

**СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**імені А.С. МАКАРЕНКА**

На правах рукопису

**МОРОЗ ІВАН ОЛЕКСІЙОВИЧ**

**УДК 378.371: 539.19(075.8)**

**ТЕОРЕТИЧНІ ТА МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ ІНТЕГРОВАНОГО  
НАВЧАННЯ ТЕРМОДИНАМІКИ І СТАТИСТИЧНОЇ ФІЗИКИ В  
ПЕДАГОГІЧНИХ УНІВЕРСИТЕТАХ**

13.00.02 – теорія та методика навчання (фізика)

**ДИСЕРТАЦІЯ**

на здобуття наукового ступеня

доктора педагогічних наук

Науковий консультант

**Величко Степан Петрович,**

доктор педагогічних наук, професор

Київ – 2013

**ЗМІСТ****ВСТУП**

6

**РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНИЙ АНАЛІЗ НАВЧАЛЬНОЇ ЛІТЕРАТУРИ З ПИТАНЬ ВИКЛАДАННЯ ОСНОВ ТЕРМОДИНАМІКИ**

23

<u>1.1. Теоретичний та методичний аналіз вихідних понять та визначень термодинаміки.....</u>	24
<u>1.2. Методика введення поняття «температура».....</u>	27
<u>1.3. Аналіз традиційних методик викладання законів термодинаміки.</u> .....	33
<u>1.3.1. Перший закон термодинаміки.....</u>	34
<u>1.3.1.1. Закони збереження в фізиці.....</u>	34
<u>1.3.1.2. Робота в термодинамічному процесі, внутрішня енергія та кількість теплоти.....</u>	36
<u>1.3.1.3. Методологічні аспекти відкриття першого закону термодинаміки.....</u>	44
<u>1.3.1.4. Аналітичне формулювання першого закону термодинаміки.....</u>	46
<u>1.3.2. Другий закон термодинаміки.....</u>	53
<u>1.3.2.1. Постулати другого закону термодинаміки. Цикл Карно.....</u>	55
<u>1.3.2.2. Аналітичне формулювання другого закону термодинаміки для оборотних процесів.....</u>	61
<u>1.3.2.3. Основне рівняння термодинаміки для оборотних процесів.....</u>	67
<u>1.3.2.4. Аналітичне формулювання другого закону термодинаміки для необоротних процесів.....</u>	68
<u>1.3.2.5. Еквівалентність постулатів і математичного формулювання другого закону термодинаміки.....</u>	75
<u>1.3.3. Третій закон термодинаміки.....</u>	77
<u>1.4. Недоліки методичних підходів до навчання термодинаміки в педагогічних вищих навчальних закладах.....</u>	82
<u>Висновки до розділу 1.....</u>	87

**РОЗДІЛ 2 ТЕОРЕТИЧНІ ТА МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ ІНТЕГРОВАНОГО НАВЧАННЯ ТЕРМОДИНАМІКИ І СТАТИСТИЧНОЇ ФІЗИКИ В ПЕДАГОГІЧНИХ УНІВЕРСИТЕТАХ**

## 89

<u>2.1. Методичні підходи до статистичного дослідження термодинамічних систем.....</u>	91
<u>2.1.1. Викладення питання про розподіл молекул ідеального газу за швидкостями.....</u>	91
<u>2.1.2. Методика викладення статистичної теорії намагнічення парамагнетиків.....</u>	100
<u>2.2. Методичне тлумачення основ статистичного методу Гіббса.....</u>	106
<u>2.2.1. Фазовий простір.....</u>	106
<u>2.2.2. Науковий і методичний аналіз теореми Ліувілля в статистичній термодинаміці.....</u>	113
<u>2.2.3. Методичні особливості статистичного дослідження квантових систем.....</u>	121
<u>2.3. Теоретико-методичний аналіз розподілу Гіббса.....</u>	126
<u>2.3.1. Мікроканонічний розподіл.....</u>	126
<u>2.3.2. Макроканонічний розподіл Гіббса.....</u>	129
<u>2.3.3. Канонічний розподіл Гіббса.....</u>	133
<u>2.4. Методологічне та статистичне обґрунтування законів термодинаміки.....</u>	137
<u>2.4.1. Перший закон термодинаміки.....</u>	139
<u>2.4.2. Статистичне обґрунтування другого закону термодинаміки.....</u>	145
<u>2.4.3. Зв'язок закону зростання статистичної ентропії з постулатами другого закону термодинаміки.....</u>	156
<u>2.4.4. Третій закон термодинаміки.....</u>	161
<u>Висновки до розділу 2.....</u>	164

### **РОЗДІЛ 3 МЕТОДИЧНА СИСТЕМА ІНТЕГРОВАНОГО НАВЧАННЯ ТЕРМОДИНАМІКИ І СТАТИСТИЧНОЇ ФІЗИКИ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ЯК ЧИННИК ФУНДАМЕНТАЛІЗАЦІЇ ФІЗИЧНОЇ ОСВІТИ**

## 166

<u>3.1. Структура та зміст складових методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики.....</u>	168
<u>3.2. Методика введення характеристичних функцій.....</u>	176
<u>3.3. Уведення поняття про характеристичні функції систем зі змінною кількістю частинок.....</u>	191
<u>3.4. Формування умінь щодо визначення характеристичних функцій статистичним методом.....</u>	195
<u>3.5. Методика застосування характеристичних функцій для встановлення залежності коефіцієнта поверхневого натягу від температури та доведення рівняння Клапейрона-Клаузіуса.....</u>	197
<u>3.5.1. Встановлення залежності коефіцієнта поверхневого натягу від температури.....</u>	197

<u>3.5.2. Застосування характеристичних функцій для вивчення залежності температури фазових перетворень від тиску.....</u>	198
<u>Висновки до розділу 3.....</u>	201

## **РОЗДІЛ 4 МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ДО ВИВЧЕННЯ КЛАСИЧНИХ І КВАНТОВИХ ГАЗІВ ТА КОНДЕНСОВАНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ СТАТИСТИЧНИХ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ**

**203**

<u>4.1. Рівняння стану класичного ідеального газу в статистичній термодинаміці.....</u>	203
<u>4.2. Вивчення термодинамічних процесів у ідеальному газі.....</u>	206
<u>4.3. Формування понять про характеристичні функції ідеального газу в статистичній і термодинамічній теоріях.....</u>	223
<u>4.4. Викладення основ статистичної теорії реальних газів.....</u>	227
<u>4.4.1. Рівняння стану реального газу.....</u>	228
<u>4.4.2. Ізотерми реального газу.....</u>	233
<u>4.5. Методика вивчення розподілу Максвелла-Больцмана як наслідку статистичного розподілу Гіббса.....</u>	236
<u>4.6. Методика подання класичної теорії теплоємності ідеальних газів.....</u>	242
<u>4.6. 1. Теорема про рівномірний розподіл кінетичної енергії за ступенями свободи.....</u>	242
<u>4.6. 2. Методичний аналіз класичної теорії теплоємності газів.....</u>	246
<u>4.7. Теоретичний та методичний аналіз основ квантової теорії теплоємності двоатомних газів.....</u>	248
<u>4.8. Методика навчання теми «Елементи статистичної теорії конденсованих систем».....</u>	254
<u>4.9. Методика навчання теми «Квантові гази» на засадах статистичної теорії.....</u>	271
<u>4.9.1. Протиріччя квазікласичної статистики.....</u>	271
<u>4.9.2. Зіставлення статистик Максвелла-Больцмана, Бозе-Ейнштейна та Фермі-Дірака.....</u>	277
<u>4.9.3. Методичні підходи до викладення термодинамічної та статистичної теорій бозе-газів.....</u>	283
<u>4.9.3.1. Молекулярний бозе-газ.....</u>	283
<u>4.9.3.2. Методичні підходи до викладення термодинамічної теорії теплового випромінювання.....</u>	287
<u>4.9.3.3. Методичні підходи до викладення статистичної теорії теплового випромінювання.....</u>	301
<u>4.9.4. Методика розгляду теми «Фермі-гази».....</u>	305
<u>Висновки до розділу 4.....</u>	313

## **РОЗДІЛ 5 МЕТОДИКА НАВЧАННЯ ТЕМИ «РІВНОВАГА ФАЗ ТА ФАЗОВІ ПЕРЕТВОРЕННЯ» НА ЗАСАДАХ СТАТИСТИЧНОЇ ТЕОРІЇ**

**315**

<u>5.1. Формування уявлень про загальні умови рівноваги термодинамічних систем.....</u>	316
<u>5.2. Методичні підходи до з'ясування умов рівноваги фаз однокомпонентної системи.....</u>	325
<u>5.3. Елементи евристичного навчання при визначенні умов рівноваги гетерогенної багатокомпонентної системи. Правило фаз Гіббса.....</u>	331
<u>5.4. Методика вивченні фазових діаграм. Потрійна та критична точки. ....</u>	335
<u>5.5. Активізація знань студентів у процесі розгляду класифікації фазових перетворень. Поняття про фазові перетворення другого роду. ....</u>	347
<u>Висновки до розділу 5.....</u>	358

**РОЗДІЛ 6 ОРГАНІЗАЦІЯ ПРОВЕДЕННЯ ТА РЕЗУЛЬТАТИ ПЕДАГОГІЧНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ З ПЕРЕВІРКИ ЕФЕКТИВНОСТІ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ ІНТЕГРОВАНОГО НАВЧАННЯ ТЕРМОДИНАМІКИ І СТАТИСТИЧНОЇ ФІЗИКИ В ПЕДАГОГІЧНИХ УНІВЕРСИТЕТАХ**

**360**

<u>6.1. Діагностика, критерії і показники результативності педагогічного експерименту та методика їх виявлення.....</u>	360
<u>6.2. Аналіз результатів дослідно-експериментальної роботи з перевірки ефективності методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах.....</u>	377
<u>6.3. Експертна оцінка навчальних і навчально-методичних посібників, виданих автором, з термодинаміки і статистичної фізики.....</u>	400
<u>Висновки до розділу 6.....</u>	406

**ВИСНОВКИ****408****СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ****413****ДОДАТКИ****453**

<u>Додаток А.....</u>	453
<u>Додаток Б.....</u>	455
<u>Додаток В.....</u>	458
<u>Додаток Г.....</u>	463
<u>Додаток Д.....</u>	466
<u>Додаток Е.....</u>	467
<u>Додаток Ж.....</u>	472
<u>Додаток Ж.1.....</u>	472

<u>Додаток Ж. 2</u> .....	482
<u>Додаток Ж. 3</u> .....	483
<u>Додаток К</u> .....	499

## ВСТУП

Тенденції розвитку сучасного суспільства ставлять нові вимоги до української освіти, головним завданням якої є забезпечення її якості, досягнення відповідності до глобалізаційних процесів, та до ціннісного виміру освіченості людини. Сьогодні розвиток української освіти відбувається в умовах економічних, культурних і власне освітянських чинників, до яких, передусім, слід віднести такі:

- пріоритет високотехнологічних досягнень фундаментальної науки та підвищення наукомісткості виробництва, що зумовлює виникнення нових галузей науково-практичної діяльності людини, насичення виробництва сучасними засобами вимірювання, моделювання та автоматизації, які раніше застосовувалися виключно в спеціалізованих лабораторіях, а сьогодні набули повсюдного використання;

- широке залучення до виробництва досягнень таких галузей науки, як релятивістська фізика, квантова механіка, біологія, фізика плазми, лазерів, елементарних частинок тощо, які раніше вважались далекими від практики;

- комп'ютеризація усіх сфер діяльності людини, в тому числі освіти, що докорінно змінює зміст і структуру як фізичної, так і розумової праці і, як наслідок, забезпечує зростання цінності творчої діяльності та попиту на фахівців, здатних до здійснення відповідної діяльності;

- інформаційний вибух, внаслідок якого протягом останніх років відбулося різке збільшення обсягів наукової та технічної інформації, що вимагає від фахівця здатності й навиків до самоосвіти, готовності до включення у систему безперервної освіти і підвищення кваліфікації.

Швидке «старіння» інформації, наслідки якого сьогодні прагнуть осмислити українські вчені, торкається, передусім, знань спеціальних. Що ж стосується фундаментальних знань, то саме вони забезпечують рівень і перспективи професійного розвитку фахівця. Цілком очевидно, що інформаційне суспільство вимагає створення нових освітніх моделей, а це, в свою чергу, окреслює нові вимоги до системи вищої освіти, зокрема, до посилення її фундаментальної компоненти. Нагальною стає необхідність інтеграції фундаментальних, гуманітарних та спеціальних наукових знань, що забезпечить всебічне бачення майбутнім фахівцем своєї професійної діяльності та сформує сучасний науковий світогляд випускників університетів, зокрема, педагогічних. Сьогодні держава приділяє значну увагу розвитку освіти, зокрема, природничо-математичної. Розпорядженням Кабінету Міністрів України № 1720-р від 27 серпня 2010 року схвалено Державну цільову соціальну програму підвищення якості шкільної природничо-математичної освіти на період до 2015 року. Концепцією передбачено у тому числі модернізацію змісту та форм підготовки педагогічних кадрів, оскільки стан справ у педагогічній освіті, як ключовій підсистемі освітньої системи, істотно впливає на якісні

характеристики освітньої сфери в цілому через кваліфікацію її працівників. Це вимагає приведення стану фізичної освіти в педагогічних університетах у відповідність до інноваційного розвитку науки та вимог до рівня підготовки педагогічних та науково-педагогічних кадрів. Слід відзначити, що в педагогічних університетах модернізація змісту освіти у галузі фундаментальних наук, до яких відноситься курс теоретичної фізики, відбувається доволі швидко. Тому викладання теоретичної фізики в педагогічних університетах вимагає перегляду як з точки зору її змістовного наповнення, так і з методичних засад, зокрема, переходу до інноваційних моделей навчання та інтеграції освітньої і наукової складових.

У наукових працях останніх років висвітлюється принципово новий стан вищої школи в Україні, її економічна і соціальна ефективність, як головного чинника успішної соціалізації та кар'єрного зростання громадян. Зокрема, шляхи і способи розв'язання проблем у сфері освіти досліджували Ю. Алексєєв [4], Л. Батченко [28], В. Журавський [127], М. Заброцький [128], В. Кремень [119], А. Кузьмінський [192], В. Кремень [185], К. Левківський [205], М. Литвиненко [REF\_Ref356916216 \w \h 210], О. Навроцький [273], С. Ніколаєнко [REF\_Ref356898092 \w \h 275], В. Черволенко [390], М. Шут [REF\_Ref356876745 \r \h 402], [REF\_Ref356876758 \r \h 403] [REF\_Ref356874466 \r \h 404], [405], [REF\_Ref356876773 \r \h 406]. У працях В. Андрущенко [7], В. Бикова [23], П. Атаманчука [13], [REF\_Ref356876441 \r \h 14], [15], [16] О. Сергєєва [326] та інших зазначається, що розвиток вищої освіти має бути спрямований на оновлення і фундаменталізацію змістової бази навчання майбутніх фахівців природничо-математичних та технічних спеціальностей, розвиток здатності фахівця адаптуватися до високих темпів науково-технічного прогресу і перетворювати швидко зростаючі потоки професійно-значущих повідомлень на легкодоступні для огляду обсяги, на формування у студентів творчого мислення, підвищення професійної мобільності випускників вищої школи, уніфікацію змісту й рівня підготовки фахівців у різних вищих навчальних закладах.

Інтеграції освіти, яка в значній мірі забезпечує її фундаменталізацію, приділяють велику увагу сучасні російські вчені, зокрема, І. Беленок [30], О. Голубева [96], [REF\_Ref356877019 \r \h 97] Я. Зельдович [140], Б. Кедров [163], В. Кондратьєв [173] А. Московченко [269], Н. Садовніков [317], С. Тихомирова [365] які розглядають інтеграцію, фундаменталізацію й гуманізацію як основні характерні риси освіти XXI століття.

На неможливості якісної підготовки вчителів фізики за відсутності достатнього рівня фундаментальних знань наголошують такі відомі українські науковці, як П. Атаманчук [16], Б. Будний [REF\_Ref356877769 \r \h 52], О. Бугайов [51], Г. Бушок [58], [REF\_Ref356877837 \r \h 59], С. Гончаренко [98], [99], А. Касперський [156], [REF\_Ref327120391 \r \h 157], [158] Є. Коршак [178]



], О. Ляшенко [214], С. Семеріков [321], [322], О. Сергєєв [326], Б. Сусь [349], [ REF \_Ref356878597 \r \h 350], [351], М. Шут [406], які вказують на необхідність тісного зв'язку методики навчання дисципліни з методологією базової науки. Вагомий внесок у фундаменталізацію шкільного курсу фізики внесли Л. Благодаренко [35], Б. Будний [52], С. Величко [68], [ REF \_Ref356879049 \r \h 69 ], [70], [71], [72], С. Гончаренко [100], [101], [102], [103], А. Касперський [158] О. Ляшенко [180], [181], [214], М. Мартинюк [218], [ REF \_Ref356879261 \r \h 219], М. Садовий [ REF \_Ref356879791 \r \h 315], [ REF \_Ref356879810 \r \h 316 ], А. Сергєєв [ REF \_Ref356880206 \r \h 323], [ REF \_Ref356880225 \r \h 324], [ REF \_Ref356880250 \r \h 325], В. Сергієнко [ REF \_Ref356879629 \r \h 327], [ REF \_Ref356879646 \r \h 328], [ REF \_Ref356879662 \r \h 329], [ REF \_Ref356879676 \r \h 330], [ REF \_Ref356879699 \r \h 331], В. Сиротюк [ REF \_Ref356879381 \r \h 337], [ REF \_Ref356879454 \r \h 338], [ REF \_Ref356879470 \r \h 339], [ REF \_Ref356879492 \r \h 340], М. Шут [ REF \_Ref356876745 \w \h 402], [ REF \_Ref356876758 \r \h 403], [ REF \_Ref356874466 \w \h 404], [ REF \_Ref356874333 \w \h 405], [ REF \_Ref356876773 \w \h 406] та ін. Слід зазначити, що великої уваги фундаменталізації науки, а відповідно й відображенню її у навчальних дисциплінах, зокрема у фізиці, приділяв ще А. Ейнштейн, який зазначав, що: «...вищим обов'язком фізиків є пошук тих загальних елементарних законів, з яких шляхом чистої дедукції можна отримати картину світу... » [410, 40].

Пошук шляхів удосконалення природничо-наукової освіти в кінці ХХ століття призвів до появи концепції фундаментального навчального курсу, яка була сформульована і застосована до курсу фізики А. Сухановим. [352]. Але до теперішнього часу, незважаючи на те, що перехід до нової освітньої концепції, в основі якої лежить фундаменталізація й інтеграція освіти, визнана переважною більшістю вчених, структура та зміст навчальних дисциплін не відповідають сучасному стану природничих наук, зокрема, при підготовці вчителя фізики. У циклі професійної та практичної підготовки студенти вивчають такі базові курси теоретичної фізики, як класична, релятивістська і квантова механіка, класична електродинаміка, термодинаміка та статистична фізика. При підготовці педагогічних фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» викладання теоретичної фізики здійснюється згідно з галузевим стандартом, який визначає зміст діяльності викладача стосовно формування наукового світогляду студентів у процесі викладання теоретичної фізики. Але, як було зазначено вище, чинний стандарт потребує доопрацювання у напрямі вдосконалення змісту навчання теоретичної фізики, що є актуальною і багатоплановою проблемою. Так, класична і релятивістська механіка вивчаються відразу після курсу «Загальна фізика», і значною мірою вони є базою для засвоєння інших розділів теоретичної фізики. Проте у першому розділі теоретичної фізики «Класична механіка» змістові модулі «Основні поняття і закони класичної механіки» та «Загальні теореми динаміки і закони збереження» дублюють відповідний зміст

курсу «Загальна фізика», і така традиційна методика дублювання існує уже багато десятиліть, незважаючи на те, що в теоретичній фізиці основним інструментом вивчення механічного руху є аналітична та релятивістська механіки [126]; [260].

Враховуючи, що в педагогічних університетах класична і релятивістська механіки вивчаються в одному семестрі і виходячи з принципу фундаменталізації та інтеграції знань, деякі питання (зокрема, загальні теореми динаміки, закони збереження, зіткнення і розсіювання частинок тощо), які в тій чи іншій мірі повторюються, слід розглядати з більш загальних – релятивістських позицій, слід розглядати із більш загальних – релятивістських позицій, як це зроблено, наприклад, у статтях [227]; [232]; [257] та у навчальному посібнику автора [260].

Електродинаміка вивчається після класичної механіки й спеціальної теорії відносності. Вона за своєю суттю є релятивістськи-коваріантною теорією, але її навчання в педагогічних університетах не базується на принципах теорії відносності. Достатньо переглянути чинні навчальні програми з фізики та державні стандарти, щоб упевнитись у тому, що при вивченні електродинаміки у вищих педагогічних навчальних закладах не передбачено використання результатів і методів спеціальної теорії відносності, незважаючи на те, що ці розділи фізики органічно пов'язані між собою. Такий же висновок можна зробити й при аналізі навчальних посібників з електродинаміки. Причому цей аналіз показує, що при розгляді стаціонарних зарядів усі автори явно й справедливо приймають дослідний факт – закон Кулона як фундаментальний закон, з якого разом з принципом суперпозиції створюється теорія стаціонарного електричного поля. Основні властивості цього поля детально описані, зокрема, в посібнику [248]. При вивченні стаціонарних струмів теорія стаціонарного магнітного поля будується аналогічно електростатиці: формулюються закони Ампера та Біо-Савара-Лапласа, причому так, що у студентів та учнів вони помилково сприймаються, разом із законом Кулона, як фундаментальні закони природи. Зрозуміло, що така застаріла методика викладання магнітостатики пояснюється наочністю начебто очевидних емпіричних фактів та аналогією з побудовою електростатики, яка достатньо легко сприймається.

Значний крок уперед при вивченні магнітних явищ виконали відомі фізики О. Матвеєв [220], Е. Парселл [288], А. Пінський [292], [293] Р. Фейнман [376]; [REF\_Ref349183331 \w \h \\* MERGEFORMAT 377], Д. Пеннер [291] та ін., які зробили спробу створити електродинаміку на основі принципу відносності, але в їх роботах розв'язується лише незначна частина питань дидактики електромагнетизму.

В останні два десятиріччя з'явилася серія статей О. Коновала, який послідовно, на основі принципу відносності, розглянув багато явищ електромагнетизму, які входять до програм підготовки фахівців з фізики. Розроблені в цих роботах дидактичні та методичні засади вивчення електродинаміки докорінним чином змінюють існуючі методики і максимально наближують електродинаміку як навчальну дисципліну до сучасного рівня

науки. З основними результатами цих праць можна ознайомитись, зокрема, в [174]; [175].

З таких самих позицій, але на дещо відмінних моделях, нами також розглянуто методика побудови теорії стаціонарного магнітного поля, яка не лише розвиває й підтверджує висновки О. Коновала, але й суттєво доповнює результати його досліджень [228]; [249]. Зокрема, аналіз обраних нами моделей у математичному плані суттєво простіший, ніж у О. Коновала, а тому, як показує досвід викладання, є більш зрозумілим для студентів. Крім того, у запропонованій нами методиці за математичним супроводом достатньо легко виявляється фізичний зміст понять, які розглядаються.

Сьогодні педагогічні вищі навчальні заклади у достатній мірі забезпечені навчально-методичною літературою з термодинаміки і статистичної фізики [3], [8]; [25]; [62]; [63]; [141]; [150]; [151]; [162]; [165]; [166]; [172]; [176]; [177]; [186]; [198]; [204]; [REF\_Ref347055752 \w \h \\* MERGEFORMAT 277]; [REF\_Ref349183660 \w \h \\* MERGEFORMAT 278]; [279]; [REF\_Ref347055779 \w \h \\* MERGEFORMAT 301]; [302]; [303]; [REF\_Ref347055803 \w \h \\* MERGEFORMAT 304]; [REF\_Ref346819561 \w \h \\* MERGEFORMAT 306]; [307]; [308]; [309]; [310]; [311]; [REF\_Ref346860343 \w \h \\* MERGEFORMAT 312]; [REF\_Ref349183808 \w \h \\* MERGEFORMAT 318]; [332], [REF\_Ref346822655 \w \h \\* MERGEFORMAT 333]; [335]; [REF\_Ref349183883 \w \h \\* MERGEFORMAT 361]; [REF\_Ref346819598 \w \h \\* MERGEFORMAT 362]; [REF\_Ref347046822 \w \h \\* MERGEFORMAT 371]; [REF\_Ref349183972 \w \h \\* MERGEFORMAT 374]; [REF\_Ref349183984 \w \h \\* MERGEFORMAT 375]; [REF\_Ref349184010 \w \h \\* MERGEFORMAT 378]; [REF\_Ref349184028 \w \h \\* MERGEFORMAT 384]; [REF\_Ref349184046 \w \h \\* MERGEFORMAT 388]; [REF\_Ref349184127 \w \h \\* MERGEFORMAT 409]; [REF\_Ref346818732 \w \h \\* MERGEFORMAT 412]; [REF\_Ref356889938 \w \h 413]; [REF\_Ref356889951 \w \h 414]. Проте, як показує її аналіз, термодинамічний і статистичний методи, як правило, розглядаються окремо. Це створює у студентів помилкове уявлення про існування двох, не пов'язаних між собою, розділів курсу теоретичної фізики. Варто зазначити, що цьому сприяють також галузевий стандарт вищої освіти для напряму підготовки «Фізика\*», навчальні програми, назва навчальної дисципліни (термодинаміка і статистична фізика), відповідні назви кафедр у деяких вищих навчальних закладах. У зв'язку з цим, традиційний розрив цих двох методів у професійній підготовці не лише вчителів фізики, але й фізиків-дослідників поглиблюється, незважаючи на те, що в науковій фізичній літературі термодинамічний і статистичний методи дослідження є двома взаємодоповнюючими методами єдиного розділу фізики – статистичної термодинаміки (більш точною слід вважати назву *статистична фізика*). У найбільш відомих курсах з теоретичної фізики **Л. Ландау і Є. Лівшиця [198]** навіть не існує розділу «Термодинаміка».

Зазначимо, що при аналізі курсу теоретичної фізики на предмет інтегрованого навчання та фундаменталізації нами не ставилося завдання розгляду всіх її базових розділів, оскільки у рамках одного дослідження це є

нездійсненим завданням. Ми обмежились лише одним базовим курсом – «Термодинаміка та статистична фізика» і проаналізували можливі шляхи його інтегрованого навчання, що забезпечить також фундаменталізацію цього курсу. Наш вибір був обумовлений науковою і методологічною значущістю курсу термодинаміки і статистичної фізики як найважливішого розділу теоретичної фізики, при вивченні якого формується фізичний світогляд майбутнього вчителя, його професійні якості, пов'язані з узагальненням та конкретизацією змісту навчального матеріалу шкільного курсу фізики, а, отже, формується безпосередньо фахова компетентність вчителя фізики. Інтегрований підхід до вивчення термодинаміки і статистичної фізики дозволяє сформувати у молоді наукове сприйняття навколишнього світу, яке ґрунтується не на якісних описах, а на мові фізичної науки із застосуванням відповідного математичного апарату, що забезпечує можливості для формулювання кількісних висновків і узагальнень. Предметною галуззю термодинамічного й статистичного методів є весь навколишній світ, оскільки немає жодної області матерії і наук про матерію, в яких не виявлялися б закономірності і властивості, що вивчаються цими методами, передусім така властивість, як взаємоперетворюваність різних видів енергії. У цьому сенсі термодинаміка і статистична фізика є основою багатьох прикладних (інженерних) наук

Вищезазначене зумовлює об'єктивну невідповідність між:

- надзвичайно глибоким науковим змістом зазначеного розділу теоретичної фізики у формуванні наукової картини світу й фізичного стилю мислення та формальним, а інколи й незадовільним, підходом до викладання основ термодинаміки і статистичної фізики у вищих педагогічних навчальних закладах, що, в свою чергу, негативним чином впливає на вивчення розділу «Молекулярна фізика і термодинаміка» у загальноосвітніх навчальних закладах ;

- лінійною побудовою у традиційній методиці навчання фізики навчальних програм з курсу термодинаміки і статистичної фізики, хоча ця побудова має бути спіральною, оскільки термодинамічний і статистичний методи є двома взаємодоповнюючими методами дослідження об'єктивної реальності;

- незадовільним рівнем науково-методичної підготовки вчителів фізики та необхідністю організації процесу навчання молекулярної фізики і термодинаміки у загальноосвітніх навчальних закладах на рівні сучасних вимог до загальнонаукових компетенцій учнів;

- існуючим навчально-методичним забезпеченням, в якому термодинаміка і статистична фізика розглядаються як дві окремі галузі теоретичної фізики, і змістом сучасної фізичної науки, з погляду якої термодинаміка є складовою частиною статистичної фізики. Існуючі традиційні підходи до навчання термодинаміки і статистичної фізики як різних наук науково не обґрунтовані і не відповідають фізичній реальності, а тому є методично та методологічно недоцільними.

Отже, існує нагальна проблема науково-методичного обґрунтування та розроблення нової системи навчання термодинаміки і статистичної фізики у

вищих навчальних закладах, і в першу чергу педагогічних, оскільки від рівня фахової компетентності вчителя фізики значною мірою залежить рівень формування загальнонаукових компетенцій учнів старшої школи та їх інтелектуальний розвиток. Таким чином, на даному етапі розвитку системи вищої педагогічної освіти існує очевидна потреба у створенні концепції інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики у педагогічних вищих навчальних закладах, яка б дозволила усунути зазначені вище недоліки, що і зумовлює актуальність дисертаційної роботи **«Теоретичні та методичні засади інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах»**.

#### **Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**

Дослідження пов'язане з реалізацією основних положень Закону України «Про освіту», напрямами Державної програми «Освіта (Україна XXI століття)», з виконанням основних пунктів Наказу Міністерства освіти і науки України № 1226 від 30.12. 2008 року «Про затвердження Плану дій щодо поліпшення якості фізико-математичної освіти в Україні на 2009-2012 роки», розпорядженням Кабінету Міністрів України від 27 серпня 2010 року №1720-р «Про схвалення Концепції Державної цільової соціальної програми підвищення якості шкільної природничо-математичної освіти на період до 2015 року». Дослідження узгоджене із тематичним планом науково-дослідних робіт кафедри теорії та методики навчання фізики і астрономії Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (протокол №5 від 22 грудня 2006 року).

Дисертаційна робота виконана у рамках наукової теми «Активізація самостійної роботи студентів при вивченні теоретичної фізики в умовах кредитно-модульної системи» на базі кафедри експериментальної і теоретичної фізики Сумського державного педагогічного університету ім. А.С. Макаренка та кафедри теорії та методики навчання фізики і астрономії Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова.

Тему докторської дисертації затверджено Вченою радою Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (протокол № 4 від 29 листопада 2012 року) та узгоджено у Міжвідомчій раді з координації наукових досліджень з педагогічних і психологічних наук в Україні (протокол № 2 від 26 лютого 2013 року).

У теоретичному аспекті дослідження ґрунтується на класичних працях та монографіях Л. Больцмана [ REF \_Ref356886751 \w \h 46], Д. Гіббса [91], [ REF \_Ref349641002 \w \h 92] Л. Ландау [198], А. Ейнштейна [409], К. Каратеодорі [ REF \_Ref346818656 \w \h 153] С. Карно [155], Ч. Кіттеля [165], Ю. Клімонтовича [168], Г. Лоренца [213], Д. Максвелла [283], М. Планка [294], [ REF \_Ref356897472 \w \h 295], [296], Ф. Рейфа [306], Р. Фейнмана [376], [ REF \_Ref349183331 \w \h 377] та ін. Керуючись ейнштейнівською концепцією фундаменталізації науки і застосовуючи цю концепцію до навчання теоретичної фізики, ми виконали теоретико-онтодидактичний та методичний аналіз наукової та навчально-методичної літератури з питань термодинаміки і

статистичної фізики, який виявив необхідність перебудови структури змістового компоненту розділу «Термодинаміка і статистична фізика» курсу теоретичної фізики для студентів педагогічних вищих навчальних закладів.

Велике значення при аналізі дидактичних особливостей і різних підходів до навчання термодинаміки й статистичної фізики, а також у аналізі методологічних аспектів, пов'язаних з цими розділами теоретичної фізики, мали посібники і праці А. Ансельма [8], І. Базарова [25], Л. Булавіна [53], А. Василевського і В. Мултановського [63], Я. Гельфера [88], [REF\_Ref346815595 \w \h 89], І. Квасникова [161], [162], А. Компанейця [REF\_Ref357311773 \w \h 172], І. Кричевського [186], Л. Ландау і Є. Лівшиця [198], В. Левича [204], М. Леонтовича [208], А. Матвєєва [221], К. Путілова [301], [REF\_Ref347055785 \w \h 302], І. Сивухіна [333], Я. Терлецького [362], Р. Фаулера [374], Д. Уитроу [370], А. Федорченка [375] та ін.

У світлі психолого-педагогічних і методичних проблем навчання фізики в Україні дослідження спирається на праці визнаних вчених-методистів: П. Атаманчука [13], О. Ляшенка, С. Гончаренка [99], А. Касперського [REF\_Ref327120391 \w \h 157], [156], Є. Коршака [180], [181], О. Ляшенка [214], М. Мартинюка [219], [300], Б. Суся [349], М. Шута [406] та ін.

**Об'єкт дослідження:** процес навчання курсу теоретичної фізики в педагогічних університетах.

**Предмет дослідження:** інтегроване навчання термодинаміки і статистичної фізики як чинник забезпечення принципу наступності фізичної освіти та підвищення рівня фахової компетентності майбутнього вчителя фізики.

**Мета дослідження:** теоретичне обґрунтування і створення методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики та забезпечення науково-педагогічних умов для її реалізації у навчальному процесі, а також досягнення єдності фундаментальної і професійної підготовки студентів.

**Завдання дослідження:**

1. Здійснити науковий, методологічний та онтодидактичний аналіз змісту курсу термодинаміки і статистичної фізики в системі фахової підготовки майбутнього вчителя фізики.
2. Здійснити аналіз процесуальних аспектів у традиційній методиці навчання курсу термодинаміки і статистичної фізики з використанням наявних підручників та навчально-методичних посібників.
3. Визначити підходи до розв'язання проблем у напрямі реалізації інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах, визначити методичні особливості зазначеної форми навчання.
4. Обґрунтувати на основі статистичної теорії основні закони термодинаміки та розробити методичні засади інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики у педагогічних вищих навчальних закладах.

5. Сформулювати вимоги до нових навчальних посібників з курсу теоретичної фізики, що відбивають сутність інтегрованого підходу до навчання термодинаміки у педагогічних університетах на засадах статистичної теорії.

6. З урахуванням теоретичних і методичних засад сучасного навчально-методичного забезпечення створити для студентів педагогічних вищих навчальних закладів навчальні посібники з основ термодинаміки і статистичної фізики, у яких подання законів та методів термодинаміки здійснюється за спіральною побудовою на основі статистичної теорії.

7. Експериментально перевірити педагогічну доцільність та ефективність розробленої методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики та здійснити експертну оцінку створених і виданих автором навчальних посібників.

Для досягнення поставленої у роботі мети було використано наступні **теоретичні та емпіричні методи дослідження:**

- *аналіз* – з метою виокремлення напрямів модернізації фізичної освіти у вищій школі згідно з вимогами до організації навчального процесу на засадах компетентнісного підходу, нерозв’язаних проблем та перспектив удосконалення; виявлення змін у вимогах до якості фізичної освіти у педагогічних вищих навчальних закладах з урахуванням рівня фахової компетентності, основних напрямів впливу на підвищення ефективності навчального процесу з фізики; вивчення змістовного наповнення програм курсу «Термодинаміка і статистична фізика», критеріїв відбору його змісту, рекомендацій щодо викладання; визначення наявного стану навчального і методичного забезпечення вивчення термодинаміки і статистичної фізики; з’ясування результатів апробації дослідження у педагогічній практиці; *синтез* – для визначення найбільш доцільної побудови навчальної програми курсу «Термодинаміка і статистична фізика»; *моделювання* – для створення обґрунтованих моделей змісту навчальних посібників з основ термодинаміки і статистичної фізики, у яких подання законів та методів термодинаміки здійснюється на основі статистичної теорії; моделей діяльності викладача і студентів у напрямі реалізації інтегрованого підходу до навчання термодинаміки в педагогічних університетах на засадах статистичної теорії;

- *спостереження* навчального процесу з фізики з метою визначення закономірностей застосування традиційних методик навчання курсу термодинаміки і статистичної фізики; *анкетування* – з метою виявлення проблем у напрямі реалізації інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах, визначення методичних особливостей зазначеної форми навчання; *тестування* – на етапі визначення педагогічної ефективності інтегрованого підходу до навчання термодинаміки і статистичної фізики порівняно з традиційними підходами; *поточний і підсумковий контроль* – для виявлення рівнів навчальних досягнень студентів з курсу термодинаміки за умов його викладання на основі статистичної теорії, стану формування в них загальнонаукових компетенцій та інтелектуальних умінь; *апробація* створених навчальних посібників з основ термодинаміки і статистичної фізики; *методи математичної статистики* на етапі оброблення

результатів комплексного педагогічного експерименту, здійснення експертної оцінки створених навчальних посібників та оцінювання педагогічної ефективності методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики.

### **Наукова новизна одержаних результатів:**

- *Вперше запропоновано* теоретичні та методичні засади інтегрованого навчання теоретичної фізики в педагогічних університетах (на прикладі курсу «Термодинаміка і статистична фізика») за умов упровадження у вищій школі змісту та систем навчання, зорієнтованих на результат.

- *Вперше запропоновано* методичну систему інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики майбутніх учителів фізики відповідно до вимог щодо організації навчального процесу на засадах компетентнісного підходу, яка спрямована на забезпечення принципу єдності фундаментальної і професійної підготовки студентів і створена на основі раціонального поєднання традиційних та інноваційних форм, методів і засобів навчання.

- *Вперше запропоновано* структуру курсу «Статистична термодинаміка» для студентів спеціальності «Фізика\*» педагогічних вищих навчальних закладів, яка у повній мірі відповідає сучасному змісту теоретичної фізики як науки і уможливорює розгортання процесу реалізації сучасних тенденцій гарантування якості вищої педагогічної освіти.

- *Вперше* на основі фундаментальних властивостей простору та часу з використанням статистичного методу *запропоновано* нові методичні підходи щодо обґрунтування законів термодинаміки, які дозволять розглядати їх не як фундаментальні закони, а з точки зору більш загальних наукових положень.

- *Вперше теоретично і методично обґрунтовано:* роль статистичних моделей у навчанні термодинаміки в педагогічних університетах; педагогічну доцільність цілеспрямованого вивчення основних понять і законів термодинаміки на загальних засадах статистичної теорії; методичну схему побудови процесу вивчення основних понять і законів термодинаміки на засадах статистичного методу;

- *удосконалено:*

- структуру і зміст курсу теоретичної фізики для педагогічних вищих навчальних закладів;

- форми і методи формування знань з курсу теоретичної фізики майбутніх учителів;

- методичні підходи до формування наукового світогляду студентів на основі інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики.

- *дістали подальшого розвитку:*

- система методологічних принципів формування змісту фізичної освіти майбутніх учителів фізики, яка ґрунтується на його відборі, структуруванні і трансформуванні в контексті сучасних напрямів розвитку теорії та методики навчання фізики;

- структура підручника з курсу теоретичної фізики на основі його змістовної, процесуальної та організаційної функцій в умовах запровадження



інноваційних моделей навчання;

–методичні підходи до організації самостійної навчально-пізнавальної діяльності студентів шляхом створення і впровадження системи задач і вправ з курсу теоретичної фізики, які спрямовані на формування у майбутніх учителів наукової картини світу і наукового стилю мислення.

#### **Практичне значення одержаних результатів:**

Створено та впроваджено у процес навчання теоретичної фізики педагогічних вищих навчальних закладів:

- 6 авторських навчальних посібників з курсу теоретичної фізики з грифом МОН України;
- 6 навчальних посібників з курсу теоретичної фізики (рекомендовані Вченими радами вищих навчальних закладів України);
- комплекс навчально-методичного забезпечення викладання курсу теоретичної фізики, до складу якого входять: навчально-методичні посібники, мультимедійні посібники, засоби автоматизованого педагогічного контролю, електронні тексти лекцій, елементи дистанційного навчання;
- лабораторію інноваційних технологій викладання фізики на базі кафедри експериментальної і теоретичної фізики Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка, яка забезпечує навчальний процес підготовки бакалаврів, спеціалістів та магістрів новітнім лабораторним устаткуванням (у рамках пілотного проекту виконання загальнодержавної програми «Комплексна програма забезпечення загальноосвітніх, професійно-технічних і вищих навчальних закладів сучасними технічними засобами навчання з природничо-математичних і технічних дисциплін»).

Зміст розроблених складових комплексу навчально-методичного забезпечення викладання курсу теоретичної фізики у педагогічних вищих навчальних закладах спроектовано на курс загальної фізики і систему спецкурсів вищих навчальних закладів та курс фізики загальноосвітніх навчальних закладів через систему професійно орієнтованих завдань для студентів. Тому результати дослідження можуть бути використані у процесі розроблення стандартів вищої освіти для спеціальності «Фізика\*», а також для удосконалення навчально-методичного забезпечення курсів загальної і теоретичної фізики педагогічних вищих навчальних закладів.

**Результати дисертаційного дослідження впроваджено** у процес навчання теоретичної фізики студентів Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка (довідка № 2170 від 21 грудня 2012 р.); Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка ( довідка № 405 від 13.03.2013 р.); Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка (довідка № 315-н від 28 грудня 2011 р.); Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка (довідка № 316-н від 28 грудня 2011 р.); Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка (довідка № 317-н від 28 грудня 2011 р.); Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (довідка № 210 від 19

грудня 2012 р.); Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка (довідка № 1485 від 26 грудня 2012 р.); Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини (довідка № 888/01 від 05.02.2013 р.); Бердянського державного педагогічного університету ( довідка № 58-08/559 від 14.03.2013 р.); Криворізького педагогічного інституту ДВНЗ «Криворізький національний університет» (довідка № 02/19/3–109/3 від 28.03.2013).

**Особистий внесок** здобувача у працях, опублікованих разом із співавторами, полягає у визначенні концептуальних аспектів досліджуваної проблеми, обґрунтуванні теоретичних і методичних засад інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики, розробці та впровадженні авторської методичної системи навчання теоретичної фізики (курс «Термодинаміка і статистична фізика»). У статтях [15]; [31]; [37]; [39]; [40]; [42]; [43] автором запропоновано структуру, написано теоретичну частину, здійснено остаточне редагування тексту та висновків. Співавтори брали участь у обговоренні результатів та впровадженні їх у навчально-виховний процес. Особистий внесок автора у написання навчальних посібників, які опубліковані у співавторстві, є таким: в [2] дисертантом написано розділи I-V (обсяг 221 стор.); у навчальному посібнику [3] автором написано розділи 2-5, 7 (обсяг 236 стор.); у навчальному посібнику [7] автором написано розділи I, II, IV, V, VII ( обсяг 216 стор.); в посібнику [8] написано глави 1-4 (обсяг 129 стор.), у посібнику [9] написано параграфи I, IV-VIII, X-XII (обсяг 186 стор.); виконано загальне редагування усіх посібників.

**Апробація результатів дослідження.** Основні результати дослідження доповідалися та обговорювалися на *міжнародних та всеукраїнських науково-методичних та науково-практичних конференціях*:

–«Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании» (2012); «Психология и педагогика: методика и проблемы практического применения» (м. Новосибірськ, 2012 р.); «Засоби реалізації сучасних технологій навчання» (м. Кіровоград, 2006-2012 рр.); «Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі» ( Кривий Ріг, 2010-2012 рр.); «Чернігівські методичні читання з фізики» (м. Чернігів, 2011-2012 рр.), «Актуальні проблеми і перспективи дидактики фізики» (м. Черкаси, 2012р.); звітних науково-практичних конференціях НПУ імені М.П. Драгоманова (м. Київ, 2004-2012 рр.);  
 –на Всеукраїнському семінарі «Актуальні питання методики навчання фізики і астрономії в середній та вищій школах» (м. Київ, 2005-2012 рр.);  
 –на III міжвузівській конференції «Шляхи вдосконалення поза аудиторної роботи студентів» (м. Суми, 2007 р.), щорічних звітних наукових конференціях викладачів та молодих вчених у СумДПУ імені А.С. Макаренка, а також шляхом публікації результатів дослідження у наукових збірниках та в навчальних посібниках підготовлених за участю автора і одноосібно. Результати досліджень (навчальні посібники тощо) використовуються у лекційних курсах з теоретичної фізики, спецкурсах і семінарах, які проводяться дисертантом у Сумському державному педагогічному університеті імені А.С.

Макаренка та в навчальному процесі інших вищих навчальних закладів України

**Основні результати дослідження** опубліковані у 51 науковій праці, серед них: монографія; 12 навчальних посібників, із яких 8 одноосібних; 30 статей у виданнях, зареєстрованих як фахові з педагогічних наук (журнали та збірники наукових праць), з яких 23 одноосібні; 8 публікацій у збірниках матеріалів конференцій. Серед опублікованих навчальних посібників 6 мають гриф Міністерства освіти і науки України “Рекомендовано” (з них 4 одноосібні).

Кандидатська дисертація на тему: „Исследование текстуры и анизотропии физических свойств гексагональных металлов” захищена у 1978 році. Матеріали кандидатської дисертації у тексті докторської дисертації не використані.

**Структура дисертації.** Дисертація складається зі вступу, 6 розділів, висновків, списку використаних джерел (427 найменувань) та додатків. Повний обсяг дисертації становить 452 сторінки. Основний текст – 412 сторінок. Дисертація містить 60 рисунків, 14 таблиць.

## РОЗДІЛ 1

### ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНИЙ АНАЛІЗ НАВЧАЛЬНОЇ ЛІТЕРАТУРИ З ПИТАНЬ ВИКЛАДАННЯ ОСНОВ ТЕРМОДИНАМІКИ

Термодинаміка як наука розпочала свій розвиток на початку ХІХ століття у зв'язку з необхідністю теоретичного обґрунтування теплових процесів у парових машинах. Тому до середини ХІХ століття основним змістом термодинаміки були процеси взаємного перетворення теплоти і механічної роботи як двох форм обміну енергією.

Методологічні та історичні аспекти формування термодинаміки й статистичної фізики ґрунтовно дослідили Я. Гельфер [89], П. Кудрявцев [189], Лауе [203], М. Садовий [315], Б. Спаський [343]; [REF\_Ref349184311 \w\h \\* MERGEFORMAT 344] та ін. Тому в цьому дослідженні ці питання ми практично не будемо висвітлювати, а зосередимо увагу на фізичному змісті понять і законів термодинаміки й статистичної фізики, їх застосування для вивчення важливих теоретичних і практичних задач та аналізу методик їх розгляду в існуючій навчально-методичній літературі. Зазначимо лише, що історія термодинаміки, так само як і історія науки в цілому, не лише дає нам картину еволюції ідей і основних принципів, що лежать в основі тієї або іншої науки, але й відіграє велику роль у формуванні наукового світогляду студентів. Видатні вчені як минулих епох, так і теперішнього часу добре розуміли і розуміють прогресивну роль історії науки. Це повною мірою відноситься і до учених-фізиків, багато хто з яких, разом з оригінальними дослідженнями і відкриттями, вніс великий внесок у розвиток історії та методології науки. Видатний французький фізик Поль Ланжевен писав: «Ніщо так не сприяє загальному розвитку і формуванню свідомості, як ознайомлення з історією творчих зусиль людства в галузі науки, які оживають у життєописах великих учених минулого і в історії еволюції ідей» [201, 12].

У цьому відношенні термодинаміки і статистичної фізики та історія їх розвитку мають надзвичайно великі можливості, оскільки в системі наук про природу вони займають особливе місце як за загальністю своїх основних принципів, так і за значенням в техніці й технологіях. Величезним є й виховне значення цих наук, оскільки методологічні та філософські питання, що виникли у зв'язку з відкриттям і подальшим розвитком основних принципів термодинаміки і статистичної фізики не лише сприяли правильному розумінню природи теплових явищ, але і здійснили великий вплив на формування фундаментальних уявлень усієї сучасної фізики [3], [12], [18], [24], [27], [32], [37], [79], [84], [104], [105], [109], [142], [190], [193], [147], [346], [347], [348],

1.1. Теоретичний та методичний аналіз вихідних понять та визначень термодинаміки.

Аналіз навчально-методичної літератури з основ термодинаміки показує, що існує ряд методичних прийомів, за допомогою яких вводяться закони термодинаміки [25], [51], [62], [80], [108] [141], [162], [176], [412]. Всі вони мають спільну рису: розгляд питань термодинаміки починається із введення деяких вихідних понять та визначень, на які в подальшому й спирається розгляд термодинамічних питань. До таких понять та визначень, зазвичай, відносять: термодинамічна система, параметри та рівняння стану, види термодинамічних систем та способи їх виділення із навколишнього середовища, термодинамічні процеси тощо [254].

Макроскопічною системою називається сукупність тіл або частинок, виділених за будь-якою ознакою із навколишнього середовища (за допомогою перегородок, оболонок або уявно). Якщо макроскопічна система складається із невеликої кількості структурних елементів, то така система може вивчатись методами механіки, оскільки в ній механічний стан кожної частинки завжди можна описати законами руху (Ньютона, Лагранжа тощо), які дають однозначний розв'язок. У системах з великою кількістю структурних елементів, які хаотично рухаються та взаємодіють, динамічні характеристики частинок у будь-який час мають випадкові значення, і прослідкувати за їх рухом методами механіки неможливо в принципі. Такі системи будемо називати термодинамічними [ REF \_Ref346815450 \w \h 255].

Якщо макроскопічну систему надати самій собі, то (при будь-якому її початковому стані) з часом вона перейде у стан рівноваги, коли зникнуть усі макроскопічні процеси. Це твердження добре узгоджується із повсякденним досвідом, і його інколи називають нульовим началом (законом) термодинаміки [ 25]. Системи, які перейшли у рівноважний стан, будемо називати рівноважними, а макроскопічні параметри, які характеризують стан рівноважної термодинамічної системи, термодинамічними параметрами.

Термодинамічна система, в залежності від властивостей оболонки, яка відокремлює її від навколишнього середовища, може обмінюватись з ним енергією та речовиною, або знаходитись у механічній та тепловій рівновазі. Оболонка, через яку тепла взаємодія неможлива, називається адіабатичною. Якщо система ніяким чином не взаємодіє (не обмінюється енергією та частинками) з іншими системами (навколишнім середовищем), то її називають ізольованою системою [ REF \_Ref346818670 \w \h 162].

Стан будь-якої макроскопічної системи може бути описаний, як правило, невеликим набором фізичних величин, які називаються макроскопічними або термодинамічними параметрами. Для характеристики стану більшості систем досить знати три параметри – тиск ( $p$ ), об'єм ( $V$ ) і температуру ( $T$ ). Поняття об'єму відоме з геометрії і не потребує визначення. Тиск – це фізична величина, яка визначається відношенням сили, яка діє перпендикулярно на одиницю площі поверхні, до цієї площі: . На відміну від об'єму й тиску, третій параметр – температура, який характеризує стан газу і стан будь-якої

термодинамічної системи, не може бути введений як просте означення і потребує окремого аналізу.

Термодинамічні параметри поділяються на [279]:

1. *Екстенсивні* – вони залежать від кількості речовини, отже, мають властивість адитивності: об'єм ( $V$ ), маса ( $M$ ), внутрішня енергія<sup>1</sup> ( $E$ ) тощо.

2. *Інтенсивні* – не є адитивними: температура ( $T$ ), тиск ( $p$ ) тощо.

Крім того, параметри можна поділити на внутрішні та зовнішні. Зовнішні – це ті параметри, які залежать від розташування зовнішніх тіл. Внутрішні параметри, при незмінних зовнішніх параметрах, залежать лише від стану системи. Якщо макроскопічні параметри змінюються, то говорять, що здійснюється термодинамічний процес.

Під процесом ми розумітимемо будь-яку зміну макроскопічних параметрів системи. Причому ця зміна може відбуватися двоюко. В одному випадку кожний новий стан системи буде рівноважним і процес зміни макропараметрів, за сутністю, буде процесом зміни одних рівноважних станів системи нескінченно близькими іншими рівноважними станами. Такі процеси називаються рівноважними або квазістатичними. Їх можна графічно зобразити неперервною лінією, кожна точка якої зображує рівноважний стан системи. Для того, щоб процес був рівноважним він очевидно повинен проходити надзвичайно повільно.

Найважливішою особливістю квазістатичного процесу є те, що його можна провести у зворотному напрямі і система побуває в усіх станах, в яких вона була при прямому напрямі процесу й при цьому в навколишніх тілах не відбудеться ніяких змін. Тому такий процес називають оборотним [254], [279].

Якщо, наприклад, газ швидко стиснути, то стиснення газу під поршнем не встигне розповсюдитись на всю посудину. Стан газу буде нерівноважним і швидкий процес стиснення газу є нерівноважним. Нерівноважні процеси не можна провести у зворотному напрямі так, щоб система повернулася у початковий стан через всю послідовність станів, яка була при прямому процесі і щоб при цьому ніяких змін у навколишньому середовищі не відбулося. Тому їх називають необоротними. Нерівноважні стани не можуть бути зображені графічно, тому й нерівноважні процеси, як зміну нерівноважних станів, не можна зобразити графічно. Тут можливо лише деяке умовне зображення, наприклад, у вигляді штрихів або окремих точок.

## 1.2. Методика введення поняття «температура».

З поняттям температури ми стикаємось досить часто і на основі інтуїтивних відчуттів, заснованих на повсякденних спостереженнях, маємо деяке уявлення про цю величину. Температуру тіл ми сприймаємо як характеристику міри нагріву тіл. Однак це поняття, що якісно легко сприймається, важко піддається фізичному визначенню. Справа в тому, що, хоч ми й володіємо здібністю у доступній нам області сприймати температуру тіл на термічний дотик і якісно порівнювати температури різних тіл, ми не маємо у своєму розпорядженні жодних методів прямого вимірювання температури. Для того ж, щоб мати непрямий метод, необхідно пов'язати температуру з іншими величинами, вимірювання яких нам доступно. Слід також додати, що у рамках класичної фізики, є дві фізичні величини – температура та ентропія (остання буде розглядатись у подальшому), для яких не існує ніяких механічних аналогів (тобто їм не можна дати механічне тлумачення). Тому довгий час у висловлюваннях вчених не відрізнялись поняття температура й теплота [25]; [89] і лише згодом, коли був сконструйований термометр і з'явилась можливість вимірювання температури, ці два поняття набули сучасного фізичного змісту.

Зупинимось детальніше на методичних підходах до введення поняття «температура» [25], [80], [188], [196], [259], [277], [279], [342], [364].

Якісне визначення температури, як характеристики наряду передачі енергії при контакті тіл, спирається на наступні дослідні факти [25]; [259].

1. Якщо ізольовану систему надати саму собі, то з часом вона перейде у рівноважний стан, коли зникнуть будь-які макроскопічні процеси переносу: маси, енергії, імпульсу, заряду тощо. Таким чином, дослід дозволяє сформулювати постулат про існування рівноваги системи. Окремим випадком рівноваги є теплова рівновага.

2. Якщо дві рівноважні системи привести в контакт, при якому вони можуть обмінюватися енергією без здійснення роботи, то можуть спостерігатися наступні явища: а) рівновага систем не порушиться – у цьому випадку говорять, що системи мають однакову температуру; б) одна із систем нагрівається, а інша охолоджується, доки не настане рівновага об'єднаної системи. Системі, яка охолоджується, прийнято приписувати вищу температуру. Таким чином, температура характеризує напрям передачі енергії при контакті тіл.

3. Нехай є три рівноважні системи  $A$ ,  $B$  і  $V$ . Якщо системи  $A$  і  $B$  окремо перебувають у стані рівноваги з системою  $V$ , то ці системи ( $A$  і  $B$ ) перебувають у стані термічної рівноваги й між собою. Цей дослідний факт дозволяє порівнювати температури різних систем, не приводячи їх у безпосередній контакт. Для цього достатньо одне із тіл (термометричне тіло, або, простіше кажучи – термометр), що має достатньо малу теплоємність, приводити в контакт із тілом, температуру якого вимірюють. Після досягнення термічної рівноваги, заздалегідь проградуваний термометр, покаже вимірювану

температуру. Питання про градування термометрів буде обговорюватись нижче. Ці дослідні факти говорять про те, що температура характеризує стан термодинамічної рівноваги, тому вона є функцією стану і вказує на напрям передачі енергії без виконання роботи, а також є інтенсивним параметром.

Температура не може бути виражена через основні величини, такі як маса, довжина, час. Тому вона сама повинна бути однією із основних фізичних величин, на базі яких відтворюються (вводяться) похідні фізичні величини. З молекулярної фізики також відомо, що температура є мірою інтенсивності руху молекул, причому середня кінетична енергія молекул ідеального газу пропорційна

температурі  $T$ :  $\frac{1}{2} k_B T$ , де коефіцієнт пропорційності  $k$  має назву – стала Больцмана [164], [250], [251].

Усі ці дослідні факти дозволяють сформулювати постулат про існування теплової рівноваги систем, яка характеризується температурою з вище перерахованими її властивостями. Цей постулат є вихідним положенням термодинаміки, інколи його, як уже зазначалось, називають «нульовим началом (законом) термодинаміки» [25].

При виборі термометричного тіла важливими є властивості цього тіла, за якими можна вимірювати температуру. Вони повинні відповідати наступним достатньо очевидним вимогам: а) давати однозначні покази температури; б) їх покази не повинні залежати від інших факторів, крім температури; в) покази повинні точно відтворюватись; г) вимірювання повинні бути достатньо простими і зручними [34]. Але в природі не існує тіл, властивості яких повністю відповідають перерахованим вимогам. У найбільшій мірі цим вимогам задовольняють такі властивості: об'ємне розширення, електрорушійна сила термопар, електричний опір металів (або напівпровідників) і теплове випромінювання тіл. У залежності від діапазону вимірюваних температур, використовують усі ці властивості. Температури, виміряні за допомогою довільно взятих термометричних тіл, називаються емпіричними. Вибравши термометричне тіло і його властивість, яка в достатній мірі задовольняє перерахованим вище вимогам, необхідно провести градування шкали. Градування шкали, як і сам вибір термометричного тіла і його властивості, яка однозначно пов'язана із температурою й використовується для визначення останньої, є довільним. Це пояснює той факт, що у науковому світі виникло багато температурних шкал. Розглянемо температурні шкали, які набули найбільшого поширення [REF \_Ref346818521 \r \h 62].

У 1742 р. шведський учений Цельсій запропонував температурну шкалу, яка до цього часу широко використовується в усьому світі. За початок шкали Цельсія (0 °C) у наш час приймається температура плавлення льоду при нормальному тиску. Температурі кипіння води при такому ж тиску приписується температура 100 °C. Інтервал між цими точками розбивається на 100 рівних частин. Поширення наміченого поділу за межі вибраних



стандартних (реперних) точок дозволяє отримати всю температурну шкалу. У США та Англії широкого поширення набула шкала Фаренгейта ( $^{\circ}\text{F}$ ), в якій стандартними (реперними) точками є ті ж точки, що і в шкалі Цельсія, але температурі плавлення льоду приписується значення  $32^{\circ}\text{F}$ , а кипінню води –  $212^{\circ}\text{F}$ , тому цей температурний інтервал ділиться на 180 рівних частин. У деяких країнах використовується шкала Реомюра ( $^{\circ}\text{R}$ ), в якій температурі плавлення льоду при нормальному тиску, як і в шкалі Цельсія, приписується температура  $0^{\circ}\text{R}$ , але температурі кипіння води приписується  $80^{\circ}\text{R}$ .

Оскільки температура є мірою кінетичної енергії руху молекул, то вона (за фізичним змістом) повинна бути величиною додатною. Тому великим недоліком цих температурних шкал є те, що температури, які знаходяться нижче (чи набагато нижче) температури плавлення льоду, є від'ємними.

Ретельний аналіз побудови температурних шкал виконав Кельвін (У. Томсон, 1848 р.) і запропонована ним шкала температур отримала назву шкала Кельвіна (К). На основі другого закону термодинаміки, Кельвін показав [89], що температура, яка вимірюється по розглянутій нижче, так званій, газовій шкалі, названою Кельвіном абсолютною термодинамічною температурою, не залежить від вибору термометричного тіла та від вибору властивості, по якій визначають температуру. Розглянемо цю шкалу більш детально [259].

Експериментальні дослідження розріджених газів дозволили встановити, що вони (за певних умов) добре підкоряються відомим газовим законам (Бойля-Маріотта, Гей-Люссака, Шарля), що дозволило реально існуючі гази розглядати як модель – ідеальний газ, рівняння стану якого – це рівняння Менделєєва-Клапейрона. Для ідеального газу, як показує дослід, при вимірюванні температури ( $t$ ) за будь-якою із розглянутих раніше шкал, добуток ( $pV$ ) лінійно зростає зі збільшенням температури, тобто  $pV=f(t)$ .

Це дозволяє запровадити так звану газотермічну (газову) шкалу, на основі якої і побудована шкала Кельвіна. Для побудови газової шкали будемо використовувати експериментальні значення добутку  $pV$  для ідеального газу при температурах від  $0^{\circ}\text{C}$  до  $100^{\circ}\text{C}$ , тобто між розглянутими раніше реперними точками. При цьому добуток ( $pV$ ) при будь-якій іншій температурі лінійно залежить від температури:  $(pV)_t = \alpha + \beta t$ .

Записуючи це співвідношення для двох реперних температур, можна знайти константи  $\alpha$  і  $\beta$  і виразити значення довільної температури, для якої можна виміряти добуток ( $pV$ ). Як показує дослід, для ідеального газу в інтервалі температур від  $0^{\circ}\text{C}$  до  $100^{\circ}\text{C}$ , відношення  $(pV)_{100}/(pV)_0$  дорівнює 1,

36608 або:

. Тому рівняння стану ідеального газу

можна представити у вигляді:

або:

Це рівняння дозволяє побудувати дві рівнозначні газові шкали. Якщо у якості термометричної властивості вибрати коефіцієнт об'ємного розширення при постійному тиску, то об'єм при довільній температурі ( $t$ ) буде дорівнювати:

$$(1.1)$$

Звідси, за вимірним об'ємом, визначається температура:

Аналогічно при  $V = \text{const}$ :

$$(1.2)$$

Звідси , де число  $0,0036608$  – це значення коефіцієнта об'ємного розширення і термічного коефіцієнта тиску ідеального газу.

Отже, рівність коефіцієнтів об'ємного розширення і термічного коефіцієнта тиску ідеального газу, яка витікає із досліду, дозволяє побудувати дві рівнозначні газові шкали, причому дуже важливо, що вони є рівномірними. Підкреслимо, що йдеться про ідеальний газ.

Грунтуючись на результатах аналізу такого газового термометра, Кельвін запропонував так звану абсолютну шкалу температур. Рівняння (1.2) є рівнянням прямої лінії, що перетинає вісь абсцис (температур) у точці  $t = (-1/0,0036608) \text{ } ^\circ\text{C} = -273,16 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Оскільки у стані теплової рівноваги тиск обумовлений ударами молекул по стінці посудини при їх тепловому русі, то рівність нулю тиску означає, що при такій температурі припиняється тепловий рух. За шкалою Кельвіна ця температура приймається за абсолютний нуль температур. Значення одиниці температури за шкалою Кельвіна і Цельсія вибирається однаковою. Отже, температурі танення льоду відповідає температура  $273,16 \text{ K}$ . Температура, виміряна за шкалою Кельвіна, називається абсолютною. Характеризуючи свою шкалу, Томсон писав (цит. згідно з перекладом Я. Гельфера [89]): «Основным свойством шкалы, которую я теперь предлагаю, является то, что все ее градусы имеют одно и то же значение, т. е. что единица теплоты, падающей от тела А с температурой  $T^\circ$  по этой шкале к телу В с температурой  $(T-1)^\circ$ , будет давать один и тот же механический эффект, каково бы ни было число  $T^\circ$ . Такая шкала действительно может быть названа абсолютной, так как для нее характерна полная независимость от физических свойств какого-либо вещества».

В статті [ REF \_Ref349184485 \r \h 259] пропонується методика розгляду питання про встановлення зв'язку між температурними шкалами, що розглядаються, який має вигляд:

На завершення зазначимо, що експериментальне вимірювання температури плавлення льоду при нормальному тиску відтворюється з меншою точністю, ніж температура так званої потрійної точки (температура рівноваги трьох фаз води: рідина – пара – лід). Тому у Міжнародній системі одиниць (СІ) [56], [57], [416] температура визначається як термодинамічна температура, градус якої встановлюється так, щоб потрійна точка води мала температуру точно 273,16 К. За шкалою Цельсія ця температура становить 0,15 °С, так що нульова точка цієї стоградусної шкали, яка відповідає температурі<sup>2</sup> плавлення льоду при тиску 1 атм, по абсолютній шкалі Кельвіна дорівнює 273,15 К. Абсолютна термодинамічна шкала температур (шкала Кельвіна) застосовується у наукових дослідженнях при встановленні зв'язку між температурою та іншими фізичними величинами. Але у повсякденному житті, в технічній та навіть у лабораторній практиці досить часто користуються стоградусною шкалою Цельсія.

На практиці безпосередні вимірювання температури за термодинамічною шкалою Кельвіна виявляються дуже складними. Для цієї мети потрібно було б застосувати газовий термометр, переважно водневий або гелієвий, оскільки ці гази, в порівнянні з іншими, найбільшою мірою підкоряються законам ідеальних газів. Проте користування газовим термометром представляє великі практичні незручності. Тому на практиці для вимірювання температур використовують різні інші термометри, які, як правило, зберігають достатньо високу точність у відносно вузьких температурних інтервалах. Для градування таких термометрів було вибрано декілька постійних опорних точок, відтворення яких у лабораторних умовах не викликає великих труднощів. Одна із цих точок задається самим визначенням термодинамічної шкали – це потрійна точка води, якій приписана незмінна температура 273,16 К. Останні точки встановлені на основі ретельних вимірювань.

Проградувані таким чином термометри мають так звану практичну шкалу температур і використовуються у техніці та практичній діяльності науково-дослідних лабораторій [162], [297].

### **1.3. Аналіз традиційних методик викладання законів термодинаміки.**

В основі термодинамічного методу дослідження макроскопічних систем лежать три закони (начала) термодинаміки, які є узагальненням великої кількості дослідних фактів. Але не всі вони відіграють однакову роль в побудові термодинаміки як науки. Так, наприклад, третій закон термодинаміки відіграє суттєву роль в області низьких температур, а другий має застосування лише для систем, у яких проявляється взаємне перетворення теплоти й роботи. На відміну від цих двох законів, перший закон термодинаміки є проявом універсального закону природи – закону збереження й перетворення енергії.

При розв'язуванні багатьох задач, зазвичай, відмінністю температури, при якій плавиться лід і потрійної точки води (0,01°) нехтують, більш того – приймають ці температури рівними 273 °С.

Дія цього закону збереження обумовлена властивостями простору та часу [126]; [260], тому він відіграє виключно важливу роль у всьому природознавстві. Але, не дивлячись на різницю в широті меж застосування цих трьох законів, лише їх поєднання в єдиний метод, дозволяє розглядати термодинаміку як послідовний, внутрішньо несуперечливий розділ теоретичної фізики, який має широкий спектр своїх застосувань і зіграв важливу роль у становленні фізичної науки.

### **1.3.1. Перший закон термодинаміки.**

Закон збереження енергії має загальний характер. Він справедливий для всіх без виключення процесів, що відбуваються в природі, і є найбільш загальним критерієм правильності будь-якої теорії. При використанні традиційних методики подання першого закону термодинаміки використовуються в основному однакові прийоми і засоби [25], [176], [177], [226], [277], [279], [295], [301], [302]. Для того, щоб сформулювати даний закон, потрібно дати термодинамічну трактовку трьом дуже важливим фізичним поняттям: внутрішня енергія, робота в термодинамічному процесі та кількість теплоти. Причому це можна зробити лише на основі механіки, зробивши при цьому відповідні узагальнення [254].

#### **1.3.1.1. Закони збереження в фізиці.**

Завдання будь-якої науки [199], [260] полягає в пошуку загальних законів природи і пояснення властивостей тіл та різних процесів, які з ними відбуваються. Такими законами, наприклад для механіки, є закони Ньютона. Однак детальний аналіз поведінки частинок термодинамічних систем за допомогою механічних рівнянь руху є настільки складним, що довести розв'язок до кінця неможливо. А у тих випадках, коли закони діючих сил взагалі невідомі, такий підхід виявляється в принципі неможливим. Крім того, існує ряд задач, у яких детальний розгляд руху окремих частинок не є необхідним [95]. При такому положенні природно виникає питання про те, чи немає яких-небудь загальних принципів чи законів, що являються наслідком законів руху або інших законів природи, які б дозволили інакше підійти до розв'язання задач і допомогли б, якоюсь мірою, обійти вказані труднощі.

Виявляється, що такі закони є [88]; [260]. Це так звані *закони збереження*. Наукове та методологічне значення законів збереження визначаються їх винятковою загальністю та універсальністю. Вони діють як у фізиці мікросвіту, так і у фізиці систем галактичних розмірів. Із ними пов'язано введення в сучасну фізику цілого ряду фундаментальних ідей, які мають принципове значення. Закони збереження певною мірою служать критерієм істинності будь-якої фізичної теорії. У законах збереження відображається найважливіший діалектико-матеріалістичний принцип збереження матерії та її руху, взаємозв'язок і взаємоперетворення відомих форм руху матерії. Закони збереження дозволяють зробити деякі висновки про характер поведінки фізичної системи навіть у тих випадках, коли для цієї системи інші закони невідомі. Завдяки тій особливій ролі, яку відіграють закони збереження в процесі пізнання фізичних форм руху матерії, вони є найважливішим

елементом сучасної наукової картини світу. Закони збереження мають дуже різноманітний зміст і, можливо, ми ще не знаємо всіх їх функцій. Перш за все, відзначимо, що закони збереження володіють функцією заборони [88]. На відміну від інших законів, вони не дають детальних вказівок на те, як повинен протікати той або інший процес. Але якщо виявиться, що якийсь процес суперечить законам збереження, то всі спроби здійснити його є безглуздими, оскільки такий процес неможливий. Багато талановитих людей у різний час намагалися винайти «вічний двигун», який би виконував роботу, не витрачаючи енергію. Але всі «винаходи» терпіли невдачу: закон збереження енергії стверджує об'єктивну неможливість створення такого «вічного двигуна» [89], [86], [87].

Закони фізики найчастіше мають вигляд законів зміни, а не постійності фізичних величин. Закони збереження стверджують існування фізичних величин, для яких характерна властивість не змінюватись у часі. Такими величинами для замкнутих систем є імпульс, момент імпульсу, енергія, електричний заряд [88].

У механіці закони збереження в математичному плані зводяться до так званих інтегралів руху. Проте значення величин, що зберігаються, виходить за рамки механіки – вони відіграють найважливішу роль у всьому природознавстві. Фізичні величини, що зберігаються, є фундаментальними, а закони їх збереження – фундаментальними законами природи, які тісно пов'язані з властивостями простору та часу, а не є результатом математичної вправи з рівняннями руху [263].

Як уже зазначалось, величинами, які мають властивість не змінюватись у часі, для замкнутих систем є імпульс, момент імпульсу, енергія та електричний заряд. У термодинаміці та статистичній фізиці розглядаються макроскопічні системи, які не мають електричного заряду, причому систему відліку пов'язують із макроскопічною системою, яка є предметом вивчення. Тому імпульс, момент імпульсу та заряд таких систем завжди мають тривіальні (нульові) значення і закони збереження цих величин не відіграють суттєвого значення у термодинамічних процесах. На відміну від імпульсу та моменту імпульсу, енергія системи, навіть коли система відліку пов'язана із самою термодинамічною системою, суттєво залежить як від зовнішніх параметрів, так і від стану самої системи. Тому закон збереження енергії термодинамічної системи має особливий статус, який є наслідком властивостей часу та простору [244]. Як було зазначено вище, для його формулювання потрібно достатньо детально розглянути поняття роботи й енергії, як це робиться в механіці й узагальнити одержані знання на випадок термодинамічних систем, і на базі цього ввести поняття *внутрішньої енергії, кількості теплоти та роботи у термодинамічному процесі* й дати математичне формулювання законів термодинаміки, як це зроблено нами в посібнику для студентів [253].

### **1.3.1.2. Робота в термодинамічному процесі, внутрішня енергія та кількість теплоти.**

*Робота у термодинамічному процесі.* Поняття про фізичну величину «робота» вводить у механіці [ REF\_Ref349182996 \w \h \\* MERGEFORMAT 260], [199], [196], [203], [277], [279], [301]. Саме робота відіграє дуже важливу роль у зміні механічного стану тіл і є єдиним чинником зміни їх енергії. Як буде показано нижче, робота відіграє дуже важливу роль і в термодинамічних процесах. Це пов'язано з тим, що при виконанні роботи в термодинамічному процесі може змінитись стан системи. Будемо розглядати систему тіл як термодинамічну, тобто будемо вважати, що система складається із дуже великої кількості частинок і знаходиться в термодинамічній рівновазі. Виділимо на поверхні системи елемент<sup>3</sup> площі

. На цей елемент (рис. 1.1, а) діє сила тиску  $F = p \cdot dS$ . Якщо під дією цієї сили вибраний елемент площі рухається, то на переміщенні  $dh$  виконується робота  $dA = p \cdot dS \cdot dh$ , де  $p$  – тиск,  $dV = dS \cdot dh$  – зміна об'єму системи після переміщення вибраного елемента площі  $dS$  на  $dh$ . Одержаний результат стане очевидним, якщо розглядається термодинамічна система, яка має просту

геометричну форму, наприклад, газ у циліндрі (рис. 1.1, б). Нехай під дією сили тиску ( $p dS$ ) газу поршень піднявся на нескінченно малу висоту  $dh$ . Виконана при цьому робота дійсно визначиться через збільшення об'єму і буде

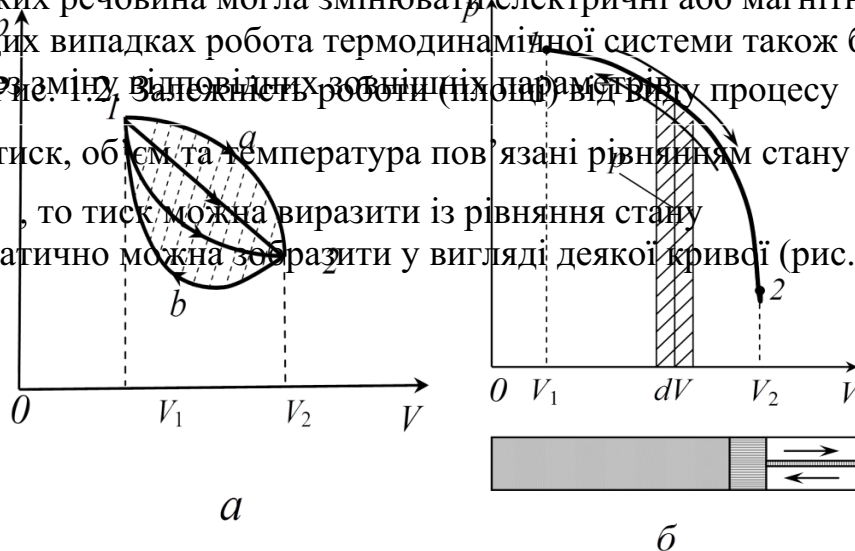
дорівнювати:  $dA = p dV$ . Якщо поршень здійснить переміщення скінченної величини, то, очевидно, загальна робота буде дорівнювати алгебраїчній сумі робіт нескінченно малих переміщень. Таким чином, робота термодинамічної системи при зміні об'єму виразиться формулами:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV \quad (1.3)$$

Знак роботи визначається знаком зміни об'єму ( $dV$ ).

У розглянутому випадку робота (1.3) виконується при зміні єдиного для даної системи зовнішнього параметру – об'єму. Але зовнішнім параметром може бути, наприклад, напруженість електричного поля чи індукція магнітного поля, під дією яких речовина могла змінювати електричні або магнітні властивості. У цих випадках робота термодинамічної системи також буде виражатись через зміну відповідних зовнішніх параметрів процесу

Оскільки тиск, об'єм та температура пов'язані рівнянням стану, то тиск можна виразити із рівняння стану. Цю залежність схематично можна зобразити у вигляді деякої кривої (рис. 1.2, а).



Тому робота (1.3), з урахуванням залежності , виразиться

формулою: . Із цієї формули, а також із рис. 1.2,а видно, що робота при термодинамічному процесі чисельно дорівнює площі криволінійної трапеції під кривою, яка графічно зображує процес (якщо використовувати координати  $p, V$ ), і буде суттєво залежати від виду процесу (шляху інтегрування ).

Із рисунка 1.2 також видно, що:

а) у загальному випадку, робота, яка виконується системою при переході зі стану (1) у стан (2) не дорівнює роботі при зворотному переході (2)  $\rightarrow$  (1) (див. рис. 1.2, а криві 1-a-2 і 2-b-1); б) робота при зворотному переході (2)  $\rightarrow$  (1) від'ємна (тому що об'єм системи зменшується);

в) робота при коловому процесі (у подальшому будемо називати – циклічний процес, або просто – цикл) чисельно дорівнює площі, яка обмежується кривою циклічного процесу (рис. 1.2, а крива 1-a-2-b-1);

г) робота циклу, який відбувається за рухом годинникової стрілки додатна і навпаки. На цьому ґрунтується робота всіх теплових та холодильних машин. Якщо ж система повертається у початковий стан по тому ж шляху, що і при прямому процесі (рис. 1.2, б), то сумарна робота буде дорівнювати нулю, тобто такий циклічний процес не має ні практичного, ні теоретичного інтересу.

Як відомо із математики, якщо криволінійний інтеграл виду (1.3) залежить від шляху інтегрування, то підінтегральний вираз не є повним диференціалом [231], [216]. Таким чином, приходимо до висновку, що в загальному випадку робота системи в термодинамічному процесі, є функцією процесу і нескінченно мале її значення не є повним диференціалом (тому із самого початку ми використали позначення нескінченно малої роботи , а не ). Отже, розглядаючи роботу термодинамічної системи, можна підсумувати, що при виконанні роботи того чи іншого виду (зміна об'єму, зміна електричного чи магнітного поля в речовині тощо) відбувається зміна параметрів системи і робота, в загальному випадку, є функцією процесу. Результат виконання роботи при термодинамічному процесі може привести до зміни стану системи. Ці зміни будуть детально обговорюватись нижче.

Внутрішня енергія. Перш за все зазначимо, що у рамках термодинаміки в принципі не можна розкрити зміст поняття внутрішньої енергії. Але, незважаючи на це, в традиційних методиках [226], [277], [279], [301], [306], [311] це важливе фізичне поняття є одним із основних. Якщо не мати на увазі внутрішню будову речовини, то під внутрішньою енергією потрібно розуміти просто здатність системи виконувати роботу. Слово «енергія», що зустрічається ще у Аристотеля, було введено Ранкіним в техніку (1853 р.). Ф. Нейманн та

багато інших фізиків використовували термін «запас роботи» [89]; [427].

А. Зоммерфельд, наприклад, вводить поняття енергії аксіоматично, формулюючи тим самим перший закон термодинаміки: «Кожна термодинамічна система має характеристичну функцію стану - енергію. Ця функція стану зростає на величину наданої системі кількості тепла  $dQ$  і зменшується на величину виконаної системою зовнішньої роботи  $dA$ . Для замкнутої системи справедливий закон збереження енергії» [141, 25].

Визначення внутрішньої енергії, як здатності системи виконувати роботу, не розкриває фізичний зміст зміни внутрішньої енергії в термодинамічному процесі і не дозволяє аналізувати механізм протікання того чи іншого процесу. Тому введемо означення внутрішньої енергії з урахуванням знань про атомно-молекулярну будову речовини [247], [250], [263], [198], [253], [258], тобто з позицій статистичної фізики. Внутрішня енергія макроскопічної системи ( $E$ ) – це сукупність усіх видів енергії, якими володіє система, за виключенням кінетичної енергії, пов'язаної з рухом системи, як цілого (тобто систему відліку завжди зв'язуємо з даною макроскопічною системою).

Із визначення внутрішньої енергії та закону збереження енергії випливає, що, на відміну від макроскопічної роботи при термодинамічному процесі, внутрішня енергія системи є функцією стану, а не функцією процесу. Іншими словами можна сказати, що даному стану термодинамічної системи відповідає певне значення внутрішньої енергії. Якби це було не так, то ми б зіткнулись з порушенням закону збереження енергії. Дійсно, припустимо зворотне – даному стану термодинамічної системи відповідають два різні значення внутрішньої енергії. Тоді можна надати можливість системі здійснити круговий процес (цикл), результатом якого буде деяка додатна робота, при цьому система повернеться у початковий стан. Ясно, що таких циклів можна здійснити безліч. Отже, без зміни стану системи будемо мати роботу, яка, в свою чергу, може бути затрачена на збільшення енергії якоїсь іншої системи, тобто буде порушення закону збереження енергії. Це протиріччя говорить про те, що наше припущення не вірне.

Якщо стан системи зазнає нескінченно малих змін, то цьому відповідає нескінченно мала зміна внутрішньої енергії ( $dE$ ). Причому, ця зміна внутрішньої енергії  $dE$  є повним диференціалом. Оскільки при виконанні циклічного процесу система повертається у початковий стан, і внутрішня енергія системи не зміниться, то при такому круговому процесі:

(1.4)

Говорячи про внутрішню енергію, слід завжди мати на увазі, що, незважаючи на те, що до її складу входить потенціальна енергія взаємодії окремих структурних елементів між собою, яка не має адитивних властивостей, внутрішню енергію термодинамічної системи з великою точністю можна розглядати як адитивну величину, тобто внутрішня енергія макроскопічної



системи дорівнює сумі внутрішніх енергій її окремих макроскопічних частин. Пояснюється це тим, що взаємодія окремих макроскопічних частин системи відбувається завдяки молекулам, які перебувають у дуже тонкому шарі речовини, який розділяє ці частини. А цих молекул дуже мало у порівнянні із загальним числом молекул макроскопічних частин системи. Тому енергією взаємодії молекул граничного шару, який відокремлює макроскопічні частини системи, практично завжди можна знехтувати. Виключенням є випадок явищ поверхневого натягу, тому що самі поверхневі явища обумовлені цією поверхневою енергією [ REF \_Ref357149734 \w \h 240], [ REF \_Ref349186345 \w \h 247].

Як раніше зазначалось, в традиційній методиці подання першого закону термодинаміки постулюється, що внутрішня енергія ізольованої системи з часом не змінюється. Якщо ж система не ізольована, то, очевидно, можливі зміни внутрішньої енергії. Отже потрібно записати закон її збереження та зміни у специфічних для термодинаміки термінах. Один із чинників, який призводить до зміни стану термодинамічної системи, а значить і до зміни внутрішньої енергії, є робота (у загальному випадку – зміна зовнішніх параметрів) в термодинамічному процесі. Причому, у випадку, коли система знаходиться у адіабатичній оболонці, робота є єдиною можливою причиною зміни внутрішньої енергії.

*Кількість теплоти.* Якщо система знаходиться в адіабатичній оболонці, то змінити стан системи і її внутрішню енергію (внутрішня енергія є функцією стану) можливо, як уже відзначалось, лише єдиним способом – виконанням макроскопічної роботи (змінюючи зовнішніх параметрів: об'єму, напруженості зовнішніх полів тощо). Але, якщо адіабатичної оболонки немає, то внутрішню енергію системи можна змінити і без виконання роботи. Дійсно, повсякденний досвід показує, що стан води, наприклад, у чайнику, можна привівши його в контакт з тілом, яке має більш високу (чи низьку) температуру. Нагрівання, тобто зміну стану системи (внутрішньої енергії), можна здійснити й шляхом опромінювання. У всіх цих випадках не виконується макроскопічна робота. В силу історичних причин, процес зміни внутрішньої енергії (опромінюванням чи теплопровідністю), який не супроводжується виконанням макроскопічної роботи, називається теплообміном, а кількість енергії, яка передається при цьому називається кількістю теплоти ( $Q$ ).

Теплота, як і робота, не є видом енергії, яка може бути накопичена в системі. Теплота й робота є формами, у вигляді яких енергія може бути прийнята (одержана) системою, або навпаки, віддана системою. Можна також сказати, що теплота, як і робота, є енергією в переході від системи до навколишнього середовища, або від навколишнього середовища до системи. Найголовнішою особливістю енергії, що накопичується в системі (внутрішньої енергії), є те, що вона є функцією стану. Енергія в переході (робота й теплота) має всі атрибути накопиченої енергії, окрім одного: вона не є функцією стану [ 162], [164], [176], [412], [247], [250], [263], [198], [253], [258].

Отже, існують дві форми передачі енергії: робота (макрофізична форма) й теплота (мікрофізична форма). Ці дві форми еквівалентні у тому розумінні, що обидві вони вимірюються в одиницях енергії (або роботи), і завдяки їм змінюється внутрішня енергія систем. Але вони термодинамічно нерівноцінні, оскільки робота може бути безпосередньо використана для поповнення запасу будь-якого виду енергії (за рахунок виконання роботи може збільшуватись, наприклад кінетична енергія деякого тіла, як цілого), а теплота безпосередньо, тобто без проміжного перетворення в роботу, може бути направлена на поповнення лише запасу внутрішньої енергії тіла [263], [374], [375]. Робота є формою передачі енергії направлено руху (наприклад, рухається поршень). При теплопередачі теж виконується робота – частинки більш гарячого тіла в процесі зіткнень з частинками менш нагрітого тіла виконують роботу і в результаті передають їм свою енергію. Однак ці взаємодії мають абсолютно хаотичний характер.

З поняттям кількості теплоти, як формою зміни внутрішньої енергії, тісно пов'язана характеристика здатності системи (тіла, речовини) нагріватись при наданні їм теплоти – теплоємність. *Теплоємністю* системи називається фізична величина, що чисельно дорівнює кількості теплоти, яку необхідно надати

системі, щоб змінити її температуру на один градус: . Більш детальною характеристикою є теплоємність, віднесена до одиниці маси чи до одного моля

речовини. Це відповідно питома (cm) й молярна ( ) теплоємності: ,

де  $M$  – маса речовини (всієї системи),  $\nu$  – кількість молів. Оскільки надалі буде використовуватися, в основному, лише молярна теплоємність, то верхній індекс ( $\nu$ ) писати не будемо.

На відміну від конденсованих систем, нагрівання газів, як показує дослід, істотно залежить не лише від їх індивідуальних властивостей, але й від умов нагрівання. Тобто теплоємність, як і робота, залежить від виду процесу. Тому

молярну теплоємність для газів потрібно вводити у такий спосіб: ,  
де індекс ( $\gamma$ ) означає вид процесу. Найчастіше ми будемо використовувати значення теплоємності при постійному об'ємі:

(1.5)

і постійному тиску:

(1.6)

### 1.3.1.3. Методологічні аспекти відкриття першого закону термодинаміки.

Встановлення закону збереження та перетворення енергій, як загального закону природи, стало етапним моментом в історії пізнання світу і зіграло фундаментальну роль не лише при формуванні теоретичного апарату всієї сучасної фізики, але й при встановленні матеріалістичного світогляду в природознавстві та філософії [ REF \_Ref356931414 \r \h 77], [ REF \_Ref356931437 \r \h 78], [ REF \_Ref346815595 \w \h \\* MERGEFORMAT 89], [104], [116], [123], [148], [159], [ REF \_Ref356931856 \r \h 160]. Почалося ж це визнання з проблеми визначення механічного еквіваленту теплоти<sup>4</sup>, яка з'явилася у першій половині XIX століття і являлась ключовою у розумінні універсальності поняття енергії в механіці та теплотехніці. Розв'язання цієї проблеми пов'язують із роботами Майєра (1842), Джоуля (1843) та Гельмгольца (1847). Саме їм, зазвичай, і приписується авторство відкриття першого закону термодинаміки [89].

Навряд чи варто наводити словесні формулювання першого закону термодинаміки, дані Майєром, Джоулем та Гельмгольцем, оскільки їх довелося б перекладати на сучасну наукову мову. Так термін «енергія» (замість загальноприйнятого на той час терміна «рушійна сила») був введений у науковий світ видатним англійським теплотехніком Ренкіним лише у 1853 р. Диференціальний вираз першого закону термодинаміки для систем із незмінною кількістю частинок був також вперше використаний Ренкіним (1849), а потім уже Клаузіусом у 50-і роки XIX століття. Термін «внутрішня енергія» почали використовувати Томсон (1852) і Клаузіус (1876), а потім уже й усі інші вчені. Терміни «теплота» й «кількість теплоти», які будуть використовуватись при формулюванні першого закону термодинаміки, рівнозначні за змістом і з'явилися у ті часи, коли вважалось, що теплові явища зумовлені особливою речовиною – «теплотою» або «теплородом», яка має здатність зберігати своє значення і може змішуватися із звичайними тілами. Віра в теплород була підірвана уважним вивченням загальновідомих явищ нагрівання тертям. У цих випадках нагрівались всі тіла, які зазнають тертя, тобто порушується закон збереження «теплороду» – теплород з'являється із небуття [89], [186], [189], [212], [343], [344], [426], [427]. У зв'язку з протиріччями в теорії теплороду виник і абсолютно інший – молекулярно-кінетичний погляд на природу теплових явищ [364]. Його відстоювали багато видатних вчених XVII і XVIII століть: Бойль, Ломоносов, Бернуллі, Больцман, Лоренц, Томсон (див. список використаних джерел) та ін. Вони стверджували, як уже зазначалось, що теплові явища зумовлюються не присутністю особливої речовини «теплороду»,

<sup>4</sup> У фізичних дослідженнях дуже зручно вводити вектор – елемент площі, який чисельно дорівнює площі виділеної ділянки, і спрямований вздовж зовнішньої нормалі (перпендикуляру) до цієї ділянки.

а механічним рухом найдрібніших невидимих частинок звичайної матерії. Тіло тим гарячіше, чим інтенсивніше рухаються складові його частинки і це, як відомо, підтвердилось ходом розвитку всіх природничих наук. Отже (і це не поодинокий випадок в історії науки), термінологія віджилої теорії є більш живучою ніж її фізичний зміст. Ми і тепер вживаємо слова: «кількість теплоти», «теплоємність», «теплова енергія» тощо. Досвід показує, що за відомих умов робота може перетворюватися на теплоту. Прикладом є тертя двох тіл, в результаті якого вони нагріваються. У 1842 році німецький лікар Р. Майєр абсолютно ясно висловив положення про те, що теплота може перетворюватися на роботу, а робота – на теплоту, і розрахував кількісне співвідношення між теплотою і роботою. Незабаром (у 1845–1849 рр.) Джоуль провів свої класичні досліди для точного визначення кількісного співвідношення між теплотою і роботою. Досліди Джоуля (рис. 1.3), які згодом були перевірені цілим рядом інших дослідників остаточно довели, що для отримання одиниці теплоти потрібно витратити абсолютно певну кількість роботи, названу механічним еквівалентом теплоти. Безліч спеціально поставлених дослідів і навіть простих побутових спостережень показують, що і навпаки – нагрівання тіл (тепло) може призводити до одержання роботи. Таким чином, теплота й робота можуть зазнавати взаємне перетворення, причому одиниці теплоти відповідає цілком певна кількість роботи. При перетворенні теплоти в роботу повна кількість витраченої теплоти, звичайно, може перетворитися на роботу лише в тому випадку, якщо під час досліду тіло, якому надається теплота, не змінює свій стан. Інакше лише частина теплоти перетвориться на роботу, а інша частина піде на зміну стану, але (в усякому випадку) перетворення у роботу цієї частини теплоти відбувається в абсолютно

певному відношенні, а саме: кожна калорія, що перетворилася на роботу, дає 4, 182 Дж роботи і навпаки, одному джоулю роботи відповідає 0,239 калорії теплоти. Таким чином, встановлення еквівалентності теплоти й роботи при їх взаємному перетворенні створило передумови для формулювання першого закону термодинаміки, який є узагальненням відомого із механіки закону збереження механічної енергії на випадок теплових процесів і є, як уже зазначалось, проявом одного із фундаментальних законів природи – закону збереження та перетворення енергії.

#### **1.3.1.4. Аналітичне формулювання першого закону термодинаміки.**

Як раніше зазначалось, у неізольованих термодинамічних системах внутрішня енергія може змінюватись шляхом передачі теплоти та виконання роботи. Для того щоб математичний вираз першого закону термодинаміки (закону зміни внутрішньої енергії) став очевидним, розглянемо [25], [254], [279] механізм, модель якого зображено на рис. 1.4.

Нехай механізм складається із термостата  $T$  і системи  $C$  (газ, рідина, тверде тіло або їх довільна комбінація), яка відокремлена від термостата теплопровідною жорсткою перегородкою  $ab$ , а від навколишнього середовища – рухомим поршнем, який зв'язаний із деяким іншим механізмом і може приводити його у рух. У початковий момент механізм нерухомий і системи  $C$  і  $T$  знаходяться в термодинамічній рівновазі, тобто температури систем  $C$  і  $T$  однакові, і сила тиску газу системи  $C$  на поршень (знизу) врівноважується атмосферним тиском та тиском, обумовленим вагою поршня і деяких тягарів (гирки), які знаходяться на поршні. Стінки, які відділяють об'єднану систему ( $C + T$ ) від навколишнього середовища (включаючи поршень), зробимо нетеплопровідними, тобто об'єднана система буде в адіабатичній оболонці.

Надамо можливість об'єднаній системі ( $C+T$ ) здійснити процес розширення. Очевидно, що для порушення рівноваги потрібно зняти з поршня гирку. При цьому поршень буде (при подальшому знятті гирок) здійснювати рух і при русі поршня вгору буде виконуватись робота. При цьому система  $C$  повинна охолоджуватись, але зменшення її температури частково компенсується за рахунок тепла, яке передається через теплопровідну перегородку, що розділяє системи  $T$  і  $C$  (якщо процес розширення відбувається дуже повільно, що можливе при заміні гирьок дуже мілким піском, то теплова рівновага систем  $T$  і  $C$  не порушиться). У загальному випадку, через деякий час термодинамічний стан систем  $T$  і  $C$  зміниться (початковий і кінцевий стани будемо позначати індексами 1 і 2) і результатом такого адіабатичного процесу буде деяка робота. Як ми раніше зазначали, в адіабатичній оболонці зміна внутрішньої енергії системи можлива лише єдиним способом – виконанням роботи, причому робота (у даному випадку об'єднаною системою  $T$  і  $C$ ) виконується за рахунок зменшення внутрішньої енергії (закон збереження енергії), тому можна записати:

– внутрішня енергія системи ( $T+C$ ) відповідно у початковому й кінцевому стані. Перегрупувавши члени у правій частині, маємо:

За означенням кількості теплоти, зміна (зменшення) внутрішньої енергії термостата без виконання роботи – це кількість теплоти, яку передав термостат системі  $C$ , тобто . Тому для системи  $C$ , яка не є теплоізолюваною і виконує роботу по збільшенню об'єму, можна (опускаючи зрозумілі індекси) записати:

$$, \quad (1.7)$$

де – зміна внутрішньої енергії системи  $C$ .

Таким чином, можна сформулювати перший закон термодинаміки: кількість теплоти, яка надана системі, витрачається на зміну внутрішньої енергії та на виконання системою роботи.

Перший закон термодинаміки можна записати і в диференціальному вигляді (для нескінченно малої кількості теплоти, яка надається системі):

$$(1.8)$$

Вирази (1.7, 1.8), якщо їх переписати у вигляді:

можна трактувати як твердження, що внутрішню енергію системи можна змінити наданням їй (або навпаки) теплоти і виконанням (системою, чи – над системою) роботи, тобто ці вирази, за суттю, є законами зміни внутрішньої енергії [226].

Оскільки робота залежить від виду термодинамічного процесу, і її нескінченно мале значення не є повним диференціалом, то, як це слідує із (1.7), (1.8), і нескінченно мала кількість теплоти не є повним диференціалом, що ми уже раніше відзначали.

При виконанні роботи по збільшенню об'єму системи С (рис. 1.4) можна створити умови, при яких розширення системи С не призведе до зміни її внутрішньої енергії, тобто вся кількість теплоти, яка передається від термостата, перетвориться в роботу по розширенню цієї системи від деякого об'єму  $V_1$  до  $V_2$ . Але повне перетворення теплоти в роботу можливе лише при одноразовому розширенні. У практичних цілях потрібно мати пристрій, який би міг виконувати роботу постійно. Це означає, що тіло, яке розширюється і цим виконує роботу над навколишніми тілами, повинне після певного розширення повертатись у початковий стан, щоб потім знову виконувати роботу. Отже, для того щоб мати пристрій, який би міг тривалий час давати додатну роботу, тіло, яке розширюючись виконує роботу, повинно здійснювати періодичний (циклічний) процес. Однак, якщо процес розширення та зменшення об'єму (рис. 1.3, б) відбувається через одні й ті ж стани системи лише у зворотній послідовності, то сумарна робота за цикл буде дорівнювати нулю, і практичної цінності такий пристрій не буде мати. Тому, для того, щоб такий пристрій був дійсно тепловою машиною, яка б давала додатну роботу тривалий час, потрібно, щоб зворотний процес (2-b-1 на рис. 1.5) повернення системи у початковий стан проходив нижче, (у координатах  $p, V$ ), ніж процес розширення (1-a-2). А це можливо лише тоді, коли при зворотному процесі при тому ж самому об'ємі, тиск буде нижчим, ніж при процесі розширення, що можливе лише при більш низькій температурі. У моделі механізму, зображеного на рис. 1.4, це виконати неможливо, тому що система С і термостат Т весь час знаходяться у тепловій рівновазі. Очевидно, для того, щоб механізм, який розглядається, став тепловою машиною, потрібно у кінці такту розширення робоче тіло теплоізулювати від термостата Т, який у даному випадку є джерелом енергії, і

надати можливість робочому тілу (система С) контактувати з тілом (на рис. 1.4 воно не показане), яке має нижчу ніж у термостата температуру (це тіло одержало назву – холодильник), і тоді робоче тіло при зменшенні об'єму передасть деяку кількість тепла  $Q_2$  холодильнику.

Запишемо перший закон термодинаміки для прямого процесу (1-a-2) зворотного процесу (2-b-1) повернення системи у початковий стан (рис. 1.5):

Додамо почленно ці вирази: . Оскільки внутрішня енергія є функцією стану, то . Тому для того, щоб у результаті циклічного процесу сумарна робота за цикл була додатною, потрібно, щоб виконувалась нерівність . Тобто, кількість теплоти  $Q_1$ , яку одержує система (додатна величина), була більшою за кількість теплоти  $Q_2$  (від'ємна величина), яку система віддає при поверненні її у початковий стан. Отже, приходимо до двох дуже важливих висновків [ REF \_Ref356932836 \r \h 217], [ REF \_Ref356897472 \r \h 295]:

1. Неможливо створити періодично діючу теплову машину (вічний двигун першого роду), яка б виконувала роботу, не затрачуючи при цьому енергію, тобто для неї: , але . Історія розвитку природничих наук знає дуже багато прикладів, коли навіть дуже талановиті винахідники створювали проекти таких двигунів, але вони не працювали. Це пояснюється тим, що їх дія не сумісна з першим законом термодинаміки – законом збереження енергії.

2. Теплова машина (періодично діючий пристрій), призначенням якої є виконання роботи за рахунок енергії у вигляді тепла, повинна складатися із джерела тепла (нагрівник – на рис. 1.4 – це термостат Т), робочого тіла (на рис. 1.4 – це система С), яке одержує від нагрівника деяку кількість енергії у вигляді тепла ( $Q_1$ ), за рахунок якої й виконується робота (А), і холодильника (на рис. 1.4 його немає), якому робоче тіло передає частину тепла , одержаного від нагрівника. У подальшому схематично модель теплової машини , яка дійсно може періодично виконувати роботу, будемо зображати як показано на рис. 1.6.

Очевидно, що чим більша кількість енергії, одержаної від нагрівника, перетворюється в роботу, тим ефективнішою буде теплова машина. Ефективність теплової машини характеризують коефіцієнтом корисної дії (ККД), який можна визначити за однією із трьох рівнозначних формул, що слідує

із фізичного змісту ефективності машини:

$$(1.9)$$

Зазначимо, що у деяких окремих випадках нескінченно малу кількість теплоти і роботу можна розглядати як повні диференціали, тобто використовувати позначення  $dQ$  і  $dA$ . Дійсно, якщо відбувається адіабатичний процес, тобто без теплообміну з навколишнім середовищем, то  $dQ = 0$ . Оскільки  $dA = p dV$  – повний диференціал, то у випадку адіабатичного процесу і  $dA$  також можна розглядати як повний диференціал.

Якщо робота призводить лише до збільшення об'єму системи, то перший закон термодинаміки набуває вигляду:

$$(1.10)$$

Нехай процес проходить при постійному тиску, тоді можна записати:

Введемо наступне визначення:

$$(1.11)$$

Ця величина отримала назву ентальпії. Тоді кількість теплоти, яка надається системі при ізобаричному процесі, дорівнює зміні ентальпії:

Оскільки, ентальпія визначається через функції стану ( $E, p, V$ ), то вона також є функцією стану. Тому її диференціал  $dH = dE + p dV + V dp$ , а отже й кількість теплоти при постійному тиску, можна вважати повним диференціалом. У подальшому ми познайомимось з іншими функціями стану, які відіграють дуже важливу роль у термодинамічних дослідженнях. Враховуючи вирази (1.6) і (1.10, 11), теплоємність при постійному тиску можна визначити через ентальпію:

$$(1.12)$$

Якщо об'єм є єдиним зовнішнім параметром, то кількість теплоти буде повним диференціалом і при ізохоричному процесі, тому що у цьому випадку  $dV = 0$ . У загальному ж випадку і нескінченно мала кількість теплоти і робота не є повними диференціалами.

Проведений аналіз літературних джерел показує, що у навчальній літературі формулювання першого закону термодинаміки розглядається як



само собою зрозуміле твердження, яке відображає той факт, що повна кількість енергії в ізольованій системі тіл і полів завжди залишається постійною, енергія лише може переходити із однієї форми в іншу. Але такий, дуже спрощений, на наш погляд, підхід не розкриває у повній мірі методологічне й пізнавальне значення цього закону й формує у студентів догматичне сприйняття навколишнього світу. Тому при викладенні першого закону термодинаміки потрібно зосередити увагу на його обґрунтуванні, що в рамках термодинаміки зробити неможливо. Це вказує на необхідність відходу від традиційних методик викладання класичної термодинаміки й розробки нової концепції навчання термодинаміки, в якій закони термодинаміки, зокрема перший закон, мали б зрозуміле обґрунтування.

### 1.3.2. Другий закон термодинаміки.

Перший закон термодинаміки є законом збереження та перетворення енергії для теплових процесів. Він заперечує можливість протікання процесів, при яких порушується баланс енергії. Проте нескладний аналіз показує [254], що в природі могли б протікати процеси, які не суперечать першому закону термодинаміки, але, як свідчить практика, у дійсності такі процеси ніколи не спостерігались. Наведемо декілька прикладів таких можливих процесів:

а) нехай є дві адіабатично ізольовані рівноважні системи з різною температурою. Приведемо їх у тепловий контакт, порушивши при цьому в місці контакту адіабатичність оболонок. З точки зору першого закону термодинаміки цілком можливий процес, при якому деяка кількість теплоти сама по собі перейде від холодного тіла до більш гарячого і в навколишньому середовищі ніяких змін не відбудеться;

б) розглянемо посудину із жорсткими адіабатичними стінками, розділену на дві частини рухомою перегородкою. У першій частині знаходиться один газ, а у другій – інший з тими ж або іншими параметрами ( $p$ ,  $T$ ). Якщо прибрати перегородку, то через деякий час концентрація газів у всіх частинах посудини вирівняється. Оскільки система ізольована, то внутрішня енергія при цьому не зміниться. Перший закон термодинаміки не забороняє й зворотний процес, при якому відбувалось би самовільне розділення газів в окремі частини посудини;

в) нехай є ізольована посудина, розділена на дві частини. У одній – газ, інша – порожня. Якщо прибрати перегородку, що розділяє посудину на дві частини, то з часом газ рівномірно розповсюдиться по всій посудині. Перший закон термодинаміки не забороняє й зворотний процес самовільного стиснення газу, оскільки при цьому баланс енергії не порушиться.

Неважко помітити, що всі розглянуті приклади, а перелік їх можна було б продовжити, це приклади процесів, що відбуваються самі по собі при кінцевій різниці температур, концентрацій і таке ін., тобто вони є нерівноважними, а, отже, і необоротними. Наголосимо ще раз, що зворотні до розглянутих процеси (самовільне стиснення газів, самовільне розділення суміші газів на окремі компоненти, самовільний перехід тепла від холодного тіла до гарячого тощо),

протікання яких дозволяє перший закон термодинаміки, в дійсності в природі ніколи не відбуваються. Це приводить до висновку, що перший закон термодинаміки описує лише кількісну сторону процесів і не вказує на можливий напрям протікання процесів. Тому, для того щоб термодинаміка як наука утворила замкнену систему, її необхідно доповнити ще одним законом, який би вказував на можливий напрям протікання процесів. Таким законом є другий закон термодинаміки.

Другий закон термодинаміки був сформульований завдяки науковим працям багатьох вчених XIX століття. Список цих праць можна знайти у відомих монографіях з історії науки й історії термодинаміки та навчальних посібниках з термодинаміки [25], [62], [63], [141], [162], [176], [177], [186], [254], [REF\_Ref347055752 \w \h \\* MERGEFORMAT 277], [279], [REF\_Ref347055779 \w \h \\* MERGEFORMAT 301], [302], [REF\_Ref347055803 \w \h \\* MERGEFORMAT 304], [REF\_Ref346819561 \w \h \\* MERGEFORMAT 306], [308], [311], [313], [REF\_Ref346822655 \w \h \\* MERGEFORMAT 333], [REF\_Ref349183883 \w \h \\* MERGEFORMAT 361], [REF\_Ref349184010 \w \h \\* MERGEFORMAT 378], [REF\_Ref349184127 \w \h \\* MERGEFORMAT 409], [REF\_Ref346818732 \w \h \\* MERGEFORMAT 412].

### 1.3.2.1. Постулати другого закону термодинаміки. Цикл Карно.

Другий закон термодинаміки спочатку був сформульований у вигляді декількох еквівалентних за змістом постулатів, які є узагальненням великої кількості дослідних фактів [25], [62], [63], [89], [189], [203], [344], [302], [REF\_Ref347055803 \w \h \\* MERGEFORMAT 304], [REF\_Ref346819561 \w \h \\* MERGEFORMAT 306], [308], [311], [313], [314], [REF\_Ref346822655 \w \h \\* MERGEFORMAT 333], [REF\_Ref349183883 \w \h \\* MERGEFORMAT 361]. Найбільш повно зміст другого закону термодинаміки відображають постулати Клаузіуса і Томсона.

*Постулат Клаузіуса: неможливий перехід тепла від холодного тіла до більш гарячого без змін у навколишньому середовищі.*

*Постулат Томсона: неможливий круговий процес, єдиним результатом якого був би відбір теплоти від деякого теплового резервуару і повного перетворення її в роботу.*

Останній постулат очевидно еквівалентний твердженню, що вічний двигун другого роду неможливий. Вічний двигун другого роду – це періодично діючий пристрій, який за рахунок тепла деякого нагрівача виконує роботу (без передачі частини тепла холодильнику). Математичне формулювання другого закону термодинаміки пов'язане з ім'ям французького інженера Садді Карно, який у 1824 році опублікував єдину свою книгу «Роздуми про рушійну силу вогню та машини, які здатні розвивати цю силу» [155], [82]. У ній він глибоко проаналізував роботу теплових машин і встановив закономірності, які на

довгий час визначили розвиток термодинаміки як науки. Карно показав, що найбільш економічним тепловим двигуном є двигун, у якому використовується цикл, що складається із двох адіабатичних і двох ізотермічних процесів (рис. 1.7). Згодом цей цикл одержав назву цикл Карно.

*Цикл Карно.* Робочим тілом у циклі Карно є ідеальний газ. Використовуючи перший закон термодинаміки, проаналізуємо всі процеси цього циклу і визначимо його коефіцієнт корисної дії [25], [62], [189], [203], [253], [344], [302], [REF\_Ref347055803 \w \h \\* MERGEFORMAT 304], [REF\_Ref346819561 \w \h \\* MERGEFORMAT 306], [308]. Припустимо, що ідеальний газ знаходиться у розташованому вертикально адіабатично ізольованому циліндрі, який закритий зверху поршнем із матеріалу, що не проводить тепло. Поршень має можливість без тертя рухатись уздовж циліндра. Приведемо циліндр у контакт з деяким тілом, що має температуру  $T_1$  і достатньо велику теплоємність (тепловий резервуар або простіше – нагрівач) і в місці контакту порушимо адіабатичність стінок циліндра. Через певний проміжок часу, внаслідок теплообміну між газом у циліндрі і тепловим резервуаром, між ними встановиться теплова рівновага. Цей стан ідеального газу в циліндрі будемо розглядати як початковий. На рис. 1.7 цьому стану відповідає точка (1), у якій ідеальний газ має параметри  $(p_1, V_1, T_1)$ . Тепер дамо можливість поршню здійснювати нескінченно повільне переміщення. Для цього, очевидно, тиск на поршень поза циліндром повинен на нескінченно малу величину відрізнитися від тиску ідеального газу в циліндрі. Розширення газу, внаслідок повільності протікання процесу, відбуватиметься квазістатично при температурі  $T_1$  нагрівача. Оскільки температура газу не змінюється, то його внутрішня енергія також залишається постійною і робота, виконана ідеальним газом, здійснюється за рахунок тепла  $Q_1$ , одержаного робочим тілом від нагрівача.

