

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР
КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. А. М. ГОРЬКОГО

На правах рукописи

И. Ф. ТЕСЛЕНКО

**ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРЕПОДАВАНИЯ
ГЕОМЕТРИИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ**

(13.731 — методика преподавания математики)

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
доктора педагогических наук

КИЕВ — 1970

НБ НПУ
імені М.П. Драгоманова



100313939

На отдельных этапах строительства социализма в нашей стране система школьного образования пересматривалась и подвергалась определенным изменениям, направленным на ее совершенствование для достижения более высокого уровня грамотности, образованности, воспитанности и культуры трудящихся.

В связи с этим менялись типы школ, их учебные планы, содержание программ, уточнялось, в частности, содержание школьного математического образования. Школа является фундаментом духовного развития народа, поэтому учебно-воспитательный процесс обладает определенной социальной функцией, в которой отражены объективные тенденции нашего общественного развития.

Современный этап коммунистического строительства характеризуется бурным развитием науки и техники, возросшей ролью науки, в том числе математики, во всех отраслях общественного труда. Наука, как сказано в Программе партии, становится "непосредственной производительной силой", "решающим фактором могучего роста производительных сил общества". Труд приобретает творческий характер. Наука внедряется не только в производство материальных ценностей, но и становится важнейшим фактором развития духовных способностей человека. Последнее с максимальной эффективностью реализуется в школе. Поэтому в решениях XXIII съезда КПСС и постановлениях ЦК КПСС и Совета Министров СССР "О мерах дальнейшего улучшения работы средней общеобразовательной школы" подчеркивается, что главные задачи школы на современном этапе — давать учащимся прочные знания основ науки, формировать у них высокую коммунистическую сознательность, готовить к жизни, к сознательному выбору профессии. Эти требования воплощаются в учебно-воспитательном процессе школы в форме общих целей: обеспечить высокий уровень общего и политехнического образования школьников, подготовить их к овладению современной наукой, техникой и методами науки, развить у всех учащихся самостоятельное творческое мышление, как необходимую предпосылку творческого труда, пробудить у них потребность в самообразовании и привить умения самостоятельно приобретать знания, сформировать первоосновы глубокой марксистско-ленинской убежденности. Такая многосторонность педагогических целей требует гармоничного, научно-обоснованного использования имеющихся в школе учебных средств: содержания подлежащих изучению предметов, методов их изучения, методов управления и контроля учебной деятель-

ностью учащихся, форм ее организации, мастерства учителя, новых учебников и технических приспособлений.

Наличие в формах и приемах использования этих средств общих методических, дидактических и методических базисных понятий и положений, однако, не исключает, а предполагает необходимость глубоких педагогических исследований, направленных на раскрытие специфики педагогических факторов, явлений, закономерностей, возникающих при изучении каждого учебного предмета, в частности, математики и ее составной части — геометрии. Известно, например, что главными проблемами дидактики в настоящее время являются:

а/ устранение несоответствия между содержанием школьного образования и потребностями общества, обусловленными современным уровнем развития науки, техники и культуры;

б/ нахождение педагогически эффективных методов и средств, способствующих успешному овладению учащимися более высоким научным уровнем содержания школьного образования.

Однако правильное решение этих проблем в общедидактическом плане существенно зависит от результатов исследования вопросов дифференциации образования, индивидуализации обучения, установления меры в соотношении эмпирического и теоретического, абстрактного и конкретного, чувственной и рациональной ступени познания в процессе изучения отдельных учебных предметов.

Геометрия как учебный предмет с ее специфическими методами и технически оснащенными приемами изучения материала, формами организации учебной деятельности учащихся, методами контроля и управления этой деятельностью со стороны учителя также является важнейшим средством в достижении /школьных/ педагогических целей и задач.

Анализ содержания курса геометрии в общеобразовательной средней школе и методики обучения свидетельствует о наличии существенных достижений, связанных с приближением преподавания к жизни, к практике коммунистического строительства, подбором политехнического материала, систематизацией и последовательностью изучения отдельных разделов курса, использованием марксистско-ленинской теории познания в процессе обучения геометрии, применением новых методов развития познавательных способностей и умственной деятельности учащихся. Вместе с тем уровень преподава-

ния геометрии не отвечает в надлежащей мере требованиям развития геометрической науки. Содержание программы по геометрии не отражает современного уровня научных знаний. Отставание курса состоит не столько в том, что учащиеся мало знакомятся с системной понятий и фактов таких новейших разделов науки, как теория множеств, групп, преобразования, векторное исчисление и др., сколько в идейных основах, стиле и языке, новом осмыслении логической организации основных геометрических понятий. Задача состоит в формировании у учащихся более общих /векторных/ пространственных представлений, в развитии их логико-аксиоматического мышления, которое соответствует способу мышления в современной математике.

Основополагающим в современной геометрической науке являются понятия структурного множества, группы, движения, преобразования и векторного пространства, с помощью которых создаются достаточно четкие логико-пространственные модели для изучения окружающей действительности, в частности, в физике, химии, астрономии, биологии и др.. В то же время изучение школьной геометрии в настоящее время не базируется даже на простейших преобразованиях /движениях/ с их групповыми свойствами, а структура программы еще во многом сохраняет логику Эвклидовых "Начал" с аморфной аксиоматической основой.

Таким образом, в преподавании геометрии не выполняется в полной мере требование научности, которое предусматривает не только сообщение достоверных фактов о свойствах реального пространства, но и объяснение их сущности, раскрытие внутренних связей между свойствами эмпирического и абстрактного пространства, между категориями концептуального пространства.

