение, 1964. – 376с.

62. Голодюк Л. Розвиток особистості учня в умовах рівневої диференціації при викладанні математики // Наукові записки. – Випуск 39. – Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВЦ КДПУ ім. В.Винниченка, 2001. – С.147-152.

63. Голодюк Л. Створення діалогу між учнем і комп’ютером // Наукові записки. – Випуск 41. – Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВЦ КДПУ ім. В.Винниченка, 2002. – С.37-40.

64. Голодюк Л. Як навчити учнів спілкуватися на уроці // Рідна школа. – 2001. – вересень. – С. 35-39.

65. Голодюк Л.С. Властивості трикутників. – Х.: Вид. гр. ”Основа”, 2003. – 80с. – (Серія «Бібліотека журналу “Математика в школах України”»; Вип. 9).

66. Голодюк Л.С. Геометричний матеріал як змістова основа спілкування учнів на уроці // Теорія та методика навчання математики, фізики,

інформатики: Збірник наукових праць: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ КДПУ, 2001. – Т.1: Теорія та методика навчання математики. – С. 52-54.

67. Голодюк Л.С. Комп'ютер як засіб організації пізнавального спілкування в умовах диференційованого навчання // Наукові записки. – Серія: Педагогічні науки. – Засоби реалізації сучасних технологій навчання. – Випуск 34. – Кіровоград: РВЦ КДПУ ім. В.Винниченка. – 2001. – С.28-32.
68. Голодюк Л.С. Рівнева диференціація на уроках геометрії // Математика. 2003. – 39(243), жовтень. – С.1-4.
69. Голодюк Л.С. Голодюк Л.С. Рівнева диференціація на уроках геометрії. – Х.: Вид. гр. "Основа", 2003. – 80с. – (Серія «Бібліотека журналу "Математика в школах України"»; Вип. 11).
70. Гончаренко С.У. Український педагогічний словник. – К.: Либідь, 1997. – 375с.
71. Гончаренко С.У., Володько В.М. Проблеми індивідуалізації процесу навчання // Педагогіка і психологія. – 1995. – №1. – С.63-72.
72. Гончаров Н.К. Дифференциация и индивидуализация образования в современных условиях // Проблемы социалистической педагогики. – М.: Педагогика, 1973. – С.338-343.
73. Горошко Ю.В. Вплив нової інформаційної технології на практичну значимість результатів навчання математики в старших класах середньої школи: Дис. ... канд. пед. наук, 13.00.02./ Укр. пед. ун-т ім. М.П. Драгоманова. – К., 1993. – 104с.
74. Горчакова І.А. Система математичних задач як засіб формування евристичної діяльності учнів основної школи: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Донецький нац. ун-т. – Київ, 2002.– 232с.
75. Грабар М.И., Краснянская К.А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы. – М.: Педагогика, 1977. – 136с.

76. Грабарь М.И., Краснянская К.А. Некоторые положения выборочного метода в связи с организацией изучения знаний учащихся. – М.: Педагогика, 1973. – 47с.

77. Границкая А.С. Научить думать и действовать: Адаптивная система обучения в школе: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1991. – 175с.

78. Грановская Р.М. Элементы практической психологии. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1984. – 391с.

79. Гришина Т.В. Знайомтесь: школа для вчителів/ Візитка Кіровоградської обл. школи технологічного досвіду вч. матем./. – Кіровоград, ТОВ “ПОЛІМЕД-Сервіс”, 2003. – 52с.

80. Гришина Т.В. Освітня технологія як професійний пріоритет учителя. – Х.: Вид. група “Освіта”, 2003. – 96с.

81. Гришина Т.В. Рівнева організація роботи над теоремою// Математика в школі. – 2001. – №6. – С. 20-23.

82. Гришина Т.В. Рівнева організація роботи над теоремою// Математика в школі. – 2002. – №1. – С. 17-20.

83. Гришина Т.В. Розвиваючі вправи з геометрії для 7 класу: Навч.-метод. посібник. – Кіровоград, 1998. – 141с.

84. Груденов Я.И. Психолого-дидактические основы методики обучения математике. – М.: Педагогика, 1987. – 160с.

85. Грузін О.І. Геометрія. 7 клас. Збірник самостійних робіт для поточного оцінювання навчальних досягнень: Дидактичні матеріали. – Х.: Світ дитинства, 2002. – 40с.

86. Грузін О.І., Неліна О.С. Система опорних фактів шкільного курсу геометрії. – Х.: Світ дитинства, 2000. – 128с.

87. Гусак П.М. Теорія і технологія диференційованого навчання математики вчителям початкових класів: Автореф. дис... доктора пед. наук за спец. 13.00.01 – Нац. пед. ун-т ім. М.П. Драгоманова, Київ, 1999. – 37с.

88. Гусев В.А. Методические основы дифференцированного обучения математике в средней школе: Дис… д-ра пед. наук: 13.00.02. – М., 1990. – 365с.

89. Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении (Логико-психологические проблемы построения учебных предметов). – М.: Педагогика, 1972. – 424с.

90. Давыдов В.В. Основные проблемы исследования учебной деятельности // Современное состояние и перспективы развивающего обучения: Сб. материалов конф. / Под ред. А.М. Аронова, Б.И. Хасана. – Красноярск: Изд-во Красн.ун-та, 1990. – С.3-16.

91. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения. – М.: ИНТОР, 1996. – 544с.

92. Державна національна програма “Освіта” (“Україна XXI століття”), Заходи щодо Державної національної програми (“Освіта” (“Україна XXI століття”): Затв. Постановою Кабінету Міністрів України від 03.11.93. №896// Освіта. – 1993. – №44-46.

93. Державний стандарт базової і повної середньої освіти // Математика в школі. – 2004.– №2. – С.2-5.

94. Державні стандартні правила і норми влаштування, утримання загальноосвітніх навчальних закладів та організації навчально-виховного процесу. – К., 2001. – 54с.

95. Дидактика средней школы / Под ред. М.Н. Скаткина. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1982. – 319с.

96. Диференціація навчання учнів у загальноосвітній школі // Методичні рекомендації//. – К.: Освіта, 1992. – 32с.

97. Дорофеев Г.В., Кузнецова Л.В., Суворова С.Б., Фирсов В.В. Дифференциация в обучении математике // Математика в школе. – 1990. – №4. – С.21-27.

98. Дорошин Б.О. Психологічні аспекти профорієнтації учнів. – К.: т-во “Знание” УРСР, 1976. – 47с.

99. Дровозюк В.В. Методика изучения элементов теории пределов числовых последовательностей с использованием новых информационных технологий: Дис. ... канд. пед. наук, 13.00.02. – К., 1992. – 227с.

100. Дубинчук О.С., Слєпкань З.І., Філіпова С.М. Методичні особливості навчання геометрії в середньому ПТУ. – К.: Вища шк., 1992. – 271с.

101. Дьяченко В.К. В парах сменного состава (методика обучения педагога-эрудита А.Г. Ривина, 1918 год) // Нар. Образование. – 1989. – №5. – С.74-79.

102. Жалдак М.І. Гуманітарний потенціал інформатизації освіти // Рідна школа. – 1992. – №7-8. – С.61-64.

103. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів. – К.: Техніка, 1997. –305с.

104. Жалдак М.І., Вітюк О.В. Комп'ютер на уроках геометрії: Посібник для вчителів. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2000. – 168с.

105. Жалдак М.І., Рамський Ю.С. До концепції шкільної освіти з інформатики// Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. Праць / Редкол. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова. – Вип.3. – 2001. – С.3-7.

106. Жильцов О.Б. Розвиток розумової діяльності учнів 7 класів середньої школи при вивченні математики з використанням нової інформаційної технології: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02./УДНУ ім. М.П. Драгоманова. – К., 1994. – 227с.

107. Жук Ю.А. Деякі психолого-педагогічні проблеми використання засобів нових інформаційних технологій у навчальному процесі середнього закладу освіти // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 1998. – №4. – С.7-9.

108. Завьялов В.В., Усова А.В. О критериях эффективности методов обучения.– В кн.: Общедидактические проблемы методов обучения. – М.: Просвещение, 1977. – С.161-168.

109. Закон України "Про освіту" // Освіта. – 1991. – 25 черв.

110. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. Геометрія. 11 клас. За редакцією З.І. Слєпкань. – Харківа, „Гімназія”, 2003. – 176с.

111. Зетель С.И. Новая геометрия треугольника. Пособие для учителя. Изд. 2-е. – М.: Учпедгиз, 1962. – 152с.

112. Ильина Т.А. Понятие „педагогическая технология” в современной буржуазной педагогике // Сов. педагогика. – 1971.– №9.– С.123.

113. Ішмуратов А.Т. Конфлікт і злагода. – К.: Наукова думка, 1996. – 64с.

114. Кабанова-Меллер Е.Н. Учебная деятельность и развивающее обучение. –М.: Знание, 1979. – 96с.

115. Казанцев И.Н. Урок в советской школе. – М.: Учпедгиз, 1956. –351с.

116. Калмыкова З.И. Проблема индивидуальных различий в обучаемости школтников // Сов.педагогика. – 1968. – №6. – С.105-117.

117. Калмыкова З.И. Продуктивное мышление как основа обучаемости. – М.: Педагогика, 1981. – 200с.

118. Кан-Калик В.А. Учителю о педагогическом общении: Кн. Для учителя. – М.: Просвещение, 1987. – 190с.

119. Капиносов А.Н. Уровневая дифференциация при обучении математике в 5-9 классах // Математика в школе. – 1990. – №5. – С.16-19.

120. Капіносов А. Посібник для рівневого навчання з геометрії. 7 клас. Частина І. Навчальні завдання. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2002. – 304с.

121. Каплунова И.Я. Гуманизация обучения математике: некоторые выводы // Педагогика. – 1999. – №1. – С.14-50.

122. Киричук О.В. Формування в учнів активної життєвої позиції. – К.: Рад.шк., 1983. – 136с.

123. Кирсанов А.А. Индивидуализация учебной деятельности как педагогическая проблема. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1982. – 223с.

124. Кларин М.В. Педагогическая технология. – М.: Просвещение, 1989. – 128с.

125. Клочко В.І. Нові інформаційні технології навчання математики в технічній вищій школі: Автореф. дис. ... докт. пед. наук: 13.00.02/ НПУ ім. М.П. Драгоманова. – К., 1998.– 36с.

126. Коберник Г.І., Сисецький П.В. Психологічні основи диференційованого підходу до учнів // Початкова школа. – 1990. – №6. – С.8-11.

127. Коваленко В.П. Дидактичні матеріали з геометрії для 7 класу: Метод. посіб. – К.: Пед. преса, 1999. – 36с.

128. Коллективная учебно-познавательная деятельность школьников / Под ред. И.Б. Первина. – М.: Педагогика, 1985. – 114с.

129. Коломинский Я.Л. Некоторые педагогические проблемы социальной психологии / Я.Л. Коломинский, канд. психол. наук., Н.А. Березовик, канд. пед. наук. – М.: Знание, 1977. – 63с.

130. Кольцова В.А. Общение и познавательные интересы // Познание и общение: Сб. науч. статей / Под ред. Б.Ф. Ломова и др. – М.: Наука, 1988. – С.10-23.

131. Коменский Я.А. Избранные педагогические сочинения / Под ред. А.А. Красновского. – М.: Учпедгиз, 1955. – 651с.

132. Кондратьева С.В. Учитель-ученик. – М.: Педагогика, 1984. – 80с.

133. Конет І.М. Теорія ймовірностей та математична статистика в прикладах і задачах. – Кам’янець-Подільськмй: Абетка, 2001. – 220с.

134. Концепція Програми інформатизації загальноосвітніх навчальних закладів, комп’ютеризації сільських шкіл (проект) // Комп’ютер у школі та сім’ї. – 2000. – №3. – С.3-10.

135. Коржуев А.В. Познавательные затруднения в учении школьников // Педагогика. – 2000. – №1. – С.27-32.

136. Корнєв М.Н., Коваленко А.Б. Соціальна психологія: Підр. для студ. вищ. навч. закл. /М.Н. Корнєв, А.Б. Коваленко. – К.: Б.в., 1995. – 303с.

137. Костюк Г.С. Избранные психологические труды / Под ред. Л. Н. Проколиенко. – М.: Педагогика, 1988. – 304с.

138. Костюк Г.С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості. – К.: Вища шк., 1989. – 214с.

139. Котов В.В. Организация на уроках коллективной деятельности учащихся. – Казань, 1977. – 178с.

140. Кравець Н.П. Організація роботи груп учнів в умовах внутрішньо класного диференційованого навчання // Початкова школа. – 1993. – №5-6. – С.49-57.

141. Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої освіти // Освіта України. – 2001. – №6. – 7 лют. – С.3-16.

142. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. – М.: Просвещение, 1968. – 431с.

143. Кузьмина Н.В. Методы исследования педагогической деятельности. – Л.: Изд. Ленингр., ун-та, 1970. – 114с.

144. Куприянович В.В. Изучение способностей направляет дифференциацию // Математика в школе. – 1991. – №5. – С.4-7.

145. Кучинский Г.М. Диалог и мышление.– Минск: Изд-во Беларус. ун-та, 1983. – 190с.

146. Кушнір І.А. Методи розв’язання задач з геометрії. Книжка для вчителя. – К.: Абрис, 1994. – 462с.

147. Кушнір І.А. Побудова трикутника. Енциклопедія розв’язування задач: Навч. посібник для серед. загальноосвіт. шкіл, гімназій та ліцеїв. – К.: Либідь, 1994. – 80с.

148. Кушнір І.А. Трикутник і тетраедр у задачах: Кн. для вчителя. – К.: Рад.шк., 1991. – 204с.

149. Кушнір І.А. Трикутник у задачах: Навч. посібник для учнів загальноосвіт. шкіл, гімназій та ліцеїв. – К.: Либідь, 1994. – 104с.

150. Латохіна Л.Г. Класифікація диференційованих завдань для самостійної роботи з математики // Початкова школа. – 1984. – №9. – С.39-45.

151. Леонтьев А.А. Педагогическое общение. – М.: Знание, 1979. – 48с.

152. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность. / А.Н. Леонтьев. – 2-е изд. – М.: Политиздат, 1977. – 304с.

153. Леонтьев А.Н. Избранные психологические произведения в 2-х томах. – М.: Педагогика, 1983. – т.1. – 391с. – т.2. – 318с.

154. Леонтьев А.Н. Психологические вопросы сознательного учения //Известия АПН РСФСР, 1947. – №7. – С.3-40.

155. Лийметс Х.Й. Групповая работа на уроке. – М.: Знание, 1975. – 64с.

156. Литвиненко Г.М., Возняк Г.М. Математика: Проб. підруч. для 6 кл. серед. шк. – 2-ге вид. – К.: Освіта, 1996. – 287с.

157. Логачевська С. І. Грані творчості: Кн. для вчителя /Відп. ред. М.Д. Ярмаченко; Упоряд. В.Ф. Паламарчук. – К.: Рад. шк., 1990. – 205с.

158. Ломов Б.Ф. Методологические и теоретические проблемы психологии //Отв. ред. Ю.М. Забродин, Е.В. Шорохов. – М.: Наука, 1984. – 441с.

159. Лупан І.В. Підвищення рівня теоретичних знань старшокласників на основі комп'ютерно-орієнтованої системи навчання алгебри і початків аналізу: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / НПУ ім. М.П.Драгоманова. – Київ, 2001. – 211с.

160. М'ясоїд П.А. Загальна психологія: Навч. посіб.– К.: Вища шк., 1997.– 479с.

161. Максименко С.Д., Соловієнко В.О. Загальна психологія: Навч. посіб. – К.: МАУТ, 2000. – 256с.