В кінці процесу ізотермічного розширення (точка 2 на рис. 1.7, параметри газу  $p_2, V_2, T_1$ ) відновлюємо адіабатичність циліндра і даємо можливість робочому тілу виконувати подальшу роботу квазістатичного розширення в адіабатичних умовах. У цьому процесі робота виконується за рахунок внутрішньої енергії, тому температура робочого тіла знижується до деякої температури  $T_2$ , при якій знаходиться ще одне тіло великої теплоємності, яке прийнято називати холодильником (холодильником може слугувати навколишнє середовище). На рис. 1.7 цей стан ідеального газу зображений точкою (3) з параметрами  $p_3, V_3, T_2$ .

Приводимо в контакт циліндр з холодильником, порушуємо в місці контакту адіабатичність циліндра і достатньо повільно, тобто квазістатично при температурі  $T_2$ , стискаємо робоче тіло до деякого стану з параметрами  $p_4, V_4, T_2$  (точка 4 на рис. 1.7 лежить на одній адіабаті з точкою 1).

При такому ізотермічному процесі внутрішня енергія робочого тіла не змінюється. Робота, виконана робочим тілом, від'ємна, оскільки  $V_4 < V_3$ , тобто робота виконується над робочим тілом. Тому, відповідно до першого закону термодинаміки, й кількість теплоти від'ємна. Отже, у цьому процесі робоче тіло

віддає холодильнику деяку кількість теплоти  $Q_2$  при температурі  $T_2$ .

Із стану з параметрами  $(p_4, V_4, T_2)$  у початковий стан  $(p_1, V_1, T_1)$  робоче тіло повертаємо достатньо повільним адіабатичним стисненням. Таким чином, ідеальний газ здійснює квазістатичний круговий процес. Оскільки робоче тіло повернулося у початковий стан, то його внутрішня енергія не змінилася, і, відповідно до першого закону термодинаміки, робота, виконана робочим тілом за один цикл, дорівнює  $A = Q_1 - Q_2$ .

Ефективність теплової машини, як уже зазначалось, слід оцінювати відношенням роботи, виконаної робочим тілом за цикл, до одержаної ним за

цикл кількості теплоти, тобто його ККД дорівнює:

Для розрахунку ККД циклу Карно запишемо вирази для роботи, виконаної ідеальним газом, і кількості теплоти, одержаної ним від нагрівача, за цикл:

Підставляємо ці вирази в означення ККД:

Запишемо рівняння адіабатичних процесів (2-3) і (4-1) (рис. 1.7) у координатах  $(T, V)$ : Якщо почленно поділити ці

вирази, то одержимо відношення , з урахуванням якого ККД циклу Карно визначається наступним чином:

$$(1.13)$$

Із цього виразу випливає, перш за все, практичний наслідок: навіть для ідеальної оборотної машини, у якій використовуються найвигідніші (з погляду отримання корисної роботи) ізотермічний та адіабатичний процеси, коефіцієнт корисної дії не досягає 100%. У граничному випадку він обертається в одиницю, коли температура холодильника дорівнює абсолютному нулю, але цей випадок, як буде показано нижче, недосяжний. Для машин, які практично можна побудувати, коефіцієнт корисної дії при тих же температурах буде ще меншим (< 30%), по-перше, внаслідок наявності необоротних процесів, при яких частина корисної роботи пропадає марно, по-друге, через недосконалість циклу, тобто за рахунок того, що він, окрім найвигідніших ізотермічних і адіабатичних процесів, може містити й інші процеси [25], [62].

Вираз (1.9) є більш загальним, ніж (1.13), оскільки він може бути застосований для будь-якої теплової машини (для будь-якого циклу), а вираз (1.13) – лише для оборотного циклу Карно. Аналізуючи результат роботи машини Карно за один цикл, приходимо до висновку, що після закінчення циклу відбуваються такі зміни:

1. Від нагрівача відбирається кількість теплоти  $Q_1$ .
2. До холодильника переходить кількість теплоти  $Q_2 < Q_1$ .
3. Виконується корисна робота ( $Q_1 - Q_2$ ), тобто відбувається перетворення теплоти у механічну роботу.

Зазначимо, що робоче тіло (ідеальний газ) після закінчення циклу перейшло у початковий стан і його внутрішня енергія не змінилася. Отже, газ у результаті не одержав і не віддав теплоти, він є лише посередником між нагрівачем і холодильником.

Звертаємо увагу на те, що всі процеси в оборотному циклі Карно ми проаналізували виключно на основі першого закону термодинаміки. Із виразу (1.25) випливає, що ККД оборотного циклу Карно залежить лише від температур нагрівача і холодильника. Але цикл Карно можна здійснити не лише з ідеальним газом, а й з будь-якою речовиною у будь-якому агрегатному стані. Більш того, можна виконати цикл Карно, у якому всі процеси, або тільки деякі, будуть необоротними. Тоді і весь цикл не буде оборотним. У такому разі всі формули, які ми використовували для аналізу оборотного циклу Карно (за виключенням першого закону термодинаміки), використовувати не можна (так як вони можуть застосовуватись лише для оборотних процесів) [25], [62]. У цьому випадку аналіз циклу можливий лише на основі теореми Карно і другого закону термодинаміки, які будуть розглянуті у подальшому. Отже, оборотний цикл Карно і його узагальнення – необоротний цикл є своєрідним містком між першим і другим законами термодинаміки.

Продовжуючи подальші узагальнення, можна відволіктись від образу якоїсь машини і говорити просто про цикли, маючи на увазі під циклом замкнутий процес, у якому речовина після закінчення циклу повертається у початковий стан, і відбувається виконання роботи й обмін теплотою між двома тілами – нагрітим і холодним. Використання циклічних процесів при розв'язанні задач термодинаміки виявлялося дуже корисним, так що з часом перетворилося на так званий метод циклів, який широко застосовувався творцями термодинаміки (Карно, Клаузіус, Томсон, Нернст, Планк та ін.) на перших етапах її розвитку як науки [89], [REF\_Ref346815044 \w \h 186]. Як уже зазначалось, другий закон термодинаміки спочатку був сформульований у вигляді постулатів (наприклад, Томсона й Клаузіуса), формулювання яких суттєво відрізняється, і ця відмінність викликає у студентів значний психологічний дискомфорт у розумінні другого закону термодинаміки і в значній мірі сприйняття його змісту є догматичним. Тому, на наш погляд,

Р  
и  
с.  
1.  
обов'язково потрібно довести, що постулати Томсона й Клаузіуса, формулювання яких було наведено раніше, і які найбільш повно відображають зміст другого закону термодинаміки, еквівалентні [162], [188]. Еквівалентність постулатів означає, що якщо здійснюється один із постулатів, наприклад Клаузіуса, то повинен здійснюватись і постулат Томсона, і навпаки, якщо порушується один, то порушується й інший. Доведення будемо вести від зворотного. Припустимо, що постулат Клаузіуса порушується, а постулат Томсона виконується. Доведемо, що наше припущення є невірним. Нехай є два термостати (тіла великої теплоємності), що знаходяться при температурах  $T_1$  і  $T_2$  (рис. 1.8), причому  $T_1 > T_2$ . Припущення про порушення постулату Клаузіуса означає, що існує такий процес, при якому деяка кількість теплоти (позначимо її  $Q_2$ ) сама собою переходить від холоднішого тіла з температурою  $T_2$  до тіла з вищою температурою  $T_1$  без змін у навколишньому середовищі. На рис. 1.8 у лівій його частині умовно зображений цей процес. Побудуємо на базі двох вказаних термостатів теплову машину (на рис. 1.8 її модель зображена праворуч), що працює за прямим оборотним циклом Карно, яка відбирає у гарячого тіла  $T_1$  деяку кількість теплоти  $Q_1$ , частина цієї кількості теплоти йде на виконання роботи  $A$  над зовнішніми тілами, а частина – передається холоднішому тілу з температурою  $T_2$ . Побудуємо цю теплову машину так, щоб вона віддавала холоднішому тілу рівно стільки тепла, скільки самовільно передається від нього гарячому тілу, в результаті припущення про не виконання постулату Клаузіуса, тобто  $Q_2$ . Ця машина за рахунок тепла  $Q_1$ , одержаного від нагрівача, виконала роботу  $A = Q_1 - Q_2$  над навколишніми тілами і передала холодильнику кількість теплоти  $Q_2$ .

В  
К  
Отже, у результаті порушення постулату Клаузіуса і виконання постулату Томсона стан холодильника не змінився (від нього віднялася кількість теплоти  $Q_2$ , і йому передалась така ж кількість теплоти), від нагрівача відібралась кількість теплоти  $Q_1 - Q_2$  і ця кількість повністю перетворилася на роботу. Але, згідно з постулатом Томсона, дія теплової машини, яка все тепло перетворює в роботу, неможлива. Отже, наше припущення про виконання одного постулату і одночасне порушення іншого – не вірне. Таким чином, ми довели, що якщо порушується постулат Клаузіуса, то порушується й постулат Томсона. Таким же чином можна довести, що: а) якщо порушується постулат Томсона, то порушується й постулат Клаузіуса; б) якщо виконується постулат Клаузіуса, то виконується й постулат Томсона, і навпаки. Із всього викладеного вище слідує, що постулати Клаузіуса і Томсона за фізичним змістом еквівалентні.

### 1.3.2.2. Аналітичне формулювання другого закону термодинаміки для оборотних процесів.

У навчально-методичній літературі зустрічаються в основному однакові за структурою методичні підходи до введення другого закону термодинаміки [25],

[62], [63], [89], [189], [203], [344], [302], [ REF \_Ref347055803 \w \h \\* MERGEFORMAT 304], [ REF \_Ref346819561 \w \h \\* MERGEFORMAT 306], [308], [311], [ REF \_Ref346822655 \w \h \\* MERGEFORMAT 333], [ REF \_Ref349183883 \w \h \\* MERGEFORMAT 361]. Розглянемо другий закон термодинаміки стосовно рівноважних (оборотних) процесів. Для оборотного циклу Карно, у якому робочим тілом є ідеальний газ, ми довели, що його ККД залежить лише від температури холодильника і температури нагрівача (1.25). Але не слід думати, що цей висновок справедливий лише у випадку, коли робочим тілом є ідеальний газ. Карно довів (перша теорема Карно), що: *ККД оборотних циклів, які виконуються в однаковому температурному інтервалі, не залежать від роду робочого тіла.*

Доведемо цю теорему. Нехай є два термостати з температурами  $T_1$  і  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ), які ми будемо використовувати у якості нагрівача та холодильника двох теплових машин (рис. 1.9), в одній із яких робочим тілом є ідеальний газ, а у іншій – довільне тіло (реальний газ, рідина, тверде тіло, чи їх довільна комбінація). Запишемо загальні вирази (1.9) для ККД цих машин:

Налаштуємо теплові машини так, щоб одна із них (наприклад, з довільним робочим тілом) здійснювала прямий цикл Карно, а друга (робоче тіло – ідеальний газ) – зворотний, причому вся робота, яку виконує перша машина, використовується для виконання зворотного циклу у другій машині (рис. 1.9).

Припустимо, що ККД залежить від роду робочого тіла, тобто, наприклад,  $\eta < \eta_0$ . Використовуючи це припущення і (1.9), маємо:

Оскільки чисельники у лівій і правій частині цієї нерівності однакові (робота за умови налаштування машин однакова), то приходимо до нерівності  $Q_2 < Q_2^0$ . Враховуючи цю нерівність, перегрупуємо члени в (1.28):  $Q_1 - Q_2 < Q_1 - Q_2^0$ . Останній вираз показує, що деяка кількість теплоти (див. рис. 1.9) перейшла від холодильника до нагрівача і при цьому ніяких змін у навколишньому середовищі не відбулось, що суперечить

постулату Клаузіуса. Тому наше припущення ( $\eta < \eta_0$ ) невірне. Для того, щоб переконатись, що й зворот не припущення ( $\eta > \eta_0$ ) невірне, достатньо машини поміняти місцями і виконати аналогічні розрахунки. Таким чином,

приходимо до висновку, що, незалежно від роду робочого тіла, ККД циклу

Карно визначається лише температурою холодильника та нагрівника (1.13) і для оборотного циклу Карно завжди можна писати:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (1.14)$$

Із урахуванням того, що знаки кількості теплоти протилежні ( $Q_1 > 0$ ,  $Q_2 < 0$ )

), для їх абсолютних значень маємо: . Відношення кількості теплоти до температури, при якій воно одержане, називається зведеною теплотою. Отже, сума зведених теплот у циклі Карно дорівнює нулю.

Розглянемо довільний оборотний цикл і перетнемо цей цикл великою кількістю ізотерм і адіабат, тобто даний цикл включатиме множину малих циклів Карно (рис. 1.10). Нехай всі елементарні цикли виконуються в одному й

тому ж напрямі, наприклад, як і основний цикл – за годинниковою стрілкою. Усі ці цикли оборотні і для них справедливий вираз (1.13). Додамо почленно всі вирази (1.14), записані для зображених на рис. 1.10 елементарних циклів Карно:

. Неважко побачити, що в цьому виразі не повинно бути всіх членів, що належать до тих відрізків адіабат та ізотерм, на яких елементарні цикли стикаються між собою. Для адіабат це слідує із того, що для них . Що ж до ізотерм, то вони у сусідніх циклах проходять у протилежних напрямках.

Таким чином, величини , що належать до ізотерм, на яких цикли

стикаються, в сумі повинні давати нуль. Звідси слідує, що у сумі не повинно бути доданків, які належать до ліній стикання елементарних циклів, і, отже, повинні залишатись лише доданки, які належать до зовнішнього контуру, яким є вихідний цикл.

У граничному випадку (кількість елементарних циклів Карно прямує до

нескінченності) вираз переходить у інтеграл:



(1.15)

Цей інтеграл у літературі відомий під назвою інтеграл Клаузіуса.

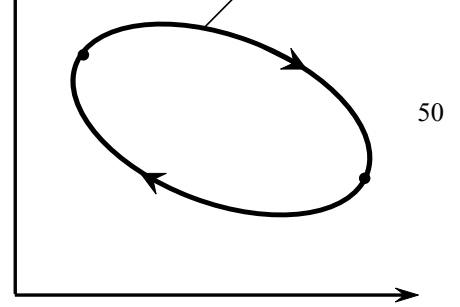
Як відомо з математики [231], одержаний інтеграл – це криволінійний інтеграл і те, що такий інтеграл вздовж замкнутої лінії дорівнює нулю, означає, що підінтегральний вираз є повним диференціалом деякої функції. Ця функція одержала назву ентропія ( $S$ ). Тому можна записати:

(1.16)

Оскільки  $S$ , то ентропія (як і внутрішня енергія, для якої  $U$ ), є функцією стану системи. Легко переконатись, що інтеграли, значення яких вздовж деякої замкненої лінії дорівнюють нулю, при інтегруванні вздовж незамкненої лінії, набувають значення, які не залежать від виду лінії інтегрування, а визначаються лише початковою й кінцевою точками. Дійсно,

оскільки ентропія є функцією стану, то  $S_2 - S_1$ . З іншої сторони, інтеграл вздовж замкнутої лінії (див. рис. 1.11) дорівнює сумі інтегралів на окремих

ділянках замкненої лінії, тобто:



причому кожний із інтегралів останньої рівності визначає зміну ентропії при переході системи від першого стану до другого. Отже, зміна ентропії при переході від одного стану до іншого не залежить від того, яким шляхом система перейшла із одного стану в інший, а це, в свою чергу, означає, що значення ентропії системи залежить лише від стану і не залежить від виду процесу, за допомогою якого система перейшла у даний стан, тобто, як уже зазначалось, ентропія, як і внутрішня енергія, є функцією стану.

Дійсно, якби ентропія не була б однозначною функцією стану, то із стану, зображеного на рис. 1.12 точкою (3), зміна стану системи могла б

здійснюватися по безлічі, наприклад, адіабат (дві з них (3-2) і (3-1) показані на рис. 1.12), і можливим був би перетин адіабат. Але це призводить до порушення другого закону термодинаміки, оскільки при цьому можливий круговий процес, зображений на рис. 1.12 відрізками ізотерми (1-2) та відрізками адіабат (2-3) і (3-1), які перетинаються [25].

На ділянці ізотермічного процесу (1-2) такого циклу від термостата береться теплота  $Q_1$  і за рахунок цієї теплоти без відведення тепла виконується додатна робота, що чисельно дорівнює площі, яка обмежується циклом. Таким чином, одержали б вічний двигун другого роду.

Вираз (1.16) може розглядатися як аналітичне формулювання другого закону термодинаміки для оборотних (квазістатичних) процесів. Узагальнення виразу (1.16) на скінчену зміну стану системи при оборотних процесах показує,

що будь-яка рівноважна система володіє адитивною функцією стану – ентропією, яка визначається виразом:

$$S = S_0 + \int \frac{dQ}{T} \quad (1.17)$$

Константу  $S_0$  у рамках першого і другого законів термодинаміки визначити неможливо, але на практиці фактично завжди представляє інтерес не значення ентропії у деякому стані, а зміна ентропії під час переходу системи із одного стану в інший:

і при цьому значення сталої  $S_0$  є несуттєвим.

Нескінченно мала кількість теплоти, яка призводить до зміни ентропії, визначається виразом:

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad (1.19)$$

Цей вираз для елементарної кількості теплоти має такий же вигляд, як і вираз (1.3) для елементарної роботи, причому абсолютна температура  $T$ , як і тиск у виразі (1.3) є інтенсивним параметром, а ентропія (як і об'єм в (1.3)) – екстенсивним параметром теплопередачі. Схожість виразів для  $dQ$  і  $dA$  обумовлена спорідненістю природи цих величин: і та й інша величина виражають кількість енергії, яку одержує система [162], [176].

Із виразів (1.16-19) витікає, що при всіх адіабатних квазістатичних процесах ентропія тіла залишається без зміни, оскільки  $dQ = 0$ , і тому адіабатні оборотні процеси називають також ізоентропічними, адіабату – кривою рівної ентропії або ізоентропою. Отже, другий закон термодинаміки для оборотних процесів математично записується у вигляді (1.16-19) і включає в себе два твердження [25]:

- будь-яка термодинамічна система має однозначну і адитивну функцію стану – ентропію;

- оборотні (квазістатичні) процеси в ізольованій системі відбуваються без зміни ентропії.

Квазістатичні (оборотні) процеси, як уже зазначалось, відбуваються при нескінченно малій різниці температур, концентрацій, тиску тощо, тобто вони повинні відбуватися з нескінченно малою швидкістю. Оборотні процеси – це ідеалізовані процеси, які лише в тому або іншому ступені точності відображають закономірності реальних процесів природи, але їх вивчення і узагальнення одержаних результатів допомагає зрозуміти закономірності реальних, у загальному випадку, необоротних процесів [8], [62], [63], [203].

### 1.3.2.3. Основне рівняння термодинаміки для оборотних процесів.

Методичні підходи до виведення основного рівняння термодинаміки висвітлюються у багатьох навчально-методичних посібниках [8], [25], [62], [63].

Об'єднуючи математичні вирази першого та другого законів термодинаміки для оборотних процесів, одержимо наступне рівняння:

$$(1.20)$$

Це рівняння є найфундаментальнішим співвідношенням усієї термодинаміки квазістатичних (оборотних) процесів. Воно пов'язує між собою основні термодинамічні величини ( $T$ ,  $S$ ,  $E$ ,  $p$ ,  $V$ ), які характеризують стан системи. Тому вираз (1.20) одержав назву основної термодинамічної рівності, або основного рівняння термодинаміки квазістатичних систем. Основне рівняння термодинаміки ми будемо часто використовувати у подальшому. Із цього рівняння, зокрема, формально слідує, що в ізольованій системі ( $E = V = dS = dQ$ )

При оборотних процесах теплопровідності передача теплоти відбувається таким чином, що температура деякого тіла на нескінченно малу величину відрізняється від температури дотичних тіл, інакше умову оборотності не було б здійснено. Отже, якщо у якому-небудь подібному процесі тіло одержало від джерела теплоту  $dQ$ , то ентропія джерела зменшиться на величину  $dQ/T$  і якраз на таку ж величину збільшиться ентропія даного тіла (нехтуючи нескінченно малою різницею температур). Зменшення ентропії одного тіла компенсується зростанням її у іншого тіла, а звідси слідує, що ентропія всієї системи від оборотної передачі тепла зміниться не може [8], [REF\_Ref346815427 \w \h 25], [62], [63], [189], [203], [302], [REF\_Ref347055803 \w \h \\* MERGEFORMAT 304], [REF\_Ref346819561 \w \h \\* MERGEFORMAT 306], [308], [311], [REF\_Ref346822655 \w \h \\* MERGEFORMAT 333], [REF\_Ref349183883 \w \h \\* MERGEFORMAT 361].

### 1.3.2.4. Аналітичне формулювання другого закону термодинаміки для необоротних процесів.

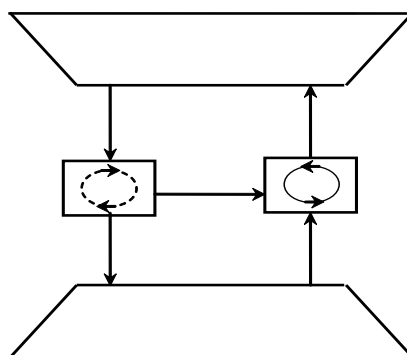
При необоротних процесах кожний стан системи, або ряд станів, є нерівноважними. Це означає, що процеси відбуваються з такою швидкістю, при якій параметри у різних частинах системи не встигають вирівнятися за рахунок теплового руху частинок системи. Очевидно, що це завжди відбуватиметься при скінченній різниці параметрів різних частин системи або

системи і навколишнього середовища. Якщо хоча б якась частина процесу є нерівноважним процесом, то і весь процес є нерівноважним. Він не допускає можливості повернення системи у початковий стан так, щоб у навколишньому середовищі не відбулися зміни, тобто такі процеси є необоротними. Ця принципова відмінність оборотних і необоротних процесів призводить до принципової відмінності взаємного перетворення теплоти та роботи при таких процесах, що доводить друга теорема Карно.

*Друга теорема Карно: ККД оборотного циклу Карно завжди більший ККД необоротного циклу, який здійснюється з тим же холодильником і з тим же нагрівачем.*

Для доведення другої теореми Карно розглянемо два тіла з достатньо великою теплоємністю і різними температурами:  $T_1 > T_2$  (рис. 1.13) [189], [302],

[254], [ REF\_Ref347055803 \w \h \\* MERGEFORMAT 304], [ REF\_Ref346819561 \w \h \\* MERGEFORMAT 306], [308], [311], [ REF\_Ref346822655 \w \h \\* MERGEFORMAT 333], [ REF\_Ref349183883 \w \h \\* MERGEFORMAT



361. Тіло з вищою температурою будемо використовувати як нагрівач, інше – як холодильник у двох теплових машинах,

Рис. 1.13. Ілюстрація теореми Карно

одна з яких працює по прямому циклу, друга – по зворотному. Причому, нехай машина, яка працює по зворотному циклу (проти годинникової стрілки – це холодильна машина) використовує лише оборотні процеси. У іншій машині використовується необоротний циклічний процес, і її цикл здійснюється за годинниковою стрілкою – це тепла машина. Її призначення – отримання корисної (додатної за знаком) роботи. Запишемо вирази для ККД цих машин:

У результаті дії теплової машини нагрівач витрачає кількість теплоти  $Q_1$ , холодильнику віддається –  $Q_2$ , одержана робота повністю йде на приведення в дію холодильної машини. Над робочим тілом холодильної машини виконується вказана робота і при цьому від холодильника відводиться кількість теплоти  $Q_2$ , а нагрівачу передається теплота  $Q_1$ . Обидві машини, включаючи їх робочі тіла, нагрівач і холодильник, є ізольованою системою.

Оскільки оборотні й необоротні процеси принципово відрізняються, то випадок рівності їх ККД виключаємо:  $\eta_1 < \eta_2$ . Теорема Карно вказує на те, що повинна виконуватися нерівність:  $\eta_1 > \eta_2$ .

Щоб це довести, припустимо протилежне:  $\eta_1 < \eta_2$ .

Використовуючи вирази для ККД машин і налаштування машин (робота, виконана тепловою машиною, повністю витрачається на приведення в дію холодильної машини)  $Q_2 = W$ , можна записати наступне:  $\eta_1 < \eta_2$ .

Оскільки в чисельниках дробів цієї нерівності стоїть робота, однакова для обох машин  $W$ , то попередня нерівність виконується, якщо виконуються наступні нерівності:  $Q_1 < Q_2$ . Перегрупуємо члени у рівності робіт і врахуємо останню нерівність:  $Q_1 < Q_2$  або

$Q_1 - Q_2 < 0$ . Ці нерівності вказують, що деяка кількість теплоти відібрана від холодильника і передана нагрівачу без інших змін у навколишньому середовищі (рис. 1.13). Але це суперечить постулату Клаузіуса. Таким чином, наше припущення, що  $\eta_1 < \eta_2$ , невірне.

Отже, правильним буде наступне співвідношення для ККД оборотного і необоротного циклу:  $\eta_1 > \eta_2$ , тобто ККД оборотного циклу завжди більший ККД необоротного циклу, який здійснюється з тим же холодильником і нагрівачем, що й доводить другу теорему Карно.

Розглянемо тепер (із урахуванням теореми Карно) деякий довільний необоротний цикл та оборотний цикл Карно, який здійснюється з тим же нагрівачем і холодильником, що й даний необоротний цикл [8], [25], [263], [302], [REF\_Ref347055803 \w \h \\* MERGEFORMAT 304], [REF\_Ref346819561 \w \h \\* MERGEFORMAT 306], [308], [311], [REF\_Ref346822655 \w \h \\* MERGEFORMAT 333], [REF\_Ref349183883 \w \h \\* MERGEFORMAT 361].

Відповідно до теореми Карно для цих циклів маємо:  $\eta_1 > \eta_2$ , де  $Q_1$  – кількість теплоти, одержана робочим тілом у необоротному циклі від нагрівача

з температурою  $T_1$ ,  $Q_2$  – теплота передана ним холодильнику ( $T_2$ ).

Останню нерівність можна переписати у вигляді:  $\sum Q_i < 0$ . Із урахуванням знаку переданої кількості теплоти ( $Q_2 < 0$ ), ця нерівність приводить до висновку, що в необоротному циклі сума зведеної теплоти менша за нуль:

. Як і при розгляді оборотних циклів, будемо відволікатись від уявлення про машину і будемо розглядати деякий необоротний цикл, який перетнемо рядом близьких ізотерм та адіабат. Одержимо нескінченно малі цикли Карно. Тоді, переходячи, як раніше, до додавання зведених теплот в кожному елементарному циклі, ми можемо написати для складного циклу:

$$\sum_{i=1}^n Q_i < 0$$

При обчисленні зведеної теплоти за всіма циклами для всіх внутрішніх циклів ця сума буде дорівнювати нулю, тому що на адіабатах  $dQ = 0$ , а ізотермічні процеси у сусідніх циклах йдуть у протилежних напрямках. У граничному випадку, коли всі допоміжні цикли Карно стають нескінченно малими і  $dQ = 0$ , останній вираз для будь-якого необоротного циклу набуває вигляду (який має назву нерівність Клаузіуса):

$$\oint \frac{dQ}{T} < 0 \quad (1.21)$$

Ми приходимо, таким чином, до важливого результату, що в найзагальнішому випадку (оборотні й необоротні процеси) буде справедливим вираз:

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0 \quad (1.22)$$

тобто інтеграл Клаузіуса для циклічного процесу завжди або менший за нуль (необоротні процеси), або дорівнює нулю (оборотні процеси), але не може бути більшим за нуль. У такому вигляді це твердження є загальним математичним формулюванням другого закону термодинаміки. Наслідки, які слідують із цього виразу, будуть розглянуті нижче.

Розглянемо деякий циклічний процес, у якому частина є оборотним процесом (рис. 1.14), а інша частина – необоротним, тобто весь цикл є необоротним. Запишемо нерівність Клаузіуса для цього необоротного циклу:

або:

Але права частина в останньому виразі – це зміна ентропії в оборотному процесі, тому можна записати:

(1.23)

Цей вираз слідує із (1.22), тому його можна розглядати як аналітичне формулювання другого закону термодинаміки для необоротних процесів, із якого, зокрема, слідує, що в ізольованій системі необоротні процеси відбуваються лише у напрямі зростання ентропії. Одержаний висновок часто називають законом зростання ентропії для необоротних процесів.

Ентропія, як ми уже раніше з'ясували, являється функцією стану і не має значення, яким чином система перейшла у даний стан – оборотним чи необоротним процесом. І, у зв'язку з цією її важливою властивістю, підкреслимо, що нерівність (1.23) не можна трактувати як твердження про те, що зміна ентропії між двома рівноважними станами системи при оборотному переході більша ніж при необоротному. Нерівність (1.23) насправді стверджує, що зміна ентропії при оборотному переході системи між двома її рівноважними станами більша, ніж сума зведеної теплоти при необоротному переході між

цими станами. Наголошуємо, що інтеграл визначає зміну ентропії лише в оборотному процесі, а у необоротному – це просто загальна зведена теплота процесу! Якщо ж система із стану (1) переходить у стан (2) необоротно, то для підрахунку зміни ентропії у результаті такого переходу потрібно розглянути деякий прийнятний оборотний процес, за допомогою якого система могла б перейти із стану (1) у стан (2) і скористатись виразом (1.23). Оскільки зміна ентропії не залежить від виду процесу, а визначається лише початковим та кінцевим станами, то одержане значення зміни ентропії в оборотному процесі буде дорівнювати зміні ентропії при необоротному переході системи між цими станами [8], [25], [62], [63], [189], [263], [302], [REF\_Ref347055803 \w \h \\* MERGEFORMAT 304], [REF\_Ref346819561 \w \h \\* MERGEFORMAT 306], [308], [311], [REF\_Ref346822655 \w \h \\* MERGEFORMAT 333], [REF\_Ref349183883 \w \h \\* MERGEFORMAT 361]. Для нескінченно близьких станів системи, якщо перехід між ними здійснювався необоротним шляхом, можна записати:

(1.24)



Якщо система ізольована, то  $dS > 0$ . Отже, другий закон термодинаміки можна записати у вигляді:

$$1. \quad \dots \quad (1.25)$$

Знак « $\leq$ » відноситься до рівноважних (квазістатичних) процесів, знак нерівності « $>$ » – до нерівноважних (необоротних) процесів. Реальні процеси природи, що завжди протікають з скінченою швидкістю, як правило, є необоротними. Якими б не були складними процеси в ізольованій системі, загальна спрямованість їх така, що сумарна ентропія ізольованої системи зменшуватись не може. Після завершення всіх необоротних процесів буде досягнуто такий стан системи, коли в ній не вдається провести жодного необоротного процесу, і їй будуть доступні лише оборотні зміни. Тоді повинно припинитись подальше зростання ентропії, і вона досягне максимального значення, що схематично зображено на рис. 1.15. Тому можна сказати, що ентропія ізольованої системи прагне до максимуму [164], [333].

Виходячи із сказаного, робимо висновок, що *ентропія* – це адитивна функція стану, яка є мірою наближення системи до стану рівноваги. У стані рівноваги ентропія набуває максимального значення. Якщо об'єднати аналітичні вирази для першого і другого законів термодинаміки для оборотних та необоротних процесів, то одержимо дуже важливу нерівність:

$$, \quad \dots$$

яка часто використовується в термодинамічних дослідженнях.

Останній вираз можна переписати у вигляді:  $\dots$ , із якого випливає, що при необоротному процесі робота, що здійснюється системою, завжди менша, ніж робота при оборотному процесі за даних умов. Звідси слідує висновок, який ми вже відмічали, що робота при оборотних процесах є максимальною із можливих. Будь-яке втручання необоротності у хід процесів призводить до зменшення можливої роботи системи.

Якщо температура не змінюється ( $T = \text{const}$ ), то останній вираз можна записати у вигляді:  $\dots$ . Величина, що стоїть у правій частині під знаком диференціала, називається вільною енергією:

$$\dots \quad (1.26)$$

Вільна енергія виражається через адитивні функції стану  $E$ ,  $T$  і  $S$ , тому сама є адитивною функцією стану і є важливою характеристикою термодинамічних систем. При ізотермічному рівноважному процесі, як це слідує із попередніх виразів, робота виконується за рахунок вільної енергії  $dA = -dF$ , а при нерівноважному процесі робота менша за зміну вільної енергії:  $dA < -$

dF.

Внутрішню енергію  $E = F + TS$  можна представити у вигляді двох доданків: вільної енергії (F), за рахунок якої виконується робота в ізотермічних рівноважних процесах, і величини (TS), яку часто називають зв'язаною енергією. Зв'язана енергія – це частина внутрішньої енергії, яка не може бути перетворена в роботу.

Із виразу (1.26) витікає, що в ізольованій системі по мірі розвитку самовільного процесу (при цьому зростає ентропія і, як наслідок, зростає зв'язана енергія) вільна енергія F зменшується, тому, як уже зазначалось, здатність системи здійснювати роботу зменшується [8], [25].

Безперервне зростання ентропії ізольованої системи, викликане необоротними процесами, неминуче супроводжується розсіюванням енергії.

Відповідно вказаним процесам Томсон формулює принцип розсіювання енергії: енергія ізольованої системи поступово «знецінюється» і розсіюється [89].

У силу сказаного, ентропії можна приписати і наступний фізичний зміст ентропії: *ентропію можна розглядати як адитивну функцію стану системи, яка є мірою знецінення енергії й характеризує ступінь наближення системи до стану рівноваги* [263].

### **1.3.2.5. Еквівалентність постулатів і математичного формулювання другого закону термодинаміки.**

Другий закон термодинаміки формулюється як у вигляді постулатів, так і аналітично. Тому потрібно довести, що математичне формулювання (1.46) другого закону термодинаміки є еквівалентним термодинамічним постулатам Томсона і Клаузіуса (еквівалентність цих постулатів була доведена раніше) [REF\_Ref349641138 \w \h 8], [REF\_Ref346815427 \w \h 25], [302], [REF\_Ref347055803 \w \h \\* MERGEFORMAT 304], [REF\_Ref346819561 \w \h \\* MERGEFORMAT 306], [308], [311], [REF\_Ref346822655 \w \h \\* MERGEFORMAT 333]. Для цього розглянемо ізольовану систему із жорсткими стінками, яка складається із двох ізольованих підсистем з температурами  $T_1 > T_2$ . Оскільки внутрішня енергія і ентропія являються адитивними величинами, то для всієї системи можна записати:  $E = E_1 + E_2$ ,  $S = S_1(E_1) + S_2(E_2)$ . Якщо порушити адіабатичність перегородки між підсистемами, то почнеться необоротний процес теплообміну, у результаті якого зміниться внутрішня енергія підсистем, але внутрішня енергія всієї системи не зміниться:  $dE = dE_1 + dE_2 = 0$ . Звідси:  $dE_1 = -dE_2$ . Виразимо диференціал ентропії у вигляді:

Процес теплообміну між підсистемами з кінцевою різницею температур, як уже зазначалось, є необоротним, отже цей процес, згідно із математичним виразом другого закону термодинаміки (1.25), повинен супроводжуватись ростом ентропії, тобто:

Із основного рівняння термодинаміки (1.20) слідує, що якщо об'єм системи не змінюється, тобто робота у даній системі не виконується, то:

$$(1.27)$$

Тоді, враховуючи це співвідношення, маємо: . Оскільки за умовою  $T_1 > T_2$ , то  $dE_1 < 0$ , тобто тепло самовільно передається від тіла з вищою температурою  $T_1$  до тіла з нижчою температурою  $T_2$ , що й узгоджується з постулатом Клаузіуса. Отже, аналітичне формулювання (1.25) другого закону термодинаміки еквівалентне постулатам (Томсона і Клаузіуса) цього закону.

### 1.3.3. Третій закон термодинаміки.

Перший закон термодинаміки описує кількісну сторону протікання термодинамічних процесів і забороняє протікання процесів, при яких порушується баланс енергії, тобто при яких енергія виникає або зникає без сліду цикл [ REF \_Ref349641138 \w \h 8], [302], [ REF \_Ref347055803 \w \h \\* MERGEFORMAT 304], [ REF \_Ref346819561 \w \h \\* MERGEFORMAT 306], [ 308], [311], [ REF \_Ref346822655 \w \h \\* MERGEFORMAT 333]. Із другого закону термодинаміки витікає, що кожному стану макроскопічної системи відповідає адитивна функція стану, що характеризує близькість системи до рівноваги, її впорядкованість та є мірою знецінення енергії [ REF \_Ref346815427 \w \h \\* MERGEFORMAT 25], [46], [53], [59], [63], [198]. Функція , що володіє цими властивостями, називається ентропією. Зміна ентропії вказує

на можливий напрям протікання процесів: . Згідно з цим законом, в адіабатично ізольованій системі оборотні процеси йдуть без зміни ентропії, а необоротні – із зростанням ентропії. Вона визначається з точністю до довільної постійної, згідно із співвідношенням:

причому константу інтегрування, залишаючись у рамках першого і другого законів термодинаміки, визначити неможливо.

Ентропія, як функція стану, може залежати від властивостей системи (температури) і зовнішніх параметрів. Якщо зовнішні параметри не змінюються і теплообміну з навколишнім середовищем немає, то всі рівноважні процеси йдуть без зміни ентропії. Виникає питання, як поводитиметься ентропія, якщо зовнішні параметри не будуть змінюватись, але адіабатичність порушена і система, наприклад, охолоджується. На рис. 1.16 неперервними лініями показано схематичні криві зміни ентропії системи при різних початкових зовнішніх параметрах ( $a_1$  і  $a_2$ ) при охолодженні і штриховими та пунктирними – можливий хід цих же кривих в області дуже низьких температур. Зменшення ентропії при охолодженні пояснюється зменшенням теплового руху молекул і відповідно – збільшенням впорядкованості. В області наднизьких температур можливі два результати: криві йдуть по-різному або зближуються і починаючи з деякої температури, не дивлячись на відмінність зовнішніх параметрів,

зливаються. У рамках першого закону термодинаміки можна ні передбачити, ні

Німецький хімік Нерст сформулював третій закон термодинаміки: ентропія всякої рівноважної системи при абсолютному нулі прямує до нуля. Це і є формулювання так званого третього закону термодинаміки.

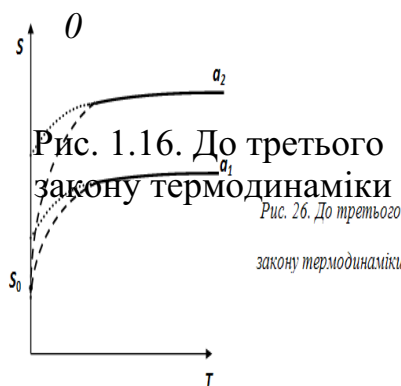


Рис. 1.16. До третього закону термодинаміки  
Рис. 26. До третього закону термодинаміки

одинаковий результат не можна отримати лише експериментально. Нерст встановив [274]: температура до абсолютного нуля однакова для всіх систем. У більшості випадків термодинамічних

процесах має значення лише зміна ентропії. Але ентропія входить у комбінації з температурою у вигляді вільної енергії та деякі інші важливі функції стану, через які можна визначити параметри системи (вони будуть розглянуті в подальшому). Тому, в зв'язку з цим, величина константи  $k_B$  набуває самостійного значення. Оскільки постійна  $k_B$  однакова для всіх тіл, то, за пропозицією Планка, зручно робити відлік ентропії від цього рівня, прийнявши його за нульовий, подібно тому, як потенціальну енергію тіла, піднятого над землею, зручно відлічувати від рівня поверхні Землі. Тоді ентропія при будь-якій іншій температурі вже визначатиметься однозначно, якщо із досвіду відома температурна залежність теплоємності  $c=c(T)$ :

, де інтегрування ведеться впродовж деякого рівноважного процесу і, таким чином, розв'язується питання про визначення константи  $k_B$ .

Із теореми Нерста слідує два дуже важливі наслідки [25; 254].

1.  
1  
7.  
Д  
Наслідок 1. Абсолютний нуль температур недосяжний.

Д  
Доведемо цей наслідок. Розглянемо оборотний цикл Карно і припустимо, що абсолютний нуль температур можна досягти (рис. 1.17). У такому випадку в

е  
н  
тепловій машині Карно холодильник може мати температуру – абсолютний нуль, а нагрівач – деяку температуру  $T > 0$ . Оскільки в результаті оборотного циклу Карно робоче тіло повертається у початковий стан, то його ентропія не зміниться. Зміна ентропії робочого тіла за цикл складається із її змін в окремих процесах:

я  
ж  
ентропії дорівнює . Процеси (2-3) і (4-1) адіабатичні, тому і . Процес (3-4) відбувається при абсолютному нулі температур, тому (за теоремою Нернста) протягом цього процесу ентропія не

змінюється: . Отже, припущення про можливість досягнення абсолютного нуля температури призвело до суперечності:

О  
Н  
Висновок про недосяжність абсолютного нуля температур не означає, що неможливо одержати температури скільки завгодно близькі до  $T = 0$  [222]. Зазначимо, що температури близькі до  $0,3\text{K}$  можна досягти шляхом випаровування рідкого гелію при швидкому відкачуванні. Адіабатичне розмагнічування парамагнітних солей дозволяє одержувати навіть температури близькі до  $\sim 0,001\text{K}$ . Для досягнення температур близьких до  $10^{-6}\text{K}$  використовується адіабатичне розмагнічування ядерних спінів [194], [222]. Гази, що перебувають під незначущим малим тиском, конденсуються при температурах, значно вищих у порівнянні з  $T=0$ . Із всіх речовин лише гелій залишається рідиною при і тиску порядку атмосферного. Усі інші речовини переходять у твердий стан задовго до температури  $T=0$ . Тому третій закон термодинаміки відноситься до конденсованих рівноважних систем, тобто до твердих і рідких тіл.

Наслідок 2. Поблизу абсолютного нуля частинні похідні по температурі не лише від ентропії, але і від усіх інших термодинамічних функцій (внутрішньої енергії, ентальпії, вільної енергії тощо, а також тиску і об'єму), при прямують до нуля. Наприклад:

8.  
С  
хе  
м  
Як ілюстрація зменшення до нуля частинної похідної від ентальпії (теплоємності при постійному тиску) на рис. 1.18 схематично показано експериментальну залежність теплоємності твердих тіл від температури.

Теорема Нернста, із такими важливими для фізики наслідками, одержала назву третьої закон термодинаміки. Він має менше значення, ніж перший і другий закони, але, за тим не менш, є важливим – особливо при описанні систем із низькими температурами.

На закінчення слід зазначити, що ідеальні гази не задовольняють тепловій теоремі Нернста. Дійсно, для ідеального газу похідна по температурі

дорівнює і при не обертається в нуль, як це повинно бути згідно з тепловою теоремою Нернста. Різниця теплоємностей ( $c_p - c_v$ ) при теж не є нулем, а дорівнює газовій сталій  $R$ . Невідповідність властивостей ідеальних, тобто сильно розріджених газів, тепловій теоремі, пов'язана з непридатністю до них при низьких температурах рівняння Менделєєва-Клапейрона.

Узагальнюючи матеріал даного розділу дослідження, слід наголосити, що закони термодинаміки, які в межах феноменологічного розгляду представляються фундаментальними, у дійсності можуть бути одержані як наслідок властивостей простору та часу і статистичних законів. Тому зміст, структура і методи навчання традиційних питань термодинаміки у вищих навчальних закладах у наш час не відповідає суті й методології сучасної фізики, оскільки їх феноменологічне вивчення в недостатній мірі відображає внутрішні глибинні закономірності природи і не відповідає сучасним загальнофізичним вимогам, які у найбільш концентрованому вигляді сформулював ще А.

Ейнштейн. Він, зокрема, зазначав, що мета теоретичної фізики полягає в тому, щоб створити систему понять, засновану на якомога меншій кількості логічно незалежних гіпотез, яка дозволила б встановити причинний взаємозв'язок усього комплексу фізичних процесів. Це ще раз підтверджує, що існуючі методики вивчення термодинаміки, як розділу теоретичної фізики, вимагають суттєвої корекції – переходу до інтегрованого навчання, сутність якого полягає у розгляді законів термодинаміки з позицій статистичної теорії. На цьому підґрунті нами сформульовано теоретичні основи й концептуальні засади методики викладання в педагогічних університетах статистичного методу вивчення макроскопічних систем та статистичного обґрунтування законів термодинаміки [243], [244], [253], [REF \_Ref349182556 \r \h 254], [REF \_Ref346815450 \r \h 255], [REF \_Ref347046868 \r \h 256], [REF \_Ref347046884 \r \h 258], [REF \_Ref349184485 \r \h 259], [REF \_Ref347641373 \r \h 262], [REF \_

Ref349206307 \r \h 263], [ REF \_Ref349186177 \r \h 265], [ REF \_Ref357192295 \r \h 268],

У наступному розділі дослідження буде доведено, що не лише закони термодинаміки можна довести з позицій статистичної теорії, але й методи дослідження, які використовували творці термодинаміки, мають статистичне обґрунтування. Більш того, статистичний метод, на відміну від термодинаміки, дає принципову можливість розрахунку характеристичних функцій, які складають основу термодинамічного методу дослідження макроскопічних систем. Методика подання у навчальному процесі методів термодинаміки з статистичних позицій детально проаналізована в посібнику [ REF \_Ref346815450 \r \h 255] та монографії [ REF \_Ref349206307 \r \h 263] і використана в статтях [ REF \_Ref347505142 \w \h 229]

#### **1.4. Недоліки методичних підходів до навчання термодинаміки в педагогічних вищих навчальних закладах.**

Здійснивши детальний аналіз традиційних методичних підходів до викладання основних питань термодинаміки у педагогічних вищих навчальних закладах, ми з'ясували, що вони характеризуються деякими принциповими недоліками, і показали, що при вивченні термодинаміки і застосуванні її співвідношень для аналізу конкретних макроскопічних систем слід враховувати ті особливості термодинамічного підходу до опису явищ, які відрізняють термодинамічний метод від методів, прийнятих у інших областях природничих наук. Виокремимо головні особливості термодинамічного методу, а саме:

1. Термодинамічний метод побудований на використанні невеликої кількості узагальнених закономірностей, сформульованих у результаті накопичення і наукового аналізу величезного експериментального матеріалу. Ці закономірності підтвержені досвідом розвитку природничих наук і тому мають дуже високу міру достовірності, що дозволяє розглядати їх як закони природи. Історично ці основні закономірності були сформульовані у вигляді трьох законів або трьох «начал» термодинаміки. Перший закон термодинаміки являє собою загальний закон збереження та перетворення енергії, сформульований у спеціальних термодинамічних поняттях. Другий закон термодинаміки встановлює певну спрямованість змін, що виникають у реальних процесах обміну енергією. Цей закон не має тієї загальності, яка характерна для першого закону, і використовується лише для тих явищ, які включають теплову форму обміну енергією. Ще більш обмежену область застосування має третій закон термодинаміки, який пояснює поведінку речовини при температурі, близькій до абсолютного нуля. Не дивлячись на різний ступінь використання цих трьох законів, кожний із них є самостійним законом, і лише їх комплексне використання дозволяє розглядати термодинаміку як цілісну, внутрішньо не суперечливу науку. Використання цих найбільш універсальних законів природи забезпечує достовірність усіх наслідків і співвідношень термодинаміки.

2. Для описання процесів обміну енергією за допомогою різних співвідношень, що одержуються на основі трьох зазначених законів, у термодинаміці використовують лише такі фізичні поняття й величини, зміст яких не пов'язаний з існуючими уявленнями про мікроскопічну (молекулярну, атомарну тощо) будову матерії. Ці величини можуть бути або безпосередньо виміряні, або розраховані за термодинамічними співвідношеннями з використанням інших величин, які вимірюються дослідним шляхом. Вони характеризують результат усередненої дії величезної кількості індивідуальних мікроскопічних частинок речовини, коли вплив кожної окремої частинки стає невизначеним. Такого роду величини називають макроскопічними на відміну від мікроскопічних величин, що характеризують поведінку окремих молекул, атомів та інших найдрібніших частинок, з яких складаються макроскопічні тіла. Прикладами макроскопічних величин можуть слугувати температура, тиск, густина тощо. Ці поняття мають зміст лише для макроскопічних тіл. Перевага такого феноменологічного підходу до вивчення широкого кола природних явищ полягає в тому, що загальні термодинамічні співвідношення, не дивлячись на великі відмінності в конкретних фізичних властивостях форм матерії, можуть бути застосовані до речовини у будь-якому стані – до газів, парів, твердих і рідких тіл, електромагнітного випромінювання тощо, при цьому справедливості термодинамічних співвідношень і висновків не порушується, коли в ході розвитку фізики безперервно поглиблюються або навіть кардинальним чином змінюються уявлення про будову речовини. Тому переважна більшість наукових досліджень макроскопічних систем у XIX та початку XX століть виконувались за допомогою трьох законів термодинаміки.

Нами також показано, що відповідно до становлення термодинаміки як науки, зазнавали змін і методичні підходи до викладання питань термодинаміки у навчально-методичній літературі. На початок XXI століття на теренах колишнього Радянського Союзу було створено достатньо велику за обсягом бібліотеку навчальної та методичної літератури (в основному російськомовної) з основ термодинаміки. Класичними навчальними посібниками, на яких навчалося не одне покоління фізиків, інженерів та вчителів фізики, є посібники І. Базарова [25], І. Кваснікова [REF\_Ref346818670 \w \h 162] В. Коновалова [176], І. Новикова [277], В. Ноздрьова [279], А. Путілова [301], [302], Л. Радущкевича [304] та інші, [62], [63], [141], [177], [186], [REF\_Ref346819561 \w \h \\* MERGEFORMAT 306], [308], [311], [REF\_Ref346822655 \w \h \\* MERGEFORMAT 333], [REF\_Ref349183883 \w \h \\* MERGEFORMAT 361], [REF\_Ref349184010 \w \h \\* MERGEFORMAT 378], [REF\_Ref349184127 \w \h \\* MERGEFORMAT 409], [REF\_Ref346818732 \w \h \\* MERGEFORMAT 412]. Навчальний матеріал з курсу термодинаміки ретельно висвітлений також у посібниках автора дослідження [240], [247], [250], [251], [253], [254], [255]. Перевагами цих посібників є те, що теоретичні питання в них ілюструються великою кількістю задач, що нерозривно пов'язані з основним текстом, є його доповненням та поглибленням і наведені з розв'язками, що сприяє підвищенню рівня засвоєння студентами знань з курсу теоретичної фізики. Сьогодні ми



працюємо у напрямі розроблення основних вимог до нових підручників і посібників, що відбивають сутність інтегрованого підходу до навчання теоретичної фізики та створення комплексу навчально-методичного забезпечення як основної передумови ефективної самостійної роботи студентів в умовах кредитно-модульної системи навчання, який відповідає сучасним теоретичним вимогам [11], [239], [415].

На основі аналізу існуючих методик викладання основних термодинамічних питань у сучасній навчально-методичній літературі [ REF \_Ref349641138 \w \h 8], [ REF \_Ref346815427 \w \h 25], [59], [62], [164], [176], [ REF \_Ref356927688 \w \h 226], [270], [281], [284], [302], [ REF \_Ref347055803 \w \h \\* MERGEFORMAT 304], [ REF \_Ref346819561 \w \h \\* MERGEFORMAT 306], [308], [311], [ REF \_Ref346822655 \w \h \\* MERGEFORMAT 333], [ REF \_Ref349183883 \w \h \\* MERGEFORMAT 361] ми конкретизували найбільш суттєві недоліки викладання курсу «Термодинаміка і статистична фізика» у педагогічних вищих навчальних закладах, а саме:

1. Традиційна методика навчання термодинаміки носить переважно формальний характер.

2. При послідовному вивченні класичної термодинаміки за традиційною методикою навчання, тобто як феноменологічної науки, немає можливості використовувати знання студентів із загального курсу фізики (розділ «Молекулярна фізика») про молекулярно-атомну будову речовини та статистичні закони, які при цьому відіграють домінуючу роль в закономірностях перебігу процесів та визначають властивості речовини, і як наслідок, студенти не в повному обсязі отримують важливу наукову інформацію.

3. Вищезазначений підхід до вивчення студентами основ термодинаміки не лише гальмує процес формування фізичного стилю їх мислення, але й викликає психологічне несприйняття формального опису явищ. Мотивація студентів до опанування новими науковими знаннями потребує не лише одержання результату шляхом математичних перетворень, але й пояснення механізму перебігу процесів, що феноменологічна термодинаміка не може дати в принципі.

4. Надмірне узагальнення емпіричних фактів, нехтування відомостями про внутрішню будову досліджуваних систем, призводить до деякої відчуженості змісту термодинаміки як навчальної дисципліни від сучасної фізики, яка, в першу чергу, опирається на вивчення внутрішньої будови речовини та властивість її структурних елементів.

5. Автори існуючих методик, розуміючи обмеженість чисто термодинамічного опису явищ, змушені використовувати невластиві термодинаміці молекулярні пояснення механізму явищ, що є яскравим прикладом непослідовності її вивчення, а зміст термодинаміки в традиційній методиці навчання стає симбіозом двох несумісних наук – феноменологічної та мікроструктурної.

Нами було визначено, що найсуттєвішим недоліком вивчення в курсі теоретичної фізики питань, які традиційно називаються термодинамічними, є те, що самі закони термодинаміки вводяться аксіоматично. Зокрема, у відомому посібнику Л. Радушкевича постулюється: «Перший закон термодинаміки в загальному вигляді є законом збереження і перетворення енергії. Цей закон, як відомо (виділено нами - І.М.) є одним із основних законів природи і слугує підґрунтям матеріалістичного погляду на властивості навколишнього світу. Багатовіковий досвід людства і незліченні експерименти, що доводять збереження енергії при усіх її перетвореннях, дають ясну реальну основу для матеріалістичного світогляду. Як будь-яке широке узагальнення, перший закон допускає ряд різних формулювань, загальний зміст яких один і той же, але їх використовують для обговорення різних конкретних завдань» [ REF \_Ref347055803 \w \h \\* MERGEFORMAT 304, 32], і наводяться декілька еквівалентних формулювань. І.Базаров – автор одного із найбільш авторитетних навчальних посібників для університетів, як і всі інші представники традиційних методик викладання термодинамічних питань, також постулює: «Перший закон термодинаміки є математичним вираженням кількісної сторони закону збереження і перетворення енергії в застосуванні до термодинамічних систем. Воно було встановлене в результаті експериментальних і теоретичних досліджень в галузі фізики і хімії». І, добре розуміючи обмеженість термодинаміки, відмічає: «Природно, що таке вивчення не може вважатися остаточним і повним; це викликає необхідність молекулярно-статистичного підходу до розгляду явищ, що і складає зміст статистичної фізики» [25, 39]. І дійсно, як нами показано в працях [244]; [255], [258]; [262]; [265] та в монографії [263] і узагальнено у даному дослідженні, з позицій статистичної теорії перший закон термодинаміки є наслідком властивостей простору та часу, а другий та третій закони термодинаміки – це наслідки статистичних законів.

Аналогічно, навіть ще більш яскраво, виражено формально аксіоматичний підхід у ході традиційного подання другого закону термодинаміки [ REF \_Ref346815427 \w \h 25], [59], [62], [164], [176], [ REF \_Ref356927688 \w \h 226], [302], [ REF \_Ref347055803 \w \h \\* MERGEFORMAT 304], [ REF \_Ref346819561 \w \h \\* MERGEFORMAT 306], [308], який із самого початку формулюється у вигляді постулатів, еквівалентність яких не очевидна, а доведення цієї еквівалентності сприймається студентами неоднозначно.

Таким чином, можна констатувати, що у традиційній методиці навчання термодинаміки не знаходить адекватного відображення тенденція, яка характерна для розвитку сучасної фізики: спираючись на невелике число основних принципів пояснювати всю сукупність фізичних явищ та законів цього розділу фізики. Відтак, при вивченні термодинаміки за традиційною методикою залишаються не реалізованими принципи інтеграції та фундаменталізації, що потребує з'ясування можливостей їх реалізації у підготовці студентів педагогічних університетів.

Отже, необхідно науково обґрунтувати та розробити інноваційну систему навчання термодинаміки і статистичної фізики для вищих навчальних закладів, і особливо – педагогічних, оскільки вчитель, у якого правильно сформовані наукові і методологічні підходи до трактування основ теоретичної фізики, буде здатний забезпечити якість освітньо-виховного процесу з фізики у загальноосвітньому навчальному закладі.

### **Висновки до розділу 1**

На основі аналізу наукової та навчально-методичної літератури з основ термодинаміки встановлено:

1. При вивченні термодинаміки і застосуванні її співвідношень для аналізу конкретних макроскопічних систем слід враховувати ті особливості термодинамічного підходу до опису явищ, які відрізняють термодинамічний метод від методів, прийнятих у інших областях природничих наук. Виокремлено головні особливості термодинамічного методу.

2. Традиційна методика навчання термодинаміки в педагогічних вищих навчальних закладах характеризується рядом недоліків. Найсуттєвішим недоліком є те, що закони термодинаміки вводяться аксіоматично, зокрема, другий закон термодинаміки формулюється у вигляді постулатів, еквівалентність яких не очевидна, а доведення цієї еквівалентності сприймається студентами неоднозначно.

3. У традиційній методиці навчання термодинаміки не знаходить адекватного відображення тенденція, яка характерна для розвитку сучасної фізики: спираючись на невелике число основних принципів, пояснювати всю сукупність фізичних явищ та законів цього розділу фізики. Відтак, при вивченні термодинаміки за традиційною методикою залишаються не реалізованими принципи інтеграції та фундаменталізації навчання.

4. Необхідним є формування нових підручників і посібників, що відбивають сутність інтегрованого підходу до навчання теоретичної фізики та створення комплексу навчально-методичного забезпечення як основної передумови можливості самостійної роботи студентів .

5. Вимагає обґрунтування та розроблення інноваційна система навчання термодинаміки і статистичної фізики для педагогічних вищих навчальних закладів, оскільки вчитель, у якого правильно сформовані наукові і методологічні підходи до трактування основ теоретичної фізики, буде здатний забезпечити якість освітньо-виховного процесу з фізики у загальноосвітньому навчальному закладі.

## РОЗДІЛ 2

# ТЕОРЕТИЧНІ ТА МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ ІНТЕГРОВАНОГО НАВЧАННЯ ТЕРМОДИНАМІКИ І СТАТИСТИЧНОЇ ФІЗИКИ В ПЕДАГОГІЧНИХ УНІВЕРСИТЕТАХ

У попередньому розділі ми розглянули теоретико-методичні засади традиційного вивчення термодинамічного методу дослідження макроскопічних систем. Основою цього методу є три закони термодинаміки, які встановлені в результаті узагальнення дослідних даних про теплові процеси та взаємне перетворення теплоти й макроскопічної роботи. Як зазначалось, при встановленні цих законів дослідники не опираються на уявлення про внутрішню будову речовини, а використовують лише дослідні дані про властивості, які характеризують системи в цілому і які можна експериментально виміряти. На базі цих законів розроблені два методи термодинамічних досліджень (метод циклів і метод характеристичних функцій), які дають можливість вивчати найрізноманітніші системи.

Але, як уже зазначалось, традиційна методика навчання термодинаміки має суттєві недоліки і не відповідає стану сучасної науки, а тому потребує достатньо радикальної перебудови. Тому, перш за все, покажемо, що, використовуючи статистичний метод вивчення макроскопічних систем, можна прийти до формулювання положень, які за фізичним змістом повністю еквівалентні законам термодинаміки. Тим самим доведемо, що термодинамічний та статистичний методи це два взаємно доповнюючі методи єдиного розділу фізики – статистичної термодинаміки і вказані раніше два методи (метод циклів і метод характеристичних функцій) потрібно розглядати не як методи термодинаміки, а як загальні методи статистичної термодинаміки, які у наш час, зберігаючи термінологію термодинаміки, використовуються у наукових дослідженнях властивостей і процесів в конкретних макроскопічних тілах (системах). Отже інтегроване навчання термодинаміки й статистичної фізики – це шлях, який наближає вивчення цих розділів теоретичної фізики до рівня і стану сучасної науки.

В основі сучасної статистичної термодинаміки лежить метод, розвинутий американським фізиком Гіббсом [91]; [92]. На відміну від термодинамічного методу, який в своїй основі базується на величезному розрізненому експериментальному матеріалі, який має лише одну загальну ознаку – взаємне перетворення роботи, теплоти та внутрішньої енергії, метод Гіббса у своїй основі використовує лише єдиний, достовірно обґрунтований (як експериментально, так і теоретично) постулат: *всі матеріальні системи складаються із величезної кількості мікроскопічних структурних елементів (молекули, атоми тощо), які хаотично рухаються і можуть взаємодіяти між собою по тим, чи іншим законам.* Тобто метод Гіббса цілком і повністю задовольняє критерію, якому, за думкою Ейнштейна, повинна відповідати фізична теорія.

Перші роботи американського теоретика Гіббса відносились до феноменологічної термодинаміки [90]. Займаючись тривалий час цим предметом, Гіббс, природно, не міг не побачити основний недолік феноменологічного методу – формалізм і неможливість з його допомогою з'ясувати механізм термодинамічних явищ та неможливість визначити шляхом розрахунку аналітичний вид, введених ним у термодинаміку, характеристичних функцій (їх ми будемо розглядати із статистичних позицій). Тому рано чи пізно Гіббс повинен був звернутись до кінетичної теорії й до робіт її основоположників, до яких у першу чергу відносяться Томсон [283], [285285], Лоренц [213], Максвелл [425] та Больцман [417]. І дійсно, на початку 80-х років XIX століття у Гіббса пробуджується інтерес до статистичних проблем теорії теплоти. Впродовж наступного десятиліття Гіббс продовжував розробляти питання, що цікавили його, і розвиваючи ідеї Больцмана, він розробив загальні принципи статистичної теорії, придатні для дослідження будь-яких систем. Метод, розроблений Гіббсом, дозволив всебічно дослідити питання про відношення мікроскопічних властивостей структурних елементів системи до її макроскопічного опису і знайти конкретний вираз цього відношення. При цьому Гіббс з'ясував величезну роль поняття ймовірності стану системи при вирішенні подібних питань.

У Гіббса статистична концепція Больцмана перетворилася на струнку послідовну статистичну теорію, яку, як виявилось, можна використовувати для вивчення як класичних, так і квантових систем. Згодом вона одержала назву статистична термодинаміка (деякі видатні фізики, наприклад А. Ахієзер, А. Ісіхара, Л. Ландау П. Терлецький називають її більш радикально – статистична фізика). Саме на засадах статистичної теорії нами пропонується концепція інтегрованого навчання в педагогічних університетах теоретичного курсу фізики «статистична термодинаміка», який до тепер традиційно називається «термодинаміка та статистична фізика».

### **2.1. Методичні підходи до статистичного дослідження термодинамічних систем.**

У подальшому ми розглянемо загальний статистичний метод дослідження термодинамічних систем, розроблений американським фізиком Гіббсом, який можна використовувати як для класичних, так і для квантових систем.

Оскільки метод Гіббса є не лише надзвичайно важливим, але й достатньо складним, ми пропонуємо спочатку розглянути окремі приклади статистичного аналізу процесів у системах з великою кількістю частинок, які хаотично рухаються, зіштовхуються між собою та стінками посудини, і тому значення їх динамічних характеристик є випадковими. У вивченні цих прикладів метод Гіббса не використовується, але статистичні засади є домінуючими. У якості таких окремих питань, на наш погляд, найбільше підходить вивчення розподілу молекул за швидкостями (Дж. К. Максвелл [425], та статистична теорія поляризації полярних діелектриків [266] чи намагнічення парамагнетиків [201]; [202], [249].

### 2.1.1. Викладення питання про розподіл молекул ідеального газу за швидкостями.

При викладенні цього питання, перш за все, потрібно розглянути, які фізичні міркування можуть привести до встановлення максвеллівського закону розподілу молекул за швидкостями. Це ми пропонуємо зробити наступним чином [233], [REF\_Ref349186345 \w \h \\* MERGEFORMAT 247], [REF\_Ref346815450 \w \h \\* MERGEFORMAT 255]. Насамперед зазначимо, що рух молекул газу є хаотичним (про це говорять численні досліди; наприклад, тиск газу на всі стінки посудини і окремі її ділянки однаковий), тому функція розподілу не повинна залежати від напрямку руху. Але, оскільки вона описує розподіл молекул за швидкостями, то, без сумніву, повинна залежати від швидкості. Ця залежність не може бути лінійною, оскільки швидкість – величина векторна і у випадку лінійної залежності була б залежність функції розподілу від напрямку швидкості. Тому можемо постулювати, що функція розподілу молекул за швидкостями може мати вигляд

Виходячи із ймовірнісних викладок, які відомі з теорії ймовірностей, приходимо до висновку, що ймовірність того, що довільно взята молекула має швидкість в інтервалі від  $v$  до  $v + dv$ , буде виражатись формулою  $f(v) dv$ , де  $f(v)$  – функція розподілу молекул за швидкостями.

Аналогічні формули можна записати й для розподілу молекул за проекціями швидкості:

Причому у цих виразах аналітичний вид функцій  $f_x(v_x)$ ,  $f_y(v_y)$  і  $f_z(v_z)$  повинен бути однаковий, тому що рух молекул хаотичний і всі напрямки рівноправні. Крім цього, з цієї ж причини, досить правдоподібним є те, що ймовірність деякої молекули мати проекцію  $v_x$ , яка лежить в інтервалі від  $v_x$  до  $v_x + dv_x$  не залежить від того, які в цієї молекули дві інші проекції швидкості. Тобто, ми маємо справу з незалежними подіями, за допомогою яких реалізується складна подія – швидкість молекули  $v$  знаходиться в інтервалі від  $v$  до  $v + dv$ . Тому можна застосувати теорему про множення ймовірностей:

Якщо умовно звести тривимірний простір швидкостей молекул в одну точку, то вони утворять сферичний розподіл швидкостей. Якщо рух молекул хаотичний, то швидкості молекул в інтервалі  $v$  до  $v + dv$  потрапляють в об'єм кульового прошарку товщиною  $dv$ . Їх проекції потрапляють у відповідні інтервали своїх змінних  $v_x$  до  $v_x + dv_x$ ,  $v_y$  до  $v_y + dv_y$  і  $v_z$  до  $v_z + dv_z$ . Таким чином, можна розглядати гіпотетичний декартовий



тривимірний простір, у якому вимірами (осями координат) будуть проекції швидкості  $v_x, v_y, v_z$ . У такому просторі інтервали значень проекцій швидкостей молекул (від  $-v_{max}$  до  $v_{max}$ ; від  $-v_{max}$  до  $v_{max}$ ; від  $-v_{max}$  до  $v_{max}$ ) утворюють кульовий прошарок, який можна розглядати як елемент об'єму. Елемент об'єму в декартовій системі координат у такому просторі буде виражатись аналогічно елементу об'єму звичайного тривимірного простору  $dV = dx dy dz$ , тобто він дорівнює  $dV = dv_x dv_y dv_z$ .

З іншого боку, оскільки кінець векторів швидкості молекул, які мають швидкість обмежену інтервалом від  $-v_{max}$  до  $v_{max}$ , попадають в кульовий прошарок товщиною  $dv$ , то під множником  $v^2$  у виразі (I) потрібно розуміти не просто нескінченно малий інтервал швидкості, а величину об'єму цього прошарку в просторі, у якому осями координат є  $v_x, v_y, v_z$ . Тому, виконавши відповідні скорочення, можна записати у вигляді:

Якщо прологарифмувати цей вираз  $\ln N = \ln N_0 - \frac{3}{2} \ln \left( \frac{v}{v_{max}} \right)$ , а потім результат продиференціювати відповідно по  $v$ , то одержимо:

Тут використано те, що  $\frac{d}{dv} \ln v = \frac{1}{v}$  і тому подібне.

Останні вирази можуть бути подані у вигляді:

Записана рівність означає, що функції різних аргументів збігаються у всій області, на якій вони визначені. Це можливе лише у тому випадку, якщо всі вони дорівнюють одній і тій же сталій величині.

Для спрощення викладок позначимо цю сталу  $(-2\alpha^2)$ . Тоді можна записати:

Інтегруючи ці вирази, маємо:

Постійні інтегрування  $Z_0$  для функцій розподілу, які відносяться до різних проєкцій швидкості взяті рівними, тому що для них вигляд функцій повинен бути однаковим. Очевидно також, що  $Z = Z_0^3$ . Постійну  $Z_0$ , отже, й  $Z$ , визначимо з

умови нормування ймовірності:  $\int_0^\infty Z_0 e^{-Z_0 v} dv = 1$ . Із зростанням величини експонента, яка стоїть під знаком інтеграла, швидко зменшується. Тому межі інтегрування можна замінити на  $0$ <sup>5</sup>, що еквівалентно додаванню нульових доданків в інтегральній сумі. Тому останній вираз можна записати наступним

чином:  $Z_0 = \frac{1}{\int_0^\infty e^{-Z_0 v} dv}$ . Одержаний інтеграл є одним із відомих інтегралів

Пуассона і він дорівнює  $\int_0^\infty e^{-x} dx = 1$ . Тому маємо:  $Z_0 = 1$ .

Таким чином, можна записати функції розподілу за проєкціями швидкості у

вигляді:  $f(v_x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-v_x^2}$ .

Тоді ймовірність того, що довільно взята молекула має швидкість, яка належить до інтервалу від  $v_1$  до  $v_2$ , буде дорівнювати:

У сферичній системі координат елемент об'єму дорівнює  $dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi$ . У випадку кульового прошарку інтегрування по  $\alpha$  і  $\theta$  дає  $4\pi$ , тому цей об'єм буде дорівнювати  $4\pi r^2 dr$ . У даному випадку радіусом кульового прошарку є значення швидкості  $v$ . Отже об'єм кульового прошарку, в який попадають кінці векторів швидкості молекул, що мають модуль швидкості від  $v_1$  до  $v_2$  буде дорівнювати  $\frac{4\pi}{3} (v_2^3 - v_1^3)$ . Тому в останньому виразі можна зробити заміну:

$v$  і в ньому залишиться невизначеною константа  $\frac{4\pi}{3}$ . Для її

<sup>5</sup> Механічний еквівалент теплоти – це величина, яка чисельно визначає співвідношення теплоти й роботи при їх взаємному перетворенні.



визначення розрахуємо тиск газу.

В результаті ударів молекул ділянка площі  $dS$  стінки посудини за час  $dt$

одержить імпульс:  $\dots$ . Замінімо верхню границю на

нескінченність, після інтегрування одержимо вираз для тиску газу:

. Порівнюючи знайдений тиск з відомим із досвіду виразом для тиску ідеального

газу  $p = \frac{1}{3} n m \overline{v^2}$ , знаходимо невідому сталу:  $\dots$ .

Відмітимо, що невідому сталу  $\dots$  можна знайти й іншим шляхом [ REF \_ Ref356987500 \w \h 251]. Для цього потрібно використати розподіл молекул за швидкостями для знаходження середнього квадрату швидкості і порівняти одержаний результат із середнім квадратом швидкості, який можна визначити з очевидної рівності:

Цей шлях ми, зазвичай, пропонуємо для самостійної роботи студентів.

Таким чином, розподіл молекул за модулем та компонентами швидкості остаточно можна записати у вигляді:

$$\dots, \quad (2.1)$$

$$\dots. \quad (2.2)$$

За аналогією (2.2) можна записати розподіл молекул для проекцій швидкості на інші осі.

Функції розподілу за проекціями та модулем швидкості молекул, як це слідує із формул (2.1, 2.2), мають вигляд:

$$\dots, \quad (2.3)$$

$$\dots. \quad (2.4)$$

графіки функцій розподілу за компонентами та модулем швидкості наведені на рис. 2.2. Відмітимо, що величина  $\int_{a_1}^{a_2} f(v) dv$  у вибраній на рис. 2.2, б системі координат, чисельно дорівнює площі криволінійної трапеції висотою  $f(v)$ , основа якої опирається на інтервал швидкості  $[a_1, a_2]$ . Очевидно, що ця площа чисельно дорівнює ймовірності того, що довільно взята молекула газу має швидкість, величина якої знаходиться в інтервалі від  $a_1$  до  $a_2$ . Тому вся

площа під кривою розподілу дорівнює одиниці. Як бачимо із рис. 2.

2, б графік функції  $f(v)$  проходить через початок координат і це означає, що у газі практично немає перухомих молекул. В області великих швидкостей графік асимптотично наближається до осі абсцис. Це говорить про те, що

в газі також мало молекул, які мають дуже велике значення швидкості. Найбільша доля молекул мають швидкості, які лежать в інтервалі, що відповідає максимуму кривої розподілу.

Оскільки між швидкістю молекули та імпульсом і кінетичною енергією існує однозначний зв'язок, то можна встановити й розподіл молекул за імпульсом (і його проекціями) та за кінетичною енергією.

В подальшому ми розглянемо розподіл молекул за швидкостями з більш загальних позицій – як наслідок розподілу Гіббса. При цьому нам не потрібно буде використовувати штучні побудови для визначення константи  $k$ , як це було зроблено у даному параграфі.

Характеристичні швидкості. Розподіл молекул за модулем швидкості показує, що швидкість будь-якої молекули може мати значення в інтервалі від 0 до будь-яких великих значень<sup>6</sup>. Тому для аналізу швидкостей молекул різних газів (або одного і того ж газу, але при різних температурах) необхідно вибрати деякі швидкості, які мають однаковий фізичний зміст для різних газових систем. Такі швидкості одержали назву характеристичних. До них відносяться: найбільш ймовірна, середня та середньоквадратична швидкості.

Найбільш ймовірна швидкість. Її фізичний зміст можна з'ясувати із графіка функції розподілу (рис. 2.2, б). Виберемо на осі абсцис декілька рівних інтервалів швидкості  $\Delta v$ . Оскільки добуток  $\Delta v \cdot f(v)$  чисельно дорівнює площі під кривою

розподілу, а величина  $\Delta v \cdot f(v)$ , визначає долю молекул, швидкість яких потрапляє в кожний із вибраних інтервалів, то зрозуміло, що найбільша доля молекул має швидкість в інтервалі  $[v_{max}, v_{max} + \Delta v]$ , який відповідає максимуму кривої

Максимальне значення швидкості довільного матеріального об'єкту обмежується в спеціальній теорії відносності швидкістю світла  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с [260]. Проте, при таких і більших значеннях швидкості, якщо б вони існували в природі, величина експоненти в формулах розподілу набувала б практично нульових значень. Тому завжди при інтегруванні з використанням цих формул можна виконувати граничний перехід до  $(\pm \infty)$ , який в подальшому будемо виконувати без додаткових пояснень.

розподілу. Тому швидкість, яка відповідає максимуму, називають найбільш ймовірною. Але не можна говорити, що найбільш ймовірна швидкість це швидкість, яку має найбільша кількість молекул. У дійсності точно таку швидкість може не мати жодна молекула.

Найбільш ймовірну швидкість можна знайти, досліджуючи функцію розподілу на екстремум. Для цього знайдемо першу похідну від функції розподілу (2.4) та прирівняємо її до нуля. Скоротивши на сталі множники, маємо:

$$3v^2 - v_0^2 = 0 \quad (2.5)$$

Це рівняння має три корені:  $v = 0$  – ця точка на графіку (рис. 2.2, б) відповідає початку координат, другий корінь дорівнює  $v_0$  і третій –  $v = -v_0$ .

відповідає максимуму кривої  $f(v)$  і визначає найбільш ймовірну швидкість.

Оскільки  $v_0 = \sqrt{\frac{2R}{\mu}}$  ( $\mu$  – молярна маса,  $N_A$  – число Авогадро,  $R$  – газова константа), то найбільш ймовірну швидкість можна визначити й за наступною

формулою:

Середню швидкість можна знайти, використовуючи означення середнього та функцію розподілу (2.4):

Використовуючи інтеграли Пуассона одержуємо наступне значення середньої швидкості:

$$\langle v \rangle = \frac{2}{\sqrt{\pi}} v_0 \quad (2.6)$$

Середню квадратичну швидкість введемо за означенням:  $\langle v^2 \rangle = \int_0^\infty v^2 f(v) dv$

Значення середнього квадрата швидкості можна знайти аналогічно

середній арифметичній швидкості:

Виконавши інтегрування, одержимо .3 . Тоді середню квадратичну швидкість можна розрахувати за одним із наступних виразів:

(2.7)

Із виразів (2.5-7) витікає, що всі характеристичні швидкості прямо

пропорційні  $v$  і  $v_{rms}$ , тобто із ростом температури вони зростають і при тій же температурі легкі молекули мають більшу швидкість. Але середня кінетична

енергія молекул .3 залежить лише від температури.

*Розподіл молекул за відносною швидкістю.* Характерною ознакою розподілу Максвелла за швидкостями є те, що для даного газу він залежить лише від температури. Причому із збільшенням температури максимум кривої розподілу буде зміщуватися у напрямку більших швидкостей (тому що при зростанні температури збільшується найбільш ймовірна швидкість). При цьому максимум кривої знижується, але площа під кривою залишається рівною одиниці. Для однієї і тієї ж температури максимум кривої розподілу різних газів зміщується у напрямку малих швидкостей по мірі переходу від газу з меншою до газу з більшою молярною масою (при тій же нормованій площі). Можна записати розподіл Максвелла у вигляді, який не залежить ні від роду газу, ні від температури. Це так званий розподіл молекул за відносною швидкістю. Його можна одержати із розподілу молекул за модулем швидкості (2.1), ввівши

означення відносної швидкості  $u$ : Звідси , після підстановки цих виразів у розподіл за швидкістю (2.1) одержимо функцію розподілу молекул

за відносною швидкістю:

Доля молекул, відносна швидкість яких лежить в інтервалі від  $u$  до  $u + du$ ,

буде визначатися рівнянням . Із останніх виразів бачимо, що ні функція розподілу за відносною швидкістю, ні доля молекул, відносна

швидкість яких лежить у заданому інтервалі, не залежить від температури та роду газу.

Зрозуміло, що розгляд питання про розподіл молекул за своїми динамічними характеристиками термодинамічним методом неможливий, оскільки термодинаміка не оперує відомостями про внутрішню будову речовин.

### **2.1.2. Методика викладення статистичної теорії намагнічення парамагнетиків.**

Відомому французькому фізику П. Ланжевену належить перша спроба застосування класичної статистики Максвелла-Больцмана та статистичних ідей Лоренца до проблем магнетизма. У 1905 р. він опублікував свою теорію парамагнетизму, яку потім через декілька років доповів Сольвеевському конгресу в доповіді «Кінетична теорія магнетизму і магнетонь» [201]; [202]. Потім вона була застосована для пояснення поляризації полярних діелектриків, оскільки між поляризацією полярних діелектриків і намагніченням парамагнетиків існує достатньо сильна аналогія [248]. Наслідком цієї теорії стало пояснення закону Кюри і з'ясування фізичного змісту константи, що входить в нього. Ланжевен підкреслював, що термодинамічними методами не можна розв'язати проблему магнетизму, що тільки статистична теорія дозволяє проникнути в механізм явищ.

Розглянемо авторську [249], [255] методику викладення статистичної теорії парамагнетизму в педагогічних університетах, яка, на наш погляд, не лише ілюструє вивчення статистичних закономірностей в системі з багатьма частинками, але й є прикладом міжпредметних зв'язків у теоретичній фізиці.

Парамагнетиками називають речовини, у яких атоми (молекули), навіть у відсутності зовнішнього магнітного поля, мають власний магнітний момент. У відсутності зовнішнього магнітного поля, внаслідок теплового руху, магнітні моменти молекул парамагнетика дуже часто змінюють свою орієнтацію, тому в достатньо великому об'ємі їх орієнтація є хаотичною і вектор намагнічення завжди дорівнює нулю. Проте при внесенні таких речовин у зовнішнє магнітне поле на замкнуті молекулярні струми, що створюють магнітний момент молекул, починає діяти обертальний момент  $\vec{M} \times \vec{B}$ , який прагне зорієнтувати магнітні моменти молекул уздовж зовнішнього магнітного поля [267]. Переважна орієнтація магнітних моментів молекулярних струмів уздовж зовнішнього магнітного поля може створитися зовнішнім полем лише при включенні додаткової взаємодії – взаємодії між молекулами. Закономірності цієї взаємодії носять дуже складний характер, який можна з'ясувати тільки з урахуванням квантових властивостей частинок. У рамках класичної фізики результат цієї взаємодії можна лише змоделювати деяким гальмуванням, що призводить до зменшення відповідного кута між  $\vec{M}$  і  $\vec{B}$ . Причому, як і у випадку поляризації полярних діелектриків, стан статистичної рівноваги магнітних моментів (у діелектриках – дипольних моментів) контролюватиметься двома конкуруючими чинниками:

1) взаємодія із зовнішнім полем і зіткнення молекул між собою орієнтує магнітні (дипольні) моменти уздовж поля;

2) тепловий рух, за допомогою того ж таки зіткнення між молекулами, розорієнтує вектори магнітних моментів. Отже, ступінь намагнічення парамагнетика (поляризації діелектрика) повинен залежати від конкретних фізичних умов – величини зовнішнього поля і температури.

У результаті дії цих двох конкуруючих чинників, як вже наголошувалося, встановиться деяка переважна орієнтація магнітних моментів вздовж поля.

Якщо початки всіх векторів власних магнітних моментів молекул звести в одну точку, то одержана картинка нагадуватиме своєрідний їжачок (рис. 2.3).

Причому ясно, що ми маємо справу із просторовою картиною. Позначимо кути, які утворюють магнітні моменти з напрямком зовнішнього поля через  $\theta$ .

Тоді числове значення вектора намагнічення парамагнетика у магнітному полі можна виразити таким чином:

$$M = N \cdot p \cdot m \cdot \langle \cos \theta \rangle$$
 де  $p \cdot m$  - числове значення магнітного моменту окремих молекул,  $V$  – об'єм парамагнетика. Для однорідної речовини цей вираз можна записати у такому

виді: 
$$M = N \cdot p \cdot m \cdot \langle \cos \theta \rangle$$
 , де  $n$  – концентрація,  $N$  – загальне число молекул,  $\langle \cos \theta \rangle$  – середнє значення косинусів,  $p \cdot m$  – модуль магнітного моменту молекул даної речовини. Таким чином, числове значення вектора поляризації буде

дорівнювати: 
$$M = N \cdot p \cdot m \cdot \langle \cos \theta \rangle$$
 . Отже, для того, щоб знайти усереднене по всьому об'єму значення вектора намагнічення  $M$ , необхідно оцінити середнє значення

$\langle \cos \theta \rangle$  . Як відомо із теорії ймовірності, середнє значення випадкової величини  $x$ , що змінюється неперервно, визначається формулою: 
$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot P(x) \cdot dx$$
 , де  $x$  – випадкове значення даної величини,  $P(x)$  – ймовірність цього значення. Тоді середнє

значення  $\langle \cos \theta \rangle$  буде дорівнювати: 
$$\langle \cos \theta \rangle = \int_0^{\pi} \cos \theta \cdot P(\theta) \cdot \sin \theta \cdot d\theta$$
 , де кут  $\theta$  може змінюватися в межах  $0 \leq \theta \leq \pi$  .

Ймовірність того, що магнітний момент довільно взятої молекули буде розташований в інтервалі кутів від  $\theta_1$  до  $\theta_2$  , буде пропорційна ширині інтервалу кутів (  $\theta_2 - \theta_1$  ), а з урахуванням того, що картина розподілу магнітних

моментів носить об'ємний характер, пропорційна не значенню плоского кута  $\theta$ , а значенню тілесного кута  $\Omega$  (рис. 2.4): 
$$P = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \dots$$
 Крім того, ймовірність повинна бути пропорційна концентрації магнітних моментів у вибраному інтервалі кутів, причому остання, в свою чергу, залежатиме від розташування інтервалу тілесного кута щодо напрямку зовнішнього поля. Враховуючи сказане, шукану ймовірність запишемо у вигляді: 
$$P = K \int_{\Omega} \dots$$
, де  $K$  – невідомий поки коефіцієнт пропорційності.

За визначенням тілесного кута (рис. 2.4) маємо:

$$P = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \dots$$

Тоді ймовірність того, що довільно узятий магнітний момент має орієнтацію у вказаному інтервалі тілесних кутів, буде дорівнювати:

$$P = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \dots$$

Ймовірність – величина нормована. Якщо підсумувати всі можливі значення ймовірності, то одержимо одиницю, тобто  $\int P d\Omega = 1$ . Це дає можливість визначити коефіцієнт пропорційності і вираз для середнього значення  $\langle \mu \rangle$  буде мати

$$\langle \mu \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \dots$$

вигляд:

$$\langle \mu \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \dots$$

Молекулярні магнітні моменти, як ми вже відзначали, матимуть певну переважну орієнтацію щодо напрямку зовнішнього поля  $H$ , отже, їх концентрація в кожному інтервалі кутів  $d\Omega$  залежатиме від розташування цього кутового інтервалу. Це повністю узгоджується, наприклад, із розподілом газу у полі сил тяжіння. Тому магнітні моменти молекул у магнітному полі можна розглядати як квазічастинки у силовому полі, і для них можна використовувати відомий із загального курсу фізики (який у загальному вигляді буде розглянуто в подальшому) розподіл Больцмана для частинок за потенціальною енергією:

$$n = n_0 e^{-U/kT}$$
, де  $U$  – потенціальна енергія частинки в силовому полі;  $n_0$  – концентрація молекул з мінімально можливою потенціальною енергією;  $k$  – стала Больцмана,  $T$  – абсолютна температура. У нашому випадку  $U$  – це енергія магнітного моменту молекулярного струму в зовнішньому магнітному полі. Ця енергія залежить [267] від властивостей молекулярних струмів (їх магнітних моментів), величини індукції зовнішнього поля і орієнтації магнітних моментів щодо напрямку зовнішнього поля. Мінімальне значення цієї енергії

будуть мати магнітні моменти, які орієнтовані вздовж поля ( $\theta = 180^\circ$ ) відповідає максимальна енергія . Зрозуміло, що всі магнітні моменти прагнуть перейти в стійкий стан, але цьому перешкоджає тепловий рух і встановлюється лише їх переважна орієнтація щодо зовнішнього поля, ступінь якої і визначить значення середнього косинуса.

Запишемо вираз з урахуванням формули Больцмана, в яку підставимо значення потенціальної енергії магнітного моменту у зовнішньому магнітному

полі: . Введемо позначення: і назвемо величину  $a$  параметром. Цей параметр характеризує речовину і фізичні умови, при яких воно знаходиться (значення магнітної індукції зовнішнього поля і температури). Введемо заміну: Після чого вираз для .3 набуває більш простого вигляду:

Одержаний інтеграл легко обчислюється, але Поль Ланжевен для розрахунку цього виразу вибрав оригінальний прийом – він помітив, що останній вираз можна переписати в наступному вигляді:

Таким чином, маємо: .3 . Функцію,

що стоїть у правій частині, називають функцією Ланжевена: . Чисельними методами можна розрахувати значення цієї функції при будь-якому значенні параметра. Оцінка функції Ланжевена при малих  $a$  і при великих значеннях

параметра  $a$  дає: Отже, усереднене значення вектора поляризації при  $a \rightarrow \infty$  буде дорівнювати: . Цей вираз говорить про те, що в сильних полях при низьких температурах всі магнітні моменти зорієнтовані уздовж напрямку поля.

При EMBED Equation.3 , тобто у слабких полях і достатньо високих температурах, вектор намагнічення обернено пропорційний температурі:



Одержані формули можуть бути перевірені експериментально і добре узгоджуються з експериментом для більшості газоподібних парамагнетиків.

Таким чином, застосування статистичного опису для намагнічення парамагнетиків (аналогічно – до поляризації полярних діелектриків [248]) дозволило побудувати теорію цих явищ, що не можна було зробити феноменологічним (термодинамічним) методом.

## **2.2. Методичне тлумачення основ статистичного методу Гіббса**

*«Хоча в історичному аспекті статистична механіка бере свій початок в дослідженнях по термодинаміці, вона поза сумнівом заслуговує незалежного розвитку як із-за елегантності і простоти її принципів, так і тому, що вона приводить до нових результатів і представляє старі істини в новому світі, причому частенько в галузях науки, далеких від термодинаміки».*

*Дж. Гіббс, 1902.*

### **2.2.1. Фазовий простір.**

У літературі існує багато варіантів викладення методу Гіббса. У даному дослідженні ми використовуємо методику, яка викристалізувалась багаторічним авторським досвідом викладання статистичної фізики в педагогічному університеті й описана в монографії [263] та в навчальному посібнику [255], рекомендованому МОНмолодьспорту України як навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів, у якому основи термодинаміки виносяться для ознайомчого читання, а всі традиційно термодинамічні питання розглядаються виключно на засадах статистичної теорії.

З позицій статистичної теорії є очевидним, що для розрахунку макроскопічних властивостей термодинамічних систем за відомими значеннями мікроскопічних параметрів окремих частинок необхідно, перш за все, зробити припущення про характер руху і взаємодії частинок системи, тобто змоделювати систему. Потім потрібно дослідити статистичні закономірності й на їх основі обчислити фізичні властивості системи і результати порівняти з досвідом. Зараз наше завдання носить попередній характер. Нам спочатку потрібно з'ясувати, як можна в принципі досліджувати систему статистичним методом. При виборі моделі найбільш строгим і послідовним буде підхід з квантових позицій. Проте у цілому ряді випадків квантові властивості частинок речовини майже не виявляються і, крім того, статистичний підхід до квантових і класичних систем принципово не відрізняється. Тому для з'ясування основних особливостей статистичного методу ми виберемо просту систему – класичний ідеальний газ, що

складається з  $N$  частинок. Мікростани цієї системи характеризуються  $iN$  узагальненими координатами та  $iN$  узагальненими імпульсами (їх у класичній механіці називають канонічними змінними),  $i$  – число ступенів свободи частинки.

Наслідуючи Гіббса, введемо математичну абстракцію – багатовимірний простір, координатами якого є всі  $2iN$  канонічні змінні [255]. Ясно, що цей простір (його називають фазовим) має  $2iN$  вимірів і його не можна представити й зобразити [184]. Навіть у випадку однієї частинки він шестивимірний і лише для частинки з одним ступенем свободи, наприклад, гармонічний осцилятор, він двовимірний і є площиною, на якій зображена система координат з осями  $q$  (узагальнена координата) і  $p$  (узагальнений імпульс). Фазовий простір однієї частинки називають  $\mu$ -простором, а фазовий простір системи  $\Gamma$ -простором (гіперпростором).  $\Gamma$ -простір умовно зображають прямокутною системою координат на площині. Причому на одній осі зображають всі узагальнені імпульси, а на іншій (рис. 2.5) всі узагальнені координати. Очевидно, що кожна точка фазового простору відповідає  $iN$  узагальненим координатам та  $iN$  узагальненим імпульсам, тобто точка фазового простору є зображенням мікростану системи.

У результаті руху і зіткнення частинок їх узагальнені координати та імпульси змінюються, тобто в межах одного й того ж макростану змінюються мікростани. У фазовому просторі (рис. 2.5) це відповідає тому, що фазова точка системи рухається уздовж деякої кривої, яку називають фазовою траєкторією.

Якщо спостерігати за системою достатньо великий час, то фазова точка опише деяку область фазового простору. Іншими словами, можна стверджувати, що за достатньо великий проміжок часу система побуває у всіх мікростанах, сумісних з даним її макростаном. Сукупність мікростанів, за допомогою яких реалізується макростан класичної системи називається термодинамічною ймовірністю. Така картина у фазовому просторі дозволяє ввести найважливішу в статистичній фізиці величину – функцію розподілу. Для цього розглянемо елемент фазового об'єму  $d\Gamma$ . По аналогії із звичайним тривимірним простором, де елемент об'єму дорівнює  $dx dy dz$ , у фазовому просторі елемент об'єму визначається за формулою:

$$\text{,} \quad (2.8)$$

або в скорочених позначеннях:

$$\text{,} \quad (2.9)$$

де  $i$  і символізують всі диференціали та  $i$  називаються елементами підпростору координат і відповідно – імпульсів. Ми будемо використовувати й наступне скорочене позначення елемента фазового об'єму:

(2.10)

Із означення елемента фазового об'єму (2.8-10) слідує, що на відміну від об'єму в звичайному тривимірному просторі, який є адитивним, фазовий об'єм є мультиплікативним. Для того щоб це довести розіб'ємо систему на дві підсистеми з кількістю частинок  $N_1$  і  $N_2$  і перегрупуємо співмножники у виразі (2.8). Одержимо:

Звідси: де і елементи фазового простору підсистем.

Елемент фазового об'єму  $d\Gamma$  містить всі мікростани, в яких частинки мали імпульси, що знаходяться в межах від до і узагальнені координати – в межах від до .

Якщо позначити достатньо великий час спостереження за системою буквою  $T$ , а  $dt$  – час, протягом якого система знаходилася в мікростанах, що потрапляють у

вибраний елемент фазового об'єму  $d\Gamma$ , то величина характеризуватиме частоту даних мікростанів, що з погляду теорії ймовірності, буде близьким до ймовірності того, що система знаходиться в мікростанах, при яких всі узагальнені координати й імпульси знаходяться в визначених раніше межах. Тоді, як відомо з теорії

ймовірності, ймовірність вказаної події буде дорівнювати:

Абсолютно очевидно, що вказана ймовірність буде пропорційна величині елемента фазового об'єму  $d\Gamma$  і залежатиме від того, де у фазовій області вибраний елемент  $d\Gamma$ . Отже, у стані рівноваги існуватиме певний розподіл системи за мікростанами і ймовірність застати систему в станах, коли всі координати й імпульси знаходяться у вказаних раніше межах, дійсно залежатиме від місця знаходження елемента  $d\Gamma$  у фазовому просторі, тобто від й і тому можна записати:

$$, \quad (2.11)$$

де – функція розподілу системи за мікростанами системи<sup>7</sup>. Із (2.11) ясно,

що функція розподілу має зміст густини ймовірності: . Функція розподілу системи за мікростанами, як і будь-яка функція, що є густиною

ймовірності, задовольняє умові нормування:

Як уже раніше зазначалось, граничною швидкістю є швидкість світла у вакуумі  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с.

Введення функції розподілу, як густини ймовірності, дає можливість використовувати відомі формули теорії ймовірності для знаходження середнього значення випадкової величини  $\langle X \rangle$ , яка залежить від  $\rho$  і  $\Omega$ . Якщо ця величина може приймати неперервний ряд значень, то її середнє значення визначається формулою:

$$\langle X \rangle = \frac{\int X \rho(X) \Omega(X) dX}{\int \rho(X) \Omega(X) dX}, \quad (2.12)$$

якщо дискретний, то:

$$\langle X \rangle = \frac{\sum X_i \rho(X_i) \Omega(X_i)}{\sum \rho(X_i) \Omega(X_i)}. \quad (2.13)$$

Таким чином, розв'язок задачі про розрахунок макроскопічних властивостей системи зводиться до знаходження явного виду функції розподілу системи за мікростанами. Причому зрозуміло, що явний вид функції розподілу повністю визначатиметься властивостями частинок системи і взаємодією системи з навколишнім середовищем.

Повернемось до обговорення свого основного завдання про використання статистичних закономірностей в макросистемі для розрахунку середніх значень її фізичних властивостей, залишивши осторонь поки питання про ступінь збігу розрахованих теоретично середніх значень і вимірених експериментально.

У формулах (2.12) і (2.13) середнє значення фізичної величини  $X$  розраховується через ймовірність мікростанів системи, яка в свою чергу визначається через загальний час спостереження  $T$  і час, протягом якого система описується мікростанами, фазові точки яких потрапляють в елемент  $d\Gamma$ . Тому таке середнє значення величини  $X$  називають середнім за часом. Ясно, що визначити вказану ймовірність таким чином неможливо, тому Гіббс застосував метод, аналогічний методу, який використовується в астрономії.

Зірки і зоряні системи знаходяться в постійному розвитку, проходячи всі можливі стадії: народження, еволюція, смерть. Триває цей процес, залежно від маси, десятки та сотні млрд. років. Абсолютно очевидно, що прослідкувати еволюцію однієї зірки не представляється можливим. Тому для визначення основних закономірностей еволюції зірок виконується одночасне спостереження за величезною кількістю зірок, що знаходяться на різних етапах свого життя. Якщо припустити, що всі зірки проходять приблизно однаковий шлях розвитку, то такий метод дозволяє встановити основні закономірності цього розвитку.

Гіббс у своєму методі, замість спостереження за рухом фазової точки у фазовому просторі протягом великого проміжку часу, запропонував розглядати величезну кількість уявних копій системи з однаковим макростаном, що знаходяться у різних мікростанах. Таку сукупність уявних копій називають статистичним ансамблем. Гіббс із цього приводу писав: «Мы можем представить

себе большое число систем одинаковой природы, но различных по конфигурациям и скоростям, которыми они обладают в данный момент, и различных не только бесконечно мало, но так, что охватывается каждая мыслимая комбинация конфигураций и скоростей. При этом мы можем поставить себе задачей не проследивать определенную систему через всю последовательность ее конфигураций, а установить, как будет распределено все число систем между различными возможными конфигурациями и скоростями в любой требуемый момент, если такое распределение было задано для какого-либо момента времени. Основным уравнением при таком исследовании является уравнение, дающее скорость изменения числа систем, заключенных внутри определенных малых границ конфигурации и скорости. Такие исследования Максвелл называл статистическими. Они принадлежат к отрасли механики, обязанной своим происхождением стремлению объяснить законы термодинамики, исходя из механических принципов, и основанной, главным образом, Клаузиусом, Максвеллом и Больцманом [91, 12].

У даний момент часу элемент об'єму  $d\Gamma$  у фазовому просторі заповнений фазовими точками, кількість яких дорівнює  $dN$ . Загальне число точок дорівнює числу систем ансамблю і якщо це число достатньо велике, то знову можна ввести функцію розподілу. Припустимо, що кількість цих точок пропорційна величині

вибраного об'єму  $dN \sim d\Gamma$ . Тоді величина  $\frac{dN}{N d\Gamma}$ , де  $N$  – загальне число систем статистичного ансамблю, визначатиме ймовірність попадання довільної системи статистичного ансамблю в заданий інтервал можливих мікростанів, сумісних з даним макростаном. Ця ймовірність, як і раніше, залежатиме від величини елементу фазового об'єму  $d\Gamma$  і від того, де узятий цей елемент об'єму.

Тому знову можна записати:  $\frac{dN}{N d\Gamma} = \rho$ . Тут  $\rho$  – функція розподілу систем ансамблю за мікростанами. Вона, як і аналогічна функція, розглянута раніше, має зміст густини ймовірності. Ця функція розподілу також підкоряється умові нормування і, як будь-яка функція, що має зміст густини ймовірності, дозволяє визначати середні значення величини  $X$  за відомими формулами теорії ймовірності. Але у даному випадку ймовірність визначається по числу систем ансамблю і розраховане таким чином середнє значення величини  $X$  називається середнім за ансамблем.

Питання про збіг середнього за часом і середнього за ансамблем довгий час було дискусійним. Гіббс використовував так звану ергодичну гіпотезу Больцмана, яка стверджує, що середнє за часом можна замінити середнім за ансамблем. Ця гіпотеза привернула увагу математиків і було доведено (див., наприклад [8], [204], що ергодична гіпотеза в принципі невірна, оскільки одна єдина траєкторія фазової точки не може заповнити всю фазову область не перетинаючись. Потім Еренфестом була висунута так звана квазіергодична гіпотеза, згідно з якою фазова траєкторія за достатньо великий проміжок часу скільки завгодно близько підходить до будь-якої точки фазової області сумісної із заданим значенням

енергії і відповідно середнє за часом при достатньо великому проміжку часу можна замінити середнім за ансамблем. Ергоди́чні гіпотези дотепер знаходяться у полі зору теоретиків.

Отже, розрахунок значень будь-яких параметрів системи – головне завдання статистичного методу, і ці значення можна знайти як середнє за ансамблем. Для вирішення цього завдання, як наголошувалось, потрібно знайти явний вид функції розподілу систем статистичного ансамблю за мікростанами. Зрозуміло, що знайти функцію такого розподілу (і відповідно – знайти середні за ансамблем), як і функцію розподілу однієї системи за мікростанами (середні за часом), неможливо. Але подальший аналіз покаже, що функцію розподілу систем ансамблю за мікростанами можна замінити іншою функцією, яку для всіх систем (хоча б у принципі) можна знайти і тим самим відкривається перспектива теоретичного розрахунку середніх статистичних значень будь-яких параметрів термодинамічних систем, які залежать від канонічних змінних  $i$ , що неможливо зробити термодинамічним методом.

### **2.2.2. Науковий і методичний аналіз теореми Ліувілля в статистичній термодинаміці.**

Французький математик Ж. Ліуві́ль, досліджуючи перетворення канонічних змінних в рівняннях Гамільтона у 1838 році, тобто задовго до створення статистичної теорії, довів теорему, згідно з якою функціональний визначник канонічного перетворення дорівнює одиниці. Цю теорему вперше використали Больцман і Максвелл. Застосувавши її до молекулярної системи, Больцман виявив, що елемент фазового простору залишається незмінним. Але лише Гіббс повною мірою оцінив значення теореми Ліувілля для розвитку статистичної термодинаміки.

Основна задача статистичної теорії зводиться, по суті, до встановлення зв'язку між властивостями індивідуальних атомів і молекул та властивостями, що виявляються при об'єднанні атомів або молекул у гігантські асоціації у вигляді газів, рідин, аморфних тіл або регулярно-впорядкованих систем – кристалів. Для статистичної фізики є очевидним, що хаотичний рух молекул (чи інших структурних елементів) та взаємодія їх між собою й з частинками навколишнього світу, призводить до того, що як динамічні характеристики окремих частинок, так і макроскопічні параметри, які характеризують систему в цілому, у кожному момент часу мають випадкові значення. Тому для розв'язання задачі про розрахунок властивостей речовин та описання процесів, які можуть в них відбуватись, потрібно ввести функцію розподілу за відповідними фізичними величинами і в подальшому, на основі фізично обґрунтованих припущень, встановити явний вид цієї функції для різного класу макроскопічних систем.

Для введення функції розподілу в статистичній фізиці, зазвичай, розглядається фазовий простір, у якому вимірами є всі узагальнені координати та відповідні їм узагальнені імпульси див. (п. 2.2.1) Функція розподілу вводиться як коефіцієнт пропорційності між ймовірністю станів систем і величиною фазового

простору, який відповідає цим станам. При цьому робиться припущення (яке ми зробили у попередньому параграфі), що кількість мікростанів (квантових станів) пропорційна величині фазового об'єму. Це припущення, зазвичай, обґрунтовується доведенням теореми Ліувілля про збереження фазового об'єму. Але, на наш погляд, при викладенні основ статистичної фізики не можна задовольнитись лише доведенням цієї теореми, тому що із теореми Ліувілля при її аналізі можна одержати надзвичайно важливий для статистичної фізики наслідок: всі можливі функції розподілу можна замінити єдиним розподілом – за енергією. Для того, щоб в цьому впевнитись розглянемо один із можливих варіантів доведення теореми Ліувілля [268], [255], яку зазвичай формулюють наступним чином: *величина  $2ip$ -вимірного фазового об'єму, який заповнений в певний момент часу деякою сукупністю фазових точок, не змінюється при їх русі.*

Доведемо її. Перш за все, відзначимо, що спостереження за системою протягом тривалого проміжку часу ми замінимо спостереженням за великою сукупністю уявних копій системи, які знаходяться в однакових макростанах, але мають різні мікростани. Іншими словами, розглядаємо статистичний ансамбль. Мікростани кожної системи ансамблю у фазовому просторі зображується фазовою точкою. Внаслідок руху та взаємодії частинок кожної системи ансамблю їх фазові точки з часом описують фазові траєкторії, причому (дуже важливо!) траєкторії окремих точок ніде не перетинаються, тобто їх рух подібний до руху частинок фарби, зважених у рідині і цей рух можна розглядати як рух абстрактної «фазової рідини» з густиною фазових точок. Густина фазових точок може залежати від їх координат у фазовому просторі і, можливо, від часу (для нестационарних станів), тому її можна визначити наступним чином:

Оскільки кількість екземплярів систем ансамблю постійна, то кількість фазових точок, що зображають їх, теж постійна (фазові точки не з'являються і не зникають). Тоді можна стверджувати, що зменшення кількості точок у деякому фазовому об'ємі  $\Gamma$  за одиницю часу при їх русі буде дорівнювати потоку фазових точок за цей же час через поверхню  $S$ , яка обмежує об'єм  $\Gamma$ , з інших частин

фазового об'єму, тобто:

де  $v_s$  – багатовимірний швидкість фазових точок у фазовому просторі, що має компоненти  $v_s^i$  ( $s=1, 2, \dots, l$  – кількість ступеней вільності);  $\mathbf{n}$  – елемент площі на гіперповерхні  $S$ , тобто вектор направлений назовні замкнутої поверхні, яка обмежує виділений фазовий об'єм і чисельно рівний площі  $dS$ .

Використовуючи відому із математики теорему Остроградського-Гаусса, перетворимо поверхневий інтеграл у правій частині останнього виразу в об'ємний (аргументи  $v_s^i$ , від яких може залежати густина фазових точок, для

компактності формул опускаємо):

. Тоді попередній

вираз перепишемо у вигляді:

або:

Одержали рівняння, яке з точністю до позначень співпадає з відомим в гідродинаміці рівнянням неперервності для нестискуваної рідини. Таким чином, фазову рідину можна розглядати як нестискувану. Багато авторів, використовуючи аналогію фазової рідини, частинками якої є фазові точки, із звичайною нестискуваною рідиною, стверджує, що деяка кількість фазових точок завжди займатиме однаковий об'єм, тобто на цьому вважають теорему Ліувілля доведеною. Проте із строгого доведення теореми можна одержати дуже важливі для статистичної фізики наслідки, тому ми не зупинимося на констатації гідродинамічної аналогії і скористаємося відомою із математики формулою

( – довільна скалярна та векторна функції), яка в даному випадку має вигляд<sup>8</sup>:

Враховуючи канонічні рівняння руху: і (Н – функція Гамільтона), розрахуємо доданки в правій частині останнього виразу:

Тому одержане рівняння неперервності запишеться таким чином:

Оскільки густина фазових точок є функцією канонічних змінних і можливо часу, то одержаний вираз є повною похідною від функції за часом:

, отже const. Теорема доведена.

Таким чином, припущення про те, що кількість фазових точок у вибраному об'ємі пропорційна величині фазового об'єму  $dN \sim d\Gamma$ , є цілком обґрунтованим і ймовірність мікростанів можна визначати як відношення числа фазових точок у

Функція розподілу, як зазначалось, повинна залежати від і , але у загальному випадку – нерівноважна система, вона може явно залежати й від часу t. Тому ми й використали позначення .



вибраному об'ємі до загального числа фазових точок або як відношення вибраного елемента об'єму фазового простору до всього об'єму, зайнятого всіма фазовими точками ансамблю.

Розглянемо тепер наслідок із теореми Ліувілля. Із класичної механіки відомо, що системи матеріальних точок володіють інтегралами руху, тобто функціями

узагальнених координат  $q_s$  і узагальнених швидкостей  $p_s$ , що не змінюються з часом. Нехай деяка функція  $I$  є інтегралом руху.

Продиференціюємо її за часом:

Враховуючи канонічні рівняння руху, останній вираз запишемо таким чином:

$$\frac{dI}{dt} = \sum_{s=1}^l \left( \frac{\partial I}{\partial q_s} \dot{q}_s + \frac{\partial I}{\partial p_s} \dot{p}_s \right)$$
. Сума виду:  $\sum_{s=1}^l \left( \frac{\partial I}{\partial q_s} \dot{q}_s + \frac{\partial I}{\partial p_s} \dot{p}_s \right)$ , що залежить від  $q_s$  і  $p_s$  ( $s=1,2,\dots,l$ ), називається дужкою Пуассона. Тоді інтеграл руху

задовольняє виразу:  $\frac{dI}{dt} = 0$ .

Повертаючись до похідної  $\frac{dI}{dt}$ , бачимо, що вона теж задовольняє виразу

$$\frac{dI}{dt} = \sum_{s=1}^l \left( \frac{\partial I}{\partial q_s} \dot{q}_s + \frac{\partial I}{\partial p_s} \dot{p}_s \right)$$
. Таким чином, приходимо до висновку, що функція  $I$  є інтегралом руху для системи фазових точок, які рухаються у

фазовому просторі. Але густина точок фазової рідини  $\rho$  з

точністю до постійного множника  $\rho$  співпадає з густиною ймовірності розподілу

систем ансамблю за мікростанами (функцією розподілу)  $\rho$ , отже, густина ймовірності також є інтегралом руху.

Далі ми звертаємо увагу на обставину, пов'язану з теоремою Ліувілля, на яку не акцентується увага в існуючій літературі з статистичної фізики, але яка є надзвичайно важливою і тому теорема Ліувілля стає однією із найважливіших основ статистичного методу Гіббса. Врахуємо, що характеристики рівноважних термодинамічних систем, у яких відсутні всякі макроскопічні процеси, не можуть у явному вигляді залежати від часу, тобто для них і функція розподілу у явному

вигляді не може залежати від часу:  $\frac{d\rho}{dt} = 0$ . Отже для таких систем дужка Пуассона, складена із функції розподілу та функції Гамільтона, дорівнює нулю:

. Але якщо дужка Пуассона дорівнює нулю  
, то функція є залежним інтегралом руху, тобто є деякою функцією  
від незалежних інтегралів. Дійсно, якщо  
, де  $C_i(q_s, p_s)$  – незалежні інтеграли рівнянь руху, то дужка Пуассона, складена для  
функцій  $C_i$  і  $H$ , буде дорівнювати:

Таким чином, ми приходимо до найважливішого для статистичної фізики висновку, що функція розподілу систем статистичного ансамблю за мікростанами є функцією незалежних інтегралів руху.