Главной причиной, сдерживающей совершенствование содержания современного курса школьной геометрии, является недостаточная разработка вопросов о соотношении объема научных знаний и учебного предмета. Их сближение может быть осуществлено усилиями ученых математиков, дидактиков и методистов. Крайняя необходимость в таких исследованиях обусловлена особенностями общественного развития, включающего процесс передачи научных знаний от предыдущего поколения к последующему и, таким образом, взаимно связывающими исследование и преподавание. Категории - наука и учебный предмет /понимаемый шире, - не только в отношении средней школы/ имеют тесные связи. Наука - это не только результат поз-

наших и приведенных в систему законов внешнего мира и духовной деятельности людей, но и процесс добывания, накопления, распространения и практического использования знаний, содержащий такие важнейшие компоненты, как методы, способы и средства.

Геометрия как учебный предмет представляет собой дидактически обоснованную систему отобранных из науки знаний, умений и навыков, методологически и психологически приспособленных к усвоению школьниками, с учетом уровня сформированности у них познавательных способностей, учебно-воспитательных целей, а также целей профориентации.

Существующий разрыв между наукой и учебным предметом может быть заметно уменьшен, если общелогические основы современной геометрии будут приведены в такое состояние, чтобы их можно было излагать в школе ученикам, а это значит, что дидактическое обоснование учебного предмета не будет отставать от развития научных геометрических исследований. Немаловажную роль в этом будут играть и более тесные связи методики преподавания геометрии не только с педагогикой, дидактикой и психологией, но и с математикой.

Требование научности содержания курса геометрии реализуется также и путем ознакомления учащихся /особенно в старших классах/ с методами науки, разработкой новых методов обучения, основанных на методах научного математического исследования /речь идет об эмпирическом, аксиоматическом, координатном, векторном методах, аналогиях и моделировании/.

Методами обучения достигаются более высокие уровни овладения учащимися полноценными знаниями, эффективно развиваются их познавательные силы и способности, самостоятельное творческое /продуктивное/ мышление. Сейчас важно не столько обогатить учебно-воспитательный процесс новыми методами, сколько методологически обосновать научные возможности имеющихся методов.

Совершенствование процесса обучения геометрии касается не только содержания и методов сообщения новых знаний, но и их закрепления, углубления, проверки и оценки.

Не умаляя значения выработанных многовековой практикой способов проверки знаний, следует максимально использовать те из них, в которых наиболее полно отражена специфика

данного учебного предмета /для геометрии - пространственный образ и его узнавание/.

При оценке знаний существенно учитывать не только полноту, систематичность, осознанность и прочность знаний, но и сдвиги в развитии умений видеть, узнавать, наблюдать геометрический образ, а также способности обобщать, классифицировать, рассуждать, доказывать, творчески применять знания для решения геометрических задач.

Успех обучения геометрии существенно зависит от организации учебного процесса. Структура урока должна определяться дидактической целью, закономерностями восприятия учебного материала и внутренней его логикой, особенностями усвоения знаний учащимися, а не однозначной четырехступенчатой формой /опрос, изучение нового, закрепление и повторение/. Такая структура урока расширяет возможности индивидуализации обучения, применения технических средств/организации самостоятельных заданий, стимулирования развития способностей и творческого мышления учащихся.

Все указанные закономерности, категории, понятия в явления с их взаимными связями образуют структуру и функции педагогической науки. Научное раскрытие особенности этой структуры и ее методическое обоснование применительно к отдельным учебным предметам, в частности, к изучению геометрии, является важной педагогической проблемой. В ней должна быть исследована специфика общедидактических закономерностей воспитания, образования, обучения и развития учащихся, а также изучены условия их проявления в процессе изучения геометрии.

В этом смысле общая педагогика является методологической основой педагогики геометрии, исходя из которой совершенствуется преподавание геометрии в общеобразовательной средней школе, обновляется содержание курса, создаются эффективные способы и средства обучения, раскрываются связи и диалектическое единство знаний и умений, обучения и развития учащихся, осуществляются связи в их познавательной деятельности.

Частичному решению этих задач и были посвящены исследования автора. Результатом их явились публикации по методике геометрии, создание пособий для учителей и учащихся, в том числе и представленная к защите данная работа "Педагогические основы преподавания геометрии в Сш". Работа состоит из двух частей /четырёх разделов/. В первой части /первый раздел/ рассматри-

ваются "Общие проблемы педагогики геометрии; вторая часть состоит из трех разделов:

- Основные вопросы методики геометрии.
- Дидактика и методика геометрических задач.
- Повышение эффективности методов обучения геометрии.

Ниже изложены основные вопросы содержания диссертации.

1. Основные проблемы педагогики геометрии.

Педагогика геометрии как наука имеет право на существование не только по формальной причине - наличия отдельного учебного предмета в школе, что само по себе является уже веским аргументом, так как имеется предмет науки - обязательное обучение геометрии детей дошкольного и школьного возраста на разных уровнях и в разных типах школ /включая и высшую/. Более важным является факт наличия самостоятельной геометрической науки о свойствах пространства и фигур в нем, развитие которой обуславливает необходимость образовательной ступени изучения ее первооснов в школе. Геометрия, будучи одним из мощных источников возникновения математической науки, находится в сложных взаимосвязях с другими ее отраслями и в то же время имеет свои специфические научно-познавательные средства и методы. Геометрический способ мышления существенно помогает создавать модели не только физического пространства, но и любой структуры, если понятия и свойства подходят под геометрическую схему. В качестве иллюстрации укажем на то, что в физике гравитационный эффект больших масс был сведен к геометрии, а в геометрии Эйнштейна принята изменяющаяся формула расстояния для представления различных масс в пространстве.

