

НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

імені М. П. ДРАГОМАНОВА

На правах рукопису

БУКОВСЬКА Оксана Іванівна

УДК 373.5.016:514:371.322.1(043.3)

**ДИФЕРЕНЦІЙОВАНИЙ ПІДХІД ДО ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ
НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТАРШОКЛАСНИКІВ У ПРОЦЕСІ
ПОГЛИБЛЕНОГО ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРІЇ**

13.00.02 – теорія та методика навчання (математика)

Дисертація

на здобуття наукового ступеня
кандидата педагогічних наук

Науковий керівник:

Бурда Михайло Іванович,
член-кореспондент АПН України,
доктор педагогічних наук,
професор

Київ – 2010

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. ПРЕДМЕТ І ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	15
1.1 Аналіз диференційованого підходу до поглибленого вивчення геометрії.....	15
1.2 Цілі, зміст, форми, види самостійної навчальної діяльності старшокласників	31
1.3 Психолого-методичні основи диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності учнів.....	41
1.4 Концептуальні засади дослідження.....	51
Висновки до розділу 1.....	63
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ДИФЕРЕНЦІЙОВАНОГО ПІДХОДУ ДО ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТАРШОКЛАСНИКІВ У ПРОЦЕСІ ПОГЛИБЛЕНОГО ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРІЇ.....	65
2.1 Диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності.....	65
2.2 Диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників на уроках геометрії	73
2.3 Організація самостійної навчальної діяльності старшокласників в позаурочний час.....	112
2.4 Засоби диференційованої організації навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії.....	134
2.5 Організація, проведення педагогічного експерименту та аналіз його результатів.....	158
Висновки до розділу 2.....	174
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....	177
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	182
ДОДАТКИ.....	205

ВСТУП

Актуальність дослідження. Реформування освіти України передбачає модернізацію її змісту, методів і засобів навчання, перехід від уніфікованої шкільної моделі до урізноманітнення її типів. Розвиток сучасної педагогічної теорії та практики ґрунтується на відкритості і творчому характері навчання, особистісній спрямованості процесу навчання. Освітняни працюють над переорієнтацією навчального процесу на особистість учня, ведуть пошук сприятливих умов досягнення кожним учнем найбільш можливого і необхідного для нього рівня знань. Ключовим завданням сьогодення є орієнтація системи навчання на розвиток особистості, здатної до самостійної навчальної діяльності, саморозвитку і творчого розв'язання інтелектуальних та практичних проблем.

На необхідності створення умов для формування творчої, ініціативної, активної особистості, її розвитку та самореалізації наголошується в Національній доктрині розвитку освіти в Україні, [192], Державній програмі «Вчитель» [105], Державній національній програмі «Освіта» [104], Законах України «Про освіту» [120], «Про загальну середню освіту» [121], Концепції загальної середньої освіти (12-річна школа) [150], Концепції профільного навчання у старшій загальноосвітній школі [151].

Концепція математичної освіти 12-річної школи визначає математичну освіту важливою складовою загальноосвітньої підготовки, а якість математичної підготовки молодого покоління – індикатором готовності суспільства до соціально-економічного розвитку, мобільності особистості в освоєнні і впровадженні високих технологій [150].

Загальне протиріччя між високим рівнем математизації та інформатизації усіх сфер життєдіяльності людини та досить низьким рівнем математичної підготовки підростаючого покоління вказує на існування *проблеми* підвищення якості математичної підготовки кожного випускника загальноосвітнього навчального закладу. В умовах запровадження зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО) та профілізації старшої школи ця проблема набуває ще більшої актуальності. На це, крім іншого, вказують статистичні дані.

1. Результати ЗНО [10] з математики за 2007-2009 рр. свідчать про те, що найгірше випускники справляються з геометричними завданнями. Задачі, що стосуються стереометрії складають 11% від загальної кількості завдань тестового зошита, а розв'язують їх менше 5% учнів (Додаток А).

2. Аналіз результатів соціологічного дослідження «Система освіти в оцінках громадян України» [256] вказує на те, що учні мають необхідність у додаткових заняттях, передусім з точних наук (переважно з математики, алгебри, геометрії, а також фізики та хімії).

3. МОН України розглянуто невідкладні заходи щодо поліпшення якості фізико-математичної освіти [190] та поставлено завдання «...привести зміст шкільної фізико-математичної освіти у відповідність до сучасного розвитку науки та соціальних потреб суспільства».

Отже проблема підвищення якості математичної освіти турбує державні та громадські установи, науковців, учителів, учнів та їх батьків. Розв'язанню вказаної проблеми стосовно геометрії через диференційовану організацію самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення стереометрії присвячене дане дисертаційне дослідження.

Самостійна навчальна діяльність розглядалась у контексті проблемного та розвивального навчання (А.Алексюк [5-7], В.Бондар [36], М.Махмутов [177-179], І.Якиманська [292-295] та ін.), на рівні системно-структурного дослідження процесу навчання та взаємозв'язку його компонентів (В.Бондар [36], С.Гончаренко [87], Т.Ільїна [134], І.Лернер [167, 168], В.Паламарчук [208, 209], П. Підкасистий [213, 214], О.Савченко [237] та ін.). Вивчалася мотивація такої діяльності (Л.Божович [34], Є.Ільїн [133], А.Маркова [175], Є.Павлютенков [207] та ін.), як взаємозв'язок управління та самоуправління навчальною діяльністю (А.Громцева [94], Л.Жарова [115] та ін.), аналізувалися різні аспекти самостійної навчальної діяльності та самостійної роботи учнів (В. Лозова [171, 172], П.Підкасистий [213, 214], О.Савченко [237], Т. Шамова [281], О.Ярошенко [297] та ін.), через методи, форми і технології організації навчальної діяльності (В.Бондар [36], С.Бондар [37], О.Савченко [237] та ін.).

Аналіз психолого-педагогічних досліджень дає можливість розглядати самостійну пізнавальну діяльність як педагогічну проблему і зробити висновок про те, що ефективність процесу навчання залежить від способу її організації. Інноваційні процеси, які відбуваються в сучасній школі, свідчать про необхідність диференціації та індивідуалізації навчання взагалі та самостійної навчальної діяльності учнів зокрема. Диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності учнів сприятиме утвердженню особистісно орієнтованого характеру освіти.

Процес диференціації навчання був предметом наукового аналізу вітчизняних та зарубіжних вчених. Розглядалися питання: тлумачення диференціації та індивідуалізації навчання, диференційованого та індивідуального підходів (І.Унт [269], А.Кірсанов [140, 141], Є.Рабунський [229, 230], В.Володько [77], Ю.Бабанський [19, 20], В. Давидов [100], І.Лернер [167, 168], М.Скаткін [107, 245], М.Рогановський [233] та ін.); створення мікрогруп і різні підходи до їх організації (А.Бударний [42], В.Буряк [60-62], І.Підласий [218] та ін.); диференціації навчального матеріалу з математики (Г.Бевз [26], О. Скафа [246], М.Бурда [57-59], М.Ігнатенко [133], В.Бевз [24], О.Дубінчук [183], М.Жалдак [113,114], В.Коваленко [142], З.Слепкань [247-251], Е. Нелін [196], Т.Хмара [273], В.Швець [285-287], М.Шкіль [290], В.Забранський [119], С.Яценко [298,299] та ін.). Досвід роботи шкіл з математичною спеціалізацією узагальнений та систематизований С.Шварцбурдом [284] та ін.

Необхідність посилення диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників обґрунтовується особливостями пізнавальної діяльності учнів. У роботах в галузі вікової психології, психології навчання старшокласників (І.Кон [149], В.Крутецький [160] та ін.) відмічається, що поряд з інтересом до фактів, що характерно для підліткового віку, у старшокласників проявляється інтерес до теоретичних проблем, до методів наукового дослідження, до самостійної пошукової роботи з розв'язування складних задач. Якщо підлітки хочуть знати, що собою являє те

чи інше явище, то старшокласники намагаються розібратися в різних точках зору на це питання. Сам хід аналізу проблеми, способи доведення тверджень, самостійна навчальна діяльність у процесі поглибленого вивчення геометрії цікавить старшокласників не менше, ніж конкретні факти. Учні старших класів надають перевагу такому навчанню під час якого вимагається не просте заучування фактів, а творче самостійне осмислення, пошукова диференційована навчальна діяльність.

В Україні запроваджується профільне навчання у старшій школі. Профіль навчання – це спосіб організації диференційованого навчання, який передбачає поглиблене і професійно зорієнтоване вивчення циклу споріднених предметів. Профільність визначається як добором предметів, так і їх змістом. Профільна підготовки передбачає *поглиблений* зміст навчальних предметів, орієнтацію на майбутню професію [52].

Питання профільного навчання досліджували в останні роки українські науковці (Н. Бібік [29], М.Бурда [57-59], О.Капустін [139], Л.Липова [169], В. Паламарчук [208, 209], С.Яценко [288, 289] та ін.).

Поглиблене вивчення предмета, крім розширення та поглиблення змісту, має сприяти формуванню стійкого інтересу до його змісту, розвитку відповідних здібностей і орієнтації на подальше навчання та професійну діяльність, де використовуються одержані знання, вміння виконувати самостійні дослідження.

У процесі поглибленого навчання математики в профільних класах основні завдання суттєво доповнюються. Це обумовлено необхідністю виявлення та розвитку в учнів математичних здібностей, формування в них стійких інтересів до математики та професійної діяльності, підготовки до навчання у вищому навчальному закладі освіти.

Математика (геометрія) поглиблено вивчається на таких профілях: фізико-математичному, математичному, фізичному, інформативному, інформаційно-технологічному, проектування і конструювання, економіко-математичному, а також в спеціалізованих класах з поглибленим вивченням

математики. В цих класах передбачені курси за вибором – навчальні курси, які відповідно до профілю поділяють на три групи: *поглиблення знань з профілюючих предметів базового компонента; розвиток інтересів та здібностей учнів з урахуванням спеціалізації профільних класів; загальний розвиток учнів.*[151; 228]. Основні функції курсів за вибором - поглиблення і розширення змісту профільних предметів або забезпечення профільної прикладної і початкової професійної спеціалізації навчання.

Окремі аспекти проблеми підвищення якості математичної підготовки учнів та шляхи її розв'язання на основі організації самостійної навчальної діяльності учнів розглядалися в таких дисертаційних дослідженнях:

- Григулич С. М . Самостійна робота старшокласників з математики в умовах диференційованого навчання, 2004 р.[92].

- Лутченко Л. І. Організація самостійної навчально-пізнавальної діяльності учнів 7-9-х класів при вивченні математики, 2003 р.[173].

Деякі питання реалізації диференційованого підходу під час навчання математики досліджували:

- Забранський В. Я. Диференційоване навчання математики учнів 5-6 класів основної школи, 1990 р.[119].

- Смержевський Ю. Л. Диференційоване формування прийомів евристичної діяльності старшокласників на уроках стереометрії , 2009 р.[253].

Ряд дисертаційних досліджень останніх років були присвячені вивченню окремих питань організації процесу навчання стереометрії. Н.Кульчицька [163], розглянула використання нових інформаційних технологій, С.Іванова [132] - формування геометричних вмінь. Робота О.Вітюка [69] присвячена розвитку образного мислення, І.Сверчевська [242], розробила методичну систему вивчення геометричних тіл. К.Власенко [71] дослідила евристичну діяльність на уроках стереометрії.

Разом з тим, проблема підвищення якості математичної підготовки випускників шкіл на основі організації диференційованої самостійної

навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії у дисертаційних дослідженнях останніх років комплексно не розглядалася.

Нові вимоги сучасного суспільства, яке характеризується посиленням уваги до особистості учня, до його саморозвитку, разом із змінами, що обумовлені впровадженням Концепції профільного навчання у старшій загальноосвітній школі та запровадженням зовнішнього незалежного оцінювання, зумовлюють необхідність побудови оновленої методичної системи організації диференційованої самостійної навчальної діяльності.

Таким чином, актуальність дисертаційного дослідження зумовлена:

- змінами в цілях навчання старшокласників у класах різних напрямів профілізації, що передбачають врахування умов навчання у вищих навчальних закладах відповідно до вимог Болонського процесу;

- відмінностями у: рівні навченості, успішності учнів у класах з поглибленим вивченням математики; темпі навчальної діяльності, якості виконання завдань та глибині їх осмислення; вмінні самостійно працювати, відшукувати геометричні залежності та проводити проблемно-пошукову діяльність;

- потребами старшокласників у знаннях з геометрії для повсякденного життя та практичної діяльності; потребами учнів, що мають відмінності в навчальних інтересах, мотивації навчальної діяльності;

- необхідністю розвивати творчі можливості, забезпечувати умови для розкриття індивідуальності учня з урахуванням його вікових особливостей на основі компетентісного підходу.

Актуальність проблеми дослідження та її недостатня розробленість у методиці навчання геометрії і зумовило вибір теми дослідження **„Диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії”**.

Дисертаційне дослідження проводилося у відповідності до плану науково-дослідницької роботи кафедри математики і теорії та методики навчання математики Національного педагогічного університету імені

М.П.Драгоманова «Система методичної підготовки вчителя математики в педагогічному університеті» (номер державної реєстрації 0103В004016). Дослідження ґрунтується на основних положеннях Закону України «Про загальну середню освіту», Національної доктрини розвитку освіти в Україні у ХХІ столітті, Державного загальноосвітнього стандарту, Концепції 12-річної загальної середньої освіти, Концепції профільного навчання.

Тема дисертації затверджена на засіданні Вченої ради Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова Міністерства освіти і науки України (протокол №6 від 01 лютого 2007 р.) і узгоджена в Міжвідомчій раді з координації наукових досліджень з педагогічних і психологічних наук в Україні (протокол №3 від 20 березня 2007 р.).

Об'єкт дослідження – самостійна навчальна діяльність старшокласників у процесі поглибленого вивчення математики.

Предмет дослідження – методична система (цілі, зміст, форми, методи і засоби) диференційованої організації самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії.

Мета дослідження – розробити, теоретично обґрунтувати й експериментально перевірити методичну систему диференційованої організації самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії, яка сприяє підвищенню якості математичної освіти.

Відповідно поставленої мети необхідно розв'язати такі **завдання**:

- з'ясувати стан розробленості цієї проблеми у психолого-педагогічній і навчально-методичній літературі та шкільній практиці;
- визначити психолого-методичні засади розвитку вмінь і навичок самостійної навчальної діяльності старшокласників та основні критерії диференційованого підходу;
- розробити концепцію диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії;

- розробити методичну систему (цілі, організаційні форми, методи і засоби) диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії;
- експериментально перевірити ефективність розробленої методичної системи і запропонувати методичні рекомендації щодо диференційованої організації самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії.

Для розв'язування поставлених завдань застосовувались такі **методи досліджень**:

теоретичні – аналіз і синтез (1.1-1.4, 2.1, 2.2 тут і далі – підрозділи дисертації), зокрема, системний та порівняльний аналіз психолого – педагогічної, науково – методичної та навчальної літератури з проблеми дослідження; порівняння (1.1-1.4, 2.1); аналогія (2.2-2.4); класифікація, систематизація та узагальнення (1.1-1.4, 2.1-2.5); історичний метод (1.1-1.4), зокрема, добір, класифікація та систематизація фактичного матеріалу; статистичні методи: методи математичної статистики для кількісного аналізу експериментальних даних та встановлення достовірності висновків дослідження (2.5).

емпіричні – педагогічний експеримент (2.5), який проводився в три етапи: констатувальний, пошуковий та формувальний. На кожному з цих етапів застосовувався комплекс допоміжних методів, зокрема, спостереження за роботою учнів і вчителів; вивчення і аналіз передового досвіду вчителів; бесіди з учителями, абітурієнтами, студентами та вчителями; аналіз результатів самостійних та контрольних робіт з геометрії; аналіз документації, що дозволив з'ясувати питання про успішність навчання; анкетування учнів та вчителів, що є необхідним для аналізу стану проблеми організації самостійної навчальної діяльності в умовах поглибленого вивчення геометрії.

Методологічну основу дослідження становлять: теорія пізнання; концепція діяльнісного підходу навчання; комплексний та особистісно-орієнтований підходи (П.Гальперін, Л.Зоріна, В.Сериков, С.Подмазін та ін.),

теорія проблемного та розвивального навчання (В.Давидов, Л.Занков, Д.Ельконін, Г.Костюк, Є.Кабанова-Меллер, М.Махмутов, І.Якиманська та ін.), результати психологічних досліджень теорії мислення (Л.Виготський, В.Давидов, С.Рубінштейн та ін.); принцип урахування індивідуальних особливостей учнів (З.Калмикова, Г.Костюк, Н.Менчинська, Ю.Колягін, Н.Тарасенкова, О.Скафа та ін.), результати досліджень з проблеми розвитку пізнавальної активності учнів у процесі навчання (Л.Виготський, Є.Кабанова-Меллер, Н.Тализіна, Г.Бевз, М.Бурда, та ін.), наукові здобутки з теорії методики математики (Ю.Бабанський, М.Бурда, Я.Грудьонов, М.Жалдак, Ю.Колягін, З.Слепкань, В.Швець, М.Шкіль та ін.); Державна національна програма «Освіта» (Україна XXI століття), Державний стандарт базової і повної середньої освіти в Україні (освітня галузь «Математика»), Закон України «Про освіту», Національна доктрина розвитку освіти України у XXI столітті, Концепція математичної освіти 12-річної школи, Концепція профільного навчання у старшій загальноосвітній школі.

Наукова новизна результатів дослідження полягає в тому, що:

- *вперше* уточнено цілі, зміст і види самостійної діяльності старшокласників з урахуванням особливостей змістово-методичних ліній поглибленого курсу стереометрії;
- *розкрито* зміст та операційний склад загальних і спеціальних умінь самостійної навчальної діяльності та психолого-методичні засади їх розвитку, які враховують різномірні вимоги до результатів навчання;
- *визначено* психологічні і методичні засади відбору форм, методів і засобів, які забезпечують диференційований підхід до організації самостійної роботи старшокласників;
- *розроблено* принципи побудови диференційованої за складністю системи геометричних вправ та види діяльності для розвитку вмінь самостійної навчальної діяльності старшокласників і науково обґрунтовані методичні підходи до їх реалізації;

- *подальшого розвитку* дістали дослідження можливостей застосування дидактичних засобів навчання, в тому числі комп'ютерно-орієнтованих, при організації самостійної роботи старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії.

Практичне значення дослідження визначається тим, що:

- розроблена методика забезпечує ефективний диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності у процесі поглибленого вивчення геометрії, що сприяє підвищенню якості математичної освіти учнів;
- розроблені організаційні форми, методи, прийоми та система диференційованих вправ, що забезпечує розвиток умінь самостійної навчальної діяльності, можуть бути використані вчителями, методистами, авторами підручників і методичних посібників;
- запропоновані рекомендації щодо використання програмних педагогічних засобів та засобів мультимедіа для самостійної роботи учнів;
- з'ясовані теоретичні положення реалізовані у підготовлених дисертантом і виданих двох навчальних програм та трьох методичних посібниках.

Обґрунтованість і вірогідність результатів дослідження забезпечується опорою на теоретичні і методологічні обґрунтування його вихідних положень; системним аналізом теоретичного та емпіричного матеріалу; використанням основних психолого-педагогічних концепцій навчання; застосуванням комплексу методів, адекватних об'єкту, предмету, меті і завданням дослідження; результатами статистичної обробки здобутих у ході експерименту результатів.

Апробація і впровадження результатів дослідження здійснювалися протягом 2006-2009 рр. Основні результати дослідження доповідались, обговорювались і знайшли схвалення на Міжнародній науково-практичній конференції „Математична освіта в Україні: минуле, сьогодення, майбутнє” (Київ, 2007), Всеукраїнській науково-практичній конференції «Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи» (Полтава, 2008), Всеукраїнському науково-практичному семінарі „Проблеми психології

обдарованості” (Київ, 2008); II Всеукраїнській науково-практичній конференції «Безперервна фізико-математична освіта: проблеми, пошуки, перспективи» (Бердянськ, 2009), Міжнародній науково-методичній конференції «Евристичне навчання математиці» (Донецьк, 2009), Всеукраїнському семінарі з проблем методики навчання математики в НПУ ім. М. П. Драгоманова (2006-2009), семінарах вчителів математики м. Києва, курсах підвищення кваліфікації вчителів математики м. Києва.

Одержані результати впроваджено в роботу таких загальноосвітніх закладів: Технічного ліцею НТУУ „КПІ” м. Києва (довідка №92 від 15 травня 2008 р.), Гімназії НПУ ім. М. П. Драгоманова м. Київ (довідка №33 від 23 травня 2008 р.) , Ліцею №142 Солом'янського району м. Києва (довідка №149 від 19 травня 2009 р.), Боярської загальноосвітньої школи I-III ст. №4 (довідка №27 від 28 лютого 2008 р.), ліцею „Престиж” м. Києва (довідка № 331 від 3 листопада 2009 р.), Житомирської загальноосвітньої школи I-III ст. №7 (довідка від 7 серпня 2009 р.), Алупкінської загальноосвітньої санаторної школи-інтернату I-III ст. (довідка №321 від 10 серпня 2009 р.), Нагірнянської загальноосвітньої школи I-III ст. Жашківської районної ради Черкаської області (довідка від 28 серпня 2009 р.).

Особистий внесок здобувача у розробку теми дослідження полягає в розробці та впровадженні методики організації диференційованої самостійної навчальної діяльності; в теоретичному обґрунтуванні основних ідей та положень досліджуваної проблеми; плануванні і проведенні педагогічного експерименту, аналізі результатів експериментального дослідження.

Публікації. Основні положення та результати дослідження знайшли відображення у 36 наукових, навчальних і методичних працях. З них: 7 у виданнях, затверджених ВАК України (6 одноосібних), 4 у збірниках наукових праць та матеріалах конференції, 3 навчально-методичних посібника (1 у співавторстві), 2 програми для ЗНЗ з грифом МОН України (у співавторстві) та 20 статей у навчально-методичних виданнях для вчителів математики.

Структура дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, двох розділів, висновків до розділів, загальних висновків, списку використаних джерел (299 найменувань) та додатків. Обсяг основного тексту дисертації становить 181 сторінки, де вміщено 22 рисунки, 12 таблиць, 2 схем, 3 діаграми; обсяг додатків - 84 сторінки.

РОЗДІЛ 1

Предмет і теоретичні основи дисертаційного дослідження

1.1 Аналіз диференційованого підходу до поглибленого вивчення геометрії

Слово «диференціація» походить від латинського *differentia*, що означає різницю, відмінність.

У психологічному аспекті диференціація – це різниця як між індивідуально-психологічними особливостями індивіда, так і між їх групами. Диференціацію характеризує наявність відмінностей окремих частин від цілого (диференціація за структурою), процес розподілення цілого та частини за певною ознакою (функціональна диференціація). Такий подвійний підхід лежить в основі визначення педагогічних понять, як «диференціація самостійної навчальної діяльності», «диференційована самостійна навчальна діяльність», «диференційований підхід у самостійній навчальній діяльності».

Під диференційованим навчанням розуміють організаційну систему пізнавальної діяльності учнів, за якої групи учнів формуються за певною ознакою і навчання проводиться за різними навчальними планами і програмами з максимальним урахуванням індивідуальних особливостей учнів (В.Володько [77], І.Якиманська [292-295] та ін.). Таким чином, диференційоване навчання можна розглядати як характеристику організаційних форм процесу навчання в умовах диференціації. Диференціація навчання дозволяє організувати навчальний процес на основі урахування індивідуальних особливостей школяра, забезпечити засвоєння всіма учнями, хоч і на різних рівнях, обов'язкового змісту освіти.

Проблема диференціації навчання має багатолітню історію як у вітчизняній, так і зарубіжній науці. Ідея реалізації диференційованого підходу до учнів в умовах колективної роботи класу з поєднанням колективних та індивідуальних форм навчальної діяльності школярів на уроці знайшла відображення в роботах К.Ушинського [271]. Вчений розглядає проблему профільної диференціації як один з можливих варіантів забезпечення якісної середньої освіти. При цьому навчання різних груп учнів відбувалось у різних

типах навчальних закладів, які давали середню освіту: гімназії, реальні училища (технічні та комерційні), кадетські корпуси тощо.

На початку 20 ст. проблема індивідуалізації та диференціації одержала висвітлення в роботах В.Водовозова [74], В.Вахтьорова [66] та ін. Ідвідуалізація в 30-ті роки стала розглядатися однобоко, головним чином, як засіб попередження неуспішності та повторного навчання в класах. Разом з тим, в дослідженнях П.Блонського [32], С.Шацького [283] та ін. були розглянуті й інші аспекти проблеми індивідуалізації навчання. Так, С.Шацький закликав вчителів уважно вивчати індивідуальні особливості дітей. «Ми часто не враховуємо зростання дитини, його руху, - говорив він вчителям дослідних шкіл у доповіді «Підвищення якості уроку»,- з цієї причини досить сильно гальмуємо розвиток дитини. Тому у нас присутнє явище - відсутність у дітей інтересу до знань» [283].

Диференційований підхід до учнів із врахуванням їх пізнавальних інтересів відбувався і в позакласній роботі. Характерним явищем у 20-ті роки стали професійні школи та введення профнахилів. На наш погляд, навряд таку профільну диференціацію, яка більше схожа на професіоналізацію, можна вважати серйозним засобом індивідуалізації навчання, бо особливості учня, його нахили не завжди могли виявитися при виборі з вузько обмежених профілів навчання, які визначалися, перш за все, потребою в кадрах. Можливо, тому спроба професіоналізації старшої школи фактично себе не виправдала.

З початку 30-х років розпочинається курс на чітку регламентацію та однаковість роботи всіх шкіл важко поєднувався з диференціацією навчання. Прихильники диференційованого навчання не мали підтримки педагогічного загалу. Стабільність, яка встановилась у змісті освіти, використання високоякісних підручників з математики (А.Кисельова, Н.Рибкіна та ін.) відіграло позитивну роль. Проблема диференціації та індивідуалізації навчальної роботи відновилась тоді, коли знову стало актуальним використання самостійної діяльності учнів, яке наочно показало значення врахування та вивчення індивідуальних особливостей учнів. Тому на перший план вийшла внутрішньокласна диференціація в рамках самостійної роботи, навколо якої і

акцентувалась науково-дослідна робота з диференціації навчання. Першими в цій галузі у післявоєнний період були роботи Є.Рабунського [229, 230]. В них розглядалась проблема диференціації домашніх завдань з гуманітарних дисциплін, а з часом ці дослідження були розширені. Вчений з'ясував педагогічні засади індивідуального підходу, запропонував типологію учнів з урахуванням особливостей їх навчальної діяльності та відповідну класифікацію завдань для самостійної роботи.

З середини 50-х років проблема диференціації навчання знову стала актуальною. Цьому сприяли соціальні чинники. Регламентована, уніфікована, недостатньо пов'язана з життям школа не відповідала демократичним спрямуванням суспільства й вимогам науково-технічного прогресу. В цілому проблема індивідуального та диференційованого підходу в навчанні розвивалась переважно у напрямках попередження та усунення неуспішності (А.Гельмонт [83], А.Бударний [42] та ін.). Так, за концепцією А.Бударного клас ділиться на три окремі стабільні групи з урахуванням здібностей учнів до навчання [42]. Вчений рекомендував частину уроку відводити на фронтальну роботу, а решту на самостійну, причому кожна група одержує різні завдання. Коли вчитель працює фронтально з учнями, що менш підготовлені, а інші працюють самостійно.

На необхідність індивідуального та диференційованого підходу до навчання у різний час наголошували багато вчених. В.Сухомлинський вважав, що при навчанні дітей «...необхідні особливі міри, необхідний тонкий, делікатний індивідуальний підхід» [260, т. 1]. В 60-ті роки диференційоване навчання для загальноосвітніх шкіл спочатку розглядалось як поділ шкільних планів та програм в старших класах, а потім - набагато ширше, із використанням різних підходів. Розглянемо зміст поняття диференціація в історичному контексті.

А.Кірсанов [140,141] диференціацію розглядав як систему, що розвивається та динамічно функціонує і охоплює всі види навчальної діяльності. До більш ранніх публікацій в області диференціації навчання

відносяться роботи І.Бутузова [63,64]. В них в основному рекомендується використовувати завдання 2-3 ступенів складності.

З 1958/59 навчального року в СРСР розпочато експеримент з впровадження диференційованого навчання у школах в рамках факультативних занять. Ефективність, яка виявилась на початку, поступово знизилась у зв'язку з недостатньою матеріальною базою та слабким науково-педагогічним обґрунтуванням. Відповідно до напрямку диференціації виділялись навчальні предмети – фізико-технічні, хіміко-технічні, біолого-технічні, гуманітарні. Особлива увага була приділена зв'язкам школи та виробництва. Були створені внутрішньо узгоджені програми за напрямами: вибір предметів для поглибленого вивчення; прикладний курс.

Дослідницею І.Унт була запропонована оригінальна методика диференційованої внутрішньокласної навчальної роботи в школі. Особлива увага приділялась поглибленому вивченню окремих предметів, масовому використанню робочих зошитів на друкованій основі для самостійної роботи учнів [269]. Науковець під диференціацією розуміє врахування індивідуальних особливостей в тій формі, коли «учні групуються на основі певних особливостей для окремого навчання; зазвичай навчання в цьому випадку відбувається за кількома різними навчальними планами або програмами» [269]. Так само трактує це поняття і Є.Рабунський [229].

В кінці 60-х та на початку 70-х років як з дидактики, так і з методики викладання окремих предметів було написано та захищено низку дисертацій, що присвячені диференціації навчання: Т.Азарова [1], М.Анцибор [3], Г.Данилочкіна [103], С.Зубова [130] та ін. В них розглядалися питання диференціації у зв'язку з вдосконаленням процесу навчання: принципи створення завдань різного рівня складності для організації самостійної роботи; шляхи та умови поділу класу на групи за можливостями учнів; поєднання різних форм організації навчання на уроці і т. д. В ці роки з'являються нові форми диференціації навчання. Вводилися факультативні курси, спецшколи та класи з поглибленим вивченням окремих предметів. Такий підхід ближчий до сучасного уявлення про різні аспекти диференціації навчання, особливо, що

стосується профільної диференціації. Але загальна настороженість до можливостей та необхідності диференційованого навчання негативно відобразилась на існуванні таких шкіл та класів. На 80-ті роки кількість їх різко зменшилась. Єдиним видом диференціації навчання стали факультативні заняття, які повинні були забезпечити розвиток творчого потенціалу учнів, стимулювати і самостійність, і пізнавальну активність. Однак виявилось, що ефективність факультативів не така на яку розраховували.

Можна зробити висновок, що в період з 1958 по 1988 рр. диференціація навчання співпадає з фуркацією, тобто під диференціацією розуміють поділ навчальних планів з метою такої спеціалізації учнів, яка сумісна із збереженням загальноосвітнього характеру школи. В цей період розглядались такі *види* диференціації: внутрішня та зовнішня, а основними *формами* були: спеціалізовані школи (класи), факультативи.

Нове розуміння диференціації навчання бере початок після проведення Всесоюзного з'їзду працівників народної освіти (1988), на якому була прийнята Концепція загальної середньої освіти. Основними напрямками розвитку школи були проголошені гуманізація і демократизація, в зв'язку з чим однією з першочергових задач була названа найширша диференціація навчання, спрямована на розвиток індивідуальних творчих запитів учнів, повну реалізацію всіх природних задатків і схильностей особистості.

На сучасному етапі існує два види диференціації навчання - рівнева та профільна.

Значну роль у визначенні теоретичних основ диференційованого навчання як необхідної умови різностороннього й гармонійного розвитку особистості зіграли роботи вчених А.Арсеньєва [11], С.Шварцбурда [284], З.Слепкань [247-252] та багатьох інших. Питанню рівневої диференціації були присвячені роботи О.Бугайова [41], М. Ігнатенка [133], В.Фірсова [277], З.Слепкань [247-252] та ін. Ідея профільного навчання в старших класах школи, як реалізація проблеми диференціації навчання, знайшла втілення в роботах Г.Дорофєєва [108], Ю.Колягіна [147], М.Ткачової [265], В.Фірсова [277] та ін. В них відмічається, що профільне навчання сприяє якісній підготовці випускників

шкіл до навчання у ВНЗ за вибраним профілем та підготовці висококваліфікованих спеціалістів в різних галузях.

У дослідженні ми розрізняємо психологічний, педагогічний і методичний підходи до організації диференційованого навчання.

Психологічний підхід дозволяє врахувати індивідуальні особливості учнів і створити індивідуальні групи; *педагогічний* – передбачає систему навчання, що відповідає схильностям учнів, а *методичний* – диференціацію змісту навчального матеріалу.

У відповідності до психологічного, педагогічного та методичного підходів визначення диференціації, цілі диференціації навчання можуть бути сформульовані з соціальної, дидактичної та психолого-педагогічної точок зору. З *соціальної* точки зору метою диференціації навчання є формування творчого, інтелектуального, професійного потенціалу суспільства для раціонального використання можливостей кожного члена суспільства у його взаємовідносинах з соціумом. Метою диференціації з *дидактичної* точки зору є розв'язання проблем школи шляхом створення дидактичної системи диференційованого навчання учнів, основаної на принципово новій мотиваційній основі. З *психолого-педагогічної* точки зору метою диференціації навчання є його індивідуалізація, що основана на створенні оптимальних умов для розвитку задатків інтересів та здібностей кожного учня [57].

Мета диференціації процесу навчання – забезпечити кожному учню умови для максимального розвитку його здібностей, нахилів, задоволення пізнавальних потреб і інтересів в процесі засвоєння ним змісту загальної освіти. Виділяють три основні аспекти диференціації: врахування індивідуальних особливостей учнів; групування учнів на основі цих особливостей; варіативність навчального процесу в групах.

Специфіка диференціації навчання – врахування індивідуальних особливостей, притаманних групам учнів, і організація варіативного навчального процесу в цих групах. У нашому дослідженні розглядається процес навчання в класах з поглибленим вивченням геометрії. Диференціація

характеризується створенням груп учнів, з урахуванням компонентів методичної системи (цілі, зміст, методи, форми, результати) [210].

В педагогічній літературі різними науковцями даються різні тлумачення поняття диференціації навчання. Так педагогічний енциклопедичний словник [88] визначає поняття диференціації як форму організації навчальної діяльності учнів, при якій враховано їх нахили, інтереси та здібності. І.Унт визначає диференціацію так: «Диференціація – це розподіл учнів на групи на основі певних індивідуальних здібностей для окремого навчання» [269]. З.Калмикова тлумачить поняття диференціації наступним чином: «Диференціація навчання – це створення спеціалізованих класів, шкіл, які розраховані на врахування психологічних особливостей школярів» [138]. Диференціацію, як засіб індивідуалізації навчання трактують В.Монахов, В.Орлов, В.Фірсов [277]. М.Бурда [59] під диференціацією навчання розуміє «...таку систему навчання, при якій кожен учень, оволодівши деяким мінімумом суспільно значимої базової підготовки, дістає гарантовану можливість приділяти увагу тим напрямкам освіти, які в більшою мірою відповідають його здібностям, інтересам, майбутній професійній діяльності». Питанню визначення поняття диференціації навчання були присвячені роботи І.Осмоловської [204]. Всі дослідники поділяють думку про те, що необхідно враховувати індивідуальні особливості учнів. В першу чергу, необхідно враховувати психологічні особливості учнів, а саме такі, які впливають на їх навчальну діяльність та від яких залежать результати навчання.

Існує багато типологій особливостей. Наприклад, Ю.Бабанський [19] визначає критерії визначення навчальних можливостей учнів та наступного розподілу їх на групи: рівень розвитку психічних процесів та властивостей мислення (в першу чергу вміння виділяти суттєве та самостійне мислення учнів); сформованість навичок та вмінь навчання (в першу чергу вміння раціонально планувати навчальну діяльність, виконувати самоконтроль в навчанні та виконувати на достатньому темпі навчальні завдання); відношення до навчання, провідні інтереси та нахили; вихованість та розуміння необхідності навчальної дисципліни, наполегливість при виконанні навчальних

вимог; працьовитість; підготовленість за раніше пройденим матеріалом. Є.Рабунський [229] до особливостей учнів в першу чергу відносить: рівень успішності учнів; рівень пізнавальної самостійності; інтереси, які за принципом дієвості можна умовно розділити на три рівні – нульовий (відсутність інтересу до предмета), потенційний (позитивне відношення до навчання, бажання та спроби подолати труднощі в навчальній діяльності), дійовий (постійна пізнавальна направленість учня, основана на потребі самостійно отримувати знання, оволодівати навичками, вміннями). А.Бударний [42] бере за основу здібність до навчання та працьовитість, але підкреслює, що необхідно враховувати особистість учня в цілому – його інтереси, відношення до навчання, емоційні та волевові якості. І.Унт [269] виділяє наочуваність (розумові здібності), навчальні вміння, навченість, пізнавальні інтереси (на фоні загальної навчальної мотивації).

Диференційований підхід – один з основних загально дидактичних принципів навчання. Суть його полягає у передбаченні для кожного учня своїх способів опанування навчального матеріалу. І. Бутузов [63] зазначав, що «... основний зміст диференційованого підходу полягає в тому, щоб знати та врахувати індивідуальні відмінності у навчанні учнів, визначити для кожного з них раціональний характер роботи на уроці». Ю.Бабанський під диференційованим підходом розумів: «Спосіб оптимізації, який передбачає оптимальні поєднання загально класних, групових та індивідуальних форм навчання» [19,20]. «Особливим підходом вчителя до різних груп учнів, що полягає в організації навчальної роботи, різної за змістом, обсягом, складністю, методами, прийомами», - вважав диференційований підхід А.Кірсанов [140,141].

Досвід показує, що кваліфікована організація диференційованого підходу в навчанні вимагає значних часових витрат для підготовки до уроку, глибоких педагогічних, психологічних знань і складна для одного вчителя. Це стосується і забезпечення диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності.

Ми поділяємо думку М.Рогановського [233] щодо двох етапів диференційованого підходу – підготовчого і основного. Вважаємо доцільним

значну увагу приділяти підготовчому етапу, головне завдання якого – виявити та сформулювати схильності та інтереси учнів до самостійної навчальної діяльності. Великі можливості для цього має групова навчально-пізнавальна діяльність учнів.

Проведений аналіз педагогічної літератури виявив існування різних критеріїв створення таких навчальних груп: за відмінностями в навчальних інтересах учнів, мотивацією навчальної діяльності, ставленням до навчання (І.Якиманська, В.Буряк, А.Кірсанов); за успішністю (Є.Рабунський); за досягненням рівня обов'язкової підготовки (Г.Дорофєєв); за темпом навчальної роботи, якістю виконання завдань (В.Буряк); за научуваністю (І.Унт, Ю.Бабанський); за дидактичними темпами (І.Підласий); за працездатністю (А.Бударний); за навченістю, умінням самостійно працювати, пізнавальними інтересами (І.Унт); за рівнем пізнавальної активності, ступенем дієвості інтересу до навчання (Є.Рабунський) і т. д.

Порівнюючи думки різних дослідників, можна зробити висновок, що в першу чергу при диференційованому підході дуже важливим для успішної організації навчання є рівень розумового розвитку, складовими якого є научуваність та навченість.

Під поняттям «научуваність» психолог З.Калмикова розуміє «...систему інтелектуальних властивостей особистості, що формують якості розуму, від яких залежить продуктивність навчальної діяльності» [138]. Крім научуваності рівень розумового розвитку визначають також знання, вміння та навички, тобто навченість.

Вчені відмічають, що в процесі навчання необхідно також враховувати пізнавальні інтереси. Під такими інтересами розуміємо вибірково направленість психічних процесів людини на об'єкти та явища навколишнього світу, при якій спостерігається прагнення особистості займатися певною діяльністю.

Таким чином, види диференціювання можна розділити за здібностями до групи предметів, індивідуальними фізіологічними особливостями, інтересами, майбутньою професією, талантами дітей. Відповідно до цих видів диференціювання можна згрупувати учнів у класи різних профілів.

В педагогічній теорії та практиці існують наступні основні форми (типи) реалізації диференціації навчання: рівнева (внутрішня - без виділення стабільних груп) та профільна (зовнішня - з виділенням стабільних груп). Профільна (зовнішня) диференціація середньої освіти в Україні базується на розробленій Інститутом педагогіки АПН України Концепції профільної освіти в старших класах [151].

Профільна диференціація дозволяє навчатися старшокласникам за програмами, що відрізняються глибиною матеріалу, обсягом інформації, а також є професійно орієнтованими за змістом. Поглиблене вивчення окремих предметів є різновидністю профільного навчання, яке має достатньо високий рівень підготовки учнів за цими предметами, що дозволяє отримувати високі результати. Профільне навчання є найбільш демократичною та широкою формою фірмачії школи на старшому ступені.

Концепцією профільного навчання в старшій школі передбачено існування допрофільної підготовки – це класи з поглибленим вивченням математики в основній школі (8-9 кл.), а [222] передбачає таке навчання навіть у більш ранніх класах.

Порівнюючи думки різних дослідників, можна зробити висновок, що в першу чергу при диференційованому підході дуже важливим для успішної організації навчання є рівень розумового розвитку, складовими якого є научуваність та навченість.

Зовнішня диференціація характеризується: створенням однорідних груп учнів за здібностями, інтересами, нахилами та організацією в цих групах однорідного середовища, предметно та соціально орієнтованого. Тобто це диференціація за змістом навчального матеріалу. Внутрішня диференціація передбачає врахування індивідуально-типологічних особливостей дітей за рахунок створення мікрогруп (мобільних, гнучких, рухливих) в класі в залежності від поставленого навчального завдання; варіативність темпу вивчення матеріалу; диференціацію навчальних завдань, вибір різних видів діяльності, визначення характеру та обсягу допомоги вчителя; направлена не тільки на дітей, що відстають у навчанні, а здебільшого на обдарованих.

Внутрішня диференціація може здійснюватися в формі *диференційованого підходу*, тобто застосуванні методів, прийомів, організаційних форм навчання, які індивідуальними шляхами, з врахуванням психолого-педагогічних особливостей різних учнів та індивідуальним шляхом приводять до єдиних навчальних цілей. Такий підхід відповідає *рівневій диференціації*, що передбачає таку організацію навчання, при якій учні, навчаються за однією програмою, але мають можливість засвоювати її на різних рівнях, але не нижче рівня стандарту.

Внутрішню диференціацію можна здійснювати за допомогою: варіативності темпу вивчення матеріалу, диференціації навчальних завдань, вибору різних видів діяльності, дозованої допомоги з боку вчителя.

Впровадження диференційованого навчання та диференційованого підходу в організації самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні математики (геометрії) в школі дозволяє реалізувати такі цілі:

1. Створення оптимальних умов для виявлення задатків, розвитку інтересів та здібностей кожного учня.
2. Задоволення пізнавальних потреб, удосконалення мисленевої діяльності, розвиток інтересів учнів, виявлення здібностей та задатків, формування професійних якостей.
3. Розв'язання сучасних проблем школи шляхом створення такої методичної системи диференційованого навчання учнів, яка базується на сучасній мотиваційній основі.

Поглиблене вивчення геометрії відбувається при диференціації за здібностями до групи предметів, за інтересами, за майбутньою професією та за здібностями. Навчальними закладами, де буде відбуватися таке викладання, можуть бути ліцеї, гімназії, спеціалізовані школи, школи при ВНЗ, школи з спеціалізованими класами. Профільні класи з поглибленим вивченням математики, в тому числі геометрії передбачають навчання старшокласників, що забезпечить, по-перше, загальноосвітню підготовку учнів, а по-друге – спеціалізовану поглиблену підготовку до майбутньої професійної діяльності

[223]. Наше дослідження присвячене внутрішній диференціації в класах з поглибленим вивченням математики (геометрії), а саме застосуванню рівневої диференціації та диференційованого підходу в самостійній навчальній діяльності.

Основні компоненти рівневої диференціації навчання математики (геометрії): змістовний, організаційний та рівневий. Змістовний компонент визначається цілями навчання, зафіксованими в програмі, підручниках, які в свою чергу, визначаються системою дидактичних завдань, адекватних змісту освіти і етапам навчального пізнання. Організаційний компонент включає форми навчальної діяльності учнів на уроці, методи і прийоми навчання. Рівневий компонент визначається системою знань і умінь з математики (геометрії), адекватних змісту навчання і віковим можливостям учнів.

Аналізуючи результати дослідження та працюючи в умовах рівневої диференціації навчання прийшли до висновку, що створена навчальна ситуація розв'язується через систему конкретних практичних ситуацій, в яку безпосередньо входить система навчальних проблем, методи організації навчального процесу і в тому числі організація самостійної навчальної діяльності.

Диференціація може здійснюватись за обсягом або за змістом матеріалу, мірою допомоги вчителя та іншими ознаками. Склад груп може, змінюватись залежно від рівня досягнень учнів, змісту теми тощо. У процесі використання диференційованого підходу необхідно здійснювати поступовий перехід від колективних форм роботи учнів до частково самостійних і повністю самостійної навчальної діяльності.

Внутрішньокласну диференціацію та самостійну діяльність учнів можемо розглянути за таблицею 1.1.

Узагальнення власних напрацювань, досвіду інших вчителів, результатів педагогічного експерименту дає змогу виділити методичні вимоги, за яких використання диференційованого підходу у навчанні та організації самостійної навчальної діяльності учнів стає ефективним: 1) враховування готовності учнів до певної діяльності; 2) передбачення труднощів, які можуть виникнути в учнів

під час засвоєння матеріалу; 3) використання в системі уроків диференційованих за складністю завдань для індивідуальної та групової роботи; 4) проведення перспективного аналізу діяльності вчителя та учнів (з якою метою планується виконання тих чи інших завдань, чому їх треба виконувати саме на даному етапі уроку, як продовжити розпочату роботу на наступних уроках).

Таблиця 1.1

Внутрішньокласна диференціація та самостійна діяльність учнів

Форми внутрішньокласної диференціації	Способи включення диференційованих завдань в навчальний процес та самостійну навчальну діяльність	Спрямованість диференційованих завдань
Виконання самостійних завдань різного рівня складності	- учитель пропонує завдання кожному учню; - учні самостійно вибирають завдання певного рівня складності	- завдання на усунення прогалин в знаннях учнів; - завдання, які враховують наявні в учнів знання з даної теми; - творчі завдання
Дозування допомоги учителя учням в їх самостійній навчальній діяльності	- учитель пропонує завдання, але обсяг дозування допомоги визначає сам учень; - учень сам обирає завдання, але обсяг дозування допомоги визначає вчитель; - учень сам обирає завдання і сам визначає обсяг дозування допомоги	- розбивка тексту або вправи на самостійні частини; - завдання з письмовою інструкцією; - робота з підготовчими вправами, з наочним матеріалом

Основними завданнями поглибленого вивчення геометрії є формування в учнів стійкого інтересу до предмета, виявлення і розвиток математичних здібностей, орієнтацію на професійну діяльність, яка потребує високого рівня математичних знань, підготовки до навчання у вищому навчальному закладі з відповідним фаховим спрямуванням [52].

Дотримуємося думки, що напрямки поглиблення змісту у вивченні геометрії наступні:

- більш повне, ґрунтовне вивчення змістовних ліній навчальної програми;
- забезпечення діяльнісного підходу до навчання геометрії (засвоєння не лише готових знань, а й способів цього засвоєння, способів міркувань, які

застосовуються в геометрії, створення методичних ситуацій, які стимулюють самостійні відкриття учнями нових фактів);

- спрямованість навчання на творчий розвиток учня (вироблення вмінь доводити геометричні твердження і розв'язувати задачі, застосовувати методи геометрії, розуміння аксіоматичної побудови геометрії, суті абстрактних геометричних конструкцій);

- виконання учнями завдань, які сприяють розвитку культури мислення, інтелектуальних умінь (порівняння, узагальнення, класифікація, аналогія, визначення закономірностей та ін.), формуванню вмінь планувати свою діяльність, співвідносити одержані результати з метою діяльності та ін.;

- включення в процес навчання нестандартних, творчих задач;

- розширення кругозору учнів в процесі роботи з додатковою літературою та іншими джерелами інформації.

Навчальні заклади, в яких передбачено поглиблене вивчення предметів, мають специфіку організації процесу навчання. В гімназії, наприклад, ця специфіка полягає у великому обсязі самостійної навчальної діяльності: робота з додатковою літературою, різними джерелами інформації, проведення самостійних експериментально-дослідницьких робіт ([81], [84]). Навчання ведеться на високому рівні складності, збільшується обсяг теоретичного матеріалу. При організації процесу навчання широко використовують елементи модульної технології [38].

Класи з поглибленим вивченням окремих предметів і профільні класи у школах є формою диференціації за інтересами учнів. Різниця їх в тому, що в профільних класах поглиблено вивчається не один, а група взаємопов'язаних предметів. Відмінними ознаками профільного класу є: поглиблене вивчення ряду взаємопов'язаних предметів; поглиблення в профільному предметі тих тем, які визначаються профільною спрямованістю [15]. Для профільних класів характерним є включення в зміст освіти спеціальних предметів, спецкурсів, близьких профільному.

Специфіка основних методів, прийомів, форм навчання в класах поглибленого вивчення предметів і профільних класах обумовлюється: збільшенням обсягу самостійної навчальної діяльності учнів; збільшенням обсягу роботи з додатковою науково-популярною, науковою літературою та додатковими джерелами інформації; широким використанням проблемних методів викладання матеріалу; посиленням дослідницької роботи учнів. Ліцеї, лицейні класи, школи при вищих навчальних закладах – це форма диференційованого навчання, орієнтованого на майбутню професію учнів.

Незважаючи на чималий досвід функціонування класів з поглибленим вивченням математики, профілізацією, все ж приходиться говорити про існуючі недоліки в організації навчально-виховного процесу в них. Основними є такі: формальне проведення відбору учнів (зарахування до таких класів нерідко здійснюється на безконкурсній основі на підставі заяви батьків [222]); недостатня увага до кадрового забезпечення з боку адміністрацій (функціонувати такі класи можуть за наявності кваліфікованих спеціалістів (вчителів, викладачів), відповідного програмного та матеріально-технічного забезпечення [222]). Слід відмітити, що позитивною тенденцією є забезпечення навчальною літературою учнів таких класів, але фактично відсутній централізований випуск наочних посібників, недостатнє забезпечення навчального процесу програмними педагогічними засобами. Практика свідчить, що в класах з поглибленим вивченням математики часто є учні, які з різних причин помітно відстають від своїх ровесників у опануванні нових знань, формуванні навичок і вмінь. В цій ситуації на допомогу вчителю приходять внутрішня диференціація, а з огляду самостійної навчальної діяльності – диференційований підхід до неї. Такий підхід дає можливість реалізувати мету в навчанні кожному учню.

Формування культури мислення учнів на уроках математики завжди було і залишається однією з основних загальноосвітніх та виховних задач. Як відмічав А.Погорелов «...дуже мало випускників шкіл будуть математиками. Але навряд чи знайдеться хоча б один, якому не потрібні навички

розмірковувати, аналізувати, доводити» [217]. Профілізація школи, нові вимоги до освіти передбачають вміння учнями мислити. Необхідною умовою та важливою частиною такого вміння є логічна грамотність, тобто деякий мінімум логічних знань та вмінь, що необхідні для кожної інтелектуальної особистості. Логіка, як предмет, що навчає виконувати правильні міркувальні операції (методи пізнання), необхідна для поглибленого вивчення математики, взагалі, а геометрії – особливо. Навчити учнів аналізу, синтезу, узагальненню, конкретизації, класифікації; індукції, дедукції, аналогії; роботі з поняттями та судженнями; методам доведення тверджень; формуванню гіпотез та побудові умовиводів та розвинути просторове мислення допомагає факультативний курс «Логіка». Всі ці знання суттєво допомагають вивчати поглиблений курс геометрії і є суттєвим доповненням профільного навчання математики.

В результаті аналізу диференційованого підходу до поглибленого вивчення геометрії приходимо до висновку, що система диференційованих самостійних навчальних завдань з геометрії повинна: забезпечити індивідуальний (за рівнем розумового розвитку) темп засвоєння учнями геометричних знань, умінь і навичок на даному етапі навчання; забезпечити засвоєння, застосування, закріплення понять і способів геометричних дій, що вивчаються; будуватися за принципом поступового зростання складності, забезпечувати спочатку рівень обов'язкової геометричної підготовки, як основу диференціації навчання; сприяти загальному розвитку учнів; відповідати конкретним дидактичним цілям уроку, етапу навчання і узгоджуватися з формами навчальної діяльності; будуватися на базі діючих підручників з використанням додаткових збірників задач і дидактичних матеріалів; мати задачі трьох рівнів, які відповідають розробленим в психології та методиці навчання математиці рекомендаціям відповідно до складності, трудності і ступеня проблемності, а також відомим в дидактиці рівням засвоєння знань і способів дій.

1.2 Цілі, зміст, форми, види самостійної навчальної діяльності старшокласників

Відповідно до Основних напрямків реформи загальноосвітньої школи увага вчителів спрямована на всебічний розвиток пізнавальної активності учнів, прищеплення їм інтересу до навчання, формування навичок самоосвіти. У розпорядженні вчителя для цього є багато методів, і серед них особливу роль відіграє метод, який дістав назву «самостійна робота учнів». Аналіз психолого-педагогічної літератури показує, що відсутній єдиний погляд на те, що треба розуміти під самостійною роботою.

Проблема самостійної роботи учнів розв'язувалася й розв'язується багатогранно в різних аспектах, причому думки розійшлися й у визначенні поняття самостійної роботи, і у трактуванні специфічних її ознак, і у з'ясуванні її впливу на пізнавальні процеси учнів, і у визначенні її навчально-виховних результатів. Так, вважають, що самостійна робота це: форма навчання (Т.Шамова [281]); метод навчання (Л.Жарова [115]); засіб навчання (П.Підкасистий [213,214]); вид навчальної діяльності (Є. Нелін [196], І.Унт [269]); тип навчальних завдань, які виконуються під керівництвом вчителя (П.Підкасистий [213], Л.Зоріна [129], М.Скаткін [245] та ін.); робота учнів, яка проводиться за спеціальним індивідуальним навчальним планом, складеним на основі врахування індивідуальних особливостей і пізнавальних можливостей учнів (С.Архангельський [12]).

Дослідник В. Козаков [143,144] вважає самостійну роботу специфічним видом діяльності навчання, головною метою якого є формування самостійності суб'єкта, а формування його вмінь, знань та навичок відбувається опосередковано через зміст та методи всіх видів навчальних занять. Мета самостійної роботи учнів полягає у розвитку «...такої риси особистості, як самостійність, а саме здатність організовувати та реалізовувати свою діяльність без стороннього керівництва і допомоги» [144].

Самостійність у трактуванні українського педагогічного словника [88] – це одна з властивостей особистості, що характеризується такими факторами: по-перше, сукупністю засобів знань, умінь і навичок, якими володіє

особистість; по-друге, ставленням особистості до процесу діяльності, її результатів і умов здійснення, а також зв'язки з іншими людьми, які складаються в процесі діяльності.

Як вважає А.Алексюк ([5],[7]), самостійна робота виступає чи не єдиним способом формування самостійності в набутті знань.

Самостійна робота у кожній конкретній ситуації, що виникає у процесі навчання, повинна відповідати конкретній дидактичній меті та завданням. Під час розв'язання нових пізнавальних завдань учнем, вона повинна психологічно налаштовувати його на самостійне систематичне поповнення своїх знань і вироблення вмінь орієнтуватися у потоці наукової інформації. Якісна освіта передбачає самостійну навчально-пізнавальну діяльність учня, що саморозвивається, рухається від незнання до знання. Така діяльність реалізується у вигляді системи самостійних пізнавальних, навчальних дій школяра та зумовлена розвитком його особистих пізнавальних процесів і емоційно-вольової сфери.

Метою самостійної роботи є не тільки вироблення у старшокласників уміння самостійно поповнювати свої знання та вільно орієнтуватися у потоці наукової інформації, а й формувати активність та самостійність, як необхідні умови для подальшого навчання. Завданням вчителя є організація процесу самостійної навчальної діяльності так, щоб в учнів підвищувався інтерес до знань, зростала потреба у більш повному і глибокому їх засвоєнні, розвивалась самостійність у роботі, щоб кожен учень працював з повним напруженням своїх сил, щоб самостійна робота сприяла більш глибокому засвоєнню програмного матеріалу, виробленню міцних навичок й умінь, розвитку різноманітних здібностей учнів, їх особистісних якостей, просторових геометричних уявлень в учнів, до навчання школярів самостійно здобувати необхідну інформацію, аналізувати її, виконувати обчислення та обирати оптимальне рішення.

Немає єдиної точки зору і до поняття «диференціація самостійної навчальної діяльності». Виходячи з структурної або функціональної точок зору даються різні визначення.

З позиції *психології* – це врахування різних індивідуальних особливостей учнів і створення відповідних постійних або тимчасових типологічних груп учнів для окремого виконання самостійної навчальної діяльності; з позиції *педагогічного підходу* - це система впливу на учнів під час самостійної навчальної діяльності, яка максимально відповідає їх нахилам і можливостям; з точки зору *дидактико-методичного підходу* – це диференціація змісту навчального матеріалу, методів і форм самостійної навчальної діяльності [152].

Об'єднуючи ці підходи, під диференціацією самостійної навчальної діяльності можна вважати різний підхід до учня або груп учнів, що передбачає організацію самостійної навчальної діяльності, яка відрізняється за змістом, обсягом, складністю, методами й засобами. Отже, якщо індивідуалізацію навчання можна розглядати як реалізацію індивідуального підходу до учня, то диференціацію самостійної навчальної діяльності – як реалізацію диференційованого підходу до неї. При цьому диференційований підхід у навчанні є необхідною умовою впровадження індивідуального підходу через систему диференційованого навчання.

Цілі диференційованої самостійної навчальної діяльності передбачають:

- 1) особистісна орієнтація змісту освіти, яка передбачає розвиток творчих здібностей учнів, індивідуалізацію навчання з урахуванням інтересів та нахилів, проектування власної життєвої траєкторії;
- 2) посилення практичної спрямованості вивчення курсу геометрії шляхом компетентісного підходу;
- 3) формування уміння самостійно поповнювати свої знання, вільно орієнтуватися у потоці наукової інформації;
- 4) формування активності та самостійності як необхідної умови для подальшого самонавчання.

Зміст самостійної навчальної діяльності передбачає активні розумові дії, що пов'язані з відшукуванням найбільш раціональних методів навчально-пізнавальної діяльності та дає можливість сформуватись навчально-пізнавальним компетенціям: отримані знання та вміння, цілепокладання,

планування, рефлексія, самооцінка своєї діяльності. При поглибленому вивченні геометрії важливо, щоб учні під час вивчення матеріалу змогли виявити природу наукових знань. При цьому систематизацію та узагальнення знань використовують для демонстрації способу дослідження конкретних проблем з метою використання його учнями в подальшій самостійній навчальній діяльності. Це уможлиблює розвиток таких майбутніх професійних навичок учнів як:

– пізнавальні (інтерпретація тексту, виділення головного, відбір інформації у відповідності з метою та потребами, використання відповідної символіки). Наприклад, наукове повідомлення з теми «Барицентричні координати»;

– діяльнісні (планування, рефлексія діяльності та її практична реалізація). Наприклад, самостійна навчальна діяльність під час виконання проекту на тему «Правильний тетраедр»;

– комунікативні (розвиток вмінь розуміти мову схем, вести діалог з вчителем та однокласниками, дотримуватись та захищати певну позицію у відповідності з власною оцінкою ситуації). Наприклад, відстоювання власного способу розв'язування задачі, під час проведення уроку однієї задачі.

Самостійна навчальна діяльність учнів завжди має певну дидактичну спрямованість. За дидактичною метою розрізняють такі види діяльності: отримання нових знань, формування та вдосконалення умінь та навичок (загально навчальних вмінь); застосування знань, умінь та навичок; перевірка результатів навчання.

Часто одна й та сама самостійна навчальна діяльність дає змогу одночасно розв'язати кілька дидактичних завдань. Наприклад, коли учні самостійно опрацьовують новий матеріал за підручником чи розв'язують задачі різного типу, то разом із сприйманням нових знань вони вдосконалюють наявні загальні навчальні вміння [111].

Ми погоджуємося з І. Якиманською ([292],[295]), що загальнонавчальні вміння в процесі навчання математики містять такі три групи: вміння та навички, що виконують *інформативну функцію (перша група)* - сприяють

засвоєнню знань; вміння та навички, що забезпечують *розвивальну функцію (друга група)* - професійні; вміння та навички *загальнокультурної розумової праці (третьа група)*.

До *першої групи* (інформативна функція) ми відносимо навчально-організаційні вміння (ставити завдання та раціонально їх планувати; створювати умови для їх успішної реалізації); навчально-інформаційні вміння (працювати з різними джерелами інформації, вміння опрацьовувати інформацію, що подано в різному вигляді); навчально-інтелектуальні вміння (мотивація своєї діяльності; сприйняття та запам'ятовування інформації; обмірковування інформації; обмірковування навчального матеріалу; виділення суттєвого; самостійне виконання вправ; розв'язування проблемних, пізнавальних задач; самоконтроль в навчальній діяльності).

До *другої групи* (розвивальна функція) належать вміння, що орієнтовані на майбутню професію: пізнавальні, діяльнісні, комунікативні.

Третю групу (загальнокультурної розумової праці) складають вміння, що передбачають правильне оформлення результатів самостійної навчальної діяльності: ведення записів, конспектування, складання таблиць, діаграм, опорних конспектів; оформлення проектної роботи у вигляді виготовлення бюлетенів, презентацій, веб-сайтів; наукових доповідей, інформаційних повідомлень, науково-практичних робіт в МАН; підготовка до лекції, семінару, конференції; планування ходу дослідження (доведення); послідовне та аргументоване викладення та захист власної думки.

Вказані три групи вмінь визначають зміст та характер тієї діяльності, яка називається вмінням вчитися.

Серед навчальних вмінь є такі, основу яких утворюють практичні дії. В геометрії це обчислення, побудова та вимірювання. Також розглядають розумові дії, які не підлягають безпосередньому контролю за ходом їх виконання. До таких дій можна віднести спостереження, запам'ятовування, створення образів та оперування ними. Наприклад, задача: «Дано дві мимобіжні прямі a та b . Через кожну точку прямої a проводимо пряму, яка паралельна до прямої b . Доведіть, що всі такі прямі лежать в одній площині.

Як розташована ця площина по відношенню до прямої b ? Відповідь обґрунтуйте».

Вміння створювати геометричні образи та оперувати ними відносяться до тих вмінь, за якими визначаються індивідуальні особливості учня.

Самостійність у набутті знань проявляється лише завдяки власній діяльності з появою потреби в знаннях, пізнавальних інтересів, захопленості. В цьому розумінні самостійності насправді неможливо навчитися. Таку самостійність можна лише виховувати. У процесі самостійної навчальної діяльності учнів при поглибленому вивченні геометрії виробляється внутрішня пізнавальна потреба, вміння доказово міркувати, вдосконалюються розумові операції, виробляється професійне теоретичне мислення. Самостійність у здобутті знань передбачає оволодіння складними вміннями і навичками бачити сенс та мету роботи, організацію власної самоосвіти, вміння по-новому підходити до питань, що вирішуються, пізнавальну і розумову активність і самостійність, здатність до творчості.

Самостійна навчальна діяльність, виступаючи специфічним педагогічним засобом організації та управління самостійною діяльністю учня, має подвійну природу. З одного боку, вона постає як навчальне завдання, тобто об'єкт діяльності учня, запропонований вчителем чи підручником, з іншого - формою прояву певного способу діяльності по виконанню відповідного завдання. Розвиток самостійності учнів це мета діяльності як вчителів, так і учнів, тому вчитель повинен створити умови для спонукання учня до самостійної роботи, такий диференційований режим самостійної діяльності, який би дав змогу реалізувати головну мету - розвиток особистості учня, її творчого потенціалу. Реалізацією такого підходу, наприклад, є підготовка кожним учнем науково-дослідного проекту ([99], [122]).

Широке застосування самостійної навчальної діяльності під час навчального процесу дає змогу успішно розв'язувати багато навчально-виховних завдань: підвищити свідомість і міцність засвоєння знань учнями; виробити в них уміння й навички, яких вимагає навчальна програма; навчити користуватися набутими знаннями і вміннями в житті, суспільно корисній

праці; розвивати в учнів пізнавальні здібності, спостережливість, допитливість, логічне мислення, творчу активність під час засвоєння знань; прищеплювати їм культуру розумової праці, вчити їх самостійно продуктивно і з інтересом працювати; готувати учнів до того, щоб вони могли ефективно займатися професійною діяльністю.

Самостійна навчальна діяльність учнів старших класів - спланована, пізнавальна, організаційно і методично спрямована особиста діяльність без прямої допомоги вчителя. У традиційній системі навчання розрізняють такі форми організації навчання: шкільна та позашкільна робота. До шкільної самостійної навчальної діяльності можемо віднести: урочну та після урочну (індивідуальні консультації, факультативи, гуртки, курси за вибором). Позашкільна самостійна робота може розглядатись за метою: для подолання труднощів та для одержання додаткових знань. Самостійна робота над подоланням труднощів, що виникли при навчальній роботі організовується у вигляді індивідуальних консультацій, роботи з різними допоміжними джерелами інформації.

Велике значення в організації самостійної навчальної діяльності старшокласників відіграє вибір часу виконання роботи, теми, форми і засобів. Тому в системі самостійного навчання важливе місце займають творчі завдання: доповіді, огляди тощо. Ці завдання спонукають досліджувати, оскільки охоплюють широкий діапазон матеріалів: від огляду літератури, преси до власних роздумів з приводу досліджуваної теми. Ефективними виявилися такі форми організації самостійної роботи: семінарські заняття (наприклад, «Застосування векторного методу розв'язування стереометричних задач»), виконання проектів (наприклад, «Паркети у тривимірному просторі», Додаток Б), наукові читання або конференції (наприклад, «Числа Фібоначчі у перерізі куба»), підготовку учнівських сайтів (наприклад, «Видатні українські математики»).

Перебудова системи освіти ставить нові вимоги до методів та технологій викладання. Так, при диференційованій рівневій системі навчання традиційні уроки набувають інноваційного вигляду. Залежно від охопленості учнів, усі

інтерактивні технології навчання поділяють на такі групи: парну (учень-учень, учень-вчитель тощо); фронтальну (навчання всього класу); групову або кооперативну (усі учні активно навчають один одного); індивідуальну роботу учня. Але, незалежно від виду роботи, кожен учень має власну мету самостійної діяльності (докладніше у параграфі 2.2).

Для старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії проводити уроки рекомендується у вигляді різноманітних за формами активних лекцій, що дозволяє значно підвищити творчий поведінковий потенціал аудиторії. Експериментально підтверджена ефективність таких видів лекцій: бінарна (інтегрований виклад матеріалу з декількох предметів, або виклад матеріалу вчителем та запрошеним науковцем, або у вигляді співпраці вчителя та учня. Наприклад, додаток В, заплановано виступи учнів про творчість Ешера та наукова доповідь учня про фрактали. Доцільно запросити вчених, що займаються дослідженням даної теми), лекція-візуалізація (Додаток Г), лекція із заздалегідь запланованими помилками, лекція-конференція, лекція-діалог, лекція із застосуванням ігрових засобів, лекція-консультація тощо.

В залежності від використання джерел знань самостійна навчальна діяльність може бути організована як робота з друкованими виданнями (підручниками, посібниками, збірниками задач, довідниками, науково-популярними виданнями); з роздатковим матеріалом (графічними наочними посібниками, об'ємними наочними посібниками, дидактичним матеріалом); з аудіовізуальними засобами навчання; з комп'ютером та в мережі INTERNET.

Самостійна навчальна діяльність буде ефективною за організаційно-методичних умов:

- чітка організація зі сторони навчального закладу, вчителя; здійснення постійного педагогічного контролю;

- застосування самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії, щоб на меншому обсязі теоретичних знань дати більше можливості самостійно працювати для засвоєння певного геометричного матеріалу.

Складовими плану самостійної навчальної діяльності є навчально-методичний пакет для учня: програма та календарний план з чітким визначенням змісту та обсягу класної та позакласної навчальної роботи; основні поради учням щодо вивчення предмету (у письмовій формі); добірка контрольних задач, запитань і тестів для самоперевірки; перелік літературних джерел та їх окремі примірники, що сприяють вивченню предмета; методичні рекомендації щодо вивчення окремих тем чи напрацювання практичних навиків; перелік питань, що виносяться на заняття; перелік тем рефератів, інформаційних повідомлень, статей, виступів на конференціях, факультативах та засіданнях гуртка, проектних робіт та науково-дослідних робіт; критерії оцінювання.

У педагогічній практиці використовуються різноманітні *прийоми організації самостійної діяльності* старшокласників [23]: організація роботи з навчальними матеріалами; збір (накопичення) матеріалу з досліджуваної теми; організація учнів на підготовку і написання реферату з геометрії; виконання проекту, творчої роботи; спрямування роботи учнів із конспектом-схемою, що розроблено вчителем або самим учнем; аналіз порівняльного і досліджуваного матеріалу; організація виконання індивідуальних завдань; розв'язування завдань за темами; організація і проведення виступів з рефератом на лекції, семінарі, конференції; організація учнів для участі в навчальній грі тощо.

Узагальнюючи результати дослідження, нашого педагогічного експерименту за характером навчальної самостійної діяльності учнів та за типом їх пізнавальної діяльності самостійну навчальну діяльність з математики можна розділити на види: репродуктивна самостійна навчальна діяльність; варіативна самостійність; частково-пошукова (евристична) самостійна навчальна діяльність; творча самостійна навчальна діяльність.

Діяльність першого виду спостерігається при виконанні вправ, що потребують простого відтворення набутих знань. Учень при цьому, маючи правило, зразок, самостійно розв'язує задачі, різні вправи на його застосування. Такий вид самостійної навчальної діяльності доцільно застосовувати на

початку вивчення теми, але завдання вчителя – забезпечити перехід всіх учнів до інших видів самостійної навчальної діяльності.

Самостійна навчальна діяльність варіативного виду передбачає вміння з декількох наявних правил, означень, зразків міркувань і т. д. вибрати одне та використовувати його в процесі самостійного розв'язання нового завдання. Цей вид самостійної навчальної діяльності потребує вмінь виконувати розумові операції (аналогія, синтез, порівняння, аналіз), які дають змогу учневі відшукати способи розв'язання задачі, порівняти їх та обрати найбільш дієвий.

Частково-пошуковий (евристичний) вид самостійної навчальної діяльності передбачає: вміння учнів з наявних правил та способів розв'язування завдань деякого розділу геометрії конструювати узагальнені способи розв'язання більш ширшого класу завдань, в тому числі з інших розділів геометрії; вміння переносити геометричні методи, що розглянуто в одному розділі, на розв'язання завдань іншого розділу або із суміжних навчальних предметів; прагнення знайти «власне правило», прийом, спосіб діяльності; пошук декількох способів розв'язання завдання та вибір найбільш раціонального; оригінального; варіювання умов завдань та порівняння відповідних способів розв'язування і т. д. У такій самостійній навчальній діяльності присутні елементи творчості. Учень демонструє відносно великий набір прийомів розумової діяльності – вміє проводити порівняння, аналіз, синтез, абстрагування і т. д. В його діяльності значне місце займає контроль результатів та самоконтроль. Він може самостійно спланувати та організувати свою навчальну діяльність.

При поглибленому вивченні геометрії самостійна навчальна діяльність деяких учнів носить творчий характер, що виражається в самостійному визначенні проблеми або задачі; створенні плану та способів її розв'язання; висуненні гіпотез та їх перевірки; проведенні власних досліджень і т. д. Тому виділяємо четвертий вид самостійної навчальної діяльності – творчу.

1.3 Психолого-методичні основи диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників

Диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності передбачає насамперед врахування психологічних особливостей старшокласників: біологічних, соціальних і власне психологічних. Біологічна сторона (зовнішній вигляд, фізична сила, інстинкти і рефлекси, тип вищої нервової діяльності та ін.) визначається спадковістю і вродженими задатками та може змінюватися під впливом умов життєдіяльності. У соціальній характеристиці втілюються національність, ментальність, суспільні стосунки та інші якості, які породжуються належністю старшокласників до певної соціальної групи. В основі психологічної характеристики старшокласника лежить єдність психологічних процесів, станів і властивостей особистості. Основне в психологічній характеристиці – психічні властивості (спрямованість, темперамент, характер, здібності). Від них залежить протікання психічних процесів, виникнення і прояв психічних станів. У дослідженнях, присвячених аналізу і характеристиці особистості старшокласника [232], підкреслюється суперечливість його внутрішнього світу, складність формування власної індивідуальності, протиріччя між можливостями та їх реалізацією тощо.

Рушійною силою навчального процесу є протиріччя між знаннями і незнаннями, між пізнавальними і практичними завданнями, що висуваються самим процесом навчання і наявним рівнем знань, умінь і навичок учнів, рівнем їх розумового розвитку. Завдяки цьому протиріччю, учень наче входить у «зону найближчого розвитку». Проте це протиріччя актуалізує лише гностичну, когнітивну сторону діяльності учнів і не зачіпає особистісно значущі, ціннісні сфери їхньої свідомості. Процес оволодіння знаннями і вміннями повинен здійснюватися в атмосфері інтелектуальних, моральних і естетичних переживань, зіткнення думок, поглядів, позицій, наукових підходів, пошуку істини, проектування можливих розв'язків пізнавальних завдань, творчості вчителів і учнів, співпраці, прагненні до самостійної навчальної діяльності.

Для нашого дослідження представляє інтерес комплекс психолого-педагогічних умов розвитку рівневої самостійної навчальної діяльності

старшокласників. На основі досліджень психологів Л.Виготського, Л.Занкова, П.Гальперіна, Н.Тализіної, Г.Костюка, В.Давидова, Д.Ельконіна та дидактів О.Савченко, Ю.Бабанського, А.Алексюка та ін., результатів нашого дослідження, а також узагальнення пілотажного опитування вчителів, спостережень за діяльністю вчителів і власного досвіду, виділено психолого-дидактичні умови, які впливають на підвищення ефективності навчання геометрії взагалі та розвитку рівня самостійної навчальної діяльності учнів зокрема, дають можливість здійснювати диференційований підхід до самостійної навчальної діяльності.

Ми підтримуємо думку І.Сверчевської [242], що такі умови поділяються на *зовнішні* (форми, методи і засоби навчання; побудова навчальних планів, програм, відбір змісту навчального матеріалу; цілепокладання; організація навчання; професіоналізм діяльності вчителя (див. розділ 1.2)) та *внутрішні* (сформованість мотиваційної сфери; рівень знань; емоційно-позитивне ставлення до учіння; пізнавальні уміння (гностичні, проектувальні, конструктивні)).

Аналіз шкільної практики свідчить, що існує невідповідність між педагогічними вимогами, які ставляться до учня і його реальними навчальними можливостями, а також недостатня сформованість у школярів загально навчальних та спеціальних умінь, які забезпечують самостійну навчальну діяльність. Будь – яка потреба, в тому числі й потреба в самостійній навчальній діяльності, спонукає людину до активної дії, лише тоді, коли вона усвідомлюється особистістю. Але для розвитку й поглиблення потреби, викликаній активною діяльністю, недостатньо лише її усвідомлення. Потрібно враховувати і суспільну значимість. А сьогодні суспільство відчуває необхідність у підвищенні освіченості його членів й культурного їх розвитку, тому суспільне значення самостійної навчальної діяльності постійно зростає.