Із класичної й релятивістської механік відомо [126; 199; 260], що механічна система, що має  $I$  ступенів свободи, може мати  $(2I-1)$  незалежних інтегралів руху. Але більшість із цих інтегралів є випадковими величинами, що не мають фізичного змісту (зрозуміло, що функція розподілу не може залежати від випадкових інтегралів руху), і лише 7 інтегралів руху мають глибокий фізичний зміст, оскільки, по-перше, вони є адитивними. По-друге, їх існування обумовлене властивостями простору та часу. До цих інтегралів руху відносяться: повна механічна енергія (пов'язана з однорідністю часу), три проекції імпульсу (пов'язані з однорідністю простору) і три проекції моменту імпульсу (пов'язані з ізотропністю простору). У статистичній фізиці і термодинаміці розглядаються системи, що перебувають у спокої. Тому проекції імпульсу й моменту імпульсу всієї системи мають тривіальні значення – вони завжди рівні нулю. Отже, **постулюємо**: *функція розподілу термодинамічної системи за мікростанами повинна бути однозначною функцією енергії*. Тому в статистичній фізиці енергія системи грає виняткову роль [ REF \_Ref349206307 \r \h 263].

Отже, теорема Ліувілля не лише є основою для введення функції розподілу, але й вказує, що в статистичних дослідженнях макроскопічних систем потрібно шукати й використовувати функцію розподілу за енергією.

Відзначимо також важливу властивість функції розподілу – вона є мультиплікативною, а її логарифм – адитивною функцією. Дійсно, умовно розділимо термодинамічну систему на незалежні підсистеми з числом частинок  $N_1$  і  $N_2$ . Тоді, через статистичну незалежність підсистем, можна записати, що ймовірність знаходження всієї системи в мікростанах, які визначаються об'ємом

$d\Gamma$  дорівнює добутку ймовірностей того, що підсистеми відповідно знаходяться в мікростанах, які входять у фазові об'єми  $d\Gamma_1$  і  $d\Gamma_2$ , тобто  $P_1 P_2$  або  $P_1 P_2$ , але  $P_1 P_2$ , тоді:  $P_1 P_2$ , тобто логарифм функції розподілу є дійсно

адитивною величиною. Отже, при пошуку функції розподілу  $P$ , як функції незалежних інтегралів руху, необхідно розглядати лише адитивні інтеграли.

Слід зазначити, що виходячи із моделі системи, статистична фізика не може зробити строгого доведення сформульованого постулату. На даному етапі розвитку фізичної науки, виходячи із фізично обґрунтованих передумов, вид функції розподілу визначається на основі вказаного постулату, а результати зіставляються з досвідом. Виправданням такого підходу є очевидна правдоподібність базових тверджень і збіг результатів з досвідом. Такий підхід, пов'язаний з недосконалістю математичного апарату і з недоліком наших знань про властивості частинок, часто використовується в теоретичній фізиці.

Перш ніж зайнятися пошуком явного виду функції розподілу для різного класу термодинамічних систем необхідно переконатися в тому, що розраховані за формулами (2.12, 2.13) середньостатистичні значення, наприклад, параметра  $X$  співпадають із вимірними експериментально.

Макроскопічні параметри, як відомо, ділять на екстенсивні та інтенсивні, тобто такі, що володіють і не володіють властивістю адитивності. Ця принципова відмінність їх обумовлює і принципову відмінність у способі їх вимірювання. Екстенсивні макропараметри (маса, об'єм тощо) експериментально вимірюються шляхом зіставлення з еталоном, прийнятим за одиницю вимірювання, а інтенсивні (температура, тиск і т.п.) вимірюються на основі об'єктивного зв'язку між інтенсивними параметрами, наприклад, температурою, і відповідним екстенсивним параметром, наприклад, об'ємом. Саме цей об'єктивний зв'язок дозволяє за вимірами екстенсивних параметрів судити про величину інтенсивних параметрів. Тому достатньо розглянути ступінь відхилення розрахунків середньостатистичних (2.12, 2.13) і експериментально вимірних значень лише для екстенсивних параметрів  $X$ . Як міру відхилення розрахованих статистичним методом значень від дійсного значення, розглядатимемо відносну

середньоквадратичну флуктуацію параметра  $X$ :  $\frac{\Delta X}{\langle X \rangle}$ .

Чим більша величина  $\Delta X$ , тим більше відхилення  $\langle X \rangle$  від дійсного значення

величини  $X$ . Оскільки параметр  $X$  адитивний, то  $\Delta X$ , де середнє значення цього параметра  $i$ -тої частини системи.

Вважаючи всі однаковими і число частин  $n$  системи рівним числу частинок  $N$  системи, приходимо до висновку, що знаменник у відносній середньоквадратичній флуктуації пропорційний кількості частинок:

Оцінімо тепер чисельник. Очевидно, що:

Тоді

Отже, для макроскопічних систем, з якими ми звичайно стикаємося

, відносна флуктуація надзвичайно мала і розраховані за допомогою функції розподілу макроскопічні параметри з величезною точністю співпадуть з істинними. Для систем з малою кількістю частинок (механічні системи) відхилення значень фізичних величин, які розраховані статистичним способом, великі, і тому для таких систем статистичні методи непридатні.

### **2.2.3. Методичні особливості статистичного дослідження квантових систем.**

Як відомо, найбільш послідовний опис руху частинок і, відповідно, систем багатьох частинок – це опис на основі законів квантової механіки. Найбільш характерними квантовими особливостями мікрочастинок, які важливі при статистичному дослідженні термодинамічних систем, є [198], [204], [386]:

- корпускулярно-хвильовий дуалізм;
- дискретність енергії та інших динамічних характеристик;
- наявність спіну та значення спіну;
- принцип Паулі для частинок з напівцілим спіном, згідно з яким в одному й тому ж квантовому стані не може бути більше однієї частинки;
- співвідношення невизначеності Гейзенберга:

яке встановлює неоднозначність одночасного визначення координат та імпульсів частинок;

- принцип тотожності частинок.

Стан квантової частинки описується набором чотирьох квантових чисел. Причому одному й тому ж значенню енергії можуть відповідати різні квантові числа і число можливих комбінацій квантових чисел, що відповідають одному й тому ж значенню енергії, в квантовій механіці називають кратністю виродження даного рівня енергії. Отже, кожне значення енергії (макростан) термодинамічної системи, як сукупності великої кількості частинок, також характеризується кратністю виродження, під якою слід розуміти кількість квантових станів, за допомогою яких реалізується даний макростан. Рух і взаємодія частинок приводить до переходу частинок із одного енергетичного рівня на інший і, таким чином, в межах даного макростану квантової системи змінюються квантові стани, подібно тому, як в класичній системі, змінюються мікростани. Таким чином, квантовим аналогом поняття «термодинамічна ймовірність» класичних систем, є «кратність виродження».

Якщо є  $N$  однакових частинок, що знаходяться на достатньо великій відстані, то рівні їх енергії співпадають, утворюючи енергетичний спектр однаковий для всіх частинок. При зближенні частинок взаємодія змінить енергію кожної частинки так, що рівні енергії окремих частинок не співпадатимуть і кожен рівень, спочатку однаковий для всіх частинок, стане індивідуальним, який дещо відмінний для різних частинок. Крім того, як відомо із квантової механіки, при зближенні частинок рівні енергії розпадуться на підрівні, розташовані настільки близько, що можна говорити про практично неперервний спектр енергії. Із сказаного зрозуміло, що в макроскопічному тілі (системі) квантові ефекти виявляються слабо і такі системи можна розглядати майже як класичні. Проте, як показує досвід, повністю ігнорувати квантові властивості частинок не можна, оскільки це у ряді випадків приводить до суперечностей теорії й експерименту [ 230; 255; 263], особливо ці суперечності виявляються при низьких температурах, коли збуджені енергетичні рівні лише з малими квантовими числами.

Таким чином, при статистичному дослідженні термодинамічних систем немає необхідності враховувати всі квантові особливості частинок. Врахування тих або інших квантових властивостей необхідно робити у міру виникнення суперечностей висновків теорії та експериментальних досліджень. Відповідно до цього, найчастіше використовується так зване квазікласичне наближення, при якому, як перший необхідний елемент, враховується дискретність динамічних характеристик частинок. Частинки при цьому ми будемо представляти у вигляді звичайної матеріальної точки, якій у фазовому просторі відповідає фазова комірка і фазова траєкторія, але ці комірки і траєкторії не можуть бути будь-якими, а лише такими, які враховують дискретність енергії. Можна, як і у випадку класичних систем, розглянути велику сукупність уявних копій макроскопічної системи, що відрізняються різними квантовими станами – квантовий статистичний ансамбль і говорити про розподіл системи за квантовими станами, і аналогічно тому, як це ми зробили раніше, ввести ймовірність того, що деяка сукупність систем ансамблю знаходиться в квантових станах, яким відповідає фазовий об'єм  $d\Gamma$ .

Через дію невизначеності Гейзенберга, даному квантовому стану (кратності виродження) термодинамічної системи у фазовому просторі відповідає не фазова точка, як для класичних систем, а деяка комірка. Мінімальний об'єм, що приходить на один квантовий стан, тобто на цю комірку, можна визначити із співвідношення Гейзенберга. Дійсно, при почленному перемноженні лівих і правих частин виразу для співвідношення Гейзенберга, ліва частина одержаного

виразу: 
$$\dots$$
 згідно з (2.8-10), визначає фазовий об'єм одного квантового стану частинки з трьома ступенями свободи. Враховуючи знак нерівності в останньому виразі, приходимо до висновку, що мінімальний об'єм, який приходить на один квантовий стан частинки дорівнює  $h^3$ . Оскільки фазовий об'єм володіє мультиплікативними властивостями, то мінімальний об'єм, що приходить на один квантовий стан системи із  $N$  частинок буде дорівнювати  $h^3N$ . Отже, для визначення кратності виродження  $g$  системи, тобто числа квантових станів, за допомогою якого реалізується даний макростан (стан із заданим значенням енергії), необхідно фазовий об'єм  $\Gamma$ , який відповідає всім квантовим станам системи, поділити на фазовий об'єм, що приходить на один квантовий стан:

(2.14)

Таким чином, квантова механіка дозволяє визначити то, що неможливо визначити в класичній фізиці: у фазовому просторі  $N$  частинок величина  $h^3N$  є природною одиницею виміру фазового об'єму.

Для конденсованих систем, як вже наголошувалося, рівні енергії розташовуються достатньо густо, утворюючи квазінеперервний спектр. Тому можна розглядати групи станів системи з енергією від  $E$  до  $E+dE$ , яким у фазовому просторі відповідає об'єм  $d\Gamma$ . Поділивши цей об'єм на  $h^3N$ , одержимо

вираз для термодинамічної ймовірності даних станів системи: 
$$\dots$$
 У цьому виразі для класичних систем потрібно врахувати, що в класичній фізиці принцип тотожності частинок не діє, і всі частинки вважаються відмінними. Отже, при зміні двох частинок місцями виходить новий мікростан. Але насправді для частинок одного сорту при зміні частинок місцями нового мікростану не буде. Тому при підрахунку термодинамічної ймовірності класичних систем із  $N$  однакових частинок потрібно врахувати число можливих парних перестановок частинок (яке дорівнює  $N!$ ), тобто потрібно враховувати лише мікростани, які можна фізично розрізнити<sup>9</sup>. Тому для класичних систем термодинамічна ймовірність групи станів, енергія яких розташована в межах від  $E$  до  $E+dE$ , буде дорівнювати:

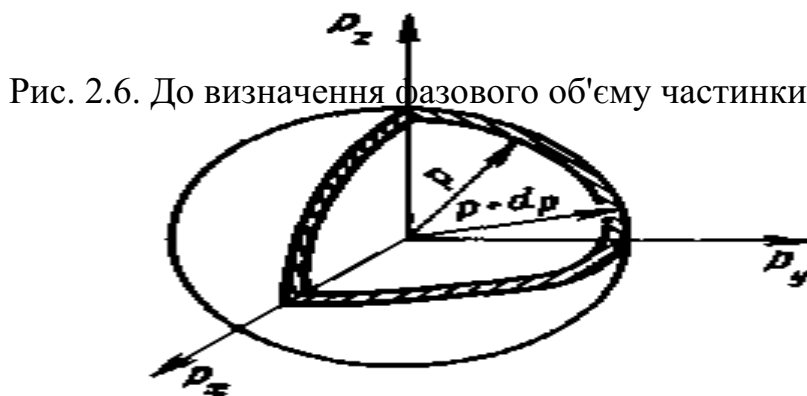
<sup>9</sup> Узагальнення формул векторної алгебри на багатовимірний випадок нами виконано в [227], [252].

(2.15)

Величину фазового об'єму частинки з енергією від  $E$  до  $E+dE$  (рис. 2.6) можна виразити наступним чином:

(2.16)

Величина фазового об'єму системи з тотожними частинками з енергією від  $E$  до  $E+dE$  розраховується з урахуванням (2.16) без множника  $(N!)$ , а для систем, частинки яких фізично можна розрізнити, множник  $(N!)$  потрібно



у виразі (2.15) при обчисленні цих систем потрібно буде часто опускають.

ю величиною, то кратність статистичні величини.

астичного дослідження

ового статистичного ансамблю й відповідно функцію розподілу за квантовими станами, вибрати мінімальний об'єм квантового стану і визначити кратність виродження системи із заданою енергією. Причому, внаслідок того, що енергія макроскопічної системи змінюється майже неперервно цілком допустимо використовувати знак диференціала (вираз 2.15-16), а не знак кінцевої різниці, який, строго кажучи, потрібно писати у випадку сильно дискретних величин.

Підводячи підсумки зазначимо, що розв'язок задачі про розрахунок макроскопічних властивостей системи зводиться до знаходження явного виду функції розподілу. Причому, апріорі ясно, що явний вид функції розподілу повністю визначатиметься властивостями частинок системи і взаємодією системи з навколишнім середовищем.

### 2.3. Теоретико-методичний аналіз розподілу Гіббса.

Теоретичний та методичний аналіз розподілу Гіббса, на основі відомих літературних джерел (див. список використаних джерел), виконано нами в [243], [255], [263] тому тут ми його використаємо, як основу. У попередніх параграфах ми розглянули основні положення статистичної фізики і тепер будемо переходити до розв'язання головної задачі – знайти явний вид функції розподілу системи за макростанами, яка залежить від внутрішньої структури системи і способу виділення її із навколишнього середовища.

Розглядаючи наслідок із теореми Ліувілля, ми, на основі фізично обґрунтованих передумов, постулювали, що ця функція розподілу для систем, що знаходяться в рівновазі, залежить від її енергії, тобто розподіл за мікростанами повністю визначається розподілом за енергією. При такому підході відмінність функцій розподілу для систем із різним сортом частинок буде дещо нівелюватись, оскільки ми оперуватимемо лише енергією системи, не аналізуючи, від чого вона залежить. Тому спочатку ми повністю не будемо конкретизувати модель системи. Проте, оскільки математичний апарат істотно залежить від того, з якими величинами ми маємо справу – дискретними чи неперервними, нам із самого початку доведеться обумовлювати, яку систему ми розглядаємо: класичну чи квантову. Але коли ми перейдемо до розрахунку термодинамічних властивостей конкретних систем, нам доведеться конкретизувати модель будови системи і це відразу ж дасть відмінність функції розподілу для різних систем (ідеальний газ, реальний газ тощо).

### 2.3.1. Мікроканонічний розподіл.

Розглянемо спочатку найбільш простий випадок – повністю ізольовану систему. Розподіл, що відповідає цьому випадку називається мікроканонічним.

Отже, система повністю ізольована. Тому, строго кажучи, енергія її постійна  $E = \text{const}$ . У випадку класичного статистичного ансамблю число систем для точнішого опису еволюції системи повинно бути великим і їх фазові точки заповнять деяку область фазового простору, що відповідає даному макростану. Якщо ж розглядати не статистичний ансамбль, а одну систему протягом великого проміжку часу, то її фазова траєкторія теж практично неперервно (квазіергодична гіпотеза) заповнить у фазовому просторі деяку область. Причому фазова траєкторія не перетинається. Іншими словами, рівноважна класична система за достатньо великий проміжок часу побуває в усіх мікростанах, сумісних з даним значенням енергії.

Нехай тепер маємо квантову систему. Число частинок, що мають енергію  $E$  і знаходяться в  $i$ -тому квантовому стані позначимо  $N_i$ , а число частинок, що мають ту ж енергію, але знаходяться в  $k$ -тому квантовому стані –  $N_k$ . Ймовірність переходу з  $i$ -того в  $k$ -тий квантовий стан, згідно з принципом мікроскопічної оборотності квантової механіки, дорівнює ймовірності зворотного переходу . Кількість частинок, що переходять з  $i$ -того в  $k$ -тий квантовий стан буде рівна кількості частинок, що переходять навпаки. Тому в рівноважній системі всі квантові стани з однаковою енергією є рівноймовірними.

Якщо розглядати два можливі макростани системи, які можуть реалізовуватись різною кількістю мікростанів, то, враховуючи рівноправність останніх, можна стверджувати, що більшу частину часу система буде перебувати у стані, якому відповідає більше число мікростанів. З точки зору теорії ймовірностей це означає, що такий стан системи є більш ймовірним. Таким чином, як для класичних, так і для квантових замкнутих систем можна сформулювати постулат:



- всі мікростани системи, які сумісні з її макростаном, абсолютно рівноймовірні;

- ймовірність заданого макростану буде пропорційна термодинамічній ймовірності (кратності виродження):

Даний постулат можна розглядати як постулат про мікроканонічний розподіл

Оскільки енергія замкнутої системи не змінюється з часом, то функція розподілу та ймовірність буде відмінна від нуля лише в точці

Мікроканонічний розподіл можна представити математично через - функцію Дірака:

де  $C$  – константа нормування.

Реальні макроскопічні системи не можуть бути абсолютно ізольованими і тому їх енергія коливається в деяких межах від  $E$  до  $E+dE$  в околі  $E_0$ . Тому функція розподілу зазнає деяке розмиття (рис. 2.7).

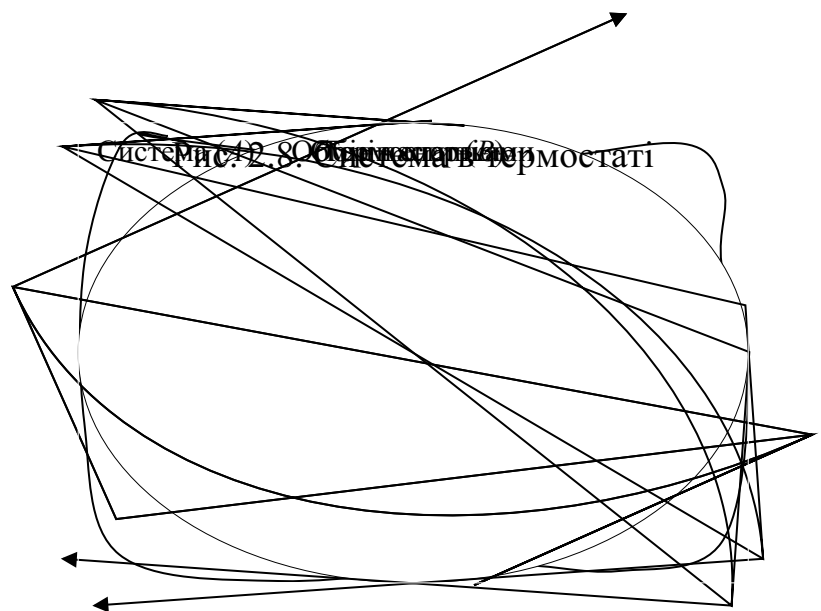
Площа під цією кривою за умовою нормування дорівнює одиниці і оскільки область розмиття  $dE$  дуже мала, то крива має дуже гострий пік, зобразити який в масштабі неможливо. Із сказаного зрозуміло, що система практично завжди знаходиться в станах, що відповідають максимуму кривої. Стани, в яких енергія істотно відрізняється від  $E_0$ , малоймовірні і практично не зустрічаються.

Зрозуміло, що викладений тут мікроканонічний розподіл не можна розглядати як доведення рівноймовірності квантових станів. Це вихідний постулат, який базується на фізично правдоподібних міркуваннях, висновки з якого підтверджуються досвідом. У зв'язку з такими міркуваннями Ч. Кіттель писав: «Мы сконструировали ансамбль, установив однозначное соответствие между системой из ансамбля и допустимым состоянием рассматриваемой системы. Наше основное предположение сводится теперь к тому, что любая система из ансамбля столь же хороша или, другими словами, столь же вероятна, как и любая другая система ансамбля. Это предположение кажется разумным, поскольку практически мы пренебрегаем детальными характеристиками движения системы, однако доказать такое утверждение строго очень трудно. Указанное предположение следует рассматривать как основную гипотезу. Это завершает наш анализ основного предположения о том, что замкнутая система с равной вероятностью может находиться в любом допустимом стационарном

квантовом состоянии. Подобное предположение справедливо только для замкнутых систем.... Без указанного выше или аналогичного ему постулата изложение статистической механики наталкивается на существенные трудности. С современной точки зрения наше основное предположение является постулатом, справедливость которого подтверждается тем, что следствия из него всегда согласуются с опытными данными. Методы, основанные на этом постулате, настолько просты и настолько действенны, что их стоило бы развивать, даже если бы вытекающие из них следствия соответствовали эксперименту всего один или два раза на протяжении человеческой жизни. К счастью, основания для принятия такого предположения имеют под собой более твердую почву: следствия из него согласуются с опытом всегда» [165, 36].

### 2.3.2. Макроканонічний розподіл Гіббса.

Розглядаючи [243; 255] ізольовану систему з постійною енергією і постійним числом частинок ми, на основі фізично правдоподібних передумов, постулювали, що всі мікростани із заданою енергією рівноймовірні і чим більшою кількістю мікростанів даний макростан може реалізуватися, тим він ймовірніший. Кажучи іншими словами, ймовірність застати ізольовану систему в заданому стані буде



пропорційна її кратності виродження:

Проте в природі немає абсолютно ізольованих систем. Ми зазвичай розглядаємо системи, виділені яким-небудь чином із навколишнього середовища. При цьому можливі як обмін енергією, так і обмін частинками з навколишнім середовищем. Зрозуміло, що для такої системи мікроканонічний розподіл не можна застосовувати. У такому випадку діятимемо наступним чином. Квантову систему (А), що вивчається, і навколишнє середовище (В), тобто тіла, з якими наша система яким-небудь чином взаємодіє (обмінюється енергією і частинками), вважатимемо підсистемами деякої великої ізольованої системи (А+В) (рис. 2.8).

Причому загальна кількість частинок  $N$  і сумарна енергія  $E$  об'єднаної системи постійні:  $N = \text{const}$ ,  $E = \text{const}$ . У реальному випадку будь-яка вибрана система  $A$  з кількістю частинок  $n$  і енергією  $E_i$  знаходиться в оточенні великої кількості зрівняних з нею за розмірами інших систем, які, разом узяті, ми назвали підсистемою  $B$ , тоді кількість її частинок і енергія задовольняють умовам:

$n \ll N$ . Оскільки дана підсистема  $A$  знаходиться в рівновазі з незрівнянно більшою підсистемою  $B$ , то останню часто називають термостатом.

Крім того, енергія кожної підсистеми буде пропорційна кількості частинок, а енергія взаємодії підсистем буде пропорційна кількості частинок на межі, що їх розділяє  $\sigma$ , оскільки це число мале, у порівнянні з числом частинок  $n$  у підсистемах, то можна вважати, що підсистеми  $A$  і  $B$  статистично незалежні, тобто з одного боку взаємодією (обмін частинками і енергією) ми в даний момент нехтуємо, а з іншого – ця взаємодія, врешті-решт, призводить до зміни енергії й кількості частинок підсистем.

Наше завдання: знайти ймовірність застати підсистему  $A$  із заданою енергією  $E_i$  і заданою кількістю частинок  $n$ .

Нехай ймовірність того, що підсистема  $A$  знаходиться в стані з енергією  $E_i$  і кількістю частинок  $n$  буде  $\Omega_A(E_i, n)$ , ймовірність того, що термостат  $B$  знаходиться в стані з енергією  $E_B$  і числом частинок  $N_B$  дорівнює  $\Omega_B(E_B, N_B)$ . Оскільки підсистеми  $A$  і  $B$  незалежні і їх стани зумовлюють стан об'єднаної системи з ймовірністю  $\Omega_{AB}(E_i, n, E_B, N_B)$ , то за відомою теоремою про добуток ймовірностей та мікроканонічного розподілу, який справедливий до об'єднаної системи, можна записати:  $\Omega_{AB}(E_i, n, E_B, N_B) = \Omega_A(E_i, n) \cdot \Omega_B(E_B, N_B)$ . Кратність виродження всієї системи  $\Omega_{AB}(E, N)$ , як мультиплікативна величина, визначається через кількість квантових станів системи  $A$  і термостата  $B$  співвідношенням  $\Omega_{AB}(E, N) = \Omega_A(E_i, n) \cdot \Omega_B(E_B, N_B)$ , тому

Підсистема  $A$  (що є предметом дослідження), як наголошувалося, в реальних випадках завжди набагато менша за своє оточення. Тому зміна стану системи  $A$  (тобто зміна  $E_i$ ) майже не змінить стану термостата (але не навпаки), тобто можна приблизно вважати:  $\Omega_B(E_B, N_B) \approx \Omega_B(E, N)$ . Тоді, вводячи коефіцієнт пропорційності, до якого увійде й  $\Omega_A(E_i, n)$ , одержимо:  $\Omega_{AB}(E, N) = \Omega_A(E_i, n) \cdot \Omega_B(E, N)$ . У правій частині

цього виразу множник  $\Omega_B(E, N)$  залежить від енергії та кількості частинок термостата, про який відомо лише те, що його енергія й кількість частинок набагато більші відповідних величин системи  $A$ . Для того, щоб всі величини в останньому виразі відносилися лише до досліджуваної системи  $A$ , цей множник

потрібно виразити через  $\beta$  і  $n$ . Якби кратність виродження термостату була звичайною математичною функцією і не мала певних фізичних властивостей, то з урахуванням того, що  $\beta$  і  $n$ , її можна було б розкласти в ряд по ступенях малої величини  $\beta$  і  $n$ , і обмежитися першими

членами ряду: 
$$P_n = \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^n e^{-\beta \epsilon_i} \Omega_i$$
 У цьому виразі вже немає членів, які залежать від кількості частинок і енергії термостата. Але насправді такий розклад в ряд робити не можна, оскільки енергія й кількість частинок у правій частині – адитивні величини, а ліва частина – мультиплікативна величина, тобто ліва й права частина не володіють однаковими властивостями.

Тому представимо величину  $\Omega_i$  у вигляді: 
$$\Omega_i = \frac{1}{h^{3N}} \int \delta(E - \sum_{j=1}^N \epsilon_j) \prod_{j=1}^N \delta(\epsilon_j - \epsilon_j^0) d^3r_j d^3p_j$$
 , де  $\epsilon_j^0$  нова функція тих же аргументів. Це завжди можна зробити, оскільки  $\epsilon_j^0$  . Нова функція є адитивною і її розкладемо в ряд за малими величинами  $\beta \epsilon_j^0$  та  $n$ . Обмежившись першими членами розкладу,

одержимо:

Вводячи позначення:

$$\Omega_i = \frac{1}{h^{3N}} \int \delta(E - \sum_{j=1}^N \epsilon_j^0) \prod_{j=1}^N \delta(\epsilon_j^0 - \epsilon_j^0) d^3r_j d^3p_j \quad (2.17)$$

для нової функції  $\Omega_i$  маємо: 
$$\Omega_i = \frac{1}{h^{3N}} \int \delta(E - \sum_{j=1}^N \epsilon_j^0) \prod_{j=1}^N \delta(\epsilon_j^0 - \epsilon_j^0) d^3r_j d^3p_j$$
 . Отже, з урахуванням

цих позначень, перепишемо вираз для шуканої ймовірності: 
$$P_n = \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^n e^{-\beta \epsilon_i} \Omega_i$$
 .

У цьому виразі константа  $B$  дорівнює добутку коефіцієнта пропорційності  $C$  і постійного множника  $\Omega_i$ , який не залежить від властивостей підсистем. Цю

константу визначимо з умови нормування: 
$$P_n = \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^n e^{-\beta \epsilon_i} \Omega_i = 1$$
 .

Таким чином, ймовірність того, що квантова система  $A$ , що знаходиться в термостаті, з яким вона може обмінюватися енергією та частинками, знаходиться в стані з енергією  $E_i$  і числом частинок  $n$  буде дорівнювати:

$$P_n = \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^n e^{-\beta \epsilon_i} \Omega_i \quad (2.18)$$

Вираз (2.18) називається великим канонічним (макроканонічним) розподілом Гіббса для квантових систем. Введені раніше величини  $\theta$  і  $\mu$  називаються, відповідно, модулем канонічного розподілу й хімічним потенціалом. Їх фізичний зміст з'ясуємо пізніше. Знаменник в (2.18):

(2.19)

називається статистичною сумою. Вона відіграє дуже велику роль в статистичній фізиці, оскільки враховує внесок у ймовірність всіх можливих станів системи ( підсумовування йде за всіма рівнями енергії ( $i$ ) та кількістю частинок ( $n$ )).

### 2.3.3. Канонічний розподіл Гіббса.

Якщо досліджувана квантова система  $A$ , яка знаходиться в термостаті і може з ним обмінюватись лише енергією, то у виразі (2.18) попереднього параграфу

множник  $\Omega$  є константою і може бути внесений в константу  $B$  [243]. У такому випадку дана система може обмінюватися з навколишнім середовищем лише енергією і ймовірність її стану з енергією  $\epsilon_i$  буде дорівнювати:

(2.20)

Одержаний вираз називається канонічним розподілом Гіббса для квантових систем. Для таких систем статистична сума виразиться наступним чином:

(2.21)

Якщо рівні енергії системи розташовані дуже близько й дискретністю можна знехтувати, то в (2.20) замість деякого рівня енергії  $\epsilon_i$ , необхідно розглядати значення енергії  $\epsilon$ , що лежить в межах від  $\epsilon_{\min}$  до  $\epsilon_{\max}$  (тут  $\epsilon_{\min}$  – сукупність усіх канонічних змінних, від яких залежить енергія), а замість кратності виродження  $i$ -того рівня – ввести кількість мікростанів з енергією від

до  $\epsilon_{\max}$ , тобто термодинамічну ймовірність  $\Omega(\epsilon)$  і, нарешті, підсумовування заміниться інтегруванням. Тоді для класичних систем з постійним числом частинок канонічний розподіл (2.20) запишеться так:

(2.22)

або, з урахуванням (2.15):

$$\dots \quad (2.23)$$

Знаменник цього виразу:

$$\dots \quad (2.24)$$

називається статистичним інтегралом. Він, як і статистична сума для квантових систем, несе всю інформацію про стан системи.

У деяких випадках скорочення множника ( ) у виразі (2.23) і, як наслідок – у (2.24), призводить до протиріч, тому більш точно статистичний інтеграл потрібно визначати у вигляді:

$$\dots \quad (2.25)$$

Враховуючи (2.25), класичний канонічний розподіл Гіббса запишеться у вигляді, який найбільш часто використовується:

$$\dots \quad (2.26)$$

Функція

$$\dots \quad (2.27)$$

(з урахуванням ) є функцією розподілу за енергією.

Знаючи функцію розподілу (2.27), можна знаходити середні значення макроскопічних властивостей системи. Для цього необхідно визначити статистичний інтеграл (2.24, 25) (або статистичну суму у випадку квантових систем), але це виявляється можливим лише у відносно простих випадках, які ми розглянемо у подальшому.

Обговоримо деякі властивості канонічного розподілу. Будемо використовувати для цього вираз (2.26), який запишемо у вигляді:

Рис. 2.9. Схематичний графік канонічного розподілу

За умовою нормування ймовірності , тобто площа під кривою функції розподілу дорівнює одиниці.

Функція розподілу (2.27) є добутком трьох множників:

– це постійне для даної системи число, оскільки  $Z$  – визначений інтеграл;

– швидко спадаюча із зростанням  $E$  функція; – при великому  $N$  швидко зростаюча із зростанням  $E$  функція. Щоб у цьому переконатися, досить розв'язати задачу про залежність фазового об'єму від кількості частинок та енергії. Тоді добуток швидко зростаючої та швидко спадаючої функції дасть дуже вузький пік, площею рівною одиниці (рис. 2.9) і ймовірність стану системи з енергією  $E$ , що значно відрізняється від енергії, яка відповідає максимуму кривої буде дуже мала, тому такі стани практично не зустрічаються. Таким чином, канонічний розподіл для систем, що містять велику кількість частинок, практично зводиться до мікроканонічного для ізольованих систем (рис. 2.7 і 2.9).

Визначимо фізичний зміст модуля  $\theta$  канонічного розподілу [ REF \_ Ref346815450 \w \h 255].

1) За означенням: , тобто  $\theta$  є однозначною функцією енергії і відноситься не до даної системи , а до термостата, з яким досліджувана система знаходиться в рівновазі.

2) Модуль канонічного розподілу істотно позитивна величина, оскільки інакше не виконуватиметься умова нормування.

3) Модуль канонічного розподілу є інтенсивною характеристикою стану рівноваги макроскопічної системи. Дійсно, поділимо рівноважну систему на дві макроскопічні частини. Тоді, згідно з (2.26) матимемо:

Оскільки системи статистично незалежні, то , тобто

Враховуючи мультиплікативність:  $\Omega = \prod_i \Omega_i$ , приходимо до висновку, що в стані рівноваги модулі канонічного розподілу всіх макроскопічних частин системи однакові:

4) Зробивши чисельний розрахунок для конкретних систем, наприклад, ідеальний газ, можна впевнитись, що при збільшенні модуля канонічного розподілу максимум функції розподілу зміститися у бік високих енергій, тобто стани з більшою енергією будуть більш ймовірними.

5) Надалі ми переконаємося, що модуль канонічного розподілу (у вигляді  $\Omega_i$ ), подібно до термодинамічної температури  $T$ , є інтегруючим множником для кількості теплоти [231].

Такими властивостями, як відомо [259], володіє вимірювана на досліді термодинамічна температура  $T$ . Усі зазначені властивості дають підставу назвати модуль канонічного розподілу статистичною температурою. Оскільки показник

степеня в експоненті  $\Omega_i$  повинен бути безрозмірною величиною, то статистична температура повинна мати розмірність енергії. Перевідний коефіцієнт від одиниць енергії до кельвінів визначається з досліді і носить назву – стала Больцмана  $k_B$ :

$k_B = \frac{1}{\beta}$ . Оскільки канонічний розподіл визначає ймовірність стану рівноважної системи, тобто містить всю інформацію про систему, то його буде надалі використано для отримання всіх співвідношень феноменологічної термодинаміки (див. розділ 1).

## 2.4. Методологічне та статистичне обґрунтування законів термодинаміки

Термодинамічний метод дослідження макроскопічних систем, розглянутий в розділі 1, спирається на три закони термодинаміки, які є узагальненням великої кількості дослідних фактів, не пов'язаних з уявленнями про внутрішню будову речовин. Статистичний метод, навпаки, у своїй основі спирається на ту чи іншу модель будови тіл і це дозволяє дати ймовірнісну трактовку можливих станів системи та вказати шляхи теоретичного визначення всіх макроскопічних характеристик систем, які в термодинамічному методі визначаються експериментально. Отже, статистичний метод дослідження макроскопічних систем повинен привести до формулювання теоретичних положень, які за фізичним змістом будуть еквівалентними законам термодинаміки, тобто експериментальні закони термодинаміки повинні витікати із статистичного опису макроскопічних систем. Так, наприклад Ч. Кіттель [166], в передмові до книги



«Элементарная статистическая физика» зазначає, що для вивчення статистичної фізики студенти повинні бути знайомі з основами термодинаміки, що у нас відбувається при вивченні загальної фізики.

Л. Ландау і Є. Лівшиц у своєму монографічному 10-ти томному курсі теоретичної фізики в розділі «Статистическая физика» [198] вводять ентропію як безрозмірну величину, а в питанні «Закон возрастания энтропии» лише побіжно згадується другий закон термодинаміки: «... если замкнутая система в некоторый момент времени находится в неравновесном макроскопическом состоянии, то наиболее вероятным следствием в последующие моменты времени будет монотонное возрастание энтропии системы. Это есть так называемый закон возрастания энтропии или второй закон термодинамики. Он был открыт Клаузиусом, а его статистическое обоснование было дано Больцманом» [198, 45]. У згаданому курсі статистичної фізики Л. Ландау і Є. Лівшиц із означень

і дається обґрунтування виразу (Це відоме основне рівняння термодинаміки (див. п. 1.3.2.3)), звідки ([198, 63]) вони

одержують , тобто фактично обґрунтовується перший закон термодинаміки, але термін «перший закон термодинаміки» навіть не згадується. Аналогічна ситуація й з «третьім законом термодинаміки» – він у Л. Ландау й Є. Лівшица лише – теорема Нернста ([198, 89]). Але, враховуючи те, що термодинаміка була основним інструментом вивчення навколишнього світу на протязі цілого століття, і їй вдалося одержати багато наукових досягнень, описати важливі термодинамічні явища в природі й техніці, в літературі прийнято писати не категоричне, але фактично правильне твердження «Термодинаміка – складова частина статистичної фізики», а використовувати більш делікатний вислів «Закони термодинаміки мають статистичне обґрунтування». Тому й назву теоретичного курсу, який традиційно називається «Термодинаміка та статистична фізика», на наш погляд, потрібно більш правильно називати (як у Ч. Кіттеля ) – «Статистична термодинаміка».

Статистичне обґрунтування цих законів почнемо із першого закону термодинаміки – закону збереження енергії стосовно теплових процесів у власне авторському баченні методики й технології навчання цих питань в педагогічних університетах [244]; [252]; [253]; [254]; [255]; [258]; [262], [263].

#### 2.4.1. Перший закон термодинаміки.

У навчальній літературі формулювання першого закону термодинаміки, як уже зазначалось, розглядається як само собою зрозуміле твердження, яке відображає той факт, що повна кількість енергії в ізольованій системі завжди залишається постійною, наприклад [304]. Енергія лише може переходити із однієї форми в іншу (див. висновки до розділу 1). Але такий, дуже спрощений на наш погляд, підхід не розкриває у повній мірі методологічне й пізнавальне значення цього закону і *формує у студентів догматичне* сприйняття навколишнього світу.

Тому при викладенні першого закону термодинаміки потрібно встановити його зв'язок з властивостями простору та часу і зосередити увагу на його методологічному й статистичному обґрунтуванні.

Оскільки термодинаміка й статистична фізика вивчаються після механіки, то доцільно спочатку розглянути довільну механічну систему, яка складається із матеріальних точок (частинок) [252]. У цій системі діють внутрішні, як консервативні, так і неконсервативні сили, а також зовнішні (у загальному випадку – нестационарні) сили. Запишемо диференціальне рівняння руху  $j$ -тої частинки системи:

$$j=1, 2\dots N.$$

Помножимо ліву й праву частини цього виразу на  $m_j$  і скористаємось

очевидним співвідношенням  $\mathbf{F} = -\nabla U$ :

$$m_j \ddot{\mathbf{r}}_j = -\nabla U, \quad j=1, 2\dots N.$$

Внутрішні й зовнішні консервативні сили можна виразити через відповідні внутрішню та зовнішню потенціальні енергії. Тоді:

$$U = U_{\text{int}} + U_{\text{ext}}, \quad j=1, 2\dots N.$$

Підсумуємо всі записані тут останні рівняння за всіма частинками системи від 1 до  $N$  та змінимо в лівій частині порядок підсумовування і диференціювання:

Тут  $E_{\text{kin}} = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} m_j \dot{\mathbf{r}}_j^2$  – кінетична енергія всієї системи.

Повна потенціальна енергія механічної системи складається з двох доданків (потенціальна енергія внутрішньої і зовнішньої взаємодій)

Повна похідна від цієї функції за часом дорівнює

.3

Із урахуванням останньої рівності, вираз для зміни кінетичної енергії системи запишемо у такому вигляді: .3

Повною механічною енергією системи називається сума кінетичної та потенціальної енергій: Тоді маємо: . Це рівняння є математичним записом теореми про зміну повної механічної енергії системи: елементарна зміна повної механічної енергії дорівнює роботі неконсервативних сил плюс зміна потенціальної енергії системи у зовнішньому силовому полі, яка пов'язана зі зміною останньої у часі [260]. Зокрема, якщо неконсервативні сили відсутні, і зовнішнє поле стаціонарне, тобто:

, тоді , або .

У результаті ми одержали закон збереження механічної енергії: за відсутності неконсервативних сил повна механічна енергія в ізольованих системах, що знаходяться у зовнішніх стаціонарних полях, є величиною постійною. Оскільки при доведенні ми використовували закони Ньютона, які є наслідком властивостей простору та часу, то слід особливо наголосити, що цей закон є явним наслідком однорідності часу й опосередкованим наслідком однорідності та ізотропності простору. Дійсно, не збереження енергії ізольованої системи свідчило б про неоднорідність часу та неізотропність і неоднорідність простору.

Узагальнимо одержані висновки [REF\_Ref349186118 \w \h 244]. Будемо вважати механічну систему, яку ми розглядали, термодинамічною, тобто будемо вважати, що ця система тіл складається з дуже великої кількості безструктурних частинок, які хаотично рухаються, зіштовхуються та взаємодіють між собою й оболонкою, за допомогою якої система виділена із навколишнього середовища. У такій системі динамічні закономірності, характерні для окремих частинок, у їх сукупному хаотичному русі замінюються статистичними закономірностями. Властивості оболонки, за допомогою якої система виділяється із навколишнього середовища, можуть бути дуже різноманітними. Розглянемо спочатку випадок, коли система має абсолютно жорсткі стінки (об'єм та інші зовнішні параметри системи не змінюються), зіткнення молекул системи зі стінками цієї оболонки носить абсолютно пружний характер, тобто кількість енергії, яка передається

оболонці від системи, дорівнює кількості енергії, яка передається від оболонки до системи, тобто система й оболонка знаходяться в рівновазі між собою (це еквівалентне тому, що система не обмінюється з оболонкою і навколишнім середовищем ні речовиною, ні енергією). Така система, як уже зазначалось, називається ізольованою. На відміну від механічних систем тіл, у яких можлива дія неконсервативних сил (тертя, опору, внутрішнього тертя), у термодинамічній системі, що розглядається, відбувається лише взаємодія окремих структурних елементів (атомів, молекул) між собою та з молекулами оболонки, і ця взаємодія має абсолютно потенціальний характер, тобто на молекулярному рівні немає неконсервативних сил. Причому до цієї системи молекул, як системи матеріальних точок, можна застосувати всі висновки, які були одержані раніше. А це означає, що закон збереження повної енергії, існування якого обумовлене властивостями часу та простору, справедливий для будь-якої ізольованої макроскопічної системи. Більш детальний аналіз показує, що це буде справедливо й для макроскопічних систем, структурні елементи яких (атоми, молекули та їх складові тощо) мають внутрішню структуру, яка може змінюватись у результаті взаємодії. Зміна структури і пов'язана з цим зміна енергії молекул (атомів тощо) відбувається таким чином, що збільшення енергії однієї із взаємодіючих частинок обов'язково компенсується зменшенням енергії іншої частинки, тобто ні на молекулярному, ні на субмолекулярному рівнях немає неконсервативних сил.

Таким чином, глибоке осмислення питання про збереження механічної енергії, як наслідку властивостей простору та часу, приводить до висновку про існування у природі універсального закону збереження енергії: енергія ізольованої системи ніколи не створюється й не знищується, вона може лише переходити із однієї форми в іншу [258], [263]. Але у неізольованих термодинамічних системах внутрішня енергія може змінюватись, тому потрібно аналітично записати закон її зміни.

Оскільки, усі частинки системи (атоми, молекули) володіють квантовими властивостями, то найбільш повний і послідовний підхід при вивченні термодинамічних систем – це підхід із квантових позицій. Тому будемо вважати, що система, яку ми розглядаємо, має дискретний ряд значень внутрішньої енергії. Причому, внаслідок взаємодії системи з навколишнім середовищем, яке відбувається через випадкові взаємодії молекул системи з молекулами навколишнього середовища, значення внутрішньої енергії у кожній момент часу є випадковим і усереднене за часом її значення може бути розраховане за відомою із теорії ймовірності формулою:

$$(2.28)$$

де  $\epsilon$  – випадкове значення внутрішньої енергії,  $P(\epsilon)$  – ймовірність даного випадкового значення енергії.

Система має дискретний ряд значень енергії, тобто має деякий ряд енергетичних рівнів, на яких розподіляються молекули. Значення енергії цих рівнів є характерним для вибраної системи, але може змінюватись при зміні зовнішніх параметрів, наприклад, об'єму, чи напруженості електричного (магнітного) поля. Заповнення енергетичних рівнів молекулами залежить від їх властивостей і від температури, тому що при більш високій температурі середня енергія молекул вища і вони можуть потрапляти на більш високий енергетичний рівень. Наведені міркування показують, що величини, які стоять під знаком суми у правій частині останнього виразу, можуть змінюватись при зміні зовнішніх параметрів та температури. Це може призвести до зміни внутрішньої енергії, яка, у рамках статистичної фізики, визначається наведеним вище виразом. Тому можна записати диференціал внутрішньої енергії (2.28) у вигляді:

$$, \quad (2.29)$$

який можна розглядати як закон зміни внутрішньої енергії. Припустимо, що зовнішнім параметром є деяка величина  $a$ . Якщо цей параметр внаслідок зовнішньої дії зміниться, то це призведе до зміни рівнів енергії. Тоді зміна внутрішньої енергії системи за рахунок зміни зовнішнього параметра  $a$  при незмінній ймовірності заповнення енергетичних рівнів (перший доданок в правій

частині виразу (2.29)) буде дорівнювати:

Величину  $\bar{F}$  можна розглядати як випадкове значення узагальненої зовнішньої сили, за рахунок якої відбувається зміна зовнішнього параметра  $a$ . Тому зміна внутрішньої енергії системи за рахунок зміни

зовнішнього параметра  $a$  можна записати у вигляді:  $dU = \bar{F} da$ , де

– середня узагальнена сила, що призводить до зміни параметра  $a$ .

Величину  $\bar{F}$  можна розглядати як роботу, виконану над системою при зміні зовнішнього параметра  $a$  [263]. Щоб правомірність такої трактовки стала ще очевиднішою, розглянемо випадок, коли зовнішнім параметром служить об'єм  $V$ . Тоді зміна внутрішньої енергії при зміні об'єму  $V$  можна виразити таким чином:

де  $\bar{p}$  – середнє значення тиску, який грає роль узагальненої сили.

Таким чином, у випадку, коли зовнішнім параметром є об'єм, зміна енергії системи, яка пов'язана із зміною зовнішнього параметра  $V$ , збігається з відомою в термодинаміці формулою для роботи над системою при зміні її об'єму  $\Delta W = p \Delta V$ . Отже, внутрішню енергію системи можна змінити (без зміни ймовірності заповнення енергетичних рівнів), виконуючи над нею роботу або даючи можливість їй виконати роботу над навколишніми тілами. Іншими словами, при виконанні макроскопічної роботи відбувається лише зміна рівнів енергії без зміни кількості частинок на них. У цьому полягає статистичне трактування роботи як способу зміни внутрішньої енергії.

Другий доданок у виразі (2.29) дає внесок у зміну енергії системи за рахунок зміни ймовірності заповнення енергетичних рівнів системи. Це відбувається внаслідок взаємодії частинок системи з частинками навколишнього середовища. При цьому, якщо вони запозичують енергію, то переходять на вищі енергетичні рівні без зміни останніх, тобто стан з більшою енергією стає ймовірнішим, система нагрівається і навпаки. Спосіб зміни внутрішньої енергії, який здійснюється взаємодією частинок системи з частинками навколишнього середовища і призводить до зміни ймовірності заповнення мікростанів системи, називається теплообміном, а кількість енергії, що надається при цьому, як і в термодинаміці назвемо кількістю теплоти. Тоді вираз (2.29), як і в термодинаміці запишеться у вигляді  $\Delta W = \sum_i \epsilon_i \Delta N_i$ . Наведені статистичні міркування відносно методики розгляду першого закону термодинаміки знайшли повну підтримку іншими дослідниками, (див., наприклад, [401]).

Таким чином, статистичне обґрунтування першого закону термодинаміки і пояснення його зв'язку з властивостями простору та часу має не лише евристичне, але й методологічне значення, що дуже важливе для формування фізичного світогляду студентів.

#### **2.4.2. Статистичне обґрунтування другого закону термодинаміки.**

Другий закон термодинаміки не є загальним законом природи, цей закон справедливий лише по відношенню до термодинамічних систем. Макс Планк підкреслював, що принцип збереження енергії (перший закон термодинаміки) представляється у вигляді закінченого цілого, то цього ніяк не можна сказати про той принцип, який був введений Клаузіусом під назвою другого закону

термодинаміки [294].

Другий закон термодинаміки виник як результат узагальнення дослідних фактів про спрямованість термодинамічних процесів і про можливість взаємних перетворень тепла й роботи (див. п. 1.3.2).

Аналітично другий закон термодинаміки був сформульований при аналізі роботи теплових машин. Цей аналіз показав, що макроскопічні системи, окрім енергії, володіють ще однією адитивною функцією стану – ентропією ( $S$ ), диференціал якої визначається кількістю теплоти, одержаної (або відданої)

системою при деякій постійній температурі:

Причому, як показує термодинамічний аналіз процесів в ізольованих макроскопічних системах, напрям протікання процесів однозначно пов'язаний із зміною ентропії: рівноважні процеси протікають без зміни ентропії, а нерівноважні можуть протікати лише в такому напрямі, при якому ентропія зростає. Тому для загального випадку (оборотні й необоротні процеси) другий

закон термодинаміки записується у більш загальному вигляді:  $dS \geq \frac{\delta Q}{T}$ , де знак « $\geq$ » відноситься до оборотних процесів, а знак « $>$ » – до необоротних. Останній вираз, який є найбільш загальною формою математичного запису другого закону термодинаміки, часто називають законом зростання ентропії.

У рамках статистичної фізики, на відміну від термодинаміки, немає необхідності проводити аналіз роботи теплових машин і зробити це складно, оскільки важко врахувати всі деталі взаємодії частинок робочого тіла з нагрівником та холодильником. Тому будемо виходити із найзагальніших положень статистичної фізики [255], [REF\_Ref347046868 \w \h 256], [REF\_Ref347641373 \w \h 262], [REF\_Ref349206307 \r \h 263], [REF\_Ref346823395 \w \h 407].

В основі статистичного методу дослідження макроскопічних систем лежить (експериментально повністю доведене) твердження, що всі тіла складаються з молекул (атомів, або інших мікроскопічних структурних елементів), які знаходяться в безперервному і хаотичному русі та взаємодіють між собою (окремий випадок – ідеальний газ, це модель системи, в якій взаємодією структурних елементів між собою можна знехтувати). Будь-який процес в системі відбувається в результаті руху і взаємодії структурних елементів, які надалі будемо називати молекулами. Причому для простоти молекули будемо розглядати як матеріальні точки, які не мають внутрішньої структури (це не звужує загальність подальших міркувань). Стан кожної такої структурної частинки системи визначається лише її положенням у системі і тим, як вона рухається, тобто – її координатами ( $x, y, z$ ) та проекціями імпульсу ( $p_x, p_y, p_z$ ), або квантовими числами – у тому випадку, коли систему потрібно розглядати не з позицій класичної, а з позицій квантової фізики. Зрозуміло, що в даний момент

часу значення цих величин для різних молекул різне. Внаслідок руху і взаємодії молекул координати та проекції імпульсу (квантові стани) окремих молекул змінюються. Отже, даному макростану (як рівноважному, так і не рівноважному) відповідає велике число мікростанів. Причому ці мікростани не мають переваги один над одним, тобто вони наставають з однаковою частотою (див. п. 2.3.1).

Таким чином, із найзагальніших положень статистичної фізики випливає постулат: *кожному стану системи відповідає функція стану - термодинамічна ймовірність (кратність виродження – для квантових систем).*

Якщо розглядати два можливі макростани системи, які можуть реалізовуватися різною кількістю мікростанів, то, враховуючи рівноправність останніх, можна стверджувати, що більшу частину часу система знаходитиметься в стані, якому відповідає більша кількість мікростанів. З погляду теорії ймовірності це означає, що такий стан системи є ймовірнішим. Отже, приходимо до висновку, що чим більшою є термодинамічна ймовірність ( $W$ ) даного стану системи, тим більша математична ймовірність ( $\omega$ ) того, що система знаходитиметься у даному стані [243], [263], [265].

Як ілюстрацію сказаного, розглянемо простий приклад. Нехай є 4 молекули, які можна фізично розрізнити:  $a, b, c, d$ . В таблиці 1 наведені можливі способи розміщення цих молекул в посудині, яка розділена на дві частини: (I) і (II). Як видно із таблиці, найбільша кількість можливих розміщень (термодинамічна ймовірність) молекул відповідає рівномірному розподілу і найменша – найбільш нерівномірному розподілу. Можна довести, що кількість способів, яким може розміститись  $N$  молекул між двома частинами посудини, так щоб у одній було  $n$

молекул, а в іншій  $N-n$  дорівнює:  $\frac{N!}{n!(N-n)!}$ . При значній кількості молекул  $N$  ця функція має гострий максимум, що відповідає рівномірному розподілу молекул за об'ємами. Тому замкнута система, яка надана самій собі, знаходитиметься практично завжди в найімовірнішому стані, якому відповідає максимум термодинамічної ймовірності. Цей стан буде відповідати стану статистичної рівноваги.

Таблиця 2.1

Розміщення 4 молекул в 2-х половинах посудини

Макросистема			Мікросистеми	Кі ль кі ст ь мі кр ос
Н о м ер  ді л	Н о м ер  о б'	Кі ль кі ст ь м ол		



я н к и	є м у	ек ул							та ні в
1	I	4	Abcd						1
	II	0							
2	I	3	abc	abd	Ac	d	bcd	4	
	II	1	d	c	B	a			
3	I	2	ab	ac	bc	Bd	ad	cd	6
	II	2	cd	bd	ad	Ac	bc	ab	
4	I	1	d	c	B	a	4		
	II	3	abc	abd	Ac	d		bcd	
5	I	0							1
	II	4	Abcd						

Якщо з цієї точки зору розглядати необоротні процеси, які проходять самі по собі в ізольованій системі і переводять систему із нерівноважного стану в більш рівноважний стан, то їх можна розглядати як перехід системи від менш ймовірного до більш ймовірного стану. Отже, найбільш ймовірний стан системи – це стан термодинамічної рівноваги, в якій необоротні процеси закінчуються і в ньому стають можливими лише оборотні процеси.

Таким чином, постулат про існування функції стану будь-якої макроскопічної системи – термодинамічної ймовірності, який був раніше сформульований, необхідно доповнити наступним твердженням: у міру протікання самовільного процесу і наближення системи до рівноважного стану, ця функція стану зростає, і в стані рівноваги термодинамічна ймовірність (кратність виродження) приймає максимальне значення.

Ці постулати можна розглядати як другий закон термодинаміки в статистичній інтерпретації, але, для того щоб встановити його еквівалентність термодинамічній трактовці цього закону, сформулюємо вказаний статистичний постулат в аналітичній формі.

Як відомо із термодинаміки, необоротні процеси відбуваються із зростанням (до максимуму в стані рівноваги) термодинамічної ентропії системи. Отже, між термодинамічною ентропією й термодинамічною ймовірністю, яка вводиться в статистичній фізиці і змінюється так, як і термодинамічна ентропія, повинен існувати зв'язок. Це означає, що в рамках статистичного опису макроскопічних систем теж можна ввести адитивну функцію стану системи, однозначно зв'язану з термодинамічною ймовірністю, яка має такий же фізичний зміст, як термодинамічна ентропія. Ця функція в статистичній фізиці теж була названа – ентропією. На існування такого зв'язку вперше вказав Больцман. Щоб записати відповідну формулу відзначимо наступне. Якщо макроскопічну систему умовно

розділити на дві частини (А) і (Б), то термодинамічна ймовірність заданого макростану всієї системи, як мультиплікативна величина, дорівнює добутку термодинамічної ймовірності окремих підсистем (А) і (Б):

(2.30)

При необоротних процесах (див. розділ 1) росте термодинамічна ентропія, причому, як і термодинамічна ймовірність – до максимуму в стані рівноваги. Тому ентропія, яку будемо вводити із статистичних міркувань, при зміні стану системи повинна змінюватись вслід за термодинамічною ймовірністю. Проте між статистичною ентропією й термодинамічною ймовірністю не може бути простої лінійної залежності, тому що остання є мультиплікативною величиною, а статистичну ентропію потрібно ввести так, щоб вона, як і в термодинаміці, була адитивною величиною:

Для пошуку виразу, який пов'язує ці величини візьмемо логарифм від обох частин рівності (2.30):

Враховуючи те, що в ході самовільних процесів в ізольованій системі ентропія і термодинамічна ймовірність (та її логарифм) одночасно ростуть до максимуму, тепер можна стверджувати, що між ентропією та логарифмом термодинамічної ймовірності (вони є адитивними) існує лінійний зв'язок, який можна записати у наступному вигляді:

(2.31)

Коефіцієнт пропорційності, який потрібно записати, щоб останній вираз перетворився на рівність, повинен мати розмірність термодинамічної ентропії. Це може бути теплоємність або постійна Больцмана. Надалі ми переконаємося, що у виразі (2.31) у якості коефіцієнта пропорційності між ентропією й термодинамічною ймовірністю (кратністю виродження) потрібно вибрати постійну Больцмана [ REF \_Ref347641373 \w \h 262], [ REF \_Ref349206307 \w \h 263], [ REF \_Ref349186177 \w \h 265]. При цьому введена в статистичній фізиці ентропія (2.31) буде співпадати з термодинамічною ентропією (розд.1) не лише за фізичним змістом, але й кількісно, а закон її зростання – з постулатами другого закону в термодинаміці. Отже, можемо записати одну з найважливіших формул статистичної фізики – формулу Больцмана:

(2.32)

яка є математичним записом другого закону термодинаміки в статистичній трактовці.

Оскільки при необоротних процесах відбувається перехід системи від станів з меншою до станів з більшою термодинамічною ймовірністю, то останній вираз визначає не лише ентропію в статистичному трактуванні, але – й закон її

зростання в необоротних процесах:

(2.33)

Для якісного підтвердження наведених положень розглянемо дві прості ізольовані системи (класичну та квантову), які знаходяться в деякому, однозначно нерівноважному початковому стані.

1. Припустимо, що ізольована класична система – ідеальний газ, в початковий момент має наступний стан: її молекули рівномірно розподілені по об'єму посудини, але всі мають однакову швидкість, направлену, наприклад, уздовж осі  $x$ . Кількість мікростанів системи дорівнює сумі координат плюс одна проекція імпульсу.

2. Задамо початковий стан квантової системи у наступному вигляді. Вона складається із двох рівних частин, ізольованих одна від одної (і від навколишнього середовища), і при цьому частинки однієї половини квантової системи знаходяться в однакових квантових станах з енергією  $E_1$ , а іншої – з енергією  $E_2 > E_1$ . Термодинамічно цей стан квантової системи проявиться в тому, що друга половина системи матиме більш високу температуру. Таким чином, даний початковий нерівноважний макростан всієї системи реалізується двома наборами квантових чисел (кратністю виродження).

Виникає питання: «Що відбуватиметься з даними системами з часом, за умови, що обидві половини квантової системи приводяться в тепловий контакт?». Термодинаміка, спираючись на досвід, постулює, що обидві системи перейдуть, врешті-решт, із початкового нерівноважного стану в рівноважний. Але як і чому це відбуватиметься, термодинаміка пояснити не може. У рамках статистичної фізики абсолютно очевидно, що рух і взаємодія частинок обох систем уже в наступний (після початкового) момент часу призведе до того, що координати та імпульси частинок (квантові стани в квантовій системі) зміняться, термодинамічна ймовірність стану збільшиться. З часом процес прогресуватиме, поки не наступить стан рівноваги з цілком певним розподілом частинок за енергією (квантовими станами) і кількість мікростанів системи в положенні термодинамічної рівноваги буде максимальною.

Краще зрозуміти статистичний (ймовірнісний) зміст другого закону термодинаміки можна за допомогою чудової евристичної моделі, запропонованої в свій час П. Еренфестом, яку детально проаналізовано в [263]; [318]. Розглянемо цю модель.

Нехай є  $2N$  куль, пронумерованих від 1 до  $2N$ , розкладених в двох ящиках  $A$  і  $B$ . Нехай в дискретний момент часу  $t_0$  датчик випадкових чисел видає деяке ціле число з інтервалу між 1 і  $2N$ . Тоді куля з відповідним номером перекладається з ящика, де він лежить, в інший. Потім ця процедура багато разів повторюється (зрозуміло, що у наш час, такий процес найпростіше реалізувати за допомогою комп'ютера). Нехай, для простоти, у початковий момент часу всі кулі знаходяться в ящику  $A$ . Тоді на першому кроці ми обов'язково перенесемо кулю з  $A$  в  $B$ . На

другому кроці ми можемо повернутися до початкового стану, але ймовірність цього дорівнює  $\frac{1}{2N}$ . Якщо число  $2N$  досить велике, то з переважаючою ймовірністю рівною  $\frac{1}{2}$  в ящик В потрапить і наступна куля. І взагалі, поки  $n_A$  (число куль в ящику А) буде набагато більшим  $n_B$  (числа куль в ящику В), ми "практично завжди" спостерігатимемо переходи лише з А в В. Розглянемо цей процес трохи детальніше. Нехай у момент часу  $t$  у ящику А знаходиться  $n_A(t)$  куль, а в ящику В їх кількість –  $n_B(t)$ . Ймовірність появи в наступний момент  $(t+1)$  кулі з номером, що лежить у ящику А дорівнює  $\frac{n_A(t)}{2N}$ , а ймовірність появи кулі з ящика В, очевидно, дорівнює  $\frac{n_B(t)}{2N}$ . Але поки  $n_A \gg n_B$  "відносна ймовірність" появи кулі з А, по відношенню до появи кулі з В, очевидно, більша за одиницю. Тому ймовірніший перехід  $A \rightarrow B$  і різниця між кількістю куль в обох ящиках зменшується. Ця тенденція існує, але стає все слабкішою в міру того, як різниця кількості куль в ящиках прямує до нуля.

Таким чином, у міру зрівнювання кількості куль в обох ящиках, різниця ймовірностей появи куль з А або В стає все меншою й результат стає все більш непередбачуваним. У результаті виймання чергової кулі може статися подальше вирівнювання числа куль в обох ящиках, але може статися й протилежне.

На рис. 2.10 наведено результат конкретної реалізації такого експерименту з 40 кулями<sup>10</sup>. Видно, що спочатку процес здається безповоротним, але поблизу «положення рівноваги» виникають коливання (флуктуації!) різниці числа куль. Ми не можемо сказати, що ця різниця зменшується завжди, але ми можемо бути впевнені, що при великих числах куль  $2N$ , вона зменшується «майже

завжди», поки ми далекі від «рівноваги». Поведінка ентропії нерівноважної макроскопічної системи саме така (із зворотним знаком)!

Модель Еренфестів дозволяє пояснити протиріччя категоричної трактовки другого закону в термодинаміці з ймовірнісною на основі статистичних міркувань. Зокрема, відповідно до принципу мікроскопічної оборотності, цілком можливий процес, коли після «обернення часу» рух куль піде точно уздовж тієї ж кривої назад. Але, звичайно ж, при великих  $N$  цей процес

абсолютно неймовірний. Ймовірність того, що коли-небудь усі кулі знову

опиняться в одному ящику зовсім не дорівнює нулю, але дуже мала:  $\frac{1}{2^N}$ , тобто

Відмітимо, що множник  $(N!)$  при підрахунку кількості мікростанів, ще задовго до створення квантової механіки, (і відповідно, його обґрунтування) ввів Гіббс. Це потрібно було для того, щоб виключити термодинамічний парадокс (який носить його ім'я) – зростання ентропії при змішуванні однокових газів при однаковій температурі й тиску.

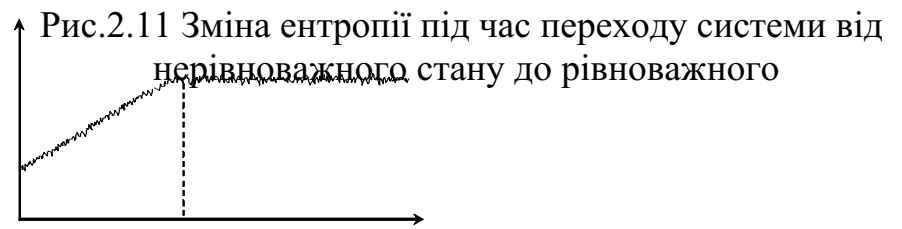
неймовірно мала при значеннях  $\frac{1}{N}$ . Отже, загальноприйнята точка зору полягає в тому, що ряд станів, які послідовно проходить ізольована система відповідає усе більш ймовірному розподілу. Тому процеси, які протікають у нерівноважній замкнутій системі, йдуть таким чином, що система неперервно переходить із станів з меншою в стан з більшою ентропією, поки, нарешті, ентропія не досягає найбільш можливого значення, що відповідає повній статистичній рівновазі. Говорячи про «найбільш ймовірну» поведінку, слід мати на увазі, що насправді ймовірність переходу в стан з більшою ентропією настільки переважно більша в порівнянні з ймовірністю скільки-небудь помітного її зменшення, що останнє взагалі фактично ніколи не може спостерігатись в природі (окрім малих флуктуації). Цей висновок можна розглядати як формулювання закону зростання ентропії в чисто ймовірнісному сенсі (Больцман, Лоренц]). Саме такий зміст має термодинамічний закон зростання ентропії.

Зазначимо, що у рамках сучасної статистичної механіки нерівноважних систем [1]; [REF\_Ref347046654 \r \h \\* MERGEFORMAT 20]; [REF\_Ref349110349 \w \h 38], [39], [REF\_Ref347046669 \w \h 40], [41], [42], [43], [REF\_Ref347046684 \w \h 44], [143] і фізичної кінетики [REF\_Ref347046628 \w \h 1], [REF\_Ref347046654 \w \h 20], [38], [154], [211], [REF\_Ref347046760 \w \h 216], [345], [385] вдається явно продемонструвати зростання ентропії на цілому ряду конкретних статистичних моделей.

Отже, на відміну від термодинаміки, в якій другий закон дає категоричне заперечення процесів, які в ізольованій системі могли б йти самі по собі без зростання ентропії, статистична фізика допускає можливість таких процесів. Дійсно, з погляду статистичної фізики будь-який термодинамічний процес реалізується шляхом хаотичного руху й взаємодії структурних елементів системи. Тому всі динамічні характеристики частинок системи у будь-який момент часу мають випадкові значення. Отже, в будь-якому стані системи можуть бути відхилення від середнього значення будь-якого макроскопічного параметра, оскільки останній залежить від випадкового значення динамічних характеристик частинок. Таким чином, можливі відхилення від монотонності зміни значень параметрів (у тому числі й ентропії) в ході процесів. Тому в статистичній фізиці другий закон термодинаміки формулюється менш категорично, ніж в термодинаміці. З погляду статистичної фізики, як уже зазначалось, найбільш ймовірним ходом необоротних процесів в ізольованій системі є процеси, що супроводжуються зростанням ентропії. Це твердження не заперечує можливість процесів, в яких ентропія може зменшуватися. Тому реально графік зміни ентропії системі з часом схематично представлятиметься кривою (рис. 2.11). Раніше було показано, що величина відносних флуктуацій термодинамічних

параметрів пропорційна величині  $\frac{1}{\sqrt{N}}$ , де  $N$  – число частинок. Це означає, що в системах з величезним числом частинок, які  $i$  є предметом вивчення статистичної термодинаміки, флуктуації дуже малі, а значить флуктуації, які можливо експериментально зафіксувати, зустрічаються надзвичайно рідко, що й

узгоджує категоричне трактування другого закону в рамках термодинаміки з ймовірнісною – в рамках статистичної фізики.



У системі з малим числом частинок відхилення від середніх значень (флуктуації) значні і такі системи в статистичній термодинаміці не розглядаються. Таким чином, нижньою межею застосування законів термодинаміки є системи з малою кількістю частинок. Такі системи вивчає механіка. Верхньою межею термодинаміки є достатньо великі макросистеми, які піддаються лабораторним дослідженням. Тому не можна закони термодинаміки поширювати на системи астрономічних масштабів, тим більше – на весь Всесвіт в цілому. Якщо це зробити, то ми зіткнемося з проблемою, так званої, «теплової смерті Всесвіту».

На закінчення зробимо наступні зауваження.

1. Із розглянутих прикладів (і безліч інших) про самовільний перехід системи з нерівноважного стану в рівноважний зрозуміло, що при таких процесах система переходить із більш впорядкованого в менш впорядкований стан і рівноважний стан є найменш впорядкованим. Тому ентропію часто визначають як адитивну функцію стану, що є мірою неупорядкованості системи.

2. У вираз (2.32) ми ввели коефіцієнт пропорційності – сталу Больцмана і тим самим визначили розмірність ентропії Дж/К. Введення цього коефіцієнта з погляду статистичної фізики є необов'язковим. Можна було б ввести ентропію (як

у Л. Ландау і Е. Лівшиця [198, 40]) у вигляді  $S = k_B \ln \Omega$  де аргумент логарифму – це кількість квантових станів (кратність виродження). Тоді вона була б безрозмірною величиною і співпадала б з раніше введеною функцією  $\sigma$  (див. п. 2.3.2, формула (2.17)). Введення коефіцієнта пропорційності виправдане тим, що в термодинаміці ентропія має розмірність Дж/К, і в такому випадку всі величини та співвідношення, пов'язані з ентропією, в статистичній фізиці співпадатимуть з такими ж виразами в термодинаміці, в чому ми нижче переконаємось.

### 2.4.3. Зв'язок закону зростання статистичної ентропії з постулатами другого закону термодинаміки.

Другий закон термодинаміки, як результат узагальнення дослідних фактів про спрямованість термодинамічних процесів, був спочатку сформульований у

вигляді безлічі постулатів (Планка, Клаузіуса, Томсона та ін.), еквівалентних за фізичним змістом. Аналітичне формулювання (1.25) другого закону в

термодинаміці, яке витікає із аналізу циклічних процесів, як це було доведено у п.1.3.2.5, еквівалентне цим постулатам. Тому для доведення того, що статистична ентропія (2.32) та закон її зростання (2.33), еквівалентні таким же за змістом термодинамічним законам, досить довести еквівалентність закону зростання статистичної ентропії з одним із термодинамічних постулатів. Доведемо це. Функція розподілу (2.27) ймовірностей стану системи як для класичних, так і для квантових систем в осях має дуже гострий пік (див. рис. 2.9). Енергію, що відповідає максимуму кривої назвемо найбільш ймовірною. Розрахуємо [256], [263] величину внутрішньої енергії, з урахуванням гостроти піку кривої та виразів (2.20) і (2.28):

При підсумуванні ми врахували, що стани з енергією, яка відрізняється від найбільш ймовірної практично відсутні. Таким чином, значення внутрішньої енергії відповідає максимуму кривої функції розподілу. Врахуємо це й в умові

нормування ймовірності:  $\sum_i p_i = 1$ . Звідки  $\sum_i p_i E_i = E$ . Тоді статистичну ентропію (2.32) можна записати у вигляді:

$$S = -k_B \sum_i p_i \ln p_i \quad (2.34)$$

Для розрахунків ця формула зручніша, ніж (2.32) і буде в подальшому часто використовуватись. Виразимо ще раз внутрішню енергію  $E$  системи через статистичну суму (інтеграл – для класичних систем). З урахуванням (2.20) і (2.28),

маємо:  $E = \sum_i p_i E_i$ . Для подальшого перетворення цього виразу

скористаємося рівністю:  $\ln p_i = \ln \frac{e^{-\beta E_i}}{Z}$ . Тоді

$$E = -\frac{1}{Z} \sum_i E_i e^{-\beta E_i} \quad (2.35)$$

Ця формула показує, що для розрахунку внутрішньої енергії необхідно визначити статистичну суму (статистичний інтеграл) системи.

Внутрішня енергія системи залежить від властивостей системи (температури) та від зовнішніх параметрів  $\beta$ . Тому й статистична сума (інтеграл) є функцією цих параметрів. Розрахуємо диференціал ентропії (2.34), з урахуванням цього

зауваження:

Підставимо (2.35) в останній доданок цього виразу:

Якщо зовнішні параметри не змінюються, то маємо (див. також п. 1.3.2.3):

$$(2.36)$$

Відмітимо також, що введена раніше (див. п. 2.3.2) функція  $\sigma$ , як це витікає

з (2.17) і (2.36), може розглядатися як безрозмірна ентропія  $\sigma$ , яка збігається з ентропією, що вводять Л. Ландау і Е. Лівшиц [198, 40].

Розглянемо тепер дві рівноважні ізольовані системи, що мають температури  $T_1$  і  $T_2$ . Через адитивність енергії та ентропії, для об'єднаної системи можна записати:

Якщо системи привести у тепловий контакт, то почнеться необоротний процес теплообміну, при якому, статистична ентропія (2.33) зростає, тобто

диференціал ентропії є додатним:  $dS > 0$ . Тоді:

. Враховуючи (2.36), запишемо:

Із цього виразу слідує, що якщо енергію одержує перша система  $S_1$ , то  $S_2$  і навпаки, тобто із постулату про існування статистичної ентропії і закону її зростання в необоротних процесах (2.33) витікає термодинамічний постулат про неможливість самовільного переходу тепла від менш нагрітого тіла до більш нагрітого, без одночасних змін в навколишньому середовищі.

Отже, еквівалентність постулатів другого закону в термодинамічній і в статистичній трактовці доведена.

Доведемо також, що вираз для статистичної ентропії співпадає з виразом для термодинамічної ентропії



не лише за фізичним змістом, але і кількісно, і тим самим підтвердимо, що співвідношення (1.16, 19) може бути одержане і в рамках статистичного тлумачення першого й другого законів термодинаміки [256], [263].

Розглянемо рівноважну систему з постійною кількістю частинок. Внутрішню енергію  $E$ , як вже наголошувалося, ми ототожнюємо з середньою енергією, яку

будемо визначати статистичним методом:

Внутрішню енергію, як впливає із першого закону термодинаміки (п. 2.4.1), можна змінити шляхом виконання макроскопічної роботи, коли змінюються рівні енергії без зміни ймовірностей заповнення рівнів, і шляхом теплообміну, при якому рівні енергії не змінюються, але змінюється розподіл частинок за

енергетичними рівнями (2.29):  $\delta E = \delta W + \delta Q$ , де  $\delta W$  – робота,

виконана над системою,  $\delta Q$  – це кількість теплоти, яка надана системі (

або віддана нею). Тоді маємо:

Враховуючи розподіл (2.20), можемо записати:

Статистична сума (2.21) є функцією температури та енергії  $E$ . Тому її диференціал дорівнює:

Перетворимо даний вираз до вигляду:

Підставимо цей вираз у вираз для кількості теплоти. Одержимо:

, або

Згідно (2.34),  $S_{\text{статистична}} = -k_B \sum_i p_i \ln p_i$  – це статистична ентропія, тоді  $S_{\text{термодинамічна}} = S_{\text{статистична}}$ . Таким чином, статистичне визначення ентропії співпадає з термодинамічним. Узагальнюючи останні співвідношення на випадок необоротних процесів, як і в термодинаміці (див. п. 1.3.2.5), запишемо:

$$S_{\text{статистична}} \geq S_{\text{термодинамічна}} \quad (2.37)$$

Знак рівності відноситься до оборотних процесів, нерівності – до необоротних. Вираз (2.37), одержаний в рамках статистичної фізики, співпадає з формулюванням другого закону термодинаміки (1.25), тому робимо висновок про ідентичність термодинамічної й статистичної ентропій і в подальшому опускаємо індекс (ст).

Об'єднуючи (2.37) з першим законом і враховуючи, що «статистична» і «термодинамічна» ентропія збігаються не лише за змістом, але й чисельно, одержимо вираз

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad (2.38)$$

(див. п. 1.3.2.5), відомий під назвою основне рівняння термодинаміки для необоротних процесів. Але, оскільки ми його тут одержали із статистичних законів, то його більш правильною назвою є – основне рівняння статистичної термодинаміки.

Із цього рівняння слідує, що  $dQ_{\text{обр}} > dQ_{\text{необр}}$ , тобто під час переходу системи з одного стану в інший один раз оборотно, а інший – необоротно, у випадку оборотного процесу буде виконана більша робота, ніж у випадку необоротного. Цей висновок часто називається принципом максимальної роботи. Він еквівалентний відомій в термодинаміці теоремі Карно про те, що коефіцієнт корисної дії (ККД) оборотного циклу Карно більший ККД необоротного циклу, що виконується в тих же температурних інтервалах.

Отже, у навчальному курсі з теоретичної фізики при фаховій підготовці вчителів фізики постулат, відомий із історичних причин як «другий закон термодинаміки», можна висвітлювати виключно на основі статистичного методу. Тут, на підтвердження даного висновку, доречно згадати і процитувати одну із робіт А. Ейнштейна [410, 50]: «В опублікованій недавно роботі я показав, что законы температурного равновесия и понятие энтропии можно вывести в рамках кинетической теории теплоты». А. Ейнштейн посилається тут на статтю [407].

#### 2.4.4. Третій закон термодинаміки.

Третій закон термодинаміки, як уже зазначалось у розділі I, був сформульований Нернстом (теплова теорема Нернста) [274] у зв'язку з проблемою хімічної спорідненості, тобто з оцінкою здатності речовин вступати в хімічні

реакції. Вирішення цього питання було пов'язано з дослідженням властивостей макроскопічних тіл при низьких температурах. Велика частина цих досліджень не мають прямого відношення до даного питання, тому ми зупинимося лише на статистичному обґрунтуванні висновку, що цікавить нас, і який після довгих дискусій затвердився у фізиці як третій закон термодинаміки [255], [263].

Раніше ми давали ентропії статистичну інтерпретацію – це адитивна функція стану, яка є мірою неврегульованості системи. Зрозуміло, що найбільш невпорядкованим є газоподібний стан речовини. Яку б речовину ми не взяли, газова фаза є найбільш високотемпературною і їй відповідає максимальне значення ентропії. Коли ми все більш і більш знижуємо температуру, система, як правило, переходить спочатку в рідкий стан, потім – кристалізується, відповідно й ентропія зменшується. По мірі подальшого зниження температури коливання атомів (іонів) у вузлах кристалічної решітки поступово зменшуються. При певній температурі речовина може перейти в іншу кристалічну фазу, яка енергетично більш стійка. Яскравим прикладом збільшення впорядкованості при зниженні температури є поведінка сплаву Cu-Ag. При високих температурах атоми Cu і Ag випадковим чином розподілені по вузлових точках кубічної решітки, але при низьких температурах спостерігається тенденція до переходу у впорядкований стан, в якому атоми Cu і Ag чергуються у вузлах решітки. При певній температурі відбувається навіть фазовий перехід, в результаті якого збільшується впорядкованість фази, стабільної при нижчій температурі. Тенденція до впорядкованості пояснюється тим, що енергія впорядкованого кристала менше енергії більш безладної кристалічної структури. Іншим прикладом впорядкованості структури при зниженні температури є існування феромагнітного стану різних магнітних речовин. При охолодженні у точці Кюрі ці речовини переходять у більш впорядкований стан, в якому всі елементарні магнітики паралельні один одному. Як показують експериментальні дослідження, багато речовин, парамагнітних при звичайних температурах, виявляють цю тенденцію при зниженні температури. Отже, в усіх цих прикладах ми бачимо однакову картину: чим нижча температура, тим сильніше виявляється тенденція до реалізації стану з можливо повнішою впорядкованістю і найнижчою енергією та ентропією.

Як відомо, термодинамічні системи по мірі зниження температури потрібно розглядати із квантових позицій і при достатньо низькій температурі відносна відстань між рівнями енергії системи зростає, залишаються збудженими лише рівні з малими квантовими числами. Тому для визначення ймовірності заданого макростану будь-якої систем у області низьких температур необхідно використовувати квантовий канонічний розподіл Гіббса (2.20). При дуже низьких температурах, при яких енергія теплового збурення ( $kT$ ) не достатня для переходу частинок на збуджені рівні, всі системи переходять на основний рівень. Тому для основного рівня енергії системи ймовірність заповнення цього рівня дорівнює одиниці, а для всіх інших рівнів ймовірність дорівнює нулю. Це є віддзеркаленням типово квантових властивостей системи. Ентропія системи

в статистичній фізиці вводиться за означенням виразом (2.32). Тому для

основного рівня з енергією  $E_0$  маємо:  $\Omega(E_0) > 0$ . У квантовій механіці доводиться, що основний рівень більшості систем є невинродженим, тобто  $\Omega(E_0) > 0$ . Тоді при  $T \rightarrow 0$  ентропія прямує до нуля:  $S \rightarrow 0$ . Якщо ж основний рівень є винродженим з кратністю, рівною, наприклад, числу частинок:  $\Omega(E_0) = \Omega_0 \cdot N$ , то і в цьому випадку, враховуючи мале значення сталої Больцмана, можна вважати, що  $S \rightarrow 0$  при  $T \rightarrow 0$ . Отже, теорема Нернста є логічним наслідком загальних положень статистичної фізики квантових систем і в науковій літературі з статистичної фізики (див., наприклад [198]) не розглядається як третій закон термодинаміки.

Зазначимо, що в природі існують тіла, які навіть при абсолютному нулю температури не переходять у рівноважний стан і їх ентропія не дорівнює нулю. Але це не є порушенням третього закону термодинаміки, вони навіть при такій низькій температурі не переходять у рівноважний стан, тому до таких систем не можна застосовувати цей закон [420]; [423], [424],

Узагальнюючи матеріал даного розділу, слід наголосити, що закони термодинаміки, які в межах феноменологічного розгляду представляються фундаментальними, у дійсності можуть бути одержані як наслідок властивостей простору та часу і статистичних законів. Тому зміст, структура і методика навчання традиційних питань термодинаміки у вищих педагогічних навчальних закладах у наш час не відповідає суті й методології сучасної фізики, оскільки їх феноменологічне вивчення в недостатній мірі відображає внутрішні глибинні закономірності природи і не відповідає сучасним загальнофізичним вимогам, які у найбільш концентрованому вигляді сформулював ще А. Ейнштейн. Він, зокрема, зазначав, що мета теоретичної фізики полягає в тому, щоб створити систему понять, засновану на якомога меншій кількості логічно незалежних гіпотез, яка дозволила б встановити причинний взаємозв'язок усього комплексу фізичних процесів. Зазначене переконливо вказує на те, що існуючі методики вивчення термодинаміки, як розділу теоретичної фізики, вимагають суттєвої корекції – переходу до інтегрованого навчання, сутність якого полягає у розгляді законів термодинаміки з позицій статистичної теорії. На цьому підґрунті нами сформульовано теоретичні основи й концептуальні засади методики викладання в педагогічних університетах статистичного методу вивчення макроскопічних систем та статистичного обґрунтування законів термодинаміки [243], [244], [253], [REF\_Ref349182556 \r \h \\* MERGEFORMAT 254], [REF\_Ref346815450 \r \h \\* MERGEFORMAT 255], [REF\_Ref347046868 \r \h \\* MERGEFORMAT 256], [REF\_Ref347046884 \r \h \\* MERGEFORMAT 258], [REF\_Ref349184485 \r \h \\* MERGEFORMAT 259], [REF\_Ref347641373 \r \h \\* MERGEFORMAT 262], [REF\_Ref349206307 \r \h \\* MERGEFORMAT 263], [REF\_Ref349186177 \r \h \\* MERGEFORMAT 265], [REF\_Ref357192295 \r \h \\* MERGEFORMAT 268], які узагальнені у даному дослідженні.

У наступному розділі показано, що не лише закони термодинаміки, але й методи, які використовували творці термодинаміки, можна обґрунтувати на статистичних засадах. Більш того, статистична теорія, на відміну від термодинаміки, відкриває принципову можливість теоретичного розрахунку характеристичних функцій, які є основою термодинамічного методу досліджень макроскопічних систем.

## **Висновки до розділу 2**

1. Запропоновано нову методику введення понять: фазовий простір, функція розподілу в фазовому просторі, середні за часом, середні за ансамблем. Вперше у навчально-методичній літературі доведено, що теорема Ліувілля дає однозначні вказівки на можливість і необхідність переходу від функції розподілу систем статистичного ансамбля за мікростанами до функції розподілу за енергією.

2. Розроблено нові методичні підходи до статистичного дослідження термодинамічних систем, тлумачення основ статистичного методу Гіббса. Вперше на основі фундаментальних властивостей простору та часу з використанням статистичного методу запропоновано нові методичні підходи щодо обґрунтування законів термодинаміки, які дозволять розглядати їх не як фундаментальні закони, а з точки зору більш загальних наукових положень. Доведено, що перший закон термодинаміки, фундаментальність якого постулюється в термодинаміці, є прямим наслідком властивостей простору і часу, а закон зміни внутрішньої енергії витікає із статистичних законів, які діють в макроскопічних системах.

2. Запропоновано методику статистичного обґрунтування формули Больцмана, яка визначає статистичну ентропію. Доведено, що існування функції стану - ентропії та закону її зростання в необоротних процесах є логічним наслідком статистичного аналізу поведінки макроскопічних систем, і викладення цього питання у вигляді другого закону термодинаміки доцільне лише в курсі загальної фізики.

3. Запропонована методика викладання питання (з погляду статистичної точки зору) про поведінку термодинамічних систем в умовах надзвичайно низьких температур і обґрунтовується відомий експериментальний факт (третій закон термодинаміки), що при наближенні температури до абсолютного нуля ентропія рівноважних систем прямує до нуля. Доведено, що зниження ентропії до нуля при наближенні температури до абсолютного нуля – це типова поведінка квантових систем при низьких температурах і виправдати зведення часткового (навіть важливого) експериментального факту в ранг фундаментального закону природи можна лише прагненням віддати данину історії розвитку науки.

4. Обґрунтовано, що реалізація інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики забезпечить відповідність змісту і структури традиційних питань термодинаміки до суті й методології сучасної фізики, і сприятиме правильному усвідомленню студентами педагогічних вищих навчальних закладів внутрішніх глибинних закономірностей природи, що ефективно вплине на

формування їх фізичного світогляду.

### РОЗДІЛ 3

## МЕТОДИЧНА СИСТЕМА ІНТЕГРОВАНОГО НАВЧАННЯ ТЕРМОДИНАМІКИ І СТАТИСТИЧНОЇ ФІЗИКИ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ЯК ЧИННИК ФУНДАМЕНТАЛІЗАЦІЇ ФІЗИЧНОЇ ОСВІТИ

Процеси обміну енергією супроводжують будь-які явища в навколишньому світі, тому статистична термодинаміка, розробляючи загальні методи вивчення енергетичних явищ, має загальне методологічне значення, і її методи використовують у найрізноманітніших галузях сучасної науки.

Одним із головних завдань статистичної термодинаміки є здійснення аналізу властивостей тіл у стані рівноваги, а також опис тих процесів, які відбуваються з тілами внаслідок зовнішньої енергетичної дії. В останньому випадку підлягають визначенню величини, що характеризують кінцевий стан тіла, який настає в результаті процесу, зміна внутрішньої енергії, виконана робота та кількість одержаної або відданої тілом теплоти.

Термодинамічний аналіз ґрунтується на виразах  $\dots$  і  $\dots$  (див . п 2.4.1 і 2.4.2), які одержані статистичним методом, але традиційно називаються першим та другим законом термодинаміки. Із них математичним шляхом виводяться закономірності, що відносяться до даного явища. Ці закономірності такі ж достовірні, як і самі фундаментальні закони, покладені в основу статистичної термодинаміки. Якщо врахувати, що методи статистичної термодинаміки можна застосовувати до найрізноманітніших явищ, то стане очевидна їх загальність. Деякі важливі застосування першого закону статистичної термодинаміки для вивчення ідеального газу та довірливих систем нами детально проаналізовано в [234]; [255].

Виходячи із даних про початковий стан системи і умов, у яких протікає процес, можна завжди схематизувати кожний із реальних процесів так, щоб зробити можливим його термодинамічний чи статистичний аналіз. Слід зазначити, що для розрахунку роботи й кількості теплоти, які складають головний зміст прикладних застосувань статистичної термодинаміки, необов'язково знати всі особливості кінетики реального процесу. Достатньо, щоб разом із відомими зовнішніми умовами, у яких протікає процес, були задані кінцеві й початкові стани всіх тіл, що беруть участь у процесі. За допомогою вказаних законів статистичної термодинаміки та диференціальних наслідків цих законів, які характеризують фізичні властивості тіл, можна аналізувати будь-які як оборотні, так і необоротні процеси.

Вивчення оборотних процесів є достатньо простим завданням. Зміна стану тіла в будь-якому оборотному процесі, а також виконана в результаті процесу робота й кількість переданої теплоти, визначаються, якщо відомі термічне й калоричне рівняння стану системи. При вивченні необоротних процесів необхідно використовувати той факт, що для кожної системи існують функції стану, значення яких не залежить від того, яким чином (оборотним чи необоротним процесом) система перейшла із початкового стану в кінцевий. Тому зміна будь-

якої функції стану в результаті необоротного процесу може бути знайдена із розгляду уявного оборотного переходу із початкового в кінцевий стан, що досягається в даному необоротному процесі. Якщо уявний оборотний перехід вибраний так, що в його кінцевих точках зберігаються основні умови, що характеризують даний необоротний процес, то для аналізу можуть бути використані ті ж рівняння статистичної термодинаміки, які відповідають оборотним процесам при виконанні зазначених умов.

У ході історичного розвитку статистичної термодинаміки було розроблено два методи дослідження: *метод циклів і метод термодинамічних потенціалів* (інша назва – метод характеристичних функцій). Метод кругових процесів, введений ще Карно, зіграв дуже велику роль у розвитку термодинаміки. Причому, якщо на початковому періоді розвитку цього методу використовувалася система незалежних змінних  $(p, V)$ , то в подальшому, після введення поняття «ентропія», вчені, що спеціалізувались в області термодинамічних досліджень, стали все частіше використовувати систему змінних  $(T, S)$ . Графіки процесів у такій системі координат одержали назву – ентропійні діаграми. Деякі важливі приклади застосування ентропійних діаграм проаналізовані нами в [237]. Використання термодинамічних діаграм, як у координатах  $(p, V)$ , так і в координатах  $(T, S)$  сприяє успішному проведенню термодинамічного аналізу. У деяких випадках доцільно використовувати й координати  $(V, T)$  та  $(p, T)$ .

Метод циклів, у принципі, може бути застосований для розв'язання будь-якої задачі, але він має великі недоліки, тому що для встановлення тієї або іншої закономірності кожний раз доводиться навмання підбирати відповідний цикл. Успішний результат розв'язання задачі залежить від вибору необхідного циклу, сам же вибір нічим не визначається.

У наш час у наукових дослідженнях, в основному, застосовується метод термодинамічних потенціалів. Але у навчальному процесі, при розв'язуванні задач, в лекційній практиці графічний метод циклів, який був одним із перших методів термодинамічних досліджень, і всі вчені аж до початку ХХ століття (Карно, Клаузіус, Нернст та інші) використовували лише цей метод, є і досі незамінним, оскільки вносить наглядність, що суттєво спрощує аналіз процесів. Це образно висловив І. Кричевський [186]: *«Метод квазистатических циклов Карно сейчас редко применяется. Читатели могут встретиться с этим методом при чтении старой (но не устаревшей!) термодинамической литературы. Пусть читатели отнесутся к методу циклов Карно, как В. Маяковский желал, чтобы потомки относились к его стихам: «...Вы с уважением оцупывайте их, как старое, но грозное оружие»»*.

З використанням методу циклів для розв'язання деяких задач можна ознайомитись в посібниках [240], [255] автора даного дослідження.

У 1869 році Ф. Масьє ввів деякі функції стану, аналіз яких, в порівнянні з методом циклів, суттєво полегшував розв'язання багатьох термодинамічних задач [263], [REF\_Ref346815503 \r \h 421].



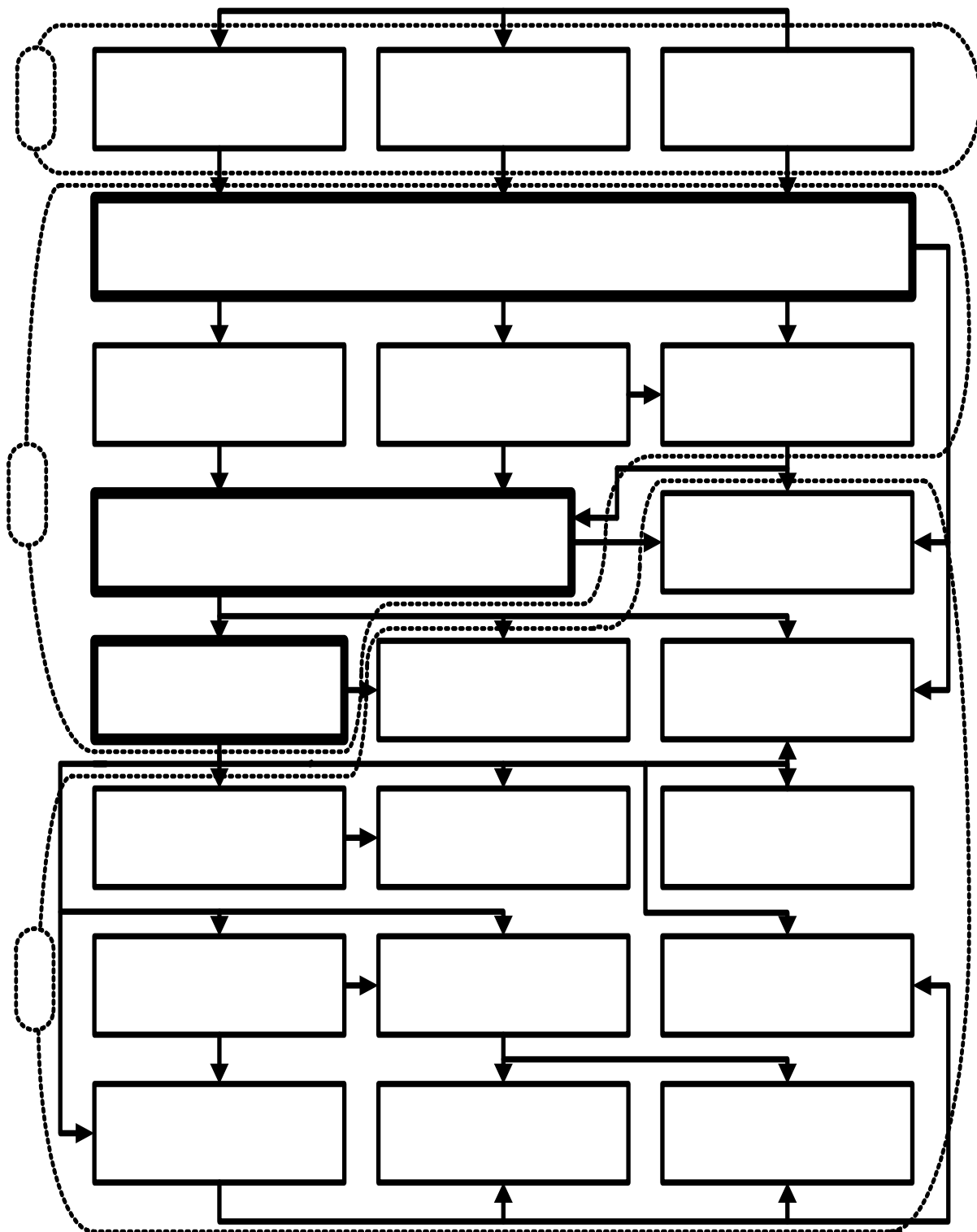
### **3.1. Структура та зміст складових методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики.**

Запропоновані нами методичні підходи до статистичного обґрунтування законів термодинаміки та вивчення методів, які використовуються в термодинаміці та статистичній фізиці, створюють усі передумови для розроблення і впровадження у педагогічних університетах інтегрованого навчання розділу теоретичної фізики, який дотепер у галузевому стандарті та в навчальних планах називається «Термодинаміка та статистична фізика», і який, на думку автора, потрібно називати «Статистична термодинаміка». Запропоновані теоретичні і методичні засади інтегрованого навчання термодинаміки виключно на засадах статистичної теорії у повній мірі відповідають головним напрямкам у діяльності сучасної вищої школи – забезпечення повноцінності результатів освіти та інтеграція освітньої і наукової складових. Розроблена нами методична система інтегрованого навчання курсу «Статистична термодинаміка» майбутніх учителів фізики, яка ґрунтується на модернізованій структурі курсу «Термодинаміка і статистична фізика», спрямована на забезпечення принципу єдності фундаментальної і професійної підготовки студентів і створена на основі раціонального поєднання традиційних та інноваційних форм, методів і засобів навчання. Це забезпечує можливість організації навчального процесу на засадах компетентнісного підходу, в умовах якого значно ширшою стає реалізаційна здатність особистості. Актуальність даного питання для педагогічних вищих навчальних закладів підтверджується тим фактом, що сформований у педагогічних університетах науковий світогляд майбутнього вчителя в подальшому багато разів тиражується й визначає світогляд майбутніх поколінь.

Запропоновані в дослідженні теоретичні і методичні засади інтегрованого навчання виключають із навчального процесу підготовки вчителів фізики паралельне вивчення питань термодинаміки та статистичної фізики, залишаючи їх природне поєднання в єдиний предмет – «Статистична термодинаміка», в якому термодинаміка виступає як складова частина статистичної фізики.

Структура курсу «Статистична термодинаміка», яка відповідає сучасному стану фізичної науки, подана на рис. 3.1 [265].

Зміст основних блоків запропонованої методичної системи можна



охарактеризувати таким чином.

*Перший блок* методичної системи передбачає вивчення питань, які по суті є вступом до статистичних методів (прообразом) сучасної статистичної термодинаміки. Нами запропоновано включення у цей вступний блок деяких питань теорії ймовірності й математичної статистики, питання про розподіл молекул за швидкостями та вивчення статистичної теорії намагнічення парамагнетиків (або поляризації полярних діелектриків). Вивчення цих питань, як показує власний досвід викладання статистичної термодинаміки, дозволяє розкрити фізичний зміст функції розподілу і в повній мірі готує студентів до сприйняття загального статистичного методу Гіббса.

*Другий блок* методичної системи (власне метод Гіббса) містить такі питання: фазовий простір; функція розподілу за мікростанами, середні за часом та за ансамблем; теорема Ліувілля; мікро, макро та канонічний розподіл Гіббса, статистичне обґрунтування законів термодинаміки. Він дозволяє показати, що всі закони термодинаміки можна одержати як наслідок статистичного аналізу макроскопічних систем. Завершується цей блок розглядом та обґрунтуванням методів статистичної термодинаміки.

*Третій блок* методичної системи (застосування методів статистичної термодинаміки для вивчення газових і конденсованих систем та фазових перетворень) передбачає вивчення різноманітних макроскопічних систем методами статистичної термодинаміки.

Процеси обміну енергією супроводжують будь-які явища в навколишньому світі, тому статистична термодинаміка, розробляючи методи вивчення енергетичних явищ, має загальне методологічне значення, і її методи використовують у найрізноманітніших областях сучасної науки. Одним із головних завдань статистичної термодинаміки є здійснення аналізу властивостей тіл у стані рівноваги, а також описання тих процесів, які відбуваються з тілами внаслідок зовнішньої енергетичної дії. В останньому випадку підлягають визначенню величини, що характеризують кінцевий стан тіла, який настає в результаті процесу, зміна внутрішньої енергії, виконана робота та кількість одержаної або відданої тілом теплоти. Термодинамічний аналіз ґрунтується на

виразах  $\bar{A}$  і  $\bar{E}$ , які одержані статистичним методом, але традиційно називаються першим та другим законом термодинаміки. Із них математичним шляхом виводяться закономірності, що відносяться до даного явища. Ці закономірності такі ж достовірні, як і самі фундаментальні закони, покладені в основу статистичної термодинаміки. Якщо врахувати, що методи статистичної термодинаміки можна застосовувати до найрізноманітніших явищ, то стане очевидною їх загальність. Виходячи із даних про початковий стан системи і умов, у яких протікає процес, можна завжди схематизувати кожний із реальних процесів так, щоб зробити можливим його термодинамічний чи статистичний аналіз. Слід зазначити, що для розрахунку роботи й кількості теплоти, які складають головний зміст прикладних застосувань статистичної термодинаміки, необов'язково знати всі особливості кінетики реального процесу. Достатньо, щоб разом із відомими зовнішніми умовами, у яких протікає процес, були задані кінцеві й початкові стани

всіх тіл, що беруть участь у процесі.

Нами показано, що за допомогою вказаних законів статистичної термодинаміки та диференціальних наслідків цих законів, які характеризують фізичні властивості тіл, можна аналізувати будь-які як оборотні, так і необоротні процеси. Вивчення оборотних процесів є достатньо простим завданням. Зміна стану тіла в будь-якому оборотному процесі, а також виконана в результаті процесу робота й кількість переданої теплоти визначаються, якщо відомі термічне й калоричне рівняння стану системи. При вивченні необоротних процесів необхідно використовувати той факт, що для кожної системи існують функції стану, значення яких не залежить від того, яким чином (оборотним чи необоротним процесом) система перейшла із початкового стану в кінцевий. Тому зміна будь-якої функції стану в результаті необоротного процесу може бути знайдена із розгляду уявного оборотного переходу із початкового в кінцевий стан, що досягається у даному необоротному процесі. Якщо уявний оборотний перехід вибраний так, що в його кінцевих точках зберігаються основні умови, що характеризують даний необоротний процес, то для аналізу можуть бути використані ті ж рівняння статистичної термодинаміки, які відповідають оборотним процесам при виконанні зазначених умов.

Аналіз літературних джерел показав, що у ході історичного розвитку статистичної термодинаміки було розроблено два методи дослідження: метод циклів і метод характеристичних функцій (інша назва – метод термодинамічних потенціалів). Метод кругових процесів, введений ще Карно, зіграв дуже велику роль у розвитку термодинаміки. Причому, якщо на початковому періоді розвитку цього методу використовувалася система незалежних змінних ( $p, V$ ), то в подальшому, після введення поняття «ентропія», вчені, що спеціалізувались в області термодинамічних досліджень, стали все частіше використовувати систему змінних ( $T, S$ ). Метод циклів, у принципі, може бути застосований для розв'язання будь-якої задачі, але він має великі недоліки, тому що для встановлення тієї або іншої закономірності кожний раз доводиться навмання підбирати відповідний цикл. Успішний результат розв'язання задачі залежить від вибору необхідного циклу, сам же вибір нічим не визначається. У наш час у наукових дослідженнях, в основному, застосовується метод термодинамічних потенціалів. Але у навчальному процесі при розв'язуванні задач, в лекційній практиці графічний метод циклів, який був одним із перших методів термодинамічних досліджень, і вчені до початку ХХ століття (Карно, Клаузіус, Нернст та інші) використовували лише цей метод, є й досі незамінним, оскільки забезпечує наочність, що суттєво спрощує аналіз процесів. Методика вивчення та використання методу циклів для розв'язання деяких задач розглянута нами в окремому навчальному посібнику.

Метод характеристичних функцій заснований на використанні основного рівняння статистичної термодинаміки  $\ln Z = -\beta F$ , яке можна довести як узагальненням законів термодинаміки, так і статистичними аналізом макроскопічних систем. Огляд відомих літературних джерел показує, що в традиційних методиках при введенні характеристичних функцій використовується надто загальні вихідні положення, тому введені характеристичні функції

представляються дещо абстрактними. Оскільки дане дослідження має мету розробити концепцію викладення статистичної термодинаміки в системі фахової підготовки вчителів фізики, то ми виходимо із того, що для майбутніх вчителів, важливо засвоїти не математичну сторону питань, а суть фізичних ідей, на яких формується їх фізичний світогляд. Тому ми вважаємо, що у якості характеристичних функцій достатньо розглянути лише функції, які володіють наступними властивостями: 1) є адитивними та однозначними функціями стану, отже їх диференціал є повним диференціалом; 2) частинні похідні від цих функцій за вибраними незалежними параметрами визначають інші термодинамічні параметри, тобто вони мають зрозумілий фізичний зміст; 3) характеристичні функції у стані рівноваги мають мінімальне значення, отже, в стані рівноваги їх диференціали дорівнюють нулю; 4) зменшення характеристичних функцій за певних умов дорівнює максимальній роботі системи. Такими функціями є внутрішня і вільна енергія, ентальпія та термодинамічний потенціал Гіббса. Цих функцій достатньо для вивчення газів (класичних і квантових), рідин, твердих тіл та інших макроскопічних систем. Зазначимо, що при аналізі методики введення цих функцій ми дійшли висновку, що хімічний потенціал потрібно вводити не лише як потенціал Гіббса, розрахований на одну частинку (як це пропонують усі літературні джерела), але й як масовий або мольний потенціал Гіббса. Це дуже важливо при розгляді теми «Рівновага фаз та фазові перетворення», оскільки співвідношення кількості фаз в системі зручно визначати не співвідношенням кількості молекул, а співвідношенням мас або молів. Методика введення характеристичних функцій та приклади їх застосування для розв'язання деяких задач запропонована нами у низці наукових праць [ REF \_Ref347505142 \r \h 229], [ REF \_Ref346802662 \r \h 234], [ REF \_Ref346819674 \r \h 235], [ REF \_Ref349189639 \r \h 236], [237], [ REF \_Ref346821386 \r \h 238], [ REF \_Ref346819814 \r \h 242], [ REF \_Ref346819931 \r \h 245], [ REF \_Ref349189686 \r \h 261], [ REF \_Ref349206307 \r \h 263], [ REF \_Ref347515667 \r \h 264] та у навчальних посібниках [ REF \_Ref357271809 \r \h 240], [ REF \_Ref349184514 \r \h 253], [ REF \_Ref349182556 \r \h 254], [ REF \_Ref346815450 \r \h 255].

Отже, застосування теоретично обґрунтованої і розробленої нами методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики, а також упровадження у процес навчання теоретичної фізики студентів педагогічних вищих навчальних закладів запропонованого нами курсу «Статистична термодинаміка» дозволяє використовувати нові оригінальні способи обґрунтування методики викладення у навчальному процесі методів дослідження макроскопічних систем, які використовує статистична термодинаміка.

З метою покращення умов упровадження і функціонування запропонованої методичної системи інтегрованого навчання курсу «Статистична термодинаміка» майбутніх учителів фізики, оновлення і поглиблення змісту навчально-виховного процесу на базі кафедри експериментальної і теоретичної фізики фізико-математичного факультету Сумського державного педагогічного університету імені А.С.Макаренка за нашої ініціативи і керівництва створено навчально-наукову лабораторію інноваційних технологій викладання фізики. Навчально-

наукова лабораторія забезпечена новітнім лабораторним устаткуванням, що дозволяє здійснювати організацію та проведення навчальних занять, під час яких студент під керівництвом викладача та особисто проводить натурні або імітаційні експерименти чи досліди з метою практичного підтвердження окремих положень теоретичної фізики, набуває практичних навичок роботи з лабораторним устаткуванням, комп'ютерною технікою, вимірювальною апаратурою, оволодіває методикою експериментальних досліджень.

Запропонована методична система, як показує власний досвід викладання та досвід викладачів інших вищих навчальних закладів, дає суттєву економію аудиторного часу, відповідає рівню сучасної науки й позитивно впливає на формування наукового стилю мислення майбутніх вчителів фізики. Результати практичного впровадження запропонованої методичної системи підтверджують, що вивчення теоретичної фізики в системі фахової підготовки вчителів фізики в педагогічних університетах відповідно до цієї системи дозволяє розглядати термодинаміку як складову частину статистичної фізики, що відповідає сучасному стану базової науки, сприяє формуванню правильного наукового світогляду майбутнього вчителя фізики й істотному поліпшенню його фахової компетентності [106], [147], [289], [334], [381], [391].

### **3.2. Методика введення характеристичних функцій.**

У період з 1973 до 1978 р. американський фізик Гіббс, статистичний метод якого ми розглядали раніше, опублікував декілька робіт, в яких був розроблений метод характеристичних функцій. Пізніше цей метод був розвинутий далі П. Дюгемом [421] і використовувався всіма вченими для проведення термодинамічних досліджень. Цей метод має значні переваги над методом циклів і тому став основним у дослідженнях термодинамічних систем як термодинамічним, так і статистичним методом. Однак, метод циклів і до цих пір широко застосовується в технічній термодинаміці – термодинаміці теплових машин. У подальшому ми побачимо, що метод характеристичних функцій базується на рівнянні (2.38), одержаному статистичним методом. Тому цей метод можна розглядати як метод статистичної фізики. Але, віддаючи дань історичному розвитку науки, будемо називати його методом статистичної термодинаміки.

Зазначимо, що Л. Ландау і Е. Лівшіц [198], А. Ісіхара [150] та Ч. Кіттель [165], [167] використовували лише назву – метод характеристичних функцій (без посилання на термодинаміку).

Аналіз відомих літературних джерел показує, що при введенні характеристичних функцій використовується надто загальні вихідні положення, тому введені характеристичні функції представляються дещо абстрактними, що викликає у студентів значні труднощі при їх вивченні.

Оскільки дане дослідження має мету розробити концепцію викладання статистичної термодинаміки в системі фахової підготовки вчителів фізики, то ми виходимо із того, що для майбутніх вчителів, важливо засвоїти не математичну сторону питань, а суть фізичних ідей, на яких формується їх фізичний світогляд.

Тому ми пропонуємо використовувати методіку введення характеристичних функцій, яка створена нами в результаті аналізу наукової літератури та багаторічного досвіду викладання статистичної термодинаміки в педагогічному університеті і детально розглянута в посібнику автора [240].