Психологией установлено существование различных типов логических структур математического мышления школьников в зависимости от относительного преобладания в нем словесно-логических или наглядно-пространственных компонентов. При этом выделяется логико-геометрическая группа /тип/ математических способностей^{1/}. На наличие "различных сторон математических

1/ В.А.Крутецкий, Психология математических способностей школьников, "Просвещение", М., 1968, стр.353.

способностей, встречающихся в разных комбинациях", указывает А.Н.Колмогоров^{1/}.

Моделирование данных "геометрии мышления" используется в программах ЭВМ, предназначенных для исследования процессов распознавания образов.

При анализе путей реализации дидактических принципов обучения /научность, сознательность и прочность знаний, воспитывающее обучение, связь теории с практикой, доступность и др. / в педагогике геометрии мы исходим из того, что этими принципами в их взаимодействии должны определяться следующие компоненты учебно-воспитательного процесса:

- а/ цели и задачи на каждом этапе обучения геометрии;
- б/ знание объекта обучения – учащихся с учетом психологической характеристики их возраста и предшествующего обучения;
- в/ содержание обучения; определение объема учебного материала/ фактов геометрической науки, для изучения ее основ в школе/ и принципов его распределения по классам с указанием разных уровней научного и логического формирования понятий и утверждений;
- г/ использование методов обучения, соответствующих этому содержанию и уровню мыслительной деятельности учащихся, обеспечивающих формирование прочных и систематических знаний, умений и навыков, воспитывающих у школьников материалистическое мировоззрение и подготавливающих молодежь к общественной практической деятельности;
- д/ определение содержания общей математической подготовки учителя и уровня его методического мастерства.

Соответствие методов обучения содержанию школьного курса геометрии, как известно, определяется отражением в обучении логики, методов и уровня развития самой геометрической науки. Для установления содержания курса нами проведен обзор основных направлений развития современной геометрической науки и рассмотрены особенности восприятия и познания свойств реального пространства.

Началом нового, современного периода развития гео-

^{1/}См. О профессии математика, МГУ, М., 1959, стр.11

метрии явилось создание неевклидовых геометрий /И.И.Лобачевский, Н. Бюльли, Б.Риман/; в связи с этим расширился предмет науки: было обнаружено, что одну и ту же геометрическую структуру реального мира можно изучать различными логическими моделями, верно отражающими действительность и поддающимися экспериментальной проверке. Геометрия стала изучать формы и отношения не только предметов реального мира, но и формы и отношения, лишь сходные с пространственными, а, значит, охватываемые геометрическими методами. Понятие "пространство" стало более абстрактным и более специальным, а его свойства почти утратили чувственную основу восприятия.

Изменился подход к исследуемым свойствам геометрических фигур, - теория инвариантов /по Клейну/, соответствующих различным группам преобразований, стала основой для создания различных моделей геометрических пространств /метрическое, аффинное, проективное, топологическое и др./, Эти модели эффективно используются во многих разделах математики, физики, механики, теории относительности, биологии и др. Расширились и стали разнообразнее построением геометрических теорий /аксиоматическая, векторная, аналитическая и др./ на основе использования объединяющих теоретико-множественных идей и логико-математической символики.

Таким образом, современная геометрическая наука и ее методы характеризуются созданием новых обобщающих понятий, более абстрактной структуры теорий пространства и способов доказательства его свойств. Отражение этих особенностей науки в обучении геометрии в школе требует воспитания у учащихся большей оперативности в восприятии и познании свойств абстрактного пространства. /

В геометрии процесс познания свойств реального пространства /как и во всех естественных науках/ имеет две ступени: эмпирическую и концептуальную.

Школьному курсу геометрии также свойственны эти ступени. В пространственных представлениях дошкольников и школьников /I-IV классов/ преобладает эмпирическая основа восприятия /с опорой на нервные и перцептивные модели/ и только с началом изучения систематического курса геометрии этим представлениям постепенно придается абстрактный логико-геометрический характер /с опорой на информационные и концептуальные модели/.

Внимательный анализ психологических и физиологических особенностей восприятия геометрических образов на этих ступенях познания указывает на возможность значительного сокращения учебного времени на формирование у учащихся перцептуальных пространственных представлений и более раннего ознакомления их с концептуальными представлениями /аффинными, проективными, топологическими/.

Кроме того, уже на эмпирической ступени обучения геометрии можно уделить большее внимание вопросам формы и взаимного размещения пространственных моделей, операциям измерения, построения и движения с объяснением их групповых свойств /обратимость, тождество и объединение на предметах, вещах и моделях/. Важно решать задачи на исследование концептуальных свойств фигур.