162. Маргулис Е.Д. Психологические особенности обучения групповой деятельности // Новые исследования в психологии. – 1984. – №2. – С.59-63.

163. Маркова А.А. Формирование мотивации учения в школьном возрасте: Пособие для учителя. – М.: Просвещение, 1983. – 96с.

164. Маркова А.К. Психология труда учителя: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1993. – 191с.

165. Менчинская Н.А. Психологические основы обучения // Основы дидактики / Под ред. Б.П. Есипова. – М.: Просвещение, 1967. – С.132-135.

166. Мерзляк А.Г., Полянський В.Б., Рабинович Ю.М., Якір М.С. Збірник задач і контрольних робіт з геометрії для 7 класу. – Харків, „Гімназія”, 2003. 128с.

167. Методика викладання м-ки в середній школі:[Навч. Посібник для пед. Ін-тів за спец. 2104 «М-ка» і 2105 «Фізика»: Пер. з рос. / О.Я. Блох, Є.С. Канін, Н.Т. Килина та ін.]; Упоряд. Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. – Х.: Вид-во «Основа» при Харк. Ун-ті, 1992. – 304с.

168. Мингазов Э.Г. К вопросу о сущности наглядности в обучении // Новые исследования в педагогических науках. – М.: Педагогика, 1972. – №5. – С.55-59.

169. Монахов В.М. и др. Формирование алгоритмической культуры школьников при обучении математики. – М.: Просвещение, 1978. –78с.

170. Монахов В.М. Что такое новая информационная технология обучения? // Математика в школе. – 1990. – №2. – С.47-52.

171. Мудрик А.В. Общение как фактор воспитания школьников. – М.: Педагогика, 1984. – 110с.

172. Мясищев В.Н. Психология отношений: Избранные психологические труды / Под ред. А.А. Бодалева: Акад. педагогич. и социальн. наук: Мос. психолого-социальн. ин-т. – М.: Институт практической психологии: Воронеж; НПО «МОДЭК», 1996. – 356с.

173. Назарова Т.С. Педагогические технологии: новый этап революции? // Педагогика. – 1997. – №3. – С.20-27.

174. Національна доктрина розвитку освіти // Всеукраїнський з’їзд працівників освіти. – К., 2002. – 232с.

175. Обознов Н.Н. Психология межличностных отношений. – К.: Лыбидь, 1990. – 192с.

176. Обозов Н.Н. Психологическая культура взаимных отношений. – М.: Знание, 1986. – 48с.

177. Огородников И.Т. Педагогика: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1968. – 375с.

178. Онищук В.А. Урок в современной школе: Пособие для учителей. – 2-е изд., перераб. – М.: Просвещение, 1986. – 160с.

179. Орлов Ю.М. Беседа и анкета как методы исследования. – В кн.: Методы педагогического исследавания. – М.: Наука, 1973. – С.89-116

180. Основи нових інформаційних технологій навчання: Посібник для вчителів / Машбиць Ю.І., Гокунь О.О., Жалдак М.І. та ін.; За ред. Ю.І. Машбиця / інститут психології ім. Г.С. Костюка АПН України. – К.: ІЗМН, 1997. – 264с.

181. Охитина Л.Т. Психологические основы урока. – М.: Просвещение, 1977. – 96с.

182. Павлов А.Л., Слипенко А.К. О целях преподавания геометрии в школе и путях их реализации // Всеукраїнська науково-методична конференція “Диференціація та стандартизація навчання математиці в середніх та вищих навчальних закладах”. – Донецьк, 1999. – С.63-65.

183. Паюл М.В. Організація диференційованого та індивідуалізованого навчання // Нові технології навчання. – К. – 1993. – Випуск 9. – С.48-49.

184. Педагогическая энциклопедия: В 5 т.– М.: Педагогика, 1965. – Т.2. – С.201.

185. Педагогіка: [Підруч. для ін-тів та ун-тів] / [О.Г. Дзеверін, М.Д. Ярмаченко, Д.Ф. Ніколенко та ін.]; За ред.[та з передм.] М.Д. Ярмаченка. – К.: Вища шк. Голов. вид-во, 1986. – 543с.

186. Пеньков А.В. Использование новых информационных технологий при преподавании математики в старших классах средней школы: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02./КГПУ им. М.П. Драгоманова. – К., 1992. – 171с.

187. Песталоцци Й.Г. Избранные педагогические сочинения: В 2т. / Под ред. В.А. Ротенберг, В.М. Кларина. – М.: Педагогика, 1981. – Т.1. – 334с.

188. Петровский А.В., Шпалинский В.В. Социальная психология. – М.: Просвещение, 1978. – 458с.

189. Підручна М., Моховик О. Дидактичні матеріали для тематичного контролю знань з геометрії 9 клас. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2001. – 80с.

190. Погорєлов О.В. Геометрія: Планіметрія: Підручн. для 7-9 кл. серед. шк. – К.: Освіта, 1994. – 224с.

191. Погорєлов О.В. Геометрія: Стереометрія: Підруч. для 10-11 кл. серед. шк. – К.: Освіта, 1994. – 128с.

192. Подставкіна А.Ф. Врахування індивідуально-психологічних особливостей учнів у процесі засвоєння знань // Рад. школа. – 1986. – №10. – С.33-36.

193. Принцип многоступенчатого обучения: Из опыта работы учителя математики Кировоградской СШ №24 Хмуры А.А. – Кировоград, 1964. – 8с.

194. Про затвердження Концепції профільного навчання в старшій школі // Інформаційний збірник МОіН України. – 2003. – №24. – С.3-15.

195. Психологічна підтримка творчості учня / Упоряд. О. Плавник, В. Зоц. – К.: Редакції загально педагогічних газет, 2003. –218с. – (Бібліотека “Шкільного світу”).

196. Рабунский Е.С. Индивидуальный подход в процессе обучения школьников: На основе анализа их самостоятельной учебной деятельности. – М.: Педагогика, 1975. – 182с.

197. Раков С.А., Горох В.П. Компьютерные эксперименты в геометрии. – Харків: МП Регіональний центр нових інформаційних технологій, 1996. – 176с.

198. Рогановский Н. Дифференцированное обучение, как его осуществлять? // Народное образование. – 1991. – №3. – С.41-43.

199. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии: В 2 т. – М.: Педагогика, 1989. – т.1. – 485с. – т.2. – 322с.

200. Рубцов В.В. Организация и развитие совместных действий у детей в процессе обучения. – М.: Педагогика, 1987. – 178с.

201. Руссо Ж.-Ж. Педагогические сочинения: В 2т./ Под ред. Г.Н. Джибладзе. – М.: Педагогика, 1981. – Т.1. – 653с.

202. Руссо Ж.-Ж. Педагогические сочинения: В 2т./ Под ред. Г.Н. Джибладзе. – М.: Педагогика, 1981. – Т.2. – 334с.

203. Сахоров И.П. Дальтон-план / Педагогические курсы на дому №47-48/. – М.: Работник просвещения, 1924. – 48с.

204. Семенов Е.Е., Малиновский В.В. Дифференцированное обучение математике с позиции гуманизма // Математика в школе. – 1991. – №6. – С.3-6.

205. Сікорський П. Диференційоване навчання і проблеми реформування освітньої системи // Шляхи освіти. – 1997. – №1. – С.7-12.

206. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике: Метод. пособие. – К.: Рад.шк.,1983. – 192с.

207. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы уровневой дифференциации при обучении математики в основной школе // Тезисы научно-практической конференции «Дифференциация в обучении математики» – Кутаиси, 1989. – С.8-12.

208. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак–ЕКО, 2000. – 512с.

209. Слєпкань З.І. Формування творчої особистості учня в процесі навчання математики // Математика в школі. – 2003. – №1. – С.6-9.

210. Спиркин А.Г. Сознание и самосознание. – М.: Педагогика, 1979. – 180с.

211. Степанский В. Одаренные, шаг вперед!, или Дифференцированное обучение: «за» и «против» // Семья и школа. – 1991. – №9. – С.32-33.

212. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1975. – 343с.

213. Тарасенкова Н.А. Елементи стереометрії в основній школі в 9 класі: Методичний посібник для вчителів загальноосвітніх навчальних закладів. – Харків: Веста: Видавництво „Ранок”, 2002. – 128с.

214. Тарасенкова Н.А. Елементи стереометрії в основній школі. Диференційовані завдання за готовими рисунками для 9 класу: Навчальний посібник для учнів та вчителів загальноосвітніх навчальних закладів. – Харків: Веста: Видавництво „Ранок”, 2002. – 80с.

215. Титаренко Т.М. Такие разные дети. – К.: Рад.шк., 1989. – 144с.

216. Українська Радянська Енциклопедія. – 2-е вид. – Т.11. – К. – 1984. – 428с.

217. Уманский Л.И. Психология организаторской деятельности школьников [Учеб. пособие для пед. ин-тов]. – М.: Просвещение, 1980. – 160с.

218. Унт И.Е. Индивидуализация и дифференциация обучения. – М.: Педагогика, 1990. – 192с.

219. Уткина Н.Г. Дифференцированный подход при работе с учащимися // Нач. шк. – 1968. –№5.– С.29-40.

220. Фирсов В.В. Уровневая дифференциация обучения на основе обязательных результатов // Школьные технологии. – 1998. – №2. – С.44- 52.

221. Фридман Л.М. Педагогический опыт глазами психолога. – М.: Просвещение, 1987. – 223с.

222. Хабиб Р.А. Организация учебно-познавательной деятельности учащихся. – М.: Педагогика, 1979. – 176с.

223. Хмура О.О. Організація навчального процесу в школі: Передовий педагогічний досвід вчителів. – Кіровоград, 1968. – 58с.

224. Храпаченко В.М. До питання про стан геометричної освіти в основній школі // Матеріали всеукраїнської конференції “Актуальні проблеми вивчення природничо-математичних дисциплін у загальноосвітніх навчальних закладах України”. – К., 1999. – С.39.

225. Цукерман Г.А. Зачем детям учиться вместе. – М.: Знание, 1985. – 80с.

226. Чередов И.М. О дифференцированном обучении на уроках. – Омск: Сиб. книж. изд-во, 1973. – 154с.

227. Чередов И.М. Оптимальные сочетания форм учебной работы в структуре урока // Формирование творческой активности личности учащихся. – Омск, 1979. – С.98-107.

228. Чередов И.М. Формы учебной работы в средней школе: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1988. – 160с.

229. Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу: Проб. підруч. для 10-11 кл. серед. шк. – К.: Зодіак–ЕКО, 1995. – 608с.

230. Шумакова Н.Б. Исследовательская активность в форме вопросов в разные возрастные периоды // Вопросы психологии. – 1986. – №1. – С.15-21.

231. Шупило К., Глинкин Е. Школа дифференцированного обучения // Народное образование. – 1993. – №9/10. – С.52-60.

232. Эльконин Д.Б. Диагностика учебной деятельности и интеллектуального развития детей. – М.: Просвещение, 1981. – 157с.

233. Эфрусси П.О. Дальтон-план при свете психологии // Дальтон-план в русской школе/ Под ред. И.С. Симонова и Н.В. Чехова. – Л.: Брокгауз-Эфрон, 1924. – 139с.

234. Якиманская И.С. Розвивающее обучение. – М.: Педагогика, 1979. – 144с.

235. Яковлев Н.М., Сохор А.А. Методика и техника урока в школе: В помощь начинающему учителю. – М.: Просвещение, 1985. – 208с.

236. Ярошенко О.Г. Проблеми групової навчальної діяльності школярів: дидактико-методичний аспект. – К.: Станіца, 1990. – 245с.

237. Яценко С.Є. Організація навчально-виховного процесу на уроках математики в класах з поглибленим вивченням предмета основної школи: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / НПУ ім. М.П.Драгоманова. – Київ, 1999. – 217с.

238. Яценко Т.С. Активная социально-психологическая подготовка учителя к общению с учащимися: Книга для учителя. – К.: Освита, 1993. – 208с.

239. Яценко Т.С. Психологічні основи групової психокорекції: Навч. посіб. – К.: Либідь, 1996. – 264с.

240. Barrett P.T., Petrides K.V., Eysencr H.J. Estimating inspection time: Response probalities, the BRAT IT algorithm, and IQ correlations // Personality and individual differences. – Oxford. – March, 1998. – Vol.24. – P.405-414.

241. Grouping in the elementary School. Edited by Anne Morgenstern. Pitman Publishing Cooperation. New York – Toronto – London, 1985. – 110p.

242. Mechlova E. Spisy pedagogicke fakultyv Ostrave SV. 51, Ostrave, 1984. – 192s.

Д О Д А Т К И

ДОДАТОК А

Тест на з’ясування рівня геометричних здібностей для учнів 6-7 класів

1. Знайти зайвий елемент:

Рис. 1

2. Покажіть усі шляхи, якими можна пройти з точки А в точку С, рухаючись лініями зліва направо і зверху вниз (рис. 2). Вкажіть максимальну кількість розв'язання даного завдання.

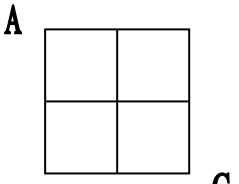


Рис. 2

3. Поділіть сад на чотири рівні частини (рис. 3).

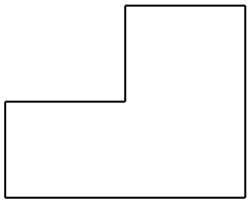


Рис. 3

4. Розріжте прямокутник, довжина якого 9 см, а ширина 4 см, на дві рівні частини, з яких можна скласти квадрат.

5. Який кут опише годинникова стрілка за 2 год; за 20 хв; а хвилинна стрілка за 10 хв; за 20 хв?

6. Є два кола, радіуси яких дорівнюють 2 см і 3 см. Відстань між їх центрами дорівнює 5 см. Чи перетинаються ці кола?

7. З аркуша паперу розміром 950Х1200 мм можна вирізати або квадрати із стороною 64 мм, або квадрати із стороною 46 мм. Які квадрати треба вирізати, щоб було менше відходів?

8. З 15 аркушів складіть фігуру з п'яти рівних квадратів. Зніміть три сірники так, щоб лишилося два квадратів.

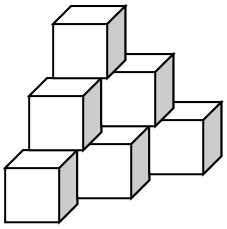


Рис. 4

9. Із скількох кубиків складена фігура (рис. 4)?

10. Який з трьох кубиків намальовано в розгорнутому вигляді? Колір на розгортці не показано (рис. 5).

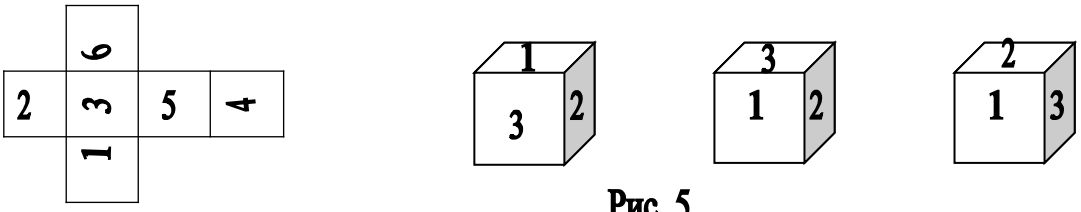


Рис. 5

ДОДАТОК Б

Анкета

(взаємовідносини в колективі)

П. н	П, І	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	Ліза А.																							
2	Інна Б.																							
3	Іра Б.																							
4	Яна Б.																							
5	Вова Б.																							
6	Антон Г.																							
7	Іра Г.																							
8	Сергій Г.																							
9	Марія Г.																							
10	Юра Г.																							
11	Юля Д.																							
12	Діма Ж.																							
13	Саша Ж.																							
14	Інна З.																							
15	Федір З.																							
16	Інна К.																							
17	Олена К.																							
18	Іра К.																							
19	Лера К.																							
20	Олена К.																							
21	Діма Л.																							
22	Юля Л.																							
23	Олег О.																							