Під час констатуючого експерименту нами було проведено опитування «Як я ставлюся до навчання?» серед старшокласників шкіл та ліцеїв м. Києва (1200 осіб), які поглиблено вивчають математику. За даним опитуванням визначено ставлення учнів до навчання взагалі й до різних предметів зокрема.

Так, близько 20% опитуваних мають активно–позитивне ставлення до навчання; близько 57% – позитивне; 16% – байдуже; 5% – негативне; 2% – дуже негативне.

Викликає занепокоєння той факт, що 23% опитаних (як старшокласників так і вже студентів) не мають позитивної мотивації до навчання, потреби вчитися, а це майже четверта частина всіх майбутніх студентів або вже студентів. Дослідження показало, що у значної частини старшокласників не сформовані загально навчальні вміння самостійно працювати. Так, лише 30,6% учнів мають високий рівень розвитку уваги на заняттях, уміють слухати лектора – 24%, а конспектувати почуте та прочитане – 27,1% старшокласників. Отже, лише 25-30% школярів володіють навичками самостійної діяльності, необхідними для успішного навчання у вищому навчальному закладі (додаток Д1, Д2).

Потреба в самостійній навчальній діяльності – особистісна якість людини, отже, її розвиток її відбувається індивідуально. Як вказує В.Буряк [61], навіть за однакових психічних особливостей двох учнів (нахилів, здібностей, темпераменту, вольових якостей) навряд чи буде однаковим зміст їхньої самостійної діяльності. Багато що тут визначається інтересом учня не тільки до змісту навчального матеріалу (предметна потреба), а й до процесу набуття знань (функціональна потреба). Багато залежить від усвідомлених мотивів самостійної навчальної діяльності, об'єктивної і суб'єктивної значущості, теоретичної і практичної підготовки учнів, ступеня оволодіння вмінням здійснювати самостійну роботу, фізіологічного й емоційного стану та інших факторів. Індивідуальність виявляється також у темпах розумового розвитку, у здатності до проникнення в сутність явищ, у самостійності використання набутих знань.

Оновлення навчального процесу можливе лише при залученні школярів (старшокласників в першу чергу) до самостійної навчальної діяльності. Навчання – безперервний процес. Він не закінчується на занятті, а має спільні методи і прийоми, і цей процес не завершується лише організаційними формами. В основі самостійної навчальної діяльності учня повинна бути

мотивація, яка змушує особистість безперервно вдосконалювати знання. Постановка чи формулювання мотивів навчальної діяльності носить особистісний підхід. Кожна людина сама чітко визначає і усвідомлює для чого їй потрібний певний рівень знань.

Потреба в самостійній навчальній діяльності є необхідним елементом пізнавальної потреби. Чим повнішу й різноманітнішу інформацію отримують учні, тим різноманітніші джерела та способи отримання пізнавальної інформації, тим більше умов для розвитку потреби в знаннях.

Використовуючи різні засоби навчання, додаткову літературу, різноманітні джерела інформації, ми маємо змогу урізноманітнити засоби задоволення пізнавальних потреб учнів, отже, сприяємо розвитку в них потреби в знаннях [9].

Важливими умовами розвитку потреб є:

1). Перехід від репродуктивної діяльності до творчої, що не тільки зміцнює емоційне ставлення особистості до самостійного навчання, а й веде до визнання даної діяльності основним покликанням особистості[1].

2). Залежність від того, наскільки складне для учня їх задоволення. Труднощі можуть виникати в самій самостійній навчальній діяльності, яка може здатися учневі малодоступною. Тому, дуже важливо, щоб учень вірив у свої сили, в можливість успішного навчання. Для цього вчителю потрібно створювати ситуації успіху для кожної дитини, спираючись на знання про її можливості[6].

Слід відзначити, що відсутність труднощів може відіграти роль антистимулу в розвитку пізнавальних потреб, бо коли учень не відчуває ніяких утруднень у роботі, йому буде здаватися, що він усе знає й уміє. Отже, добираючи завдання для самостійного здобуття знань, потрібно враховувати потенційні можливості кожного учня та його суб'єктивне уявлення про них.

3). Усвідомлення особистої та суспільної значущості отриманих знань. Оцінка значущості знань буде тим глибшою й більш істотною, чим повніше учень базується на розумінні предмета, що вивчається. Контроль самостійної навчальної діяльності старшокласників не повинен бути самоціллю для вчителя, а, насамперед, – стати мотивуючим фактором освітньої діяльності

учня. Варто включати результати виконання самостійної роботи у показники поточної успішності, у білети і питання на заліку (іспиті), від оцінок яких залежить рейтинг, остаточна оцінка. Багатьом старшокласникам важливий моральний інтерес у формі суспільного визнання (приємно бути першим у класі, навчальному закладі). При цьому важливо прагнути того, щоб на початку роботи самостійна навчальна діяльність ставила за мету розширення і закріплення знань і умінь, що здобуваються учнем на традиційних формах занять. На заключному етапі навчання вона повинна сприяти розвитку творчого потенціалу. Завдання можуть носити індивідуальний, груповий чи комплексний характер. Однак, контроль виконання, звіт по самостійній навчальній діяльності повинні бути індивідуальними. Критерій тут один – індивідуальні схильності і, головне, здатності конкретного учня [23].

4). Систематичне керівництво самостійним набуттям знань учнями й організація у школі їхньої пізнавальної діяльності [32].

При диференційованій самостійній навчальній діяльності учень повинен оволодіти загально навчальними вміннями, щоб виробити якісні знання, а саме: вміння та навички, що виконують інформативну функцію, тобто сприяють засвоєнню знань (навчально-організаційні, навчально-інформаційні, навчально-інтелектуальні); вміння та навички, що забезпечують розвивальну функцію або професійні (пізнавальні, діяльнісні, комунікативні); вміння та навички загальнокультурної розумової праці (уміння оформити результати роботи, спланувати хід дослідження або доведення, послідовно та аргументовано викладати свої думки тощо) [123, 124].

Щодо мотивів навчальної діяльності, то ми обстежували мотиви, які знаходяться в основі самостійної навчальної діяльності, а саме: мотив досягнення успіху або мотив уникнення невдач. Було виявлено, що діяльність лише 0,97% студентів першого курсу та старшокласників спрямовані на подолання труднощів, а 99,03% – спрямовані на уникнення невдач, тобто на пристосування.

Мотивація навчання в старшокласника передусім формується з урахуванням потреби здобути певну професію. Ці мотиви спонукають до

активної навчальної діяльності, спрямованої на ґрунтовне оволодіння знаннями і вміннями, розширення загального світогляду, усвідомлення наявної перспективи щодо реалізації певних знань тощо. Самостійна навчальна діяльність старшокласника буде лише тоді результативною, коли вона ґрунтуватиметься на внутрішній потребі. Звичайно, спочатку доводиться себе примушувати працювати самостійно – і на занятті, і після нього. В особі, у якої є чітко визначені цілі самоспонування, виробляються певні навички і, врешті-решт, самостійна навчальна діяльність стає внутрішньою потребою, без якої особистість не відчуватиме душевного комфорту.

А.Громцева [94] визначає наступні групи мотивів самостійної навчальної діяльності учнів.

1. Соціально значимі мотиви, пов'язані з реалізацією ідеалів та життєвих планів учнів: формування світогляду; формування морального кредо; підготовка до обраної професії; прагнення усвідомити свої можливості в цьому відношенні.

Таким чином, перша група мотивів пов'язана з загальним зростанням самосвідомості школяра, з потребою визначити своє місце в житті, з прагненням осмислити своє призначення.

2. Мотиви, пов'язані зі спонукаючою силою власної пізнавальної потреби та пізнавального інтересу, без орієнтації особистості на життєві плани. Розвиваючись у навчальній діяльності, самоосвіта учнів досить часто не має тієї цілеспрямованості, що характерна для дорослих.

Аналіз пізнавальної діяльності учнів дозволяє говорити, з одного боку, про тих, у кого пізнавальний інтерес залишається на низькому рівні та не завжди стійкий і диференційований. Самостійна навчальна діяльність у цьому випадку носить епізодичний, випадковий характер. З іншого боку, можна виділити учнів, у яких власне пізнавальний інтерес став стрижневим. Самостійною навчальною діяльністю в цьому випадку керує бажання безпосереднього пізнання, прагнення до неперервного оволодіння новим джерелом інформації, вона базується при цьому на безкорисному інтересі, без спеціальної орієнтації на майбутнє школяра.

3. Мотиви самостійної навчальної діяльності пов'язані з потребою особистості в самовдосконаленні, в розвитку своїх здібностей, визначенні свого призначення.

Коли мотив пов'язується з життєвими планами учня, то самостійна навчальна діяльність набуває рис першої групи. Але іноді розвиток певних здібностей не пов'язаний безпосередньо з життєвими планами учня і підтримується лише його перебуванням у спеціальній школі або профільному класі. До цієї групи самостійної навчальної діяльності відноситься також удосконалення характеру особистості, розвиток пізнавальних здібностей, в першу чергу розумових.

4. Мотиви, що виникають з різноманітних форм захоплень учнів, їх хобі. Так, захоплення графікою (малюванням) може розвинути зацікавленість у зображенні просторових фігур та розв'язуванні прикладних геометричних задач.

Згідно з тими цілями та відповідними мотивами, які ставлять перед самостійною навчальною діяльністю учні, її можна диференціювати за такими видами: *світоглядна*, обумовлена підсиленням уваги учнів до сучасних проблем, до формування свого світогляду, вироблення ставлення до подій, що відбуваються; *загальна*, орієнтована, наприклад, на більш поглиблене вивчення окремих циклів і навчальних предметів згідно з прихильностями, інтересами та життєвими планами особистості; діяльність, спрямована на ознайомлення з *професією*, що сподобалася, на підготовку до неї; самоосвіта, що пов'язана з розвитком здібностей; обумовлена *аматорськими заняттями*; пов'язана із *самовихованням*, інтересом до питань моралі, формування характеру[226].

Для реалізації диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії були виділені показники рівня самостійної навчальної діяльності та критеріальний апарат диференціації.

Показники навчальної роботи учнів і самостійної навчальної діяльності, зокрема, поділяються на педагогічні та психологічні [181]. До *педагогічних* відносились такі показники: 1) темп засвоєння матеріалу; 2) успішність

виконання навчальних завдань, типи та кількість помилок в цих завданнях; 3) рецидиви помилок. До *психологічних* були віднесені такі особливості розумової діяльності: 1) гнучкість (ригідність) мислення; 2) широта перенесення засвоєних знань; 3) продуктивність (репродуктивність) підходу учнів до нового завдання; 4) співвідношення операцій аналізу та синтезу в розумовій діяльності.

Узагальнюючи результати психологічних досліджень особливостей професіоналізму Н.Пов'якель [216] розробила систему психологічних показників професіоналізму. Але по відношенню до самостійної навчальної діяльності при поглибленому вивченні геометрії ці показники можна трансформувати у *психологічні показники навчальної компетентності і готовності учня до самостійної навчальної діяльності*. Такими показниками будемо вважати: 1) високий рівень мотивації, низький рівень залежності від зовнішніх факторів; 2) високий рівень працездатності та самоорганізації; 3) продуктивність діяльності; 4) стійкі спеціальні інтереси; 5) пробудження певних здібностей до навчання, високий рівень пізнавальної діяльності; 6) формування важливих якостей відносно майбутньої професійної діяльності; 7) високий рівень предметної компетентності.

За цими показниками можна оцінити рівень сформованості самостійної навчальної діяльності старшокласника: 1) відтворювальний (низький); 2) трансформувальний (середній); 3) творчий (високий). Відмінності між рівнями самостійної навчальної діяльності полягають у ступені прояву та глибині її якісних характеристик, які інтегровані у показниках. В якості параметрів навчальної компетентності і самовизначеності учня будемо вважати наступні: ускладнення процесуального напрямку діяльності; зміна від алгоритмічного до творчого вектору діяльності; зміна цілей для підвищення якості тощо.

За допомогою психологічних показників навчальної компетентності і самовизначеності учня та параметрів динаміки самостійної навчальної діяльності можемо в процесі навчання оцінити рівень сформованості самостійної навчальної діяльності для об'єктивного, підходу до профільного навчання та готовності старшокласника до поглибленого вивчення математики. Так, І.Кон відмічає, що на етапі професійного самовизначення (у психології:

ступінь попереднього вибору професії) «...різні види діяльності сортуються та оцінюються спочатку з точки зору інтересів учня... потім з точки зору його здібностей ... і з точки зору його системи цінностей...» [149].

Головним параметром диференціації самостійної навчальної діяльності, як і взагалі навчання, та основою індивідуального підходу до учня є рівень успішності оволодіння навчальним матеріалом (Л.Занков) та розгляд цього процесу з напрямом на розвиток здібностей, інтересів старшокласників, вияв їх творчих можливостей (Е.Певцова, І.Унт). Тому з багатьох критеріїв диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності будемо розглядати наочність та навченість.

За Концепцією математичної освіти [154] в старших класах загальноосвітніх навчальних закладів передбачається максимальне розкриття індивідуальних, творчих математичних здібностей та нахилів учнів, ефективну та цілеспрямовану підготовку їх до подальшого навчання майбутній професійній діяльності. Тобто, процес навчання та самостійна навчальна діяльність, як складова частина, базуються на діяльнісному (В.Давидов, О.Леонтьєв, С.Рубінштейн та ін.) й особистісно орієнтованому (Є.Бондаревська, В.Серіков, І.Якиманська) підходах.

Диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності передбачає змінення ролі як вчителя, так і учня, з огляду на їх потенційну співпрацю та співробітництво. Складовими такої діяльності є наступні: 1) мотиваційно-цільова; 2) пізнавальна, пошуково-дослідницька; 3) аналітико-корекційна; 4) рефлексивна. Кожна складова має свої компоненти та організаційний і когнітивний аспекти.

Мотиваційно-цільова складова є однією з найважливіших у навчальному процесі і самостійній навчальній діяльності, як його частині. Вона передбачає чітке визначення цілей та мотивів та усвідомлення і прийняття їх учнями. Пізнавальна, пошуково-дослідницька складова включає змістовий та операційно-діяльнісний компоненти. Ці важливі компоненти відповідають за зміст навчального матеріалу, а відповідно за зміст самостійної навчальної діяльності. Старшокласник в процесі такої діяльності повинен визначати зміст нового матеріалу та включати його до системи раніше засвоєних знань.

Відповідно до навчаючих дій вчителя (використання доцільних форм, методів і засобів для формування знань, умінь учнів, підвищення їх загального розвитку і підготовки до майбутньої професійної діяльності) формується і перебуває у постійному взаємозв'язку з ними самостійна навчальна діяльність старшокласників (сприймання, осмислення і запам'ятовування нового матеріалу; застосування отриманих знань на практиці; розвиток загальної і навчально-наукової культури мислення). Аналітико-корекційна, рефлексивна складова педагогічних умов диференційованої організації самостійної навчальної діяльності старшокласників полягає у взаємодії: з одного боку – дій вчителя (контроль і регулювання ходу навчання учнів, оцінка їх діяльності), а з іншого боку – дій старшокласників (самоконтроль і внесення коректив у самостійну навчальну діяльність, самооцінка результатів) [156,159].

Проведений аналіз психолого-педагогічних, дидактичних основ, а також практики навчання геометрії в класах з поглибленим вивченням математики показує, що: 1) диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності є одним із засобів підвищення математичної підготовки учнів, розвитку їх здібностей, нахилів; активності навчально-пізнавальної діяльності учнів; 2) поглиблене вивчення математики, дозволяє забезпечити достатню підготовку випускників школи до успішного продовження освіти, а сама така підготовка розглядається в сьогоdnішній час як одна з основних задач старшого ступеню школи; 3) самостійна навчальна діяльність є для старшокласників засобом самореалізації, можливістю реально оцінити свої здібності, професійні наміри, намітити шляхи подальшої освіти та професійного самовизначення.

Як зазначає В.Буряк [60-62], самостійна навчальна діяльність і навчання збігаються в дуже важливому – кінцевому результаті діяльності – у набутті знань та інтелектуальному розвитку і з цим важко не погодитися. Звідси можна зробити висновок: через самостійну навчальну діяльність учнів можна використовувати найбільш доцільні методи самостійного оволодіння знаннями, та навіть більше, навчання й самостійна навчальна діяльність мають проходити паралельно, взаємно збагачуючи одне одного, враховуючи індивідуальні особливості кожного старшокласника і тому диференційовано.

1.4 Концептуальні засади дослідження

Національна доктрина розвитку освіти в Україні, Державна національна програма «Освіта», Концепція загальної освіти (12-річна школа), Концепція профільного навчання у старшій загальноосвітній школі виходять з наступних пріоритетів: виховання і розвиток особистості учня на основі формування умінь і навичок навчальної діяльності. Головною вимогою до навчання є створення умов для того, щоб кожен учень міг повністю реалізувати себе, став справжнім суб'єктом учіння, який вміє та хоче навчатися. Для реалізації такого підходу до навчальних вимог слід врахувати типові індивідуальні відмінності учнів, тобто сучасний процес освіти не буде якісним без диференційованого підходу до організації процесу навчання, зокрема, самостійної навчальної діяльності учнів при поглибленому вивченні математики. Наведемо концептуальні засади побудови методичної системи диференційованої організації самостійної навчальної діяльності учнів при поглибленому вивченні геометрії.

Концепція базується на методологічних основах дослідження, які впливають на формування психолого-методичних умов здійснення самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії і у взаємозв'язку складають основу способу визначення цілей, змісту та вибору методичного інструментарію.

Методична система організації самостійної навчальної діяльності старшокласників та диференційований підхід до такої діяльності має відповідати психологічним (З.Калмикова) та дидактичним принципам розвиваючого навчання (Л.Занков). Тобто дії вчителя спрямовуються на потенціальні можливості учня та на їх розвиток, самоорганізацію та саморозвиток.

Сучасний етап розвитку освіти передбачає переорієнтацію її функцій. Освітня функція пов'язується вже зі становленням учня як суб'єкта активності, залученням дитини до творчої діяльності, розвивальна – з приростом психічних процесів, розвитком особистісних якостей учня [240].

Зміна орієнтирів освіти на потреби учня, реалізація ідей гуманізації і гуманітаризації математичної освіти висуває перед методикою навчання

математики, зокрема геометрії, низку нових проблем. Г.Саранцев [240] вважає за необхідне коригування компетентного складу самої методичної системи навчання математики. До вихідного положення, що визначає специфіку методичної системи навчання математики в сучасних умовах, науковець відносить структуру особистості, закономірності її розвитку. «Гуманізація освіти передбачає спрямованість навчання від особистості, її структури через навчальний предмет до особистості (індивідуальності) конкретної дитини. Це проявляється, насамперед, в цілях навчання і через них – у змісті, методах, формах, засобах навчання. У методичній системі має бути врахована індивідуальність дитини» [240]. Тому в основу наших концептуальних засад методичної системи покладено принцип гуманізації навчання, в основі якого лежить домінування інтересів особистості.

В дидактиці встановлено, що якісна самостійна навчальна діяльність учнів можлива тільки при наявності серйозної зацікавленості предметом. Така зацікавленість повинна перерости у необхідність отримання додаткових знань у відповідності до індивідуальних потреб та інтересів. Одним з основних принципів розробленої методичної системи є принцип мотивації навчально-пізнавальної діяльності учнів, особливо внутрішні її чинники.

Диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності включає такі етапи: 1) визначення критеріїв, на основі яких формуються групи учнів для диференційованої роботи; 2) проведення діагностики за вибраними критеріями; розподіл учнів по групах з урахуванням результатів діагностики; 3) вибір способів диференціації, розробка різнорівневих завдань; 4) реалізація диференційованого підходу на різних етапах уроку та в позаурочний час; 5) діагностичний контроль за результатами роботи учнів, у відповідності з яким змінюється склад груп та характер диференційованих завдань, індивідуальна мета для кожного учня.

Проаналізуємо цілі та зміст самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії. Погоджуючись з І.Дремовою [109], використаємо рівневу структуру навчальних цілей: 1) соціальні цілі, що стоять перед навчально-виховним закладом; 2) загальні цілі

навчання; 3) цілі вивчення окремих предметів; 4) цілі вивчення окремих курсів; 5) цілі вивчення розділів і тем; 6) цілі навчальних занять. Цілі 1-4 рівнів є основними, а 5-6 рівнів – окремими [109].

Основні цілі визначають зміст навчання, в тому числі і процес самостійної навчальної діяльності. Після його визначення, він стає головним і обумовлює цілі. Тобто, цілі і зміст самостійної навчальної діяльності перебувають в діалектичному зв'язку.

Цілі поглибленого вивчення математики: розвивальні, навчальні, виховні, а саме: 1) розумовий розвиток учнів, формування позитивних якостей особистості; 2) стійке і свідоме оволодіння системою математичних знань, навичок і вмінь; 3) естетичне, екологічне, економічне, трудове виховання тощо [224].

Перераховані цілі визначають основу змісту математичної освіти. Програми з математики визначають зміст вивчення кожної з тем, відповідно до яких вчитель формулює цілі самостійної навчальної діяльності учнів для вивчення всього поглибленого курсу геометрії, теми, уроку, позакласної діяльності (ставить окремі цілі).

Проаналізувавши зміст поглибленого навчання геометрії виділяємо три основні складові:

1. Гуманітарна складова, яка включає, зокрема, історичний матеріал, а також матеріал філософського, світоглядного характеру.
2. Прикладна складова, яка включає елементи прикладної геометрії, а також матеріал міжпредметного характеру.
3. Природна складова, яка включає поглиблене вивчення геометрії, елементи сучасної математики.

Мета і завдання організації диференційованого підходу до самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії будуть змінюватись в залежності від етапу, що розглядається: планування самостійної навчальної діяльності; управління нею; контроль за організацією такої діяльності та її корекція; підведення підсумків та розгляд кінцевого результату самостійної навчальної діяльності старшокласників.

Добір вправ для організації самостійної діяльності та їх диференціювання здійснюється за: 1) ступенем самостійності учнів; 2) характером допомоги учням; 3) формою навчальних дій; 4) рівнем творчості, складності, обсягу. Способи диференціації можуть поєднуватись, а завдання можуть пропонуватись учням на вибір. Навчальні завдання передбачають диференціацію за трьома рівнями: 1) складності, 2) творчості, 3) обсягу.

Диференціація за рівнем складності передбачає самостійне виконання завдань, що відрізняються складністю, тобто кількістю необхідних логічних дій, щоб прийти до результату. Диференціація за рівнем творчості передбачає відмінності в характері пізнавальної діяльності учнів і може бути репродуктивною та творчою (варіативною, частково-пошуковою, дослідницькою).

Диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності при поглибленому вивченні геометрії необхідно спрямувати не тільки на якісне оволодіння знаннями, а й на відповідне вдосконалення вмінь та навичок. Належна увага має приділятися виробленню загальних навчальних вмінь: організаційних, інтелектуальних, інформаційних, комунікаційних. Навчально-інтелектуальні вміння та навички передбачають: прийоми логічного мислення, способи розумової діяльності, постановка та розв'язання проблем (вміння формулювати означення, теореми); оволодіння понятійним апаратом і системою теоретичних положень; оволодіння математичною мовою та символікою; вміння проводити дедуктивні міркування, оволодіння методом математичної індукції тощо. До складу навчально-інформаційних навичок і вмінь входять способи самостійного опанування знаннями, новою та додатковою інформацією, способами опрацювання, запам'ятовування та зберігання інформації. Навчально-комунікативні вміння та навички передбачають оволодіння способами побудови усної та письмової математичної мови, в залежності від навчальних цілей та умов спілкування з іншою людиною (вчителем, однокласником).

В курсі геометрії формування інтелектуальних вмінь завжди було важливою складовою частиною навчання. При диференційованому підході до

організації самостійної навчальної діяльності необхідно велику увагу приділяти засвоєнню вмінь робити висновки, аргументувати їх, будувати ланцюжок силогізмів, проводити порівняння, аналіз, класифікацію, узагальнення, застосовувати правила формальної логіки та ін. Все це сприяє оволодінню учнями основними методами доведень.

Поглиблене вивчення геометрії неможливе без вироблення вмінь доводити твердження. Навчити учнів основним методам доведень – важливе завдання шкільного курсу математики. Великі можливості для розв’язання цього завдання має курс геометрії (стереометрії зокрема) [251]. Доцільно виробити вміння старшокласників повноцінно аргументувати свої міркувань, уникати неправильних обґрунтувань, необґрунтованих аналогій, проводити класифікацію математичних об’єктів, порівнювати і зіставляти, виявляти схожість і відмінність в поняттях і в способах міркувань, аналізувати і синтезувати, узагальнювати і конкретизувати.

При навчанні учнів методам, прийомам самостійної навчальної діяльності необхідно пам’ятати, що учні повинні розуміти зміст цих поняття, їх логічну складову. Дослідження цього питання відображено у різних методичних посібниках. Так, у роботі О. Власенко [73] зверталась увага на те, що елементи математичної логіки в шкільному курсі математики підносять рівень логічної культури викладання матеріалу. Ми підтримуємо думку Б. Гнеденка, що навчання математики „... має сприяти формуванню в учнів правильних уявлень про природу математики, сутності і специфіки її методів” [85]. Оскільки для математики „...характерний метод дослідження – логічне доведення, а не вивчення певних явищ матеріального світу чи суспільних процесів” [85], то курс геометрії (стереометрії), як частина шкільного курсу математики, повинен створити сприятливі умови для формування і розвитку умінь самостійного формулювання тверджень та їх доведень.

Питання застосування індуктивних і дедуктивних міркувань, логіки та інтуїції у процесі вивчення шкільного курсу математики розглядалися в роботах [178], [182]. М. Метельський підкреслював, що хоча інтуїція, наочні уявлення, минулий досвід учнів відіграють велику роль, але недопустимо

інтуїтивно обґрунтувати те, що можна доступно отримати логічним шляхом із достовірних знань. З метою підвищення наукового рівня знань і самостійного мислення учнів, формування і розвитку їх умінь доводити треба завжди з'ясовувати, де в даному доведенні і чому використовується інтуїція і логіка. У роботі [182] розглядалась повна і неповна індукція, дедукція, закони логіки, співвідношення між індуктивними та дедуктивними методами доведень. Під час вивчення доведень автор розглядав дві мети: 1) засвоєння доведень учнями; 2) навчання школярів самостійно доводити математичні твердження.

Складовими методики диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників є методи, форми і засоби.

Під методом самостійної навчальної діяльності слід розуміти спосіб упорядкованої діяльності вчителя (викладання) і учнів (учіння), спрямованої на досягнення завдань процесу навчання [241].

Основними методами учіння є засоби, прийоми, способи засвоєння навчального матеріалу, репродуктивні та продуктивні прийоми навчання та самоконтролю [218]. Репродуктивний метод не втрачає свого значення, але при поглибленому вивченні слід підходити до наслідування, заучування свідомо, виробляти вміння давати означення понять, формулювати теореми, доводити їх, відшукувати інші способи доведення. Отже, навіть при репродуктивному методі необхідні елементи самостійної творчої діяльності.

При розв'язуванні задач найчастіше використовують метод проб та помилок. Навчально-дослідницьку роботу (використовують дослідницький метод) учні виконують при розв'язанні задач на дослідження, побудову. Оскільки старшокласники при поглибленому вивченні геометрії в основному мають достатньо геометричних знань, оволоділи прийомами дослідницького методу (аналіз, синтез, індукцію, дедукцію, аналогію, узагальнення, можуть здійснювати самоконтроль та рефлексію та ін.) і продовжують розвивати відповідні вміння, як показали за результатами дослідження, при організації самостійної навчальної діяльності доцільно надавати перевагу продуктивним методам учіння.

Методи, які використовуються в процесі організації самостійної навчальної діяльності, залежать від змісту матеріалу і цілей навчання. Залежність між цілями і методами багатогранна. Однакових цілей навчання можна досягти різними методами і одними і тими ж методами можна досягти різних цілей, або не досягти їх. Тому в кожній конкретній педагогічній ситуації необхідно дібрати той метод, який приведе до досягнення поставленої цілі.

Узагальнюючи напрацювання вчених-методистів Г.Бевза [26], М.Ігнатенка [133], Н.Тарасенкової [262], Г.Саранцева [240], а також результати наших досліджень, можна зробити висновок, що за характером навчально-пізнавальної діяльності та організації змісту матеріалу доцільно методи навчання математиці, які можна об'єднувати в такі групи:

–індуктивно-репродуктивні (вчитель створює таку ситуацію, в якій учень відтворює поняття або теорему в процесі розгляду часткових випадків. Наприклад, при розв'язуванні задач на виділення ситуацій, що задовольняють теорему, або розв'язування задачі (вивчення теореми) здійснюється за планом, що запропоновано вчителем);

–індуктивно-евристичні (передбачають самостійне відкриття фактів у процесі розгляду часткових випадків. Наприклад, доведення теореми про бічну поверхню прямої призми.);

–дедуктивно-репродуктивні (передбачають відтворення часткових випадків у процесі розв'язування задач, де використовуються загальні положення. Наприклад, розв'язування задач стереометрії координатним методом);

–дедуктивно-евристичні (полягають у відкритті особливостей якогось факту в процесі розгляду загального випадку. Прикладом використання цього методу може бути розв'язування довільної конкретної задачі на застосування певної теореми.);

–дедуктивно-дослідницькі (ідеєю цього методу є організація дослідження за допомогою дедуктивного розвитку навчального матеріалу. Наприклад, аксіоматичний метод, метод моделювання, розв'язування задач на застосування теорем);

–узагальнено-репродуктивні (мета досягається шляхом відтворення вивчених фактів. Наприклад, засвоєння векторного методу передбачає оволодіння діями перекладу геометричної мови на векторну і навпаки);

–узагальнено-евристичні (передбачають створення вчителем такої ситуації, в якій учень самостійно, або з невеликою допомогою вчителя, приходять до узагальнення. Наприклад, вивід формул об'ємів тіл обертання);

–узагальнено-дослідницькі (передбачають наявність у навчальному матеріалі методичних ситуацій, дослідження яких призводить до узагальнення знань. Наприклад, відшукування кута між мимобіжними прямими та доведення перпендикулярності протилежних мимобіжних ребер правильного тетраедра.).

Дослідження показало, що ефективне використання того чи іншого методу організації самостійної навчальної діяльності, залежить від вдалої комбінації різних прийомів та засобів, що дозволять досягти поставленої мети найбільш оптимальним в даних умовах шляхом. Досконале оволодіння методами передбачає: розуміння суті методу та вміння застосовувати його в різних конкретних ситуаціях; знання форм прояву того чи іншого методу в процесі навчання (явні та приховані, що найчастіше зустрічаються); знання позитивних та негативних сторін застосування цього методу, які проявляються у процесі навчання, вміння оцінювати його ефективність; знання, які питання поглибленого курсу геометрії доцільно вивчати саме цим методом; вміння навчити учнів з використанням певного методу у процесі вивчення ними навчального матеріалу та під час самостійної навчальної діяльності.

Оскільки методи самостійної навчальної діяльності виконують навчальну, розвивальну, виховну, мотиваційну і контрольну-коригувальну функцію, то їх потрібно застосовувати у взаємодії. Вибір конкретного методу визначається принципами навчання, змістом теми, зокрема цілями навчання та навчальними можливостями учнів.

Ефективність диференційованої самостійної навчальної діяльності обумовлюється не тільки методами, а також формами її організації. Під формами розуміємо способи організації самостійної навчальної діяльності [254]. Наше дослідження підтвердило ефективність організації самостійної

навчальної діяльності з теоретичним матеріалом як під час уроків-лекцій так і при спланованій позаурочній навчальній діяльності, при виконанні проектів та інших дослідницьких завдань, при групових міні дослідженнях під час уроків.

Засоби самостійної навчальної діяльності, як і методи та організаційні форми, є частиною методичної системи. У методиці під засобами навчання розуміють об'єкти, завдяки яким більш успішно досягаються визначені цілі. Дотримуючись класифікації засобів навчання, наведеної в [233], в ході експериментального навчання було виділено друковані і демонстраційні засоби, які доцільно використовувати при організації самостійної навчальної діяльності під час поглибленого вивчення геометрії. Встановлено, що серед них головну роль відіграють: моделі, підручники, робочі зошити, збірники задач, довідники, схеми, діаграми, малюнки, комп'ютер, мультимедійна дошка, відеомагнітофон. На засоби самостійної навчальної діяльності впливають інші компоненти педагогічного інструментарію – методи і форми.

Моніторингові дослідження [65] щодо впливу самостійної навчальної діяльності учнів на якість навчання показали, що 40% учителів під час організації цієї діяльності не враховують індивідуальних особливостей учнів і не застосовують для цього відповідних методів навчання. В результаті не створюються відповідні умови для успішного самостійного розв'язання школярем поставлених проблем. 27% учителів не вміють будувати навчальний процес як самостійну діяльність учня зі здобування знань та їх засвоєння, створювати умови для формування суб'єктивної позиції учня по відношенню до процесу та змісту його шкільного життя, до того, що відбувається з ним як на уроках, так і при самопідготовці.

При дослідженні цієї проблеми в навчальних закладах різного типу м. Києва (анкетування вчителів, додаток Д 2) нами було виявлено, що більше половини вчителів не мають системи планування самостійної навчальної діяльності учнів під час проходження програмного матеріалу з предмету. Організація самостійної навчальної діяльності у 55% полягає лише в тому, що вчитель пропонує учням самостійно опрацювати певну літературу, не використовуючи при цьому спеціальних прийомів організації роботи, які

передбачають індивідуальний та диференційований підходи. 38% учителів не володіють знаннями з теорії самоосвіти та засобами вивчення потенційних можливостей учнів, не вміють відслідковувати результати свого впливу на розвиток учнів.

Опитування серед випускників та студентів перших курсів вузів м. Києва (1200 учнів та студентів першого курсу вищих навчальних закладів математичного та технічного напрямків, додаток Д 1) показало, що високий рівень самоосвітніх умінь та навичок має близько 10%; достатній – 40%; середній – 20%; низький – 30%. З результатом цього дослідження органічно перегукуються дослідження Л.Липової [169]: 60% учнів висловились за традиційний виклад матеріалу вчителем, 33% - за частково самостійне виконання завдань і лише 7% – за цілком самостійний пошук істини у процесі навчання. Цей факт свідчить про недостатній розвиток самостійності учнів (додаток А).

Аналіз анкети показав, що утруднення викликає: 1) самостійна навчальна діяльність з комп'ютером, як джерелом навчального матеріалу; 2) вміння тренувати свою пам'ять; 3) володіння умінням аналізувати текст, виділяти головне; 4) володіння умінням аналізувати підсумки своєї самостійної діяльності та будувати план подальшої роботи; 5) підготовка доповіді, як вираження власної думки з досліджуваного питання; можливість зв'язно висловити усно й письмово свою точку зору, зіставляти отримані дані, аналізувати й узагальнювати опрацьований матеріал тощо.

Отже, нагальною потребою сучасної школи є створення умов, за яких кожен учень мав би змогу навчатися самостійно здобувати необхідну інформацію, використовуючи її для власного розвитку, самореалізації, для розв'язання існуючих проблем та був би навчений відповідним методам самостійної навчальної діяльності.

Проведений аналіз методологічних основ дослідження, психолого-дидактичних умов диференційованої підходу до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії, цілей, змісту, методів, форм і засобів такої діяльності дозволяє сформулювати

концепцію диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії:

1. Самостійну навчальну діяльність при поглибленому вивченні геометрії необхідно розглядати як складну динамічну систему (старшокласник, вчитель, організаційні форми, методи, прийоми і засоби навчання), функціонування якої здійснюється на основі: 1) особистісно орієнтованого та діяльнісного підходів; 2) принципів гуманізації та гуманітаризації змісту; 3) рівневої диференціації (за навченістю та научуваністю; ступенем самостійності учнів, характером допомоги);

2. Мету диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії доцільно розглядати з точок зору: психологічної; соціальної; дидактичної і така діяльність буде ефективною, якщо:

1) навчати на найвищому рівні пізнавальних можливостей учнів; залучення їх до творчої діяльності; стимулювання науково-дослідницької роботи; 2) зміст самостійної навчальної діяльності повинен задовольняти потреби учнів, створювати умови для подальшого розвитку здібностей учнів, підтримувати постійний інтерес до предмету, підвищувати результативність навчання; готувати основу для осмисленого вибору майбутньої професії; 3) вводити ціннісний, пізнавальний, діяльнісний і особистісний компоненти в процес самостійної навчальної діяльності, втілюючи цілі профільної диференціації; 4) старшокласник буде мати можливість обирати рівень, форму здійснення самостійної навчальної діяльності;

3. Для розвитку самостійної навчальної діяльності старшокласників потрібно стимулювати формування таких умінь: здійснювати цілепокладання; визначати послідовність виконання завдань, а також окремих його дій; організувати свою роботу; контролювати, корегувати й уточнювати свої дії, оцінювати загальний результат роботи та визначати перспективи; розумно поєднувати учительське управління з власною ініціативою і самостійністю

учнів, що приведе до розвитку у старшокласників цікавості саме до математики, як до науки;

4. Для розвитку самостійної навчальної діяльності необхідно здійснювати формування вмінь та навичок вчитися: отримання нових знань; загальнонавчальних вмінь, що виконують інформативну, розвивальну функції та вміння і навички загальнокультурної розумової праці; застосування знань, вмінь, навичок; перевірки результативності навчання та рефлексії;

5. Якщо традиційне поглиблене навчання геометрії доповнити спеціально побудованою і науково обґрунтованою системою диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності з відповідним методичним забезпеченням та засобами навчання, то це сприятиме: 1) підвищенню рівня знань з геометрії та інших дисциплін математичного циклу, тобто підвищенню якості освіти; 2) задоволенню потреб старшокласників у ґрунтовних знаннях з геометрії для повсякденного життя та практичної самостійної діяльності, що обумовлені вимогами сучасного суспільства як до людини, що навчена вчитися протягом всього життя; 3) нівелюванню відмінностей у рівні навченості, успішності, у темпі навчальної діяльності; 4) розвитку творчих можливостей, забезпеченню умов для розкриття індивідуальності учня з урахуванням його вікових особливостей на основі компетентісного підходу; 5) вирівнюванню вміння самостійно працювати, вести самостійну проблемно-пошукову діяльність, темпу наочності, підвищенню працездатності для найкращої підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання; 6) підвищенню якості підготовки старшокласників до умов навчання у вищих навчальних закладах відповідно до вимог Болонського процесу, підготовці до неперервної освіти;

6. Необхідна серйозна перебудова форм та методів навчання математики, що направлена на продуктивне засвоєння учнями системи провідних знань, на ефективний їх розвиток та виховання; ширше використовувати навчання у співробітництві, метод проектів, лекційно-практичну систему навчання, науково-практичні конференції, тобто інтерактивні технології навчання.

Висновки до розділу 1

Диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності має враховувати особистісні якості учня, його здібності, інтереси, нахили, готовність до освіти. Упровадження диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності дозволяє розв'язати наступні завдання:

- попередити прогалини в знаннях, вміннях та навичках учнів, вирівняти загальний рівень підготовки всього класу;
- сприяти розвитку здібностей та інтересів учнів;
- підвищити якість знань;
- більш раціонально використовувати навчальний час кожного;
- залучити всіх учнів до активної, напруженої розумової діяльності;
- нівелювати розрив між фронтальними методами викладання та індивідуальним характером знань.

Будемо спиратися на структуру особистості, запропоновану В.Ледньовим, до моделі якої науковець включає три групи компонентів: а) механізми психіки; б) досвід особистості; в) типологічні властивості особистості.

З'ясовано, що диференційована організація самостійної навчальної діяльності старшокласників включає такі складові компоненти:

1. Визначення різнорівневих цілей самостійної навчальної діяльності, які передбачають: особистісну орієнтацію змісту; посилення практичної спрямованості курсу геометрії; формування умінь самостійно поповнювати свої знання, орієнтуватися у науковій інформації; активність у подальшому самонавчанні.

2. Добір змісту самостійної роботи, який забезпечує активні розумові дії, пов'язані з відшукуванням раціональних методів і способів навчально-пізнавальної діяльності, сприяє виробленню навчально-пізнавальних компетентностей та уможливорює розвиток пізнавальних, діяльнісних, комунікативних навичок учнів.

3. Добір методів навчання геометрії, що враховує характер навчально-пізнавальної діяльності, особливості змісту матеріалу і навчальних досягнень учнів. Рекомендуються такі групи методів: індуктивно - репродуктивні;

індуктивно - евристичні; дедуктивно - репродуктивні; дедуктивно - евристичні; дедуктивно - дослідницькі; узагальнено - репродуктивні; узагальнено - евристичні; узагальнено - дослідницькі.

4. Конструювання завдань, які відповідають різнорівневим цілям навчання, відображають зміст теми, враховують різні види і рівні пізнавальної діяльності учнів у процесі поглибленого вивчення геометрії.

5. Організація контролю та розроблення критеріїв оцінювання.

Обґрунтовано, що за своїм дидактичним призначенням самостійна навчальна діяльність старшокласників при поглибленому вивченні геометрії має забезпечувати виконання таких функцій: розвивальної, навчальної, виховної, контролюючої, діагностичної, прогностичної та стимулюючої. Важливою умовою диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності є не лише рівнева диференціація навчальних завдань (за навченістю та потребами учнів), а й диференціація допомоги учням (за рівнем сформованості вмінь учнів, їх науковості). Дослідження показало, що ефективність самостійної роботи учнів забезпечує розроблені нами і апробовані навчально-методичні пакети, які включають: навчальну програму та календарний план з визначенням змісту та обсягу класної та позакласної навчальної роботи; поради учням щодо вивчення геометрії та методичні рекомендації вчителям, зокрема щодо критеріїв оцінювання; добірку контрольних вправ, тестів і запитань для самоперевірки; перелік тем рефератів, повідомлень, виступів на конференціях, факультативах та засіданнях гуртків; зміст проектних та науково-дослідницьких робіт; перелік літературних джерел.

Таким чином, пізнавальна самостійність учнів з позицій гуманістичної парадигми освіти – це інтеграційна якість справжньої, вільної, творчої особистості, яка проявляється у постійній потребі учня до самовдосконалення і самореалізації. Тому перспективними залишаються дослідження в цьому напрямі, особливо в аспекті розробки способів формування пізнавальної самостійності учнів в умовах застосування інноваційних навчальних технологій.

Основні результати першого розділу опубліковано у роботах [43],[45],[46],[47],[49],[55],[56].

РОЗДІЛ 2

Методика диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії

2.1 Диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності

Навчальна діяльність є центральним поняттям методики математики та дидактики. Вона розглядається як один з основних компонентів навчального процесу. «Діяльність учня – основа всього навчально-виховного процесу, основа всіх процесів, що протікають у свідомості учня при виконанні навчальних задач» [96,97].

Організація самостійної навчальної діяльності старшокласників вимагає від вчителя суттєвої підготовки. Формування в учнів умінь та навичок самостійної навчальної діяльності передбачає визначення: 1) мети, характеру діяльності, а також вмінь та навичок, необхідних для самостійної навчальної діяльності; 2) способу повторення того мінімуму фактичних знань та вмінь, без яких не можлива самостійна навчальна діяльність; 3) виду роботи з різними джерелами інформації; 4) виду роботи з різним типом вправ (репродуктивна, варіативна, частково-пошукова, творча); 5) методики подолання можливих утруднень, що виникають в учнів у ході самостійної навчальної діяльності, а також спосіб швидкої перевірки одержаних результатів та методику розбору допущених помилок.

Розвиток цих навичок та вмінь здійснюється на всіх етапах вивчення геометрії. Для реалізації поетапного розв'язання задачі використовуємо такі методи: проблемного навчання, частково-пошуковий, дослідницький та метод проєктів, що дозволяє здійснити диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності.

Для ефективного диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності необхідно дотримуватись таких умов.

1. Забезпечення оптимального співвідношення обсягу класної та домашньої самостійної діяльності. (Додаток Е)
2. Врахування при організації самостійної роботи учня рівня його навчальних досягнень і складності завдань. (Додаток Ж)
3. Методично доцільна організація роботи учня в класі і поза ним (додаток Е)
4. Забезпечення необхідними методичними матеріалами з метою надання самостійній навчальній діяльності творчого характер.
5. Контроль за організацією і ходом самостійної навчальної діяльності, що спонукає до якісного її виконання. Ця умова в тій чи іншій формі має бути присутньою у перших трьох, щоб контроль став не стільки адміністративною, скільки саме повноправною дидактичною умовою, що позитивно впливає на ефективність в цілому. Розкриємо зміст цих умов.

Перша умова полягає в необхідності оптимального структурування навчального плану не тільки в змісті послідовності вивчення окремих тем, але і правильного співвідношення класної і домашньої самостійної діяльності. Велику роль тут відіграє правильне визначення трудомісткості різних видів завдань. Складанню такого плану повинно передувати серйозне вивчення бюджету часу учня, оснащеності методичною літературою й врахування традицій у системі математичної освіти.

Друга умова – це диференційована організація роботи. Важливо поступово змінювати взаємодію між учнем і вчителем. Якщо на початку навчання в старших класах вчителю належить активна творча позиція, то в міру просування до закінчення навчання вона має деформуватися в бік спонукання учня працювати самостійно, активно прагнути до самоосвіти. Виконання завдань повинно вчити мислити, аналізувати, враховувати умови, ставити задачі, вирішувати проблеми, тобто процес самостійної навчальної діяльності поступово повинен перетворюватися на творчий. Цьому сприяє, зокрема, застосування ІКТ. Як показує досвід, старшокласник із великим інтересом розв'язує запропоновані задачі (проектування (в різних видах), контрольні задачі, різні інші домашні завдання), коли використовує ІКТ чи сам програмує

розв'язання тієї чи іншої задачі. У ході розв'язання він глибше пізнає сутність предмета, вивчає літературу, шукає оптимальні способи вирішення.

Третя умова – це забезпечення учня відповідною навчально-методичною літературою. Сьогоднішня економічна ситуація не дозволяє достатньою мірою забезпечити школи необхідною навчальною літературою на паперових носіях. Тому доцільним є перехід на електронні видання підручників (лекційні матеріали для вчителів, дидактичні засоби навчання та ін.). Разом з тим, перехід на такий спосіб спілкування вимагає розробки електронного методичного матеріалу, активного використання – Internet.

Використання електронних підручників дозволяє постійно оновлювати вихідну інформацію у вигляді прикладів і статистичних даних. Використання таких підручників підсилює взаємозв'язки навчальних дисциплін, а також науково-дослідної й учбово-методичної роботи.

Покращенню організації самостійної навчальної діяльності сприяє підготовча робота з планування занять і визначення форм діяльності. Вона передбачає: аналіз змісту навчального матеріалу з конкретної теми з метою з'ясування базових знань і вмінь; визначення видів навчальних занять (лекції, семінарів, практичних занять, заліків, комбінованих уроків тощо) та їх кількість з даної теми; підготовка завдання для різних форм роботи учнів та індивідуальної перевірки знань учнів.

В класах з поглибленим вивченням математики рекомендується поділ учнів на дві групи за глибиною інтересу: в одних інтерес – глибокий, дійовий, в інших - вузьковибраний або потенційний при недостатній організованості. Цілі диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії можуть бути різними. В одних випадках – це врахування та правильне розподілення високих пізнавальних витрат учнів, в інших – перетворення потенційного інтересу на дійовий. Задоволення високої пізнавальної витрати можна здійснювати через залучення учнів до факультативних занять, позакласної роботи, систематичного позакласного читання, надання взаємодопомоги учням у виконанні завдань за

бажанням і т. п. Для другої групи учнів необхідно раціонально організувати роботу на заняттях, виховувати в них елементарну навчальну організованість при виконанні домашньої роботи. Тут також важливим є наявність завдань з урахуванням нахилів учнів і розрахованих на тривалу підготовку, читання додаткової літератури.

На всіх етапах навчальної діяльності доцільно використовувати дидактичний матеріал. Рекомендуються такі види дидактичних засобів: картки, системи різнорівневих завдань, тести, творчі завдання за різними питаннями як теоретичними так і практичними тощо.

Обґрунтовано, що основними вимогами до розробки дидактичного забезпечення диференційованої самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії є такі:

- навчальний матеріал повинен забезпечувати виявлення суб'єктивного досвіду учня, включаючи досвід попереднього навчання (Додаток З, И);
- виклад матеріалу спрямовується не тільки на розширення обсягу знань, структурування, інтегрування, узагальнення змісту але і на постійне перетворення збагачення наявного суб'єктивного математичного досвіду кожного учня (Додаток З);
- навчальний процес має забезпечувати постійне погодження суб'єктивного досвіду учнів із змістом нових знань (Додаток К, Л);
- активне стимулювання учня до самостійної навчальної діяльності, зміст і форми якої повинні забезпечити учню можливість самоосвіти, саморозвитку, самовираження в ході оволодіння знаннями (Додаток М);
- навчальний матеріал конструється і організовується таким чином, що для учня створюється можливість вибору його змісту, видів і форм виконання завдань, способів розв'язування задач (Додаток Н, П);
- виявлення і оцінка способів навчальної роботи, якими користується учень самостійно, продуктивно; можливість вибору способу повинна бути закладена в самому завданні (Додаток Н);

- при введенні метазнань, тобто знань про прийоми виконання навчальних дій, необхідно виділяти загальнологічні і спеціальні способи навчальної роботи з урахуванням їх функцій в розвитку особистості учня (Додаток Ж, Р);
- необхідно забезпечувати контроль і оцінку не тільки результату, але головним чином, і процесу навчання, тобто тих трансформацій, які виконує учень при засвоєнні навчального матеріалу (Додаток С, Т);
- навчальний процес повинен забезпечувати побудову, реалізацію, рефлексію, оцінку навчання, як суб'єктивної діяльності (Додаток Е).

При розробці системи різнорівневих навчальних геометричних завдань важливо враховувати не тільки об'єктивну складність змісту завдань, але і різні способи їх виконання. В зміст завдань має входити опис прийомів їх виконання, які можуть задаватися безпосередньо (в вигляді правил, приписів, алгоритмів дій), або шляхом організації самостійних пошуків (розв'язування різними способами, знайти раціональний, порівняльний та інше). Конструкція цих матеріалів повинна бути різною. В одному випадку учень одержує завдання з указівкою тих прийомів, які він повинен використати, в іншому - йому пропонується виконати завдання (розв'язати задачу), а потім описати способи виконання. Приклади занять з відповідним дидактичним матеріалом наведено у додатках В, Г, З.

Для успішної самостійної діяльності при поглибленому вивченні геометрії учень повинен: 1) уміти формулювати мету діяльності; 2) моделювати власну діяльність (виділяти умови, важливі для реалізації своєї мети); 3) розвивати увагу, пам'ять та процеси мислення; 4) уміти оцінювати кінцеві та проміжні результати своїх дій; 5) мати необхідні навички та вміння для навчальної діяльності; 6) мати високий рівень особистої саморегуляції, високу самосвідомість, адекватну самооцінку, рефлексивність, організованість, самостійність, а також сформованість вольових якостей (Додаток З).

Як було сказано в розділі I проблема самостійної діяльності учнів у процесі навчання є нині однією з найбільш актуальних. Вирішення вимагає

особливої уваги, оскільки найбільше недоліків зустрічається саме в її організації.

Причини цього такі: а) формування умінь і навичок самостійної навчальної діяльності є одним з найскладніших видів діяльності педагога, що вимагає ретельної підготовки учителя і учнів; б) відсутність певної системи в діяльності учителя щодо прищеплення учням умінь і навичок самостійної навчальної діяльності; в) у шкільному навчально-виховному процесі спостерігається неправильне співвідношення репродуктивних і творчих видів самостійної навчальної діяльності. І нарешті, розумовий розвиток школярів у процесі навчання, їх активність і самостійність багато залежить від навчання їх прийомам роботи і розумової діяльності. Відомо, що в засвоєнні учнями знань і вмінь в процесі навчання провідна роль належить такому виду діяльності як мислення. Сприйняття нового матеріалу, закріплення і відтворення його, оволодіння різними навичками і вміннями вдосконалюється при безпосередній участі мислення.

На початковій стадії організації самостійної навчальної діяльності учні повинні одержати від вчителя точні вказівки, де вони можуть знайти додаткові відомості, що з чим слід зіставити і з якими різними варіантами вони можуть зустрітись при ознайомленні з новим матеріалом. Ніякою мірою не повинна знижуватись активність пошуку учнів, якщо їм заздалегідь буде відомо від учителя, що існують різні, часто діаметрально протилежні властивості явищ і процесів. Суть пошуку полягає не тільки в тому, щоб назвати ці властивості, а навчати учнів умінню розкривати, показувати їх. Організуючи цей пошук, учитель повинен чітко уявляти, з якими труднощами в засвоєнні матеріалу зіткнуться слабкі, середні і сильні учні і надати їм диференційовану допомогу.

Спостереження свідчать, що найпідготовленіші учні активно включаються в пошук додаткового матеріалу для вирішення поставленого завдання, намічають і застосовують при цьому різні підходи. Вони не чекають від вчителя втручання в процес пошуку, навпаки, бувають невдоволені таким втручанням, прагнуть проявити якомога більше самостійності. Учні з

середньою успішністю здатні цілком включитися в пізнавальний пошук з даної проблеми. Вони потребують допомоги з боку вчителів. Головна трудність для них – правильно визначити етапи дій з вирішення проблеми, послідовно і логічно чітко розкрити зміст найважливішого завдання. Часті помилки в їхній самостійній навчальній діяльності – пропуски окремих важливих ланок і доказів, просте перерахування фактів без встановлення причин, що породили їх, відсутність висновків і узагальнень з наведеного матеріалу.

Допомога вчителя повинна бути спрямована на попередження цих помилок. Головне завдання - донести до свідомості учнів, що становить основу чіткої логічної послідовності в міркуваннях і доказах, що є причиною і наслідком, без розкриття чого пошук не дасть бажаних результатів. І, нарешті, група менш сильних учнів, як показали спостереження, спочатку губиться і часто відмовляється від самостійного пізнавального пошуку; чекає допомоги від учителя при кожному, навіть найменшому, кроці вперед. Для них складає великих труднощів подумки охопити в цілому процес пошуку з даної проблеми, розчленувати її на важливі питання, вибрати шляхи і засоби їх розкриття. Характерно, що на дане запитання вони формулюють відповідь, використовуючи матеріал, що не зовсім відповідає темі, і швидко припиняють пошук, задовольняючись відповіддю лише на якусь частину проблеми, вважаючи її вирішеною.

На початковій стадії застосування в навчанні пізнавального пошуку процес самостійної навчальної діяльності для учнів з низьким рівнем успішності повинен своєрідно програмуватись з визначенням дій і джерел, до яких слід звертатися. Таких учнів у процесі пізнавального пошуку спочатку треба навчити процесу доказовості, підтвердження вже відомого. Важливо також озброїти їх умінням контролювати хід самостійного пошуку, звіряючи його з кінцевим результатом, і, лише набувши певного досвіду самостійного здобування знань, можна висувати цей результат в альтернативній формі. Тільки в самостійному пошуці створюються необхідні умови для підвищення активності учнів і творчого підходу при оволодінні знаннями. Третій етап – це

створення системи дій по добору і групуванню фактів, обґрунтуванню доказів, виділенню принципів і головної ідеї, формуванню узагальнень і висновків. Це найважливіший етап самостійної навчальної діяльності. Тут проявляється і вдосконалюється рівень аналітико-синтезуючої діяльності учнів, їх здатність до зосередженої уваги, прагнення самостійно розкрити і зрозуміти невідоме. Часто ця важлива ланка самостійного пізнавального пошуку піддається критиці за некерованість: на цьому етапі дії учня в напрямку до мети нерідко помилкові. Відомо, що будь-який пізнавальний пошук передбачає кілька варіантів, що включають в себе ймовірність досягнення мети. Але вибирається один, найефективніший. Якщо гіпотеза сформульована правильно, то вирішення її неминуче співпадає з найбільш раціональним варіантом дії, з основним принципом і головною ідеєю дослідження. Добір фактів, встановлення їх взаємозв'язку з головним принципом може бути вдалим і невдалим. Але спрямування пошуку лишається правильним, якщо веде до розкриття об'єктивних закономірностей, які лежать в основі явища, що вивчається. Ось чому при формулюванні гіпотези вкрай важливо, щоб вона не наштовхувала учня на хибний шлях, а підказувала такі прийоми і засоби розширення невідомого, які б успішно вели до досягнення мети. Помилковий пізнавальний пошук свідчить, передусім, про помилкові принципи, що були покладені в основу пошуку. У процесі самостійної навчальної діяльності цьому слід всіляко запобігати. Не можна будувати самостійне навчання тільки на емпіричних фактах. Спостереження фактів і явищ потрібне при зародженні гіпотези як керівне начало для пошуку. Отже, керівництво самостійною навчальною діяльністю учнів на третьому етапі полягає в розгортанні пошуку відповідно до правильно сформульованої гіпотези, хоча при цьому можлива й певна кількість помилкових дій.

2.2 Диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників на уроках геометрії

Результати дослідження показали, що, навіть в класах з поглибленим вивченням математики, старшокласники мають недостатньо сформовані загально-навчальні вміння. Тому необхідно велику увагу приділяти виробленню навчально-організаційних, навчально-інформаційних та навчально-інтелектуальних вмінь: пізнавальних, діяльнісних та комунікативних; вмінь та навичок загальнокультурної розумової праці. Питання про те, коли і яку самостійну навчальну діяльність проводити на уроках, визначається метою уроку, особливостями навчального матеріалу і рівнем підготовки учнів на даний час. Спеціальні дослідження ([43],[45]) і практика багатьох вчителів довели, що систематично організовуючи на уроках самостійну навчальну діяльність, можна добитися очікуваних результатів у навчанні учнів.

Пропонуємо при диференційованому підході до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії здійснювати поділ класу на три групи: *за темпом навчання, рівнем навченості, пізнавальної активності та самоорганізації (низькі, середні та високі показники цих характеристик)*.

Самостійна навчальна діяльність під час проведення уроків геометрії поділяється за типом пізнавальної діяльності учнів на: *репродуктивну, варіативну, частково-пошукову, дослідницьку або творчу*.

Формами навчальної роботи на уроці є: фронтальна, групова, індивідуальна. В рамках кожної з них присутня самостійна навчальна діяльність старшокласників. При *фронтальному* навчанні вчитель управляє діяльністю всього класу, що працює над єдиною навчальною метою. Він здійснює прямий емоційний вплив на колектив учнів, організує їх співпрацю та визначає для них однаковий темп роботи. Традиційна фронтальна робота недостатньо враховує індивідуальні особливості учнів. Тоді як в умовах диференційованого підходу до навчання найбільш повно враховуються особливості учнів з різним рівнем навчальних досягнень. Наприклад, при

фронтальному опрацюванні теоретичного матеріалу організується самостійний розбір базових задач за матеріалом підручника, а для учнів з високим дослідницьким потенціалом та темпом роботи ставиться додаткове запитання. Під час вивчення, наприклад, теми «Куля та сфера» (за підручником Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владіміров В. М., Владімірова Н. Г. § 9 п. 40) Запитання для фронтальної самостійної роботи можуть бути такими: *1) дослідіть як можуть розміщуватися у просторі куля та площина; проаналізуйте випадки взаємного розміщення фігур. А запитання для індивідуальної роботи такі: 1) дослідіть, яке взаємне розміщення кулі та площини; 2) проаналізувати можливі випадки цього розміщення; 3) складіть опорний конспект взаємного розміщення двох сфер; 3) встановіть аналогію з теорем про властивості дотичної та січної до кола у площині та про властивості дотичної та січної площини до сфери у просторі.*

Другою формою навчальної роботи є диференційовано-групова. Вона вимагає більш ретельного врахування індивідуальних особливостей учнів та правильного визначення їх навчальних можливостей. Це дозволяє створити оптимальні педагогічні умови для розвитку кожного учня. Хоча при груповій роботі завдання даються всій групі, але тут є можливість глибшої диференціації ніж при фронтальному навчанні. Доцільно розглядати: групову самостійну та групову самостійну індивідуалізовану навчальну діяльність старшокласників. Якщо групи укомплектовані учнями з однаковим рівнем навчальних досягнень, наукованості та сформованості вмінь самостійно працювати, тобто є гомогенними, то пропонуються завдання однакового рівня складності. Наприклад, розв'язування задач, що відповідають певному(першому, другому, третьому, четвертому) рівню складності, та обговорення їх у групі. Якщо ж групи гетерогенні, то самостійна навчальна діяльність організується за різнорівневими завданнями (з 1 по 4 рівень) та подальшим обговоренням в групі.

Індивідуалізація у першому випадку забезпечується додатковими завданнями учням, що швидше виконали або вже досягли наступного рівня сформованості відповідних знань, вмінь, навичок. Така організація роботи доцільна при вивченні теми із значним обсягом навчального матеріалу, оскільки потребує уваги як учнів з високим рівнем навчальних можливостей

так і з низьким. У випадку гетерогенної групи завдання можуть бути складені за схемами (Схема 2.1).

Схема 2.1

Складання завдань для різнорівневої групи

Схема А	Схема Б	Схема В
<p>1. Спільні завдання</p> <p>2. Розгалужені завдання:</p> <p>а)більш легкий варіант</p> <p>б)середньої складності в-т варіант</p> <p>в)більш складний варіант</p>	<p>Розгалужені завдання:</p> <p>а)більш легкий варіант</p> <p>б)середньої складності варіант</p> <p>в)більш складний варіант</p>	<p>1. Розгалужені завдання:</p> <p>а)більш легкий варіант</p> <p>б)середньої складності варіант</p> <p>в)більш складний варіант</p> <p>2.Спільні завдання</p>
<p>Схема А найбільш ефективна тоді, коли новий матеріал тісно пов'язаний з попереднім або коли вправи розв'язуються після вивчення теоретичного матеріалу</p>	<p>Схема Б застосовується для забезпечення розвиваючої дії для більшості учнів. Така ситуація типова для повторення, а також в ситуації наявності великих прогалин в попередніх знаннях</p>	<p>Схема В застосовується коли між учнями є велика різниця в знаннях, що необхідні для вивчення нового матеріалу. У цьому випадку розгалужені завдання відіграють підготовчу роль до сприйняття та усвідомлення нової теми, а їх виконання сприяє переходу до спільних завдань</p>
<p>Відрізок DM довжиною 3,2 см перпендикулярний до площини ромба $ABCD$ ($\angle ADC$ - тупий). Діагоналі ромба дорівнюють 12 см і 16 см. Знайдіть:</p> <p>1. Кут нахилу прямих MA, MB, MC до площини ABC;</p> <p>2.а) кут між площинами ABC і MBC;</p> <p>2.б) кут між площинами AMD та CMD;</p> <p>2.в) кут між площинами AMB та CMD.</p>	<p>а) Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Знайдіть кут між прямими: 1) CB_1 та AD_1; 2) CB_1 та BA_1;</p> <p>б) O- центр грані $ADD_1 A_1$ куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Знайдіть кут між прямими CO і $A_1 B_1$; CO та AA_1.</p> <p>в) Нехай є три точки A, B і O, що не лежать на одній прямій. Тоді кажуть, що відрізок AB видно з точки O під кутом AOB. Під яким кутом видно ребро куба з його центра?</p>	<p>1. Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Під яким кутом видно з вершини A: діагональ BD_1; ребро BB_1; відрізок $D_1 O$, де O – центр грані $BCC_1 B_1$.</p> <p>а) розв'язати геометричним методом;</p> <p>б) розв'язати координатним методом;</p> <p>в) розв'язати векторним методом.</p> <p>2. Узагальнити методи розв'язування задач на знаходження кутів.</p>

Третя форма навчальної роботи на уроці – індивідуальна – це така організація навчання, коли кожен учень працює самостійно, виявляючи ініціативу при розв'язанні запропонованих завдань. Індивідуальний підхід

полягатиме в тому, що учням пропонуються завдання різного рівня складності, враховуючи особливості навчальної їх діяльності і забезпечується різна допомога при їх виконанні.

В ході експерименту з'ясовано, що система завдань з геометрії для самостійної навчальної діяльності учнів повинна відповідати таким вимогам:

- зміст завдань повинен відповідати конкретним розвиваючим, навчальним та виховним цілям уроку та програмному матеріалу;
- завдання повинні бути диференційовані за рівнем, відповідно до вимог стандарту та поглибленого вивчення предмету;
- враховувати вікові та індивідуальні можливості учнів;
- передбачати диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності (як у формах проведення так і у рівні допомоги), враховуючи поетапне просування від незнання до знання;
- відповідати вимогам наступності та перспективності навчання;
- реалізовувати прикладну спрямованість.

Завдання повинні містити такі запитання і вправи, щоб, розв'язуючи їх, учні пригадували ті поняття і факти, без знання яких не можна добре зрозуміти новий матеріал, закріпили такі вміння, без яких не можливе продуктивне засвоєння.

За класифікацією [26] розрізняють такі типи уроків: засвоєння нових знань; формування вмінь та навичок; застосування знань, вмінь та навичок; узагальнення і систематизації знань; перевірки, оцінювання та корекції знань; комбіновані. Кожен тип уроку має відмінності, що полягають у використанні теоретичного та задачного матеріалу, долі самостійної навчальної діяльності.

Актуальними є питання розвитку пізнавальних інтересів, виховання потреби в знаннях і самоосвіті, формування вмінь працювати з різними джерелами інформації, відбирати необхідну інформацію для загального розвитку учня і майбутньої його професійної діяльності. У діяльності методистів і вчителів з'явилися нові види уроків, відмінні від традиційних – інтерактивні уроки.

При роботі з обдарованими дітьми необхідно всіляко розвивати їх математичні здібності. Для цього в своїй роботі ми використовуємо принципи: активної самостійної діяльності; врахування індивідуальних та вікових особливостей; конкурентності (змагання); професіоналізму; яскравості; повного завантаження.

Методи навчання математики, зокрема геометрії, поділяються на дві взаємопов'язані групи. Перша проявляється у засвоєнні змісту навчального матеріалу за допомогою слова - словесні (бесіда, розповідь, пояснення). Друга група методів – це самостійна діяльність при сприйнятті, засвоєнні, удосконаленні і використанні знань. Необхідно відмітити, що саме взаємодія словесних методів навчання з самостійною навчальною діяльністю учнів веде до підвищення результативності навчального процесу в цілому. Специфіка змісту геометрії обумовлює необхідність використання різних методів навчання учнів при будь-якій організаційній формі навчальних занять і при здійсненні будь-якої ланки педагогічного процесу, в якій би послідовності ці ланки не здійснювались. Розглянемо диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності під час комбінованого уроку, який є найуживанішим типом.

Першим етапом є етап *перевірки домашнього завдання*. Домашнє завдання та його перевірка повинні бути диференційованими. Набір завдань, що входять до домашнього завдання диференціюється за складністю та обсягом матеріалу для самостійного осмислення. Диференціація перевірки відбувається так. Спочатку фронтально перевіряється наявність і виявляються учні, що не виконали домашнє завдання. Як правило, ці учні як недостатньо засвоїли теоретичний навчальний матеріал. Подальша робота під час уроку з такими учнями буде неможлива без забезпечення виконання хоч частини домашнього завдання і повторення матеріалу за підручником. Такі учні отримують завдання для самостійної навчальної діяльності по підготовці до сприйняття матеріалу уроку. Це індивідуальні картки-консультанти за певною частиною матеріалу,

які містять алгоритм повторення базових теоретичних положень та основних задач. Наприклад, Додаток Р.

Наступним етапом є *підготовка до активного усвідомлення нових знань*. Цей процес можна здійснити у вигляді опитування, яке розпочинається у фронтальному вигляді з учнів, що мають високий рівень навчальних досягнень. Самостійною навчальною діяльністю всіх інших є запам'ятовування навчального матеріалу, повторення та формулювання питань до учнів, що відповідають та вчителя. Потім учні, що вже відповіли, приступають до самостійної навчальної діяльності за альтернативними джерелами знань (підручником, посібником, електронним посібником і т. д.) за темою, що вивчається, а інші учні ще опитуються, та вчитель на відповідному рівні сформованості їх знань проводить підготовчу роботу і в кінці перевіряє в індивідуальному режимі домашнє завдання учнів, що прийшли не підготовленими та виконували його в класі.

При *формуванні знань* робота може бути організована так. Вчитель спочатку пояснює навий навчальний матеріал. Потім учням з високими навчальними можливостями пропонується завдання для самостійної навчальної діяльності по розширенню та поглибленню знань, а з іншими проводиться бесіда по уточненню, аргументації основних моментів нової теми. Під час такої бесіди учні з середніми та низькими навчальними можливостями за допомогою вчителя узагальнюють та систематизують знання.

На етапі *закріплення та застосування знань* найефективнішою виявилася групова робота, що організується у різних варіантах та з різним рівнем інтерактивності у відповідності з навчальними можливостями старшокласників. Завдання для груп відрізняються за складністю, кількістю, рівнем творчості та можуть для деяких учнів мати індивідуалізований характер. Робота в групах самостійна, але передбачає допомогу «учень-учень» та «вчитель-учень». Видами допомоги можуть бути спільне обговорення ходу думок та відшукування хибних кроків. При такій організації роботи є можливість приділити більше уваги менш підготовленим учням. Ефективним є застосування такого виду

диференціації на початку роботи у 10-му класі (адаптація учнів до роботи у профільному класі).

Використовуючи різні способи організації діяльності учнів, вчитель диференціює роботу на уроці за ступенем самостійності, характером допомоги, формою навчальних дій. Форми диференціації можуть бути взаємопов'язаними між собою, а завдання можуть пропонуватися учням на вибір. Розглянемо диференціацію самостійної навчальної діяльності за рівнем творчості, за рівнем складності завдань, за ступенем самостійності учнів.

Диференціація за рівнем творчості враховує особливості пізнавальної діяльності учнів і, відповідно, самостійна навчальна діяльність може бути репродуктивною, варіативною, частково-пошуковою та творчою.

Репродуктивні завдання самостійної навчальної діяльності передбачають відповідь на запитання, що стосуються засвоєних навчальних тем. Мета такої діяльності – осмислення учнями нового і закріплення вивченого матеріалу. Від учнів вимагається відтворення знань та їх застосування в знайомих ситуаціях. Цьому сприяє організація роботи за зразком, виконання тренувальних вправ. Наприклад, на дошці записується розв'язання задачі: *Знайти рівняння сфери, якщо її точки $A (-5;4;3)$ і $B (1;6;5)$ є діаметрально протилежними*. Після виконання цього спільного завдання учні виконують по варіантах задачі для самостійного розв'язування: *1. Запишіть рівняння сфери, яка проходить через початок координат та має центр в точці $C (4;-4;-2)$. 2. Запишіть рівняння сфери, яка проходить через точку $A (2;-1;-3)$ та має центр в точці $C(3;-2;1)$.*

Хоч ці завдання в основному вимагають відтворення знань, однак вони сприяють математичному розвитку учнів. Розв'язуючи їх, учні переформулюють і систематизують здобуті знання. Однак надмірне розв'язування таких задач гальмує вироблення вмінь учнів усвідомлювати свою діяльність, оскільки спонукає лише до відтворення знань і вмінь, до того ж у заданій послідовності.

До *варіативних завдань* для самостійної навчальної діяльності відносяться завдання з елементами творчості, що передбачають відмінність від

стандартної ситуації. Наприклад, на дошці написана таж задача, що і для репродуктивних завдань, а для самостійної навчальної діяльності пропонуються задачі такого виду: *Записати рівняння сфери, яка дотикається до кожної з координатних площин та проходить через точку $M(5;1;2)$.*

Завдання для самостійної роботи *частково-пошукового* та *творчого* характеру передбачають застосування знань в нових, незнайомих ситуаціях, виконання більш складних мисленневих дій, прийомів евристичної діяльності. Наприклад, *дослідити взаємне розміщення сфер $x^2+y^2+z^2=16$ та $x^2+y^2+z^2-4x+6y-2z+5=0$.* Виконання цих завдань вимагає творчого підходу, потребує дослідницької самостійної діяльності.

Дослідницька самостійна діяльність – один з методів проблемного навчання. Такі роботи – це невеликі учнівські дослідження, в результаті яких учні здобувають нові знання або дізнаються про новий спосіб дії. Як відомо, дослідження починається з аналізу проблеми. Розв'язання проблеми викликає утруднення. З'являється мета діяльності, складається план, в якому можуть передбачатися варіанти розв'язання. Після аналізу учні вибирають оптимальний варіант, виконують роботу і роблять висновок. Така загальна схема виконання дослідницької самостійної навчальної діяльності. Але вона, звичайно, може змінюватися залежно від змісту запитань, джерел знань тощо. Під час виконання такого типу робіт виявляється творчість учнів. Це відбувається, коли учні складають задачі, відшуковують різні способи їх розв'язання.

Диференційована робота організується різним чином. Найчастіше учням з низьким рівнем наукованості пропонують репродуктивні, варіативні завдання, учням з середнім рівнем – варіативні та частково-пошукові, а учні з високим рівнем отримують завдання частково-пошукові та творчі. Можна запропонувати творчі завдання всім учням, але рівень творчості варіювати від найнижчого до найвищого: завдання з елементами творчості, що необхідно застосувати в знайомих ситуаціях; видозмінених знайомих ситуаціях; нових ситуаціях, що містять частково знайому та абсолютно нових ситуаціях.

Наведемо приклади таких завдань.

Приклад 1. Для групи з низьким рівнем навчованості:

В основі прямої трикутної призми лежить прямокутний трикутник з катетами 8 та 6 см. Визначте бічне ребро призми, якщо її бічна поверхня 120см^2 .

Для групи з середнім рівнем навчованості:

Основою прямого паралелепіпеда є ромб з діагоналями 6 та 8 см. Діагональ бічної грані дорівнює 9 см. Знайдіть бічну поверхню паралелепіпеда.

Для групи з високим рівнем навчованості:

Основа прямої призми – прямокутний трикутник ABC з гіпотенузою a . Знаючи, що трикутник AC_1B – рівносторонній, визначте бічну поверхню призми.

Приклад 2. *Задача: Дано тетраедр $ABCD$, усі плоскі кути при вершині D прямі, а ребро CD дорівнює сумі ребер AD та BD .*

Групі з низьким рівнем: Кути A та B у трикутнику ABD рівні. Знайдіть плоскі кути при вершині C .

Групі з середнім рівнем: Кут нахилу ребра CB до площини основи дорівнює 30° , а ребра CA – 60° . Знайдіть плоскі кути при вершині C та кут нахилу площини ACB до площини основи.

Групі з високим рівнем: Доведіть, що сума всіх плоских кутів при вершині C дорівнює 90° .

Диференціація за рівнем складності завдань передбачає ускладнення завдань: 1) за ускладненням навчального матеріалу (наприклад, задачі на збільшення логічних кроків у розв'язанні); 2) за збільшенням обсягу матеріалу, що необхідно засвоїти (збільшення кількості пунктів завдання, зміна рівня вимог від стандарту до поглибленого вивчення); 3) виконання операції порівняння на додаток до основного завдання; 4) заміна прямого завдання на обернене, що інколи передбачає не ускладнення, а спрощення.