Метод характеристичних функцій заснований на використанні основного рівняння термодинаміки (2.38), яке ми запишемо для оборотних процесів у системі з єдиним зовнішнім параметром - об'ємом:

(3.1)

Це рівняння містить п'ять величин ( $T, S, E, p, V$ ), які є функціями стану. Але, оскільки вони пов'язані між собою трьома рівняннями: основне рівняння термодинаміки (3.1); рівняння стану  $p = p(T, V)$ ; калоричне рівняння  $E = E(V, T)$ , то лише дві з них є незалежними, а інші можуть бути розраховані як функції незалежних величин. Вибір незалежних величин є довільним. Із п'яти невідомих, що містяться в рівнянні (3.1), можна скласти десять різних комбінацій по дві, але, як показує аналіз, лише чотири із них дозволяють одержати функції, що мають вказані нижче властивості. Ці функції отримали назву характеристичні функції або термодинамічні потенціали.

Властивості характеристичних функцій:

1. Характеристична функція є адитивною й однозначною функцією стану, отже її диференціал є повним диференціалом.

2. Частинні похідні від цих функцій за вибраними незалежними параметрами визначають інші термодинамічні параметри, тобто вони мають зрозумілий фізичний зміст.

3. Характеристичні функції у стані рівноваги мають мінімальне значення, отже, в стані рівноваги їх диференціали дорівнюють нулю.

4. Зменшення характеристичних функцій за певних умов дорівнює максимальній роботі системи.

Розглянемо ці функції, вважаючи спочатку кількість частинок системи постійною.

Внутрішня енергія. Перепишемо рівняння (3.1) у вигляді:

(3.2)

Оскільки внутрішня енергія є функцією стану, то зрозуміло, що вираз (3.2) є повним диференціалом, вираженим у змінних ( $S, V$ ). Тому розглянемо внутрішню енергію, як функцію об'єму й ентропії і запишемо її диференціал:

(3.3)

Порівнюючи останній вираз із (3.2), одержимо:

(3.4)

(3.5)

Записавши основне рівняння термодинаміки для загального випадку (оборотні й необоротні процеси) у вигляді:

неважко побачити, що в адіабатично ізольованій системі ( $dS = 0$ ),

а при оборотному адіабатичному процесі робота виконується за рахунок внутрішньої енергії:

і зрозуміло, що робота може виконуватися до тих пір поки система не перейде у рівноважний стан з мінімально можливою внутрішньою енергією.

Якщо в системі може виконуватись робота, пов'язана не лише зі зміною об'єму, а й, наприклад, з діями сил поверхневого натягу або електричних чи магнітних полів (зазвичай всі види таких робіт називають роботою немеханічних сил), то перший закон термодинаміки можна узагальнити й на такі випадки:

(3.6)

де  $A$  – робота немеханічних сил.

Об'єднуючи математичні вирази першого та другого законів термодинаміки для оборотних і необоротних процесів, одержуємо для таких систем основне рівняння статистичної термодинаміки у вигляді:

(3.7)

Із цього рівняння виходить, що робота немеханічних сил дорівнює (або менша при необоротних процесах) зменшенню внутрішньої енергії:

при фіксованих параметрах  $S = \text{const}$ ,  $V = \text{const}$ . У стані рівноваги їх робота стає неможливою, тому що за даних умов ( $S = \text{const}$ ,  $V = \text{const}$ ) використано весь доступний запас внутрішньої енергії, і, отже, в стані рівноваги  $dE = 0$ .

Таким чином, при виборі ентропії й об'єму, як незалежних параметрів, внутрішня енергія володіє всіма чотирма властивостями, якими повинні володіти характеристичні функції.



Легко переконатися, що якщо за незалежні змінні взяти інші термодинамічні параметри, наприклад, об'єм і температуру, від яких залежить внутрішня енергія всіх тіл (крім ідеального газу), то внутрішня енергія вже не буде володіти всіма властивостями характеристичних функцій. Дійсно, внутрішня енергія довільної системи включає в себе енергію руху (кінетичну) й енергію взаємодії (потенціальну) усіх частинок системи. Кінетична енергія частинок залежить лише від температури, а потенціальна енергія взаємодії визначається їх взаємним розташуванням. Тому внутрішня енергія простої (її стан описується єдиним зовнішнім параметром – об'ємом) довільної системи буде залежати від температури й об'єму, тобто  $U = U(T, V)$ . Нескінченно мала зміна внутрішньої енергії (це повний диференціал, так як внутрішня енергія є функцією стану) буде

дорівнювати:

Тому перший закон термодинаміки запишеться у вигляді:

Застосуємо цей вираз для одного моля довільної речовини і накладемо умову  $p = \text{const}$ . У такому випадку  $dV = 0$  і  $dU = C_p dT$ . Підставляючи ці вирази у попередній, одержимо:

$$dU = C_p dT \quad (3.8)$$

Звідси частинна похідна  $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ , яка визначає залежність внутрішньої енергії від об'єму, буде дорівнювати:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = C_p \quad (3.9)$$

Із цього виразу ясно, що при виборі вказаних змінних (T, V), як незалежних, похідна  $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$  вже не визначає інші термодинамічні параметри і лише у випадку ідеального газу (рекомендуємо перевірити це самостійно) має тривіальне – нульове значення. Отже, внутрішня енергія, як функція об'єму й температури, не володіє всіма властивостями характеристичних функцій. Але одержаний таким чином вираз (3.9) має велике самостійне значення, оскільки, за суттю, він визначає залежність внутрішньої енергії від об'єму.

При виборі у якості незалежних параметрів об'єму і температури властивостями характеристичних функцій володіє вільна енергія.

Вільна енергія. Запишемо рівняння (3.1) у вигляді:

Якщо розглядати ізотермічні процеси, то останній вираз можна записати наступним чином:  $F = F(V, T)$ , де величина  $F$ , яку ми розглядали у розд. 1, називається вільною енергією. Вільна енергія виражається через адитивні й однозначні функції стану, тому вона сама є адитивною та однозначною функцією стану.

Знайдемо її диференціал:

або

(3.10)

Із цього виразу випливає висновок, який ми вже відзначали, що при ізотермічному процесі робота розширення виконується за рахунок вільної енергії, яка, природно, при цьому зменшується, досягаючи мінімально можливого значення у стані рівноваги.

Якщо у системі, крім роботи по подоланню зовнішнього тиску, виконується робота немеханічних сил і можливі необоротні процеси, то слід також скористатися виразом (2.38), який запишемо у вигляді:

(3.11)

Із цього виразу видно, що при  $V = \text{const}$  і  $T = \text{const}$  робота немеханічних сил виконується за рахунок вільної енергії і дорівнює її зменшенню при оборотних процесах і менша за зміну вільної енергії при необоротних процесах. Таким чином, і у випадку розширеної системи робота призводить до зменшення до мінімуму вільної енергії у стані рівноваги, коли зникне можливість виконання роботи за даних умов ( $V = \text{const}$  і  $T = \text{const}$ ). Диференціал вільної енергії стає рівним нулю:  $dF = 0$ . Оскільки вільна енергія – це функція стану, то її диференціал (3.10) є повним диференціалом, вираженим через змінні  $(V, T)$ . Тому розглядаючи вільну енергію як функцію об'єму й температури  $F = F(V, T)$ , запишемо її диференціал:

(3.12)

Зіставляючи цей вираз із (3.10), знаходимо частинні похідні від вільної енергії по вибраних параметрах  $(V, T)$ :

(3.13)

(3.14)

Таким чином, ці частинні похідні визначають невідомі параметри системи.

Вільну енергію, враховуючи (3.14), можна записати у вигляді:

(3.15)

Одержаний вираз називається рівнянням Гіббса-Гельмгольца.

Оскільки вільна енергія є характеристичною функцією при незалежних параметрах  $(V, T)$ , які легко визначаються на досліді, то її використання істотно полегшує аналіз багатьох термодинамічних процесів.

Ентальпія. Як і в попередніх випадках, розглянемо спочатку просту систему, тобто систему з постійною кількістю частинок з єдиним зовнішнім параметром – об'ємом. Ентальпія системи вводиться за означенням (п. 1.3.1.4):

(3.16)

Із (3.16) зрозуміло, що ентальпія є адитивною й однозначною функцією стану. Виконаємо диференціювання виразу (3.16):

(3.17)

Використовуючи основне рівняння статистичної термодинаміки, перетворимо цей вираз до вигляду:

(3.18)

Оскільки ентальпія є функцією стану, то цей вираз є повним диференціалом, вираженим через змінні  $(p, S)$ . Розглянемо ентальпію як функцію цих незалежних параметрів  $(p, S)$ , тоді її диференціал буде дорівнювати:

(3.19)

Порівнюючи вирази (3.19) і (3.18), запишемо частинні похідні від ентальпії по незалежних параметрах:

(3.20)

(3.21)

Таким чином, як і в попередніх випадках, частинні похідні ентальпії по незалежних параметрах  $(p, S)$  визначають невідомі параметри стану.

Розглянемо тепер розширену систему (крім об'єму, її стан можуть характеризувати й інші зовнішні параметри – напруженість електричного чи магнітного полів, тощо), у якій можуть проходити оборотні й необоротні процеси. У цьому випадку вираз (3.11) перепишемо в наступному вигляді:

(3.22)

Додамо до лівої і правої частин цього виразу диференціал  $d(pV)$ , одержимо:

(3.23)

Приходимо до висновку, що при  $S \text{ const}$  і  $p \text{ const}$  робота немеханічних сил дорівнює зменшенню ентальпії при оборотних процесах (знак « $\Rightarrow$ » в (3.23)) і менша – при необоротних процесах. Ентальпія за таких умов зменшується до мінімуму в стані рівноваги, і при цьому її диференціал стає рівним нулю  $dI$ . Отже, ентальпія при незалежних змінних  $(p, S)$  є характеристичною функцією.

Термодинамічний потенціал Гіббса. Розглянемо систему, в якій робота виконується як при зміні об'єму, так і при зміні інших зовнішніх параметрів (напруженість поля і т.п.), тобто – це розширена система. Тоді основне рівняння статистичної термодинаміки запишемо у вигляді:

(3.24)

де – робота, пов'язана із зміною всіх зовнішніх параметрів, за винятком об'єму. Її, як вже наголошувалося, називають роботою немеханічних сил, оскільки при її виконанні беруть участь електричні, магнітні та інші сили. Із (3.24) при  $T \text{ p}$

(3.25)

тобто при ізотермо-ізобаричних процесах робота немеханічних сил дорівнює (або менша – при необоротних процесах) спаду величини

(3.26)

яка одержала назву термодинамічний потенціал Гіббса, тобто:

У процесі виконання роботи немеханічних сил при постійному тиску й температурі термодинамічний потенціал Гіббса зменшується, досягаючи

мінімуму в стані рівноваги і в цьому випадку  $dZ$ .  
Звідси:

$$(3.27)$$

Термодинамічний потенціал Гіббса виражається (3.26) через адитивні й однозначні функції стану, отже, й сам володіє такими властивостями. Тому вираз (3.27) є повним диференціалом, вираженим через незалежні параметри  $(p, T)$ .

Вважаючи , запишемо його диференціал:

$$(3.28)$$

Зіставляючи два останні вирази, знаходимо частинні похідні термодинамічного потенціалу, які визначають невідомі параметри стану – об'єм і ентропію:

$$(3.29)$$

$$(3.30)$$

Таким чином, термодинамічний потенціал Гіббса при незалежних змінних  $(p, T)$  є характеристичною функцією і для нього, як і у випадку вільної енергії, незалежними змінними є параметри, які легко визначаються на досліді. Тому використання термодинамічного потенціалу при ізотермо-ізобаричних процесах виявляється дуже зручним.

Ми ввели чотири термодинамічні функції, які, при відповідному виборі незалежних параметрів, володіють вказаними раніше властивостями і тому їх називають характеристичними. Із викладень зрозуміло, що їх зменшення за певних умов дорівнює виконаній роботі.

Відмітимо, що термодинамічні потенціали можуть бути виражені один через одного у вигляді рівнянь, відомих як рівняння Гіббса-Гельмгольца, одне із яких ми вже раніше записали. Інші легко можуть бути одержані, якщо скористатися виразами, що зв'язують термодинамічні потенціали та їх частинні похідні. Всі рівняння такого типу зведені в таблицю 3.1 [ REF \_Ref349206307 \w \h 263].

Необхідно відзначити, що у якості адитивної однозначної функції стану можна вибрати й інші функції, наприклад, об'єм або ентропію. Проте аналіз показує, що при будь-якому виборі незалежних змінних вони не володітимуть усіма властивостями термодинамічних потенціалів (хоча б тому, що у них розмірність не співпадає із розмірністю роботи).

Крім того, їх частинні похідні по будь-яких із можливих параметрів мають складний вигляд, який не піддається простому тлумаченню. Як приклад, розглянемо ентропію. Це дійсно адитивна й однозначна функція стану і її диференціал є повним диференціалом при будь-яких змінних. Наприклад, у

змінних  $(E, V)$  його можна записати у вигляді:

Таблиця 3.1

Рівняння Гіббса-Гельмгольца

Назва характеристичної функції	Позначення і незалежні параметри	Зв'язок з іншими функціями	Рівняння Гіббса-Гельмгольца	Диференціал
Внутрішня енергія		,		
Вільна Енергія		,		
Ентальпія		,		
Термодинамічний потенціал Гіббса		,		

Аналогічно тому, як це ми робили при введенні характеристичних функцій, розглянемо ентропію як функцію об'єму і внутрішньої енергії  $S=S(E, V)$  і

знайдемо її диференціал:  
вирази, одержуємо:

. Порівнюючи два останні

$$, \quad (3.31)$$

$$, \quad (3.32)$$

що не узгоджується з властивістю (2), якою повинні володіти характеристичні функції. Таким чином, ентропія не володіє властивостями характеристичних функцій<sup>11</sup>. Проте використання ентропії, як адитивної та однозначної функції стану дозволяє одержувати дуже важливі результати. Як ілюстрацію цього положення знайдемо ще раз різницю ( $c_p - c_V$ ) для простої однорідної й ізотропної системи.

Запишемо основне рівняння статистичної термодинаміки для такої системи:

. Внутрішня енергія, як вже наголошувалося, складається із енергії взаємодії частинок системи і енергії їх руху. Тому вона залежить від об'єму і температури  $E = E(V, T)$  і її диференціал буде дорівнювати:

. Підставляючи цей вираз у (2.38), для рівноважних систем маємо:

$$. \quad (3.33)$$

Вираз (3.33) є повним диференціалом ентропії, вираженим у змінних  $(V, T)$ . З іншого боку, цей диференціал можна записати у вигляді:

$$. \quad (3.34)$$

Прирівнюючи коефіцієнти при  $dV$  і  $dT$  в останніх виразах, одержимо:

.

Продиференціюємо перше із цих виразів по  $T$  при незмінному об'ємі, а друге – по  $V$  при незмінній температурі:

;

На вісі абсцис зображені дискретні моменти часу, а на вісі ординат – абсолютна величина різниці куль в ящиках  $A$  і  $B$ . Рис. 31 із [318].

Скористаємось тим, що зміна порядку диференціювання не змінює результат. Тому, прирівнюючи праві частини останніх виразів, одержуємо дуже важливу формулу:

$$, \quad (3.35)$$

яка визначає залежність внутрішньої енергії від об'єму. Її ми надалі будемо часто використовувати. Цей вираз, по суті, зв'язує калоричне й термічне рівняння стану. Залежність внутрішньої енергії від об'єму ми раніше (3.9).

Прирівнюючи праві частини цих двох виразів, знаходимо шукану різницю

:

$$. \quad (3.36)$$

Оскільки у правій частині цього виразу фігурують величини, які легко визначаються експериментально, то його зазвичай використовують для підрахунку теплоємності  $c_p$  через  $c_v$  (або навпаки).

Тут ми рекомендуємо студентам самостійно перекопатися, що вираз (3.36), застосований для ідеального газу, дає відоме рівняння Майєра

Визначенням невідомих термодинамічних параметрів через введені характеристичні функції не вичерпується значення цих функцій у термодинамічних дослідженнях. Дійсно, зіставляючи записані раніше вирази, одержуємо дуже важливі співвідношення між частинними похідними від термодинамічних потенціалів:

$$(3.37)$$



Крім того, дуже важливі й корисні співвідношення можемо одержати, якщо виконати повторне диференціювання виразів (3.4, 3.5), (3.13, 3.14), (3.20, 3.21), (3.28, 3.30):

$$, \quad (3.38)$$

$$, \quad (3.39)$$

де  $\gamma$  – адіабатичний коефіцієнт стисливості;

$$, \quad (3.40)$$

$$, \quad (3.41)$$

де  $\beta$  – ізотермічний коефіцієнт стисливості;

$$, \quad (3.42)$$

$$, \quad (3.43)$$

$$, \quad (3.44)$$

$$. \quad (3.45)$$

Якщо потім виконати змішане диференціювання виразів (3.4, 3.5), (3.13, 3.14), (3.20, 3.21), (3.28, 3.30) і прирівняти одержані праві частини, то одержимо наступні вирази:

(3.46)

Вирази (3.46) встановлюють співвідношення між різними властивостями системи і дозволяють досліджувати одну макроскопічну властивість, безпосереднє вимірювання якої викликає труднощі або неможливе, за допомогою вимірювання іншої. Тому ці співвідношення (їх називають співвідношення Максвелла) широко використовуються для дослідження найрізноманітніших явищ, в чому ми нижче неодноразово переконаємося.

Повернемося до обговорення питання про теплоємність довільної системи, оскільки це питання має важливе практичне й теоретичне значення. Підкреслимо ще раз, що у рамках термодинаміки теоретично розрахувати теплоємність неможливо. Проте, опираючись на одержані співвідношення, можна з'ясувати багато закономірностей, особливо для речовин, для яких відоме рівняння стану. У зв'язку зі сказаним, дослідимо залежність теплоємностей  $c_p$  і  $c_v$  від одного із параметрів – тиску, об'єму та температури. Розглянемо спочатку залежності

$c_p$  і  $c_v$ . Для розрахунку таких залежностей необхідно

розрахувати частинні похідні:  $\left(\frac{\partial c_p}{\partial T}\right)_p$  та  $\left(\frac{\partial c_v}{\partial T}\right)_v$ . Скориставшись означенням теплоємностей для одного моля речовини, можемо записати:

(3.47)

Похідна  $\left(\frac{\partial c_p}{\partial T}\right)_p$  (як і похідна  $\left(\frac{\partial c_v}{\partial T}\right)_v$ ) не може бути виражена через диференціальні співвідношення Максвелла, тому в правій частині рівняння (3.47) змінимо порядок диференціювання:

(3.48)

Аналогічно розраховуємо й похідну  $\left(\frac{\partial c_p}{\partial p}\right)_T$ :

(3.49)

Із виразів (3.48) і (3.49) видно, що  $c_p$  і  $c_V$  будуть залежати відповідно від  $p$  і  $V$  лише в тому випадку, якщо залежність тиску та об'єму від температури нелінійна.

Залежності (3.48) і (3.49) можуть бути використані для перевірки й уточнення рівнянь стану. Дійсно, припустимо, що для деякої речовини, емпіричним шляхом або статистичним методом, одержано рівняння стану. Права частина цих рівнянь розраховується із рівняння стану, достовірність якого необхідно перевірити, а ліва частина розраховується за наслідками експериментальних досліджень залежностей  $c_p=c_p(p)$  і  $c_V=c_V(V)$ . За ступенем збігу правої й лівої частини судять про правильність рівняння стану і виконують відповідні корегування.

Досліджуємо далі залежність  $c_p$  і  $c_V$  від температури. Як і раніше,

розглянемо частинні похідні  $\left(\frac{\partial c_p}{\partial T}\right)_p$  і  $\left(\frac{\partial c_V}{\partial T}\right)_V$  :

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{T^2} \left( \frac{\partial}{\partial T} \left( T^2 \left(\frac{\partial c_p}{\partial T}\right)_p \right) \right)_p, \quad (3.50)$$

(3.51)

Частинні похідні  $\left(\frac{\partial c_p}{\partial T}\right)_p$  і  $\left(\frac{\partial c_V}{\partial T}\right)_V$ , як вже наголошувалося, не можна перетворити за допомогою диференціальних співвідношень Максвела і до того ж їх неможливо визначити експериментально. Тому вивчення температурної залежності теплоємностей  $c_p$  і  $c_V$  не можна звести до дослідження яких-небудь інших властивостей речовини. У такому разі доводиться вдаватися до даних безпосереднього експерименту і відповідні залежності відобразити у вигляді емпіричних формул  $c_p = \varphi(T)$ .

### 3.3. Уведення поняття про характеристичні функції систем зі змінною кількістю частинок.

Ми розглянули методику введення характеристичних функцій для систем із постійною кількістю частинок. Проте у ряді випадків (фазові перетворення, хімічні реакції та ін.) кількість частинок  $N$  у системі може змінюватися. Зміна кількості частинок, як і зміна параметрів стану системи, може викликати зміну термодинамічних функцій. Для того, щоб врахувати залежність термодинамічних функцій від кількості частинок системи звернемося ще раз [263] до основного

рівняння термодинаміки для оборотних процесів (вираз (3.1):

Величини, що стоять під знаком диференціалів у цьому рівнянні, є адитивними, а коефіцієнти при диференціалах – це інтенсивні параметри. Тому це рівняння справедливе для будь-якої частини системи, у тому числі й для питомих значень  $E$ ,  $S$  і  $V$ , наприклад,  $E/N, S/N, V/N$ . Тому можна записати:

$$(3.52)$$

Причому кількість частинок системи може змінюватися, отже  $N$  може розглядатися як змінна величина. Диференціюючи останній вираз, одержимо:

Величина

$$(3.53)$$

що має зміст термодинамічного потенціалу Гіббса, віднесеного до однієї частинки (питомий термодинамічний потенціал Гіббса), називається хімічним потенціалом системи. Тоді диференціал внутрішньої енергії запишеться у вигляді:

$$(3.54)$$

Це рівняння може розглядатися як основне рівняння термодинаміки для систем із змінною кількістю частинок. Із нього витікає, що

$$(3.55)$$

тобто хімічний потенціал визначає зміну внутрішньої енергії при зміні кількості частинок при постійному об'ємі й постійній ентропії.

Якщо у співвідношенні (3.54) виконати заміну , то воно набуде вигляду:

$$(3.56)$$

По суті, це рівняння стверджує, що внутрішню енергію системи можна змінити наданням їй теплоти, виконанням роботи і збільшенням (або зменшенням) кількості частинок, тобто це є математичний запис першого закону термодинаміки для систем із змінною кількістю частинок. Якщо в системі виконують роботу і немеханічні сили (сили поверхневого натягу, електромагнітні та інші сили), то у правій частині основного рівняння термодинаміки (2.38) і, як наслідок у виразі (3.56), необхідно додати роботу цих сил.

Вираз (3.56) справедливий для всіх оборотних процесів. У випадку, коли в системі можуть відбуватись як оборотні, так і необоротні процеси, потрібно використовувати основне рівняння термодинаміки у загальному вигляді. У такому випадку вираз (3.56) буде мати вигляд:

$$\dots \quad (3.57)$$

Додавши до обох частин виразу (3.56) диференціал  $dS$ , одержимо диференціал ентальпії, тобто її нескінченно малу зміну при зміні ентропії, тиску та кількості частинок:

$$\dots \quad (3.58)$$

Віднімаючи від обох частин рівняння (3.58) диференціал  $dS$ , одержимо диференціал вільної енергії:

$$\dots \quad (3.59)$$

І, нарешті, додаючи до (3.59) диференціал  $dV$ , одержимо диференціал термодинамічного потенціалу Гіббса:

$$\dots \quad (3.60)$$

Таким чином, вирази (3.56-3.59) визначають зміну термодинамічних функцій  $F$ ,  $E$ ,  $I$ ,  $Z$  як за рахунок зміни незалежних параметрів, так і за рахунок зміни кількості частинок системи. Із цих виразів слідує, що хімічний потенціал дорівнює частинним похідним:

$$\dots \quad (3.61)$$

Із визначення (3.61) слідує, що хімічний потенціал  $\mu$  відноситься до всієї системи  $i$ , як температура  $T$  й тиск  $p$ , є інтенсивним параметром.

Слід зазначити, що вираз (3.52) записали для питомих значень ентропії, об'єму і внутрішньої енергії, розуміючи під питомим значенням відповідну величину, що відноситься до однієї частинки. Проте цей вираз буде справедливим і в тому випадку, коли під питомим значенням матимемо на увазі відповідну величину, що

відноситься до одного моля  $\mu$  або – до одиниці маси речовини, що важливо при розгляді теми «Рівновага фаз». У такому разі хімічний потенціал (3.53) визначився б відповідно як термодинамічний потенціал Гіббса, віднесений до одного моля

$$, \quad (3.62)$$

або – до одиниці маси речовини

$$. \quad (3.63)$$

При визначенні хімічного потенціалу у вигляді (3.62), диференціали термодинамічних потенціалів визначаються наступним чином:

$$, \quad (3.64)$$

$$, \quad (3.65)$$

$$, \quad (3.66)$$

$$. \quad (3.67)$$

Якщо ж хімічний потенціал ввести згідно з (3.63), то диференціали характеристичних функцій будуть мати вигляд:

$$, \quad (3.68)$$

$$, \quad (3.69)$$

$$, \quad (3.70)$$

$$. \quad (3.71)$$

В останніх випадках у виразах (3.64-3.71) змінними, які визначають кількість речовини, будуть  $v$  і  $m$ , тому при визначенні хімічного потенціалу у вигляді (3.61) похідні потрібно брати не по  $N$ , а по  $v$  або  $m$ , тобто хімічний потенціал буде визначатись наступним чином:

$$, \quad (3.72)$$

$$. \quad (3.73)$$

Із розглянутих термодинамічних потенціалів видно, що за відомим значенням хоч би одного із них, можна визначити як термічні, так і калоричні властивості системи, тобто одержати повну інформацію про її термодинамічні властивості. Кожен термодинамічний потенціал містить в собі всі характеристики системи.

Встановлення існування характеристичних функцій стану є великим успіхом термодинаміки. Проте, залишаючись у рамках термодинаміки, цим успіхом не вдається скористатися повною мірою. Річ у тому, що в рамках термодинаміки не можна теоретично знайти вирази для термодинамічних потенціалів у вигляді явних функцій відповідних характеристичних змінних. У термодинаміці метод потенціалів полягає у використанні записаних у цьому параграфі рівнянь, які відображають зв'язки одних властивостей системи із іншими її властивостями. Останні ж підлягають експериментальному визначенню. У термодинамічних дослідженнях характеристичні функції знаходяться або з досліду, або методами статистичної фізики, і потім, за допомогою одержаних термодинамічних співвідношень, визначають рівняння стану та інші термодинамічні властивості.

Це говорить про органічний зв'язок термодинамічного і статистичного методів. Вони мають один і той же предмет дослідження, але саме дослідження ведеться із різних вихідних позицій. Для повного і всебічного вивчення властивостей фізичних систем необхідне одночасне застосування і термодинамічного й статистичного методів.

Для газів та ідеальних кристалів термодинамічні функції найчастіше розраховуються статистичними методами, для рідин і твердих тіл вони зазвичай знаходяться експериментально за допомогою калоричних досліджень теплоємності.

У методі характеристичних функцій достатньо багато формул, причому деякі з них дуже подібні, що, природно, ускладнює їх запам'ятовування. Існує декілька мнемонічних правил, які дозволяють їх відтворити. Проте доцільно в доповнення до таблиці 1.1, скласти ще таблиці (ми пропонуємо зробити це студентам), у яких потрібно згрупувати формули, що не входять в таблицю 1.1, і при розв'язанні задач використовувати ці таблиці як довідковий матеріал.

#### **3.4. Формування умінь щодо визначення характеристичних функцій статистичним методом.**

Значення термодинамічних функцій: внутрішньої енергії, вільної енергії, ентальпії, термодинамічного потенціалу Гіббса, як і функції стану – ентропії, в рамках термодинаміки теоретично одержати неможливо. Вони встановлюються експериментально шляхом вимірювання екстенсивних і інтенсивних властивостей (або їх похідних), або обчислюються статистичним методом.

Розглянемо, як в принципі статистичним методом можна розрахувати термодинамічні функції [255]. Раніше було показано, що внутрішню енергію

статистичним методом можна визначити за формулою (2.35):

$$\text{Вільну енергію} \quad \text{з урахуванням (2.34), можемо записати у вигляді):} \quad (3.74)$$

Зазначимо також, що використовуючи (3.74), тобто виразивши вільну енергію через статистичну суму, канонічний розподіл Гіббса можна записати у

вигляді: квантова система – , класична система –

. Для визначення тиску через статистичний інтеграл (статистичну суму), скористаємось (3.13) і (3.74). Тоді

(3.75)

Звідки одержуємо наступне співвідношення

(3.76)

Рівняння (3.75, 3.76) пов'язують між собою три параметри системи і називаються рівняннями стану. Скориставшись (3.16) і (3.26), а також – одержаними тут виразами, запишемо статистичне визначення ентальпії  $I$  та термодинамічного потенціалу  $Z$ :

(3.77)

(3.78)

Таким чином, всі термодинамічні функції та рівняння стану в принципі можуть бути розраховані статистичним методом. Для цього необхідно обчислити статистичний інтеграл (статистичну суму у випадку квантових систем). Проте, як показує аналіз, це дуже складне завдання, яке можна вирішити лише в деяких відносно простих випадках. На практиці, як уже зазначалось, методами статистичної фізики термодинамічні функції найчастіше розраховуються для газів та кристалів, а для інших конденсованих речовин вони, зазвичай, знаходяться експериментально за допомогою калоричних досліджень теплоємності.

На закінчення підкреслимо, що в цьому розділі метод циклів та метод характеристичних функцій, які лежать в основі вивчення навколишнього світу, були викладені виключно на основі статистичної фізики. Це ще раз засвідчує, що виокремлення у навчальній літературі та в системі фахової підготовки вчителя фізики питань, які з історичних причин розглядаються як наука – термодинаміка, є дещо архаїчним і не відповідає сучасному стану науки.



Тут ми вкотре наголошуємо, що видатні фізики Л. Ландау [198], Ч. Кіттель [165],[166],[167], А. Ісіхара [150], Дж. Райф [306], Я.Терлецький [362] та багато інших учених всі «класичні питання термодинаміки» та новітні питання, які відносяться до фазових переходів, нерівноважних процесів, флуктуацій тощо, розглядали виключно статистичним методом з використанням характеристичних функцій.

### **3.5. Методика застосування характеристичних функцій для встановлення залежності коефіцієнта поверхневого натягу від температури та доведення рівняння Клапейрона-Клаузіуса.**

Для ілюстрації переваг методу характеристичних функцій доцільно в лекційному курсі розглянути, як методом термодинамічних потенціалів розв'язуються деякі «класичні» задачі термодинаміки.

#### **3.5.1. Встановлення залежності коефіцієнта поверхневого натягу від температури.**

Будемо виходити із виразу для диференціалу вільної енергії поверхневої плівки. Нехай величина площі поверхні плівки (її зовнішній параметр) дорівнює  $s$ . Оскільки елементарна робота сил поверхневого натягу при збільшенні поверхні плівки на  $ds$  дорівнює  $\sigma ds$ , де  $\sigma$  – коефіцієнт поверхневого натягу, то диференціал вільної енергії плівки (3.10) при постійному об'ємі рідини буде визначатись наступним чином:

Вільна енергія є функцією стану, тому можна записати її повний диференціал у вигляді:

Із цих виразів витікає:

; (тут  $s$  – площа поверхні,  $S$  – ентропія рідини).

Виконуючи змішане диференціювання останніх виразів і прирівнюючи праві частини одержаних виразів, маємо:

Перепишемо це рівняння у вигляді: . Величина має зміст кількості теплоти, яку необхідно надати (відібрати) рідині, щоб її поверхня збільшилась (зменшилась) на одиницю, тобто – це питома теплота утворення поверхні ( $q$ ). Тому шукана залежність коефіцієнта поверхневого натягу рідини від температури матиме вигляд:

Зазначимо, що вперше цей вираз в термодинаміці був одержаний методом циклів [247].

### 3.5.2. Застосування характеристичних функцій для вивчення залежності температури фазових перетворень від тиску.

Нехай є система, що складається з рідини та її пари, які знаходяться у динамічній рівновазі при температурі кипіння. Об'єм посудини не змінюється. Запишемо для одиниці маси рідини наступне співвідношення Максвелла (3.46):

Оскільки об'єм системи не змінюється і в лівій частині даного співвідношення фігурують лише інтенсивні величини ( $p$  і  $T$ ), то від частинних похідних у цій

частині можна перейти до повних похідних:

У правій частині скористаємося другим законом термодинаміки, тоді маємо:

.3

Якщо в результаті кипіння при температурі  $T$  одиниця маси рідини (1 кг) перетворилася на пару, то при цьому питомий об'єм зміниться від до , і від навколишнього середовища рідині була надана кількість теплоти , де  $\lambda$  – питома теплота пароутворення. Тоді останнє рівняння буде мати вигляд:

.3

(3.79)

Ми одержали диференціальне рівняння, яке називається рівнянням Клапейрона-Клаузіуса [ REF \_Ref349206307 \w \h 263]. Воно й встановлює шукану залежність тиску насиченої пари, як функцію температури, питомої теплоти пароутворення і зміни питомого об'єму речовини в цьому процесі. Оскільки всі величини у правій частині (3.79) додатні і питомий об'єм речовини в пароподібному стані завжди більший, ніж у рідкому, то звідси слідує, що з підвищенням температури тиск насиченої пари повинен обов'язково зростати, що й підтверджується дослідами. Якщо у даному досліді розглядати не 1 кг речовини, а 1 моль, то питому теплоту й питомі об'єми в (3.79) потрібно замінити молярною теплотою й, відповідно, молярними об'ємами.

Зазначимо, що вихідне співвідношення (3.46) можна було застосувати до фазового переходу кристал-рідина або кристал-пар. Усі такі явища (перетворення рідини у пар і навпаки, плавлення і кристалізація та деякі інші) супроводжуються поглинанням або виділенням теплоти, а також зміною молярних (питомих об'ємів). Перетворення такого роду називаються фазовими перетвореннями першого роду. Таким чином, робимо висновок, що рівняння

Клапейрона-Клаузіуса описує не лише випаровування, але також процеси плавлення, конденсації та сублимації. Тому воно лежить в основі теорії всіх агрегатних і деяких інших перетворень речовини, істотною ознакою яких є вказані теплові ефекти та стрибкоподібна зміна питомого (молярного) об'єму.

По суті, як зазначалось, рівняння Клапейрона-Клаузіуса в неявній формі дає залежність температури фазового перетворення першого роду від тиску. Якщо відома питома теплота пароутворення  $\lambda$  і рівняння стану пари, то за умови

, його можна проінтегрувати і одержати цю залежність у явному вигляді. Дійсно, в цьому випадку рівняння Клапейрона-Клаузіуса буде мати

вигляд:  $\frac{dp}{p} = \frac{\lambda}{RT^2} dt$ . Якщо розглядати не довільну рідину та її пару, а воду та її насичену пару, то для неї умова ( $\lambda = \lambda_0 + C(T - T_0)$ ) виконується і для водяної пари (за певних умов) можна застосувати рівняння Менделєєва-Клапейрона. Тому для 1

моля водяної пари маємо:  $\lambda = \lambda_0 + C(T - T_0)$ . Підставляючи це значення молярного об'єму пари у попередній вираз, маємо:

, або:

$$\frac{dp}{p} = \frac{\lambda_0 + C(T - T_0)}{RT^2} dt \quad (3.80)$$

У цьому виразі  $\lambda$  – молярна теплота пароутворення,  $C$  – константа інтегрування. Нехай при деякій температурі  $T_0$  тиск насиченої пари  $p_0$ . Тоді

константа інтегрування в (3.80) дорівнює:  $C = \lambda_0 - \lambda(T_0)$ . З урахуванням цього, одержуємо залежність тиску насиченої водяної пари від температури:

$$\ln p = \frac{\lambda_0}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) - \frac{C}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \quad (3.81)$$

із якої можна знайти  $T = T(p)$ , тобто одержати явний вид залежності температури кипіння від тиску, яка якісно підтверджується дослідами.

Найчастіше залежність температури кипіння від тиску у вигляді (3.80) використовується для знаходження питомої теплоти пароутворення  $\lambda$ . Дійсно, із цього виразу слідує, що якщо на осі ординат відкласти  $\ln p$ , а на осі абсцис величину  $1/T$ , то рівняння (3.81) є рівнянням прямої лінії з кутовим коефіцієнтом ( $-\frac{\lambda_0 + C}{R}$ ).

Тому за результатами експерименту можна побудувати графік залежності  $\ln p = \ln p(T)$  в таких осях і визначити ( $-\frac{\lambda_0 + C}{R}$ ). Таким чином визначається молярна теплота

пароутворення.

Математичний апарат, як термодинамічного, так і статистичного опису методу характеристичних функцій представляє собою окремих важливий розділ теоретичної фізики, з яким студенти можуть познайомитись за відомими літературними джерелами, наприклад [1], [44], [48], [73], [109], [143], [154], [211], [216], [231], [272], [345], [358], [385], [386] а методика й технологія розгляду багатьох питань з використанням характеристичних функцій, які відносяться до розділу «Рівновага фаз та фазові перетворення», «Методи одержання низьких температур» та деякі інші в системі підготовки вчителів фізики нами проаналізовано й використано в статтях [229; 235; 236; 238; 242; 245; 261; 264] та в навчальних посібниках [240; 254; 255].

### Висновки до розділу 3

1. Вперше запропоновано теоретичні і методичні засади інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики. Показано, що сутність інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики полягає у розгляді законів та методів термодинаміки з позицій статистичної теорії і на зазначених засадах запропоновано методичну систему інтегрованого навчання курсу «Термодинаміка і статистична фізика» майбутніх учителів фізики відповідно до вимог щодо організації навчального процесу на засадах компетентнісного підходу, яка спрямована на забезпечення принципу єдності фундаментальної і професійної підготовки студентів.

2. Визначено структуру і зміст складових методичної системи інтегрованого навчання курсу «Термодинаміка і статистична фізика», а саме: *перший блок* передбачає вивчення питань, які є вступом до статистичних методів сучасної статистичної термодинаміки; *другий блок* містить питання, які дозволяють інтерпретувати закони термодинаміки як наслідок статистичного аналізу макроскопічних систем; *третій блок* передбачає вивчення різноманітних макроскопічних систем методами статистичної термодинаміки.

3. Вперше запропоновано структуру курсу «Статистична термодинаміка» для студентів спеціальності «Фізика\*» педагогічних вищих навчальних закладів, упровадження якого дозволяє виключити із навчального процесу підготовки вчителів фізики паралельне вивчення питань термодинаміки і статистичної фізики, залишаючи їх природне поєднання в єдиний предмет – «Статистична термодинаміка», в якому термодинаміка виступає як складова частина статистичної фізики, що у повній мірі відповідає сучасному змісту теоретичної фізики як науки.

4. Доведено що запропонована методична система відповідає рівню сучасної науки й позитивно впливає на формування наукового стилю мислення майбутніх вчителів фізики, сприяє формуванню правильного наукового світогляду й істотному поліпшенню фахової компетентності.

## РОЗДІЛ 4

### МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ДО ВИВЧЕННЯ КЛАСИЧНИХ І КВАНТОВИХ ГАЗІВ ТА КОНДЕНСОВАНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ СТАТИСТИЧНИХ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ

У попередніх розділах були розглянуті основні закони та методи статистичної термодинаміки. Перейдемо тепер до розгляду методики викладання питань про застосування статистичного та термодинамічного методів для дослідження властивостей конкретних макроскопічних систем. Почнемо із найпростішої системи – ідеальний газ, властивості якого вивчені найповніше, оскільки у цьому випадку всі доведення можна виконати точно і до кінця.

#### 4.1. Рівняння стану класичного ідеального газу в статистичній термодинаміці.

Навчання молекулярної фізики вчитель завжди розпочинає з пояснення моделі реально існуючих розріджених атмосферних газів і в багатьох випадках допускається помилка – не акцентується увага на наявність маси в молекулі ідеального газу. Тому в учнів і навіть у деяких студентів першого курсу формується загалом вірне уявлення про модель – ідеальний газ, але з указаною помилкою, яка може стати джерелом важливих непорозумінь. Отже, із самого початку вивчення молекулярної фізики потрібно максимально точно і повно розглянути це поняття, тим більше, що до нього вчитель звертається у всіх розділах фізики [250], [251].

*Ідеальний газ* – це система безструктурних частинок певної маси, які рухаються хаотично, не взаємодіють між собою на відстані, а взаємодія їх при безпосередньому контакті носить абсолютно пружний характер. При відповідних умовах (достатнє розрідження й кімнатна та більш висока температура) повітря та його складові гази можна вважати ідеальними газами, і відповідні експерименти виконувались із цими газами. Рівняння стану навіть такої простої системи, залишаючись у рамках термодинаміки, теоретично одержати неможливо. Тому термодинаміка запозичує результати іншого методу – статистичної фізики, яка, опираючись на модель внутрішньої будови речовини, у деяких випадках має можливість теоретично одержати рівняння стану систем. Термодинаміка використовує інший шлях одержання рівняння стану - емпіричний. Саме у випадку ідеального газу шляхом вимірювання параметрів різних станів даної маси ідеального газу, вдалося встановити, що для 1 моля наступна комбінація

параметрів завжди дорівнює сталій величині:  $p_0 V_0 = R T_0$ . Для нормальних умов для одного моля ідеального газу ( $p_0 = 1,05 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ,  $V_0 = 22 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ ,  $T_0 = 273 \text{ К}$ ) ця

постійна величина дорівнює:

$R$  і називається *газовою сталою* (

R). Відношення газової сталої до числа Авогадро

називається сталою Больцмана. Оскільки, як зазначалось, комбінація параметрів

не залежить від стану газу, то можемо записати рівняння стану для 1 моля

ідеального газу:  $pV = \nu RT$ . Для довільної кількості молів газу це рівняння буде мати вигляд:  $pV = \nu RT$ , де  $\nu$  – число молів газу, яке можна визначити, якщо відомо загальне число молекул у системі  $N$  і число Авогадро  $N_A$ , або – молярна маса  $\mu$  (маса одного моля) та  $m$  – маса речовини. Останнє рівняння має назву рівняння Менделєєва-Клапейрона. При переході від одного моля до довільного числа молів ми використали відомий експериментальний факт, що 1 моль будь-якого газу для нормальних умов займає об'єм  $22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ , тому ( $\nu$ ) молей буде займати об'єм ( $\nu \cdot 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ ).

Розглянувши основні закони й положення статистичної термодинаміки, майбутній вчитель фізики уже знає (п. 3.2.3), що всі термодинамічні потенціали макроскопічних систем, у тому числі й рівняння стану (3.75, 3.76), виражаються через статистичний інтеграл (статистичну суму – у випадку квантових систем). Тому перш за все, студента потрібно навчити розраховувати статистичний інтеграл ідеального газу [255], [263].

Оскільки в ідеальному газі молекули між собою не взаємодіють, то енергію такої системи можна представити у вигляді:

$$E = \sum_{i=1}^N \epsilon_i \quad (4.1)$$

Тут  $\epsilon_i$  – потенціальна енергія взаємодії молекул зі стінками посудини. За визначенням ідеального газу, ця енергія всередині посудини дорівнює нулю. На межах та за межами посудини вона нескінченно велика.

Будемо вважати, що енергія (та імпульс) частинок ідеального газу змінюється неперервно, що завжди справедливо, якщо температура не дуже низька, тобто вважатимемо, що ідеальний газ – це класична система.

Тому для розрахунку статистичного інтеграла будемо використовувати вираз (2.25), який найбільш вірно враховує всі можливі мікростани частинок:

$$Z = \int \dots \int e^{-\beta \sum_{i=1}^N \epsilon_i} \delta(\sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i) \delta(\sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_0) \prod_{i=1}^N d\mathbf{p}_i d\mathbf{r}_i \quad (4.2)$$

З урахуванням (4.1), маємо:

$$Z = \int \dots \int e^{-\beta \sum_{i=1}^N \epsilon_i} \delta(\sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i) \delta(\sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_0) \prod_{i=1}^N d\mathbf{p}_i d\mathbf{r}_i \quad (4.3)$$

Оскільки всередині посудини потенціальна енергія дорівнює нулю, то:

Інтеграл за імпульсами зводиться до відомого інтеграла Пуассона, якщо його переписати у вигляді:

Отже:

$$\dots \quad (4.4)$$

Оскільки у всі формули, що визначають термодинамічні функції (п. 3.2.2) входить логарифм  $z$ , то запишемо його у наступному вигляді:

$$\dots \quad (4.5)$$

Використовуючи формулу Стірглінга  $\dots$ , вірну при великих значеннях кількості частинок  $N$ , останній вираз можна записати й в більш компактній формі:

$$\dots \quad (4.6)$$

Рівняння стану ідеального газу одержимо із (4.5) і (3.74, 75):

$$\dots \quad (4.7)$$

Оскільки  $\dots$  і  $\dots$ , то рівняння стану ідеального газу (4.7) запишеться у вигляді:

$$\dots \quad (4.8)$$

Це рівняння ми уже використовували як результат експериментальних досліджень, але теоретичний розрахунок, який можливий лише із застосуванням статистичних методів, визиває у студентів незвичайно велику зацікавленість і віру в силу теорії.

#### **4.2. Вивчення термодинамічних процесів у ідеальному газі.**

Закони статистичної термодинаміки можуть бути застосовані до аналізу будь-яких процесів у довільно взятій термодинамічній системі. Але для того, щоб одержати кінцевий результат, під яким, зазвичай, розуміють розрахунок властивостей системи у заданому стані та описання зміни цих властивостей при зміні стану системи, потрібно мати вихідну інформацію, якою є термічне та калоричне рівняння стану.

Розглянемо методику викладання питань про застосування законів статистичної термодинаміки для випадків, коли рівняння стану відоме (ідеальний газ) [254]. Але навіть у тих випадках коли рівняння стану невідоме, зазначені

закони дозволяють одержати важливі й цікаві результати [234], які характеризують властивості таких систем і процеси, що в них протікають. Зазначимо до речі, що розгляд довільних систем, для яких невідомі рівняння стану, не виправдано залишаються поза увагою методичної науки та викладачів.

На противагу термодинамічному методу, статистичним методом рівняння стану ідеального газу легко одержати теоретичним шляхом (див. п. 4.1.1).

При вивченні квазістатичних процесів у ідеальному газі за допомогою першого закону термодинаміки потрібно розкривати наступні питання:

1. Який вигляд має рівняння даного процесу? Графіки процесів.
2. Як визначити кількість теплоти, роботу та зміну внутрішньої енергії у даному процесі? Ми пропонуємо зробити це наступним чином [ REF \_ Ref346815450 \w \h \\* MERGEFORMAT 255].

*Ізохоричний процес ( $V = \text{const}$ ).* Ізохоричний процес можна здійснити, якщо газ знаходиться в абсолютно жорсткій теплопровідній оболонці. Змінюючи температуру газу в такій оболонці, можна експериментально дослідити залежність тиску від температури. Оскільки в природі посудин з такими стінками немає, то такий процес є ідеалізацією реальних процесів. Вивчення таких ідеалізованих процесів дозволяє зрозуміти закономірності реальних процесів, у ході яких можна знехтувати деформацією стінок посудини.

При постійному об'ємі ( $V = \text{const}$ ) зміна об'єму дорівнює нулю: . Тому перший закон термодинаміки набуває простого вигляду: . Таким чином, при ізохоричному процесі вся кількість теплоти, яку одержала система, йде на зміну внутрішньої енергії цієї системи.

Внутрішня енергія ідеального газу включає в себе лише кінетичну енергію хаотичного руху молекул, тому вона залежить лише від температури, і її нескінченно мала зміна  $dU$  буде визначатись зміною температури<sup>12</sup>. Враховуючи означення молярної теплоємності при постійному об'ємі і перший закон термодинаміки для ізохоричного процесу, можемо записати:

(4.9)

Звідси можна знайти зміну внутрішньої енергії при нескінченно малій зміні температури та при довільній зміні температури:

(4.10)

Тоді кількість теплоти при ізохоричній зміні стану системи можна розрахувати за формулою:

(4.11)

Деякі автори характеристичним функціям приписують лише першу і третю властивість і в цьому випадку список характеристичних функцій розширюється. У цьому списку з'являються і функції, що не мають розмірності енергії. У даному посібнику під характеристичними функціями розуміються лише функції із вказаними в тексті властивостями.



Робота при ізохоричному процесі не виконується:  $A = 0$ , (де  $p = \text{const}$ ).  
 Із рівняння Менделєєва-Клапейрона  $pV = \nu R T$  слідує, що при ізохорному процесі тиск прямо пропорційний абсолютній температурі:  $p \propto T$ , де  $V = \text{const}$  – стала величина. Якщо записати останнє рівняння для двох довільних станів газу:  $p_1 V = \nu R T_1$  та  $p_2 V = \nu R T_2$ , то одержимо рівняння ізохоричного процесу:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad (4.12)$$

Висновок про лінійну залежність тиску даної маси ідеального газу при постійному об'ємі від температури був одержаний експериментальним шляхом ще у 1787 році німецьким ученим Шарлем, і тому має назву – закон Шарля. Запишемо закон Шарля через температуру  $t$ , яка вимірюється за шкалою Цельсія. Вона, як уже відзначалось, пов'язана з абсолютною температурою  $T$  співвідношенням  $T = t + 273$ . Використовуючи (4.12), запишемо:

$$\frac{p_1}{t_1 + 273} = \frac{p_2}{t_2 + 273} \quad (4.13)$$

де  $p_0, T_0$  – тиск і температура газу при нормальних умовах ( $p_0 = 1,05 \cdot 10^5$  Па,  $T_0 = 273$  К),  $\beta$  – термічний коефіцієнт тиску ідеального газу, визначений для

нормальних умов:  $\beta = \frac{1}{T_0}$ . Таким чином, рівняння ізохоричного процесу в ідеальному газі має вигляд  $p = p_0 \frac{T}{T_0}$  або  $p = p_0 (1 + \beta t)$ . Графік ізохоричного процесу в ідеальному газі зображено на рис. 4.1.

У загальному випадку термічний коефіцієнт тиску довільної речовини вводиться за визначенням:

Рис. 4.1. Графіки ізохоричних процесів

і являється важливою фізичною характеристикою речовини. Для ідеального газу ця величина дорівнює  $\beta = \frac{1}{T}$ . (4.14)

**Ізотермічний процес ( $T = \text{const}$ ).** Ізотермічний процес, як і розглянутий раніше ізохоричний, є відомою ідеалізацією реальних процесів, при яких можна знехтувати зміною температури. Для того, щоб такий процес відбувався, потрібно створити відповідні умови. Очевидно, оболонка, яка відокремлює систему від навколишнього середовища, повинна мати дуже велику теплопровідність, а навколишнє середовище – теплоємність. У такому

випадку, за рахунок теплообміну з навколишнім середовищем, зміна температури газу, яка могла виникнути за рахунок роботи при зміні об'єму системи, в дійсності не відбувається. Зрозуміло, що це можливе лише при

достатньо малій швидкості протікання процесу.

Із рівняння Менделєєва-Клапейрона  $pV = \nu R T$  слідує, що при ізотермічному

процесі тиск даної кількості газу обернено пропорційний об'єму  $p \propto 1/V$ . Якщо

записати цей вираз для двох станів газу  $1$  і  $2$ , а потім виконати їх почленне ділення, то одержимо рівняння ізотермічного процесу в ідеальному газі:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad (4.15)$$

Графіки ізотермічних процесів зображені на рис. 4.2.

Як видно із рівнянь ізотермічного процесу (4.15), при незмінній температурі добуток тиску даної маси ідеального газу на об'єм є постійною величиною  $pV = \text{const}$ , що ми уже використовували при обговоренні побудови температурної шкали Кельвіна.

Зв'язок між тиском і об'ємом при ізотермічному процесі в ідеальному газі, який ми одержали із рівняння Менделєєва-Клапейрона, ще у 1662 році був встановлений експериментально Бойлем і Маріоттом. Тому вирази (4.15) відомі під назвою – закон Бойля-Маріотта.

Враховуючи те, що внутрішня енергія ідеального газу залежить лише від температури, яка при ізотермічному процесі не змінюється, перший закон термодинаміки  $dU = \delta Q - \delta W$  буде мати вигляд:

Отже, при ізотермічному процесі в ідеальному газі (і лише в ідеальному газі) внутрішня енергія не змінюється, і вся теплота, яка надається газу, йде на виконання роботи  $\delta W = p dV$ , тобто ізотермічний процес є найбільш вигідним щодо перетворення тепла в роботу. Вираз для розрахунку роботи, яку виконує ідеальний газ при ізотермічному процесі, можна одержати наступним чином.

У формулу (1.3) підставимо величину тиску газу  $p = p_1 V_1 / V$ , який визначається із рівняння Менделєєва-Клапейрона. Виконавши інтегрування і врахувавши що при ізотермічному процесі тиск обернено пропорційний об'єму (4.15), формули для визначення роботи при ізотермічному процесі можна записати в такому вигляді:

$$W = \nu R T \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (4.16)$$

Із формул (4.16) видно, що робота буде додатною, якщо газ розширюється, тобто газ виконує роботу над навколишніми тілами і навпаки.

Враховуючи те, що при незмінній температурі тепло, яке надається ідеальному газу, йде на виконання роботи, вирази (4.16) визначають також і кількість теплоти в ізотермічному процесі:

(4.17)

При ізотермічному процесі, незважаючи на те, що системі тепло надається, тобто (чи відводиться від системи), температура залишається незмінною. Враховуючи означення теплоємності), формально можна вважати, що при ізотермічному процесі теплоємність всіх речовин дорівнює

Стисливість речовин, тобто зміну їх об'єму при зміні тиску при постійній температурі характеризують ізотермічним коефіцієнтом стисливості, який вводять за означенням:

(4.18)

Використовуючи рівняння стану, і виконавши відповідне диференціювання, одержимо, що для ідеального газу ізотермічний коефіцієнт

стисливості дорівнює:

*Ізобаричний процес* ( $p = \text{const}$ ). На відміну від розглянутих раніше процесів, ізобаричний процес в ідеальному газі технічно можна здійснити без використання матеріалів із особливими властивостями. Дійсно, якщо газ буде знаходитись, наприклад, у вертикальному циліндрі з рухомим поршнем, то при всякій зміні об'єму газу (і температури) він буде перебувати під одним і тим же тиском, який створюється силою тяжіння поршня та атмосферним тиском. Але і в даному випадку процес повинен відбуватись достатньо повільно, щоб при зміні об'єму температура і тиск у всіх частинах газу за рахунок хаотичного руху молекул, встигали вирівнюватись.

Оскільки при такому процесі температура й об'єм можуть змінюватись, то перший закон термодинаміки для ізобаричного процесу в ідеальному газі (і не тільки) запишеться у вигляді: , тобто тепло, яке надається системі при ізобаричному процесі йде на виконання роботи і на зміну внутрішньої енергії. Внутрішня енергія ідеального газу залежить лише від температури, тому перший закон термодинаміки для ідеального газу (наголошуємо – лише для ідеального газу) можна записати у вигляді:

(4.19)

Внутрішня енергія є функцією стану, тому її зміну в ідеальному газі завжди можна знайти за формулою (4.10).

Кількість теплоти в ізобаричному процесі, яка надається ідеальному газу (чи відводиться від нього), можна визначити через зміну внутрішньої енергії і роботу (4.19), або через теплоємність: , для скінченного процесу останній вираз буде мати вигляд:

(4.20)

Вираз для роботи при ізобаричному процесі можна одержати із означення роботи при зміні об'єму в термодинамічному процесі (1.3). При зміні об'єму від  $V_1$  до  $V_2$  робота буде дорівнювати:

$$(4.21)$$

Якщо врахувати, що , то роботу можна розрахувати і за наступною формулою:

$$(4.22)$$

Використовуючи перший закон термодинаміки та вирази (4.10, 4.20, 4.22), знаходимо зв'язок між молярною теплоємністю при постійному об'ємі та постійному тиску в ідеальному газі:

, тому

$$(4.23)$$

Цей вираз у фізиці відомий під назвою рівняння Майєра.

Як видно із рівняння Майєра, теплоємність при постійному тиску більша, ніж теплоємність при постійному об'ємі. Це легко пояснити, якщо скористатись першим законом термодинаміки (4.19). Із нього видно, що при ізохоричному процесі тепло, надане газу, йде лише на зміну внутрішньої енергії (нагрівання), а при ізобаричному процесі тепло йде як на нагрівання, так і на виконання роботи. Тому для нагрівання на ту ж кількість градусів, що й при ізохоричному процесі, потрібно більша кількість теплоти.

З'ясуємо фізичний зміст газової сталої  $R$ . Для цього скористаємося першим законом термодинаміки для  $\nu$  молей газу в ізобаричному процесі:

. Звідси (з урахуванням рівняння Майєра) одержуємо:

, тобто газова стала  $R$  – це величина, яка дорівнює роботі, що виконує один моль ідеального газу при ізобаричному нагріванні на 1 К.

Враховуючи зв'язок газової сталої зі сталою Больцмана , можна

з'ясувати й фізичний зміст сталої Больцмана: , тобто стала Больцмана чисельно дорівнює роботі, яку виконує один моль ідеального газу при ізобаричному нагріванні на один градус (Кельвіна або Цельсія) у розрахунку на одну молекулу.

Рівняння ізобаричного процесу слідує із рівняння Менделєєва-Клапейрона

. Записуючи цей вираз для двох довільних станів газу, одержимо:

$$(4.24)$$

Враховуючи зв'язок температури за шкалами Кельвіна і Цельсія ( $T = t + 273$ ), можна записати рівняння ізобаричного процесу і в такому вигляді:

$$(4.25)$$

де  $V_0$  – об'єм газу при  $0\text{ }^\circ\text{C}$ .

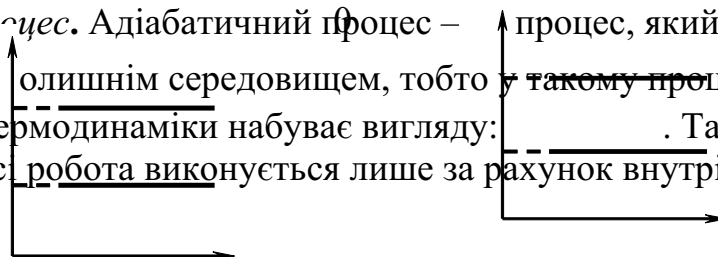
Графіки закону Гей-Люссака, побудовані на основі виразів (4.24, 4.25), зображені на рис. 4.3.

Зміну об'єму речовини при нагріванні характеризує коефіцієнт об'ємного розширення, який у загальному випадку вводиться за означенням:

$$(4.26)$$

$\alpha$  є дуже важливою фізичною характеристикою речовин. Для ідеального газу коефіцієнт об'ємного розширення співпадає з термічним коефіцієнтом тиску  $\alpha = \beta = 1/T\text{ K}^{-1}$ . Із рівнянь (4.24, 4.25) слідує, що для даної кількості ідеального газу при ізобаричному процесі об'єм прямо пропорційний температурі. Цей висновок ми одержали аналізуючи рівняння стану ідеального газу. Але до такого висновку експериментально у 1802 році прийшов Гей-Люссак. Тому ці рівняння відомі у фізиці під назвою закон Гей-Люссака.

**0 Адіабатичний процес.** Адіабатичний процес – процес, який відбувається без теплообміну з навколишнім середовищем, тобто у такому процесі. Тому перший закон термодинаміки набуває вигляду:  $dQ = 0$ . Таким чином, при адіабатичному процесі робота виконується лише за рахунок внутрішньої енергії системи:



$$(4.27)$$

**0** Отже, якщо при адіабатичному процесі система виконує роботу, то вона охолоджується. **Рис. 4.3. Графіки ізобаричних процесів у водонагрівного газу.**

Одержимо рівняння адіабатичного процесу. Для цього використаємо вирази для роботи в термодинамічному процесі (1.3) та математичне формулювання першого закону термодинаміки для даного процесу.

Виразимо зміну температури  $dT$  через об'єм  $V$  і тиск  $p$ . Для цього використаємо рівняння Менделєєва-Клапейрона  $pV = \nu RT$ . Диференціюючи це рівняння  $d(pV) = \nu R dT$ , одержуємо диференціал температури:

$$(4.28)$$

Тоді рівняння (4.27) набуває вигляду:

4.  
Г  
ра  
фі  
к  
Враховуючи рівняння Майера, розділивши змінні і виконавши потім інтегрування, одержимо:

$$\text{де } \gamma \text{ — показник адіабати, який дорівнює:} \quad (4.29)$$

$$\text{ти} \quad (4.30)$$

нПостійність показника адіабати для реально існуючих розріджених газів, які описуються рівнянням (4.30), що слідує із (4.23), у багатьох випадках виявляється дуже наближеною. Показник адіабати можна вважати постійним лише у разі, коли діапазон зміни температури газу в адіабатичному процесі такий, що залежностями із теплоємностей і від температури можна нехтувати. Насправді для атмосферних газів, які ми за відомих умов вважаємо ідеальними, показник адіабати залежить від температури, тому що теплоємності і залежать від температури, і це призводить до необхідності уточнити запис як рівняння стану, так і рівняння адіабати для таких газів.

и  
X  
Враховуючи, що (із рівняння Менделєєва-Клапейрона), одержуємо наступне рівняння адіабатичного процесу:

$$\text{р} \quad (4.31)$$

о  
ц  
або, якщо врахувати, що , то рівняння адіабатичного процесу буде мати вигляд:

$$\text{у} \quad (4.32)$$

ід  
еРівняння адіабатичного процесу (4.29) відоме також під назвою рівняння Пуассона. Його можна записати для двох довільних станів газу і прирівняти ліві частини. Одержимо:

$$\text{о} \quad (4.33)$$

у  
Аналогічну процедуру можна виконати і з рівняннями (4.31) та (4.32).  
зі

На рис. 4.4 зображені графіки адіабатичних процесів та (для порівняння) графіки ізотермічних процесів. Оскільки показник адіабати , то графік адіабатичного процесу йде крутіше, ніж графік ізотермічного процесу. Із графіків видно, що при адіабатичному розширенні ідеальний газ виконує меншу роботу, ніж при аналогічному ізотермічному процесі. Навпаки, при адіабатичному стисненні необхідно виконати більшу роботу, ніж при ізотермічному, щоб отримати такий самий результат.

Роботу при адіабатичному процесі можна розрахувати за формулою, яка витікає безпосередньо із першого закону термодинаміки для адіабатичного

процесу (4.27):

$$\dots \quad (4.34)$$

Але при адіабатичному процесі не завжди відома початкова й кінцева температури. Тому наведемо ще деякі вирази для роботи, які найбільш часто використовуються. Виключимо температуру  $T$  із рівняння стану:

і підставимо одержані значення температури в рівняння (4.34). Тоді, з урахуванням рівняння Майєра і означення показника адіабати, робота при адіабатичному процесі виразиться таким чином:

$$\dots \quad (4.35)$$

або:

$$\dots \quad (4.36)$$

Якщо відомий початковий стан, але невідомий тиск у деякому іншому стані, то

його можна знайти, використовуючи рівняння Пуассона (4.29):

Підставивши це значення у вираз (1.3) і виконавши інтегрування, одержимо наступні вирази для роботи при адіабатичному процесі:

$$\dots \quad (4.37)$$

Зрозуміло, що всі наведені вирази для роботи при адіабатичному процесі еквівалентні.

Введемо за означенням важливу величину, що характеризує властивості речовин у будь-якому агрегатному стані, – адіабатичний коефіцієнт стисливості:

$$\dots \quad (4.38)$$

який характеризує відносну зміну об'єму при зміні тиску в адіабатичному процесі. Величину цього коефіцієнта для ідеального газу можна одержати із

рівняння (4.29). Диференціюючи його, одержимо:

звідки з урахуванням означення (4.38), маємо:

$$\dots \quad (4.39)$$

Порівнюючи це значення з аналогічним коефіцієнтом у ізотермічному процесі, приходимо до висновку, що їх відношення залежить від теплоємностей

$i$  :

(4.40)

У подальшому буде доведено, що це є справедливим для довільної системи. У термодинамічних дослідженнях часто використовуються величини обернені до  $i$ . Такі величини називають відповідно адіабатичним та ізотермічним модулями пружності.

*Політропічний процес.* Найменування «політропічний» процес одержав від поєднання двох грецьких слів: *полі* – багато і *тропос* – шлях.

Політропічний процес – це процес, у якому можуть змінюватися всі параметри газу за винятком теплоємності.

Враховуючи (1.3), (1.17) та визначення теплоємності, перший закон термодинаміки при політропічному процесі запишемо у вигляді:

де  $\nu$  – молярна теплоємність у політропічному процесі.

Звідси  $\nu$ . Знову, як і при адіабатичному процесі, за допомогою рівняння стану виключимо диференціал температури (4.28), а за допомогою рівняння Майєра (4.23) – газову сталу.

Тоді останнє рівняння після елементарних перетворень набуває вигляду диференціального рівняння першого порядку з відокремленими змінними:

(4.41)

Введемо позначення:

(4.42)

де  $n$  – показник політропи.

Інтегруючи диференціальне рівняння (4.41), одержуємо рівняння політропічного процесу:

(4.43)

Для того, щоб можна було використовувати це рівняння для конкретних розрахунків, його потрібно записати для двох станів газу:

. Прирівнюючи ліві частини цих рівнянь, одержуємо рівняння політропічного процесу у вигляді:

(4.44)

Рівняння політропічного процесу (4.41) можна записати й через інші змінні.

Так, якщо із рівняння стану виключити тиск  $p$  і підставити його у (4.44),



то останнє рівняння буде мати вигляд:

$$(4.45)$$

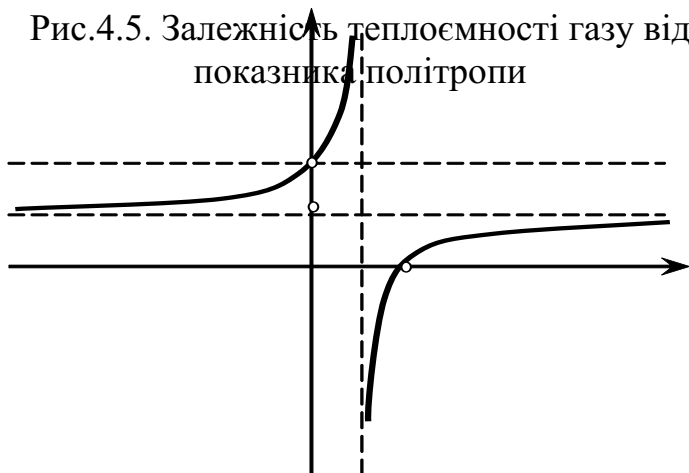
Якщо ж із рівняння стану виключити об'єм, то рівняння політропічного процесу запишеться так:

$$(4.46)$$

Використовуючи означення показника політропи (4.42) і, рівняння Майера можна прослідкувати за зміною теплоємності при політропічному процесі в залежності від значення показника політропи:

Рис.4.5. Залежність теплоємності газу від показника політропи

$$(4.47)$$



Відповідний графік наведено на рис. 4.5. Як видно із графіка, в діапазоні ( $1 < n < \gamma$ ) зміни показника політропи теплоємність є від'ємною величиною. Це свідчить про те, що в таких процесах  $dQ$  і  $dT$  мають різні знаки, тобто при підведенні теплоти до газу температура останнього знижується, а при відведенні теплоти – підвищується.

Для розрахунку роботи при політропічному процесі використаємо означення роботи (1.3) і рівняння процесу (4.44), із якого визначаємо тиск у довільному

стані: . Підставляємо останній вираз у (1.3) і враховуємо, що

маємо: , або:

$$(4.48)$$

Оскільки рівняння адіабатичного і політропічного процесів мають подібний вигляд, то можна за аналогією записати й інші вирази для роботи при політропічному процесі:

(4.49)

Якщо молярна теплоємність газу в політропному процесі відома, то теплота, яка підведена до ідеального газу в цьому процесі, може бути визначена за формулою:

(4.50)

Ця теплота у загальному випадку йде на нагрівання (зміну внутрішньої енергії) та на виконання роботи. Частку теплоти, що витрачається на зміну внутрішньої енергії робочого тіла, можна представити у вигляді відношення:

(4.51)

або, з урахуванням співвідношення (4.47),

Частка теплоти, що йде на виконання зовнішньої роботи, буде дорівнювати:

Якщо вибрати деяку довільну точку  $A$  (рис. 4.6) на координатній площині ( $p, V$ ) і провести від неї графіки усіх розглянутих вище окремих термодинамічних процесів, причому як у бік розширення, так і у бік стиснення газу, то все поле, побудоване таким чином діаграми, розділиться на вісім областей, кожна з яких об'єднує спільністю властивостей всі розташовані в її межах термодинамічні процеси. Так, усі процеси, графіки яких виходять із точки  $A$  і розташовані в областях V-VIII, мають негативну роботу, оскільки супроводжуються стисненням робочого тіла. Навпаки, процеси, що починаються в точці  $A$  і розташовані в областях I-IV, супроводжуються розширенням робочого тіла і тому здійснюють позитивну роботу. Процеси, що починаються в точці  $A$  і розташовані в областях I-III і VIII (заштриховані), протікають з підведенням теплоти ззовні, а в областях IV - VII - з відведенням теплоти. Ізотерма ( $n = 1$ ) ділить все поле координатної площини на області, в межах яких протікають термодинамічні процеси з підвищенням температури газу (області VII, VIII, I і II) і з пониженням температури газу (області II - VI). Особливий інтерес представляє область III, в межах якої протікають процеси з підведенням теплоти і з падінням температури. У межах області VI навпаки – температура газу зростає, а теплота відводиться.

Слід рекомендувати студентам самостійно переконатись, що всі розглянуті раніше процеси (ізотермічний, ізохоричний, ізобаричний та адіабатичний) є окремими випадками політропічного процесу. Тому і їх рівняння та вирази для роботи при всіх цих процесах можуть бути одержані як наслідок відповідних виразів при політропічному процесі.

Отже, політропічний процес – це будь-який процес із постійною теплоємністю, у тому числі ізобаричний, ізохоричний, ізотермічний та адіабатичний.

### 4.3. Формування понять про характеристичні функції ідеального газу в статистичній і термодинамічній теоріях.

Раніше наголошувалося, що за відомими термодинамічними потенціалами деякої системи можна знайти її термічне та калоричне рівняння стану, а також всі термодинамічні властивості. Проте термодинаміка не оперує відомостями про внутрішню структуру системи і тому не має можливості теоретично розрахувати термодинамічні потенціали. Залишаючись у рамках термодинаміки, термодинамічні потенціали можна визначити лише у випадку, коли з досліду відомі термічне й калоричне рівняння стану. Для ідеального газу вони відомі із експериментів. Статистична теорія спроможна їх визначити шляхом розрахунку [255] і це дає можливість теоретично розрахувати й термодинамічні потенціали ідеального газу.

Ідеальний газ ми визначили як речовину, внутрішня енергія якої залежить лише від температури і яка підкорюється рівнянню Менделєєва-Клапейрона. Отже, властивості ідеального газу, які ми покладемо в основу при дослідженні його термодинамічних потенціалів, виражатимуться співвідношеннями:

Інтегруючи другий із цих виразів, одержуємо залежність внутрішньої енергії ідеального газу від температури:

$$(4.52)$$

Використовуючи основне рівняння термодинаміки та рівняння Менделєєва-Клапейрона, можна легко одержати наступні вирази для ентропії ідеального газу:

$$(4.53)$$

Наведені формули дозволяють знайти ряд нових співвідношень, що характеризують ідеальний газ. Виразимо, наприклад, внутрішню енергію  $E$  через ентропію й об'єм, які, як відомо, є тими незалежними параметрами, при яких внутрішня енергія володіє всіма властивостями термодинамічних потенціалів. Для цього значення температури  $T$ , як функцію ентропії та об'єму газу, визначимо із (4.53):

$$(4.54)$$

Підставляючи (4.54) у (4.52), одержимо вираз для внутрішньої енергії ідеального газу, як функції параметрів  $(S, V)$ :

$$(4.55)$$

У такому вигляді внутрішня енергія є характеристичною функцією і можна визначити тиск та температуру:

і одержати рівняння адіабатичного процесу у вигляді:

$$(4.56)$$

При адіабатичному процесі , тому із останнього виразу одержуємо рівняння адіабати. Запишемо тепер вираз для вільної енергії  $F = F(V, T)$  одного моля ідеального газу, використовуючи її означення та (4.53)

$$(4.57)$$

Термодинамічний потенціал Гіббса можна виразити через уже визначену вільну енергію: . Термодинамічний потенціал Гіббса  $Z$  є характеристичною функцією у змінних , тому в останньому виразі об'єм  $V$  треба виразити через із рівняння Менделєєва-Клапейрона, а теплоємність  $c_V$  замінити виразом :

або:

$$(4.58)$$

Із останньої формули диференціюванням можна знайти вже відомий нам вираз (4.53) для ентропії ідеального газу.

Для визначення ентальпії ідеального газу ми можемо скористатися виразом для внутрішньої енергії (4.55), але не можемо зробити заміну , тому що ентальпія володіє всіма властивостями термодинамічних потенціалів лише при незалежних змінних  $(S, p)$ . Тому за допомогою (4.56) виключаємо об'єм і одержуємо:

$$(4.59)$$

Можна перевірити, що частинні похідні від одержаних термодинамічних потенціалів ідеального газу визначають всі параметри ідеального газу, що повністю узгоджується з властивостями характеристичних функцій.

Для довільних систем, як уже зазначалось, характеристичні функції, не можуть бути визначені теоретично у явному вигляді за допомогою термодинамічних методів. Вони розраховуються лише статистичними методами або на підставі експериментальних даних. Проте використання їх зіграло велику роль в розвитку термодинаміки реальних систем, оскільки воно дозволило з однієї точки зору досліджувати термодинамічні властивості найрізноманітніших систем і знайти ряд важливих емпіричних закономірностей.

Розглянемо тепер як розраховуються термодинамічні потенціали ідеального газу статистичним методом. Використовуючи вирази (3.74) і (4.4), знаходимо вільну енергію ідеального газу:

(4.60)

Вільна енергія є характеристичною функцією, якщо вона виражається в змінних  $(T, V, N)$ , тому вираз (4.60) і визначає вільну енергію як характеристичну функцію.

Таким чином, один із термодинамічних потенціалів – вільну енергію, а також термічне рівняння стану (3.75), статистичним методом ми уже знайшли (для цього потрібно було визначити статистичний інтеграл). Визначимо статистичним методом також інші термодинамічні потенціали та калоричне рівняння стану ідеального газу. Для одержання останнього запишемо логарифм статистичного інтегралу (4.4) у вигляді:

(4.61)

Використовуючи (2.35), одержуємо калоричне рівняння стану ідеального газу:

(4.62)

Із термічного рівняння стану видно, що внутрішня енергія ідеального газу від об'єму не залежить. Це є відображенням того, що в склад внутрішньої енергії ідеального газу не входить потенціальна енергія взаємодії молекул. Із останнього виразу можна одержати відомий вираз для енергії, яка в середньому припадає на одну молекулу ідеального газу.

Внутрішня енергія володіє всіма властивостями характеристичних функцій лише при змінних  $(S, V, N)$ , отже вираз (4.62) не визначає внутрішню енергію як термодинамічний потенціал. Для того щоб записати вираз для внутрішньої енергії як функції  $(S, V)$ , визначимо спочатку ентропію ідеального газу:

(4.63)

де

. Виключаємо  $(T)$  із (4.63):

(4.64)

Підставляючи отриманий вираз для температури в (4.62), одержимо внутрішню енергію одного моля ідеального газу, як функцію її природних змінних у вигляді:

(4.65)

Визначивши внутрішню та вільну енергії, ентропію та температуру, останні термодинамічні потенціали (ентальпію та термодинамічний потенціал Гіббса) можна визначити аналогічно тому, як це було зроблено термодинамічним методом, або безпосередньо за формулами, які наведені в п. 3.2.1. Аналізуючи одержані термодинамічні та статистичні вирази для характеристичних функцій, можна впевнитись, що вони мають однаковий вид (

враховуючи значення теплоємності  $c_v$ ),  $i$  – однакові диференціальні наслідки. Їх відмінність проявляється лише у наявності в термодинамічних виразах невизначених констант, які можуть бути знайдені на основі наслідків теореми Нернста.

#### 4.4. Викладення основ статистичної теорії реальних газів.

Експериментальні дослідження реальних газів показали, що за певних умов (як правило – це низькі температури та високий тиск) вони не підкоряються рівнянню Менделєєва – Клапейрона і, як наслідок, в таких умовах для них несправедливі газові закони (п. 4.1) та інші співвідношення, які витікають із них. Емпіричним шляхом було запропоновано багато видів рівнянь стану реального газу. Найбільш відомими є:

Рівняння Ван-дер-Ваальса:

$$\left( p + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) = RT \quad (4.66)$$

Рівняння Бертло:

$$p = \frac{RT}{v - b} - \frac{a}{v^2} \quad (4.67)$$

Рівняння Камерлінг-Оннеса:

$$p = \frac{RT}{v - b} - \frac{a}{v^2} + \frac{c}{v^3} \quad (4.68)$$

Однак лише в рівнянні (4.66) стали  $a$  та  $b$ , названі поправками Ван-дер-Ваальса на тиск та об'єм, мають ясний фізичний зміст. Тому під емпіричним рівнянням стану реального газу, зазвичай, мається на увазі рівняння Ван-дер-Ваальса.

##### 4.4.1. Рівняння стану реального газу.

Методика одержання рівняння стану реального газу описана в багатьох навчальних посібниках. Ми пропонуємо до розгляду, дещо відмінний від відомих, варіант одержання шляхом розрахунку рівняння стану реального газу [245]. Як і у випадку ідеального газу, необхідно розрахувати статистичний інтеграл  $z$ . Ідеальний газ ми розглядали як систему невзаємодіючих частинок. Таке припущення вірне й для реальних газів, якщо температура їх не дуже низька, а густина мала. Проте при збільшенні густини починають проявлятися сили взаємодії між молекулами. Ці сили залежать від природи молекул і складним

чином залежать від відстані між ними.

У даний час не існує точної кількісної теорії, що описує взаємодію частинок [53; 81; 113]. Найбільш точним вважається напівемпіричний потенціал взаємодії Леонард-Джонса як функція взаємної відстані між молекулами. Залежність потенціальної енергії взаємодії від відстані між молекулами схематично показана на рис. 4.7. Відстань ( $d$ ), на якій сили притягання і відштовхування врівноважуються (потенціальна енергія має мінімальне значення), приймається за діаметр молекул. Як видно із рис. 4.7, сили притягання переважають сили відштовхування, коли відстань між молекулами  $r$  стає більшою за діаметр молекул і сили взаємодії можна знехтувати за умови  $r > (3\div 4)d$ . На малих відстанях переважають сили відштовхування. Тому приблизно енергію взаємодії

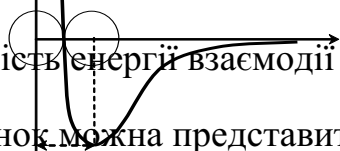


Рис. 4.7. Залежність енергії взаємодії молекул від відстані між ними

частинок можна представити наступним чином:

Будемо вважати, що газ достатньо розріджений і одночасною взаємодією 3, 4 та більшого числа молекул знехтуємо, вважаючи такі події малоймовірними.

Енергію системи в описаному наближенні можна записати у вигляді:

$$(4.69)$$

Тут на відміну від ідеального газу (див. п. 4.1) є енергією взаємодії всіх молекул між собою. Розрахуємо статистичний інтеграл реального газу:

Для цього перепишемо його у вигляді:

$$(4.70)$$

Інтеграл по імпульсах ми розраховували (див. п. 4.1) при доведенні рівняння

стану ідеального газу. Він дорівнює:

Оцінімо тепер так званий конфігураційний інтеграл

$$(4.71)$$

який залежить від координат усіх молекул. Для цього скористаємось прийнятим припущенням, що молекули взаємодіють лише попарно. Тому потенціальну

енергію взаємодії всіх молекул можна представити у вигляді: , де  $i, k$  номери молекул, які взаємодіють. Тоді

Введемо допоміжну функцію:

$$\dots \quad (4.72)$$

яка не дорівнює нулю лише при  $\dots$  (рис. 4.8 ). Оскільки всі молекули однакові, то в середньому всі значення  $\dots$  однакові. Тоді:

$$\dots \quad (4.73)$$

У підінтегральному виразі членами, що містять добуток двох і більше функцій нехтуємо через припущення про відсутність одночасної взаємодії трьох і більше молекул. Число ж парних взаємодій дорівнює числу комбінацій із

$N$  по 2, тобто  $\dots$ . Тоді  
Нехтуючи одиницею в порівнянні з  $N$ , одержимо:

В інтегралі, що залишився, виконаємо інтегрування за координатами всіх частинок за винятком  $i$ -тої та  $k$ -тої молекули, оскільки лише від їх координат

залежить функція  $\dots$ :

Тут  $\dots$  і  $\dots$ . Для подальшого розрахунку введемо сферичну систему координат з початком координат у центрі  $i$ -тої молекули. У такому випадку:  $\dots$ ,  $\dots$ , а елемент об'єму в цій системі координат

дорівнює  $\dots$ . Тоді  $\dots$ .

Оскільки  $k$ -та молекула може знаходитись в будь-якій точці об'єму  $V$ , то інтегрування за її координатами дасть об'єм  $V$ . Тому:

Подальше інтегрування неможливе, оскільки невідомий явний вид функції  $\dots$  (4.74)

. Введемо позначення:



(4.75)

Тоді вираз для статистичного інтегралу реального газу запишемо у вигляді:

(4.76)

Порівнюючи з (4.4), приходимо до висновку, що статистичний інтеграл реального газу відрізняється від статистичного інтеграла ідеального газу

множником

Для визначення вільної енергії необхідно скористатися співвідношенням (3.74), а для отримання рівняння стану реального газу – виразом (3.75).

Тоді маємо:

(4.77)

Зіставимо це рівняння, одержане шляхом розрахунку, з емпіричним рівнянням Ван-дер-Ваальса (4.66). З цією метою останнє перепишемо у наступному вигляді:

(4.78)

При переході від (4.66) до (4.78) ми скористалися наближеною рівністю

, справедливою при . У нашому випадку . Зіставляючи (4.77) і (4.78), переконуємося в їх ідентичності, якщо

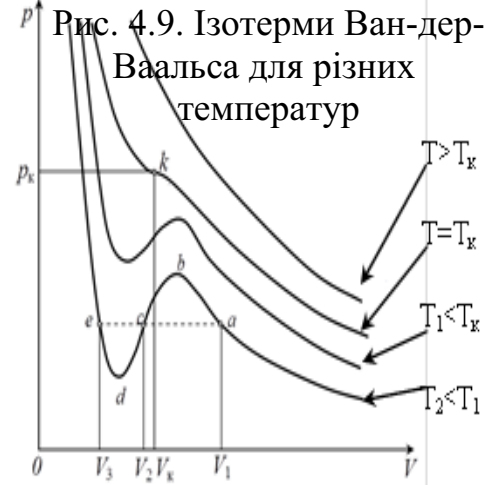
(4.79)

З'ясуємо тепер фізичний зміст поправок  $a$  і  $b$  у рівнянні Ван-дер-Ваальса (ці поправки для різних газів визначаються експериментальними методами). Для цього скористаємось (4.79) і (4.75). Вираз (4.75) запишемо у вигляді:

(4.80)

Оскільки при (див. рис. 4.7), а при , то в

першому інтегралі , а в другому: , тоді



Зіставимо цей вираз з (4.79). Маємо:  $p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$ , тут  $d$  – діаметр молекул.  
Тоді маємо:

$$\left(\frac{V-d}{V}\right)^2 \left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}\right) = p \quad (4.81)$$

де  $\frac{4}{3}\pi r^3$  – об'єм однієї частинки. Отже, поправка  $b$  чисельно дорівнює об'єму молекул одного моля газу збільшеному в чотири рази.

Далі маємо:  $\frac{a}{V^2} = \frac{RT}{V-b} - p$ , звідси

$$a = \frac{RT(V-b)^2}{V} - p(V-b)^2 \quad (4.82)$$

тобто поправка  $a$  дорівнює середній енергії парної взаємодії всіх молекул моля реального газу. Таким чином, статистичний підхід до вивчення реального газу дозволив не лише розрахунковим шляхом одержати рівняння стану, але і визначити фізичний зміст поправок Ван-дер-Ваальса.

#### 4.4.2. Ізотерми реального газу.

На рис. 4.9 показаний хід ізотерм Ван-дер-Ваальса (суцільна лінія) і експериментальних ізотерм (штрихова лінія). Порівняння теоретичних і експериментальних ізотерм реального газу [245; 62; 411] дозволяє зробити висновок, що правіше за лінію  $(bc)$  існує газоподібний стан речовини (ненасичена пара, на лінії  $(bc)$  пара стає насиченою. У області  $(abc)$  існує двофазний стан речовини: насичена пара та рідина. Лівіше лінії  $(ab)$  – рідина. При підвищенні температури горизонтальні ділянки експериментальних ізотерм коротшають і при деякій температурі, яка названа критичною, перетворюються на точку. Тиск і об'єм, що відповідають цій точці також називаються критичними. До цієї точки, якщо стежити за ізохорою  $(db)$ , існував двофазний стан, причому властивості фаз (рідина – насичена пара) відрізнялися. У критичній точці зникає відмінність між рідиною та її парою.

Критичні параметри очевидно повинні залежати від властивостей даної речовини і виражатись через поправки Ван-дер-Ваальса. Для отримання значень критичних параметрів можна скористатися тим, що в критичній точці ізотерми Ван-дер-Ваальса мають точку перегину, причому дотична до них буде паралельна

осі об'ємів, тобто в критичній точці  $V_c$  і  $T_c$ . Але ці умови не очевидні і вимагають доведення (див. [229; 245]). Тому ми тут скористаємося тим, що рівняння Ван-дер-Ваальса (4.66) це рівняння третього ступеня щодо об'єму, тому його можна записати наступним чином:

$$V^3 - \left(\frac{RT}{p} - b\right)V^2 + \frac{a}{p}V - \frac{ab}{p} = 0 \quad (4.83)$$

У критичній точці, всі три корені даного рівняння співпадають (див. рис. 4.9), тобто в цій точці  $V_c$ , або:

$$V_c^3 - \left(\frac{RT_c}{p_c} - b\right)V_c^2 + \frac{a}{p_c}V_c - \frac{ab}{p_c} = 0 \quad (4.84)$$

Зіставляючи в (4.83) і (4.84) коефіцієнти при  $V$  з однаковими показниками ступеня і приписуючи тиску й температурі в критичній точці індекс «к», маємо:

$$\frac{RT_c}{p_c} - b = 3V_c^2 \quad (4.85)$$

Розв'язуючи цю систему, одержимо:

$$V_c = \frac{3ab}{8p_c} \quad (4.86)$$

Таким чином, одержане шляхом розрахунку рівняння стану достатньо добре описує поведінку реальних газів (див. рис. 4.9). Разом з тим, не можна не відзначити і явну невідповідність ходу експериментальної та теоретичної кривої. Це, перш за все, наявність на розрахунковій кривій ділянки ( $bcd$ ), на якій

. Ця умова відповідає нестійкому стану речовини, фізично необґрунтованому (рівновага фаз та фазові перетворення детально проаналізовані в посібнику[255]). Далі, на розрахунковій кривій є ділянки ( $ab$ ) і ( $de$ ), яких немає на експериментальній кривій. Проте при ретельному очищенні газу від домішок та іонів ці ділянки можна експериментально виявити. Тому стани речовини, що відповідає цим ділянкам називають метастабільними (переохолоджена пара та перегріта рідина). Зазначимо, що в області, близькій до критичного стану, рівняння Ван-дер-Ваальса погано співпадає з експериментальною кривою (на рис. 4.9 це не показано). Крім цього, дослід дає  $\frac{RT_c}{p_c} - b = 3V_c^2$ , а не  $\frac{RT_c}{p_c} - b = 3V_c^2$ . Використовуючи

(4.86), маємо  $\dots$ , а дослід дає  $\dots$ . Усі ці недоліки рівняння стану реального газу, безумовно, є наслідком тих спрощень та наближень про розміри частинок і характер їх взаємодії, які були нами зроблені при його доведенні.

Аналіз ізотерм реального газу показує, (див. рис. 4.9), що між газами немає принципових відмінностей (див. також [411]). Тут можливий як раптовий перехід, наприклад, при ізотермічному процесі на кривій  $\dots$ , так і безперервний перехід, наприклад, по ізохорі  $\dots$ , коли властивості рідкої та газоподібної фази безперервно зближуються і відмінність їх зникає в критичній точці.

Проте, взаємодія частинок рідини є надзвичайно складною, енергія теплової взаємодії набагато більша, ніж у газів і близька до енергії теплового руху. Більш того, взаємодія частинок різних рідин (прості рідини, одержані при зріджуванні газів, зокрема вода; рідини органічного походження, молекули яких містять велику кількість атомів; рідкі розплави металів та інших твердих тіл, тощо) має, як правило, різну природу, і закони цієї взаємодії не мають поки повного й строгого теоретичного опису. Всі ці труднощі є причиною того, що статистична теорія рідин дотепер не розроблена, хоча інтенсивні дослідження в цьому напрямі ведуться багатьма науковими центрами. Є в цьому плані й безперечні успіхи, але до кінцевого результату ще далеко і тому одержані результати не наводяться у даному дослідженні.

#### **4.5. Методика вивчення розподілу Максвелла-Больцмана як наслідку статистичного розподілу Гіббса.**

Розглядаючи макроскопічні системи, ми, ґрунтуючись на експериментальних даних, констатували, що ізольовані системи при будь-якому її початковому стані, завдяки руху і взаємодії частинок, врешті-решт, перейдуть у стан рівноваги, при якому зникнуть всякі макроскопічні процеси. У стані рівноваги термодинамічна ймовірність і ентропія системи будуть максимальними. При цьому частинки продовжують постійно рухатися і взаємодіяти. Між ними безперервно відбувається обмін енергією та імпульсом [ REF \_Ref349183113 \w \h 257]. Тому виникає природне запитання про пошук функцій розподілу частинок за енергією, імпульсом, швидкістю, координатами тощо.

Оскільки кінетична енергія, імпульс та швидкість частинок можуть бути виражені один через одного й масу частинок, а потенційна енергія – через координати, то незалежними розподілами є лише розподіл за однією із динамічних величин, наприклад, імпульсами (використовуючи його можна одержати розподіл за проекціями імпульсу й швидкості, за швидкістю та кінетичною енергією) і за координатами – із нього можна одержати розподіл за потенціальною енергією (і навпаки).

Питання про розподіл молекул за швидкостями було вирішене у 1859 р. англійським фізиком Максвеллом (методика його викладання частково розглядалась у п. 4.3), а розподіл за потенціальною енергією був встановлений австрійським фізиком Больцманом (1877). Розподіл частинок за повною

механічною енергією носить назву розподіл Максвелла-Больцмана. Із дидактичних міркувань, важливим є усвідомлення студентами, що розподіли Максвелла й Больцмана можна одержати як наслідок канонічного розподілу Гіббса, тому ми пропонуємо це робити наступним чином [255], [263].

Будемо вважати, що ідеальний газ в посудині об'ємом  $V$  знаходиться в силовому полі, для якого можна ввести поняття потенціальної енергії. Ідеальний газ будемо розглядати як класичну систему. Тому ймовірність того, що газ знаходиться в стані, коли його енергія лежить в межах від  $E$  до  $E+dE$  визначається розподілом Гіббса (2.23):

$$\dots, \quad (4.87)$$

де внутрішня енергія  $E$  газу дорівнює сумі кінетичної енергії всіх молекул газу та їх потенціальної енергії у зовнішньому полі:

Враховуючи також те, що фазовий об'єм, який відповідає зазначеним станам газової системи можна представити як добуток, вираз (4.87) перепишемо наступним чином:

$$\dots \quad (4.88)$$

Одержаний вираз і є розподілом Максвелла-Больцмана для ідеального газу в потенціальному силовому полі. Оскільки ймовірність (4.88) вказаного стану газу представляється добутком двох множників, один із яких залежить лише від кінетичної енергії молекул, а інший – від потенціальної, то приходимо до висновку, що розподіл за кінетичною енергією (розподіл Максвелла)

$$\dots \quad (4.89)$$

не залежить від розподілу за потенціальною енергією (розподіл Больцмана)

$$\dots \quad (4.90)$$

Практичний інтерес мають розподіли Максвелла й Больцмана для окремих молекул. Для того щоб одержати такі розподіли, виразимо кінетичну й

потенціальну енергії газу наступним чином:

Враховуючи мультиплікаційні властивості фазових об'ємів і, запишемо вираз (4.89) у вигляді:

(4.91)

(тут враховано, що елемент об'єму, як об'єм кульового прошарку в підпросторі з осями координат  $\dots$  розраховується за формулою  $\dots$ , а також те, що підінтегральний вираз містить експоненту. Тому інтеграл швидко сходиться і верхню границю можна покласти рівною нескінченності). Аналогічні викладення можна виконати й в розподілі Больцмана (4.90):

(4.92)

У виразах (4.91) і (4.92) ймовірності, які визначають стан всієї системи представились добутком однакових множників, кожний із яких відноситься до окремих молекул. Тому, у відповідності із відомою теоремою про множення ймовірностей, можна стверджувати, що розподіл за імпульсами (і за потенціальною енергією) для окремих молекул однаковий. Даний висновок є математичним відображенням того, що в газовій системі в стані рівноваги панує хаос. Таким чином, можна записати розподіл Максвелла, який визначає ймовірність того, що довільна молекула має імпульс, який знаходиться у межах від  $p$  до  $p+dp$ :

(4.93)

(тут у знаменнику ми використали один із інтегралів Пуассона) і розподіл Больцмана, який визначає ймовірність того, що довільно взята молекула має значення потенціальної енергії, що лежить у межах від  $U$  до  $U+dU$ :

(4.94)

Вираз (4.93) насправді є лише однією із рівнозначних форм розподілу Максвелла. Дійсно, якщо виконати заміну  $\dots$  і  $\dots$  або  $\dots$ , то можна одержати розподіл молекул за швидкостями та кінетичною енергією, а заміна  $\dots$  і  $\dots$  (в комплексі з теоремою про множення ймовірностей) приводить до розподілу за компонентами імпульсу, від якого легко перейти до розподілу за компонентами

швидкості (це розглядалось у п. 4.3).

Розглянемо більш детально розподіл Больцмана (4.94). Перш за все, наголосимо, що при його доведенні ми не конкретизували вид силового поля. Тому вираз (4.94) може бути застосований до будь-яких потенціальних полів. Найпростішим є випадок, коли потенціальна енергія залежить лише від однієї координати (окремий випадок – силове поле у деякій частині простору є однорідним). Практично такий випадок реалізується при розгляді полярної молекули у зовнішньому електричному полі, парамагнітної молекули у зовнішньому магнітному полі (див. 2.1.2) або молекул газу в полі тяжіння Землі. Розглянемо останній випадок.

Поле тяжіння Землі, із-за форми Землі та залежності гравітаційної сили від відстані, можна вважати приблизно однорідним лише у відносно невеликій частині простору, яку можна представити, наприклад, у вигляді вертикального циліндра висотою  $H$ , вздовж якої направимо вісь  $z$ , і площею основи  $S$ . Нехай загальна кількість молекул у цьому циліндрі дорівнює  $N$ .

Як відомо потенціальна енергія тіл в полі тяжіння Землі залежить лише від висоти над рівнем поверхні Землі, тобто від  $z$ :  $\epsilon = m g z$ . Тому можна формально записати:  $\epsilon = m g z$ , де  $m$  – маса молекули. Таким чином, розподіл (4.94) молекул за потенціальною енергією (він же буде розподілом молекул за координатами) можна записати у вигляді:

$$n = \frac{N}{S H} e^{-\beta m g z} \quad (4.95)$$

де

Оскільки інтегрування в знаменнику ведеться за координатами у виділеному об'ємі простору, то всі три інтеграли є константами, причому при інтегруванні за координатами  $x$  та  $y$  ці константи будуть однаковими. Тому вираз (4.95), з урахуванням  $n = N / \int_V dV$ , можна записати наступним чином:

$$n = \frac{N}{S H} e^{-\beta m g z} \quad (4.96)$$

Отже, розподіл за трьома координатами (потенціальною енергією) представляється трьома множниками, кожний із яких виражається лише через одну координату. Тому, за теоремою про множення ймовірностей, можна стверджувати, що розподіли за окремими координатами не залежать один від одного.

Із виразу (4.96) видно, що в горизонтальних напрямках розподіл молекул однаковий. Розглянемо розподіл молекул за висотою:

$$n = \frac{N}{S H} e^{-\beta m g z} \quad (4.97)$$

який визначає ймовірність того, що довільно взята молекула знаходиться в межах від  $z$  до  $z+dz$ . Очевидно, що вказана ймовірність буде дорівнювати відношенню

(при достатньо великому  $N$ ), де  $dN$  – число молекул у прошарку згаданого

циліндра між висотами від  $z$  до  $z+dz$ . Тому маємо: , або

(4.98)

Ліва частина даного виразу визначає концентрацію молекул у вказаному

прошарку . Тому множник перед експонентою в (4.98) дорівнює

концентрації молекул при , тобто . Отже, розподіл Больцмана для молекул у полі тяжіння Землі має вигляд:

(4.99)

Легко переконатись, що із виразу (4.94) слідує більш загальний вираз розподілу Больцмана ( $U$  – потенціальна енергія частинки в силовому полі):

(4.100)

Використовуючи (4.100) та рівняння стану ідеального газу

, запишемо вираз, відомий під назвою «барометрична формула», який визначає залежність тиску повітря від висоти:

(4.101)

Вирази (4.99, 4.101) є наближеними, оскільки при їх доведенні не враховувались залежності температури та прискорення вільного падіння від висоти. Одержані результати потрібно закріпити розв'язанням відповідних задач, які в достатній кількості є в збірниках, наприклад [332] .

Одержані розподіли Максвелла (4.93) й Больцмана (4.99) мають дуже широкий діапазон застосування. Вони застосовні до всіх частинок: молекул ідеального та реального газу, молекул рідин, атомів твердого тіла і т.п. Проте вже у випадку електронного газу в металах, для якого необхідно враховувати квантові ефекти, максвеллівський розподіл у загальному вигляді непридатний.

#### 4.6. Методика подання класичної теорії теплоємності ідеальних газів.

Розглянувши макроскопічні процеси в ідеальному газі (п. 4.1.2), ми встановили, що для ідеального газу різниця теплоємностей дорівнює:

Розглянемо тепер питання про теплоємність газів з кількісної сторони, тобто



застосуємо методи статистичної фізики для розрахунку значення молярної теплоємності та можливої залежності її від параметрів стану і результати обчислень зіставимо з експериментом. Оскільки, як наголошувалося раніше, поки немає задовільної теорії міжмолекулярної взаємодії в реальному газі, то обмежимося випадком розріджених газів, коли властивості реальних газів практично не відрізняються від властивостей ідеальних газів. Розглянемо спочатку класичну теорію.

#### **4.6. 1. Теорема про рівномірний розподіл кінетичної енергії за ступенями свободи.**

Теорема про рівномірний розподіл кінетичної енергії за ступенями вільності відіграє велику роль в класичній фізиці, особливо при поясненні такої важливої властивості тіл як теплоємність. Дійсно, із усіх термодинамічних величин при вивченні статистичної термодинаміки теплоємність, наприклад, кристалів представляє зазвичай найбільший інтерес. Цю величину можна виміряти зі значною точністю, так що є великий запас дослідних даних для порівняння теорії з експериментом. Теплоємність тісно пов'язана також з енергією – величиною, що грає основну роль в статистичній фізиці. Тому студенти повинні не лише застосовувати цю теорему для пояснення вказаних питань, але й мати ясне уявлення про доведення цієї теореми. Зрозуміло, що докладне доведення цієї теореми може виконати викладач на лекції. Але у наш час, коли зменшилась кількість аудиторних занять і центр ваги у навчальному процесі переноситься на індивідуальну роботу, викладач не завжди має можливість виконувати доведення до кінця, і виносить цілий ряд питань на самостійне опрацювання, яке можливе лише при забезпеченні студентів повноцінною навчально-методичною літературою. Але аналіз навчальних посібників показує, що більшість авторів (наприклад, Л. Ландау, А. Федорченко, Я. Терлецкий та ін.) теорему про рівномірний розподіл енергій доводять у надто загальному і тому складному вигляді, що, зрозуміло, не прийнятно для самостійного опрацювання. Деякі автори (Л. Булавін, В. Левіч), навпаки, досить детально і зрозуміло розглядають окремі випадки цієї теореми – розраховують окремо середню енергію, яка приходить на поступальний, обертальний та коливальний рух молекул. Але при такому підході у студентів може скластись помилкове уявлення, що ця теорема застосовна лише для молекул.

На наш погляд, при розгляді цієї теореми потрібно виходити із загальних позицій і використовувати знання студентів з теорії ймовірності та класичної механіки, що корисно, як в контексті міжпредметних зв'язків, так і в розширенні кругозору студентів. Розглянемо цю теорему в авторському доведенні [246].

Із класичної механіки відомо, що функція Лагранжа  $L$  несе в собі всю інформацію про рух системи тіл ( $q_i$  і  $\dot{q}_i$  – узагальнені координати й швидкості відповідно, функція Лагранжа це різниця між кінетичною й потенціальною енергіями системи). Виконаємо диференціювання функції Лагранжа за часом:

(4.102)

Використовуючи рівняння Лагранжа ( $l$  – кількість ступенів вільності), перепишемо похідну (4.102) у наступному вигляді:

, або

Якщо зовнішні силові поля і зв'язки стаціонарні (або відсутні), то функція Лагранжа у явному вигляді не може залежати від часу. Тому величина

(4.103)

є інтегралом руху. Її називають функцією Гамільтона (гамільтоніан). Легко впевнитись, що для системи, яка складається із матеріальних точок, гамільтоніан дорівнює сумі їх кінетичної й потенціальної енергій, тобто для термодинамічної системи це внутрішня енергія. Для того щоб впевнитись, що функція Гамільтона дійсно збігається з повною механічною енергією достатньо розглянути систему, яка містить лише одну частинку з повною енергією

Елементарний розрахунок функції Гамільтона дає такий же результат.

Використовуючи вирази: (4.103), і канонічні рівняння

руху системи: , одержимо вираз для кінетичної енергії

(4.104)

З іншого боку кінетичну енергію системи можна визначити як добуток числа

ступенів свободи на середнє значення кожного члена суми в (4.104),

тобто: . Таким чином, для доведення теореми про рівномірний розподіл кінетичної енергії за ступенями вільності необхідно знайти середнє значення величини:

(4.105)

Для визначення середньої енергії, що приходить на один ступінь свободи будемо використовувати відомі з теорії ймовірності означення середнього і

класичний розподіл Гіббса. Тоді шукане середнє значення буде дорівнювати:

$$(4.106)$$

Тут інтегрування ведеться за всіма узагальненими координатами і за всіма узагальненими імпульсами ( $p$ ), тобто у виразі (4.106) 2l інтегралів. Оскільки

і , то у виразі (4.106) можна виділити окремо інтеграл за імпульсом :

EMBED Equation.3

$$(4.107)$$

Виконаємо інтегрування за частинами в цьому виразі по , врахувавши при цьому, що і при великих інтеграл швидко сходиться. Тому можна перейти до нових границь інтегрування - .

Перший член у фігурних дужках дорівнює нулю, оскільки . Тоді, повертаючи одержане значення інтеграла по в (4.107), маємо (за умовою

нормування ): , що і потрібно було довести.

Зазначимо, що при доведенні теореми ми не конкретизували модель внутрішньої будови системи і під ступенями свободи, як і в класичній механіці, мали на увазі незалежні величини, які однозначно визначають положення частинок чи тіл системи в просторі. Кожному ступеню свободи довільної системи (не обов'язково молекулярної) відповідає узагальнена координата й узагальнений імпульс. Кінетична енергія класичної системи дорівнює:

. Тут  $\bar{v}$  і  $m$  не обов'язково імпульс і маса частинки. Це узагальнені величини. Тому доведена у такому вигляді теорема володіє великою загальністю. Вона справедлива як для молекул газу, так і для молекул рідини, твердого тіла, для частинок, зважених у рідині чи газі, і навіть для макроскопічних тіл, тобто для всіх класичних систем, що знаходяться в термодинамічній рівновазі.

Застосуємо цю теорему для розрахунку молярної теплоємності газу.

#### 4.6. 2. Методичний аналіз класичної теорії теплоємності газів.

1. *Одноатомний газ.* Теорема про рівномірний розподіл енергії за ступенями свободи дозволяє достатньо легко розрахувати молярну теплоємність газів [255]. Дійсно, кожна молекула має 3 ступені свободи. Тоді внутрішня енергія дорівнює:

$$U = \frac{3}{2} nRT$$
, а молярна теплоємність: 
$$C_V = \frac{3}{2} R$$
. Відношення

теплоємностей дорівнює  $\frac{C_V}{C_P} = \frac{3}{5}$ .

2. *Двоатомний газ.* Якщо відстань між атомами не змінюється (молекула жорстка), то молекула володіє трьома поступальними та двома обертальними

ступенями свободи і енергія системи буде дорівнювати  $U = \frac{5}{2} nRT$ , а теплоємності

$C_V = \frac{5}{2} R$  і  $C_P = \frac{7}{2} R$  відповідно дорівнюють:  $\frac{C_V}{C_P} = \frac{5}{7}$ .

Якщо молекула не жорстка, то можливі малі коливання одного атома відносно іншого, тобто окрім 3-х поступальних, 2-х обертальних буде ще один коливальний ступінь свободи. У першому наближенні малі коливання можна вважати гармонічними. При гармонічних коливаннях середня кінетична енергія дорівнює середній потенційній. Тоді на коливальний ступінь свободи

приходиться енергія  $kT$ . Тому внутрішня енергія буде рівна  $U = \frac{7}{2} nRT$ , а

теплоємності  $C_V = \frac{7}{2} R$  і  $C_P = \frac{9}{2} R$  будуть мати значення:  $\frac{C_V}{C_P} = \frac{7}{9}$ .

Аналогічним чином можна розрахувати теплоємності багатоатомних газів. Підводячи підсумок класичному підходу до аналізу величини теплоємності потрібно відзначити головне: з точки зору класичної теорії теплоємність ідеальних газів не залежить від температури. Проте досвід показує, що експериментальні значення збігаються з теоретичними лише у випадку одноатомних газів і лише при достатньо високих температурах. Особливо поганий збіг спостерігається у випадку багатоатомних газів. Класична теорія теплоємності вказує, що теплоємність для всіх газів є сталою величиною, в той час як експериментальні дані показують, що існує яскраво виражена температурна залежність теплоємності (рис. 4.10). Необхідно зазначити, що

окрім температурної залежності теплоємності ідеальних газів, яку, залишаючись у рамках класичної теорії, пояснити неможливо, вона має й інші недоліки: для узгодження теорії й експерименту доводиться вважати двох- і багатоатомні молекули жорсткими, тобто повністю виключити можливість коливань, що важко обґрунтувати – для тієї ж мети потрібно відмовлятися від врахування внутрішніх ступенів свободи в атомах, тобто не враховувати можливого обертання атомів і руху електронів в атомах.

Із сказаного зрозуміло, що класична фізика при поясненні теплоємності зіткнулася з непереборними протиріччями. Такі ж протиріччя виникли й при вивченні ряду інших питань: випромінювання абсолютно чорного тіла, електропровідності металів, фотоефекту тощо. Всі ці труднощі привели до кризи в

класичній фізиці. Вихід із положення, що створилося, був знайдений Планком і Ейнштейном, які використовуючи гіпотезу про кванти, дали початок розвитку квантової фізики.

#### **4.7. Теоретичний та методичний аналіз основ квантової теорії теплоємності двоатомних газів.**

Розглянемо основи квантової теорії теплоємності двоатомних газів [263]. Внутрішня енергія газу в загальному випадку залежить від руху молекул як цілого, тобто поступального руху центру інерції і руху структурних складових молекули відносно центру інерції. Відповідно енергія складатиметься із енергії поступального, обертального та коливального рухів атомів, а також енергія збудження електронів і ядер.

Енергія збудження електронів, згідно експериментальних даних, складає приблизно  $\frac{1}{10}$ . Енергія їх теплового руху  $\frac{1}{10}$ , тоді електронна теплоємність даватиме свій внесок при  $\frac{1}{10}$ , тобто при температурах  $\frac{1}{10}$ .

$\frac{1}{10}$ . Енергія переходу ядра із нульового рівня на збуджений у багато разів більша, ніж енергія збудження атома. Тому ядерну та електронну теплоємність при звичайних температурах можна не враховувати.

Поступальний рух молекул здійснюється в макроскопічних масштабах, тому його завжди можна розглядати як класичний, якому відповідає значення  $\frac{1}{10}$ . Таким чином, у випадку одноатомних газів і класична, і квантова теорія дають однакові результати, близькі до експерименту.

У випадку 2-атомних молекул необхідно враховувати коливальні й обертальні ступені свободи. Коливальний та обертальний рух атомів здійснюється в мікроскопічних масштабах, тому повинні описуватись квантовою механікою. Як слідує із квантової механіки, коливальний та обертальний рухи атомів в молекулі можна модельно представити як рух відповідно квантового гармонічного

осцилятора та квантового ротатора, енергія яких, на відміну від класичних осциляторів і ротаторів, змінюється дискретно, причому для осцилятора можливі значення енергії дорівнюють:

$$(4.108)$$

для ротатора:

$$(4.109)$$

де  $I$  – момент інерції ротатора відносно осі обертання,  $n$  і  $l$  – квантові числа.