Учні заповнюють даний бланк. В кожній клітинці навпроти свого імені проставляють цифри від 0 до 9. Однокласники з якими вони спілкуються і дружать отримують 9, 8 і так далі до 0 – до повної антипатії.

ДОДАТОК В

Рівневі завдання до уроку на тему: “Третя ознака рівності трикутника. Розв’язування задач”

Рівень А.

1. За малюнком записати рівні елементи та довести рівність трикутників ABD і CBD (рис. 6).
2. За малюнком записати рівні елементи та довести рівність трикутників ABC і ACD (рис. 7).
3. У трикутниках ABC і DCB AB=DC. Що ще треба знати для рівності кутів A та D (рис. 8).

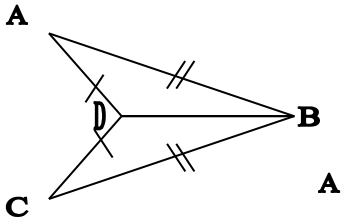


Рис. 6

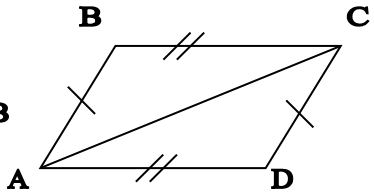


Рис. 7

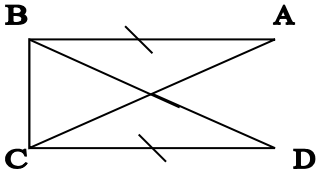


Рис. 8

4. Вкажіть пари рівних трикутників. Вибір обгрунтуйте.

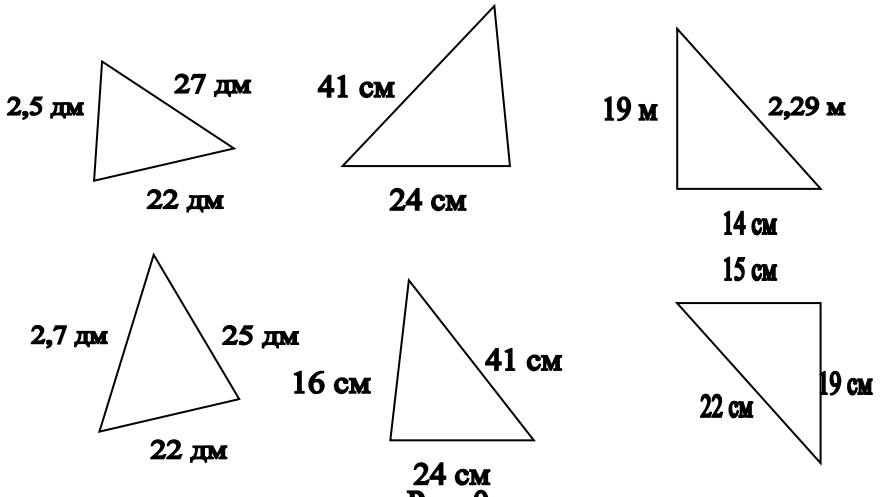


Рис. 9

5. Виявіть закономірність у параметрах трикутників, побудуйте наступний в зашиті.

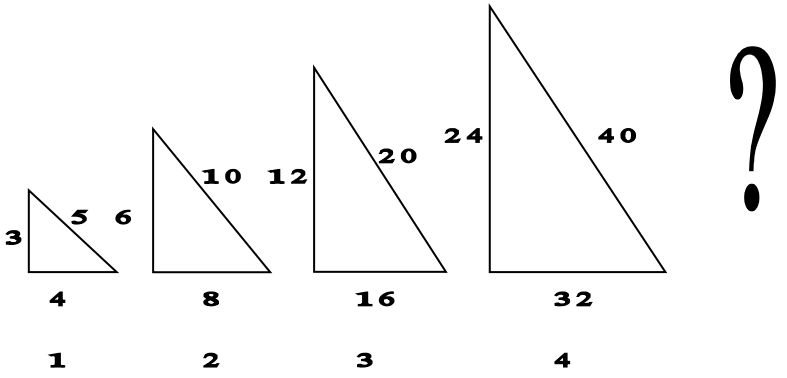


Рис. 10

Рівень Б

1. Складіть задачу за рисунком. Доведіть, ∠CAD=∠BDA (рис. 11).
2. Використати рівність елементів з малюнка та довести рівність кутів B і D (рис.12).

3. Відрізки МС та АВ перетинаються в точці О, АО=ОС. Які відомості ще потрібні, щоб можна було стверджувати, що АМ=СВ? (рис.13)

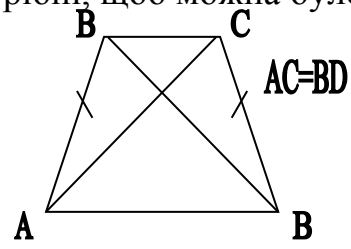


Рис. 11

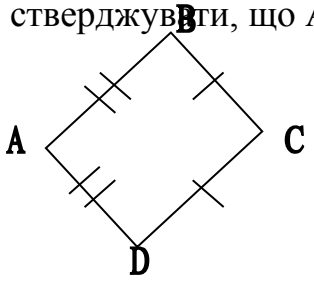


Рис. 12

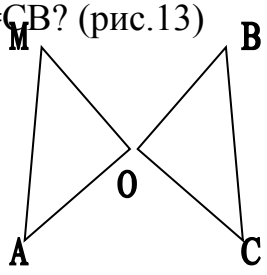


Рис. 13

4. Вкажіть пари рівних трикутників (рис. 14). Вибір обґрунтуйте.

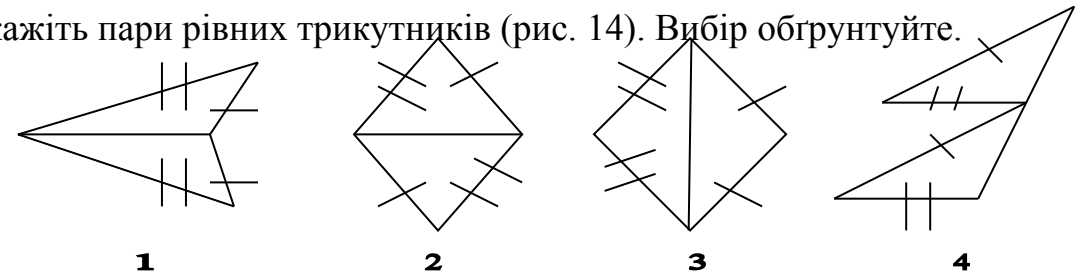


Рис. 14

5. Знайдіть периметр фігур (рис. 15).

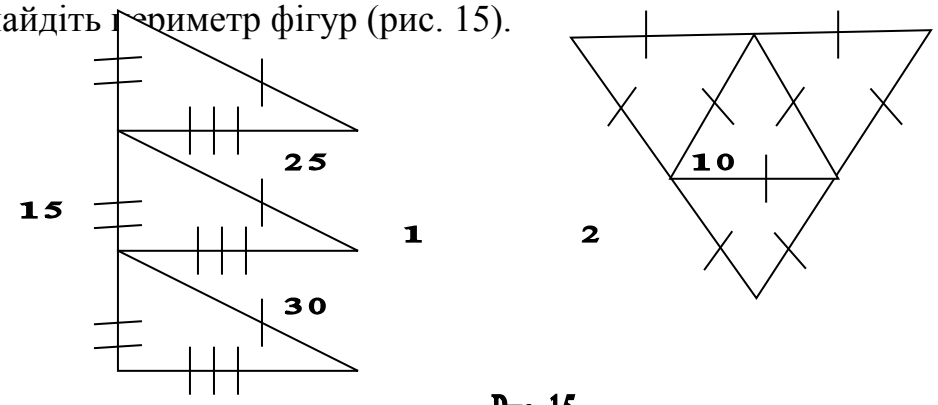


Рис. 15

6. Виявіть закономірність у параметрах трикутників і в зошиті побудуйте наступний (рис. 16).

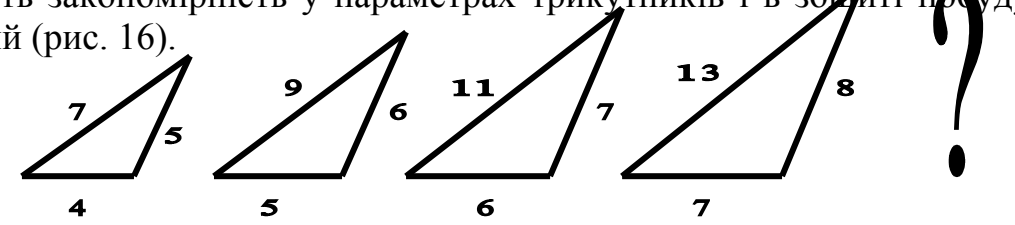


Рис. 16

Рівень В

1. Доведіть рівність кутів BCD і ADC (рівні елементи знайдіть на рисунку 17).

2. Використовуючи рівні елементи на малюнку, доведіть, що BO=OD (рис.18).

3. Дано: AC [illegible] BC=DK. Виведіть з цієї умови які [illegible] наслідків (рис. 1

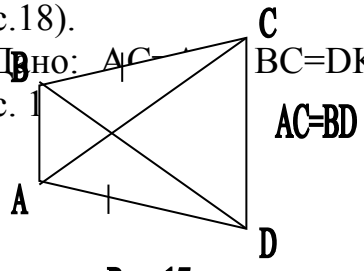


Рис. 17

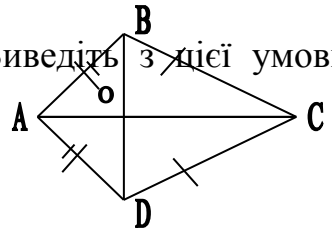


Рис. 18

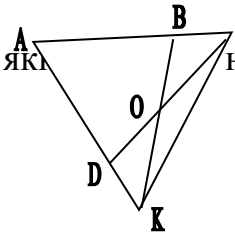


Рис. 19

4. Вкажіть пари рівних трикутників. Вибір пояснити (рис. 20).

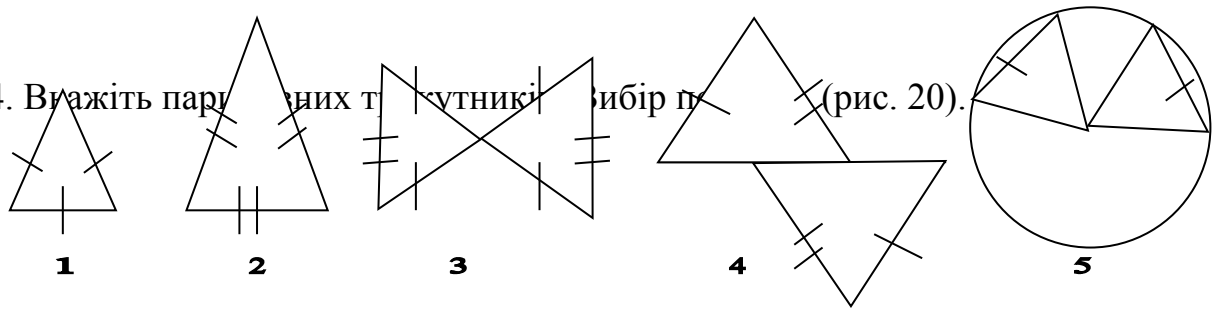


Рис. 20

5. Знайдіть периметри. Відповідь поясніть (рис. 21).

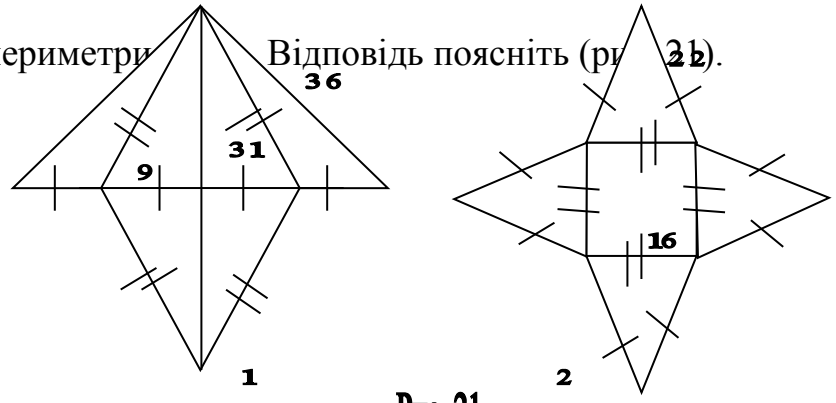


Рис. 21

6. Виявіть закономірність у параметрах трикутників і в зошиті побудуйте наступний.

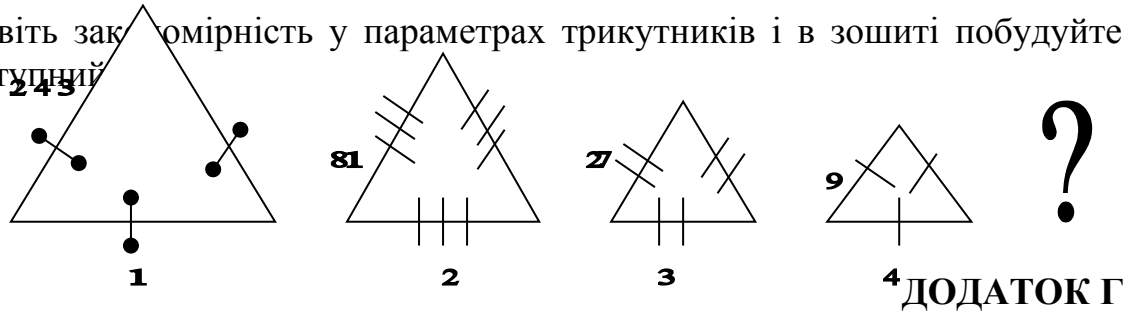


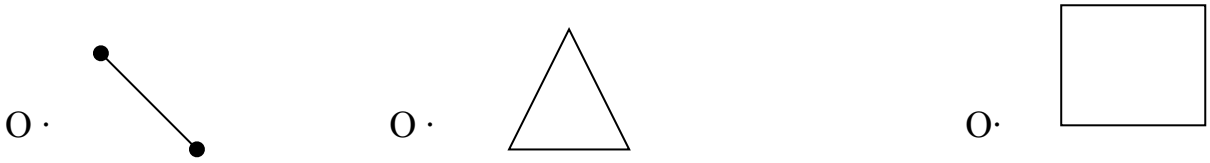
Рис. 22

ДОДАТОК Г

Тестовий варіант для самоперевірки на тему: “Перетворення подібності”

№1. Побудуйте фігуру, гомотетичну даній, відносно точки О.

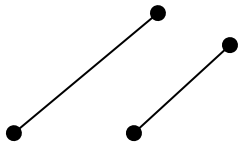
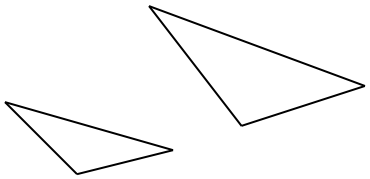
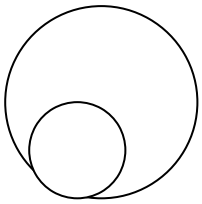
Рівень А Рівень Б Рівень В



k=2 k=$\frac{3}{2}$ k=$\frac{1}{2}$

№2. Знайдіть центр гомотетії.