Диференціація завдань за обсягом навчального матеріалу передбачає, що учні з середнім та високим рівнем навчованості крім основного завдання,

виконують ще додаткове. Необхідність диференціації завдань за обсягом обумовлена різним темпом роботи учнів та, як правило, такий вид диференціації поєднується з іншими. Додатковими завданнями можуть бути творчі або більш складні завдання, завдання, що не пов'язані зі змістом основних, ігрового характеру.

Наприклад. У правильній трикутній призмі з стороною основи a та висотою h через сторону нижньої основи під кутом φ до неї проведена площина. Знайти площу перерізу, якщо а) (обов'язкове) площина перерізу перетинає бічне ребро; б) (додаткове) розглянути всі можливі варіанти.

Диференціація роботи за ступенем самостійності учнів вирізняється тим, що всім групам пропонується однакове завдання, але ступінь допомоги для кожної групи різний. Для дітей з високим рівнем науковості та самостійної навчальної діяльності така робота проводиться без сторонньої допомоги; для групи з середнім рівнем сформованості вмінь самостійної навчальної діяльності робота передбачає допомогу у вигляді: навідних запитань, підказок на картках-помічниках, картках-консультантах, записів на дошці тощо; третя група (низький рівень) працює під керівництвом та контролем вчителя. Види допомоги можуть бути різними: зразок виконання завдання та його оформлення; довідкові матеріали (теоретична довідка у вигляді схеми, таблиці і т. д.); пам'ятки, плани, інструкції; наочності (рисунок, моделі і т. д.); додаткова конкретизація завдання (наприклад, роз'яснення окремих понять, вказівки на деяку особливість); початок або часткове виконання завдання.

Раціональна організація самостійної навчальної діяльності значно посилює всі пізнавальні процеси учнів: відчуття, сприйняття, пам'ять, увагу, уявлення, мислення, мову. До методів самостійної навчальної діяльності при вивченні геометрії можна віднести порівняльно-аналітичну характеристику, конструювання і моделювання, розв'язування задач, роботу з теоретичним матеріалом. Вся ця діяльність при поглибленому вивченні геометрії тісно пов'язана і не можлива без роботи з геометричними образами. Розглянемо специфіку роботи щодо створення цих образів. При вивченні поглибленого

курсу стереометрії, проблеми у навчанні учнів починаються з того, що вони не вміють зробити правильний та зручний (конструктивний для розв'язання задачі) рисунок. Тобто відбувається нерозуміння того, як просторову фігуру зобразити на площині, правильно оперувати нею. Образне мислення в математиці реалізується через створення (побудову) образів геометричних об'єктів, виконання операцій над ними при засвоєнні знань, розв'язуванні задач. У цьому процесі особливе значення має орієнтація у просторі і тому в математиці образне мислення виступає перш, за все, як просторове, яке інтегрує в собі проєктивні та метричні уявлення про геометричний об'єкт.

Робота з геометричними образами покращується, якщо учням пропонувати два види завдань: 1) *на створення геометричних образів*; 2) *на виконання дій з геометричними образами*.

Завдання на створення геометричних образів розрізняють за типами: на переклад словесних даних задачі в графічний образ; на виділення суттєвих ознак геометричних понять, їх актуалізацію; на виокремлення фігури із складу інших фігур рисунка; на порівняння фігур рисунка; на побудову фігури, якої не вистачає, в ході розв'язання задачі; на розгляд фігури рисунка з різних точок зору (додаток К, Л).

Диференціацію завдань на виділення суттєвих ознак геометричних понять, їх актуалізацію можна виконати: за словесним описом умови задачі; за графічним зображенням фігури. Відповідно, за словесним описом умови задачі учень повинен виділити (підкреслити) ті слова, в яких містяться суттєві ознаки понять, впізнати їх та вміти диференціювати словесно ті умови, які визначають що «дано» та що «треба знайти». Виділення суттєвих ознак можна організувати за рисунком.

При поглибленому вивченні геометрії учням необхідно розв'язувати задачі, де рисунок представляє собою зображення не однієї фігури, а їх сукупності. Для розв'язання задачі не всі фігури однаково значущі і тому виникає потреба виділення базової. Причому необхідно показати учням, що на різних етапах розв'язування задачі може відбуватися зміна головної фігури та

допоміжних. Ефективними виявилися спеціальні вправи, що забезпечують можливість не тільки продуктивного виділення головної фігури, але й динамічної зміни головної та допоміжної фігур. Такі вправи застосовують як для диференційованого підходу до учнів, так і для розвитку в них уміння послідовно, логічно, обґрунтовано переходити в образах від однієї фігури до іншої.

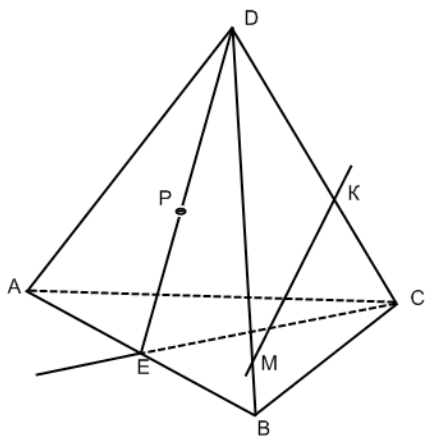


Рис. 2.1

Наприклад, назвіть за рисунком (рис. 2.1): а) площини, в яких лежать прямі PE , MK , DB , AB , AC (головними фігурами є прямі та площини, в яких вони лежать; допоміжними є дві точки, що визначають пряму та їх належність до відповідної площини); б) точки перетину прямої DK з площиною ABC , прямої CE з площиною ADB (головними фігурами є прямі та площини, які ці прямі перетинають; допоміжними є прямі, що лежать у вказаних площинах та перетинають задані прямі).

В завданнях частково-пошукового, дослідницького характеру необхідне знання суттєвих ознак фігур, фіксація уваги на двох та більшій кількості фігур; мисленнєве їх співставлення на основі їх схожості та відмінності для виокремлення спільної ознаки, тобто встановлення певного логічного зв'язку. Так порівняння елементів рисунку можна виконувати за допомогою підведення під «поняття» або класифікації.

Завдання творчого характеру вимагають додаткових побудов, визначення їх суттєвих (за умовою задачі) ознак на основі ретельного аналізу рисунка. На цій основі виникає гіпотеза про необхідність нового елемента і тільки після цього відбувається його побудова. Такі завдання розвивають в учнів «образну» логіку. На початку роботи з такими завданнями виникнення гіпотези може бути результатом «сліпих» спроб, а в ході опрацювання матеріалу та достатньої кількості самостійно відпрацьованих вправ побудови виконуються строго

обґрунтовано і є окремим етапом розв'язання задачі. Формування таких вмінь забезпечується системою завдань для самостійної навчальної діяльності, яка включає відповідні правила (зразки, рекомендації) їх розв'язання, що розкривають «технологію» створення образу: можливість подумки простежувати його зміну, утримувати в образі його основні елементи, вводити нові – необхідні та достатні для розв'язання задачі. Наприклад, задача. *Знайти твірну зрізаного конуса, якщо радіуси основ дорівнюють 3 см та 6 см, а висота дорівнює 4 см (рис. 2.2).*

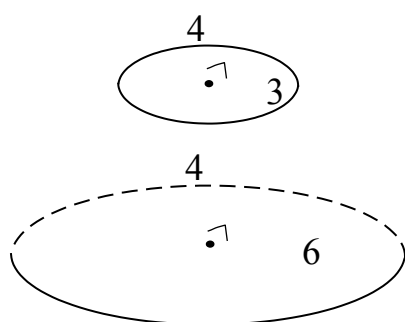


Рис2.2

Розв'язання: добудуємо зрізаний конус до повного та роздивимося його осьовий переріз. Відмітимо, що радіус нижньої основи зрізаного конуса вдвічі більше радіуса верхньої основи. Тому, висота і твірна конуса збільшаться у два рази (за подібністю трикутників). Використовуючи теорему Піфагора робимо висновок: твірна зрізаного конуса дорівнює 5см.

Розгляд фігури з різних точок зору – означає її переосмислення. Досягти цього можна виокремленням окремої фігури, виділенням її з інших та включенням до нових фігур, шляхом їх сполучення. Такі операції вимагають абстрагування та синтезу цих фігур. В учнів необхідно сформувати у певному порядку наступні мисленнєві операції: концентрація уваги на окремій фігурі; актуалізація суттєвих ознак геометричних понять, що характеризують дану фігуру; актуалізація геометричних понять, що відображають властивості інших фігур рисунка; співставлення даної фігури з іншими; об'єднання на основі нових геометричних понять (ознак, властивостей, відношень), що дає можливість їх переосмислити. Система мисленневих дій повинна бути виявлена в ході евристичних бесід, описана, задана для засвоєння учням та відпрацьована в ході самостійної навчальної діяльності.

Другим видом завдань, є *завдання на виконання дій з геометричними образами*. Виконання цих завдань не спирається на рисунок. Вся робота здійснюється, головним чином, в уяві учня. Ці завдання викликають труднощі, якщо в учнів не сформовані вміння оперувати геометричними образами. Відпрацювання цих вмінь покращується, якщо учням пропонувати завдання таких видів: на уявну зміну просторового положення даного образу; на уявну зміну структури геометричного образу; на одночасну уявну зміну просторового положення та структури даного геометричного образу.

Завдання на уявну зміну просторового положення геометричного образу найчастіше використовуються при осмисленні та опрацюванні матеріалу, що пов'язаний з просторовими переміщеннями: симетрією, паралельним перенесенням, поворотом різних видів, гомотетією та ін. При виконанні таких

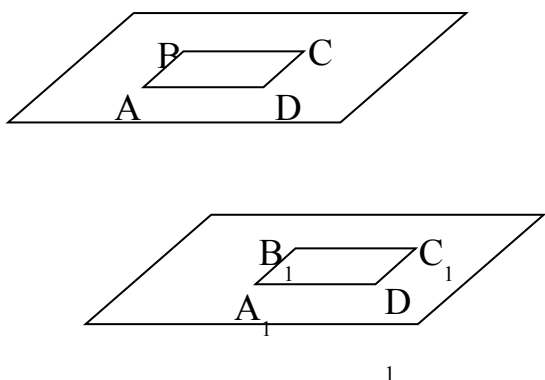


Рис23
2222.
4

завдань спочатку необхідно створити вихідний просторовий образ, а потім подумки його перетворити за положенням відносно вихідного образу. Наприклад, розглянемо задачу.

Чотири паралельні прямі перетинають паралельні площини у вершинах паралелограмів $ABCD$ та $A_1B_1C_1D_1$ відповідно. Доведіть, що паралелограми $ABCD$ та $A_1B_1C_1D_1$

можуть співпасти при паралельному переносі (рис. 2.3).

Розв'язання: оскільки площини та прямі паралельні, то $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$. Фігури A_1D_1DA , B_1C_1CB , A_1B_1BC , C_1D_1DC – паралелограми. Тим самим виконуються властивості паралельного переносу: точки переміщуються вздовж паралельних прямих на однакову відстань; кожна пряма переходить в паралельну до неї пряму. Тому стверджуємо, паралелограми $ABCD$ та $A_1B_1C_1D_1$ суміщаються паралельним переносом.

Завдання на уявну видозміну структури геометричного образу передбачають більш складні мисленеві перетворення вихідного геометричного образу. Встановлено, що такі перетворення полегшуються, якщо використовувати моделі просторових фігур, що дозволяють шляхом реальних дій з ними, знайти нову конфігурацію фігур. Такий методичний прийом полегшує учням виконання цих завдань, але постійне його використання недоцільне, оскільки гальмує створення геометричних образів. Тому, після загального ознайомлення та оволодіння початковими вміннями створення геометричних образів, необхідно спонукати учнів до уявних дій. Наприклад,

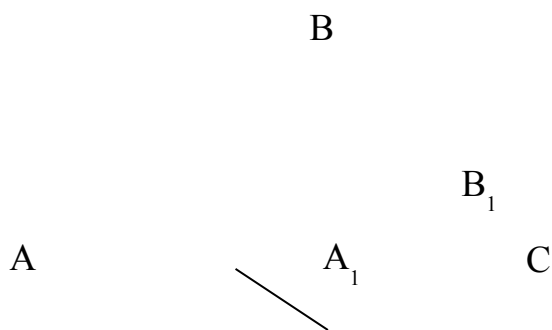


Рис. 2.4

такі дії виконуємо при розв'язанні задачі. Дано $\triangle ABC$. Площина, що паралельна прямій AB , перетинає сторону AC цього трикутника в точці A_1 , а сторону BC – в точці B_1 . Знайдіть довжину відрізка A_1B_1 , якщо $AB = 15$ см, та $AA_1:AC = 2:3$ (рис. 2.4).

Завдання третього виду, що передбачають одночасну уявну зміну просторового положення та видозміну структури даного геометричного образу найбільш складні для самостійної навчальної діяльності. Вони передбачають неодноразове перетворення образу фігури і за положенням, і за структурою. Подібні завдання добре розвивають просторове мислення та є підготовчими для розв'язання цілого ряду конструктивно-технічних задач, що особливо важливо при поглибленому вивченні геометрії. Оскільки на уроці таких задач можна розв'язати небагато (через брак часу), то вони можуть бути матеріалом для самостійної роботи а також розглядатися на заняттях гуртка чи факультативу.

Встановлено, що при розв'язанні таких завдань учні використовують такі способи: 1) відображення фігури за окремими елементами (точками, відрізками) та їх подальше об'єднання; 2) відображення спочатку одного, цілісного елемента (пряма, промінь, півплощина) та поступова добудова в уяві

інших елементів; 3) оперування цілісним образом фігури та екстраполяція шуканого результату.

Розглянемо задачу. *Доведіть, що середини сторін просторового чотирикутника є вершинами паралелограма (рис. 2.5).*

Розв'язання: Доцільно розглядати фігуру з різних сторін: кожні дві прямі, які перетинаються задають площину \rightarrow трикутник \rightarrow паралельність та рівність протилежних сторін паралелограма за властивостями середньої лінії трикутника $\rightarrow A_1B_1C_1D_1$ – паралелограм (за означенням).

При поглибленому вивченні геометрії, робота з образами має бути необхідною складовою розв'язання задач та вивчення теоретичних питань курсу.

Приклад дидактичних матеріалів, в яких враховується специфіка створення просторових образів та дії з ними розглянуто в додатку (Додаток П).

За навчальними цілями і змістом задачі не однорідні. Одні стимулюють більш глибоке засвоєння теоретичних питань, тому їх слід віднести до групи теоретичних задач; другі допомагають школярам глибше осмислити практичні питання і, отже, можуть бути віднесені до групи практичних задач; треті об'єднують в собі і теоретичні, і практичні запитання і забезпечують одночасне вдосконалення і теоретичних, і практичних знань учнів [284]. Спільною ознакою всіх трьох навчальних задач є те, що кожна з них може мати кількісний або якісний характер, в залежності від тих питань, які обов'язково входять в зміст задачі і які повинні бути обчислені. Нерідко ці ознаки об'єднуються. Зміст і навчальні цілі обумовлюють також різноманітність прийомів розв'язування задач. На практиці широко використовуються письмові, графічні та інші прийоми, причому число їх зростає. Є також і усний прийом, але задачі такого роду мають переважно тренувальний характер і стимулюють в основному процеси пам'яті. Наведене угруповання відображає

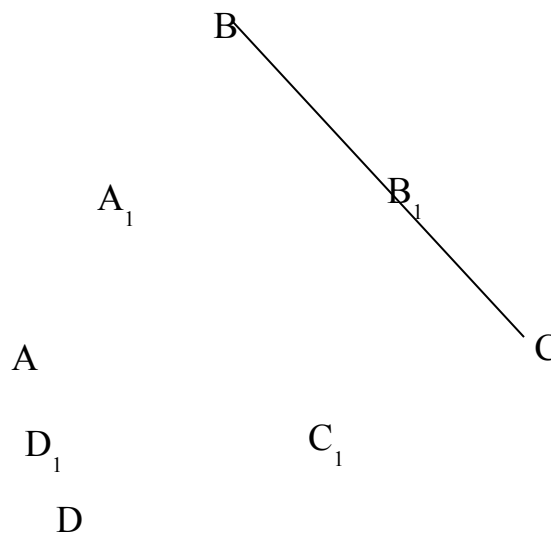


Рис. 2.5

лише зовнішні відмінності задач, внутрішня ж сторона процесу розв'язування задач, як методу самостійної навчальної діяльності, єдина. Для використання задач, як ефективного методу навчання, які розвивають мисленнєві здібності школярів, необхідні певні умови.

По-перше, наявність запасу опорних знань; *по-друге*, осмислення кожним школярем мети задачі; *по-третьє*, ясність прийомів розв'язування задач. Виконання вказаних умов забезпечує вчителю підпорядкування всіх процесів психічної діяльності кожного школяра наміченій меті, дозволяє простежити ці процеси і керувати ними, вести школярів до здійснення поставленої мети і тих висновків, які випливають з цілеспрямованого розв'язування задачі. Задачі повинні сприяти значному розширенню і поглибленню пізнавальної діяльності учнів, формуванню мислення, а воно в свою чергу забезпечує осмислення і міцне засвоєння основ геометрії.

При організації диференційованої самостійної навчальної діяльності у процесі поглибленого вивчення геометрії необхідно складати індивідуальні різнорівневі завдання. Система диференційованих самостійних навчальних завдань з геометрії повинна (Додаток Ж, И, Т): забезпечити індивідуальний (за рівнем розумового розвитку) темп засвоєння учнями геометричних знань, умінь і навичок на даному етапі навчання; забезпечити засвоєння, застосування, закріплення понять і способів геометричних дій, що вивчаються; будуватися за принципом поступового зростання складності, забезпечувати спочатку рівень обов'язкової геометричної підготовки, як основу диференціації навчання.

Сприяти загальному розвитку учнів; відповідати конкретним дидактичним цілям уроку, етапу навчання і узгоджуватися з формами навчальної діяльності; будуватися на базі діючих підручників з використанням додаткових збірників задач і дидактичних матеріалів; мати задачі трьох рівнів, які відповідають розробленим в психології та методиці навчання математиці рекомендаціям відповідно до складності, трудності і ступеня проблемності, а також відомим в дидактиці рівням засвоєння знань і способів дій, - основні вимоги до системи диференційованих систем завдань.

В процесі поглибленого вивчення геометрії та відповідної самостійної навчальної діяльності не можливо обійтися без творчих задач, до яких висунемо вимоги:

- вони повинні бути зорієнтовані, по можливості, на всіх учнів, бути простими і, разом з тим, стимулювати спостережливість, звертання до аналізу, синтезу, порівняння, аналогії, індукції, конкретизації, узагальнення і таке інше;
- вони мають бути тісно пов'язані з основними навчальним матеріалом, що допоможе зруйнувати існуючу на практиці стіну між навчанням і розвитком;
- доцільно добирати серію завдань, які поєднані однією геометричною ідеєю, або проблемою; кожна задача з такої серії “висвітлює” окрему грань проблеми, що досліджується, сама ж серія дозволить вивчити проблему в цілому; необхідно учням чітко повідомляти проблему, у зв'язку з якою наводиться група завдань (задач); проблему необхідно формулювати, по можливості, коротко і виразно, у формі, яка здатна зацікавити учнів і спрямувати їх на самостійну діяльність;
- розвиваючий ефект дає не тільки та чи інша окрема задача, скільки вся серія в цілому, тому їх не можна розв'язувати, перестрибуючи через ті, або інші задачі.

Розвиток, розкриття здібностей і математичних талантів учнів значною мірою залежить від вчителя, від його уміння цілеспрямовано керувати їх самостійною розумовою діяльністю. Здійснювати керівництво можна, спираючись на знання психолого-педагогічних закономірностей, які концентрують у собі досягнення психології дидактики, зокрема психолого-педагогічні закономірності визначені Грудьоновим Я. [96, 97]: формування вмінь і навичок розв'язування задач, мислення, засвоєння навчального матеріалу та пам'яті, уваги, сприймання. Розробка методики їх застосування у навчанні математики учнів повинна ґрунтуватись на принципах дидактичної системи розвиваючого навчання Л. Занкова (усвідомлення учнями процесу навчання, навчання на високому рівні складності, провідна роль теоретичних знань, вивчення програмового матеріалу в швидкому темпі, розвиток і просування в навчанні всіх учнів), на позиціях діяльнісного підходу в навчанні

(мотиваційно-орієнтаційна, виконавча та контрольна-оціночна ланки навчальної діяльності). Використання методів активного навчання та прийомів психолого-педагогічних впливів дозволяє суттєво послабити негативні та підсилити позитивні сторони самостійної навчальної діяльності: введення в тему, ознайомлення з проблемами, постановка освітніх цілей, ознайомлення з цілями тематичного контролю, виділення основних елементів знань та суттєвих зв'язків, навчання на помилках, використання системи однотипних та різнотипних вправ, безперервне та концентроване повторення тощо. Використання методів проблемного навчання (дослідницький, евристичний та метод проблемного викладу), алгоритмічного підходу та методу доцільних задач зумовлене особливостями розумової діяльності здібних до вивчення математики учнів.

Дидактичними цілями, що можна поставити перед задачами (при використанні методу навчання геометрії через задачі) можуть бути наступні: підготовка до вивчення теоретичного матеріалу (1) нових понять, 2)теорем 3)методів); формування вмінь та навичок; закріплення нових математичних знань; повторення вивченого; ілюстрація застосувань вивченого; контроль засвоєння математичних знань.

Систематичне і цілеспрямоване використання нестандартних задач у навчальному процесі викликає в учнів позитивні емоції, цікавість, творчість, підвищує увагу та активність розумової діяльності, розвиває математичну інтуїцію, кмітливість (додаток В). На формування вмінь учнів розв'язувати нестандартні математичні задачі ефективно впливає ознайомлення їх з нестандартними методами та евристичними прийомами розв'язування задач. Пошук методів розв'язування нестандартної задачі можна здійснювати за допомогою: поділу на більш прості або стандартні задачі, поділу на частини (умова задачі, об'єкти задачі, вимоги задачі); заміна даної задачі її рівносильною за допомогою перетворення умови, або зміни змінних, або заміни об'єктів іншими; введення допоміжних елементів для надання задачі визначеності, розділу її на частини, зближення даних та шуканих.

Розв'язування задач починається одразу після введення нового теоретичного матеріалу. Така діяльність проводиться фронтально, але до неї також можна ввести елемент самостійної навчальної діяльності – коментоване розв'язання задач. Перші завдання, що виконані колективно, дають можливість в ході евристичної бесіди виробити відповідь, причому одночасно почути та побачити розв'язання. Подальше опрацювання завдань націлене не тільки на одержання відповіді, а й на порівняння із зразком свого розв'язання та розв'язання однокласників. В цій самостійній навчальній діяльності формуються вміння та навички загальнокультурної розумової праці (спланувати розв'язання, послідовно та аргументовано викласти свої думки, оформити результати); вміння та навички, що сприяють засвоєнню знань; діяльнісні та комунікативні навички.

Коли частина учнів засвоїла спосіб розв'язання задач нового типу і може пояснити розв'язання, можна організувати групову діяльність. Досвід показує доцільність розподілу учнів на три групи. *Перша група* – учні, що мають прогалини в знаннях програмного матеріалу, самостійно можуть розв'язувати задачі на один-два логічні кроки. *Учні другої групи* мають достатні знання програмного матеріалу та можуть застосувати їх при розв'язуванні стандартних задач. Утруднення викликають нові або складні задачі. У цих учнів не сформовані евристичні прийоми мислення, вони не завжди можуть сформулювати гіпотезу відносно кінцевої мети. *Третю групу* утворюють учні, що можуть вільно зводити розв'язування складної задачі до ланцюжка більш простих, висувати та обґрунтувати гіпотези в процесі розв'язування задач, переносити набуті знання в нові умови.

Учні всіх груп повинні мати різнорівневі завдання, що сприяє формуванню в них пізнавальних інтересів. Але при розв'язанні задач учнями різних груп допомога вчителя повинна надаватися в різному обсязі. Цей обсяг визначається специфікою кожного з п'яти етапів розв'язання: підготовки до розв'язання; пошуку плану та його створення; здійснення розв'язання; обговорення знайденого розв'язку.

Учням третьої групи майже не потрібна допомога. Для учнів другої групи можна організувати допомогу при підготовці до розв'язування та на етапі пошуку плану. Учні першої групи потребують допомоги на всіх етапах. Перед тим, як пропонувати «підказку», треба добре знати, як проходить мисленевий процес, в якому місці задачі учень може мати труднощі. Заздалегідь оформлена «підказка» дозволяє організувати самостійну діяльність учнів без додаткової допомоги вчителя. «Підказка» спільної ідеї розв'язання складається, як правило, з вказівки незвичайного зіставлення даних, шуканих. Допомога в таких випадках може бути надана вказівкою, які дані необхідно порівняти, в якому руслі отримати висновок, яку теорему необхідно використовувати (додаток Ж, Р).

Такий диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії дозволяє навіть слабому учню перейти в групу більш високого рівня, бо учні не просто відновлюють хід розв'язання задачі, а й ведуть пошук в різних напрямках.

На етапі розв'язування складних задач робота в класі ведеться в основному колективно, застосовуючи прийом розбиття задачі на окремі завдання: засвоєння умови; вироблення плану, ідеї розв'язування, колективне її обговорення; оформлення розв'язування. Самостійна навчальна діяльність передбачається на останньому етапі, причому вона може бути виконана як під час виконання самостійної роботи на уроці (як перевірка засвоєння матеріалу уроку) так і вдома. Наприклад, задачу «У правильній чотирикутній піраміді $PABCD$ всі ребра рівні між собою. Знайти кут між бічним ребром PB та площиною PDC » можна розв'язати трьома способами: суто алгебраїчним; векторним, через введення базису; координатно-векторним.

Для розвитку пізнавальної самостійності старшокласників у навчальному процесі необхідно використовувати такі технології навчання, за яких цікавим був би не лише об'єкт пізнання, але й сам процес отримання знань був би особистісно-значущим.

Однією з таких технологій, яку ми використовуємо на заняттях, є *кейс-методика*. Слід зазначити, що в педагогіці не існує чіткого визначення кейс-методики, хоча сама модель розроблена досить чітко. Ця методика є досить гнучкою і може поєднуватись з різними формами навчання. В процесі навчання математики (а саме геометрії) її краще застосовувати разом із проблемним, евристичним навчанням та груповою формою роботи з учнями. Використання кейс-навчання досліджувалося в працях М.Сейнера, Ф.Ейдена, К.Гейтса, Г.Сайкса, Т.Берда, Ю.Сурмі, Е.Михайлової, П.Шеремета, Г.Каніщенко та інших.

В процесі вивчення стереометрії використовуємо кейси, які навчають розв'язувати проблеми (задачі) та приймати рішення (обирати раціональні способи розв'язання задач). Завдання кейс-методу в даному випадку такі:

- набути навички використання теоретичного матеріалу для розв'язування конкретних задач;
- виробити вміння формулювати запитання, обґрунтовувати, відстоювати свою точку зору;
- розвивати комунікативні та творчі здібності;
- провокувати дискусію, активне обговорення;
- розвивати критичне мислення та здібність до самоаналізу, обґрунтовувати свою точку зору, сприймати думки іншого, порівнювати їх із своїми.

Основною умовою ефективного навчання за допомогою кейс-технології (додаток И) є ретельна підготовка до заняття в класі як учнів, так і вчителя. Так, учні під час домашньої самостійної навчальної діяльності повторюють теоретичні положення, опрацьовуючи при цьому матеріал лекцій, підручників, довідникових видань. Після цього для узагальнення та систематизації знань з конкретної теми виготовляють опорні конспекти.

Кейс з розв'язування задач стереометрії – це добірка завдань та задач, яка не може бути випадковою, а має являти собою систему в залежності від цілей та кола проблем, що вивчаються. Вона повинна задовольняти вимогам до системи задач.

Зразок організації практичного заняття на повторення з розв'язуванням задач за кейс-методикою на тему: "Коло та його елементи" запропоновано в Додатку Л. Кейс містить три групи задач за рівнями складності. Такі заняття ефективні при повторенні шкільного курсу геометрії та підготовці до зовнішнього незалежного тестування.

Як уже було зазначено, для забезпечення активної участі учнів у розв'язуванні задач під час заняття потрібна належна попередня підготовка – повторення теоретичних положень, виготовлення опорного конспекту. На занятті повторення організовується шляхом усного розв'язування задач за готовими рисунками – це задачі першої групи. Такий вид роботи дає можливість за короткий час актуалізувати опорні знання, показати їх застосування на практиці та є значно ефективнішим, ніж опитування за допомогою таких запитань, як „сформулюйте...”, „назвіть...” та їм подібних. Задачі першої групи можуть відігравати роль вхідного тесту для самоперевірки знань з теми.

Наступний етап роботи – це розв'язування задач другої та третьої групи. Учні спочатку самостійно шукають шляхи розв'язування задач, потім їх представляють, аналізують запропоновані способи та обирають раціональніші. Вчитель корегує роботу учнів, пропонує для обговорення за необхідності свій спосіб розв'язування. При цьому він має здійснювати диференційований підхід до старшокласників з урахуванням рівня самостійності кожного з них та рівня володіння навчальним матеріалом, щоб кожен міг просуватися у своєму розвитку, працювати в індивідуальному темпі.

Під час колективного розв'язування, коли учень пояснює свій спосіб розв'язування товаришам, він виступає в ролі вчителя. Його завдання в цьому випадку не лише розв'язати задачу, але й пояснити її та оформити належним чином розв'язання на дошці.

Одним з основних етапів уроку геометрії, особливо при поглибленому вивченні, є ознайомлення з новим теоретичним матеріалом, демонстрація прийомів розв'язування задач, організація засвоєння теоретичних відомостей. З

новим теоретичним матеріалом учні можуть ознайомитися шляхом одержання інформації від вчителя; за допомогою книги, комп'ютера; при самостійній навчальній діяльності під час інтерактивного евристичного викладу матеріалу.

При введенні теоретичного матеріалу вчителем самостійна навчальна діяльність учнів в основному полягає у розвитку навчально-інформаційних та навчально-інтелектуальних вмінь. Тобто учні вдосконалюють методи засвоєння інформації, яка передається іншою людиною; мотивують свою діяльність, запам'ятовують, обмірковують інформацію та співставляють її з навчальним матеріалом. Одночасно відпрацьовуються вміння та навички загальнокультурної розумової праці: ведення записів, конспектування, виготовлення опорного конспекту.

Наступною формою вивчення теоретичного матеріалу є самостійна навчальна діяльність за допомогою друкованих джерел інформації (підручників, посібників, допоміжної літератури) та комп'ютерних навчальних програм. Детальніше у розділі 2.4.

Узагальнюючи досвід викладання, можемо сформулювати такі *вимоги до відбору теоретичного матеріалу для диференційованої самостійної навчальної діяльності*:

- матеріал не повинен містити складних понять, тверджень, доведень, формул тощо;
- перед вивченням матеріалу вчитель повинен дати поради, інструкції, вказівки;
- необхідно рекомендувати не тільки діючий підручник, а й додаткову, науково-популярну літературу;
- повинні бути визначені форми й терміни контролю знань і умінь учнів з окремих видів самостійних робіт та з обраної теми в цілому.

Наприклад, вивчення теми «Багатогранники» передбачає ознайомлення з тілами Платона, Кеплера-Пуансо, Архімеда. Цей матеріал можна винести для самостійної навчальної діяльності та обговорення на факультативному занятті, забезпечивши його необхідними матеріалами (Додаток П).

Відомо, що лекція з математичних дисциплін є одним із найпотужніших джерел надходження інформації. Необхідна концентрація всіх видів навчальної діяльності й зближення їх у часі, для того, щоб відбулося осмислення та включення одержаної інформації в достатньому обсязі до системи базових знань, необхідних для успішного сприйняття наступного матеріалу. Реалізація цього процесу починається з проведення лекцій й органічно поєднується з самостійною навчальною діяльністю як в класі, так і в позакласній формі. До лекційного викладу матеріалу у формі діалогу і відповідного конспектування необхідно привчати всіх старшокласників. Можна пропонувати проблемно-модульну організацію лекційного матеріалу та кожний з них диференціювати на три типи лекцій: науково-інформаційна, науково-проектна та світоглядно-рефлексивна. Урок – лекція має переваги над іншими формами навчання, оскільки є найбільш економною формою навчання як у витратах часу, так і сил учнів; дозволяє безпосередньо ввести учнів у творчу лабораторію пошуку нових знань; є методом активного навчання, бо вимагає швидкого і напруженого опрацювання нової інформації (сприйняття, розуміння, згортання, записування); створює великий психолого-педагогічний вплив на учня (набагато більший, ніж книга чи комп'ютер). Лекція покликана виконувати в навчальному процесі багато різноманітних функцій: інформаційну і спрямовуючу, систематизуючу і узагальнюючу, мотивуючу і стимулюючу, виховну і розливальну.

Кожна тема складається з (див. Схему 2.2): базового змісту – основи теорії; повного та поглибленого змісту; допоміжного змісту; додаткового теоретичного змісту.

Схема 2.2

Зміст навчальної теми та його диференціація за рівнями

Рівні			
Початковий (перший)	Середній (другий)	Достатній (третій)	Високий (четвертий)
Розуміння елементів базового змісту, початкові уміння	Практичне розуміння базового змісту, базові навички та вміння	Логічне розуміння базового змісту, його застосування. Оволодіння повним змістом	Логічне, творче розуміння повного змісту. Застосування в різних навчальних ситуаціях

Допоміжний зміст	Базовий зміст	Повний зміст	Поглиблений зміст	Додатковий теоретичний зміст
------------------	---------------	--------------	-------------------	------------------------------

Лекція дозволяє розв'язувати певні дидактичні завдання, на які вказує, наприклад, відомий зарубіжний дослідник П. Дж. Фредерік у статті „Вісім варіантів читання лекцій” [279]. Він вважає, що лекція передає нову інформацію, пояснює і впорядковує складні поняття, моделює процес розв'язання проблем, аналізує та показує зв'язок між різними ідеями, учить цінувати освіту, піддає сумніву переконання, породжує ентузіазм і мотивацію до подальшого навчання.

Проведений експеримент та багаторічний досвід викладання в класах з поглибленим вивченням математики доводить доцільність застосування активних лекцій. До її різновидів ми відносимо: лекцію-бесіду або діалог з учнями, лекцію з елементами дискусії, лекцію з інтенсивним зворотним зв'язком, лекцію-консультацію тощо.

На нашу думку, зробити лекцію активним і навіть інтерактивним методом навчання можливо за допомогою активного використання самостійної навчальної діяльності учнів. Використання наочності під час лекції збільшує запам'ятовування матеріалу з 14 до 38%. Крім того, така презентація матеріалу забирає на 40% менше часу, вона підсилює усну подачу матеріалу. Наочність варта не тільки сотні слів, а й у три рази ефективніша за одні лише слова.

Учень не тільки отримує інформацію, а й обробляє її. Щоб ефективно обробити інформацію, необхідно задіяти як зовнішні, так і внутрішні чинники. Коли ми обговорюємо проблеми з іншими, ставимо питання, що їх стосуються, наш мозок працює набагато краще. Ще краще, якщо ми можемо щось „зробити” з інформацією, щоб отримати зворотний зв’язок, наскільки ми її зрозуміли. Наприклад, з цією метою можливо: викласти інформацію своїми словами; навести свої приклади; показати певні подібні прояви, ознаки; знайти зв’язок з іншими процесами або явищами, вже відомими; передбачити деякі наслідки; знайти протилежності.

Правильний підбір способу подачі матеріалу вимагає знання індивідуальних особливостей учнів: учні по-різному сприймають навчання (за допомогою органів слуху, органів зору й органів почуттів). Наприклад, учнів, в яких слух є основним засобом сприйняття інформації, можна назвати аудіалами. Вони спираються на свою здатність запам’ятовувати почуте. Досить часто такі учні не ведуть конспектів. Під час заняття вони можуть багато розмовляти й читати письмові завдання вголос. Вони бажають навчатися, прослуховуючи лекції, беручи участь у дискусіях і сесіях з питаннями й відповідями. У процесі роботи з такими учнями у вчителя завжди постає питання:” Як залишити в зошиті такого учня слід, щоб він на наступне заняття міг вдало підготуватись?”

Візуали, на відміну від аудіалів, сприймають інформацію за допомогою зору й запам’ятовують краще, коли вона подається за допомогою додаткових засобів, що демонструють сказане: рисунків, схем, наочного матеріалу тощо. Такі учні віддають перевагу добре структурованій презентації інформації. Візуали люблять вести конспекти. Під час занять вони зазвичай мовчазні. Найбільш вдалими методами для них є показ відео, слайдів або безпосередня демонстрація сказаного. Дивлячись на такого учня вчитель задає собі питання: „Чи все йому зрозуміло? Про що учень думає? Наскільки ним засвоєно матеріал?”

Кінестетики навчаються за рахунок особистої участі в процесі. Вони досить імпульсивні й не проявляють достатнього терпіння. Під час занять можуть бути неспокійними і метушливими доти, доки вони не зможуть порухатись або самостійно щось зробити. Їхній підхід до навчання досить безсистемний. Найвдалішими методами для них є емпіричні вправи – ділові ігри та групові вправи. „Як залучити до роботи такого учня? Як допомогти йому зібрати всю інформацію воєдино?” – це питання вчителя до себе.

Лекція охоплює значну кількість матеріалу, що вивчається, але реальне засвоєння матеріалу учнями потребує набагато більше часу. Постановка і досягнення конкретних цілей дозволяють передбачити й організувати спеціальну діяльність учнів для осмислення, застосування та усвідомлення того, що вивчається. На наш погляд, саме застосування методів „Керована лекція”, „Лекція з паузами”, „Лекція за участю учнів” не тільки забезпечує трансляцію, але й привертають увагу учнів до найбільш важливих проблем і питань. Розглядають проблемно-модульні, науково-інформаційні, науково-проектні лекції (Додаток В, Г, У).

Проблемно-модульна лекція – це організоване спілкування вчителя та учнів, у ході якого формується мотивація освітньої діяльності як основа розвивальної взаємодії. *Науково-інформаційна лекція* покликана висвітлити прогресивні способи добування й використання теоретичних знань з конкретної проблемної теми курсу. Головна мета цієї лекції – виявити і довести фундаментальні залежності, що організуються в розумовій діяльності людини у вигляді теорій, законів, понять, наукових фактів. Лекція будується на пошуковій взаємодії – це постановка запитань, суперечка або діалог. І завершується вона розв’язанням пропонованого припущення, версії, гіпотези реальних наукових проблем. Під час такої лекції має місце домінування наукових знань та пізнавальних умінь над соціально-культурними нормами і цінностями. *Науково-проектна лекція* спрямована на розкриття нормотворчої функції, подання наукової інформації у прийнятих соціальних формах-взірцях, це – інструкції, програми, методики, технології, правила. Мета цієї лекції –

навчання учнів теорії і практики наукового проектування. Для того, щоб процес розвивальної взаємодії між вчителем та учнями був довершеним, можна пропорційно розподілити програмний зміст кожної навчальної теми на сім етапів лекцій та практичних занять: 1) мотиваційний, 2) теоретико – пошуковий, 3) консультативно – смисловий, 4) соціально – адаптивний, 5) системно – довідковий, 6) корекційно – рефлексивний, 7) культурно – підсумковий.

Ці етапи мають місце і в інших формах організації навчання, а саме: семінарах, навчальних конференціях, навчальних симпозіумах, диспутах тощо.

Для прикладу, розглянемо тему «Вектори у просторі». Вивчення цієї теми легко відбувається на базі повторення теми «Вектори на площині». Першою є лекція про означення вектора, його властивостей та визначення лінійних операцій над векторами. При проведенні цього уроку-лекції розглядається клас задач, що розв'язуються за допомогою методу векторів (додаток У). Далі лекції мають тематику: «Дії над векторами», «Використання скалярного добутку при розв'язуванні задач», «Векторний метод у стереометрії». Організацію уроку-лекції можна здійснити наступним чином. Текст лекції може бути виданий заздалегідь перед відповідним уроком вивчення теми учням для самостійної підготовки до сприйняття матеріалу та повторення (Рис.2.6). Відповідно до рівня сформованості самостійної навчальної діяльності старшокласники можуть виконати завдання та повторити матеріал. Вчитель повинен перед таким завданням сконцентрувати увагу старшокласників на тому, щоб діти спробували обдумати відмінності понять, що були вивчені раніше та нововведеними.

Після самостійного опрацювання матеріалу на повторення та поглиблення знань і вмінь можна перейти на застосування вивченого для розв'язання задач.

Рис. 2.6

Фрагмент матеріалу лекції

Площина	Простір
---------	---------

п.1 Вектори. Додавання і віднімання векторів.

Величини, що характеризуються не тільки чисельними значеннями, але і напрямом, називаються **векторними величинами, або векторами**.

Числове значення вектора називається його **модулем**.

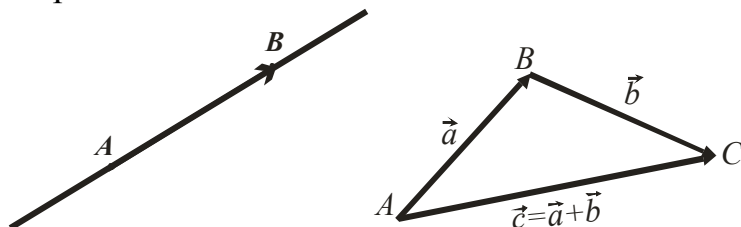
Вектор на площині вводиться з використанням поняття переміщення. Слово “вектор” походить від латинського слова “*vektor*” – “той, що несе”. Поняття вектора ототожнюється з поняттям паралельного переносу.

Вектор може бути задано парою відповідних точок A і B , що не співпадають – прообраз та образа, або напрямом і відстанню $r > 0$. Відстань $r = |AB|$ називається **довжиною вектора**.

Позначається вектор малими буквами латинського алфавіту з стрілкою зверху: a, b, c або $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Позначають також за допомогою великих латинських букв, що показують початок та кінець вектора: $\overline{AB}, \overline{CD}, \dots$

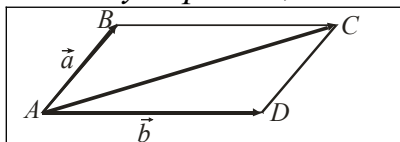
Якщо точки B і A співпадають, то маємо **нульовий вектор**, що позначають $\vec{0}$ або \overline{AA} .

На рисунках вектор \overline{AB} зображають у вигляді напрямленого відрізка.



Сума двох векторів \vec{a} і \vec{b} позначається символом $\vec{a} + \vec{b}$ та може бути знайдена за “правилом трикутника” або за “правилом паралелограма”. 1) **“Правило трикутника”**.

Початок другого вектора ставлять у кінець першого і тоді векторсума $\vec{a} + \vec{b}$ - це вектор, початок якого знаходиться в початку першого, а кінець – в кінці другого: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$.



2) **“Правило паралелограма”**.
(сформулювати)

Дайте відповідь на питання:

1. Чи змінилося означення та поняття вектора від того розглядається воно на площині чи у просторі?
2. Що таке абсолютна величина вектора?
3. Як можна позначати вектори у просторі? А зображувати?
4. Де будуть розміщені вектори у просторі, якщо координати точок початку і кінця мають властивість: координати x та y дорівнюють нулю?

Дайте відповідь на питання:

1. В якому випадку додають вектори за правилом трикутника? А в якому за правилом паралелограма?
2. Які ви знаєте властивості додавання векторів?
3. Якими способами можна отримати різницю двох векторів?
4. Дайте векторне тлумачення ситуації, що наводиться в басні І. Крилова про лебедя, рака та щуку.
5. Доведіть, що $\overline{AB} = \overline{XB} - \overline{XA}$ при довільному виборі точки X .
6. Нехай $ABCD$ – тетраедр. Доведіть, що $\overline{AC} + \overline{BD} = \overline{AD} + \overline{BC}$. Як можна узагальнити цю задач

Учні, зрозуміло, виконають завдання відповідно до рівня сформованості самостійної діяльності, але, навіть при неповному виконанні даних завдань, вчитель зможе побудувати сучасний урок, в якому буде передбачено не просто

спілкування вчителя і учнів, а спілкування і вирішення проблем, з якими учні зустрілися.

Такий урок буде життєвим, направленим на розвиток особистих пізнавальних можливостей школярів та фахових можливостей вчителя. При такій побудові уроку-лекції перевага на боці пізнавальної самостійної навчальної діяльності як засобу й одночасно результату профільної освіти.

Після повтореного самостійно матеріалу навчальний діалог на уроці здійснюється під постійним контролем вчителя щодо правильності змісту, точності термінології з відповідними рівневими вимогами, що були поставлені учневі. Робота, організована таким чином, показує рівень вимог до знання теоретичного матеріалу та його практичного застосування для розв'язання задач з усіма доведеннями та обґрунтуванням, показує неперервність процесу навчання та спрямовує учнів на набуття навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності. На уроці матеріал лекції доповнюється та узагальнюється, розглядаються задачі, розв'язання яких записують в робочому зошиті.

Робота з готовим друкованим конспектом уроку-лекції має ряд **переваг**.

Так, учні:

- 1) отримують індивідуально конспект уроку-лекції і працюють з ним. При необхідності відбувається контроль з боку батьків.
- 2) самостійно готуються до вивчення та сприйняття нового матеріалу;
- 3) ознайомлюються з планом вивчення теми;
- 4) знають зміст вимог до засвоєння теми та виконання конкретних завдань;
- 5) реалізують індивідуальний, творчий, диференційований рівень самостійної навчальної діяльності в опануванні теми (теорії та практики).

Під час роботи з такими конспектами учні працюють на різних **рівнях навчальної діяльності**:

1. Сприйняття тексту (звук; друкована основа; запис додаткової інформації, конспектування).

2. Алгоритми дій (доведення теорем, способи розв'язування задач): за зразком, з поясненням вчителя; вписування доведення та формулювання після обговорення; самостійно (з підручником, творчо).

3. Практичні завдання: а) усні завдання різного рівня; б) аналіз розібраних, що є зразком для виконання; в) письмові завдання в зошиті під час роботи в класі; г) задачі для самостійного розв'язування різного рівня складності, які використовуються як для домашнього завдання, так і для виконання творчих досліджень.

Поля та вільні місця в лекції несуть також **додаткове значення** для роботи – на них учні:

- 1) записують суттєве, що виділили під час сприйняття інформації лектора-вчителя;
- 2) записуються додаткові методи доведення, відмінні від тих, що знайдені самостійно або запропоновані в класі;
- 3) записуються питання для повторення або незрозуміле для подальшої роботи;
- 4) записуються питання до вчителя, спостереження.

Найближче майбутнє старшокласників, що навчаються за програмою поглибленого вивчення математики (геометрії), – це вищий навчальний заклад і особистою метою учнів є вступ до нього. Отже, зміст навчання у школі має узгоджуватись зі змістом навчання у вищій школі і треба дати учням усе можливе для досягнення цієї мети, ліквідувати «ножиці» між шкільною підготовкою та вимогами до абітурієнтів чи студентів. Важливим аспектом є побудова навчання таким чином, щоб відбувалась безперервність освіти: те, що вивчається в шкільному курсі, не просто повторюється, а вивчається щоразу на новому рівні, з новим ступенем глибини та новою метою. Учень повинен відчувати, що відомі йому знання поглиблюються та розширюються, а він рухається у своєму процесі навчання за спіраллю. Для цього варто постійно ставити перед учнями завдання, вирішення яких потребує нестандартних дій, самостійного пошуку раціональних процедур, самоорганізаційних умінь. Одним із видів навчальної діяльності, що відповідає вказаним вимогам, є

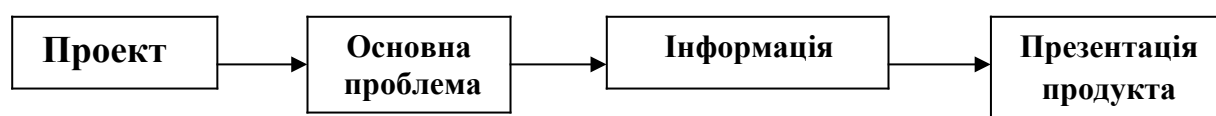
проектна діяльність учнів. Під **проектною діяльністю** слід розуміти особливий вид інтелектуальної пошуково-дослідницької діяльності, яку часто називають шляхом задуму від виникнення ідеї до її втілення.

Критеріальні вимоги до організації проектної діяльності повинні бути зіставлені з структурою навчального проекту (рис.2.7):

- наявність проблеми (або задачі), розв'язання якої потребує інтегрованих знань та дослідницького пошуку;
- практична, теоретична або пізнавальна значущість результатів, що плануються;
- чітке структурування змістової частини проекту з указуванням поетапних результатів;
- використання дослідницьких методів: визначення проблеми та задач дослідження, які з неї випливають; висування гіпотез та їх дослідження; обговорення методів дослідження; обов'язкове оформлення результатів діяльності; аналіз отриманих даних; підведення підсумків, їх коректування та висновки.

Рис. 2.7

Структура навчального проекту.



1. Постановка питання
2. Висування гіпотез
3. Планування діяльності

1. Збір інформації
2. Структурування інформації

1. Вибір форми презентації
2. Підготовка презентації
3. Презентація

В основу методу проектів покладена ідея про спрямованість навчально-пізнавальної діяльності школярів на результат, що виходить при розв'язанні тієї або іншої практично або теоретично значущої проблеми.

Зовнішній результат – можна побачити, осмислити, застосувати в реальній практичній діяльності.

Внутрішній результат – досвід діяльності – стає безцінним досягненням учня, з'єднуючи в собі знання й уміння.

Проект – це метод навчання самостійної навчальної діяльності. Він орієнтований на досягнення цілей самих учнів, і тому він унікальний. Він формує наймовірно велику кількість умінь і навичок, і тому він ефективний. Він формує досвід діяльності, і тому він незамінний. При використанні методу проектів учитель заздалегідь ретельно готується до таких уроків. Це не «щоденні технології».

Види проектів за домінуючою діяльністю учнів.

1. Практично-орієнтований проект націлений на соціальні інтереси (розробити навчальний посібник, задачник, збірку історичного матеріалу за темою, наприклад, *«Гордість нації. Видатні математики України»* для користування в кабінеті математики).
2. Індивідуальний проект – наукове дослідження (соціальне опитування про значимість і необхідність вивчення математики, *«Золотий переріз та ряд Фібоначчі»*, *«Фрактали навколо нас»*, *«Симетрія в прикладному українському мистецтві»*). Додаток Ф.
3. Інформаційний проект – спрямований на збір інформації про об'єкт, явища з метою аналізу (*створити сайт допитливих математиків*).
4. Творчий проект – вільний і нетрадиційний підхід до оформлення результатів. Роботи на науково-практичну конференцію, наприклад, теми проектів на **конференцію «Симетрія навколо нас»: «Симетрія рослинного світу»**, «Симетрія в алгебрі», «Симетрія та гармонія танцю», «Симетрія людини та її інвентаризація за Фібоначчі», «Симетрія в хімії», «Симетрія в геології. Симетрія Землі», «Симетрія фізичних законів», «Симетрія в арабомусульманській культурі»; теми проектів на **конференцію «Золота пропорція та гармонія»: «Поняття золоті пропорції в математиці»**, «Золота пропорція в моді», «Гармонія та симетрія в світовій архітектурі та архітектурі Києва», «Симетрія і золотий переріз в мові, прозі та поезії», «Золоті пропорції в космічному просторі».

5. Рольовий проект – учасники беруть на себе ролі літературних або історичних персонажів. Наприклад, театральна вистава «Таємниця і магія чисел».

В усіх цих проектах мова йде не про одну, а про домінуючу спрямованість діяльності учасників, яка триває певний час та різні форми подання результатів (рис. 2.8). За тривалістю розглядають:

1. Міні – проекти – 1 урок або менш уроку.
2. Короткострокові – 4-6 уроків. (Додаток Н).
3. Тижневі проекти (для факультативу. Додаток П)
4. Річні проекти.

Рис. 2.8

Форми подання результатів проектної діяльності



Презентувати свій проект учні мають можливість у вигляді: ділової гри, демонстрації відеофільму, гри з залом, наукової конференції, рольової гри, екскурсії, ілюстрованого представлення фактів, документів, подій (з використанням мультимедійної дошки, створення сайту, оформлення публікації або стіннівки), виготовлення реклами.

Задача педагога полягає в тому, щоб в процесі виконання проекту був реалізований ланцюг: від вибору теми проекту і форми його подання (індивідуальної чи групової) на основі сформованого в учнів інтересу до

рефлексії з приводу отриманих результатів. Результати поетапної роботи проектантів можливо оцінити (в балах) на основі відкритих критеріїв оцінювання за допомогою індивідуальної карти проектанта (додаток С).

Як показує досвід, діяльнісний підхід і метод проектів, які застосовуються в навчанні, допомагають розв'язувати задачі сучасної школи. Знання перестають бути метою, а стають засобом в освіті, що дозволяє кожному учневі самостійно освоювати культурні цінності. Проте, якщо вчителі з різних предметів (навіть з двох) одночасно будуть виконувати проекти, тоді ніякого позитивного результату досягнути не вдасться – це приведе до навчального перевантаження учнів. На цьому наголошував російський професор В.Гузєєв: «Проектне навчання – корисна альтернатива класно-урочній системі, але воно не повинне витискати її... Його слід використовувати як доповнення до інших видів навчання».

У результаті проектної діяльності, як виду самостійної навчальної діяльності в учнів формуються: 1) рефлексивні уміння (осмислення задачі); 2)пошукові уміння; 3) навички оцінної самостійності; 4) уміння і навички співробітництва; 5) менеджерські уміння і навички; 6) комунікативні і презентаційні уміння і навички.

Результатом є спонукання учнів до самостійної навчальної діяльності, плідний розвиток його особистості.

Існують *персональні* і *групові* проекти. Перевагою *персонального* проекту є формування почуття відповідальності, здобуття досвіду діяльності на всіх етапах, а *групового* – здобуття навичок співробітництва, більш глибокий і різнобічний зміст самостійної навчальної діяльності. В основі будь-якого проекту є три складові: замовник; наявність соціально-значущої або навчально-дослідницької мети; рефлексія.

Ці три складові є «китами» будь-якого проекту, до того ж вони сильно пов'язані між собою. Учневі необхідні певні особи, ті, хто буде скеровувати його в ході роботи, буде особисто зацікавлений у кінцевому результаті, кому це буде потрібно для подальшої роботи. І результат тоді стає соціально-значущим,

і дитина тоді здобуває «соціальну вагу» (реалізуються потреби «самоповаги, самоактуалізації»). Але після одержання результату необхідно проаналізувати, що зроблено на «вищому рівні», а що можна було зробити краще, обговорити ідеї, що виникли після закінчення роботи.

Як у будь-якого виду діяльності, у проекту є свої етапи виконання (табл. 2.2).

Для учнів 10-го класу доцільно запропонувати виконання проекту «Світ багатогранників» (додаток П). Виконання такого проекту може містити декілька цілей: пропедевтичне вивчення властивостей, видів багатогранників, знайомство з теоремою Ейлера, встановлення взаємозв'язку теореми Ейлера, з новим розділом математики – топологією та видами і побудовою розгорток.

Таблиця 2.2

Етапи виконання проектів

I етап	II етап	III етап	IV етап
<i>Введення в проектну діяльність</i>	<i>Самостійна робота з оформлення результатів діяльності</i>	<i>Захист або /і/ аналіз проекту</i>	<i>Визначення додаткової області застосування</i>
<i>Функції вчителя:</i>			
постановка задачі; обґрунтування роботи; терміни	-підтримка учня; -допомога в пошуку джерела інформації	Допомога у виробленні стратегії захисту	Націлення на подальше творче осмислення результатів
<i>Функції учня:</i>			
Пошук об'єкта дослідження	Пошук інформації та її оброблення	зміст проекту; спосіб оформлення і представлення	визначення всіх можливостей використання

Проект – це особлива філософія утворення. Філософія мети і діяльності. Проектна діяльність дає можливість розкритися кожній дитині. При такому виді роботи враховуються всі психологічні особливості, інтереси, можливості кожного учня. Ми вважаємо, школа сьогодення і майбутнього неможлива без школи проектів.

До числа основних та стабільних ланок, що поєднують урочну, позаурочну та позашкільну самостійну навчальну діяльність учнів є виконання домашніх завдань. Головною метою такої діяльності є: розширення та поглиблення знань, умінь, навичок, що одержані на уроці; попередження їх

забування; розвиток індивідуальних нахилів, талантів, здібностей. Функціональне призначення самостійної навчальної діяльності по виконанню домашніх завдань можна розглядати з таких точок зору: закріплення матеріалу, що було запропоновано в класі; розширення та поглиблення питань теми, що вивчається; формування вмінь і навичок самостійного виконання вправ; подальше набуття та вдосконалення учнями досвіду володіння загальними навчальними компетентностями (уміння спланувати всю роботу, розподілити її в часі, уміння працювати з навчальною літературою, уміння контролювати себе в ході та кінці виконання роботи тощо); розвиток самостійного мислення, його творчих проявів, нестандартних рішень, що відповідає індивідуальному потенціалу старшокласників; виконання індивідуальних завдань: спостережень, дослідів, збору інформації для плідної роботи в класі; виховання морально-вольових якостей учнів (працелюбності, відповідальності тощо); подальше формування рефлексивних умінь (здійснювати самоконтроль, самооцінку, ставити завдання для самовдосконалення тощо). Для осмисленого та самостійного виконання домашнього завдання учнями вчителю необхідно притримуватись дидактичних правил: на уроці створені та реалізовані умови для ґрунтовного опрацювання матеріалу; домашнє завдання диференційоване та має індивідуалізований характер; завдання чітко сформульовано та надано практичні рекомендації по його вдалому виконанню (виділено особливості порівняно з вправами, що виконано в школі); постійно проводиться діагностика, прогнозування і планування домашнього навантаження учнів.

Домашня самостійна навчальна робота – багатогранна педагогічна категорія, яка підлягає певній класифікації. Розглянемо основні підходи до диференціації самостійної навчальної діяльності старшокласників вдома. По-перше, у залежності від педагогічної мети, яка переслідується при проведенні такої діяльності, домашню самостійну навчальну діяльність можна розділити на дві основні групи: самостійна навчальна діяльність для здобуття нових знань, вмінь, навичок та перевірюча діяльність. Діяльність, що передбачає здобуття нових знань, умінь та навичок, може бути пов'язана з підготовкою до сприйняття нового навчального матеріалу; розширення та поглиблення набутих знань; роботою тренувального характеру.

Самостійна навчальна діяльність вдома може ґрунтуватись на наслідуванні, на відтворенні учнями дій учителя та його міркувань; на застосуванні знань, умінь і навичок, отриманих раніше під керівництвом учителя в умовах, аналогічних тим, у яких вони формувались; на творчому, діяльнісному підході у ставленні запитання й пошуку його вирішення, самостійному проведенні необхідних спостережень, самостійному отриманні висновку, самостійному відборі матеріалу.

Особливо актуальною проблемою в системі диференційованого підходу до організації домашньої самостійної навчальної діяльності є індивідуалізація та диференціація таких завдань. За формою такі роботи можна розділити на: вільний вибір домашнього завдання; індивідуальні завдання; фронтальні та групові завдання. За тривалістю завдання можна розділити на: короткочасні; довготривалі; періодичні. Враховуючи різний зміст самостійної навчальної діяльності такі завдання можуть диференціюватися за рівнем самостійності (репродуктивні, варіативні, частково-пошукові, творчі) та за рівнем складності (збільшення чи зменшення обсягу; ускладнення або спрощення способів діяльності). При виконанні домашніх самостійних завдань можуть використовуватись різні джерела інформації: підручник, дидактичний матеріал, довідникова література, комп'ютер тощо.

Однією з важливих функцій домашньої роботи є сприяння формуванню в учнів умінь самоконтролю й самооцінки, а також здійснення контрольної діяльності вчителем. Ланцюжком, який пов'язує класну й домашню роботу учнів, є перевірка виконання домашніх завдань на уроці. Перевірка виконання домашньої самостійної навчальної діяльності виконує не лише контролюючу, а й навчаючу функції.

2.3 Організація диференційованої самостійної навчальної діяльності старшокласників в позаурочний час

Диференційоване управління самостійною навчальною діяльністю учнів важливе і при позаурочній навчальній діяльності. Позаурочна робота направлена в основному на надання учням додаткових можливостей для розвитку здібностей та прищеплення їм інтересу до геометрії та її застосування, що найбільш суттєво для старшокласників при поглибленому вивченні геометрії. Метою позаурочних занять є розвиток певних якостей мислення та рис характеру учнів. Нерідко участь в такій роботі з геометрії стає першим етапом поглибленого вивчення математики та приводить до вибору факультативу, переходу до математичного класу і т. д.

Консультації, факультативи, математичні гуртки, курси за вибором, олімпіади, конкурси, вікторини, математичні дискусії та круглі столи, конференції, турніри, науково-дослідницька та проектна робота, робота з тематичними комплексами, індивідуальні завдання, додаткові заняття з геометрії тощо забезпечують формування стійких пізнавальних інтересів при поглибленому вивченні предмета в загальноосвітній школі, стимулюють самостійну навчальну діяльність.

У роботі по підготовці учнів до позаурочних занять доцільно виділити два аспекти: організаційний та дидактичний. *Організаційна* діяльність допомагає пробудити у старшокласників цікавість до позаурочних занять математикою, залучити їх до участі в масових заходах, окремих змаганнях, занять у математичному гуртку або факультативі, прослуховування елективного курсу. *Дидактична* мета підготовчої роботи полягає в тому, щоб допомогти учню у подоланні труднощів, які виникають у процесі додаткових занять математикою в позаурочний час, допомогти закріпити інтерес до гурткових або факультативних занять, підтримати інтерес до додаткових занять математикою та бажання займатися самостійною навчальною діяльністю з математики, тим самим утворюючи фундамент для подальших особистих успіхів у навчанні.

Специфіка позаурочних занять полягає в тому, що вони проводяться за програмами, які вибираються вчителями та, зазвичай, узгоджені з бажаннями

учнів і коректуються в процесі навчання з урахуванням їх індивідуальних можливостей, пізнавальних інтересів та потреб, що перебувають в постійному розвитку. Участь у багатьох видах позаурочних занять є обов'язковою, за результати роботи учень оцінок не отримує, хоча ця його робота також оцінюється, але іншими способами: публікація заміток в шкільній газеті, нагородження грамотами, книгами, цінними подарунками, висловлення подяки на лінійці, нагородження стипендіями тощо.

Сама участь учнів у роботі факультативів, гуртковій роботі, в математичних змаганнях та олімпіадах вже є диференціацією навчання в школі. Але диференційований підхід і до цієї категорії учнів є необхідним, бо сприяє максимальному розвитку їх індивідуальних здібностей, задоволенню навчальних потреб.

За допомогою анкетування чи в ході бесіди встановлюється мета відвідування учнем занять гуртка або факультативу. Для вчителя одержана інформація є дуже важливою в процесі підвищення ефективності індивідуального підходу до старшокласників у позаурочній роботі, корекції своєї роботи, тобто для здійснення диференційованого підходу. Якщо вчитель не направить свою діяльність на розвиток інтересів учнів в ході позаурочних занять, то початковий інтерес до математики, не одержуючи підкріплення та розвитку, згасає і учні перестають відвідувати позаурочні заходи. Більш того, вони перестають самостійно займатися вдома, фактично завершуючи поразкою процес самостійної навчальної діяльності.

Ми дотримуємось класифікації позакласної роботи, яка включає такі її *види*: робота з учнями, що відстають від інших у засвоєнні програмного матеріалу; робота з учнями, що проявляють зацікавленість до геометрії; робота, що направлена на розвиток зацікавленості учнів до вивчення геометрії. Відставання учнів у вивченні геометричного матеріалу можливе на етапі початкового поглибленого вивчення (на початку 10 класу). Диференційований індивідуальний підхід до організації самостійної навчальної роботи з такими учнями є особливо необхідним. Ця діяльність носить індивідуальний характер

та потребує особливого диференційованого підходу. Учні з такими проблемами досить часто зустрічаються в класах з поглибленим вивченням математики, особливо на початку десятого класу. Цей клас є початком профільного вивчення предметів, а учні не завжди адекватно вибирають профіль навчання. Домашні завдання для таких учнів повинні мати завдання на повторення і доцільно їх задавати у вигляді карток-консультантів (Додаток Р).

Цілі другого виду позаурочної роботи з геометрії можуть бути дуже різноплановими та залежать від того, що цікавить та що хочуть дізнатися нового про геометрію учні. Наприклад, розвиток та поглиблення з програмного матеріалу; прищеплення навичок самостійної дослідницької, наукової роботи; розвиток культури математичного мислення; розвиток уявлень про практичне застосування геометрії і т. д.

Третій вид позаурочної роботи має цілі подібні до другого, але головний акцент робиться на розвиток інтересів до вивчення геометрії у відповідності до можливостей цієї групи учнів.

Запропонована диференціація більше відповідає диференційованому підходу за критерієм навченості та з урахуванням розвитку пізнавальних інтересів. Позаурочна робота включає в собі всі види самостійної навчальної діяльності та до її організації можна застосувати всі види диференційованого підходу за будь-яким критерієм. Особливостями цієї діяльності є те, що вона добровільна, носить більш демократичний характер, вчитель має більше можливості корегувати програму з урахуванням індивідуальних особливостей учнів.

Всі форми діяльності (гурток; факультатив; олімпіади, конкурси, вікторини; математичні дискусії, круглі столи, конференції; курси за вибором (елективні курси); науково-дослідницька та проектна робота; класна та шкільна математична преса; виготовлення моделей, створення коп'ютерних програм, посібників тощо) часто поєднуються і тому важко провести між ними чіткі границі. Більш того, елементи багатьох форм можуть бути використані при організації однієї з них. Наприклад, при проведенні математичного вечора

можна використати змагання, конкурси, доповіді і т. д. Цікавим є поєднання позаурочної та урочної навчальної самостійної діяльності. Так, наприклад, учні десятого класу виконували індивідуальні наукові проекти за темою «Симетрія навколо нас» (перелік тем у додатку Ф). За результатами цих дослідницьких робіт було проведено однойменну конференцію, на якій з доповіддю виступив кожний десятикласник. Дана позаурочна самостійна навчальна діяльність співпала в часі з вивченням у 10 класі теми «Перетворення у просторі». Для актуалізації знань, підвищення уваги, концентрації думок на початку уроку було проведено тест у вигляді фотопитань, що висвітлювались при обговоренні тем на конференції. Тим самим поєдналась урочна, позаурочна, позашкільна самостійна навчальна діяльність.

Позаурочні заняття з старшокласниками, що виявляють підвищену зацікавленість у вивченні геометрії, відповідають наступним *основним цілям*: розвиток стійкого інтересу учнів до геометрії та її практичного застосування; розширення та поглиблення знань учнів з програмного матеріалу; оптимальний розвиток геометричних здібностей в учнів та прищеплення їм навичок науково-дослідницького характеру; прищеплення високої геометричної культури мислення; розвиток в учнів вміння самостійно та творчо працювати з навчальною, науково-популярною літературою та іншими джерелами інформації; розширення та поглиблення уявлень учнів про практичне застосування геометричних знань; розширення та поглиблення уявлень учнів про культурно-історичні цінності в математиці, виховання громадянської гордості за досягнення співвітчизників; виховання в учнів відчуття колективізму та вміння поєднувати самостійну навчальну діяльність з колективною у досягненні мети; встановлення більш тісних ділових контактів між вчителем математики та старшокласниками та на цій основі більш глибоке вивчення пізнавальних інтересів та запитів учнів; створення активу, що спроможний надавати вчителю допомогу в організації диференційованого підходу до самостійної навчальної діяльності з метою підвищення ефективності

навчання. Зрозуміло, що реалізація цих цілей здійснюється комплексно як на уроках, так і в позаурочний час.

Один із способів організації самостійної навчальної діяльності учнів у позаурочний час є робота над завданнями *тематичних комплексів*, пов'язаних з основними розділами програми геометрії. Завдання, які видаються учням на навчальний рік, логічно взаємопов'язані. Так, кожний тематичний комплекс може складатися з 5-6 завдань, наприклад: *скласти опорну схему або заповнити опорну таблицю; відповісти на питання самоперевірки; розв'язати ситуаційні задачі і вправи*. До завдань додається список рекомендованої літератури. Контроль використання завдань проводиться за графіком в ході 20-хвилинної співбесіди з групами учнів по п'ять осіб. До кожної групи підбираються як більш, так і менш підготовлені учні, що сприяє їх самоосвіті. Співбесіда розпочинається з розминки за матеріалом опорної таблиці та за питаннями для самоперевірки, потім настає етап розв'язання ситуаційних задач, який проходить досить цікаво, кожен намагається знайти своє пояснення. Якщо виконання завдання не можна вважати прийнятим, співбесіда проводиться повторно під час консультацій. Особливо корисними є такі комплекси у роботі випускних класів під час повторення та поглиблення вивченого матеріалу. Наприклад, *учні одинадцятих класів працюють над завданнями тематичних комплексів «Трикутник, піраміда, конус» або «Прямокутник, призма, циліндр»*. Під час виконання завдань учнями повторюється, систематизується, узагальнюється матеріал, створюються опорні конспекти для здачі теорії, підбираються базові задачі та виконується практичний блок, що містить перелік задач.

Ще одним способом організації самостійної діяльності учнів є індивідуальні завдання, розраховані на поглиблену та розширену розробку теоретичних аспектів курсу. Такі завдання вміщують в собі різні задачі та практичні запитання, пов'язані з профілем навчання. Позитивним у цьому є те, що в процесі засвоєння програми учні вчаться самостійно працювати з різними джерелами, що сприяє підвищенню рівня професійної підготовки та

самостійного мислення. Наприклад, під час вивчення теми «Паралельність прямих і площин у просторі» індивідуальні завдання стосувались питань: п'ятий постулат Евкліда; геометрія Лобачевського; побудови у просторі; існуючі та неіснуючі об'єкти (роботи Ешера, Жос де Мея); побудова мимобіжних прямих та необхідно було виконати геометричний практикум: практичні графічні роботи на побудову перерізів. При вивченні теми «Перпендикулярність прямих і площин у просторі» індивідуальними питаннями могли бути такі: паралельна та центральна проекція; основи теорії Польке-Шварца; теореми Дезарга, Паскаля; начала проективної геометрії; аксіоматична побудова афінних геометрій; скінчені моделі; Гільбертова недезаргова геометрія. Учні виконують геометричний практикум, що пов'язаний з дослідженням властивостей, побудовою еліпса, параболи, гіперболи.

Завдання-комплекси, індивідуальні завдання тощо вимагають індивідуальної форми роботи, якою може стати індивідуальна консультація. Такі консультації можуть проводитись як для сильних учнів з метою індивідуальної допомоги у вирішенні питань, корегування дій, так і для учнів, які за певних причин не встигають у вивченні програмного матеріалу, з метою своєчасної ліквідації та попередження прогалин у знаннях, вміннях та навичках.

Такі позаурочні заняття проводять невеликими групами, які повинні бути достатньо однорідні як з точки зору рівня прогалин у знаннях, так і з точки зору рівня навчуваності. Заняття повинні бути максимально індивідуалізованими. Наприклад, кожному з таких учнів пропонується підготовлене індивідуальне завдання та в процесі його виконання надається конкретна допомога, наприклад завдання у вигляді картки-консультанта (додаток Ж, Р). Регулярність занять не повинна бути частіше ніж один раз на тиждень, їх треба поєднувати з домашньою самостійною навчальною діяльністю учнів за індивідуальним планом.

Після повторного вивчення того чи іншого розділу матеріалу на додаткових заняттях необхідно провести підсумковий контроль.

Додаткові заняття з геометрії, як правило, повинні мати навчальний характер; під час проведення занять корисно використовувати відповідні варіанти самостійних або контрольних робіт з набору дидактичних матеріалів, а також навчальні посібники та завдання програмованого типу.

Необхідно постійно аналізувати причини відставання окремих учнів при вивченні ними програмного матеріалу, вивчати типові помилки, які допускають учні. Такий всебічний аналіз робить додаткові заняття з геометрії більш ефективними та підвищує якість навчання.

При поглибленому вивченні геометрії одним із видів самостійної навчальної діяльності є виконання **науково-дослідницьких робіт** (наприклад, в рамках діяльності Малої академії наук (МАН)). Розв'язання проблеми самореалізації учнів у сучасній дидактиці пов'язується з необхідністю засвоєння досвіду творчої діяльності, а це, в свою чергу, потребує розвитку дослідницьких здібностей учнів.

Питання розвитку розумових здібностей учнів, активізації їх творчої та пізнавальної діяльності, розкриття їхнього творчого потенціалу при застосуванні традиційних засобів навчання розглядали В.Андрєєв [2], Д.Богоявленська [33], З.Слепкань [247-251] та інші. Загальною тенденцією новацій є насамперед пошук нових форм і методів розвитку обдарованих дітей саме в позаурочній роботі.

Основною метою виконання науково-дослідницьких робіт в рамках МАН, як і інших подібних робіт, є систематизація, розширення, поглиблення теоретичних знань старшокласників у ході самостійної навчальної діяльності; оволодіння методикою дослідження й експериментування при розв'язанні навчальних задач; продовження роботи з формування вміння вести індивідуальну, групову і колективну навчально-дослідницьку та навчально-експериментальну роботу і бачити самостійну мету такої роботи; реалізація

оптимальних можливостей даної форми роботи для прояву інтелектуальної ініціативи, самостійності та гнучкості мислення.

Науково-дослідницька робота – це не реферативна робота, а самостійна дослідницька праця, що включає в себе: 1) висування проблеми (постановка питання, що вимагає відповіді); 2) виявлення і введення в науковий обіг нових джерел, повідомлення на цій основі нових фактів; 3) встановлення нових зв'язків між відомими явищами і фактами; 4) нову постановку уже відомої проблеми; 5) оригінальні висновки; 6) рекомендації щодо використання у навчальному процесі виявлених у процесі науково-дослідницької роботи матеріалів і висновків (Додаток X 2).

Основні етапи підготовки і виконання науково-дослідницької роботи такі: 1-й етап: вибір теми, складання плану роботи, вибір методики роботи над джерелами і літературою, складання календарного плану виконання роботи; 2-й етап: збір матеріалів, складання бібліографії, аналіз і узагальнення зібраного матеріалу, виконання експериментально-дослідницької частини, письмовий виклад результатів дослідження, формулювання висновків, перевірка тексту науковим керівником, складання ним відгуку про роботу; 3-й етап: внесення виправлень і літературна обробка рукопису, оформлення роботи, складання бібліографії, додатків, оформлення титульного листа, підготовка до захисту: написання тексту виступу, добір необхідних матеріалів (схем, діаграм, таблиць, моделей, макетів, ілюстрацій) для демонстрації під час захисту. Критерії і рівні захисту науково-дослідницької роботи можуть бути такими (табл. 2.3).

Робота учня над науковим питанням сприяє формуванню таких варіантів творчого мислення:

1. Розмірковування. Припускати – співставляти – співставляти і порівнювати – екстраполювати – пропонувати.

2. Стратегії. Продовжити в тому ж напрямку – продовжити і поширити – змінити напрямок – співставити з попереднім – співставити з майбутнім.

3. Тактики. Перевірка наслідків – розвинути думку – розподілити дії – розділити на компоненти – перевірити можливу причину.

4. Відносини. Виявити залежність – перевірити невідповідність – порівняти з раніше відомим.

5. Перешкоди. Обійти перешкоду – перевірити перешкоду – діяти в одному чи кількох напрямках.