Всі енергетичні рівні осцилятора мають кратність виродження  $g = 1$ , а рівні обертового руху –  $2l + 1$ .

Перш ніж підраховувати середню енергію, що приходить на один ступінь коливального та обертового руху (квантовий аналог класичної теореми про рівномірний розподіл енергії по ступенях свободи), оцінимо температури при яких необхідно враховувати внесок коливального та обертового рухів в теплоємність. Перехід атома із одного енергетичного рівня (коливального або обертового) на інший можливий, якщо  $kT \geq \Delta E$ . Мінімальні температури, при

яких це відбувається, називають відповідно коливальною та

обертовою характеристичною температурою. Очевидно, що ці температури відповідають переходам із нульового на перший збуджений рівень. Із (4.108) і (4.109) витікає, що

$$(4.110)$$

$$(4.111)$$

Знаючи розміри молекул газів та їх маси, можна обчислити моменти інерції.

Для водню – найлегшого газу

Відповідно для водню

характеристична мінімальна обертова температура становить  $2.88 \times 10^4$  К. Для важчих газів момент інерції в десятки разів більший і їх характеристична

температура значно нижча. Таким чином, при  $T \ll T_{rot}$  необхідно враховувати

обертову теплоємність, а при  $T \gg T_{rot}$  через неможливість теплового збудження обертових рівнів, внесок обертової теплоємності в загальну теплоємність буде неістотним.

Частота коливань, як відомо з класичної механіки залежить від жорсткості  $c$  зв'язку атомів:

(4.112)

Її можна визначити спектральними методами і розрахувати коливальну характеристичну температуру.

Таким чином, при температурах, нижчих за характеристичну, вкладом в теплоємність відповідних рухів (коливального чи оберտального) можна знехтувати і можна чекати, що на експериментальній залежності теплоємності

в точках, що відповідають і повинні спостерігатись стрибки. Проте (див. рис. 4.10) насправді на кривій стрибків немає. Тут спостерігається відносно плавний перехід на висоту, яка дорівнює газовій сталій. Відсутність стрибків на кривій під час переходу через характеристичні температури, пояснюється тим, що, із-за максвеллівського розподілу молекул за кінетичною енергією, збудження відповідних ступенів свободи відбувається не одночасно у всіх молекул.

Зробимо тепер оцінку внеску коливальної та оберտальної теплоємності. Розглянемо спочатку коливальну ступінь свободи.

Вважатимемо атом, що коливається, квантовим гармонічним осцилятором. Середню енергію квантового осцилятора, енергетичний спектр якого визначається виразом (4.108), знайдемо за формулою (2.35).

Визначимо спочатку статистичну суму  $z$  та її натуральний логарифм:

Ряд, що входить у цей вираз, є нескінченною спадаючою геометричною

прогресією із знаменником , сума якої визначається виразом:

(4.113)

Тому

Тоді середня енергія квантового осцилятора дорівнює:

(4.114)

Цей вираз – знаменита формула Планка, яку він одержав, ввівши гіпотезу про кванти, і за допомогою якої вдалося пояснити розподіл енергії в спектрі

абсолютно чорного тіла, а потім і температурну залежність теплоємності газів й твердих тіл та інші дослідні факти, які класична теорія не могла пояснити. Ця формула є наріжним каменем у побудові квантової механіки. Вона показує, що у випадку квантових частинок класична теорема про рівномірний розподіл енергії

по ступенях свободи є в загальному випадку не застосовною. Величина  $\epsilon$  у формулі Планка називається енергією нульових коливань. Ця енергія властива осцилятору при будь-якій температурі, навіть при абсолютному нулі і не залежить

від останньої, тому відлік енергії осцилятора, можна проводити від значення  $\epsilon$ . Із формули Планка виходить, що при високих температурах, таких що

$\epsilon \ll kT$ . Тоді  $\epsilon \approx kT$ , що співпадає з класичною теоремою про

рівномірний розподіл енергії. При низьких температурах

одиноцею в знаменнику виразу (4.114) можна знехтувати, тоді  $\epsilon \approx kT$ . Зрозуміло, що й теплоємність при низьких температурах при подальшому

охлажденні зменшується по експоненціальному закону. Отже, при  $\epsilon \gg kT$  як квантова, так і класична теорія дають для коливальної теплоємності значення  $\epsilon$ , що співпадає з експериментом. При зниженні температури класична теорія стверджує, що теплоємність повинна залишитись незмінною, а квантова теорія дозволяє вказати характеристичну температуру, нижче за яку внесок коливальної теплоємності буде таким, що експоненціально зменшується.

Аналогічні результати виходять і при розгляді обертальної теплоємності. Дійсно, у цьому випадку, маємо:

$$\epsilon = \frac{h^2}{8\pi^2 I k} \quad (4.115)$$

При  $\epsilon \ll kT$  рівні енергії зближуються, утворюючи майже неперервний спектр, тоді від підсумовування в (4.115) можна перейти до інтегрування:

. Ввівши нову змінну:  $x = \frac{\epsilon}{kT}$ , одержимо:

. Тоді середня енергія  $\bar{\epsilon}$ , що приходить на

обертальний ступінь свободи буде дорівнювати  $\bar{\epsilon} = kT$ , що співпадає з класичною теорією для двоатомної молекули.



При температурах  $T \ll T_D$  теплова енергія частинок мала, і більшість їх знаходиться на найнижчих енергетичних рівнях. Тоді в (4.115) можна обмежитися першими двома членами  $1 - \frac{1}{2} \frac{h^2}{2mT} \dots$

Тоді:

При низьких температурах можна вважати, що  $\frac{h^2}{2mT} \ll 1$ . Тоді

$\frac{h^2}{2mT} \ll 1$ , тобто починаючи з характеристичної температури оберտальна теплоємність стає такою, що експоненціально спадає.

Таким чином, квантовий підхід до опису теплоємності дає можливість усунути ряд недоліків класичної теорії разом з тим, внаслідок того, що ми не врахували всі квантові особливості молекул, то розглянута теорія дає лише якісну згоду з експериментом. Із більш строгою квантовою теорією газів читачі можуть ознайомитися в книзі: Д. Майер, М. Генієрг-Майер «Статистична механіка», М., ИЛ., 1952. Відмітимо лише, що вона не вносячи нічого принципово нового, досить громіздка. Тому ми її не розглядаємо, але зазначимо, що врахування всіх квантових особливостей частинок квантовою теорією дає не лише якісну, але й хорошу кількісну згоду з експериментом для більшості газів.

#### **4.8. Методика навчання теми «Елементи статистичної теорії конденсованих систем».**

В п. 4.1-4.5 статистичний і термодинамічний методи застосовувались до газових систем. Але, як показує досвід, більшість речовин існує в твердому або рідкому, тобто конденсованому стані.

Теорія конденсованого стану тіл представляє, по суті, цілий розділ фізики, розвиток якого ще дуже далеко від завершення. Тому багато авторів навчальних посібників з термодинаміки й статистичної фізики і викладачі мало уваги приділяють розгляду питання теорії конденсованих речовин. Але, оскільки речовина в конденсованому стані це макроскопічна система, яка і є предметом вивчення цих дисциплін, то при підготовці учителя фізики, як фахівця, виключення з розгляду питань фізики твердого тіла створює велику прогалину у фізичному світогляді майбутнього учителя. Тому ми вважаємо необхідним ліквідувати цю прогалину в підготовці вчителів і пропонуємо питання «Елементи теорії конденсованих тіл» викласти наступним чином [255], [263], [48], [64], [81], [93], [110], [118], [120], [122], [125], [129], [130], [139], [167], [169], [215], [286], [379].

Тверді тіла й рідини характеризуються стисливістю в мільйони раз меншою, ніж стисливість газів. Це пояснюється тим, що конденсовані системи на відміну від газів побудовані на взаємних контактах структурних частинок. При цьому відстані між частками приблизно дорівнюють їх діаметрам. У газах при

атмосферному тиску середня відстань між молекулами вдесятеро більша.

Принципово відрізняється й характер теплового руху частинок, який в конденсованих системах є коливальним, а в газах – поступальним. Лише у окремих випадках частинки конденсованої системи здійснюють перескоки в сусідні вакантні місця. Коливальний рух частинок здійснюється в мікроскопічних масштабах, тому є квантовим, що призводить до виникнення в твердих тілах цікавих квантових явищ, які проявляються головним чином при низьких температурах. Слід також додати, що конденсовані системи при заданих умовах мають певну густину, тобто задана кількість конденсованої речовини займає певний об'єм  $V$ , в межах якого структурні частинки утримуються внутрішніми силами взаємодії без участі зовнішніх сил, тоді як гази прагнуть зайняти увесь наданий їм об'єм.

За поширенням в природі та в порядку зростання міри організації атомно-молекулярної структури із усіх конденсованих тіл найбільший науковий та практичний інтерес представляють рідини, аморфні тіла та кристали.

*Рідини* — рівноважні, ізотропні, структурно-неврегульовані системи, що

мають текучість  $\eta$ , де  $\eta$  – коефіцієнт в'язкості, тобто володіють здатністю легко змінювати свою форму. Для ідеальних рідин модуль зсуву  $G$  дорівнює нулю

*Аморфні тіла* – сильно нерівноважні, ізотропні, структурно-невпорядковані системи, в яких атоми здійснюють коливання навколо хаотично розташованих точок. З точки зору термодинаміки – це метастабільні системи, які врешті–решт повинні перейти у рівноважний стан. Однак, як показує досвід, час релаксації може бути дуже довгим, і вони практично необмежений час перебувають у метастабільному стані. Зрозуміло, що до них не можна застосовувати третій закон термодинаміки [81], [169].

*Кристали* - рівноважні, анізотропні, структурно строго впорядковані системи

Основна задача теорії конденсованих систем зводиться, по суті, до встановлення зв'язку між властивостями індивідуальних атомів і молекул, та властивостями, що виявляються при об'єднанні атомів або молекул у гігантські асоціації у вигляді рідин, аморфних тіл або регулярно-впорядкованих систем – кристалів. Ці властивості можна пояснити, лише спираючись на прості фізичні моделі. Реальні конденсовані тіла значно складніші, ніж моделі, але ефективність і корисність простих моделей навряд чи можна переоцінити.

Світ, який нас оточує, складається із безлічі різних типів конденсованих тіл, які побудовані з атомів менше ніж ста хімічних елементів. Теорія рідкого стану, наприклад, представляє собою особливо складний розділ статистичної фізики [53]; [113]; [164]; [187]; [380]; [382]. На даний час практично неможливо записати формули, які кількісно описують властивості рідини. Можна лише, як ми бачили (див. п. 4.2.1, 4.2.2), достатньо легко одержати інтерполяційну формулу Ван-дер-Ваальса, яка якісно описує перехід між рідиною та газом і є достатньо хорошим рівнянням стану системи газ-рідина. Зважаючи на дуже велику різноманітність і

складність структури та фізичних властивостей різних типів конденсованих систем, фізика теперішнього часу достатньо детально та глибоко вивчила, головним чином, лише монокристали елементів і простих речовин. Тому у даному параграфі ми проведемо якісний аналіз експериментальних<sup>13</sup> та теоретичних результатів, які відносяться до простих кристалічних тіл і на сучасному рівні є загальновідомими та загальноприйнятними [21]; [36]; [64]; [93]; [110]; [120]; [139]; [167]; [215]; [236]. При цьому, зважаючи на складність теорії на сучасному її рівні, наш розгляд буде в значній мірі схематичним [263]. Дослідження, які проведені на монокристалах, у теоретичному плані набагато цінніші й несуть в собі набагато більшу інформацію, ніж дослідження, проведені на полікристалічних зразках<sup>14</sup>.

Відмінності, які існують між типами кристалічних тіл обумовлюються відмінностями в характері розподілу електронів і ядер в атомах та молекулах і, особливо, в характері розподілу найбільш віддалених від ядра (валентних) електронів. При вивченні того або іншого кристала необхідно з'ясувати, передусім, просторове розташування ядер та електронів.

З позиції сучасної фізики зв'язок між атомами в кристалах майже повністю забезпечується силами електростатичного притягання між негативно зарядженими електронами і позитивно зарядженими ядрами. Роль сил магнітного походження дуже незначна, а гравітаційними силами взагалі можна знехтувати. Задавши просторовий розподіл електронів та ядер в кристалах і розподіл їх швидкостей (обидва ці розподіли в принципі можуть бути розраховані методами квантової механіки), можна розрахувати енергію зв'язку в кристалах. При достатньо низькій температурі, характерній для кожної речовини, енергія теплового руху стає меншою за потенціальну енергію взаємодії і речовина переходить у твердий стан<sup>15</sup>.

В основу сучасної теорії кристалічного стану кладеться положення, згідно з яким у вузлах кристалічної ґратки розміщені структурні одиниці (іони, атоми або молекули) кристала. Численні рентгенографічні дослідження кристалів і ряд інших даних повністю підтвердили це положення і дозволили виміряти відстань між атомами в кристалічній ґратці. Надалі ми виходитимемо з вказаного положення як основи теорії кристалічного стану. Відстані між атомами в кристалах дуже малі. Вони загалом того ж порядку, що й відстані між атомами в молекулах, а іноді й точно з ними співпадають. Відстань між молекулами в кристалах, побудованих із молекул, всього в два-три рази більша внутрішньо молекулярних відстаней. Завдяки малій відстані між атомами в кристалах взаємодія між ними надзвичайно велика. Порядок її величини відповідає взаємодії між атомами в молекулі. З цієї точки зору атомний або іонний кристал можна

Незалежність внутрішньої енергії ідеального газу від об'єму витікає із його означення. Для повітря і його складових газів при тих фізичних умовах (тиск і температура) при яких вони ще описуються рівнянням Менделєєва-Клапейрона ця незалежність була доведена експериментально дослідями Джоуля та ін.

Експериментальне визначення структури кристалічних тіл частіше всього здійснюється за допомогою дифракційних методів, які розглядаються в спеціальних курсах (фізика твердого тіла, рентгенографія, електронна мікроскопія тощо).

Величезне і зростаюче практичне значення мають, проте, й аморфні матеріали, які в багатьох випадках мають значно кращі, ніж у кристалах, технологічні властивості, а в деяких випадках мають властивості, які не притаманні кристалічним тілам.

Рис. 4.11. Модель коливального руху



розглядати як одну гігантську молекулу, що містить величезне число зв'язаних атомів. Як і в молекулах, енергія взаємодії між атомами в кристалі дуже велика в порівнянні з енергією теплового руху. Частинки в кристалі настільки міцно пов'язані між собою, що тепловий рух не може порушити цього зв'язку. Таким чином, з точки зору міжатомної взаємодії, кристали представляють протилежний граничний випадок порівняно з газами. Очевидно, що єдино можливим видом руху зв'язаних частинок у кристалі є коливальний (рис. 4.11) рух біля положень рівноваги [ REF \_Ref346822925 \w \h 125], [130], [139], [167].

Точна теорія кристалів повинна починатися з розв'язання квантово-механічного хвильового рівняння, що в явному вигляді враховує взаємодію між усіма електронами та ядрами. Рівні енергії, знайдені з цього точного рівняння, можна було б використовувати для визначення статистичної суми, а знаючи її, можна було б розрахувати вільну енергію та усі, що нас цікавлять, термодинамічні величини (див. п. 3.2.1-3.2.4). Така програма, проте, призводить до непереборних математичних труднощів, тому при побудові теорії доводиться задовольнитись значно скромнішим підходом, заснованим на двох фундаментальних наближеннях.

Передусім візьмемо до уваги, що ядра значно масивніші електронів. Якщо

ядро отримує мале зміщення, електрони «приспосовуються» до цього зміщення із-за наявності сил взаємодії між електронами та ядрами. Зважаючи на малу масу електронів такий процес відбувається за дуже короткий час. Оскільки зміна положення електронів в кристалі відбувається дуже швидко, запізнення реакції електронів на зміщення ядра незрівнянно мале в порівнянні з періодом коливання ядра. Іншими словами, стан електронів визначається миттєвими значеннями координат ядер, і якщо вдасться вирішити хвильові рівняння для електронів, в які у якості параметрів увійдуть фіксовані значення координат ядер, то можна отримати вірний розв'язок, що описує електронно-ядерну систему. Нехтування запізненням зміщення електронів на зміщення ядра одержало назву – адіабатичне наближення.

Адіабатичне наближення дозволяє, таким чином, розділити рухи ядер і електронів. Якщо нас цікавить лише стан ядер, то вплив електронної системи можна врахувати за допомогою функції, яка залежить лише від координат ядер. Ця функція відповідає потенціальній енергії всього кристала [ REF \_Ref346822753 \w \h 21], [ REF \_Ref356876441 \w \h 14].

Для пояснення багатьох властивостей твердих тіл при побудові їх теорії адіабатичне наближення комбінують ще з одним, так званим гармонічним наближенням. Атоми в кристалі здійснюють коливання відносно середніх положень, і коли вони знаходяться в цих положеннях, потенціальна енергія має

мінімальне значення. Якщо амплітуди коливань атомів не занадто великі<sup>16</sup>, потенціальну енергію кристала можна розкласти в ряд Тейлора по зміщеннях атомів (іонів тощо) від положень рівноваги і утримати в ньому лише члени, квадратичні по зміщеннях. В цьому й полягає гармонічне наближення, яке дає дещо спрощену модель кристала.

Розвиваючи статистичну термодинаміку кристалів на основі гармонічної моделі, слід мати на увазі ряд фактів, що стосуються коливань в кристалах. Ці факти найбільш просто виявити, якщо розглянути модель одновимірного кристала, що складається із тотожних атомів однакової маси, розташованих уздовж прямої лінії (довгий одновимірний ланцюг). Коли ланцюжок знаходиться в стані механічної рівноваги, усі атоми розташовані на рівних відстанях один від одного і потенціальна енергія має мінімальне значення. Якщо один із атомів (внаслідок теплового руху) буде зміщений із положення рівноваги, то зі сторони його сусідів виникне квазіпружна сила (її значення пропорційне зміщенню атомів), що діє на даний атом, а значить і сила, яка діє на ці сусіди, і всі атоми придуть у рух. Можна записати рівняння руху атомів під дією цих сил і проаналізувати можливі розв'язки цих рівнянь. Виявляється, що у випадку ланцюжка однакових атомів, пов'язаних квазіпружними силами, розв'язки рівнянь руху атомів мають вигляд рівнянь хвиль, тобто в такому ланцюгу виникає система хвиль, що біжать. Причому загальний розв'язок<sup>17</sup> рівнянь руху атомів одновимірного ланцюга може бути представлений суперпозицією плоских хвиль, частоти яких мають дискретний спектр і для кожного дискретного одновимірного ланцюга атомів існує максимальна частота, так що хвилі з більшою частотою не можуть виникати в такому ланцюгу. Крім цього, швидкість розповсюдження цих хвиль залежить від частоти, тобто існує дисперсійне явище. Подальша побудова теорії твердого тіла базується на достатньо легкому узагальненні результатів, одержаних для одновимірного ланцюга атомів, на трьохвимірний випадок (кристалічну ґратку).

Зміщення довільного атома із положення рівноваги в ґратці передається його найближчим сусідам у трьох вимірах. Зміщення їх викличуть у свою чергу зміщення інших атомів, і в кристалі виникнуть пружні хвилі, що поширюються в трьох вимірах. В результаті віддзеркалення пружних хвиль від граней кристала в останньому встановиться система стоячих хвиль, частота яких має дискретний ряд значень і кількість таких хвиль співпадає з числом ступенів вільності ( $3N$ ). У тому ж наближенні, що й для одновимірної моделі (нехтуючи третіми степенями зміщень), потенціальну енергію кристала можна записати у вигляді квадратичної форми координат частинок. Як відомо із механіки, якщо потенціальна енергія системи є квадратичною функцією координат, то існує такий набір незалежних координат, що рівняння руху частинок системи, які записані в таких координатах, є рівняннями простих незалежних гармонічних осциляторів. Згаданий набір координат в механіці називають нормальними коливаннями (або модами). Таким чином, динамічна задача про теплові коливання атомів ґратки зводиться до задачі про вибір незалежних гармонічних осциляторів, частота яких квантується.

<sup>16</sup> За виключенням гелію, який може при охолодженні перейти в твердий стан лише при перевищенні тиску понад 25 атм.

<sup>17</sup> На рис. 4.7 видно, що крива  $U(r)$  поблизу мінімуму майже симетрична.

У такій моделі кристалічного тіла енергія коливань атомів решітки еквівалентна енергії пружної хвилі і є квантованою величиною. Квант енергії пружної хвилі одержав назву – фонон (по аналогії з фотоном – квантом енергії електромагнітної хвилі). Згадаємо спочатку історію виникнення поняття «фотон». Квантова теорія виникла у 1900 році, коли Макс Планк показав, що квантуванням енергії можна пояснити експериментальну залежність енергії електромагнітного випромінювання абсолютно чорного тіла від частоти при тепловій рівновазі. Планк припустив, що енергія кожного виду коливань електромагнітного поля в порожнині пропорціональна величині  $h\nu$ . Енергія одного фотона дорівнює  $h\nu$ , енергія  $n$  фотонів коливань частоти  $\nu$  дорівнює<sup>18</sup>  $n h \nu$ , де  $n$  — додатне ціле число або нуль, а постійна  $h$  згодом названа постійною Планка.

Як показують численні дифракційні експерименти, електромагнітне поле має багато властивостей хвиль, а з іншого боку, із планківського закону розподілу енергії випромінювання за частотою та багатьох пізніше відкритих явищ, слідує, що енергія електромагнітного поля є квантованою.

Аналогічна ситуація існує й у випадку пружних хвиль. Експериментально корпускулярні властивості пружних (звукових) хвиль в кристалах підтверджуються непружним розсіюванням рентгенівських променів та нейтронів при взаємодії з кристалами, внаслідок чого їх енергія та імпульс змінюються таким чином, що ці зміни відповідають виникненню або поглинанню одного або більше фотонів. Точний вимір ефектів, пов'язаних з такими процесами, дозволяє визначити властивості окремих фотонів, а також встановити залежність частоти від хвильового вектору, тобто закон дисперсії. Зрозуміло, що ці досліді підтверджують корпускулярно-хвильовий дуалізм фотонів, який характерний і для фотонів.

Таким чином, постає питання про експериментальне підтвердження моделі кристалічного тіла як коливання незалежних гармонічних осциляторів, частота яких квантується. Для цього, очевидно, у рамках цієї моделі потрібно розрахувати властивості відповідного кристалу і зіставити розраховані значення з експериментальними їх значеннями. Причому для цієї мети потрібно вибрати властивості, які піддаються відносно легким і точним вимірам в усьому температурному інтервалі, в якому існує заданий кристал. Для досягнення цієї мети найбільше підходить така властивість, як теплоємність. Дійсно, із усіх термодинамічних величин при вивченні статистичної термодинаміки теплоємність кристалів представляє зазвичай найбільший інтерес. Цю величину можна виміряти зі значною точністю, так що є великий запас дослідних даних для порівняння теорії з експериментом. Теплоємність тісно пов'язана також з енергією – величиною, що грає основну роль в статистичній фізиці.

Говорячи про теплоємність, ми, зазвичай, маємо на увазі теплоємність при постійному об'ємі  $C_V$ , яка є більш фундаментальною величиною, ніж теплоємність при постійному тиску  $C_P$ , яку завжди й вимірюють в експериментах. Ці дві величини пов'язані співвідношенням (3.36), яке можна переписати в

Відповідний детальний аналіз можна прочитати, наприклад, в книзі Левич В.Г. Введение в статистическую физику. - М-Л.: ГИТТЛ, 1950. - С. 424.

наступному вигляді:  $\alpha = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$ , де  $\beta = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$  відповідно коефіцієнт об'ємного розширення та термічний коефіцієнт тиску. Оскільки при наближенні до абсолютного нуля коефіцієнт об'ємного розширення та термічний коефіцієнт тиску зменшуються до нуля (наслідки третього закону термодинаміки), то при такій умові  $\alpha \beta = 1$ . Враховуючи мале значення коефіцієнтів об'ємного розширення та термічного коефіцієнту тиску для конденсованих систем при звичайних температурах, можна впевнитись, що  $\alpha \beta$  в такому випадку різниця

не перевищує декількох процентів. Тому при розгляді кристалів завжди можна знехтувати відмінністю між  $\alpha \beta$  та  $\alpha \beta$  й порівнювати експериментальні значення  $\alpha \beta$  з теоретичними  $\alpha \beta$ , опускаючи при цьому відповідні індекси.

Схематично експериментальна залежність теплоємності твердих тіл від температури зображена на рис. 1.20. Але, як показують достатньо точні експериментальні дослідження, в цій залежності існують деякі нюанси, які притаманні всім кристалам, і які відмінні для кристалів різних типів. Коротко ці нюанси можна охарактеризувати наступними двома тезами [ REF \_Ref346822840 \w w \h 379]:

1. При кімнатних температурах значення теплоємності майже усіх твердих

тіл близькі до  $3R$ , тобто  $C_V \approx 3R$ , або  $C_P \approx 3.5R$ . Цей дослідний факт відомий у фізиці як експериментальний закон Дюлонга-Пті. Він легко пояснюється класичною фізикою. Дійсно, згідно з класичною теорією, атоми кристалічної речовини мають три ступені вільності і здійснюють коливання відносно своїх положень рівноваги. При коливальному русі з малими амплітудами (гармонічні коливання) середні значення кінетичної й потенціальної енергії однакові. Оскільки (за теоремою про рівномірний розподіл енергії у стані теплової рівноваги) на кожен ступінь вільності приходиться кінетична енергія в

кількості  $\frac{1}{2}kT$ , то (при рівності середньої кінетичної та потенціальної енергій) на коливальний ступінь свободи в середньому приходиться енергія  $kT$ . Тому внутрішня енергія одного моля кристалічної речовини буде дорівнювати:

$U = 3NkT$ , а теплоємність –  $C_V = 3Nk$ . Зробимо наголос на важливих наслідках такого класичного розгляду теплоємності кристалів:

– при розрахунку теплоємності не враховуються внутрішні ступені свободи атомів;

– теплоємність не повинна залежати від температури.

2. При низьких температурах теплоємність помітно зменшується (див. рис. 1.20) і в області абсолютного нуля температур наближається до нуля згідно із

законом  $C_V \propto T^3$  для діелектриків і по закону  $C_V \propto T^2$  для металів. Якщо метал переходить у надпровідний стан, то закон зменшення теплоємності більш різкий<sup>20</sup>, ніж  $C_V \propto T^2$ .

Теплоємність  $C_V$  можна виразити через вільну енергію:

Отже, виявлені експериментально закономірності в поведінці теплоємності кристалів, повинні найти своє теоретичне пояснення при розгляді моделі кристалів. Одна із перших таких досить вдалих теорій належить Ейнштейну (1907 р.). Він використав гармонічну модель кристалів, згідно з якою реальні коливання всіх атомів кристалів можна розглядати як набір незалежних гармонічних осциляторів, число яких дорівнює числу ступенів свободи, тобто дорівнює потроєному числу ( $N$ ) атомів кристалу. Але, на відміну від класичної фізики, Ейнштейн використав ідею Планка про квантування енергії [294], [296], [360]. Крім цього, він вважав, що, оскільки гармонічні осцилятори незалежні, то вони мають однакову частоту. У такому наближенні внутрішня енергія одного моля кристалічної речовини буде дорівнювати: 
$$U = N \cdot \bar{\epsilon} \quad (4.116)$$
, де  $\bar{\epsilon}$  – це середнє значення енергії квантових осциляторів. Розрахунок середнього значення енергії квантових осциляторів ми виконували при аналізі теплоємності газів. Тому, скориставшись виразом (4.114), визначаємо внутрішню енергію і теплоємність кристалів наступним чином:

Як і у випадку газів (див. п. 4.5), даний вираз можна легко проаналізувати у двох крайніх випадках – високі та низькі температури. У першому випадку

теплоємність кристалів прямує до свого «класичного» значення –  $3R$ . У випадку низьких температур теплоємність зменшується з температурою по

експоненціальному закону: 
$$C_v \sim T^3$$
 що відповідає третьому закону термодинаміки і якісно співпадає із експериментальними даними. Проте більш детальне порівняння формули (4.116) з дослідними даними для теплоємності показує, що закон (4.116) не передає усіх особливостей ходу теплоємності. Експериментально виміряна теплоємність кристалів зменшується з температурою не за експоненціальним законом Ейнштейна (4.116), а за степеневим законом виду

$$C_v \sim T^3$$
. Розбіжність формули (4.116) з експериментом пов'язана з помилковістю припущення про незалежність коливань атомів в кристалі, яке лежало в основі її розрахунку<sup>21</sup>. Теорія Ейнштейна також не пояснює лінійну залежність теплоємності металів в області дуже низьких температур.

Теорію теплоємності кристалів, яка значно краще (ніж теорія Ейнштейна) узгоджується з експериментальними даними, побудував Дебай (1912 р.) [419].

Дебай врахував, що в дійсності атоми в кристалі настільки міцно пов'язані між собою, що не може бути й мови про індивідуальний рух окремого атома, який не залежить від руху інших атомів решітки. Коливальний рух атомів у кристалі має колективний характер, і в ньому беруть участь усі атоми кристала одночасно.



Тому коливання атомів у тривимірному кристалі еквівалентні набору  $3N$  лінійних квантових осциляторів з власними частотами  $\nu$ . Квант коливальної енергії твердого тіла (фонон) рухається зі швидкістю звуку, оскільки саме звукові хвилі є за своєю природою пружними<sup>22</sup>.

Визначення власних частот для тривимірного кристала представляє дуже великі математичні труднощі. Тому для знаходження прийняттого виразу для теплоємності кристала необхідно зробити подальші припущення. По-перше, при розгляді теплових хвиль в кристалі можна обмежитись випадком довгих хвиль. Це припущення є фізично достатньо правдоподібним, оскільки при не дуже високих температурах можуть переважно виникати лише коливання з малою енергією ( $h\nu$ ). У наближенні довгих хвиль дуже великі групи атомів коливаються в одній фазі і можна нехтувати дискретною атомною структурою кристала, тобто можна розглядати кристал як суцільне пружне середовище. По-друге, для спрощення розгляду потрібно знехтувати анізотропією кристала і вважати його ізотропним пружним середовищем. Крім цих наближень, Дебай використав ту обставину, що тверде тіло – це система з величезною кількістю ступенів свободи. Тому розподіл нормальних коливань (які виникають при накладанні падаючих та відбитих від поверхні кристала хвиль) за частотою має квазінеперервний характер, тобто можна ввести поняття про кількість коливань в інтервалі частот  $(\nu, \nu+d\nu)$  і використати для визначення цієї кількості нормальних коливань відому формулу Реллея, яка будучи виражена через частоту  $\nu$ , має вигляд:

$$\nu = \frac{V}{v} \quad (4.117)$$

де  $V$  – об'єм одного моля кристалічного тіла,  $v$  – швидкість поширення коливань. Далі слід врахувати ще наступні міркування.

1. В твердому тілі можливі як повздовжні, так і поперечні хвилі, швидкість, яких (відповідно ) відрізняється. Причому у випадку поперечних хвиль потрібно для кожної частоти розглядати дві хвилі з різною поляризацією, тобто кількість поперечних хвиль в інтервалі  $(\nu, \nu+d\nu)$  в об'ємі  $V$  буде в два рази більша, ніж повздовжніх (4.117). Тому загальна кількість пружних хвиль у згаданому

інтервалі частот буде дорівнювати: . Для скорочення подальших викладень доцільно ввести усереднену швидкість, яку

визначають наступним чином<sup>24</sup>: . Отже, згадана загальна кількість хвиль буде дорівнювати:

<sup>22</sup> а остання є термодинамічним потенціалом при незалежних змінних  $(p, V)$ , тобто вона пов'язана з рівнями енергії системи.

<sup>24</sup> Це пояснюється тим, що у твердих магнетиках в усьому температурному інтервалі, де має місце впорядкування магнітних моментів в системі, значну долю повної теплоємності складає вклад, пов'язаний із магнітним порядком. Нижче 0,1К впорядкування ядерних моментів також може дати дуже значний вклад в теплоємність.

Цей вираз можна застосовувати й для анізотропних твердих тіл, якщо у цьому випадку  $\bar{v}$  – відповідним чином усереднена швидкість.

В теорії Дебая, як і в теорії Ейнштейна, передбачається, що середня енергія, яка приходить на одну стоячу хвилю, визначається рівнянням (4.114). Енергія, яку мають хвилі з частотами в інтервалі  $(\nu, \nu + d\nu)$  буде дорівнювати: Для визначення внутрішньої енергії одного моля кристалічного тіла необхідно даний вираз проінтегрувати за всіма частотами.

Спектр частот, які можливі в твердому тілі, потрібно обмежити деякою верхньою границею, що витікає із неможливості існування нескінченного числа стоячих хвиль, оскільки інакше тверде тіло мало б нескінченно велику енергію (інша точка зору на цю верхню межу полягає в тому, що безглуздо розглядати поширення звукової хвилі в періодичному середовищі, коли довжина хвилі менша міжатомної відстані). Дебай вважав, що кількість нормальних коливань не може перевищувати кількість ступенів свободи, і це дає можливість визначити максимально можливу частоту:

де  $\bar{v}$  – це об'єм, який приходить на один атом. Для простих кристалів, які ми й розглядаємо, це об'єм елементарної комірки –  $\frac{1}{N} V$  ( $a$  – стала ґратки).

Оскільки довжина хвилі дорівнює  $\frac{1}{\nu}$  то максимальній частоті  $\nu_{\max}$  відповідає мінімальна довжина хвилі, яка по порядку величини збігається з періодом решітки  $a$ .

. Це показує, що в періодичній структурі, якою є кристал, не можуть існувати хвилі, довжина яких менша найменшої відстані між атомами. Отже, з урахуванням формули Планка (4.114) для середньої енергії квантового осцилятора та вказаних міркувань, можна записати вираз для внутрішньої енергії кристалу:

$$(4.118)$$

Оскільки величина  $\bar{v}$  від температури не залежить (це так звана енергія нульових коливань), то при аналізі теплоємності її можна не враховувати.

Для подальшого аналізу останнього виразу перейдемо від змінної  $T$  до безрозмірної величини  $\theta$ , з використанням якої вираз (4.118) перепишемо у вигляді ( $E_0$  – не враховано):

$$\dots \quad (4.119)$$

Диференціюючи даний вираз за температурою, знаходимо молярну теплоємність твердих тіл:

$$\dots \quad (4.120)$$

Констатувати кубічну залежність теплоємності від температури, яка міститься в цьому виразі, дещо передчасно, оскільки в підінтегральному виразі теж

міститься температура  $T$ . У загальному вигляді інтеграл у виразі (4.120) можна розрахувати лише чисельними методами, але для граничних випадків (великі та низькі температури) оцінку теплоємності (4.120) можна зробити достатньо легко. Розглянемо спочатку високі температури, тобто температури для

яких виконується нерівність:  $\theta \gg 1$ . У такому випадку експоненту у знаменнику можна розкласти в ряд і обмежитись лише лінійними членами. Після цього елементарне інтегрування дає класичне значення для молярної теплоємності:

. У іншому граничному випадку будемо вважати, що температури настільки

низькі, що виконується нерівність:  $\theta \ll 1$ . У такому випадку ряд в (4.120) швидко сходиться й тому верхню границю  $T_D$  можна замінити на

нескінченність. Одержимо інтеграл з відомим значенням:  $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x} dx = 2$ . Тому молярна теплоємність твердих тіл при низьких температурах зменшується при охолодженні по закону:

$$\dots \quad (4.121)$$

що відповідає дослідним даним для багатьох простих речовин. Якщо в даний вираз ввести так звану температуру Дебая

$$\dots \quad (4.122)$$

яка відображає індивідуальні властивості речовин (оскільки вона виражається через концентрацію), то молярну теплоємність можна записати у вигляді:

(4.123)

Тобто в теорії Дебая хімічна індивідуальність речовин описується лише одним параметром – температурою Дебая. Зазначимо без доведення, що температуру Дебая можна ввести й у вираз для внутрішньої енергії (4.119) і виконати диференціювання по температурі. Одержаний таким чином вираз для молярної теплоємності має вигляд<sup>25</sup>:

(4.124)

який теоретично справедливий для всієї області температури, в якій речовини існують у твердому стані.

Температуру Дебая можна визначити як за формулою (4.122), так і з використанням виразу для теплоємності (4.124). В останньому випадку невідому температуру Дебая підбирають так, щоб експериментальна й теоретична криві найбільш точно співпадали при всіх температурах.

Таким чином, теорія Дебая точніше ніж теорія Ейнштейна описує теплоємність твердих тіл, але більш детально теоретичне й експериментальне вивчення теплоємності твердих тіл при низьких температурах показало, що для багатьох речовин з підвищенням температури вище порушується закон Дебая, що пов'язано з багатьма причинами, зокрема з тим, що дійсна функція розподілу частот відрізняється від тієї, яка прийнята у формулі Реллея (4.117). Крім цього, теорія Дебая (як і Ейнштейна) не пояснює лінійну залежність теплоємності металічних кристалів у області дуже низьких температур.

На закінчення зазначимо, що гармонічне наближення, яке використовується при розгляді твердих тіл, надає принципову можливість визначити не лише внутрішню енергію (та теплоємність), але й інші термодинамічні потенціали. Дійсно, із загальних статистичних позицій, замінивши розгляд динамічної задачі про реальний рух атомів (чи інших структурних одиниць речовини) на розгляд еквівалентної системи гармонічних квантових осциляторів з енергією (4.108), можна визначити статистичну суму та її логарифм для одного осцилятора:

(4.125)

Тим не менш, головне, що хотів показати й показав Ейнштейн, полягає в тому, що коливання механічних осциляторів треба квантувати точно так, як і Планк квантував осцилятори випромінювання. Ейнштейн, застосувавши модель твердого тіла як системи осциляторів, переконливо пояснив, чому при теплоємність твердих тіл різко зменшується до нуля. Проте роль моделі Ейнштейна цим не обмежується [118], [122]: її часто використовують і тепер для апроксимації тієї гілки фононного спектру, яку називають оптичною, тобто для опису оптичних фононів.

Тому вільна енергія осцилятора і відповідно – одного моля твердого тіла будуть мати вигляд:

Далі, в наближенні Дебая в останньому виразі можна перейти до інтегрування, як це було зроблено при аналізі теплоємності. Але ми не будемо повторювати ці доведення і лише відмітимо, що такий шлях відкриває можливість

визначити ентропію, термічне рівняння стану, ентальпію та термодинамічний потенціал Гіббса.

Гармонічна модель, як ми бачимо, дуже добре описує ряд явищ, особливо поведінку теплоємності. Проте в деяких випадках її потрібно розширити і уточнити. Наприклад, для коректного опису теплового розширення необхідно включити до розкладу в ряд потенціальної енергії члени третього та четвертого порядків; для опису властивостей металів при низьких температурах гармонійну модель потрібно доповнити теорією «вільних» електронів. Проте, в цілому, гармонійна модель є дуже хорошою і є одним із наріжних каменів теорії твердого тіла.

#### **4.9. Методика навчання теми «Квантові гази» на засадах статистичної теорії.**

У попередніх розділах ми розглянули авторську методику висвітлення основних положень статистичної фізики та застосування їх для отримання рівняння стану ідеальних і реальних газів, кристалів, а також до вивчення їх макроскопічних властивостей. Було відмічено, що у ряді випадків можна використовувати чисто класичні уявлення і одержати важливі закономірності, які співпадають з досвідом. Зокрема показано, що в системах класичних частинок існує цілком певний розподіл молекул за імпульсами й координатами, доведено, що в області високих температур класична теорія дає практично правильні значення теплоємностей одно – і двоатомних газів тощо. Проте ми також встановили, що такі, наприклад, дослідні факти, як температурна залежність теплоємності газів, абсолютно суперечить класичній статистиці. В цьому випадку ми використали квазікласичний підхід, тобто врахували, що енергетичний спектр частинок є дискретним і, використовуючи статистичний метод, усунули вказані недоліки класичної статистики. Але, як виявилось, врахування дискретності енергетичного спектру – це лише перший крок у побудові дійсно квантових статистик.

##### **4.9.1. Протиріччя квазікласичної статистики.**

Фізичний світогляд майбутнього учителя фізики значною мірою залежить від розуміння і засвоєння основних ідей квантової фізики, що неможливо без вивчення витоків квантової теорії. Відомо, що до витоків квантової фізики, в першу чергу, відноситься теорія теплового випромінювання і проблема вільних

електронів в металах.

Вимірювання теплоємності в металах та вивчення теплового випромінювання сприяли створенню сучасної фізики, оскільки експериментальні результати не піддавалися поясненню на основі класичної фізики і потрібно було ввести квантування рівнів енергії. Тому розгляд цих питань завжди займає визначне місце практично у всіх посібниках з теорії твердого тіла, термодинаміки та статистичної фізики.

Зазначимо, що введення квантування енергії і пояснення завдяки цьому деяких дослідних фактів, які не могла пояснити класична статистика, не усунуло ще декілька протиріч теорії, які мають принципове значення. Тут ми відзначимо наступні два головні протиріччя [230; 263].

а) У другій половині XIX століття одержала бурхливий розвиток електронна теорія металів. Згідно з цією теорією (див. п. 4.6), у вузлах кристалічної решітки металу знаходиться атом, що здійснює гармонічні коливання. Оскільки валентні електрони в металах слабо пов'язані з ядром, то вони при дії теплових зіткнень покидають свій атом і стають колективізованими, так що у вузлах решітки насправді завжди знаходяться позитивні іони. Валентні електрони, що покинули свій атом, взаємодіють між собою та з позитивними іонами решітки і ця взаємодія практично взаємно компенсується. Тому колективізовані електрони утворюють електронний газ, який, із-за вказаної компенсації взаємодії, можна розглядати як ідеальний газ і природно описувати всіма законами справедливими для ідеального газу.

Таке уявлення виявилось дуже плідним і дозволило не лише одержати відомі закони Ома й Джоуля-Ленца, пояснити високу тепло й електропровідність металів, але й довести підтверджений на досвіді закон Відемана-Франца, згідно якому відношення коефіцієнта теплопровідності до коефіцієнта електропровідності пропорційне температурі й не залежить від роду металу. Проте за електронною теорією опір провідників повинен бути пропорційний  $\frac{1}{T}$ , а досвід переконливо говорить про те, що опір пропорційний  $T$  і, нарешті, головне: на досвіді був встановлений закон Дюлонга-Пті, згідно з яким молярна теплоємність кристалів дорівнює  $3R$ . Це значення співпадало з класичною теорією теплоємності. Але детальніші експериментальні дослідження показали (п. 4.6), що теплоємність кристалів залежить від температури (рис. 1.20). При зниженні температури, починаючи з деякої, характерної для даних кристалів, теплоємність починає зменшуватися пропорційно  $T^3$ , а при дуже низьких температурах ( $<3 K$ ) у металічних кристалів – пропорційно  $T$ . Для пояснення цієї температурної залежності Ейнштейн, а потім Дебай (див. п. 4.6) використали квазікласичний підхід, заснований на використанні формули Планка (4.114), і результати їх розрахунку в основному співпали з експериментом. Проте, як і в класичній теорії, в теоріях Ейнштейна та Дебая не розглядається внесок в теплоємність металів вільних електронів, що було абсолютно не виправдано. Адже, наприклад, для одновалентних металів кількість вільних електронів дорівнює кількості іонів. І оскільки це вільні частинки, то їх необхідно розглядати як класичні. Тоді вони повинні дати свій внесок в теплоємність як одноатомний класичний ідеальний газ

і теплоємність металів при достатньо високих температурах повинна бути не  $3R$ , а  $4,5R$ . Ні класичний підхід, ні квазікласичний, який враховує дискретність енергетичного спектру частинок, не могли пояснити, чому не потрібно враховувати електронну теплоємність в металах. Було також не ясно, чому при дуже низьких температурах теплоємність металів пропорційна  $T$ , тоді як теорія Ейнштейна давала експоненціальну залежність, а точніша теорія Дебая – кубічну.

Ааналогічне протиріччя існувало і з вкладом вільних електронів в парамагнітні властивості металів. Цю суперечність, використовуючи статистику Фермі, пояснив Паулі.

б) В кінці XIX століття експериментально були добре вивчені закони випромінювання абсолютно чорного тіла, розподіл енергії в спектрі абсолютно чорного тіла, закон зсуву Віна та закон Стефана - Больцмана. Спроби пояснити їх на основі класичної фізики виявились невдалими. Реллеєм та Джінсом була запропонована строга (з класичної точки зору) формула для розподілу енергії в спектрі абсолютно чорного тіла. Проте вона лише у області довгих хвиль співпадала з експериментом. Із формули Реллея-Джінса витікало, що сумарна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла є нескінченно великою. Це не має фізичного змісту й суперечить закону Стефана-Больцмана. Ця невідповідність теорії й експерименту, разом з іншими, привела до створення в класичній фізиці ситуації, відомої під назвою «ультрафіолетова катастрофа».

Теоретичному аналізу законів теплового випромінювання і методиці їх вивчення присвячено, мабуть, найбільше число публікацій. Але, як показує їх аналіз, в науковій і навчально-методичній літературі вирішення питання про розподіл енергії в спектрі абсолютно чорного тіла зазвичай зв'язують виключно з М. Планком. Він, як відомо, ввів гіпотезу про розповсюдження світла у вигляді квантів, підібрав на основі цього формулу (4.114), за допомогою, якої вдалося пояснити закони випромінювання абсолютно твердого тіла. Але нескладний аналіз показує, що пояснення Планком розподілу енергії у спектрі абсолютно чорного тіла приводить до нового протиріччя, яке неможливо пояснити в рамках квазікласичної теорії Планка. Протиріччя, про яке йде мова, погано висвітлене у навчальній літературі та практиці викладання фізики, особливо у курсах загальної фізики, і це створює умови для неправильного розуміння студентами питання про теорію теплового випромінювання. У студентів природно виникає запитання: «Якщо теорія Планка правильно описує розподіл енергії в спектрі абсолютно чорного тіла і дозволяє отримати теоретичним шляхом усі закони теплового випромінювання, то навіщо ще раз розглядати ці ж питання на основі статистики Бозе-Ейнштейна?»

Тому при аналізі протиріч, пов'язаних з тепловим випромінюванням і вільними електронами в металах в першу чергу необхідно відзначити широке застосування відомої формули Планка про середню енергію квантового осцилятора для пояснення багатьох питань, наприклад, пов'язаних з теорією теплоємності газів і твердих тіл, а також видатну роль, яку зіграла у розвитку фізики сама ідея Планка про квантування енергії. Але при цьому потрібно висвітлити й недоліки в теорії Планка.

У 1905 році Ейнштейн для пояснення законів фотоефекту, розвинув ідею Планка й припустив, що світло не лише випромінюється окремими порціями – квантами, але й розповсюджується та поглинається окремими порціями, і їх можна розглядати як частинки, енергія яких дорівнює  $h\nu$ , тобто залежить від частоти. У цьому й криється одна із принципів квантових труднощів квантальної фізики [230]. Річ у тому, що велика сукупність не взаємодіючих частинок – квантів з різною частотою, якою є рівноважне теплове випромінювання, утворює практично неперервний спектр енергії. Тому таку систему можна вважати класичною й застосовувати для неї, наприклад, розподіл Максвелла - Больцмана (п. 4.3).

Тоді, відповідно до розподілу Максвелла-Больцмана, число фотонів в інтервалі частот від  $\nu$  до  $\nu+d\nu$  повинно дорівнювати (4.93):

Для фотонів  $\epsilon = h\nu$ ,  $\epsilon = h\nu$ ,  $\epsilon = h\nu$ . Підставляючи ці формули в попередній

вираз, одержимо:  $\epsilon = h\nu$ . Тоді енергія випромінювання у згаданому інтервалі частот буде, очевидно, рівною:

$\epsilon = h\nu$ . Звідси спектральна густина енергії, яка характеризує розподіл енергії в спектрі абсолютно чорного тіла, дорівнює:

$\epsilon = h\nu$ . Одержали формулу Віна для розподілу енергії в спектрі абсолютно чорного тіла, яка є наслідком формули Планка при  $\epsilon = h\nu$  і справедлива лише за вказаної умови.

Правильне розв'язання вказаних протиріч було виконано Бозе, Ейнштейном, Фермі та Діраком, які врахували всі квантові властивості частинок. Таким чином, залежно від об'єктів дослідження виникло три статистики:

*Статистика Максвелла-Больцмана* – описує системи, частинки яких можна фізично розрізнити. Енергія може змінюватися як неперервно, так і дискретно.

*Статистика Бозе-Ейнштейна* – енергія частинок змінюється дискретно, частинки принципово тотожні, але не підкоряються принципу Паулі. До них відносяться всі частинки, що мають цілий спіні: фотони, деякі – мезони, атоми та молекули, які складаються із парної кількості структурних елементарних частинок (такі частинки одержали назву – бозони).

*Статистика Фермі-Дірака* – описує системи, частинки яких принципово тотожні, підкоряються принципу Паулі, мають дискретний спектр енергії. До них відносяться всі частинки з напівцілим спіном: електрони, деякі мезони, нуклони, гіперони, атоми та молекули, які складаються із непарної кількості структурних елементарних частинок (такі частинки одержали назву – ферміони).

Наступний приклад наочно ілюструє відмінність цих статистик у випадку 2-х частинок ( $a$  і  $b$ ), які можуть знаходитись у двох станах. При послідовному



застосуванні статистики Максвелла-Больцмана всі частинки, що знаходяться в різних станах відрізняються, а в однаковому – не відрізняються. Можливе їх розміщення, наприклад, по половинках посудини вказані на рис. 4.12, а. Коли частинки потрапляють в однаковий стан, то їм приписується однакова буква, оскільки в цьому випадку вони тотожні. У випадку тотожних частинок, що не підкоряються принципу Паулі (розподіл Бозе-Ейнштейна) розміщення 2-х частинок показано на рис. 4.12, б. Дві частинки, що підкоряються принципу Паулі можуть розміститися по половинках посудини (квантовим станам) лише єдиним чином (рис. 4.12, в). Отже, перед методичною наукою стоїть завдання - на основі аналізу існуючих методик, удосконалюючи їх, побудувати досить наочну й зрозумілу методіку і технологію вивчення витоків квантової теорії, яка б при цьому відповідала рівню базової науки. У даному дослідженні й пропонується до розгляду авторське бачення викладу майбутнім учителям фізики квантових статистик, засноване на аналізі науково-методичної літератури і власного досвіду викладання теоретичної фізики [241; 242; 255; 261; 263].

#### 4.9.2. Зіставлення статистик Максвелла-Больцмана, Бозе-Ейнштейна та Фермі-Дірака.

Протиріччя, які виникли у фізиці на початку ХХ століття (див. п. 4.11.1), свідчать про те, що відмінності в станах і властивостях термодинамічних систем, пов'язані не лише з класичними відмінностями (маса, заряд тощо) атомів та молекул чи інших елементарних частинок, із яких вони складаються, але й з більш тонкими їх відмінностями, такими що виходять за рамки класичної фізики. Таким чином, для розв'язання протиріч, пов'язаних з електронною теплоємністю металів і тепловим випромінюванням (та деякими іншими, які не розглядаються в даному дослідженні), виникає задача про врахування цих «некласичних» властивостей частинок. Ними є наявність спіну та його значення. Річ у тому, що, як відомо із квантової механіки, частинки з напівцілим спіном (вони одержали назву – ферміони) підкоряються принципу Паулі про неможливість знаходитись в одному й тому ж квантовому стані, а до всіх інших частинок (бозони) принцип Паулі не застосовується. Крім цього, з позицій квантової фізики всі частинки одного сорту є абсолютно тотожними. Класичні ж частинки зовсім не мають спіна і їх фізично можна розрізнити. В зв'язку із цими квантовими відмінностями необхідно більш детально, ніж це зроблено в п. 2.3, підійти до описання ймовірності стану термодинамічних систем.

Будемо розглядати найзагальніший випадок – відриті квантові системи, які можуть обмінюватися як енергією, так і частинками з навколишнім середовищем – термостатом [241]. На початок вивчення квантових газів студенти вже знають основи методу Гіббса і уміють ним користуватись, наприклад, для вивчення класичних ідеальних і реальних газів (п.4.1-2). Тому скористаємося великим канонічним розподілом Гіббса, що визначає ймовірність стану вказаної квантової системи з енергією  $\epsilon$  і кількістю частинок  $n$ .

Для зіставлення статистик, які перераховані в кінці попереднього параграфу, визначимо в кожній із них середнє число частинок, що знаходяться у деякому

квантовому стані.

Виділимо деякий стан системи з енергією  $\varepsilon_i$ , і цей стан будемо розглядати як підсистему в термостаті. Це завжди можна зробити, оскільки в цьому стані буде деяке число частинок з енергією  $\varepsilon_i$ , і внаслідок взаємодії частинок деякі з них вибуватимуть із цього квантового стану, а на їх місце можуть потрапляти інші.

Тоді загальна енергія підсистеми може змінюватися за рахунок обміну частинок з іншими підсистемами (іншими рівнями енергії).

Використовуючи (2.13) і (2.20), визначимо середнє число частинок на

вбраному рівні:

. Підставляючи у даний

вираз значення енергії ми тим самим автоматично враховуємо підсумовування

по  $i$ :

. Цей вираз, очевидно, може бути

перетворений до вигляду:

(4.126)

Відмінність квазікласичної статистики Максвелла-Больцмана від квантових статистик Бозе-Ейнштейна та Фермі-Дірака виявляється у підрахунку кратності виродження. У класичній статистиці кратність виродження визначимо діленням фазового об'єму, що відповідає вибраній системі (– так як всі частинки знаходяться в одному стані з енергією  $\varepsilon_i$ ) на об'єм одного квантового стану ( ) і на  $n!$  (див. п. 2.2.3). Ділення на  $n!$  враховує, що перестановки частинок в межах одного квантового стану, не дають нового стану. Тоді для квазікласичних частинок Максвелла-Больцмана кратність виродження буде

рівною:

. Тому середнє значення кількості частинок на вибраному енергетичному рівні в статистиці Максвелла-Больцмана визначиться наступним

чином:

. Із цього виразу видно, що для квазікласичних

частинок хімічний потенціал не може бути додатним, оскільки в протилежному

випадку при ряд буде розходитись. У такому випадку верхню межу в сумі по  $n$  можна замінити на  $(\infty)$ , що відповідає додаванню нескінченно малих членів

при . Тоді ряд в останньому виразі дорівнює , де і середня кількість частинок на довільно вибраному енергетичному рівні  $\varepsilon_i$  в статистиці Максвелла-Больцмана буде дорівнювати:

$$(4.127)$$

де знак усереднення опущено. Цей вираз вперше одержав Больцман, тому класичну статистику часто називають статистикою Больцмана без згадки Максвелла. Проте неважко побачити, що вираз (4.127) є аналогом розподілу Максвелла-Больцмана.

У випадку квантових статистик Фермі-Дірака та Бозе-Ейнштейна, на відміну від статистики Максвелла-Больцмана, згідно з квантовим принципом тотожності, всі частинки одного виду є абсолютно тотожні. Тому у виразі (4.126) при підрахунку кратності виродження втрачає зміст ділення на  $n!$ . Для визначення кратності виродження в цьому випадку необхідно фазовий об'єм, що відповідає вибраній підсистемі (він дорівнює  $\Omega_i$ , оскільки підсистема містить один квантовий рівень) розділити на фазовий об'єм, що приходить на один квантовий рівень (він також дорівнює  $\Omega_i$ ), тоді в (6.1)  $\Omega_i$  зникає. Отже, середнє число тотожних частинок на  $i$ -том енергетичному рівні буде дорівнювати:

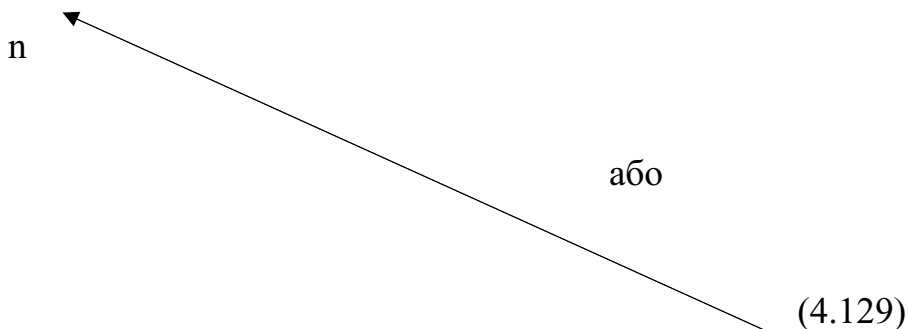
У цьому виразі підсумовування виконується за кількістю всіх частинок системи, які можуть знаходитися на  $i$ -тому рівні. У випадку частинок, що не підкоряються принципу Паулі, верхня межа може бути замінена на  $(\infty)$ , оскільки при  $\beta \rightarrow 0$  члени ряду будуть нескінченно малими (за умови

). Тоді:  $\Omega_i$ . Тут ряд  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Omega_i^n}{n!} e^{-\beta \epsilon_i n}$  є нескінченно спадною геометричною прогресією зі знаменником  $e^{-\beta \epsilon_i}$ , сума якої, як відомо із

математики, визначається наступним виразом:  $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$ . Таким чином, середнє число тотожних частинок, що не підкоряються принципу Паулі (світлові кванти,  $k$ -й  $\pi$ -мезони, атоми та молекули, що мають у своєму складі парне число елементарних частинок), які знаходяться на енергетичному рівні  $\epsilon_i$ , дорівнює:

$$(4.128)$$

Одержаний вираз називається розподілом Бозе-Ейнштейна. Відмінність квантових статистик Бозе-Ейнштейна й Фермі-Дірака, враховується межами підсумовування в (4.126). Якщо частинки підкоряються принципу Паулі, то на кожному енергетичному рівні не може бути більше однієї частинки. Тоді в (4.126)  $n$  змінюється від 0 до 1. Отже:



Це і є розподіл Фермі-Дірака, що визначає середнє число тотожних частинок, що підкоряються принципу Паулі (атоми й молекули з непарним числом елементарних частинок, нуклони, електрони та інші частинки з напівцілим спіном), які знаходяться на енергетичному рівні з енергією  $\epsilon_i$ .

Графічно вирази (4.127-129) можна зобразити у вигляді кривих на рис. 4.13.

В макроскопічних системах рівні енергії розташовані достатньо густо (квазінеперервно) і ми часто будемо визначати не кількість частинок, які знаходяться на деякому конкретно вибраному енергетичному рівні, а кількість частинок, які мають енергію від  $\epsilon_1$  до  $\epsilon_2$ . Очевидно для знаходження середнього числа частинок з енергією від  $\epsilon_1$  до  $\epsilon_2$  необхідно середнє число

частинок на одному рівні помножити на кількість рівнів  $\Omega(\epsilon_1, \epsilon_2)$ , де  $\Omega$  – фазовий об'єм, який відповідає станам з енергією від  $\epsilon_1$  до  $\epsilon_2$ . Тоді кількість частинок, які знаходяться на рівнях енергії від  $\epsilon_1$  до  $\epsilon_2$  буде дорівнювати:

$$N = \int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} n(\epsilon) \Omega(\epsilon) d\epsilon, \quad (4.130)$$

Атоми, молекули та інші мікроскопічні частинки, суворо кажучи, повинні описуватися законами квантової механіки, тобто підкорюватися розподілу Бозе-Ейнштейна або Фермі-Дірака. Разом з тим досвід показує, що в багатьох

випадках їх рух можна розглядати як рух класичних частинок. Встановимо фізичні умови, при яких від точних квантових розподілів Бозе-Ейнштейна або Фермі-Дірака можна перейти до класичної статистики. Ці умови, очевидно,

визначатимуться виразом:  $\lambda^3 n \ll 1$ , оскільки в цьому випадку в (4.130) в знаменнику можна знехтувати одиницею і одержати розподіл Максвелла-Больцмана (4.127). Припустимо, що зазначена умова виконана і газ є класичним.

Тоді, використовуючи умову нормування  $\int_0^\infty n(\epsilon) \Omega(\epsilon) d\epsilon = N$ , запишемо:

Звідси

Як відомо, перехід частинок із одного рівня енергії на інший відбувається за рахунок теплових збуджень ( ), тому умову застосування класичної

статистики можна записати у вигляді:

Таким чином, розрахована умова можливості застосування класичної статистики запишеться у вигляді:

$$(4.131)$$

Газ, для якого умова (4.131) не виконується, є квантовим або виродженим.

Відповідно умову, обернену до (6.6): називають умовою виродження, тобто умовою при виконанні якої потрібно використовувати квантові статистики. Аналіз виразу (4.131) показує, що виродження газу може відбуватися, якщо має місце хоча б одна із наступних причин:

- 1) велика концентрація частинок;
- 2) мала маса частинок;
- 3) низька температура.

У якості ілюстрації наведених міркувань, оцінимо критерій виродження для гелію при  $T = 10 \text{ К}$  і  $p = 1 \text{ атм}$  та для електронного газу в алюмінії при  $T = 10^4 \text{ К}$ ,

густина алюмінію . Підстановка чисельних значень в (4.131) для гелію дає , тобто гелій навіть при такій низькій температурі є невиродженим (класичним). Важчі ж гази будуть невиродженими до дуже низьких температур. Тому у випадку газових систем практично завжди можна використовувати квазікласичну статистику Максвелла-Больцмана, яка даватиме результати, які принаймні якісно узгоджуються з досвідом.

У випадку електронів в алюмінії (та в усіх інших металах), як показують розрахунки,  $c \ll 1$ , тобто електронний газ в металах навіть при високих температурах є виродженим і до нього не можна застосовувати квазікласичну статистику Максвелла-Больцмана.

Не дивлячись на те, що у ряді випадків результати класичних статистик співпадають із експериментальними даними, лише створення квантових статистик дозволяє пояснити відмічені в попередньому параграфі протиріччя.

#### 4.9.3. Методичні підходи до викладення термодинамічної та статистичної теорій бозе-газів.

Бозонним газом називається газ, частинки якого не підкоряються принципу Паулі. До бозонів відносяться всі частинки, у тому числі й фотони електромагнітного випромінювання, які володіють цілим спіном. Такий газ описується статистикою Бозе-Ейнштейна. Проте, оскільки фотони істотно відрізняються за своїми властивостями від бозонів – мікрочастинок речовини ( вони можуть рухатися лише зі швидкістю світла і мають нульову масу спокою), то розглянемо спочатку бозонний газ, частинки якого мають ненульову масу спокою (молекулярний бозе-газ), а потім – фотонний газ [19]; [ REF \_Ref357317498 \w \h 65], [ REF \_Ref357324504 \w \h 129], [366]; [408]; [122]; [296]; [255]; [263], [ REF \_Ref346824347 \w \h 366], [ REF \_Ref357324656 \w \h 383] .

#### 4.9.3.1. Молекулярний бозе-газ.

Нехай молекулярний бозонний газ знаходиться в умовах, при яких настає вирождення. У цьому випадку його потрібно описувати розподілом Бозе-Ейнштейна. Запишемо кількість молекулярних бозонів, які мають енергію від

до  $\epsilon$  : 
$$N(\epsilon, \epsilon + \Delta\epsilon) = \frac{\Omega(\epsilon, \epsilon + \Delta\epsilon)}{e^{\beta(\epsilon - \mu)}} - 1$$
. Тут  $\Omega(\epsilon, \epsilon + \Delta\epsilon)$  – кількість рівнів енергії в інтервалі від  $\epsilon$  до  $\epsilon + \Delta\epsilon$ . Фазовий об'єм, що відповідає цьому інтервалу енергії, дорівнює:

$$\Omega(\epsilon, \epsilon + \Delta\epsilon) = \frac{4\pi V}{h^3} \int_{\epsilon}^{\epsilon + \Delta\epsilon} p^2 dp$$

Оскільки  $\Delta\epsilon \ll \epsilon$  і  $\Delta p \ll p$ , то кількість молекулярних бозе-частинок

в об'ємі  $V$  у згаданому інтервалі енергії буде дорівнювати:

Загальна кількість частинок бозе-газу в об'ємі  $V$  визначиться інтегруванням попереднього виразу:

$$N = \int_0^\infty \frac{\Omega(\epsilon) d\epsilon}{e^{\beta(\epsilon - \mu)}} - 1 \quad (4.132)$$

Із виразу (4.132) видно, що для молекулярного бозе-газу  $\mu < \epsilon_0$ , інакше при  $\mu = \epsilon_0$ , інтеграл розходиться.

При зменшенні температури знаменник в показнику експоненти в (4.132) зменшиться. Для того щоб загальна кількість частинок залишилася незмінною, необхідно, щоб хімічний потенціал зростав при зниженні температури, тобто

похідна  $\left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_V < 0$ . Це можна довести й аналітично (див., наприклад, Терлецкий Я.П. Статистическая физика, М.: Высшая школа, 1973). Очевидно, що при деякій температурі  $T_0$  хімічний потенціал зростає до нуля і більше зростати не зможе,

тому що порушиться умова нормування (4.132). Тому графік залежності хімічного потенціалу молекулярного бозе-газу від температури схематично можна представити у вигляді, зображеному на рис. 4.14. Конкретний вид графіка

при  $T = T_0$  нам невідомий, але він повинен задовольняти умові:  $\mu(T_0) = 0$ .  
 При  $T < T_0$  формула визначає не загальну кількість частинок, а число всіх частинок з енергією  $\epsilon < \epsilon_0$ . У цьому випадку, очевидно, потрібно записати:

$$N = \int_0^{\epsilon_0} g(\epsilon) \frac{1}{e^{\beta(\epsilon - \mu)}} d\epsilon. \quad (4.132)$$

Причому  $\mu(T_0) = 0$ . Цей інтеграл, зробивши заміну  $\epsilon' = \epsilon - \mu$ , приведемо до вигляду:

$$N = \int_0^{\epsilon_0} g(\epsilon') \frac{1}{e^{\beta \epsilon'}} d\epsilon'. \quad (4.133)$$

Скористаємося тим, що  $\int_0^{\infty} g(\epsilon') e^{-\beta \epsilon'} d\epsilon' = 1$ . Тоді одержимо:

$$N = \int_0^{\epsilon_0} g(\epsilon') \frac{1}{e^{\beta \epsilon'}} d\epsilon' = \int_0^{\infty} g(\epsilon') \frac{1}{e^{\beta \epsilon'}} d\epsilon' - \int_{\epsilon_0}^{\infty} g(\epsilon') \frac{1}{e^{\beta \epsilon'}} d\epsilon'. \quad (4.134)$$

Отже, при зниженні температури бозе-газу кількість частинок із зменшується пропорційно  $e^{-\beta \epsilon_0}$ , а інші частинки в кількості  $N_0$  осідають на нульовому рівні енергії, і ці частинки не беруть участь у тепловому русі. При  $T < T_0$  всі бозе-частинки знаходяться на нульовому рівні. Процес переходу частинок на нульовий рівень одержав назву – конденсація бозе-газу. Тут під конденсацією розуміється не перехід речовини із газоподібного стану в рідкий, а перехід частинок на нульовий рівень енергії, тобто вибування їх із теплового руху. Температуру конденсації бозе-газу, тобто температуру  $T_0$  переходу його частинок на нульовий рівень знаходимо із (6.8), поклавши  $\mu = 0$ :

Інтеграл в цьому виразі – це безрозмірне

число, тому енергію бозе-газу, який знаходиться в одиниці об'єму, можна записати у вигляді<sup>26</sup>:

(4.135)

Звідси знаходимо теплоємність, ентропію, вільну енергію та тиск молекулярного бозе-газу:

(4.136)

У точці  $T = T_0$  всі розглянуті фізичні величини неперервні, але можна показати (див., наприклад, Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. [198]), що похідна теплоємності по  $T$  має в цій точці скачок. Тому точка бозе-конденсації фактично є точкою деякого фазового переходу [238; 263].

Протягом багатьох років явище бозе-конденсації в газах залишалось суто теоретичним результатом, хоча важливість цього явища фізиками чудово усвідомлювалась. У 1937 р. П. Капіца, як уже зазначалось, досліджуючи

властивості рідкого гелію при низьких температурах, зробив

фундаментальне відкриття – надтекучість гелію, яке є якісним підтвердженням можливості конденсації бозе-частинок. Відомо, що атоми гелію

володіють цілим спіном, тобто є бозонами. При температурі 4,2 К гелій перетворюється на рідину, а при 2,18 К рідкий гелій складається із двох компонент: нормальної та надтекучої. У нормальній компоненті частинки ще не знаходяться на нульовому рівні і беруть участь в тепловому русі. Внаслідок цього нормальна компонента володіє внутрішнім тертям і теплоємністю. У надтекучій компоненті частинки знаходяться на нульовому рівні, а енергія теплового руху недостатня для того, щоб їх перевести на інші рівні, на яких вони брали б участь у тепловому русі. Хоча теорія рідкого стану відрізняється від теорії газів, проте, причина двофазного стану рідкого гелію якісно пояснюється «газовою» моделлю рідкого гелію. Цей висновок підтверджується також тим, що атоми ізотопу гелію

, що мають напівцілий спін і не підкоряються статистиці Бозе-Ейнштейна, при температурі 2,18 К не переходять у надтекучий стан. Але експерименти з рідким гелієм при дуже низьких температурах показали, що в ньому теж з'являється надплинна компонента. Це можна пояснити тим, що при дуже низьких

температурах атоми гелію об'єднуються в пари, аналогічні куперівським парам електронів у надпровідниках, і утворені частинки стають бозонами.

Одержаний висновок про існування бозе-конденсації відіграє важливу роль в поясненні механізму надпровідності металів та надтекучості гелію. Зазначимо також, що в останні десятиліття проводились досліди з газами дуже малої густини, які внаслідок цього, навіть при температурах  $10^{-4}$ - $10^{-7}$  К не переходили в рідкий



стан і в них теж спостерігалась бозе-конденсація [276].

#### 4.9.3.2. Методичні підходи до викладення термодинамічної теорії теплового випромінювання.

Теплове випромінювання (фотонний бозе-газ), як уже зазначалось, було добре вивчене наприкінці XIX століття і представляє, по суті, цілий розділ фізики, розвиток якого призвів до створення сучасної квантової фізики. Тому, на нашу думку, теплове випромінювання в системі фахової підготовки вчителя фізики необхідно розглядати в усіх його аспектах і проявах.

В контексті запропонованої нами концепції навчання теоретичної фізики в

Рис. 4.15. Встановлення теплової рівноваги за допомогою теплового випромінювання



педагогічних університетах, згідно з якою термодинамічний і статистичний методи – це два взаємодоповнюючі методи статистичної термодинаміки, вважаємо необхідним вести розгляд того чи іншого явища із різних точок зору та різними методами. Тому при розгляді методики вивчення теплового випромінювання ми рекомендуємо розглядати як термодинамічну, так і статистичну теорію теплового випромінювання, як це зроблено нами в [263].

*Термодинамічна теорія теплового випромінювання.* Для з'ясування суті питання, розглянемо основні експериментальні й теоретичні результати, які відносяться до теплового випромінювання, потім застосуємо закони статистичної термодинаміки до цього явища і тим самим продемонструємо їх універсальність – вони можуть бути застосовані для описання не лише речовинних, але й польових систем.

Перш за все, переконаємося, що обмін енергією за допомогою випромінювання має місце. Нехай два тіла з температурою  $T_1$  і  $T_2$  (див. рис. 4.15) утворюють спільну порожнину, із якої відкачали повітря, і нехай ці тіла адіабатично ізольовані одне від одного та від навколишніх тіл. Якщо таку

систему надати саму собі, то, як показує дослід, з часом температура тіл вирівняється. Оскільки тіла теплоізольовані одне від одного і в порожнині немає ніякої речовини, то приходимо до висновку, що теплообмін у цьому випадку здійснюється не за рахунок теплопровідності або конвекції, а за рахунок випромінювання енергії, що одержало назву теплове випромінювання.

Згідно із сучасними уявленнями, теплове випромінювання є процесом розповсюдження внутрішньої енергії випромінюючого тіла за допомогою

електромагнітних хвиль. При поглинанні електромагнітних хвиль якими-небудь іншими тілами вони знову перетворюються на енергію теплового руху молекул. Збудниками електромагнітних хвиль є заряджені матеріальні частинки, тобто електрони та іони, що входять до складу речовини. При цьому коливанням іонів відповідає випромінювання низької частоти. Випромінювання, обумовлене рухом електронів має високу частоту, якщо вони входять до складу атомів речовини.

В металах багато електронів є вільними. Тому у цьому випадку не можна говорити про коливання біля центрів рівноваги. Електрони рухаються і при цьому зазнають нерегулярне гальмування. Внаслідок цього, випромінювання металів набуває характеру імпульсів і має хвилі різної частоти, зокрема хвилі низької частоти.

Крім хвильових властивостей випромінювання володіє також і корпускулярними властивостями. Корпускулярні властивості полягають у тому, що промениста енергія випускається і поглинається речовинами не безперервно, а окремими дискретними порціями – квантами світла, які одержали назву фотони. Фотон, що випускається, – це частинка матерії, яка володіє енергією, імпульсом та масою. Тому теплове випромінювання можна розглядати як фотонний газ. Таким чином, випромінювання має подвійний характер, оскільки володіє властивостями безперервності поля та властивостями дискретності, типовими для частинок. Синтезом обох властивостей є уявлення, згідно з яким енергія й імпульс зосереджуються у фотонах, а ймовірність знаходження їх в тому або іншому місці простору – у хвилях. Випромінювання характеризується довжиною хвилі  $\lambda$  або частотою коливань  $\nu = c/\lambda$ . Усі види електромагнітного випромінювання мають однакову природу і відрізняються лише довжиною хвилі (частотою). Кількісна відмінність у довжині електромагнітних хвиль призводить до того, що загальні сторони явищ для різних довжин хвиль виявляються із різною виразністю. Так, квантові (корпускулярні) властивості виявляються найвиразніше в короткохвильовому випромінюванні. Навпаки, характерні хвильові властивості чіткіше спостерігаються у радіохвиль.

При збільшенні температури суттєво підвищується інтенсивність короткохвильового випромінювання при відносно невеликому зростанні інтенсивності довгохвильового випромінювання. У процесах випромінювання залежність від температури значно більша, ніж в процесах теплопровідності та конвекції. Внаслідок цього при високих температурах основним видом перенесення енергії може бути теплове випромінювання.

Теплове випромінювання, що знаходиться у рівновазі з навколишніми тілами, називається рівноважним тепловим випромінюванням. Оскільки існує теплова рівновага тіл, які можуть обмінюватись енергією лише за рахунок випромінювання, то це означає, що тепловому випромінюванню можна приписати температуру тіл, з якими воно перебуває у рівновазі. При тепловій рівновазі ( $T_1 = T_2$ ) термометри у точках  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (рис. 4.15) покажуть однакову температуру.

Якщо на тіло потрапить теплове випромінювання, то у загальному випадку частина випромінювання може відбитись, що характеризується коефіцієнтом

відбивання (віддзеркалення)  $R$ , частина поглинеться (коефіцієнт поглинання  $A$ ) і частина може пройти крізь тіло (коефіцієнт проходження  $\varphi$ ), де  $E$ ,  $E_R$ ,  $E_A$ ,  $E_\varphi$  – відповідно падаюча, відбита, поглинена та пропущена енергії, які зазвичай відносяться до одиниці площі та одиниці часу. Зрозуміло, що  $R+A+\varphi=1$ .

При вивченні теплового випромінювання реальні тіла замінюють їх моделями. Тіло, яке відбиває всю падаючу на нього енергію, називається дзеркальним (білим), для нього  $R=1$ . Тіло, яке поглинає всю енергію, називається абсолютно чорним тілом ( $A = 1$ ). Якщо тіло пропускає всю енергію, яка у вигляді випромінювання падає на його поверхню, то його називають абсолютно прозорим. Коефіцієнт пропускання таких тіл дорівнює одиниці. Надалі ми будемо обговорювати випромінювання абсолютно чорного тіла. У природі абсолютно чорних тіл, звичайно, не існує, але багато тіл мають коефіцієнт поглинання близький до одиниці і їх з певною натяжкою можна розглядати, як абсолютно чорні тіла. Наприклад, сажа має коефіцієнт поглинання  $\sim 0,95$ . Найкращим наближенням до абсолютно чорного тіла є порожнина у твердому тілі, яка має малий отвір у стінці. Випромінювання, що потрапило в отвір, багато разів відіб'ється від стінок і практично повністю залишиться в порожнині. Зрозуміло, що випромінювання стінок через отвір може виходити із порожнини, тобто ця порожнина з отвором є джерелом абсолютно чорного випромінювання, і у стані теплової рівноваги кількість енергії, яка випромінюється, дорівнює кількості поглиненої енергії.

**Закон Кірхгофа.** Випромінювальною здатністю називається кількість енергії  $E$ , яка випромінюється в одиницю часу з одиниці площі в одиничному інтервалі довжин хвиль:  $E_{\lambda, \lambda+d\lambda}$ .

Поглиналиною здатністю тіл називають частину (долю) енергії, яка поглинається одиницею площі в одиницю часу в одиничному інтервалі довжин хвиль:  $A_{\lambda, \lambda+d\lambda}$ , де  $dE$  – енергія, яка потрапляє шляхом випромінювання зовнішніх тіл, на одиницю площі даного тіла в одиницю часу,  $dE_A$  – поглинена ним енергія. Зрозуміло, що енергія, яка поглинається в одиницю часу одиницею площі поверхні тіла в інтервалі довжин хвиль від  $\lambda$  до  $\lambda+d\lambda$  дорівнює:

$E_{\lambda, \lambda+d\lambda} A_{\lambda, \lambda+d\lambda}$ .

У 1859 р. німецький фізик Кірхгоф експериментально встановив закон, який одержав його ім'я. Згідно з цим законом відношення випромінювальної здатності тіл до їх поглинальної здатності не залежить від природи тіл і дорівнює випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла.

У 1859 р. німецький фізик Кірхгоф експериментально встановив закон, який одержав його ім'я. Згідно з цим законом відношення випромінювальної здатності тіл до їх поглинальної здатності не залежить від природи тіл і дорівнює випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла.

Покажемо, що закон Кірхгофа слідує із першого закону термодинаміки. Для цього розглянемо ще раз два тіла, які утворюють спільну порожнину (рис. 4.15). Між собою та від навколишнього середовища дані тіла відокремлені теплоізоляційною прокладкою. Як уже наголошувалося, незалежно від початкової температури тіл, вони з часом, завдяки тепловому випромінюванню, перейдуть у рівноважний стан, при якому температура їх буде однаковою. Оскільки маємо справу з тепловою рівновагою, то згідно з першим першим законом термодинаміки: по-перше, на одиницю площі кожного тіла в одиницю часу в одиничному інтервалі частот потрапляє однакова енергія  $E$ ; по-друге, скільки енергії випромінюється ( ) з одиниці площі в одиницю часу в одиничному інтервалі частот кожного тіла, стільки й поглинається ( ). Тому можемо записати:

- для першого тіла: ;

- для другого:

Якщо розділити першу з цих рівностей на другу й перегрупувати одержаний

вираз, то будемо мати:

Оскільки тіла вибрані довільно, то у

якості одного із них, наприклад другого, могло бути абсолютно чорне тіло, для

якого . Тому, опускаючи в останній рівності індекси, які відносяться до

першого тіла, останній вираз перепишемо у вигляді:

що й доводить

закон Кірхгофа.

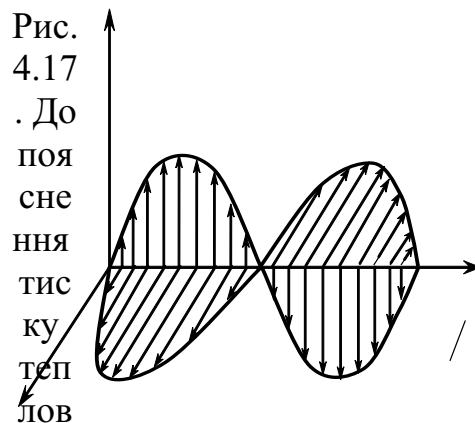
Тиск теплового випромінювання вперше було доведено італійським вченим Бартолі. Дослідне підтвердження тиску випромінювання було одержано в експериментах російського фізика Лебедева (1899-1909). Ці дослідження мали вирішальне значення як для остаточного експериментального обґрунтування електромагнітної теорії світла, так і для термодинамічної теорії теплового випромінювання.

Покажемо, що і з законів термодинаміки слідує, що теплове випромінювання повинно чинити тиск. Для цієї мети розглянемо наступний уявний експеримент. Нехай є циліндрична посудина (рис. 4.16), на торцях якої розташовані два тіла з різною температурою  $T_1 > T_2$ , звернені одне до одного плоскою поверхнею (скорочено тіла позначені  $T_1$  і  $T_2$ ). Стінки циліндра дзеркальні та нетеплопровідні. Впритул до вказаних плоских поверхонь тіл розташовані невагомні дзеркальні шторки (А) і (В), які можна без розгерметизації видаляти із циліндра і пересувати вздовж циліндра без тертя. Якщо прибрати шторку (В) то з часом порожнина заповниться випромінюванням від тіла  $T_2$  і його температура дещо знизиться. Потім шторка (В) ставиться на місце, а шторка (А) видаляється. Шторку (В) без тертя рухаємо впритул до тіла з температурою  $T_1$ .



При цьому тіло  $T_1$  поглине енергію випромінювання тіла  $T_2$  і його температура підвищиться. Через деякий час порожнина циліндра знову заповниться випромінюванням більш холодного тіла  $T_2$ , внаслідок чого воно ще більше охолоне. Потім шторка (А) ставиться на місце шторки (В) впритул до холоднішого тіла. Далі забирається шторка (В), а шторка (А) рухається без тертя від холоднішого тіла до більш гарячого, і при цьому гарячіше тіло поглинає енергію випромінювання, внаслідок чого ще більше нагрівається. Зрозуміло, що процес можна багато разів повторити і результатом буде передача тепла від холодного тіла  $T_2$  до гарячого  $T_1$ . Але за другим законом термодинаміки це можливо лише при наявності змін у навколишньому середовищі, тобто в результаті виконання роботи. Отже, при пересуванні шторок від тіла  $T_2$  до тіла  $T_1$  виконується робота по їх переміщенню, а це означає, що випромінювання повинно чинити тиск на шторку, яка рухається від тіла  $T_2$  до тіла  $T_1$ . Термодинаміка не оперує відомостями про внутрішню будову систем, тому, залишаючись у її рамках, розрахувати тиск випромінювання неможливо. У таких випадках термодинаміка запозичує результати інших розділів фізики.

Оскільки випромінювання є, по суті, набором електромагнітних хвиль, то цей тиск можна розрахувати на основі законів електродинаміки [267].



пояснити тиск електромагнітної хвилі можна навіть на базі шкільного курсу фізики. Дійсно, як відомо, електромагнітна хвиля є поперечною. Причому

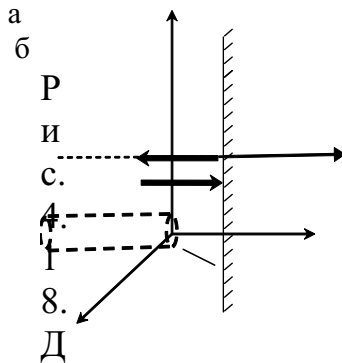
електричний і магнітний ( ) вектори відносно напрямку руху хвилі розташовані так, як показано на рис. 4.17. Під дією електричної складової електромагнітної хвилі заряджені частинки поверхні, на яку вона падає, починають рухатись уздовж поверхні тіла, тому на них діє магнітна складова електромагнітної хвилі (сила Лоренца  $F = qvB$ , де  $q$  і  $v$  – заряд і швидкість заряджених частинок) [228]. Напрямок цієї сили (при будь-якому знаку зарядів частинок) збігається з напрямком руху хвилі, тобто перпендикулярно поверхні.

Відношення сумарної сили Лоренца до площі її визначить тиск.

Із сучасної точки зору електромагнітну хвилю можна розглядати і як потік

особливих частинок – фотонів, що володіють імпульсом  $p = \frac{h\nu}{c}$ , де  $c$  – швидкість світла,  $h$  – постійна Планка,  $\nu$  – частота електромагнітної хвилі.

Тому величину тиску рівноважного випромінювання, як сукупності фотонів, що хаотично рухаються можна розрахувати статистичним методом, подібно тому,



як розраховується у молекулярній фізиці тиск ідеального газу (див. п. 2.1.2). Дійсно, на елемент площі  $dS$  (рис. 4.18, а) за час  $dt$  попаде  $1/6$  усіх фотонів, які знаходяться в циліндрі з основою  $dS$  і твірною  $cdt$ , тобто кількість таких фотонів буде дорівнювати  $n \cdot dS \cdot cdt \cdot 1/6$ , де  $n$  – концентрація фотонів. Коефіцієнт  $1/6$  враховує те, що рух фотонів у рівноважному тепловому випромінюванні хаотичний, тому на кожен із осей координат припадає  $1/3$  частина всіх фотонів і лише  $1/2$  із них летить у додатному напрямку кожної із осей координат.

При тепловій рівновазі кількість падаючих фотонів і фотонів, що випромінюється елементом  $dS$  стінки посудини, однакова. Тому процес поглинання фотона і випромінювання такого ж фотона можна розглядати як пружний удар, при

якому фотон передає стінці імпульс  $2p$  (див. рис. 4.18, б). Отже, елемент площі  $dS$

за час  $dt$  від теплового випромінювання одержить імпульс  $dF \cdot dt$ . Тому

$$dF = \frac{1}{6} \cdot n \cdot dS \cdot c \cdot dt \cdot 2p \cdot 3 = n \cdot dS \cdot c \cdot dt \cdot p \quad (4.137)$$

де  $u$  – об'ємна густина енергії теплового випромінювання.

Використаємо цей результат для доведення закону Стефана-Больцмана, який визначає залежність сумарної енергії рівноважного випромінювання від температури.

**Закон Стефана-Больцмана.** На підставі даних, одержаних дослідним шляхом, австрійський фізик Стефан встановив (1879 р.), що об'ємна густина

енергії випромінювання абсолютно чорного тіла пропорційна температурі в четвертому степені. У 1884р. цей закон був теоретично одержаний Больцманом і тому він у фізиці затвердився під назвою – закон Стефана-

Больцмана:  $u = \sigma \cdot T^4$ , де  $\sigma$  – стала Стефана-Больцмана.

закону

Розглянемо термодинамічне доведення цього закону [25; 255]. Нехай є циліндр (рис. 4.19) із дзеркальними стінками і поршнем, який може без тертя рухатись уздовж циліндра. У торці циліндра розташовано абсолютно чорне тіло ( $A$ ), що має деяку температуру  $T$ . У порожнину, що знаходиться між нерухомим поршнем і абсолютно чорним тілом, надходить випромінювання від абсолютно чорного тіла. З часом кількість променистої енергії, що випромінюється й поглинається чорним тілом, вирівнюється і наступить стан динамічної (теплової) рівноваги.

Припустимо, що при деякій температурі  $T$  енергія випромінювання у порожнині об'ємом  $V$  буде дорівнювати  $E$ . Якщо температура не змінюється, то в

стані рівноваги об'ємна густина енергії буде сталою:  $u = E/V$ . Дамо можливість поршню дуже повільно (для того, щоб процес був квазістатичним) рухатись під дією сили тиску випромінювання. Об'єм порожнини при цьому збільшується і, оскільки при заданій температурі густина енергії випромінювання повинна залишатись незмінною, то абсолютно чорне тіло при збільшенні об'єму буде передавати випромінюванню додаткову енергію у вигляді теплоти. Тому, на підставі першого закону термодинаміки, можна записати:  $dE = d(uV) + pdV$  – зміна енергії теплового випромінювання в об'ємі  $V$ ,  $pdV$  – робота, виконана силою тиску випромінювання, по переміщенню поршня.

Використовуючи другий закон термодинаміки  $dE = TdS$ , останній вираз перепишемо у вигляді:  $TdS = d(uV) + pdV$ . У правій частині виконаємо диференціювання і потім, враховуючи (4.137), знайдемо диференціал ентропії:

Ентропія є функцією стану, тому цей вираз є повним диференціалом ентропії випромінювання, вираженим через об'єм і густину енергії. Диференціал ентропії при таких змінних параметрах можна записати і в

наступному вигляді:

Прирівнюємо коефіцієнти при  $dV$

та  $du$  в останніх виразах:  $T = \frac{E}{S}$ . Виконаємо змішане диференціювання цих виразів і скористаємося тим, що порядок диференціювання не змінює результат. Одержимо:

Енергія теплового випромінювання залежить від температури (цю залежність ми й шукаємо) і лінійно залежить від об'єму, тому густина енергії

залежить лише від температури. Отже, при диференціюванні за об'ємом ( $dV$ )

при постійній густині енергії випромінювання) температуру в правій частині останнього рівняння необхідно розглядати як константу. З урахуванням цього зауваження, виконуємо диференціювання цього виразу:

Оскільки у цьому виразі фіксується лише один параметр ( $V$ ), то можна від частинних похідних перейти до повних похідних і розділити змінні:

Після інтегрування цього виразу одержуємо закон Стефана-Больцмана, який визначає залежність густини енергії випромінювання від температури:

$$\sigma = \frac{1}{4} \frac{15}{\pi^2} \frac{k^4}{15} \frac{1}{15} T^3 \quad (4.138)$$

де  $\sigma$  – постійна Стефана-Больцмана. Цю постійну в рамках термодинаміки можна визначити лише експериментально.

Якщо помножити ліву й праву частини виразу (4.138) на об'єм  $V$ , який займає теплове випромінювання, то одержимо закон Стефана-Больцмана для сумарної енергії випромінювання в заданому об'ємі:

$$U = \sigma V T^4 \quad (4.139)$$

Відмітимо, що закон Стефана-Больцмана можна одержати й більш простим, але формальнішим шляхом. Дійсно, якщо в одержаний раніше вираз (3.35)

підставити об'ємну густину енергії  $u = U/V$  та величину тиску теплового випромінювання (4.137), то відразу ж одержимо рівняння з розділеними змінними, інтегрування якого й дає закон Стефана-Больцмана.

Розрахуємо термодинамічні потенціали теплового випромінювання. Для цього скористаємось:

- законом Стефана-Больцмана (4.138), із якого маємо:  $u = \sigma T^4$  ;

- означенням об'ємної густини енергії  $u = U/V$ , звідки одержуємо:  $U = uV$  ;

- основним рівнянням термодинаміки:  $dU = TdS - PdV$  .

Підставляючи в останнє рівняння вказані вирази й проводячи елементарні

перетворення, одержимо:  $dU = TdS - PdV$  або:  $d(uV) = TdS - PdV$

Звідси знаходимо вираз для ентропії випромінювання:

$$S = \frac{4}{3} \frac{uV}{T} \quad (4.140)$$

Використовуючи означення  $u = U/V$  та (4.140), одержуємо вираз для вільної енергії випромінювання:

$$F = -\frac{1}{3} uV \quad (4.141)$$



Із рівнянь (3.13) та (4.141) витікає уже відомий вираз для тиску випромінювання:

Використовуючи одержані результати, визначимо ентальпію та термодинамічний потенціал Гіббса теплового випромінювання:

(4.142)

(4.143)

Термодинамічний потенціал, отже, й хімічний потенціал рівноважного випромінювання дорівнюють нулю.

Якщо теплове випромінювання в порожнині циліндра (рис. 4.19) відокремити від абсолютно чорного тіла дзеркальною перегородкою, то при русі поршня здійснюватиметься адіабатичний процес. При достатньо повільному русі поршня цей процес буде оборотним, при якому . Отже

Відокремлюючи змінні та інтегруючи, одержимо рівняння адіабати для випромінювання:

(4.144)

Якщо із закону Стефана-Больцмана (4.139) виразити температуру і підставити в (4.144), то рівняння адіабати набуде вигляду:

(4.145)

Для того щоб одержати рівняння адіабати теплового випромінювання в змінних  $(p, V)$  в останньому рівнянні густину енергії  $(u)$  потрібно замінити на тиск випромінювання (4.137):

(4.146)

При експериментальному вивченні теплового випромінювання абсолютно чорного тіла було встановлено, що його випромінювальна здатність є функцією довжини хвилі  $\lambda$  (або що те ж саме – частоти , оскільки частота й

довжина хвилі  $\lambda$  пов'язані співвідношенням ,  $c$  – швидкість хвилі) та температури. Ця залежність для деяких температур схематично зображена на рис. 4.20 і носить назву кривої розподілу випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла за довжиною хвилі. У рамках термодинаміки цю залежність від двох змінних можна звести до функції однієї змінної і показати, що із збільшенням температури максимум випромінювальної здатності зміщується у бік високих частот (малих довжин хвиль). Відповідний закон був експериментально

встановлений Віном і називається законом зсуву Віна. Проте явний вид кривої розподілу можна розкрити лише використовуючи мікроскопічні уявлення про структуру випромінювання, тому кількісно закон зсуву Віна достатньо легко може бути одержаний лише у рамках статистичної фізики.

Спроби теоретично одержати криву розподілу випромінювання абсолютно чорного тіла (рис. 4.20) у рамках класичної фізики робилися багатьма ученими. Найбільш послідовний з позицій класичної фізики підхід 1 використовували Реллей і Джінс. Проте одержана ними формула лише в області малих частот узгоджується з експериментом. В області високих частот спостерігалася повна розбіжність експериментальних результатів і теоретичних розрахунків за

формулою Реллея і Джінса. Крім цього, інтеграл за своїм фізичним змістом визначає сумарну енергію випромінювання абсолютно чорного тіла при заданій температурі. Якщо в цьому інтегралі використовувати формулу Реллея-Джінса, то виходить абсурдний результат – енергія випромінювання стає нескінченно великою. Ця суперечність не могла бути пояснена класичною фізикою, що призвело до кризи, відомої під назвою «ультрафіолетова катастрофа».

#### 4.9.3.3. Методичні підходи до викладення статистичної теорії теплового випромінювання.

Вперше питання про розподіл енергії в спектрі абсолютно чорного тіла правильно вирішив Макс Планк [13], [294], [296]. Проте, при одержанні відповідної формули йому довелося висунути не властиву класичній фізиці гіпотезу про те, що енергія випромінюється у вигляді окремих порцій величиною  $(\quad)$ . Пізніше гіпотеза про квантування енергії одержала повне підтвердження в численних експериментах і в результаті виникла нова фізика – «квантова фізика». Таким чином, вивчення теплового випромінювання послужило поштовхом розвитку сучасної – некласичної (квантової) фізики<sup>27</sup>. Тому висвітлення питання про теплове випромінювання є одним із наріжних каменів у формуванні фізичного світогляду вчителя фізики. Ми пропонуємо розглядати ці питання у наступному вигляді [255].

З погляду сучасної фізики випромінювання абсолютно чорного тіла є сукупність великого числа особливих частинок – фотонів, які випромінюються і поглинаються поверхнею чорного тіла і між цими подіями рухаються хаотично. Фотони, як відомо, володіють цілим спіном і практично між собою не взаємодіють, тому фотонний газ є ідеальним квантовим газом, структурними частинками якого є фотони, і описувати його потрібно розподілом Бозе-Ейнштейна.

Раньше було доведено, що хімічний потенціал фотонного газу дорівнює нулю. Тому, згідно з розподілом Бозе-Ейнштейна (4.128), кількість фотонів, енергія яких лежить в межах від  $\varepsilon$  до  $\varepsilon+d\varepsilon$  запишеться у вигляді:

Уявлення про фонони виявляється досить загальним і застосовується не лише у зв'язку з теплоемкостями, але й в інших випадках.

(4.147)

Застосуємо цей вираз для отримання емпіричних законів випромінювання абсолютно чорного тіла (розподіл енергії в спектрі абсолютно чорного тіла, закон Стефана-Больцмана та закон зсуву Віна). Скористаємося також тим, що фазовий об'єм частинок може бути записаний у вигляді  $\frac{4\pi V \nu^2}{c^3}$ , а імпульс фотона

пов'язаний з його енергією  $h\nu$ , тоді  $\frac{dN}{d\nu} = \frac{dN}{d\nu} \frac{d\nu}{d\nu}$ . Підставивши даний вираз в (4.147), перейдемо від розподілу за енергією до розподілу за частотою, тобто одержимо кількість фотонів з частотою від  $\nu$  до  $\nu+dv$ . Врахуємо при цьому, що фотони, як електромагнітні хвилі, можуть мати дві взаємно перпендикулярні поляризації або, що те ж саме, що спін фотонів може мати дві орієнтації: по

напрямку розповсюдження і навпаки. Тоді маємо: 
$$dN = \frac{4\pi V \nu^2}{c^3} \frac{d\nu}{2\pi^2} \frac{h\nu}{e^{-h\nu/kT} - 1} \cdot 2$$
 Енергія електромагнітного випромінювання в згаданому інтервалі частот при заданій температурі в об'ємі  $V$  буде дорівнювати:

(4.148)

а спектральна густина енергії  $u_\nu$  що характеризує розподіл енергії в спектрі абсолютно чорного тіла визначиться виразом:

(4.149)

Це і є відома формула Планка, яку він одержав, припустивши, що електромагнітна енергія випромінюється окремими порціями – квантами. Формула Планка, на відміну від одержаних в рамках класичної фізики формул Реллея-Джінса та Віна, правильно описує експериментальні дані у всьому інтервалі частот. Неважко побачити, що з формули Планка при одержуємо формулу Віна, а при  $h\nu \ll kT$  – формулу Реллея-Джінса. Дійсно, у випадку  $h\nu \ll kT$  одиницею в знаменнику можна знехтувати. Тоді одержимо формулу, яку для пояснення розподілу енергії в спектрі абсолютно чорного тіла (в рамках класичної фізики) вивів Він.

У випадку довгих хвиль  $h\nu \ll kT$

Тоді:

Одержали формулу Реллея-Джінса, яка, як наголошувалось, задовільно узгоджується з експериментальною кривою розподілу енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла лише у області довгих хвиль.

Знайдемо сумарну енергію випромінювання в даному об'ємі. Для цього необхідно вираз (4.148) проінтегрувати за всіма частотами:

Вводячи нову змінну  $\nu$ , і враховуючи, що  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  одержимо:

або:  $\rho(\nu, T) = \frac{8\pi h^{-3} \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$ , де  $k$  - стала Стефана-Больцмана, яку, на відміну від термодинамічного описання теплового випромінювання, легко розрахувати.

Зазначимо, що вираз (4.147) дозволяє визначити кількість фотонів, які у стані рівноваги можуть в середньому знаходитись при заданій температурі  $T$  в об'ємі  $V$ :

$$N = \frac{8\pi V}{c^3} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu \quad (4.150)$$

Із одержаного виразу видно, що в даному об'ємі при заданій температурі може бути лише однозначно певна кількість фотонів і концентрація фотонів (а значить і густина енергії рівноважного випромінювання) однозначно пов'язана з температурою, що ми уже використовували у п. 4.11.3.2.1.

Одержимо тепер закон зсуву Віна. Для цього необхідно проаналізувати на екстремум вираз (6.24), тобто потрібно знайти похідну  $\frac{dN}{d\nu}$  і прирівняти її до нуля. Виконавши ці дії, одержимо трансцендентне рівняння:

Це рівняння має розв'язки:  $\nu_1=0$ ,  $\nu_2=\infty$  і  $\nu_3$ . Перші два розв'язки визначають мінімум кривої розподілу (див. рис. 4.20), а третій – максимум. Тому

маємо:  $\nu_3 = \frac{hc}{2.82kT}$  Звідси одержуємо закон зсуву Віна:

На закінчення вкажемо, як розраховуються термодинамічні потенціали фотонного газу статистичним методом. Залежність внутрішньої енергії від температури статистичним методом ми вже одержали:  $U = \frac{8\pi^5 V k^4 T^4}{15 c^3 h^3}$ , тому можна скористатись рівнянням Гіббса-Гельмгольца (3.15), яке (при сталому об'ємі порожнини, в якій існує теплове випромінювання) перетворимо до наступного

вигляду:  $\ln Z = -\frac{U}{kT} + \frac{pV}{kT}$ . Підставляючи в останній вираз внутрішню енергію теплового випромінювання, одержимо уже відомий із термодинамічного розгляду теплового випромінювання вираз для вільної енергії (4.141), диференціюючи який одержимо ентропію фотонного газу (4.140) та тиск (4.137), а також рівняння

стану: . Термодинамічний потенціал Гіббса, ентальпію та тиск фотонного газу можна знайти аналогічно тому, як це було зроблено у п. 4.11.3.2.1. Одержані закони випромінювання абсолютно чорного тіла та вирази для термодинамічних потенціалів співпадають з висновками термодинамічного методу. Але, на відміну від термодинамічного методу, при статистичному описанні фотонного газу не виникає необхідності в запозиченні рівнянь стану з інших розділів фізики.

Отже, статистичний підхід з послідовним врахуванням властивостей бозонного газу (дискретність енергії, тотожність, спин та відсутність маси спокою) дозволив не лише пояснити закономірності випромінювання абсолютно чорного тіла і тим самим усунути причини, які породили у фізиці стан, відомий під назвою «ультрафіолетова катастрофа», але й одержати, як наслідок, формули Віна та Реллея-Джінса. Це є проявом принципу відповідності, згідно з яким будь-яка загальна теорія повинна містити в собі, як наслідок або окремий випадок, менш загальну теорію.

#### 4.9.4. Методика розгляду теми «Фермі-гази».

Вивчення фермі-газів, як і теплового випромінювання, є етапним моментом у формуванні теоретичної підготовки вчителя сучасної фізики [2], [197], [198], [200], [367]. Тому й методика викладення відповідних питань (враховуючи обмаль аудиторних годин у навчальному процесі, які можна виділити для розгляду цих питань) потребує особливої уваги. Ми пропонуємо розглядати фермі-гази у наступному вигляді [242].

Розподіл Фермі-Дірака, як і Бозе-Ейнштейна доведений у припущенні про абсолютну тотожність частинок. Отже, вирази (4.130) повинні застосовуватись для опису частинок лише одного сорту. Тому, розглядаючи бозе або фермі-газ, ми завжди маємо на увазі ідеальний газ із одного сорту частинок. Атомарні і тим більше молекулярні бозе та фермі гази при звичайних умовах практично завжди є невідродженими і тому вони з достатньою точністю описуються розподілом Маквелла-Больцмана.

Єдиний фермі-газ, який є виродженим при звичайних температурах ( $<10000$ ) це електронний газ в металах. Тому описання вільних електронів в металах за допомогою розподілу (4.130) і порівняння результатів з експериментальними даними, з одного боку, служить критерієм, правильності теорії, а з іншого – повинно вивести із тупикової ситуації, яка склалася в електронній теорії металів при поясненні температурної залежності парамагнетизму вільних електронів, електропровідності металів та внеску електронного газу в теплоємність металів.

Згідно із сучасними уявленнями, як уже зазначалося в п. 4.6, найбільш віддалені від ядра зовнішні електрони електронних оболонок атомів металів настільки слабо зв'язані зі своїми атомами, що при створенні кристалу, коли між атомами виникає сильна взаємодія, вони відриваються від своїх атомів. Атоми при цьому перетворюються в іони, зовнішні електрони, які загубили зв'язок зі своїми атомами, рухаються по всьому кристалу і стають колективізованими. Таким чином, металічні кристали можна розглядати як систему, що складається із

кристалічної решітки, у вузлах якої знаходяться (точніше – коливаються) позитивні іони, і вільних електронів, які рухаються у міжвузільному просторі. Зрозуміло, що насправді електрони не зовсім вільні, навпаки, вони взаємодіють з кристалічною решіткою. Енергія цієї кулонівської взаємодії (від'ємна за знаком, так як діють сили притягання) має мінімальне (за абсолютною величиною) значення між вузлами й максимальне – у точках, які відповідають вузлам решітки. Тобто, силове поле, в якому рухаються колективізовані електрони, є періодичним. Причому максимуми та мінімуми потенціальної енергії знаходяться на дуже малих відстанях (порядку  $10^{-8}$  см) один від одного, і електрон, який пройшов відносно малий шлях у кристалі (наприклад, 1 см), пересікає область максимумів і мінімумів потенціальної енергії величезну кількість раз. Тому таке силове поле в першому наближенні можна замінити полем із деякою середньою потенціальною енергією в середині кристалу, значення якої не дозволяє електронам вилітати із поверхні кристалу назовні, поки їх кінетична енергія не буде більшою абсолютної величини цієї усередненої потенціальної енергії, постійної по всьому кристалу. Таким чином, у такому наближенні дискретне розташування іонів, замінюється суцільним позитивним зарядом, рівномірно розташованим по всьому кристалу і при русі електрон не виконує роботи, тобто вільно рухається в середині кристалу. Така модель металічного кристалу дозволяє окремо розглядати рух іонів і рух вільних електронів. Тепловий рух іонів нічим не відрізняється від руху атомів в неметалічних кристалах – див. п. 4.6 і всі висновки цього параграфу справедливі для кристалічної решітки металічних кристалів, тому при розгляді металічних кристалів достатньо розглянути лише властивості та рух вільних електронів. Така спрощена модель металічних кристалів, як буде видно із подальшого розгляду, дозволяє одержати теоретичні результати, які знаходяться в хорошій згоді з експериментом.

Як наголошувалося раніше, електронний газ, що утворився в результаті колективізації валентних електронів, можна розглядати як ідеальний. Тому енергія вільних електронів залежить лише від інтенсивності руху і пов'язана з

імпульсом співвідношенням  $\epsilon = \frac{1}{2} m v^2$ . Тут під  $m$  потрібно, строго кажучи, розуміти ефективну масу електрона, яка може бути як більшою, так і меншою маси спокою електрона.

Далі при викладення цього питання викладач повинен впевнити студентів, що електронний газ в металах завжди є виродженою системою і його необхідно розглядати виключно на основі статистики Фермі-Дірака. Для цього необхідно ще раз проаналізувати критерій виродження (6.6) для електронного газу в металах і зіставити їх концентрацію з концентрацією звичайних газів і впевнити їх, що вона

відрізняється на три порядки:  $n \approx 10^{23} \text{ см}^{-3}$ . Якщо врахувати також малу масу електронів, то стає очевидним, що критерій виродження (6.6) виконується для електронного газу до надзвичайно високих температур  $\sim 60000 \text{ K}$ . Аналогічні результати можна одержати й для інших металів і, отже, електронний газ в

Рис. 4.21. Графік розподілу Фермі при  $T=0$  – суцільна крива й при температурах  $T_1$  і  $T_2 > T_1$

– штрихові криві (а) та заповнення

металах завжди є **виродженими** рівнів вільними електронами (б)

Розглянемо спочатку властивості електронного газу в граничному випадку

. Із виразу (6.4) слідує, що при такій температурі  $n=1$  для всіх рівнів енергії  $\varepsilon_i < \mu$  і  $n=0$ , якщо  $\varepsilon_i > \mu$ . Це значить, що хімічний потенціал  $\mu$  має зміст максимальної енергії, яку можуть мати електрони при 0 К. Цю енергію називають енергією Фермі ( $E_F$ ).

Графік розподілу Фермі при \_\_\_\_\_ матиме вигляд, зображений на рис. 4.21, а (суцільна лінія).

Бозонний газ при абсолютному нулі температури, як ми раніше встановили, є повністю «конденсованим», тобто всі бозе-частинки знаходяться на нульовому рівні. Якщо температура  $T > 0$ , то частина бозонів за умови переходитиме з нульового рівня на збуджені рівні  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_i$ .

Ферміони підкоряються принципу Паулі. Тому заповнення енергетичних рівнів Фермі-газу при абсолютному нулі принципово відрізняється від бозе-газу. На кожному рівні можуть знаходитися лише 2 електрони, що відрізняються орієнтацією спіну. Тому лише 2 електрони можуть знаходитись на нульовому рівні, вся решта електронів попарно заповнює збуджені рівні (рис. 4.21, б).

Максимальна енергія, яку можуть мати електрони при абсолютному нулі температури, як зазначалось, називається енергією Фермі  $E_F$  (цій енергії

відповідає максимальний імпульс: \_\_\_\_\_). Енергію Фермі та пов'язаний із нею максимальний імпульс можна розрахувати, використовуючи умову нормування для кількості частинок. Дійсно, оскільки при абсолютному нулю температури всі електрони попарно займають усі рівні енергії (квантові стани) від нульового до рівня  $\varepsilon_F = \mu$ , то загальна кількість вільних електронів просто дорівнює подвоєній кількості квантових станів. Для підрахунку останніх врахуємо те, що рівні енергії макроскопічних систем розташовані квазінеперервно. Тому кількість електронів в об'ємі  $dV$ , які мають імпульс в інтервалі від  $p$  до  $p + dp$  дорівнює:

Тут враховано, що в кожному квантовому стані можуть бути 2 електрони, що відрізняються напрямом спіну. Тому загальна кількість електронів в об'ємі  $V$  визначиться наступним чином:

$$(4.151)$$

Із цього виразу видно, що енергія Фермі та максимальний імпульс

(4.152)

(4.153)

залежать лише від концентрації електронів, яку можна легко розрахувати в кожному металі й оцінити енергію Фермі (та максимальний імпульс).

Енергію всього електронного газу в об'ємі  $V$  при абсолютному нулю

температури знайдемо, якщо вираз для  $\epsilon$  помножено на  $V$  і виконаємо інтегрування за всіма імпульсами від 0 до  $p_{\max}$ :

(4.154)

Вільні електрони, рухаючись хаотично всередині металу, здійснюють тиск на поверхню кристалу. Оскільки при абсолютному нулю ентропія має постійне (нульове) значення, то тиск можна визначити як похідну від повної енергії (4.154) за об'ємом (3.5). Виконавши це диференціювання, одержимо:

(4.155)

При підвищенні температури вище  $T=0$  електрони, що знаходяться на рівнях далеких від рівня Фермі (див. рис. 4.21, б) не можуть переходити на рівень вищий

, оскільки для цього потрібна велика енергія. Тому на вищі рівні будуть переходити лише електрони з рівня Фермі та рівнів, що знаходяться поблизу рівня Фермі, для яких теплова енергія  $kT$  більша різниці енергії відповідних рівнів. Таким чином, розподіл Фермі зазнаватиме розмиття поблизу рівня Фермі. На рис. 4.21, а це зображено штриховими лініями. Отже, робимо висновок, що в тепловому русі беруть участь лише електрони, які знаходяться на енергетичних рівнях в інтервалі  $\epsilon - kT$  до  $\epsilon + kT$  і лише ці електрони впливають на властивості металів. Тому тільки вони будуть давати внесок в теплоємність металів.