В связи с этим нами и рассматривается вопрос о модернизации школьного геометрического образования. В настоящее время движение за приведение школьной геометрии в соответствие с современными научными идеями, методами, требованиями в той или иной степени охватило все развитые страны мира. Ознакомление со многими проектами программы и содержанием написанных по ним учебников показывает, что "осовременивание" курса геометрии предлагается проводить за счет введения элементов теории множеств, использования идеи движения и преобразования с их групповыми свойствами, изучения векторных пространств, отношений эквивалентности и порядка, коренного изменения структуры программы и последовательности ее идей /от аффинных через проективные к метрическим/, введения в программу сведений элементарной топологии и неевклидовых геометрий и др./

В работе дается анализ определившихся сейчас / у нас и за рубежом/ направлений модернизации школьного курса геометрии и обосновывается один из возможных путей перестройки его содержания и преподавания в нашей школе. Кратко наши предложения можно характеризовать так: сохранить существующий объем учебных объектов /перечень фигур/; коренным образом изменить методы изучения свойств фигур и уровень логической обработки их путем использования идей движения и преобразования, а также частичной векторизации свойств и отношений, особенно в завершающей части планиметрии и всей стереометрии.

Характерной особенностью предлагаемых реформ есть то,

что ими охватываются не только старшие /как было прежде/ но и средние и начальные классы. Экспериментальные данные многих психологов, математиков и педагогов в нашей стране /Л.В.Занкова, В.В.Лавнидова, Б.Д.Эльконина, А.И.Муркушевича, А.Н.Колмогорова, А.М.Пишколо, И.К.Андропова и др./ и за рубежом /Г.Шоке, Ж.Папи, Ж.Дьедонне, Е.Бигла, Р.Девиса, Э.Дьенежа, П.Метьюза и др./, указывают на то, что существующая оценка возрастных возможностей детей, особенно младших классов, занижена и подтверждают наличие у них значительно больших способностей для восприятия и понимания таких важных идей и понятий современной науки, как идея множества и отношения, идея соответствия в преобразованиях фигур, понятие групповых свойств движения, ориентация фигур и др. Следует подчеркнуть при этом, что методика обучения также должна быть изменена в направлении подчинения всего учебного процесса задаче развития самостоятельного творческого /а не воспроизводящего/ мышления учащихся.

Признавая необходимой модернизацию всего курса школьной геометрии /от I по X класс/ мы, однако, считаем, что она должна проводиться не столько за счет обновления его содержания как за счет идейно-научной направленности обучения, более современной трактовки программных вопросов /конкретные предложения по усовершенствованию программы даются в главе II/, более ранним обучением логическим операциям. Учитывая весьма абстрактный характер геометрических понятий, целесообразно в построении курса ориентироваться на такие три ступени:

а/ I—III классы. Опытнo-логический, индуктивно-эмпирический курс, максимально учитывающий степень сформированности пространственных представлений ребенка в дошкольный период;

б/ IV—VII классы. Систематический курс, в котором преобладают наглядно-конструктивный, индуктивно-логический методы обучения с нарастающими элементами дедуктивного мышления и раскрытием логической его структуры.

в/ VIII—X классы. Продолжение систематического курса как дедуктивной теории.

Модернизация геометрического образования должна учитывать естественную для школы потребность дифференциации обучения, связанную с наклонностями части учащихся к углубленным

занятиям геометрией. Предлагаемые факультативные занятия являются более совершенной формой дифференциации обучения, сохраняющей все преимущества нашей единой системы школьного образования, позволяющей учитывать и развивать геометрические интересы и способности учащихся и создавать предпосылки профориентации. В работе дается анализ педагогических функций факультативных занятий по геометрии и рассматриваются особенности их организации. /

Для формирования у учащихся геометрических понятий и утверждений особо важное значение имеют методологические аспекты обучения, выражающиеся в правильном применении категорий абстрактного и конкретного, элементов диалектической логики, переходов от конкретного через особенное к общему и наоборот. Существенным является установление путей реализации связей обучения с жизненным опытом учащихся и общественной практикой, раскрытие основ материалистического миропонимания. Рассмотрению этих вопросов посвящены в работе отдельные параграфы. /

Геометрическим понятиям свойственна абстрактность и высокая степень обобщения. В процессе обучения понятия усваиваются в двух формах: от чувственно-конкретного к абстрактному и от абстрактного к мысленно-конкретному. В ряде случаев, например, при изучении вопросов подобия фигур, целесообразно организовывать процесс усвоения знаний учащимися, начиная с общего, абстрактного представления и понимания "подобия как сходства форм", с последующим переходом к мысленно-конкретному, то-есть через формально-логические определения и теоретическое обоснование, к практике; а рассмотрение признаков конгруэнтности треугольников разумно начинать с их построения, показа, опыта, с последующим формально-логическим обоснованием, т.е. идя от чувственно-конкретного к абстрактному. В первом случае геометрические отношения переведены на язык мысли ученика, и он начинает ими сознательно оперировать, применяя к практике; во втором - опора на непосредственный опыт с простыми геометрическими формами /построение треугольников по данным элементам/ помогает учащемуся овладевать понятиями и доступными способами геометрических действий, чем создается основа для формальных операций - более глубокого

усвоения смысла теорем /о признаках конгруентности треугольников/ и аксиом, которые ему объясняются позднее. Неправомысленно отождествлять процесс познания с процессом обучения. Живое созерцание при изучении геометрии не сводится лишь к чувственному восприятию, источником которого являются ощущения и наблюдения, так как восприятие форм моделей геометрической фигуры сопровождается абстрактным мышлением, направленным на отвлечение формы и размера от вещи. Считать, как это делают некоторые исследователи и методисты, что геометрические знания усваиваются только в последовательности: живое созерцание — абстрактное мышление — практика, значит сужать пути обучения, односторонне применять закон познания, который, как известно, отражает сложный процесс накопления знаний путем исторически организованного опыта человечества. Диалектический закон познания детерминирует процесс обучения. Обучение существенно отличается от творческого поиска, от научного открытия, от общественной практики тем, что учащийся активно индивидуально усваивает готовые и дидактически систематизированные знания.