Таблиця 2.3

Критерії і рівні захисту науково-дослідницької роботи

Критерій	Низький рівень	Середній рівень	Високий рівень
Логіка викладу доповіді	Доповідь побудована неграмотно, не дає уявлення про основні ідеї і підсумки роботи	Доповідь побудована логічно, але є окремі недоліки	Доповідь побудована логічно, грамотно, дає ясне уявлення про роботу, підсумки і переваги
Якість наочних матеріалів	Наочні і роздаткові матеріали відсутні	Наочні матеріали є, але не зовсім адекватні логіці доповіді	Наочні матеріали яскраво ілюструють основну ідею доповіді
Компетентність у проблемі дослідження	Автор роботи не показав компетентність у проблемі дослідження	Автор показав середній рівень компетентності у проблемі дослідження, не достатня повнота висвітлення питань	Автор продемонстрував високу ерудицію і компетентність у проблемі дослідження.
Якість аргументації при відповідях на питання	Відповіді на питання нечіткі, плутані, не дають уявлення про точку зору автора	У виступі недостатня якість аргументації власної думки	Автор продемонстрував здатність формулювати і відстоювати власну точку зору при відповідях на питання

Всі ці форми сприяють формуванню у старшокласників таких якостей мислення як: проблемність, безінерційність, оперативність, методологічність, утилітарність, відкритість, доміантність, самокритичність, рефлексивність. Пошукова і дослідницька робота впливає на емоційні дії, дає можливість відчувати радість творчого успіху та переборювати невдачі.

Одним із видів позаурочної роботи з учнями є проведення *факультативних занять*. Метою організації факультативних занять є розширення кругозору учнів, розвиток математичного мислення, формування

активного пізнавального інтересу до предмета, виховання світогляду та ряду особистісних якостей засобами поглибленого вивчення математики. Основною задачею факультативних занять є розширення та поглиблення знань з геометрії, за умови врахування інтересів та нахилів учнів, забезпечення засвоєння ними програмного матеріалу, ознайомлення старшокласників з деякими загальними ідеями сучасної математики, розкриття застосування геометрії на практиці.

Факультативні заняття відіграють велику роль у вдосконаленні освіти взагалі, в тому числі - математичної. Вони дозволяють виконувати пошук та експериментальну перевірку нового змісту, нових методів навчання, в широких межах варіювати обсяг матеріалу, що вивчається. Однією з вимог до організації самостійної діяльності учнів на факультативних заняттях є диференціація допомоги у разі її потреби. Оскільки для поглибленого вивчення геометрії евристичні можливості учнів є дуже суттєвими, але рівень їх сформованості різний, то факультативні заняття та розв'язування творчих задач можна організувати з різною індивідуальною допомогою (системою евристичних підказок) на різних етапах розв'язування тієї чи іншої проблеми. Організація такої роботи спрямована на те, щоб учні не тільки застосовували евристичні прийоми, а й адаптували їх з урахуванням своїх здібностей до конкретної ситуації; кожний раз шукали свій оригінальний метод; шукали свій ритм, темп діяльності. Від наявності у них евристичних вмінь залежить успіх у формуванні в учнів індивідуального стилю діяльності, в тому числі самостійної навчальної. На факультативних заняттях з геометрії за умов організації евристичного навчання учень сам навчається, а допомога вчителя надається частково, в межах доцільності і особистої зацікавленості учня. Наприклад, на занятті-семінарі «Знаходження найбільших та найменших значень в стереометрії за допомогою нерівностей» (Додаток X1).

За віковими особливостями тільки у 10-му класі пізнавальні інтереси та потреби учнів в основному сформувались і тому факультативні курси можна вводити такі, що розраховані на подальші 2 роки навчання. Матеріали факультативних курсів повинні базуватись на загальноосвітніх матеріалах

систематичного курсу. Попередня підготовка до вивчення факультативних курсів полягає у забезпеченні міцного та усвідомленого засвоєння всіма учнями геометричних знань, у формуванні вмінь та навичок, що передбачені поглибленим вивченням предмета.

В класах з поглибленим вивченням математики вчителю легше встановлювати більш тісний та природній зв'язок між факультативними курсами та обов'язковим курсом геометрії. Вчитель має можливість показати практичне застосування ідей та методів, вивчених на факультативному курсі, при розв'язанні багатьох задач обов'язкового.

Тематику факультативних занять з геометрії для учнів 10-11-х класів з поглибленим вивченням геометрії можна сформулювати відповідно до програми [223] та одночасно передбачити зміст самостійної навчальної діяльності (табл.2.4, Додаток М).

Добір задач, що розв'язуються на уроках, допоможе при проведенні факультативних курсів; на уроках в слухний час можна проводити, підготовчу роботу для забезпечення самостійного засвоєння учнями найбільш важких та абстрактних понять факультативного курсу.

При виборі методів та прийомів навчання на факультативних заняттях, так само як і на уроках, необхідно враховувати не тільки зміст факультативного курсу, а й рівень розвитку та підготовленості учнів, їх зацікавленість до тих чи інших розділів геометрії.

Головними умовами роботи факультативів є: 1) залучення учнів до активної самостійної навчальної діяльності в усіх її проявах; 2) застосування диференційованого підходу до організації таких занять для залучення до роботи факультативу найбільшої кількості дітей.

Таблиця 2.4.

Фрагмент програми факультативного курсу геометрії

№п/п	Тема програми	Зміст факультативних занять та самостійної навчальної діяльності
------	---------------	--

1.	Систематизація та узагальнення фактів та методів планіметрії (10-12 год.)	<p>Особливі точки трикутника. Поняття про афінні властивості фігур.</p> <p>Теореми Фалеса, Чеви, Менелая, Ван-Обеля</p> <p><i>Геометричний практикум:</i> вимірювання на місцевості.</p> <p>Ортогональні сім'ї кривих другого порядку.</p> <p>Означення руху площини. Принцип рухомості площини.</p> <p>Класифікація рухів. Групові властивості рухів. Паркети з правильних багатокутників, бордюри, орнаменти.</p> <p>Гомотетія та її застосування. Теорема про три центри подібності.</p> <p>Перетворення інверсії та її властивості. Задачі на побудову лише циркулем.</p> <p>Моделі площини Лобачевського в колі та півплощині.</p> <p>Полярне перетворення площини та його властивості. Криві другого порядку як образи при полярному перетворенні площини.</p> <p><i>Геометричний практикум:</i> геометрія круга. Побудови в площині Лобачевського</p>
----	---	--

Окремим видом факультативних занять можуть бути факультативи з підготовки до зовнішнього незалежного тестування. Розвивальна складова таких факультативів полягає в тому, що вчитель організує попередню самостійну навчальну діяльність учнів поза заняттями по розв'язуванню задач та повторенню теоретичного матеріалу, а на факультативі разом з старшокласниками визначає найбільш раціональну методику пошуку розв'язку, встановлює границі застосування того чи іншого методу розв'язання, вчить попереджувати найтипівші помилки в розв'язаннях, записах та обґрунтуваннях, оформленнях рисунків, вчить знаходити ефективні прийоми самоконтролю, співставляти різні способи розв'язання однієї геометричної задачі, оцінюючи їх переваги та недоліки. В цьому випадку засвоєння змісту, ідей, методів шкільного курсу є в той же час найкращою підготовкою до ЗНО.

При проведенні факультативних занять процес навчання повинен будуватися як спільна дослідницька діяльність учнів. Цей процес починається

зі спостережень, висловлення здогадок, суджень, після чого відбувається перевірка, пошуки дедуктивних обґрунтувань висновків, узагальнення, аналіз прикладних можливостей. Дослідницька або проблемна структура вивчення геометрії цілком відповідає розвивальним цілям навчання при факультативній формі занять. Не випадково ця структура органічно поєднана з одночасним виконанням ряду «розвивальних» вимог: використання історико-математичного матеріалу, використання цікавого геометричного матеріалу.

Дослідження, що були проведені в ході експерименту, виявили, що вчителі на факультативних заняттях майже не використовують елементи історії математики. Але саме використання цього матеріалу сприяло б встановленню взаємозв'язку між всіма видами математичних занять підвищенню їх спільної ефективності та було б певним диференційованим підходом до старшокласників у процесі організації самостійної навчальної діяльності.

Подібно до принципу використання історико-математичного матеріалу наскрізний характер має і принцип зацікавлення в організації факультативних занять.

Ефективними виявилися такі рекомендації щодо організації роботи факультативів та місця в ній самостійної навчальної діяльності: дотримання взаємозв'язку у змісті, формах та методах організації навчальної роботи та факультативних занять; як на уроках, так і при проведенні факультативних занять для підвищення їх якості необхідно широко застосовувати методи самостійної навчальної діяльності; для всебічного зацікавлення найбільшої кількості старшокласників факультативними заняттями необхідно застосовувати диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності з врахуванням індивідуальних особливостей, потреб, зацікавленості учнів; побудову навчального процесу здійснювати на основі дослідницької діяльності старшокласників, застосовуючи проблемний підхід; використовувати сучасні засоби навчання, систему ключових задач, історико-математичного та цікавого геометричного матеріалу для підвищення ефективності занять.

Важливою формою позаурочної роботи з геометрії є різноманітні *змагання юних математиків*, які спонукають здібну молодь до поглибленого вивчення геометрії. Насамперед, шлях учнівської молоді до математичної науки пролягає через складання та розв'язування складних та оригінальних геометричних задач. Така самостійна творча робота можлива при роботі гуртків, спрямованих на підготовку та участь в олімпіадах з математики.

При поглибленому вивченні геометрії необхідно всіляко підтримувати ініціативу дітей з участі в турнірах з розв'язування задач. Такими тренуваннями розуму можуть бути олімпіади різного рангу, математичні турніри (наприклад, Київський математичний фестиваль, турнір математичних боїв у Києві), конкурси „Кенгуру” та „Золотий ключик”.

Математичний гурток – одна з найбільш дієвих та ефективних форм позаурочних навчальних занять. В основі роботи гуртка, як і в основі роботи факультативу, лежить принцип добровільності. Зазвичай на гурток приходять учні, що мають середній та високий рівень навчальних досягнень, але необхідно мати на увазі той факт, що і менш підготовлені учні прийдуть на заняття. Слід відмітити, що при правильно побудованій диференційованій роботі ці діти успішно займаються на гурткових заняттях і ні в якій мірі не треба перешкоджати їм.

При організації гурткової роботи необхідно провести моніторинг навчальних досягнень учнів, рівня сформованості знань, вмінь та навичок їх самостійної навчальної діяльності і організацію цих занять диференціювати за вибраним критерієм. Головне - зберегти масовий характер гурткових занять для зацікавлення процесом навчання, взагалі, і підвищенням рівня геометричних знань, зокрема.

До організації роботи гуртка необхідно задіяти самих старшокласників. Доручити їм підготовку невеликих повідомлень за темою, що розглядається; підбір задач та вправ; підготовку історичних довідок; виготовлення або підбір моделей; виготовлення комп'ютерних наочних матеріалів. У роботі гуртка самостійна навчальна діяльність повинна зайняти провідне місце.

При поглибленому вивченні математики, найчастіше в основу проведення гурткових занять ставлять підготовку учнів до олімпіад різного рівня. Тому заняття будують на ознайомленні та розборі певних методів розв'язування таких задач. Логічним продовженням побудованої таки чином роботи є проведення математичних боїв між командами різних навчальних закладів. Елемент конкуренції, змагання привносить в роботу гуртка інтенсивності, динамічності, ігрової атмосфери.

Диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності у гуртковій роботі можна здійснити за допомогою підготовчих та допоміжних задач. Наприклад, задача: *Виразити вектор бісектриси трикутника через вектори сторін, між якими вона проходить.* Допоміжними задачами будуть задачі а) та б).

а) Побудувати вектор, співнаправлений з бісектрисою кута, що міститься між векторами \vec{a} і \vec{b} . Виразити вектор – бісектрису через дані вектори \vec{a} і \vec{b} .

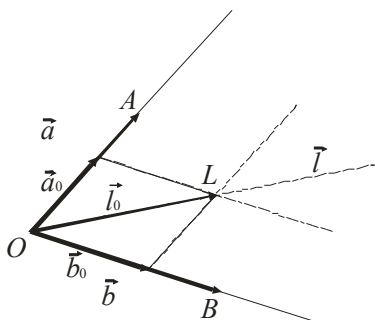


Рис. 2.9
(Рис. 2.9).

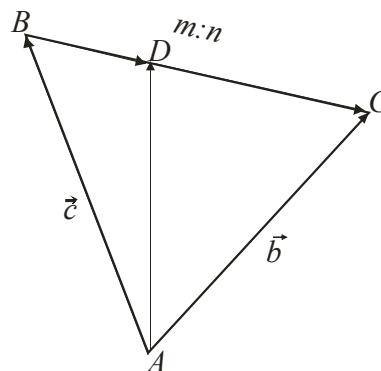


Рис. 2.10

б) У $\triangle ABC$ проведено бісектрису AD кута A . Знайти розклад вектора \overline{AD} за векторами $\overline{AB} = \vec{c}$ і $\overline{AC} = \vec{b}$. (Рис. 2.10).

Розв'язання:

а) Нехай OL - бісектриса кута AOB . Напрямок променя OL співпадає з напрямком діагоналі ромба, побудованого на одиничних векторах \vec{a}_0 і \vec{b}_0

векторів \vec{a} і \vec{b} , направлених по сторонах даного кута. Відомо, що $\vec{a}_0 = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$, $\vec{b}_0 = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$,

тому шуканий вектор $\vec{l}_0 = \vec{a}_0 + \vec{b}_0$ або $\vec{l}_0 = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$.

б) Твердження: Нехай точка D - точка, що ділить відрізок BC у відношенні $m:n$ ($|BD|:|DC|=m:n$), а точка A - довільна точка площини, тоді має місце рівність: $\vec{AD} = \frac{n}{m+n} \vec{AB} + \frac{m}{m+n} \vec{AC}$.

Нехай $\vec{AB} = \vec{c}$ і $\vec{AC} = \vec{b}$, тоді $\vec{BC} = \vec{b} - \vec{c}$. Вектор \vec{BD} утворює $\frac{m}{m+n}$ - ту частину вектора \vec{BC} , тому $\vec{BD} = \frac{m}{m+n} \vec{BC} = \frac{m}{m+n} (\vec{b} - \vec{c})$ аналогічно,
 $\vec{DC} = \frac{n}{m+n} \vec{BC} = \frac{n}{m+n} (\vec{b} - \vec{c})$.

$$\triangle ABD: \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{c} + \frac{m}{m+n} (\vec{b} - \vec{c}) \quad 1) \quad \triangle ADC: \vec{AD} = \vec{AC} - \vec{DC} = \vec{b} - \frac{n}{m+n} (\vec{b} - \vec{c})$$

2)

$$1) + 2): 2\vec{AD} = \frac{2n}{m+n} \vec{c} + \frac{2m}{m+n} \vec{b} \quad \text{або} \quad \boxed{\vec{AD} = \frac{n}{m+n} \vec{AB} + \frac{m}{m+n} \vec{AC}}$$

Застосуємо доведене твердження до завдання б).

Оскільки бісектриса внутрішнього кута трикутника ділить протилежну сторону трикутника на відрізки, що пропорційні до прилеглих сторін

трикутника, тому: $\frac{m}{n} = \frac{|BD|}{|DC|} = \frac{|\vec{AB}|}{|\vec{AC}|} = \frac{|\vec{c}|}{|\vec{b}|}$, тоді $\vec{AD} = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{b}| + |\vec{c}|} \vec{c} + \frac{|\vec{c}|}{|\vec{b}| + |\vec{c}|} \vec{b}$.

Підготовчі задачі добираються з нарощуванням складності. Кожна з підготовчих задач повинна бути невеликою за обсягом інформації, доступної для самостійного розв'язання учнями. Особливо це важливо для першої задачі серії, яка повинна стимулювати подальшу самостійну діяльність старшокласника. Основна частина серії задач повинна бути середньої складності, тобто бути доступною як для сильних, так і для слабих учнів. Якщо в процесі розв'язання виникають утруднення, то вчитель чи учень консультант можуть надати допомогу. Розв'язання задач обов'язково оформляється

письмово, щоб можна було б оглянути розв'язання всієї серії задач, простежити шляхи розв'язання основної задачі-проблеми, зробити узагальнення. Розв'язання задач обговорюються колективно, аналізуються різні способи розв'язування задач, проводиться узагальнення одержаних результатів, формулюється проблема та намічається спосіб її розв'язання. Всіляко необхідно заохочувати самостійність міркувань, аргументацію учнями власної думки та її відстоювання.

Ідея використання допоміжних задач як на уроках, так і у роботі гуртка, виникла на основі спостережень психологів про те, що у процесі розв'язання важкої задачі учні шукають, під який з типів відомих задач її підвести [8]. Допоміжні задачі є своєрідними вказівками до самостійної навчальної діяльності учня при розв'язанні основної задачі. Вказівка (підказка) у допоміжній задачі міститься у ході її розв'язання: необхідно спочатку самостійно її розв'язати, обдумати, вичленити ідею, яка і буде підказкою. Таким чином, утворюється ціла серія допоміжних задач, які в результаті приводять до основної задачі проблеми.

Проблемою створення допоміжних задач є те, що різні серії таких задач приводять до результату, але необхідно вибрати найоптимальніший варіант. Також серія допоміжних задач може мати нелінійний характер: для розв'язання певної задачі можуть бути необхідними знання способу розв'язування одночасно декількох допоміжних задач.

Диференційований підхід тут здійснюється і у відборі завдань, і у створенні серій підготовчих задач та допоміжних. При певній ситуації старшокласник з високим рівнем знань може починати розв'язання не з першої задачі, а з тієї для розв'язання якої необхідно задуматися. Таким чином побудована робота не закреслює використання індивідуальних завдань. Такі завдання можуть бути включені як у підготовчі, так і у допоміжні завдання, але виконуватися не всіма учнями.

Задача вчителя під час самостійної навчальної діяльності учнів як на уроці, так і в позаурочний час, полягає в управлінні процесом переростання

репродуктивної у творчу самостійну навчальну діяльність. Тобто від виконання завдань за зразком – до аналізу умови задачі та вибору дієвих засобів для її розв'язання, до розширення вмінь і переходу до частково-пошукової самостійної навчальної діяльності і найвищого рівня – творчого.

На позаурочних заняттях в 10-му, а особливо в 11-му класах самостійна навчальна діяльність старшокласників при поглибленому вивченні геометрії в основному носить творчий характер, що виражається: у самостійному формулюванні проблеми або задачі, у створенні плану її розв'язання та відшукування способу розв'язку; у висуванні гіпотези та її перевірці; у проведенні власних досліджень.

У відповідності з рівнем сформованості самостійної навчальної діяльності (репродуктивний, варіативний, частково-пошуковий, творчий) здійснюється чотири етапи управління навчальною роботою. Кожний етап пов'язаний з попереднім та наступним і повинен забезпечувати перехід старшокласника з одного рівня самостійної навчальної діяльності на наступний.

Мета *першого етапу* – узагальнити наявний досвід учня самостійної навчальної діяльності та вивести його на перший рівень самостійної навчальної діяльності. На цьому рівні вчитель знайомить учнів з елементарними знаннями, вміннями та навичками самостійної навчальної діяльності, повідомляє геометричні знання та пояснює, як можна їх отримати самостійно. З цією метою він проводить бесіду, а потім організовує самостійну навчальну діяльність, що полягає у вивченні доступного матеріалу навчального посібника та розв'язанні, в якості прикладів, задач рівневого характеру, що розроблені вчителем з урахуванням індивідуальних особливостей учнів.

На даному етапі вчитель організовує репродуктивну самостійну навчальну діяльність учнів по вивченню геометрії: перегляд передач, фільмів у позаурочний час; самостійне розв'язання конкурсних задач із збірників, що мають повне розв'язання та вказівки для контролю.

На *другому етапі* навчальної роботи вчитель залучає старшокласників до обговорення різних способів розв'язання пізнавальних задач та виборі

найбільш раціональних з них, заохочує самостійну навчальну діяльність старшокласників з порівняння запропонованих способів розв'язання. На цьому етапі відбувається знайомство з загальними та частковими вказівками, що сприяють самостійному вибору шляхів розв'язання пізнавальних задач за допомогою вже вивчених прийомів, способів та методів розв'язання аналогічних задач. Під час роботи широко використовується метод евристичної бесіди, організовується самостійне вивчення учнями нового матеріалу за навчальними посібниками, які розкривають матеріал конкретно-індуктивним способом та містять велику кількість прикладів різної складності. *Наприклад*, учні створюють WEB-сторінки з інформацією теми, що вивчається. Якщо взяти тему «Піраміда», то на такій сторінці розміщуються теоретичний блок (надається повна інформація про фігуру та відповідні теореми), задачник-порадник (описуються базові задачі та загальні методи розв'язання задач), сторінка з нестандартними задачами або історичний матеріал. На цьому етапі продовжується навчання самостійній навчальній діяльності та керівництво нею. Учні розв'язують задачі зі збірників конкурсних задач, готуються до шкільних олімпіад, читають доступну науково-популярну літературу, *наприклад*, із серії «Популярні лекції з математики».

Керівництво самостійною навчальною діяльністю старшокласників на цьому етапі носить фронтально-індивідуальний характер: вчитель дає рекомендації для самостійної навчальної діяльності всім учням, але виконання їх обов'язкове не для всіх; допомога вчителя в організації геометричного самонавчання старшокласників носить індивідуальний характер і в цьому виражено диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності.

Третій етап найбільш відповідальний, бо на цьому етапі повинен відбутися перехід учнів на основний рівень самостійної навчальної діяльності. Найбільшу увагу приділяємо: організації самостійного вивчення учнями додаткової навчальної, науково-популярної та наукової математичної літератури, що супроводжується розв'язанням достатньої кількості задач;

підготовці рефератів, доповідей, наукових проектів з геометрії; творчому обговоренню доповідей та повідомлень на семінарах та факультативах (висунення та обговорення гіпотез, задач-проблем, математичних методів, можливих узагальнень або застосування вивченої теорії); участь у шкільному конкурсі по розв'язуванню задач, в шкільній, міській і т. д. олімпіадах з математики, в заочних олімпіадах та конкурсах; самостійній навчальній діяльності з врахуванням індивідуальних інтересів та потреб.

Наприклад, теми для рефератів та доповідей можуть бути такими: класичні задачі давнини, різні види аксіоматик, застосування векторного або мішаного добутку векторів до розв'язання задач тощо. Прикладом обговорення застосування вивченої теорії може бути тема «Використання методу координат до розв'язування геометричних задач». Задачею-проблемою цієї теми є обчислення роботи змінної сили.

На цьому етапі вчитель на заняттях проводить узагальнюючі бесіди за матеріалом, вивченим старшокласниками в ході самостійної навчальної діяльності; систематизує знання учнів та вчить прийомам узагальнення, абстрагування; проводить розбір виконаних учнями розв'язань; вказує аспекти, які розглядаються в ході роботи над задачею (чи всі випадки розглянуто, чи немає особливих випадків, чи не можна узагальнити знайдений спосіб, що можна було його застосувати до цілого класу задач і т. д.); вчить висувати гіпотези, шукати шляхи попереднього обґрунтування або спростування їх індивідуальним шляхом, знаходити дедуктивні доведення; за допомогою проблемних питань організовує дискусію, направляє її та підводить підсумки.

На *четвертому етапі* велика увага приділяється індивідуальній роботі з учнями: надання деякої допомоги учням у пошуці шляхів розв'язання задачі, в підготовці до математичних олімпіад, в підборі літератури для рефератів, доповідей, наукових проектів та в їх оформленні. Ця робота з учнями диференціюється з врахуванням їх пізнавальних інтересів та потреб, професійною орієнтацією. Самостійна навчальна діяльність старшокласників на цьому етапі роботи носить пошуково-дослідницький характер та потребує

творчих зусиль. Допомога вчителя полягає у проведенні індивідуальних консультацій, в рекомендації відповідної літератури чи інших джерел інформації, в організації обговорення знайденого учнем доведення тощо.

Управління та корекція самостійної навчальної діяльності здійснюється різними формами контролю та самоконтролю (консультування, поточний та підсумковий контроль). Геометрія, як не один інший предмет, дозволяє формувати такі необхідні для самостійної навчальної діяльності навички, як навички з вироблення вмінь здійснювати самоконтроль за виконаною діяльністю.

Система роботи вчителя в цьому напрямі може полягати у створенні таких ситуацій, які провокують учнів відповідати неправильно і спонукають їх критично мислити. *Наприклад*, можна пропонувати учням задачі-софізми. Але, найбільш дієвою є ситуація, коли учні шукають помилки у відповідях чи письмових роботах своїх товаришів.

Для формування вмінь проводити самоконтроль при розв'язанні задач доцільно використовувати задачі, що направлені на усвідомлене засвоєння матеріалу. Такими задачами можуть бути задачі-софізми, завдання на відшукання помилки, завдання на створення контрприкладів, попередню прикидку результатів, а також задачі, що містять надлишок або недостачу даних.

Для виконання самоконтролю необхідно вчити старшокласників критично відноситися до результатів своєї самостійної навчальної діяльності і для цього необхідно сформулювати певні критерії правильності виконання завдань. Ці критерії дозволять учням самостійно знаходити помилки у запропонованих ними розв'язаннях. До таких критеріїв можемо віднести: співвідношення результату з дійсністю, даними умови задачі; перевірка викладеного розв'язання у зворотному напрямі; дослідження відповіді у граничних ситуаціях; розв'язання задачі іншим способом та порівняння результатів; перевірка ходу розв'язання задачі та звернення уваги на питання: чи всі дані умови використано; чи не використано при розв'язанні покладання,

що не слідували з умови задачі; чи обґрунтовані всі посилання; чи правильні всі логічні переходи.

Контроль за самостійною навчальною діяльністю старшокласників можна здійснювати різними способами. *Наприклад*, ефективними методами є: проведення конкурсів (очних та заочних) з розв'язування задач та різні геометричні змагання, семінари, колоквиуми, заліки, тестування, самостійні перевіряючі роботи, контрольні роботи, самозвіти у вигляді портфоліо, захист творчих робіт тощо. Прикладами можуть бути завдання, розміщені у додатках (Додаток В, П, Ц).

Визначати ефективність геометричної самостійної навчальної діяльності вчитель може за багатьма критеріями: збільшення кількості тих учнів, що вивчають додаткову літературу, відвідують факультатив та гурток; рівень застосування геометричних знань учнями в самостійних, контрольних, залікових роботах та при розв'язуванні конкурсних і олімпіадних задач, отриманих для самостійної навчальної діяльності.

2.4 Засоби диференційованої організації навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії

Використання різноманітних сучасних засобів навчання дозволяє вчителю цілеспрямовано й ефективно керувати та диференціювати процес самостійної навчальної діяльності учнів, сприяє підвищенню рівня самостійності в опануванні нових знань, формує елементи інформаційної культури учнів і, разом з тим, стимулює інтерес до вивчення математики.

На уроках геометрії розглянемо самостійну навчальну діяльність та можливість її диференціації з: навчальними книгами, тобто обов'язковими навчальними посібниками (підручником, збірником задач, збірником конкурсних або олімпіадних задач з геометрії), додатковою літературою (дидактичними посібниками, книгами для читання з популярними лекціями з геометрії, довідниками для учнів, математичною енциклопедією, словником термінів, науково-популярною літературою), роздатковим матеріалом (графічними наочними посібниками: малюнками, схемами, таблицями; об'ємними наочними посібниками: колекціями, моделями, макетами, приладами), використанням аудіовізуальних засобів навчання (навчальними кінофільмами, діафільмами, діапозитивами), використанням педагогічних програмних засобів, комп'ютерних програм, мережі INTERNET.

Підручник - найбільш важливий посібник для учнів серед всіх інших навчальних посібників, енциклопедій та словників математичних термінів, він є основним джерелом знань з предмету, а також засобом формування навчальних умінь і оволодіння прийомами пізнавальної діяльності. Навчання учнів роботі з книгою потрібно починати саме з організації диференційованої роботи з підручником. В підручнику розкривається зміст предмету в відповідності до мети навчання, встановлених програм для середньої школи і вимог дидактики. Завдання - якнайширше використовувати дидактичні можливості підручника в спільній роботі з учнями, оскільки за допомогою підручника можна виконувати інформативну, навчальну, розвиваючу і виховну функцію процесу навчання.

Робота з підручником, науковою, довідковою літературою організовується на різних етапах уроку (до, під час і після пояснення нового матеріалу, на позакласних заняттях та поза школою) з різною метою (самостійне вивчення навчального матеріалу, актуалізація опорних знань, з'ясування структури тексту, виділення головного, складання плану розповіді, пошук відповідей на питання, аналіз малюнків, графіків, схем, таблиць).

Ознайомлення з раціональними прийомами самостійної діяльності з підручником, додатковою літературою з геометрії є підготовкою учнів до

навчання у ВНЗ. При самостійній діяльності учня з підручником на уроці з'являється можливість одразу з'ясувати з учителем всі незрозумілі питання, в класі створюється піднесений робочий настрій, який згуртовує всіх учнів на чітке виконання конкретного завдання. При організації такої діяльності з підручником найважчим є відбір навчального матеріалу відповідно до мети здійснення самостійної навчальної діяльності та передбаченої функції підручника (інформативної, управлінської, розвивальної, комунікативної, виховної, функції диференціації та індивідуалізації, трансформації, інтеграції та систематизації, закріплення та самоконтролю, самоосвіти).

Підручник розглядається як носій адаптованої наукової інформації. Сьогодення вимагає від вчителів не тільки надати старшокласникам фактичні знання (виклад матеріалу може здійснювати не тільки вчитель, а й учень, що підготувався за підручником та додатковими джерелами інформації), але й навчити застосовувати ці знання на практиці (група учнів, наприклад, може підготувати схеми розв'язування базових задач; наступна група може підготувати блок задач евристичного, творчого характеру) розвивати гнучкість мислення учнів та їх творчі здібності. Повідомлення інформації про оточуючий предметний та соціальний світ повинне трансформуватись в оволодіння учнями засобами ефективного орієнтування в цьому світі (на рівні знань, способу дії, прийняття рішень відносно тих чи інших ситуацій, ціннісного ставлення до того, що відбувається. Додаток Н, П, У, Х1, Х2).

Підсумком самостійної навчальної діяльності з підручником є три типи сформованих навчальних знань: декларативні (знання про те, „що”), процедурні (знання про те, „як”) і ціннісні (знання про те, „який” і „навіщо”). Відбір і систематизація навчальної інформації – найбільш складні проблеми у розробці навчальних текстів і тому не завжди вдало виконані. Систематизацію за підручником учні старших класів, особливо при поглибленому вивченні геометрії, повинні виконувати самостійно, бо така робота забезпечує систему знань, що характеризується ознаками цілісності, супідрядності та ієрархізації з виділенням ведучих зв'язків елементів. Ефективне засвоєння інформації

визначається наявністю єдиної, наскрізної смислової основи. Перевіряється ефективність засвоєння при розв'язуванні різного типу завдань та здачі теоретичних заліків.

В навчальному тексті повинні бути закладені чотири рівні розуміння, які необхідно стимулювати, як змістом тексту, так і спеціальними питаннями в межах тексту. Цими рівнями розуміння (та диференціації завдань) є: розуміння явного змісту кожного окремого речення; розуміння зв'язку між різними частинами тексту; виявлення зв'язку, не висловленого явно, але легко зрозумілого учнем на підставі його набутих знань; виявлення в результаті свідомих зусиль глибинних зв'язків між різними частинами текстів.

Оволодіння кожним з цих рівнів розуміння необхідно відпрацьовувати під час спеціально організованої самостійної діяльності з підручниками. Важливим є питання про те, коли матеріал підручника потрібно вивчити вдома, а коли в класі. Дослідження показують, що для роботи на уроці слід рекомендувати такий матеріал підручника, для зрозуміння якого необхідно використання наочності, а також матеріал, який потребує часткового пояснення вчителя [128]. Але незалежно від того, де вивчається матеріал, на уроці чи вдома, важливо, щоб учні отримали конкретне завдання.

Структура і методичний апарат підручника повинні бути добре відомі і учням, і вчителю і використовуватися ними в навчальній роботі. Нерідко учні просять пояснити ті питання, які чітко викладені в підручнику і при використанні ілюстрацій можуть бути з'ясовано самостійно, без додаткового пояснення вчителя. Деяким учням важко повторити формулювання законів, правил; продумати приклади для ілюстрування переказу за підручником. При складанні плану чи конспекту змісту параграфа вони, як правило, переписують фрагменти тексту без виділення в ньому головного. Багато учнів вважають, що читати підручник і зрозуміти його можна лише після пояснення вчителя, тому після пропуску уроків вони часто відмовляються відповідати, посилаючись на те, що не чули пояснень вчителя. Як правило, у таких учнів не сформовані навички розмірковувати над текстом підручника, самостійно знаходити

відповідь на поставлені запитання, вивчаючи зміст параграфу, використовуючи ілюстрації або дані довідкових таблиць. Учням, яким важко опанувати текст чи методичний апарат підручника, доцільно пропонувати пам'ятку-інструкцію „Як працювати з текстом підручника” такого змісту:

1. Прочитайте назву теми, заголовок параграфу і продумайте його зміст, зв'язок з раніше вивченим матеріалом.
2. Прочитайте весь параграф. Упевніться, що нові терміни вам зрозумілі. Роздивіться запропоновані до тексту ілюстрації і постарайтесь зрозуміти в них головне.
3. Вивчіть визначення понять, формулювання теорем і правил, які є в тексті. Підберіть в підручнику чи наведіть свої приклади для їх ілюстрації.
4. Складіть план прочитаного. Обдумайте, в якій послідовності краще переказувати текст і як ілюструвати свою відповідь. Важкий текст прочитайте знову, розбираючи по абзацах.
5. Перекажіть текст у відповідності до наміченої послідовності викладання.
6. Перевірте, чи всі завдання в кінці параграфу чи теми ви можете виконати. Незрозуміле вясніть у товаришів чи вчителя.

Навчання учнів вмінню працювати з підручником геометрії на конкретному навчальному матеріалі і розвиток цього вміння шляхом використання завдань в роботі з методичним посібником необхідно передбачити не лише в молодших, а і в старших класах. Тільки тоді в учнів буде сформоване вміння працювати з навчальними посібниками і вони зможуть самостійно ним користуватись надалі. Ю.Бабанський [20] пропонує внести зміни в зміст підручника, щоб зорієнтувати учнів на самостійне вивчення окремих текстів без пояснення їх вчителем на уроці. В цих текстах слід передбачити вказівки для самостійного вивчення матеріалу, зразки дій, план роботи. В сучасному підручнику функція самостійної роботи поступово трансформується в функцію самостійної навчальної діяльності учнів.

Найпоширенішими є два види роботи з книгою: на уроці (під керівництвом учителя або з його консультацією) і вдома (самостійно) з метою закріплення і розширення отриманих на уроці знань. Робота з підручником на уроці дає навчальний ефект, якщо дотримуватися таких правил: 1) правильно

обирає матеріал (теми) для самостійного вивчення за підручником, опираючись на принцип доступності; 2) перед самостійною діяльністю учнів з підручником проводити ґрунтовну вступну бесіду, в якій визначає тему, загальний зміст матеріалу, виділяє питання для засвоєння, дає конкретні поради щодо порядку самостійної діяльності і самоконтролю; 3) спостерігати за ходом самостійної діяльності, допомагати окремим учням розібратися в труднощах; 4) приділяти увагу виробленню в школярів уміння самостійно осмислювати і засвоювати новий матеріал за підручником; 5) для більш вдумливого осмислення використовує перед самостійною навчальною діяльністю демонстрації, наочні посібники, створює проблемні ситуації тощо; 6) роботу з підручником поєднує на уроці з іншими формами і методами навчання: перевіркою якості засвоєння матеріалу, який вивчався; вправами, пов'язаними з виробленням умінь та навичок і подальшим поглибленням знань учнів.

Робота учнів над текстом вдома розпочинається з відтворення у пам'яті знань, отриманих на уроці. Потім відбувається синтезування навчального матеріалу, засвоєного на уроці, з текстом підручника. Далі - вироблення установки на запам'ятовування: складання плану прочитаного, тез, фіксація основних положень у вигляді структурно-логічної схеми (опорного конспекту). Навчання роботі з книгою передбачає формування в учнів навичок самоконтролю.

У педагогічній літературі ([13], [16], [21], [35] і ін.) вирізняють різні види повторення: а) за часовою ознакою (на початку року, тематичне, заключне, поточне); б) за основною дидактичною метою; в) за характером мисленнєвої діяльності учнів (активна, пасивна). Найбільш ефективним є „збагачувальне повторення”, коли минулі знання при їх повторенні включаються в процес вивчення нового матеріалу. При цьому нові знання збагачують минулий досвід учнів на рівні вивчення системи понять та на рівні алгоритмів дій. Для організації таких видів повторення необхідний правильно організований процес самостійної діяльності з підручниками, посібниками тощо.

Найвищим рівнем самостійної навчальної діяльності є *науково-дослідна діяльність* учнів. Управління дослідницькою діяльністю передбачає включення до навчального тексту системи проблемних завдань, використання проблемної форми викладу, організацію творчого читання тексту заохочувальними питаннями в самому тексті, наявність спеціальних матеріалів для самостійної діяльності; постановка питань і завдань, що націлюють учня на імітацію роботи вченого-дослідника; при відсутності в тексті прямої відповіді на поставлені питання повинні бути побудовані послідовні міркування, зрозумілі вчителю та учням з різним рівнем підготовки. В цьому і полягає диференціація самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії. На жаль, сучасні підручники з геометрії не завжди сприяють організації самостійної навчальної діяльності учнів.

Показником готовності старшокласників до наукової діяльності є наявність умінь самостійного пошуку літературного матеріалу, вміння самостійно оцінювати значущість матеріалу, що вивчається, зіставляти, порівнювати, аналізувати, проявляти самостійність в узагальненні, висновках, у використанні методів пізнання (Додаток X1, X2).

Самостійна робота вимагає знання простих методик роботи з джерелами інформації. Раціональна організація самостійної діяльності старшокласників найбільш ефективно сприяє скороченню періоду адаптації студентів-першокурсників до умов навчання у вищих навчальних закладах.

Навички і вміння самостійної навчальної діяльності в учнів формуються не самі по собі, а в результаті спеціально організованих вправ, що органічно включаються у навчальний процес. Тому необхідно проводити уроки самостійної роботи з підручником, диференційованим з врахуванням індивідуальних можливостей учнів, які закінчуються узагальнюючою бесідою, відповідями на питання, роз'ясненням незрозумілого, доповненням та уточненням знань і супроводжуються записами у зошитах (складання структурно – логічних схем, опорних конспектів тощо).

Для того, щоб самотійна діяльність з підручником (книгою) була ефективною важливо дотримуватись взаємозв'язку її різних видів на уроці та урізноманітнювати їх, повинен існувати взаємозв'язок класної і позакласної самотійної навчальної діяльності.

З врахуванням вибіркового ставлення учнів до математичних книжок можна рекомендувати для самотійної навчальної діяльності не один, а декілька посібників, щоб старшокласники могли вибрати той, що їм більше підходить за їхніми індивідуальними схильностями та здібностями. Вчителю в цій ситуації важче контролювати самотійну діяльність старшокласників та проводити консультації, але самотійна навчальна діяльність стане більш ефективною.

Велике значення для стимулювання самотійної навчальної діяльності має організація оглядів вивченої учнями літератури з питань геометрії, її обговорення на читацьких конференціях або в усних журналах. *Наприклад, темами для такого обговорення можуть бути: «Координати та задання ними фігур на площині», «Сферичні та циліндричні координати», «Баріцентричні координати та їх використання для розв'язання задач планіметрії та стереометрії», «Задачі на максимум та мінімум в стереометрії з використанням базових нерівностей»* тощо (додаток X1).

При навчанні розв'язування задач на уроках геометрії вчитель використовує збірники задач. З їх змістом, структурою, методичним апаратом, засобами орієнтації і ілюстраціями учнів треба ознайомити подібно до того, як це здійснювалось в роботі з підручником геометрії. У старших класах учням часто доводиться користуватися збірниками задач самотійно. Для цього рекомендуються інструкції такого змісту: 1. Прочитайте умову задачі, повторіть її своїми словами, уясніть, що дано і що треба знайти. 2. Коротко запишіть умову задачі, користуючись знаннями геометричної мови. Запишіть необхідні формули. Зверніть увагу на правильність вибору величин і їх одиниць. 3. Продумайте рішення задачі. Використовуйте найбільш простий і короткий спосіб розв'язання. Якщо можна, розв'яжіть задачу кількома способами. 4. Запишіть розв'язання задачі з поясненням. Випишіть відповідь. 5.

Зробіть прикидку, перевіряючи правильність отриманої відповіді. При розв'язуванні різними способами відповідь завжди повинна бути однаковою.

Для підвищення ефективності уроку, позакласних занять (факультативів, гуртків тощо) з геометрії необхідно застосовувати засоби навчання такі, як моделі, дидактичні матеріали з друкованою основою, кінопроектори, кодоскопи, мультимедійну дошку, комп'ютер тощо.

Використання опорних сигналів або конспектів-таблиць на певних етапах занять є дуже ефективним, але слід відмітити: якщо такі опорні сигнали створює одна людина (наприклад, вчитель/учень), то вони відображають індивідуальність тільки цієї людини (вчителя/учня). Ефективність таких конспектів-таблиць буде вищою, якщо вони будуть створюватися колективно всім класом під наглядом та з допомогою вчителя.

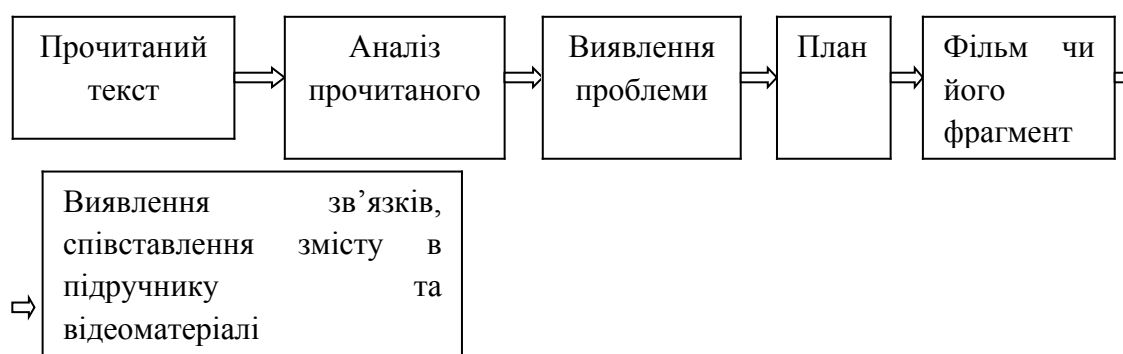
Виготовлення деяких засобів навчання можна легко поєднати з розв'язанням ряду обчислювальних геометричних задач і проводити лабораторно. В цій роботі важливою є навчальна функція. В першу чергу, це виготовлення багатогранників та їх розгортки (за допомогою традиційних технік та оригамі. Додаток X). Перелік наглядних засобів навчання, що можна виготовити самостійно, набагато більший, ніж може запропонувати промисловість. Наприклад, самостійна навчальна діяльність по виготовленню та описанню макетів, таблиць, слайдів для презентацій, плівки для кодоскопів з висвітленням навчального матеріалу.

Плоскі та об'ємні моделі добре відомі вчителям. Їх виготовлення та застосування при самостійній навчальній діяльності відіграє дуже важливу роль. Ефективність їх використання не може замінити жоден з новітніх підходів. Вони представляють собою натуральні об'єкти для спостереження.

Настінні таблиці з геометрії використовуються для розв'язання багатьох дидактичних цілей, але основною їх особливістю є те, що вони знаходяться в полі зору учнів тривалий час. Перелік питань для заліку можна сформулювати за певними таблицями і їх перебування на стіні, з одного боку, є нагадуванням про необхідність виконання самостійної навчальної діяльності по підготовці до

здачі теоретичного заліку, а з іншого - підказкою до певних ідей розв'язування практичної частини заліку.

Організацію самостійної навчальної діяльності з кадрами діафільму, діапозитива, кінофрагмента або фільму можна використовувати як джерело інформації при проведенні бесіди. Через запитання надається допомога учням з'ясувати головне, зрозуміти його суть, систематизувати зміст навчального матеріалу, забезпечивши при цьому максимальну самостійність. В ході експерименту доведено доцільність поєднання такої роботи з розглядом матеріалу за підручником. На уроках вивчення нового матеріалу здійснити це можна за схемою:



Експериментально підтверджено, що при використанні відеоматеріалів відкривається велика можливість індивідуалізації роботи: різні види диференційованих завдань для учнів, різного виду та рівня допомоги учням. Одним із можливих завдань є складання нотаток за відеоматеріалом: конспект чи план; тези, що вміщують узагальнення та висновки. Для домашньої самостійної навчальної діяльності може бути передбачено використання додаткової навчально-наукової літератури.

Під час перегляду відеоінформації ставляться проблемні запитання, відповіді на які учні повинні знайти під час перегляду відеоматеріалів, розвинути ідеї за допомогою додаткової літератури, INTERNET ресурсів тощо.

Узагальнивши методи та прийоми організації самостійної навчальної діяльності учнів з використанням відеоінформації, ми прийшли до висновку, що розглядаємо такі з них: демонстрація відеоматеріалів з відключеним звуком як матеріал для самостійного коментування учнями; самостійний відбір

фрагментів відеофільмів для розповіді на уроці (учні в процесі відповіді включають фрагменти до свого викладу матеріалу і дають пояснення); демонстрація знайомого відеофільму, з продовженням та поясненням учня; самостійне порівняння матеріалу підручника зі змістом відеофільму та висловлення своєї точки зору; самостійне написання творчої роботи за відеоматеріалом тощо.

Робота з кодоскопом передбачає демонстрацію різнопланових матеріалів на прозорій плівці, в тому числі тексту та рисунків, що попередньо підготував вчитель або учень. Організація самостійної навчальної діяльності передбачає підготовку слайдів та висвітлення певної теми учнем. Вчитель може в ході доповіді домальовувати та коментувати інформацію учня, тим самим навчаючи інших стисло компанувати матеріал та готуватися до доповіді.

Інформатизація системи освіти ставить перед педагогічною наукою ряд проблем, пов'язаних з визначенням умов ефективного використання нових інформаційних технологій у навчальному процесі. Проблемі підвищення ефективності навчання геометрії за допомогою нових інформаційних технологій присвячені дослідження М.Жалдака, М.Бурди, С.Ракова, В.Клочко, Т.Архіпової, О.Вітюка, М.Ковальчук, О.Смалько, Н.Морзе, Ю.Рамського, Л.Грамбовської та інших. Використання на уроках геометрії комп'ютерної графіки, як засобу наочності, і взагалі комп'ютерної техніки - є актуальним питанням.

У сфері освіти існує триєдина задача комп'ютеризації: комп'ютер як об'єкт вивчення; комп'ютер як засіб підвищення ефективності педагогічної діяльності; комп'ютер як засіб управління цією діяльністю [114,116]. Поєднання можливостей телекомунікаційних і комп'ютерних технологій, зокрема і мультимедійних, сприяло створенню значної кількості комп'ютерних програм навчального призначення, у яких застосовуються демонстрації, моделювання, тестування, діагностика знань й умінь, спрямованих на підвищення компетентностей особистості. Реалізація діяльнісного підходу в

процесі навчання геометрії з використанням комп'ютерно орієнтованих засобів навчання передбачає низку дидактичних особливостей, а саме:

побудова моделей курсу навчання геометрії, зокрема моделей помилок, які можуть виникати; оформлення мотиваційного етапу, тобто активізації самостійної розумової діяльності учня; забезпечення пояснень завдань стосовно користувачів з різним ступенем підготовки [3].

Моделі організації навчального процесу (в тому числі процесу самостійного навчання) можуть бути такими: 1) традиційні форми реалізації навчального процесу; 2) традиційні форми реалізації навчального процесу з використанням технічних засобів навчання; 3) використання локальної комп'ютерної мережі для подання навчальної інформації; 4) використання локальної комп'ютерної мережі та ресурсів мережі Інтернет для подання навчальної інформації; 5) використання ресурсів мережі Інтернет для подання навчальної інформації; 6) самостійне використання учнем ресурсів мережі Інтернет безпосередньо на уроці в навчальному середовищі; 7) використання учнем ресурсів мережі Інтернет у процесі самостійної навчальної діяльності; 8) використання учнем спеціального створеного учителем освітнього Інтернет – сайту і ресурсів мережі Інтернет у процесі самостійної навчальної діяльності [30].

В нашій роботі розглядається актуальність використання новітніх інформаційно-комунікативних технологій в навчальній діяльності учнів та реалізацію при цьому самостійного пошуку. Слід підкреслити, що застосування педагогічних програмних засобів (ППЗ), наприклад, Gran 2D та Gran 3D, DG, «Открытая Математика 2.5. Стереометрия», «Уроки геометрії, 10-11» (виробник «Кирило і Мефодій»), «Стереометрія, 10-11» (виробник «Кудіц»), «НК–Слушатель: Математика абитуриенту 2.0», інтерактивних геометричних середовищ Geometria, Cabri 3D, Archsmedes Geo 3D, презентації у поєднанні з навчальними дослідженнями учнів особливо доцільні на уроках геометрії. Ці ППЗ розвивають просторове мислення, що є різновидом образного мислення і важливою межею інтелектуального розвитку школяра, відіграють значну роль в

оволодінні знаннями основ наук. За допомогою ППЗ можна «підводити» учнів до самостійних «відкриттів» нових знань, тобто активізувати їх евристичну діяльність. Практика показує, що можливість виконати диференційоване самостійне дослідження геометричного матеріалу з застосуванням ІКТ, впливає на виникнення в учня позитивних емоцій та впевненості, що підвищує самооцінку, самоефективність та мотиваційну складову навчальної діяльності старшокласників. Розвиток здібностей до просторової уяви тісно пов'язаний з вивченням стереометрії. Розвитку просторової уяви і просторового мислення учнів сприяє виконання вправ таких типів: пошук зображення серед кількох даних для пред'явленого об'єкта; знаходження об'єкта, що відповідає даному зображенню, з деякого набору об'єктів; завершення зображення відомої фігури за її фрагментом; ідентифікація різних зображень одного і того ж просторового об'єкта; впізнавання фігури за її проекціями; визначення взаємного розташування кількох фігур за їх зображеннями; оцінювання форми і розмірів фігури; побудова проекцій заданої фігури; побудова зображення об'єкта за його проекціями; зображення об'єкта за його словесним описом; виготовлення моделі за її кресленням, за пред'явленим об'єктом, за описом; впізнавання і зображення об'єкта, отриманого (подумки) зміною (за допомогою повороту, симетрії, паралельного перенесення) положення заданого об'єкта; зображення перерізу заданих фігур (в тому числі після уявного перенесення); зображення частин фігури після її уявного розтину.

При вивченні стереометрії важливим є питання наочності та моделювання різних ситуацій при вивченні теми «Побудова перерізів багатогранників», що традиційно починається з вивчення методу слідів. У старшій школі протягом всього курсу стереометрії розв'язуються задачі на побудову перерізів многогранників, які є важливим доповненням до теоретичного матеріалу. Розв'язання цих задач формує просторову уяву учнів та розвиває конструктивне і логічне мислення. Багатократне застосування в процесі побудови аксіом і теорем сприяє їх неформальному засвоєнню. Наприклад, для підготовки учнів до побудови більш складних перерізів в 11

класі, при вивченні теми «Паралельність прямих і площин» в 10 класі з поглибленим вивченням математики (геометрії) був запропонований проект «Побудова перерізів куба», виконаний в програмі Power Point, завданням якого було систематизувати теоретичні знання учнів і підготувати їх до розв'язування задач на побудову перерізів куба. Даний проект також ставив за мету залучити учнів до використання комп'ютерних технологій при створенні різних проектів навіть не обов'язково з математики. Після цього група учнів отримала завдання провести дослідницьку роботу і відповісти на питання, що таке «золотий переріз» і чи пов'язаний він з перерізом куба та представити результати роботи у вигляді комп'ютерної презентації в програмі Power Point. Даний урок можна було провести й зі застосуванням ППЗ Gran 3D та для кожного учня можна було поставити самостійне дослідницьке завдання. В темі «Побудова перерізів багатогранників» методи побудови перерізів можна розглянути за допомогою наступних програм «Стереометрія, 10-11» (виробник «Кудіц»), «Уроки геометрії, 10-11» (виробник «Кирило і Мефодій»), «Открытая Математика 2.5. Стереометрия», Geometria, Cabri 3D, Archsmedes Geo 3D.

У процесі навчання доцільно розділити учнів на три підгрупи відповідно до типу оперування просторовими образами. Це допоможе підходити до розвитку просторової уяви учнів диференційовано, враховуючи індивідуальні особливості учнів, поступово ускладнюючи завдання, доповнюючи навчальний матеріал наочністю, фіксуючи увагу на практичному застосуванні знань. Дії з моделями, створеними за допомогою ППЗ, займають проміжну ланку між зовнішніми діями з геометричними тілами та уявними внутрішніми діями.

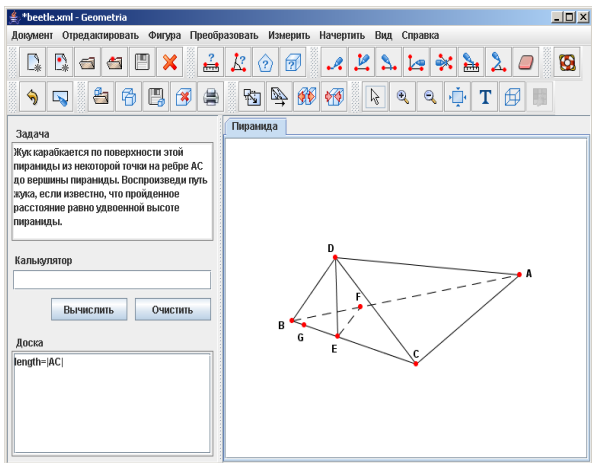


Рис. 2.11

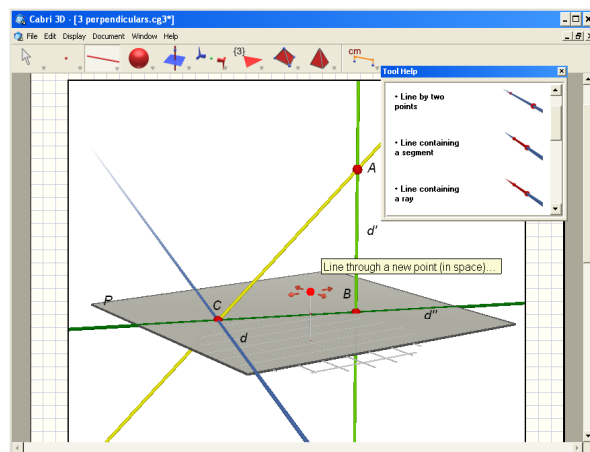


Рис. 2.12

Побудова моделі задачі в середовищі Geometria

Дослідження розташування прямих в середовищі Cabri 3D

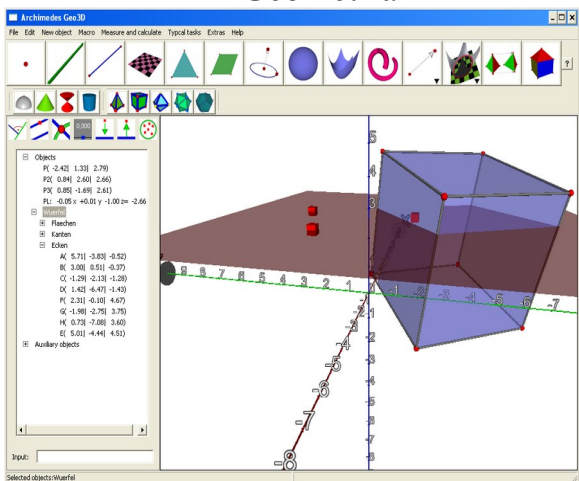


Рис. 2.13

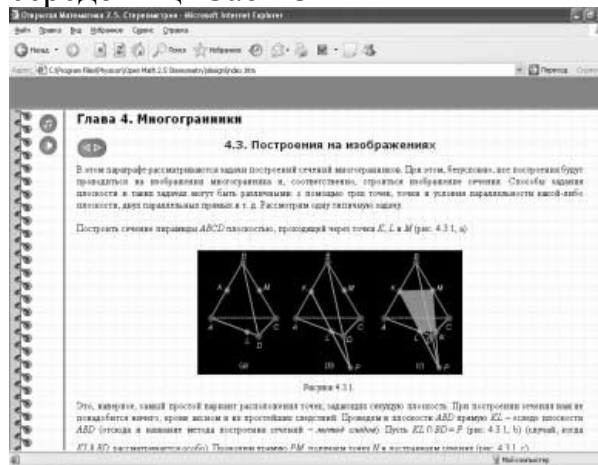


Рис.2.14

Побудова рисунку до задачі в середовищі Archsmedes Geo 3D

Розгляд методів побудови перерізів за допомогою курсу «Открытая Математика 2.5. Стереометрия»

Доцільне застосування у процесі навчання стереометрії ППЗ може сприяти розвитку просторової уяви і просторового мислення учнів. Дослідження за допомогою ППЗ Gran - 3D можна проводити як з базовими об'єктами, так і з самостійно сконструйованими. Доцільно запропонувати учням підготувати комп'ютерні моделі до задач (Рис. 2.15, Рис. 2.16)

На уроках можна будувати моделі пірамід, у яких вершина проектується в одну з вершин основи чи на одну з сторін; пірамід, в основі яких лежать прямокутники, ромби, трапеції чи інші многокутники, розглядати різні комбінації фігур, розв'язувати задачі на обчислення геометричних величин та багато іншого. Учень за допомогою цього ППЗ може здійснювати обчислення різних величин, які характеризують многогранник чи тіло обертання, побудувати переріз многогранника площиною.

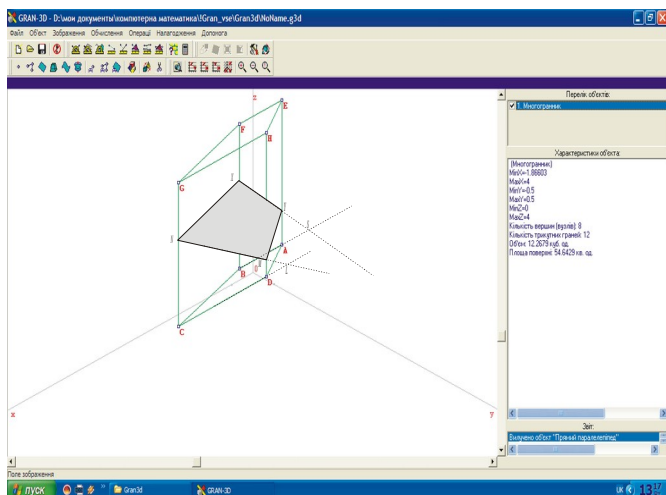


Рис. 2.15

Задача на побудову перерізу

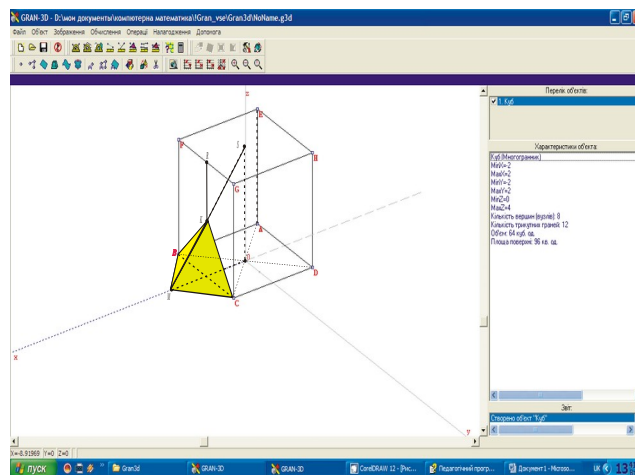


Рис. 2.16

Задача на комбінацію куба та
піраміди

За допомогою ППЗ потрібно здійснювати практичну роботу з просторовими об'єктами: змінювати їх положення (обертати навколо довільного центра на певний кут, паралельно переносити), деформувати, розділяти на частини; демонструвати лінійні кути двограних кутів, кут між прямою і площиною, спільний перпендикуляр мимобіжних прямих тощо. Кращому засвоєнню матеріалу учнями сприяє наявність у ППЗ режиму „Півтонного зображення”, горизонтальних і вертикальних смуг прокрутки, що дає можливість розглядати тіла з усіх боків, у трьох проекціях – у режимах вироджених осей Ox , Oy , Oz .

Комп'ютерні технології на одному з уроків математики в 10 класі за темою «Призма. Площа поверхні призми» рекомендується застосувати у вигляді гри «Робота науково – технічного журналу». Урок закріплення й повторення знань. У ході уроку учні повинні створити проект журналу -

комп'ютерну презентацію за певною темою. Клас розбитий на групи, які працюють за заданими схемами. *Теоретики* підбирають теоретичний й історичний матеріал, створюють слайд. *Практики* працюють по картках, вирішують обчислювальні завдання за темою. *Технічні редактори* працюють на комп'ютері, вибирають макет, шаблон оформлення, набирають текст.

Наприкінці уроку групи захищають створені проекти, обґрунтовуючи при цьому вибір тих, або інших комп'ютерних програм.

Під час захисту кожен учень бере активну участь в оцінюванні результатів роботи, виставляючи від 0 до 5 балів за критеріями: зміст теоретичного матеріалу, наявність додаткового матеріалу, поглиблення з обраного питання, наявність історичного матеріалу, кількість і рівень представлених завдань, естетичність оформлення, проведення захисту.

Результати учні заносять у свої таблиці, підраховують підсумковий бал, і під час обговорення дають поради однокласникам.

Деякі теми, розглянуті на уроках, надалі переростають у проекти для гурткової або дослідницької робіт.

Розв'язуючи задачі на обчислення об'ємів тіл обертання, доцільно застосовувати Gran 1. Побудови тіл обертання за допомогою ППЗ в ході розв'язування задачі сприятимуть неформальному засвоєнню знань. З метою підвищення ефективності сприйняття та засвоєння стереометричного матеріалу, для подолання труднощів при перекодуванні умовно – графічного зображення просторового тіла та створення адекватного просторового образу, бажано доповнити теоретичний матеріал мультимедійними демонстраційними моделями, створеними засобами ІКТ. Варто заохотити спроби учнів самостійно підготувати динамічні моделі уроку, адже оволодіння знаннями залежить не так від пам'яті, як від тієї діяльності, в яку включається учень, від системи розумових операцій, котрі він здійснює при засвоєнні знань.

В ході закріплення нового матеріалу програму GRAN-3D використовують для перевірки задач після їх розв'язання. Крім того, програму «НК–Слушатель: Математика абитуриенту. 2.0» можна використовувати у наступному режимі:

кожен учень розв'язує самостійно заздалегідь підготовлені вчителем задачі з тренажера, які він може розв'язувати як по кроках, так і без підказок тренажера. В процесі роботи вчитель консулює учнів. Така форма роботи дозволяє якісно здійснити індивідуалізацію та диференціацію навчання. На етапі узагальнення і систематизації знань можна використовувати програму «НК – Слушатель. Математика абитуриенту 2.0». Учні пропонуються задачі, які він покроково розв'язує за допомогою тренажера і, якщо потрібна допомога, тренажер видає підказки.



Рис.2.17

Відпрацювання методів побудови перерізів за допомогою тренажера «НК – Слушатель. Математика абитуриенту 2.0»

Працюючи віч-на-віч з такими програмами, учень отримує зручні умови для відпрацювання вмінь та навичок розв'язування задач, повторює знайомі або засвоює нові методи та стратегії розв'язання, тобто має змогу виховувати в собі оригінальність думки, яка так потрібна для розвитку навиків евристичної діяльності.

До переваг особистісно орієнтованого навчання на базі самостійної дослідницької діяльності з застосуванням ІКТ у порівнянні з традиційним, на нашу думку, можна віднести те, що старшокласники не бояться висловлювати власну думку, мають право на помилку, відчувають себе рівними партнерами як вчителя, так і однолітків. Виникає інтерес до здобуття додаткових знань про

предмет розмови та об'єкт, що вивчається. Використання комп'ютерів є істотним резервом підвищення ефективності організації, проведення й результативності самостійної навчальної діяльності. Дає можливість посилити мотивацію такої діяльності, розв'язати ряд проблем, пов'язаних з індивідуалізацією навчання; забезпечити своєчасне отримання зворотного зв'язку; виробити та розвинути самостійне творче мислення; розвинути навички самостійного аналізу в різних навчальних ситуаціях.

При всіх перевагах комп'ютерної підтримки навчального процесу, необхідно зазначити, що сьогодні вчителі математики не повною мірою готові до проведення уроків з комп'ютерною підтримкою, бо не мають у достатній кількості методичної літератури і необхідних дидактичних матеріалів. В сучасних підручниках стереометрії для класів з поглибленим вивченням математики міститься ціла низка завдань, до яких доцільно застосовувати ППЗ. Однак, перед тим, як запропонувати учням та організувати самостійну навчальну діяльність з використанням комп'ютера, їх бажано дещо змінити. Найчастіше - просто переформулювати завдання на доведення в завдання на дослідження та обґрунтування. Під час виконання самостійної навчальної роботи по формуванню просторового образу, з використанням ППЗ та комп'ютерної анімації, доцільно виділити наступні кроки, на кожному з яких використовуються свої моделі реального об'єкту: 1. Реальна модель об'єкту, що вивчається (макет, приклад з навколишнього світу, рисунок). 2. Модель у ППЗ чи динамічна анімаційна модель. 3. Статичне зображення (математичний рисунок). 4. Просторовий образ.

На відміну від традиційного процесу формування просторового образу, ми додаємо ще один крок – створення моделі у ППЗ або за допомогою динамічної анімаційної моделі. Це дозволяє зробити поступовий перехід від реальної моделі об'єкту, що вивчається, до зображення на площині. Застосування тривимірного комп'ютерного моделювання дозволяє полегшити процес розуміння конструкції реального тривимірного тіла, а також дає можливість простежити просторові лінії зв'язків за допомогою каркасної

моделі об'єкта. Програмні продукти, що реалізують можливість роботи з комп'ютерною графікою, дають, по-перше, можливість створення динамічних образів, що ілюструють математичні поняття у просторі та часі, по-друге можливість інтерактивної роботи, коли учень стає сам учасником подій та виконує самостійну навчальну діяльність при цьому.

У процесі експерименту, крім вказаних вище ППЗ, було розглянуто та проведено аналіз пакетів 3D комп'ютерної графіки Cinema 4D XL 6*, Maya 3.0, 3D Studio MAX, Houdini 4,0*, LightWave 6*, SoftimageXSI, які дозволили виявити, що різні програми розв'язують аналогічні задачі з використанням функцій з різними назвами. Найбільш зручним для використання було прийнято систему 3D Studio MAX.

Основними типами вправ для самостійної навчальної діяльності, що були орієнтовані на формування та розвиток просторових уявлень при навчанні геометрії ми вважаємо такі: вправи на дослідження властивостей геометричних об'єктів (впізнання), вправи на зображення геометричних конфігурацій (відтворення), вправи на перетворення образів геометричних конфігурацій (оперування), вправи на конструювання нових образів геометричних конфігурацій.

Вправи на дослідження властивостей геометричних об'єктів передбачають завдання просторового об'єкту за допомогою моделі, рисунка, словесного опису. Необхідно дослідити його властивості: виділити форму, визначити розміри або взаємне розташування елементів тощо.

Наприклад, такими завданнями можуть бути задачі-питання на впізнання об'єкта за зображенням або словесним описом.

Приклад 1. Чи існує чотирикутна піраміда, всі ребра якої рівні між собою?

Приклад 2. Чи можуть всі бічні грані шестикутної піраміди бути рівносторонніми трикутниками?

Приклад 3. Встановіть вид паралелепіпеда, якщо а) всі грані рівні; б) всі грані рівновеликі; в) всі його діагоналі рівні; г) два діагональні перерізи

перпендикулярні до основи; д) дві його суміжні грані – квадрати; е) перпендикулярний переріз до кожного ребра є прямокутником?

Прикладом задачі на виділення певних фігур з заданого рисунка може бути така: $ABCDEKMO$ – зображення куба. *Випишіть всі призми та піраміди, що ви бачите на рисунку, вкажіть види фігур (рис.2.18).*

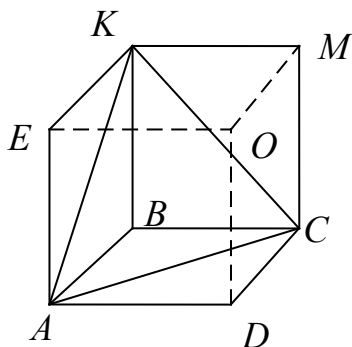


Рис. 2.18

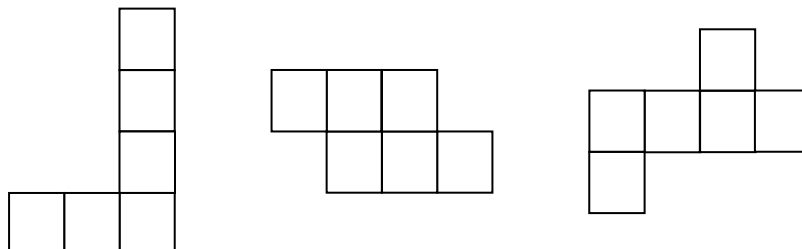


Рис. 2.19

Дієвими задачами на засвоєння властивостей фігур є задачі на порівняння різних видів зображення даного просторового об'єкта (моделі, розгортки, рисунка, проекції тощо). Наприклад: *Які із запропонованих на рисунку конфігурацій є розгортками даного куба?* (Рис.2.19)

У процесі вивчення геометрії учні повинні вільно визначати взаємне розташування об'єктів та їх елементів, тому на етапі формування знань, вмінь та навичок з певної теми необхідно організувати самостійну навчальну діяльність на визначення взаємного розташування об'єктів та їх елементів. Така діяльність може передбачати, наприклад, розв'язання таких задач.

Приклад 1. Як можуть бути розташовані основи трапеції відносно площини, яка проходить через середню лінію трапеції?

Приклад 2. Пряма p не має спільних точок з лінією перетину площин α та β . Причому p належить площині β . Яке положення вона може мати відносно площини α ?

Приклад 3. Пряма a перетинає пряму b , яка лежить в площині α та перпендикулярна до цієї прямої. Чи перпендикулярна пряма a до площини α ?

Використання таких завдань у самостійній навчальній діяльності дозволяє організувати її диференційовано, бо є можливість застосувати завдання різного ступеня складності та всебічно сприяти удосконаленню вмінь, які характеризують процес створення та оперування просторовими образами.

Застосування ППЗ та комп'ютерної анімації суттєво допомагає урізноманітнити перелік творчих завдань на позаурочних заняттях з геометрії. Так, при вивченні теми «Многогранники», вчитель може запропонувати учням видалити одну із граней куба та, зазирнувши через цю грань, виконати зображення в зошитах того геометричного образу, який вони при цьому побачать. Зображення можна виконати в зошиті, а самоперевірку виконати за допомогою комп'ютера та програмних засобів. Такі завдання розглядаються з усіма видами многогранників.

Широкий диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності по зображенню геометричних об'єктів передбачає виконання завдань на зображення просторового об'єкту, що заданий своєю проекцією або словесним описом, за допомогою рисунка, а також на побудову проекцій даних геометричних фігур за їх наглядним зображенням і т. д. До таких завдань можна віднести: задачі на зображення просторової фігури, що задано словесним описом; задачі в яких треба побудувати фігуру або відновити рисунок; задачі на побудову та використання розгорток просторових фігур; задачі, в яких необхідно побудувати проекції фігур; задачі, в яких за проекцією просторової фігури необхідно відновити її наглядне зображення. Наприклад, задачами таких типів є такі.

Приклад 1. В піраміді з основою у вигляді правильного трикутника одне з ребер перпендикулярне до площини основи. Що являють собою грані такої піраміді? Яким чином проходить висота піраміді? Зробіть зображення даної піраміді.

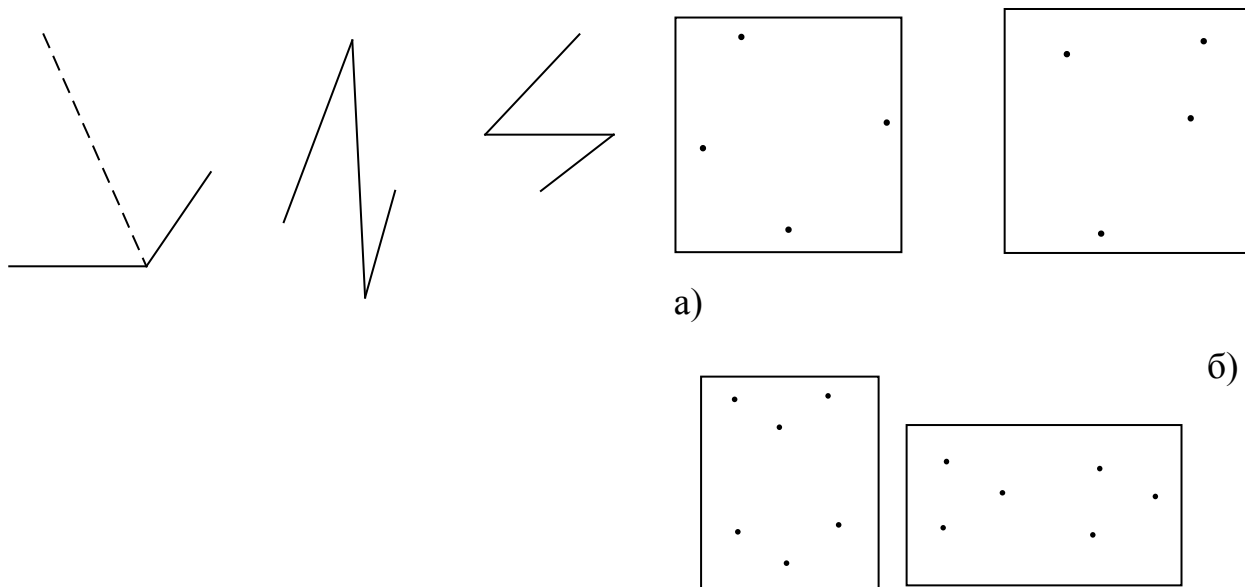


Рис. 2.20

Рис. 2.21

Приклад 2. Добудуйте зображення фігури до трикутної піраміди (рис.2.20).

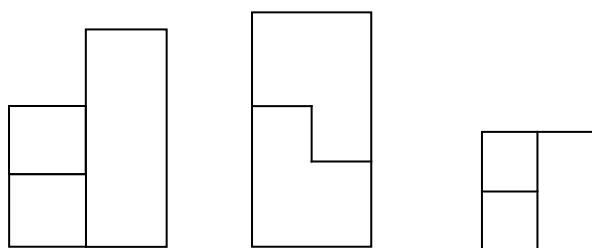
Приклад 3. Добудуйте зображення многогранника за даними вершинами: а) трикутна піраміда(рис.2.21а); б) трикутна призма (рис.2.21б).

Приклад 4. Дано прямокутний паралелепіпед $ABCA_1B_1C_1D_1$ ($AB = BC$). Як провести на його поверхні найкоротшу лінію, яка поєднує вершини B та D_1 ?