Використовуючи розподіл Фермі (4.129) оцінимо електронну теплоємність металів. Для цього визначимо кількість електронів, які беруть участь у тепловому русі при температурі  $T$ , тобто знаходяться в енергетичній зоні:



Кількість таких електронів дорівнює:

Врахуємо, що в моделі вільних електронів, яку ми використовуємо,

тому маємо:

Оскільки, інтервал розмиття функції розподілу малий (рис. 4.21, *a*), то значення інтегралу в правій частині останнього виразу можна визначити приблизно, використовуючи відому з математики теорему про середнє:

. Тому (в такому наближенні) можна вважати, що:

(4.156)

Порівнюючи з одержаним раніше виразом (4.151) для нормування кількості електронів, знаходимо відносне число електронів, що беруть участь у тепловому русі:

$C$

(4.157)

Оцінимо відносну кількість вільних електронів у одному молі, що беруть участь в тепловому русі при температурі  $T=300\text{K}$  для срібла

Рис. 4.22. Схематична залежність теплоємності решітки та вільних електронів від температури в металах

Тому зрозуміло, що електронна теплоємність металів буде не , а порядку  $10^{-3}R$ , тобто її внесок, у порівнянні з внеском кристалічної решітки, є дуже малим, і те, що його не враховувала ні теорія Ейнштейна, ні теорія Дебая (див. п. 4.10), стає цілком обґрунтованим.

Знайдемо тепер приріст енергії всіх електронів при нагріванні металу від  $0\text{ K}$  до температури  $T$ . Будемо вважати, що приріст теплової енергії кожного електрона відбувається при нагріванні від  $0$  до  $T$ , тобто енергія електронів, пов'язана з тепловим рухом при температурі  $T$ , буде дорівнювати:  $\varepsilon = kT$ . Тому внутрішня енергія всього електронного газу в одному молі одновалентного

металу, який бере участь у тепловому русі й дає вклад у теплоємність,

визначиться наступним чином: . Можемо тепер оцінити теплоємність електронного газу, наприклад, в сріблі:

Отже, в сріблі теплоємність електронного газу

складає менше 1% від величини , яку визначає класична теорія теплоємності для одновалентного металу. Крім того, навіть такий нестрогий підрахунок дає лінійну залежність  $cV$  від , що співпадає з експериментом при дуже низьких температурах для сумарної теплоємності ґратки та електронного газу. Дійсно, як наголошувалося раніше, теплоємність решітки змінюється згідно із законом. При низьких температурах хід решіткової ( $c \sim T^3$ ) та електронної теплоємності ( $c \sim T$ ) схематично показано на рис. 4.22 (даний рисунок – це рис. 1. 20 у збільшеному масштабі в області температури  $\sim 3$  K).

При внесок електронів перевищує вклад решітки, тому в експериментах і спостерігається лінійна залежність, і, як того вимагає третій закон термодинаміки, при , . Можна прирівняти теплоємність решітки (п. 4.10) й теплоємність електронного газу і визначити таким чином температуру  $T_1$ , нижче якої електронна теплоємність стає більшою решіткової та порівняти її з експериментом. Відповідні розрахунки показують, що ці температури для різних металів близькі до 3 K і нижчі, що добре узгоджується з експериментом.

Таким чином, урахування всіх квантових властивостей електронів дозволило розв'язати одну із серйозних суперечностей класичної теорії й експерименту. Можна також показати, що використання статистики Фермі-Дірака для вільних електронів в провідниках дає правильну ( $\sim T$ ) залежність електроопору металів та парамагнетизму вільних електронів від температури.

#### Висновки до розділу 4

1. Запропоновано методику подання на засадах статистичної теорії змісту навчального матеріалу модулів, які утворюють структуру курсу «Статистична термодинаміка», упровадженого до системи фахової підготовки вчителя фізики. Запропонована методика дозволяє розглядати як протиріччя класичної статистики , так і методичні підходи до їх розв'язання у навчальному процесі.

2. Показано, що статистичний метод дозволяє на основі розрахунків одержати термічне та калоричне рівняння стану ідеального та реального газів, виявити властивості цих газів, описати термодинамічні процеси, які в них можуть відбуватися.

3. Запропоновано методику доведення теореми про рівномірний розподіл кінетичної енергії в класичній макроскопічній системі за ступенями свободи, яка використана для побудови методики викладання класичної теорії теплоємності

газів і твердих тіл.

4. Виконано методичний аналіз суперечностей класичної теорії теплоємностей і запропонована методика вивчення квазіквантової теорії теплоємності газів, яка, не дивлячись на деяку схематичність і спрощення, на достатньо високому науковому рівні розкриває важливі питання, що мають не лише велике пізнавальне значення, але й використовуються у поясненні результатів сучасних експериментальних досліджень.

5. Доведено, що при вивченні теплового випромінювання доцільно застосовувати як статистичний, так і термодинамічний методи дослідження. Запропоновано методику інтегрованого вивчення теми «Квантові гази» на засадах статистичної теорії, використання якої забезпечує розширення наукового кругозору студентів і забезпечує активізацію мотиваційних процесів у студентів до вивчення фізики та до ознайомлення із історією її розвитку.

## РОЗДІЛ 5

### МЕТОДИКА НАВЧАННЯ ТЕМИ «РІВНОВАГА ФАЗ ТА ФАЗОВІ ПЕРЕТВОРЕННЯ» НА ЗАСАДАХ СТАТИСТИЧНОЇ ТЕОРІЇ

Застосування статистичного аналізу при вивченні теми «Рівновага фаз та фазові перетворення» має надзвичайно велике значення у формуванні фізичного світогляду майбутнього вчителя фізики. Це пояснюється, по-перше, тим, що на відміну, наприклад від вивчення газів та кристалів (див. Розділ 4), з якими мають справу в основному лише дослідники, явища, які вивчаються у зазначеній темі, спостерігають у своєму повсякденному житті учні, їх батьки, всі пересічні люди.

Отже, майбутній вчитель фізики повинен мати достатньо великий багаж знань, щоб уміти пояснити усі можливі повсякденні спостереження, які, зокрема, показують, що в системі, яка містить навіть лише одну компоненту, наприклад відомі молекули води -  $H_2O$ , можуть відбуватися різні фазові перетворення. Тому, крім пояснення побутових спостережень, виникає дуже важливе (як в теоретичному, так і в практичному плані) завдання про з'ясування умов, за яких фази можуть знаходитися у рівновазі і за яких кількість деяких фаз може зменшуватися, а кількість інших фаз збільшуватися, або можлива поява нових фаз. У хімічній термодинаміці, разом з фазовими перетвореннями, розглядаються й хімічні реакції, які призводять до появи як нових компонент, так і нових фаз.

По-друге, лише статистичний аналіз, тобто наповнення молекулярним змістом достатньо очевидних термодинамічних міркувань, дозволяє дати повне, а в багатьох випадках і завершене, пояснення усіх явищ та закономірностей, які відносяться до теми «Рівновага фаз та фазові перетворення». Тому нами достатньо детально проаналізовано можливі методичні варіанти викладання зазначеної теми і до розгляду пропонується авторський варіант, який детально описано в посібниках [254]; [255] та статтях [229]; [238]; [264].

### 5.1. Формування уявлень про загальні умови рівноваги термодинамічних систем.

Кожна термодинамічна система може перебувати як в рівноважному, так і в нерівноважному стані. Серед термодинамічних рівноважних станів розрізняють (як і в механіці) стани стійкої та нестійкої рівноваги. Стійка рівновага термодинамічної системи характеризується тим, що після усунення причини, яка викликала відхилення системи від стану рівноваги, система сама по собі повертається в первинний рівноважний стан. Для того, щоб вивести систему із стану стійкої рівноваги, необхідно зробити над системою деяку роботу. Час, протягом якого потім встановлюється термодинамічна рівновага, називається часом релаксації. За час релаксації у системі відбуваються різні нерівноважні процеси, які зводяться до затухання механічних рухів, вирівнювання густини, температури, тиску тощо. Нестійка рівновага відрізняється від стійкої тим, що система, будучи виведеною із стану рівноваги, до початкового стану не повертається, а сама по собі переходить у новий, і притому, стійкий стан рівноваги.

Щоб сформулювати загальні умови термодинамічної рівноваги, скористаємося загальним співвідношенням (3.57), яке об'єднує перший і другий закони термодинаміки (оборотні й необоротні процеси) і враховує можливу зміну кількості частинок системи:

(5.1)

У загальному випадку система може містити багато фаз, які можуть зазнавати взаємні перетворення. Крім того, у системі можуть відбуватись і хімічні реакції. Тому останній доданок в (5.1) необхідно узагальнити на випадок багатьох ( $m$ ) фаз, кількість частинок яких може змінюватися у результаті проходження фазових перетворень та хімічних реакцій. З урахуванням цього зауваження, перепишемо (5.1) у вигляді:

(5.2)

Ця умова називається нерівністю Гіббса. Вона справедлива для будь-яких процесів і будь-яких (відкритих і закритих) систем. Знак “=” відноситься до оборотних процесів, знак “<” – до необоротних. У випадку, коли кількість частинок у всіх фазах не змінюється, останній доданок у лівій частині виразів (5.1, 2) дорівнює нулю. Тому для таких систем:

(5.3)

Умова (5.3) називається нерівністю Клаузіуса.

Нерівність Гіббса, як і нерівність Клаузіуса відносяться до систем, у яких вся виконана робота пов'язана зі зміною об'єму.

Нерівність Гіббса дозволяє встановити, чи можливі у даній системі будь-які зміни її стану. Дійсно, уявимо, що у результаті самовільних процесів відбулася нескінченно мала зміна стану системи. Така уявна зміна стану називається

віртуальною. Віртуальні зміни параметрів стану позначаються буквою ( ). Якщо при цьому нерівність Гіббса виконується, то така зміна можлива. Навпаки, якщо віртуальна зміна стану системи призводить до порушення нерівності Гіббса, то така зміна неможлива. Якщо будь-яка із віртуальних змін станів системи призводить до порушення нерівності Гіббса, то жодна із змін стану здійснитися не може, і, отже, система перебуває у стані рівноваги.

Таким чином, можна сформулювати загальну умову рівноваги системи: система перебуває у стані термодинамічної рівноваги, якщо при будь-якій із віртуальних змін її стану нерівність Гіббса не задовольняється, тобто справедлива нерівність:

(5.4)

У цьому виразі буквою ( ) підкреслюється, що йдеться про віртуальні зміни параметрів (функцій) стану при віртуальній зміні стану системи. Для систем, у яких не відбувається обмін частинками між окремими фазами і – навколишнім середовищем, ця нерівність не містить останнього доданку в лівій частині.

Конкретизуємо умову рівноваги (5.4) стосовно термодинамічних систем з постійною кількістю частинок, які найбільш часто зустрічаються.

Ізольовані системи. В ізольованій системі внутрішня енергія  $E$  і об'єм  $V$  мають постійні значення. Якщо систему вивести із стійкої рівноваги, то, як впливає із (5.4), варіація ентропії за знаком від'ємна ( ), тобто ентропія у новому стані буде меншою, ніж у стані рівноваги. Отже, в стані рівноваги ентропія ізольованої системи максимальна і будь-які процеси відбуваються без зміни ентропії:

(5.5)

Це можуть бути лише оборотні процеси, що узгоджується з другим законом термодинаміки. Умова (5.5) є лише необхідною умовою стійкої рівноваги системи. Дійсно, у стані нестійкої рівноваги ентропія теж матиме екстремальне значення, для якого також виконується умова (5.5). У стані нестійкої рівноваги система не може знаходитися тривалий час, оскільки молекулярні флуктуаційні процеси неминуче виведуть її зі стану нестійкої рівноваги і, як показує досвід, з часом (за незмінних зовнішніх умов) система сама собою перейде у стійкий стан рівноваги із максимальною ентропією. Як відомо із математики, необхідною і достатньою умовою максимуму функції (в даному випадку – ентропії) є:

(5.6)

Таким чином, ізольована система перебуває у стані стійкої рівноваги, якщо виконуються умови (5.6).

Адіабатично ізольована система з постійним об'ємом. У цьому випадку, при виведенні системи із стану стійкої рівноваги, варіація внутрішньої енергії (дивись вираз 5.4) додатна, тобто значення енергії у новому стані буде більшим, ніж у початковому рівноважному стані. Отже, стійкому стану рівноваги даної системи відповідає мінімум внутрішньої енергії. У цьому випадку необхідною і достатньою умовою стійкої рівноваги є:

$$(5.7)$$

Адіабатично ізольована система з постійним тиском. Якщо у системі з незмінною кількістю частинок в кожній фазі створені умови, при яких не змінюються тиск і ентропія, але система віртуально виходить із стану стійкої рівноваги, то вираз (5.4) можна переписати у вигляді:

або

Отже, при виведенні такої системи із стану стійкої рівноваги ентальпія зростає. Таким чином, для системи, у якій незмінними є тиск і ентропія необхідною і достатньою умовою стійкої рівноваги є:

$$(5.8)$$

Системи при незмінному тиску і температурі. Аналогічно можна переконатись, що при незмінному тиску й температурі стійкому стану рівноваги термодинамічної системи відповідає мінімум термодинамічного потенціалу Гіббса, тобто виконуються умови:

$$(5.9)$$

Результати (5.6-9) не є несподіваними. У §14 ми вводили характеристичні функції (E, F, I,  $\Phi$ ), однією з найважливіших їх властивостей є досягнення мінімального значення у стані рівноваги системи. Тут цей же результат отриманий як наслідок загальних умов рівноваги. Необхідно, проте, мати на увазі, що і введення термодинамічних потенціалів з їх важливими властивостями, і отримання загальної умови рівноваги (5.4), із якої одержані умови (5.6-9), в першооснові базується на першому та другому законах термодинаміки.

З'ясуємо тепер, якими фізичними властивостями повинна володіти система, щоб стани рівноваги були дійсно стійкими. З цією метою розглянемо просту систему, що знаходиться у зовнішньому середовищі, тиск і температура якого постійні. Вибір таких фіксованих параметрів пояснюється тим, що багато систем перебувають під постійним атмосферним тиском, і процеси в них відбуваються настільки повільно, що температура системи практично не відрізняється від температури навколишнього середовища. Однак способом, який ми застосуємо нижче, можна розглянути й системи з іншими фіксованими параметрами.

У таких системах у стані стійкої рівноваги термодинамічний потенціал Гіббса набуває мінімального значення. Уявимо, що в результаті віртуальних змін параметрів система дещо змінила свій стан і вийшла зі стану рівноваги. Очевидно, що перша варіація термодинамічного потенціалу, як різниця між його кінцевим і початковим (мінімальним) значенням повинна бути додатною. Цю варіацію (при постійних  $T$  і  $p$ ) можна виразити, використовуючи означення термодинамічного потенціалу Гіббса:  $Z = E + pV - TS$ . Дійсно, із цього означення маємо:

$$\delta Z = \delta E + p \delta V - T \delta S \quad (5.10)$$

Розглянемо внутрішню енергію як функцію параметрів ( $S$  і  $V$ ), тобто  $E = E(S, V)$ . Варіація внутрішньої енергії визначатиметься варіаціями параметрів  $S$  і  $V$ . Розкладемо  $E$  в ряд Тейлора і обмежимося першими двома похідними:

$$\delta E \approx \left( \frac{\partial E}{\partial S} \right)_V \delta S + \left( \frac{\partial E}{\partial V} \right)_S \delta V \quad (5.11)$$

Скористаємося тим, що  $\left( \frac{\partial E}{\partial S} \right)_V = T$  і  $\left( \frac{\partial E}{\partial V} \right)_S = p$ .

Підставляючи ці значення в (5.11), а потім отриманий результат – в (5.10), будемо мати:

$$\delta Z \approx T \delta S + (p - T) \delta V \quad (5.12)$$

Зрозуміло, що вираз (5.12) – це критерій (5.4) стійкості стану рівноваги, конкретизований для вибраної системи.

Із математики відомо, що якщо задана функція двох незалежних змінних  $f(x, y)$ , то наявність мінімуму визначається властивостями другого диференціала  $d^2f$ , який у точці мінімуму функції повинен бути додатним:

$$d^2f > 0 \quad (5.13)$$

Цей вираз в математиці називається квадратичною формою<sup>28</sup>. Вона (з точністю до позначень) співпадає з (5.12), тому для подальшого аналізу виразу (5.



12) скористаємося відомостями із математики про умову позитивності квадратичної форми (5.13) для функції

Відомо, що нерівність виду (5.13) задовольняється, якщо:

$$, \quad (5.14)$$

$$, \quad (5.15)$$

$$. \quad (5.16)$$

Оскільки в математичних виразах позначення змінних не грає ролі, то квадратична форма (5.12) буде позитивною, якщо для внутрішньої енергії виконуватимуться нерівності, аналогічні (5.14-16). Тому можна записати наступну систему нерівностей:

$$, \quad (5.17)$$

$$, \quad (5.18)$$

$$. \quad (5.19)$$

Розглянемо кожну із цих нерівностей окремо. Нерівність (5.17) перепишемо у вигляді:

$$. \quad (5.20)$$

Оскільки  $T > 0$ , то і . Використовуючи (3.36), можна стверджувати, що й . Аналогічні перетворення виконаємо і в нерівності (5.18):

$$, \quad (5.21)$$

де  $\gamma$  – адіабатичний коефіцієнт пружності, який показує, як змінюється тиск всієї системи при адіабатичній зміні об'єму.

Остання нерівність виконується, якщо зміни об'єму й тиску мають різний знак, наприклад  $\Delta V > 0$ ;  $\Delta p < 0$ . Таким чином, в адіабатичних умовах при зменшенні об'єму тиск повинен зростати і навпаки – система повинна пружинити.

Нерівність (5.19) можна записати у вигляді визначника:

Перетворимо цей визначник, використовуючи співвідношення Максвелла:

(5.22)

Для перетворення останнього виразу використаємо, адаптований нами до потреб термодинаміки, метод якобіанів [231]:

які позначаються так:

(5.23)

Зіставляючи ліві частини (5.22) і (5.23), приходимо до висновку, що ліву частину нерівності (5.22) можна представити у вигляді якобіана:

Цей вираз перепишемо у вигляді:

, або: .

Тут ми використали властивості якобіанів.

Для того, щоб остання нерівність задовольнялась, необхідно щоб множники

$i$  у його лівій частині мали різні знаки. Як випливає із (5.20)

множник завжди додатний, тому приходимо до висновку, що  $i$  в ізотермічних умовах зменшення об'єму повинно призводити до зростання тиску:

$$. \quad (5.24)$$

Із нерівностей (5.21, 24), які являються умовою механічної стійкості, слідує, що збільшення об'єму тіла при постійній температурі (або в адіабатичних умовах) завжди супроводжується зменшенням тиску. Ця умова абсолютно природна з погляду механічної інтерпретації, тому що у протилежному випадку, тобто при

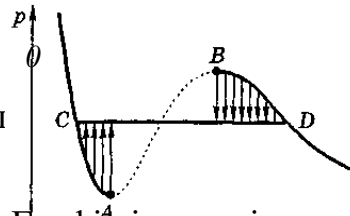
, стан тіла був би абсолютний нестійкий, оскільки найменше зменшення об'єму системи, наприклад при випадковому збільшенні зовнішнього тиску, призводило б не до зростання тиску в системі (і тим самим – до протидії зовнішній дії, як це повинно бути в стані стійкої рівноваги), а до зменшення власного тиску. Це, в результаті перевищення тиску навколишнього середовища, стиснуло б систему до свого граничного об'єму.

Згідно з другою нерівністю (5.20), яку можна назвати умовою термічної стійкості, у стані стійкої рівноваги теплоємність тіла  $c_V$  завжди позитивна. При  $c_V < 0$  поглинання тілом при  $V = \text{const}$  деякої кількості теплоти (наприклад, внаслідок випадкового підвищення температури навколишнього середовища) викликало б зменшення температури тіла в порівнянні з навколишнім середовищем. У результаті виник би потік теплоти від середовища до тіла, що призвело б до подальшого пониження температури тіла, а отже, і до зростання притоку теплоти і т.д. Тому при  $c_V < 0$  стійка рівновага системи (не тільки однорідної, але й неоднорідної) неможлива. З аналогічних міркувань виходить також, що і теплоємність  $c_p$  у стані стійкої рівноваги повинна бути позитивною.

Як приклад розглянемо газ Ван-дер-Ваальса, рівняння якого ми раніше використовували, а потім довели у [245]. У даному випадку для одного моля газу

його зручно використати у вигляді: .

Графіки ізотермічного  
Розглянемо окремі його ел



ематично зображені на рис. 5.1  
рис. 5.1.

Рис. 5.1. Графік ізотермічного процесу  
вандерваальсівського газу (ізобара  $D - C -$

На ділянках (B-D) і (C-A) умова виконується, тому вони завжди

спостерігаються<sup>29</sup>, а на ділянці (A-B) похідна додатна, тому стани, які відповідають цій ділянці, ніколи не спостерігаються.

Таким чином, стани стійкої рівноваги простої системи із фіксованими параметрами (p, T) можливі, якщо система володіє наступними властивостями:

$$(5.25)$$

Аналогічно можна досліджувати й системи з іншими фіксованими параметрами: (V, T), (V, S), (S, p). Проте і без такого аналізу ясно, що загальні умови фазової рівноваги (5.25) можуть бути одержані з розгляду будь-якої системи, оскільки стан рівноваги не залежить від того, яким чином система прийшла до стану рівноваги.

## 5.2. Методичні підходи до з'ясування умов рівноваги фаз однокомпонентної системи.

Основою викладання цього питання є уже відомі студентам загальні умови рівноваги будь-якої макроскопічної системи: мінімум одного із термодинамічних потенціалів або максимум ентропії. Забезпечення стійкості термодинамічної рівноваги накладає обмеження (див. п. 5.1) на фізичні властивості тіл. Далі потрібно спиратись на відомий навіть із побутових спостережень досвід, який показує, що для будь-якої однорідної системи існує область значень параметрів T і p, у якій умови стійкості не виконуються, тому в таких умовах існування однорідної системи неможливе, і остання розпадається на дві дотичні, різні за своїми властивостями, однорідні частини або фази.

Зазвичай у якості фази наводять, як приклад, агрегатний стан речовини. Проте поняття фази відрізняється від поняття агрегатного стану. Дійсно, ряд речовин, особливо речовини кристалічної структури, зустрічається в природі у твердому стані в різних модифікаціях, що істотно відрізняються одна від одної і формою кристалічної решітки, і фізичними властивостями. Прикладом такої речовини може бути сірка, що зустрічається у вигляді ромбічної та моноклінної сірки. Ромбічна й моноклінна сірки є двома різними фазами, що перебувають в одному і тому ж агрегатному (кристалічному) стані. Характерна особливість фаз – це

Доведення формули Релля можна знайти, наприклад, в книзі Левич В.Г. Введение в статистическую физику . - М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. – С. 424.

наявність границь, що відділяють дану фазу від інших. Властива фазам просторова розмежованість дозволяє проводити їх механічне розділення.

Речовина може переходити із однієї фази в іншу. Такий перехід називається фазовим переходом або фазовим перетворенням. Перехід речовини із рідкої фази в газоподібну називається випаровуванням або пароутворенням, а із твердої в газу – сублімацією; зворотний перехід називається конденсацією. Перехід із твердої фази в рідку називається плавленням, а зворотний перехід із рідкої фази в тверду – твердінням або кристалізацією.

Рівноважне співіснування декількох дотичних між собою різних фаз речовини називається фазовою рівновагою. Щоб знайти умови фазової рівноваги, розглянемо рівноважний стан однокомпонентної системи, що складається із двох фаз. Це може бути наприклад рідина та її насичена пара, або будь-яка речовина у двох агрегатних станах (вода-лід; пара-вода і т.п.), розділених загальною границею.

Для існування рівноваги однорідного тіла необхідно виконання умов механічної та теплової рівноваги. Проте на відміну від однорідного тіла для рівноваги співіснуючих фаз, кожна з яких може переходити в іншу, цих умов недостатньо. Для рівноваги необхідно також, щоб не відбувалося переважне зростання однієї фази за рахунок іншої, тобто щоб стійкість кожної із фаз у стані рівноваги була однаковою. Цю третю умову ми одержимо із загальних умов рівноваги. Нехай дана система є ізольованою і в ній можуть протікати лише оборотні процеси. Для такої системи можна записати:

$$E=E_1+E_2=\text{const}, \quad V=V_1+V_2=\text{const},$$

$$N=N_1+N_2=\text{const}, \quad S=S_1+S_2=\text{const},$$

де індекс (1) відноситься до першої фази, (2) – до другої. Звідси маємо:

$$dE_1=-dE_2; \quad dN_1=-dN_2, \quad dS_1=-dS_2; \quad dV_1=-dV_2$$

Кількісне співвідношення фаз може змінюватись. Запишемо диференціал внутрішньої енергії (3.57) кожної фази з урахуванням можливої зміни кількості частинок у кожній фазі:  $dE_1=T_1dS_1-p_1dV_1+\mu_1dN_1$ ,  $dE_2=T_2dS_2-p_2dV_2+\mu_2dN_2$ .

Додамо почленно рівняння у цій системі, з урахуванням попередніх рівностей. Одержимо:  $(T_1 - T_2) dS_1 - (p_1 - p_2) dV_1 + (\mu_1 - \mu_2) dN_1 = 0$ .

Оскільки диференціали  $dS$ ,  $dV$  і  $dT$  незалежні величини (можуть набувати будь-якого значення, зокрема – не рівні нулю), то остання рівність можлива, якщо:

$$T_1=T_2, \quad p_1=p_2, \quad \mu_1=\mu_2. \quad (5.26)$$

Таким чином, для рівноваги двох фаз однокомпонентної системи термічної ( $T_1=T_2$ ) й механічної ( $p_1=p_2$ ) рівноваги фаз недостатньо. Необхідне виконання ще

додаткової умови – рівність хімічних потенціалів фаз.

Рівність хімічного потенціалу фаз при фазовій рівновазі дозволяє записати вираз для термодинамічного потенціалу Гіббса (3.53) у наступному, симетричному відносно кількості молекул, вигляді:

Це дозволяє зробити висновок, що кількість молекул окремих фаз, отже, й маса фаз, не входить до умов рівноваги фаз, тобто від зміни кількості речовини у кожній із фаз рівновага не порушується.

Умови (5.26) можна записати у вигляді:

$$(5.27)$$

Розв'язуючи це рівняння відносно  $p$  (або  $T$ ), одержимо залежність (або ). Оскільки тиск і температура у стані рівноваги фаз пов'язані рівнянням (5.27), то приходимо до висновку, що дві фази можуть знаходитися у рівновазі не за будь-яких  $p$  і  $T$ , а лише за цілком певних значеннях останніх, причому конкретне значення одного із цих параметрів за допомогою рівняння (5.27) однозначно визначає значення іншого.

Можна побудувати залежність при  $T = \text{const}$  і при  $p = \text{const}$ . У першому випадку ( $T = \text{const}$ ) в координатах  $(\mu, p)$  кутовий коефіцієнт кривої

буде дорівнювати (3.29):

$$(5.28)$$

де  $v$  – молярний об'єм. Оскільки  $v$  молярний об'єм завжди позитивний, то криві при  $T = \text{const}$  на рисунку йдуть зліва направо – вгору (рис. 5.2, а).

Нагадаємо, що хімічний потенціал чисельно дорівнює термодинамічному потенціалу Гіббса, що припадає на одну частинку (один моль або одиницю маси). Тому в стані рівноваги системи при постійних тиску і температурі мінімального значення набуває не лише термодинамічний потенціал Гіббса, але й хімічний потенціал. Фаза, що має за даних умов більший хімічний потенціал, буде переходити у фазу з меншим хімічним потенціалом. Дійсно, у випадку постійних значень температури  $T$  і тиску  $p$  термодинамічний потенціал Гіббса будь-якої системи при переході системи до рівноваги зменшується, тобто . Тому для системи, що складається з двох фаз, справедлива нерівність:

Оскільки загальна кількість частинок речовини не змінюється

, то  $\mu_1 = \mu_2$ , отже:

Із цієї нерівності виходить, що при  $\mu_1 < \mu_2$  кількість частинок першої фази зменшується (рис. 5.2, а), тобто речовина завжди прагне переходити із фази з більшим хімічним потенціалом у фазу з меншим хімічним потенціалом. Таким чином, фаза, що має за даних умов (тобто при даних  $p$  і  $T$ ) найменше значення хімічного потенціалу, є найбільш стійкою. Тому при тиску  $p_1$  (рис. 5.2, а) стійкішою буде фаза (1), оскільки тут  $\mu_1 < \mu_2$ , тобто перша фаза поглинатиме другу, поки остання не зникне, а при тиску  $p_2$  стійкішою буде фаза (2), і вона буде рости за рахунок першої фази.

Оскільки

$$\mu_1 = \mu_2 \quad (5.29)$$

де  $S_m$  – молярна ентропія, то криві  $\mu_1(T)$  і  $\mu_2(T)$  при  $p = \text{const}$  мають від'ємний кутовий коефіцієнт (рис. 5.2, б). При температурі  $T_1$  (рис. 5.2, б) стійкішою буде фаза (1), а при температурі  $T_2$  – навпаки. Стійкіша фаза буде поглинати менш стійку до тих пір, поки остання не зникне. Стану рівноваги відповідають стани, із тиском  $p_0$  при  $T = \text{const}$  (рис. 5.2, а) і  $T_0$  при  $p = \text{const}$  (рис. 5.2, б). При  $p = p_0$  і  $T = T_0$  (рис. 5.2, а, б) хімічні потенціали обох фаз однакові, тобто жодна із фаз не має переваги перед іншою відносно стійкості. Тому речовина існуватиме у вигляді суміші двох фаз, які знаходяться в рівновазі.

Рівність хімічних потенціалів виражає однакову стійкість рівноважно-співіснуючих фаз. Відповідно цьому рівняння (5.27), зазвичай, називають умовою хімічної рівноваги. Фазу, що має менший хімічний потенціал при температурах, вищих температури рівноваги при даному тиску (ця температура дорівнює абсцисі точки перетину кривих  $\mu_1(T)$  і  $\mu_2(T)$  при  $p = \text{const}$  (рис. 5.2, б) і, отже, при високих температурах є стійкішою, називають високотемпературною фазою. Навпаки, фазу, стійкішу при температурах, менших температури фазової рівноваги, називають низькотемпературною. На рис. 5.2 високотемпературною фазою є друга фаза, а низькотемпературною – перша фаза.

Фазові перетворення, які ми найчастіше можемо спостерігати (плавлення-кристалізація, випаровування-конденсація і таке інше), як свідчить досвід, супроводжуються поглинанням або виділенням теплоти. Якщо цю теплоту віднести до одиниці маси (чи одного моля) речовини, то її, як уже зазначалось, називають питомою (захованою) теплотою фазового перетворення  $q$ . Оскільки

фазові перетворення протікають при незмінних температурі та тиску, то питому теплоту фазового перетворення можна визначити наступними виразами:

$$\dots, \quad (5.30)$$

де  $s$ ,  $i$ ,  $h$  – ентропії та ентальпії відповідних фаз, віднесені до одиниці маси (чи одного моля). Питому ентропію (3.30) можна виразити як частинну похідну від хімічного потенціалу, тому питому теплоту фазового перетворення (5.30) можна представити наступним чином:

$$\dots \quad (5.31)$$

Як видно із рис. 5.2, б кутові коефіцієнти кривих для високотемпературної і низькотемпературної фаз відрізняються. За знаком вони від'ємні і для високотемпературної фази (це фаза з хімічним потенціалом  $\mu_2$ )

похідна має більше абсолютне значення. Тому, як це витікає із (5.31), фазові перетворення, які проходять при підвищенні температури, супроводжуються поглинанням тепла ( $q > 0$ ) та ростом ентропії і навпаки. Цей висновок повністю узгоджується з дослідями при нагріванні та плавленні кристалічних тіл, а також – по перетворенню рідини в пар чи навпаки.

Хімічний потенціал (рис. 5.2) фаз змінюється не лише при зміні температури (постійний тиск), але й при зміні тиску (постійна температура), тобто фазові перетворення можна здійснювати без зміни температури – шляхом зміни тиску.

Фазові переходи, які ми розглядаємо (плавлення-кристалізація, кипіння-конденсація, сублімація-конденсація, поліморфні перетворення) супроводжуються поглинанням або виділенням теплоти, яку називають теплотою фазового переходу. При таких фазових перетвореннях питома ентропія та питомий об'єм, які є першими похідними від питомого термодинамічного потенціалу Гіббса (хімічного потенціалу), змінюються скачками. Такі фазові перетворення (за класифікацією Еренфеста) називаються фазовим перетворенням першого роду. Слід також зазначити, що при фазовому перетворенні першого роду теплоємність прямує до нескінченності. Дійсно, фазові перетворення кристал-рідина, кристал-пар, рідина-пар, поліморфні перетворення проходять при незмінній температурі незважаючи на те, що тепло системі надається, чи

відбирається при зворотному переході. Тому похідна дійсно дорівнює



При викладанні питання про фазові перетворення першого роду викладачу слід акцентувати увагу студентів на можливості та умови існування метастабільних станів, як це розглянуто в посібнику [255].

### **5.3. Елементи евристичного навчання при визначенні умов рівноваги гетерогенної багатокомпонентної системи. Правило фаз Гіббса.**

Після розгляду простого випадку – рівновага фаз та їх перетворення у однокомпонентній системі, викладач переходить до аналізу загального випадку рівноваги фаз у гетерогенній системі, яка містить декілька фаз і має декілька компонент [263].

Нехай у цій системі можуть відбуватися різноманітні оборотні процеси – плавлення, кристалізація, сублімація, хімічні реакції, в результаті яких може змінюватись кількість і склад фаз. Вважатимемо таку систему ізольованою. З'ясуємо за яких умов можлива рівновага у такій системі, тобто за яких умов, згадані раніше, процеси не протікають і відповідно – не призводять до зміни кількості й складу фаз. Оскільки система є ізольованою, то для всієї системи можна записати:

де нижній індекс ( $i$ ) позначає номер фази ( $i_{\max}=r$ ). Після диференціювання одержимо:

Оскільки, в результаті протікання вказаних раніше процесів, у кожній фазі може змінюватись кількість молекул будь-якої компоненти, то зміна внутрішньої енергії (3.54) кожної фази буде дорівнювати:

де верхній індекс ( $j$ ) позначає номер компоненти ( $j_{\max}=n$ ).

Додамо почленно останні вирази:

Усі величини в цьому виразі є функціями стану, тому абсолютно неістотно, яким чином система перейшла в даний стан рівноваги. Через це можна припустити наступний ланцюжок процесів. Припустимо, що в результаті всіх процесів у даній системі змінюється лише ентропія першої та другої фаз. Тоді

(вся решта диференціалів дорівнює нулю) і попередній вираз набуває вигляду:

Оскільки , то умовою рівноваги даної системи є . Далі можна припустити, що у результаті всіх процесів залишилася незмінною лише ентропія другої та третьої фази. Тоді одержимо . Таким же чином можна переконатися, що умовою рівноваги є і т.п. Тому приходимо до висновку, що однією з умов рівноваги системи є рівність температур усіх фаз:

Цей висновок є умовою теплової рівноваги і представляється цілком природним, оскільки при порушенні (V) виникнуть теплові потоки, які свідчили б про нерівноважний стан системи.

Припустимо тепер, що в результаті всіх процесів у даній системі змінюється лише об'єм кожної пари фаз системи. Міркуючи аналогічно попередньому, одержимо: . Рівність тиску у всіх фазах є умовою механічної рівноваги. При порушенні цієї умови виникають потоки речовини із області з великим тиском у область з меншим тиском, і цей процес відбуватиметься поки на вирівнюється тиск у всій системі.

Далі припустимо, що змінюється число частинок першої компоненти у першій і другій фазі, а решта компонентів у всій решті фаз залишається без зміни.

Одержимо . Потім, припускаючи, що змінюється тільки кількість частинок цієї компоненти у другій і третій фазах, одержимо . Аналогічно міркуючи, можемо записати для першої компоненти: . Зрозуміло, що подібні міркування можна застосувати до всіх компонент і для кожної із них для всіх фаз можна одержати аналогічні вирази. Тому умови рівноваги гетерогенної системи, у якій можуть проходити найрізноманітніші процеси, запишуться у вигляді наступної системи виразів:

;

;

;

;

$$\dots\dots\dots; \quad (5.32)$$

Вияснимо тепер скільки фаз може бути у рівновазі при заданому числі компонент  $n$ . Перші два рядки в системі (5.32) є тотожностями, інші – рівняннями. Очевидно, що в кожному рядку одне із рівнянь є наслідком інших рівнянь цього рядка, тому число незалежних рівнянь у кожному рядку дорівнює  $n-1$ . Кількість рядків  $n$ . Отже, кількість незалежних рівнянь:  $n-1$ .

З'ясуємо, скільки невідомих параметрів (окрім  $p$  і  $T$ ) у системі (5.32). Для системи, що складається із однієї компоненти, хімічний потенціал, як вже наголошувалося, залежить від тиску й температури. Дана система містить  $n$  компонент, причому концентрація кожної із них у різних фазах може бути різною. Причому концентрації всіх компонент підкоряються очевидному

співвідношенню:  $\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln a_i$ , тобто кількість незалежних концентрацій дорівнює  $n-1$ . Отже, у системі (5.32) число невідомих параметрів, від яких залежить рівновага даної термодинамічної системи, буде дорівнювати: у перших двох рядках (тотожності) – їх дві (тиск і температура), у решті рядків у кожній фазі число невідомих концентрацій  $n-1$ , тобто загальне число невідомих параметрів дорівнює:  $2 + (n-1) \cdot n$ . Ці невідомі параметри пов'язані між собою рівняннями (5.32), кількість яких  $n-1$ . Отже, кількість незалежних невідомих параметрів, які можна змінювати без порушення умов рівноваги (число термодинамічних ступенів свободи), буде дорівнювати:

$$(5.33)$$

Оскільки кількість термодинамічних ступенів свободи за своїм змістом не може бути від'ємним (при цьому система рівнянь (5.32) буде несумісною), то можна записати:

Таким чином приходимо до висновку, що в системі, яка містить  $n$  компонент, кількість фаз  $r$ , які можуть одночасно існувати у стані термодинамічної рівноваги, повинно задовольняти умові

$$(5.34)$$

Ця умова, як і система (5.32), із якої вона отримана, називається правилом фаз Гіббса. Вона, як вже наголошувалося, встановлює число ступенів свободи термодинамічної системи, тобто число параметрів, які можна змінювати без порушення стану рівноваги. Застосуємо це правило до однокомпонентної системи. Для такої системи  $r=1+2=3$ , тобто в однокомпонентній системі одночасно в рівновазі може знаходитися не більше трьох фаз. Однофазний стан такої системи не зміниться при зміні двох параметрів. Якщо ж у цій системі знаходяться у рівновазі дві фази, наприклад вода та її пара, то число ступенів свободи дорівнює  $f=1+2-2=1$ . Тому зміна одного із параметрів ( $p, V, T$ ) не призведе до порушення рівноваги системи, тому що інші параметри будуть змінюватись слідом за зміною вибраного незалежного параметра, так що критерії рівноваги (5.25) будуть задовольнятися. У випадку трьохфазної однокомпонентної системи число ступенів свободи дорівнює нулю ( $f=1+2-3=0$ ), тому зміна будь-якого параметра ( $p, V, T$ ) обов'язково призведе до порушення рівноваги, тобто рівновага трьох фаз може бути лише при відповідних для даної речовини параметрах стану. Такий стан однокомпонентної системи називають потрійною точкою. Багато речовин у кристалічному стані можуть перебувати, в залежності від умов, у різних кристалічних модифікаціях, наприклад вуглець може мати решітку алмазу або графіту, тому такі речовини мають декілька потрійних точок. Особливо важливим випадком потрійної точки є рівноважне співіснування трьох агрегатних станів системи. Цей характерний для кожної речовини вид потрійної точки називають фундаментальною потрійною точкою. Зазвичай, коли говорять про потрійну точку, то мають на увазі фундаментальну потрійну точку, яка для кожної речовини являється єдиною. Дійсно, наприклад, система, що містить лише молекули води ( $H_2O$ ), як показує досвід, у закритій посудині при певних параметрах ( $p=4,58$  мм рт. ст. і  $T=273,16$ К) одночасно може знаходитися у рівновазі лід, вода та її пара. Причому температура потрійної точки води експериментально вимірюється набагато точніше, ніж температура плавлення льоду при нормальному тиску, тому в наш час у якості реперної точки на температурній шкалі Кельвіна вибирається не температура танення льоду, а температура потрійної точки води.

#### **5.4. Методика вивчення фазових діаграм. Потрійна та критична точки.**

Розглянемо більш детально умову (5.27) рівноваги двох фаз однокомпонентної системи, як це виконано нами в [253], [255], [263], [264]. Ця умова показує, що співіснування фаз можливе не при будь-яких значеннях температури й тиску<sup>30</sup>, а лише, як уже раніше зазначалось, при цілком певних значеннях останніх, причому задавання конкретних значень одного із цих параметрів за допомогою умови рівноваги фаз однозначно визначає значення іншого. Графіки залежностей

, які витікають із умов рівноваги і характеризують рівновагу фаз, називаються кривими фазової рівноваги. Однак залежність хімічного потенціалу від тиску та температури, яка фігурує в умові рівноваги (5.27), відома лише для небагатьох простих речовин. У загальному випадку ця залежність невідома, тому

Використання такої усередненої швидкості призводить до результату, який можна одержати й без усереднення, але останній шлях є більш складним.

для довільної речовини записати явний вид кривої фазової рівноваги неможливо. Але виявляється, що диференціальний вираз рівняння цієї кривої можна легко одержати із умови рівноваги фаз (5.27), і це рівняння виражається через фізичні величини, які можна виміряти експериментально. Дійсно, якщо виконати диференціювання умови рівноваги фаз  $\dots$ , то одержимо:

Або  $\dots$ . Звідси знаходимо кутовий

коефіцієнт кривої  $\dots$  :

Записане рівняння і є шуканим диференціальним рівнянням кривої рівноваги. Для приведення його до остаточного вигляду необхідно виразити величини, що фігурують у цьому рівнянні, через величини, які можуть бути безпосередньо виміряні експериментально.

У даному випадку, коли ми розглядаємо рівновагу фаз речовини, кількісне співвідношення фаз зручно виражати не у кількості їх молекул, а в одиницях їх маси або – у кількості молів. Тому й хімічні потенціали фаз потрібно розглядати як термодинамічний потенціал Гіббса, віднесений до одного моля чи 1 кг речовини. В останньому випадку маємо:

де  $i$  – питомі значення ентропії та об'єму. Враховуючи ці величини, маємо:

Застосуємо другий закон термодинаміки стосовно рівноважного переходу одиниці маси однієї фази в іншу, наприклад: рідка фаза переходить у газоподібну або навпаки, тверда фаза – в рідку або навпаки тощо:

, де  $Q$  – тепло, яке необхідно витратити, або

яке виділяється при вказаних фазових переходах, віднесене до одиниці маси (моля), це захована теплота фазового переходу. Тоді вираз, який дає залежність температури фазового переходу від тиску (і навпаки) запишеться уже у відомому нам вигляді (див. рівняння Клапейрона-Клаузіуса – п. 3.4.2):

Підкреслимо, що рівняння Клапейрона-Клаузіуса тут ми одержали, аналізуючи загальні умови рівноваги фаз довільної системи. Тому воно може бути застосоване для аналізу всіх фазових перетворень (при зміні тиску і температури), при яких відбувається скачок питомих об'ємів та ентропії, будь-якої речовини.

Важливо розуміти також те, що похідна у цьому рівнянні не може розраховуватись із рівняння стану, тому що вона відповідає особливій зміні температури та тиску, при якій речовина знаходиться у двофазному стані, причому загальна кількість молекул не змінюється, але змінюється співвідношення молекул фаз при зміні параметрів стану. Виконати інтегрування рівняння Клапейрона-Клаузіуса у загальному випадку також неможливо, тому що, як захована теплота  $\lambda$ , так і питомі об'єми  $v_1$  і  $v_2$ , є невідомими функціями температури, які залежать від структури молекул та особливостей міжмолекулярної взаємодії. Але для хімічно чистих однокомпонентних речовин завжди можна зробити деякі загальні зауваження, які дозволяють побудувати якісну картину можливого ходу кривих фазових перетворень.

Перш за все, відзначимо, що правило фаз Гіббса накладає суттєві заборони на можливі стани такої системи. Дійсно, із цього правила витікає, що однокомпонентна система може знаходитись лише у однофазному, двофазному та трьохфазному стані. У першому випадку число термодинамічних ступенів свободи дорівнює двом, тобто зміна двох параметрів не призводить до зміни стану. У другому випадку, тобто коли у системі в рівновазі знаходяться дві фази, зміна одного із параметрів також не порушує рівноваги. Однак у останньому випадку, коли у рівновазі одночасно знаходяться три фази, наприклад, рідка, кристалічна та газоподібна фази, система не має ступенів свободи. Це означає, що рівновага трьох фаз кожної речовини можлива лише при деяких, характерних для неї, значеннях параметрів стану. Тому криві фазової рівноваги рідина-газ, рідина-кристал, кристал-газ повинні перетинатись в одній точці, яка одержала назву потрійна точка. Формально можна вважати, що відповідні криві фазової рівноваги починаються та розходяться на фазовій діаграмі із цієї точки.

Рис. 5.3. Зміна станів системи при її

виході із потрійної точки

Зобразимо на площині  $(p, T)$  потрійну точку (O) деякої речовини (рис. 5.3). Якщо, не змінюючи температуру, дещо підвищити тиск (точка A на рис. 5.3), то рівновага фаз порушиться (див. правило фаз Гіббса) і дана речовина повинна

перейти у найбільш стійку при високому тиску – кристалічну<sup>31</sup> фазу. При зниженні тиску (точка В на рис. 5.3) при температурі потрійної точки речовина

перейде у найбільш стійку при низькому тиску – газоподібну фазу. Якщо ж, не змінюючи тиск, підвищити температуру (точка С), то знову ж порушиться правило фаз, тобто умови рівноваги, і речовина перейде у найбільш стійку високотемпературну фазу – газову. І навпаки, при зменшенні температури (точка D) речовина перейде у найбільш стійку при низьких температурах – кристалічну фазу. Що ж до ходу кривих, тобто до кривих пароутворення, плавлення та сублімації, то їх вигляд на фазовій діаграмі визначається температурним

коефіцієнтом  $\alpha$ , який залежить від індивідуальних властивостей речовини. Причому останні підлягають експериментальному визначенню. Дійсно, для кривих випаровування, плавлення та сублімації відповідно можна записати:

$$\alpha_{\text{вип.}} = \frac{p_2 - p_1}{T_2 - T_1} \frac{v_{\text{г}} - v_{\text{л}}}{\lambda_{\text{с}}} \quad (5.35)$$

$$\alpha_{\text{пл.}} = \frac{p_2 - p_1}{T_2 - T_1} \frac{v_{\text{л}} - v_{\text{к}}}{\lambda_{\text{п}}} \quad (5.36)$$

$$\alpha_{\text{субл.}} = \frac{p_2 - p_1}{T_2 - T_1} \frac{v_{\text{г}} - v_{\text{к}}}{\lambda_{\text{с}}} \quad (5.37)$$

де  $\lambda_{\text{вип.}}$ ,  $\lambda_{\text{пл.}}$ ,  $\lambda_{\text{с}}$  – заховані питомі теплоти і  $T_{\text{в}}$ ,  $T_{\text{пл}}$ ,  $T_{\text{с}}$  – температури відповідно пароутворення, плавлення та сублімації,  $v_{\text{г}}$ ,  $v_{\text{л}}$ ,  $v_{\text{к}}$  – питомі об'єми відповідно газової, рідкої та кристалічної фази.

Усі точки кривої фазової рівноваги відповідають дотику рівноважних фаз. При температурі вищій та нижчій, ніж рівноважна при даному тиску, стійкою являється та фаза, яка має менше значення хімічного потенціалу.

Використовуючи вирази (5.35-37) та наведені вище міркування про зміну стану речовини при виході її із потрійної точки (рис. 5.3), проведемо якісний аналіз ходу кривих рівноваги фаз для випадку указаних трьох фазових перетворень, які є й агрегатними перетвореннями: випаровування, плавлення та сублімації.

1. Випаровування. У випадку рівноважного процесу випаровування, тобто фазового перетворення рідина-газ, що відбувається при постійній температурі, яку зазвичай називають температурою кипіння, всі величини у правій частині

Див., наприклад, А.И. Ансельм. Основы статистической физики и термодинамики. М. Наука, 1973, 423.

рівняння (5.35) позитивні. Крім цього, тому температурний коефіцієнт кривої для усіх речовин додатний. Це означає, що для всіх фазових перетворень рідина-газ крива на площині  $(p, T)$  бере свій початок у потрійній точці і з ростом температури йде зліва-направо-вгору, але достатньо полого, оскільки знаменник правої частини виразу (5.35) є дуже великим ( $\beta$ ). Більш низькому тиску, тобто усім точкам, які лежать нижче кривої, відповідає газовий стан і навпаки, точкам, які розміщені вище цієї кривої відповідає рідкий стан. Із ростом температури температурний коефіцієнт тиску буде дещо зростати, оскільки зростання температури (у знаменнику (5.35)) буде компенсуватись ростом  $\beta$  і головне – значним зниженням різниці  $\Delta T$ . Останнє пов'язане з тим, що при збільшенні температури питомий об'єм рідини практично не змінюється через мале значення коефіцієнта об'ємного розширення рідин і – швидке зменшення питомого об'єму пари, яке відбувається внаслідок різкого збільшення інтенсивності випаровування. Тому крива на площині  $(p, T)$  буде обернена опуклістю в сторону вісі абсцис і в області високих температур буде мати більшу крутизну. Таким чином, на відміну від потрійної точки, яка є своєрідною характеристикою кожної речовини, температура рівноваги рідина-пар, тобто температура кипіння, залежить від тиску. Вона збільшується при збільшенні тиску і навпаки. Цікавим підтвердженням цього явища є наступний дослід. Якщо під ковпак вакуумного насоса поставити широку (для прискорення процесу) посудину з водою при кімнатній температурі, то через деякий час відкачування тиск знизиться і вода закипить, а температура води навіть зменшиться у порівнянні з початковою (кімнатною). Подальше відкачування парів води над киплячою водою призведе до її замерзання. Зниження температури при відкачуванні парів пояснюється тим, що при випаровуванні із поверхні води в пар вилітають найбільш енергійні молекули, так що середня кінетична енергія молекул рідини і відповідно температура, яка є мірою середньої кінетичної енергії молекул, знижуються.

Як зазначалось, крива рівноваги рідина-пар починається у потрійній точці. Щоб до можливого існування кінцевої точки кривої рівноваги рідина-пар, то відповідні висновки можуть бути зроблені лише на основі результатів експериментальних досліджень. І ці результати дійсно підтверджують, що крива фазового перетворення рідина-газ має кінцеву точку. Ця кінцева точка одержала назву – критична точка.

Параметри ( $p_{кр}$ ,  $T_{кр}$ ) які відповідають цій точці, називаються критичними. Вони є важливими характеристиками речовини. Крива рівноваги рідина-пар зображена на рис. 5.4. При всіх значеннях тиску та температури, які лежать нижче критичних (рис. 5.4) при пересіканні кривої



відбувається перетворення від рідкої фази до газової, чи навпаки. Усі точки фазової діаграми, які лежать вище критичної точки, відповідають однорідному стану речовини, який не можна віднести ні до рідкого стану, ні до газоподібного. Тут не існує ніяких поверхонь розділу, які звичайно відділяють одну фазу речовини від іншої.

У залежності від тиску та температури, речовина у цій «закритичній» області може мати і велику, і малу густину. Цікаво, що перехід між двома фазами речовини, які зображені на рис. 5.4 точками (а) і (б), можна здійснити з перетином кривої  $p = p(T)$ , при цьому на кривій  $p = p(T)$  здійснюється фазове перетворення рідина-газ (чи навпаки) з поглинанням (або виділенням) захищеної теплоти. Але такий же перехід між фазами можна здійснити і в обхід критичної точки, наприклад по шляху а-в-б (рис. 5.4). У такому випадку, незважаючи на те, що

початкова й кінцева точки відповідають різним агрегатним станам, не можна вказати, де відбулось фазове перетворення. Це перетворення проходило неперервно на усьому шляху а-в-б. Як показує досвід, при наближенні до критичної точки властивості рідкої та газової фази зближуються і різниця зовсім зникає у критичній точці. Це ще раз підтверджує, що між рідиною та її паром існує лише кількісна відмінність: і той, і інший стан речовини є ізотропним станом, який відрізняється лише кількісно – відстанню між молекулами та величиною їх взаємодії, що проявляє себе при параметрах, які нижче критичних. При температурах вищих критичної, ніяким збільшенням тиску, тобто зміною питомого об'єму, не можна змінити газоподібний стан речовини на конденсований. При температурах нижчих, ніж критична, речовини можуть знаходитись у газовій, рідкій і твердій фазі або у довільній комбінації цих фаз.

Положення критичної точки, тобто значення параметрів (тиску  $p_{кр}$ ,  $V_{кр}$  та температури  $T_{кр}$ ) можна розрахувати із наступних міркувань. По-перше, значення величин  $p_{кр}$  та  $T_{кр}$  повинні задовольняти рівнянням стану, тобто для конкретної речовини повинно бути відоме рівняння стану. По-друге, в усіх точках кривої фазової рівноваги тиск та температура обох фаз однакові, що можна записати у вигляді рівняння:  $p = p(T)$ , де  $v_1$  і  $v_2$  – питомі об'єми фаз. Далеко від критичної точки властивості фаз, у тому числі й питомі об'єми, значно відрізняються, але при наближенні до критичної точки відмінності властивостей рідкої та газоподібної фази стають дуже малими. Тому для точки на кривій

$p = p(T)$ , яка знаходиться поблизу від критичної точки останній вираз можна записати у вигляді:  $p = p_c + \Delta p$ , де  $\Delta p$  – мала, але ще скінченна різниця питомих об'ємів фаз. Завжди можна зробити формальний розклад правої частини останньої рівності у ряд за малими ступенями  $\Delta p$  в околі критичної точки і тоді цей вираз набуває вигляду:

Звідси

Вважаючи нескінченно малими, можна опустити старші члени розкладу,

тому в критичній точці маємо:

Аналіз відомих експериментальних даних дійсно показує, що дотична до кривої залежності при  $T = \text{const}$  на критичній ізотермі проходить паралельно вісі об'ємів, і що на ізотермі критична точка являється точкою перегину кривої. Це означає, що дійсно у критичній точці перша та

друга похідні дорівнюють нулю. Тому умови, які дозволяють знайти параметри критичного стану (критичні параметри) речовини, для якого відоме рівняння стану, можна записати у вигляді:

Для прикладу розглянемо газ, який описується рівнянням Ван-дер-Ваальса. Умови для розрахунку критичних параметрів набувають вигляду:

Звідси визначаємо критичні параметри вандерваальсівського газу:

Одержані вирази можуть бути застосовані для опосередкованого експериментального визначення поправок  $a$  і  $b$  газу Ван-дер-Ваальса, оскільки критичні параметри значно легше виміряти експериментально, ніж самі поправки.

У тих випадках, коли не потрібна дуже велика точність при побудові кривої, у рівнянні Клапейрона-Клаузіуса можна знехтувати залежністю захованої теплоти випаровування від температури та питомим об'ємом рідини у

порівнянні з питомим об'ємом пари, і виконати інтегрування цього рівняння. Такий випадок нами був розглянутий у п. 3.4.2.

2. Плавлення. Крива рівноваги кристал-рідина починається у потрійній точці. Усі величини у правій частині рівняння Клапейрона-Клаузіуса (5.36) додатні, тому для них криві рівноваги кристал-рідина на площині  $(p, T)$  йдуть вгору з нахилом вправо. Проте числове значення похідної буде значно більшим, ніж для кривої рівноваги рідина-пара, оскільки різниця при плавленні у багато разів менша, ніж при випаровуванні, при приблизно рівних значеннях інших величин, які входять у склад цієї похідної. Тому крива плавлення йде угору крутіше, ніж крива випаровування (крива 2 на рис. 5.5). Відзначимо також, що в природі існує декілька чистих речовин та сплавів (вода, вісмут, талій, германій, парафін, чавун), які мають аномальні властивості<sup>32</sup>:

питомий об'єм рідкої фази менший, ніж твердої. Для таких речовин крива, йдучи вгору від потрійної точки, відхиляється вліво (крива 1 на рис. 5.5). Це означає, що у таких речовин при збільшенні тиску температура плавлення не підвищується, як у більшості речовин, а зменшується. Крива фазової рівноваги кристал-рідина, починаючись у потрійній точці, може прямувати до нескінченності, але практично закінчується в точках з максимальними тисками, які можна експериментально досягнути. У речовин, які у кристалічному стані володіють поліморфними властивостями, ці криві закінчуються у точці перетину з іншими кривими рівноваги (див. рис. 5.6, а).

3. Сублімація. Як уже зазначалось, криві рівноваги рідина-пар та кристал-рідина починаються в потрійній точці і на площині  $(p, T)$  йдуть вгору, тобто область рідкого стану речовини обмежена цими кривими. Тому при температурі й тиску, які менші за їх значення у потрійній точці, рідкий стан речовини неможливий. При цих умовах можлива рівновага лише твердого й газоподібного стану та їх взаємне перетворення. Температурний коефіцієнт кривої рівноваги кристал-газ завжди позитивний. Дійсно,  $(\frac{dp}{dT})_{cr-g} = \frac{\Delta s}{\Delta v} > 0$ ,  $T_c > 0$ , тому ця крива завжди йде вгору вправо. Як видно із рис. 5.5, температура сублімації для речовин при в'язі в стані рівноваги повністю підтверджується газоподібним станом. Таким чином, площина  $(p, T)$  відповідними кривими рівноваги ділиться на три області, у межах яких існує лише один стан речовини (рис. 5.5), а на лініях, які розділяють ці області, існує рівноважне співіснування фаз.

<sup>32</sup> Розрахунок інтегралів такого виду можна знайти, наприклад, у Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Статистическая физика 6. - М. Наука, 1964.

Із фазової діаграми (рис. 5.5) видно, що при незмінному тиску, який вище «потрійного», нагрівання речовини, яка перебувала у твердому стані, призводить спочатку до її плавлення, а потім до випаровування рідини. Якщо ж початковий тиск менший, ніж тиск, який відповідає потрійній точці, то нагрівання кристалічної речовини призводить лише до сублімації на кривій рівноваги кристал-газ і навпаки – охолодження газу при такому тиску призводить до його конденсації у тверду фазу. Прикладом такого процесу є дроселювання вуглекислоти із балона з тиском  $\approx 100$  атм в атмосферу через вентиль. При цьому газоподібна вуглекислота охолодиться до температури нижче, ніж її температура потрійної точки ( $-56,60^{\circ}\text{C}$ ) і, оскільки тиск у потрійній точці вуглекислоти (4,8 атм) більший атмосферного, то вуглекислота із газоподібного стану переходить відразу до твердого – вона замерзає. Якщо при незмінній температурі, вищій ніж температура потрійної точки, збільшувати тиск, газоподібний стан на кривій рівноваги рідина-газ перетвориться у рідкий, а потім може перейти у твердий стан (для речовин з нормальними властивостями). Збільшення тиску при температурі нижчій «потрійної» газоподібний стан перейде у твердий, а потім для речовин з аномальними властивостями – у рідкий.

Слід зазначити, що криві фазової рівноваги рідина-газ та рідина-кристал можуть не закінчуватись у потрійній точці, що показано на рис. 5.5 короткими пунктирними лініями, які продовжують відповідні криві фазової рівноваги. Ці пунктирні лінії зображають область метастабільних станів. У зв'язку з різкою відмінністю кристалічної фази речовини (анізотропна фаза) і рідкої чи газоподібної (ізотропна фаза) на кривих кристал-рідина та кристал-газ метастабільних станів у звичайних умовах не спостерігається. Однак на кривих, які зображають рівновагу твердої аморфної фази і рідини, та на кривих рідина-газ вони доволі часто спостерігаються (наприклад, переохолоджена рідина – відрізок (D-B) та відрізок (C-A) – перенасичений пар на ізотермі реального газу (рис. 5.1).

Як уже зазначалось, існує багато речовин, які у твердому стані в залежності від умов можуть мати різну кристалічну будову. Фазові діаграми таких речовин будуються за результатами експериментальних досліджень і можуть мати досить складний вигляд. Для ілюстрації цього твердження на рис. 5.6 наведені спрощені фазові діаграми сірки, гелію та вуглецю.

Як видно із рис. 5.6, а, крім фундаментальної потрійної точки (рівновага трьох агрегатних станів) існують ще й інші потрійні точки. Цікавим, навіть унікальним, є те, що на фазовій діаграмі гелію відсутня крива рівноваги газ-кристал, тобто не існує фазової діаграми між газом, рідкою та твердою фазами.

Побудова фазових діаграм за результатами експериментальних досліджень дуже широко використовується у фізичному матеріалознавстві і має дуже важливе наукове й прикладне значення. Це пояснюється тим, що аналіз фазових діаграм дозволяє встановити граничні фізичні параметри, при яких існує та чи інша фаза, отже й граничні значення фізичних величин, які характерні для даних

фаз тої чи іншої речовини. Таким чином можна визначити інтервали температур і тисків, у межах яких фізичні властивості даної речовини можуть задовольняти технологічні потреби.

### 5.5. Активізація знань студентів у процесі розгляду класифікації фазових перетворень. Поняття про фазові перетворення другого роду.

Викладання теми «Фазова рівновага та фазові перетворення» в педагогічних університетах зазвичай закінчується розглядом питань про можливу класифікацію фазових перетворень. Тому, підводячи підсумок, викладач повинен впевнитись, що студенти знають наступні ознаки перетворень, які детально були раніше розглянуті (випаровування, плавлення, сублімація та зворотні до них – конденсація і кристалізація, а також поліморфні перетворення):

а) вони супроводжуються стрибкоподібною зміною питомої ентропії та питомого об'єму:  $\Delta s$ , де  $v_1$  – питомі (молярні) об'єми та ентропії фаз.

Оскільки питомий об'єм та питома ентропія визначаються як частинні похідні від питомого термодинамічного потенціалу (п. 3.1), тобто від хімічного потенціалу ( $\mu$ ):

$$\left( \frac{\partial \mu}{\partial v} \right)_T = -p \quad (5.38)$$

$$\left( \frac{\partial \mu}{\partial s} \right)_T = T \quad (5.39)$$

то можна стверджувати, що при таких фазових перетвореннях перші похідні від питомого термодинамічного потенціалу мають розрив неперервності (змінюються стрибком);

б) ці фазові перетворення відбуваються з поглинанням (або виділенням) теплоти. Питома теплота процесу  $q$  визначається наступним чином:  $q = T \Delta s$ ;

в) можливе існування метастабільних станів (фазові переходи рідина-газ і рідина-тверде (аморфне) тіло);

г) фазові переходи відбуваються при постійній температурі, яка залежить від тиску;

д) теплоємність прямує до нескінченності.

Фазові перетворення, ознаки яких ми перерахували, постійно спостерігаються в природі і тому вони першими знайшли відображення у наукових дослідженнях, результати яких були розглянуті у п. 5.1-4. Але згодом були відкриті й інші фазові перетворення, які відбуваються лише у ході спеціально поставлених експериментів. Так, для заліза, яке до 911оС має об'ємно центровану кубічну решітку, П. Кюрі у 1895 р. виявив існування температури (768°С), вище якої у нього зникають феромагнітні властивості (точка Кюрі) та стрибкоподібно змінюються деякі інші властивості (питома електропровідність, теплоємність тощо). Це, до речі, було темою докторської дисертації П. Кюрі. Згодом таку температуру (точку Кюрі) було відкрито у всіх феромагнетиків, а також у сегнетоелектриків, які при температурі Кюрі втрачають свої гігантські діелектричні властивості (при звичайних умовах їх діелектрична проникливість  $\epsilon$ , яка характеризує зменшення зовнішнього електричного поля, становить декілька тисяч) і стають звичайними полярними діелектриками ( $\epsilon \approx 1 \div 10$ ).

Розвиток техніки низьких температур дозволив розширити межі (у бік зниження температури) експериментальних досліджень різноманітних матеріалів і було зроблено цілий ряд наукових відкриттів, які мають дуже велике як теоретичне, так і практичне значення. Так у 1908 р. році нідерландський фізик Камерлінг-Оннес першим одержав рідкий гелій і відкрив (1911 р.) явище надпровідності у ртуті, а згодом – в олові, свинцю і талію, а також – руйнування надпровідності під впливом магнітного поля. Явище надпровідності може мати дуже широке технічне застосування, оскільки при транспортуванні й використанні електричної енергії зводить до мінімуму втрати енергії на джоулеве тепло. Тому після його відкриття розпочалися інтенсивні наукові пошуки матеріалів, які б переходили у надпровідний стан при відносно високій температурі (високотемпературна надпровідність), і в останні десятиліття у цьому напрямку досягнуто значних успіхів. Дуже велике значення для розвитку теоретичної (квантової) фізики мало відкриття П.Л. Капіци надтекучості рідкого гелію.

Згодом виявилось, що у деяких кристалічних тілах, решітка яких побудована із різних атомів (наприклад, у сплаві CuZn), при зниженні температури відбувається зміщення однорідних атомів у деякому напрямі, і кристал, без зміни агрегатного стану й типу решітки, набуває додаткову впорядкованість, результатом якої є стрибкоподібна зміна деяких властивостей.

Усі зазначені тут експериментальні факти (і деякі інші) показують, що радикальна зміна відповідних властивостей відбувається без зміни кристалічної решітки чи агрегатного стану, і як виявилось при детальному аналізі, ці зміни властивостей мають деякі загальні ознаки, які дають можливість трактувати їх як фазові перетворення. Дослідні дані показують, що при таких фазових перетвореннях питомий об'єм і питома ентропія не змінюються, теплота не виділяється і не поглинається, метастабільні стани не спостерігаються, тобто вони не можуть бути віднесені до класу перетворень, які розглянуті у попередніх параграфах. Експериментальні дослідження показують, що у цих нових фазових

перетвореннях відбувається стрибкоподібна зміна теплоємності, термічного коефіцієнта об'ємного розширення  $\alpha$  та ізотермічного коефіцієнта стисливості  $\beta$ . Усі ці величини пов'язані загальною ознакою – вони можуть розглядатись, як друга похідна від питомого термодинамічного потенціалу. Дійсно, для таких фазових перетворень стрибок молярних теплоємностей фаз при постійному тиску можемо виразити наступним чином:

(5.40)

Тут і в подальшому індекси 1 і 2 відносяться відповідно до низько-і високотемпературної фази.

Стрибки коефіцієнтів об'ємного розширення  $\alpha$  та ізотермічних коефіцієнтів стиснення  $\beta$  відповідних фаз теж можуть бути виражені як другі похідні від питомого термодинамічного потенціалу (хімічного потенціалу):

(5.41)

(5.42)

Аналіз поведінки похідних від питомого термодинамічного потенціалу<sup>33</sup> при фазових перетвореннях дозволив голландському фізику Еренфесту дати наступну класифікацію усіх можливих фазових перетворень:

-фазові перетворення, при яких стрибком змінюються перші похідні від питомого термодинамічного потенціалу (плавлення випаровування, сублімація та зворотні до них процеси, а також поліморфні перетворення) – це фазові перетворення першого роду;

Як зазначалось у 4.7.11, правильне рішення задачі про розподіл енергії в спектрі абсолютно чорного тіла, яке одержав М. Планк, тим не менш приводило до нового протиріччя. Тому розв'язання М. Планком проблеми «ультрафіолетової катастрофи» не можна розглядати як завершальний етап у вивченні теплового випромінювання. М. Планк не врахував усі квантові властивості введених ним частинок поля – квантів енергії, які пізніше одержали назву – фотони, з цим і пов'язані нові протиріччя [230].

-фазові перетворення, при яких перші похідні від питомого термодинамічного потенціалу (як і сам потенціал) змінюються неперервно, а стрибком змінюються другі похідні (перехід феромагнетик-парамагнетик, перехід металів у надпровідний стан у відсутності магнітного поля, перехід рідкого гелію у стан надтекучості та деякі інші) – це фазові переходи другого роду;

-теоретично можливі й переходи більш високого порядку, але експериментально вони поки що не спостерігались.

Методика подання у навчальному процесі класифікації Еренфеста нами детально проаналізовано в [263], [264].

Залежність температури фазових переходів першого роду від тиску описується рівнянням Клапейрона-Клаузіуса, яке лежить в основі вивчення таких фазових перетворень. Але для опису фазових переходів другого роду це рівняння не придатне

, оскільки його права частина містить невизначеність виду  $\frac{dP}{dT}$ . Еренфест не лише запропонував розглянуту вище класифікацію фазових перетворень, але й виконав термодинамічний аналіз фазових переходів, і цей аналіз дозволив встановити загальні співвідношення між розглянутими стрибками других похідних від питомого термодинамічного потенціалу на кривих фазових переходів другого роду. Ці співвідношення й лежать в основі термодинамічної теорії фазових переходів другого роду. З метою одержання цих співвідношень скористаємося тим, що при фазових перетвореннях другого роду перші похідні від питомого термодинамічного потенціалу змінюються неперервно, тобто у випадку таких фазових перетворень у виразах (5.38, 39) знак нерівності потрібно замінити знаком рівності:

$$(5.43)$$

$$(5.44)$$

Введемо наступне позначення стрибків похідних у виразах (5.43, 44):

$$(5.45)$$

$$(5.46)$$

Виконаємо диференціювання останніх виразів:



(5.47)

Скористаємось (5.40-42), позначивши при цьому різницю відповідно теплоємностей, коефіцієнтів об'ємного розширення та ізотермічних коефіцієнтів стисливості теж символом ( ):

( 5.48)

Враховуючи (5.48), вирази (5.47) приймають вигляд:

( 5.49)

( 5.50)

Рівняння (5.49) виражає стрибок теплоємності фаз через стрибок

коефіцієнта об'ємного розширення , а рівняння (5.50) – виражає зв'язок між стрибками коефіцієнтів об'ємного розширення та ізотермічних

коефіцієнтів стисливості . Дійсно, вирази (5.49) і (5.50) можна переписати у вигляді:

(5.51)

(5.52)

Ці рівняння не лише пов'язують стрибки вказаних фізичних властивостей фаз при фазових перетвореннях другого роду, але й визначають кутовий коефіцієнт

кривої фазової рівноваги :

тобто виражають диференціальну залежність між тиском і температурою вздовж кривої фазової рівноваги. В останньому змісті вони є аналогами рівняння Клапейрона-Клаузіуса для фазових переходів першого роду.

Рівняння (5.49) і (5.50) можна об'єднати і розглядати як систему однорідних рівнянь, яка має не нульові розв'язки лише за умови, що її визначник дорівнює нулю, тобто:

або:

(5.53)

Це рівняння пов'язує стрибки трьох характеристик фаз, які зазнають розрив неперервності при фазових переходах другого роду (молярної теплоємності фаз при постійному тиску, термічного коефіцієнта об'ємного розширення  $\alpha$  та ізотермічного коефіцієнта стисливості  $\beta$ ). Для того щоб виразити стрибок молярної теплоємності  $C_p$ , розглянемо питому ентропію кожної фази як функцію питомого об'єму і температури:

Враховуючи, що питома ентропія фаз у точці фазового переходу змінюється неперервно, можемо записати:

або:

(5.54)

Рівняння (5.49-54) мають назву рівнянь Еренфеста, вони і являються основою термодинамічного вивчення фазових перетворень другого роду.

На останок ми рекомендуємо зробити якісний огляд теоретичних і експериментальних робіт, які пов'язані з вивченням надпровідності деяких речовин та надтекучості рідкого гелію, тобто з вивченням явищ, які одержали назву – фазові переходи другого роду.

Дуже цікавим прикладом фазового перетворення другого роду є перетворення звичайного рідкого гелію (так званого гелію I) на іншу рідку модифікацію, названу гелієм II. Розглянемо його детальніше.

Однією з характерних властивостей рідини є її в'язкість, яка для звичайних класичних рідин при зменшенні температури збільшується. Але у 1937 р. П.Л.

Капіца, досліджуючи властивості рідкого гелію при низьких температурах, зробив фундаментальне відкриття – надтекучість гелію. Вона полягає в здатності гелію протікати через вузькі капіляри (діаметром  $\approx 10^{-4}$  -  $10^{-6}$  см) без виявлення в'язкості. При цьому об'ємна швидкість течії рідкого гелію не залежить від тиску і довжини капіляра. Із збільшенням радіуса капіляра об'ємна швидкість не збільшується, як у звичайних рідинах, а зменшується. Відмітимо, що для рідкого гелію існує певна критична швидкість течії, вище якої течія стає в'язкою. Проблема пояснення властивостей рідкого гелію в 30-і роки ХХ століття стала однією з провідних проблем фізики.

Розглянемо докладніше загальні властивості рідкого гелію. Рідкий гелій – це легка, прозора, без кольору рідина. У рідкий стан газоподібний гелій переходить при  $T=4,22$  К і атмосферному тиску. Він залишається рідким при атмосферному тиску навіть при температурі близькій до абсолютного нуля (з такою властивістю він є єдиною речовиною в природі). У твердий стан гелій переходить лише при збільшенні тиску. При збільшенні тиску відстані між атомами зменшуються і сили взаємодії зростають, що сприяє твердненню рідкої фази. Для кристалізації гелію при потрібний тиск  $p > 25,27 \cdot 10^5$  Па. Фазова діаграма гелію зображена раніше (див. рис. 5.6, б).

У 1932 р., тобто ще до відкриття надтекучості, експериментально було встановлено, що при температурі 2,19 К теплоємність рідкого He4 зазнає аномальної зміни. Графік залежності  $c_p = f(T)$  в області, яка близька до температури  $T_\lambda = 2,19$  К нагадує (рис. 5.7) грецьку букву  $\lambda$  (лямбда). Тому цю температуру називають  $\lambda$ -точкою. Це точка фазового переходу другого роду. Вона розділяє

рідкий на дві фази гелій I та гелій II. До речі й для інших фазових переходів другого роду залежність  $c_p = f(T)$  має аналогічний вид, який схематично зображено на рис. 5.7. Температура  $T_\lambda$  при підвищенні тиску зміщується в сторону більш низьких температур.

Гелій I і гелій II відрізняються навіть за зовнішніми ознаками. Гелій I бурхливо кипить у всьому об'ємі, а гелій II – це спокійна рідина з чітким меніском. Ці відмінності зумовлені великою інтенсивністю теплопереносу в гелії II. Вона на багато порядків вища ніж у гелію I. Гелій II має порівняно великий коефіцієнт стисливості.

Для гелію II характерними є ще ряд цікавих і незвичайних властивостей. Спочатку розглянемо утворення тонких рухливих плівок рідкого гелію II на поверхні твердого тіла. Плівка рухається в сторону, де температура вища, і там випаровується. Товщина плівки за вимірюваннями А.К. Кікоїна та Б.Г. Лазарева (1939 р.) становить приблизно  $2 \cdot 10^{-8}$  м, тобто близько 100 атомних шарів. Цікаво, що залежність швидкості течії рідкого гелію II в плівках від температури має такий самий характер, як і для його течії у вузьких капілярах. Крім того, для обох випадків існує певна критична швидкість, вище якої течія стає в'язкою. Причину течії гелію II в плівках П.Л. Капіца пояснює на основі гіпотези про різницю властивостей гелію II у тонких шарах і в об'ємі (вільному стані). Це дає підставу вважати, що надтекучість гелію II у вузьких капілярах не є об'ємним явищем, а відбувається у поверхневому шарі, тобто у місцях безпосереднього контакту текучої компоненти з капілярами.

Теорію фазових переходів другого роду створив Ландау, але вона виходила за межі розглянутої раніше статистики. Він показав, що ці фазові переходи пов'язані із зміною симетрії тіл, результатом якої є вказана раніше стрибкоподібна зміна фізичних властивостей.

Згідно з теорією Л. Д.Ландау, перехід гелію в надтекучий стан при  $T = 2,19$  К є перехід від класичної до квантової рідини. Введення Ландау поняття про квантові рідини мало величезне значення для фізики загалом. Відповідно до цієї двокомпонентної моделі гелій II являє собою ніби суміш двох компонент: нормальної і надтекучої. Звичайно, двокомпонентна модель – це просто наочний спосіб описання процесів у квантовій рідині, точніше, слід говорити не про дві компоненти квантової рідини, а про два можливі типи її течії – нормальний і надтекучий. Коли гелій протікає через тонкі капіляри, то тече без в'язкості

рухається надтекуча компонента. Нормальна компонента рухається повільніше. Ці обидві одночасні течії відбуваються без передачі імпульсу одна одній. Це у сукупності й призводить до надтекучості. Довгий час вважалося, що надтекучий гелій є єдиною квантовою рідиною. Проте тепер ясно, що в природі є й інші квантові рідини. Ізотоп гелію є також квантовою рідиною. Його властивості пояснюються на основі квантово-механічних уявлень. Рідкий не виявляє надтекучості принаймні до 0,1 К, але при температурах нижчих 0,001 К гелій теж переходить у надплинний стан. Взагалі, як зазначає Ландау, будь-який опис квантових явищ у класичних термінах, які ми тут намагаємось застосувати, не є повністю адекватним. Отже на даному етапі вивчення статистичної термодинаміки студенти повинні зрозуміти, що статистичний метод, який раніше використовувався не повною мірою враховує квантові властивості частинок. Тому описання властивостей рідкого гелію можливе лише при врахуванні всіх квантових властивостей частинок.

Закінчуючи розгляд фазових перетворень, зазначимо, що розглянута вище класифікація Еренфеста та їх термодинамічна теорія, як показали експериментальні дослідження, у повній мірі виконуються лише для фазового перетворення виду: надпровідник-провідник (у відсутності зовнішнього магнітного поля). Усі інші фазові перетворення, які протікають без стрибка перших похідних від питомого термодинамічного потенціалу, мають ті чи інші відхилення від класифікації Еренфеста, але мають загальну властивість – залежність їх теплоємності від температури поблизу  $\lambda$ -точки має вигляд, зображений на рис. 5.7. Тому у науковій літературі ці переходи називають  $\lambda$ -переходами. Але у навчальних посібниках всі фазові переходи, у яких перші похідні від питомого термодинамічного потенціалу змінюються неперервно, а другі – стрибком, традиційно, відповідно з класифікацією Еренфеста, називають фазовими переходами другого роду, що не в повній мірі відповідає дійсності. Зазначимо в зв'язку з цим, що, відповідно до класифікації Еренфеста, перехід речовин у критичний стан формально можна вважати фазовим переходом другого роду. Дійсно, у цій точці відмінності властивостей рідкого та газоподібного стану зникають і тому питомі значення відповідно ентропії та об'єму рідкого й газоподібного стану співпадають. Це значить, що перші похідні від питомого термодинамічного потенціалу у критичній точці змінюються неперервно, тобто по Еренфесту – це точка фазового переходу другого роду. Але насправді ситуація тут набагато складніша. Як показує детальний аналіз, при спробі застосувати до критичної точки диференціальні рівняння, справедливі для інших станів речовини, у багатьох із цих співвідношень з'являються невизначеності, які неможливо розкрити. Тому математичний апарат термодинаміки починає «буксувати» в критичній точці, і ці труднощі мають принциповий характер. На жаль, і ситуація з точністю експериментальних даних катастрофічно погіршується при наближенні до критичної точки. Пояснюється це не недосконалістю вимірювальних приладів, а труднощами принципового характеру. Отже, обійти математичні складнощі експериментальним шляхом не вдається. Тому відносно критичної точки дотепер

існує більше фізичних запитань, ніж відповідей.

Зважаючи на велику наукову цінність і широку перспективу технічних застосувань, критичні явища і особливо фазові перетворення є надзвичайно цікавим та важливим предметом досліджень сучасної фізики.

### **Висновки до розділу 5**

1. Показано, що у традиційній системі навчання теоретичної фізики в педагогічних університетах тема «Рівновага фаз та фазові перетворення» розглядається лише термодинамічним методом. Це не дає можливості пояснити механізм перебігу процесів і призводить до деякої відчуженості змісту термодинаміки як навчальної дисципліни, від сучасної фізики, що не дозволяє студентам у повному обсязі отримати важливу наукову інформацію. Проаналізовані можливі методичні варіанти викладання зазначеної теми і запропоновано до розгляду авторський варіант її інтегрованого вивчення.

2. Доведено, що лише статистичний аналіз зазначеної теми, тобто наповнення молекулярним змістом достатньо очевидних термодинамічних міркувань і диференціальних рівнянь, дозволяє дати повне, а в багатьох випадках і завершене, пояснення усіх явищ та закономірностей, які вивчаються у темі «Рівновага фаз та фазові перетворення».

3. На основі статистичних закономірностей в макроскопічних системах розглянуто загальні умови рівноваги фаз у макроскопічній системі. Для виявлення фізичних властивостей, якими повинна володіти система, застосовано спеціальний математичний апарат – метод якобіанів, що цікаво з точки зору міжпредметних зв'язків і розширює кругозір студентів. Цей відомий у математиці метод, який рідко застосовується у фізиці, адаптований нами до проблем статистичної термодинаміки.

4. Запропоновано методику подання у навчальному процесі умов рівноваги в однокомпонентній та багатокомпонентній системах, правила фаз Гіббса, фазових діаграм, понять про потрійну та критичну точки, наведено методичний аналіз ролі хімічного потенціалу в рівновазі фаз та фазових перетвореннях. Особливу увагу приділено методиці навчання класифікації фазових перетворень і фазових перетворень другого роду.

## РОЗДІЛ 6

### ОРГАНІЗАЦІЯ ПРОВЕДЕННЯ ТА РЕЗУЛЬТАТИ ПЕДАГОГІЧНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ З ПЕРЕВІРКИ ЕФЕКТИВНОСТІ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ ІНТЕГРОВАНОГО НАВЧАННЯ ТЕРМОДИНАМІКИ І СТАТИСТИЧНОЇ ФІЗИКИ В ПЕДАГОГІЧНИХ УНІВЕРСИТЕТАХ

#### 6.1. Діагностика, критерії і показники результативності педагогічного експерименту та методика їх виявлення.

У дослідженні здійснювався аналіз дослідно-експериментальної перевірки реального функціонування розробленої системи формування фізичного світогляду майбутніх вчителів фізики на основі фундаменталізації знань, яка забезпечується інтегрованим навчанням теоретичної фізики (розділ - термодинаміка і статистична фізика) з метою підтвердження правильності висунутої гіпотези і концепції дослідження. Мета педагогічного експерименту полягала в оцінці результативності запропонованої моделі навчального процесу, орієнтованого на фундаментальну підготовку студентів у процесі навчання.

У літературі і в наукових дослідженнях наголошується наявність складної структури і різноманіття функцій педагогічної діагностики [2], [5], [6], [9], [10], [17], [54], [183], [209], [290], [363], [395]. Разом з тим спостерігається відсутність єдиного підходу до визначення кількості, назви, а також ролі, яка відводиться тій або іншій функції діагностики. На важливість вивчення цієї проблеми указує ряд авторів. Е. М. Коротков [179] відзначає, що питання про функції перевірки – головне теоретичне питання, від того або іншого розв'язування якого залежить напрям розробки методики перевірки. Зокрема, необхідно з'ясувати питання про взаємовідношення функцій з метою виключення спотворень в методиці діагностики результатів навчання. В даний час актуальність даної проблеми зберігається через її багатогранність і складність розв'язання. Детально розробленість питання про функції педагогічної діагностики, динаміки його розвитку розглянуті в монографії Н. Нохріної [280]. Залежно від мети, що передбачається педагогічним експериментом, розрізняють три його типи: констатувальний експеримент, за якого вивчаються педагогічні явища; перевірний (пошуковий), який уточнює мету, завдання експерименту, дає змогу перевірити гіпотезу; формувальний, у процесі якого конструюються нові педагогічні явища. У нашому дослідженні використовується педагогічний експеримент, що поєднує всі його складові.

Основними завданнями експерименту були такі: з'ясування складових інформаційних, комунікативних і теоретичних компетентностей майбутнього вчителя фізики в умовах переходу від традиційної методики навчання термодинаміки до інтегрованої – на засадах статистичної фізики та швидкого зростання об'єму наукової та технічної інформації, що вимагає від фахівця здатності й навичок до самоосвіти, готовності до включення у систему безперервної освіти і підвищення кваліфікації; перевірка ефективності і впровадження в навчальний процес компонентів особистісно-орієнтованої системи формування теоретичних компетентностей студентів; проведення

аналізу результатів експерименту; корекція теоретичних і практичних рекомендацій щодо формування фізичного світогляду майбутнього вчителя і внесення змін у викладання дисциплін теоретичної фізики [353], [355].

Педагогічний експеримент зі студентами педагогічних університетів ґрунтувався такій групі методів: а) теоретичний аналіз наукової фізичної, філософської, психолого-педагогічної та навчально-методичної літератури з метою визначення ступеня розробленості проблеми дослідження; б) аналіз і узагальнення стану вивченої проблеми; в) вибір методології для проведення теоретичного дослідження; г) спостереження за процесом вивчення теоретичної і загальної та фізики у вищих педагогічних навчальних закладах на фізико-математичних спеціальностях; д) створення і експериментальне впровадження системи інтегрованого навчання теоретичної фізики (розділ – термодинаміка і статистична фізика). Методами дослідження під час педагогічного експерименту виступили такі: анкетування й інтерв'ювання студентів, випускників, вчителів і викладачів вищих навчальних закладів; спостереження за навчальним процесом, математичні методи обробки результатів анкетування і інтерв'ювання.

Ефективність результатів проведених досліджень доцільно перевіряти шляхом тестування студентів, проведенням комплексних контрольних робіт за трьома напрямками: 1. Змістовий, який перевіряє понятійний апарат випускника за роки навчання. Перевіряється засвоєння фундаментальних понять, принципів, законів, а не лише відтворення знань і понять. 2. Контекстуальний – передбачає перевірку готовності студента до впровадження одержаних знань у майбутній практичній роботі, а також у контексті реальних життєвих ситуацій. 3. Процесуальний – засвідчує сформованість інтелектуальних умінь, що дозволяють проводити логічні розумові операції і встановлювати причинно-наслідкові зв'язки під час розв'язання конкретних професійних завдань.

Зазвичай, для визначення рівня знань і вмінь майбутніх фахівців використовують тестування. Під педагогічним тестом розуміється система взаємопов'язаних предметним змістом завдань специфічної форми, що дають змогу оцінювати структуру і вимірювати рівень знань та інші характеристики особистості. Науковість педагогічного контролю передбачає відповідність тестів певним критеріям оцінки якості методів вимірювання, найважливішими з яких є: об'єктивність, надійність, валідність, точність [133], [134], [135], [287]. Але лише тестуванням не можна досягти повної об'єктивної перевірки. Тому доцільно давати завдання у форматі моделювання виробничої ситуації, в яку потрапляє майбутній фахівець педагогічного профілю. Це, як правило, реалізується під час виконання комплексних кваліфікаційних завдань ці завдання повинні відповідати освітньо-кваліфікаційним характеристикам. За таких умов запитання слід формулювати таким чином, щоб рівень підготовки студентів можна було оцінити не лише якісно, а й кількісно, тобто оцінювати їх за конкретною кількістю балів. До того ж, потрібно створювати можливість прогнозування діяльності майбутнього спеціаліста. Найбільш прийнятною формою контролю є виявлення ступеня відповідності професійних знань завданням закладу освіти, до виконання



яких студент готується, тобто контроль освітньої компоненти майбутнього вчителя фізики повинен бути істотно доповнений контролем професійної компоненти його підготовки. Таке комплексне кваліфікаційне завдання виконується студентом наприкінці його навчання [ REF \_Ref357326413 \w \h 131 ],.

Під час проведення анкетування та тестування здійснюється частковий моніторинг рівня професійної підготовленості студена до майбутньої роботи. Моніторинг в освіті - це, насамперед, системна процедура, яка не обмежується контрольною функцією, а спрямована на з'ясування чинників, які потрібні для його розвитку, зміни ситуації тощо. А це належить швидше за все до сфери оцінювання, яке відіграє продуктивну роль у визначенні подальших його змін і розвитку, тобто констатувальна частина моніторингу - вивчення стану функціонування певного об'єкта дослідження - не є самоціллю, а стає лише передумовою вибору стратегії змін, необхідних для його розвитку, та пошуку шляхів її реалізації. Отже, моніторинг в освіті - це система заходів збирання, опрацювання, аналізу та поширення інформації з метою вивчення й оцінювання стану функціонування певного суб'єкта освітньої діяльності чи освітньої системи загалом та прогнозування їх розвитку на основі аналізу одержаних даних і виявлених тенденцій та закономірностей [382], [132].

Дослідження проблеми діагностик розкриті в роботах А.М. Алексюк [5], Б. Г. Ананьєва [ REF \_Ref349229590 \w \h 6], С.И Архангельского [9], [10], Г.А. Балла [26], М.В. Булановой-Топорковой [54], Н. Н. Нохріної [280], С.С. Вітвицької [75], З.І. Слепкань [341] та ін. Всі автори відносять її до проблем педагогічних вимірювань. Спираючись на дослідження Н. Н. Нохріної, коло вирішуваних в її рамках питань умовно можна поділити на чотири групи:

1) проектування якості підготовки фахівців на основі структурно-логічного аналізу змісту навчальних програм з визначенням навчальних елементів за методами графічного моделювання і розробки блоково-модульної побудови навчального процесу;

2) діагностика результатів навчання, виражених в термінах критеріїв, з позицій рівневого підходу, який характеризується спробою згрупувати результати засвоєння за рівнями навчальних досягнень, описати ці результати і визначити критерії їх сформованості;

3) розробка інструментарію педагогічних вимірювань, застосування модифікованих і адаптованих до умов навчання математичних і статистичних методів;

4) впровадження об'єктивних методів контролю на окремих етапах освітнього процесу.

Ми дослідили проблему діагностування результатів педагогічного експерименту в роботах науковців, що займалися пошуком шляхів удосконалення різних видів контролю успішності, проте прийшли висновку, що більш доцільним є використання методики, яка представлена у посібнику [107].

У нашому дослідженні визначення критеріїв результативності впровадження методики інтегрованого навчання термодинаміки на засадах

статистичної теорії, побудованої з урахуванням принципу науковості та методологічної спрямованості, компетентнісного, дедуктивного, проблемного та задачного підходів до організації навчального процесу, базується на дотриманні послідовності у визначенні та оцінці результативності запропонованої системи змін до змісту і методів вивчення розділу «Термодинаміка і статистична фізика», що входить до дисципліни «Теоретична фізика». Оцінка результативності включала послідовність дій, яка застосовувалась (і виправдала себе) у багатьох інших дисертаційних дослідженнях, наприклад [37], [54], [55], [66], [67], [76], [94], [111], [114], [121], [124], [136], [146], [152], [170], [175], [206], [223], [271], [282], [305], [316], [320], [349], [360], [363], [387], [397], [399], [400] критерії → показники → методику їх виявлення → методику оцінки результативності запропонованих засобів.

Основні цілі навчання теоретичної фізики та її розділів передбачають:

- формування у студентів глибоких і міцних знань;
- формування наукового світогляду студентів;
- дотримання фахової педагогічної спрямованості навчального процесу;
- становлення й розвиток професійних та навчально-пізнавальних мотивів у ході засвоєння дисципліни.

Аналіз вказаної раніше психолого-педагогічної літератури надав підстави для внесення до переліку критеріїв результативності впровадженої методики інтегровано навчання термодинаміки на засадах статистичної теорії *мотиваційного, когнітивного, діяльнісного, світоглядного та оцінно-рефлексивного критерії*, які найбільш повно і точно відображають реальний стан досліджуваної проблеми.

Поняття “критерій” в [6, 450] визначене як “...засіб для думки, ознака, на підставі якої проводиться оцінка, визначення або класифікація чого-небудь, мірило оцінювання”. Що стосується вимог до формулювання критеріїв, то вони можуть бути описані в стислому вигляді як наступне твердження – “критерії повинні бути об’єктивними; включати найістотніші, основні моменти досліджуваного явища; охоплювати типові сторони явища; формулюватися ясно, коротко, точно; передбачати можливість вимірювати саме те, що хоче перевірити дослідник” [6, 65].

Згідно з дослідженнями І. Ісаєва [149] і Л. Подимової [298], загальними вимогами до визначення і обґрунтування критеріїв є такі твердження:

- критерії повинні бути розкриті через ряд якісних ознак (показників), у міру прояву яких можна судити про більший або менший ступінь вираженості даного критерію;
- критерії повинні відображати динаміку вимірюваної якості в часі і просторі;
- критерії повинні за можливості охоплювати основні види професійної діяльності;
- критерії повинні відображати основні закономірності формування особи;
- за допомогою критеріїв повинні встановлюватися зв’язки між всіма компонентами досліджуваної системи;

- якісні показники повинні виступати в єдності з кількісними;
- критерії повинні бути розкриті через ряд специфічних ознак, що відображають всі структурні компоненти.

Виділяючи перелік необхідних та достатніх критеріїв ми виходимо зі структури навчальної діяльності й процесу засвоєння знань, де психологи виокремлюють такі основні компоненти: мотивацію; навчальні завдання у певних ситуаціях; навчальні дії, контроль і оцінку, що переходять у самоконтроль і самооцінку. Серед них мотиваційний критерій (мотивація) є визначальним компонентом структурної організації навчальної діяльності.

Під *мотивацією* розуміється сукупність спонукальних факторів, які визначають активність особистості. На формування стійкої мотивації, як відомо із психолого-педагогічних досліджень [29], [32], [33], [45], [47], [49], [50], [51], [54], [60], [66], [67], [75], [83], [85], [115], [117], [119], [175], впливає ціла низка факторів, серед них: зміст навчання, методика викладання, особистість викладача, взаємини в студентському колективі, досягнуті результатами навчальної діяльності. До факторів, які безпосередньо впливають на формування позитивних мотивів до навчання, належать: професійна спрямованість навчальної діяльності; усвідомлення поточних і перспективних цілей навчання, теоретичної і практичної значущості засвоєних знань; емоційність форм викладу наукової інформації; нарощування змісту і новизни наукової інформації; підтримка допитливості і «пізнавального психологічного клімату» у навчальній групі, а також спосіб організації педагогічного контролю [175]; [282]. Відомі психолого-педагогічні дослідження [191]; [192]; [193]; [206]; [207], [209]; [225] визначають, що на формування мотивації впливає велика кількість інших факторів, такі як: предмет і зміст навчання, методика викладання, особистість викладача, взаємини в студентському колективі, результати навчання тощо. Г. Щукіна виділяє різні рівні прояву пізнавальної мотивації, пов'язуючи їх з рівнями прояву пізнавального інтересу тих, хто навчається: увага до конкретних фактів, знань, описів, дій за зразком; інтерес до залежностей, причинно-наслідкових зв'язків, до їхнього самостійного встановлення; інтерес до глибоких теоретичних проблем, творчої діяльності з засвоєння знань. Мотиви, як доведено в цих дослідженнях, є відносно стійкими проявами особистості, тому, з урахуванням вікових особливостей студентів, вимог до організації навчально-виховного процесу у вищому педагогічному навчальному закладі, перспективних та генеральних цілей у підготовці фахівця, за основу беремо загально прийняту класифікацію характеру мотивів студентів у вивченні теоретичної фізики [175], [405]:

- *професійні мотиви*: можливість удосконалити необхідні знання та уміння, потрібні у майбутній педагогічній чи фаховій діяльності; з'ясувати нові методичні прийоми, способи викладення матеріалу, розв'язання задач тощо;
- *навчально-пізнавальні мотиви*: зацікавленість матеріалом розділу, галуззю знань; наявність потреб у систематичній пізнавальній діяльності, у самоосвіті, у розширенні власного світогляду; поповненні

багажу знань та методів дослідження;

- *мотиви соціальної ідентифікації*: можливість досягти поваги й належного соціального статусу серед батьків, однокурсників, викладачів та ін., уникнути осудження за низький рівень навчальних досягнень;
- *утилітарні мотиви*: досягти певних особистих цілей – отримувати стипендію, диплом, вступити до магістратури тощо.

У групі мотивів слід виділити, як основні, професійні та навчально-пізнавальні мотиви. Методика виявлення результативності вивчення термодинаміки і статистичної фізики за відповідями на запитання спеціально розробленого тесту, адаптованого до типових потреб студентів у вивченні дисципліни «Теоретична фізика», за мотиваційним критерієм передбачала дослідження характеру мотивів студентів. Текст анкети наведено у додатку А.

Другим за значенням критерієм результативності пропонованої методики навчання є *когнітивний*, оскільки він дає оцінку ступеня якості засвоєних студентами знань при вивченні курсу «Теоретична фізика». Під якістю засвоєних знань розуміють особливість знань, яка характеризує результат навчально-пізнавальної діяльності тих, хто навчається. На підставі досліджень, В.

Паламарчук [287] виділяє більше 20 якостей знань: повнота, правильність, глибина, систематичність, системність, оперативність, гнучкість, згорнутість, розгорнутість, конкретність, узагальненість, усвідомленість, міцність, широта, дієвість, упередженість та ін. Разом з тим, залежно від напряму педагогічного дослідження, можна виділити найбільш важливі якості знань: розгорнутість, глибина, гнучкість, системність, міцність. Частково спрощуючи вказану систематизацію якостей, виділяємо, та наш погляд, основні якості:

*глибина знань* – усвідомлення інтеграційних, внутріпредметних та міжпредметних зв'язків загальної та теоретичної фізики. існуючих зв'язків між галузями знань (математика, фізики, техніка); *гнучкість знань* – уміння застосовувати набуті знання у стандартних і нестандартних ситуаціях; знаходити варіативні способи використання знань; уміння комбінувати нові способи діяльності із уже відомих; *системність знань* – усвідомлення суб'єктами навчання структури знань, їх ієрархії та послідовності, тобто усвідомлення одних знань як базових для інших; *міцність знань* – наявність і стійкість всіх зазначених якостей знань; інтегральний показник системності знань, що позначається на можливості у відтворенні та застосуванні знань при будь-яких умовах [74], [112], [144], [145], [171], [175], [179], [182], [183], [191].

Керованість та міцність, під якими в психології розуміють незалежність використання засвоєних знань і сформованих умінь від часу, особливостей ситуацій та умов, М. Заброцький [ REF \_Ref356871597 \w \h 128] відносить до процесу засвоєння знань. Міцність засвоєння залежить від системності, смислової організації навчального матеріалу, його особистісної значущості для студента і емоційного ставлення останнього до нього. Оцінка кожного із зазначених показників якості знань з «термодинаміки і статистичної фізики» у даному дослідженні здійснювалась за допомогою методу діагностичних контрольних

робіт з термодинаміки і статистичної фізики, що включали спеціальні завдання на виявлення розгорнутості, глибини, гнучкості та системності знань (додаток Б). Міцність знань у дослідженні оцінено за результатами виконання, так званих, ректорських контрольних робіт, які виконувались наприкінці наступного семестру (приклади контрольних робіт наведені в додатку В). Результати виконання цих контрольних робіт дали можливість з'ясувати ступінь збереження у довготривалій пам'яті основних законів статистичної термодинаміки.

Використана нами методика діагностики результативності інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики на основі створеної методичної системи за когнітивним критерієм дала підстави для визначення не лише загальної картини впливу запропонованого нами інноваційного підходу, оснований на статистичній теорії, і побудованого з урахуванням принципів науковості та методологічної спрямованості, наочності та компетентнісного, дедуктивного, проблемного й задачного підходів до вивчення явищ, які притаманні макроскопічним системам, на успішність навчання студентів, але й з'ясувати ті показники якості знань, на які він впливає найбільше і найменше. Для цього експериментальна методика передбачала порівняння отриманих результатів за кожним показником у контрольних і експериментальних групах та їх статистичну обробку із застосуванням  $\chi^2$ -критерію Пірсона. Подальший відбір критеріїв результативності інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики ми здійснювали, виходячи із специфіки навчально-пізнавальної діяльності студентів у педагогічному університеті, оскільки вона спрямована на оволодіння навчальним матеріалом та розв'язання навчальних завдань, сприяє засвоєнню загальних способів дій і наукових понять, що передують розв'язанню завдань.

Як і будь-яка інша діяльність, навчальна діяльність характеризується насамперед суб'єктивністю, активністю, предметністю, цілеспрямованістю і усвідомленістю. Продуктом навчальної діяльності виступають структуровані та актуалізовані знання, на яких ґрунтуються вміння розв'язувати завдання у різних сферах науки та практики, які потребують їх застосування, а також внутрішні новоутворення психіки і діяльності. Якість засвоєння знань знаходить своє відображення у здобутих вміннях, які за висловом В. В. Давидова, є основною метою і результатом навчальної діяльності [111]. Тому наступним критерієм результативності інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики виділяємо *діяльнісний*, який передбачає визначення ступеня засвоєння студентами основних умінь, необхідних для розв'язання навчально-пізнавальних завдань під час вивчення курсу теоретичної фізики.

Відносно визначення поняття «уміння» існує багато різних думок. У даному дослідженні підтримується думка тих вчених (С. Гончаренко, О. Коновал, Є. Мілерян, А. Усова та інші), які трактують уміння як засвоєний суб'єктом спосіб свідомого ефективного виконання дій. Тобто розуміємо уміння як характеристику майстерності особистості, що виявляється у діяльності, здійснюється свідомо та завжди завершується успішним досягненням поставленої мети [175]. До найважливіших умінь, яких повинні набути суб'єкти навчання, можна віднести

три такі основні групи [392]: спеціальні уміння, уміння раціональної навчальної праці та інтелектуальні уміння.

В умовах упровадження модульно-рейтингової системи оцінювання навчальних досягнень студентів у вищих навчальних закладах, дані показники природно об'єднуються у рівнях навчальних досягнень студентів. Отже, діагностика результативності запропонованої нами методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики за діяльнісним критерієм передбачає узагальнений аналіз успішності студентів, яку ми виявляли за результатами складання студентами модулів та семестрового екзамену з розділу «Термодинаміка і статистична фізика», і відповідно їх розподілом за оцінками навчальних досягнень. Статистична обробка відмінності у рівнях успішності студентів контрольних та експериментальних груп, порівняння з початковим рівнем готовності студентів до засвоєння зазначеного розділу теоретичної фізики може слугувати підставою для обґрунтованих висновків про результативність запропонованої формувальної методики.

Вибір *світоглядного* критерію, у якості одного із основних критеріїв педагогічного експерименту з перевірки ефективності запропонованої методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики ми обумовлюємо тим, що світогляд є одним з основних компонентів особистості майбутнього вчителя. Особливість цього критерію полягає у філософському осмисленні знань про природу та процес її пізнання, коректній побудові наукової картини світу, як необхідної компоненти майбутнього вчителя фізики. Тому при визначенні показників світоглядного критерію ми виходили з того, що виявлення рівнів його сформованості повинно бути пов'язане з діагностикою всіх складових цього складного особистісного утворення: знань, поглядів і переконань. Особливість світоглядних знань полягає у тому, що вони є знаннями найвищого, філософського рівня узагальненості і включають положення, що лежать в основі розуміння фізичної картини світу.

У відповідності з дослідженням Шаронової Н.В. [394], [395], [396], [397], [398] виявлення наявності у студентів світоглядних знань, як об'єктивного компоненту наукового світогляду, пов'язують з діагностикою сформованості таких їх основних якостей: *повнота* знань про наукову (фізичну) картину світу; *узагальненість і конкретність* знань про наукову картину світу; *усвідомленість* знань про наукову картину світу. Повнота світоглядних знань повинна свідчити про наявність у студентів сукупності знань щодо структурних елементів наукової (фізичної) картини світу – філософських принципів: матеріальної єдності світу, взаємозв'язку і взаємодії, руху, єдності фізичного знання, відповідності наукових теорій, зокрема статистичної термодинаміки, а також принцип найменшої дії – в основі фізики повинно лежати невелике число логічно незалежних основних понять і принципів, з яких логічним шляхом можна вивести інші другорядні поняття та співвідношення. Усвідомленість знань про наукову картину світу повинна виявлятися в умінні бачити конкретні прояви світоглядних знань і застосовувати їх для пояснення явищ навколишньої дійсності на пріоритетних фундаментальних

принципах фізики, а не на узагальнених емпіричних фактах [175]; [159]; [300].

У дослідженнях В. Школьника до світоглядних функцій наукової картини світу відносяться: *пояснювальна* – пов’язану із застосуванням світоглядних знань для пояснення об’єктів і явищ навколишньої дійсності; *оцінна*, що передбачає застосування філософських принципів для оцінки і критики ненаукових або помилкових трактовок об’єктів і явищ навколишньої дійсності; *практична*, яка виявляється в свідомому застосуванні філософських принципів наукової картини світу для розв’язання практичних завдань, поставлених життям, об’єктивною реальністю [400]. І. Бургун [55] при визначенні ознак сформованості наукового світогляду студентів виділяє та описує *чотири рівні сформованості наукового світогляду*:

*Низький.* Студенти мають неповні, дещо викривлені уявлення про наукову картину світу, обізнані у незначній кількості філософських принципів, що лежать в основі наукової картини світу, нездатні до пояснення об’єктів та явищ дійсності на науковій основі, але знають поодинокі факти з історії встановлення термодинаміки та статистичної фізики, розуміють значення фізичних фундаментальних теорій для науково-технічного прогресу, можуть здійснити елементарну оцінку навчально-пізнавального завдання.

*Середній.* Студенти виявляють обізнаність історичного розвитку статистичних теорій в термодинаміці, усвідомлюють значення законів та їх наслідків для науково-технічного прогресу, можуть дати об’єктивну оцінку результатів вирішення навчально-пізнавального завдання і відповідності результатів розв’язку дослідним фактам; мають уявлення про основні філософські принципи, що лежать в основі наукової картини світу, вбачають прояви світоглядних знань у конкретних ситуаціях. Здатні за сторонньої допомоги пояснити, оцінити, надати трактування явищ навколишньої дійсності на науковій основі.

*Достатній.* Студенти здійснюють впевнену характеристику історії відкриттів в статистичній фізиці та термодинаміці, розуміють світоглядне значення фундаментальних фізичних теорій. Знання про наукову картину світу, загально філософські принципи та ідеї у більшості випадків характеризуються повнотою, точністю, усвідомленістю, конкретністю. Студенти здатні пояснювати та застосовувати філософські принципи для оцінки і критики ненаукових або помилкових трактовок об’єктів і явищ навколишньої дійсності.

*Високий.* Студенти впевнено оцінюють історичний розвиток наукової думки, наукових теорій, швидко та впевнено оцінюють результати навчально-пізнавального завдання відповідно до об’єктивної реальності та майбутньої професійної діяльності. Знання про наукову картину світу точні, усвідомлені. Студенти здатні свідомо застосовувати філософські принципи для розв’язання практичних завдань, поставлених життям, об’єктивною реальністю.

Нами були розроблені діагностичні завдання для виявлення сформованості у студентів наукового світогляду, відповідно з дослідженнями [225], [369], [372], [

373], [394], [395], [396], [397], [398]. Для визначення розподілу студентів контрольних і експериментальних груп за рівнями сформованості наукового світогляду на матеріалі вивчення розділу «Статистична термодинаміка» було складено систему завдань, які були об'єднані у дві групи: перша включала сім завдань (1–7) і була спрямована на діагностику об'єктивного компоненту сформованості наукового світогляду; друга включала три завдання, за допомогою яких передбачалось визначення суб'єктивного компоненту сформованості наукового світогляду у студентів. Тексти завдань наведені у додатку Г.

Врахувати специфіку навчання в педагогічному навчальному закладі і необхідності діагностики тих новоутворень, які забезпечують професійне становлення студентів, як майбутніх вчителів фізики, у якості останнього критерію ефективності пропонованої системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики вибираємо *оцінно-рефлексивний* критерій. У дослідженнях Тализіної Н.В [353], Шаронової Н.В. [395], [396], [398], Щукіної Г.І. [405] та ін. зазначається, що рефлексія – є надзвичайно важливим процесом у свідомості особистості, вона передбачає осмислення суб'єктом передумов, закономірностей і механізмів власної діяльності, способу існування, самоаналіз, забезпечує «зворотній зв'язок», який дає можливість з'ясувати та здійснити оцінку успішності як діяльності у цілому, так і її окремих етапів, з огляду на поставлені цілі, завдання, застосовані методи й ресурси. За яскравістю прояву визначених показників, як наведено в [175], можна виділити такі рівні – високий, достатній, середній, низький, ознаки яких показані у табл. 6.1.

Розподіл студентів контрольних і експериментальних груп за рівнями вивчення розділу «Термодинаміка і статистична фізики» за оцінно-рефлексивним критерієм відбувалося на основі аналізу виконання завдань діагностичної контрольної роботи, які було складено на основі зазначених показників (див. додаток В).

Проаналізовані вище матеріали психолого-педагогічної та методичної літератури з визначення критеріїв результативності вивчення термодинаміки, як складової статистичної фізики, використаємо у методиці діагностики. При цьому нас буде також цікавити загальний стан результатів педагогічного експерименту, який, окрім всього ще має враховувати досягнення студентів у науково-дослідній роботі. Тому, як і в багатьох інших дослідженнях, за яскравість прояву окремих показників критеріїв виділяємо загальні рівні результативності – високий, достатній, низький, початковий.