Понятие "практика" в обучении также имеет свою специфику: это применение учащимися определенных знаний и умений в условиях, методически подготовленных геометрических ситуаций /решение задач, вычерчивание, построение фигур и графиков, изготовление моделей, проведение измерений и вычислений и др./.

При обучении геометрии в действительности учащихся преобладают мыслительные операции, но было бы неверным делать вывод, что они протекают без эмоционального напряжения и морального удовлетворения, без переживания радости, увлечения, наслаждения, сменяющихся иногда горечью, разочарованием, неудовлетворенностью и досадой. Хорошо известно, что решение учащимися задач без понятой цели, без интереса и радости от успешного ее завершения не дает нужных учебных результатов. Особенно важно создавать условия для положительных эмоций, так как они /по И.П.Павлову/ являются источником продуктивной работы головного мозга.

Для этого нужно учить на научно-высоком, но в то же время посильном для каждого ученика /или данного класса/ уровне сложности изложения материала. Таким образом, обучение

геометрии, как и другим предметам, должно опираться на использование и развитие как интеллектуальных, так и чувственных, эмоционально-волевых, действительно-практических способностей учащихся. Только в их взаимосвязи успешно осуществляются образовательные и воспитательные цели, формируется научно-материалистическое мировоззрение учащихся.

В диссертации рассматриваются три основные направления в формировании коммунистического мировоззрения учащихся средствами геометрии: а/ выработка научного миропонимания путем раскрытия прямых и косвенных связей теории с практикой в обучении и обучения с жизнью и общественной практикой;

б/ развитие формально-логического и диалектического мышления учащихся, и

в/ воспитание коммунистической сознательности.

Учитывая важнейшую тенденцию развития нашего социалистического общества, богатство которого будет измеряться свободным временем, используемым для самосовершенствования и творческой продуктивной деятельности трудящихся, сообразно со своими способностями, в работе уделяется внимание вопросам развития математических способностей и познавательных сил учащихся.

В вопросе о специфичности математических способностей и об их структуре в обобщенном смысле до сих пор нет единого мнения; все же по эмпирическим данным наблюдений за учебной деятельностью школьников, сопоставлений и анализа показателей их успеваемости можно с большой достоверностью различать учащихся по внешним проявлениям у них некоторых компонентов геометрических способностей. К таким компонентам способностей мы относим: устойчивый интерес к занятиям по геометрии /уроки, кружки, олимпиады, книги/, обладание пространственной зречностью /быстро узнавать общее и различное в формах, видеть нужный пространственный элемент в необычном его положении/, с п о н т а н н а я п о т р е б н о с т ь в опоре на геометрический образ при решении любой математической задачи, у м е н и е в сложных конфигурациях выделить не о б х о д и м о е з в е н о и раскрыть взаимосвязь с целым, у м е н и е о б о б щ а т ь свойства пространственных фигур и легко переносить их с одно-

го объекта на другой, п р е д с т а в и т ь с л е г к о с т ь ю с л о ж н ы й композиционный пространственный образ, малая утомляемость на занятиях по геометрии, х о р о ш а я репродуктивная память на пространственные образы.

Ранняя диагностика способностей создает благоприятные возможности для их развития. По нашим данным к эффективным средствам развития геометрических способностей относятся: а/ упражнения по раскрытию структурных особенностей геометрических понятий и утверждений; б/ упражнения на "логических полигонах" с миниатюрной аксиоматической основой; в/ использование алгоритмов распознавания геометрических понятий и фигур; г/ составление алгоритмических предписаний доказательства теорем; д/ использование графов переходов от словесного алгоритма к графическому^{1/}; е/ создание проблемных ситуаций при решении геометрических задач.

В обучении геометрии особая роль отводится логическим рассуждениям, обоснованности и доказательности утверждений и выводов. Уяснение учащимися общности, точности, объективности и необходимости доказательства—продолжительный и сложный процесс. Поэтому необходимо воспитывать потребность в доказательствах, стимулировать стремления учащихся к обоснованию своих суждений. При разработке путей и средств, способствующих воспитанию потребности обосновывать геометрические утверждения, мы исходим из ленинского методологического принципа в движении познания "от единичного, через особенное ко всеобщему". Основными компонентами этих путей и средств является мотив учащегося для достижения цели, усиление интереса к самому изучаемому материалу, обеспечение нужного уровня активного внимания, переживания учащимся чувства "открытия нового", перевод условий поставленных задач в формы мысли, свойственные школьнику данного класса.^{2/}

Далее рассматриваются такие специфические проблемы педагогики геометрии: формирование геометрических представлений и развитие пространственного воображения учащихся, измерение геометрических величин, связь в обучении геометрии с черчением, контроль геометрических знаний и умений.

1/ С.И.Шапиро Об алгоритмизации формирования понятий, "Вопросы, психологии", № 2, 1967.

2/ Подробнее см. нашу статью. Про виховання в учнів потреби обґрунтувати геометричні твердження, зб. "Викладання математики в школі", вип. ІУ, К., "Радянська школа", 1966.