Приклад 5. Яку найменшу кількість сторін має паралельна проекція на площину опуклого многогранника, що має n граней?

Приклад 6. Зробіть рисунок многогранника, що задано проекціями на три попарно перпендикулярні площини (рис.2.22).

Рис. 2.22



При поглибленому вивченні геометрії розглядається клас задач, що пов'язані з геометричними перетвореннями на площині та у просторі або конструюванням і моделюванням нових образів геометричних об'єктів. Такі перетворення учнями важко виконуються в зошиті, тому варто організувати самостійну навчальну діяльність з використанням комп'ютерної техніки та програм, де такі побудови виконуються легко та дають можливість побачити всю специфіку розв'язання таких завдань. До таких завдань відносимо: задачі на відшукання множини точок – образів при певному геометричному перетворенні точки; задачі на встановлення кількості осей (площин, центрів) симетрії; задачі на побудову осей (центрів, площин) симетрії або фігур, що мають осі (центри, площини) симетрії, задачі на створення нових образів просторових об'єктів шляхом перетворення даних.

Приклад 1. Побудуйте довільний паралелепіпед та його образ при симетрії в точці перетину його діагоналей. Яка фігура є перетином (об'єднанням) даного паралелепіпеда та його образа?

Приклад 2. Наведіть приклад просторової фігури, що має більше одного центра симетрії.

Приклад 3. Чи буде фігура, яка є об'єднанням полоси та прямої, що не належить їй, мати центр симетрії? Розглянути можливі випадки.

Приклад 4. В прямокутному паралелепіпеді $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки K та K_1 є серединами сторін BC та $B_1 C_1$ відповідно. Виконайте поворот на 180° трикутної призми, що відтинається площиною $AA_1 K_1 K$. Визначте яка фігура буде отримана після перетворення.

Приклад 5. Виконайте рисунок фігури, утвореної в перетині двох рівних циліндрів, осі яких взаємно перпендикулярні.

Приклад 6. Яка фігура утворюється в перетині двох рівних правильних чотирикутних пірамід, висоти яких співпадають, а вершина однієї з них є центром основи другої піраміди?

Диференційований підхід до організації самостійної роботи учнів у процесі навчання геометрії дає можливість індивідуалізувати процес навчання де учні обирають рівні засвоєння змісту.

2.5. Організація, проведення педагогічного експерименту та аналіз його результатів

Для експериментальної перевірки результативності запропонованої методичної системи організації самостійної навчальної діяльності у процесі поглибленого вивчення геометрії нами проводилися констатувальний (2005-

2006 рр.), пошуковий (2006-2007 рр.) і формуючий (2007-2009 рр.) експерименти.

У процесі *констатувального експерименту* ставились такі завдання:

а) проаналізувати науково-методичну, психолого-педагогічну літературу з проблеми дослідження;

б) з'ясувати, як розуміють старшокласники та їх вчителі самостійну навчальну діяльність у процесі поглибленого навчання математики;

в) виявити характер і причини труднощів, які виникають в учнів та вчителів під час організації та проведення самостійної навчальної діяльності;

г) з'ясувати рівень розвитку вмінь старшокласників виконувати самостійну навчальну діяльність у процесі поглибленого вивчення геометрії;

д) проаналізувати методику застосування самостійної навчальної діяльності, яку застосовують вчителі у процесі поглибленого вивчення геометрії.

У ході констатувального експерименту нами застосовувалися спостережні методи педагогічних досліджень (спостереження) та діагностичні методи (анкетування вчителів, учнів, студентів, тестування учнів).

Проведено бесіди та анкетування близько 135 вчителів математики, які працюють за програмою поглибленого вивчення математики (в тому числі геометрії). Серед вчителів працюють в місті – 95 вчителів, а в селі – 40 вчителів; від 10 до 18 років стажу мають 68 вчителів, а 67 – від 18 і більше. Результати анкетування наведені у 1.4.

У ході систематичних і тривалих спостережень за діяльністю учнів на уроках фіксувалися різні показники процесу навчання: час, витрачений вчителем на введення нового матеріалу, закріплення цього матеріалу в ході навчання, зміст і характер питань для самостійної навчальної діяльності, які питання задавали учні на етапі вивчення та на етапі закріплення; час витрачений учнями на самостійну навчальну діяльність в класі та вдома, рівень інтелектуальної і пізнавальної активності учнів тощо. Для вирішення поставлених завдань експериментального дослідження було визначено систему показників, які характеризують ефективність запропонованої методики

організації самостійної роботи старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії.

Параметри поділялися на два блоки. Перший блок – це об’єктивні параметри: час виконання завдання; коефіцієнт засвоєння навчального матеріалу; показник креативності (кількість запропонованих варіантів рішення).

Другий блок складають суб’єктивні параметри оцінки впливу запропонованої методики організації самостійної навчальної діяльності на рівень самостійності учнів. До суб’єктивних параметрів належать: 1) показники сформованості потреб та мотивації навчальної діяльності: рівень інтересу до самостійної навчальної діяльності, рівень корисності дидактичних засобів для самостійної діяльності, рівень мотивації самостійної навчальної діяльності, показник активності самостійної навчальної діяльності; 2) показник сформованості цілей самостійної роботи – рівень розуміння цілей самостійної навчальної діяльності; 3) показник подання в електронних дидактичних засобах програми навчальної діяльності – рівень визначеності послідовності дій та способів їх виконання; 4) показники подання в електронних дидактичних засобах інформаційної основи самостійної навчальної діяльності: рівень повноти і системності інформаційної основи самостійної навчальної діяльності, рівень відповідності складності навчального матеріалу можливостям учнів, рівень сприяння процесам вироблення та прийняття рішень, рівень впливу на формування уважності і точності.

Для визначення параметрів скористаємося наступними методиками.

Першим об’єктивним параметром є час виконання завдань. За еталон оберемо час виконання завдання фахівцем – вчителем відповідної дисципліни. **Відносні витрати навчального часу** визначимо за формулою відносного відсотку витраченого часу. Для їх інтерпретації скористаємося наступною шкалою.

Таблиця 2.5

Відносні витрати навчального часу

Відносний відсоток витрат	t_1 - час виконання завдання вчителем;	Шкала відносних витрат часу та відносна рівнево-
---------------------------	--	--

навчального часу t^* (%)		ступенева характеристика
$t^* = \frac{t_1}{t_2} \cdot 100\%$	t_2 - час виконання завдання учнем	Низький рівень ($t^* \leq 25\%$); Середній рівень ($25\% \leq t^* \leq 50\%$); Високий рівень ($t^* \geq 50\%$)

Для визначення *коефіцієнту засвоєння навчальної інформації* використовувалась система тестових завдань та обчислювався відносний відсоток засвоєння навчальної інформації.

Таблиця 2.6

Відносний відсоток засвоєння навчальної інформації
на відповідному рівні вивчення

Відносний відсоток засвоєння навчальної інформації K_{a^i} (%)	a^i – кількість вірно виконаних дій або завдань; p^j - загальна кількість дій або завдань тесту i - рівень складності завдань	Шкала значень K_{a^i} та відносна рівнево-ступенева характеристика
$K_{a^i} = \frac{a^i}{p^j} \cdot 100\%$		Низький ступінь ($K_{a^i} < 70\%$); Середній ступінь ($70\% \leq K_{a^i} \leq 85\%$); Високий ступінь ($85\% < K_{a^i} \leq 100\%$)

Для чисельного визначення рівня засвоєння навчальної інформації для кожного учня обчислювалися відносний відсоток засвоєння навчальної

інформації K_{a^i} , за формулою $K_{a^i} = \frac{a^i}{p^j}$. Вважається, що учень досяг відповідного ступеня засвоєння навчальної інформації в рамках відповідного рівня, якщо K_{a^i} виявився не нижче 70%. Залежно від обчислених значень K_{a^i} , учні оцінювались за 12-бальною системою (табл. 2.7). Відповідно до отриманого балу досліджувані учні розподілилися у 12 групах; найвищий рівень засвоєння навчальної інформації мають учні 12-ї групи, найнижчий – 1-ї. Розподіл учнів експериментальних 10-х і 11-х класів за рівнями засвоєної навчальної інформації відображено у табл. 2.8.

Рівень засвоєння навчального матеріалу старшокласниками в процесі самостійної навчальної діяльності при поглибленому вивченні геометрії, визначений на констатуючому етапі експерименту. Констатуючий експеримент, спостереження, власний досвід роботи показали:

а) учні 10-х та 11-х класів мають переважно середній рівень засвоєння навчального матеріалу при самостійній навчальній діяльності у процесі поглибленого вивчення геометрії;

б) недостатню роботу вчителів з формування вмінь самостійної навчальної діяльності учнів.

Таблиця 2.7

Шкала переведення відносного відсотку засвоєння інформації K_{a_i} у бали

Бал	Ступінь	Відносний відсоток (%)	Рівні
1	Низький	$70 \leq K_{a_i} \leq 85$	початковий
2	Середній	$85 \leq K_{a_i} \leq 95$	
3	Високий	$95 \leq K_{a_i} \leq 100$	
4	Низький	$70 \leq K_{a_i} \leq 85$	середній
5	Середній	$85 \leq K_{a_i} \leq 95$	
6	Високий	$95 \leq K_{a_i} \leq 100$	
7	Низький	$70 \leq K_{a_i} \leq 85$	достатній
8	Середній	$85 \leq K_{a_i} \leq 95$	
9	Високий	$95 \leq K_{a_i} \leq 100$	
10	Низький	$70 \leq K_{a_i} \leq 85$	високий
11	Середній	$85 \leq K_{a_i} \leq 95$	
12	Високий	$95 \leq K_{a_i} \leq 100$	

Для визначення третього об'єктивного параметру, кількості запропонованих учнями варіантів розв'язання завдання, скористаємося **відносним відсотком креативності**

Визначення сформованості рівнів самостійності учнів здійснювалось з допомогою таких *методів педагогічної діагностики*: методу рейтингу компетентних осіб, методу вивчення навчальної документації, методу наукового спостереження, методу анкетування.

Під час *пошукового експерименту* уточнювалися методичні прийоми і форми організації самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії, проводився цілеспрямований пошук та добір способів організації самостійної навчальної діяльності з метою підвищення рівня умінь учнів самостійно виконувати навчальну діяльність і, як наслідок, підвищення рівня успішності і якості знань старшокласників.

Таблиця 2.8

Рівень	Бал	Кількість і відсоток учнів, які набрали дану кількість балів		Загальна кількість і загальний відсоток учнів з даним рівнем засвоєння навчального матеріалу	
		10-ті кл. 219 учнів	11-ті кл. 212 учнів	10-ті кл. 219 учнів	11-ті кл. 212 учнів
Початковий	1	15(6,8%)	10(4,7%)	58(26,5%)	44(20,7%)
	2	19(8,3%)	15(7,1%)		
	3	24(11,8%)	19(8,9%)		
Середній	4	24(11,2%)	25(11,8%)	81(37,1%)	84(39,7%)
	5	26(11,9%)	29(13,5%)		
	6	31(14,0%)	30(14,4%)		
Достатній	7	22(10,1%)	26(12,0%)	61(27,8%)	66(31,1%)
	8	20(9,0%)	23(10,8%)		
	9	19(8,7%)	17(8,3%)		
Високий	10	8(3,7%)	8(3,8%)	19(8,6%)	18(8,5%)
	11	6(2,7%)	7(3,3%)		
	12	5(2,2%)	3(1,4%)		

У ході дослідницької роботи було визначено якісні критерії оцінки рівнів володіння навичками здійснення самостійної навчальної діяльності, зроблено їх розгорнуту характеристику за визначеними умовами:

1) оволодіння учнями прийомами самостійного опрацювання навчальної інформації:

низький рівень – частково володіють навичками, мають значні труднощі у виділенні головного, встановленні зв'язків між фактами,

середній рівень – в основному володіють навичками, самостійно виділяють головне в навчальній інформації з встановленням зв'язків між фактами,

високий рівень – володіння навичками з виділенням основних положень та встановленням зв'язків між науковими фактами;

2) оволодіння прийомами переосмислення отриманої навчальної інформації:

низький рівень – відчуття труднощів у відтворенні змісту інформації,

середній рівень – в основному володіння навичками відтворення навчальної інформації,

високий рівень – володіння навичками самостійного відтворення навчальної інформації у новій ситуації з можливою її корекцією відповідно до ситуації;

Таблиця 2.9

Відносний відсоток креативності

Відносний відсоток креативності ($K_{кр. \%}$)	K_3 – кількість варіантів вирішення, що запропонував учень;	Шкала значень $K_{кр}$ відносна рівнево-ступенева характеристика (%)
$K_{кр.} = \frac{K_3}{K_4} \cdot 100\%$	K_4 - кількість варіантів вирішення, що запропонував вчитель	Низький рівень ($0 < K_{кр} \leq 30$); Середній рівень ($30 < K_{кр} \leq 70$); Високий рівень ($70 < K_{кр} \leq 100$)

3) оволодіння прийомами використання опрацьованої навчальної інформації у власному досвіді:

низький рівень – відчуття значних труднощів у використанні навчальної інформації,

середній рівень – в основному володіння прийомами застосування навчальної інформації,

високий рівень – здатність до творчого використання інформації.

На цьому етапі досліджувалися дидактичні можливості використання програмних засобів та їх вплив на розвиток умінь самостійної навчальної діяльності.

На перших двох етапах експерименту було виявлено недостатній рівень розвитку умінь старшокласників виконувати самостійну навчальну діяльність та підтвержені висновки теоретичного аналізу про можливість використання

ППЗ (програмних педагогічних засобів) як засобів розвитку умінь самостійної навчальної діяльності учнів. Крім того, розроблено і апробовано диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії, яка сприяє розвитку умінь учнів навчатися геометрії; до кожної програмової теми розроблено підсистеми завдань, які ефективно впливають на розвиток умінь такої діяльності учнів старших класів.

Під час пошукового і констатувального експериментів були створені необхідні передумови для проведення формуючого експерименту.

Експериментальною базою було обрано: Технічний ліцей НТУУ „КПІ”, ліцей „Престиж” м. Києва, Ліцей №142 м. Києва, гімназію НПУ ім. М.П.Драгоманова, середню школу І-ІІІ ст. №4 м. Боярка з поглибленим вивченням математики, Житомирську загальноосвітню школу І-ІІІ ст. №7, Алупкінську загальноосвітню санаторну школу-інтернат І-ІІІ ст., Нагірнянську загальноосвітню школу І-ІІІ ст. Жашківської районної ради Черкаської області. Об’єм вибірки становив 865 учнів 10-11-х класів, серед яких 443 учні 10-х класів, 422 учнів 11-х класів.

Для того, щоб вибірки були однорідні і незалежні, під час відбору експериментальних класів і шкіл враховувався тип шкіл, їх територіальне розміщення. Заняття в контрольних і експериментальних класах по можливості проводилися одними і тими самими вчителями.

У контрольних класах навчання геометрії відбувалось за традиційною методикою. В експериментальних класах навчальний процес відбувався на основі компонент пропонованої методичної системи, тобто з використанням диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії.

На початку проведення формуючого експерименту вчителів, які працювали в експериментальних класах, було ознайомлено з розробленою методикою організації самостійної навчальної діяльності старшокласників. Таку діяльність вчителі застосовували при роботі з учнями як в класі, так і в позакласній роботі.

У ході експериментального дослідження формування і розвиток умінь самостійної навчальної діяльності здійснювалося переважно від традиційно прийнятих прийомів самостійної роботи до новітніх інтерактивних. Було відзначено зв'язок сучасного стану розвитку освіти з активним пошуком інноваційних технологій як у навчанні, так і в організації самостійної навчальної діяльності учнів, без якої неможливі активність, ініціативність і творчість майбутніх студентів.

Під час *формуючого експерименту* перевірялась ефективність запропонованого диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників та уточнювалися окремі його компоненти.

Для перевірки ефективності розробленої нами системи організації самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії в кінці навчальних семестрів проводились контрольні зрізи, що передбачали виявлення вищезазначених навичок (додаток Ф). Під час експерименту вчителям та учням пропонувалась низка завдань і робіт для самостійної навчальної діяльності, різні види такої діяльності та їх методики виконання.

Оцінювання результатів експериментального навчання було проведено на основі визначення рівня умінь старшокласників виконувати самостійну навчальну діяльність. Розподіл учнів контрольних та експериментальних класів за рівнями сформованості навичок самостійної навчальної діяльності на формуючому етапі експерименту відображений у таблиці 2.10 і на діаграмах (додаток Ш).

Експериментальні дані з таблиці 2.8 використані для перевірки нульової та альтернативної гіпотез за критерієм Пірсона, оскільки обидві вибірки випадкові, незалежні і члени кожної з вибірок незалежні між собою, шкала вимірів є шкалою найменувань з 12 категоріями. Сформулюємо основну H_0 і альтернативну H_1 гіпотези.

Нульова гіпотеза H_0 : ймовірність попадання учнів контрольних і експериментальних класів в кожну з i -х ($i=1, \dots, 12$) категорій рівні ($p_{1i} = p_{2i}$) і

вищий рівень сформованості самостійної навчальної діяльності в експериментальних класах пояснюється випадковими факторами.

Альтернативна гіпотеза $H_1: p_{1i} \neq p_{2i}$ хоча б для однієї з 12 категорій, тобто цей більш високий рівень пояснюється використанням запропонованої методики.

Для перевірки гіпотези дослідження використовувався двосторонній критерій Пірсона [90]. Значення статистики T критерію обчислювали за формулою

$$T = \frac{1}{n_1 n_2} \sum_{i=1}^{12} \frac{(n_{1i} \cdot O_{2i} - n_{2i} \cdot O_{1i})^2}{O_{1i} + O_{2i}},$$

де n_1, n_2 - кількість учнів експериментальних і контрольних класів відповідно, O_{1i}, O_{2i} ($i=1, \dots, 12$) - кількість учнів експериментальних і контрольних класів відповідно, які потрапили в i -ту категорію.

Для 10-х класів $T_{\text{кр}} \approx 35,71$ (додаток Щ1); для 11-х класів $T_{\text{кр}} \approx 27,89$ (додаток Щ2). За таблицею Г [90, с.130] для числа ступенів вільності $\nu=12-1=11$ і $\alpha=0,05$ рівень значущості, знаходимо критичне значення величини T : $T_{\text{ед}} \approx 19,68$. Після проведення формуючого експерименту експериментальні і контрольні вибірки мають статистично значущі відмінності, оскільки для 10-х і 11-х класів $\hat{O}_{\text{кр}} > \hat{O}_{\text{ед}}$. Це дає підстави відхилити нульову гіпотезу і прийняти альтернативну.

Таблиця 2.10

Розподіл учнів за сформованістю та рівнем самостійної навчальної діяльності

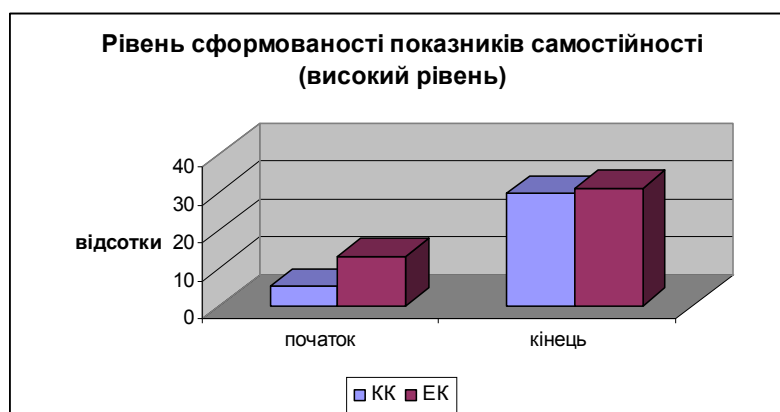
Бал	Кількість і відсоток учнів, які набрали дану кількість балів			
	10-і класи (443 учні)		11-і класи (422 учні)	
	Контрольна група (219 учнів)	Експериментальна група (224 учні)	Контрольна група (212 учнів)	Експериментальна група (210 учнів)
1	15 (6,8%)	5 (2,3%)	10 (4,7%)	4 (1,8%)
2	19 (8,3 %)	10 (4,3%)	15 (7,5%)	8 (3,7%)
3	25 (11,8%)	12 (5,6%)	20 (9,0%)	11 (5,4%)
4	25 (11,6%)	16 (7,4%)	25 (11,3%)	14 (6,5%)
5	27 (12,1%)	20 (8,6%)	29 (13,7%)	17 (8,2%)
6	31 (14,2%)	25 (11,2%)	30 (14,7%)	25 (20,0%)
7	23 (10,5%)	30 (13,4%)	26 (12,6%)	29 (13,5%)

8	21 (9,8%)	33 (14,5%)	23 (10,5%)	33 (15,8%)	
9	19 (8,5%)	36 (16,3%)	16 (7,5%)	34 (16,4%)	
10	7 (3,5 %)	16 (7,4%)	8 (3,6%)	16 (7,6%)	
11	4 (1,5%)	15 (6,4%)	7 (3,4%)	13 (6,2%)	
12	3 (1,4%)	6 (2,7%)	3 (1,5%)	6 (2,9%)	
Рівні	Почат.	59 (26,9%)	27 (12,1%)	45 (21,2%)	23 (10,9%)
	Серед.	83 (37,9%)	61 (27,2%)	84 (39,7%)	56 (26,7%)
	Достат.	63 (28,8%)	99 (44,2%)	63 (30,6%)	96 (45,7%)
	Висок.	14 (6,4%)	37 (16,5%)	18 (8,5%)	35 (16,7%)

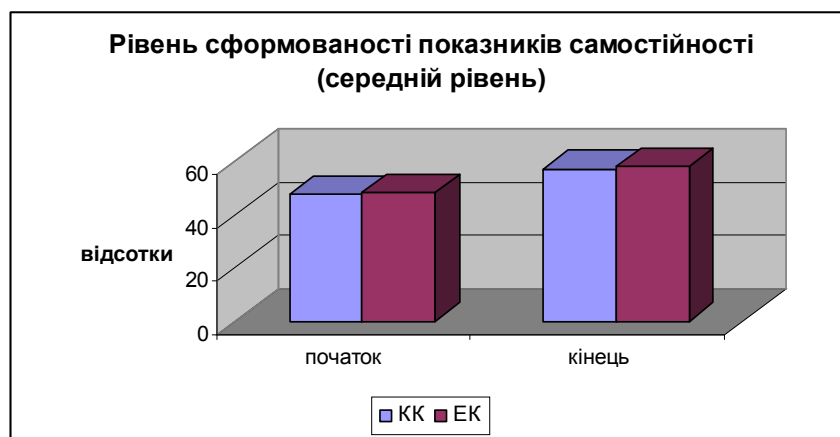
Інтегральний (узагальнений) показник розраховувався як відсотковий розподіл кількості учнів, яких віднесено до відповідних рівнів за результатами виконання завдань. Розуміючи відносність цього показника, все ж вважаємо, що цей розподіл може висвітлити певні тенденції. За результатами відповідних розрахунків виявлено, що в експериментальних групах учасники дослідження розподілилися таким чином: високий рівень - на початку –5%, 13%, на кінець – 29,5%, 31%; середній рівень – на початку – 47,5%, 48%, на кінець – 57%, 58%; низький рівень – на початку – 47,5%, 39%, на кінець – 13,5%, 11% (діаграми 2.1-2.3).

Тобто, в експериментальних групах збільшилась кількість учнів, у яких спостерігається високий і середній рівні сформованості показників самостійності і зменшилась кількість з низьким рівнем.

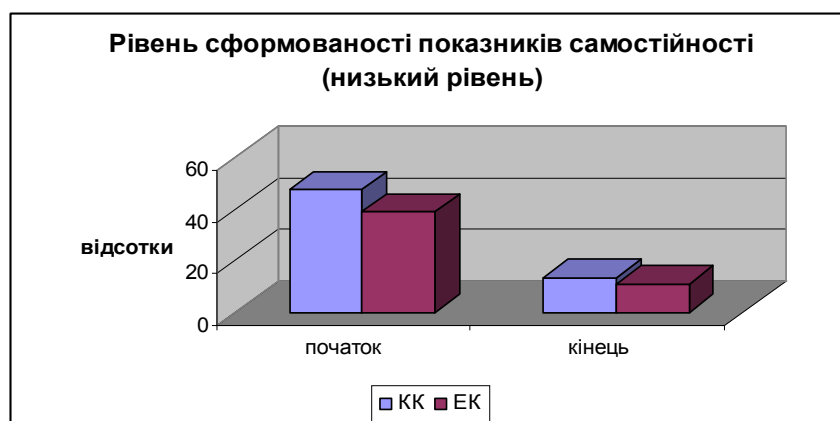
Діаграма 2.1



Діаграма 2.2



Діаграма 2.3



Крім того, учні, які навчались у експериментальних групах, виявили глибші теоретичні знання з геометрії та вміння самостійно оперувати ними на практиці. Для з'ясування впливу запропонованої методики на успішність і якість знань учнів нами аналізувались тематичні і семестрові роботи, виконані учнями експериментальних і контрольних класів, та підсумкова контрольна робота, яка складалась з 14 завдань (додаток Ф). Метою такої підсумкової роботи було виявлення успішності учнів та якості навчання, досягнутих протягом року. До контрольної роботи були включені задачі різних рівнів складності з метою забезпечення вимог рівневої диференціації. Максимальна сума балів за контрольну роботу – 12 балів.

Для експериментальних і контрольних класів були одержані результати, які відображені в таблиці 2.11 і в таблиці 2.12. Тут f_e - абсолютна частота появи певної суми балів в учнів експериментальних класів, f_k - абсолютна частота появи певної суми балів в учнів контрольних класів. Результативність запропонованої методики будемо визначати за її впливом на якість (учні

набрали 7 і більше балів) та успішність (учні набрали 4 і більше балів) навчання.

Таблиця 2.11

Розподіл учнів 10-х класів за сумою отриманих балів

Сума балів	f_e	f_k	$f_e + f_k$	Нагромаджена частка
10-12	64	45	109	443
7-9	74	64	138	334
4-6	67	76	143	196
0-3	19	34	53	53

Таблиця 2.12

Розподіл учнів 11-х класів за сумою отриманих балів

Сума балів	f_e	f_k	$f_e + f_k$	Нагромаджена частка
10-12	62	42	106	422
7-9	74	68	142	316
4-6	57	72	129	174
0-3	17	30	45	45

Статистична вірогідність впливу запропонованої методики розвитку вмінь самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії на успішність навчання обґрунтовувалась з допомогою медіанного критерію [90]. Медіана ряду розподілу результатів оцінювання робіт учнів експериментальних та контрольних класів за сумою отриманих ними балів у нашому випадку дорівнює 7. Обчислення статистики Т-критерію виконували за формулою:

$$T = \frac{N \cdot (|A \cdot D - B \cdot C| - \frac{N}{2})^2}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}, \text{ де}$$

N – загальна кількість учнів експериментальних і контрольних класів;

A і B – кількість учнів експериментальних і контрольних класів відповідно, які отримали не менше 7 балів,

C і D – кількість учнів експериментальних і контрольних класів відповідно, які отримали менше 7 балів.

Для 10-х класів: $A=138$, $B=109$, $C=86$, $D=110$. Тоді $T_{cn} \approx 5,82$.

Для 11-х класів: $A=136$, $B=110$, $C=74$, $D=102$. Тоді $T_{cn} \approx 6,67$.

Порівнюючи отримані значення T з відповідним наближеним значенням $T_{кр} \approx 3,84$, приходимо до висновку, що і для 10-х, і для 11-х класів $T_{сн} > T_{кр}$. А це означає, що медіани розподілу в експериментальних і контрольних класах відрізняються одна від одної зі збільшенням в сторону експериментальних.

Статистична вірогідність впливу запропонованої методики на якість навчання обґрунтовувалась з допомогою двостороннього критерію Пірсона [90]. Значення статистики T критерію обчислювали за формулою

$$T = \frac{1}{n_1 n_2} \sum_{i=1}^4 \frac{(n_1 \cdot O_{2i} - n_2 \cdot O_{1i})^2}{O_{1i} + O_{2i}}.$$

Для 10-х класів: $O_{11}=19$, $O_{12}=67$, $O_{13}=74$, $O_{14}=64$, $O_{21}=34$, $O_{22}=76$, $O_{23}=64$, $O_{24}=45$ (таблиця 2.11). Тоді $T_{сн} \approx 8,79$ (додаток ЩЗ).

Для 11-х класів: $O_{11}=17$, $O_{12}=57$, $O_{13}=74$, $O_{14}=62$, $O_{21}=30$, $O_{22}=72$, $O_{23}=68$, $O_{24}=42$ (таблиця 2.12). Тоді $T_{сн} \approx 9,43$ (додаток ЩЗ).

За таблицю Г [90, с. 130] для числа ступенів вільності $r=4-1=3$ і $\alpha=0,05$ – рівень значущості, знаходимо критичне значення величини T : $T_{кр} \approx 7,82$. Після проведення формуючого експерименту експериментальні і контрольні вибірки мають статистично значущі відмінності, оскільки для 10-х і 11-х класів $T_{сн} > T_{кр}$. Це дає підстави говорити про вищу якість знань учнів експериментальних класів.

Для визначення ефективності запропонованої методики неодноразово проводилися семінари вчителів, які брали участь у формуючому етапі експерименту, на яких обговорювались проблеми самостійної навчальної діяльності. Учителі позитивно оцінили запропоновану методику, відзначили підвищення рівня умінь організовувати самостійну навчальну діяльність, покращення якості і успішності навчання. У результаті спостереження за учнями виявилось, що використання ППЗ GRAN1, GRAN2, GRAN3 дозволило активніше працювати на уроках не тільки «сильним» учням, але й учням з початковим та середнім рівнями умінь самостійної навчальної діяльності. Учні цих груп почали активніше, з підвищеним інтересом виконувати різні самостійні дослідження.

Порівняльний аналіз отриманих даних з показниками експериментальних та контрольних груп дає змогу зробити висновки.

1. Ефективність запропонованої методики полягала в тому, що в експериментальних групах виявлено значну перевагу високого і середнього рівнів навичок здійснення самостійної навчальної діяльності у порівнянні з контрольними групами.

2. Збільшення обсягу самостійної навчальної діяльності учнів на уроках геометрії сприяло розвитку навичок самоосвітньої роботи, формуванню такої провідної якості, як самостійність у навчальній діяльності.

Отже, педагогічний експеримент підтвердив гіпотезу нашого дослідження, оскільки його результати свідчать про підвищення рівня умінь самостійної навчальної діяльності.

Експериментальна робота виявила, що ефективність організації самостійної навчальної діяльності старшокласників в процесі їхньої математичної підготовки забезпечується комплексом педагогічних умов: оновленням змісту навчального матеріалу, його структурування, методів реалізації та методичного забезпечення курсу геометрії з урахуванням сучасного рівня науки; вивченням індивідуальних навчальних можливостей учнів з метою виховання у них інтересу до знань, стимулювання їхньої пізнавальної активності та індивідуального планування самостійної навчальної діяльності у процесі математичної освіти; озброєнням старшокласників навичками такої діяльності, забезпечення наступності у процесі виховання самостійності на кожному етапі навчання геометрії у середньому загальноосвітньому навчальному закладі; впровадженням доцільного педагогічного керівництва самостійною роботою учнів.

Процес засвоєння учнями знань з геометрії, формування навичок здійснення самостійної навчальної діяльності виявився особливо ефективним за умови розподілу навчального матеріалу на окремі завершені навчальні одиниці за укрупненим принципом; визначення дидактичної мети кожної з них, видів, форм і методів самостійної фронтальної та індивідуальної роботи учнів; забезпечення реалізації дидактичної мети кожної навчальної одиниці,

здійснення постійного зворотного зв'язку за допомогою самоконтролю старшокласників і контролю вчителів.

У ході експерименту підтверджено необхідність урахування індивідуальних навчальних можливостей учнів різних профілів з метою розвитку навичок здійснювати самостійну навчальну діяльність та індивідуального планування їхньої самостійної роботи у процесі математичної освіти.

Суттєву роль в активізації самостійної роботи учнів і їхньої навчальної діяльності відіграла спеціально здійснювана система заходів для забезпечення співпраці вчителів-математиків і старшокласників: створення позитивного фону в їхніх взаєминах; використання активних методів і форм організації навчання на заняттях геометрії: виклад лекційного матеріалу з орієнтацією на укрупнення навчального матеріалу (додаток В, Г, У) та проведення проблемних проектних занять (додаток Б, Н, П, Ф), комунікативно-функціональна й професійно зорієнтована спрямованість практичних занять, використання навчальних ігор, тощо. Значному підвищенню ефективності самостійної роботи учнів у процесі їхнього поглибленого вивчення геометрії сприяло використання стандартизованого контролю, тестування, а також розроблена автором система здійснення самоконтролю учнями самостійної навчальної діяльності.

Експериментальне дослідження організації самостійної роботи старшокласників в процесі викладання поглибленого курсу геометрії підтвердило правильність її вихідних теоретичних положень і ефективність визначених педагогічних умов.

Проведене дослідження дало змогу сформулювати ряд пропозицій. Виявлено необхідність створення підручників, методичних посібників з курсу "Геометрія" із системою орієнтирів на самостійну навчальну діяльність учнів; підвищення фахового рівня вчителів з метою набуття ними знань організації самостійної навчальної діяльності учнів.

Висновки до розділу 2

В основну методики організації диференційованої самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії мають бути покладені дидактичні і психологічні принципи навчання, закономірності навчального процесу, індивідуальні та вікові особливості і можливості розвитку учнів. Формування в учнів умінь та навичок самостійної навчальної діяльності передбачає визначення: 1) мети, характеру діяльності, а також вмінь та навичок, необхідних для самостійної навчальної діяльності; 2) способу повторення того мінімуму фактичних знань та вмінь, без яких не можлива самостійна навчальна діяльність; 3) виду роботи з різними джерелами інформації; 4) виду роботи з різним типом вправ (репродуктивна, варіативна, частково-пошукова, творча); 5) методики подолання можливих утруднень, що виникають в учнів у ході самостійної навчальної діяльності, а також спосіб швидкої перевірки одержаних результатів та методику розбору допущених помилок.

Для ефективного диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності необхідно дотримуватись таких умов:

1. Забезпечення оптимального співвідношення обсягу класної та домашньої самостійної діяльності.
2. Врахування при організації самостійної роботи учня рівня його навчальних досягнень і складності завдань.
3. Методично доцільна організація роботи учня в класі і поза ним.
4. Забезпечення необхідними методичними матеріалами з метою надання самостійній навчальній діяльності творчого характеру.
5. Контроль за організацією і ходом самостійної навчальної діяльності, що спонукає до якісного її виконання. Ця умова в тій чи іншій формі має бути присутньою у перших трьох, щоб контроль став не стільки адміністративною, скільки саме повноправною дидактичною умовою, що позитивно впливає на ефективність в цілому.

В класах з поглибленим вивченням математики рекомендуємо поділ учнів на дві групи за глибиною інтересу: в одних інтерес – глибокий, дійовий, в

інших - вузьковибраний або потенційний при недостатній організованості. Для успішної самостійної діяльності в таких класах учень повинен: 1) уміти формулювати мету діяльності; 2) моделювати власну діяльність (виділяти умови, важливі для реалізації своєї мети); 3) розвивати увагу, пам'ять та процеси мислення; 4) уміти оцінювати кінцеві та проміжні результати своїх дій; 5) мати необхідні навички та вміння для навчальної діяльності; 6) мати високий рівень особистої саморегуляції, високу самосвідомість, адекватну самооцінку, рефлексивність, організованість, самостійність, а також сформованість вольових якостей

Тому при виборі цілей та задач диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії необхідно виходити з пріоритетного розгляду трьох позицій: 1) мети навчання взагалі, геометрії взагалі; 2) мети вивчення геометрії з урахуванням особливостей стереометричного матеріалу і специфіки розумової діяльності старшокласників; 3) особливостей розвитку особистості загалом і пріоритетним напрямкам розвитку старшокласників зокрема.

Доцільними виявилися такі рекомендації щодо організації роботи факультативів та місця в ній самостійної навчальної діяльності: дотримання взаємозв'язку у змісті, формах та методах організації навчальної роботи та факультативних занять; як на уроках, так і при проведенні факультативних занять для підвищення їх якості необхідно широко застосовувати методи самостійної навчальної діяльності; для всебічного зацікавлення найбільшої кількості старшокласників факультативними заняттями необхідно застосовувати диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності з врахуванням індивідуальних особливостей, потреб, зацікавленості учнів; побудову навчального процесу здійснювати на основі дослідницької діяльності старшокласників, застосовуючи проблемний підхід; використовувати сучасні засоби навчання, систему ключових задач, історико-математичного та цікавого геометричного матеріалу для підвищення ефективності занять.

Впровадження розробленої методики організації і оцінювання самостійної роботи сприяє підвищенню самостійності, відповідальності за результати своєї праці, що впливає на вибір майбутньої професії, дає можливість створити умови для самореалізації учнів, вияву їх індивідуальних здібностей, стимулює творчу роботу протягом тривалого часу, індивідуалізує процес навчання в усіх формах навчальної діяльності.

Результати педагогічного експерименту підтвердили ефективність застосування технологій навчання, що беруть за основу самостійну навчальну діяльність учнів. Адже 21,4% учнів експериментального класу виявили знання на високому рівні, 53,6% - на достатньому рівні, 25% - на середньому рівні, тоді як в традиційній технології ці показники становлять: 13,8% - високий рівень, 48,3% - достатній рівень, 37,9 – достатній рівень.

Основні результати другого розділу опубліковано у роботах [44],[48],[50],[51],[52],[53],[54].

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У дисертаційному дослідженні проведено аналіз психолого-педагогічної і навчально-методичної літератури, виконано теоретичне узагальнення психолого-методичних засад розвитку вмінь і навичок самостійної навчальної діяльності старшокласників на основі критеріїв диференційованого підходу. В роботі обґрунтовано й побудовано концепцію методичної системи диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії. Результати проведеного теоретичного та експериментального дослідження диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності у процесі поглибленого вивчення геометрії дають підставу для таких висновків.

1. Сьогодні відбувається переорієнтація навчального процесу на особистість учня, ведуться пошуки сприятливих умов досягнення кожним учнем найбільш можливого і необхідного для нього рівня знань. Ключовим завданням є орієнтація системи навчання на розвиток особистості, здатної до самостійної навчальної діяльності, саморозвитку і творчого розв'язання інтелектуальних та практичних проблем, підвищення рівня навчальних досягнень учнів.

2. Організація самостійної навчальної діяльності учнів згідно з вимогами Болонського процесу має передбачати такі умови: 1) володіння вміннями та навичками самостійної навчальної діяльності; 2) формування потреби й інтересу до самостійної навчальної діяльності; 3) врахування індивідуальних особливостей учнів під час визначення завдань для самостійної навчальної діяльності; 4) врахування групових особливостей учнів (рівень інтелектуального розвитку, провідний тип темпераменту, мотив навчальної діяльності і таке інше); 5) розробка індивідуальних творчих завдань для самостійної навчальної діяльності учнів над проблемними темами курсу і керівництво нею з боку вчителя; 6) створення необхідного методичного матеріалу для організації самостійної навчальної діяльності учнів; 7) грамотне керівництво самостійною навчальною діяльністю учнів і надання вчасної допомоги для усунення недоліків.

3. Основним методом навчання стає не передача готової інформації від учителя до учня, а самостійна навчальна діяльність учнів і це є основою розробленої нової методичної системи забезпечення диференційованого підходу до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії.

4. Рівень умінь самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії можна суттєво підвищити, якщо:

а) забезпечити мотиваційну готовність учнів до включення їх в активну самостійної навчальної діяльності з метою поліпшення їх знань з геометрії;

б) виділити доцільні запитання для самостійної діяльності та оптимальний її обсяг з кожної теми;

в) чітко розмежувати матеріал для самостійної навчальної діяльності та матеріал, що вимагає пояснення вчителя;

г) створити цілісну систему роботи над вивченням програмового матеріалу з геометрії за допомогою диференційованої самостійної навчальної діяльності старшокласників;

д) раціонально варіювати в навчальному процесі активні види діяльності з репродуктивними; традиційні засоби навчання з інноваційними; спільну навчальну діяльність учнів з вчителем та самостійну навчальну діяльність учнів;

е) забезпечити реалізацію вимог рівневої диференціації навчання;

є) залучати ППЗ, комп'ютерно орієнтовані засоби навчання у самостійну навчальну діяльність.

5. Самостійна навчальна діяльність під час проведення уроків геометрії поділяється за типом пізнавальної діяльності учнів на: репродуктивну, варіативну, частково-пошукову, дослідницьку або творчу. Формами навчальної роботи на уроці є: фронтальна, групова, індивідуальна. В рамках кожної з них присутня самостійна навчальна діяльність старшокласників.

6. Основними умовами ефективної самостійної навчальної діяльності є: а) технологізація навчального процесу; б) створення дидактичних комплектів для систематичної самостійної навчально-пізнавальної діяльності учнів; в) оптимальне проєднання індивідуальної, групової та фронтальної форм самостійної навчальної діяльності; г) домінування творчих навчально-пізнавальних завдань над репродуктивними в процесі диференційованої самостійної навчальної діяльності учнів.

7. У процесі експериментальної роботи виявлено, що ефективною технологією навчання, яка ставить за мету розвиток особистості учня та формування самостійності, як риси характеру, є технологія проблемного навчання. Це така організація навчально-виховного процесу, що базується на індивідуалізації та диференціації навчання, забезпечує стимулюючу і розвивальну функцію одержаних знань, їх самостійність і мобільність у процесі особистісно-орієнтованого навчання.

8. В ході експерименту з'ясовано, що система завдань з геометрії для самостійної навчальної діяльності учнів повинна відповідати таким вимогам:

- зміст завдань повинен відповідати конкретним розвиваючим, навчальним та виховним цілям уроку та програмному матеріалу;
- завдання повинні бути диференційовані за рівнем, відповідно до вимог стандарту та поглибленого вивчення предмету;
- враховувати вікові та індивідуальні можливості учнів;
- передбачати диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності (як у формах проведення так і у рівні допомоги), враховуючи поетапне просування від незнання до знання;
- відповідати вимогам наступності та перспективності навчання;
- реалізовувати прикладну спрямованість.

9. Проведений констатуючий експеримент засвідчив, що старшокласники мають переважно низький та середній рівень вмінь організації самостійної навчальної діяльності. У той самий час курс поглибленого вивчення геометрії має

потужний арсенал для формування і розвитку вмінь такої діяльності. Разом з тим далеко не всі можливості цього арсеналу використовуються.

10. Організація самостійної диференційованої роботи учнів у процесі навчання дає можливість індивідуалізувати процес навчання і надає можливість учням вільно вибирати рівні засвоєння змісту.

11. Обґрунтовано, що основними вимогами до розробки дидактичного забезпечення самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії є такі:

- навчальний матеріал повинен забезпечувати виявлення суб'єктивного досвіду учня, включаючи досвід попереднього навчання;
- виклад знань спрямовується не тільки на розширення їх обсягу, структурування, інтегрування, узагальнення змісту але і на постійне перетворення збагачення наявного суб'єктивного математичного досвіду кожного учня;
- навчальний процес має забезпечувати постійне погодження суб'єктивного досвіду учнів із змістом нових знань;
- активне стимулювання учня до самостійної навчальної діяльності, зміст і форми якої повинні забезпечити учню можливість самоосвіти, саморозвитку, самовираження в ході оволодіння знаннями;
- навчальний матеріал конструюється і організовується таким чином, що учню створювалась можливість вибору його змісту, видів і форм виконання завдань, способів розв'язування задач;
- виявлення і оцінка способів навчальної роботи, якими користується учень самостійно, продуктивно; можливість вибору способу повинна бути закладена в самому завданні;
- при введенні метазнань, тобто знань про прийоми виконання навчальних дій, необхідно виділяти загальнологічні і спеціальні способи навчальної роботи з урахуванням їх функцій в розвитку особистості учня;

- необхідно забезпечувати контроль і оцінку не тільки результату, але головним чином, і процесу навчання, тобто тих трансформацій, які виконує учень при засвоєнні навчального матеріалу;
- навчальний процес повинен забезпечувати побудову, реалізацію, рефлексію, оцінку навчання, як суб'єктивної діяльності.

12. З'ясовано, що під час самостійної навчальної діяльності учнів як на уроці, так і в позаурочний час, необхідне управління процесом переростання репродуктивної у творчу самостійну навчальну діяльність. Тобто від виконання завдань за зразком – до аналізу умови задачі та вибору дієвих засобів для її розв'язання, до розширення вмінь і переходу до частково-пошукової самостійної навчальної діяльності і найвищого рівня – творчого.

У відповідності з рівнем сформованості самостійної навчальної діяльності (репродуктивний, варіативний, частково-пошуковий, творчий) здійснюється чотири етапи управління навчальною роботою. Кожний етап пов'язаний з попереднім та наступним і повинен забезпечувати перехід старшокласника з одного рівня самостійної навчальної діяльності на наступний.

13. Розроблена методика організації диференційованої самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії органічно включається в навчальний процес, не вимагає додаткових матеріальних і часових затрат та може бути використана вчителями різних категорій.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Азарова Т.В. Индивидуальные различия школьников, их выявление и учет в процессе обучения: Автореф. дис...канд.пед.наук:13.00.01/Азарова Т.В. – М., 1978. – 21 с.
2. Андреев В.И. Диалектика воспитания и самовоспитания творческой личности / Андреев В.И. – Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1988. – 228 с.
3. Анцибор М.М. Индивидуализация обучения учащихся советской школы: Автореф. дис. ...канд.пед. наук:13.00.01/Анцибор М.М.–М.,1979.–23с.
4. Александров А.Д. и др. Геометрия: Учебник для учащихся 10 класса с углубленным изучением математики / [коллектив авторов под рук. Александрова А.Д.]–М.: Просвещение, АО Московские учебники, 2001.–238 с.
5. Алексюк А.М. Педагогіка вищої освіти України /Алексюк А.М. – Київ: Либідь, 1998. – 550 с.
6. Алексюк А.М. Загальні методи навчання в школі /Алексюк А.М. – Київ: Радянська школа, 1981. – 189 с.
7. Алексюк А.М. Педагогіка вищої школи /Алексюк А.М. – Київ: Вища школа, 1998. – 220 с.
8. Альбуханова-Славская К.А. Деятельность и психология личности /Альбуханова-Славская К. А. – М.: Наука, 1980. – 335 с.
9. Ананьев Б.Г. О проблемах современного человекознания /Ананьев Б.Г. – М.: Наука, 1977. – 380 с.
10. Аналітична довідка про результати ЗНО (по предметно) у 2007-2009рр., - www.osvita.org.ua/ukrtest
11. Арсеньев А.М. Основные направления совершенствования образования в средней школе /Арсенье А.М.– М.:Изд-во АПН СССР, 1967. – 21 с.
12. Архангельский А.В. О сущности математики и фундаментальных математических структурах /Архангельский А.В. //История и методология естественных наук. Математика, механика: Сборник.–М.,1986.–Вып. XXXII.– С.14-29.
13. Арыдин В.М. Учебная деятельность студентов: справочное пособие для абитуриентов, студентов, молодых преподавателей /Арыдин В.М.,Атанов Г.А. – Донецк: ЕАИ-пресс, 2000. – 80 с.
14. Асмолов А. Г. Деятельность и установка /Асмолов А. Г. – М.: Изд-во МГУ, 1979. – 151 с.

15. Астряб О.М. Як викладати геометрію в політехнічній школі /АстрябО.М. – Х.-К.: Рад. шк., 1934. – 78 с.
16. Астряб О.М. Методика викладання стереометрії /Астряб О.М., Дубинчук О.С. – К.: Рад. шк., 1956. – 280 с.
17. Атанов Г.А. Деятельностный поход в обучении /Атанов Г.А. – Донецк: ЕАИ-Пресс, 2001. – 160 с.
18. АфанасьєваО.М. та ін.Геометрія10–11/АфанасьєваО.М.,БродськийЯ.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. – Донецьк: ДонНУ, 2001. – 235 с.
19. Бабанский Ю.К. Избранные педагогические труды /[Сост. М.Ю. Бабанский]. – М.: Педагогика, 1989. – 560 с.
20. Бабанский Ю.К. Методы обучения в современной общеобразовательной школе /Бабанский Ю.К.–М.: Просвещение,1985.–192 с.
21. Базелюк І.І. Організація групової самостійної роботи учнів на етапі засвоєння нових знань /Базелюк І.І. – К.: Рад. шк., 1988 . – 117с. (Педагог.: Республ. наук. метод. зб-к. Видання 5).
22. Барна М. Оцінювання навченості учня: термінологія та методологія /Барна М., Гірний О. //Рідна школа, 1999. – №12. – С. 34–39.
23. Баранников А.В. Организация самообразования школьников: новый этап осмысления /Баранников А.В. //Стандарты и мониторинг образования, 1999. - №4. – С. 24–31.
24. Бевз В.Г. Методические основы построения системы стереометрических упражнений: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02./Бевз Валентина Григорівна. – К., 1989. – 165 с.
25. Бевз В.Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх вчителів: Монографія. /Бевз В.Г. – К.: НПУ імені Драгоманова, 2005. – 360 с.
26. Бевз Г.П. Методика викладання математики /Бевз Г.П.–К.:Вища шк.,1989. – 388с.
27. Бевз Г.П. та ін. Геометрія: підручник для 10-11 кл. з поглибленим вивченням математики/Бевз Г.П.,Бевз В.Г.,Владіміров В.М., Владімірова Н.Г. – К.: Освіта, 2000. – 239 с.
28. Белікова В.В. Контроль професійних умінь як засіб впровадження особистісно-орієнтованого навчання /Белікова В.В.//Нові технології навчання [Науково-методичний збірник], 2000. – Вип.28. – С. 13-19.
29. Бібік Н. Проблема профільного навчання в педагогічній теорії і практиці /Бібік Н. //Математика в школі, 2006. – №1. – С. 7-12.

30. Биков В.Ю. Теоретико-методологічні засади моделювання навчального середовища сучасних педагогічних систем /Биков В.Ю. //Інформаційні технології і засоби навчання: Зб. наук. праць [за ред. В.Ю.Бикова, Ю.О.Жука /Інститут засобів навчання АПН України.] – К.: Атіка, 2005. – С. 5-15.
31. Биков В.Ю. Класифікація засобів навчання /Биков В.Ю., Жук Ю.О. //Інформаційні технології і засоби навчання: Зб. наук. праць [за ред. В.Ю.Бикова, Ю.О.Жука /Інститут засобів навчання АПН України] – К.: Атіка, 2005. – С. 39-60.
32. Блонский П.П. Избранные педагогические и психологические сочинения: в 2-х т. /[сост. М.Г. Данильченко, А.А. Никольская; ред. А.В. Петровского] – М.: Педаг., 1979. – т.2. – 399 с.
33. Богоявленская Д.Б. Интеллектуальная активность как проблема творчества / Богоявленская Д.Б.– Ростов: Ростовский ун-т, 1983.– 183 с.
34. Божович Л.И. Проблемы формирования личности: Под ред. Д.И.Фельдштейна М.: Из-во «Институт практической психологии», Воронеж: НПО «МОДЭК», 1997. – 352 с.
35. Болтянский В.Г. и др. О содержании курса математики средней школы /Болтянский В.Г., Виленкин Н.Я., Яглом И.М. //Математическое просвещение, 1959.-№4.-С.131-145
36. Бондар В.І. Дидактика /Бондар В.І. – К.: Либідь, 2005. – 264 с.
37. Бондар С.П. Сучасні тенденції оновлення змісту і процесу навчання в школі /Бондар С.П., Бондар В.І.//Наукові записки: Збірник наукових статей НПУ імені М.П. Драгоманова. – К.: НПУ, 2001. – Випуск 44. – С.3 – 10.
38. Борытко Н.М. Базисный учебный план и российское образование в эпоху перемен /Борытко Н.М., Кузибецкий А.Н. [Учебный план: школьный компонент].-Волгоград,1995. – 165 с.
39. Бродський Я.С. та ін. З досвіду навчання стереометрії в 10-11 класах технічного та природничого профілів /Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. //Математика, 2002. - №35. – С. 1 – 10.
40. Бугайов О.І. Диференціація навчання учнів у загальноосвітній школі: Метод. рек. /О.І. Бугайов, Д.І. Дейкун; НДІ педагогіки України. – К.: Освіта, 1992. – 32 с.
41. Бударный А.А. Индивидуальный подход в обучении /Бударный А.А. //Советская педагогика, 1965. №7. -С. 70-83.

42. Буковська О.І. Формування в учнів прийомів диференційованої самостійної діяльності при вивченні геометрії /Буковська О.І. //Дидактика математики: проблеми і дослідження [Міжнародний збірник наукових робіт]: Донецьк, 2007. – випуск 28. –С. 154-161.
43. Буковська О.І. Сучасний урок – лекція з геометрії на тему: «Вектори на площині та у просторі» /Буковська О.І. //Математика в школі, 2008. – №7. – С. 14-26.
44. Буковська О.І. Сучасний урок лекція з огляду організації диференційованої самостійної роботи учнів /Буковська О.І. //Математична освіта в Україні: минуле, сьогодення, майбутнє: міжнар. наук. – практ. конф., 10-15 жовтня 2007 р.: тези доповіді . – К., 2007. – С. 145-147;
45. Буковська О.І. Диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії /Буковська О.І. //Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи: Всеукр. наук. – практ. конф., 13-20 квітня 2008 р.: тези доповіді . – Полтава, 2008. – С.34.
46. Буковська О.І. Особистісний аспект та особливості організації самостійного вивчення теоретичного матеріалу з математики старшокласниками та студентами ВНЗ /Буковська О.І., Стогній В.І. //Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи: Всеукр. наук. – практ. конф., 13-20 квітня 2008 р.: тези доповіді. – Полтава, 2008. – С.38.
47. Буковська О.І. Школа успіху – школа відкриття і розвитку обдарованих дітей /Буковська О.І. Турчина В.В. //Актуальні проблеми психології : Проблеми психології обдарованості [Збірник наукових праць]. – Житомир, 2008. – Т.6 – Вип. 3. – С. 285-292.
48. Буковська О.І. Розвиток обдарованої особистості через організацію диференційованої самостійної навчальної діяльності при вивченні геометрії/ Буковська О.І. //Актуальні проблеми психології: Проблеми психології обдарованості [Збірник наукових праць]. – Житомир, 2008. – Т.6 – Вип. 3. – С. 63-68.
49. Буковська О.І. Математична логіка 5-9-ті класи [навчально-методичний посібник] /Буковська О.І. –Х.:Вид. група «Основа», 2005.–176с. –(Серія «Бібліотека журналу «Математика в школах України»»);Вип.11 (35)).
50. Буковська О.І. Система рівневого навчання і оцінювання [Математика: навч.-метод. посіб.] /Буковська О.І., Киричков Ю.В. – К.: Політехніка, 2003. –

180 с. – (Безконфліктна освіта).(Каталог книг та періодики ГНТБ України – ISBN 966-622-132-2)

51. Буковська О.І. Програма (математика) для класів з поглибленим вивченням математики. 8-9 класи. /Буковська О.І. та ін. //Математика в школі, 2008. – №10. – С. 3-15.

52. Буковська О.І. Програма Факультативного курсу: Логіка 5-9 класи /Буковська О.І. //Математична газета, 2008. –№10. С.17-29.

53. Буковська О.І. Навчальний проект „Світ багатогранників”. Організація самостійної навчальної діяльності старшокласників в умовах профільного навчання геометрії /Буковська О.І. //Математика в школі, 2009. –№5. – С. 32-38

54. Буковська О.І. Використання комп'ютерно орієнтованих засобів навчання для організації самостійної навчальної діяльності старшокласників при поглибленому вивченні геометрії /Буковська О.І. //Евристичне навчання математики Третя міжнародна науково – практ. конф., 1-3 жовтня 2009 р.: тези доповіді . – Донецьк., 2009. – С. 128-130;

55. Буковська О.І. Самостійна навчальна діяльність старшокласників з використанням комп'ютерно орієнтованих засобів навчання при поглибленому вивченні геометрії /Буковська О.І. //Дидактика математики: проблеми і дослідження [Міжнародний збірник наукових робіт]: Донецьк, 2009. – випуск 31. –С. 109-115.

56. Буковська О.І. Організація диференційованої самостійної навчальної діяльності старшокласників з геометрії у позаурочний час /Буковська О.І. // Збірник наукових праць БДПУ №1 (Педагогічні науки): Бердянськ, 2010. – випуск 1. –С. 72-80.

57. Бурда М.І. Структура і зміст профільного навчання математики /Бурда М.І. // Математика в школі, 2007. –№7. –С. 67-89

58. Бурда М.І. Зміст підручника з геометрії для спеціалізованих шкіл /Бурда М.І. //Проблеми сучасного підручника: Зб. наук. праць. – К.: Педагогічна думка, 2000. – Вип.2. – С. 44 – 47.

59. Бурда М.І. Методичні основи диференційованого формування геометричних умінь учнів основної школи: дис. ...д-ра пед. Наук: 13.00.02 /Бурда Михайло Іванович. – К., 1994. – 347 с.

60. Буряк В. Керування самостійною роботою студентів /Буряк В. //Вища школа, 2001. –№ 4-5. – С. 48-52

61. Буряк В. Самостійна робота як вид навчальної діяльності школяра /Буряк В. //Рідна школа, 2001. –№ 9. – С. 49-51
62. Буряк В.К.Самостоятельная работа учащихся /Буряк В.К.–К.: Знание, 1990.– 48 с.
63. Бутузов И.Г. Дифференцированное обучение – важное дидактическое средство эффективного обучения школьников /Бутузов И.Г – М.: Просвещение, 1968.- 98 с.
64. Бутузов И.Г. Дифференцированный подход к обучению учащихся на современном уроке /Бутузов И.Г. – Новгород: ЛГПИ, 1972. – 72 с.
65. Бухлова Н.В. Організація самоосвітньої діяльності учнів /Бухлова Н.В. – Харків: “Основа”, 2003. – 95 с.
66. Вахтеров В.П. Всеобщее обучение /Вахтеров В.П. – М.: Тип.т-ва И.Д.Сытина, 1919. – 216 с.
67. Вербицкий А.А. Самостоятельная работа студентов младших курсов /Вербицкий А.А. –Высш. шк. России, 1995. – №3. – С.12-16.
68. Вітюк О.В. Використання засобів новітніх інформаційних технологій навчання під час розв’язування стереометричних задач обчислювального характеру /Вітюк О.В. //Математика в школі, 2000. - №5. – С. 43 – 47.
69. Вітюк О.В. Розвиток образного мислення учнів при вивченні стереометрії з використанням комп’ютера: Дис....канд.пед.наук: 13.00.02. /Вітюк О.В. – К., 2001. – 170 с.
70. Виленкин Н.Я. Математика [Текст] /Н.Я. Виленкин, А.М. Пышкало, В.Б. Рождественская, Л.П. Лаврова. – М.: Просвещение, 1997. – 315 с.
71. Власенко К.В. Формування прийомів евристичної діяльності учнів на уроках геометрії в класах з поглибленим вивченням математики: Дис. ...канд. пед.. наук: 13.00.02./Власенко К.В. – К., 2004. – 193 с.
72. Власенко К.В. Навчання стереометрії засобами актуалізації евристичних ситуацій /Власенко К.В., Скафа О.І. – Донецьк: Норд-Прес, 2004. – 111 с.
73. Власенко О.І. Методика викладання математики. Загальні питання /Власенко О.І.– К.: Вища школа, 1974. – 208 с.
74. Водовозов В.И. Избранные педагогические сочинения /Водовозов В.И. – М.: Изд.АПН РСФСР, 1953. – 376 с.
75. Возрастная и педагогическая психология /[М.В. Матюхина, Т.С.Михальчик, Н.Ф. Прокина и др.]; под ред. М.В. Гамезо. – М.: Просвещение, 1984. – 256 с.
76. Волкова Н.П. Педагогіка /Волкова Н.П. – К.: Академія, 2001. – 235 с.

77. Володько В.М. Індивідуалізація й диференціація навчання: понятійно-категоріальний аналіз /Володько В.М. //Педагогіка і психологія, 1997. - №4. – С.9-17.
78. Выготский Л.С. Мышление и речь /Выготский Л.С. –М.: Педагогика, 1934. – 345 с.
79. Выготский Л.С. Педагогическая психология /Выготский Л. С. [под ред. В.В. Давыдова]. – М.: Педагогика, 1991. – 480 с.
80. Гальперин П.Я. Введение в психологию /Гальперин П.Я. – М.: Книжный дом «Университет», 2000. – 336 с.
81. Гареев В.М. Принципы модульного обучения /Гареев В.М., Куликов С.И., Дурко Е.Н. //Вестник высшей школы, 1987. – №8. – С.30-33.
82. Герасимов И.Г. Структура научного исследования: Философский анализ познавательной деятельности в науке /Герасимов И.Г. –М.: Мысль, 1985. –215 с.
83. Гельмонт А.Н. О причинах неуспеваемости и путях ее преодоления /Гельмонт А.Н. – М.: Просвещение, 1954. – 80 с.
84. Гильбух Ю. и др. Как не убить талант? /Гильбух Ю., Кондратенко Л., Коробко С. //Народное образование, 1991. - №4. – С.15-18.
85. Гнеденко Б.В. Важные аспекты проблемы качества обучения /Гнеденко Б.В. //Математика в школе, 1976. – №1. – С.6-11.
86. Головка М.В. Загальні тенденції та психолого-педагогічні проблеми запровадження сучасних технологій навчання [Науково-методичний збірник] /Головка М.В. – К., 2001. – Вип. 30. – С. 89-98.
87. Гончаренко С.І. Проблеми гуманітаризації шкільної освіти /Гончаренко С.І. //Педагогіка і психологія, 1999. - №4. – С. 17 – 25.
88. Гончаренко С.І. Український педагогічний словник /Гончаренко С.І. – К.: Либідь, 1997. – 376 с.
89. Горошко Ю.В. Методика вивчення ППЗ GRAN 2D на уроках інформатики та його застосування в планіметрії /Ю.В. Горошко, Л.В. Грамбовська // Компютер в школі та сім'ї, 2008. - №3. – С. 14 – 22.
90. Грабарь М.И. Применением атематической статистики в педагогических исследованиях: Непараметрические методы /Грабарь М.И., Краснянская К.А. – М.: Просвещение, 1977. – 136 с.

91. Гревцева В. Індивідуальна робота вчителів та самовиховання школярів /Гревцева В. //Директор школи, ліцею, гімназії, 2002. – № 5. –С. 33-36
92. Григулич С.М. Самостійна робота старшокласників з математики в умовах диференційованого навчання: Дис. ... канд..пед. наук: 13.00.02 /Григулич С.М. – К., 2004. – 230 с.
93. Гришина Т. Фахова культура уроку у профільному навчанні /Гришина Т. // Математика в школі, 2006. – №3. – С.13 – 16.
94. Громцева А.К. Формирование у школьников готовности к самообразованию /Громцева А.К. – М.: Просвещение, 1983. – 144с.
95. Грохольська А.В. Підготовка учнів до розв'язування задач на комбінацію многогранників з кулею /Грохольська А.В. //Математика в школі, 2002. - №6. – С. 17 – 20.
96. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики[Кн. для учителя] /Груденов Я.И. –М.Просвещение, 1990. –С.5-50.
97. Груденов Я.И. Психолого-дидактические основы методики обучения математике /Груденов Я.И. –М.:Педагогика, 1987. –160 с.
98. Гуманізація процесу навчання в школі:[навч.посіб. /[за ред. С.П.Бондар]. – К.: Стилос, 2001. – 256 с.
99. Гусак Т. Організація самостійної роботи студентів (учнів) /Гусак Т. //Рідна школа, 2004. –№ 5. – С. 47-48
100. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения /Давыдов В.В.–М.:ИНТОР, 1994.–544с.
101. Давидюк Н.М. Проблеми активізації творчого потенціалу особистості/ Давидюк Н.М. //наук. вісн. Чернівецького університету імені Юрія Федьковича. Серія: Педагогіка і психологія, 1999. – Вип. 43. – С 127-130.
102. Данилов М.А. Воспитание у школьников самостоятельности и творческой активности в процессе обучения /Данилов М.А. – Советская педагогика, 1961. – №8. – С. 25-27.
103. Данилочкина Г.А. Индивидуализация обучения как средство развития познавательной самостоятельности учащихся (на материале преподавания математики в старших классах): Автореф.дис. ... канд.пед.наук:13.00.02 /Данилочкина Г.А. – М., 1973. – 25 с.
104. Державна національна програма «Освіта»: Україна ХХІ століття. – К.: Райдуга, 1994. – 62 с.

105. Державна програма “Вчитель” //Освіта України, 2002. – №27. –С. 5-17.
106. Державний стандарт базової і повної середньої освіти //Математика в школі, 2004. - №2. – С. 2 – 5.
107. Дидактика средней школы:[учеб.пособ.] /под ред. М.А. Данилова, М.Н. Скаткина]. – М.: Просвещение, 1982. – 319с.
108. Дорофеев Г.В. Дифференциация обучения математике /Дорофеев Г.В., Кузнецова А.В., Суворова С.Б., Фирсов В.В. //Математика в школе, 1990. – №4. – с. 15 – 21.
109. Дремова І.А. Контроль знань учнів з алгебри в основній школі: Дис. ... канд. пед. наук:13.00.02 /Дремова І.А. – К., 2004.-179 с.
110. Дубравська Д.М. Основи психології: [навч. посібник] /Дубравська Д.М. – Львів: Світ, 2001. – 280 с.
111. Есипов Б.П. Самостоятельная работа учащихся на уроках /Есипов Б.П. – М.: Учпедгиз, 1961. – 239с.
112. Эльконин Д.Б. Возрастные возможности усвоения знаний /Эльконин Д.Б., Давыдов В.В. – М.,1969. – 105 с.
113. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках геометрії /Жалдак М.І., Вітюк О.В – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2000. – 168 с.
114. Жалдак М.І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики /Жалдак М.І. //Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць /Редкол. – К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2003. Випуск 7.–С.3 – 16.
115. Жарова А.В. Управление самостоятельной деятельностью учащихся /Жарова А.В. – Л.: ЛГПИ им. А.И. Герцена, 1982. – 75с.
116. Жук Ю.О. Організація навчальної діяльності у комп'ютерно орієнтованому навчальному середовищі /Жук Ю.О. //Інформаційне забезпечення навчального процесу: інноваційні засоби і технології: Колективна монографія. – К.: Атіка, 2005. – С. 195-204.
117. Жук Ю.О. Планування навчальної діяльності з урахуванням використання засобів інформаційно-комунікаційних технологій /Жук Ю.О., Соколюк О.М. //Інформаційні технології і засоби навчання: Зб. наук. праць [за ред. В.Ю.Бикова, Ю.О.Жука Інститут засобів навчання АПН України]. – К.: Атіка, 2005. – С. 96-99.
118. Жук Ю.О. Характерні ознаки структури комп'ютерно орієнтованого навчального середовища /Жук Ю.О., Соколюк О.М. // інформаційні технології і

засоби навчання: Зб. наук. праць [за ред. В.Ю.Бикова, Ю.О.Жука Інститут засобів навчання АПН України]. – К.: Атіка, 2005. – С. 100-108.

119. Забранський В.Я. Дифференцированное обучение математике учащихся 5-6 классов основной школы: автореф. дисс. на соиск. учен. степ. канд. пед. наук: спец. 13.00.02 /Забранський В.Я. – К., 1991. – 19 с.

120. Закон України «Про освіту» //Відом. Верхов. Ради України, 1996. - №21. – С. 253 – 278.

121. Закон України «Про загальну середню освіту» //Голос України, 1999. - №65, 23 червня. – С. 4 – 7.

122. Закота Л. А. Самостійна робота учнів як фактор формування їх компетентностей /Закота Л. А. //матеріали звіт. наук. конф., 3-4 квітня 2006 р. – Ін-т педагогіки АПН України. – К.:Пед.думка, 2006. – 230 с.

123. Занков Л.В. Обучение и развитие /Л.В. Занков. – М.: Педагогика, 1975. – 52 с.

124. Занков Л.В. Дидактика и жизнь /Л.В. Занков.–М.: Просвещение, 1968. – 175с.

125. Зив Б.Г. Задачи к урокам геометрии. 7 – 11 классы /Б.Г. Зив. – СПб.: ЧеРона-Неве, 2003. – 608 с.

126. Зимняя Н.А. Педагогическая психология /Зимняя Н.А. – М.: Логос, 2003. – 384 с.

127. Зильберберг Н.И. Урок математики. Подготовка и проведение:[кн. для учителя] /Зильберберг Н.И. – М.:Просвещение, 1995. – 178 с.

128. Зоренко И.С. Дидактические условия организации самостоятельной учебной работы школьников: дис... канд. пед. наук:13.00.02 /Зоренко Ирина Степановна. – Кривой Рог, 1997. – 181 с.

129. Зорина Л.Я. Дидактические основы формирования системности знаний старшеклассников /Зорина Л.Я. – М.: Педагогика, 1978. – 128 с.

130. Зубов С.И. Дифференциация самостоятельных работ учащихся: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 /Зубов С.И. -М., 1976. – 175 с.

131. Зязюн І.А. Інтелектуально-творчий розвиток особистості в умовах неперервної освіти [Неперервна професійна освіта: проблеми, пошуки, перспективи: Монографія] /І.А.Зязюн. – К.: ВІПОЛ, 2000. – С.11-57.

132. Іванова С.В. Формування геометричних умінь старшокласників шкіл (класів) гуманітарного профілю: Дис. ...канд..пед.наук: 13.00.02 /Іванова С.В – Одеса, 1999. – 190 с.

133. Ігнатенко М. І. Мотиви діяльності при диференційованому навчанні /М. І. Ігнатенко. – К: Вища школа, 1998. – 251 с.
134. Ігнатенко М.Я. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики: монографія /М.Я. Ігнатенко. – К.: Тираж, 1997. – 300 с.
135. Інформаційні технології і засоби навчання: [зб. наук. праць /за ред. В.Ю.Бикова, Ю.О.Жука]. – К.: Атіка, 2005. – 272 с.
136. Кабанова–Меллер Е.Н. Психологія формування знань і навчальних дій /Кабанова–Меллер Е.Н. – М., 1982. –196 с.
137. Калмыкова З.И. Педагогіка гуманізму /З.И. Калмыкова. – М.: Знання, 1990. – 80 с.
138. Калмыкова З.И. Психологічні принципи розвиваючого навчання /З.И. Калмыкова. – М.: Знання, 1979. – 48 с.
139. Капустин Н.П. Педагогічні технології адаптивної школи /Капустин Н.П. – М: «Академія», 2002. – С. 25-28.
140. Кирсанов А.А. Індивідуалізація навчальної діяльності школярів /Кирсанов А.А. – Казань: Тат.кн.изд-во, 1980. – 207 с.
141. Кирсанов А.А. Педагогічні основи індивідуалізації навчальної діяльності: Діс. докт. пед. наук: 13.00.02/Кирсанов А.А.–Казань, 1982.–356с.
142. Коваленко В.Г. Лекційно-практична форма навчання математики учнів 9-10 класів /Коваленко В.Г. – К.: Рад.шк., 1983. – 72 с.
143. Козаков В.А. Вища освіта в Україні та у світі: проблема цілей і їх реалізація /Козаков В.А. – К.: НаУКМА, 1997. – С. 60-82.
144. Козаков В.А. Самостійна робота студента і її інформаційно-методичне забезпечення: [Учебное пособие] /Козаков В.А. – К.: Вища школа, 1990. – 112 с.
145. Козій М. Деякі аспекти нової парадигми навчання /Козій М., Якіляшек В. //Директор школи, 1999. – №36. – С. 1–2.
146. Колмогоров А.Н. О развитии математических способностей (письмо В.А. Крутецкому) /Колмогоров А.Н. //Вопросы психологии, 2001.–№3.– С. 103-106.
147. Колягин Ю.М. Профільна диференціація навчання /Колягин Ю.М. Ткачева М.Ф., Федорова Н.Е. //Математика в школі, 1990. - №4. – С. 21-27.
148. Коменський Я.А. Велика дидактика /Коменський Я.А. – СПб.: тип. З.Аригольда, 1893. – 326 с.

149. Кон И.С. Психология старшеклассника: [Пособие для учителей] /Кон И.С. – М.:Просвещение, 1980. – 192 с.
150. Концепція 12 – річної середньої загальноосвітньої школи //Директор школи, 2002. – №1 (193). – С. 3 – 10.
151. Концепція профільного навчання у старшій школі //Математика в школі, 2006. – № 4. – С. 4 - 10.
152. Концептуальні засади розвитку педагогічної освіти України та її інтеграції в європейський освітній простір //Освіта, 2005. – №2-3. –С. 2-3.
153. Концепция дифференциации обучения в средней общеобразовательной школе /Под. ред. Монахова В.М., Орлова В.А. – М., 1990.
154. Концепція математичної освіти 12-річної школи. Проект // Математика в школі. – 2002. – № 2. – С. 12-17.
155. Костенко В. Модульно-розвивальне навчання: від управління до методичного забезпечення /Костенко В. //Рідна школа, 2000. – №7. –С. 17-23.
156. Костюк Г.С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості /Костюк Г.С. – К.: Рад.шк., 1989. – 98 с.
157. Корсакова О. Формування в учнів досвіду творчої діяльності /Корсакова О. //Шлях освіти, 1999. –№2. – С. 35-39.
158. Крайг Г. Психология развития /Крайг Г. – СПб.: Питер, 2000. –992 с.
159. Краснослабозкая Г.Ф. Формирование компонентов общей культуры мышления школьников /Г.В. Краснослабозкая //Математика в школе, 1994. - № 2. – С.42-44.
160. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников / Крутецкий В.А. – М.:Просвещение, 1968. – 432 с.
161. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и ее преподавание /Кудрявцев Л.Д. – М.: Наука, 1985. – 170 с.
162. Кузьмінський А.І. Педагогіка: Підручник /Кузьмінський А.І., Омеляненко В.Л. – К.: Знання-Прес, 2003. – 418 с.
163. Кульчицька Н.В. Вивчення стереометрії в старшій школі в умовах використання нових інформаційних технологій: Дис. ...канд. пед. наук: 13.00.02./Кульчицька Н.В. – К., 1993. – 188с.
164. Лазарев М.О. Гуманістична парадигма освіти: генеза й концептуальні основи /Лазарев М.О. //Педагогічні науки: Зб. наук. пр. – Суми, СумДПУ, 2005. – Ч.1. – С.61-69.