Таблиця 6.1

**Показники та ознаки результативності інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики за оцінно-рефлексивним критерієм**

Рівні	Ознаки рівнів
Низький	Студенти виявляють здатність здійснити оцінку результатів розв'язання навчально-пізнавального завдання з огляду на його фізичний зміст та відомі їм факти практичної діяльності; знають поодинокі факти щодо історії становлення термодинаміки,



	усвідомлюють значення фізичних теорій у науково-технічному прогресі людства
Середній	Студенти виявляють здатність здійснити оцінку результатів розв'язання навчально-пізнавального завдання з огляду на адекватну відповідність розв'язку дослідним фактам, об'єктивним проявам окремих явищ термодинаміки і статистичної фізики; виявляють обізнаність в історії відкриття: усвідомлюють їх значення у науково-технічному прогресі людства
Достатній	Студенти виявляють здатність здійснити оцінку результатів розв'язання навчально-пізнавального завдання з огляду на об'єктивні прояви термодинамічних явищ; у запропонованих завданнях і способах їх розв'язання виділяють поодинокі ідеї, потрібні для майбутньої професійної діяльності; впевнено характеризують історію відкриттів в термодинаміці, усвідомлюють світоглядне значення фізичних теорій
Високий	Студенти впевнено, оперативно, чітко оцінюють результати й перебіг розв'язання навчально-пізнавального завдання адекватно об'єктивній реальності, майбутній професійній діяльності; впевнено здійснюють оцінку історичних фактів розвитку науки, наукових теорій

*Високий:* студенти при вивченні курсу теоретичної фізики вбачають можливість удосконалити необхідні знання та уміння, потрібні у майбутній педагогічній чи фаховій діяльності. Їх знання характеризуються повнотою, глибиною, гнучкістю, системністю й міцністю, засвоюються на рівні наукових теорій, складають основу власної наукової картини світу. Вони здатні впевнено, оперативно, чітко оцінити результати й перебіг розв'язання навчально-пізнавальних завдань. Показують стабільно високу успішність у вивченні різних розділів курсу.

*Достатній:* При вивченні курсу теоретичної фізики студенти виявляють широкі навчально-пізнавальні мотиви. Їх знання характеризуються глибиною, проте недостатньою міцністю й здатні використовуватися у частково змінених умовах, система наукових знань складає основу власної фізичної картини світу. Студенти адекватно науково оцінюють об'єкти і явища навколишньої дійсності, результати розв'язання навчально-пізнавального завдання; виділяють поодинокі ідеї, потрібні для майбутньої професійної діяльності; впевнено характеризують історію відкриттів в термодинаміці, усвідомлюють світоглядне значення фізичних теорій. Показують високу успішність.

*Низький:* У студентів превалюють мотиви соціальної ідентифікації, тому їх успішність залежить від ставлення до розділів курсу та складає 3-4 бали за національною шкалою. Знання з теоретичної фізики характеризуються неповнотою, використовуються за зразком у типових ситуаціях, позбавлені взаємозв'язків. Здатні за сторонньої допомоги пояснити, оцінити, здійснити трактування явищ навколишньої дійсності на науковій основі, оцінити результати розв'язання навчально-пізнавального завдання; виявляють обізнаність в історії наукових відкриттів.

*Початковий:* Студенти при вивченні курсу теоретичної фізики намагаються досягти у більшості випадків певних особистих цілей, тому потребують постійної зовнішньої стимуляції для запобігання академічної заборгованості. Їх знання є усвідомлено сприйнятою, зафіксованою у пам'яті об'єктивною інформацією про окремі факти та явища, уявлення про окремі елементи науки. Студенти виявляють здатність здійснити оцінку результатів розв'язання навчально-пізнавального завдання, проте нездатні до пояснення об'єктів та явищ дійсності на науковій основі. Усвідомлюють значення фізичних теорій у науково-технічному прогресі людства.

Таким чином, вибрані для оцінки ефективності інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах критерії та їх ознаки можна, як і в дослідженні [175], представити наступним чином (табл. 6.2):

Таблиця 6.2

**Методика оцінки результативності методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах**

Критерії результативності	Показники результативності	Методи діагностики	Обробка результатів
Мотиваційний	Характер мотивів студентів вищих педагогічних навчальних закладів у вивченні теоретичної фізики	Тестування	Ранжирування мотивів студентів: виявлення ступеня прояву професійних та навчально-пізнавальних мотивів
Когнітивний	Показники якості знань з термодинаміки та статистичної фізики: розгорнутість, глибина, гнучність системність, міцність	Діагностичні контрольні роботи (поточні, підсумкові) на матеріалі розділу. Узагальнена та покомпонентна оцінка показників якості за різними видами навчальних робіт студентів	Оцінний бал за вітчизняною системою оцінювання – 0–5 балів. Якісний та кількісний аналіз результатів у контрольній та експериментальній групах та порівняльний аналіз з вихідним рівнем готовності до засвоєння курсу. Статистична обробка значущості змін із застосуванням $\chi^2$ -критерію Пірсона

Продовження таблиці 6.2.

Діяльнісний	Ступінь сформованості: спеціальних умінь, умінь раціональної навчальної праці, інтелектуальних умінь на матеріалі курсу	Узагальнений аналіз успішності студентів за розділом «Статистична термодинаміка» через вивчення продуктів діяльності студентів, академічних журналів, екзаменаційних відомостей тощо	Якісний та кількісний аналіз. Статистична обробка значущості змін із застосуванням $\chi^2$ -критерію Пірсона
Світоглядний	Якості світоглядних знань студентів; реалізація ними функцій світоглядних знань у діяльності з вивчення курсу	Діагностична контрольна робота	Якісний та кількісний аналіз. Статистична обробка значущості змін із застосуванням $\chi^2$ -критерію Пірсона
Оцінно-рефлексивний	Компетентнісна самооцінка результатів й перебігу розв'язання навчально-пізнавального завдання	Діагностична контрольна робота	Якісний та кількісний аналіз. Статистична обробка значущості змін із застосуванням $\chi^2$ -критерію Пірсона

### 6.2. Аналіз результатів дослідно-експериментальної роботи з перевірки ефективності методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах.

Педагогічний експеримент є одним з основних методів наукового пізнання в теорії навчання. Його суть полягає в спеціальній педагогічній діяльності з метою “об'єктивної і доказової перевірки вірогідності педагогічних гіпотез” [107]; [182]; [191], [207], [209]. У рамках даного дослідження педагогічний експеримент є способом апробації ефективності моделі інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики студентами педагогічних університетів у реальному процесі професійної підготовки вчителя фізики. Плануючи педагогічний експеримент, ми

розглядали його як комплекс методів дослідження, що дає можливість забезпечити науково-об'єктивну перевірку правильності гіпотези, яка була сформульована на початку дослідження. А саме: навчання термодинаміки і статистичної фізики у вищому педагогічному навчальному закладі має відбуватися на єдиних позиціях, методично поєднаних спільною ідеєю генералізації, фундаменталізації та інтеграції знань на основі принципів науковості й наочності, дедуктивного, проблемного, задачного та компетентнісного підходів до організації навчального процесу [137], [138], [224].

*Метою* дослідно-експериментальної роботи було: розробити, теоретично обґрунтувати та експериментально підтвердити методичні основи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах. Відповідно до мети експериментального дослідження та гіпотези були визначені *завдання*:

- вивчення стану організації навчання термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах України з позицій змісту, методів навчання та форм організації пізнавальної діяльності студентів;
- розробка методики вивчення термодинаміки як складової статистичної фізики з дотриманням принципів науковості та наочності та з урахуванням проблемного, задачного, дедуктивного та компетентнісного підходів;
- перевірка ефективності спроектованої методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах, що включає цілі, зміст і технологію, у реальному навчальному процесі;
- розробка та впровадження методичної та дидактичної підтримки вивчення термодинаміки як складової статистичної фізики у вищих педагогічних навчальних закладах.

Дослідження здійснювалося поетапно, що передбачало проведення констатувального, пошукового або перевірного й формувального етапів, кожний з яких мав свої цілі й завдання.

***Констатувальний етап*** педагогічного експерименту виконувався на протязі 2000–2004 рр. і мав на меті:

- вивчення традиційної методики, яка використовується викладачами фізики педагогічних університетів і вчителями загальноосвітніх навчальних закладів при вивченні термодинаміки;
- ознайомлення з досвідом викладачів, пов'язаним з організацією навчального процесу з вивчення молекулярної фізики і основ термодинаміки у основній школі та вищому педагогічному навчальному закладі;
- аналіз отриманої інформації про стан використання статистичних теорій викладачами шкіл та педагогічних університетів з позицій реалізації у реальному процесі навчання ідей інтеграції й фундаменталізації та забезпечення умов для підвищення результативності пізнавальної діяльності студентів – майбутніх учителів фізики;
- моделювання технології інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах;

- обґрунтування критеріїв та показників результативності розробленої методики інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах;
- аналіз результатів вивчення студентами педагогічних університетів теоретичної фізики, зокрема, розділу «Термодинаміка і статистична фізика».

У ході проведення педагогічного експерименту використовувались загальновідомі методи (*теоретичні, емпіричні та статистична* обробка експериментальних даних для виявлення вірогідності ефективності запропонованої технології навчання), які мають достатньо повне обґрунтування (з формулюванням задач, що вирішуються цими методами) в психолого-педагогічній літературі,.

У даному дослідженні вивчалася й аналізувалася методика роботи кафедр фізики провідних вищих педагогічних навчальних закладів України. Експериментальним дослідженням було охоплено 845 студентів четвертих курсів педагогічних університетів України, 17 викладачів, 130 вчителів фізики. Даний обсяг вибіркової сукупності забезпечує репрезентативність вибірки.

Для виявлення стартових умов проведення педагогічного експерименту з впровадження у навчальний процес методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики необхідно було виявити стан викладання термодинаміки і статистичної фізики у педагогічних університетах. Для цього викладачам теоретичної фізики зазначених університетів та вчителям шкіл Сумської області були запропоновані питання анкети (див. додаток Д). Аналіз результатів анкетування засвідчив, що при викладанні теоретичної фізики термодинаміка і статистична фізика розглядаються окремо, як два різні предмети. Як показало опитування вчителів фізики, чітку вичерпану відповідь щодо поняття «фундаментальний фізичний закон» було надано лише 22 % вчителів, а розкрити принцип фундаменталізації фізичної освіти змогли лише 8%. Недостатній рівень уявлень про фундаментальність окремих законів позначається й на обізнаності вчителів фізики у сутності законів теоретичної фізики. Так, більшість опитаних (98 %) вважає, що до фундаментальних законів у зазначеному розділі теоретичної фізики слід віднести три закони термодинаміки. Крім того, названі вчителі вважають, що їх неможливо обґрунтувати (вивести) за допомогою інших принципів. Хоча, як було показано вище, всі вони такими не являються, а є наслідками властивостей простору та часу й статистичних законів. У цілому всі опитані нами вчителі шкіл і особливо викладачі теоретичної фізики педагогічних університетів показали достатню обізнаність у сутності традиційних підходів до вивчення термодинаміки, як експериментальної науки. Запровадження у навчальний процес інтегрованої системи навчання термодинаміки і статистичної фізики повинно базуватись на вивченні також стану готовності студентів педагогічних університетів до вивчення термодинаміки як складової статистичної фізики. Тому наступним етапом констатувального експерименту був аналіз стану готовності студентів педагогічних університетів до вивчення термодинаміки як складової статистичної фізики. На основі спеціально розробленої анкети (див. додаток А) був проаналізований характер мотивів студентів 3-4-х курсів (845 осіб) щодо вивчення теоретичної фізики взагалі за методикою самооцінки з наступним

ранжируванням. Дана анкета дала можливість з'ясувати розподіл мотивів навчання майбутніх вчителів фізики. Після обробки даних у середньому за всіма групами студентів маємо наступний розподіл мотивів (див. діаграму рис. 6.1.)

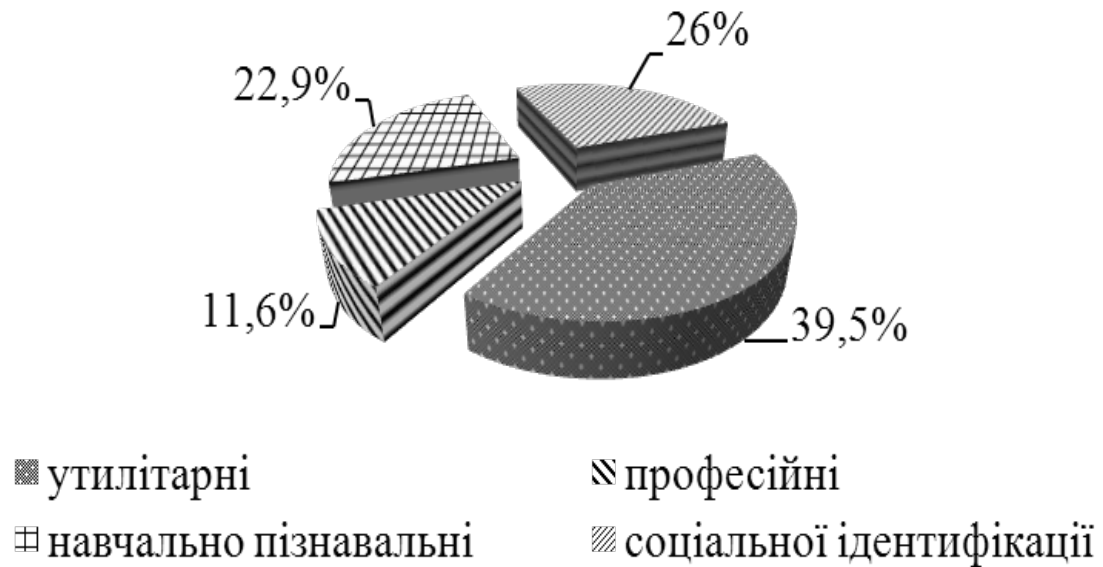


Рис. 6.1. Характер мотивів студентів педагогічних вищих навчальних закладів у вивченні курсу «Теоретична фізика»

Із наведеної діаграми видно, що, провідними в мотиваційній сфері виявилися утилітарні мотиви (39,5 %) та мотиви соціальної ідентифікації (26 % студентів), тобто більше половини студентів при вивченні теоретичної фізики керуються ознаками: отримувати стипендію, диплом, догодити батькам чи честолюбство, бажання бути поміченим і шанованим, не відставати від однокурсників, уникати осудження за низький рівень освіченості тощо. В уточнюючих бесідах зі студентами було з'ясовано, що більшість з них не вбачають курс теоретичної фізики необхідним для власного професійного становлення, не відносять знання та методи теоретичної фізики до обов'язкових компетенцій фахівця, вважають його зайвим у системі професійної підготовки вчителя фізики, занадто складним, перевантаженим математичним апаратом та фактологічним матеріалом. Лише третина студентів (у цілому 34,5 %) показала перевагу професійних та навчально-пізнавальних мотивів, що вказує на необхідність оновлення змісту курсу теоретичної фізики для більш якісної підготовки студентів до майбутньої педагогічної роботи, введення додаткових заходів, які б надали можливість розкрити значущість теоретичної фізики у майбутній професії. Цілком закономірним наслідком такого ставлення до вивчення фізики є не достатній рівень навчальних досягнень студентів із загальної фізики, класичної механіки та електродинаміки, які вивчаються на 1-3 курсах і являються основою для вивчення термодинаміки і статистичної фізики.

У табл. 6.3 показано розподіл студентів за контрольною та

Таблиця 6.3

**Рівень готовності студентів вищих педагогічних навчальних закладів до засвоєння термодинаміки, як складової статистичної фізики**

Оцінки	Контрольні групи		Експериментальні групи	
	Осіб	%	осіб	%
Високий	75	17,5 %	67	17 %
Достатній	132	30,5 %	126	30 %
Низький	151	33,5 %	139	33,5 %
Початковий	75	18,5 %	80	19,5 %
Всього	433	100 %	412	100 %

експериментальною вибірками для подальшого формульованого експерименту щодо вивчення термодинаміки як складової статистичної фізики, виконаний за результатами виконання студентами діагностичної контрольної роботи. Наведені у табл. 6.3, дані про результати виконання студентами діагностичної контрольної роботи дали можливість нам здійснити обґрунтований відбір студентів у контрольні та експериментальні групи.

Використання  $\chi^2$ -критерію Пірсона дало підстави для обґрунтування гіпотез, які висувалися для визначення відмінностей між розподілами студентів в контрольній і експериментальній вибірках. Технологія застосування методу передбачає порівняння значень  $\chi^2_{\text{емп}}$  (розрахованого значення) та  $\chi^2_{\text{кр}}$  (теоретичного значення) для вибірок з великою кількістю респондентів і надає можливість дійти висновку про статистичну достовірність чи недостовірність отриманих розходжень у вибірках.

Емпіричне значення  $\chi^2_{\text{емп}}$  розраховувалось згідно з формулою [107]:

$$\chi^2_{\text{емп}} = \sum_{j=1}^k \frac{(f_{ej} - f_{теор})^2}{f_{теор}}, \quad (6.1)$$

де  $f_{ej}$  – емпірична частота по  $j$ -ому розряду ознаки;  $j$  – порядковий номер ознаки;  $f_{теор}$  – теоретична частота;  $k$  – кількість розрядів ознаки.

Розрахунок критерію  $\chi^2_{\text{емп}}$  при порівнянні розподілів частот студентів за результатами контрольної роботи у контрольних і експериментальних групах, виконаний на основі таблиці 6.3, наведений у додатку Е. Критичні значення для критерію  $\chi^2_{\text{кр}}$  визначались за таблицею [107] для трьох ступенів свободи і рівня значущості 0,05, який для педагогічних досліджень вважається допустимим. Порівняння значень  $\chi^2_{\text{кр}}$  (7,815) і  $\chi^2_{\text{емп}}$  (0,515) дало підстави для висновку про відсутність суттєвих відмінностей в розподілах контрольних і експериментальних і вважати стартові умови педагогічного експерименту приблизно однаковими, а здійснений розподіл студентів за групами – виправданим.

Аналізуючи результати виконання студентами контрольної роботи відмітимо, що більше половини студентів знання засвоюються на рівні фактів, визначень, законів і не знають взаємозв'язків між ними. Це не дає можливості узагальнювати знання, їх систематизацію та усвідомлювати внутрішню структуру і ієрархію фізичних законів та емпіричних закономірностей термодинаміки і статистичної фізики. Студенти мають розрізнені уявлення про окремі теплові явища та закономірності, і хоча із загального курсу фізики майже всі знайомі з основними ідеями термодинаміки і молекулярної фізики, у їх свідомості вони існують окремо від інших розділів фізики і не співвідносяться з реальними процесами природи. 18,5 % студентів контрольної групи та 19,5 % студентів експериментальної не володіють математичним апаратом теоретичної фізики, мають поодинокі уявлення про сутність фізичних величин, фізичні моделі і способи їх дослідження.

Лише незначна частина студентів, відповідно 17,5 % контрольної та 17 % експериментальної груп, показала достатній рівень готовності до засвоєння термодинаміки як складової статистичної фізики і здатність виділяти у навчальній проблемі ідеї, потрібні для майбутньої професійної діяльності.

Результати діагностичного зрізу показали, що вивчення більшості тем курсу фізики відбувається шляхом від конкретного до загального. Студенти концентруються на конкретних фактах, визначеннях, законах, а не на їх взаємозв'язках. Як наслідок, студенти не розуміють, що є головним у розділі, а що другорядним; що є причиною, а що наслідком подій; які поняття і закони є фундаментальними, а які є окремими випадками, справедливими лише за певних умов, припущень та спрощень, яке їх місце та ранг у науковій картині світу. З цих причин знання, яких набувають студенти, є не взаємопов'язаними, не системними, тому погано запам'ятовуються, не мають виходу на практичну діяльність з осмислення явищ природи, майбутню педагогічну професію та сприймаються студентами у якості конгломерату фактів, прикладів, методів, які до того ж ускладнені математичним апаратом. Отже, дослідження початкових умов експерименту показало, що більша частина студентів педагогічних університетів не має достатнього рівня готовності до засвоєння термодинаміки як складової частини статистичної фізики.



**Пошуковий етап** (2005-2009) включав моделювання навчального процесу, пошуки ефективної методика інтегрованого вивчення розділу «Термодинаміка і статистична фізика» в курсі теоретичної фізики.

*Пошуковий етап* – це етап проектування методики і технології інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики та формулювання гіпотези дослідження, він передбачав:

- коректування цілей вивчення термодинаміки і статистичної фізики у педагогічному університеті;
- розробку механізмів та етапів функціонування організаційно-методичної моделі;
- пошук і доцільне поєднання форм, методів і засобів інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики у курсі «Теоретична фізика» студентами педагогічних університетів, як завершального розділу теоретичної фізики в формуванні фізичного світогляду;
- обґрунтування сукупності принципів, методів та технологій, які забезпечують підвищення результативності й ефективності даного процесу;
- формування передумов створення навчально-методичного забезпечення інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики.

**Мета формувального етапу експерименту** (2010-2012 рр.) полягала в експериментальній перевірці гіпотези шляхом порівняння результативності вивчення студентами термодинаміки за традиційною методикою та розробленою нами методичною системою інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики, яка передбачала дотримання принципів фундаменталізації, науковості та методологічної спрямованості і наочності при вивченні матеріалу, використання компетентнісного, дедуктивного, проблемного та задачного підходів.

У ході виконання формувального етапу експерименту були здійснені такі дії:

- структурування змісту курсу термодинаміки з використанням ідей статистичної теорії на основі дедуктивного та проблемного підходів до вивчення навчального матеріалу;
- розробку комплексу навчально-пізнавальних моделей та задач, пов'язаних із засвоєння курсу;
- розробку спеціальних засобів методичної підтримки курсу статистичної термодинаміки, зокрема, авторських навчальних посібників [254]; [255];
- розробку критеріїв оцінки результативності вивчення термодинаміки як складової статистичної фізики на засадах компетентнісного та задачного підходів до професійного становлення майбутніх вчителів фізики.

У формувальному експерименті взяли участь 6 викладачів і 845 студентів четвертих курсів контрольних (433 студента) та експериментальних груп (412 студента). У контрольних групах навчання здійснювалось за традиційною

методикою, в експериментальних групах – запроваджувався дедуктивний підхід до інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики та реалізувалися принципи науковості і наочності, а також проблемний, задачний та компетентнісний підходи до організації навчального процесу вивчення теоретичної фізики. У процесі експерименту ми намагалися розв’язати *завдання* – побудувати методику і технологію інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики студентами педагогічних університетів, адекватну до сучасного рівня фізичної науки, шляхом розв’язання системи навчально-пізнавальних проблем і задач:

- формувався блок задач з теоретичної фізики: понад 180 задач, які мають забезпечити засвоєння навчального матеріалу на статистичних засадах, викликати у студентів певні труднощі, створити протиріччя пізнавального характеру, пробудити інтерес через нестандартний підхід до їх розв’язання;
- формувався блок задач методичного характеру, що мають вихід на майбутню педагогічну діяльність студентів;
- створювався комплекс навчально-методичного забезпечення доступний для через Інтернет, який включає авторські посібники, методичні розробки до практичних занять, тексти лекцій;
- створювалась тематика курсових, кваліфікаційних та магістерських досліджень.

Дослідно-експериментальні роботи завершилися проведенням діагностичного зрізу, який був аналогічний зрізу на констатувальному етапі дослідження. Можливість, доцільність й ефективність розробленої методики інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики студентами педагогічних університетів, як і в дослідженні [175], оцінювалась за такими ознаками:

- якісні та кількісні позитивні зміни у рівнях засвоєння статистичної термодинаміки;
- зміна пріоритетів у мотиваційній сфері студентів – позитивні зрушення до провідної ролі професійних та навчально-пізнавальних мотивів у вивченні теоретичної фізики.

Дослідження характеру мотивів студентів експериментальних і контрольних груп відобразило їх різне ставлення до вивчення теоретичної фізики, зокрема розділу «Статистична термодинаміка». У експериментальних групах у студентів спостерігається перевага професійних та навчально-пізнавальних мотивів. У контрольних групах особливих зрушень протягом експерименту не сталося і тому наявна перевага мотивів соціальної ідентифікації та утилітарних. У порівнянні з результатами констатувального експерименту можна зазначити, що позитивних змін зазнав характер мотивів студентів контрольних груп. Більш наочно це можна побачити за допомогою діаграм рис. 6. 2. Для студентів експериментальних груп характерні значні зміни у ставленні до спеціальних, фундаментальних предметів професійної підготовки вчителя

фізики, чому приділялася значна увага в рамках формувальної методики, яка базувалася на компетентісному підході до побудови навчального процесу.

Усе це відображає значну роботу професорсько-викладацького складу вищих педагогічних навчальних закладів щодо професійного становлення студентів, залучення їх до різного роду педагогічних практик, науково-дослідної роботи. У зв'язку з цим, зазначимо, що за ініціативи автора даного дослідження кафедра експериментальної та теоретичної фізики (ЕіТФ) Сумського державного педагогічного університету (СумДПУ) імені А.С.Макаренка прийняла активну участь у розробці й впровадженні у навчальний процес загальнодержавної програми «Комплексна програма забезпечення загальноосвітніх, професійно-технічних і вищих учбових закладів сучасними технічними засобами навчання природничо-математичних і технічних дисциплін», результатом якої стало

Рис. 6.2. Характер мотивів студентів експериментальних груп на кінець експерименту

придбання університетом новітнього навчального лабораторного устаткування з методики викладання фізики. Використання цього устаткування й сучасної комп'ютерної та мікропроцесорної техніки дало можливість у 2006 році створити лабораторію інноваційних технологій викладання фізики. Наукова робота лабораторії інноваційних технологій викладання фізики істотно підняла рівень підготовки фахівців всього природничо-наукового напрямку СумДПУ імені А.С.Макаренка, оскільки до науково-методичної роботи було залучено багато докторів фізико-математичних наук, професорів Інституту прикладної фізики НАН України, а також задіяне наукове та лабораторне обладнання не лише університету, а й Інституту прикладної фізики НАН України та Концерну «Укрросметал», з якими було вкладено відповідну тристоронню угоду про співпрацю, і на замовлення яких кафедра експериментальної і теоретичної фізики СумДПУ імені А.С.Макаренка веде підготовку «спеціалістів в галузі фізики і технічних наук» освітньо-кваліфікаційного рівня «Магістр». У Додатку 3 визначено основні напрями діяльності лабораторії з урахуванням новітніх досягнень педагогічної та методичної науки, практики фундаментальної та прикладної підготовки фахівців. На базі лабораторії студентами, магістрантами, здобувачами проводяться систематичні наукові пошуки, результати яких оприлюднюються на щорічних звітних конференціях, круглих столах, семінарах та в публікаціях. Лабораторія є місцем проведення семінарів для учителів загальноосвітніх шкіл м. Сум та регіону. За роки існування лабораторії:

- видано 17 навчальних посібників, 7 монографій, 54 статті у фахових журналах;
- розроблено програми та курси лекцій спецкурсів (додаток К). Всі вони є в паперовому та електронному варіантах.

Співробітники лабораторії створили та супроводжують освітній портал, на якому розміщуються навчально-методичні матеріали практично всіх курсів, які читаються на кафедрі ЕіТФ; розробили зміст навчальних спецкурсів, створили навчально-методичне забезпечення їх вивчення (програми, методичні рекомендації, посібники), що дало можливість істотно змінити методику викладання фізики і перейти на сучасні технології викладання, а особливо підняти інтерес у молоді до вивчення фізики та суміжних з нею дисциплін і тим самим зробили крок до повернення в минулі традиції нашої освіти і відновлення пошани в суспільстві до природничо-наукових дисциплін.

На базі і за допомогою лабораторії інноваційних технологій викладання фізики розроблялась гіпотеза даного дослідження та створювалась методична система інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах.

Наступним критерієм, за яким оцінювалась ефективність інтегрованої системи навчання термодинаміки і статистичної фізики, як зазначалось у п. 6.1, був когнітивний критерій, який характеризував розгорнутість, гнучкість, глибина та системність знань. Виявлення і оцінка (табл. 6.4) цих показників знань у дослідженні здійснювалось за п'ятибальною шкалою по результатам виконання відповідних завдань, наведених у додатку Б.

Таблиця 6.4

**Показники когнітивного критерію результативності вивчення статистичної термодинаміки за результатами експерименту**

Оцінки (бал)	Показники якості знань з термодинаміки (осіб, %)							
	Розгорнутість		Глибина		Гнучкість		Системність	
	Контр. група	Експ. Група	Контр. група	Експ. група	Контр. група	Експ. група	Контр. група	Експ. група
5	61 14 %	85 20,6 %	89 20,5 %	94 22 %	56 13 %	60 14,5 %	66 18 %	86 21 %
4	113 26 %	175 42 %	141 32,5 %	148 36 %	160 38,5 %	175 42,5 %	132 30 %	143 35 %
3	151 35 %	58 14,4 %	122 28,5 %	103 24 %	141 31,5 %	152 37 %	165 37 %	160 38 %
2	108 25 %	94 23 %	80 18,5 %	80 18 %	75 17 %	25 6 %	70 15%	23 6 %
Всього	433 100 %	412 100 %	433 100 %	412 100 %	433 100 %	412 100 %	433 100 %	412 100 %

Представлена в таблиці 6.4 інформація свідчить про те, що розподіли студентів експериментальних і контрольних груп відрізняються за всіма показниками якості знань з статистичної термодинаміки. На підставі отриманих даних нами були висловлені припущення, що відмінності в розподілах студентів за оцінками, виставленими за кожний з чотирьох показників якості знань, статистично достовірні і відображають суттєву різницю в знаннях студентів контрольних і експериментальних вибірок й обумовлені відмінністю методик навчання даного розділу теоретичної фізики.

Перевірка статистичних гіпотез здійснювалась шляхом розрахунку значення ( ) критерію Пірсона (додаток Е.1-4). Значення розрахованих і знайдених за таблицею і для контрольних і експериментальних вибірок наведено в таблиці 6.5.

Таблиця 6.5

**Аналіз статистичної значущості результатів експерименту  
за показниками якості знань**

Показники якості знань із статистичної термодинаміки студентів контрольних і експериментальних груп	$\chi^2_{\text{емп}}$	$\chi^2_{\text{кр}}$	Статистична значущість
Розгорнутість	54,99	16,00	0,001
Глибина	1,85	7,80	–
Гнучкість	15,09	11,35	0,01
Системність	31,94	16,33	0,001

Критичні значення для критерію  $\chi^2_{\text{кр}}$  визначались за таблицею [107] для трьох ступенів. Порівняння значень  $\chi^2_{\text{кр}}$  і  $\chi^2_{\text{емп}}$  дало підстави зробити висновок, що розроблена нами методика інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики на основі принципів фундаментальності, наочності, дедуктивного, проблемного, задачного та компетентнісного підходів, впливає на формування розгорнутості, гнучкості і системності знань, проте потребує коригування й введення додаткових заходів щодо впливу на такий показник якості як глибина знань. Разом з тим, отримані в педагогічному експерименті результати дають підстави для висновку, що реалізація в навчальному процесі запропонованої методики на основі генералізації знань навколо статистичних законів сприяє засвоєнню студентами на більш якісному рівні статистичних ідей в термодинаміці, системному усвідомленню зв'язків та відношень у навчальному матеріалі, свідомому їх застосуванню у практичному розв'язанні навчальних проблем.

Як зазначалось, діяльнісний критерій характеризує успішність у навчальній діяльності та міцність результатів навчально-пізнавальної діяльності (знань, умінь і навичок застосовувати набуті знання). Виявлення першого показника діяльнісного критерію (успішність) здійснювалося шляхом порівняння розподілів студентів контрольних і експериментальних груп за оцінками, що виставлялись їм за другим навчальний модуль в кінці педагогічного експерименту. Другий показник (міцність знань і умінь як результат пізнавальної діяльності студентів) визначався шляхом залучення студентів до повторного виконання ректорських контрольних завдань, які оцінюють залишкові знання, з теоретичної фізики у наступному семестрі.

Успішність студентів контрольних і експериментальних груп за результатами виконання контрольної роботи з теоретичної фізики (розділ «Статистична термодинаміка») представлена у табл. 6.6, із якої видно, що зміни в розподілах студентів за успішністю виконання навчально-пізнавальної діяльності, стосуються усіх видів оцінок.

На підставі порівняння розподілів студентів контрольних і експериментальних груп можна засвідчити, що кількість студентів з низькими результатами навчально-пізнавальної діяльності порівняно з курсом загальної фізики зростає, як у експериментальних, так і у контрольних групах.

На нашу думку, зменшення кількості студентів з високими оцінками за результати навчання можна пояснити складністю предмета «Теоретична фізика». З а результатами експерименту наявні розбіжності у розподілах рівнів успішності у контрольних і експериментальних групах.

Для статистичного підтвердження впливу на успішність студентів експериментальної групи формульованої методики вивчення термодинаміки як складової статистичної фізики на відміну від «традиційного» засвоєння курсу у контрольних групах були розраховані значення  $\chi^2$  критерію Пірсона. Вони наводяться у додатку Е.6.

Таблиця 6.6

**Успішність навчально-пізнавальної діяльності студентів з вивчення статистичної термодинаміки**

Оцінки (бал)	Контрольна вибірка		Експериментальна вибірка	
	Кількість студентів	Кількість студентів у %	Кількість студентів	Кількість студентів у %
5	37	8,5 %	62	15 %

4	118	27 %	126	30,5 %
3	184	42 %	153	37 %
2	94	22,5 %	71	17,5 %
Всього	433	100 %	412	100 %

Порівняння значень критеріїв  $\chi^2_{кр}$  і  $\chi^2_{емп}$  дало можливість прийняти гіпотезу про існування статистично достовірних відмінностей у розподілах студентів контрольних і експериментальних груп за успішністю у навчально-пізнавальній діяльності з вивчення статистичної термодинаміки, обумовлених відмінностями у методиках їх вивчення.

Результати, представлені в табл. 6.7, характеризують другий показник (міцність знань, умінь і навичок, набутих при вивчення статистичної термодинаміки) діяльнісного критерію. Вони одержані при виконанні знову ж таки, так званої, ректорської контрольної роботи (додаток В), яка проводилась у наступному (VIII) семестрі. Представлений в таблиці 6.7 цифровий матеріал свідчить про наявність суттєвих відмінностей в міцності знань, умінь і навичок студентів контрольних і експериментальних груп. Якісний аналіз результатів виконання контрольної роботи дає можливість припустити, що студенти, які навчалися за системою інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики, через пів семестру показали кращі результати. Їх знання були повнішими і більш стійко утримувалися в довготривалій пам'яті.

Таблиця 6.7

**Результати повторного виконання контрольної роботи з статистичної термодинаміки у VIII семестрі**

Оцінки (бал)	Контрольна вибірка		Експериментальна вибірка	
	Кількість студентів	Кількість студентів у %	Кількість студентів	Кількість студентів у %
5	-	-	18	4,5 %
4	108	25 %	117	28,5 %
3	188	43,4 %	193	47 %

2	137	31,6 %	84	20 %
Всього	433	100 %	412	100 %

Статистичний аналіз значущості відмінності у міцності знань і вмінь студентів з статистичної термодинаміки контрольних і експериментальних вибірок проводився за результатами розрахунку за  $\chi^2$ -критерію Пірсона показав ( ; ; ), що відмінності в розподілах частот за результатами виконання контрольних завдань можна вважати статистично достовірними ( додаток Е.7).

Аналіз результатів за показниками діяльнісного критерію (успішність у здійсненні навчально-пізнавальної діяльності, міцність її результатів) можна дійти висновку, що запропонована нами методика інтегрованого навчання статистичної термодинаміки позитивно впливає на якість підготовки майбутніх учителів фізики за цим критерієм.

Оскільки метою педагогічного експерименту було виявлення ефективності запропонованої системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики, зокрема, визначення рівня сформованості компонентів наукового світогляду студентів (світоглядних знань, поглядів та переконань – це показники світоглядного критерію), то в кінці експерименту студентам контрольних і експериментальних груп були запропоновані ті ж анкети, які заповнялись студентами на початку експерименту. (додаток К). Обробка результатів заповнення анкет здійснювалася з урахуванням критеріїв сформованості наукового світогляду (див. п. 6.1.). Отримані розподіли студентів контрольних і експериментальних груп за рівнями сформованості наукового світогляду наведені у табл. 6.8.

Таблиця 6.8

Рівні сформованості наукового світогляду студентів  
за результатами експерименту

Рівні	Контрольна вибірка		Експериментальна вибірка	
	До експер.	Після експер.	До експер.	Після експер.
Низький	150 (35 %)	143 (33 %)	144 (35 %)	112 (27 %)
Середній	182 (42 %)	164 (38 %)	169 (41 %)	145 (35 %)



Достатній	92 (21 %)	113 (26 %)	91 (22 %)	127 (31 %)
Високий	9 (2 %)	13 (3 %)	8 (2 %)	28 (7 %)
Разом	433 (100 %)	433 (100 %)	412 (100 %)	412 (100 %)

Статистичне обґрунтування гіпотез, висунутих нами відносно статистичної достовірності відмінностей між розподілами студентів контрольних груп до і після експерименту та розподілами студентів за рівнями сформованості експериментальних груп до і після експерименту наведено у додатку Е8,9. Отримані у них значення для  $\chi^2_{\text{емп}} = 4,02$  для контрольних груп і  $\chi^2_{\text{емп}}$

– у контрольних вибірках зміни у розподілах студентів контрольних вибірок можна охарактеризувати як статистично недостовірні ( $4,02 < 7,815$ ) й отже обумовлені загальним розвитком;

– показники сформованості наукового світогляду підвищилися у студентів і контрольних і експериментальних груп, що свідчить про значний світоглядний потенціал предмету теоретична фізика й загальний розвиток студентів у системі професійно-педагогічної підготовки;

– відмінності у розподілах студентів експериментальних груп за рівнями сформованості наукового світогляду можна охарактеризувати як статистично достовірні ( $24,9 > 7,815$ ), що свідчить про ефективність вивчення термодинаміки як складової статистичної фізики у рамках запропонованої методики і технології навчання.

Результати виконання студентами діагностичного тесту, складеного на основі змісту оцінно-рефлексивного критерію результативності вивчення термодинаміки, як складової статистичної фізики, наведені у табл. 6.9.

Таблиця 6.9

Показники оцінно-рефлексивного критерію вивчення статистичної термодинаміки за результатами експерименту

Рівні	Контрольна вибірка		Експериментальна вибірка	
	осіб	%	осіб	%
Високий	68	15,7 %	95	23,0 %
Достатній	105	24,3 %	140	34 %
Низький	170	39 %	142	34 %

Початковий	90	21 %	35	9,0 %
Всього	433	100 %	412	100 %

Якісний аналіз наведеної в таблиці інформації дає підстави для висновків про існуючі труднощі у засвоєнні студентами умінь та навичок здійснювати оцінку та самооцінку власної навчально-пізнавальної діяльності. 60 % студентів контрольної групи та 43 % студентів експериментальної не здатні у достатній мірі з'ясувати раціональний шлях у вирішенні навчальних проблем, здійснити самоперевірку отриманих результатів, визначити межі застосування законів термодинаміки, мають не чіткі уявлення щодо історії фізичної науки та можливостей застосування законів термодинаміки, розвитку статистичних ідей в термодинаміці.

Розрахунок  $\chi^2$ -критерію Пірсона ( $\chi^2_{\text{емп}} > \chi^2_{\text{кр}}$ ) підтверджує суттєві відмінності у рівнях за оцінно-рефлексивним критерієм у контрольних та експериментальних групах. Це дає підстави зробити висновок про ефективність запропонованої методики інтегрованого навчання для формування у студентів умінь оцінної діяльності, впевнено розрізняти причину і наслідок, відрізняти фундаментальні закони і експериментальні закономірності і розглядати курс вивчення теоретичної фізики, як невід'ємну складову становлення професійного рівня майбутнього вчителі фізики..

Послідовна реалізація розробленої методичної системи навчання термодинаміки на засадах статистичної теорії дозволила проілюструвати використання методів наукового пізнання для одержання фізичних закономірностей, а не апелювати до експериментальних фактів та емпіричних узагальнень під час дослідження явищ природи.

Аналіз наведених у таблиці даних узагальнених результатів дослідно-експериментальної роботи дає підставу для наступних висновків:

- маючі однакові стартові умови студенти контрольних та експериментальних груп показали різні рівні вивчення статистичної термодинаміки на кінець експерименту, особливі розходження стосуються тих студентів, що мають показники початкового та високого рівнів;
- студенти обох груп кількісно зменшили показники успішності засвоєння статистичної термодинаміки. Із-за підвищення вимог до вивчення основних понять, обсягу та змісту матеріалу, світоглядних ідей, професійно-значущих знань для майбутньої педагогічної діяльності, спостерігається покращення у рівнях загальної обізнаності студентів обох груп.

застосування  $\chi^2$ -критерію Пірсона для оцінки достовірності розходжень у результатах вивчення статистичної термодинаміки ( $\chi^2_{\text{емп}} > \chi^2_{\text{кр}}$ ) дало можливість зробити висновок про їх не випадковість, а обумовленість змістом інтегрованої методики, відмінної від традиційної. До речі, якісно такі ж

результати були одержані в дослідженні [175], у якому фундаменталізація курсу «Класична електродинаміка» досягалась використанням спеціальної теорії відносності.

Підсумувавши отримані експериментальні дані, ми отримали наступні результати дослідно-експериментальної роботи (табл.6.10).

*Таблиця 6.10*

**Рівні результативності вивчення курсу «Статистична термодинаміка»  
у вищих педагогічних начальних закладах**

Рівні	Контрольна вибірка		Експериментальна вибірка	
	осіб	%	осіб	%
Високий	47	11 %	80	19,5 %
Достатній	108	25 %	136	33 %
Низький	170	39 %	138	33 %
Початковий	108	25 %	58	14,5 %
Всього	433	100 %	412	100 %

Відмінності рівнів результативності вивчення статистичної термодинаміки за результатами експерименту показано на діаграмі (див. рис. 6.3).

Застосування методичної системи інтегрованого навчання статистичної термодинаміки на засадах генералізації знань навколо статистичних теорій дає можливість розглядати всі розділи статистичної термодинаміки з єдиних позицій, методично поєднаних спільною ідеєю. Це сприяло отриманню студентами експериментальних груп узагальнених знань, систематизованих навколо спільного теоретичного ядра, полегшило усвідомлення як окремих законів, так і всього курсу статистичної термодинаміки в цілому. А використання методології наукового пізнання при вивченні статистичної термодинаміки в рамках розробленої моделі та відповідної їй технології інтегрованого навчання сприяло формуванню як фізичного стилю мислення, наукової картини світу, наукового світогляду студентів, так і професійно-значущих якостей майбутніх вчителів.

Рис. 6.3. Порівняння рівнів результативності вивчення статистичної термодинаміки за результатами експерименту



Результати діагностичних зрізів із визначення основних показників якості навчання за експериментальною методикою, проведених по закінченню формувального експерименту, надали підстави для висновку про правильність провідної концепції дослідження, дали можливість розробити, а також теоретично і практично обґрунтувати методичні основи і технологію інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики в системі підготовки майбутніх вчителів фізики.

Зрозуміло, що проведена робота з фундаменталізації окремого розділу теоретичної фізики шляхом інтегрованого навчання не вичерпує всього кола питань цієї проблематики, зокрема науково-методичні пошуки варто продовжити у таких напрямках: а) дослідження проблем реформування та вдосконалення всього змісту фізичної освіти в Україні б) науково-методичне обґрунтування змісту класичної механіки в педагогічних університетах з метою її фундаменталізації; в) створення комп'ютерних програм для вивчення властивостей статистичних моделей; г) подальша робота із написанням навчальних посібників з теоретичної фізики, які відповідають рівню й методології сучасної науки. Подальшої розробки потребують питання удосконалення змісту курсу «Теоретична фізика», пошуку ефективних шляхів його вивчення, зокрема, із застосуванням інноваційних та дистанційних технологій.

### **6.3. Експертна оцінка навчальних і навчально-методичних посібників, виданих автором, з термодинаміки і статистичної фізики.**

З метою визначення відповідності дидактичним, інформаційним, науково-технічним вимогам та змісту навчального матеріалу інтегрованого навчання термодинаміки та статистичної фізики в педагогічних університетах проводилося їх експертне оцінювання методистами з фізики та фахівцями у галузі освіти.

Участь в експертній оцінці приймали 75 експертів, серед яких 14 доктори наук, 46 кандидатів наук. Вчене звання професора мають 13 експертів, доцента – 36 і 7 старших викладачів.. Відомості про експертів подані у додатку Ж.1.

Аналіз результатів експертного опитування проводилась за методикою «Оцінки відносної важливості кожної окремо взятої вимоги» до посібників з термодинаміки і статистичної фізики та запропонованої методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики. Анкета експерта представлена у додатку Ж. 2.

Отримані результати оцінки відносної важливості кожної вимоги ( дидактичної, інформаційної, науково-технічної та відповідності змісту навчального матеріалу) оцінювалися за 100 – бальною шкалою відповідно методики, яка використовувалась і в інших науково-методичних дослідженнях [ 406]. Ці результати наведені у додатку Ж.3 (таблиці: Ж.3.1; Ж.3.2; Ж.3.3).

Для визначення значущості кожної вимоги вводяться такі показники: показник узагальненої думки; ступінь погодженості думок експертів; статистична значущість показника погодженості думок експертів; показники активності й компетентності експертів.

1. Показники узагальненої думки містять у собі:

а) Середнє арифметичне величини оцінки певної вимоги (у балах), що визначається з урахуванням рекомендацій за формулою [406, с.82]:

, де  $m$  – кількість експертів, що оцінювали  $j$ -ту вимогу; – оцінка відносної важливості  $i$ -тим експертом  $j$ -тої вимоги. Підставивши дані з табл. Ж.3.1

для методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики, одержимо:  $M_1=77$ ,  $M_2=95$ ,  $M_3=90$ ,  $M_4=83$ .

Виконуємо відповідні розрахунки і для навчальних посібників (табл. Ж.3.2).

### EMBED Equation.3

б) Частоту максимально можливих оцінок (100 балів) одержаних  $j$ -тою

вимогою, визначимо згідно [406, с.82] за формулою: 
$$f_j = \frac{N_j}{N}$$
,

де  $N_j$  – кількість максимально можливих оцінок, що відповідають 100 балам за  $j$ -ту вимогу,  $N$  – загальна кількість оцінок за  $j$ -ту вимогу.

Обрахунки виконані для методичної системи і навчальних посібників відповідно:

### EMBED Equation.3

в) Суму рангів  $R_j$ , одержаних  $j$ -тою вимогою, визначено так:

– проводилося ранжування за зниженням оцінок, виставлених експертами за кожну вимогу;

– визначалася сума рангів  $R_j$ , виставлених експертами оцінок за  $j$ -ту

вимогу [406, с. 83]: 
$$R_j = \sum_{i=1}^n r_{ij}$$
, де  $r_{ij}$  – ранг оцінки  $i$ -тим експертом  $j$ -ої вимоги.

Внаслідок розрахунків, одержимо для посібників та методичної системи відповідно такі дані:  $R_1=77$ ;  $R_2=95$ ;  $R_3=90$ ;

$R_4=83$ ;  $R_5=85$ ;  $R_6=80$ .

Дані для розрахунку рангів, подані у табл. Ж.3.1. і П.3.2

2. Показники ступеня погодженості думок експертів такі:

а) коефіцієнт варіації  $V_j$  оцінок, отриманих за  $j$ -ту вимогу, визначався так:

Обраховувалась дисперсія  $\sigma_j^2$   $j$ -ї вимоги: 
$$\sigma_j^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (r_{ij} - \bar{r}_j)^2$$
.

Середнє квадратичне відхилення  $\sigma_j$  оцінок, отриманих за  $j$ -ту вимогу означилося згідно [406, с.84]: 
$$\sigma_j = \sqrt{\sigma_j^2}$$

Коефіцієнт варіації за  $j$ -ту вимогу визначався наступним чином: 
$$V_j = \frac{\sigma_j}{\bar{r}_j}$$
.

Аналіз показника ступеня погодженості думок експертів з оцінки пропонуваніх навчально-методичних посібників відображені в таблиці 6.11.

Таблиця 6.11

Результати визначення показника ступеня погодженості думок експертів

Вимоги	Середнє арифметичне,	Дисперсія,	Середнє квадратичне відхилення,	Коефіцієнт варіації,
Методична система				
Дидактичні	89	82	9,1	0,1
Інформаційні	90	67	8,2	0,091
Науково – технічні	88	86	9,3	0,1
Відповідність змісту навчального матеріалу	92	40	6,3	0,068
Навчальні посібники				
Дидактичні	87	67	8,2	0,094
Інформаційні	88	80	8,9	0,1
Науково – технічні	87	73	8,5	0,098
Відповідність змісту навчального матеріалу	92	54	7,3	0,08

б) Коефіцієнт конкордації  $W$ , що є показником ступеня погодженості думок експертів про відносну важливість сукупності всіх запропонованих для оцінки вимог до запропонованої нами методичної системи, визначався так:

-Визначалося середнє арифметичне суми рангів, здобутих усіма напрямками

дослідження [406, с.84]:

-Розраховувались відхилення суми рангів оцінок, одержаних за  $j$ -ту вимогу від середнього арифметичного суми рангів оцінок за усі вимоги [406, с.84]:

Для навчальних посібників:

Для методичної системи:

EMBED Equation.3

EMBED

Equation.3

-Визначилися показники рівнів рангів оцінок, призначених  $i$ -тим експертом. Якщо всі  $n$  рангів оцінок, призначених  $i$ -тим експертом різні, то  $\sigma_i = 0$ . Якщо серед рангів оцінок є зв'язані, то

, де  $l = 1, 2, \dots, L$ ;  $L$  – кількість груп однакових рангів в  $l$ -й групі. Дані для обчислення наведені в дод. Ж. 3.3.

Визначався коефіцієнт конкордації [406, с.78]:

З урахуванням  $m \cdot n = 4$ , після розрахунків для посібників і навчально-методичних посібників відповідно, отримаємо:

Розрахунки коефіцієнта конкордації, щодо методичного забезпечення відображені в таблиці 6.12.

Таблиця 6.12

## Результати визначення показника коефіцієнта конкордації

№ з/п	Методичне забезпечення	Коефіцієнт конкордації, $W$
1	Навчальні посібники	0,043
2	Методична система	0,035

3. Статистична оцінка значущості показника погодженості думок експертів проводилося з використанням критерію Пірсона . Задавши рівень значущості , визначимо рівень значущості за критерієм Пірсона. Величину

визначимо за формулою [406, с.94]:

Статистична оцінка значущості показника погодженості думок експертів для навчально-методичних посібників з використанням критерію Пірсона

для навчальних посібників :

Обчислимо число ступенів вільності  $n-1 = 4-1 = 3$

У таблиці для даного числа ступенів вільності знаходимо найближче до визначеного за формулою значення. Табличне значення [107, с.130]. Тут же для знайденого табличного значення визначили рівень значущості

. Для кожного випадку ми, порівнявши одержане значення рівня значущості з вибраним, одержимо, що

4. Коефіцієнт активності експертів для  $j$ -тої вимоги визначався за формулою:



Для всіх вимог до методичної системи та її впровадження, коли всі експерти оцінювали ці вимоги, матимемо: ; ; ; .  
 5. Коефіцієнт компетентності експертів визначався за формулою:

– коефіцієнт ступеня знайомства з розглянутою проблемою; – коефіцієнт аргументованості.

Коефіцієнт ступеня знайомств визначався нормуванням значення власної оцінки експерта; тобто множенням її на 0,1. Коефіцієнт аргументованості визначався підсумовуванням чисел, відмічених у таблиці джерел аргументації.

Визначимо середнє значення коефіцієнта компетентності:

Дані для визначення компетентності експертів подані у табл. Ж.3.3. Довідки про впровадження результатів педагогічного експерименту подані у додатку 3.

Отже, згідно з експертними оцінками, впроваджені нами у процес вивчення курсу теоретичної фізики за умов кредитно-модульної системи навчальні посібники, відповідають дидактичним, інформаційним, науково-технічним вимогам та змісту навчального матеріалу і забезпечують реалізацію створеної методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах.

### **Висновки до розділу 6**

1. Обґрунтовано методику й особливості проведення педагогічного експерименту. Подано основні результати експериментальної діяльності, на підставі яких зроблено висновки щодо основних недоліків у засвоєнні навчального матеріалу з термодинамічних питань в традиційних схемах навчання та головних чинників, що забезпечать надійне оволодіння фізичними знаннями з курсу термодинаміки і статистичної фізики.

2. Досліджено стан організації навчального процесу з термодинаміки і статистичної фізики у педагогічних університетах з позицій змісту, методів навчання та форм організації пізнавальної діяльності студентів. Розроблено методику навчання термодинаміки як складової частини статистичної фізики.

3. Підтверджено доцільність створеної методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики, що включає цілі, зміст і засоби її реалізації у навчальному процесі. Ефективність розробленої методичної системи оцінено за якісними та кількісними змінами у рівнях засвоєння студентами статистичної термодинаміки та зміні пріоритетів у їх мотиваційній сфері, що виражається у позитивних зрушеннях до провідної ролі професійних та навчально-пізнавальних мотивів у вивченні теоретичної фізики.

4. Розглянуто якісні та кількісні зміни за всіма ознаками критеріїв результативності вивчення студентами статистичної термодинаміки та порівняно рівні результативності вивчення термодинаміки як складової статистичної фізики.

5. Доведено, що впровадження методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики у практику навчання теоретичної фізики педагогічних університетів позитивно вплинуло на особистісні характеристики якості підготовки майбутніх вчителів фізики, що сприяє підвищенню рівня фахової компетентності майбутнього вчителя фізики та забезпечує досягнення єдності фундаментальної і професійної підготовки студентів.

## ВИСНОВКИ

Узагальнення результатів проведеного дослідження щодо розроблених теоретичних і методичних засад інтегрованого навчання теоретичної фізики в педагогічних університетах та створення методичної системи інтегрованого навчання курсу «Термодинаміка і статистична фізика» майбутніх учителів фізики дають підстави сформулювати такі висновки.

1. Вперше на основі наукового і методичного аналізу навчальної літератури з курсу «Теоретична фізика» показано, що для традиційної методики навчання термодинаміки характерні принципові недоліки. Зміст, структура і методика навчання традиційних питань термодинаміки у вищих навчальних закладах не відповідає суті й методології сучасної фізики, оскільки їх феноменологічне вивчення недостатньою мірою відображає внутрішні глибинні закономірності природи і не відповідає сучасним загальнофізичним вимогам. За таких умов термодинаміка як навчальна дисципліна носить переважно формальний і аксіоматичний характер. При послідовному вивченні класичної термодинаміки, як феноменологічної науки, за традиційною методикою не забезпечується можливість використання знань студентів із загального курсу фізики (розділ «Молекулярна фізика») про молекулярно-атомну будову речовини та статистичні закони, які відіграють домінуючу роль в закономірностях перебігу процесів та визначають властивості речовин. Як наслідок, студенти не в повному обсязі отримують суттєво важливу інформацію, що не лише гальмує процес формування фізичного стилю їх мислення, але й викликає психологічне несприйняття формального опису явищ. Для підвищення рівня мотивації студентів необхідним є не лише одержання результату шляхом математичних перетворень, але й пояснення механізму перебігу процесів, що феноменологічна термодинаміка не може дати в принципі. Надмірне узагальнення емпіричних фактів, нехтування відомостями про внутрішню будову досліджуваних систем, що притаманне термодинаміці, призводить до деякої відчуженості змісту термодинаміки як навчальної дисципліни від стану сучасної фізики, яка, в першу чергу, спирається на результати вивчення внутрішньої будови речовини та властивостей її структурних елементів.

2. Доведено, що методи досліджень, які були застосовані творцями класичної термодинаміки, можна розробити, спираючись на статистичний аналіз макроскопічних систем. При цьому у рамках статистичної теорії можливий теоретичний розрахунок характеристичних функцій, які є основою як термодинамічних, так і статистичних методів вивчення макроскопічних систем. Вперше в системі фахової підготовки вчителя фізики на основі фундаментальних властивостей простору та часу з використанням статистичного методу запропоновано методичні підходи щодо обґрунтування законів термодинаміки. Запропоновано методіку викладання методу Гіббса, за допомогою якого обґрунтовуються закони термодинаміки. Доведено, що закони термодинаміки у процесі вивчення теоретичної фізики не повинні розглядатися як фундаментальні закони природи, оскільки це не відповідає дійсності. Доведено, що перший закон термодинаміки обумовлений властивостями простору та часу, другий є наслідком

статистичних законів, які притаманні усім системам з великою кількістю структурних елементів, а третій – це відображення характерної та закономірної поведінки квантових систем при низьких температурах, і виправдати зведення часткових (навіть важливих) експериментальних фактів у ранг фундаментальних законів природи можна лише прагненням віддати належну данину історії розвитку науки.

3. Вперше запропоновано теоретичні і методичні засади інтегрованого навчання термодинаміки як складової частини статистичної фізики в педагогічних університетах. Доведено, що запропоновані засади з методологічної точки зору мають незаперечні переваги над традиційними підходами, оскільки за умов їх застосування не потрібно спиратись на велику кількість розрізнених експериментальних фактів, які в термодинаміці дозволили сформулювати постулати, відомі під назвою законів термодинаміки. У процесі викладання термодинаміки на інтеграційних засадах статистичної теорії достатньо постулювати, що навколишній світ складається з окремих частинок (атомів, молекул тощо), рух яких строго детермінований, але сукупний рух цих частинок описується лише статистичними законами, які й вивчаються у статистичній термодинаміці. Побудова методики навчання термодинаміки на запропонованих засадах вимагає формулювання значно меншої кількості незалежних фундаментальних принципів, ніж це прийнято в традиційних методиках навчання у педагогічних вищих навчальних закладах, що у повній мірі відповідає сутності й методології цього розділу теоретичної фізики як наукової галузі, а також принципу фундаменталізації освіти.

4. Вперше запропоновано методичну систему інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики майбутніх учителів фізики. Створення методичної системи навчання термодинаміки на засадах генералізації знань навколо статистичних принципів та законів з дотриманням принципів науковості та методологічної спрямованості забезпечує можливість розгляду всіх розділів статистичної термодинаміки з позицій єдиної науково-методичної основи. У запропонованій методичній системі навчання термодинамічний і статистичний методи фізичних досліджень природно доповнюють один одного та обумовлюють розвиток і еволюцію наукового знання. Це сприяє отриманню студентами узагальнених знань, систематизованих навколо спільного теоретичного ядра, формуванню фізичного стилю мислення, наукового світогляду і загальнонаукових компетенцій, полегшує усвідомлення як окремих законів, так і всього курсу «Статистична термодинаміка» в цілому.

5. Вперше запропоновано структуру курсу «Статистична термодинаміка», яка створена на основі раціонального поєднання традиційних та інноваційних форм, методів і засобів навчання, їх суміщення, що уможливорює розгортання процесу реалізації сучасних тенденцій гарантування якості вищої педагогічної освіти відповідно до вимог щодо організації навчального процесу на засадах компетентнісного підходу. Введення відповідного курсу до стандартів вищої освіти зі спеціальності «Фізика\*» забезпечить реалізацію принципу єдності фундаментальної і професійної підготовки студентів.

6. Розроблено і впроваджено у навчальний процес вищих педагогічних навчальних закладів 6 авторських посібників, рекомендованих Міністерством освіти і науки України, у яких висвітлено застосування принципів інтеграції й фундаменталізації фізичної освіти для розроблення методик викладання теоретичної фізики у відповідності до стану й методології науки. Запропоновано авторські навчальні приклади та задачі, які не лише ілюструють теоретичний матеріал, але й значно розширюють, доповнюють та поглиблюють його. Розроблено і впроваджено у навчальний процес 6 навчальних посібників з курсу теоретичної фізики, рекомендованих Вченими радами вищих навчальних закладів України. Розгляд традиційно термодинамічних питань у зазначених посібниках здійснюється послідовно на засадах статистичної фізики та спеціальної теорії відносності.

7. Розроблено складові комплексу навчально-методичного забезпечення викладання курсу теоретичної фізики, до складу якого входять: навчально-методичні посібники, мультимедійні посібники, засоби автоматизованого педагогічного контролю, електронні тексти лекцій, елементи дистанційного навчання; лабораторія інноваційних технологій викладання фізики. Зміст розроблених складових комплексу навчально-методичного забезпечення викладання курсу теоретичної фізики у педагогічних вищих навчальних закладах спроектовано на курс загальної фізики і фізичних спецкурсів вищих навчальних закладів та курс фізики загальноосвітніх навчальних закладів через систему професійно орієнтованих завдань для студентів.

8. Результати експериментального дослідження свідчать про те, що послідовна реалізація запропонованої методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики у навчальному процесі педагогічних вищих навчальних закладів сприяє поліпшенню фундаментальної, методологічної і методичної підготовки студентів до професійної діяльності. У ході експерименту підтверджено педагогічну доцільність та ефективність розробленої методичної системи, використання якої забезпечує суттєву економію навчального часу, відведеного на аудиторні заняття, а також зумовлює істотне підвищення рівня фахової компетентності майбутнього вчителя фізики.

Результати дисертаційної роботи можуть бути використані науковцями Інституту педагогіки АПН України, Інституту змісту і методів навчання, а також науковцями, що займаються проблемами змісту та диференціації навчання; вчителями і методистами при розбудові власного варіанту методичної системи навчання теоретичної фізики; викладачами і студентами педагогічних університетів з метою підвищення рівня професійної підготовки майбутніх учителів фізики. Подане дослідження частково розв'язує проблему фундаменталізації розділу теоретичної фізики «Термодинаміка і статистична фізика», але не вичерпує всього кола нагальних питань фізичної освіти. Зокрема, науково-методичні пошуки варто продовжити у таких напрямках: дослідження проблем реформування та вдосконалення змісту фізичної освіти в Україні; науково-методичне обґрунтування змісту класичної механіки в педагогічних університетах з метою її фундаменталізації; створення комп'ютерних програм для вивчення властивостей статистичних моделей; створення навчальних посібників з

теоретичної фізики, які відповідають рівню й методології сучасної науки.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абрикосов А.А. Методы квантовой теории поля в статистической физике / А. А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский. – М.: Физматгиз, 1962. – 446 с.
2. Абрикосов А.А. Теория Ферми-жидкости (свойства жидкого He3 при низких температурах) / Абрикосов А.А., Халатников И.М. // УФН. – 1958. – №. 66 (2 ). – С. 177 – 212.
3. Акоста В. Основы современной физики / Акоста В., Кован К., Грэм Б.; [пер. с англ. В.В.Толмачова, В.Ф.Трифопова]; под ред. А.Н.Матвеева. – М.: Просвещение, 1981. – 495 с.
4. Алексеев Ю.М. Україна: освіта і держава (1987 – 1997 рр.) / Ю.М. Алексеев. – К.: Експрес-Об'ява, 1998. – 110 с.
5. Алексюк А.М. Педагогіка вищої освіти України. Історія. Теорія: [підруч.] / А. М. Алексюк. – К.:Либідь, 1998. – 560 с.
6. Ананьев Б. Г. Психология и проблемы человекознания : избранные психологические труды / под ред. А. А. Бодалева. – М.-Воронеж, 1996. – 383 с.
7. Андрущенко В. Організоване суспільство : [монографія] / Віктор Андрущенко – К. : Інститут вищої освіти АПН України, 2006. – 615 с.
8. Ансельм А.И. Основы статистической физики и термодинамики / А.И. Ансельм. – М.: Наука, 1973. – 423 с.
9. Архангельский С.И. Лекции по научной организации учебного процесса высшей школе / С.И. Архангельский. – М.: Высшая школа, 1976. – 200 с.
10. Архангельский С.И. Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы: [учеб.-метод. пособие] / С. И. Архангельский. – М. : Высш. школа, 1980. – 368 с.
11. Архипова А.И. Теоретические основы учебно-методического комплекса по физике: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Архипова Алевтина Ивановна. – Краснодар, 1998. – 454 с.
12. Арцишевский Р.А. Мироззрение, сущность, специфика, развитие / Арцишевский Р.А. – Львов: Вища школа, 1986. – 196 с.
13. Атаманчук П.С. Дидактика физики (основные аспекты) : [монографія] / П.С. Атаманчук, П.И. Самойленко. – Московский государственный университет технологий и управления : РИО, 2006. – 245 с.
14. Атаманчук П.С. Інноваційні технології управління навчанням фізики: [монографія] / П.С. Атаманчук. – Кам.-Под.: Інф. вид. відділ, 1999. – 174 с.
15. Атаманчук П.С. Методичні основи управління навчанням фізики: [монографія] / П.С. Атаманчук, О.М. Семерня. – Кам'янець-Подільський: К-ПДУ, 2005. – 196 с.
16. Атаманчук П.С. Сучасні проблеми фізичної освіти / П. Атаманчук, А. Кух, В. Мендерецький, О. Ніколаєв // Фізика та астрономія в школі: науково-методичний журнал. – К.: «Педагогічна преса», 2007. – № 3. – С.50 – 54.
17. Атанов Г. А. Деятельностный подход в обучении / Г. А. Атанов. – Донецк, «ЕАИ-пресс», 2001. – 160 с.

18. Афанасьев В.Г. Основы философский знаний / В.Г. Афанасьев. – М. : Мысль, 1976. – 335 с.
19. Ахиезер А.И. Кинетика черного излучения / А.И. Ахиезер, С.В. Пелетминский // ДАН СССР. – 1971. –Т. 200, №6. – С. 1317 – 1320.
20. Ахиезер А.И. Методы статистической физики / А.И. Ахиезер, С.В. Пелетминский. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1977. – 367 с.
21. Ашкрофт Н. Физика твердого тела. Т. 1 / Ашкрофт Н., Мермин Н. – М.: Мир, 1979. – 458 с.
22. Бабанский Ю.К. Методы обучения в современной общеобразовательной школе / Бабанский Ю.К. – М. : Просвещение, 1985. – 208 с.
23. Биков В.Ю. Моделі організаційних систем відкритої освіти : монографія. – К. : Атіка, 2008. – 684 с.
24. Баженов Л.Б. Структура и функции естественнонаучной теории // Синтез современного научного знания. – М., 1973. – С. 390 – 420.
25. Базаров И.П. Термодинамика / И.П. Базаров. – М.: Высшая школа, 1991. – 376 с.
26. Балл Г. А. Теория учебных задач. Психолого-педагогический аспект / Г. А. Балл. – М. : Педагогика, 1990. – 184 с. : ил.
27. Батурин В.К. Совершенствование методики формирования научного мировоззрения учащихся при обучении физике в школе: дис. ... кандидата пед. наук: 13.00.02 / Батурин Владимир Кириллович. – Владивосток, 1982. – 205 с.
28. Батченко Л.В. Развитие системы высшего образования в Украине в период рыночных преобразований / Батченко Л.В., Череватский Д.Ю. – Донецк: Институт экономики промышленности НАН Украины, 1997. – 120 с.
29. Баханов К.О. Система, технология и модель обучения как дидактические категории / К. Баханов // Вестник Таганрогского государственного педагогического института. – 2007. – № 2. – С. 127 – 132.
30. Беленок И.Л. Теоретические основы методической подготовки учителя физики к профессиональной деятельности как к творческой в условиях педвуза: автореф. дис. на соискание науч. степени докт. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» / И.Л. Беленок. – Челябинск, 1996. – 35 с.
31. Берштейн М. О письме Эйнштейна Жаку Адамару / М. Берштейн // Эйнштейновский сборник: [сб. статей]. – М.: Наука, 1967. – С. 30 – 44.
32. Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии / В.П. Беспалько. – М. : Педагогика, 1989. – 192 с.
33. Бетев В.А. Теоретические основы методики обучения физике (пропедевтический курс): дис. ... доктора пед. наук в форме научного доклада: 13.00.02 / Бетев Виталий Александрович. – Самара, 1995. – 48с.
34. Битти Дж. Газовая термометрия. Температура и ее измерение / Битти Дж. // Сборник докладов на III Международном симпозиуме по термометрии. – М.: Издательство, 1960. – 423 с.



35. Благодаренко Л.Ю. Теоретико-методичні засади реалізації фізичної компоненти державного стандарту базової середньої освіти: дис. ...доктора пед. наук: 13.00.02 / Благодаренко Людмила Юріївна. – К., 2011. – 455 с.
36. Блейкмор Дж. Физика твердого тела / Блейкмор Дж. – М.: Мир, 1988. – 608 с.
37. Богданов І.Т. Теоретичні і методичні засади формування фізико-технічних знань у процесі фахової підготовки майбутніх учителів фізики : дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Богданов Ігор Тимофійович. – К., 2010. – 453 с.
38. Боголюбов М.М. Лекції з квантової статистики / Боголюбов М.М. // Вибрані праці в трьох томах. – К.: Наукова думка, 1970 – . – Том 2. – 1970. – С. 287 – 493.
39. Боголюбов М.М. Рівняння гідродинаміки в статистичній механіці / Боголюбов М.М. // Зб. праць ін-ту математики АН УРСР. – 1948. – №10. – С. 41 – 59.
40. Боголюбов Н.Н. Запаздывающие и опережающие функции Грина в статистической физике / Н.Н. Боголюбов, С.В. Тябликов // ДАН СССР. – 1959. – Т. 126. – С. 53 – 56.
41. Боголюбов Н.Н. Квазисредние в задачах статистической механики / Боголюбов Н.Н. – Дубна, 1963. – 123 с. – (Препринт / Дубна : ОИЯИ, Р – 1451 )
42. Боголюбов Н.Н. Кинетические уравнения в квантовой механике / Н.Н. Боголюбов, К.П. Гуров // ЖЭТФ. – 1947. – Т. 17, вып. 7. – С. 614 – 628.
43. Боголюбов Н.Н. Проблемы динамической теории в статистической физике / Н.Н. Боголюбов. – М.: Гостехиздат, 1946. – 432 с.
44. Боголюбов Н.Н. (мл.). Функции Грина и функции распределения в статистической механике классических систем / Боголюбов Н.Н. (мл.), Садовников Б.И. // ЖЭТФ. – 1962. – Т. 43. – С. 677 – 691.
45. Бойко Г.М. До питання про принципи дидактики вищої школи / Г.М. Бойко, Г.П. Грищенко // Фундаментальна та професійна підготовка фахівців з фізики : матеріали VI Всеукр. наук. конф. – Миколаїв : МДПУ, 2001. – С. 6 – 16.
46. Больцман Л. Очерки методологии физики / Л. Больцман. – М.: Изд. Тимирязевского НИИ, 1929. – 134 с.
47. Борщев А.Н. Философия мировоззренческая ценность личности / Борщев А.Н. – М.: Прометей, 1991. – 170 с.
48. Бриллюэн Л. Квантовая статистика / Л. Бриллюэн ; [пер. с франц.]. – М. : Едиториал УРСС, 2004. – 514 с.
49. Бугаев А.И. Методика преподавания физики в средней школе: Теоретические основы / Бугаев А.И. – М.: Просвещение, 1981. – 288 с.
50. Бугаев А.И. Тенденции развития обучения физике в современной общеобразовательной школе: дис. ... доктора пед. наук в форме научного доклада: 13.00.02 / Бугаев Александр Иванович. – М., 1988. – 48 с.
51. Бугайов О.І. Сучасний погляд на розвиток наочності навчання фізики / О. І. Бугайов // Вісник Чернігівського державного педагогічного університету ім. Т. Г. Шевченка. Серія «Педагогічні науки» : [зб. наук. праць]. – Чернігів : ЧДПУ, 2001. – Вип. 9. – С. 5–8.

52. Будний Б.Є. Теоретичні основи формування в учнів системи фундаментальних фізичних понять: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора пед. наук: спец. 13.00.02 «Методика навчання фізики» / Будний Б.Є. – К., 1997. – 51 с.
53. Булавін Л.А. Молекулярна фізика / Л.А. Булавін, Д.А. Гаврюшенко, В.М. Сисоєв. – К.: Знання, 2006. – 568 с.: іл. – (Класична та сучасна фізика).
54. Буланова-Топоркова М.В. Педагогические технологии : учеб. пособие [для студ. пед. спец.] / М.В. Буланова-Топоркова, А.В. Духавнева; [под общ. ред. В.С. Кукушина]. – М. : ИКЦ «МарТ», 2004. – 336 с. – (Серия «Педагогическое образование»).
55. Бургун І. В. Формування наукового світогляду учнів основної школи у навчанні фізики : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Бургун Ірина Василівна; НПУ ім. М. П. Драгоманова. – К., 2001. – 296 с.
56. Бурдун Г.Д. XI Генеральная конференция по мерам и весам / Г.Д. Бурдун // Успехи физ. наук. – 1962. – Вып. 76. – С. 383 – 390.
57. Бурдун Г.Д. Современные международные метрологические работы / Бурдун Г.Д. // Успехи физ. наук. – 1957. – Вып. 62. – С. 357 – 366.
58. Бушок Г.Ф. Дидактичні основи викладання фізики в педвузах / Г.Ф.Бушок. – К. : Вища школа, 1978. – 232 с.
59. Бушок Г.Ф. Курс фізики: підручник : Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка / Г.Ф. Бушок, Є.Ф. Венгер. – К. : Вища школа, 2002 – . – Кн. 1. – 2002. – 376 с.
60. Буянов В.С. Научное мировоззрение. Социально-философский аспект / Буянов В.С. – М.: Прометей, 1987. – 206 с.
61. Вajeевская Н.Е. Развитие диалектического мышления как условие формирования современного научного мышления учащихся / Вajeевская Н.Е. // Физика в школе. – 1991. – N5. – С. 38 – 40.
62. Ван-дер-Ваальс И.Д. Курс термостатики / Ван-дер-Ваальс И.Д., Констамм Ф. – М.: ГОНТИ, Гл. ред. хим. лит., 1936 – ч. I – 1936. – 433 с.
63. Василевский А.С. Статистическая физика и термодинамика / А.С. Василевский, В.В. Мултановский. – М.: Просвещение, 1985. – 256 с.
64. Василевский А.С. Физика твердого тела: уч. пособ. / Василевский А.С. – М.: Дрофа, 2010. – 210 с.
65. Васильев С.А. Бозе-конденсация в идеальном газе / С.А. Васильев // Природа. – 1996. – №1. – С. 58 – 69.
66. Васильев Ю.К. Теория и практика подготовки будущих учителей к осуществлению политехнического образования: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Васильев Юрий Константинович. – М., 1979. – 467 с.
67. Ващик Т.І. Моделювання у навчально-виховному процесі вищої школи / Т.І. Ващик // Нові технології навчання. – К. : НМЦВО, 2005. – Вип. 41. – С. 147 – 158.
68. Величко С.П. Вивчення основ квантової фізики: навч. посіб. / С.П. Величко, Л.Д. Костенко. – Кіровоград: РВЦ КДПУ ім. Володимира Винниченка, 2002. – 274 с.

69. Величко С.П. Вивчення фізичних властивостей рідких кристалів у середній загальноосвітній школі / Величко С.П., Нелінович В.В. – Херсон: ТОВ «Айлант», 2010. – 180 с.
70. Величко С.П. Графічні методи дослідження природних явищ у навчанні фізики: навч. посіб. / С.П. Величко, І.В. Сальник. – Кіровоград: РВЦ КДПУ ім. Володимира Винниченка, 2002. – 167 с.
71. Величко С.П. Нове навчальне обладнання для спеціальних досліджень: навч. посіб. [2-е вид.] / С.П. Величко, Є.П. Сірик. – Кіровоград: ТОВ «ІМЕС ЛТД», 2006. – 202 с.
72. Величко С.П. Сучасні технології у фізичному експерименті з оптики: навч. посіб. / С.П. Величко, О.С. Кузьменко. – Кіровоград: ПП«Авангард», 2009. – 164 с.
73. Венгер Є.Ф. Основи статистичної фізики і термодинаміки: [навч. посіб.] / Є. Ф. Венгер, В.М. Грибань, О.В. Мельничук. – К. : Вища школа, 2004. – 255 с.
74. Вища освіта України і Болонський процес: навч. посіб. / За ред. В.Г.Кременя; [авт. кол. : М.Ф.Степко, Я.Я.Болубаш, В.Д.Шинкарук, В.В.Грубінко, І.І. Бабин]. – Тернопіль: Навчальна книга. – Богдан, 2004. – 384 с.
75. Вітвицька С.С. Основи педагогіки вищої школи : метод. посіб. [для студ. магістратури] / С.С. Вітвицька. – К. : Центр навчальної літератури, 2003. – 316 с.
76. Волков В.А. Формирование у студентов педвуза интегральных умений осуществления политехнического образования учащихся: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Волков Виктор Александрович. – Челябинск, 1992. – 250 с.
77. Волковысский Р.Ю. Об изучении основных принципов физики / Волковысский Р.Ю. – М.: Просвещение, 1982. – 62 с.
78. Волковысский Р.Ю. Физические понятия и закономерности в системе теоретического знания и методические принципы их формирования: автореф. дис. на соискание науч. степени докт. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» / Р.Ю. Волковысский. – Л., 1989. – 33 с.
79. Волович В. Болонський процес і нова парадигма освіти в Україні / В. Волович // Соціологія: теорія, методи, маркетинг : наук.-теор. часопис. – 2004. – № 4. – С. 189 – 199.
80. Волчанський О.В. Термодинаміка і статистична фізика : навч. посіб. / Волчанський О.В., Гур'євська О.М., Подопрігора Н.В. – Кіровоград : ТОВ «Сабоніт», 2009. – 400 с.
81. Воронов В.К. Современная физика. Конденсированные состояния: уч. пособ. / В.К. Воронов, А.В. Подоплелов. – М.:ЛКИ, 2008. – 327 с.
82. Второе начало термодинамики / [Сади Карно, В. Томсон-Кельвин, Р. Клаузиус и др.]; под ред. А.К. Тимирязева. – М. - Л., 1934. – 311 с.
83. Выготский Л. С. Педагогическая психология / Л. С. Выготский; под ред. В. В. Давыдова. – М. : Педагогика, 1991. – 480 с.
84. Галузеві стандарти вищої освіти. Педагогічна освіта. Педагогіка і методика середньої освіти. Фізика. – Частина II. Освітньо-професійна програма підготовки бакалавра. – К. : Видавництво НПУ ім. М.П. Драгоманова. – 2003. – 74 с.

85. Гальперин П.Я. Основные результаты исследования по проблеме «Формирование умственных действий и понятий» / П.Я. Гальперин. – М. : Педагогика, 1965. – 176 с.
86. Гейзенберг В. Физика и философия / Гейзенберг В. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 203 с.
87. Гельмгольц Г. О сохранении силы / Г. Гельмгольц; перевод, редакция, биографический очерк и примечания академика П. П. Лазарева. – [Изд. 2-е.]. – М.-Л.: Гостехтеоретиздат, 1934. – 144 с.
88. Гельфер Я.М. Законы сохранения / Гельфер Я.М. – М.: Наука, 1967. – 237 с.
89. Гельфер Я.М. История и методология термодинамики и статистической физики / Я.М. Гельфер. – М.: Высшая школа, 1981. – 535 с.
90. Гиббс Д. Термодинамические работы / Д. Гиббс. – М.-Л.: Гостехиздат, 1950. – 492 с.
91. Гиббс Дж.В. Основные принципы статистической механики / Дж.В. Гиббс. – М. – Л., 1946. – 204 с.
92. Гиббс Дж.В. Термодинамика. Статистическая механика / Дж.В. Гиббс. – М. : Наука, 1982. – 584 с.
93. Гинзбург И.Ф. Введение в физику твердого тела / И.Ф. Гинзбург. – Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2003. – 218 с.
94. Голин Г.М. Образовательные и воспитательные функции методологии научного познания в школьном курсе физики: автореф. дис. на соискание науч. степени док. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» / Г.М. Голин. – Л., 1986. – 31 с.
95. Голин Г.М. Классики физической науки / Голин Г.М., Филонович С.Р. – М.: Высшая школа, 1989. – 576 с.
96. Голубева О.Н. Концепция фундаментального естественнонаучного курса в новой парадигме образования / Голубева О.Н. // Высшее образование в России. – 1994. – № 4. – С. 23 – 27.
97. Голубева О.Н. Теоретические проблемы общего физического образования в новой образовательной парадигме: автореф. дисс. на соискание науч. степени док. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» / О.Н. Голубева. – СПб., 1995. – 38 с.
98. Гончаренко С.У. Зміст загальної освіти і її гуманітаризація / С.У. Гончаренко // Неперервна професійна освіта : проблеми, пошуки, перспективи: монографія / [за ред. І.А. Зязюна]. – К. : Віпол, 2000. – С. 81 – 107.
99. Гончаренко С.У. Принцип фундаменталізації освіти / С.У. Гончаренко // Наукові записки. – Вип. 55. – Серія : Педагогічні науки. – Кіровоград: РВЦ КДПУ ім. В. Винниченка, 2004. – С. 3–8.
100. Гончаренко С.У. Український педагогічний словник / С.У. Гончаренко. – К.: Либідь, 1997. – 376 с.
101. Гончаренко С.У. Фізика, 10 кл.: проб. навч. посіб. для ліцеїв та кл. природничо-наукового профілю / С.У. Гончаренко. – К.: Освіта, 1998. – 445 с.
102. Гончаренко С.У. Фізика, 11 кл.: проб. навч. посіб. для ліцеїв та класів природничо-наукового профілю / С.У. Гончаренко. – К.: Освіта, 1995. – 430 с.

103. Гончаренко С.У. Формування наукового світогляду учнів під час вивчення фізики: посібник для вчителя / С.У. Гончаренко. – К.: Рад. шк., 1990. – 208 с.
104. Готт В.С. Диалектика прерывного и непрерывного в физической науке / Готт В.С., Недзельский В.Ф. – М.: Мысль, 1975. – 207 с.
105. Готт В.С. Роль фундаментальных постоянных в физических теориях и материальное единство мира / Готт В.С., Жог В.И. // Диалектический материализм и философские вопросы естествознания. – М., 1984. – С. 3 – 17.
106. Готт В.С. Философские вопросы современной физики / Готт В.С. – М.: Высшая школа, 1988. – 343 с.
107. Грабарь М.И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы / М.И. Грабарь, К.А. Краснянская. – М.: Педагогика, 1977. – 136 с.
108. Гур'євська О.М. Введення поняття «ентропія» у підготовці майбутніх учителів фізики профільної школи / О.М. Гур'євська // Педагогічні науки: збірник наукових праць. – Херсон, 2011. – Вип. 57. – С. 250 – 258.
109. Гуров К.П. Основания кинетической теории / К.П. Гуров. – М.: Наука, 1966. – 341 с.
110. Давыдов А.С. Теория твердого тела / Давыдов А.С. – М.: Наука, 1976. – 640 с.
111. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения : Опыт теоретического и экспериментально-психологического исследования / В.В. Давыдов. – М.: Педагогика, 1986. – 240 с.
112. Державна національна програма «Освіта» (Україна ХХІ століття) // Освіта. – 1993. – № 44. – 46. – 62 с.
113. Дерягин Б.В. Молекулярное притяжение конденсированных тел / Дерягин Б.В., Абрикосова И.И., Лифшиц Е.М. // Успехи физ. наук. – 1958. – Т. 64, № 3. – С. 493 – 528.
114. Десненко С.И. Формирование статистических представлений у учащихся в курсе физики повышенного уровня: дис. ... кандидата пед. наук: / Десненко С.И. – М., 1992. – 220 с.
115. Дидактика современной школы : пособие для учителя / ред. В. А. Онищука. – К.: Радянська школа, 1987. – 350 с.
116. Друянов Л.А. Законы природы и их познание / Друянов Л.А. – М.: Просвещение, 1982. – 111 с.
117. Дьяченко М. И. Психология высшей школы : учеб. пособие [для вузов] / М. И. Дьяченко, Л. А. Кандыбович. – [изд. 2-е, перераб. и доп.]. – Минск : БГУ, 1981. – 383 с.
118. Ельяшевич М.А. Вклад Ейнштейна в развитие квантовых представлений / М. А. Ельяшевич // Академик М.А. Ельяшевич: Воспоминания учеников и современников, избранные статьи (К 100-летию со дня рождения) / редкол. : С.Я. Килин (гл. ред) [и др.]. – Минск : «Голиафы», 2008. – с. 140 – 198.
119. Енциклопедія освіти / АПН України ; відповід. ред. В.Г. Кремень. – К.: Юрінком Інтер, 2008. – 1040 с.
120. Епифанов Г.И. Твердотельная электроника: учебник / Епифанов Г.И., Мома Ю.А. – М.: Высшая Школа, 1986. – 304 с.

121. Ермакова Л.Д. Роль принципов симметрии в формировании у студентов педвузов представления о современной физической картине мира: автореф. дисс. на соискание науч. степени канд. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» / Л.Д. Ермакова. – М., 1986. – 16 с.
122. Еренфест П. Относительность, кванты, статистика: сб. статей / П. Еренфест. – М. Наука, 1972. – 360 с.
123. Ефименко В.Ф. Концепция эволюции физической картины мира в преподавании физики / Ефименко В.Ф. // Методы научного познания в обучении физике: межвуз. сб. науч. трудов. – М., 1986. – С. 9 – 16.
124. Жалдак М.И. Система подготовки учителя к использованию информационной технологии в учебном процессе : дисс. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Мирослав Иванович Жалдак. – М., 1989. – 48 с.
125. Жирифалько Л. Статистическая физика твердого тела / Жирифалько Л. – М.: Наука, 1975. – 382 с.
126. Жирнов Н.И. Классическая механика / Н.И. Жирнов – М.: Просвещение, 1980 . – 303 с.
127. Журавський В.С. Вища освіта як фактор державотворення і культури в Україні / В.С. Журавський. – К.: Вид. дім «Ін Юре», 2003. – 416 с. – (Ін-т держави і права ім. В.М. Корецького НАН України, Ін-т вищої освіти АПН України).
128. Заброцький М. М. Педагогічна психологія : [курс лекцій] / М. М. Заброцький. – К. : МАУП, 2000. – 245 с.
129. Задачи по термодинамике и статистической физике / Под ред. П. Ландсберга; [пер. с англ. под ред. И. П. Базарова]. – М.: Мир, 1974. – 640 с.
130. Займан Дж. Принципы теории твердого тела / Дж. Займан. – М.: Мир, 1974. – 472 с.
131. Законодавство України : [Електронний ресурс] / «Про Основні напрями реформування вищої освіти в Україні» // Президент України; Указ від 12.09.1995 № 832/95. – Режим доступу: <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/832/95>. – Документ 832/95, остання версія. – Прийняття від 12.09.1995.
132. Законодавство України: [Електронний ресурс] / «Про перелік напрямів, за якими здійснюється підготовка фахівців у вищих навчальних закладах за освітньо-кваліфікаційним рівнем бакалавра» // Кабінет Міністрів України; Постанова, Перелік від 13.12.2006 № 1719. – Режим доступу: <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/1719-2006> п. – Документ 1719-2006-п, чинний, остання версія. – Редакція від 10.06.2011, підстава 576-2011-п.
133. Законодавство України: [Електронний ресурс] / «Про Порядок працевлаштування випускників вищих навчальних закладів, підготовка яких здійснювалась за державним замовленням» // Кабінет Міністрів України; Постанова від 22.08.1996 № 992. – Режим доступу : <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/992-96>-п. – Документ 992-96-п, остання версія. – Редакція від 01.07.2004, підстава 882-2004-п.
134. Законодавство України: [Електронний ресурс] / Закон «Про вищу освіту» // Верховна Рада України; Закон від 17.01.2002 № 2984-III. – Режим доступу: <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/2984-14>. Документ 2984-14, чинний,

- поточна версія. – Редакція від 10.02.2010, підстава 1798-17.
135. Законодавство України: [Електронний ресурс] / Закон «Про освіту» // Верховна Рада УРСР; Закон від 23.05.1991 № 1060-ХІІ. – Режим доступу: <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/1060-12>. Документ 1060-12, чинний, остання версія. – Редакція від 02.05.2011, підстава 2555-17.
136. Залесский Г.Е. Психологические основы формирования убеждений: дис. ... доктора психол. наук: 19.00.07 / Залесский Г.Е. – М., 1991. – 427 с.
137. Зверев И.Д. Взаимная связь учебных предметов / И.Д. Зверев. – М. : Знание, 1977. – 64 с.
138. Зверев И.Д. Интеграция и «Интегрированный предмет» / И.Д. Зверев // Биология в школе. – 1991. – № 5. – С. 46 – 49.
139. Зейтц Ф. Современная теория твердого тела / Зейтц Ф. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1949. – 720 с.
140. Зельдович Я.Б. Социальное общечеловеческое значение фундаментальной науки / Зельдович Я.Б. // Философия, естествознание, социальное развитие. – М.: Наука, 1989. – С. 42 – 49.
141. Зоммерфельд А. Термодинамика и статистическая физика / А. Зоммерфельд. – М.: И.-Л, 1955, – 479 с.
142. Зорина Л.Я. Дидактические аспекты естественнонаучного образования : [монографія] / Л.Я. Зорина. – М. : Изд-во РАО, 1993. – 163 с.
143. Зубарев Д.Н. Неравновесная статистическая термодинамика / Зубарев Д.Н. – М.: "Наука", 1971. – 357 с.
144. Зязюн І.А. Особливості професійної підготовки педагога: [зб. наук. праць] / І. А. Зязюн; [за заг. ред. В.А. Андрющенка] // Філософія освіти ХХІ століття : проблеми і перспективи. – К., 2000. – С. 36 – 42.
145. Зязюн І.А. Філософія педагогічної дії : [монографія] / І.А. Зязюн. – Черкаси : Видавничий відділ ЧНУ імені Богдана Хмельницького, 2008. – 608 с.
146. Іваницький О.І. Теоретичні і методичні основи підготовки майбутнього вчителя фізики до впровадження інноваційних технологій навчання : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Іваницький Олександр Іванович. – Запоріжжя, 2005. – 492 с.
147. Іваній В. Інтегрований курс «Історія фізики та методологія природознавства» як засіб формування в студентів синергетичної картини світу / Володимир Іваній, Ніна Іваній, Іван Мороз // Наукові записки. – Серія: Педагогічні науки . – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2006. – Випуск 66. – Частина 1 . – С. 163 – 167.
148. Иванов В.Г. Физика и мировоззрение / Иванов В.Г. – Л.: Наука, 1975. – 118 с.
149. Исаев И. Ф. Теория и практика формирования профессионально-педагогической культуры преподавателя высшей школы / Извозчиков В. А. – М.-Белгород, 1993. – 219 с.
150. Исихара А. Статистическая физика / А. Исихара. – М.: Мир, 1973. – 409 с.
151. Каданов Л. Квантовая статистическая механика / Л.Каданов, Г.Бейм. – М. : Мир, 1964. – 256 с.

152. Каменецкий С. Е. Проблемы изучения основ электродинамики в курсе физики средней школы: автореф. дис. на соиск. уч. степени д-ра пед. наук: спец. 13.00.02 «Методика преподавания физики» / С. Е. Каменецкий. – М., 1978. – 404 с.
153. Каратеодори К. Об основаниях термодинамики / Каратеодори К. // Развитие современной физики: сб. – М.: Наука, 1964. – С.188 – 200.
154. Карлеман Т. Математические задачи кинетической теории газов / Карлеман Т. – М., 1960. – 120 с.
155. Карно Сади Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу / Карно Сади // Второе начало термодинамики: сборник. – М.-Л.: Гостехтеоретиздат, 1934. – 311 с.
156. Касперський А.В. Електрика та магнетизм. Збірник задач, вправ і тестів. Практикум: навч.-метод. посіб. для самостійної роботи / А.В. Касперський, І. Т. Богданов. – К.: Четверга хвиля, 2006. – 248 с.
157. Касперський А.В. Радіоелектроніка в системі формування фізичних і технічних знань у середніх загальноосвітніх та вищих педагогічних навчальних закладах: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Касперський Анатолій Володимирович. – К., 2003. – 524 с.
158. Касперський А.В. Система формування знань з радіоелектроніки у середній та вищій школах / А.В. Касперський. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2002. – 325 с.
159. Касьян А.А. Контекст образования: наука и мировоззрение / Касьян А.А. – Н. Новгород: Изд-во НГПУ, 1996. – 184 с.
160. Касьян А.А. Мировоззрение и методология в контексте образования / А.А. Касьян // Высшее педагогическое образование. Проблемы и решения. – Н. Новгород: НГПУ, 1994. – С. 133 – 159.
161. Квасников И.А. Статистическая физика / И.А. Квасников. – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 430 с.
162. Квасников И.А. Термодинамика / И.А. Квасников. – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 240 с.
163. Кедров Б.М. О науках фундаментальных и прикладных / Кедров Б.М. // Вопросы философии. – 1972. – № 10. (124). – С. 39 – 49.
164. Кикоин А.К. Молекулярная физика / А.К. Кикоин, И.К. Кикоин. – М.: Наука, 1978. – 478 с.
165. Киттель Ч. Статистическая термодинамика / Ч. Киттель. – М.: Наука, 1977. – 336 с.
166. Киттель Ч. Элементарная статистическая физика / Ч. Киттель. – М.: Издательство Иностранной литературы, 1960. – 278 с.
167. Киттель Ч. Введение в физику твёрдого тела / Киттель Ч. – М.: Наука, 1978. – 792 с.
168. Климонтович Ю.Л. Статистическая физика / Ю.Л. Климонтович. – М.: Наука, 1982. – 608 с.
169. Кобеко П.П. Аморфные вещества. Физико-химические свойства простых и высокомолекулярных аморфных тел / Кобеко П.П. – М.-Л.: Изд. АН СССР, 1952. – 432 с.



170. Ковальчук В.Ю. Модернізація професійної та світоглядно-методологічної підготовки сучасного вчителя: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.04 / Ковальчук Володимир Юльянович. – К., 2005. – 402 с.
171. Козловська І.М. Філософсько-методичні аспекти інтеграції знань у змісті сучасної освіти / І.М. Козловська // Педагогіка і психологія професійної освіти. – 1999. – № 3. – С. 21 – 27.
172. Компанеец А.С. Курс теоретической физики: учеб. пособие [для студ. физ.-мат. фак. пед. ин-тов.] / А.С. Компанеец. – М. : Просвещение, 1975 – . – Т.2: Статистические законы. – 1975. – 480 с.
173. Кондратьев В.В. Фундаментализация профессионального образования специалистов на основе непрерывной математической подготовки в условиях технологического университета : дис. доктора пед. наук : 13.00.08 / Владимир Владимирович Кондратьев. – Казань, 2000. – 354 с.
174. Коновал О.А. Теоретичні та методичні основи вивчення електродинаміки на засадах теорії відносності: [монографія] / О.А. Коновал. – Кривий Ріг: Видавничий дім, 2009. – 345 с.
175. Коновал О.А. Теоретичні і методичні засади вивчення електродинаміки як релятивістської теорії у вищих педагогічних навчальних закладах : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Коновал Олександр Андрійович. – К., 2010. – 468 с.
176. Коновалов В.М. Термодинаміка / В.М. Коновалов. – Київ: Радянська школа, 1962. – 295 с.
177. Королюк Степан Основи статистичної фізики та термодинаміки / Степан Королюк, Степан Мельничук, Олександр Валь. – Чернівці: Книги -XXI, 2004. – 348 с.
178. Коршак Є.В. Болонський процес – реформа вищої освіти в європейському просторі / Є.В. Коршак, Г.І. Шатковська // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського державного університету : Серія педагогічна. – 2005. – Вип. 11 : Дидактика фізики в контексті орієнтирів Болонського процесу. – С. 42 – 45.
179. Коротков Э. М. Управление качеством образования : учеб. пос. / Э. М. Коротков. – 2-е изд. – М. : Академический проект, 2007. – 320 с
180. Коршак Є.В. Фізика, 8 клас / Коршак Є.В., Ляшенко О.І., Савченко В.Ф. – К.; Ірпінь: ВТФ "Перун", 2003. – 192 с.
181. Коршак Є.В. Фізика, 10 клас / Коршак Є.В., Ляшенко О.І., Савченко В.Ф. – К.; Ірпінь: ВТФ "Перун", 2004. – 312 с.
182. Кочергин А.Н. Научное познание: формы, методы, подходы / Кочергин А.Н. – М.: Изд-во МГУ, 1991. – 79 с.
183. Краевский В.В. Проблемы научного обоснования обучения. Методологический анализ / В.В. Краевский. – М.: Педагогика, 1977. – 264 с.
184. Красовский А.А. Фазовое пространство и статистическая теория динамических систем / Красовский А.А. – М.: Наука, 1974. – 232 с.
185. Кремень В.Г. Освіта і наука України: шляхи модернізації (Факти, роздуми, перспективи) / В.Г. Кремень. – К.: Грамота, 2003. – 216 с.

186. Кричевский И.Р. Понятия и основы термодинамики / И.Р. Кричевский. – М.: Изд-во. Химия, 1970. – 438 с.
187. Крокстон К. Физика жидкого состояния. Статистическое введение / Крокстон К. – М.: "Мир", 1978. – 400 с.
188. Кубо Р. Термодинамика / Р. Кубо. – М.: Мир, 1970. – 304 с.
189. Кудрявцев П.С. Курс истории физики : учеб. пособие [для студ. пед. ин-тов по физ. спец.]. – 2 изд., испр. и доп. / П.С. Кудрявцев. – М.: Просвещение, 1982. – 448 с.
190. Кузнецов И.В. Взаимосвязь физических теорий / Кузнецов И.В. // Избранные труды по методологии физики. – М.: Наука, 1975. – С. 190 – 204.
191. Кузьмина Н.В. Методы системного педагогического исследования: учебное пособие / Кузьмина Н.В., Григорьев Е.А., Якунин В.А. – М.: Народное образование, 2002. – 207 с.
192. Кузьмінський А.І. Педагогіка вищої школи: [навч посіб.] / А.І.Кузьмінський. – К.: Знання, 2005. – 486 с.
193. Куриленко С.П. Тенденції інтеграції сучасної дидактики фізики як наукової дисципліни / С.П. Куриленко, О.В. Сергеев // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського державного педагогічного університету. Серія педагогічна. – 2001. – Вип.7 : Модель середньої фізичної освіти в умовах переходу на 12-річний термін навчання. – С. 135 – 141.
194. Курти Н. Охлаждение адиабатическим размагничиванием ядерных спинов / Курти Н. // Успехи физ. наук. – 1961. – Вып. 75. – С. 151 – 168.
195. Кух А.М. Моделювання системи фахової підготовки викладача фізики / А.М. Кух // Наукові записки. Серія : Педагогічні науки. – Кіровоград, 2005. – Вип. 66. – С. 87 – 93.
196. Кучерук І.М. Загальний курс фізики : навч. посібник : у 3 т. / Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П.; ред. Кучерук І.М. – К.: Техніка, 2006 – . – Т. 1 : Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – 2006. – 532 с.
197. Ландау Л.Д. Колебания ферми-жидкости / Ландау Л.Д. // ЖЭТФ. – 1957. – №32, вып.1. – С. 59 – 66.
198. Ландау Л.Д. Теоретическая физика: в 10 т. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц. – М.: Наука, 1964 – . – Т.V: Статистическая физика. – 1964. – 567 с.
199. Ландау Л.Д. Теоретическая физика: в 10 т. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц. – М.: Наука, 1988 – . – Т.1: Механика. – 1988. – 216 с.
200. Ландау Л.Д. Теория ферми-жидкости / Ландау Л.Д. // ЖЭТФ. – 1956. – Т.30. – С. 1058 – 1064.
201. Ланжевен П. Избранные произведения. / П. Ланжевен. – М.-Л, 1949. – 349 с.
202. Ланжевен Поль. Избранные труды / Поль Ланжевен. – М.: Изд-во АН СССР, 1960. – 754 с.
203. Лауэ М. История физики / М. Лауэ. – М., 1956. – 110 с.
204. Левич В.Г. Введение в статистическую физику / В.Г. Левич. – М. - Л.: ГИТТЛ, 1950. – 424 с.: ил.
205. Левківський К.М. Якісна освіта – запорука самореалізації особистості / Левківський К.М. // Вища школа. – 2010. – № 1. – С. 514

206. Легостаев И.И. Педагогические основы стандартизации и оперативной диагностики подготовки учителей: автореф. дис. на соискание науч. степени док. пед. наук: спец. 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» / И.И. Легостаев. – М., 1996. – 32 с.
207. Леднев В.С. Содержание образования / Леднев В.С. – М.: Высшая школа, 1989. – 360 с.
208. Леонтович М.А. Введение в термодинамику. Статистическая физика / М.А. Леонтович – М.: Наука, 1983. – 416 с.
209. Лернер И.А. Дидактические основы методов обучения / И.А. Лернер. – М.: Педагогика, 1981. – 186 с.
210. Литвиненко В.М. Теоретические основы структурно-функциональной модели индивидуальной траектории обучения / под. ред. Н. И. Рыжовой: монография. – М. Раритет, 2007. – 305 с.
211. Лифшиц Е.М. Физическая кинетика / Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. – М.: "Наука", 1979. – 423 с.
212. Ломоносов М.В. Сборник статей и материалов / М.В. Ломоносов. – М.-Л., Изд. АН СССР, 1951 – . – Т. III. – 1951. – 356 с.
213. Лоренц Г.А. Статистические теории в термодинамике / Г.А. Лоренц. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 192 с.
214. Ляшенко О.І. Взаємозв'язок теоретичного та емпіричного в навчанні фізики: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня докт. пед. наук: спец. 13.00.04 «Професійна педагогіка»; 13.00.02 «Теорія та методика навчання (фізика)» / О.І. Ляшенко. – К.: 1996. – 50 с.
215. Маделунг Г. Теория твердого тела / Маделунг Г. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 184 с.
216. Маделунг Э. Математический аппарат физики: Справочное руководство / Маделунг Э. – М.: Физматгиз, 1960. – 368 с.
217. Майер Р. Закон сохранения и превращения энергии. Четыре исследования 1841—1851 / Р. Майер; под ред., с введением и примечаниями А.А. Максимова. – М.-Л.: Гостехтеоретиздат, 1933. – 315 с.
218. Мартинюк М.Т. Базовий курс фізики, інтегрований з астрономією (досвід теоретико-експериментального обґрунтування) / М.Т. Мартинюк. – К.: Знання, 1999. – 121 с.
219. Мартинюк М.Т. Науково-методичні засади навчання фізики в основній школі: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Мартинюк Михайло Тадейович – К., 1998. – 441 с.
220. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм / А.Н. Матвеев. – М.: Высшая школа, 1983. – 463 с.
221. Матвеев А.Н. Молекулярная физика: [учеб. для физ. спец. вузов] / Матвеев А. Н. – М.: Высш. шк., 1987. – 360 с.
222. Мендельсон К. Физика низких температур / Мендельсон К. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 230 с.
223. Мендерецький В.В. Методична система експериментальної підготовки майбутніх вчителів фізики: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Мендерецький Вадим Владиславович. – К., 2007. – 488 с.

224. Меньяйлов С.М. Засоби навчання фізики в умовах кредитно-модульної системи у вищому навчальному закладі / С.М. Меньяйлов // Вісник Чернігівського державного педагогічного університету імені Т.Г. Шевченка. Серія: Педагогічні науки. – 2005. – Вип. 30. – С. 146 – 150.
225. Милерян Е. А. Психология формирования общетрудовых политехнических учений / Евгений Александрович Милерян. – М. : Педагогика, 1973. – 300 с.
226. Микрюков В.Е. Курс термодинамики / В.Е. Микрюков. – М.: УПИМП РСФСР, 1960. – 236 с.
227. Мороз І.О. 4-вимірні вектори в СТВ / Мороз І.О., Іваній В.С., Холодов Р.І. // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: збірник наукових праць – Кривий Ріг, 2011. – Випуск ІХ. – С. 339 – 350.
228. Мороз І.О. Введення основних характеристик і законів стаціонарного магнітного поля із загальних релятивістських позицій / І.О. Мороз // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: збірник наукових праць: в 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2010. – Випуск VIII, Т. 2. – С. 227 – 237.
229. Мороз І.О. Вивчення загальних умов рівноваги макроскопічних систем / Мороз І.О. // Наукові записки. Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2012. – Випуск 108. – Част.1. – С. 88 – 93.
230. Мороз І.О. Висвітлення протиріч класичної статистики в курсі термодинаміки та статистичної фізики / Мороз І.О. // Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки. – Черкаси, 2012. – №12 (225). – С. 80 – 84.
231. Мороз І.О. Елементи математичного апарату термодинаміки / Мороз І.О. // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. – Суми: СумДПУ, 2011. – № 8(18). – С. 259 – 267.
232. Мороз І.О. Ефект Комптона у курсі фізики ВНЗ / І.О. Мороз, В.С. Іваній, Р.І. Холодов // Наукові записки. Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2010. – Випуск 90. – С. 189 –192.
233. Мороз І.О. Закон Максвелла про розподіл швидкостей молекул в курсі фізики / І.О. Мороз, О.В.Яременко, Л.О.Яременко // Вісник Чернігівського національного педагогічного університету. Серія: Педагогічні науки. – Чернігів, 2011. – Випуск 89. – С. 345 – 348.
234. Мороз І.О. Застосування першого закону термодинаміки під час її вивчення / Мороз І.О. // Фізика та астрономія в сучасній школі. – К.: Педагогічна преса, 2012. – № 5. – С. 25 – 28.
235. Мороз И.А. Изучение темы «термодинамическая теория методов получения низких температур» в процессе подготовки учителя физики / Мороз И.А // Психология и педагогика: методика и проблемы практического применения: сб. материалов XXVIII междунар. науч.-практ. конф. – Новосибирск: НГТУ, 2012. – С. 231 – 239.
236. Мороз И. А. Изучение темы «термодинамическая теория эффекта Джоуля-Томсона» в процессе подготовки учителя физики / Иван Алексеевич Мороз // Фен-наука. – 2013. – № 1(16). – С. 24 –28.