Как известно, представление является отдельным звеном, промежуточным между восприятием и понятием в процессе познания. Представление и ощущение суть субъективные образы объективного мира. В отличие от ощущения и восприятия /живого созерцания/ представление не находится в непосредственной зависимости от чувственного предмета, человек может представлять предмет и не воспринимая его непосредственно. Под представлением понимается конкретный образ какого-либо предмета / или явления/, который может быть воспроизведен в нашем сознании, без обращения к самому предмету. При изучении геометрии используются преимущественно зрительные представления, образующие группу пространственных представлений. Необходимыми условиями для формирования пространственных представлений являются:

а/ наличие разнообразных и многообразных форм для восприятия, в частности, на уроках геометрии, - использование целесообразно подобранной наглядности; б/ выполнение каждым школьником работ с участием зрительных представлений /моделей, рисунков, схем, макетов, чертежей, графиков, глазомерные и инструментальные измерения длин, площадей, углов, объемов, рассмотрение разной сложности комбинаций фигур и др./ . Созданные таким путем геометрические образы служат основой для развития пространственных представлений.

Воображение как психический процесс является составной частью как чувственного, так и рационального этапов познания. Воображением создаются новые представления путем видоизменения, комбинирования и преобразования имеющихся. Способность человека создавать представления новых пространственных образов связывается с действием пространственного воображения. В действии воображения различают две категории операций: а/ анализ - вычленение из данной структуры, образа /фигуры, тела/ отдельных элементов, усиление /подчеркивание/ или уменьшение значения и роли отдельных деталей или образа в целом; б/ синтез - объединение, классификация деталей, признаков, свойств, образов в новую структуру /новое представление/, дополнение, уподобление, внесение контрастных изменений или замены пространственных образов.

Известно, что геометрия как наука, первоосновы которой излагаются в школе, имеет своим предметом изучение прост-

пространственных форм и отношений материального мира. Научное познание этих форм и отношений возможно при наличии у человека развитого представления и воображения. Такие качества приобретаются жизненным опытом и обучением. Отсюда важнейшей целью изучения школьной геометрии является формирование пространственных представлений и развитие воображения учащихся.

При обучении геометрии ее цели и средства находят-ся в сложных диалектических причинно-следственных взаимосвя-зях. Если ученик при решении геометрических задач плохо пред-ставляет формы фигур и их детали, он допускает ошибки или сов-сем теряется в преодолении трудностей. Это показатель того, что у него слабо развито пространственное представление и вообра-жение, а для такого развития необходимо использовать указан-ные выше средства.

Раскрытие этих взаимосвязей с учетом индивидуальных способностей школьников является важнейшей воспитательной проб-лемой педагогики геометрии.

Формирование геометрических представлений и развитие воображения учащихся на материале школьного курса геометрии преследует не только общеучебные, но и теоретико-познаватель-ные цели – подвести учащихся к пониманию существенных свойств реального пространства /симметричность, подобие, конгруэнтность в себе, непрерывность и прерывность, трехмерность, бесконеч-ность и др./, знаниями которых они могли бы пользоваться в тру-довой деятельности.

Процесс познания пространственных форм и отношений протекает у человека всю его жизнь, целенаправленный смысл ему придается лишь при обучении в школе, поэтому, занимаясь этими вопросами на уроках геометрии, следует тщательно учитывать уро-вень и характер сформированности этих качеств у ребенка в до-школьном возрасте и на каждом последующем этапе, предшествую-щем данному.

Для достижения рассматриваемых учебных целей геомет-рии мы идем двумя путями: а/ совершенствования содержания школь-ной программы; б/ применения системы методов, средств и форм организации учебной деятельности учащихся.

Действующая ныне программа по геометрии имеет в этом смысле большие недостатки. Проект новой программы по геометрии, особенно в I–IV классах, также не полно реализует многие из

имеющихся возможностей. Известно, что процесс формирования и развития пространственных представлений у человека проходит эмпирическую и абстрактную логико-геометрические ступени. При этом вторая почти полностью определяется и зависит от школьного геометрического образования /программы и методов/. За последние десятилетия жизненные условия /на эмпирической ступени/ для познания свойств пространства дошкольниками значительно обогатились и расширились под влиянием изменений их "коммуникационного, визуального и метрического климата".

Данные психологических и физиологических исследований указывают на интенсивное обогащение пространственных представлений у дошкольников, увеличение числа выполняемых ими пространственных операций — передвижение, размещение, воссоздание форм, включение в систему, а также расположений ближе, дальше, рядом вместе, раздельно и др. Эти представления и операции имеют ярко выраженный качественный, а не количественный метрический характер. Умственная деятельность дошкольника и ученика первых лет обучения проходит прежде всего в формах установления связей между его опытом в физическом пространстве и конкретным действием. Поэтому первоначальное ознакомление учащихся с основными геометрическими понятиями /форма, тело, поверхность, плоскость и др./ нужно проводить на материале, с которым школьник может оперировать своими руками.

Замечено также, что у детей формируются раньше некоторые топологические, потом проективные, а позже — метрические понятия и свойства фигур. При разработке содержания программы начального обучения нельзя не учитывать указанной последовательности психологического развития ребенка.

В современной школьной практике увлечение измерительными операциями в процессе изучения начального /пропедевтического/ курса геометрии, с последующим их логическим обоснованием в систематическом курсе, приводит к полному игнорированию жизненного опыта детей в проведении качественных пространственных операций, к сужению необходимых учебных приемов для одновременного развития качественных и количественных операций и преобразования первых во вторые. Нарушение в процессе обучения связей между качественными и количественными логическими операциями над пространственными объектами задерживает развитие у

учащихся геометрических представлений и пространственного воображения.