Рівень А Рівень Б Рівень В

№3. Продовжити речення.

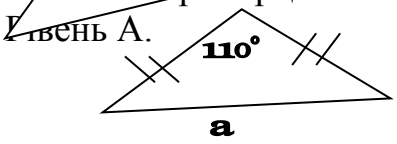
Рівень А. Середини сторін трикутника АВС з'єднали відрізками, тому утворилися трикутники ..., що подібні трикутнику АВС.

Рівень Б. У трикутнику АВС проведено висоти AA_1 і BB_1. При цьому утворилися подібні трикутники: ... .

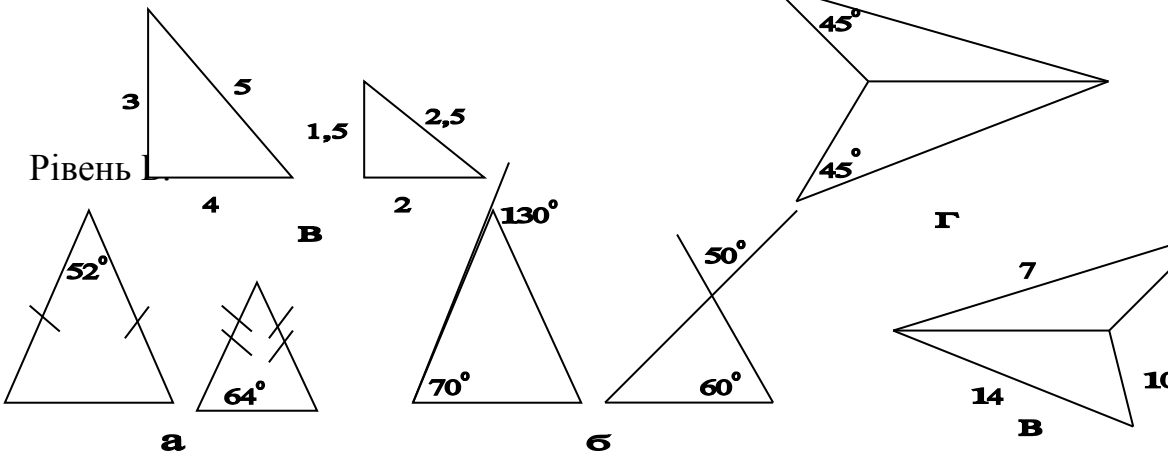
Рівень В. У трапеції ABCD провести діагоналі, які перетинаються в точці О. Утворилися подібні трикутники: ... . Можна скласти пропорцію: ... .

№4. Знайдіть пари подібних трикутників. Обґрунтуйте свої міркування. Запишіть пропорційність відповідних сторін.

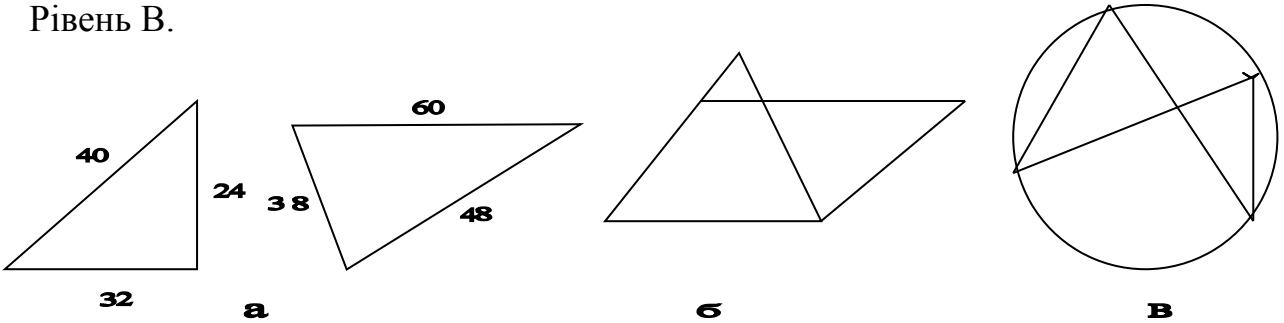
Рівень А.



Рівень Б.



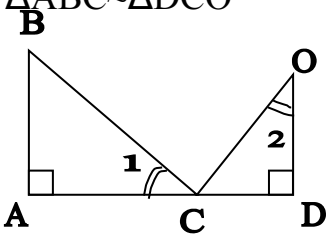
Рівень В.



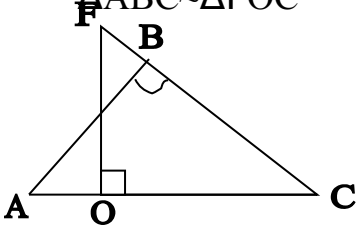
№5. Запишіть умову за малюнком. Доведіть, що . . .

Рівень А Рівень Б Рівень В

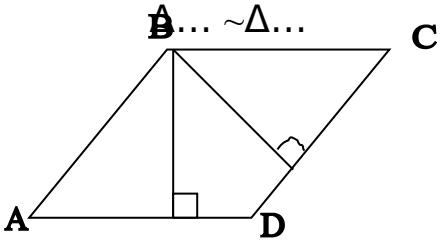
ΔABC~ΔDCO



ΔABC~ΔFOC

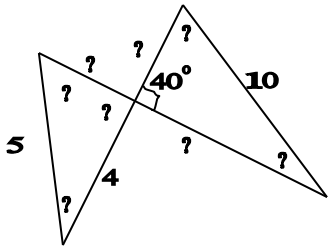


Δ… ~Δ…

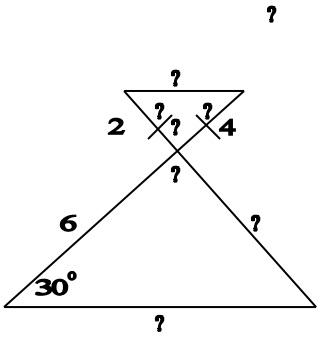


№6. Де можливо, знайдіть значення величин, якщо трикутники подібні.

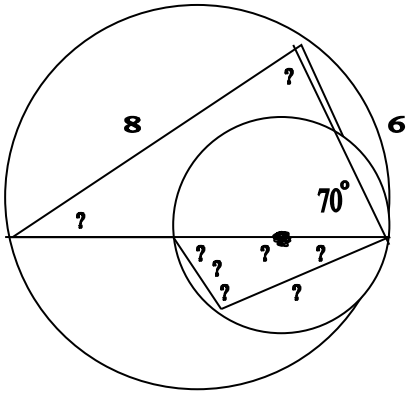
Рівень А



Рівень Б



Рівень В



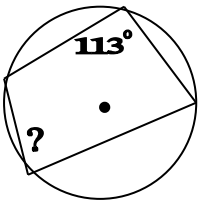
№7. Дайте відповідь “так” або “ні”. Відповідь обґрунтуйте.

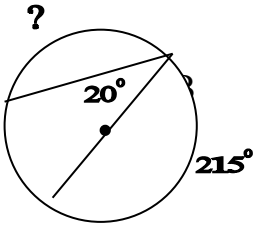
Рівень А. Кут одного ромба дорівнює 45^0, а кут другого ромба 135^0. Чи будуть ці ромби подібні?

Рівень Б. Чи подібні два ромби, якщо відомо, що в кожному з них сторона дорівнює меншій діагоналі?

Рівень В. Сторони прямокутника дорівнюють 12 м та 8 м. Сторони другого прямокутника дорівнюють 6 м та 9 м. Чи будуть ці прямокутники подібними?

№8. Знайдіть невідомий елемент.





Тестовий варіант для самоперевірки на тему ”Розв’язування трикутників”.

Попередні пояснення. Основні обчислення необхідно виконувати безпосередньо на листах із завданнями. Числові значення знайдених величин вказувати у відповідних місцях малюнків. Рівень А –близький до середнього; рівень Б – достатній рівень; рівень В – високий рівень.

Дану тестову роботу пропонуємо оцінювати так:
Кожне завдання для рівня А по 1 балу. Завдання для рівня Б по 1,5 бала. Завдання для рівня В по 2 бала.

Кількість балів	18	16-17	14-15	13,5	11-12	10	9	7-8	6	4-5	2-3	1
Оцінка	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

№1. Рівень А. Для ΔABC запишіть теорему косинусів в числових значеннях (рис.23).

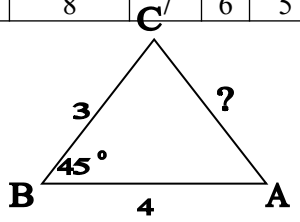


Рис. 23

Рівень Б. Якщо в трикутнику ABC відомі дві сторони b, c та кут між ними A, то третя сторона дорівнює ...
Рівень В. Дано сторони трикутника a, b, c. Знайдіть відрізок CD (рис. 24).

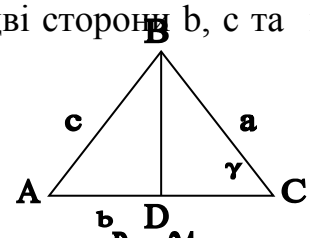


Рис. 24

№2. Рівень А. Запишіть в порядку зростання сторони трикутника (рис. 25).

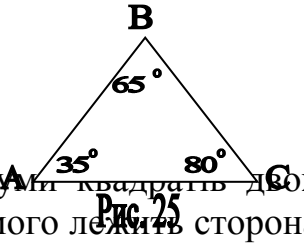
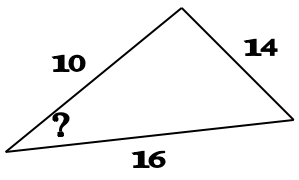


Рис. 25

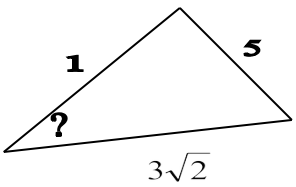
Рівень Б. Квадрат сторони *x* в трикутнику менший суми квадратів двох інших сторін. Напроти якого кута гострого, тупого, прямого лежить сторона x ?
Рівень В. Сторона AB – найменша сторона ΔABC. Якого числового значення може приймати кут, що лежить навпроти цієї сторони ? Наведіть приклад.

№3. Знайдіть числові значення невідомих елементів.

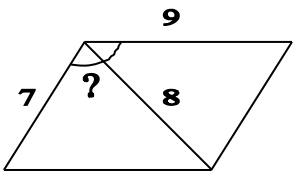
Рівень А



Рівень Б

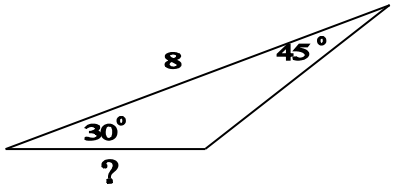


Рівень В

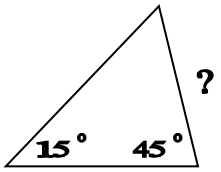


№4. Знайдіть числові значення невідомих елементів.

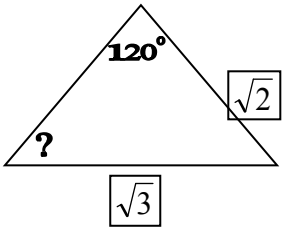
Рівень А



Рівень Б

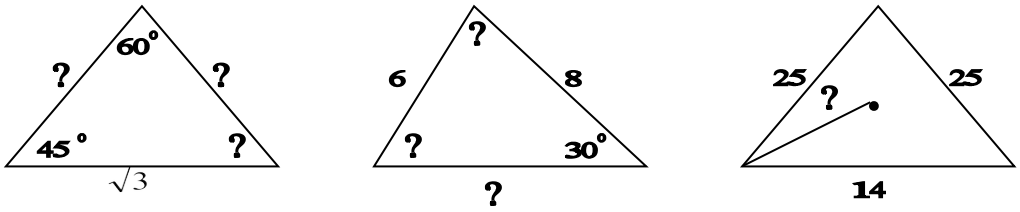


Рівень В



№5. Знайдіть числові значення невідомих елементів.

Рівень А Рівень Б Рівень В



№6. Рівень А. Діагоналі паралелограма дорівнюють 10 см і 6 см, а кут між ними 120^0. Знайдіть сторону паралелограма, яка лежить проти цього кута.
Рівень Б. Сторони паралелограма дорівнюють 7 см і 9 см, а діагоналі відносяться як 4:7. Обчислити діагоналі паралелограма.
Рівень В. У трикутнику дві сторони дорівнюють 11 см і 23 см. Медіана, проведена до третьої сторони, дорівнює 10 см. Знайти третю сторону.

ДОДАТОК Д

Рівневі вправи на тему: “Метричні співвідношення в прямокутному трикутнику. Теорема Піфагора”. 8 клас

І. Поінформованість.

Підкресліть тільки одну відповідь, яка правильно доповнює речення.

№1. Трикутник є прямокутним, якщо у нього . . .

а) два рівні кути; б) всі кути рівні; в) два гострі кути;
г) один кут прямий; д) ваша відповідь.

№2. Косинусом гострого кута прямокутного трикутника є відношення . . .

а) прилеглого катета до гіпотенузи;
б) протилежного катета до гіпотенузи;
в) прилеглого катета до протилежного;
г) гіпотенузи до прилеглого катета;
д) ваша відповідь.

№3. Відношення ... є косинусом гострого кута М трикутника MNK (рис. 26).

а) ; б) $\frac{k}{m}$;

в) $\frac{k}{n}$; г) $\frac{n}{k}$; д) ваша відповідь.

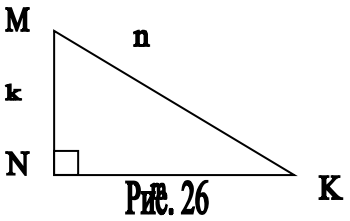


Рис. 26

№4. Косинус гострого кута трикутника залежить від . . .

а) градусної міри кута; б) розмірів трикутника;
в) розміщення трикутника на площині; г) довжини сторін;
д) ваша відповідь.

№5*. У прямокутному трикутнику один з катетів дорівнює 5 см, а косинус прилеглого до нього кута дорівнює 0,6. Гіпотенуза дорівнює . . .

а) 8 см; б) 10 см; в) 3,6 см; г) 0,1 см; д) ваша відповідь.

* * *

№6. Рівність $\frac{AD}{AC}=\frac{AC}{AB}$, або $AC^2=AD\cdot AB$ (слідує з визначення косинуса кута прямокутного трикутника) можна використати для доведення теореми Піфагора, розглядаючи трикутники (рис. 27) . . .

а) ΔADC і ΔCDB;
б) ΔABC і ΔCDB;
в) ΔADC і ΔABC;
г) ΔADC і ΔCDB;
д) ваша відповідь.

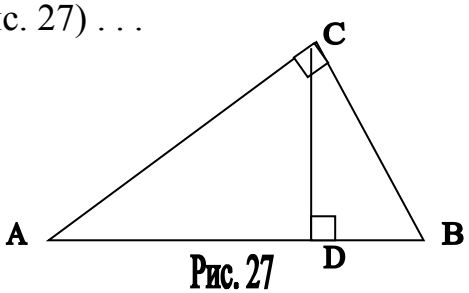


Рис. 27

№7. Твердження . . . є умовою і висновком теореми Піфагора.

а) Дано ΔABC. Довести $AC^2+BC^2=AB^2$;

б) Дано ΔABC, $\angle C=90^0$. Довести AC+BC=AB;
в) Дано ΔABC. Довести $AC^2+BC^2=AB$;
г) Дано ΔABC, $\angle C=90^0$. Довести $AC^2+BC^2=AB^2$;
д) ваша відповідь.