237. Мороз И.А. Использование графиков при изучении термодинамики / Мороз И.А. // Фен-наука. – 2012. – № 12(15). – С. 60 – 65.
238. Мороз І.О. Класифікація фазових перетворень / І.О. Мороз // Наукові записки . Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВВ КДПУ імені В. Винниченка, 2011. – Випуск 98. – С. 100 – 104.
239. Мороз І.О. Комплекс навчально-методичного забезпечення – основа можливості самостійної роботи студентів в умовах кредитно-модульної системи / І.О. Мороз // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: зб. наук. праць в 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2010. – Випуск VIII. – Т. 2. – С. 238 – 241.
240. Мороз І.О. Методи термодинаміки: навчальний посібник для студентів / І.О. Мороз. – Суми: Редакційно-видавничий відділ СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2009. – 192 с.
241. Мороз І.О. Методика викладання питання про порівняння статистик в курсі теоретичної фізики ВНЗ / Мороз І.О. // Педагогічна освіта: теорія і практика: Збірник наукових праць. – Кам'янець-Подільськ, 2012. – Випуск 11. – С. 211 – 215.
242. Мороз И.А. Методика преподавания темы «Ферми-газы» в системе подготовки учителя физики / Мороз И.А. // Вестник социально-педагогического института. – 2012. – № 2(5). – С. 45 – 52.
243. Мороз І.О. Методика розгляду розподілу Гіббса в статистичній термодинаміці / Мороз І.О. // Наукові записки. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 20 . – Вип. 3. – С. 40 – 46.
244. Мороз І.О. Методичне обґрунтування першого закону термодинаміки в курсі фізики ВНЗ / Мороз І.О. // Наукові записки. Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2012. – Вип. 108. – Част.2. – С. 215 – 219.
245. Мороз І.О. Методичний та онтодидактичний аналіз теми «Реальні гази» в курсі теоретичної фізики педагогічних університетів / Мороз І.О. // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. – Суми: СумДПУ, 2012. – № 5(23). – С. 254 – 261.
246. Мороз І.О. Методичні рекомендації до доведення теореми про рівномірний розподіл кінетичної енергії за ступенями вільності в курсі статистичної фізики / І.О. Мороз // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 6. Педагогічні науки: реалії та перспективи. – К, 2012. – Випуск 32. – С. 147 – 154.
247. Мороз І.О. Молекулярна фізика: навч. посіб./ І.О. Мороз, О.В. Яременко. – Суми: Видавництво «МакДен», 2010. – 373 с.
248. Мороз І.О. Основи електродинаміки. Електростатика: навч. посіб. / І.О. Мороз. – Суми: Видавництво «МакДен», 2011. – 162с.
249. Мороз І.О. Основи електродинаміки. Магнітостатика: навч. посіб. / І.О. Мороз. – Суми: Видавництво «МакДен», 2011. – 162 с.
250. Мороз И.А. Основы молекулярно-кинетической теории идеального газа: методическое пособие / И.А. Мороз, И.Г. Захарченко. – Одесса: Редакционно-

- издательский совет Одесского пединститута им. К.Д. Ушинского, 1985 – 78 с.
251. Мороз І.О. Основи молекулярної фізики: навч. посіб. / І.О. Мороз, О.В. Яременко. – Суми: Редакційно-видавничий відділ СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2007. – 280 с.
252. Мороз И.А. Основы специальной теории относительности: учебное пособие / И.А. Мороз, В.С. Иванов, Р.И. Холодов. – Сумы: Редакционно-издательский совет СумДПУ им. А.С.Макаренка, 2007. – 268 с.
253. Мороз І.О. Основи термодинаміки: навчальний посібник для студентів / І.О. Мороз. – Суми: Редакційно-видавничий відділ СумДПУ ім. А.С. Макаренка, 2009. – 180 с.
254. Мороз І.О. Основи Термодинаміки: навч. посіб. / І.О. Мороз. – Суми: Видавництво «МакДен», 2011. – 352 с.
255. Мороз І.О. Основи термодинаміки та статистичної фізики: навч. посіб. / І.О. Мороз. – Суми: Видавничий дім «Папірус», 2012. – 574 с.
256. Мороз І.О. Особливості викладання теми «Другий закон термодинаміки» / Мороз І.О. // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія 5. Педагогічні науки: реалії та перспективи. – К, 2012. – Випуск 32. – С. 147 – 154.
257. Мороз І.О. Особливості розгляду закону збереження імпульсу в курсі фізики педагогічних університетів / І.О. Мороз, В.С. Іваній, Р.І. Холодов // Вісник Чернігівського національного педагогічного університету. Серія: Педагогічні науки. – Чернігів, 2011. – Випуск 89. – С. 338 – 347.
258. Мороз І.О. Перший закон термодинаміки у курсі фізики ВНЗ / Мороз І.О. // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: збірник наукових праць. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2012. – Випуск X, Т.2. – С. 211 – 215.
259. Мороз І.О. Поняття температури в статистичній термодинаміці / Мороз І.О. // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. – Суми: СумДПУ, 2012. – № 8(26). – С. 82 – 86.
260. Мороз І.О. Спеціальна теорія відносності: навч. посіб. / І.О. Мороз, В.С. Іваній, Р.І. Холодов – Суми: Видавництво «МакДен», 2011. – 336с.
261. Мороз И.А. Статистика Бозе-Эйнштейна в курсе теоретической физики будущего учителя физики / Мороз И.А. // Сборник научных трудов SWorld по материалам междунар. научно-практ. конф. – 2012. – Т.26. – № 4. – С. 25 – 34.
262. Мороз І.О. Статистичне обґрунтування другого закону термодинаміки у курсі загальної фізики / І.О. Мороз, О.В. Яременко, Л.О. Яременко // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: збірник наукових праць. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2012. – Випуск X, Т.2. – С. 216 – 220.
263. Мороз І.О. Теоретико-методичні засади вивчення термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах: монографія / І.О. Мороз; Міністерство освіти і науки України; Національний педагогічний університет

- імені М.П. Драгоманова. – Суми: Видавничий дім «Папірус» 2013. - 380 с : іл.
264. Мороз І.О. Фазові діаграми у курсі фізики ВНЗ / Мороз І.О. // Вісник Чернігівського національного педагогічного університету. Серія: Педагогічні науки. – Чернігів, 2012. – Випуск 99. – С. 252 – 257.
265. Мороз І.О. Фундаменталізація навчальних курсів у педагогічних університетах / І.О.Мороз // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. наукових праць – Київ : НПУ імені М.П. Драгоманова, 2012. – № 10. – С. 58 – 64.
266. Мороз І.А. Электродинамика. Основы электростатики: учебное пособие для педуниверситетов / И.А. Мороз. – Сумы: Редакционно-издательский совет СГПУ им. А.С. Макаренко, 2007. – 220 с.
267. Мороз І.А. Электродинамика. Основы магнитостатики: учебное пособие для педуниверситетов / И.А. Мороз. – Сумы: Редакционно-издательский совет СГПИ им. А.С. Макаренко, 2007. – 240 с.
268. . Мороз І.А. Методический анализ теоремы Лиувилля и ее роли в развитии статистической физики / Мороз І.А. // Фен-наука. – 2013. – № 2(17). – С. 40 – 42
269. Московченко А.Д. Проблема интеграции фундаментального и технологического знания / А.Д. Московченко. – Томск: ТУСУР, 2001. – 192 с.
270. Мостепаненко М.В. Философия и физическая теория. Физическая картина мира и проблема происхождения и развития физических теорий / Мостепаненко М.В. – Л.: Наука, 1969. – 239 с.
271. Мултановский В.В. Проблема теоретических обобщений в курсе физики средней школы: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Мултановский В.В. – М., 1978. – 410 с.
272. Мякишев Г.Я. Динамические и статистические закономерности в физике / Мякишев Г.Я. – М.: Наука, 1973. – 272с.
273. Навроцький О.І. Вища школа України в умовах трансформації суспільства / О.І. Навроцький. – Х.: Основа, 2000. – 240 с.
274. Нернст В. Теоретические и опытные основания нового теплового закона / В. Нернст. – М.-Л.: ГИЗ, 1929. – 252 с.
275. Ніколаєнко С.М. Про стан і перспективи розвитку вищої освіти в Україні. Парламентські слухання про вищу освіту / Ніколаєнко С.М. // Педагогіка толерантності. – 2004. – № 2–3. – С. 104–116.
276. Нобелевские лекции по физике / [Главный редактор В.Л. Гинзбург] // Успехи физических наук. – 2003. – Т.173, №12. – С. 1320 – 1358.
277. Новиков И.И. Термодинамика / И.И. Новиков. – М.: Машиностроение, 1984. – 592 с.
278. Ноздрев В.Ф. Курс статистической физики / В.Ф. Ноздрев, А.А. Сенкевич. – М.: Высшая школа, 1969. – 288 с.
279. Ноздрев В.Ф. Курс термодинамики / В.Ф. Ноздрев. – М.: Просвещение, 1967. – 247 с.

280. Нохрина Н. Н. Теория и практика диагностики гуманитарной подготовленности студентов технических специальностей: монография / Нохрина Н. Н. – Челябинск : Изд-во ЮУрГУ, 2004. – 210 с.
281. Нурминский И.И. Статистические закономерности формирования знаний и умений учащихся / Нурминский И.И., Гладышева Н.К. – М.: Педагогика, 1991. – 221 с.
282. Онопрієнко В.П. Теоретико-методичні засади екологічної підготовки фахівців сільського господарства: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.04 / Онопрієнко Володимир Петрович. – К., 2011. – 394 с.
283. Основатели кинетической теории материи: сб.; под ред. А.К. Тимирязева. – М., 1937. – 221 с.
284. Основы методики преподавания физики в средней школе / Под ред. А.В. Перышкина, В.Г. Разумовского, В.А. Фабриканта. – М.: Просвещение, 1984. – 388 с.
285. Очерки развития основных физических идей / [под. ред. А.Т. Григорьян, Л.С. Полак]. – М. : Изд-во АН СССР, 1959. – 511 с.
286. Павлов П.В. Физика твердого тела / Павлов П.В., Хохлов А.Ф. – М.: Высшая школа, 2000. – 497 с.
287. Паламарчук В.Ф. Першооснови педагогічної інноватики : [у 2 т.] / Валентина Федорівна Паламарчук. – К. : Знання України, 2005 – . – Т.1. – 2005. – 420 с.
288. Парселл Э. Электричество и магнетизм: учебное руководство / Э. Парселл; [пер. с англ. под ред. Шальникова А.И. и Вайсенберга А.О.]. – 3-е изд., испр. – М.: Наука, 1983. – 416 с. – (Берклиевский курс физики).
289. Пахомов Б.Л. Становление современной физической картины мира / Б.Л. Пахомов – М.: Мысль, 1985. – 268 с.
290. Педагогика школы / Под ред. Г.И.Щукиной. – М.: Просвещение, 1977. – 384с.
291. Пеннер Д.И. Электродинамика и теория относительности / Д.И. Пеннер, В.А. Угаров. – М.: Просвещение, 1980. – 271 с.
292. Пинский А.А. Релятивистские идеи в преподавании физики: автореф. дисс. на соискание науч. степени докт. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования)» / А. А. Пинский. – М., 1974. – 27 с.
293. Пинский А.А. Релятивистские идеи в преподавании физики: дис. ... док. пед. наук: 13.00.02 / Пинский А. А. – М., 1974. – 349 с.
294. Планк М. Введение в теоретическую физику / М. Планк. – М.-Л.: ОНТИ, НКТП СССР, Гл. ред. общетехн. лит., 1935 – Ч. 5: Теория теплоты – 1935. – 114 с.
295. Планк М. Принцип сохранения энергии / М. Планк. – М.-Л. : ГОНТИ, 1938. – 235 с.
296. Планк М. Теория теплового излучения / Планк М. – М. -Л., 1938. – 208 с.
297. Попов М.М. Термометрия и калориметрия / Попов М.М. – М.: Изд. МГУ, 1954. – 943 с.
298. Подымова Л. С. Подготовка учителя к инновационной деятельности. Ч. I, / Подымова Л. С. – М.-Курск, 1995. – 170 с.



299. Проекти освітньо-професійних програм підготовки учителя фізики за спеціальністю “Педагогіка і методика середньої освіти. Фізика” / Г.П. Грищенко, М.Ф. Вознюк, Є.В. Коршак [та ін.] // Матеріали доповідей V Всеукраїнської наукової конференції “Фундаментальна та професійна підготовка фахівців з фізики”. – К.: НПУ, 2000. – С. 18 – 21.
300. Психолого-педагогічні основи добору і конструювання змісту навчання фізики / [М. Мартинюк, О. Гнатюк, М. Декарчук та ін.] // Наукові записки : збірник наукових статей Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова / укл. П.В. Дмитренко, Л.Л. Макаренко, В.Д. Сиротюк. – К. : НПУ, 2003. – Вип. LIII (53). – С. 193 – 205.
301. Путилов К.А. Лекции по термодинамике / Путилов К.А. – М.: Изд-во Всес. хим. об-ва им. Менделеева, 1939. – 358 с.
302. Путилов К.А. Термодинамика / К.А. Путилов. – М. : Наука, 1971. – 376 с.
303. Работы по статистической механике / А. Пуанкаре, Т. Эренфест, П. Эренфест и др. – М.: Изд-во «РХД», 2011. – 280с.
304. Радущкевич Л.В. Курс термодинамики / Л.В. Радущкевич. – М.: Просвещение, 1971. – 282 с.
305. Разумовский В. Г. Проблема развития творческих способностей учащихся в процессе обучения физике: автореф. дисс. доктора пед. наук: 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» / В.Г. Разумовский. – М., 1972. – 507 с.
306. Рейф Ф. Берклиевский курс лекций: в 5 т. / Ф Рейф. – М.: Наука, 1986 – . – Т. V: Статистическая физика. – 1986. – 336 с.
307. Робертс Дж. Теплота и термодинамика / Дж. Робертс. – М.: Гостехтеоретиздат, 1950. – 592 с.
308. Розенбергер Ф. История физики / Ф. Розенбергер, ч. I. – М.-Л., 1933. – 128 с.
309. Розенбергер Ф. История физики / Ф. Розенбергер, ч. II. – М.-Л., 1933. – 342 с.
310. Розенбергер Ф. История физики / Ф. Розенбергер, ч. III, вып. I. – М.-Л., 1935. – 301 с.
311. Румер Ю.Б. Термодинамика. Статистическая физика и кинетика / Ю.Б. Румер, М.Ш. Рывкин. – М. : Наука, 1977. – 553 с.
312. Рюэль Д. Статистическая механика (строгие результаты) / Рюэль Д. – М.: Мир, 1971. – 368 с.
313. Савченко В.Ф. Деякі міркування щодо вивчення другого закону термодинаміки / В.Ф. Савченко // Збірник наукових праць Уманського державного педагогічного університету. – Умань, 2001. – С. 159–160.
314. Савченко В.Ф. Підвищення престижу фізичної освіти через осучаснення її змісту / В.Ф. Савченко // Проектування освітніх середовищ як методична проблема: зб. ст. – Херсон, 2008. – С. 67 – 70.
315. Садовий М.І. Нариси з еволюції основних фізичних ідей XIX-XX, початку XXI ст. : [наук.-метод. посіб. для викладачів пед. ВУЗів та майбутніх учителів] / Садовий М.І., Кондратьєва Л.І., Гавриленко О.А.; за ред. М.І. Садового. – Кіровоград : Ексклюзив-Систем, 2008. – 337 с.
316. Садовий М.І. Теоретичні та методичні основи становлення та розвитку фундаментальних ідей дискретності та неперервності в курсі фізики

- загальноосвітньої школи: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Садовий Микола Ілліч. – К., 2001. – 534 с.
317. Садовников Н.В. Фундаментализация современного вузовского образования [Электронный ресурс] / Садовников Н.В. // Порталус: научная онлайн - библиотека, 2009. – Режим доступа: <http://www.portalus.ru/modules/shkola/rus>.
318. Садовский М.В. Лекции по статистической физике / Садовский М.В. – Екатеринбург: Институт Электрофизики УрО РАН, 1999. – 262 с.
319. Самойленко П.И. Общие тенденции интеграции современной дидактики физики / П.И. Самойленко, А.В. Сергеев // Специалист. – 1998. – № 5. – С. 32 – 34.
320. Селевко Г.К. Энциклопедия образовательных технологий : в 2 т. / Г.К. Селевко. – М. : НИИ школьных технологий, 2006 – . – Т. 2. – 2006. – 816 с.
321. Семеріков С.О. Фундаменталізація навчання інформатичних дисциплін у вищій школі: монографія / Семеріков С.О.; наук. ред. акад. АПН України, д. пед. н., проф. М.І. Жалдак. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2009. – 340 с.: іл.
322. Семеріков С.О. Фундаменталізація як основа розвитку інноваційної вищої освіти / С.О. Семеріков, І.О. Теплицький // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету. Серія педагогічна. – Кам'янець-Подільський, 2009. – Вип. 15. – С. 249 – 251.
323. Сергеев А.В. Интегральный урок по физике: Возможности, проблемы и перспективы развития / А.В. Сергеев // Специалист. – 1992. – № 1. – С. 9 – 12.
324. Сергеев А.В. Становление и развитие истории методики преподавания физики в средней школе как научной дисциплины: автореф. дис. на соискание учен. степени докт. пед. наук: спец. 13.00.02 «Методика преподавания физики» / А.В. Сергеев. – Л., 1991. – 34.
325. Сергеев А.В. Теория и эксперимент в историческом развитии физического познания / А.В. Сергеев // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського державного педагогічного університету. – Серія педагогічна: Методологічні принципи формування фізичних знань учнів і професійних якостей майбутніх учителів фізики та астрономії. – Вип. 9. – Кам'янець-Подільський: К-ПДПУ, ШВ, 2003. – С. 68 – 70.
326. Сергеев О.В. Фундаменталізація освіти у вищій школі / О.В. Сергеев // Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі : збірник наукових праць. – Кривий Ріг, 2005. – С. 4 – 7.
327. Сергієнко В.П. Інтеграція фундаментальності та професійної спрямованості курсу загальної фізики у підготовці сучасного вчителя: монографія / В.П. Сергієнко. – К.: НПУ, 2004. – 382 с.
328. Сергієнко В.П. Особистісно орієнтоване навчання в системі фундаментальної професійної підготовки вчителя фізики / Сергієнко В.П. // Модель середньої фізичної освіти в умовах переходу на 12-річний термін навчання. – Коломия: ВПТ “ВІК”, 2001. – Вип. 7. – С. 180 – 185.
329. Сергієнко В.П. Становлення і розвиток фізичної освіти у вищих педагогічних навчальних закладах України / Сергієнко В.П., Касперський А.В. // Серія педагогічна: Дидактика фізики в контексті Болонського процесу. – Кам'янець-Подільський: К-ПДПУ, 2005. – Вип. 11. – С. 80–85.

330. Сергієнко В.П. Теоретико-методичні особливості використання сучасних комп'ютерно-орієнтованих засобів навчання із загальної фізики / В.П. Сергієнко, М.І. Шут // Засоби і технології єдиного інформаційного освітнього простору : Зб. наук. праць / [за ред. В.Ю. Бикова, Ю.О. Жука] / Інститут засобів навчання АПН України. – К. : Атіка. 2004. – С. 24 – 31.
331. Сергієнко В.П. Теоретичні і методичні засади навчання загальної фізики в системі фахової підготовки вчителя : дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Сергієнко Володимир Петрович. – К., 2004. – 516 с.
332. Серова Ф.Г. Сборник задач по теоретической физике: Квантовая механика, статистическая физика: уч. пособ. / Ф.Г. Серова, Ф.Ф. Янкина. – М.: Просв., 1979. – с. 192.
333. Сивухин Д.В. Общий курс физики / Сивухин Д.В. – М.: Наука, 1990 – . – Т. II: Термодинамика и молекулярная физика. – 1990. – 592 с.
334. Сидоренко В.К. Інтеграція навчальних предметів як педагогічна категорія / В.К. Сидоренко // Проблеми наступності та інтеграції змісту навчання в системі «Школа-ПТУ-ВНЗ» : міжнар. наук.-практ. конф., трав. 1996 р.: тези доп. – Вінниця, 1996. – С. 96-98.
335. Силян В.П. Введение в кинетическую теорию газов / Силян В.П. – М.: Наука, 1971. – 331 с.
336. Сиротюк В.Д. Вступні уроки з фізики (10 клас) / В.Д. Сиротюк // Фізика та астрономія в школі : Науково-методичний журнал. – К.: Педагогічна преса, 2010. – N 7–8. – С. 3–7.
337. Сиротюк В.Д. Підручник. Фізика. 8 клас / В.Д. Сиротюк. – К.: Вид-во: Зодіак-ЕКО, 2009. – 240 с.
338. Сиротюк В.Д. Фізика: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. / В.Д. Сиротюк – К.: ЗодіакЕКО, 2009. – 208 с.
339. Сиротюк В.Д. Фізика: підруч. для 10 класу загальноосвіт. навч. закл.: (рівень стандарту) / В.Д. Сиротюк, В.І. Баштовий. – К.: «ОСВІТА», 2010. – 303 с.
340. Сиротюк В.Д. Фізика: підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закл.: (рівень стандарту) / В.Д. Сиротюк, В.І. Баштовий. – Харків: Сиція, 2011. – 304 с.
341. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі : [навч. посіб.] / З.І.Слєпкань. – К. : Вища школа. – 2005. – 239 с.
342. Смородинский Я.А. Температура / Смородинский Я.А. – М.: Наука, 1981. – 160 с.
343. Спасский Б.И. Вопросы методологии и историзма в курсе физики средней школы / Спасский Б.И. – М.Просвещение, 1975. – 95 с.
344. Спасский Б.И. История физики : в 2 т. / Борис Иванович Спасский. – [2-е изд.] – М. : Высшая школа, 1967 – . – Т. 1. – 1967. – С. 55 – 60.
345. Станкевич Б.В. Кинетическая теория газов в математическом изложении / Станкевич Б.В. – М., 1984. – 468 с.
346. Степин В.С. Картина мира и ее функции в научном исследовании / Степин В.С. // Научная картина мира: Логико-гносеологический аспект. – Киев, 1983. – С. 43 – 76.
347. Степин В.С. Становление научной теории / Степин В.С. – Минск: Изд-во БГУ им. В.И. Ленина, 1976. – 320 с.

348. Степин В.С. Научная картина мира в культуре техногенной цивилизации / Степин В.С., Кузнецова Л.Ф. – М.: РАН. ИФ, 1987. – 274 с.
349. Сусь Б.А. Дидактичні та методичні основи реалізації і активізації самоосвітньої навчальної діяльності курсантів при вивченні курсу загальної фізики у вищих технічних військових закладах : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня докт. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (фізика)» / Б.А. Сусь. – К., 1998. – 36 с.
350. Сусь Б.А. Діяльнісний підхід під час навчання фізики у вищих навчальних закладах в умовах сучасного навчального середовища / Б.А. Сусь, Н.А. Мисліцька // Наукові записки. Серія: педагогічні науки. – Кіровоград, 2001. – Вип. 98. – С. 271 – 273.
351. Сусь Б.А. Проблеми дидактики фізики у вищій школі : [наук.-метод. видання] / Б.А. Сусь, М.І. Шут. – [2-е вид., виправ. і доп.] – К. : ВЦ «Просвіта», 2003. – 155 с.
352. Суханов А.Д. Концепции современного естествознания / А.Д. Суханов, О.Н. Голубева. – М.:Издательство «Агар», 2000. – 325 с.
353. Талызина Н.Ф. Педагогическая психология : [учеб. пособие для студ. сред. пед. учеб. заведений] / Н.Ф. Талызина. – М. : Издательский центр «Академия», 1998. – 288 с.
354. Тарасов Л.В. Мир, построенный на вероятности / Тарасов Л.В. – М.: Просвещение, 1984. – 191с.
355. Тарасов Л.В. Необходимость перестройки преподавания естественных предметов на основе интегративно-гуманитарного подхода / Тарасов Л.В. // Физика в школе. – 1989. – №4. – С. 32 – 44.
356. Тарасов Л.В. Современная физика в средней школе / Тарасов Л.В. – М.: Просвещение, 1990. – 288 с.
357. Тарасов Л.В. Этот удивительно симметричный мир / Тарасов Л.В. – М.: Просвещение, 1982. – 176 с.
358. Теоретическая физика XX века: сб. / Под ред. Я.А. Смородинского – М.: ИЛ, 1962. – 390 с.
359. Теплицький І.О. Комп'ютерна підтримка курсу фізики / І.О. Теплицький, Ю. В. Єчкало // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : [Зб. наук. праць; Вип. 3 : В 3-х томах]. – Кривий Ріг, 2003 – . – Т. 2 : Теорія та методика навчання фізики. – С. 94 – 100.
360. Тер-Хаар Д.К. К истории статистики фотонов / Д.К. Тер-Хаар // Успехи физических наук. – 1969. – Т. 99. – С. 129 – 140.
361. Тер Хаар Д. Элементарная термодинамика / Д. Тер Хаар, Г. Вергеланд. – М.: Мир, 1968. – 219 с.
362. Терлецкий Я.П. Статистическая физика / Я.П. Терлецкий. – М.: Высшая школа, 1973. – 277 с.
363. Тесленко В.И. Теоретико-методические основы диагностики и прогнозирования процесса обучения будущего учителя физики в педвузе: автореф. дис. на соискание науч. степени докт. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» / В.И. Тесленко. – Челябинск, 1996. – 36 с.

364. Тиндаль Д. Теплота, рассматриваемая как род движения / Д. Тиндаль. – М., 1988. – 39 с.
365. Тихомирова С.А. Гуманитаризация физического образования / Тихомирова С.А. – М.: ИОО МО РФ, 1995. – 34 с.
366. Толмачев В.В. Теория бозе-газа / Толмачев В.В. – М.: МГУ, 1969. – 411 с.
367. Толмачев В.В. Теория ферми-газа / Толмачев В.В. – М.: МГУ, 1973. – 368 с.
368. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики : [монографія] / Юрій Васильович Триус. – Черкаси : Брама-Україна, 2005. – 400 с.
369. Уемов А.И. Истина и пути ее познания / Уемов А.И. – М. Политиздат, 1975. – 89 с.
370. Уитроу Д. Естественная философия времени / Д. Уитроу; [пер. с англ. Ю. Молчанова]; под ред. М.Э. Омеляновского. – М.: Прогресс, 1964. – 431 с.
371. Уленбек Дж. Лекции по статистической механике / Дж. Уленбек, Дж. Форд. – М.: «Мир», 1965. – 307 с.
372. Усова А.В. Формирование у школьников физических понятий в процессе обучения / Усова А.В. – М.: Педагогика, 1986. – 176с.
373. Усова А.В. Формирование учебных умений и навыков учащихся на уроках физики / А.В. Усова, А.А. Бобров. – М. : Просвещение, 1988. – 111 с.
374. Фаулер Р. Статистическая термодинамика / Фаулер Р., Гуггенхейм Э.А. – М.: Издательство, 1949. – 614 с.
375. Федорченко А.М. Вступ до курсу статистичної фізики та термодинаміки / А. М. Федорченко. – К.: Вища школа, 1973. – 188 с.
376. Фейнман Р. Фейнмановские лекции по физике: в 9 т. / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. – М.: Мир, 1966 – . – Т. 5: Электричество и магнетизм. – 1966. – 343 с.
377. Фейнман Р. Характер физических законов / Фейнман Р. – М. : Мир, 1968. – 232 с.
378. Фізика. Модуль 2. Молекулярна фізика й термодинаміка : навч. посіб. / [В.І. Благовістна, А.П. В'яла, С.М. Меняйлов та ін.]; за заг. ред. проф. А.П. Поліщука. – К. : Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 192 с.
379. Физика твердого тела / [Верещагин И.К., Кокин С.М., Никитенко В.А. и др.] – М.: Высшая школа, 2001. – 240 с.
380. Фишер И.З. Статистическая теория жидкостей / Фишер И.З. – М., 1961. – 435 с.
381. Формирование научного мировоззрения учащихся / Под ред. Э.И. Монозона, Р. Правдика, Р.М. Роговой. – М.: Педагогика, 1985. – 232 с.
382. Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкостей / Френкель Я.И. – М.-Л., 1975 . – 526 с.
383. Халатников И.М. Теория сверхтекучести / И.М. Халатников. – М.: Наука, 1971. – 320 с.
384. Хилл Т. Статистическая механика / Хилл Т. – М.: ИЛ, 1960. – 485 с.
385. Хинчин А.Я. Математические основания статистической механики / Хинчин А.Я. – М.-Л, 1943. – 343 с.

386. Холево А.С. Квантовая вероятность и квантовая статистика. Итоги науки и техники / А.С. Холево // Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. – М. : ВИНТИ, 1991. – Т.83. – С. 3 – 132.
387. Христева А.В. Подготовка будущего учителя к анализу и самоанализу профессионально-педагогической деятельности: автореф. дис. на соискание науч. степени канд. пед. наук: 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» / Христева Алена Валерьевна. – Магнитогорск, 1996. – 24 с.
388. Хуанг Керзон Статистическая механика / Хуанг Керзон. – М.: Мир, 1966. – 520 с.
389. Чандаева С.А. Физика и человек / Чандаева С.А. – М.: АО "Аспект Пресс", 1994. – 336 с.
390. Черноволенко В.Ф. Мироззрение и научное познание / Черноволенко В.Ф. – Киев: Изд-во Киевск. ун-та, 1970. – 173 с.
391. Читалин Н.А. Фундаментализация профессионального образования / Н.А. Читалин // Профессиональное образование, Казанский педагогический журнал. – 2000. – №2 (19). – С. 11 – 15.
392. Шамова Т. И. Воспитание сознательной дисциплины школьников в процессе обучения / Т. И. Шамова, К. А. Нефедова. – М. : Педагогика, 1985. – 104 с.
393. Шарко В.Д. Методична підготовка вчителя фізики в умовах неперервної освіти : [монографія] / Шарко В.Д. – Херсон : Вид-во ХДУ, 2006. – 400 с.
394. Шаронова Н.В. Анализ результатов методологической подготовки учителя физики / Шаронова Н.В. // Научные труды МПГУ им. В.И. Ленина: Серия: Естественные науки. – М.: Прометей, 1995. – С.243 – 245.
395. Шаронова Н.В. Подготовка будущего учителя физики к проверке результатов работы по формированию мироззрения учащихся / Шаронова Н.В. // Теория и практика обучения физике в современной школе. – М.: Прометей, 1992. – С. 83 – 91.
396. Шаронова Н.В. Проблема мироззренческой подготовки будущего учителя физики / Шаронова Н.В. // Гуманизация и гуманитаризация естественнонаучного образования. – Н. Новгород: НГПУ, 1996. – С. 61 – 70.
397. Шаронова Н.В. Теоретические основы и реализация методологического компонента методической подготовки учителя физики.: дисс. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Шаронова Наталия Викторовна. – М., 1997. – 460 с.
398. Шаронова Н.В. Формирование и развитие представлений о непрерывности и дискретности в школьном курсе физики: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Шаронова Наталия Викторовна. – М., 1980. – 206 с.
399. Шебалин О.Д. Подготовка учителей физики к реализации мироззренческой функции школьного предмета: автореф. дис. на соискание науч. степени докт. пед. наук: спец.: 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» / О.Д. Шебалин. – Л., 1986. – 34 с.
400. Школьник В. Г. Процесс формирования взглядов и убеждений у школьников средних и старших классов на материале обучения дисциплин естественного цикла : автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. пед. наук : спец. 13.00.01 «Теория обучения» / В. Г. Школьник ; Волгоградский гос. пед. ин-т. – Казань,

1988. – 28 с.
401. Школа О.В. Методичне обґрунтування першого закону термодинаміки в курсі термодинаміки і статистичної фізики / Школа О.В. // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія 5. Педагогічні науки: реалії та перспективи . – К, 2012. – Випуск 34. – С. 213 – 218.
402. Шут М.І. Гуманізація та інноваційна культура як основа націєтворення у підготовці фахівців з фізики / Шут М.І., Лень А.Є. // Проблеми гуманізації навчання та виховання у вищому закладі освіти: Матеріали II Ірпінських міжнар. наук.-пед. читань. – Ірпінь: Нац. академія ДПС України, 2004. – С. 542 – 548.
403. Шут М.І. Концепція неперервної фізичної освіти і курс загальної фізики педвузу / Шут М.І., Сергієнко В.П. // Всеукраїнська науково-практична конференція «Стратегічні проблеми формування змісту курсів фізики та астрономії в системі загальної середньої освіти»: тези доповідей. – Львів: ЛНУ ім. І. Франка, 2002. – С. 3–4.
404. Шут М.І. Проблеми вивчення загальної фізики в системі професійної підготовки вчителя / Шут М.І., Сергієнко В.П. // Всеукраїнська науково-практична конференція «Стратегічні проблеми формування змісту курсів фізики та астрономії в системі загальної середньої освіти»: тези доповідей. – Львів: ЛНУ ім. І. Франка, 2002. – С. 26.
405. Шут М.І. Удосконалення професійної підготовки вчителів фізики / М.І. Шут // Актуальні проблеми вивчення природничо-математичних дисциплін у загальноосвітніх закладах України: матеріали Всеукр. конф. – К.: КНУ, УНПУ, 1999. – С. 81.
406. Шут М.І. Фундаментальна підготовка з фізики майбутніх вчителів і навчальний процес в контексті Болонського процесу / Шут М.І., Пасічник Ю. А. // Болонський процес: тенденції, проблеми, перспективи / За ред. В.П. Андрущенка. – К.: НПУ, 2004. – С. 168–186.
405. Щукина Г. И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе / Г. И. Щукина. – М. : Просвещение, 1979. – 160 с.
406. Экспертные оценки в научно-техническом прогнозировании / [Добров Г.М., Ершов Ю.В., Левин Е.И., Смирнов Л.П.]. – К. : Наукова думка, 1974. – 160 с. – С. 82.
407. Эйнштейн А. Кинетическая теория теплового равновесия и второго начала термодинамики. Сборник научных трудов: в 4 т. / Альберт Эйнштейн. – М.: Наука, 1966 – . – Т. III. – 1966. – 631 с.
408. Эйнштейн А. Теория излучения Планка и теория удельной теплоемкости / Альберт Эйнштейн // Сборник научных трудов: в 4 т. – М.: Наука, 1966. – Т. II. – С. 134 – 143.
409. Эйнштейн А. Теория основ термодинамики: собрание научных трудов в четырех томах / Альберт Эйнштейн.– М.: Наука, 1968 – . – Т. III. – 1968. – 638с.
410. Эйнштейн А. Сборник научных трудов: в 4 т. / А Эйнштейн. – М.: Наука, 1967 – . – Т. IV. – 1967. – 600 с.

411. Эндрюс Т. О непрерывности газообразного и жидкого состояния вещества / Эндрюс Т. – М. -Л.: ГТТИ, 1933. – 124 с.
412. Эпштейн П.С. Курс термодинамики / Эпштейн П.С. – М.: Гостехтеоретиздат, 1948. – 325 с.
413. Эткинс П. Порядок и беспорядок в природе / Эткинс П.; [пер. с англ.] – М.: Мир, 1987. – 154 с.
414. Яворский Б.М. Вопросы современной физики / Яворский Б.М., Стручков В.В. – М.: Просвещение, 1973. – 496 с.
415. Яременко О.В. Організація навчального процесу в умовах кредитно-модульної системи / О.В. Яременко, І.О. Мороз, Л.О. Яременко // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: збірник наукових праць.: в 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2010. – Випуск VIII. – Т. 2 – С. 378 – 381.
416. Barrell H. Thirteenth General Conference of Weights and Measures. / Barrell H. // Nature – London, 1968. – 220, – P. 651-652.
417. Boltzmann L. Wissenschaftliche Abhandlungen. / Boltzmann L. - Leipzig, 1909. Abt. I-III. – 342 S.
418. Clausius R. Uber die bewegende Kraft der Wärme und die Gesetze, welche sich daraus für die Wärmelehre selbst ableiten lassen. / Clausius R. // Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften. – Leipzig, 1899. – № 99. – 60 p.
419. Debye P., Zur Theorie der spezifischen Wärmen, "Ann. Phys.", 1912, Bd 30, S. 789.
420. Dewar J. Nature (London), 66, 462 (1902).
421. Duhem P. Le potentiel thermodynamique et ses application on mecanique chinuque. / P. Duhem. - Paris, 1886.
422. Fast I. D., Stumpers F. L. H. M., Philip's Technische Rundschau, 18, 164 (1956/57). Fast I.D. Philip's Technische Rundschau, 16, 277 (1955). Fast I.D., Philip's Technische Rundschau, 16, 315 (1955). Fast I.D., Philip's Technische Rundschau, 16, 339 (1955).
423. Gibson G.E. The third law of thermodynamics. Evidence from the specific heats of glycerol that the entropy of a glass exceeds that of a crystal at the absolute zero. / Gibson G.E., Giauque W.R. // J. Am. Chem. Soc. – 1923. – № 45(1). – P. 93-104.
424. Haase R. The theorem of the unattainability of the absolute zero point. II. / Haase R. // Z. phys. Chem., Neue Folge. – 1957. – vol. 12. – P. 1-7.
425. Maxwell J.C. Illustrations of the dynamical theory of gases. / Maxwell J.C. // The Scientific papers. – 1890. – vol. I. – P. 377-412.
426. Meyer K. Die Entwicklung des Temperaturbegriffs im Laufe der Zeiten sowie dessen Zusammenhang mit den wechselnden Vorstellungen über die Natur der Wärme. / K. Meyer. – Braunschweig, 1913. – 160 p.
427. Neumann C. Vorlesungen über die mechanische Theorie der Wärme. / C. Neumann. – Leipzig, 1875. – 240 S.



## ДОДАТКИ

### Додаток А

## МАТЕРІАЛИ, ЩО ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ ПРИ АНКЕТУВАННІ СТУДЕНТІВ, ДЛЯ ВИВЧЕННЯ МОТИВІВ У ВИВЧЕННІ ФІЗИКИ

### Інструкція

*Уважно прочитайте набір тверджень. У стовпчик під номером (рангом) 1 запишіть те з них, яке більш за все відповідає реалізації Ваших потреб під час вивчення курсу «Теоретична фізика». Під номером 2 – те, яке має трішки менше значення й так далі за зменшенням значущості, а під 20 номером, те твердження, що є для Вас зовсім не значимим.*

1. Вважаю, що компетентний вчитель повинен володіти знаннями з теоретичної фізики і це сприятиме якіснішому викладанню фізики у школі.
2. Засвоєння законів та методів теоретичної фізики дозволить мені успішніше керувати навчально-дослідною діяльністю школярів.
3. Теоретичну фізику пов'язую зі своєю майбутньою професією.
4. Знання, отримані під час вивчення курсу теоретичної фізики, лежать в основі професійної компетентності вчителя фізики.
5. Теоретична фізика є важливою складовою професійної підготовки вчителя фізики.
6. Засвоєння законів теоретичної фізики надасть змогу усвідомити закономірні зв'язки природи.
7. Мені подобається сам процес навчання й пізнання світу.
8. Подобається з'ясовувати закономірності за методами теоретичної фізики.
9. Мене приваблює подолання труднощів у навчанні.
10. Подобається фізика.
11. Навчився вчитися.
12. Потрібна стипендія.
13. Буди ерудованим та освіченим – престижно.
14. Подобається система роботи викладача.
15. Хочу отримати диплом, щоб продовжити навчання в магістратурі.
16. Хочу мати високий рейтинг серед студентів своєї групи.
17. Виконую вимоги викладача, батьків, близьких.
18. Маю високе почуття гідності, тому не дозволяю собі погано вчитися.
19. Не хочу виділятися, вчусь як усі.
20. Перевіряю, чи здібний я до даного предмету.

### Діагностика:

Твердження 1-5 відповідають професійним мотивам;

Твердження 6-10 відповідають навчально-пізнавальним мотивам;

Твердження 11-16 відповідають мотивам соціальної ідентифікації;

Твердження 17-20 відповідають утилітарним мотивам.

## Додаток Б

### Контрольна робота № 1

1. Наведіть загальну порівняльну характеристику термодинамічного та статистичного методів.
2. З якими властивостями простору та часу пов'язаний закон збереження енергії?
3. Чому в термодинамічних завданнях потрібно розглядати процеси, які протікають нескінченно повільно, хоча реальні процеси протікають з кінцевою швидкістю?
4. Який вигляд має аналітичний вираз першого закону термодинаміки у випадку ізопроцесів?
5. Доведіть, що відношення ізотермічного коефіцієнта стиснення до адіабатичного не залежить від природи речовини
6. Обґрунтуйте другий закон термодинаміки для необоротних процесів. Поясніть наступне визначення ентропії: ентропія є міра неврегульованості системи.
7. Зобразіть і поясніть принципову схему охолодження повітря в камері домашнього холодильника.
8. Використовуючи метод циклів в координатах  $(T, S)$ , довести, що зі всіх оборотних циклів, які здійснюються між нагрівачем з температурою  $T_1$  і холодильником з температурою  $T_2$  цикл Карно є найбільш економічним.
9. Методом циклів довести залежність тиску насиченої пари від температури.
10. Використовуючи метод характеристичних функцій, отримайте залежність внутрішньої енергії від об'єму для довільної системи.
11. Використовуючи метод характеристичних функцій, одержати рівняння Клапейрона-Клаузіуса.
12. Як розраховуються характеристичні функції в термодинаміці й статистичній фізиці?
13. Визначити ККД циклу Карно
14. Доведіть, що для простої системи справедливе співвідношення :
15. Яку роботу виконує 1 моль газу Ван-дер-Ваальса в адіабатичному процесі коли його об'єм змінюється від  $V_1$  до  $V_2$ . Початкова температура  $T_1$ , теплоємність  $C_V$  не залежить від температури та об'єму.

### Контрольна робота № 2

- ..... 1. Які дослідні дані дозволяють дати якісне формулювання поняття «температура»?

2. Наведіть означення таких фізичних понять: робота в термодинамічному процесі, внутрішня енергія, кількість теплоти. Яка із цих величин має повний диференціал? Що це означає? Відповіді обґрунтуйте.
3. Чому ізотерма в координатах  $(p, V)$  йде пологіше ніж адіабата?
4. Обґрунтуйте другий закон термодинаміки для оборотних процесів.
5. Доведіть теореми Карно.
6. Що таке ентропійна діаграма і яку інформацію можна з неї одержати?
7. Методом циклів довести залежність коефіцієнта поверхневого натягу рідини від температури.
8. Якими властивостями володіють характеристичні функції?
9. Використовуючи метод характеристичних функцій, отримайте різницю для довільної системи.
10. При яких незалежних змінних властивостями характеристичних функцій володіє внутрішня енергія, вільна енергія, ентальпія, термодинамічний потенціал Гіббса?
11. Запишіть диференціали внутрішньої енергії, вільної енергії, ентальпії та термодинамічного потенціалу Гіббса для систем із змінною кількістю молекул.
12. Пояснити переваги одержання низьких температур методом оборотного адіабатичного розширення з виконанням роботи.
13. Знайдіть вираз для ККД газотурбінної установки через параметри циклу, який складається з двох адіабатичних і двох ізобаричних процесів. Параметром даного циклу являється ступінь підвищення тиску при адіабатичному стисненні.
14. Знайдіть питому теплоємність при постійному тиску газової суміші, яка складається з трьох кіломолей неону та двох кіломолей азоту.
15. Знайдіть рівняння стану газу якщо для нього відомо:

;

де  $C_V$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $S_0$ ,  $U_0$  – постійні величини.

**Додаток В**  
**(Приклади контрольних робіт)**

**РЕКТОРСЬКА КОНТРОЛЬНА РОБОТА**

дисципліна: Термодинаміка і статистична фізика

\_\_\_\_\_

дата проведення

\_\_\_\_\_

група

\_\_\_\_\_

Прізвище, ім'я, по-батькові

**ВАРІАНТ № 4**

Завдання 1. Доведіть, що для будь-якої однорідної ізотропної системи є

справедливою рівність.

Завдання 2. Знайдіть ККД теплової машини з ідеальним газом, яка працює по циклу Стірлінга, та складається з двох ізохор і двох ізотерм, та порівняти його з ККД машини працюючої за циклом Карно з тими ж температурами  $T_1$  та  $T_2$ .

Вкажіть шляхи підвищення коефіцієнта корисної дії для даного циклу.

Завдання 3. Визначте роботу, яку виконує деяка маса кисню в процесі

політропного розширення, коли тиск та об'єм змінюються від  $P_1=4.052 \cdot 10^5$  ,  $V_1=10^{-3} \text{ м}^3$  до  $P_2=1.013 \cdot 10^5$  та  $V_2=2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ .

\_\_\_\_\_

особистий підпис студента

**Оцінка досягнень студента**

**Кількість набраних балів**

Кількіст	Оцінка за національною
9-10	відмінно
7-8	добре

5-6	задовільно
3-4	незадовільно
<b>№ завдання</b>	<b>Кількість балів</b>
1	

<b>2</b>	
<b>3</b>	
<b>Всього</b>	
<b>Оцінка</b>	

Підпис викладача: \_\_\_\_\_

## РЕКТОРСЬКА КОНТРОЛЬНА РОБОТА

дисципліна: Термодинаміка і статистична фізика

дата проведення

група

Прізвище, ім'я, по-батькові

### ВАРІАНТ № 5

Завдання 1. Знайти коефіцієнт термічного розширення, ізотермічний коефіцієнт стиснення та термічний коефіцієнт тиску для ідеального газу. Отримати зв'язок між коефіцієнтами. Довести, що отримане співвідношення має універсальний характер.

Завдання 2. Знайдіть ККД теплової машини з ідеальним газом, яка працює по циклу Стірлінга, та складається з двох ізохор і двох ізотерм, та порівняти його з ККД машини працюючої за циклом Карно з тими ж температурами  $T_1$  та  $T_2$ .

Вкажіть шляхи підвищення коефіцієнта корисної дії для даного циклу.

Завдання 3. Доведіть, що для будь-якої однорідної ізотропної системи є

справедливою рівність.

особистий підпис студента

Оцінка досягнень студента

Кількість набраних балів

Кількість	Оцінка за національною
9-10	відмінно
7-8	добре
5-6	задовільно
3-4	незадовільно
№ завдання	Кількість балів
1	

2	
3	
<b>Всього</b>	
<b>Оцінка</b>	

Підпис викладача: \_\_\_\_\_



## РЕКТОРСЬКА КОНТРОЛЬНА РОБОТА

дисципліна: Термодинаміка і статистична фізика

дата проведення

група

Прізвище, ім'я, по-батькові

## ВАРІАНТ № 8

Завдання 1. Знайдіть термічне та калоричне рівняння стану газу, якщо відомий вираз ентальпії у вигляді функції характеристичних параметрів  $S$  та  $P$ .

де  $C_P$ ,  $U_0$ ,  $S_0$  - постійні величини

Завдання 2. Визначити ККД циклу Карно

Завдання 3. Яку роботу виконує 1 моль газу Ван-дер-Ваальса в адіабатичному процесі коли його об'єм змінюється від  $V_1$  до  $V_2$ .

Початкова температура  $T_1$ , теплоємність  $C_V$  не залежить від температури та об'єму.

особистий підпис студента

Оцінка досягнень студента

Кількість набраних балів

Кількіст	Оцінка за національною
9-10	відмінно
7-8	добре
5-6	задовільно
3-4	незадовільно
№ завдання	Кількість балів
1	
2	
3	
<b>Всього</b>	
<b>Оцінка</b>	

Підпис викладача: \_\_\_\_\_

## РЕКТОРСЬКА КОНТРОЛЬНА РОБОТА

дисципліна: Термодинаміка і статистична фізика

\_\_\_\_\_

дата проведення

\_\_\_\_\_

група

\_\_\_\_\_

Прізвище, ім'я, по-батькові

### ВАРІАНТ № 11

Завдання 1. Визначити ККД циклу Карно

Завдання 2. Знайдіть питому теплоємність при постійному тиску газової суміші, яка складається з трьох кіломолей неону та двох кіломолей азоту.

Завдання 3. Користуючись початками термодинаміки знайдіть загальний вираз  $C_p - C_v$  фізично однорідної та ізотропної системи.

\_\_\_\_\_

особистий підпис студента

**Оцінка досягнень студента**

**Кількість набраних балів**

Кількість	Оцінка за національною
9-10	відмінно
7-8	добре
5-6	задовільно
3-4	незадовільно
№ завдання	Кількість балів
1	
2	
3	
<b>Всього</b>	
<b>Оцінка</b>	

Підпис викладача: \_\_\_\_\_

## РЕКТОРСЬКА КОНТРОЛЬНА РОБОТА

дисципліна: Термодинаміка і статистична фізика

\_\_\_\_\_

дата проведення

\_\_\_\_\_

група

Прізвище, ім'я, по-батькові

### ВАРІАНТ № 24

Завдання 1. Знайдіть вираз для ККД газотурбінної установки через параметри циклу, який складається з двох адіабатичних і двох ізобаричних процесів. Параметром даного циклу являється ступінь підвищення тиску при адіабатичному стисненні.

Завдання 2. Знайдіть коефіцієнти об'ємного розширення  $\alpha$  та ізотермічного стиснення  $\beta$  для газу, стан якого описується рівнянням Ван-дер-Ваальса

Завдання 3. Знайти коефіцієнт термічного розширення, ізотермічний коефіцієнт стиснення та термічний коефіцієнт тиску для ідеального газу. Отримати зв'язок між коефіцієнтами. Довести, що отримане співвідношення має універсальний характер.

\_\_\_\_\_

особистий підпис студента

**Оцінка досягнень студента**

**Кількість набраних балів**

Кількіст	Оцінка за національною
9-10	відмінно
7-8	добре
5-6	задовільно
3-4	незадовільно

№ завдання	Кількість балів
1	
2	
3	
<b>Всього</b>	

<b>Оцінка</b>	
---------------	--

Підпис викладача: \_\_\_\_\_

**Додаток Г**  
**Завдання на діагностування рівнів сформованості**  
**наукового світогляду у студентів [175]**

*Повнота світоглядних знань*

1. Які структурні компоненти виділяють у науковому світогляді? Виберіть з наведених нижче положень ті, що в найбільшій мірі відповідають Вашим думкам.

- А) філософські принципи (ідеї);
- Б) сукупність знань людини про природу, суспільство, пізнання;
- В) переконання людини щодо будови світу та її місця в ньому;
- Г) погляди на будову всесвіту та процес його пізнання;
- Д) фізичні закони і принципи;
- Е) ідеали, яких має дотримуватись людина в житті.

*Точність світоглядних знань*

2. Які знання можна вважати світоглядними? Виберіть з наведених нижче положень ті, що в найбільшій мірі відповідають Вашим думкам.

- А) узагальнені знання з предмету фізика;
- Б) узагальнені знання з природознавства;
- В) узагальнені знання філософського рівня.

3. Що ви розумієте під науковою картиною світу?

- А) ідеальну модель природи і суспільства, що включає наукові поняття, принципи, гіпотези, що характеризують певний етап розвитку науки;
- Б) ідеальну модель суспільства, що включає наукові поняття, принципи, гіпотези, що характеризують певний етап його розвитку;
- В) ідеальну модель природи, що описується науковими поняттями, принципами, гіпотезами, що характеризують певний етап розвитку науки.

*Повнота, точність світоглядних знань*

4. Які компоненти понятійної структури фізичної картини світу вам відомі? Виберіть з наведених нижче положень ті, що в найбільшій мірі відповідають Вашим думкам.

- А) фізичні поняття і закони;
- Б) фізичні теорії;
- В) філософські поняття і принципи (ідеї);
- Г) система фундаментальних фізичних ідей і принципів, що виражають зв'язки між фізичними теоріями;
- Д) емпірична база для досліджень фізичних явищ.

*Узагальненість світоглядних знань*

5. Побудуйте структурно-логічну схему понять, визначивши серед них родові і видові: фізична картина світу; біологічна картина світу; хімічна картина світу; природничо-наукова картина світу; наукова картина світу, соціальна картина світу.

*Повнота, точність світоглядних знань*

6. Скільки фізичних картин світу Вам відомо? Які вони?

- А) 4: антична, середньовічна, класична, сучасна
- Б) 4: механічна, молекулярно-кінетична, електромагнітна, квантова;

В) 5: механічна, молекулярно-кінетична, термодинамічна, електродинамічна, квантово-польова;

Г) 3: механічна, електродинамічна, квантово-польова;

Д) 6: механічна, молекулярно-кінетична, термодинамічна, оптична, електродинамічна, квантово-польова.

7. Який із способів опису фізичних явищ (класичний – А, квантовий – Б, релятивістський – В, аналітичний – Г, диференціальний – Д) застосовано у механічній картині світу (1), електродинамічній картині світу (2) ?

8. Доказами першого закону термодинаміки є:

А) формалізм Лагранжа Гамільтона;

Б) закони Ньютона;

В) властивості простору та часу;

Г) сукупність експериментальних фактів;

9. Що лежить в обґрунтуванні другого закону термодинаміки?

А) експериментальні факти;

Б) постулати Клаузіуса та Томсона;

В) статистичні закони, які діють в термодинамічних системах;

Г) неможливість пояснити напрям самовільних необоротних процесів першим законом термодинаміки.

10. Що означає твердження «абсолютний нуль температур недосяжний»?

А) науці невідомі експериментальні методи , якими можна досягти такої температури;

Б) неможливо побудувати теплову машину, в якій холодильник працює при абсолютному нулю температури;

В) не можна повністю зупинити рух молекул;

Г) при наближення температури до абсолютного нуля ентропія речовин перестає залежати від зовнішніх параметрів, тому не існує зовнішньої дії, яка б приводила до подальшого охолодження.

*Ключ до обробки:*

1 – Б,В,Г,Е; 2 – В; 3 – А;.....4 – Б,В,Г; 6 – Г; 7 – 1 – А,Д,Г;

2 – Б,В,Г,Д; 8 – Г; 9 – Б; 10 – Г;



## Додаток Д

**Питання анкети для викладачів педагогічних університетів, які викладають навчальну дисципліну «Теоретична фізика» (Розділ «Термодинаміка і статистична фізика») та для вчителів загальноосвітніх шкіл**

1. Як Ви розумієте вислів «фундаментальний фізичний закон»?
2. Що означає принцип фундаменталізації фізичної освіти?
3. На Вашу думку, які експериментальні закони термодинаміки є фундаментальними?
4. Яка відмінність між термодинамічною і статистичною трактовкою другого закону термодинаміки?
5. Чи можна обґрунтувати (довести) закони термодинаміки за допомогою більш фундаментальних принципів, не опираючись на досвід?
6. Поясніть, чи існує зв'язок першого закону термодинаміки з властивостями простору та часу?
7. Чи можна другий закон термодинаміки обґрунтувати, не опираючись на аналіз циклу та теореми Карно?
8. Яку інформацію несе теорема Ліувілля і як ця інформація використовується в метод Гіббса?
9. Чи вважаєте Ви пояснення Планком теплового випромінювання завершеним етапом в цій проблемі?
10. Поясніть відмінність у розрахунку характеристичних функцій термодинамічним і статистичним методами.
11. Які недоліки має класифікація Еренфеста фазових перетворень ?
12. Чи можна побудувати статистичну термодинаміку, використовуючи безрозмірну ентропію?
13. Як можна обґрунтувати загальні умови рівноваги термодинамічних систем?
14. Як Ви можете сказати обґрунтувати теорему Нернста?
15. Чи потрібно використовувати властивості простору та часу в побудові термодинаміки?

## Додаток Е

## Розрахунки -критерію Пірсона

## Таблиця Е.1

**Розрахунок критерію при порівнянні розподілів частот результатів екзамену студентів із загальної фізики у контрольних і експериментальних групах (на основі таблиці 6.5)**

Комірки таблиці частот	Емпірична частота $f_{ej}$	Теоретична частота $f_T$	$(f_{ej} - f_T)$	$(f_{ej} - f_T)^2$	$\chi^2_{емп} = \frac{(f_{ej} - f_T)^2}{f_T}$
1 А	75	73	2	4	0,048
2 Б	67	69	-2	4	0,050
3 В	132	132	0	0	0,00
4 Г	126	126	0	0	0,00

5	Д	151	149	2	4	0,025
6	Е	139	141	-2	4	0,026
7	Ж	75	79	-4	16	0,180
8	З	80	76	4	16	0,186
Сума		845	845	0	-	<b>0,515</b>

(для 3-х ступенів свободи і рівня значущості 0,05)

Оскільки , то відмінності в розподілах частот результатів екзамену з загальної фізики студентів контрольних і експериментальних груп статистично недостовірні.

**Таблиця Е.2**

**Розрахунок критерію при порівнянні розподілів частот студентів контрольних і експериментальних груп за результатами виконання контрольних завдань з статистичної термодинаміки на виявлення відмінностей у показнику «розгорнутість знань» (когнітивний критерій) (на основі таблиці 6.4)**

Комірки таблиці частот		Емпірична частота $f_{ej}$	Теоретична частота $f_T$	$(f_{ej} - f_T)$	$(f_{ej} - f_T)^2$	$\chi^2_{емп} = \frac{(f_{ej} - f_T)^2}{f_T}$
1	А	61	75	-14	196	2,3
2	Б	85	71	14	196	2,4
3	В	113	147	-34	1156	7,36
4	Г	175	141	34	1156	7,65
5	Д	151	107	44	1936	16,5
6	Е	58	102	44	1936	17,2
7	Ж	108	103	5	25	0,22
8	З	94	99	-5	25	0,23
Сума		845	845	0	-	<b>53,9</b>

(для 3-х ступенів свободи і рівня значущості 0,05)

Оскільки , то відмінності в розподілах частот студентів контрольних і експериментальних груп за показником «розгорнутість знань» з статистичної термодинаміки статистично достовірні.

**Таблиця Е.3**

**Розрахунок критерію при порівнянні розподілів частот студентів контрольних і експериментальних груп за результатами виконання контрольних завдань з статистичної термодинаміки на виявлення відмінностей у показнику «глибина знань» (когнітивний критерій) (на основі таблиці 6.4)**

Комірки таблиці частот		Емпірична частота $f_{ej}$	Теоретична частота $f_T$	$(f_{ej} - f_T)$	$(f_{ej} - f_T)^2$	$\chi^2_{емп} = \frac{(f_{ej} - f_T)^2}{f_T}$
1	А	89	93	-4	16	0,16

2	Б	94	90	4	16	0,13
3	В	141	148	-7	49	0,31
4	Г	148	141	7	49	0,37
5	Д	122	115	7	49	0,39
6	Е	93	110	-7	49	0,41
7	Ж	80	82	-2	4	0,04
8	З	80	78	2	4	0,05
Сума		845	925	0	-	<b>1,86</b>

(для 3-х ступенів свободи і рівня значущості 0,05)

Оскільки , то відмінності в розподілах частот результатів виконання завдань на виявлення глибини знань з статистичної термодинаміки студентів контрольних і експериментальних груп статистично недостовірні.

**Таблиця Е.4**

**Розрахунок критерію при порівнянні розподілів частот студентів контрольних і експериментальних груп за результатами виконання контрольних завдань з статистичної термодинаміки на виявлення відмінностей у показнику «гнучкість знань» (когнітивний критерій) (на основі таблиці 6.4)**

Комірки таблиці частот	Емпірична частота $f_{ej}$	Теоретична частота $f_r$	$(f_{ej} - f_r)$	$(f_{ej} - f_r)^2$	$\chi^2_{емп} = \frac{(f_{ej} - f_r)^2}{f_r}$	
1	А	56	61	5	25	0,41
2	Б	44	49	-5	25	0,42
3	В	160	139	21	441	3
4	Г	211	132	-21	441	3,1
5	Д	141	155	-14	196	1,2
6	Е	162	148	14	196	1,24
7	Ж	75	61	14	196	2,8
8	З	44	58	-14	196	2,9
Сума		845	845	0	-	<b>15,1</b>

(для 3-х ступенів свободи і рівня значущості 0,05)

Оскільки , то відмінності в розподілів частот результатів виконання завдань на виявлення гнучкості знань з статистичної термодинаміки студентів контрольних і експериментальних груп статистично достовірні.

**Таблиця Е.5**

**Розрахунок критерію при порівнянні розподілів частот студентів контрольних і експериментальних груп за результатами виконання контрольних завдань з статистичної термодинаміки на виявлення відмінностей у показнику «системність знань» (когнітивний критерій) (на основі таблиці 6.4)**

Комірки таблиці частот		Емпірична частота $f_{ej}$	Теоретична частота $f_T$	$(f_{ej} - f_T)$	$(f_{ej} - f_T)^2$	$\chi^2_{емп} = \frac{(f_{ej} - f_T)^2}{f_T}$
1	А	66	70	-4	16	0,2
2	Б	71	67	4	16	0,2
3	В	132	143	-11	121	0,8
4	Г	148	137	11	121	0,8
5	Д	165	177	-12	144	0,8
6	Е	180	168	12	144	0,8
7	Ж	70	43	27	729	13,7
8	З	13	40	-27	729	13,6
Сума		845	845	0	-	<b>31,9</b>

(для 3-х ступенів свободи і рівня значущості 0,05)

Оскільки , то відмінності в розподілі частот результатів виконання завдань на виявлення системності знань з статистичної термодинаміки студентів контрольних і експериментальних груп статистично достовірні.

**Таблиця Е.6**

**Розрахунок критерію при порівнянні розподілів частот результатів оцінювання другого навчального модуля з курсу теоретичної фізики у контрольних і експериментальних групах – показник успішність навчально-пізнавальної діяльності (на основі таблиці 6.6)**

Комірки таблиці частот		Емпірична частота $f_{ej}$	Теоретична частота $f_T$	$(f_{ej} - f_T)$	$(f_{ej} - f_T)^2$	$\chi^2_{емп} = \frac{(f_{ej} - f_T)^2}{f_T}$
1	А	37	51	-14	196	3,2
2	Б	62	48	14	196	3,4
3	В	118	125	-7	49	0,36
4	Г	126	119	7	49	0,38
5	Д	184	173	11	121	0,66
6	Е	153	164	-11	121	0,7
7	Ж	94	85	9	81	0,85
8	З	71	80	-9	81	0,9
Сума		845	845	0	-	<b>10,5</b>

(для 3-х ступенів свободи і рівня значущості 0,05)

Оскільки , то відмінності в розподілах успішності навчально-пізнавальної діяльності студентів контрольних і експериментальних груп статистично достовірні.

**Таблиця Е.7**

**Розрахунок критерію при порівнянні розподілів частот студентів контрольних і експериментальних груп за результатами виконання повторних контрольних робіт (VIII семестр) з теоретичної фізики (показник**

**міцність знань, умінь і навичок як результату навчально-пізнавальної діяльності) (на основі таблиці 6.7)**

Комірки таблиці частот	Емпірична частота $f_{ej}$	Теоретична частота $f_T$	$(f_{ej} - f_T)$	$(f_{ej} - f_T)^2$	$\chi^2_{емп} = \frac{(f_{ej} - f_T)^2}{f_T}$
1   А	0	7	-7	49	7
2   Б	18	12	6	36	3
3   В	108	110	-8	64	0,43
4   Г	117	110	7	49	0,46
5   Д	188	183	0	0	0
6   Е	193	183	10	100	0,54
7   Ж	137	123	14	196	1,6
8   З	84	117	-24	576	9,3
Сума	845	845	0	-	<b>22,3</b>

(для 3-х ступенів свободи і рівня значущості 0,05)

Оскільки то відмінності в розподілах частот за результатами виконання контрольних завдань з статистичної термодинаміки студентами контрольних і експериментальних груп, запропонованих під час навчання в VIII семестрі можна вважати статистично достовірними.

**Таблиця Е.8**

**Розрахунок критерію при порівнянні розподілів частот результатів діагностування студентів контрольних груп за рівнями розвитку наукового світогляду до і після педагогічного експерименту (на основі таблиці 6.8)**

Комірки таблиці частот	Емпірична частота $f_{ej}$	Теоретична частота $f_T$	$(f_{ej} - f_T)$	$(f_{ej} - f_T)^2$	$\chi^2_{емп} = \frac{(f_{ej} - f_T)^2}{f_T}$
1   А	150	151,5	1,5	2,25	0,01
2   Б	143	150,5	-7,5	56,25	0,4
3   В	182	176,5	5,5	30,25	0,38
4   Г	164	166,5	-2,5	2,25	0,17
5   Д	92	98	-6	36	0,4
6   Е	113	100	13	169	1,69
7   Ж	9	11	-2	4	0,4
8   З	13	12	1	1	0,1
Сума	866	866	0	-	<b>3,55</b>

(для 3-х ступенів свободи і рівня значущості 0,05)

Оскільки то відмінності в розподілах студентів контрольних груп до і після педагогічного експерименту статистично недостовірні.

**Таблиця Е.9**

**Розрахунок критерію при порівнянні розподілів частот результатів діагностування студентів експериментальних груп за рівнями розвитку наукового світогляду до і після педагогічного експерименту (на основі таблиці 6.8)**

Колонки таблиці частот	Емпірична частота $f_{ej}$	Теоретична частота $f_T$	$(f_{ej} - f_T)$	$(f_{ej} - f_T)^2$	$\chi^2_{емп} = \frac{(f_{ej} - f_T)^2}{f_T}$
1 А	144	157,5	-13,5	181,25	1,57
2 Б	112	117,5	- 5,5	30,25	0,26
3 В	169	162,5	3,5	12,25	0,1
4 Г	143	160,5	-17,5	306,25	1,91
5 Д	91	103	-12	144	1,43
6 Е	119	105	4	16	0,15
7 Ж	8	3	5	25	8,3
8 З	28	15	13	169	11.26
Сума	824	824	0	-	<b>24.9</b>

(для 3-х ступенів свободи і рівня значущості 0,05)

Оскільки , то відмінності в розподілах успішності навчально-пізнавальної діяльності студентів контрольних і експериментальних груп статистично достовірні.

**Додаток Ж**  
**Матеріали з проведення експертизи навчально-методичного**  
**забезпечення методики навчання термодинаміки та статистичної фізики**  
**Додаток Ж.1**

**Відомості про експертів, що брали участь в експертизі навчально-**  
**методичного забезпечення**

*Таблиця Ж.1*

**Відомості про експертів**

№ з/п	П.І.П.	Вчений ступінь, наукове звання	Місце роботи, посада
1.	Благодаренко Людмила Юріївна	доктор педагогічних наук , професор	Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, доцент кафедри загальної та прикладної фізики
2.	Бойко Григорій Миколайович	кандидат педагогічних наук , доцент	Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, доцент кафедри експериментальної і теоретичної фізики і астрономії
3.	Брюханов Аркадій Олексійович	доктор фізико-математичних наук, професор	Южно-Український національний педагогічний університет імені К.Д. Ушинського
4.	Василенко Сергій Леонідович	кандидат фізико-математичних наук, доцент	Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, доцент кафедри загальної та прикладної фізики
5.	Васильєв Сергій Вікторович	кандидат фізико-математичних наук	Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, старший викладач кафедри фізики та нанотехнологій
6.	Ващенко Олена Петрівна		Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, старший викладач кафедри експериментальної і теоретичної фізики і астрономії

*Продовження табл. Ж.1*

7.	Величко Степан Петрович	доктор педагогічних наук , професор	Кіровоградський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка, професор кафедри фізики та методики її викладання
8.	Вернидуб Роман Михайлович	кандидат фізико-математичних наук, доцент	Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико- математичний інститут, доцент кафедри експериментальної і теоретичної фізики і астрономії
9.	Іваній Володимир Степанович	Кандидат технічних наук, професор	Сумський державний педагогічний університет Імені А.С. Макаренка, завідувач кафедри фізики
10	Яременко Олексій Васильович	кандидат фізико-математичних наук, доцент	Сумський державний педагогічний університет Імені А.С. Макаренка, завідувач кафедри фізики
11	Гнатюк Оксана Володимирівна	кандидат педагогічних наук , доцент	Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичина, доцент кафедри фізики і астрономії та методики їх викладання
12	Горбенко Євген Євгенович	кандидат фізико-математичних наук, доцент	Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, доцент кафедри фізики та нанотехнологій
13	Гриценко Микола Іванович	доктор фізико-математичних наук, професор	Чернігівський національний педагогічний університет імені Т.Г. Шевченка, фізико-математичний факультет, завідувач кафедри фізики
14	Гриценко Геннадій Опанасович	кандидат фізико-математичних наук, професор	Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико- математичний інститут, завідувач кафедри експериментальної і теоретичної фізики та астрономії
15	Дедович Валентин Миколайович	кандидат педагогічних наук , доцент	Чернігівський національний педагогічний університет імені Т.Г. Шевченка, фізико математичний факультет, доцент кафедри педагогіки, психології та методики навчання фізики і математики

*Продовження табл. Ж.1*



16	Декарчук Марина Вадимівна	кандидат педагогічних наук	Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичина, доцент кафедри фізики і астрономії та методики їх викладання
17	Дідович Микола Миколайович	кандидат педагогічних наук, доцент	Чернігівський національний педагогічний університеті імені Т.Г. Шевченка, фізико математичний факультет, доцент кафедри педагогіки, психології та методики навчання фізики і математики
18	Дудик Михайло Володимирович	кандидат фізико- математичних наук, доцент	Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичина, доцент кафедри фізики і астрономії та методики їх викладання
19	Дятлов Юрій Володимирович	кандидат фізико- математичних наук, доцент	Чернігівський національний педагогічний університеті імені Т.Г. Шевченка, фізико-математичний факультет, доцент кафедри фізики та астрономії
20	Жепецький Василь Петрович	кандидат фізико- математичних наук, доцент	Криворізький педагогічний інститут державного вищого навчального закладу «Криворізький національний університет», доцент кафедри фізики та методики її навчання
21	Жихарєв Ігор Васильович	кандидат фізико- математичних наук, доцент	Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, завідувач кафедри фізики та нанотехнологій.
22	Зазимко Наталія Михайлівна	кандидат фізико- математичних наук, доцент	Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, доцент кафедра загальної та прикладної фізики
23	Здещиц Валерій Максимович	доктор технічних наук, професор	Криворізький педагогічний інститут державного вищого навчального закладу «Криворізький національний університет», професор кафедри фізики та методики її навчання
24	Кадченко Валентина Миколаївна	кандидат фізико- математичних наук, доцент	Криворізький педагогічний інститут державного вищого навчального закладу «Криворізький національний університет», доцент кафедри фізики та методики її навчання, декан фізико- математичного факультету

*Продовження табл. Ж.1*

--	--	--	--

25	Кара-Мурза Світлана Вітольдівна	кандидат фізико- математичних наук, доцент	Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, доцент кафедри фізики та нанотехнологій
26	Кислуха Микола Іванович	кандидат фізических наук, доцент	Чернігівський національний педагогічний університеті імені Т.Г. Шевченка, фізико–математичний факультет, доцент кафедри фізики та астрономії
27	Кобзар Олег Олександрович		Чернігівський національний педагогічний університеті імені Т.Г. Шевченка, фізико-математичний факультет, асистент кафедри фізики та астрономії
28	Козеренко Сергій Іванович	кандидат педагогічних наук, доцент	Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, доцент кафедри загальної та прикладної фізики
29	Коновал Олександр Андрійович	доктор педагогічних наук, кандидат фізико- математичних наук, професор	Криворізький педагогічний інститут державного вищого навчального закладу «Криворізький національний університет», завідувач кафедри фізики та методики її навчання
30	Косенко Вікторія Вікторівна		Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, асистент кафедри фізики та нанотехнологій
31	Краснобокий Юрій Миколайович	кандидат фізико- математичних наук, доцент,	Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичина, доцент кафедри фізики і астрономії та методики їх викладання
32	Краснякова Тетяна Вадимівна	кандидат хімічних наук, доцент	Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, доцент кафедри фізики та нанотехнологій
33	Кудін Анатолій Петрович	доктор фізико- математичних наук, професор	Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, професор кафедри експериментальної і теоретичної фізики і астрономії

Продовження табл. Ж.1

34	Курбатов Юрій Афанасійович	кандидат фізико- математичних наук, доцент	Криворізький педагогічний інститут державного вищого навчального закладу «Криворізький національний університет», доцент кафедри фізики та методики її навчання
35	Левандовський Всеволод Всеволодович	кандидат фізико- математичних наук, професор	Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, професор кафедра загальної та прикладної фізики
36	Мальченко Світлана Леонідівна		Криворізький педагогічний інститут державного вищого навчального закладу «Криворізький національний університет», асистент кафедри фізики та методики її навчання
37	Мартинюк Михайло Тадейович	доктор педагогічних наук, професор, член- кореспондент НАПН України	Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичина, фізико-математичний факультет, завідувач кафедри фізики і астрономії та методики їх викладання
38	Марченко Володимир Володимирович	кандидат фізико- математичних наук, доцент	Чернігівський національний педагогічний університеті імені Т.Г. Шевченка, фізико-математичний факультет, доцент кафедри фізики та астрономії
39	Меняйлов Микола Єгорович	кандидат педагогічних наук, доцент	Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, доцент кафедри експериментальної і теоретичної фізики і астрономії
40	Мініч Людмила Валентинівна	кандидат педагогічних наук	Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, секретар кафедри загальної та прикладної фізики
41	Мітус Надія Олексіївна		Чернігівський національний педагогічний університеті імені Т.Г. Шевченка, фізико-математичний факультет, асистент кафедри педагогіки, психології та методики навчання фізики і математики

Продовження табл. Ж.1

42	Мітченко Сергій Анатолійович	доктор хімічних наук, професор	Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, професор кафедри фізики та нанотехнологій
43	Павлова Наталія Юріївна	кандидат фізико- математичних наук	Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, старший викладач кафедри експериментальної і теоретичної фізики і астрономії
44	Пасічник Юрій Архипович	доктор фізико- математичних наук, професор	Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, професор кафедри загальної та прикладної фізики
45	Половина Галина Петрівна	кандидат фізико- математичних наук, доцент	Криворізький педагогічний інститут державного вищого навчального закладу «Криворізький національний університет», доцент кафедри фізики та методики її навчання
46	Проказа Олександр Тихонович	кандидат педагогічних наук, доцент	Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, доцент кафедри фізики та нанотехнологій
47	Прядко Наталія Олександрівна	кандидат психологічних наук	Чернігівський національний педагогічний університеті імені Т.Г. Шевченка, фізико математичний факультет, старший викладач кафедри педагогіки, психології та методики навчання фізики і математики
48	Пустовий Олег Миколайович		Чернігівський національний педагогічний університеті імені Т.Г. Шевченка, фізико-математичний факультет, старший викладач кафедри фізики та астрономії
49	Рассолов Сергій Геннадійович	кандидат фізико- математичних наук, доцент	Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, доцент кафедри фізики та нанотехнологій

*Продовження табл. Ж.1*

--	--	--	--

50	Рибалко Алла Вікторівна	кандидат фізико-математичних наук, доцент	Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, доцент кафедри експериментальної і теоретичної фізики і астрономії
51	Рокицький Максим Олександрович	кандидат фізико-математичних наук, доцент	Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, доцент кафедри загальної та прикладної фізики
52	Савченко Віталій Федорович	кандидат педагогічних наук, професор	Чернігівський національний педагогічний університеті імені Т.Г. Шевченка, фізико-математичний факультет, завідувач кафедри педагогіки, психології та методики навчання фізики і математики
53	Садовий Микола Ілліч	доктор педагогічних наук, професор	Кіровоградський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка, проректор з наукової роботи, професор кафедри фізики та методики її викладання
54	Свиридова Катерина Антонівна		Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, старший викладач кафедри фізики та нанотехнологій
55	Свіридов Володимир Володимирович	кандидат фізико-математичних наук, доцент	Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, доцент кафедри фізики та нанотехнологій
56	Сільчева Ганна Геннадіївна,	кандидат фізико-математичних наук	Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, старший викладач кафедри фізики та нанотехнологій
57	Січкарь Тарас Григорович	кандидат фізико-математичних наук, доцент	Національний педагогічний університет імені Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, доцент кафедри загальної та прикладної фізики

*Продовження табл. Ж.1*

--	--	--	--

58	Слюсаренко Микола Анатолійович		Криворізький педагогічний інститут державного вищого навчального закладу «Криворізький національний університет», асистент кафедри фізики та методики її навчання
59	Стецик Сергій Павлович		Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичина, фізико-математичний факультет, викладач кафедри фізики і астрономії та методики їх викладання
60	Суцов Олександр Борисов		Чернігівський національний педагогічний університеті імені Т.Г. Шевченка, фізико-математичний факультет, асистент кафедри фізики та астрономії
61	Терещук Сергій Іванович	кандидат педагогічних наук, доцент	Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичина, фізико-математичний факультет, доцент кафедри фізики і астрономії та методики їх викладання
62	Тихий Олександр Олександрович		Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, асистент кафедри фізики та нанотехнологій
63	Ткаченко Ігор Анатолійович	кандидат педагогічних наук, доцент	Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичина, фізико-математичний факультет, доцент кафедри фізики і астрономії та методики їх викладання
64	Троїцька Олена Петрівна	доктор фізико-математичних наук, професор, старший науковий співробітник	Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, професор кафедра фізики та нанотехнологій
65	Філоненко Михайло Миколайович		Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, доцент кафедри експериментальної і теоретичної фізики і астрономії

*Продовження табл. Ж.1*

--	--	--	--

66	Хитрук Валентин Іванович	кандидат педагогічних наук	Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичина, фізико-математичний факультет, доцент кафедри фізики і астрономії та методики їх викладання
67	Царенко Олег Миколайович	кандидат технічних наук, доцент	Кіровоградський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка, професор кафедри фізики та методики її викладання
68	Черенков Олександр Володимирович	кандидат фізико- математичних наук, доцент	Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, доцент кафедри фізики та нанотехнологій
69	Черченко Олександр Іванович		Чернігівський національний педагогічний університеті імені Т.Г. Шевченка, фізико математичний факультет, асистент кафедри педагогіки, психології та методики навчання фізики і математики
70	Чорнобай Катерина Григоріївна	кандидат педагогічних наук	Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, старший викладач кафедри фізики та нанотехнологій
71	Чумак Микола Євгенович		Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, старший викладач кафедри експериментальної і теоретичної фізики і астрономії
72	Шепета Олександр Макарович	кандидат фізико- математичних наук, доцент	Чернігівський національний педагогічний університеті імені Т.Г. Шевченка, фізико-математичний факультет, доцент кафедри фізики та астрономії
73	Шморгун Анатолій Васильович	кандидат фізико- математичних наук, доцент	Чернігівський національний педагогічний університеті імені Т.Г. Шевченка, декан фізико- математичного факультету, доцент кафедри фізики та астрономії

*Продовження табл. Ж.1*

--	--	--	--

74 .	Шут Микола Іванович	доктор фізико-математичних наук, професор, академік Національної академії педагогічних наук України	Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, фізико-математичний інститут, завідувач кафедри загальної та прикладної фізики
75 .	Юрченко Володимир Михайлович	доктор фізико-математичних наук, професор	Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, інститут інформаційних технологій, професор кафедри фізики та нанотехнологій



**Додаток Ж. 2**  
**Анкета експерта з експертного опитування пропонованого навчально-методичного забезпечення**

**Анкета експерта**

Назва установи \_\_\_\_\_

Прізвище, ім'я, по-батькові \_\_\_\_\_

Посада \_\_\_\_\_

Науковий ступінь, вчене звання \_\_\_\_\_

Дата і місце проведення експертизи \_\_\_\_\_

I. Визначте оцінку відносної важливості кожної з вимог окремо в балах від 0 до 100 щодо навчальних посібників Мороза І.О. з теоретичної фізики та навчальної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах.

ВИМОГИ	Оцінка відносної важливості	
	Навчальні посібники з теоретичної фізики	Методична система інтегрованого навчання термодинаміки та статистичної фізики
Дидактичні		
Інформаційні		
Науково-технічні		
Відповідності змісту навчального матеріалу		

II. Підкресліть необхідні числові значення у шкалі оцінок джерел аргументації з даної проблеми.

Джерело аргументації	Ступінь впливу джерела		
	Висока	Середня	Низька
Проведення теоретичного аналізу			
Узагальнення робіт вітчизняних педагогів			
Узагальнення робіт зарубіжних педагогів			
Особисте бачення проблеми			
Інтуїція			

III. Вкажіть ступінь знайомства з обговорюваною проблемою за шкалою:

0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

Ваш підпис

*Дякуємо за участь в експертизі*

## Додаток Ж. 3

**Експериментальні дані експертної оцінки пропонованого навчально-методичного забезпечення курсу теоретичної фізики – розділ «Статистична термодинаміка»**

Таблиця Ж.3.1

**Експертні оцінки та їх ранги, щодо відносної важливості вимог до пропонованої методичної системи інтегрованого навчання термодинаміки і статистичної фізики та посібників Мороза І.О. з теоретичної фізики**

№ з/п	Дидактичні вимоги		Інформаційні вимоги		Науково-технічні вимоги		Відповідність змісту навчального матеріалу	
<b>Методична система</b>								
1.	90	2,5	90	3	90	3	80	4
2.	95	2	90	2,5	90	3	80	4
3.	95	1,5	93	1	95	2	95	1,5
4.	90	2,5	90	1	95	2	99	1
5.	94	1,5	86	3	90	1	100	1
6.	90	2,5	80	3	100	2	100	2
7.	75	3	70	4	60	4	95	2,5
8.	75	3	80	3	90	2,5	80	3
9.	100	1	89	2,5	95	1,5	99	1
10 ·	100	1	100	1	90	2	80	1,5
11 ·	85	3	75	4	95	1,5	95	1,5
12 ·	90	2,5	100	1	80	4	100	1
13 ·	100	1	86	3,5	90	3	99	1

14 ·	70	4	90	1	80	4	100	2
15 ·	80	3	90	3	70	3	90	1,5
16 ·	98	1	80	4	80	3	100	2
17 ·	100	1	90	3	75	4	100	1
18 ·	80	3	90	4	90	2	90	2,5
19 ·	80	1	70	4	70	2,5	85	3
20 ·	100	1	69	3	90	3	98	2
21 ·	100	1	90	1	90	2,5	100	1
22 ·	98	1	100	1	88	3	95	2
23 ·	100	1	87	3	100	2	90	2,5
24 ·	90	2,5	90	1	95	2	99	1
25 ·	94	1,5	86	3	90	1	100	1
26 ·	90	2,5	80	3	100	2	100	2
27 ·	75	3	70	4	60	4	95	2,5

*Продовження табл. Ж.3.1*

№ зп	Дидактичні вимоги		Інформаційні вимоги		Науково-технічні вимоги		Відповідність змісту навчального матеріалу	
28 .	75	3	80	3	90	2,5	80	3
29 .	100	1	89	2,5	95	1,5	99	1
30 .	100	1	100	1	90	2	80	1,5
31 .	85	3	75	4	95	1,5	95	1,5
32 .	90	2,5	100	1	80	4	100	1
33 .	100	1	86	3,5	90	3	99	1
34 .	70	4	90	1	80	4	100	2
35 .	80	3	90	3	70	3	90	1,5
36 .	98	1	80	4	80	3	100	2
37 .	90	2,5	90	1	95	2	99	1
38 .	94	1,5	86	3	90	1	100	1
39 .	90	2,5	80	3	100	2	100	2
40 .	75	3	70	4	60	4	95	2,5
	75	3	80	3	90	2,5	80	3

41 ·								
42 ·	100	1	89	2,5	95	1,5	99	1
43 ·	100	1	100	1	90	2	80	1,5
44 ·	85	3	75	4	95	1,5	95	1,5
45 ·	90	2,5	100	1	80	4	100	1
46 ·	100	1	86	3,5	90	3	99	1
47 ·	70	4	90	1	80	4	100	2
48 ·	80	3	90	3	70	3	90	1,5
49 ·	98	1	80	4	80	3	100	2
50 ·	100	1	90	3	75	4	100	1
51 ·	80	3	90	4	90	2	90	2,5
52 ·	80	1	70	4	70	2,5	85	3
53 ·	100	1	69	3	90	3	98	2
54 ·	90	2,5	90	1	95	2	99	1
55 ·	94	1,5	86	3	90	1	100	1

56	90	2,5	80	3	100	2	100	2
57	75	3	70	4	60	4	95	2,5
58	75	3	80	3	90	2,5	80	3
59	100	1	89	2,5	95	1,5	99	1
60	100	1	100	1	90	2	80	1,5
61	85	3	75	4	95	1,5	95	1,5
62	90	2,5	90	1	95	2	99	1
63	94	1,5	86	3	90	1	100	1
64	90	2,5	80	3	100	2	100	2

*Продовження табл. Ж.3.1*

№ з/п	Дидактичні вимоги		Інформаційні вимоги		Науково-технічні вимоги		Відповідність змісту навчального матеріалу	
65	75	3	70	4	60	4	95	2,5
66	75	3	80	3	90	2,5	80	3
67	100	1	89	2,5	95	1,5	99	1
	100	1	100	1	90	2	80	1,5

68								
.								
	85	3	75	4	95	1,5	95	1,5
69	90	2,5	100	1	80	4	100	1
.								
70	100	1	86	3,5	90	3	99	1
.								
71	70	4	90	1	80	4	100	2
.								
72	80	3	90	3	70	3	90	1,5
.								
73	98	1	80	4	80	3	100	2
.								
74	100	1	90	3	75	4	100	1
.								
75	80	3	90	4	90	2	90	2,5
.								
76	90	2,5	90	4	80	2,5	100	2
.								
77	90	2,5	100	1	87	2	100	1
.								
78	89	2	90	2	75	4	100	1
.								

**Навчальні посібники**

1.	100	1	80	4	90	3	95	2
2.	95	3,5	100	1,5	95	3,5	100	1,5
3.	80	1	78	3,5	78	3,5	79	2
4.	90	3	95	1	90	3	90	3
5.	72	3	65	4	100	1	78	2
6.	80	2,5	80	2,5	80	2,5	80	2,5
7.	95	3,5	100	1,5	95	3,5	100	1,5
8.	77	2	64	3	60	4	78	1
9.	80	2	75	3,5	75	3,5	85	1



10.	100	2	100	2	100	2	95	4
11.	78	3	90	1,5	76	4	90	1,5
12.	65	3	70	1,5	60	4	70	1,5
13.	80	2	65	4	75	3	95	1
14.	77	2	64	4	75	3	85	1
15.	90	1,5	75	4	80	3	90	1,5
16.	90	1,5	82	3	75	4	90	1,5
17.	70	2	65	3	60	4	85	1
18.	73	2	70	3	67	4	89	1
19.	100	1	95	3	95	3	95	3
20.	85	3	95	1	80	4	90	2
21.	75	2	70	3,5	70	3,5	80	1

*Продовження табл. Ж.3.1*

№ з/п	Дидактичні вимоги		Інформаційні вимоги		Науково-технічні вимоги		Відповідність змісту навчального матеріалу	
22.	90	2	90	2	80	4	90	2
23.	78	1	73	3	72	4	77	2
24.	85	1,5	80	3,5	80	3,5	85	1,5
25.	79	3	67	4	82	2	100	1
26.	75	2	70	3	65	4	80	1
27.	90	2,5	90	2,5	90	2,5	90	2,5
28.	77	2	64	4	75	3	85	1
29.	83	1,5	82	2	77	4	83	1,5
30.	75	2	70	3	65	4	80	1
31.	76	4	80	2,5	80	2,5	90	1
32.	80	4	75	2,5	75	2,5	85	1
33.	67	2	60	3,5	60	3,5	78	1
34.	78	2	77	3	67	4	90	1
35.	74	3	60	4	84	2	85	1
36.	80	1	78	3	70	4	79	2
37.	90	1,5	75	4	80	3	90	1,5
38.	95	1,5	95	1,5	80	4	90	3
39.	72	3	65	4	90	1	78	2
40.	73	2	70	3	67	4	89	1
41.	69	3	60	4	78	2	87	1
42.	70	2	65	3	60	4	85	1
43.	84	1	80	3,5	80	3,5	82	2
44.	78	3	80	2	76	4	86	1
45.	85	3	100	1	80	4	90	2

46.	74	2	72	4	73	3	76	1
47.	67	2	60	3	56	4	78	1
48.	89	1,5	79	3,5	79	3,5	89	1,5
49.	90	1,5	82	3	75	4	90	1,5
50.	73	2	70	3,5	70	3,5	78	1
51.	85	3	95	1	80	4	90	2
52.	75	2	70	3,5	70	3,5	80	1
53.	90	2	90	2	80	4	90	2
54.	78	1	73	3	72	4	77	2
55.	85	1,5	80	3,5	80	3,5	85	1,5
56.	79	3	67	4	82	2	100	1
57.	75	2	70	3	65	4	80	1

*Продовження табл. Ж.3.1*

№ з/п	Дидактичні вимоги		Інформаційні вимоги		Науково-технічні вимоги		Відповідність змісту навчального матеріалу	
58.	90	2,5	90	2,5	90	2,5	90	2,5
59.	77	2	64	4	75	3	85	1
60.	83	1,5	82	2	77	4	83	1,5
61.	75	2	70	3	65	4	80	1
62.	76	4	80	2,5	80	2,5	90	1
63.	80	4	75	2,5	75	2,5	85	1
64.	67	2	60	3,5	60	3,5	78	1
65.	78	2	77	3	67	4	90	1
66.	74	3	60	4	84	2	85	1
67.	80	1	78	3	70	4	79	2
68.	90	1,5	75	4	80	3	90	1,5
69.	95	1,5	95	1,5	80	4	90	3
70.	72	3	65	4	90	1	78	2
71.	73	2	70	3	67	4	89	1
72.	69	3	60	4	78	2	87	1
73.	70	2	65	3	60	4	85	1
74.	84	1	80	3,5	80	3,5	82	2
75.	78	3	80	2	76	4	86	1
76.	85	3	100	1	80	4	90	2
77.	74	2	72	4	73	3	76	1
78.	67	2	60	3	56	4	78	1
79.	89	1,5	79	3,5	79	3,5	89	1,5

*Таблиця Ж.3.2*

## Дані про визначення коефіцієнта конкордації експертних оцінок

№ з\п								№ з\п								
Методична система								Навчальні посібники								
1.	2,5	3	3	4	1	2	6	1.	2,5	3	1	2,5	0	0	0	
2.	2	2,5	3	4	0	0	0	2.	1	4	2	2	1	2	6	
3.	1,5	1	2	1,5	1	2	6	3.	2,5	2,5	4	2	1	2	6	
4.	2,5	1	2	1	1	2	6	4.	3	4	2,5	1	0	0	0	
5.	1,5	3	1	1	1	2	6	5.	3	3	4	2,5	1	2	6	
6.	2,5	3	2	2	1	2	6	6.	2,5	1	3	2	0	0	0	
7.	3	4	4	2,5	1	2	6	7.	2	3	2,5	3	1	2	6	
8.	3	3	2,5	3	1	3	24	8.	2,5	3	2	2,5	1	2	6	
9.	1	2,5	1,5	1	1	2	6	9.	3	1	3	2	1	2	6	

Продовження табл. Ж.3.2

№ з\п								№ з\п								
10.	1	1	2	1,5	1	2	6	10.	1	2	3	2	1	2	6	
11.	3	4	1,5	1,5	1	2	6	11.	2,5	2	2,5	3	1	2	6	
12.	2,5	1	4	1	1	2	6	12.	2	2	1	3	1	2	6	
13.	1	3,5	3	1	1	2	6	13.	3	1	2	2,5	0	0	0	
14.	4	1	4	2	1	2	6	14.	2,5	1,5	1	1	1	2	6	
15.	3	3	3	1,5	1	3	24	15.	1	2	2,5	2	1	2	6	
16.	1	4	3	2	0	0	0	16.	3	1	3	4	1	2	6	
17.	1	3	4	1	1	2	6	17.	1	1	3	3	2	4	12	
18.	3	4	2	2,5	0	0	0	18.	1	3	2	2,5	0	0	0	
19.	1	4	2,5	3	0	0	0	19.	1	2,5	2	2	1	2	6	
20.	1	3	3	2	1	2	6	20.	1	2	4	1	1	2	6	
21.	1	1	2,5	1	1	3	24	21.	1	3	3	1	2	4	12	
22.	1	1	3	2	1	2	6	22.	1,5	2,5	1	3	0	0	0	
23.	1	3	2	2,5	0	0	0	23.	1	2	1	2	2	4	12	
24.	2,5	4	2,5	2	1	2	6	24.	3	1	4	2,5	0	0	0	
25.	2,5	1	2	1	1	2	6	25.	3	3	3	3	2	4	12	
26.	1,5	1	2	1,5	1	2	6	26.	2,5	2,5	4	2	1	2	6	
27.	2,5	1	2	1	1	2	6	27.	3	4	2,5	1	0	0	0	
28.	1,5	3	1	1	1	2	6	28.	3	3	4	2,5	1	2	6	
29.	2,5	3	2	2	1	2	6	29.	2,5	1	3	2	0	0	0	
30.	3	4	4	2,5	1	2	6	30.	2	3	2,5	3	1	2	6	
31.	3	3	2,5	3	1	3	24	31.	2,5	3	2	2,5	1	2	6	
32.	1	2,5	1,5	1	1	2	6	32.	3	1	3	2	1	2	6	
33.	1	1	2	1,5	1	2	6	33.	1	2	3	2	1	2	6	
34.	3	4	1,5	1,5	1	2	6	34.	2,5	2	2,5	3	1	2	6	

35.	2,5	1	4	1	1	2	6	35.	2	2	1	3	1	2	6
36.	1	3,5	3	1	1	2	6	36.	3	1	2	2,5	0	0	0
37.	4	1	4	2	1	2	6	37.	2,5	1,5	1	1	1	2	6
38.	3	3	3	1,5	1	3	24	38.	1	2	2,5	2	1	2	6
39.	1	4	3	2	0	0	0	39.	3	1	3	4	1	2	6
40.	1	3	4	1	1	2	6	40.	1	1	3	3	2	4	12
41.	3	4	2	2,5	0	0	0	41.	1	3	2	2,5	0	0	0
42.	1	4	2,5	3	0	0	0	42.	1	2,5	2	2	1	2	6
43.	1	3	3	2	1	2	6	43.	1	2	4	1	1	2	6
44.	1	1	2,5	1	1	3	24	44.	1	3	3	1	2	4	12
45.	1	1	3	2	1	2	6	45.	1,5	2,5	1	3	0	0	0
46.	1	3	2	2,5	0	0	0	46.	1	2	1	2	2	4	12
47.	2,5	4	2,5	2	1	2	6	47.	3	1	4	2,5	0	0	0
48.	2,5	1	2	1	1	2	6	48.	3	3	3	3	2	4	12

Продовження табл. Ж.3.2

№ з\п								№ з\п							
49.	1,5	1	2	1,5	1	2	6	49.	2,5	2,5	4	2	1	2	6
50.	2,5	1	2	1	1	2	6	50.	3	4	2,5	1	0	0	0
51.	1,5	3	1	1	1	2	6	51.	3	3	4	2,5	1	2	6
52.	2,5	3	2	2	1	2	6	52.	2,5	1	3	2	0	0	0
53.	3	4	4	2,5	1	2	6	53.	2	3	2,5	3	1	2	6
54.	3	3	2,5	3	1	3	24	54.	2,5	3	2	2,5	1	2	6
55.	1	2,5	1,5	1	1	2	6	55.	3	1	3	2	1	2	6
56.	1	1	2	1,5	1	2	6	56.	1	2	3	2	1	2	6
57.	3	4	1,5	1,5	1	2	6	57.	2,5	2	2,5	3	1	2	6
58.	2,5	1	4	1	1	2	6	58.	2	2	1	3	1	2	6
59.	1	3,5	3	1	1	2	6	59.	3	1	2	2,5	0	0	0
60.	4	1	4	2	1	2	6	60.	2,5	1,5	1	1	1	2	6
61.	3	3	3	1,5	1	3	24	61.	1	2	2,5	2	1	2	6
62.	1	4	3	2	0	0	0	62.	3	1	3	4	1	2	6
63.	1	3	4	1	1	2	6	63.	1	1	3	3	2	4	12
64.	3	4	2	2,5	0	0	0	64.	1	3	2	2,5	0	0	0
65.	1	4	2,5	3	0	0	0	65.	1	2,5	2	2	1	2	6
66.	1	3	3	2	1	2	6	66.	1	2	4	1	1	2	6
67.	1	1	2,5	1	1	3	24	67.	1	3	3	1	2	4	12
68.	1	1	3	2	1	2	6	68.	1,5	2,5	1	3	0	0	0
69.	1	3	2	2,5	0	0	0	69.	1	2	1	2	2	4	12
70.	2,5	4	2,5	2	1	2	6	70.	3	1	4	2,5	0	0	0
71.	2,5	1	2	1	1	2	6	71.	3	3	3	3	2	4	12
72.	1,5	1	2	1,5	1	2	6	72.	2,5	2,5	4	2	1	2	6

73.	2,5	1	2	1	1	2	6	73.	3	4	2,5	1	0	0	0
74.	1,5	3	1	1	1	2	6	74.	3	3	4	2,5	1	2	6
75.	2,5	3	2	2	1	2	6	75.	2,5	1	3	2	0	0	0
76.	3	4	4	2,5	1	2	6	76.	2	3	2,5	3	1	2	6
77.	3	3	2,5	3	1	3	24	77.	2,5	3	2	2,5	1	2	6
78.	1	2,5	1,5	1	1	2	6	78.	3	1	3	2	1	2	6
79.	1	1	2	1,5	1	2	6	79.	1	2	3	2	1	2	6

Таблиця Ж.3.3

## Дані про визначення компетентності експертів

Експерт	Джерело аргументації						Коефіцієнт аргументованості $K_a$	Коефіцієнт знайомства $K_3$	Коефіцієнт компетентності $K_k$
	Проведення теоретичного аналізу	Узагальнення робіт вітчизняних педагогів	Узагальнення робіт зарубіжних педагогів	Власний досвід	Традиційна методика	Інтуїція			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8
2.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8
3.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,6	0,7
	0,2	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,8	0,85

4.									
5.	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	0,9	0,95
6.	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	0,9	0,95
7.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8
8.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,7	0,75
9.	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	1	1
10.	0,3	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,8	0,85
11.	0,2	0,2	0,05	0,05	0,05	0,05	0,6	0,5	0,55
12.	0,3	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,7	0,8
13.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,7	0,75
14.	0,2	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	1	0,95
15.	0,2	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,9	0,9
16.	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	0,8	0,9
17.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8
18.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8
19.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,6	0,7
20.	0,2	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,8	0,85

21	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	0,9	0,95
22	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	0,9	0,95
23	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8
24	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,7	0,75
25	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	1	1
26	0,3	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,8	0,85
27	0,2	0,2	0,05	0,05	0,05	0,05	0,6	0,5	0,55
28	0,3	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,7	0,8
29	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,7	0,75

*Продовження табл. Ж.3.3*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
30	0,2	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	1	0,95
31	0,2	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,9	0,9
32	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	0,8	0,9
	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8

33	.									
34	.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8
35	.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,6	0,7
36	.	0,2	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,8	0,85
37	.	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	0,9	0,95
38	.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8
39	.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8
40	.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,6	0,7
41	.	0,2	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,8	0,85
42	.	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	0,9	0,95
43	.	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	0,9	0,95
44	.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8
45	.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,7	0,75
46	.	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	1	1
47	.	0,3	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,8	0,85



48	.	0,2	0,2	0,05	0,05	0,05	0,05	0,6	0,5	0,55
49	.	0,3	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,7	0,8
50	.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,7	0,75
51	.	0,2	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	1	0,95
52	.	0,2	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,9	0,9
53	.	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	0,8	0,9
54	.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8
55	.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8
56	.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,6	0,7
57	.	0,2	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,8	0,85
58	.	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	0,9	0,95
59	.	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	0,9	0,95
60	.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8
61	.	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,7	0,75
		0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	1	1

62									
63	0,3	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,8	0,85
64	0,2	0,2	0,05	0,05	0,05	0,05	0,6	0,5	0,55
65	0,3	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,7	0,8
66	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,7	0,75
67	0,2	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	1	0,95
68	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8
69	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8

*Продовження табл. Ж.3.3*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
70	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,6	0,7
71	0,2	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,8	0,85
72	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	0,9	0,95
73	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	0,9	0,95
74	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8	0,8
	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,7	0,75

75 .										
76 .	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	1	1	
77 .	0,3	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,8	0,85	
78 .	0,2	0,2	0,05	0,05	0,05	0,05	0,6	0,5	0,55	
79 .	0,3	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,7	0,8	
$\Sigma$							65,3			

## **Додаток 3**

### **Положення про лабораторію інноваційних технологій викладання фізики**

Міністерство науки і освіти, молоді та спорту України  
Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка

Ухвалено  
Голова науково-методичної ради  
університету

  
Більченко М.М.

Протокол № 2  
від «17» жовтня 2012 року



«19» жовтня 2012 року

Положення  
про навчально-наукову лабораторію інноваційних технологій  
викладання фізики кафедри експериментальної і теоретичної фізики  
фізико-математичного факультету Сумського державного педагогічного  
університету імені А.С.Макаренка

1. Загальні положення

1.1. Навчально-наукова лабораторія інноваційних технологій викладання фізики кафедри експериментальної і теоретичної фізики фізико-математичного факультету Сумського державного педагогічного університету імені А.С.Макаренка (в подальшому – навчально-наукова лабораторія інноваційних технологій викладання фізики) є структурним навчальним підрозділом університету без права юридичної особи, який створюється для здійснення дослідно-експериментальної роботи за пріоритетними напрямками розвитку освіти України, що забезпечує функціонування освітньої системи регіону в режимі розвитку. Навчально-наукова лабораторія інноваційних технологій викладання фізики системно створює, експериментує, апробує, освоює та зберігає соціально значущі освітні нововведення, умови їх забезпечення та впровадження у закладах/установах освіти області. Навчально-наукова лабораторія інноваційних технологій викладання фізики створюється для організації та проведення навчальних занять, під час яких студент під керівництвом викладача особисто проводить натурні або імітаційні експерименти чи досліди з метою практичного підтвердження окремих теоретичних положень навчальних дисциплін, закріплених за кафедрою, набуває практичних навичок роботи з лабораторним устаткуванням, обладнанням, обчислювальною технікою, вимірювальною апаратурою, методикою експериментальних досліджень у конкретній предметній галузі.

1.2. Навчально-наукова лабораторія інноваційних технологій викладання фізики створюється, реорганізовується та ліквідується за наказами ректора університету на підставі подання завідувача кафедри.

1.3. У своїй діяльності навчально-наукова лабораторія інноваційних технологій викладання фізики керується нормативно-правовими актами України в галузі науки та освіти, статутом університету, наказами, розпорядженнями ректора, положенням про кафедру та даним положенням.

1.4. Положення про навчально-наукову лабораторію інноваційних технологій викладання фізики розглядається науково-методичною радою та затверджується ректором університету. Зміни до положення вносяться у такому ж порядку.

## 2. Основні завдання

2.1. Метою діяльності навчально-наукової лабораторії інноваційних технологій викладання фізики є пошук, розробка, апробація та впровадження нових педагогічних технологій, спрямованих на оновлення теорії і практики освіти.

2.2. Основними завданнями навчально-наукової лабораторії інноваційних технологій викладання фізики є:

- розробка, апробація і впровадження у практику роботи кафедри експериментальної і теоретичної фізики фізико-математичного факультету Сумського державного педагогічного університету імені А.С.Макаренка нових концепцій та ідей, спрямованих на оновлення і поглиблення змісту навчально-виховного процесу, управлінських та навчально-виховних технологій;
- проведення навчальних занять зі студентами та вчителями з метою підготовки їх до застосування сучасних освітніх технологій;
- проведення наукових досліджень, пов'язаних з інноваційними технологіями, теорією та практикою навчання фізики;
- залучення до проведення досліджень викладачів, співробітників та студентів університету;
- формування і координація постійних та проектних дослідницьких груп;
- розробка методології проведення досліджень та обробки інформації; проведення семінарів, круглих столів, педагогічних читань, дискусій з певної тематики;
- надання науково-методичних послуг освітнім закладам різного рівня акредитації та загальноосвітнім школам;
- участь у національних та міжнародних виставках з питань сучасної освіти та застосування інноваційних технологій;
- створення методичних посібників та збірників за результатами впровадження інноваційних технологій.

### 3. Структура та керівництво

3.1. Структура та штатний розклад навчально-наукової лабораторії інноваційних технологій викладання фізики розглядаються та затверджуються наказом ректора за поданням завідувача кафедри.

3.2. Безпосереднє керівництво навчально-науковою лабораторією інноваційних технологій викладання фізики здійснює завідувач кафедри, до якої відноситься лабораторія, або завідувач лабораторії відповідно до посадових обов'язків.

3.3. Керівник несе особисту відповідальність за роботу навчально-наукової лабораторії інноваційних технологій викладання фізики. Функції керівника та співробітників підрозділу визначаються їх посадовими інструкціями.

3.4. Керівник лабораторії несе відповідальність за упорядкування, зберігання й використання навчально-наочних посібників, обладнання та інших матеріальних цінностей.

3.5. До обов'язків керівника лабораторії входять:

- забезпечення умов для проведення лабораторних занять;
- сприяння оновленню та вдосконаленню матеріальної бази лабораторії;
- забезпечення дотримання правил з охорони праці, чистоти і порядку;
- забезпечення працівників лабораторії у разі необхідності спецодягом та спецвзуттям;
- ведення обліку та списання обладнання і матеріалів;
- керування і контроль за роботою лаборанта(ів), надання йому (їм) науково-методичної допомоги та сприяння підвищенню рівня кваліфікації;
- організація щорічних перевірок опору ізоляції електрообладнання, заземлення;
- проведення зі студентами та працівниками первинного, повторного і позапланового інструктажів з охорони праці та безпеки життєдіяльності з реєстрацією у спеціальному журналі.

3.6. Лаборант несе перед керівником лабораторії відповідальність за належне зберігання навчального обладнання, навчально-наочних посібників, матеріалів, реактивів тощо.

3.7. До обов'язків лаборанта належать:

- допомога викладачам в організації та проведенні лабораторних занять;
- забезпечення в лабораторії правил санітарії, розміщення засобів навчання і обладнання;
- утримання навчального обладнання в робочому стані і забезпечення безпеки під час виконання студентами лабораторних робіт;
- систематичне вдосконалення своїх знань, умінь і навичок із забезпечення викладання навчальної дисципліни, охорони праці, протипожежної безпеки, правил санітарії.

#### 4. Матеріально-технічне та навчально-методичне забезпечення лабораторій

4.1. Навчально-наукова лабораторія інноваційних технологій викладання фізики розміщується на закріплених за нею площах приміщень (земельних ділянках) університету.

4.2. Приміщення лабораторії повинні мати природне та штучне освітлення, бути світлими, теплими і сухими. Колір, фарбування стін, обладнання, інструментів добирається відповідно до вимог ергономіки, з використанням сигнальних кольорів і законів безпеки.

4.3. Комплектація лабораторії обладнанням здійснюється відповідно до завдань її діяльності навчально-наочними посібниками, технічними засобами навчання, обладнанням загального призначення для навчальних закладів та спеціальним обладнанням для виконання лабораторних робіт.

4.4. Меблі розміщуються в приміщеннях згідно з ДсанПіН 5.5.2.008-01 п.8.2 відповідно до вимог ДБН В.2.2-3-97 „Будинки та споруди навчальних закладів” (в ред. Зміни №1, чинної від 01.04.2005, Зміни №2, чинної від 01.10.2008, Зміни №3, чинної з 1 липня 2012 року).

4.5. Робочі місця викладачів обладнуються демонстраційним столом та аудиторною дошкою, пристосуваннями для використання технічних засобів навчання тощо.

4.6. Лабораторні приміщення відповідно до специфіки обладнуються: витяжною шафою, секційними шафами для збереження приладів, посуду, інструментів та навчально-наочного обладнання.

4.7. Навчально-наукові лабораторії забезпечуються:

- куточками з охорони праці та пожежної безпеки;
- аптечкою з набором медикаментів для надання першої медичної допомоги;
- первинними засобами пожежогасіння відповідно до Правил пожежної безпеки для закладів, установ і організацій системи освіти України НАПБВ.01.050-98/920.

4.8. Навчально-методичне забезпечення лабораторій складається з:

- навчальних і робочих програм;
- методичних вказівок для виконання лабораторних робіт, дослідів спостережень, практикумів;
- довідникової і нормативно-технічної літератури;
- інших навчально-методичних матеріалів (стендів, макетів тощо).

4.9. Використання приміщення лабораторії, її обладнання та навчально-методичного забезпечення в цілях, не передбачених даним Положенням, заборонено.

#### 5. Діяльність, документація та звітність

5.1. Діяльність навчально-наукової лабораторії інноваційних технологій викладання фізики здійснюється відповідно до розкладу занять,



затвердженого на відповідний семестр навчального року у встановленому порядку.

5.2. Протягом семестру працівники навчально-наукової лабораторії інноваційних технологій викладання фізики надають оперативну інформацію про свою діяльність завідувачу кафедри.

5.3. В кінці кожного семестру керівник навчально-наукової лабораторії інноваційних технологій викладання фізики надає звіт завідувачу кафедри про виконану роботу та пропозиції щодо діяльності на наступний період.

5.4. Документація навчально-наукової лабораторії інноваційних технологій викладання фізики з охорони праці повинна включати:

- посадові інструкції завідувача, старшого лаборанта де передбачено розділ охорона праці;
- інструкції з охорони праці, пожежної безпеки та безпеки життєдіяльності для працівників і студентів;
- журнал реєстрації інструктажів з охорони праці, пожежної безпеки та безпеки життєдіяльності;
- паспорт санітарно-технічного стану лабораторії;
- щорічні акти-дозволи на проведення занять в лабораторіях;
- інструкції з заходів безпеки роботи на лабораторному обладнанні, вивішені біля обладнання.

5.5. Матеріальні цінності лабораторії обліковуються в інвентарному описі встановленого зразка та паспорті лабораторії (документі, який визначає основні параметри, що характеризують фактичний стан і можливості виконання лабораторією основних функціональних завдань). За необхідності ведуться паспорти робочих місць.

5.6. Облік та списання морально та фізично застарілого обладнання, навчально-наочних посібників, нормативно-довідкової літератури проводяться відповідно до інструкцій, затверджених Міністерством фінансів України.

5.7. Перед початком навчального року комісією, призначеною наказом ректора, проводиться огляд лабораторій з метою визначення стану готовності їх до проведення занять.

## **6. Взаємозв'язки з іншими структурними підрозділами університету та сторонніми організаціями**

6.1. Порядок співробітництва з іншими підрозділами Університету визначається Статутом НУВГП, контролюється керівництвом лабораторії (кафедри).

6.2. Порядок співробітництва лабораторії із сторонніми організаціями визначається наказами ректора за поданням завідувача кафедри у встановленому порядку.

## 7. Фінансування

7.1. Фінансування діяльності навчально-наукової лабораторії інноваційних технологій викладання фізики та її матеріально-технічне забезпечення здійснюється шляхом фінансування із загального та спеціального фондів Держбюджету, а також інших джерел, не заборонених чинним законодавством України.

Завідувач кафедри 

Погоджено:

Декан  
фізико-математичного факультету



доцент С.В.Петренко

### 1. Загальні положення

1.1. Навчально-наукова лабораторія інноваційних технологій викладання фізики кафедри експериментальної і теоретичної фізики фізико-математичного факультету Сумського державного педагогічного університету імені А.С.Макаренка (в подальшому – навчально-наукова лабораторія інноваційних технологій викладання фізики) є структурним підрозділом університету без права юридичної особи, який створюється для здійснення дослідно-експериментальної роботи за пріоритетними напрямками розвитку освіти України, що забезпечують функціонування освітньої системи регіону в разі її розвитку. Навчально-наукова лабораторія інноваційних технологій викладання фізики системно створює, експериментує, впроваджує, освоює та зберігає соціально значущі знання, інноваційні, умови їх забезпечення та збереження у вищих навчальних закладах – освітній області. Навчально-наукова лабораторія інноваційних технологій викладання фізики створюється для організації та проведення навчальних занять, під час яких студенти під керівництвом викладача особисто проводять натурні або віртуальні експерименти на дослідні з метою практичного підтвердження окремих теоретичних положень навчальних дисциплін, здійснення з кафедрою, науковим практичним навчальним розділом у лабораторіях устаткуванням, обладнанням, обчислювальною технікою, впровадженням апаратури, методикою експериментальних досліджень у конкретній предметній галузі.

**Додаток К**  
**Спецкурси, які розроблені лабораторією інноваційних технологій**  
**навчання фізики**

<b>№</b>	<b>Назва спецкурсу</b>	<b>Лекцій</b>	<b>семінари</b>	<b>лаборат.</b>
1.	Фізика твердого тіла	60	8	24
2.	Фізичні основи вакуумної техніки	40		96
3.	Фізика прискорювачів заряджених частинок	52	20	
4.	Комп'ютерні та інформаційні технології	18		36
5.	Вибрані питання фізики атомного ядра і елементарних частинок	46	20	
6.	Ядерна електроніка	18	18	
7.	Електронна мікроскопія	12	6	
8.	Математичні методи фізики	20	34	
9.	Рентгенографія матеріалів	36		108
10	Випадкові процеси і поля	36	36	
·				
11	Іонна і електронна оптика	36	34	
·				
12	Фізика плазми	50	22	
·				
13	Додаткові розділи квантової механіки	36	20	
·				
14	Електродинаміка суцільних середовищ	50	22	
·				
15	Фізичні основи мас-спектрометрії	40		96
·				
	Іонна імплантація	18	6	

16 ·				
17 ·	Фізика розрядів та іонних джерел	16	8	
18 ·	Проходження іонізуючого випромінювання через речовину та дозиметрія	20	10	
19 ·	Ядерно-фізичні методи дослідження	18	18	
20 ·	Комп'ютерне моделювання фізичних процесів	36	36	
21 ·	Основи сучасної електроніки	30		136
22 ·	Вибрані питання ФТТ	26	10	