165. Леднев В.С. Содержание образования: сущность, структура, перспективы /В.С. Леднев. – М.: Высшая школа, 1991. – 224 с.
166. Леонтьев А.А. Педагогика здравого смысла /А.А. Леонтьев //Школа 2000. – М.: Баллас, 1997. – Вып.1. – С.9 – 23.
167. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения /Лернер И.Я. – М.: Педагогика, 1981. – 186 с.
168. Лернер И.Я. Проблемное обучение /И.Я. Лернер.–М.: Знание,1974.–64с.
169. Липова Л. А. Дидактичні засади формування змісту до профільної підготовки учнів /Липова Л. А. //Матеріали звіт. наук. конф., 3-4 квітн.2006р. – Ін-т педагогіки АПН України. – К.: Пед. думка, 2006. –230 с.
170. Лында А.С. Дидактические основы формирования самоконтроля в процессе самостоятельной учебной работы учащихся /Лында А.С. – М.: Высшая школа, 1979. – 159с.
171. Лозова В.І. Пізнавальна активність школярів /Лозова В.І. – Харків: Основа, 1991. – 111 с.
172. Лозовая В.И. Познавательная активность школьников /Лозовая В.И. – Харьков: Основа, 1990. – 88с.
173. Лутченко Л.І Організація самостійної навчально-пізнавальної діяльності учнів 7-9-х класів при вивченні математики:дис. ...канд. пед. наук: 13.00.02 /Лутченко Л.І. –Київ, 2003. –182 с.
174. Маклаков А.Г. Общая психология [учеб. для вузов] /Маклаков А.Г. – СПб.: Питер, 2004. –583 с. – (Серия « Ученик нового века»).
175. Маркова А.К. Формирование мотивации учения в школьном возрасте: Пособие для учителя /Маркова А.К. – М.: Просвещение, 1983. – 96 с.
176. Математика 5-12 класи. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів /М-во освіти і науки України; уклад. М.І.Бурда, В.Г. Бевз, Ю.І.Мальований, А.Г. Мерзляк, Н.А. Тарасенкова, С.Є. Яценко. – К.: Ірпінь, 2005. – 65 с.
177. Махмутов М.И. Современный урок /Махмутов М.И. – М.: Педагогика, 1981. – 190с.
178. Махмутов М.И. Вопросы организации проблемного обучения /Махмутов М.И. – Казань: Каз. ГУ, 1971. – 63 с.
179. Махмутов М.И. Развитие познавательной активности и самостоятельности школьника /Махмутов М.И. – Казань, 1963. – 105с.

180. Мельник В.В. Наукове програмування навчального модуля /Мельник В.В. //Педагогіка і психологія, 1997. – №1. – С.71-79.
181. Менчинская Н.А. Обучение и умственное развитие /Менчинская Н.А. //Обучение и развитие, 1966. - №3. – С. 19-25.
182. Метельский Н. В. Дидактика математики /Метельский Н. В. – Минск: БГУ им. В. И. Ленина, 1982. – 254 с.
183. Методика викладання стереометрії /За ред. Астряба О.М. і Дубінчук О.С. – К.: Рад.школа, 1956. – 280 с.
184. Мірошник С. Проблема формування творчої самостійної діяльності учнів у педагогічній науці /Мірошник С. //Світло, 2003. – №1. – С.10-13.
185. Моисеев А. Многообразие школ: плюсы и минусы /Моисеев А., Поташник М. //Народное образование, 1997. – №4. – С.12 – 17.
186. Мойсеюк Н.Є. Педагогіка /Мойсеюк Н.Є. К., 2003. – 615 с.
187. Морзе Н.В. Методика навчання інформатики: Навч. Посіб.: У 4-х част. /За ред. акад. М.І. Жалдака.–Ч.П. Методика навчання інформаційних технологій. – 287 с.
188. Мороз. О.Г. Шляхи забезпечення наступності у самостійній навчальній роботі учнів середньої загальноосвітньої школи і студентів вузу : автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 /Мороз О.Г. –Київ, 1971. – 190 с.
189. М'ясоїд П.А. Загальна психологія [навч. посіб] /М'ясоїд П.А. – К.: Вища шк., 2001. – 487 с.
190. Наказ №1226 від 30.12.2008 Про затвердження Плану дій щодо поліпшення якості фізико-математичної освіти на 2009-2012 роки, - www.mon.gov.ua
191. Наумець О.М. Педагогіка сучасної зарубіжної школи [навчальний посібник для студентів педагогічних вузів] /Наумець О.М. –Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2004. – 389 с.
192. Національна доктрина розвитку освіти //Освіта, 2002.–№26.–34 с.
193. Немов Р.С. Психология /Немов Р.С. – М.: Просвещение, 1995. – 165 с. – [Книга 2. Психология образования. 2-е издание]
194. Немов Р.С. Психология [учеб. для студ. вш.пед.учеб.заведений: в 3-х кн.] /Немов Р.С.–М.:ВЛАДОС,1999.– 688 с. –(Кн.1. Общин основ. психологи)
195. Нефеев А.А. Самостоятельная работа с учебником на уроке /Нефеев А.А. //Математика в школе, 1988. –№1. – С. 13 – 17.

196. Нелін Є. П. Формування науково-технічного світогляду фахівця: дисципліна "Концепції природознавства, техніки та технологій" [Текст] / Є. Нелін // Вища освіта України : теор. та наук.-метод. часоп. - 2004. - №3. - С. 87-90
197. Ньюкомб Н. Развитие личности ребенка /Ньюкомб Н. – СПб.: Питер, 2003. –640 с.
198. Обрізан К.М. Програмні засоби навчального призначення /Обрізан К.М. // Інформатизація середньої освіти: програмні засоби, технології, досвід, перспективи. – К.: Педагогічна думка, 2003. – С.156-165.
199. Овчинников В.Ф. Репродуктивное и продуктивное в структуре творчества как общественного явления /Овчинников В.Ф. //IV семинар по проблемам методологии и теории творчества. – Симферополь, 1984.–С.19-21.
200. Оконь В. Основы проблемного обучения /Оконь В. – М.: Просвещение, 1968. – 208с.
201. Оконь В. Введение в общую дидактику /Оконь В. – М.: Высшая школа, 1990. –342 с.
202. Онучак Л.В. Педагогічні умови організації самостійної позааудиторної роботи студентів економічних спеціальностей: автореф. дис. ... канд. пед. наук: спец. 13.00.02 /Онучак Л.В. – Київ, 2002. – 18 с.
203. Освітні технології [навч.-метод. посіб.] /[Пехота О.М., Кіктенко А.З., Любарська О.М. та ін.]; за заг.ред. О.М.Пехоти. – К.: А.С.К., 2001. – 256с.
204. Осмоловская И.М. Организация дифференцированного обучения в современной общеобразовательной школе /Осмоловская И.М. – М.: Издательство «Институт практической психологии», 1998. –17 с.
205. Основы психологии [підручник] /за заг. ред. О.В. Киричука, В.А. Роменця. — К.: Либідь, 1999. –632 с. –(4-те., стереотип.)
206. Останов К. Активизация мыслительной деятельности учащихся при изучении курса «Алгебра и начала анализа»: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Останов К. –Ташкент, 1987. –162 с.
207. Павлютенков Е.М. Лабиринты выбора профессии /Павлютенков Е.М., Шумейко А.А. – Владивосток.: Из-во Дальневосточного университета, 1994. – 180 с.
208. Паламарчук В.И. Школа учит мыслить: Пособие для учителей /Паламарчук В.И. – М.: Просвещение, 1979. – 144 с.

209. Паламарчук В.И. Реализация межпредметных связей в процессе проблемного обучения. – К.: Вища школа, 1975. – 57 с.
210. Педагогическая энциклопедия: В 4 т. Т. 3. - М., 1976. – 276 с.
211. Петровський А. В. Общая психология: учеб.пособ. для студентов пед. ин-в. /[А. В. Петровський, А. В. Брушлинский, В. П. Зінченко и др.]; под ред. А. В. Петровського.–М.: Просвещение, 1986.–464 с.–(3-е изд., перераб. и доп.)
212. Піддячий М. І. Орієнтація старшокласників на професійну діяльність в умовах профільного навчання /Піддячий М. І. //Матеріали звіт. наук. конф., 3-4 квітня 2006 р.–Ін-т педагогіки АПН України,–К.: Пед. Думка, 2006. –230 с.
213. Пидкасистый П.И. Самостоятельная деятельность учащихся /Пидкасистый П.И. – М, 1981. – 78с. – (2-е изд.)
214. Пидкасистый П.И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении: теоретико-экспериментальное исследование /Пидкасистый П.И. – М.: Педагогика, 1980. – 240с.
215. Повышение эффективности обучения математике в школе [Текст]: кн. для учителя: из опыта работы /Г.Д. Глейзер. – М.: Просвещение, 1989.–240 с.
216. Пов'якель Н.І. Профісіогенез саморегуляції мислення практичного психолога: Монографія. – Київ: НПУ ім.. М.П.Драгоманова, 2003. – 295 с.
217. Погорелов А.В. Элементарная геометрия /Погорелов А. В. - М.: Просвещение, 1977. – 128 с.
218. Подласый И.П. Педагогика: учебник для студентов высших педагогических учебных заведений /Подласый И.П. – М.: Просвещение, 1996. – 432с.
219. Полякова Т. До проблеми формування навичок самостійної навчальної діяльності з математики /Полякова Т. //Математика в школі, 2003. – № 2. –С.16-19
220. Попов Ю.В. Практические аспекты реализации многоуровневой системы образования в техническом университете: организация и технологии обучения / [Попов Ю.В., Подлеснов В.Н., Садовников В.И., Кучеров В.Г., Андросюк Е.Р.]. –М., 1999. – 52 с.
221. Попов Ю. Самостоятельная работа студентов: проблемы и ответы /Попов Ю., Вербицкий А., Подлесков В., Андросюк Е. //Высшее образование России, 1995. – № 2. –С.137-145.
222. Примірне Положення про класи з поглибленим вивченням окремих предметів у загальноосвітніх навчальних закладах. - www.mon.gov.ua

223. Програми для профільних класів середніх загальноосвітніх шкіл. Математика 10-12 кл. - www.mon.gov.ua
224. Програми для середніх загальноосвітніх шкіл з українською і російською мовами навчання. Математика 5-12 класи //Дивослово, 2002. – №8. – С. 19-54.
225. Промоторова Н. В. Индустриальные самостоятельные работы учащихся в обучении: автореф. дис. ... канд. пед. наук.: спец. 13.00.02 /Промоторова Н. В. – М., 1971. –20 с.
226. Психологія: підруч. для пед. вузів /[за ред. Г. С. Костюка]. –К.: Рад. шк., 1968. –572 с. – Вид. 3-тє, доповнене.
227. Психология развития: учеб. для студ. высш. психол. и пед. учеб. завед. /[Т. М. Марютина, Т. Г. Стефаненко и др.]; под ред. Т. Д. Марцинковской. –М.: Изд-й центр « Академия», 2001. –352 с.
228. Пустовая Є. Профорієнтація: проблеми, досвід, перспективи /ПустоваяЄ. //Завуч, 2003. – № 9. – С. 2-3.
229. Рабунский Е.С. Индивидуализация домашних заданий как средство повышения эффективности обучения: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Рабунский Е.С. – М., 1963. – 190 с.
230. Рабунский Е.С. Теория и практика реализации индивидуального подхода к школьникам в обучении: Дис. ...д-ра пед.наук:13.00.01 / Рабунский Е.С. – М., 1989. – 464 с.
231. Раков С.А. Програмно-методичний комплекс DG як крок від традиційної до інформаційної технології навчання геометрії /Раков С.А., Горох В.П. //Комп'ютер у школі та сім'ї, 2003. - №1. – С. 20 – 22.
232. Реан А.А. Психология и педагогика /[Реан А.А., Бордовская Н.В., Розум С.И.]; под общей ред. А.А. Реана. – СПб.: Питер, 2003. – 432с. – (Серия «Учебное пособие»).
233. Рогановский Н.М. Методика преподавания математики в средней школе: [Учебное пособие для пед ин-тов по физ.-мат. спец.] /Н.М. Рогановский. – Минск: Вышэйш. шк., 1990. – 266 с.
234. Роева Т.Г. Геометрія у таблицях. 10 – 11 кл. /Роева Т.Г., Хроленко Н.Ф. [Навч. Посіб.] – Харків: Видавнича група «Академія», 2001. – 152 с.
235. Ростовецкая Л. А. Самостоятельность личности в познании и общении /Ростовецкая Л. А. – Ростов-на-Дону гос. Пед. Ин-т, 1975. – 298 с.

236. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии /С.Л. Рубинштейн. – СПб.: Питер, 2000. – 720. – (Серия: «Мастера психологии»).
237. Савченко О.Я. Реформування шкільної освіти і реалізація її оздоровчої функції /Савченко О.Я. //Шлях освіти, 2001. –№4. –С.2-7.
238. Сагарда В.В. Дидактичні передумови впровадження рейтингової системи оцінки успішності /Сагарда В.В., Химинець О.В. //Рейтингова система оцінки успішності навчання. Збірник наукових праць. К.: НМКВО, 1992. – С.78-83.
239. Самостоятельные работы на уроках по математике как средство развития творческой активности учащихся: Метод. рекомендации /Мин. высшего и среднего образования Украины; Укр. научн.-метод. кабинет по среднему образованию; Сост. Л.В. Туровская.–К.:РНМК по ССО, 1985. – 46с.
240. Саранцев Г.И. Методология методики обучения математике /Саранцев Г.И. – Саранск: Тип. « Красный Октябрь», 2001. –136 с.
241. Сверида Б.В. Дидактичне забезпечення модульної технології навчання /Сверида Б.В., Костельна Л.І. //Нові технології навчання: Науково-методичний збірник. –К., 2001. – Вип.29. – С. 3-7.
242. Сверчевська І.А. Методична система вивчення геометричних тіл у загальноосвітній школі: Дис. ... канд..пед.наук: 13.00.02 /Сверчевська І.А. – К., 2006. – 186 с.
243. Сікорський П.І. Модульно-рейтингова система навчання у ліцеї /Сікорський П.І. //Педагогіка і психологія, 1997. –№1. –С.71-79.
244. Сікорський П.І. Теоретико-методологічні основи диференційованого навчання /Сікорський П.І. – Львів: Меморіал, 1998. – 167 с.
245. Скаткин М.Н. Проблемы современной дидактики /М.Н. Скаткин. – М.: Педагогика, 1964. – 96 с.
246. Скафа О.І. Теоретико-методичні основи формування прийомів евристичної діяльності в процесі вивчення математики в умовах впровадження сучасних технологій навчання: Дис. ...докт. пед. наук: 13.00.02 /Скафа О.І. – Київ, 2004. – 479 с.
247. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике: Метод. Пособие /Слепкань З. И. – К.: Рад.школа, 1983. – 192 с.
248. Слепкань З.И. Методическая система реализации развивающей функции обучения математики в средней школе: Дис. в форме науч. докл. ... докт.пед.наук: 13.00.02 /Слепкань З.И. – М., 1987. – 47 с.

249. Слепкань З. І. Психолого – педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики /Слепкань З. І. –Тернопіль: Підручники та посібники, 2004. – 240 с.
250. Слепкань З.І. Формування творчої особистості учня в процесі навчання математики /Слепкань З. І.//Математика в школі,2003.–№1.–С.6-9;№3.–С.7-13
251. Слепкань З.І. Методика навчання математики: Підр. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів /Слепкань З.І.–К.:Зодіак-ЕКО, 2000.–512 с.
252. Смирнова И.М. Научно-методические основы преподавания геометрии в условиях профильной дифференциации обучения: Дис. ... докт. пед. наук: 13.00.02 /Смирнова И.М – М., 1994. – 364 с.
253. Смржевський Ю.Л. Диференційоване формування прийомів евристичної діяльності старшокласників на уроках стереометрії: Дис. ... канд.пед.наук 13.00.02 /Смржевський Ю.Л. – К., 2009. – 185 с.
254. Сорока Г.І. Організація колективної творчої діяльності учнів: Методичні рекомендації /Сорока Г.І. – Харків: ХДПУ, 1995. – 41с.
255. Сороко Н.В. Реалізація діяльнісного підходу при комп'ютерному навчанні в умовах оновлення освіти в Україні /Сороко Н.В. //Засоби і технології єдиного інформаційного освітнього простору: Зб. наук. праць ; за ред. В.Ю.Бикова, Ю.О.Жука /Інститут засобів навчання АПН України. – К.: Атіка, 2004. – С.232-237
256. Соціальне дослідження «Система освіти в оцінках громадян України», Інститут соціальних технологій на замовлення Спільного проекту МОН України та Світового банку «Рівний доступ до якісної освіти», - www.mon.gov.ua
257. Степашко В. Сформованість навичок самостійної діяльності викладачів вищих навчальних закладів у науково-пошуковій роботі /Степашко В. //Рідна школа, 2005. – № 4. –С. 65-66
258. Столяр А.А. Педагогика математики /Столяр А.А.– Минск: Выш. школа, 1986. – 413 с.
259. Столяренко Л.Д. Психология: уч. для педвузов /Столяренко Л.Д. –СПб.: Лидер, 2005. –582 с.
260. Сухомлинський В.О. Вибрані твори /Сухомлинський В.О. – К.: Рад. школа, 1977. – в 5-ти т.
261. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний /Талызина Н.Ф. – М.: Изд-во Московского университета, 1975. – 344 с.

262. Тарасенкова Н.А. Елементи стереометрії в основній школі. Диференційовані завдання за готовими малюнками для 9 класу: навч. посіб. для учнів та вчителів загальноосвітніх закладів /Тарасенкова Н.А. – Х.: Веста: Вид-во «Ранок», 2002. – 80 с.
263. Теоретические основы процесса обучения в советской школе /Под ред. В.В.Краевского, И.Я.Лернера. – М.: Педагогика, 1989. – 320 с.
264. Тимченко О. Самостійна робота як дидактична категорія /Тимченко О. //Педагогіка і психологія, 2001. –№ 3-4. – С. 64-68
265. Ткачева М.С. Возрастная психология /М.С. Ткачева, М.Е. Хилько – М.: Высшее образование, 2009. – 234 с.
266. Ткаченко В. Вчитись – справжнє мистецтво /Ткаченко В. //Освіта. – 2005. –№ 3. – С.17
267. Трубочова С. Роль методів самостійного набуття знань в організації пізнавальної діяльності учнів /Трубочова С. //Рідна школа. –2001. –№ 1. – С. 39-42
268. Уваров О.В. Модульный принцип организации учебного процесса /Уваров О.В., Чигриков В.И., Янцевич А.А . //Научно-методические аспекты совершенствования вузов. Материалы научно-методической конференции. – Харьков, 1992. – С.41-50.
269. Унт И.Э. Индивидуализация и дифференциация обучения /Унт И.Э. – М.: Педагогика, 1990. – 192 с.
270. Утеева Р.А. Теоретические основы организации учебной деятельности учащихся при дифференцированном обучении математике в средней школе: автореферат дисс. ... докт. пед. наук /Утеева Р.А. –М.,1998 –37 с.
271. Ушинский К.Д. Собрание сочинений в 11 т. /Ушинский К.Д. – М.: изд-во АПН РСФСР, 1948. – 1952.
272. Харламов И.Ф. Педагогика /Харламов И.Ф.–М.:Гардарики,1999.– 519 с.
273. Хмара Т.М. Створюємо особистісно орієнтовну систему навчання математики /Хмара Т.М. //Математика в школі, 2001. - №5. – С. 4 – 5.
274. Хрестоматия по истории зарубежной педагогики /сост.А.И. Пискунов. – М.: Просвещение, 1981. – 528 с.
275. Філіпчук Є.О. Оновлення технології навчання та контролю знань /Філіпчук Є.О., Ліщук М.Є. //Проблеми вищої школи. Науково-методичний збірник. Випуск 81. – К.: Вища школа, 1994. – С.69-77.

276. Філософія: Підручник /За заг. ред. Горлача М.І., Кременя В.Г., Рибалка В.В. К.–Харків: Консум, 2000. – 672 с.
277. Фирсов В.В. Планирование обязательных результатов обучения математике /Фирсов В.В., Орлов В.А., Монахов В.М. –М.,1989. – 85 с.
278. Формирование учебной деятельности школьников /под ред. В.В. Давыдова, И. Л. Ломишера, А. К. Марковой. –М.:Педагогика,1982. –с.19
279. Фредерик П. Восемь вариантов чтения лекции /Фредерик П. //Университетское образование: от эффективного преподавания к эффективному учению. Сб. статей-рефератов по дидактике высшей школы [Бел.гос.университет. Центр проблем образования]. –Мн., 2001. –С.141-154.
280. Фрейтаг К. Математические доказательства и их обоснование (перевод с немецкого А. Я. Халамайзера) /Фрейтаг К. //Математика в школе. –1984. –№4. –с.71-73
281. Шамова Т.И. Активизация учения школьников /Шамова Т.И. – М.: Просвещение, 1982. – 209с.
282. Шарыгин И.Ф. Геометрия 10-11класс /Шарыгин И.Ф [учеб. для общеобразоват. учеб. заведений]. – М.: Дрофа, 1999. – 208 с.
283. Шацкий СТ. Педагогические сочинения /под ред. И.А. Каирова. – М.: Изд. АПН РСФСР, 1963. – т.2. – 254 с.
284. Шварцбурд С.И. и др. Состояние и перспективы факультативных занятий по математике /Шварцбурд С.И. и др.[Пособие для учителей]. – М., 1977. – 48 с.
285. Швець В.О. Навчальні цілі і методика їх формування //Метод. виклад.мат. і фіз.: Республ.наук.метод.зб./За ред.. О.І.Бугайова. – К.:Рад.шк., 1992. – Випуск 8. – С. 10 – 14.
286. Швець В.О. Принципи формування змісту математичної освіти /Швець В.О. //Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Донецьк, 2001. – Вип.16. – С. 63 – 68.
287. Швець В.О. Теорія та практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії: навч. посібник /В.О. Швець, А.В. Прус. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім.І. Франка, 2007. – 156 с.
288. Шевандрин Н.И.Социальная психология в образовании /Шевандрин Н.И. – М., 1995. – 321 с.
289. Шиян Н.І. Використання блочно-модульної системи навчання в школах нового типу /Шиян Н.І., Самусенко Ю.В. //Організація навчально-виховного

процесу в середніх загальноосвітніх закладах нового типу: досягнення, проблеми, перспективи. Матеріали всеукраїнської науково-практичної конференції. – Полтава, 1996. – С. 333-334.

290. Шкіль М.І., Бевз В.Г. Педагогічні ідеї М.В. Остроградського та їх вплив на розвиток освіти в Україні /Шкіль М.І., Бевз В.Г. //Бюллетень Українського математичного товариства. – К.: Ін-т математики НАН України, 2001. - №9-10. – С.6-13.

291. Щукина Г.И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе /Щукина Г.И. . – М.: Просвещение, 1979. – 168с.

292. Якиманская И.С. Разработка технологии личностно-ориентированного обучения /Якиманская И.С. //Вопр. психологии. –1995. –№ 2 –С. 31-41

293. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников /Якиманская И.С. – М.: Педагогика, 1980. – 240 с.

294. Якиманская И.С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе /И.С. Якиманская. – М.: Сентябрь, 2000. – 112 с.

295. Якиманская И.С. Психолого-педагогические основы математического образования: учеб. пособ. для студ. пед. вузов /И.С. Якиманская. – М.: Академия, 2004. – 320 с.

296. Ярьсько К.В. Управління навчально-творчою діяльністю школярів в умовах інформатизації освіти: дис... канд. пед. наук: 13.00.02 /Ярьсько К.В.– Харків, 1999. – 211 с.

297. Ярошенко О.Г. Групова навчальна діяльність школярів: теорія і методика /Ярошенко О.Г. – К.: Партнер, 1997. –208с.

298. Яценко С.Є. Аналіз стану проблеми особистісно орієнтованого навчання у психолого-педагогічній і методичній літературі /С.Є. Яценко, Л.В. Грамбовська //Науковий часопис НПУ ім.. М.П. Драгоманова: зб.наук.праць. – К., 2005. – Вип.1. – (Серія 3. «Фізика і математика у вищій школі»). – С. 45 – 50.

299. Яценко С.Є. Організація навчально-виховного процесу на уроках математики в класах з поглибленим вивченням предмета основної школи: дис..канд.пед. наук: спец.13.00.02/Яценко Світлана Євгенівна.–К,1999.–217с.

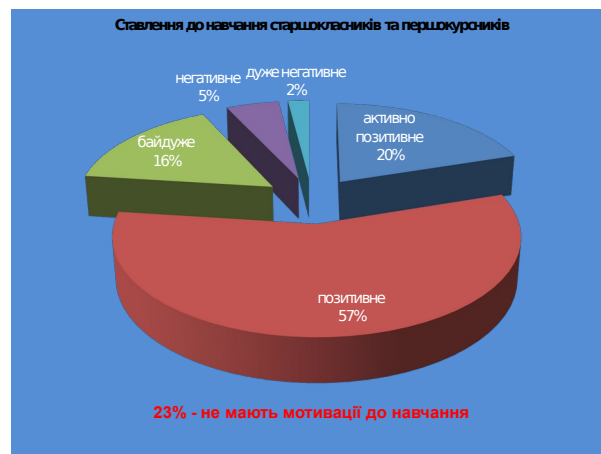
ДОДАТКИ

Додаток А Дані соціологічного дослідження «Система освіти в оцінках громадян України» в рамках проекту «Рівний доступ до якісної освіти»[256]

Запитання: Чи задоволені Ви рівнем знань, які отримує Ваша дитина/ діти у школі?

Загалом задоволення батьків рівнем знань, що їх надають загальноосвітні навчальні заклади, в яких навчаються їхні діти, можна оцінити як середню. Найчастіше рівнем знань батьки задоволені (39,1%) або задоволені середньою мірою (37,7%) (див. діагр.А.1). Загалом задоволених та цілком задоволених батьків близько половини – 46,5%, незадоволених та абсолютно незадоволених – 15,0% (індекс задоволеності – 0,177).

Діагр. А1 Рівень задоволення батьків знаннями учнів, %



Діагр.А.2. Мотивація до навчання, %

Запитання: Якщо є необхідність у додаткових заняттях, то з яких саме предметів?

Загалом у всіх опитаних батьків наявність та відсутність необхідності у додаткових заняттях – однакова (на рівні 48 – 49%) .

Батьки, які мають необхідність у додаткових заняттях, передусім відзначають брак знань з точних наук (переважно з математики, алгебри, геометрії, а також фізики та хімії) та мов (найчастіше з англійської, російської, української), значно менше згадують інформатику, а також історію, біологію та географію.

Додаток Б

Проект «Паркети у тривимірному просторі»

Мета:

- Узагальнити та систематизувати знання і вміння учнів; вивчити додатковий теоретичний матеріал з вказаної теми; навчити застосовувати

набуті знання при розв'язуванні нестандартних задач, бачити в них простіші частини;

- Формувати в учнів навички роботи з додатковою літературою, вдосконалювати навички аналізувати, узагальнювати, знаходити головне в прочитаному, доводити нове; розвивати комунікативні навички учнів; виховувати графічну культуру.

Приблизний час виконання проекту: 2 уроки (з необхідною позаурочною попередньою підготовкою).

Основа проекту:

Освітні стандарти. Всі стандарти, на які орієнтовано проект, знаходяться у фокусі організаційної діяльності та оцінювання під час підготовки та виконання проекту. Відведений час на підготовку та виконання проекту відповідає кількості та значущості елементів змісту (компетентності, знань, умінь, навичок та способів діяльності учнів). Достатня кількість часу пропонується на адекватне вивчення шкільного елемента змісту.

Дидактичні цілі/ Очікувані результати навчання

Після виконання проекту учні зможуть:

- Формувати навички самостійної навчальної діяльності;
- Розвивати бачення проблематики та намітити шляхи її розв'язання;
- Сформувати навички як індивідуальної діяльності так і роботи в команді;
- Сформувати навички публічного виступу;
- Сформувати інформаційну та комунікативну компетентність учнів;
- Розвинути навички практичного використання отриманих знань і вмінь у практичній діяльності та повсякденному житті;
- Розвиток вміння спостерігати та аналізувати, виділяти суттєві ознаки та на їх основі робити висновки.

1 етап: Повідомлення учнів на тему «Паркети», «Замощення площини плоскими фігурами»

2 етап: Слово вчителя про проблему замощення площини правильними многокутниками.

3 етап: Обговорення питань:

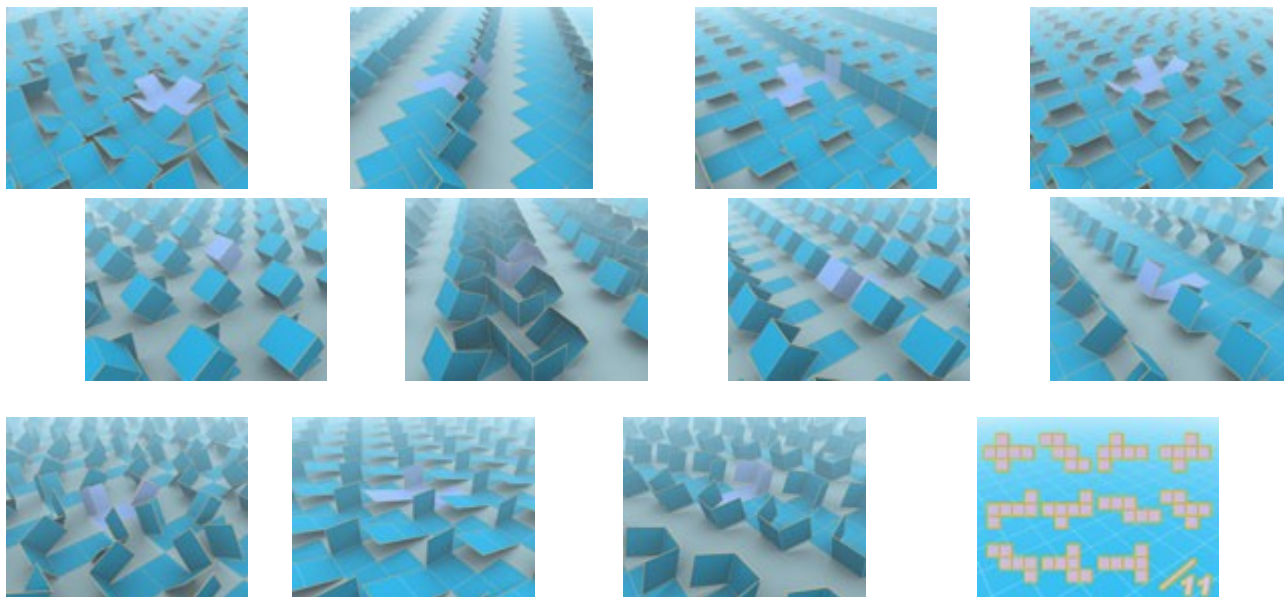
- Можливість замощення площини просторовими фігурами
- Кубізм у мистецтві
- Розгортки куба: їх види та кількість

- Доведення можливості виготовлення паркету з довільної розгортки куба

4 етап: Обговорення та побудова різних паркетів застосовуючи різні види розгорток куба. Робота виконується по командно.

5 етап: Порівняння результатів за виготовленими паркетами, оцінювання, рефлексія.

6 етап: Перегляд фільму. Формулювання висновків.



Додаток В

**Зразок: Урок геометрії в 10 класі, що сприяє виробленню вмінь
самостійної навчальної діяльності**

*Проблема нам создают не те вещи,
которых мы не знаем, а те, о которых мы
ошибочно полагаем, что знаем.*

В. Роджерс

Тема: Хаос та прядок в математиці. Перетворення простору

Підтема: Класифікація перетворень простору. Використання перетворень та методу координат для розв'язування задач.

Мета: Розширити уявлення учнів про перетворення, ознайомити з перетвореннями в просторі та класифікувати їх. Застосувати перетворення до розв'язування задач із просторовими фігурами.

Приблизний час: 2 уроки (з необхідною позаурочною попередньою підготовкою).

Основа заняття:

Освітні стандарти. Всі стандарти, на які орієнтовано заняття, знаходяться у фокусі організаційної діяльності та оцінювання під час підготовки та виконання завдань. Відведений час на підготовку та виконання відповідає кількості та значущості елементів змісту (компетентності, знань, умінь, навичок та способів діяльності учнів). Достатня кількість часу пропонується на адекватне вивчення шкільного елемента змісту.

Дидактичні цілі/ Очікувані результати навчання

Після заняття учні зможуть:

- Формувати навички самостійної навчальної діяльності;
- Розвивати бачення проблематики та намітити шляхи її розв'язання;
- Сформувати навички як індивідуальної діяльності так і роботи в команді;
- Сформувати навички публічного виступу;
- Сформувати інформаційну та комунікативну компетентність учнів;
- Розвинути навички практичного використання отриманих знань і вмінь у практичній діяльності та повсякденному житті;
- Розвиток вміння спостерігати та аналізувати, виділяти суттєві ознаки та на їх основі робити висновки.

1. Організаційний момент.

«Если отойти от привычного представления о симметрии как свойстве, непременно связанном с нашим внешним обликом, то можно найти немало фигур симметричных в том или ином отношении»

А. С. Компанец.

2. Тест за підсумками конференції «Симетрія в оточуючому світі»

1). Які перетворення простору ми знаємо?

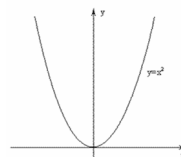
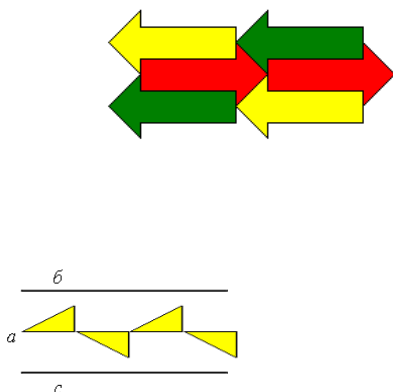


2)Що таке рухи та які види нам знайомі?



3) Який вид руху зображено на малюнках?

4) Що за особливі види руху зображено на малюнках?



4) На фото ми бачимо перетворення, що називається...

«Математика есть прообраз красоты мира».

В.Гейзенберг



6) Гвинтовою симетрією називається...



«...быть прекрасным значит быть симметричным и соразмерным.»

Платон



Чому природа настільки близька до симетрії ?

«Все формы похожи и ни одна не одинакова с другой; и так весь хор их указывает на тайный закон...»

И. В. Гёте.



Для цього питання немає єдиної відповіді.

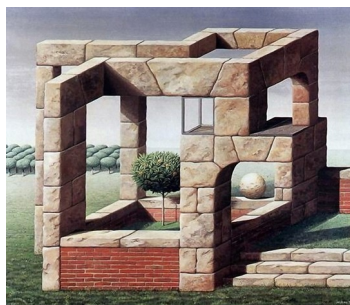
В японському м. Нікко є ворота, які японці називають найдосконалішими воротами країни. Вони були побудовані в період великого впливу китайського мистецтва. Це дуже складні ворота з багатьма фонтанами, дуже гарним різьбленням та колонами, на основах яких вирізано голови драконів та різні божества...

Якщо дуже уважно пригледіться, то можна помітити, що деякі мілкіші малюнки вирізано догори ногами. В іншому малюнки повністю симетричні. Для чого це? Як говорить повір'я: щоб боги не подумали і не запідозрили людину в досконалості. Помилка навмисно зроблена, щоб не викликати заздрість та гнів богів.

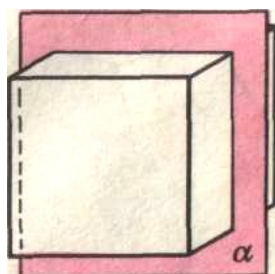
Вважати це хаосом чи порядком, правильним чи ні – кожен вирішує сам. А Р. Фей ман цю фразу переробив так: боги створили свої закони тільки наближеними до симетрії, щоб ми заздрили їх досконалості!

Розглянемо творчість голландського художника, що працював на основі математичних теорій та показував в своїх картинах ілюзії (повідомлення учнів, що підготовлено самостійно).

Жос де Мей (Jos de Mey)



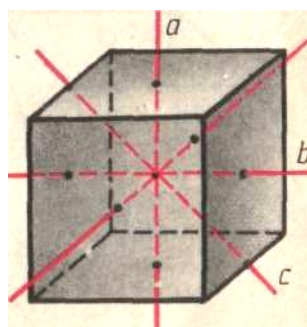
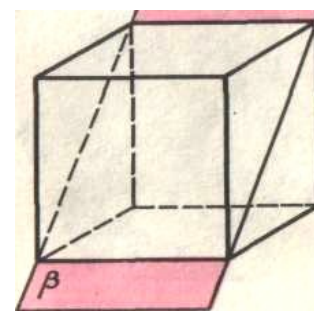
Куб має 9 площин симетрії — це площини, що проходять через середини паралельних ребер куба (площина α на малюнку), а також площини, що проходять через



протилежні ребра

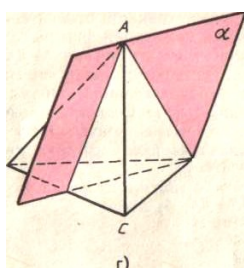
«Все форми похужи и ни одна не одинакова с другой; и так весь хор их указывает на тайный закон...»

И. В. Гёте



Куб має 9 осей симетрії — це прямі, що проходять через центр куба перпендикулярно його граням (прямі a і b на малюнку), а також прямі, що проходять через середини протилежних ребер (пряма c на малюнку)

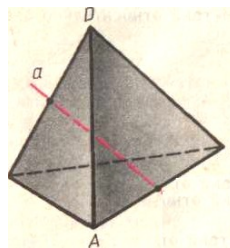
Питання: Чи має куб центр симетрії?



Площина α , що проходить через ребро AB правильного тетраедра перпендикулярно протилежному ребру CD , — площина симетрії тетраедра. В тетраедра 6 площин симетрії

Пряма, що проходить через середини ребер АВ і CD правильного тетраедра, - вісь тетраедра. В правильного тетраедра три осі

Питання: Чи має правильний тетраедр центр



протилежних симетрії симетрії симетрії?

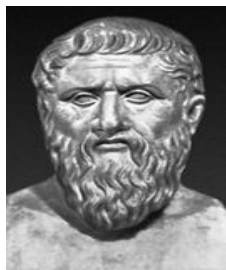
Рухи у просторі

- *Рухи першого роду*
 1. Паралельний перенос на вектор p
 - а) паралельний перенос на вектор $p \neq 0$
 - б) тотожне перетворення ($p=0$)
 2. Поворот навколо прямої на кут φ
 - а) поворот на кут $\varphi \neq 0$ та $\varphi \neq \pi$
 - б) тотожне перетворення ($\varphi = 0$)
 - в) симетрія відносно прямої ($\varphi = \pi$)
 3. Гвинтовий рух
- *Рухи другого роду*
 4. Симетрія відносно площини
 5. Поворотне відображення з кутом повороту φ
 - а) Поворотне відображення з кутом повороту $\varphi \neq 0$ та $\varphi \neq \pi$
 - б) Симетрія відносно точки ($\varphi = \pi$)
 6. Ковзаюче відображення



«Математика владее не только истиной, но и высшей красотой - красотой отточенной и строгой, возвышенно чистой и стремящейся к подлинному совершенству, которое свойственно лишь величайшим образцам искусства».

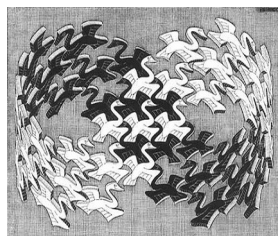
Бертран Рассел



Легко отыскать примеры прекрасного, но как трудно объяснить, почему они прекрасны.
Платон

Учні розповідають про творчість Ешера.

Творчість М. Ешера

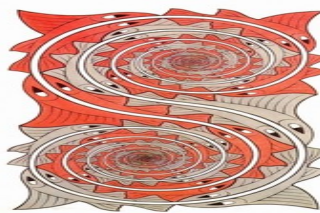


Голландський художник Моріц Корніліс Ешер, народився в 1898 році в Леувардені. Створив унікальні роботи, в яких використано або показано широке коло математичних ідей.

В процесі своєї роботи Ешер використовував ідеї математичних статей мозаїчне розбиття площини, проектування



тривимірних фігур на та неевклідову



про

площину геометрію.

Він був зачарований всілякими парадоксами і в тому числі "неможливими фігурами". Парадоксальні ідеї Ешера були використані в багатьох роботах Роджера Пенроузо.

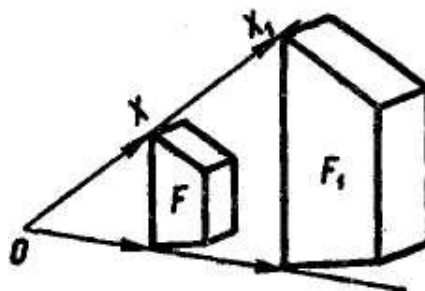
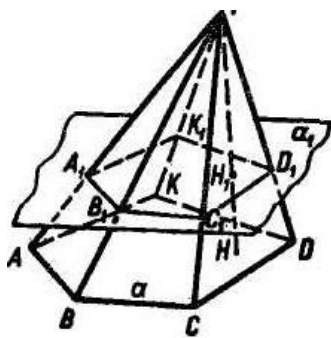
Найцікавішими для вивчення є ідеї Ешера про всілякі розбиття площини та логіку тривимірного простору.

Перетворення подібності простору

Перетворення простору називається перетворенням подібності або просто подібністю, якщо існує таке число $k > 0$, що для довільних двох точок A та B та їх образів M та P виконується рівність

$$MP = kAB$$

Частковий випадок подібності: гомотетія



Розв'язуємо усно:

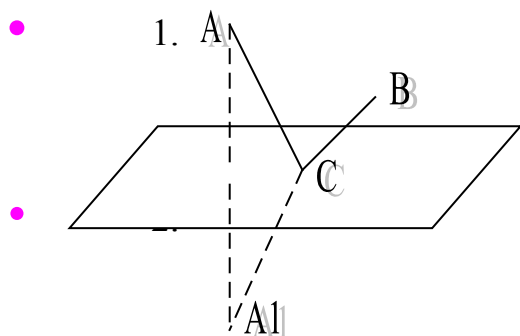
- 1. Два тетраедра такі, що ребра одного відповідно рівні ребрам іншого. Чи рівні ці тетраедри?
Залежить від того, як встановлено відповідність між ребрами тетраедра.
- 2. Чи можуть мимобіжні прямі бути симетричними відносно деякої площини?
Ні. Не виконуються умови дзеркальної симетрії.
- 3. Знайдіть множину осей симетрії двох даних площин.

- 1) всі прямі в бісектральній площині та паралельні або перпендикулярні до лінії перетину;
- 2) всі прямі, що лежать в площині симетрії цих площин.

- **4. Знайдіть поворот, при якому даний прямий тригранний кут відображається на себе.**

Вісь повороту – лінія перетину бісектральних площин двогранних кутів, кут повороту 120 градусів.

Розв'язуємо майже усно:



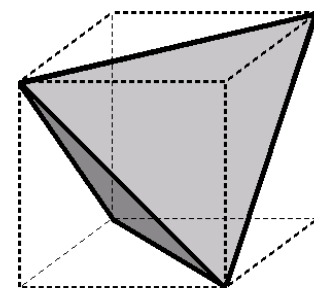
Дана площина площині точку C таку, щоб ламана ABC мала найменшу довжину.

Доведіть, паралелепіпеда та такий що міститься всередині паралелепіпеда, ділиться його

центром навпіл.

(Паралелепіпед центрально-симетрична фігура, тому один кінець відрізка буде симетричним до іншого відносно центра).

- 3. На гранях правильного тетраедра з ребром a , як на основах побудовано правильні піраміди. Плоскі кути в цих пірамідах при вершинах, що є протилежними до граней тетраедра, прямі. Розгляньте багатогранник, що утворено тетраедром та побудованими пірамідами.



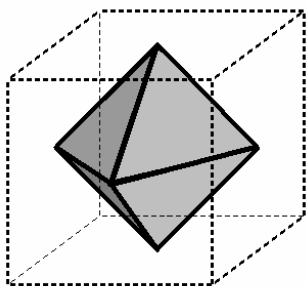
- 1) Скільки осей симетрії, центрів симетрії та площин симетрії він має?
- 2) Чи існують повороти відносно осі, щоб цей багатогранник було переведено сам в себе?
- 4. Довести, що довільна площина, яка проходить через середини мимобіжних ребер правильного тетраедра, ділить цей тетраедр на дві рівновеликі частини.

Так, бо прямі, що проходять через середини мимобіжних ребер є осями симетрії (3 способи доведення) або суміщаються поворотом на 90 градусів та паралельним переносом.

Задача. Знайти об'єм багатогранника, вершинами якого є центри симетрії кожної з граней куба.

Задачу розв'язати координатно-векторним методом.

Німецький астроном Й. Кеплер «Тайна світо створення» розкрив геометрію Сонячної системи: Земля-міра всіх орбіт.



$$M(0,5;0;0,5)$$

$$C(0,5;0,5;1)$$

$$N(0;0,5;0,5)$$

$$Q(1;0,5;0,5)$$

$$\overline{MC}(0;0,5;0,5)$$

$$\overline{MN}(-0,5;0,5;0)$$

$$\overline{MQ}(0,5;0,5;0)$$

$$V=4V_1;$$

$$V_1=\frac{1}{6}V_{\text{паралел.}};$$

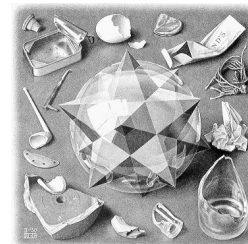
V

$$V_{\text{паралел.}} = \begin{vmatrix} 0 & 0,5 & 0,5 \\ -0,5 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{4}$$

$$V=4 \cdot 1/24=1/6.$$

Урок закінчується **доповіддю учня про фрактали** та геометричне їх тлумачення.

Підсумок уроку, рефлексія.



Додаток Г

Урок-лекція (візуалізація) на тему: «Призма»

Тип уроку: урок вивчення нового матеріалу

Мета уроку: ознайомити учнів з призмами, їх характеристиками; розвивати вміння спостерігати, вміння розмірковувати по аналогії, виховувати інтерес до предмету через використання інформаційних технологій, виховувати загально трудові навички, графічну культуру.

Задачі уроку: повторити поняття многогранника, випуклого многогранника, його елементів; ввести означення призми, її характеристики; ввести формули для обчислення площі поверхні; сприяти розвитку графічної культури учнів.

Форми організації діяльності на уроці: фронтальна, самостійна, індивідуальна

Структура уроку: організаційний момент, повторення, актуалізація знань, вивчення нового матеріалу, динамічна пауза, домашнє завдання, закріплення, рефлексія.

Методи: словесні, наглядні, практичні: навчально-трудова, тренувальні; робота учнів під керівництвом вчителя та самостійно.

Засоби: крейда, класна дошка; екран, проектор, комп'ютер; роздатковий матеріал: картки-тести на закріплення теми, картки-інформатори з творчим домашнім завданням, картки самооцінки.

Хід уроку:

Етапи уроку:	Діяльність учителя	Діяльність учнів:
1. Організаційний момент	Установча бесіда	Слухають учителя
2. Повторення за підготовленим матеріалом	Фронтальне опитування класу: Що називається многогранником? Який многогранник називається опуклим? Які елементи має многогранник? Які многогранники ви знаєте?	Відповідають на питання вчителя
1. Актуалізація знань	Знайомство учнів з метою уроку	Слухають учителя

4. Вивчення
нового
матеріалу

ЛЕКЦІЯ – ВІЗУАЛІЗАЦІЯ ЧЕРЕЗ
ПРЕЗЕНТАЦІЮ

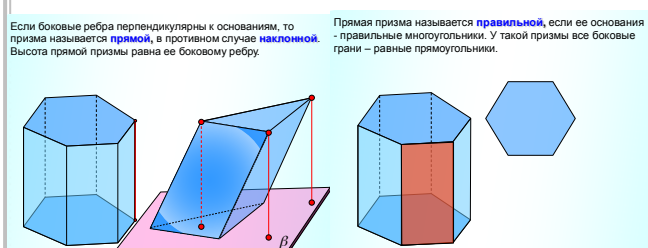
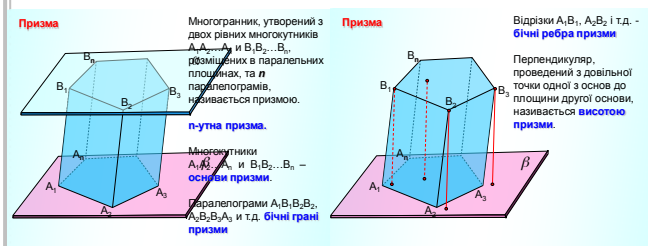
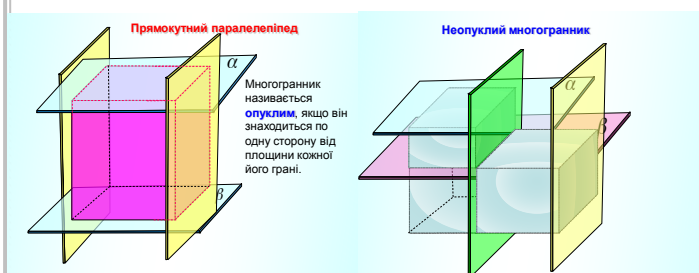
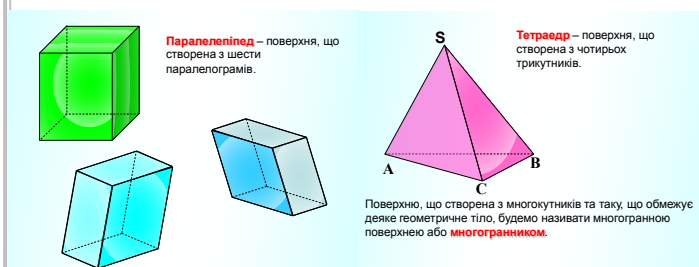
Бесіда.



Работа в зошитах
(Зображення
призми та її
видів)

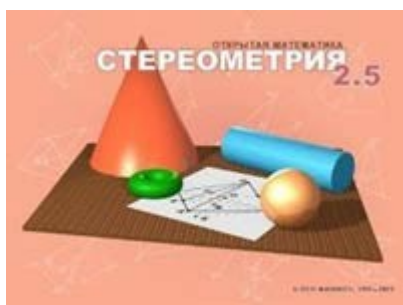
Складання
таблиці в
зошитах

1. Означення многогранника, призми. Види призми, їх характеристики. (Бесіда по слайдам)

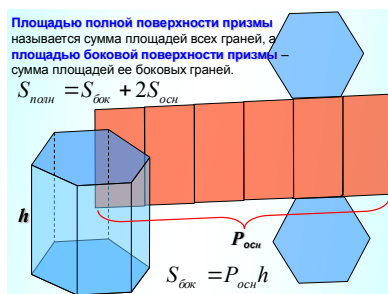


2. Демонстрація динамічних зображень многогранників.
(3D рисунки з диску "Открытая математика."

Стереометрия")



2 Характеристики правильных многогранников

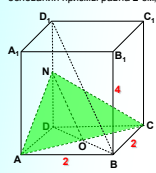


1. Розв'язування задач

1. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 12 см и 5 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в 45° . Найдите боковое ребро параллелепипеда.
-
2. Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагоналями 10 см и 24 см, а высота параллелепипеда 10 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.
-
3. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 8 см, боковое ребро равно 6 см. Найдите площадь сечения, проходящего через сторону верхнего основания и противоположную вершину нижнего основания.
-
4. Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с основаниями 25 см и 9 см и высотой 8 см. Найдите двугранные углы при боковых ребрах призмы.
-
5. Через два противоположных ребра проведено сечение, площадь которого равна $64\sqrt{2}$ см². Найдите ребро куба и его диагональ.
-
6. Диагональ правильной четырехугольной призмы образует с плоскостью боковой грани угол в 30° . Найдите угол между диагональю и плоскостью основания.
-

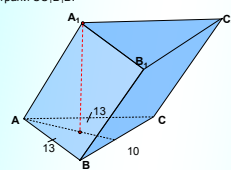
Робота в зошитах з попереднім обговоренням

7. В правильной четырехугольной призме через диагональ основания проведено сечение параллельно диагонали призмы. Найдите площадь сечения, если сторона основания призмы равна 2 см, а ее высота 4 см.



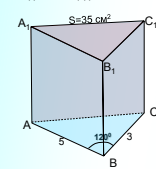
7.

8. Основанием наклонной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором $AC=AB=13$ см, $BC=10$ см, а боковое ребро призмы образует с плоскостью основания угол в 45° . Проекцией вершины A_1 является точка пересечения медиан треугольника ABC . Найдите площадь грани CC_1B_1B .



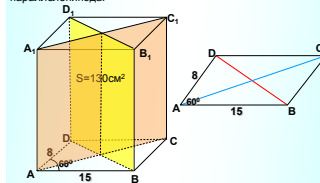
8.

9. Основание прямой призмы – треугольник со сторонами 5 см и 3 см и углом в 120° между ними. Наибольшая из площадей боковых граней равна 35 см². Найдите площадь боковой поверхности призмы.



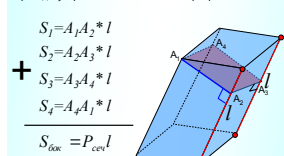
9.

10. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 8 см и 15 см и образуют угол в 60° . Меньшая из площадей диагональных равна 130 см². Найдите площадь поверхности параллелепипеда.



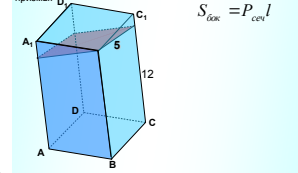
10.

11. Докажите, что площадь боковой поверхности наклонной призмы равна произведению периметра перпендикулярного сечения на боковое ребро.



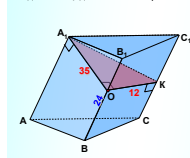
11.

12. Боковое ребро наклонной четырехугольной призмы равно 12 см, а перпендикулярным сечением является ромб со стороной 5 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.



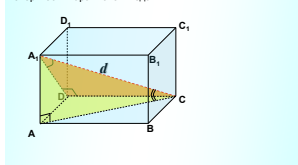
12.

13. В наклонной треугольной призме две боковые грани взаимно перпендикулярны, а их общее ребро, отстоящее от двух других боковых ребер на 12 см и 35 см, равно 24 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.



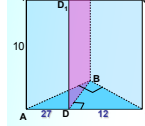
13.

14. Диагональ прямоугольного параллелепипеда, равная d , образует с плоскостью основания угол φ , а с одной из боковых граней – угол α . Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.



14.

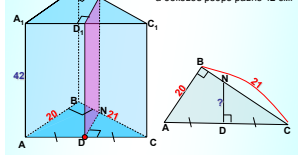
15. Основание прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом в B . Через ребро BB_1 проведено сечение BB_1D_1D , перпендикулярное к плоскости грани AA_1C_1C . Найдите площадь сечения, если $AA_1=10$ см, $AD=27$ см, $DC=12$ см.



15.

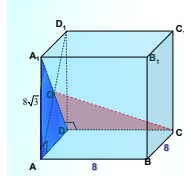
$$\begin{aligned}
 \text{Из } \triangle ABC \\
 BD &= \sqrt{\frac{27 \cdot 12}{9 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4}} = 3 \cdot 3 \cdot 2 \\
 S_{сеч} &= 10 \cdot 18
 \end{aligned}$$

16. Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник. Через середину гипотенузы перпендикулярно к ней проведена плоскость. Найдите $S_{бок}$, если катеты равны 20 см и 21 см, а боковое ребро равно 42 см.



16.

17. Высота правильной четырехугольной призмы равна $8\sqrt{3}$, а сторона основания – 8 см. Найдите расстояние между вершиной A и точкой пересечения диагоналей грани DD_1C_1C .

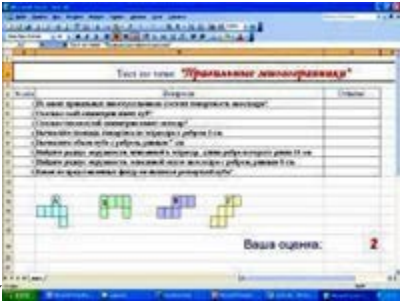
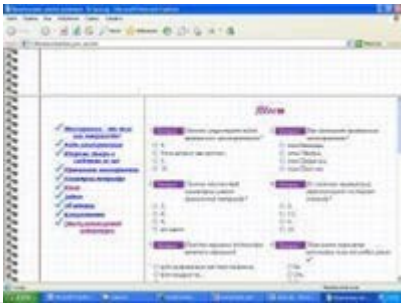


17.

6. Домашне завдання

1. Опрацювати параграф підручника
2. Виконати творчу роботу по створенню підбору тестових завдань для створення моніторингових завдань.

завдання: Записують домашне завдання, слухають

	<p>завдань.</p> <p>3. Виконати задачі за індивідуальним збірником</p>	<p>пояснення учителя</p>
<p>7. Закріплення вивченого матеріалу</p>	<p>1. Повторення основних моментів матеріалу.</p> <p>2. Індивідуальні консультації по використанню програмного матеріалу</p> 	<p>1. Роблять висновок про те, що вивчали на уроці</p> <p>2. Відповіді на питання тесту (паперовий варіант на карках або електронний варіант тесту в програмі MS Excel)</p>
<p>8. Рефлексія</p>	<p>Консультація по використанню карток рефлексії</p> 	<p>Самооцінка своєї діяльності на уроці</p>

Додаток Д1

Анкета для старшокласників та студентів ВНЗ

1. Які види самостійної навчальної діяльності мали місце у навчальному процесі?
2. З чого ви починаєте самостійну навчальну діяльність?
3. Частіше самостійну навчальну діяльність вам доводилося виконувати вдома чи в класі?
4. Чи керували вашою самостійною навчальною діяльністю вчителі?
5. Чи перевіряє вчитель результати вашої самостійної навчальної діяльності? Якщо так, то як саме?
6. Наскільки підручник задовольняє ваші потреби у самостійній діяльності?
7. Які види уроків з геометрії проводилися і яке місце в них відводилося вашій самостійній навчальній діяльності?
8. Як часто проводись уроки-лекції з геометрії та які труднощі виникали під час таких уроків?
9. Які проектні роботи ви виконували при вивченні геометрії та яка частка вашої самостійної роботи в них?
10. Що краще засвоюється: матеріал повністю розкритий вчителем чи матеріал опрацьований самостійно? Яке можливе поєднання цих складових частин навчального процесу?
11. Чи цікава вам науково – дослідна робота? Як часто ви її виконуєте?
12. Яка роль самостійної роботи у вашому навчанні?

Додаток Д 2

Анкета для вчителів

1. Чим вирізняється, на Вашу думку, самостійна навчальна діяльність учнів при поглибленому вивченні геометрії ?
2. Як Ви організуєте самостійну навчальну діяльність учнів під час вивчення геометрії?
3. Як відбувається диференційований підхід до організації такої діяльності у Вашій практиці ?
4. Чи можна розвивати бажання до самостійної навчальної діяльності? Якщо так, то які теми найбільш сприятливі для цього?
5. Якою додатковою літературою, крім підручника з геометрії, Ви користуєтесь?
6. Як Ви оцінюєте роль та місце підручника у організації самостійної роботи?
7. Які методи, форми, засоби навчання варто обирати з метою формування та розвитку вміння учнів самостійно здобувати знання?
8. Які методи організації самостійної роботи учнів Ви застосовуєте?
9. Як часто Ви організуєте самостійну навчальну роботу учнів?
10. Як Ви перевіряєте її результати?

Додаток Е Календарне планування теми
„ Координати і вектори в просторі „
з плануванням самостійної навчальної діяльності учнів

№ уроку	Теми уроків	Самостійна навчальна діяльність учнів
1,2	Прямокутна система координат у просторі. Відстань між точками Урок вивчення нового матеріалу, набуття вмінь та навичок	1)Виступ з повідомленнями, що самостійно підготовлені про різні види систем координат, їх відмінності та спільні риси. 2)Історичні довідки 3)Виконання диференційованих завдань на картках, взаємоперевірка, корекція
3,4	Координати середини відрізка. Поділ відрізка в даному відношенні Уроки вдосконалення знань, вмінь та навичок	Самостійна робота з розв'язування задач у групах. Робота в групах: вироблення точки зору, узгодження думок
5-7	Застосування методу координат до розв'язування стереометричних задач Урок розв'язування задач за технологією «Мозковий штурм»	Творча самостійна робота: Створення рівнянь та нерівностей фігур (найоригінальніша фігура) Індивідуальні самостійні роботи для знаходження раціональних способів розв'язання задач: Куб та задачі, що розв'язуються за допомогою куба (введення просторової системи координат)
8	<i>Тематичне оцінювання</i> <i>Підсумкове оцінювання</i>	1. Теоретичний залік (диференційований) 2. Рівнева контрольна письмова робота
9,10	Переміщення фігур у просторі та його властивості Комбінований урок	Виконати опорний конспект з теми після самостійної навчальної роботи за підручником та обговорення питань у класі
11	Симетрія в просторі Урок закріплення знань	Наукова конференція: «Симетрія навколо нас» Творчі індивідуальні наукові проекти.
12	Паралельне перенесення в просторі. Урок розв'язування задач	Самостійна робота з розв'язування задач з використанням індивідуальних диференційованих карток
13	Поворот у просторі Урок-практикум по вдосконаленню вмінь та навичок виконання	Урок – практикум з використанням ППЗ GRAN 3D «Виконання перетворень у просторі та їх допомога у розв'язуванні

	перетворень	задач» Індивідуальні самостійні багаторівневі практичні завдання
14	Перетворення подібності та його властивості Комбінований урок	Самостійна навчальна діяльність по узальненню питань рівності та подібності на площині та у просторі. Ознаки рівності та подібності трикутників у просторі. <i>Творчі завдання для самостійного опрацювання</i>
15	Подібність просторових фігур Урок розв'язування задач за технологією «Акваріум»	Класна самостійна робота з розв'язування задач. Індивідуалізована самостійна навчальна діяльність у групах
16-18	Урок – семінар на тему : Хаос та порядок в математиці Перетворення простору. Класифікація перетворень простору. Використання перетворень та методу координат для розв'язування задач	Застосування властивостей переміщень і перетворень подібності до розв'язування задач
19	<i>Тематичне оцінювання</i> <i>Підсумкове оцінювання</i>	1. Теоретичний залік (диференційований) 2. Рівнева контрольна письмова робота
20	Вектори в просторі. Рівність векторів Комбінований урок	Самостійна робота по підготовці до лекції
21,22	Додавання, віднімання векторів, множення вектора на число та їх властивості Урок-лекція	Опрацювання методів розв'язування задач за лекційним матеріалом. Виконання індивідуальних завдань
23,24	Компланарні вектори. Розкладання вектора за трьома некопланарними векторами Урок розв'язування задач за технологією «Мозковий штурм»	Класна самостійна робота з розв'язуванню задач
25,26	Розв'язування афінних задач за допомогою векторів Урок узагальнення та систематизації знань, умінь та навичок	Робота учнівських творчих груп теоретиків: 1. Мішаний добуток векторів. Застосування для розв'язування задач 2. Векторний добуток векторів. Застосування для розв'язування задач
27-29	Скалярний добуток векторів Урок узагальнення та систематизації знань, умінь та навичок	Виконання індивідуальних розрахункових робіт
30	<i>Тематичне оцінювання</i> <i>Підсумкове оцінювання</i>	1. Теоретичний залік (диференційований) 2. Рівнева контрольна письмова робота

Додаток Ж

Матриця різнорівневих завдань з питаннями консультантами

В пропонуваному варіанті матриця уявляє собою таблицю із шести строчок і шести стовпців. В верхньому лівому куту таблиці знаходиться заголовок, окреслюване коло питань, яким присвячений її зміст. Під заголовком в лівому крайньому стовпці послідовно пред'являються п'ять об'єктів однієї і тієї ж природи. Спосіб завдання їх може бути різним: короткий словесний опис,

матриця					
Заголовок					5-е питання до задачі 1
1-я задача	←				Відповідь
конкретні з а д а ч і		Розв'язання і відповіді			

перелік відповідних формул, різні геометричні образи.

Побудова стовпця здійснюється за принципом серії: кожна наступна “модель” декілька складніша для сприйняття і аналізу, аніж попередня. В верхній стрічці таблиці записуються конкретні умови, які визначають ту задачу дослідження, яку визначає відповідний стовпець

матриці. “Робоче поле” (5x5) містить, таким чином, 25 задач. Цей варіант може бути змінений шляхом варіювання кількості строчок або стовпців. Розв'язання можна оформлювати в вигляді відповідей в клітинах, відповідної задачі.

Розв'язування задач на тему „Перпендикуляр та похила”						
№ задачі/питання	Питання 1	Питання 2	Питання 3	Питання 4	Питання 5	Відповідь
Задача 1 Точку М віддалено від площини α на 12 см. Похила, проведена з точки М до цієї площини, довша своєї проекції на 2 см. Знайти довжину похилої	Чи належить точка М до площини α ? Що означає провести похилу з цієї точки?	Який відрізок називається проекцією похилої на площину? Чи завжди проекція менша за похилу?	Як записати математично співвідношення між похилою та проекцією в даній задачі?	Яка теорема поєднує поняття: похила, проекція та перпендикуляр? Чи застосовується ця теорема до розв'язання даної задачі?	За допомогою якого алгебраїчного апарату розв'язується дана задача? Про що говорить неможливість розв'язання рівняння?	37 см
Задача 2 З даної точки до площини проведено дві рівні похили довжиною 2 м. Знайти відстань від точки до площини, якщо похили утворюють кут 60° , а їхні проекції перпендикулярні.	Чи належить точка М до площини α ? Що означає провести похилу з цієї точки? Які властивості рівних похилих ви знаєте?	Який відрізок називається проекцією похилої на площину? Чи завжди проекція менша за похилу? Який висновок з рівності проекцій можна зробити?	Які основні співвідношення для правильного трикутника ви знаєте? Як вони застосовуються при розв'язанні даної задачі?	Назвіть основні співвідношення в прямокутному трикутнику. Застосуйте їх для розв'язання задачі.	Яке геометричне місце точок утворюють основи всіх рівних похилих, що можливо провести з даної точки? Зробіть узагальнення у вигляді задачі – теореми.	$\sqrt{2}$ м
Задача 3 Із точки К поза площиною α проведено до неї три рівні похили КА, КВ, КС і перпендикуляр КО. Довести, що основа перпендикуляра О є центром кола, описаного навколо трикутника АВС.	Чи належить точка К до площини α ? Що означає провести похилу з цієї точки? Які властивості рівних похилих ви знаєте? Який відрізок називається перпендикуляром до площини?	Що представляє собою геометричне місце точок рівновіддалених від заданої точки? Які геометричні властивості цього ГМТ?	Який відрізок називається проекцією похилої на площину? Чи завжди проекція менша за похилу? Який висновок з рівності проекцій можна зробити?	Яке геометричне місце точок утворюють основи всіх рівних похилих, що можливо провести з даної точки?	Зробіть узагальнення у вигляді задачі – теореми. Запишіть її.	доведено

<p>Задача 4 Основи трапеції дорівнюють 28 см і 36 см. Точка перетину її діагоналей віддалена від площини, що проходить через меншу основу, на 21 см. Знайти відстань від більшої основи трапеції до цієї площини.</p>	<p>Яка фігура називається трапецією? Які основні властивості цієї фігури?</p>	<p>Що ви знаєте про точку перетину діагоналей трапеції?</p>	<p>Які властивості мають перпендикуляри проведені до однієї площини?</p>	<p>Як можна застосувати ці властивості для знаходження додаткових даних для знаходження шуканої відстані?</p>	<p>Що ви знаєте про подібність трикутників та чи присутні в даній задачі такі трикутники?</p>	<p>48 см</p>
<p>Задача 5 Два рівнобедрених трикутники мають спільну основу, а їхні площини утворюють між собою кут 60°. Спільна їхня основа дорівнює 16 см. Бічна сторона одного трикутника дорівнює 17 см, а бічні сторони другого – взаємно перпендикулярні. Обчислити відстань між вершинами трикутників.</p>	<p>Як зображуються площини, що перетинаються? Що називається кутом між площинами та як його зобразити?</p>	<p>Як використовуються властивості рівнобедреного трикутника для зображення рис. задачі?</p>	<p>Які властивості прямокутного рівнобедреного трикутника ви знаєте? Як застосувати їх до розв'язання задачі?</p>	<p>Назвіть основні теореми розв'язування трикутників та застосуйте їх до розв'язування даної задачі.</p>	<p>Як зміниться відстань між вершинами трикутників якщо змінювати кут між площинами та чи зміниться ідея розв'язання від цього?</p>	<p>13 см</p>

Додаток 3 Навчальний комплект до теми: Застосування скалярного добутку векторів до розв'язування задач

Матеріали для вчителя

Введення операції скалярного добутку двох векторів дає можливість розв'язувати *метричні задачі* – задачі на знаходження довжини відрізка та задачі на обчислення величини кута між прямими тощо.

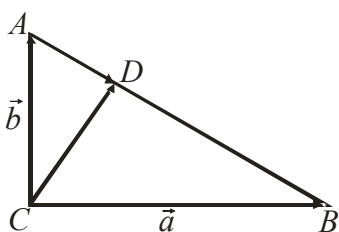
Після повторення теоретичного матеріалу, що пов'язаний із скалярним добутком векторів необхідно вичленили рекомендації щодо розв'язування задач.

Рекомендації щодо розв'язування метричних задач векторним методом:

<i>Для обчислення довжини відрізка необхідно:</i>	<i>Для знаходження величини кута між прямими a і b необхідно:</i>
<p>1. Вибрати на площині два неколінеарних (основних, базисних) вектора, довжини яких та кут між якими вважається відомим;</p> <p>2. Вектор, довжина якого дорівнює довжині шуканого відрізка, розкласти по базисним векторам;</p> <p>3. Використати факт: $\vec{a} = \sqrt{a^2}$.</p>	<p>1. Вибрати на площині два неколінеарних (базисних) вектора, довжини яких та кут між якими вважається відомим;</p> <p>2. Вибрати на даних прямих вектори, що задають шуканий кут, і розкласти ці вектори по базисним.</p> <p>3. Для знаходження кута використати формули:</p> $\cos(\vec{a} \wedge \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} },$ $\angle(\vec{a} \wedge \vec{b}) = \arccos \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} }$

Оскільки учні застосовували скалярний добуток для розв'язування задач на площині, то доцільно спочатку розглянути задачі в знайомій ситуації.

Задача 1. а) На гіпотенузі AB $\triangle ABC$ взято точку D , що задовольняє умову: $BD:DA=3:1$. Виразити довжину відрізка CD через довжини катетів: $CB=a$, $CA=b$.



Розв'язання:

Нехай базисними будуть вектори $\vec{BA} = \vec{a}$ і $\vec{CB} = \vec{b}$, $\angle(\vec{CA}; \vec{CB}) = 90^\circ$, $|\vec{b}| = b$. Задача зводиться до того, що необхідно виразити

вектор \overline{CD} через \overline{a} і \overline{b} та знайти його довжину.

$$\triangle CAD: \quad \overline{CD} = \overline{CA} + \overline{AD} = \overline{b} + \overline{AD}; \quad \overline{AD} \parallel \overline{AB}, \quad \overline{AB} = \overline{a} - \overline{b} \Rightarrow$$

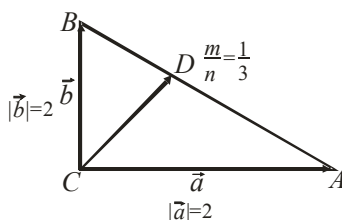
$$\overline{AD} = \frac{1}{4} \overline{AB} = \frac{\overline{a} - \overline{b}}{4} \Rightarrow \overline{CD} = \frac{3\overline{b} + \overline{a}}{4}. \quad \text{Оскільки } |\overline{CD}| = \sqrt{CD^2}, \quad \text{то}$$

$$|\overline{CD}| = \sqrt{\left(\frac{3\overline{b} + \overline{a}}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{9\overline{b}^2 + 6\overline{a}\overline{b} + \overline{a}^2}}{4}. \quad \text{За умовою } \overline{a} \perp \overline{b} \Rightarrow \overline{a}\overline{b} = 0 \text{ і } \overline{a}^2 = a^2,$$

$$\overline{b}^2 = b^2 \Rightarrow |\overline{CD}| = \frac{\sqrt{9b^2 + a^2}}{4}.$$

б) Катети прямокутного трикутника дорівнюють 6 см і 2 см. Обчислити довжину бісектриси прямого кута.

Розв'язання:



Нехай $\overline{CA} = \overline{a}$ і $\overline{CB} = \overline{b}$ - базисні вектори, довжини яких задано, а кут між ними 90° . Точка D за властивістю бісектриси внутрішнього кута трикутника ділить гіпотенузу на відрізки, що пропорційні прилеглим катетам, тобто

$$\frac{BD}{DA} = \frac{CB}{CA} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

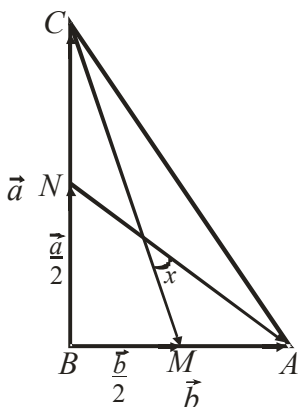
Застосувавши векторну формулу поділу відрізка у відношенні $m:n=1:3$

$$\text{маємо: } \overline{CD} = \frac{m}{m+n} \overline{CA} + \frac{n}{m+n} \overline{CB} \quad \text{або} \quad \overline{CD} = \frac{1}{1+3} \overline{a} + \frac{3}{1+3} \overline{b} = \frac{1}{4} \overline{a} + \frac{3}{4} \overline{b}. \quad \text{Тоді}$$

$$|\overline{CD}| = \sqrt{\left(\frac{1}{4} \overline{a} + \frac{3}{4} \overline{b}\right)^2} = \frac{\sqrt{\overline{a}^2 + 6\overline{a}\overline{b} + 9\overline{b}^2}}{4} = \frac{\sqrt{36 + 0 + 9 \cdot 4}}{4} = \frac{\sqrt{72}}{4} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ см.}$$

Задача 2. а) В прямокутному рівнобедреному $\triangle ABC$ обчислити кут між медіанами, проведеними з вершин A і B гострих кутів.

Розв'язання:



Направимо вектори-медіани як показано на рисунку, тоді шуканий кут x буде гострим. Нехай базисними векторами будуть $\overline{a} = \overline{CB}$ і $\overline{b} = \overline{CA}$: довжини їх однакові (тим самим відомо відношення довжин базисних векторів), а кут між

$$\text{ними } 30^\circ. \quad \text{Тоді } \cos x = \frac{\overline{BM} \cdot \overline{NA}}{|\overline{BM}| |\overline{NA}|}.$$

$$\text{З } \triangle BCM: \quad \overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{CA} - \overline{CB} = \frac{1}{2} \overline{b} - \overline{a}.$$

$$\text{З } \triangle ACN : \quad \overline{NA} = \overline{CA} - \frac{1}{2}\overline{CB} = \overline{b} - \frac{1}{2}\overline{a}. \quad \text{Тому} \quad \overline{BM} \cdot \overline{NA} = \frac{1}{2}\overline{b}^2 + \frac{1}{2}\overline{a}^2,$$

оскільки $\overline{ab} = 0$. Нехай $\overline{a}^2 = \overline{b}^2 = a^2$, тоді $\overline{BM} \cdot \overline{NA} = a^2$.

Медіани в заданому трикутнику рівні за довжиною і тому:

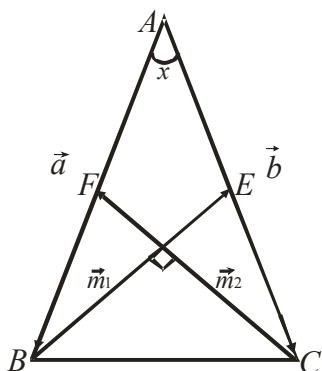
$$|\overline{BM}| = |\overline{NA}| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\overline{b} - \overline{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}\overline{b}^2 - \overline{ba} + \overline{a}^2} = \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - 0 + a^2} = \sqrt{\frac{5}{4}a^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\cos x = \frac{a^2}{\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \frac{4}{5} \quad \text{і тому} \quad x = \arccos \frac{4}{5}.$$

б) Знайти косинус кута при вершині рівнобедреного трикутника, якщо медіани, які проведено з кінців його основи, взаємно перпендикулярні.