№8. Для доведення теореми Піфагора треба рівності $AC^2=AD\cdot AB$ і $BC^2=DB\cdot AB$ потрібно (рис. 28) . . .

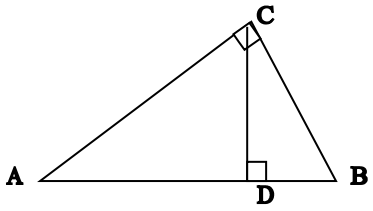


Рис. 28

а) почленно перемножити;
б) почленно відняти;
в) почленно додати і врахувати, що AD+DB=AB і $\angle C=90^0$;
г) почленно додати і врахувати $\frac{AD}{AC}=\cos A$ і $\angle D=90^0$;
д) ваша відповідь.

№9. Катети прямокутного трикутника дорівнюють 12 см і 16 см. Знаючи, що гіпотенузу можна обчислити за формулою $c^2=12^2+16^2$, знайдіть правильну відповідь:
а) 20 см; б) 28 см; в) 4 см; г) ваша відповідь.

№10. Неправильним є твердження . . .
а) У прямокутному трикутнику будь-який з катетів менший за гіпотенузу;
б) $\cos\alpha<1$ для будь-якого гострого кута α;
в) У прямокутному трикутнику квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів;
г) $\cos\alpha>1$ для будь-якого гострого кута α.

№11*. Діагоналі ромба 6 і 8 см, а периметр ромба . . .
а) 14 см; б) 20 см; в) 28 см; г) ваша відповідь.

* * *

№12. AD – перпендикуляр, опущений з точки A на пряму a, C і B – довільні точки прямої a (рис. 29). Неправильним є твердження . . .

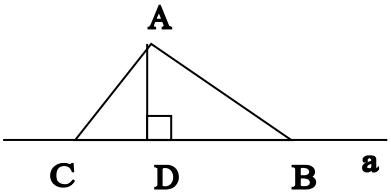


Рис. 29

а) Відрізки AC і AD називаються похилими, проведеними з точки A до прямої a;
б) CD і DB – проекції похилих AC і AD;
в) Якщо DB<CB, то AD<AC;
г) З точки A можна провести до прямої три похилі однакової довжини.

№13. Похила довжиною 16 см, проведена з даної точки до прямої, має проекцію довжиною 5 см, а довжина перпендикуляра, опущеного з тієї самої точки на пряму, дорівнює . . .
а) 12 см; б) 11 см; в) 13 см; г) 4 см; д) ваша відповідь.

№14*. Довжинами сторін прямокутного трикутника може бути трійка чисел:
а) 25, 15 і 10 см; б) 3, 4 і 5 см; в) 13, 2 і 8 см; г) 21, 14 і 7 см.

№15*. Вкажіть неправильне твердження:

а) Сума довжин будь-яких двох сторін трикутника більша за довжину третьої сторони;
б) Сторона трикутника менша від різниці двох інших;
в) Сторона трикутника більша за різницю двох інших;
г) У будь-якому трикутнику кожна сторона менша за суму двох інших сторін.

* * *

№16. У ΔABC, ∠C=90^0, ∠A=α (рис. 30).
Неправильний запис . . .
а) $\sin\alpha = \frac{BC}{AB}$; б) $\cos\alpha = \frac{AC}{AB}$;
в) $tg\alpha = \frac{AC}{BC}$; г) $tg\alpha = \frac{BC}{AC}$.

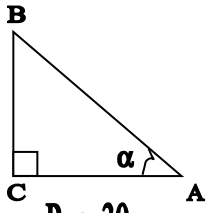


Рис. 30

№17. У ΔABC, ∠C=90^0, ∠A=α, ∠B=β, AC=4см, CB=3см, AB=5см (рис. 31).
1) sinα дорівнює . . .
а) $\frac{3}{5}$; б) $\frac{4}{5}$; в) $\frac{5}{3}$; г) ваша відповідь.
2) cosβ дорівнює . . .
а) $\frac{3}{5}$; б) $\frac{4}{5}$; в) $\frac{3}{4}$; г) ваша відповідь.
3) tgα дорівнює . . .
а) $\frac{3}{5}$; б) $\frac{4}{5}$; в) $\frac{3}{4}$; г) $\frac{4}{3}$; д) ваша відповідь.

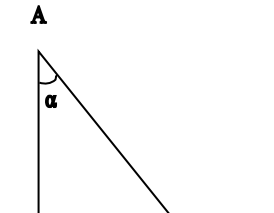


Рис. 31

№18*. У ΔABC, ∠C=90^0, AB=c, ∠A=α, ∠B=β. Катети BC і AC можуть дорівнювати виразам . . .
а) c·cosα і c·cosβ; б) c·sinα і c·sinβ; в)c·tgα і c·tgβ; г) ваша відповідь.

№19. У прямокутному трикутнику ABC (∠C=90^0) AB=15 см, sinA=0,5, а CB дорівнює . . .
а) 0,75 см; б) 75 см; в) 7,5 см; г) 10 см; д) ваша відповідь.

№20. У ΔABC, ∠C=90^0, BC=20 см, cosB=$\frac{4}{5}$, а гіпотенуза AB=. . .
а) 40 см; б) 25 см; в) 30 см; г) 16 см; д) ваша відповідь.

№21. У ΔABC, ∠C=90^0, BC=20 см, tgA=$\frac{4}{3}$, а другий катет і гіпотенуза дорівнює
а) 10 і 25 см; б) 12 і 30 см; в) 15 і 25 см; г) 16 і 24 см; д) ваша відповідь.

№22*. У прямокутному трикутнику проекції катетів на гіпотенузу дорівнюють 9см і 16 см, а висота трикутника, опущена на гіпотенузу, дорівнює . . .
а) 3 см; б) 4 см; в) 12 см; г) 8 см; д) ваша відповідь.

* * *

№23. $\sin^2\alpha$+. . .=1.
а) $\cos^2\alpha$; б) sinα; в) tgα; г) cosα; д) ваша відповідь.

№24. . . .+$tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$.

а) 2; б) 1; в) $\sin\alpha$; г) $\cos^2\alpha$; д) ваша відповідь.

№25. 1+. . .=$\frac{1}{\sin^2\alpha}$.

а) $tg\alpha$; б) $\frac{1}{tg\alpha}$; в) $\frac{1}{tg^2\alpha}$; г) $\frac{1}{\cos\alpha}$; д) ваша відповідь.

№26*. З тотожності $\sin^2\alpha$+. . .=1 знайти $\sin\alpha$.

* * *

№27. Для будь-якого кута α $\sin(90^0-\alpha)$ і $\cos(90^0-\alpha)$ відповідно дорівнюють . . .

а) $\cos\alpha$ і $\sin\alpha$; б) $\sin\alpha$ і $\cos\alpha$; в) $\sin\alpha$ і $\sin\alpha$; г) $\cos\alpha$ і $\cos\alpha$; д) ваша відповідь.

№28. $\sin60^0$= . . . а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\frac{1}{2}$; г) 1; д) ваша відповідь.

№29. $\cos45^0$= . . . а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\frac{1}{2}$; г) 1; д) ваша відповідь.

№30. $tg30^0$= . . .а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\sqrt{3;}$; в) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; г) 1; д) ваша відповідь.

№31. У прямокутному трикутнику з гіпотенузою 14 см і гострим кутом 30^0, катет протилежний до цього кута дорівнює . . .

а) $7\sqrt{2}$ см; б) $7\sqrt{3}$ см; в) 7 см; г) 14 см; д) ваша відповідь.

* * *

№32. Неправильним є твердження . . .

а) При зростанні гострого кута $\sin\alpha$ зростає;

б) При зростанні гострого кута $\cos\alpha$ спадає;

в) При зростанні гострого кута $tg\alpha$ зростає;

г) Для будь-якого кута α $tg\alpha < \cos\alpha$.

№33. У виразі $\sin70^0 * \sin40^0$ треба поставити знак . . .

а) <; б) >; в) ≤; г) =; д) ≥.

№34. У виразі $\cos60^0 * \cos20^0$ треба поставити знак . . .

а) <; б) >; в) ≤; г) =; д) ≥.

№35. Якщо $tg\alpha<tg\beta$, то . . .

а) $\alpha=\beta$; б) $\alpha>\beta$; в) $\alpha<\beta$; г) $\alpha\leq\beta$; д) ваша відповідь.

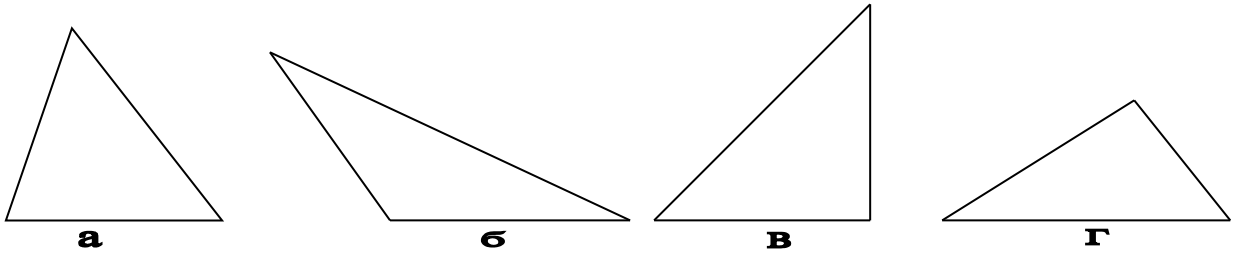
№36*. Знайдіть $\cos\alpha$, $\sin\alpha$, $tg\alpha$ кута 35^0.

№37*. Знайдіть α, якщо $tg\alpha=0{,}7545$.

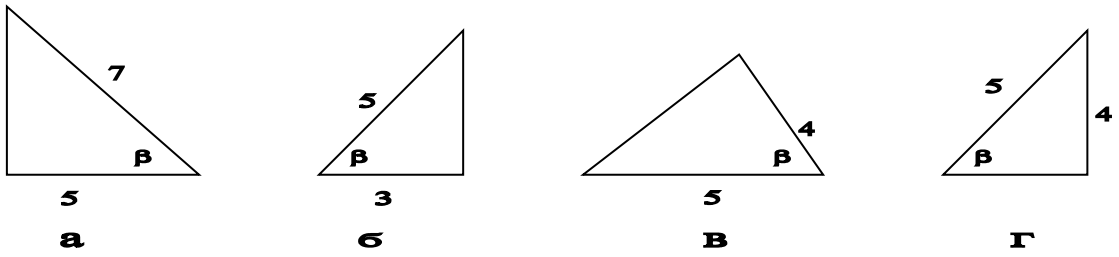
II. Обізнаність.

До твердження або поняття, яке стоїть в умові, підберіть малюнок або запис, найближчий за змістом.

№1. Прямокутний трикутник.



№2. Косинус кута β дорівнює 0,8.



№3. На одній стороні гострого кута А відкладені відрізки АВ=ВС=CD=7см. З точок В і С опущені перпендикуляри на другу сторону кута. AB_1=5. Косинуси гострого кута А знайдіть з прямокутних трикутників ABB_1, ACC_1, ADD_1 будуть

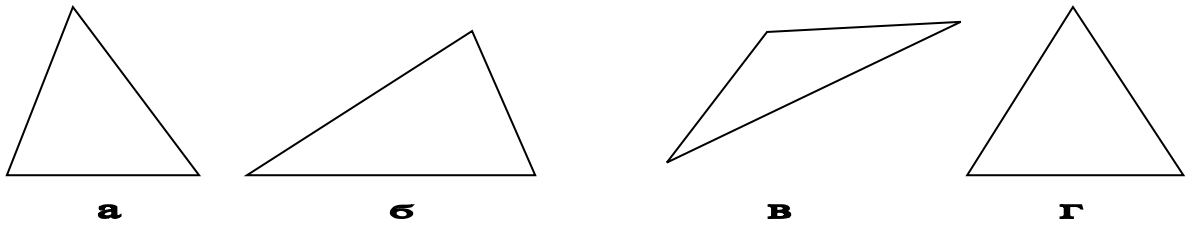
а) рівні; б) різні; в) $\frac{5}{7};\frac{5}{14};\frac{5}{2};$ г) $\frac{7}{5}.$

* * *

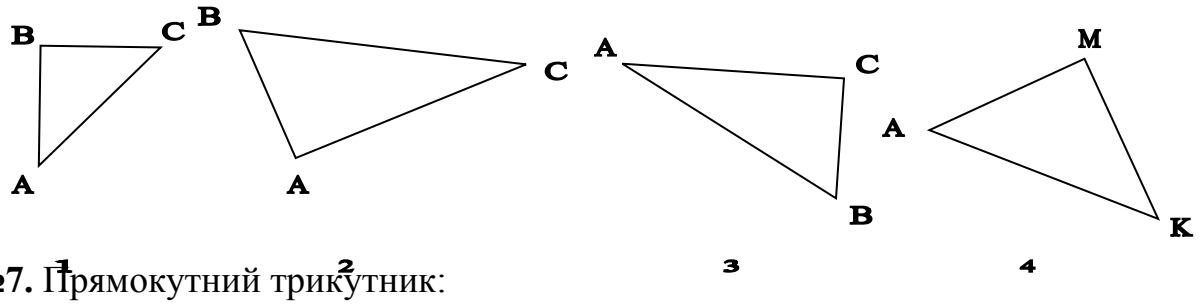
№4. Обчисліть: $\sqrt{169-144};\sqrt{225};\sqrt{0,25};\sqrt{\frac{121}{256}};\sqrt{5\frac{4}{9}};\sqrt{64\cdot 16}.$

а) 5; б) 15; в) 5; г) 0,5; д) 25; е) $\frac{11}{13}$; є) $\frac{11}{16}$; ж) $\frac{7}{3}$; з) $5\frac{2}{3}$; к) 32; л) 12.

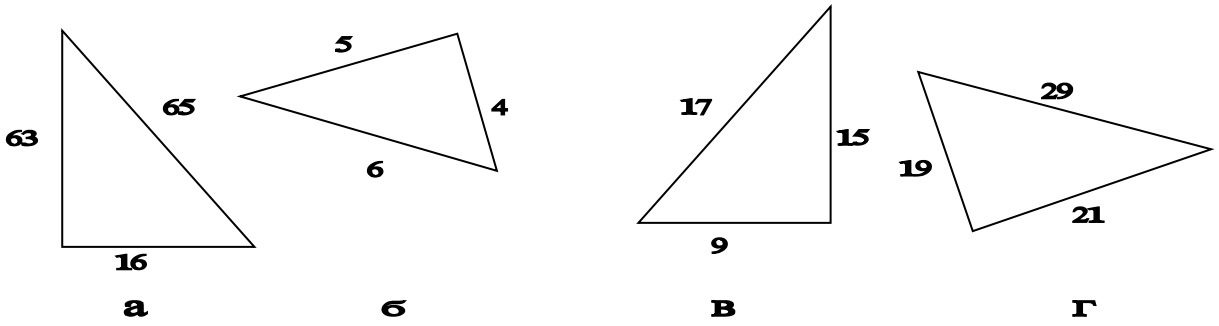
№5. Позначити, де можливо, гіпотенузу і катети.



№6. Трикутник АВС – прямокутний: АС–гіпотенуза, ВС і АВ – катети.



№7. Прямокутний трикутник:



№8. Розставити у правильному порядку етапи доведення теореми Піфагора:

1) Додамо почленно рівності (3) і (4) і врахуємо, що AD+DB=AB, дістанемо $AC^2+CB^2=AB(AD+DB)-AB^2$.
2) З прямокутних трикутників ADC і ABC знаходимо $\cos A=\frac{AD}{AC}$ і $\cos A=\frac{AC}{AB}$(1), а з трикутників DBC і ABC знаходимо $\cos B=\frac{DB}{BC}$ і $\cos B=\frac{BC}{AB}$ (2).
3) З рівності (1) і (2) маємо $AC^2=AB\ AD$ і $BC^2=AB\ DB$.