Результаты наших исследований по данному вопросу можно систематизировать таким образом:

1. Разработаны методические принципы осуществления перехода в представлениях учащихся от качественных к количественным логическим операциям над пространственными объектами.

2. Изложены основы методики изучения геометрического материала в начальных, средних и старших классах школы.

3. Описана методика формирования основных геометрических понятий с учетом особенностей зрительных восприятий, на основе идеи движения и преобразования.

4. Рассмотрена методика поэтапного формирования понятий при изучении отдельных тем и разделов курса геометрии.

5. Детально проанализированы пути осуществления принципа наглядности в формировании геометрических представлений и развитии пространственного воображения учащихся.

6. Разработана система организации учебного процесса по формированию у учащихся представлений о свойствах неевклидова пространства.

Методологической основой для перехода от качественных логических операций к количественным при обучении геометрии является теория измерения геометрических величин, так как при этом вводятся в геометрию важнейшие понятия **ч и с л а и м е р н ы**. Наличие у геометрической фигуры конкретной длины, площади или объема равнозначно наличию в ней свойства, обладающего инвариантностью при движениях и обратимостью. С помощью операций измерения длин, площадей, объемов при выбранных единицах можно установить сохранность /инвариантность/ того или иного пространственного свойства /например, меняя форму плоской или объемной фигуры, составленной из единичных квадратов или кубов/. Известно, что элементарные формы рассуждения – логические или геометрические – основаны на принципе инвариантности количеств: целое сохраняется при изменении его формы или перемещении в пространстве, изменение целого можно восстановить, т.е. оно обратимо. Кроме того, геометрические измерения существенно используют операцию перехода от одной фигуры к

другой с помощью третьей, т.е. операцию транзитивности.

Без ясного понимания учащимися инвариантности, обратности и транзитивности метрических свойств геометрических фигур вычислительные операции в процессе измерения величин проводятся ими только с опорой на механическую память, по предложенной схеме или рецепту. Ученик старается быть точным, хотя это больше относится к вычислениям, чем собственно к геометрии. Вопросам методики усвоения этих понятий на разных уровнях обучения геометрии /наглядно-интуитивном, конкретно-индуктивном и формальном/ в работе уделено много внимания. При этом рассматриваются такие аспекты учебной деятельности учащихся: измерение и число; целочисленное, рациональное измерение длин, углов, площадей и объемов фигур; формирование вычислительных и измерительных умений и навыков; усвоение теоретических основ измерения величин и др.

Сравнительный методический анализ имеющихся теоретических подходов к измерению геометрических величин в школьном курсе и данные наших исследований подтверждают целесообразность использования идей Лебега по причинам: а/ их естественности и легкости в переводе на язык мысли учащегося; б/ согласованности вводимых единиц измерения с последовательностью расширения числовой области в школьном курсе математики; в/ преодоления сравнительно меньших трудностей по усвоению учащимися понятий инвариантности и транзитивности; г/ доступности и минимальности исходных понятий /базисная точка и базисные лучи, целочисленные сетки квадратов и кубов/, тесно связанных с идеей координат, облегчающих использование в старших классах определенного интеграла.

Совершенствование контроля знаний по геометрии должно идти как по пути методической обоснованности принципов, форм и средств проверки усвоения материала, так и по пути максимального учета специфики знаний и умений каждого учебного предмета. В дидактических работах /Б.А.Ананьев, Г.С.Костюк, Е.И.Перовский, М.Н.Скаткин, С.Х.Чавдаров и др./ чаще всего указывается, что проверка знаний должна быть объективной и регулярной. Наши наблюдения свидетельствуют, что проверка знаний меньше, чем другие звенья учебного процесса, направляется программами и учебниками конкретного предмета.

Поэтому мы считаем, что к указанным требованиям следует добавить требование **ц е л е н а п р а в л е н н о с т и**, в котором отражался бы определенный подход к отбору подлежащего проверке материала. Сохраняя традиционные формы проверки знаний по геометрии и выделяя в них устный опрос, мы, кроме того, рекомендуем как эффективную форму для проверки уровня сформированности пространственных представлений учащегося тестовые задания с выбором ответов из множества предлагаемых. К специфическим вопросам контроля результатов учебной деятельности по геометрии мы относим: умения узнавать фигуру, соотносить название фигуры с ее определением, понимание пространственной сути теорем, степень преобразующего воспроизведения и обобщения фигуры и ее свойств, уровня развитости зрительного восприятия фигур, соотнесение условий задачи рисунку, умения решать задачи на построение, овладение методами изображения фигур, определение уровня сформированности пространственных представлений и воображения учащихся.

Далее в работе анализируются вопросы связей в преподавании геометрии и черчения. Устанавливается, что в этих двух предметах совпадают или являются наиболее близкими и взаимосвязанными учебные и воспитательные цели. Рисунок, модель, чертеж и эскиз – их общие объекты и средства обучения, поэтому очень важно выполнять единые требования к их изображениям, типам линии, последовательности использования моделей, графическому режиму и использованию конструктивных инструментов. Существенными являются также вопросы согласованности во времени изучения программных тем и разделов геометрии и черчения, так как при этом исключается дублирование, разноречивое толкование понятий и создаются условия для взаимной дополняемости. Геометрия и черчение имеют много общих методических вопросов, связанных с усвоением знаний и умений, формированием графических навыков учащихся, приемов использования наглядности, технических средств^{1/} и др.