Розв'язування виконати двома способами: 1 спосіб через базисні вектори

$\overline{AB} = \overline{a}$ і $\overline{AC} = \overline{b}$, $|\overline{a}| = |\overline{b}| = a$, $\angle(\overline{a}; \overline{b}) = x$. Учні записують свої міркування самостійно під час підготовки до заняття. У класі всі думки обговорюються та корегуються.

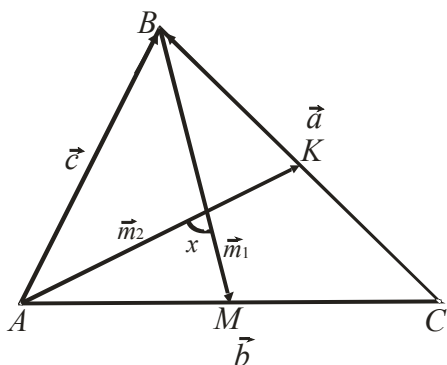


2 спосіб : Нехай базисними векторами будуть \overline{m}_1 і \overline{m}_2 .

Учні записують відповідні міркування та розв'язання самостійно.

в) В $\triangle ABC$ довжини сторін задовольняють співвідношенню: $a^2 + b^2 = 5c^2$. Довести, що медіани, які проведено до сторін AC і BC , перпендикулярні.

Доведення:



Введемо позначення $\overline{CB} = \overline{a}$, $\overline{CA} = \overline{b}$, $|\overline{a}| = a$, $|\overline{b}| = b$. Нехай $\overline{BM} = \overline{m}_1$, $\overline{AK} = \overline{m}_2$. Доведемо, що $\overline{m}_1 \cdot \overline{m}_2 = 0$ за допомогою заданого в умові співвідношення. $\overline{m}_1 = \frac{1}{2}\overline{b} - \overline{a}$,

$$\overline{m}_2 = \frac{1}{2}\overline{a} - \overline{b} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\overline{b} - \overline{a}\right)\left(\frac{1}{2}\overline{a} - \overline{b}\right) =$$

$$= \frac{5}{4}\overline{ab} - \frac{a^2 + b^2}{2} = \frac{5}{4}\overline{ab} - \frac{5c^2}{2}. \quad \text{Нехай} \quad \overline{AB} = \overline{c}, \quad \text{тоді} \quad \overline{c} = \overline{a} - \overline{b} \Rightarrow$$

$\overline{c^2} = \overline{a^2} - 2\overline{ab} + \overline{b^2}$ або $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab$. За умовою задачі $a^2 + b^2 = 5c^2$, то маємо $\overline{ab} = 2c^2 \Rightarrow \overline{m_1} \cdot \overline{m_2} = \frac{5}{4} \cdot 2c^2 - \frac{5c^2}{2} = 0$.

Задача 3. У прямого паралелепіпеда в основі – ромб із стороною a та кутом 120° , а висота – $2a$. Знайти кут між діагоналлю паралелепіпеда та прямою, що проходить через вершину тупого кута та точку, яка ділить діагональ основи у відношенні 1:3.

Під час самостійної навчальної діяльності кожен учень виробляє план, фронтально обговорюються думки та виконуються відповідні записи.

Дайте відповіді на питання:

1. Нехай $ABCD$ – прямокутник. Розглянемо вектори, що задано його сторонами. Вкажіть на відповідному рисунку : а) колінеарні вектори; б) перпендикулярні вектори; в) рівні вектори. Створіть та розв'яжіть задачу, аналогічну до даної, але з прямокутним паралелепіпедом.

2. Чи можна стверджувати, що два вектори, які колінеарні третьому вектору, колінеарні між собою?

3. Відмітьте дві точки A і B . Знайдіть таку точку X , що : а) $\overline{AX} = \overline{XB}$; б) $\overline{AX} = \overline{BX}$; в) $\overline{XA} = \overline{XB}$

проаналізувати чи є відмінності в міркуваннях на площині і у просторі?

4. а) Чи може довжина одної з твірних вектора бути більше довжини самого вектора?

б) Чи може довжина всіх твірних вектора бути більше довжини самого вектора?

г) Нехай довжина однієї з двох твірних вектора дорівнює довжині самого вектора. В яких межах знаходиться довжина другої твірної?

д) Чи можна вектор заданої довжини розкласти на три твірні заданої довжини?

Правила – орієнтири для розв'язання афінних задач векторним методом.

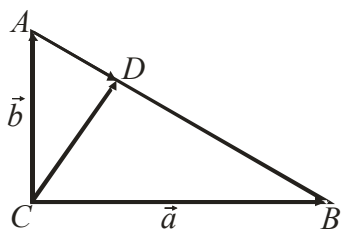
Необхідно довести, що: (на геометричній мові)	Достатньо довести, що: (на векторній мові)
1. $a \parallel b$ (паралельність прямих);	1. $\overline{AB} = k\overline{CD}$, тобто вектори \overline{AB} і \overline{CD} колінеарні, де відрізки AB і CD належать відповідно до прямих a і b , $k \in R$.
2. Точки A , B і C належать до одної прямої;	2. $\overline{AB} = k\overline{BC}$, $k \in R$ або $\overline{OC} = k\overline{OA} + (1-k)\overline{OB}$.
3. $ AC : CB = m : n$ за умови, що $C \in AB$ (ділення відрізка AB точкою C у відношенні $m : n$).	3. $\overline{AC} = \frac{m}{n}\overline{CB}$ або $\overline{OC} = \frac{n}{m+n}\overline{OA} + \frac{m}{m+n}\overline{OB}$, де O –

	<p>довільна точка.</p>
<p>5. Запишіть у векторній формі: а) точки А та В співпадають; б) прямі АВ і CD паралельні; в) точка Х лежить на прямій АВ; г) точка Х лежить на відрізку АВ; д) три точки А, В, С лежать на одній прямій; е) три точки А, В, С є вершинами трикутника; є) точка С – середина відрізка АВ; ж) точка К лежить на відрізку АВ та ділить його у відношенні $m:n$.</p> <p>6. Нехай ABCD – тетраедр. Точка T_1- точка перетину медіан трикутника ABC, точка T_2- точка перетину медіан трикутника BCD, точка T_3- точка перетину медіан трикутника CDA, точка T_4- точка перетину медіан трикутника DAB. Доведіть, що відрізки AT_2, BT_3, CT_4, DT_1 мають спільну точку і діляться цією точкою у відношенні 3:1, рахуючи від вершини.</p> <p>Дайте відповідь на питання:</p> <p>1. Які афінні задачі додаються, якщо розглядати вектори у просторі? Які правила орієнтири можна запропонувати для розв'язання цих задач?</p> <p>2. Які метричні задачі додаються, якщо розглядати вектори у просторі? Які правила орієнтири можна запропонувати для розв'язання цих задач?</p>	

Матеріали для учня

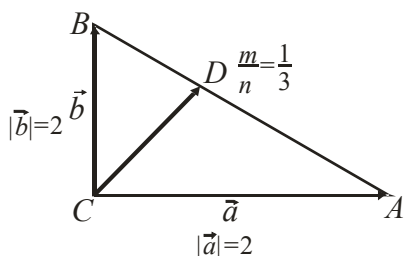
	<p>Введення операції скалярного добутку двох векторів дає можливість розв'язувати <i>метричні задачі</i> – задачі на знаходження <u>довжини відрізка</u> та задачі на обчислення <u>величини кута між прямими</u> тощо.</p> <p>Проблемні питання:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Як знайти довжину відрізка за допомогою теорії векторів? 2) Як за допомогою векторів можна знайти кут? 3) Сформулювати правила для розв'язування задач на знаходження довжини відрізка та величини кута за допомогою векторного методу.
--	--

Задача 1. а) На гіпотенузі AB $\triangle ABC$ взято точку D , що задовольняє умову: $BD:DA=3:1$. Виразити довжину відрізка CD через довжини катетів: $CB=a$, $CA=b$.



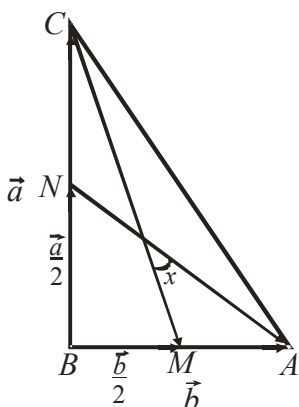
б) Катети прямокутного трикутника дорівнюють 6 см і 2 см. Обчислити довжину бісектриси прямого кута.

Розв'язання:



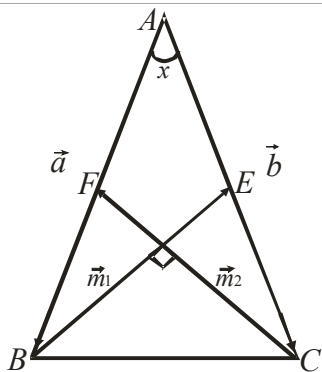
Задача 2. а) В прямокутному рівнобедреному $\triangle ABC$ обчислити кут між медіанами, проведеними з вершин A і B гострих кутів.

Розв'язання:



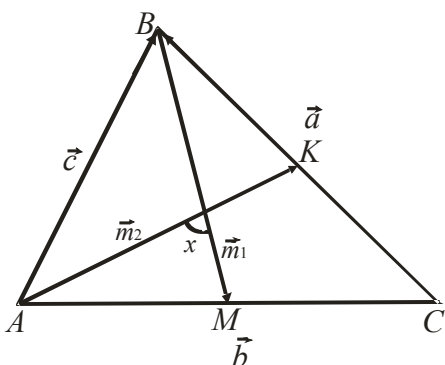
б) Знайти косинус кута при вершині рівнобедреного трикутника, якщо медіани, які проведено з кінців його основи, взаємно перпендикулярні.

Розв'язування виконати двома способами: (взяти базисними різні вектори)



в) В $\triangle ABC$ довжини сторін задовольняють співвідношенню: $a^2 + b^2 = 5c^2$. Довести, що медіани, які проведено до сторін AC і BC , перпендикулярні.

Доведення:



Задача 3. У прямого паралелепіпеда в основі – ромб із стороною a та кутом 120° , а висота – $2a$. Знайти кут між діагоналлю паралелепіпеда та прямою, що проходить через вершину тупого кута та точку, яка ділить діагональ основи у відношенні $1:3$.

Під час самостійної навчальної діяльності кожен учень виробляє план, фронтально обговорюються думки та виконуються відповідні записи.

Дайте відповіді на питання:

1. Нехай $ABCD$ – прямокутник. Розглянемо вектори, що задано його сторонами. Вкажіть на відповідному рисунку : а) колінеарні вектори; б) перпендикулярні вектори; в) рівні вектори. Створіть та розв'яжіть задачу, аналогічну до даної, але з прямокутним паралелепіпедом.

2. Чи можна стверджувати, що два вектори, які колінеарні третьому вектору, колінеарні між собою?

3. Відмітьте дві точки А і В. Знайдіть таку точку Х, що : а) $\overline{AX} = \overline{XB}$; б) $\overline{AX} = \overline{BX}$; в) $\overline{XA} = \overline{XB}$

проаналізувати чи є відмінності в міркуваннях на площині і у просторі?

4. а) Чи може довжина одної з твірних вектора бути більше довжини самого вектора?

б) Чи може довжина всіх твірних вектора бути більше довжини самого вектора?

г) Нехай довжина однієї з двох твірних вектора дорівнює довжині самого вектора. В яких межах знаходиться довжина другої твірної?

д) Чи можна вектор заданої довжини розкласти на три твірні заданої довжини?

Література:

1. Підручник з геометрії для 10-11 класів з поглибленим вивченням геометрії
авт. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владіміров В. М., Владімірова Н. Г.
2. Р. П. Ушаков Кути у стереометрії
3. Підбірка лекцій за 8-9 клас

Додаток И

Факультативне заняття з теми «Коло та його елементи» за кейс-технологією. (Заняття по підготовці до ЗНО)

1 рівень

1.1 З точки кола проведено дві хорди. Одна з них стягує дугу 100° , а друга - 80° . Обчисліть кут між цими хордами.

1.2 До кола, описаного навколо трикутника ABC, у точках А, В, С проведено дотичні, які попарно перетинаються в точках Р, М, К. Відомо, що трикутники ABC та РМК подібні, а радіус кола, описаного навколо трикутника ABC, дорівнює R. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника РМК.

А	Б	В	Г	Д
----------	----------	----------	----------	----------

$R\sqrt{2}$	$R\sqrt{3}$	$2R$	$3R$	$2R$ або $3R$
-------------	-------------	------	------	---------------

1.3 Хорда стягує дугу в 80° . Обчислити гострий кут, утворений цією хордою та дотичною до кола в кінці хорди.

1.4 На діагоналі ВД ромба АВСД як на діаметрі побудовано коло, яке перетинає продовження сторони АВ в точці Р. Знайдіть меншу діагональ ромба, якщо $AP=1$, $BP=3$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{5}$	3

1.5 Хорда довжиною 24 см, перетинаючи другу хорду, ділить її на відрізки 10 см і 8 см. Обчислити довжину відрізків першої хорди.

1.6 Навколо чотирикутника АВСД можна описати коло і в нього можна вписати коло. Точка О – центр вписаного кола радіуса 60 см. Знайдіть $OA+OB$, якщо $OC=100$ см, $OD=156$ см.

А	Б	В	Г	Д
150 см	158 см	128 см	140 см	136 см

1.7 Хорда, довжиною 30 см, перпендикулярна до діаметра і ділить його на відрізки, різниця між якими 40 см. Обчислити радіус кола.

1.8 Коло, побудоване на стороні АВ трикутника АВС як на діаметрі, перетинає сторони АС і ВС у точках Р і К відповідно. Знайдіть $\angle ABC$, якщо відрізок РК ділить трикутник АВС на рівновеликі частини.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$ або $\frac{\pi}{3}$	$\arcsin \frac{1}{4}$

1.9 3 точки поза колом проведено січну, що перетинає коло в точках, віддалених від даної точки на 8 см та 15 см. Відстань від даної точки до центра кола дорівнює 13 см. Обчисліть радіус кола.

1.10 Коло, вписане в трикутник АВС, дотикається до сторін трикутника в точках К, М, Р і має радіус r . Знайдіть радіус кола, вписаного в трикутник КМР, якщо ці трикутники подібні.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{r}{3}$	$\frac{r}{2}$	$\frac{r}{\sqrt{5}}$	$\frac{r}{\sqrt{3}}$ або $\frac{r}{3}$	$\frac{r}{\sqrt{2}}$ або $\frac{r}{2}$

1.11 Відстань від точки, взятої поза колом, до його центра дорівнює 13 см, а до кола – 8 см. Обчислити довжину дотичної, проведеної з даної точки до кола.

1.12 .Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 100дм, а одна зі сторін ділиться точкою дотику вписаного в нього кола на відрізки 15 дм і 21 дм.

А	Б	В	Г	Д
36 дм, 36дм,28 дм	36 дм, 27дм, 37дм	36 дм, 29дм, 35дм	36 дм, 30дм, 34дм	36 дм, 31дм, 33дм

2 рівень

2.1 З точки А до кола проведено дві дотичні, довжини яких дорівнюють по 12 см, а відстань між точками дотику – 14,4 см. Знайдіть радіус кола.

2.2 Радіус кола, вписаного в рівнобедрений трикутник, дорівнює 12 см, а відстань від центра цього кола до вершини трикутника – 20 см. Знайдіть периметр даного трикутника.

2.3 Коло, центр якого належить стороні АВ трикутника АВС, проходить через точку В, дотикається до сторони АС у точці С і перетинає сторону АВ в точці К. Знайдіть кути трикутника АВС, якщо $AK:KB=1:2$.

2.4 У прямокутну трапецію вписано коло. Точка дотику ділить більшу з бічних сторін трапеції на відрізки 4 см та 25 см. Знайдіть площу трапеції.

2.5 З точки А, що не лежить на колі, проведено до нього дотичну і січну. Відстань від точки А до точки дотику дорівнює 16 см, а до однієї з точок перетину січної з колом – 32 см. Знайдіть радіус кола, якщо січна віддалена від його центра на 15 см.

2.6 Два кола радіусів R_1 та R_2 ($R_1 > R_2$) дотикаються внутрішнім чином в точці А. Через точку В більшого кола проведено пряму, що дотикається меншого кола в точці С. Знайти АВ, Якщо $BC=a$.

2.7 Коло дотикається двох суміжних сторін квадрата та ділить кожную з двох інших його сторін на відрізки, що дорівнюють 2 см та 23 см. Знайти радіус кола.

2.8 Точки А, В, С, D послідовно розміщені (при русі за годинниковою стрілкою) на колі радіуса R так, що кожна з дуг DCB та CBA дорівнює 80° , а дуга DCA дорівнює 100° . Знайти кути чотирикутника ABC D і довжину відрізка BC.

3 рівень

3.1 У колі проведено дві перпендикулярні хорди АВ і СК, які перетинаються в точці М. Доведіть, що продовження висоти МН трикутника КМВ за точку М є медіаною трикутника СМА.

3.2 У прямокутнику трикутнику АВС з прямим кутом С на катеті АС як на діаметрі побудовано коло, що перетинає гіпотенузу АВ у точці Е. Через точку Е проведено дотичну, яка перетинає катет ВС у точці К. Доведіть, що $KE=KB$.

3.3 Коло, побудоване на більшій основі трапеції як на діаметрі, дотикається до меншої основи і перетинає бічні сторони та ділить їх навпіл. Знайдіть меншу основу трапеції, якщо радіус кола дорівнює R .

3.4 Кола з центрами O_1 та O_2 і радіусами R та r (перше коло має більший радіус) дотикаються зовні в точці M . AB та PM – зовнішня та внутрішня дотичні до цих кіл. Навколо трикутників ABM і PO_1O_2 описано кола. Який з радіусів цих кіл більший?

3.5 У трикутнику ABC кут B має величину 60° , AK та CM – бісектриси, які перетинаються в точці O . Довести, що $OK=OM$.

3.6 Два кола радіусами 8 та 6 перетинаються в точках A і B . Через центри O_1 та O_2 проведено пряму; C_1 та C_2 - дві з чотирьох точок перетину цієї прямої з колами, точка C_1 лежить на колі з центром O_1 , а $C_1C_2 > 20$. Знайти відстані між центрами кіл, якщо $S_{\Delta AC_1O_1} \cdot S_{\Delta BC_2O_2} = 336$.

3.7 На відрізку AC довжиною 12 см взято точку B так, що $AB=4$ см. На відрізках AB і AC , як на діаметрах, в одній півплощині з границею AC побудовано півкола. Знайдіть радіус кола, що дотикається побудованих півкіл та прямої AC .

Додаток К

Завдання різних видів складності на створення геометричних образів.

1. Завдання на переклад словесних даних задачі в графічний образ.

Зробіть рисунок за умовою задачі, використовуючи дані в них позначення: а) Пряма AB перетинає площину α в точці M (рис. М1). б) Площина α і β перетинаються по прямій MP , а площини α і γ по іншій прямій MT (рис. М2).

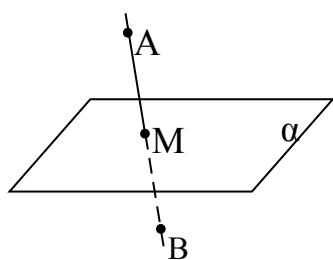


Рис. 1

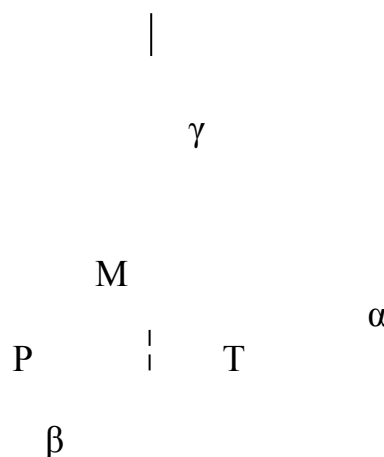


Рис. 2

2.Завдання на виділення суттєвих ознак геометричних ознак, їх актуалізацію

На рисунку зображено три прямі, що попарно перетинаються та перетинають площину α . Чи правильно виконано рисунок? (рис. 3)

Розв'язання: прямі a , b і c лежать в одній площині (за аксіомою).

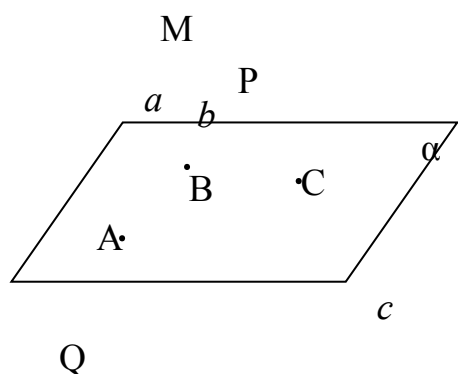


Рис. 3

Прямі a , b і c перетинають площину α по прямій, на якій лежать точки A , B і C (за аксіомою). Але за рис. видно, що через точки A , B і C неможливо провести одну пряму. Тому, рисунок зроблено не правильно.

3.Завдання на виокремлення фігури із складу інших фігур рисунка та завдання на порівняння фігур рисунка

Задача на класифікацію. Сума всіх ребер

паралелепіпеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ дорівнює 120 см. Знайти кожне паралелепіпеда, якщо відомо, що

$$\frac{AD}{CD} = \frac{4}{5}; \frac{AB}{BB_1} = \frac{5}{6} \text{ (рис. 4).}$$

Розв'язання: Протилежні грані – паралелограми, то за їх властивістю $AD + AA_1 + AB = 30$ см.

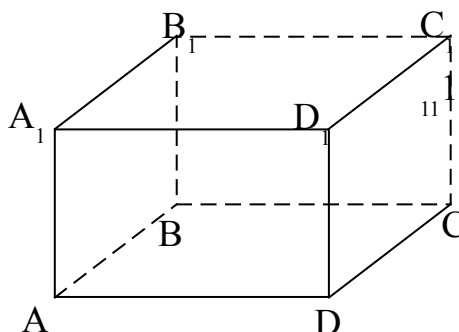


Рис. 4

ребро

Тоді:

$$AA_1 = BB_1 = \frac{6AB}{5} = \frac{6}{5} \cdot \frac{5AD}{4} = \frac{3AD}{2}; AB = CD = \frac{5AD}{4};$$

$$AD + \frac{3AD}{2} + \frac{5AD}{4} = 30; 15AD = 120; AD = 8.$$

Маємо $AD = 8$ см, $AA_1 = 12$ см, $AB = 10$ см.

4.Завдання на побудову фігури, якої не вистачає, в ході розв'язання задачі та завдання на розгляд фігури рисунка з різних точок зору

Нехай точка E – середина ребра PB правильного тетраедра $PABC$. Опустіть перпендикуляри з точки E на прямі а) AP , BC і AB (рис. 5а); б) AC (рис. 5б). Знайти довжину кожного перпендикуляра, якщо ребро тетраедра дорівнює a .

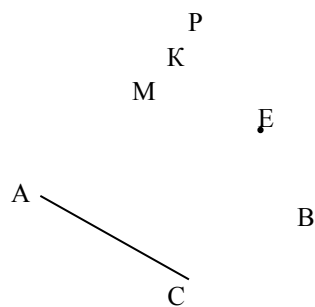


Рис. 5а

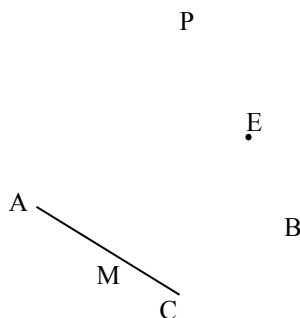


Рис. 5б

Розв'язання: Необхідно виділити грані (перерізи) з складу тетраедра, щоб опустити з даної точки перпендикуляри на задані ребра.

а) Знайдемо довжину перпендикуляра KE , а інші будуть мати таку ж довжину. Трикутник PAB – рівносторонній і E – середина ребра PB . $\triangle BMP \sim \triangle EKP$ з коефіцієнтом подібності $\frac{1}{2}$ (за означенням перетворення подібності, $BM \perp AP$).

Для трикутника EKP : $KP = \frac{a}{4}$, $PE = \frac{a}{2}$, то: $KE = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

б) Відмітимо, що перпендикуляр ME буде лежати в площині, яка перпендикулярна ребру AC . Щоб побудувати цю площину опустимо з вершин B та P перпендикуляри PM і BM . Тоді будь-яка пряма, що лежить в цій площині буде перпендикулярною до AC .

Знайдемо довжину ME . В трикутнику ABC перпендикуляр MB є медіаною, тому

за допомогою теореми Піфагора: $MB = \frac{a}{\sqrt{2}}$. $PM = MB$, бо тетраедр правильний.

В рівнобедреному трикутнику PMB медіана ME є висотою та використовуючи

теорему Піфагора: $ME = \frac{a}{2}$.

Додаток Л

**Дидактичний матеріал на створення геометричних образів з теми:
«Паралельність у просторі»**

*(підтеми: паралельність прямих; паралельність прямої та площини;
паралельність площин)*

Задачі розбито за типами уроків: вивчення нового матеріалу; застосування знань, вмінь та навичок; перевірка знань, вмінь та навичок. Серія задач містить завдання на переклад словесних даних задачі в графічний образ; виділення суттєвих ознак геометричних понять; виділення фігури із складу рисунка; порівняння фігур (перетворення подібності); розгляд фігур рисунка з різних точок зору; видозміна просторового положення, структури вихідного образу.

Матеріал для уроків вивчення нового матеріалу

1. Зробіть рисунок: Пряма MP паралельна площині α , а пряма MT перетинає цю площину в точці T (рис. 1).

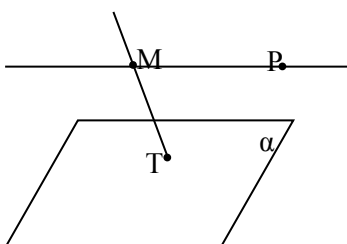


Рис. 1

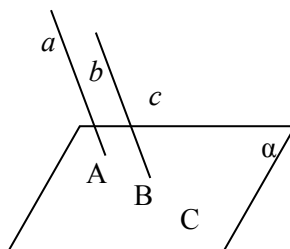


Рис. 2

2. Зробіть рисунок:
Площина α
перетинає три
паралельні прямі a ,

b та c відповідно в точках A , B та C , що належать до одної прямої (рис. 2).

3. Зробіть рисунок: Площина α перетинає три паралельні прямі a , b та c відповідно у вершинах $\triangle ABC$ (рис. 3).

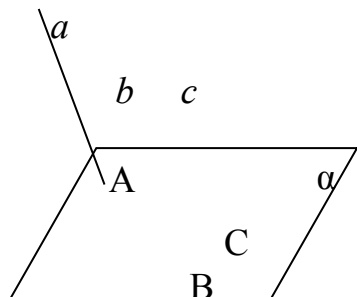


Рис. 3

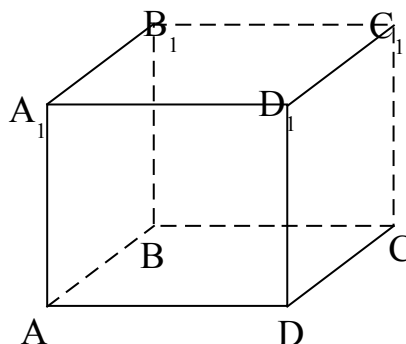


Рис. 4

4. Нарисуйте куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (рис. 4). 1) Виділіть в ньому ребро BB_1 та назвіть всі ребра куба: а) паралельні до нього; б) такі, що перетинають його; в) мимобіжні з ним. 2) Виділіть діагональ AD_1 грані $ADA_1 D_1$ куба та назвіть діагоналі граней що: а) паралельні до AD_1 ; б) перетинають її; в) мимобіжні до неї. Відповідь обґрунтуйте.

5. Зробіть рисунок: Площина α проходить через середини сторін AB та AC трикутника ABC і не містить вершини A (рис. 5).

6. Зробіть рисунок: Пряма MP паралельна площині α , а площина PMT перетинає цю площину по прямій KT (рис. 6).

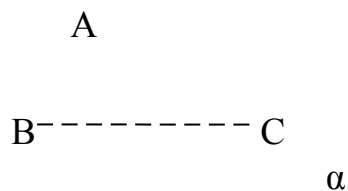


Рис. 5

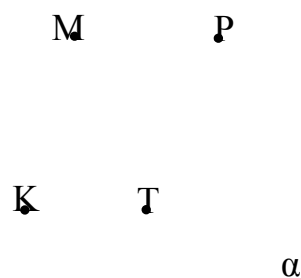


Рис. 6

7. Зробіть рисунок: Пряма a паралельна кожній з паралельних площин α та β (рис. 7).

8. Відомо, що пряма m паралельна площині α . Чи буде паралельною ця пряма довільній прямій, яка лежить в цій площині α (рис. 8)? Відповідь обґрунтуйте.

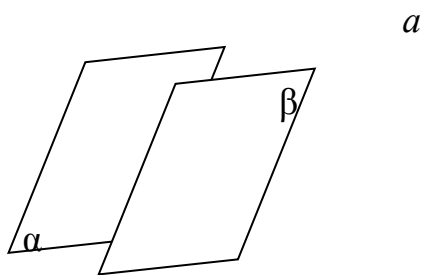


Рис. 7

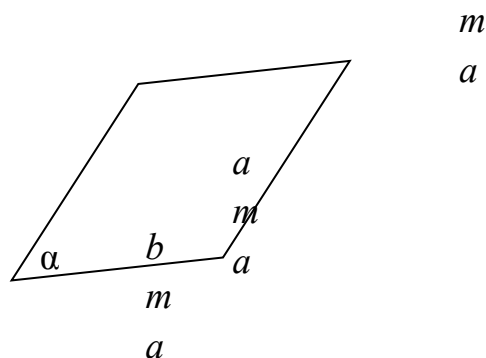


Рис. 8

9. Дано дві мимобіжні прямі a та b (рис. 9). Через кожну точку прямої a проводимо пряму, яка паралельна до прямої b . Доведіть, що всі такі прямі лежать в одній площині. Як розташована ця площина по відношенню до прямої b ? Відповідь обґрунтуйте.

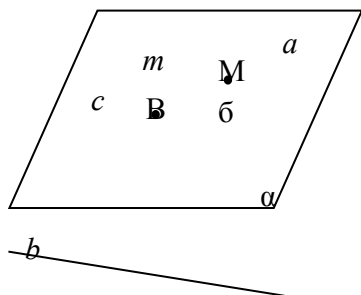


Рис. 9

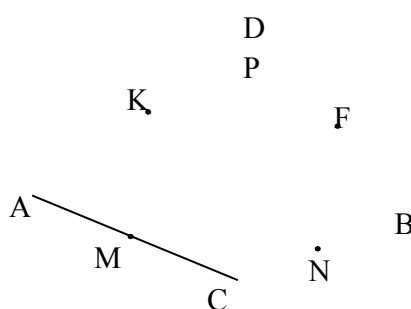


Рис. 10

BC та AC (рис. 10). Заповніть таблицю: виберіть (обведіть в кружечок) визначене вами

розташування вказаних прямої та площини: А – перетинаються, Б – паралельні, В – пряма лежить у площині, Г – неможливо визначити:

	Пряма та площина	Взаємне розташування
1.	BD і AMN	<u>А</u> Б В Г
2.	MN і ABC	А Б <u>В</u> Г
3.	KC і DMN	<u>А</u> Б В Г
4.	MN і ABD	А Б <u>В</u> Г
5.	KF і DMN	А <u>Б</u> В Г
6.	FN і KMF	А Б <u>В</u> Г
7.	CF і AND	<u>А</u> Б В Г
8.	FN і DMK	А <u>Б</u> В Г

11. Зробіть рисунок: Площини α і β мають спільну пряму a , площини α і γ – спільну пряму b , а площини β і γ – спільну пряму c . Прямі a та b паралельні (рис. 11).

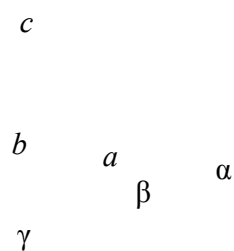


Рис. 11

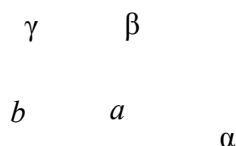


Рис. 12

13. Зробіть рисунок: Сторона BC трикутника ABC лежить на площині α . Через вершину A та точку M – середину сторони AC – проведено відповідно площини β і γ , які перетинають площину ΔABC вздовж прямих AK та MT (рис. 13).

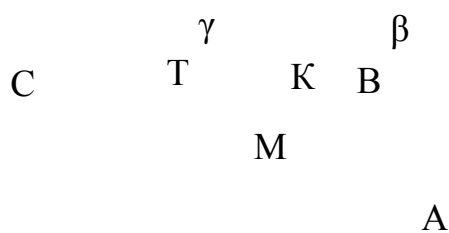


Рис. 13

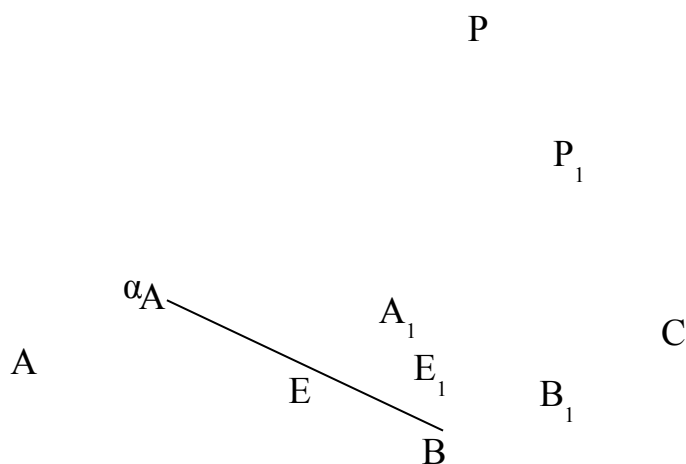


Рис. 14

14. В тетраедрі $PABC$ проведено переріз $A_1B_1P_1$, який паралельний до грані ABP . Визначте взаємне розташування медіан PE та P_1E_1 трикутників ABP та $A_1B_1P_1$ відповідно (рис. 14).

Матеріали для уроків застосування знань, вмінь, навичок

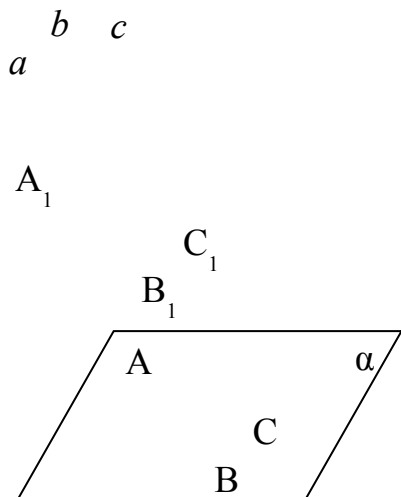


Рис. 15

1. Доведіть, що середини ребер AP , CP , BC и AB тетраедра $PABC$ лежать в одній площині. Визначте вид фігури, вершинами якої є ці точки.

2. Трикутник ABC лежить в площині α . Через його вершини проведено паралельні прямі, що не лежать в площині α . На них відкладені рівні відрізки AA_1 , BB_1 та CC_1 по одну сторону від α . Доведіть, що $\triangle ABC$ та $\triangle A_1B_1C_1$ рівні (рис. 15).

3. Пряма AB перетинає площину α . Через кінці відрізка AB та його середину C проведено паралельні прямі, які перетинають площину α в точках A_1 , B_1 і C_1 . Розгляньте випадки: 1) відрізок AB не перетинає площину α (рис. 16а); 2) відрізок AB перетинає α (рис. 16б). В кожному випадку

знайдіть: а) довжину відрізка CC_1 , якщо: $AA_1 = 7$, $BB_1 = 5$; б) довжину відрізка AA_1 , якщо $BB_1 = 7$, $CC_1 = 11$.

2. Через вершини A , B , C и D паралелограма $ABCD$, який розміщено в одному півпросторі відносно площини α , точку O перетину його діагоналей та центроїд M трикутника BCD проведено паралельні прямі, які перетинають дану площину α відповідно в точках A_1 , B_1 , C_1 , D_1 , O_1 , M_1 . Знайдіть MM_1 , OO_1 та DD_1 , якщо $AA_1 = 17$, $CC_1 = 5$, $BB_1 = 15$ (рис. 17).

5. Доведіть, що відрізки, які поєднують середини протилежних ребер тетраедра, перетинаються в одній точці та діляться цією точкою навпіл (рис. 18).

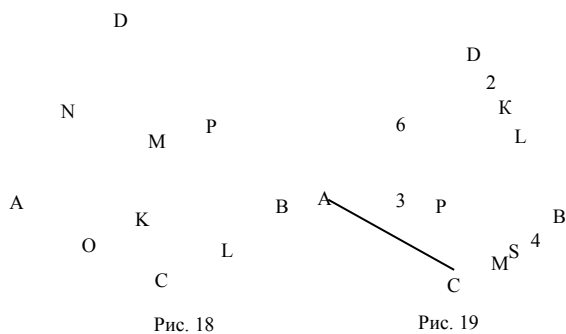


Рис. 18

Рис. 19

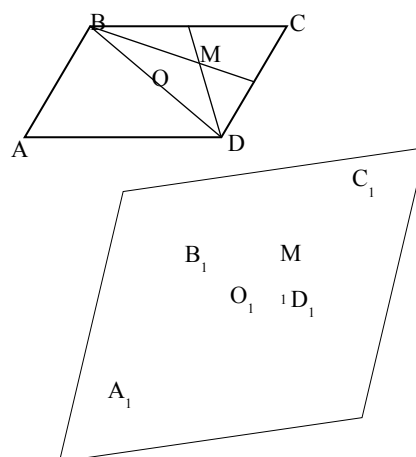


Рис. 17

6. В правильному тетраедрі $DABC$, всі ребра якого дорівнюють 6, точка K лежить на ребрі AD так, що $DK = 2$; точка M лежить на ребрі BC так, що $BM = 4$; точка P лежить на ребрі AB . Прямі PM і PK паралельні площині ADC . б) Доведіть, що PM не паралельна площині ABC . в) Проведіть через точку P пряму, яка паралельна до площини ADC та перетинає ребро DB в точці L . Знайдіть довжину LK . г) Побудуйте переріз тетраедра площиною, яка проходить через точки P та K паралельно AC (рис. 19).

7. Основою правильної чотирикутної піраміди $PABCD$ є паралелограм $ABCD$. Побудуйте її переріз площиною, яка проходить через AB і точку K , що належить грані: а) BSP (рис. 20а); б) DCP (рис. 20б). Яка фігура вийде в перерізі?

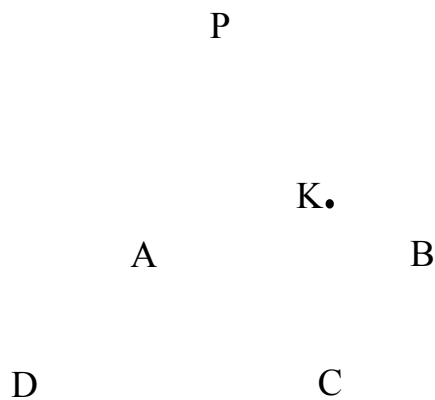


Рис. 20а

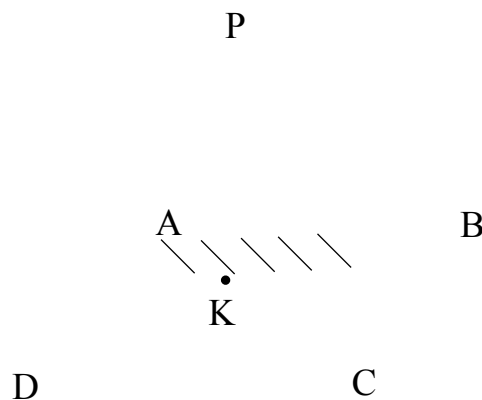


Рис. 20б

8. Дано три попарно мимобіжні прямі a , b і c . Чи завжди існує площина: а) яка паралельна до кожної з цих прямих (рис. 21а); б) яка перетинає кожну з них (рис. 21б)? Відповідь обґрунтуйте та виконайте відповідний рисунок.

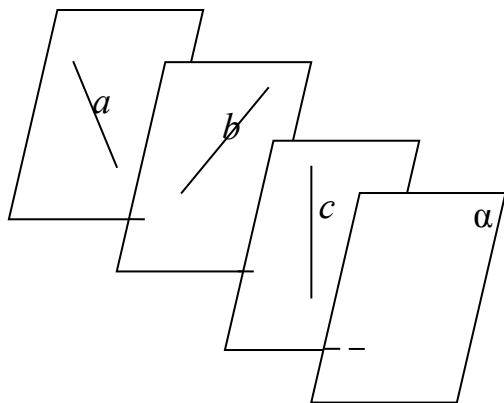


Рис. 21а

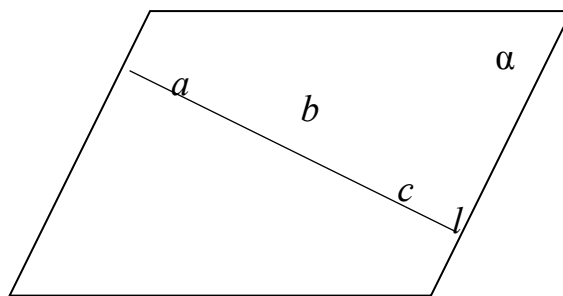


Рис. 21б

9. Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Нехай $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8$ – середини ребер $AB, BB_1, B_1 A_1, A_1 A, CD, CC_1, C_1 D_1, DD_1$ відповідно. Яке взаємне положення таких прямих та площин, як: а) $P_3 P_4$ і $P_1 P_2 P_6$ (рис. 22а); б) $P_7 P_8$ і $P_1 P_2 P_6$ (рис. 22б); в) $P_4 P_7$ і $P_1 P_2 P_5$ (рис. 22в); г) $P_1 P_6$ і $AB_1 D$ (рис. 22г); д) AC і $P_3 P_4 P_5$ (рис. 22д); е) BD і $P_3 P_4 P_5$ (рис. 22е)?

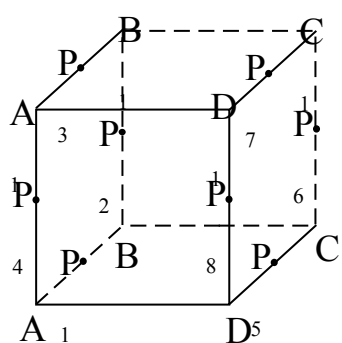


Рис. 22а

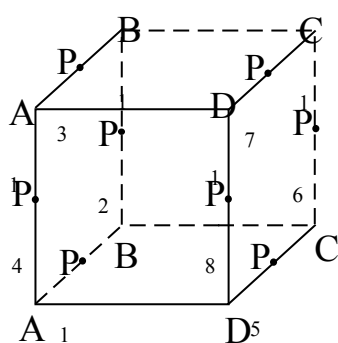


Рис. 22б

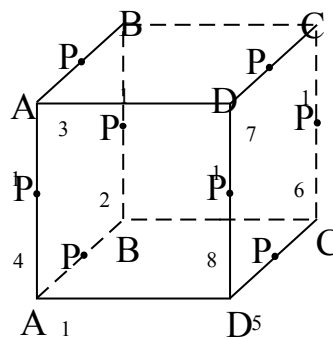


Рис. 22в

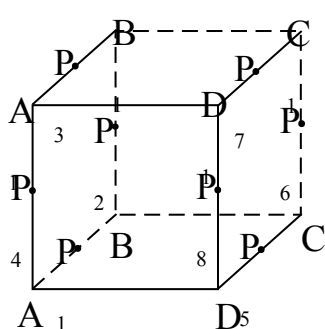


Рис. 22г

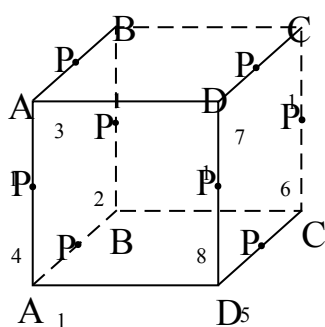


Рис. 22д

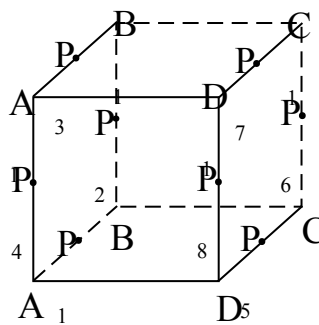


Рис. 22е

10. Дано паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, P та Q – внутрішні точки граней відповідно $ABCD$ та $A_1 B_1 C_1 D_1$. Побудуйте переріз паралелепіпеда площиною, яка проходить через точки P та Q і є паралельною до прямої CC_1 (рис. 23).

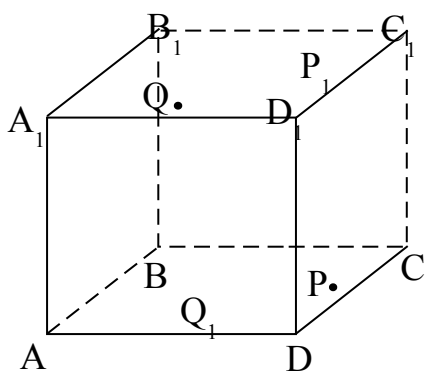


Рис. 23

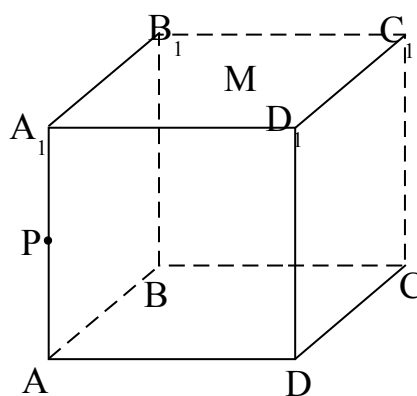


Рис. 24

11. Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$; точка P – середина ребра AA_1 . Побудуйте переріз куба площиною, яка проходить через точки P та D_1 паралельно діагоналі AC грані $ABCD$ куба (рис. 24). Знайдіть периметр перерізу, якщо ребро куба дорівнює 10.

12. Побудуйте переріз п'ятикутної піраміди $PABCDE$ площиною α , яка проходить через внутрішню точку M основи $ABCDE$ паралельно до грані PAB (рис. 25).

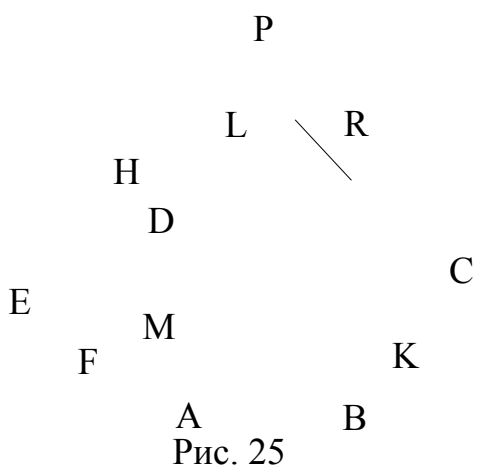


Рис. 25

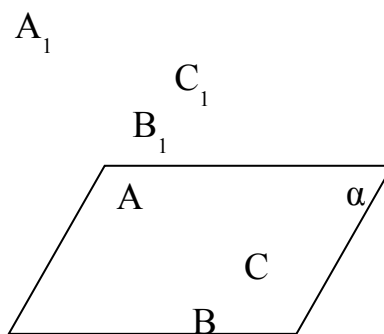


Рис. 26

13. Точки A , B та C лежать у площині α та не лежать на одній прямій. Рівні та паралельні відрізки AA_1 , BB_1 та CC_1 знаходяться по одну сторону від площини α . Доведіть, що $(A_1 B_1 C_1) \parallel (ABC)$ (рис. 26).

14. Точка B не лежить у площині $DAEC$, точки M , K та P – середини відрізків AB , BC та BE відповідно (рис.27). а) Доведіть, що площини MKP і AEC паралельні. б)

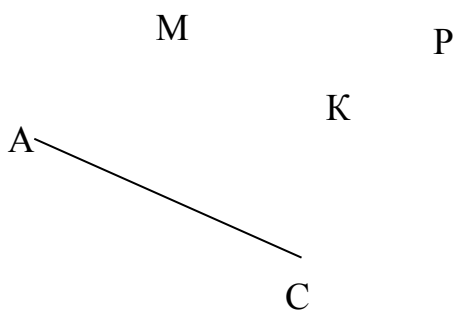


Рис. 27

Знайдіть площу $DMKP$, якщо площа $DAEC$ - 48 см^2 .

15. Три відрізки $A_1 A_2$, $B_1 B_2$ та $C_1 C_2$, що не лежать в одній площині, мають спільну середину. Доведіть, що площини $A_1 B_1 C_1$ та $A_2 B_2 C_2$ паралельні (рис. 28).

16. Пряма DF перетинає паралельні площини α , β та γ відповідно в точках D , E та F , при цьому $DF = 3$, $EF = 9$ (рис. 29). Пряма EG перетинає площини α та γ відповідно в точках G і H , при цьому $EG = 12$. Знайдіть довжину GH .

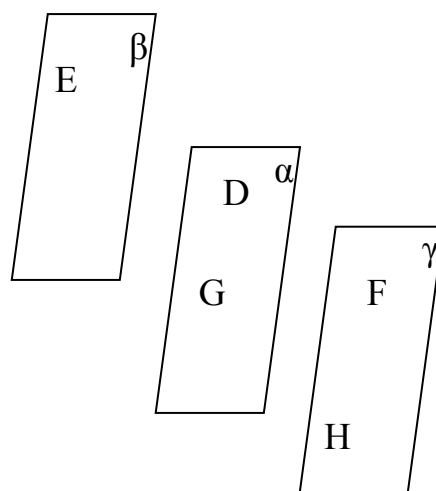
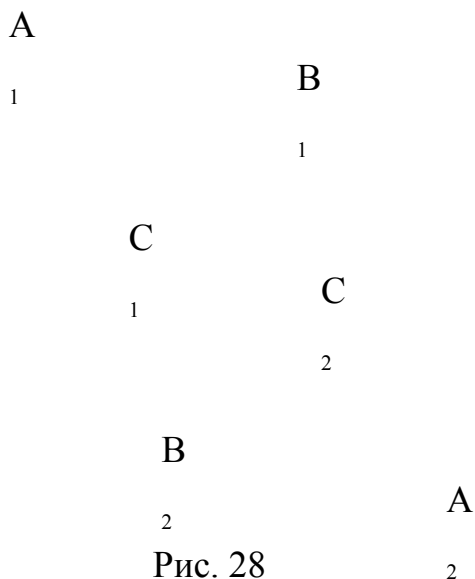


Рис. 29

17. Площини α і β перетинаються вздовж прямої c (рис. 30). Через точки A та B , які знаходяться зовні цих площин, проводяться паралельно площині β та паралельні між собою прямі AC та BD ($C \in \alpha, D \in \alpha$), а також – паралельно площині α та паралельні між собою прямі AE та BF ($E \in \beta, F \in \beta$). Доведіть: а) площини ACE та BDF паралельні; б) площини ACE та BDF перетинають площини α та β по паралельним прямим.

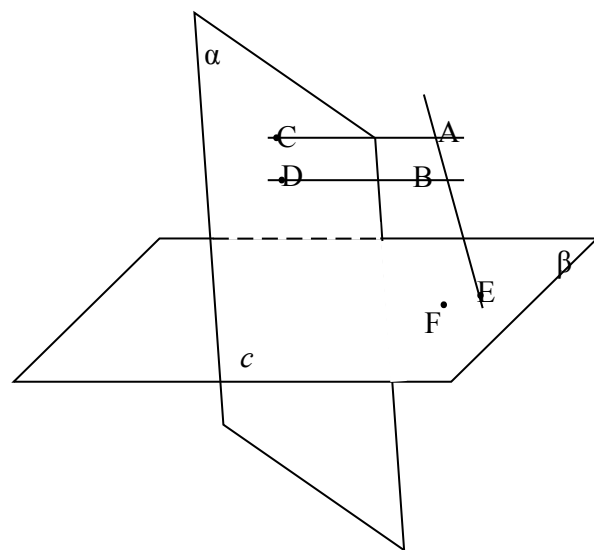


Рис. 30

Матеріали для уроків перевірки знань, вмінь та навичок

I варіант

1. Через вершини паралелограма $ABCD$, що лежать в одній з двох паралельних площин, проведено паралельні прямі, які перетинають другу площину в точках A_1 , B_1 , C_1 та D_1 . Доведіть, що чотирикутник $A_1B_1C_1D_1$ також паралелограм (рис. 31).

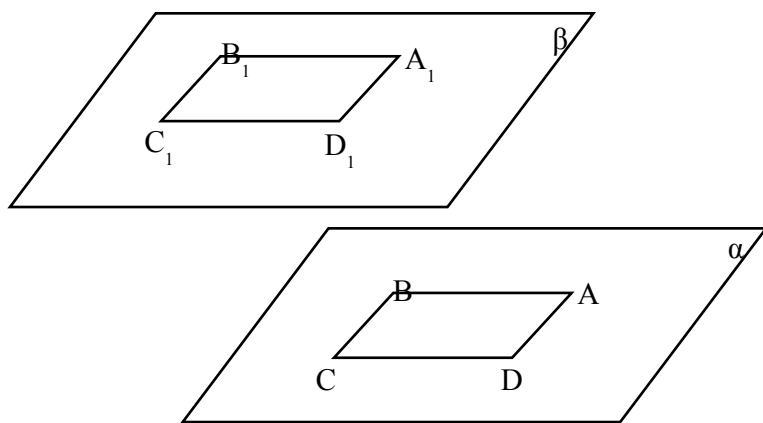
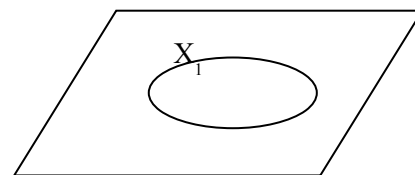


Рис. 31

2. Доведіть, що через довільну з мимобіжних прямих можна провести площину, яка паралельна до другої прямої.



•A

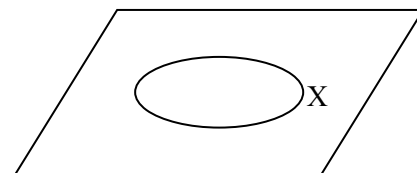


Рис. 32

3. Дано дві паралельні площини, точка поза ними та коло в одній з цих площин (рис. 32). Через кожну точку X кола та дану точку проводиться пряма, яка перетинає другу площину в деякій точці X_1 . Що представляє собою геометричне місце точок X_1 ?

II варіант



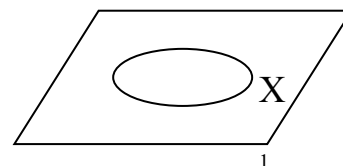
•A



Рис. 33

1. Доведіть, що чотири прямі, які проходять через точку A , за умови перетину ними площини α у вершинах паралелограма, будуть перетинати довільну площину, яка паралельна до α та не проходить через A , також в вершинах паралелограма (рис. 33).

2. Точки A, B, C і D не лежать в одній площині.



1

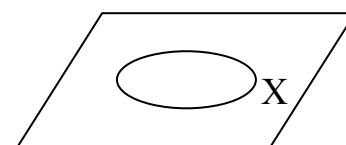


Рис. 34

Доведіть, що пряма, яка проходить через середини відрізків AB та BC , паралельна до прямої, яка проходить через середини відрізків AD та CD .

3. Дано дві паралельні площини, пряма, що перетинає їх та коло в одній з площин (рис. 34). Через кожну точку X кола проводиться пряма, яка паралельна даній прямій та така, що перетинає другу площину в деякій точці X_1 . Що представляє собою геометричне місце точок X_1 ?

Додаток М

**Зміст факультативних занять та самостійної навчальної діяльності
відповідно до тем програми поглибленого вивчення геометрії
у 10-12-х класах
(1,5 год на тиждень)**

№п/п	Тема програми	Зміст факультативних занять та самостійної навчальної діяльності
1.	Систематизація та узагальнення фактів та методів планіметрії (10-12 год)	<p>Особливі точки трикутника. Поняття про афінні властивості фігур.</p> <p>Теореми Фалеса, Чеви, Менелая, Ван-Обеля</p> <p><i>Геометричний практикум:</i> вимірювання на місцевості. Ортогональні сім'ї кривих другого порядку. Означення руху площини. Принцип рухомості площини. Класифікація рухів. Групові властивості рухів. Паркети з правильних многокутників, бордюри, орнаменти.</p> <p>Гомотетія та її застосування. Теорема про три центри подібності.</p> <p>Перетворення інверсії та її властивості. Задачі на побудову лише циркулем.</p> <p>Моделі площини Лобачевського в колі та півплощині.</p> <p>Полярне перетворення площини та його властивості. Криві другого порядку як образи при полярному перетворенні площини.</p> <p><i>Геометричний практикум:</i> геометрія круга. Побудови в площині Лобачевського</p>
2.	Вступ до стереометрії (6 год)	<p>Начала Евкліда. Задачі давнини</p> <p>Різні аксіоматики та вимоги до побудови системи аксіом (повнота, незалежність)</p> <p>Роботи Ф. Клейна, Д. Гільберта</p>
3.	Паралельність прямих і площин у просторі (6 год)	<p>П'ятий постулат Евкліда</p> <p>Геометрія Лобачевського</p> <p>Побудови у просторі. Існуючі та неіснуючі об'єкти (роботи Ешера, Ж. де Мея)</p> <p>Побудова мимобіжних прямих</p> <p><i>Геометричний практикум:</i> Виконання практичних графічних робіт на побудову перерізів</p>
4.	Перпендикулярність прямих і площин у просторі	<p>Паралельна та центральна проекція. Основи теорії Поляке-Шварца. Теореми Дезарга, Паскаля. Начала проективної геометрії.</p>

	(12 год)	Аксиоматична побудова афінних геометрій; скінчені моделі. Приклад Гільберта недезаргової геометрії. <i>Геометричний практикум:</i> Еліпс, парабола, гіпербола.
5.	Координати, вектори та геометричні перетворення у просторі (16 год)	Різні види систем координат та геометричні об'єкти в них Полярна система координат ГМТ у просторі їх опис та побудова Основні ГМТ та їх використання при розв'язуванні задач Рівняння та нерівності фігури. Рівняння прямої у просторі Векторний та мішаний добуток векторів, геометричний зміст та застосування до розв'язування просторових задач Застосування переміщень до розв'язування задач у просторі Ознаки рівності та подібності трикутників у просторі Групи перетворень. Класифікація перетворень та перетворення подібності у просторі <i>Геометричний практикум:</i> Графостатика. Дві задачі лінійного програмування. Знайомство з поверхнями другого порядку
6.	Многогранні кути (10 год)	Основні ГМТ у многогранних кутах та їх використання при розв'язуванні задач Застосування координатно-векторного методу для розв'язування задач з многогранними кутами Геометрія багатогранних кутів та основи сферичної геометрії.
7.	Многогранники (22 год)	Побудова розгортки многогранників Графи та теорема Ейлера. Справедливість теореми Ейлера для неопуклих многогранників Правильні многогранники, тіла Платона. Напівправильні многогранники та їх властивості, тіла Кеплера-Пуансо Просторові аналоги теорем планіметрії (Піфагора, синусів, косинусів, Чеви, Менелая, Ван-Обеля) <i>Геометричний практикум:</i> Побудова моделей многогранників. Оригамі.
8.	Тіла обертання (18 год)	Теорема про дотичні та січні для сфери Сферична геометрія. Нерівність трикутника на сфері. Площа сферичного трикутника. Поняття про геометрію Рімана на сфері. <i>Геометричний практикум:</i> Правильні паркетні плити на сфері. Навігація. Картографія
9.	Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл	Довжина кола, площа круга. Теорема Гюйгенса. Принцип Кавальєрі та формула Сімпсона для знаходження об'ємів, використання. Теорема Гюльдена

	(14 год)	для обчислення об'ємів. Метод додаткового об'єму та застосування допоміжних многогранників у розв'язанні задач
10.	Комбінації геометричних тіл (16 год)	Зовнівписані кулі Напіввписані кулі у многогранник
11.	Повторення, узагальнення та систематизація навчального матеріалу курсу геометрія, розв'язування задач (12 год)	Задачі на дослідження найбільших та найменших значень в стереометрії, класичні задачі: Герона, Штейнера, Ферма, Апполонія. Стереометричні нерівності. <i>Геометричний практикум:</i> Геодезична, аеродинамічна задача Ньютона
12.	Резерв (9 год)	

Додаток Н

Зразок проектної діяльності на прикладі уроків з теми: „Узагальнення знань з стереометрії за 10 клас на прикладі правильного тетраедра” (3 год)

Каждая проблема таит в себе бесценный дар.

И ты создаешь себе проблемы – ведь эти дары тебе крайне необходимы.

Р. Бах. Иллюзии

План підготовки та проведення заняття:

I. Підготовчий етап:

1. Повторення відомих властивостей піраміди, правильної піраміди, правильного тетраедра.
2. Висунення гіпотез про можливі, не розглянуті раніше, особливості тетраедра.
3. Формування груп для проведення досліджень по даним гіпотезам.
4. Розподіл завдань для кожної групи (за бажанням).
5. Розподіл обов'язків по виконанню завдань.

II. Основний етап:

1. Розв'язання гіпотез.
2. Консультації з учителем.
3. Оформлення роботи.

III. Заключний етап:

1. Представлення та захист гіпотези.

Цілі заняття:

- Узагальнити та систематизувати знання і вміння учнів; вивчити додатковий теоретичний матеріал з вказаної теми; навчити застосовувати набуті знання при розв'язуванні нестандартних задач, бачити в них простіші частини;
- Формувати в учнів навичок роботи з додатковою літературою, вдосконалювати навички аналізувати, узагальнювати, знаходити головне в прочитаному, доводити нове; розвивати комунікативні навички учнів;
- Виховувати графічну культуру.

Підготовчий етап:

3. Повідомлення учнів “Таємниці великих пірамід”.

Геометр отправился в Египет	Еще столетия пройдут,
Посмотреть на параллелепипед.	Пока Осирисы – Исиды
И представьте вы его обиду,	Нам в руки мудрость отдадут
Когда там увидел он пирамиду.	Всех элементов пирамиды.
В. Берестов. Геометрия	А. Чижевский. Пирамиды

4. Вступне слово вчителя про різновиди пірамід.

5. Обговорення питань:

- За якими ознаками можна об'єднати неправильні трикутні піраміди;
- Що ми розуміємо під ортоцентром трикутника, ортоцентром тетраедра;

- Чи існує ортоцентр прямокутного тетраедра;
- Який тетраедр можна назвати рівногранним, які можливі його властивості.

4. В результаті обговорення вибудовується структура:

Піраміда – це многогранник, основою якого є довільний багатокутник, а бічні грані – трикутники, що мають спільну вершину.

Правильна піраміда – це піраміда, основою якої є правильний багатокутник, а бічні грані – рівнобедрені трикутники.

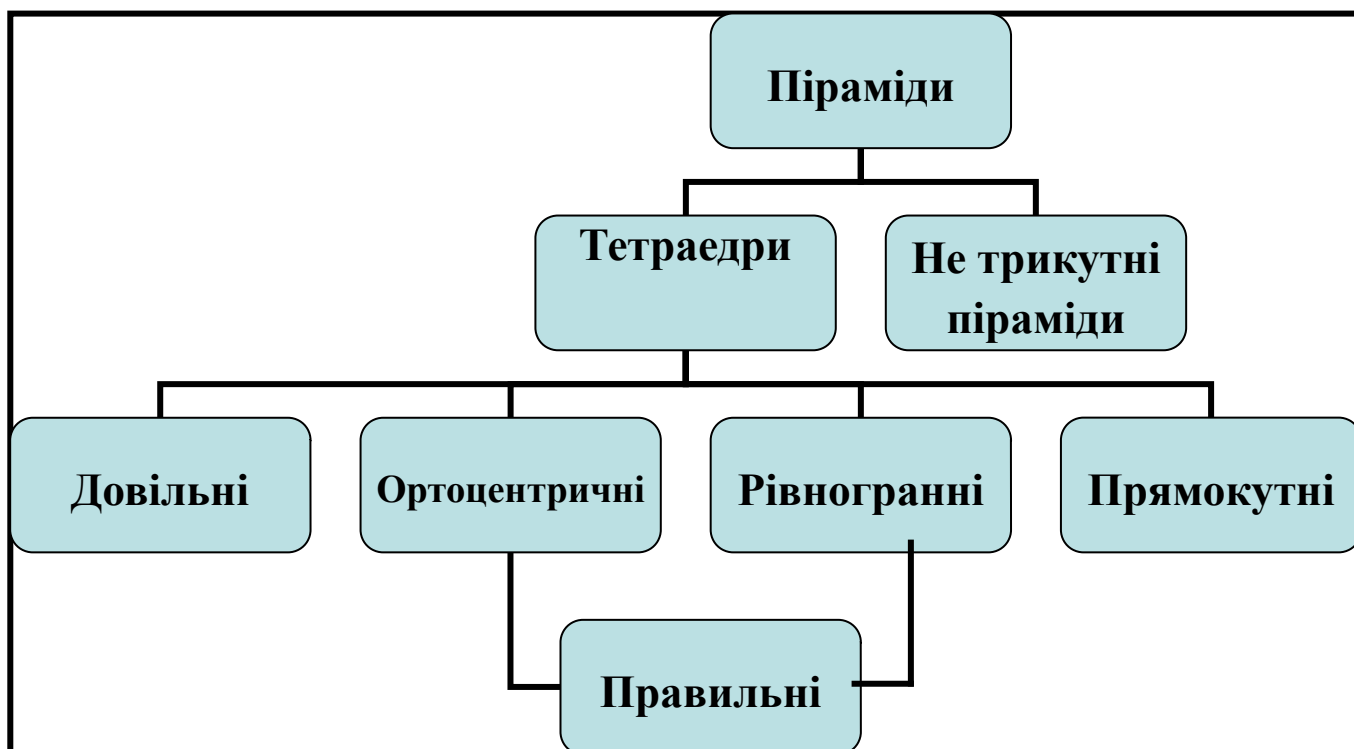
Тетраедр – це чотирьохгранник, гранями якого є трикутники.

Рівногранний тетраедр – це тетраедр, у якого всі грані – рівні трикутники, або протилежні ребра якого попарно рівні.

Ортоцентричний тетраедр – це тетраедр у якого висоти перетинаються в одній точці.

Прямокутний тетраедр – це тетраедр, у якого всі грані – прямокутні трикутники.

Правильний тетраедр – це тетраедр, у якого всі грані правильні трикутники.



Розглянемо властивості правильного тетраедра

Властивість 1: Всі ребра рівні.

Властивість 2: Всі плоскі кути дорівнюють 60° .

Властивість 3: Сума плоских кутів при довільній вершині правильного тетраедра дорівнює 180° .

Узагальнення: Якщо в тригранному куті два плоскі кута рівні, то проекція їх спільного ребра на площину третього плоского кута належить прямій, яка містить бісектрису цього кута.

Властивість 4: Якщо тетраедр правильний, то довільна його вершина проектується в ортоцентр протилежної грані.

Висота в пірамідах, особливості висот в правильному тетраедрі

Дано: ABCD – правильний тетраедр; AH – висота

Довести: H – ортоцентр $\triangle BCD$

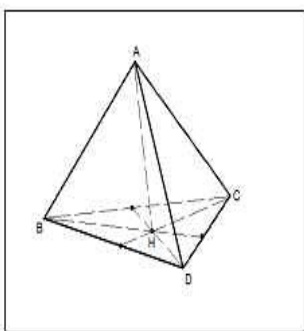
Доведення:

- 1) точка H може співпадати з якоюсь із точок B, C, D. Нехай $H \neq B$, $H \neq C$
- 2) $AH \perp (DBC) \Rightarrow AH \perp BH, AH \perp CH, AH \perp DH$,
- 3) Розглянемо трикутники: ABH, BCH, ADH

AH – спільна у прямокутних трикутниках ABH, BCH, ADH, $AC=AB=AD$ за властивістю правильного тетраедра $\Rightarrow BH=CH=DH$, тобто H – є ортоцентром ABC. Що необхідно було довести.

В правильному тетраедрі висоти перетинаються в одній точці. (Такі тетраедри називаються ортоцентричними, а точка є ортоцентром.)

Властивість 5: Кут нахилу бічного ребра до основи; кут нахилу бічної грані до основи у правильному тетраедрі



Итак, кому ж, как не мне,
Катету, незримому, немому,
Доказывать тебе вполне
Обыденную теорему обратную,
Где луча глаз доказанных
Обилием пугал,
Жизнь требует найти от нас то,
Чем располагаем: угол.

И. Бродский. Пенье без музыки

Використовуючи теорему косинусів для тригранного кута B(ACD) маємо:

$$\cos \alpha = \frac{\cos 60^\circ - \cos 60^\circ \cdot \cos 60^\circ}{\sin 60^\circ \sin 60^\circ} = \frac{1}{3} \quad \alpha = \arccos \frac{1}{3}.$$

Використовуючи теорему косинусів для тригранного кута C(AMD) маємо:

$$\cos \alpha = \frac{\cos \varphi - \cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ}{\sin 60^\circ \cdot \sin 30^\circ} = \frac{1}{3}, \quad \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \varphi = \arccos \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Задача. Знайти суму двогранного кута правильного тетраедра і двогранного кута правильного октаедра.

Властивість 6:

С ранних лет человек рисует на ... «плоскостях», чтобы дать впечатление о пространстве, глубине и объеме... М. Эшер

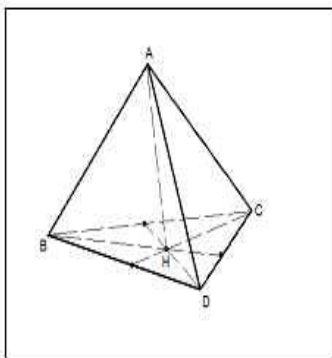
Паралельне проектування
Какая ночь! Зашел я в хату,
Весь лес лучами озарен
И как по кованому злату,
Тенями ночи зачервлен.

О, первых листьев красота,
Омытых в солнечных лучах,
С новорожденною их тенью
Ф. Тютчев

К. Случевский

Задача 1. Чи правильно, що плоска фігура дорівнює своїй проекції тільки за умови, коли вона розміщена в площині, паралельній площині проєкцій? (Ні. Якщо ABCD – правильний тетраедр, а проєктуючи пряма АВ, то грань BCD – проєкція грані ACD. Ці грані рівні, хоча не лежать в паралельних площинах).

Задача 2. Чи може проєкцією правильного тетраедра на площину бути:



-правильний трикутник; неправильний трикутник; квадрат; чотирикутник, що не є квадратом.

Відповідь: так.

Ортогональне проектування

$$S_{BHD} = S_{ABD} \cdot \cos \alpha ; S_{BHC} = S_{ABC} \cdot \cos \alpha ; S_{CHD} = S_{ACD} \cdot \cos \alpha$$

Додамо рівності: $S_{BCD} = S_{\text{бічна}} \cdot \cos \alpha$. Тому $S_{\text{основи}} < S_{\text{бічна}}$.

Зауваження: при паралельному проектуванні таке становище не

є обов'язковим. Площа основи може ставати як завгодно великою. Наприклад, таке становище можна спостерігати при заході сонця.

Песок сыпучий по колени...

Мы едем – поздно – меркнет день,

И сосен, по дороге, тени

Уже в одну слилися тень.

Ф. Тютчев

Задача 3. Ребро правильного тетраедра a .

-Знайти площу проєкції тетраедра на площину, перпендикулярну до ребра.

$$(В.: \frac{\sqrt{2}}{4} a^2)$$

-Знайти площу проєкції тетраедра на площину, паралельну двом мимобіжним ребрам. (В.: $\frac{1}{2} a^2$).

Властивість 7: Кут між мимобіжними ребрами в правильному тетраедрі

Не следует придавать значения тому факту,
Что алгебра и геометрия по видимости

В раздельной четкости лучей

И в чадной смертности видений

Всегда над нами – власть везений

различны.

Алгебраические факты есть факты геометрические, которые доказаны.

Омар Хайям

Нехай $\alpha = \angle(AB; CD)$ $\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BD}$ $AD^2 = AB^2 + BD^2 + 2\overline{AB} \cdot \overline{BD}$ (1)

$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} \quad AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2\overline{AB} \cdot \overline{BC} \quad (2)$$

Віднімемо від (1) рівність (2):

$$AD^2 - AC^2 = BD^2 - BC^2 + 2 \cdot \overline{AB} (\overline{BD} - \overline{BC})$$

$$\overline{BD} - \overline{BC} = \overline{CD} \text{ і тому:}$$

$$AD^2 + BC^2 - AC^2 - BD^2 = 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CD} \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \left| \frac{AD^2 + BC^2 - AC^2 - BD^2}{2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CD}} \right| - \text{формула знаходження}$$

кута між мимобіжними прямими

Мимобіжні ребра правильного тетраедра перпендикулярні

Спосіб 1. Доведення:

Трикутник BCD- правильний, точка А проектується в точку Н, що є центром правильного трикутника BCD.

Похила AD має проекцією HD на площині BCD.

$BC \perp HD$. За теоремою про три перпендикуляри

$BC \perp AD$.

Спосіб 2. Доведення:

Введемо базис: \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} . $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$;

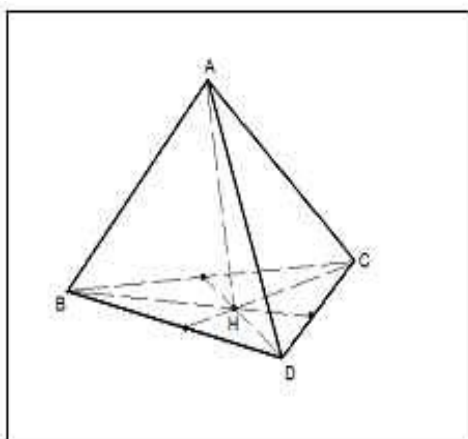
$$\angle(\vec{a}; \vec{b}) = \angle(\vec{b}; \vec{c}) = \angle(\vec{a}; \vec{c}) = 60^\circ$$

Доведемо, що $BC \perp AD$, тобто $\overline{BC} \perp \overline{AD}$ за допомогою скалярного добутку:

$$\overline{BC} \cdot \overline{AD} = 0 \quad \overline{BC} = \vec{c} - \vec{b} \quad \overline{BC} \cdot \overline{AD} = \vec{a} \cdot (\vec{c} - \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos 60^\circ - |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 60^\circ = 0, \quad \text{що}$$

доводить перпендикулярність відповідних векторів та протилежних ребер правильного тетраедра.

Узагальнення: Якщо в трикутній піраміді всі плоскі кути при вершині прямі або якщо є дві пари мимобіжних перпендикулярних ребер, то вершина піраміді проектується в ортоцентр основи піраміді.



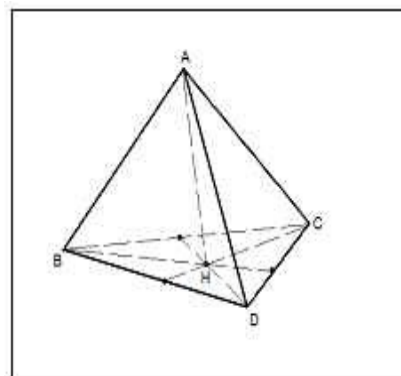
Властивість 8:

Відстань між мимобіжними ребрами правильного тетраедра з ребром а.