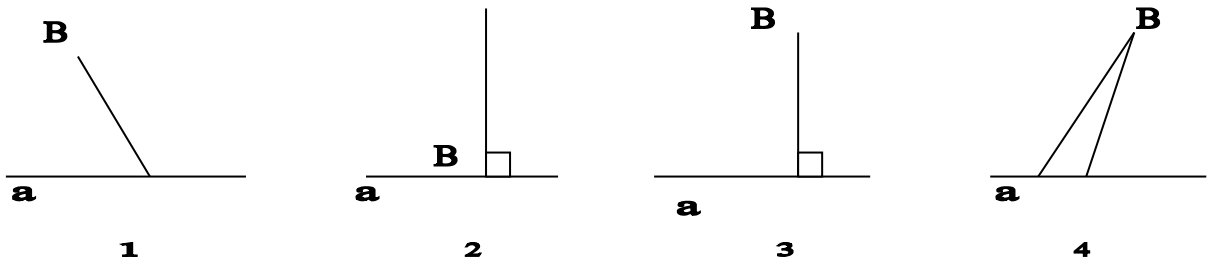
№9. Трикутник MNK – прямокутний, $\angle N=90^0$. Наслідок з теореми Піфагора.

а) MK>MN; б) NK>MN; в) MK≤MN; г) MN≥NK.

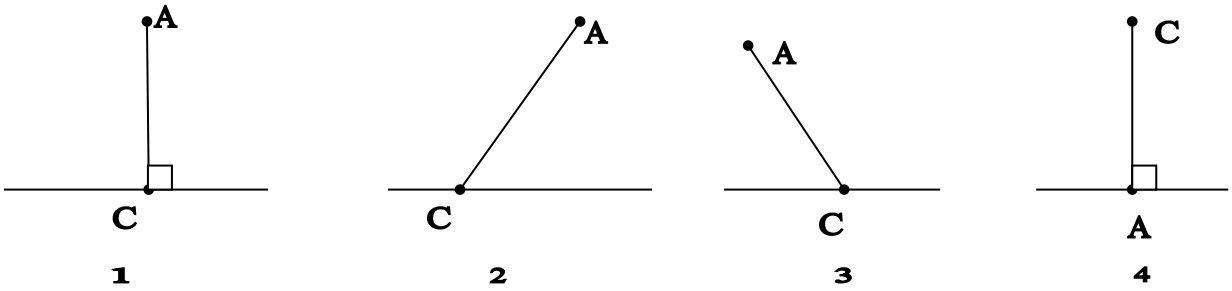
№10*. Чи можна побудувати прямокутний трикутник, у якого довжинами всіх сторін є цілі непарні числа?

* * *

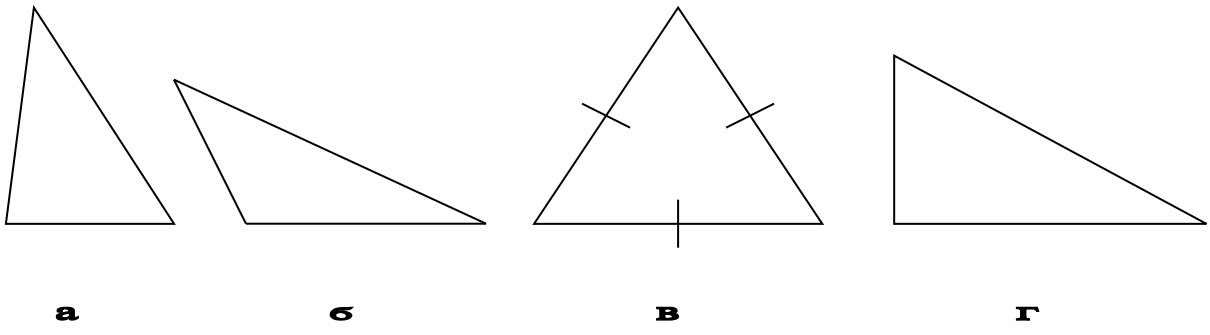
№11. Перпендикуляр, опущений з точки В на пряму а.



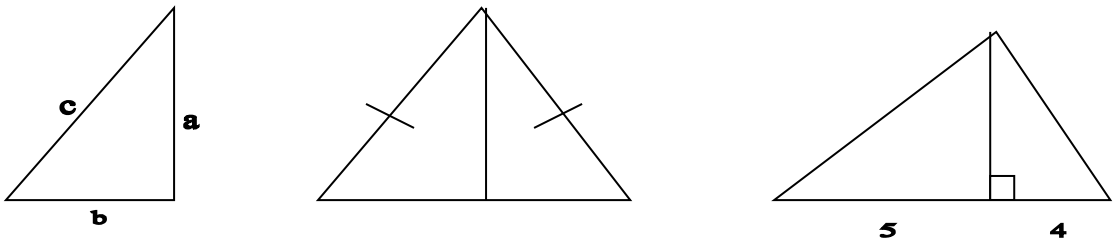
№12. Основа перпендикуляра.



№13. Похила і проекція похилої.



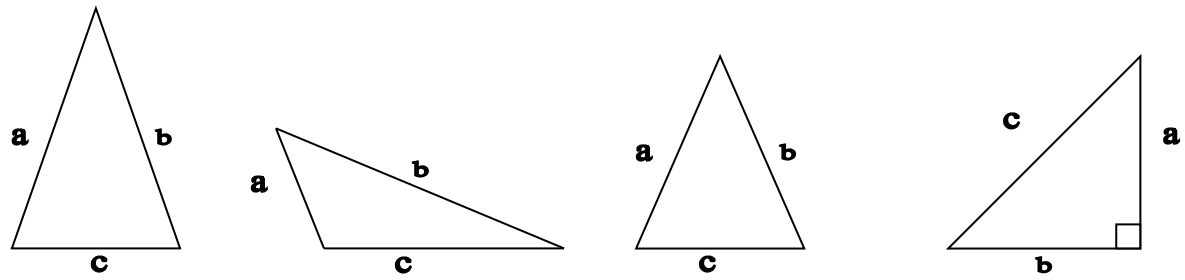
№14. Для кожного трикутника сформулюйте наслідок з теореми Піфагора.



№15*. Зобразіть малюнок, на якому один і той самий відрізок є одночасно і перпендикуляром і похилою.

* * *

№16. Нерівність трикутника.



1) a≥b+c 2) b≤a+c 3) c<a+b 4) c=a+b.

№17*. Чи правильно вибрані розміри для ромба (Рис. 32)? Відповідь поясніть.

AB=5 см
AC=6 см
BD=4 см.

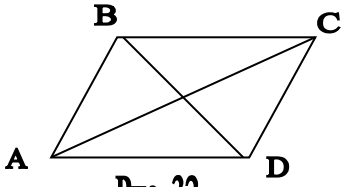


Рис. 32

№18. Синус кута A (Рис. 33).

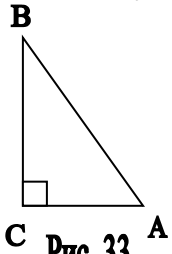


Рис. 33

а) $\frac{AC}{AB}$; б) $\frac{BC}{AB}$;
в) $\frac{BC}{AC}$; г) $\frac{AC}{BC}$.

№19. Тангенс кута N (Рис. 34).

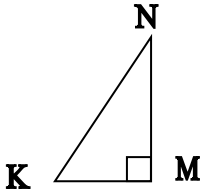
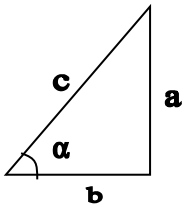


Рис. 34

а) $\frac{MN}{MK}$; б) $\frac{MK}{MN}$;
в) $\frac{NK}{MK}$; г) $\frac{NK}{MN}$.

№20. Заповніть пропуски, розв'язуючи трикутник за даними рисунка 35.

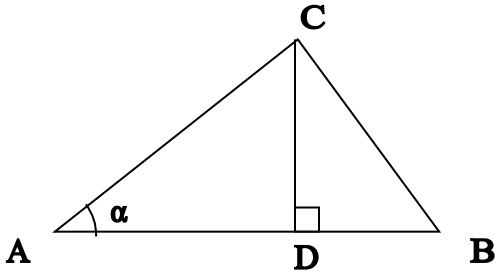


1) a=. . . або a=. . .
2) b=. . .

3) c= . . .

Рис. 35

№21.Заповніть пропуски, знаючи, що ΔACB – прямокутний (рис.36).



1) AC=. . .
2) BC=. . .
3) BD=. . .
4) AD= . . .
5) CD=. . .

Рис. 36

№22*. Знайдіть cosA і cosB (рис. 37).

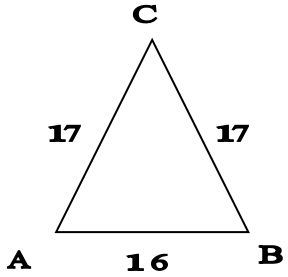


Рис. 37

* * *

№23. Неправильною є тотожність . . .

а) $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; б) $\sin^2 + \cos^2 = 1$; в) $1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$;

г) $1 + \frac{1}{tg^2\alpha} = \frac{1}{\sin^2\alpha}$; д) $\sin^2\alpha - \cos^2\alpha = 1$.

№24. $\sin\alpha = \frac{12}{13}$, а $tg\alpha = ...$

а) $\frac{12}{25}$; б) $\frac{5}{13}$; в) $\frac{12}{5}$; г) $\frac{5}{12}$; д) ваша відповідь.

№25. Вираз $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha + tg^2\alpha$ дорівнює виразу . . .

а) $\frac{1}{\sin^2\alpha}$; б) $\frac{1}{\cos^2\alpha}$; в) $tg^2\alpha$; г) ваша відповідь.

* * *

№26. Обчислити.

а) $2\sin30^0+3\cos60^0$; б) $6\sin30^0–tg45^0$;

в) $\cos^230^0–2\sin^230^0$; г) $1–2\cos^245^0$.

№27*. Чому дорівнює тангенс гострого кута, якщо синус і косинус цього кута рівні між собою?

№28. Якщо кут зростає від 10^0 до 50^0, то як при цьому змінюється його синус; косинус; тангенс?

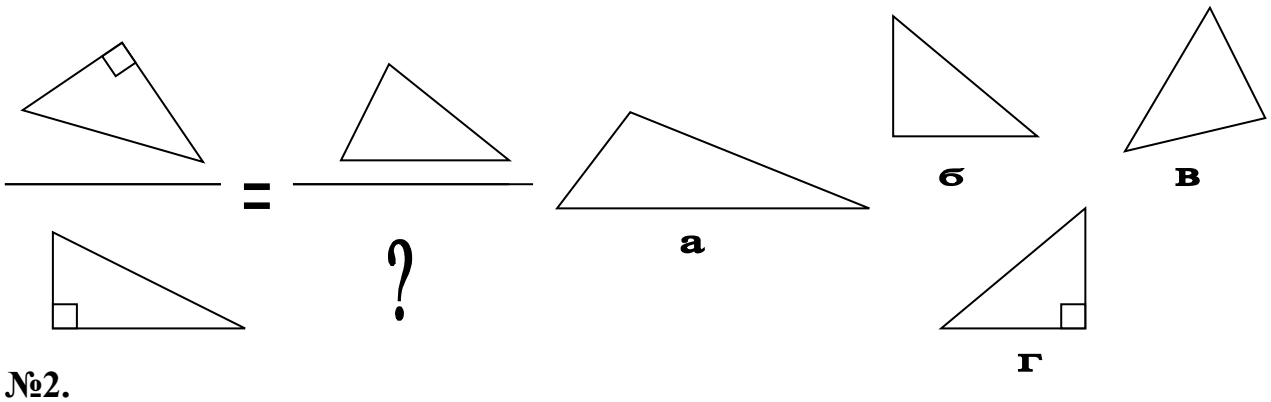
№29*. Знайдіть помилки у рівностях.

а) $\sin36^0=\cos44^0$; б) $\cos53^0=\sin47^0$; в) $\cos19^0=\sin71^0$; г) $\cos70^0=\sin10^0$.

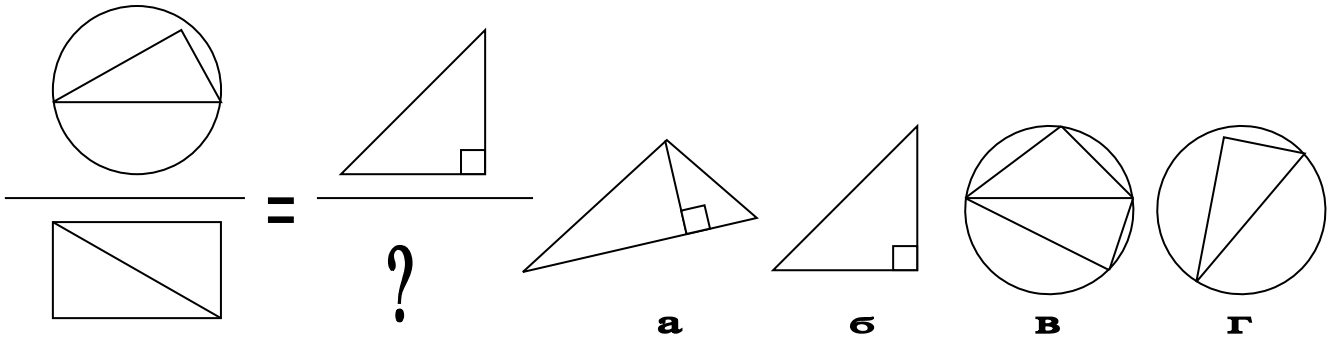
III. Аналогії.

Дано три малюнки (поняття).Між першим і другим існує певний зв'язок. Між третім і одним із чотирьох додаткових існує схожий зв'язок. Знайдіть і підкресліть єдиний четвертий компонент.

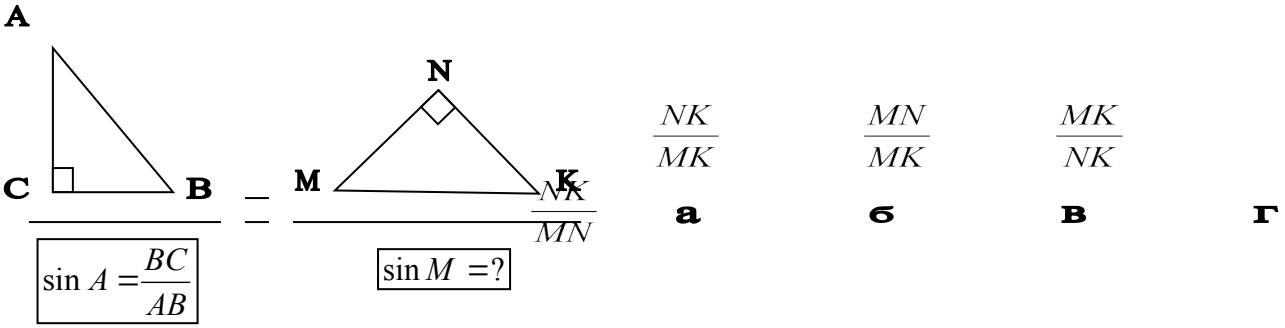
№1.



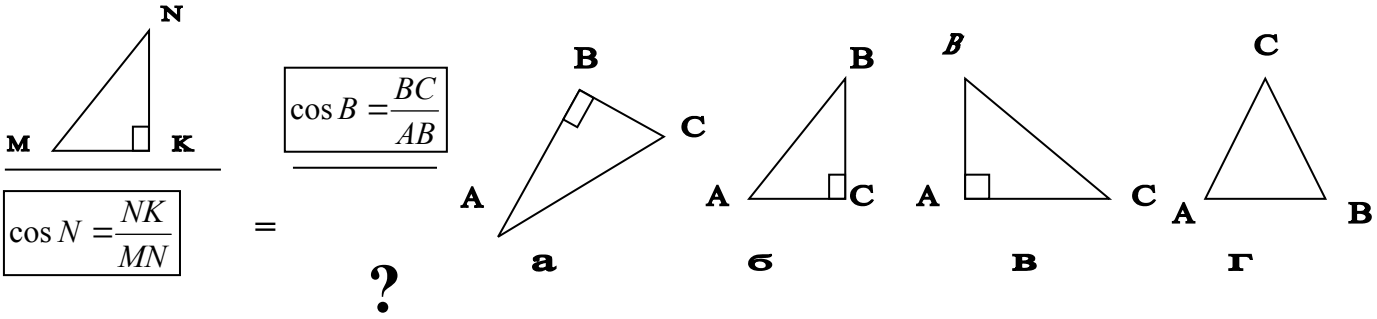
№2.



№3.



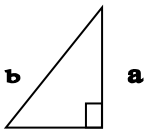
№4.



№5. Кути : градусні міри рівні = косинуси : ?

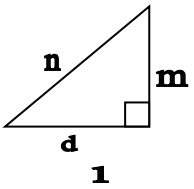
а) рівні; б) різні; в) в сумі дорівнюють 180^0; г) перпендикулярні.

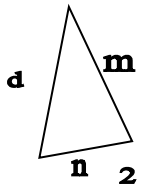
№6.

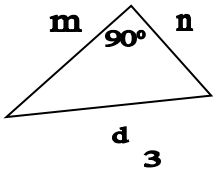


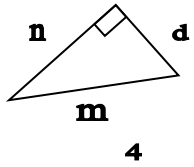
$c^2=a^2+b^2$ = $d^2=m^2+n^2$

?









№7.

3; 4; 5 = *16; 63; 65*

5; 12; 13 ?

а) 65; 71; 76; б) 12; 34; 37; в) 65; 91; 109; г) 65; 72; 97.

№8*.

b=12; c=13; a=? = *b=40; c=41; a=?*

b=24; c=25; a=? *?*

а) b=60; c=61; б) b=84; c=85; в) b=70; c=71; г) b=81; c=82/

№9. *Катет : гіпотенуза = cos α : ?*

а) 1; б) 2; в) катет; г) гіпотенуза.

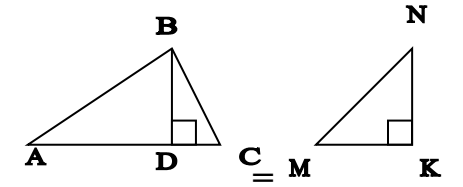
№10.

6 см і 8 см = 8 см і 15 см

10 см ?

а) 18 см; б) 17 см; в) 23 см; г) 7 см.

№11.

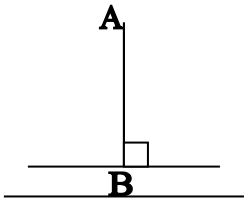


MN NK MK

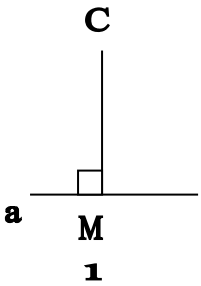
а б в

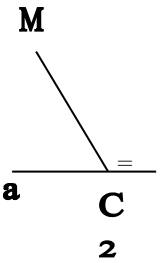
AB, BC = ?

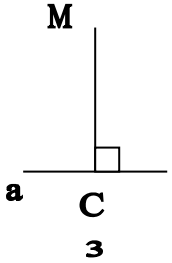
№12.

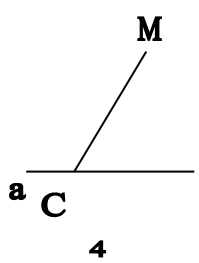


B C ?









№13. *Гіпотенуза : катет = ? : перпендикуляр.*

а) похила; б) проекція; в) катет; г) основа.

№14. Похилі : рівні = ? : проекції.

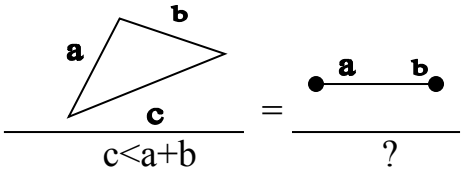
а) не рівні; б) рівні; в) сумірні; г) пропорційні.

№15. Похила : більша = ? : проекція.

а) менша; б) більша; в) рівні; г) нерівна.

* * *

№16.



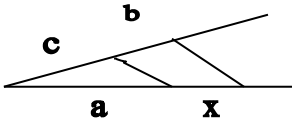
а) $c \le a+b$; б) $c > a+b$; в) $c < a+b$; г) $c \ge a+b$.

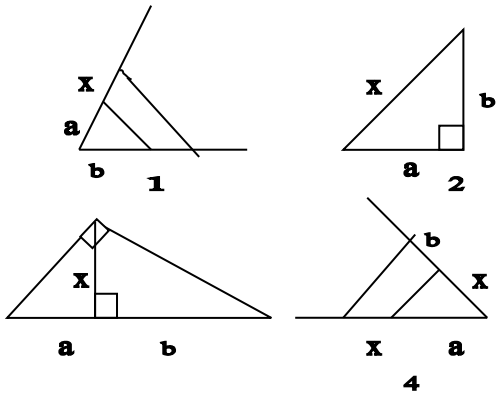
№17. Косинус : прилеглий катет до гіпотенузи = ? : протилежний катет до гіпотенузи.

а) косинус; б) синус; в) тангенс; г) котангенс.

№18*.

x=ab/c = x=$\sqrt{ab}$?





* * *

№19. $\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=1$ **,** а $1+tg^2=?$

а) $\frac{1}{\cos^2\alpha}$; б) $\frac{1}{\sin^2\alpha}$; в) $\cos\alpha$; г) $\sin\alpha$.

№20. $\sin^2\alpha : \cos^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} - 1 : ?$

а) $tg^2\alpha$; б) $\sin^2\alpha$; в) $\cos^2\alpha$; г) $tg\alpha$.

№21. $\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$, $? = \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$.

а) $tg\alpha$; б) $\cos\alpha$; в) $\sin\alpha$; г) $ctg\alpha$.

* * *

№22. $\sin(90^0-\alpha)=\cos\alpha$, а $\cos(90^0-\alpha)=?$

а) $tg\alpha$; б) $\sin\alpha$; в) $\cos\alpha$; г) $ctg\alpha$.

№23. $\sin\alpha$ і $\cos\alpha$ * рівні = катети : ?

а) різні; б) пропорційні; в) рівні.

№24. $\sin 45^0$ і $\cos 45$ * рівні = ? *?

а) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; б) 0,5; в) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; г) $\sqrt{3}$.

* * *

№25. $\sin\alpha$: зростає = ?: зростає.

а) $tg\alpha$; б) $\cos\alpha$; в) $ctg\alpha$; г) $\sin\alpha$.

№26. $\cos\alpha > \cos\gamma$, а α ? γ

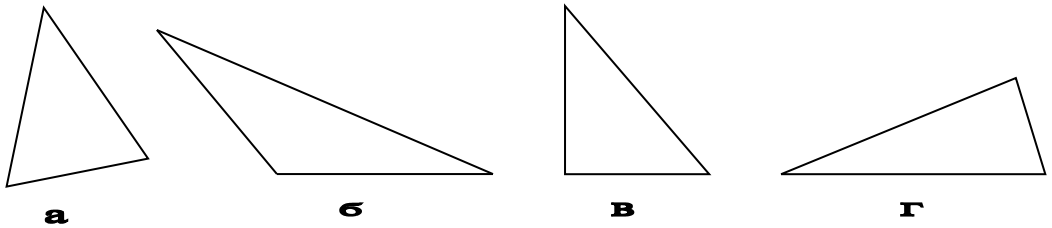
а) =; б) >; в) <; г) ≤..

№27. $\sin 12^0$ і $\cos 78^0$ * рівні = рівні * ?
а) $\cos 25^0$ і $\cos 75^0$; б) $\cos 34^0$ і $\sin 56^0$;
в) $\cos 21^0$ і $\sin 59^0$; г) $\operatorname{tg} 34^0$ і $\sin 56^0$.
№28. $\sin\alpha=0{,}5$, α=?
а) 30^0; б) 60^0; в) 45^0; г) 90^0.
№29. $\cos\alpha > \cos 15^0 = \alpha$? 15^0.
а) >; б) <; в) =; г) ≥.
№30. $\operatorname{tg}\alpha > 1$, то $\alpha >$?
а) 30^0; б) 60^0; в) 45^0; г)70^0.

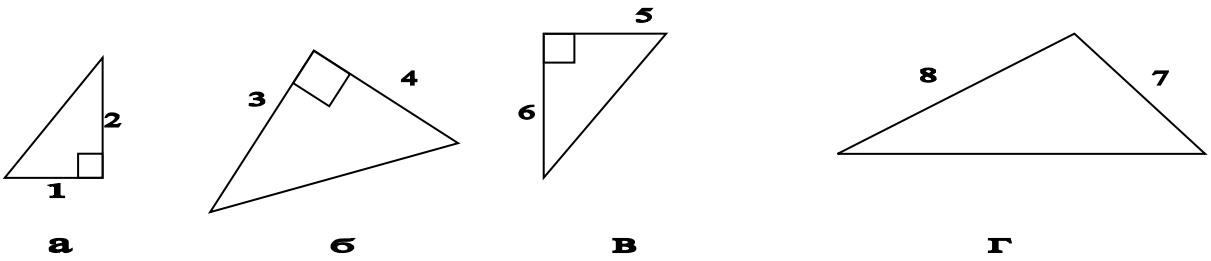
IV. Класифікації.

У всіх задачах без тексту знайдіть один зайвий об'єкт, суттєву ознаку інших сформулюйте словами.

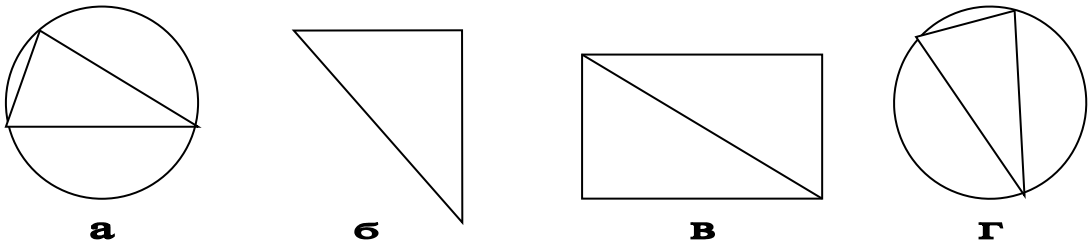
№1.



№2.



№3.

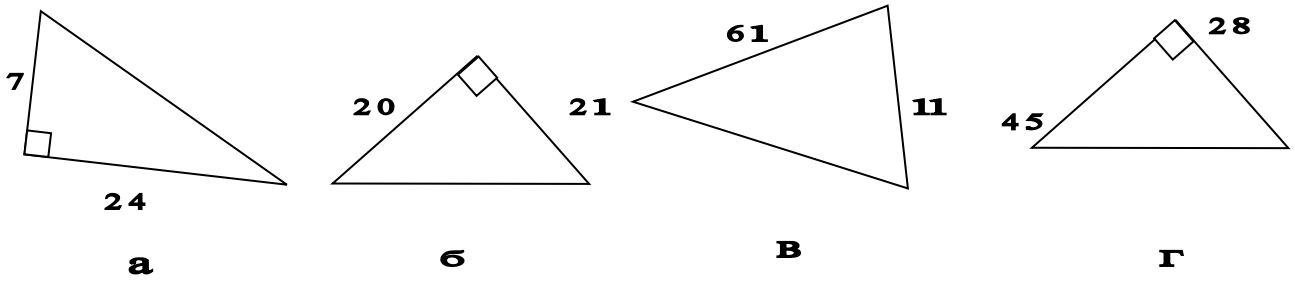


№4*. У прямокутному трикутнику АВС катет а більший від катета b. Що більше: cosA чи cosB?

* * *

№5. а) 3; 4; 5 б) $\sqrt{7}$; 3; 4 в) 5; 12; 16 г) $\sqrt{13}$; $2\sqrt{3}$; 5.

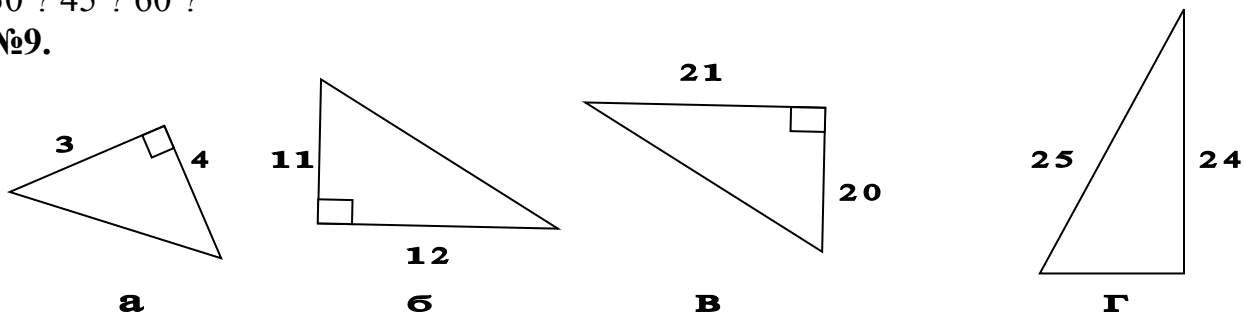
№6.



№7*. Чи може діагональ прямокутника бути меншою за одну з його сторін? Відповідь поясніть.

№8*. Гіпотенуза дорівнює n. Чому дорівнює катет, який лежить проти кута 30^0? 45^0? 60^0?

№9.



№10*. Проставте, де можливо, числові значення (рис. 38).

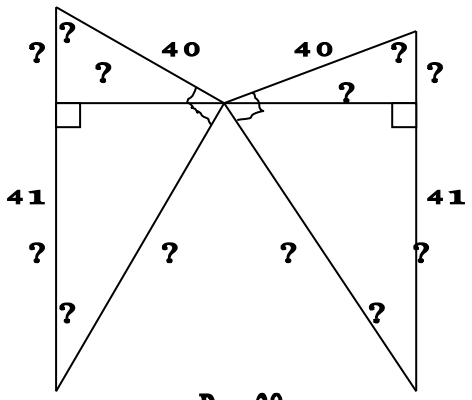
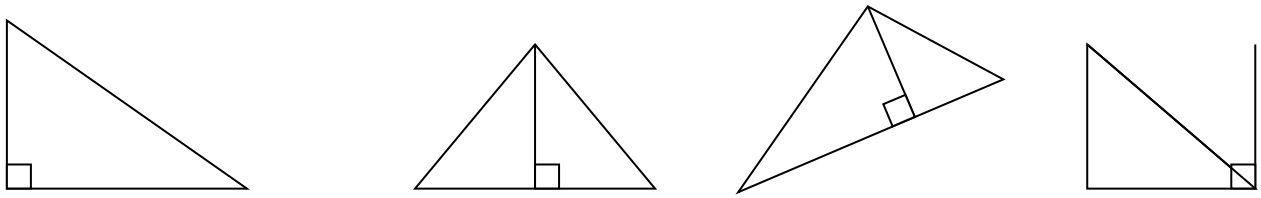


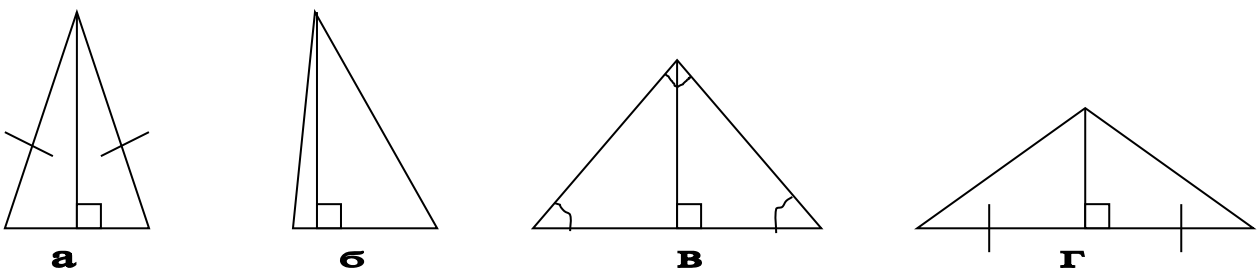
Рис. 38

* * *

№11.