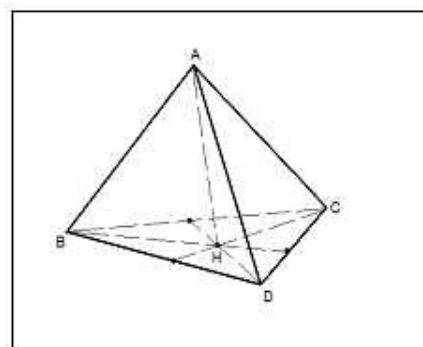
Страус завжди знаходиться на рівном відстані від свого клюва і свого хвоста.

С ее триадой измерений.

И. Анненский



але



Ж. Ренар

$\left. \begin{array}{l} SM \perp AB \\ CM \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (SMC) \quad \left. \begin{array}{l} MN \perp SC \\ MN \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow MN$ спільний перпендикуляр до мимобіжних прямих АВ та SC. За теоремою Піфагора з трикутника SMC:

$$MN = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

Властивість 9:

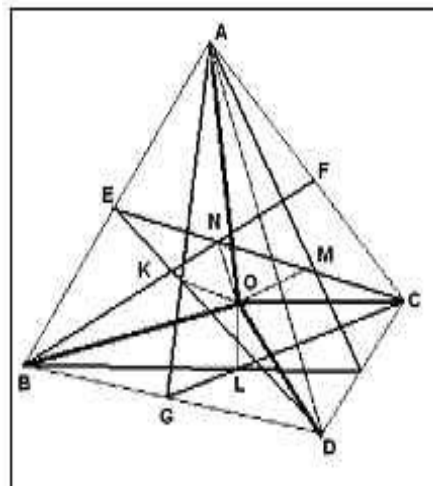
- Якщо в піраміді дорівнюють всі довжини бічних ребер або всі бічні ребра утворюють з площиною основи рівні кути, то навколо основи можна описати коло, а вершина піраміди проектується в центр цього кола. (Точка простору, що рівновіддалена від вершин многокутника)
- Якщо всі двогранні кути при основі піраміди рівні, то в основу піраміди можна вписати коло, а вершина піраміди проектується в центр цього кола. (Точка простору, що рівновіддалена від сторін многокутника)

Властивість 10: Шість площин симетрії перетинаються в одній точці. В точці О перетинаються чотири прямі, які проведено через центри описаних навколо граней кіл перпендикулярно до площин граней. Точка О є центром описаної кулі (сфери).

Дано: ABCD – правильний тетраедр

$$OL \perp (BCD), OK \perp (ABD)$$

$$OM \perp (ACD), ON \perp (ABC)$$



Довести: О – центр описаної кулі; Шість площин симетрії перетинаються в точці О;

Доведення.

1) $OL \perp (BCD)$, $CG \perp BD$, бо трикутник BCD - рівносторонній $\Rightarrow GO \perp BD$ (за теоремою про три перпендикуляри);

2) $GO \perp BD$, $BG = GD$, бо AG – медіана $\triangle ABD$

Трикутник BOD - рівнобедрений $\Rightarrow BO = DO$

$GO \in (BOD)$, $(ABD) \cap (BOD) = BD$, $KO \perp (ABD)$, $ED \perp AB$, бо трикутник ABD – рівносторонній $\Rightarrow OE \perp AD$ (за теоремою про три перпендикуляри)

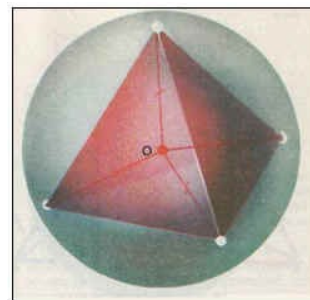
$OE \perp AB$, $BE = AE$, бо DE – медіана трикутника ABD.

Трикутник AOB – рівнобедрений $\Rightarrow BO = AO$, $OE \in (AOB)$, $(AOB) \cap (ABD) = AB$, $ON \perp (ABC)$, $OF \perp AC$ (за теоремою про три перпендикуляри)

$BF \perp AC$, бо $\triangle ABC$ - рівносторонній, $OF \perp AC$, $AF = FC$, бо BF – медіана трикутника ABC .

Трикутник AOC - рівнобедрений $\Rightarrow AO = CO$, $OF \subset (AOC)$, $(AOC) \cap (ABC) = AC$, $BO = DO$,

$BO = AO \Rightarrow AO = BO = CO = DO$ – радіуси кулі, що описано навколо тетраедра $ABCD$.

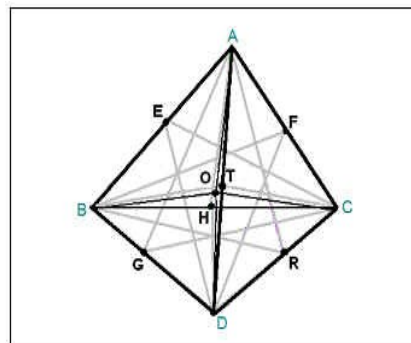


$(ABR) \cap (ACG) = AO$, $(BCT) \cap (ABR) = BO$, $(ACG) \cap (BCT) = CO$,
 $(ADH) \cap (CED) = DO$.

$AB \perp (ABR) \Rightarrow (ABR) \cap (BCT) \cap (ACG) \cap (ADH) \cap (CED) \cap (BDF)$;

$BC \perp (BCT)$, $AC \perp (ACG)$, $AD \perp (ADH)$,
 $CD \perp (CED)$, $BD \perp (BDF)$.

Тому точка O є центром описаної кулі, та в ній перетинаються шість площин симетрії правильного тетраедра.



Властивість 11: Центри описаної та вписаної куль співпадають у правильному тетраедрі.

Дано: $DABC$ – правильний тетраедр

O_1 - центр описаної кулі O - центр вписаної кулі

N – точка дотику вписаної кулі з гранню ABC

Довести: $O_1 = O$

Доведення: Нехай $OA = OB = OD = OC$ – радіуси описаних кіл. Опустимо $ON \perp (ABC)$.

Трикутники $AON = CON$ – прямокутні, за катетом і гіпотенузою $\Rightarrow AN = CN$

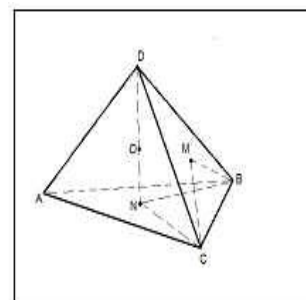
Опустимо $OM \perp (BCD)$. Трикутники $COM = DOM$ - прямокутні, рівні за катетом і гіпотенузою $\Rightarrow CM = DM$. Трикутники CON та COM рівні $\Rightarrow ON = OM$. $ON \perp (ABC) \Rightarrow ON, OM$ – радіуси вписаної кулі. $OM \perp (BCD)$.

Теорема доведена.

Властивість 12: Сума відстаней від довільної точки M , що взято всередині правильного тетраедра до його граней є величина постійна.

Поєднавши вершини тетраедра з точкою M розбиваємо заданий правильний тетраедр на чотири правильні піраміди. Основою пірамід будуть однакові правильні трикутники, а висотами – відстані від точки M до кожної з площин.

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$



$$\frac{1}{3}S_{\Delta} \cdot H = \frac{1}{3}S_{\Delta} \cdot h_1 + \frac{1}{3}S_{\Delta} \cdot h_2 + \frac{1}{3}S_{\Delta} \cdot h_3 + \frac{1}{3}S_{\Delta} \cdot h_4$$

$H = h_1 + h_2 + h_3 + h_4$ - величина постійна, не залежна від положення точки М.

Властивість 13:

Поєднавши вершини тетраедра з точкою О, що є центром описаної та вписаної кулі, правильний тетраедр розбивається на чотири правильні піраміди. Ці піраміди мають в основі однакові правильні трикутники та висотою їх є радіус вписаної кулі.

Властивість 14: Центр вписаної та описаної кулі в правильному тетраедрі ділить висоту тетраедра на відрізки, відношення яких дорівнює трьом починаючи від вершини.

Дано: ABCD – правильний тетраедр;

О – центр описаної кулі; $AH \perp (CBD)$

Довести: $\frac{AO}{OH} = 3$

Доведення: Розглянемо трикутник АКН, КО бісектриса, бо О- центр вписаної кулі. За властивістю бісектрис

$$\frac{AO}{OH} = \frac{AK}{KH} = \frac{AK}{\frac{1}{3}KB}, \text{ але } AK=KB, \text{ бо тетраедр}$$

правильний. Тому $\frac{AO}{OH} = \frac{AK}{\frac{1}{3}AK} = 3$.

Для правильного тетраедра існує можливість його взаємного розміщення з сферою або кулею – дотик до них всіма своїми ребрами. Таку сферу або кулю іноді називають “напіввписаною”.

Властивість 15: Відрізки, що поєднують середини протилежних ребер та перпендикулярні до цих ребер є радіусами напіввписаної сфери.

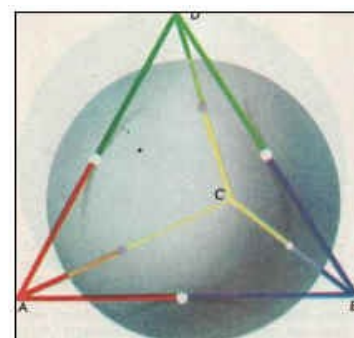
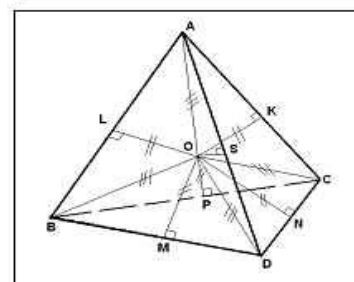
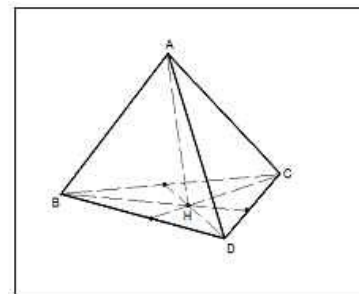
Дано:

ABCD – правильний тетраедр;

$OL \perp AB, OK \perp AC, OS \perp AD, ON \perp CD,$

$OM \perp BD, OP \perp BC,$

$AL = BL, AK = CK, AS = DS, BP = CP, BM = DM, CN = DN.$



Довести:

$$LO = OK = OS = OM = ON = OP$$

Доведення.

Тетраедр ABCD – правильний $\Rightarrow AO = BO = CO = DO$.

Розглянемо трикутники AOB, AOC, COD, BOD, BOC, AOD.

$AO = BO \Rightarrow$ трикутник AOB – рівнобедрений $\Rightarrow OL$ – медіана, висота, бісектриса

$AO = CO \Rightarrow$ трикутник AOC – рівнобедрений $\Rightarrow OK$ – медіана, висота, бісектриса

$CO = DO \Rightarrow$ трикутник COD – рівнобедрений $\Rightarrow ON$ – медіана, висота, бісектриса

Трикутники AOB, AOC, COD – рівні, $BO = DO \Rightarrow$ трикутник BOD – рівнобедрений \Rightarrow трикутники BOD, BOC, AOD – рівні та OM – медіана, висота, бісектриса;

$AO = DO \Rightarrow$ трикутник AOD – рівнобедрений $\Rightarrow OS$ – медіана, висота, бісектриса;

$BO = CO \Rightarrow$ трикутник BOC – рівнобедрений

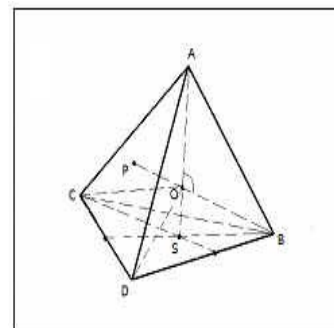
$\Rightarrow OP$ – медіана, висота, бісектриса. Маємо:

$$AO = BO = CO = DO, AB = AC = AD = BC = BD = CD.$$

OL, OK, ON, OM, OS, OP – висоти в рівних трикутниках.

Тому OL, OK, ON, OM, OS, OP радіуси сфери.

Наслідок: В правильному тетраедрі можна провести напіввписану сферу.



Властивість 16: Тупий кут між перпендикулярами, які проходять через вершини тетраедра до ортоцентрів, дорівнює $109^{\circ}28'$.

Дано: ABCD – правильний тетраедр; O – центр описаної сфери;

Довести: $\angle AOB = 109^{\circ}28'$

Доведення: 1) AS – висота; $\angle ASB = 90^{\circ} \Rightarrow \triangle OSB$ прямокутний

$$2) \frac{AO}{OS} = \frac{BO}{OP} = 3 \quad (\text{за властивістю правильного тетраедра})$$

3) $AO = BO$ – радіуси описаної сфери

$$4) \cos \angle BOS = \frac{OS}{BO} = \frac{1}{3} \Rightarrow \angle BOS \approx 70^{\circ}32' \quad \Rightarrow \frac{BO}{OS} = 3$$

$$5) \left. \begin{array}{l} \angle AOB + \angle BOS = 180^{\circ} \\ \angle BOS = 70^{\circ}32' \end{array} \right\} \Rightarrow \angle AOB = 109^{\circ}28'$$

6) $AO = BO = CO = DO \Rightarrow \triangle AOB = \triangle AOC = \triangle AOD = \triangle COD = \triangle BOD = \triangle BOC$

(за властивістю правильного тетраедра)

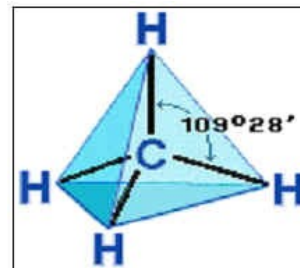
$\Rightarrow \angle AOB = \angle AOC = \angle AOD = \angle COD = \angle BOD = \angle BOC = 109^{\circ}28'$. Що необхідно було довести.

Цікавим є той факт, що саме такий кут мають деякі органічні речовини: сілікати, вуглеводи.

В результаті виконання роботи учні назвали точку, що є центром правильного тетраедра «чудовою точкою»

«**Чудова точка**» в правильному тетраедрі має особливості:

- є точкою перетину трьох осей симетрії
- є точкою перетину шести площин симетрії
- є точкою перетину висот правильного тетраедра
- є центром вписаної сфери (кулі)
- є центром напіввписаної сфери (кулі)
- є центром описаної сфери (кулі)
- є центром мас правильного тетраедра
- є вершиною чотирьох рівних правильних трикутних пірамід з основами, що є гранями правильного тетраедра.



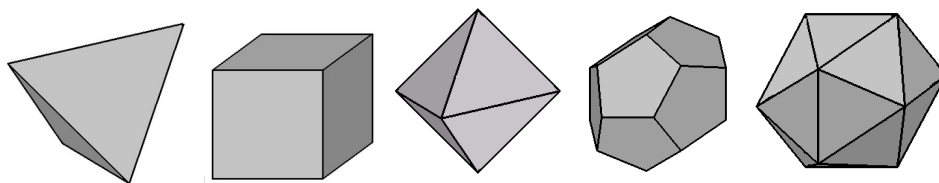
Довідка: Між предметна довідка про те, що основу молекул сілікатів утворюють атомні радикали $[\text{SiO}_4]^{4-}$, що мають форму тетраедрів.

Сілікати – це пісок, глина, цегла, скло, цемент, емаль, тальк, асбест, смарагд, топаз. 75% земної кори – сілікати.

Йоганн Кеплер називав куб "батьком" всіх правильних многогранників. На основі куба він міг побудувати всі інші види правильних многогранників.

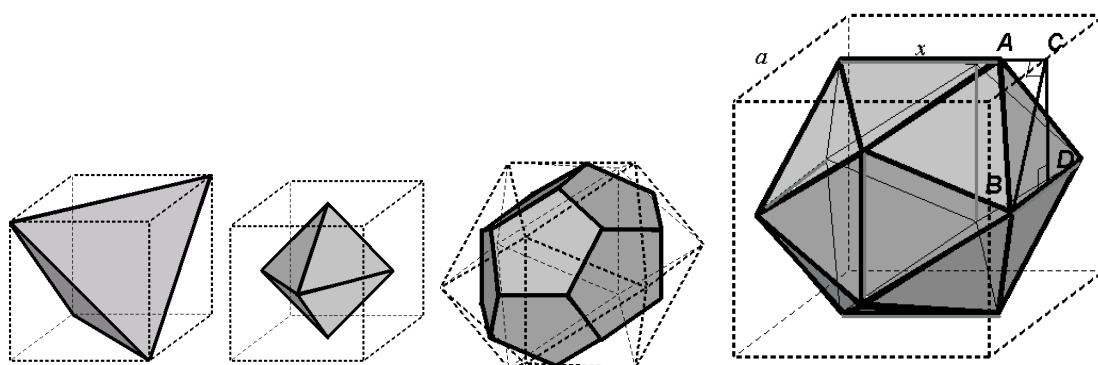
Якщо провести в протилежних гранях куба мимобіжні діагоналі, то їх кінці будуть вершинами правильного тетраедра.

Рис. Правильні многогранники

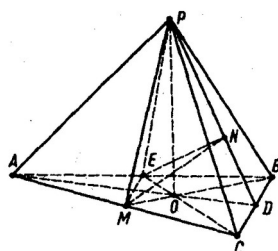


Тетраедр Куб Октаедр Додекаедр Ікосаедр

Рис. Отримання правильних многогранників з куба



Використаємо взаємозв'язок правильного тетраедра та куба при розв'язанні задач.



Я вынул ось координат

И вбил в пространство словно гвоздь,

Когда придет случайный гость –

Повесит шляпу или трость.

В. Друк

Задача.

У правильній трикутній піраміді $ABCP$ всі ребра рівні. Відрізок MN з'єднує середину ребра AC з центром грані CBP , PE – висота грані ABP . Знайти кут між прямими MN і PE .

1 спосіб. На рис. зображено правильну трикутну піраміду, що є правильним тетраедром, бо за умовою всі ребра рівні. Нехай довжина ребра дорівнює 1. Введемо базисні вектори $\overline{AP} = \overline{a}$, $\overline{AB} = \overline{b}$, $\overline{AC} = \overline{c}$. Зазначимо, що $|\overline{a}| = |\overline{b}| = |\overline{c}| = 1$, $\overline{a} \cdot \overline{b} = \overline{b} \cdot \overline{c} = \overline{c} \cdot \overline{a} = \frac{1}{2}$, бо $\angle PAB = \angle BAC = \angle PAC = 60^\circ$. $\overline{PE} = \frac{1}{2}\overline{b} - \overline{a}$; $|\overline{PE}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{c}$;

$$\overline{AN} = \frac{1}{3}(\overline{a} + \overline{b} + \overline{c}); \quad \overline{MN} = \overline{AN} - \overline{AM} = \frac{1}{3}(\overline{a} + \overline{b} + \overline{c}) - \frac{1}{2}\overline{c} = \frac{1}{3}\overline{a} + \frac{1}{3}\overline{b} - \frac{1}{6}\overline{c};$$

$$MN^2 = \left(\frac{1}{3}\overline{a} + \frac{1}{3}\overline{b} - \frac{1}{6}\overline{c}\right)^2 = \frac{1}{36}(2\overline{a} + 2\overline{b} - \overline{c})^2 = \frac{1}{36}(4\overline{a}^2 + 4\overline{b}^2 + \overline{c}^2 + 8\overline{a} \cdot \overline{b} - 4\overline{a} \cdot \overline{c} - 4\overline{b} \cdot \overline{c}) = \frac{1}{36} \cdot 9 = \frac{1}{4}$$

$$|\overline{MN}| = \frac{1}{2}. \text{ Приймавши за } x \text{ невідомий кут, маємо: } \cos x = \frac{|\overline{PE} \cdot \overline{MN}|}{|\overline{PE}| \cdot |\overline{MN}|}.$$

$$\overline{PE} \cdot \overline{MN} = \left(\frac{1}{2}\overline{b} - \overline{a}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\overline{a} + \frac{1}{3}\overline{b} - \frac{1}{6}\overline{c}\right) = -\frac{1}{6}\overline{a} \cdot \overline{b} - \frac{1}{12}\overline{b} \cdot \overline{c} + \frac{1}{6}\overline{a} \cdot \overline{c} + \frac{1}{6}\overline{b}^2 - \frac{1}{3}\overline{a}^2 = -\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = -\frac{5}{24}$$

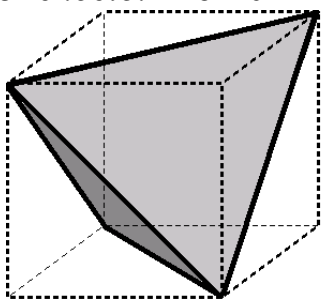
Підставляючи у формулу для знаходження косинуса кута маємо:

$$\cos x = \frac{\left|-\frac{5}{24}\right|}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{5}{6\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{18}.$$

2 спосіб. Розглянемо піраміду $PEMN$. Згідно формули, що виведено у властивості 7 маємо:

$$\cos x = \frac{|PM^2 + EN^2 - ME^2 - PN^2|}{2PE \cdot MN} = \frac{\left| \frac{3}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \right|}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{5}{12} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{18}.$$

3 спосіб. Помістимо нашу піраміду в куб та введемо прямокутну систему координат. $B(0;0;0)$, $A(1;0;1)$, $C(1;1;0)$, $P(0;1;1)$. M - середина AC , тому $M(1;0,5;0,5)$, $N(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3})$ - центр грані CBP , координати знайшли за формулою центра мас. Трикутник ABP рівнобедрений, тому точка E , яка є основою висоти PE , буде серединою AB : $E(0,5; 0; 0,5)$.



$$\cos x = \frac{|\overline{MN} \cdot \overline{PE}|}{|\overline{MN}| \cdot |\overline{PE}|} = \frac{\left| -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \cdot (-1) + \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \right|}{\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(-\frac{1}{6}\right)^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (-1)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2}} =$$

$$\overline{MN} \left(\frac{1}{3} - 1; \frac{2}{3} - \frac{1}{2}; \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) = \left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{6}; -\frac{1}{6} \right). \quad \overline{PE} = \left(\frac{1}{2} - 0; 0 - 1; \frac{1}{2} - 1 \right) = \left(\frac{1}{2}; -1; -\frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{\left| -\frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \right|}{\sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36}} \cdot \sqrt{\frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{4}}} = \frac{\left| -\frac{5}{12} \right|}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{5}{6\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{18} \quad \text{Відповідь: } \arccos \frac{5\sqrt{3}}{18}.$$

Додаток П

Позакласний проект „Світ багатогранників”

Учебний проект «Світ багатогранників» орієнтований на використання при вивченні геометрії у 10-му класі. Містить різнопланові матеріали для актуалізації знань з предмета. Багатогранники можуть мати різну та складну будову. Ріні будівлі, наприклад будинки з цегли та бетонних блоків, представляють собою приклади багатогранників. З усіх багатогранників ми розглянемо:

1. Платонові тіла.
2. Архімедові тіла.
3. Тіла Кеплера – Пуансо.

Вивчення цих матеріалів дозволить учням поглибити, розширити теоретичні та практичні навички з цієї теми, розвинути математичне та системно-логічне мислення, сформувати математичну культуру та розуміння універсального

характеру математики, систематизувати міжпредметні зв'язки з такими предметами як: креслення, прикладне та художнє мистецтво, інформатика, історія, література.

Приблизний час виконання проекту: 2 уроки (з необхідною позаурочною попередньою підготовкою).

Основа проекту:

Освітні стандарти. Всі стандарти, на які орієнтовано проект, знаходяться у фокусі організаційної діяльності та оцінювання під час підготовки та виконання проекту. Відведений час на підготовку та виконання проекту відповідає кількості та значущості елементів змісту (компетентності, знань, умінь, навичок та способів діяльності учнів). Достатня кількість часу пропонується на адекватне вивчення шкільного елемента змісту.

Дидактичні цілі/ Очікувані результати навчання

Після виконання проекту учні зможуть:

- Формувати навички самостійної навчальної діяльності;
- Розвивати бачення проблематики та намітити шляхи її розв'язання;
- Сформувати навички як індивідуальної діяльності так і роботи в команді;
- Сформувати навички публічного виступу;
- Сформувати інформаційну та комунікативну компетентність учнів;
- Розвинути навички практичного використання отриманих знань і вмінь у практичній діяльності та повсякденному житті;
- Розвиток вміння спостерігати та аналізувати, виділяти суттєві ознаки та на їх основі робити висновки.

Напрямні питання проекту

Основне питання	Чи існує гармонія між красою та багатокутністю?
Проблемні питання учбової теми	<p>1.Яким чином кількість граней та їх вид впливають на властивості багатогранника?</p> <p>2.Як представлений світ багатогранників у геометрії?</p> <p>3.Як космічна гіпотеза про будову сонячної системи за Кеплером пов'язана з багатогранниками?</p> <p>4.Яким чином форма багатогранників знайшла втілення в архітектурі, живописі та природі?</p>
Учбові питання	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Як навчитися визначати вид та властивості багатогранників у залежності від виду многокутників, з яких він створений? ▪ Як навчитися опрацьовувати та узагальнювати інформацію, що отримано в результаті проведених досліджень? ▪ Як навчитися працювати з різними програмними

продуктами?

План оцінювання*Графік оцінювання*

До роботи над проектом	Учні працюють над проектом та виконують завдання	Після завершення роботи над проектом
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Стартова презентація вчителя ▪ Анкетування учнів ▪ Створення таблиць З-Ц-У (знаю-цікавлюсь-умію) ▪ Формування груп ▪ Мозковий штурм ▪ Критерії оцінювання презентації ▪ Критерії оцінювання публікації 	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Практична робота за навчальним планом ▶ «Маршрутні листи» для груп ▶ Критерії самооцінки роботи в групі ▶ Неформальне спілкування з учнями в поза урочний час ▶ Блог проекту ▶ Журнал спостережень вчителя ▶ Оціночні листи ▶ Взаємне навчання ▶ Концептуальні карти 	<ul style="list-style-type: none"> ☀ Підсумкова самооцінка якості роботи в групах перед захистом проекту ☀ Критерії оцінювання проекту ☀ Підсумкова урочна конференція ☀ Рефлексія ☀ Конкурс «журналів» учасників проекту ☀ Висвітлення в ліцейних засобах інформації

Опис методів оцінювання

1) Розвиток самостійності і взаємодія

Інструменти: нагадування та підказки, контрольний лист;

2) Моніторинг прогресу навчання

Інструменти: журнал «Траєкторія проекту», таблиця З-Ц-У, лист планування проекту, оцінні аркуші для самооцінки і взаємооцінки, дошка оголошень (обмін відгуками, лист осмислення письмової роботи);

3) Перевірка розуміння і мета пізнання

Інструменти: підказки та навідні запитання, питання для перевірки, спостереження учнів, спостереження вчителя, питання тестів та вікторин.**Необхідні початкові знання, уміння, навички:** знання з математики, інформатики в обсязі, необхідному для роботи над проектом у 10-му класі, уміння роботи в MS Office.**Навчальні заходи:** Навчальний процес у рамках проекту припускає диференційований підхід до тих, кого навчають. У залежності від рівня підготовки їх можна або об'єднати у групи філософів, або ж доручити завдання

для підбору задач для всіх груп, що працюють над проектом, а також при підготовці методичних матеріалів (створення критеріїв і т. д.). Залучення в керуванні і плануванні свого навчання досягається за рахунок простежування виконання графіка проекту, самооцінок готовності до виконання як усього проекту, так і його складових частин, відгуків про спільну роботу.

Матеріали для диференційованого навчання

<p>Учень із проблемами засвоєння навчального матеріалу (проблемний учень)</p>	<p>У випадку, коли в підготовці учня або групи учнів мають пробіли, то на початку роботи над проектом бажано було б сформувати з них окрему групу й у графік виконання проекту внести пункт про коротке нагадування тих знань (може бути навіть невеликий тест з основними означеннями і простими задачами), що будуть необхідні при роботі над проектом. Крім того, підібрати такі навчальні питання, що змогли б базуватися на основних навчальних поняттях, а також зробити допомогу у формуванні плану виконання проекту. Результати роботи цієї групи можна представити в більш простій формі, наприклад, у вигляді буклету або стінгазети.</p>
<p>Учень, для якого мова викладання не рідна</p>	<p>Для групи учнів, що мають мовні проблеми, у план проекту варто ввести корективи, наприклад, на початку запропонувати скласти глосарій (довідник) тих основних понять (визначення, теореми), знання яких необхідно для виконання проекту. Цей довідник може послідовно уточнюватись і поповнюватись. Результатом проекту бажано зробити усну доповідь.</p>
<p>Обдарований учень</p>	<p>Особливу увагу варто звернути на обдарованого учня. Якщо можливо, групам таких учнів, можна запропонувати виконувати групові проекти, що включають розширення і поглиблення рівня знань, розгляд більш складних задач. Виконання проекту дозволить учням вийти на більш високий рівень знань і мислення. Як результат можна запропонувати самим сформулювати проблемне питання для дослідження або знайти самим нову задачу і розв'язати її. Роботу таких груп необхідно контролювати особливо з змісті коректування напрямку їхньої діяльності.</p>

Матеріали і ресурси, необхідні для проекту: фотоапарат, лазерний диск, комп'ютери, принтер, проекційна система, конференц-устаткування, DVD – програвач, сканер, підключення до Інтернету.

Інформаційні ресурси:

- 1.Левітін К. Геометрична рапсодія. М., Знання, 1976
- 2.Гарднер М. Математичні головоломки і розваги. М., Світ, 1971

3. Гейзер Г. Історія математики в школі. 9-10 класи. М., Освіта, 1983.
4. Газета «Математика», 1996, №26, №28.
5. Журнал «Квант», 1978, №6, 1979 №6, 1986 №1.
6. Штейнгауз Г. Математичний калейдоскоп. М., Наука, 1981.
7. Веннінджер М. Моделі багатогранників., М., Світ 1974.
8. Енциклопедичний словник юного математика. , М., Педагогіка, 1989.
9. Савченко В. Напівправильні багатогранники.//Квант. 1976, №1.
10. Шаригін І., Єрганжієва Л. Наочна геометрія., М., Мирос, 1992.
11. Березин В.Н. Правильні багатогранники //Квант.-1973.-№5
12. Гамаюнов В. Моделі зірчастих багатогранників //Квант.-1981.-№2
13. Шаскольская М.П. Кристаллы.-М.:Наука, 1985
14. Ключева Т.И., Зимін Р.Н. Інтернет-посібник для учнів «Моделі багатогранників».- <http://polygran.da.ru>
15. <http://arbuz.uz/>
16. <http://polygran.boom.ru/>
17. <http://www.pravmn.narod.ru/>

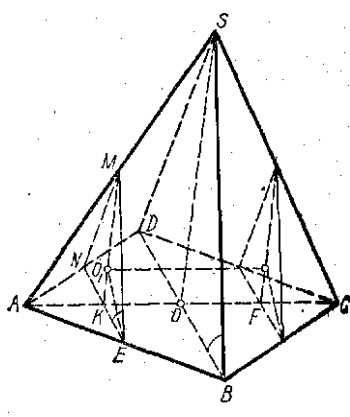
Додаток Р

Трирівнева «Картка-консультант» .

В правильній чотирикутній піраміді бічне ребро дорівнює b та утворює з площиною основи кут α . В цю піраміду вписано рівносторонній циліндр так, що одна з твірних розміщена по діагоналі основи піраміди. Знайти радіус основи циліндра.

1 рівень підказки Зобразіть на малюнку паралельні основи циліндра та скористайтесь умовою рівносторонності циліндра та проаналізуйте з яких відрізків складено половину діагоналі основи піраміди.

2 рівень підказки Знайти AO , KE та скористатися умовою $AO-KO=KE$.



3 рівень підказки Повне розв'язання. Нехай радіус основи циліндра $O_1K = KO = x$, $\angle MEK = \angle SBO = \alpha$, $AK = KE$. З трикутника O_1KE маємо: $AO = b \cos \alpha$,

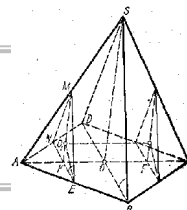
$KE = O_1K \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = x \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$ (циліндр рівносторонній). Тоді

$$AO-KO=KE; \quad b \cos \alpha - x = x \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}. \quad \text{Тому} \quad x = \frac{b \cos \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}.$$

"Картка-консультант" 2. Дій за планом.

Завдання. В правильній чотирикутній піраміді бічне ребро дорівнює b та утворює з площиною основи кут α . В цю піраміду вписано рівносторонній циліндр так, що одна з твірних розміщена по діагоналі основи піраміди. Знайти радіус основи циліндра.

№ кроку	План знаходження	Застосування плану
1	Зобразити рисунок, зробити позначення	Нехай радіус основи циліндра $O_1K = KO = x$, $\angle MEK = \angle SBO = \alpha$, $AK = KE$.
2	Розглянути трикутник O_1KE та знайти його елементи	$AO = b \cos \alpha$ $KE = O_1K \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = x \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$
3	Використати умову $AO - KO = KE$	$b \cos \alpha - x = x \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$
4	Виразити x .	$x = \frac{b \cos \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}$



Додаток С Індивідуальна карта проектанта

Клас _____ Керівник проекту _____

Тема проекту _____

Дата початку роботи _____

Дата захисту _____

Етапи проекту	Критерії оцінювання	Кількість балів	
		максимальна	фактична
Початок проекту	Актуальність обраної теми	5	
	Практична значимість теми	5	
	Аргументованість цілей роботи	5	
Планування роботи	Вміння відбирати інформацію	5	
	Вміння організувати роботу в команді	5	
	Визначення внеску кожного члена групи	5	
Пошуково-інформаційна діяльність	Відповідність теми та змісту	5	
	Логічність та послідовність викладання	5	

	Чіткість міркувань та висновків			5	
	Доступність для розуміння			5	
Результати та висновки	Естетичність оформлення результатів			5	
	Відповідність оформлення стандартним вимогам			5	
Презентація	Якість доповіді			5	
	Об'єм та глибина знань з теми			5	
	Культура мови			5	
	Відчуття часу			5	
	Вміння тримати увагу слухачів			5	
	Вміння дискутувати			5	
Оцінка процесу та результатів роботи	Отримані результати та їх оцінка			5	
	Рівень самостійності при проектуванні всіх етапів			5	
Критерії виставлення оцінки				Всього балів	
Бали	100-80	79-60	59 і менше	100	
Рівень	високий	достатній	середній	Підсумкова оцінка	

Додаток Т

Підсумкова контрольна робота за курс 10-го класу

- Медіана трикутника ділить цей трикутник на два рівнобедрених трикутника (розглянути можливі варіанти) . Скільки площин можна провести через цю медіану, ортоцентр та центр мас цього трикутника.
- Два рівнобедрених трикутника ABK та ABM мають спільну основу $AB=24$, при цьому $AK=BK=13$, $AM=BM=20$. Знайти суму всіх різних цілих значень, що може приймати довжина відрізка MK .
- Дано тетраедр $MABC$, в якому $BC=10$, $AM=11$. Точка P лежить на ребрі BC так, що $PC=3$. Через точки C , P , B проведено паралельні площини α , β , γ , що

перетинають пряму AM відповідно в точках A, L, K , причому $AL=6$. Знайти MK , якщо точка L лежить на ребрі AM .

4. Відстань між паралельними площинами α, β , дорівнює 7, а відстань між прямою a , що належить α , та прямою b , що належить β , дорівнює 8. Яким може бути розташування прямих a і b ?

5. В тетраедрі $MAVC$ $AC=BC=AB=3$, $AM=7$, $BM=5$. Скільки площин, перпендикулярних прямій MC , можна провести через пряму AB ?

6. Вершини трикутника ABC віддалені від площини α на відстані 1, 5 та 8. Скільки різних значень може приймати відстань від точки M перетину медіан цього трикутника до площини α ?

7. В кубі $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ з довжиною ребра 6 точка K лежить на ребрі $B_1 C_1$ так, що $B_1 K = 2$; точка M лежить на ребрі AB , при цьому $AM=4$. Знайти кут між прямими AC_1 та KM . (Застосувати планіметричний розв'язок, метод координат та введення базису)

8. В тетраедрі $DABC$ довжини всіх ребер рівні. Відстань між прямими DC та AB дорівнює 6, точка P – середина ребра AD , точка M – середина ребра BC . Знайти відстань між прямими PM та AC .

9. Пряма MA утворює з площиною ABC кут 57° та перпендикулярна прямій AB ; пряма KB утворює з площиною ABC кут 47° і тако ж перпендикулярна до прямої AB . Які значення може приймати кут між прямими MA та KB ?

10. Висота правильної чотирикутної піраміди $MAVCD$ дорівнює 6 та утворює з площинами граней кути по 30° . Знайдіть відстань від точки A до грані MBC .

11. Всередині двогранного кута величиною 60° лежить точка, що віддалена від його граней відповідно на 5 та 2. Знайти відстань від цієї точки до ребра двогранного кута.

12. Точка M лежить всередині куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ так, що пряма AM утворює з площинами $AA_1 B_1$ та ABC кути відповідно в 30° та 45° . Який кут утворює ця пряма з площиною ADA_1 ?

13. Два плоских кути тригранного кута дорівнюють $\frac{2\pi}{3}$ та $\frac{\pi}{3}$. Скільки цілих значень може приймати третій плоский кут?

14. Дано тригранний кут з вершиною M , всі плоскі кути якого – прямі. Пряма MK лежить всередині цього тригранного кута та утворює з всіма його гранями рівні кути. Знайти величину цих кутів.

Додаток У **Урок на тему: «Правильні многогранники»**

Тип уроку: урок вивчення нового матеріалу

Мета уроку: ознайомити учнів з правильними многогранниками, їх характеристиками; розвивати вміння спостерігати, вміння розмірковувати по аналогії, виховувати інтерес до предмету через використання інформаційних технологій, техніки оригамі, виховувати загально трудові навички, графічну культуру.

Задачі уроку: повторити поняття многогранника, випуклого многогранника, його елементів; ввести означення правильного многогранника, зробити характеристику всіх правильних многогранників; розглянути теорему Ейлера (без доведення); ввести формули для обчислення площі поверхні, радіусів вписаного та описаного кіл бокових граней, об'єм правильних многогранників; сприяти розвитку графічної культури учнів.



Форми організації діяльності на уроці: фронтальна, самостійна, індивідуальна

Структура уроку: організаційний момент, повторення, актуалізація знань, вивчення нового матеріалу, динамічна пауза, домашнє завдання, закріплення, рефлексія.

Методи: словесні, наглядні, практичні: навчально-трудові, тренувальні; робота учнів під керівництвом вчителя та самостійно.

Засоби: крейда, класна дошка; екран, проектор, комп'ютер; роздатковий матеріал: картки-тести на закріплення теми, картки-інформатори з творчим домашнім завданням, картки самооцінки.

Хід уроку:

Етапи уроку:	Діяльність учителя	Діяльність учнів:
1. Організаційний момент	Установча бесіда	Слухають учителя
2. Повторення	Фронтальне опитування класу: Що називається многогранником? Який многогранник називається опуклим? Які елементи має многогранник? Які многогранники ви знаєте?	Відповідають на питання вчителя
3.Актуалізація знань	Знайомство учнів з метою уроку	Слухають учителя
4. Вивчення нового матеріалу	МЕДІА-ЛЕКЦІЯ ЧЕРЕЗ ПРЕЗЕНТАЦІЮ Квіти саду геометрії  Виконала: Буковська О. І., вчитель математики ліцею "Престиж" м. Києва	Бесіда. Робота в зошитах (Зображення правильних многогранників) Складання таблиці в зошитах 
	15. Означення правильного многогранника. Види правильних многогранників, їх характеристики. (Бесіда по слайдам)	

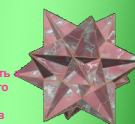
ПЛАН ВИВЧЕННЯ ТЕМИ

- Значення правильного опуклого многогранника.
- Платонові тіла, їх види.
- Формула Ейлера для опуклих многогранників.
- Формули для обчислення об'єму та площі поверхні правильних многогранників.
- Використання форми правильних многогранників природою та людиною.
- Зірчасті многогранники, їх види.
- Архимедові тіла, їх види.



ВЕЛИКИЙ ІКОСАЕДР

Грані великого ікосаедр - трикутниками, що перетинаються. Вершини великого ікосаедр співпадають з вершинами описаного ікосаедр.
Великий ікосаедр був вперше описаний Луї Пуансо в 1809 р.



ПЛАТОНОВІ ТІЛА –правильні опуклі многогранники.



ПРАВИЛЬНИЙ МНОГОГРАННИК - опуклий многогранник, грані якого є правильними многокутниками з однакою кількістю і тією ж кількістю сторін та в кожній вершині якого сходяться одна і та ж кількість ребер.

	Кіл-ть ребер	Кіл-ть вершин	Кіл-ть граней	Вид грані
Тетраедр	6	4	4	▲
Куб	12	8	6	■
Октаедр	12	6	8	▲
Додекаедр	30	20	12	■
Ікосаедр	30	12	20	▲

МАЛИЙ ЗІРЧАСТИЙ ДОДЕКАЕДР

Грані малого зірчастого додекаедра - пентаграми, як і у великого зірчастого додекаедра. У кожній вершині з'єднані п'ять граней. Вершини малого зірчастого додекаедра співпадають з вершинами описаного ікосаедр.
Малий зірчастий додекаедр був вперше описаний Кеплером у 1619 р.



ФОРМУЛИ ДЛЯ ПРАВИЛЬНИХ МНОГОГРАННИКІВ

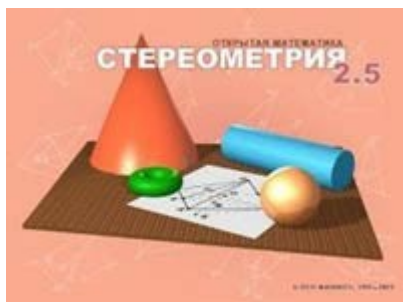
	ОБ'ЄМ	ПЛОЩА ПОВЕРХНІ
Тетраедр	$V = (a^3 \sqrt{2}) / 12$	$S = a^2 \sqrt{3}$
Куб	$V = a^3$	$S = 6a^2$
Октаедр	$V = (a^3 \sqrt{2}) / 3$	$S = 2a^2 \sqrt{3}$
Додекаедр	$V = a^3 (15 + 7\sqrt{5}) / 4$	$S = 3a^2 (5 + 2\sqrt{5})$
Ікосаедр	$V = 5a^3 (3 + \sqrt{5}) / 12$	$S = 5a^2 \sqrt{3}$

ВЕЛИКИЙ ДОДЕКАЕДР

Грані великого додекаедра - п'ятикутниками, що перетинаються. Більші вершини великого додекаедра співпадають з вершинами описаного ікосаедр. Великий додекаедр вперше був описаний Луї Пуансо у 1809 р.



2. Демонстрація динамічних зображень правильних многогранників. (3D рисунки з диску "Открытая математика. Стереометрия")



ВЕЛИКИЙ ЗІРЧАСТИЙ ДОДЕКАЕДР

Грані великого зірчастого додекаедра - пентаграми, як і у малого зірчастого додекаедра. Більш кожна вершина з'єднані три грані. Вершини великого зірчастого додекаедра співпадають з вершинами описаного додекаедра.
Великий зірчастий додекаедр був вперше описаний Кеплером у 1619 р.



ГРАВЮРА ГОЛАНДСЬКОГО ХУДОЖНИКА ЯУРІЦА КОРНЕЛІУСА ЕШЕРА «СИЛИ ГРАВІТАЦІЇ»



3. Характеристики правильних многогранників

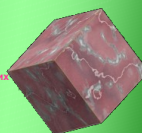
ТЕТРАЕДР

Тетраедр - один з платонових тіл, тобто правильний опуклий многогранник.
Поверхня тетраедра утворена чотирма рівносторонніми трикутниками, що сходяться в кожній вершині по три.



КУБ (ГЕКСАЕДР)

Куб або гексаедр - платонове тіло, тобто правильний опуклий многогранник.
Куб має шість квадратних граней, що сходяться в кожній вершині по три.



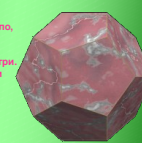
ОКТАЕДР

Октаедр - платонове тіло, тобто правильний опуклий многогранник.
Октаедр має восьми трикутних граней, що сходяться в кожній вершині по чотири.



ДОДЕКАЕДР

Додекаедр - платонове тіло, що має дванадцять п'ятикутних граней, які сходяться в кожній по три. Цю властивість має три зрізні тіла.



Іоганн Кеплер (1571 – 1630 рр.)



«Німецький астроном. У 1619 році дав опис двом зірчастим многогранникам: великому зірчастому додекаедру та малому зірчастому додекаедру
«Займався теорією напірправильних опуклих многогранників»

ІКОСАЕДР

Ікосаедр – правильне тіло, побудоване з 20 трикутних граней. Ікосаедр складається з 20 трикутних граней по 12 ребер. Ікосаедр має одну зірчасту форму.



Платон
428 (427) – 348 (347) рр. до нашої ери

«Давньогрецький філософ-ідеаліст.
«В теорії Платона правильні многогранники відігравали важливу роль.
«Тетраедр символізував вогонь, куб – землю, октаедр – повітря, ікосаедр – воду, а додекаедр – Всесвіт».

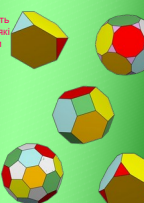


Тіла АРХІМЕДА – напіправильні однорідні опуклі многогранники

- Архимедовими тілами називаються опуклі многогранники, всі многогранні кути яких рівні, а грані – правильні многокутники кількох типів (цим вони відрізняються від платонових тіл).
- Множенню архимедових тіл можна додати на п'ять груп.

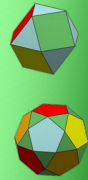
Опуклу групу утворюють 5 тіл многогранників, які можна отримати з п'яти платонових тіл в результаті їх зрізання.

опуклий тетраедр, опуклий куб, опуклий октаедр, опуклий додекаедр, опуклий ікосаедр.



4. Формули площ поверонь, об'єму, радіусів вписаного та описаного кіл для граней. (Слайд)

Опуклу групу утворюють два тіла, що називають напіправильними многогранниками. Ця назва означає, що гранями цього многогранника є правильні многокутники всього двох типів, причому кожна грань одного типу оточена гранями другого типу. Ці два тіла називаються кубоікосаедр та ікосододекаедр.



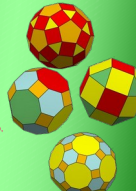
Леонард Ейлер
(1707 – 1783 рр.)
німецький математик та фізик

Формула Ейлера
(для правильних многогранників)
 $G + B - P = 2$




5. Теорема Ейлера
6. Правильні многогранники в природі

Опуклу групу складають кубоікосаедр та ікосододекаедр. Ці тіла називають напіправильними многогранниками. Вони мають також велику симетричність. Кубоікосаедр та ікосододекаедр не належать до кубоікосаедра та ікосододекаедра при іншому величчю граней.





Архімед
біля 287 – 212 рр. до нашої ери

«Давньогрецький вчений.
«Відкрив тринадцять напіправильних опуклих многогранників приписують Архімеду. Він вперше описав їх в роботі, що надійшло до нас. Про це говориться в роботах математика Платона».



Опуклу групу складають два тіла напіправильних многогранників: кубоікосаедр та ікосододекаедр. Ці тіла характеризують поверхню правильних граней. В результаті їх зрізання отримують напіправильні многогранники, на відміну від платонових, не мають площин симетрії. Для вимірювання площини тіл, тоді як площа поверхні такого тіла не змінюється, а вимірювання площини тіла змінюється по дві формули: «Тетраедр та ікоса» не відрізняються так само, як ікоса та ікоса ікоса.



5. Домашнє завдання

Домашнє завдання:
1. Опрацювати параграф підручника
2. Виконати творчу роботу по створенню моделі правильних многогранників в техніці Оригамі
3. Виконати задачі за індивідуальним збірником

Записують домашнє завдання, слухають пояснення учителя

6. Закріплення вивченого матеріалу

1. Повторення основних моментів матеріалу, що вивчено за допомогою Презентації «Чудова п'ятірка» (виконана учнем)

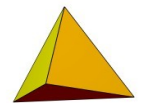
Чудова п'ятірка

«Евклід зовсім не збирався випускати систематичний підручник геометрії. Він мав на меті написати твір про правильні многогранники, який би був розрахований на початківця, і тому йому прийшлося викласти всі необхідні відомості»
Д Арсі Томпсон.

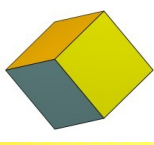
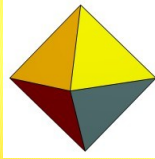
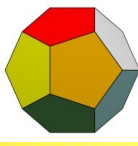
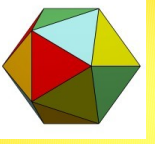


Виконав учень 10-го класу: Євсєєв Дмитро

ТЕТРАЕДР – правильний многогранник, поверхня якого утворена з чотирьох правильних трикутників.

- ВЕРШИН: 4
- РЕБЕР: 6
- ГРАНЕЙ: 4
- $V = (a^3 \sqrt{2})/12$
- $S = a^2 \sqrt{3}$
- $R = (a\sqrt{6})/4$
- $r = (a\sqrt{6})/12$



1. Роблять висновок про те, що вивчали на уроці
2. Відповіді на питання тесту (паперовий варіант на карках або електронний варіант тесту в програмі MS Excel)

	<p>ГЕКСАЕДР (КУБ) – правильний многогранник, поверхня якого утворена з шести правильних чотирикутників (квадратів).</p> <ul style="list-style-type: none"> • ВЕРШИН: 8 • РЕБЕР: 12 • ГРАНЕЙ: 6 • $V = a^3$ • $S = 6a^2$ • $R = (a\sqrt{3})/2$ • $r = a/2$  <p>ОКТАЕДР – правильний многогранник, поверхня якого утворена з восьми правильних трикутників.</p> <ul style="list-style-type: none"> • ВЕРШИН: 6 • РЕБЕР: 12 • ГРАНЕЙ: 8 • $V = (a^3\sqrt{2})/3$ • $S = 2a^2\sqrt{3}$ • $R = (a\sqrt{2})/2$ • $r = (a\sqrt{6})/6$  <p>ДОДЕКАЕДР – правильний многогранник, поверхня якого створена з дванадцяти правильних п'ятикутників.</p> <ul style="list-style-type: none"> • ВЕРШИН: 20 • РЕБЕР: 30 • ГРАНЕЙ: 12 • $V = a^3(15+7\sqrt{5})/4$ • $S = 3a^2\sqrt{5}(5+2\sqrt{5})$ • $R = a\sqrt{3}(1+\sqrt{5})/4$ • $r = (a\sqrt{10}(25+11\sqrt{5}))/20$  <p>ІКОСАЕДР – правильний многогранник, поверхня якого утворена з двадцяти правильних трикутників.</p> <ul style="list-style-type: none"> • ВЕРШИН: 12 • РЕБЕР: 30 • ГРАНЕЙ: 20 • $V = 5a^3(3+\sqrt{5})/12$ • $S = 5a^2\sqrt{3}$ • $R = a\sqrt{2}(5+\sqrt{5})/4$ • $r = a\sqrt{3}(3+\sqrt{5})/12$  <p>2.Індивідуальні консультації по використанню програмного матеріалу</p>	
8. Рефлексія	Консультація по використанню карток рефлексії	Самооцінка своєї діяльності науоці 

Додаток Ф

Теми наукових індивідуальних проектів до конференції

«Симетрія навколо нас»

- 1.Симетрія правильних багатогранників
- 2.Симетрія у фізиці
- 3.Симетрія у хімії
- 4.Симетрія в геології. Симетрія Землі
- 5.Симетрія людини
- 6.Основні положення симетрії в геометрії
- 7.Симетрія рослинного світу
- 8.Симетрія в алгебрі

9. Симетрія та гармонія танцю
10. Симетрія в арабо-мусульманській культурі
11. Симетрія в світовій архітектурі та архітектурі м. Києва
12. Симетрія в моді
13. Симетрія в мові та літературі
14. Симетрія та звукозапис
15. Симетрія в образотворчому мистецтві
16. Симетрія в прикладному українському мистецтві

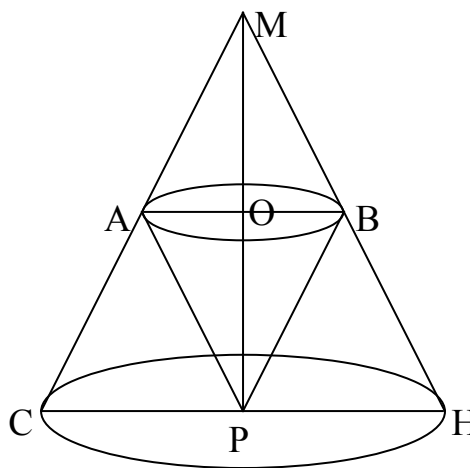
Додаток X1

Фрагмент семінарського заняття «Знаходження найбільших та найменших значень в стереометрії за допомогою нерівностей»

Розглянемо використання нерівності Коші в стереометрії для знаходження відношення об'ємів вписаних одна в одну стереометричних фігур за умови, що вписана фігура має найбільший об'єм з можливого.

Щоб розв'язати таку задачу, використовують елементи вищої математики. Розглянемо приклади таких задач, але розв'яжемо її використовуючи нерівність Коші. Спочатку знайдемо об'єм кожної фігури окремо, потім – відношення цих об'ємів і виразимо його через одну змінну. Звівши вираз до особливого виду, використаємо нерівність Коші. Зведений вираз повинен бути таким добутком, щоб при додаванні множників виразу невідома змінна скоротилася.

Задача 1.



В конус вписуються конуси таким чином, щоб їхні вершини знаходились в центрі круга основи даного конуса, а їхні основи – це перерізи даного конуса площинами, паралельними основі вихідного конуса. Знайти відношення об'єму даного конуса до об'єму вписаного конуса, який має найбільший об'єм.

Розв'язання:

1. Розглянемо конус MCH . Його об'єм буде таким: $V_1 = \frac{1}{3}\Pi(CP)^2(PM)$
2. Розглянемо конус ABP . Його об'єм повинен бути найбільшим для даного випадку, і він буде таким: $V_2 = \frac{1}{3}\Pi(AO)^2(OP)$

3. Тоді знайдемо відношення об'ємів конусів. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{AO^2 \cdot OP}{CP^2 \cdot PM}$

4. Розглянемо трикутник CMP та трикутник AMO . У них: $\angle CMP = \angle AMO$ (спільний).

$AB \parallel CH$ за умовою $\Rightarrow \angle MAO = \angle MCP$. Тоді трикутник CMP подібний трикутнику $AMO \Rightarrow \frac{AO}{CP} = \frac{MO}{MP}$, а тоді відношення об'ємів буде таким:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{MO^2 \cdot (MP - MO)}{MP^3} = \frac{MO^2}{MP^2} - \frac{MO^3}{MP^3} = \left(\frac{MO^2}{MP^2}\right) \left(1 - \frac{MO}{MP}\right)$$

5. Зробимо заміну $X = \frac{MO}{MP}$. Тоді розглянемо відношення об'ємів через нову змінну. $\frac{V_2}{V_1} = f(X) = X^2(1 - X) = 4 \cdot \frac{X}{2} \cdot \frac{X}{2} \cdot (1 - X)$.

6. Використаємо нерівність Коші для функції $f(X)$ так, що $a_1 = \frac{X}{2}; a_2 = \frac{X}{2}; a_3 = (1 - X)$;

$$\sqrt[3]{\frac{X}{2} \cdot \frac{X}{2} \cdot (1 - X)} \leq \left(\frac{\frac{X}{2} + \frac{X}{2} + 1 - X}{3}\right) \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{X}{2} \cdot \frac{X}{2} \cdot (1 - X) \leq 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Leftrightarrow X^2(1 - X) \leq \frac{4}{27}.$$

7. Так як $V_2 \rightarrow \max$, то відношення $\frac{V_2}{V_1}$ повинно також бути максимальним.

$$\frac{V_2}{V_1} \leq \frac{4}{27} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{4}{27}.$$

Відповідь: відношення дорівнює $\frac{4}{27}$.

Додаток X 2

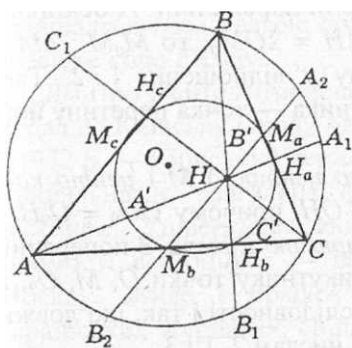
Фрагмент науково-дослідницької роботи МАН на тему:

«Використання комплексних чисел при доведенні теорем планіметрії»

Теорія комплексних чисел може бути використана при розв'язуванні геометричних задач на площині, і навпаки, факти геометричного характеру дозволяють доводити деякі співвідношення та тотожності для комплексних чисел.

- Відстань між точками A і B дорівнює $|AB| = |a - b|$.
- $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$, $|AB|^2 = (a - b)(\bar{a} - \bar{b})$
- Комплексне рівняння прямої $z - z_1 = \frac{z_2 - z_1}{\bar{z}_2 - \bar{z}_1}(\bar{z} - \bar{z}_1)$, $k = \frac{z_2 - z_1}{\bar{z}_2 - \bar{z}_1}$ - комплексний кутовий коефіцієнт
- критерій колінеарності точок O, A, B . $\frac{a}{b} = \frac{\bar{a}}{\bar{b}}$ або $a\bar{b} = \bar{a}b$
- $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \Leftrightarrow (a - b)(\bar{c} - \bar{d}) = (\bar{a} - \bar{b})(c - d)$,
то \overline{BA} і \overline{DC} колінеарні ($A(a), B(b), C(c), D(d)$)
- $(a - b)(\bar{a} - \bar{c}) = (\bar{a} - \bar{b})(a - c)$
 - критерій належності точок A, B, C до одної прямої.
 - $z\bar{z} = 1$ - рівняння одиничного кола
 - Коли точки A, B, C, D належать одиничному колу $z\bar{z} = 1$, то $\bar{a} = \frac{1}{a}$, $\bar{b} = \frac{1}{b}$,
 $\bar{c} = \frac{1}{c}$, $\bar{d} = \frac{1}{d}$

Теорема про коло Ейлера. Нехай M_a, M_b, M_c – середини сторін трикутника ABC , H_a, H_b, H_c – основи висот трикутника ABC , A', B', C' – середини відрізків AH, BH, CH (точки Ейлера). Доведіть, що точки $M_a, M_b, M_c, H_a, H_b, H_c, A', B', C'$ лежать на одному колі (коло Ейлера або коло дев'яти точок)



Доведення планіметричне:

Нехай дано довільний трикутник ABC . Опишемо навколо нього коло з центром O і проведемо висоти AH_a ,

BH_b , CH_c , які перетинаються в ортоцентрі H (рис. 2). Точки, симетричні ортоцентру H відносно сторін трикутника і відносно їх середин, лежать на описаному колі. Наприклад, якщо $HH_a = H_aA_1$ і $HM_a = M_aA_2$, то точки A_1 і A_2 лежать на описаному колі. Тому гомотетія з коефіцієнтом 0,5 і центром H відображає описане коло на коло вдвічі меншого радіуса, яке проходить через середини M_a , M_b , M_c сторін, основи H_a , H_b , H_c його висот і середини A' , B' , C відрізків AH , BH , CH даного трикутника ABC .

Розглянуте коло проходить через 9 визначних точок трикутника, тому його називають *колом дев'яти точок*. А ще — *колом Ейлера*, оскільки славетний швейцарський математик описав його в одній зі своїх праць (1765 р.).

Доведення за допомогою комплексних чисел.

Нехай A_1, B_1, C_1 — середини сторін трикутника ABC , A_2, B_2, C_2 — основи висот трикутника ABC , A_3, B_3, C_3 — середини відрізків AH , BH , CH (точки Ейлера). Доведіть, що точки $A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2, A_3, B_3, C_3$ лежать на одному колі (коло Ейлера або коло дев'яти точок).

Введемо на площині трикутника ABC прямокутну систему координат із центром у точці O так, щоб коло, описане навколо трикутника ABC , було одиничним.

Середини сторін BC , CA , AB мають координати:

$$a_1 = \frac{b+c}{2}, b_1 = \frac{a+c}{2}, c_1 = \frac{a+b}{2}.$$

Нехай E — середина відрізка OH , тоді вона має

$$\text{афікс} \quad e = \frac{a+b+c}{2}. \quad \text{Оскільки}$$

$$e - a_1 = \frac{a}{2}, e - b_1 = \frac{b}{2}, e - c_1 = \frac{c}{2} \text{ і } |a| = |b| = |c| = 1, \text{ то}$$

$$EA_1 = |e - a_1| = \frac{|a|}{2} = \frac{1}{2} = \frac{R}{2}, \quad EB_1 = |e - b_1| = \frac{|b|}{2} = \frac{1}{2} = \frac{R}{2}, \quad EC_1 = |e - c_1| = \frac{|c|}{2} = \frac{1}{2} = \frac{R}{2}, \quad \text{де}$$

$R=1$ — радіус кола, описаного навколо трикутника ABC , тобто $EA_1 = EB_1 = EC_1 = \frac{R}{2}$.

Отже, середини A_1, B_1, C_1 відрізків BC , CA , AB лежать від середини відрізка OH на відстанях, що дорівнюють $\frac{R}{2}$.

Рівняння прямих AH і BC мають вигляд: $z - a = k_{AH}(\bar{z} - \bar{a})$, де $k_{AH} = bc$;

$z - b = k_{BC}(\bar{z} - \bar{b})$, де $k_{BC} = -bc$, або, враховуючи що $b \cdot \bar{b} = 1$, матимемо:

$$\begin{cases} z - bc\bar{z} = a - \bar{a}bc, \\ z + bc\bar{z} = b + c. \end{cases}$$

Знайшовши із системи рівнянь змінну z , знайдемо афікс a_2 точки A_2 перетину АН і ВС: $a_2 = \frac{a+b+c - \bar{a}bc}{2}$. Звідси

$$EA_2 = |e - a_2| = \left| \frac{a+b+c}{2} - \frac{a+b+c - \bar{a}bc}{2} \right| = \left| \frac{bc}{2a} \right| = \frac{1}{2}$$

($|a| = |b| = |c| = 1$), тобто $EA_2 = \frac{R}{2}$. Аналогічно доводиться, що $EB_2 = EC_2 = \frac{1}{2}$.

Отже, точки $A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2$ лежать на колі, центром якого є середина відрізка ОН, а радіус дорівнює $\frac{R}{2}$, де R - радіус описаного кола трикутника АВС.

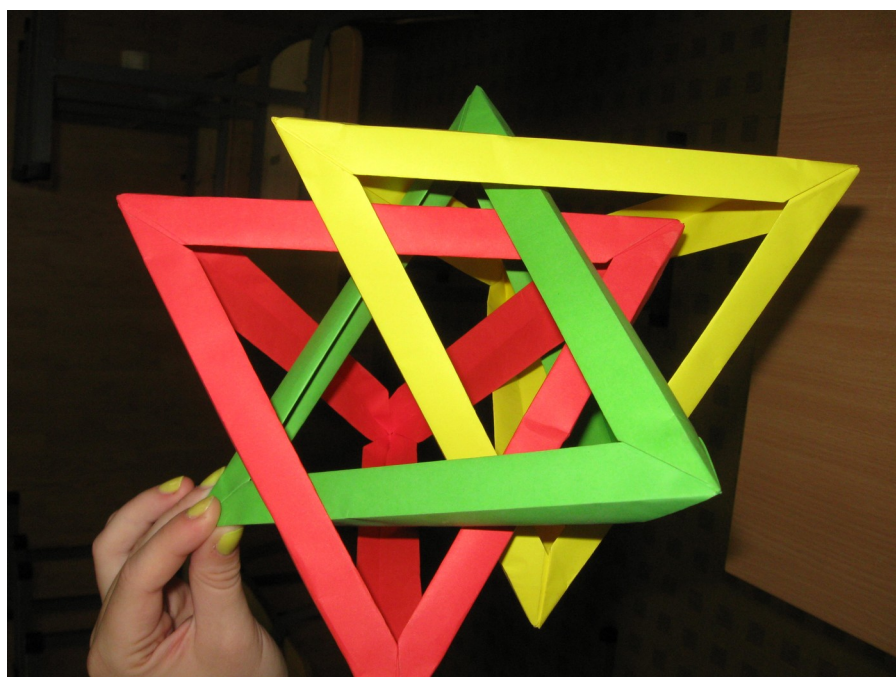
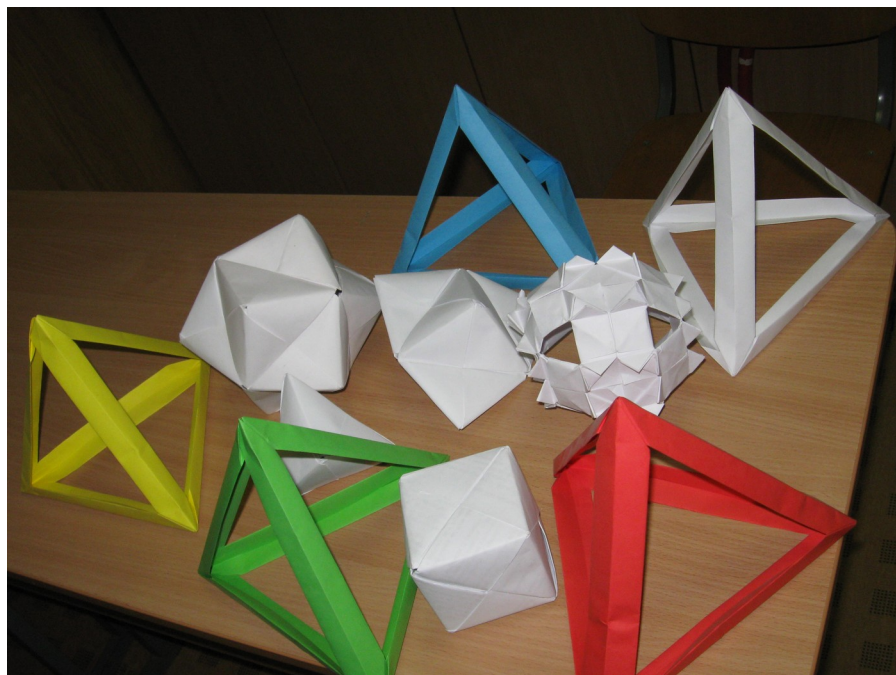
Афікси середин A_3, B_3, C_3 відрізків АН, ВН, СН відповідно такі:

$$a_3 = \frac{a+h}{2} = \frac{a+a+b+c}{2} = \frac{2e+a}{2} = e + \frac{a}{2} \quad b_3 = e + \frac{b}{2}, c_3 = e + \frac{c}{2}.$$

Звідси $EA_3 = |a_3 - e| = \left| \frac{a}{2} \right| = \frac{1}{2} = \frac{R}{2}$. Отже, всі дев'ять точок A_i, B_i, C_i ($i = 1, 2, 3$) лежать

на одному колі $(E; \frac{R}{2})$, центром якого є середина відрізка ОН, а радіус дорівнює $\frac{R}{2}$.

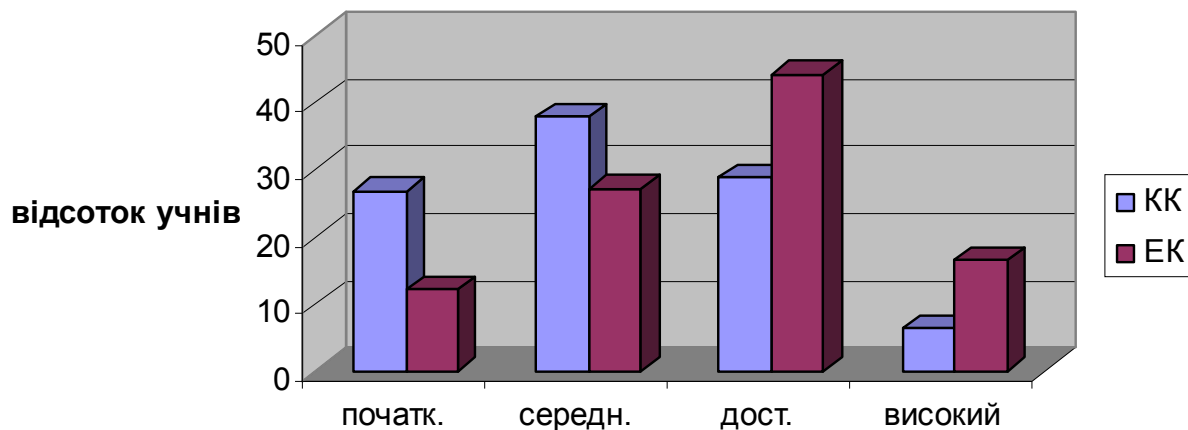
Побудова правильних многогранників за допомогою оригамі



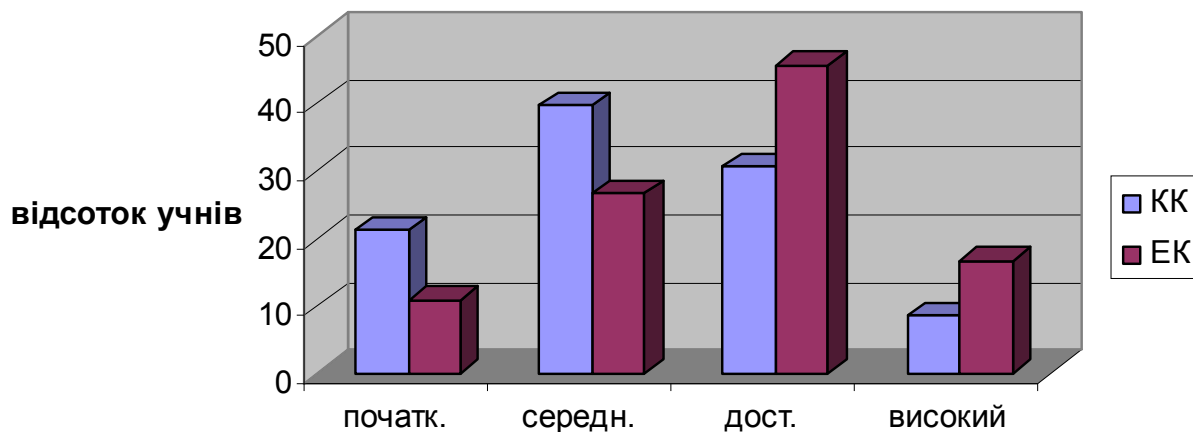
Додаток Ш

Результати експерименту

Розподіл учнів 10-х класів за рівнем умінь СНД



Розподіл учнів 11-х класів за рівнем умінь СНД



Додаток Щ 1

Опрацювання експериментальних даних для застосування статистичного критерію Пірсона

10-і класи	O_{1i}	O_{2i}	n_1	n_2	n_1^*	n_2^*	$n_1^* O_{2i} - n_2^*$	$(n_1^* O_{2i} - n_2^*$	$O_{1i} +$	$(n_1^* O_{2i} - n_2^* O_{1i})^2 / (O_{1i} +$
					O_{2i}	O_{1i}	O_{1i}	$O_{1i})^2$	O_{2i}	$O_{2i})$
	5	15	224	219	3360	1095	2265	5130225	20	256511,3
	10	19	224	219	4256	2190	2066	4268356	29	147184,7
	12	25	224	219	5600	2628	2972	8832784	37	238723,9
	16	25	224	219	5600	3504	2096	4393216	41	107151,6
	20	27	224	219	6048	4380	1668	2782224	47	59196,26
	25	31	224	219	6944	5475	1469	2157961	56	38535,02
	30	23	224	219	5152	6570	-1418	2010724	53	37938,19
	33	21	224	219	4704	7227	-2523	6365529	54	117880,2
	36	19	224	219	4256	7884	-3628	13162384	55	239316,1
	16	7	224	219	1568	3504	-1936	3748096	23	162960,7
15	4	224	219	896	3285	-2389	5707321	19	300385,3	
6	3	224	219	672	1314	-642	412164	9	45796	
Σ	224	219								1751579

$$\text{Тоді } T_{cn} \approx \frac{1751579}{224 \cdot 219} \approx 35,71$$

Додаток Щ 2

Опрацювання експериментальних даних для застосування статистичного критерію Пірсона

11-ї класи	O_{1i}	O_{2i}	n_1	n_2	$n_1 * O_{2i}$	$n_2 * O_{1i}$	$n_1 * O_{2i} - n_2 * O_{1i}$	$(n_1 * O_{2i} - n_2 * O_{1i})^2$	$O_{1i} + O_{2i}$	$(n_1 * O_{2i} - n_2 * O_{1i})^2 / (O_{1i} + O_{2i})$
	4	10	220	212	2100	848	1252	1567504	14	111964,6
	8	15	220	212	3150	1696	1454	2114116	23	91918,09
	11	20	220	212	4200	2332	1868	3489424	31	112562,1
	14	25	220	212	5250	2968	2282	5207524	39	133526,3
	17	29	220	212	6090	3604	2486	6180196	46	134352,1
	25	30	220	212	6300	5300	1000	1000000	55	18181,82
	29	26	220	212	5460	6148	-688	473344	55	8606,255
	33	23	220	212	4830	6996	-2166	4691556	56	83777,79
	34	16	220	212	3360	7208	-3848	14807104	50	296142,1
	16	8	220	212	1680	3392	-1712	2930944	24	122122,7
	13	7	220	212	1470	2756	-1286	1653796	20	82689,8
6	3	220	212	630	1272	-642	412164	9	45796	
Σ	210	212								1241639

$$\text{Тоді } T_{cn} \approx \frac{1241639}{210 \cdot 212} \approx 27,89$$

Додаток Щ 3

Опрацювання експериментальних даних для застосування статистичного критерію Пірсона

(якість знань) 10-ті класи

O_{1i}	O_{2i}	n_1	n_2	$n_1 * O_{2i}$	$n_2 * O_{1i}$	$n_1 * O_{2i} - n_2 * O_{1i}$	$(n_1 * O_{2i} - n_2 * O_{1i})^2$	$O_{1i} + O_{2i}$	$(n_1 * O_{2i} - n_2 * O_{1i})^2 / (O_{1i} + O_{2i})$
19	34	224	219	7616	4161	3455	11937025	53	225226,9

67	76	224	219	17024	14673	2351	5527201	143	38651,76
74	64	224	219	14336	16206	-1870	3496900	138	25339,86
64	45	224	219	10080	14016	-3936	15492096	109	142129,3
									431347,8

$$\text{Тоді } T_{cn} \approx \frac{431347,8}{224 \cdot 219} \approx 8,79$$

11-ті класи

O_{1i}	O_{2i}	n_1	n_2	$n_1 * O_{2i}$	$n_2 * O_{1i}$	$n_1 * O_{2i} - n_2 * O_{1i}$	$(n_1 * O_{2i} - n_2 * O_{1i})^2$	$O_{1i} + O_{2i}$	$(n_1 * O_{2i} - n_2 * O_{1i})^2 / (O_{1i} + O_{2i})$
17	36	210	212	7560	3604	3956	15649936	53	295281,8
17	30	210	212	6300	3604	2696	7268416	47	154647,1
57	72	210	212	15120	12084	3036	9217296	129	71451,91
74	68	210	212	14280	15688	-1408	1982464	142	13961,01
62	42	210	212	8820	13144	-4324	18696976	104	179778,6
									419838,7

$$\text{Тоді } T_{cn} \approx \frac{419838,7}{210 \cdot 212} \approx 9,43$$