№12.



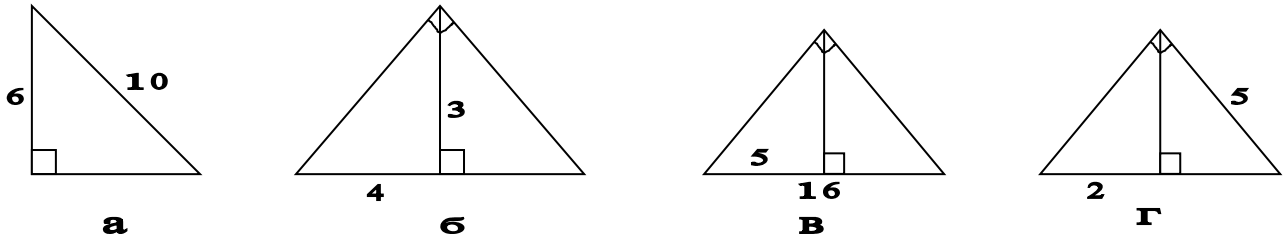
№13*. Катети трикутника дорівнюють 3 м і 4 м. Знайти висоту, опущену на гіпотенузу.

* * *

№14. а) 5; 6; 7 б) 15; 21; 37 в) 21,5; 7,5; 29 г) $3\frac{1}{4}; \frac{7}{8}; 4$.

№15*. Чи можливий трикутник з довжинами сторін 1 см, 1 дм, 1 м? Відповідь поясніть.

№16.



а **б** **в** **г**

№17*. Катети прямокутного трикутника відносяться, як 19:28, знайти кути цього трикутника.

№18*. Гострий кут паралелограма дорівнює 60^0. Знайдіть висоту паралелограма, якщо його периметр дорівнює Р, а діагональ ділить його тупий кут у відношенні 1:3?

* * *

№19.

$\frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 1 $\frac{1}{\sqrt{3}}$

а **б** **в** **г**

№20.

$\sqrt{3}$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 1

а **б** **в** **г**

№21.

$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $1 + \frac{1}{tg^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ $1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

а **б** **в** **г**

№22*.

$\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$ sinα=tgα · cosα $\sin\alpha = \sqrt{\frac{tg^2\alpha}{tg^2+1}}$ sinα=cosβ в прямокутному трикутнику.

а **б** **в** **г**

№23*. Спростіть вираз: $\frac{tg\alpha}{\sin\alpha}$.

* * *

№24.

$tg52^0 > tg42^0$ $\cos52^0 < \cos42^0$ $\sin45^0 > \sin42^0$ $tg45^0 > \sin45^0$.

№25.

а	б	в	г
$\cos\alpha > \cos\beta$	$\sin\alpha < \sin\beta$	$\alpha > \beta$	$\operatorname{tg}\alpha < \operatorname{tg}\beta$

№26.

а	б	в	г
$\alpha > \beta$	$\alpha < \beta$	$\alpha=\beta$	$\alpha < \beta$
$\sin\alpha > \sin\beta$	$\cos\alpha < \cos\beta$	$\cos\alpha=\cos\beta$	$\operatorname{tg}\alpha < \operatorname{tg}\beta$.

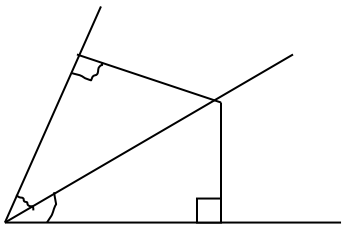
№27.

а	б	в	г
$\operatorname{tg}30^0=\operatorname{tg}60^0$	$\sin30^0=\cos60^0$	$\sin45^0=\cos45^0$	$\cos30^0=\cos60^0$.

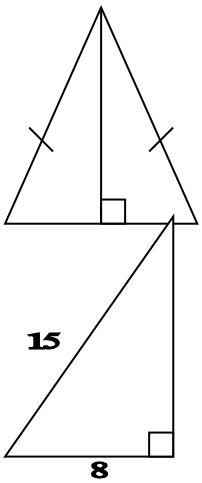
V. Узагальнення.

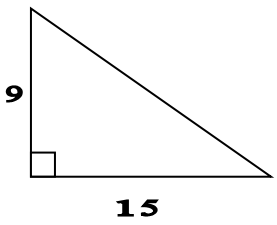
Розгляньте два об'єкти (поняття) у задачах без тексту і визначте, що між ними спільного. Намагайтеся знайти найбільш суттєву ознаку. Запишіть поруч відповідь у словесній формі. Подайте власний приклад.

№1.

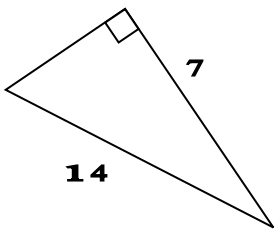


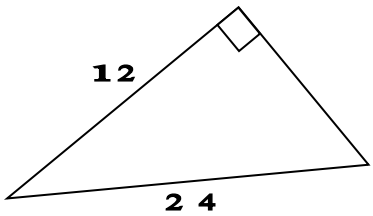
№2.





№3.

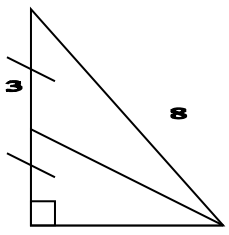


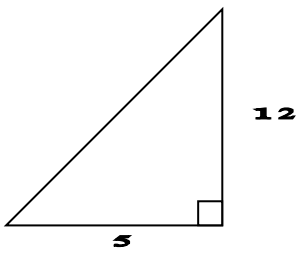


№4*. На прямолінійній ділянці залізничного шляху, який іде вгору, знаходяться два пункти А і В, відстань між ними 470 м. Пункт В розташований на 8 м вище пункту А. Знайдіть кут підйому шляху на ділянці АВ.

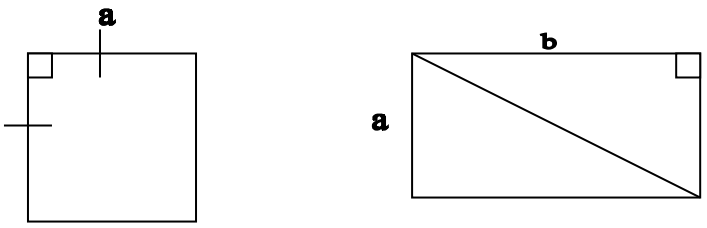
* * *

№5.

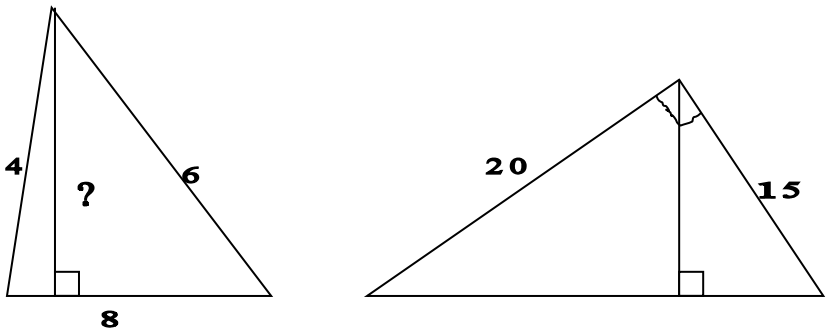




№6.



№7.

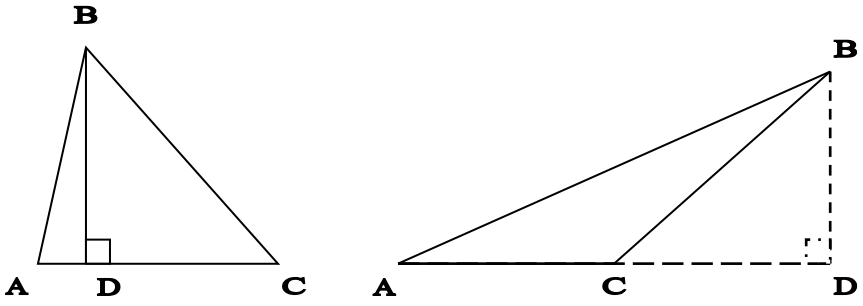


№8. 6, 8, 10 60, 91, 109.

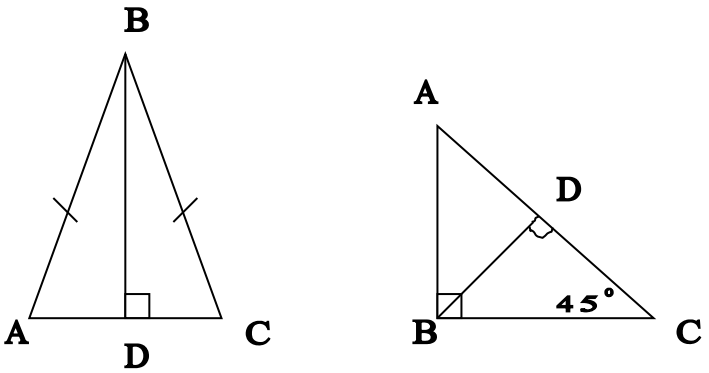
№9*. Вертикальну щоглу підтримують чотири канати, які прикріплені до неї на відстані 16 м від землі і до землі на відстані 12 м від основи щогли. Скільки метрів канату потрібно для укріплення щогли, якщо на вузли пішло 10 м?

* * *

№10.

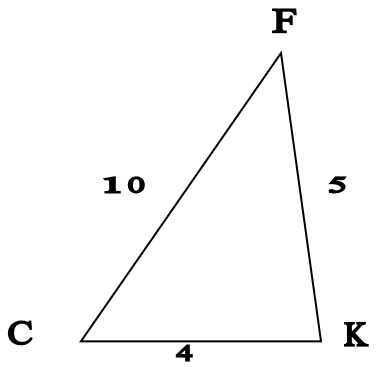


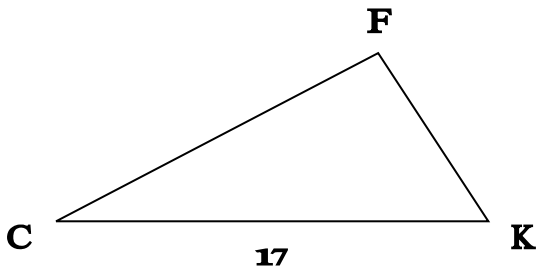
№11.



№12*. Чому в прямокутному трикутнику висота, проведена до гіпотенузи, завжди менша за кожний з катетів? Відповідь поясніть.

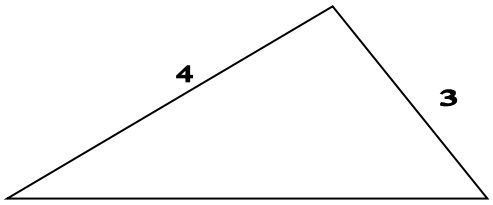
№13.

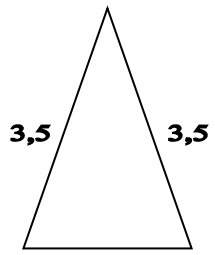




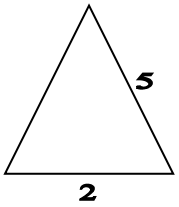
CF+FK=10

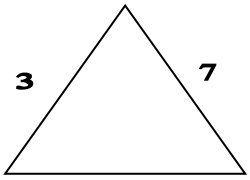
№ 14*. В яких межах змінюється третя сторона?





№15. Трикутники рівнобедрені. Знайти третю сторону.





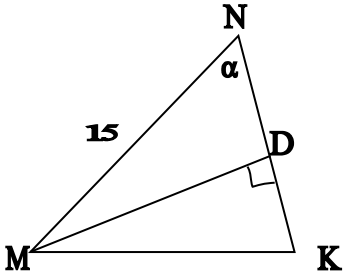
№16*. Відстань між пристанями M і N безпосередньо виміряти не можна. Але відома відстань від цих пристаней до деякого пункту F, а саме: MF=160м, NF=60м. Записати співвідношення, яке дає найкращу наближену оцінку відстані між пристанями M і N.

№17*. Побудувати кут, синус якого дорівнює 0,6.

№18*. Побудувати кут 54^0 і графічно визначити його тангенс.

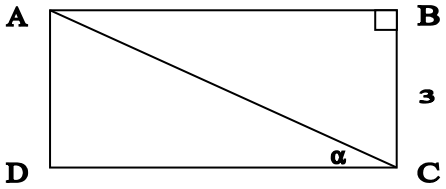
№19*. Подати різними способами косинус, синус та тангенс кутів α і β.

№20.



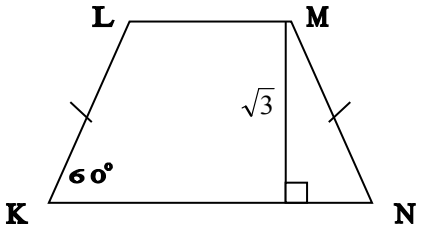
MD=?

№21.



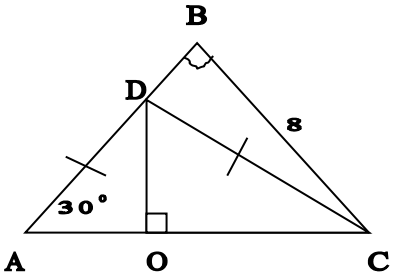
AB=?
AC=?

№22*.



KN=?

№23*.



DO=?

№24*. Спостерігач, знаходячись на висоті 18 м, замітив під кутом пониження, рівним $6^0 18'$, автомобіль. Знайдіть відстань (по горизонталі) від спостерігача до автомобіля.

* * *

№25. Обчисліть.

а) $(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)$; б) $\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha}{1-\sin^2\alpha}$.

№26. а) $(\sin\alpha-\cos\alpha)^2+2\sin\alpha\cos\alpha$; б) $\sin^2\alpha+\operatorname{tg}^2\alpha+\cos^2\alpha$.

* * *

№27. Обчислити: а) $4\cos 60^0-5\operatorname{tg}45^0$; б) $10\sin^2 45^0+\sin 30^0$.

№28. а) у скільки разів $\operatorname{tg}60^0$ більший за $\sin 60^0$?

б) у скільки разів $\operatorname{tg}45^0$ більший за $\sin 30^0$?

№29*. Чи існує такий кут α, що синус і косинус його одночасно дорівнюють нулю? Відповідь поясніть.

№30*. Для яких кутів синус більший, ніж косинус? Відповідь поясніть.

№31. Для яких кутів синус менший, ніж косинус? Відповідь поясніть.