Отдельный параграф первой главы отведен методике проведения внеклассной работы с учащимися. Здесь намечены организационные основы проведения внеклассной работы, содержание и методика различных ее видов. Уделяется внимание индивидуальным за-

1/ Подробнее см. нашу книгу "Эв"язки у викладанні геометрії і креслення", Радянська школа, К., 1965.

нениям и средствам развития наклонностей и интересов учащихся к изучению геометрии.

Специальный раздел посвящен рассмотрению путей и форм усовершенствования подготовки учителя математики: профессиональная подготовка в пединститутах и с а м о у с о в е р ш е н с т в о в а н и е квалификации и мастерства в процессе трудовой деятельности в школе. Деятельность учителя имеет свои особенности, без установления которых трудно решать вопросы усовершенствования его квалификации. Нами сделана попытка моделирования педагогической деятельности учителя с учетом трех уровней его учебной работы с учащимися /операция, действие, деятельность/, исходя из которых даны рекомендации по усовершенствованию квалификации.

Изложенные в первом разделе диссертации общие вопросы педагогики геометрии основаны на результатах наших исследований; их можно резюмировать так:

1/ Исследованы и уточнены предмет и метод педагогики геометрии;

2/ Исходя из особенностей /психологических, физиологических и познавательных/ восприятия свойств реального пространства, установлены эмпирическая и концептуальная ступени в изучении школьного курса геометрии, базирующиеся на учете характера учебной деятельности учащихся;

3/ Указаны возможные пути модернизации школьного геометрического образования;

4/ Разработана система организации учебного процесса по формированию геометрических представлений, развитию пространственного воображения учащихся и изучению теории измерения геометрических величин;

5/ Раскрыты основы марксистско-ленинской методологии изучения геометрии;

6/ Рассмотрены пути реализации воспитательных целей по развитию математических способностей учащихся и потребности обосновывать геометрические утверждения;

7/ Обоснованы требования к использованию технических средств;

8/ Исследованы и проанализированы методы и формы установления межпредметных связей в процессе изучения геометрии, в частности, связей с черчением и трудовым обучением;

9/ Указаны пути совершенствования профессиональной подготовки учителя математики.

2. Основные вопросы методики геометрии

Во втором разделе второй части диссертации "Основные вопросы методики геометрии" исследуются и уточняются особенности применения дидактических принципов, разработанных советской педагогикой, в обучении геометрии; рассматриваются структура и основные идеи предлагаемого содержания геометрического образования; излагаются научные уровни построения курса геометрии; методика изучения основных тем и разделов курса.

В обшедидактических исследованиях устанавливаются принципы, закономерности и методы обучения безотносительно к особенностям изучения отдельных наук. Использование этих обшедидактических рекомендаций как методологической основы для обучения геометрии должно учитывать не только специфику целей, но также специфику методов исследований, применяемых в самой науке, так как некоторые из этих методов должны быть использованы в обучении. Например, знакомство с аксиоматическим, координатным и векторным методами способствует лучшему усвоению учащимися абстрактности геометрических знаний и формирует у них убежденность в истинности и объективности полученных с помощью этих методов геометрических утверждений.

Дидактическими принципами мы руководствуемся в определении содержания, методов и форм организации обучения геометрии и в проведении методических исследований. Эти принципы имеют характер системы аксиом при построении теории /моделя/ обучения геометрии.

Принцип научности в преподавании геометрии принимается в качестве исходного положения, на базе которого основные геометрические понятия и закономерности трактуются в соответствии с современным уровнем науки, как имеющие объективный смысл и подтверждающиеся общественной практикой. А в учебном процессе используются методы, наиболее способствующие повышению науч-

ного уровня преподавания, в частности, направленные на обеспечение глубокого, правильного понимания учащимися геометрической терминологии и адекватной ей пространственной символики.

На принципе систематичности и последовательности основывается правильное соотношение между эмпирически-индуктивным и концептуально-дедуктивным уровнем преподавания школьного курса геометрии; систематичность помогает организовать учебный процесс более целеустремленно, а приобретаемые учащимися знания сделать структурными. Структурность знаний предполагает раскрытие взаимосвязей между отдельными геометрическими фактами, их объединение и объяснение с позиций общей идеи или закона. И в этом смысле структурность знаний является как бы альтернативой перегрузки учащихся все возрастающим объемом подлежащих усвоению разрозненных знаний.

Нарушение принципа сознательности и активности в овладении геометрическими знаниями приводит к непониманию, к механическому формальному запоминанию, к ослаблению учебного интереса, к задержке интеллектуального развития детей. Интеллект — туальная активность ученика проявляется на уроках геометрии в работе мысли преимущественно формами поштийных суждений с использованием силлогических приемов и пространственных образов. Поэтому необходимо уделять больше внимания таким элементарным операциям как выделение признаков понятий, рассмотрение состава дефиниции, перечисление инвариантных свойств фигур, сравнение, объединение, композиция фигур, умозаключение и др. Принцип сознательности способствует проявлению инициативы и самостоятельности учащихся в их учебной деятельности. Полноценный акт сознательного усвоения геометрических знаний характеризуется не только осмысленностью, но и умением правильно выразить их специфическими речевыми средствами /терминология, символика, чертеж, рисунок/ и применять эти знания в новых конкретных условиях. На каждом этапе обучения геометрии характер и полнота реализации принципа сознательности и активности не одинаковы. Например, в старших классах логические операции: сравнение, пересечение, объединение в структуры, обобщение, обоснование, самопроверка должны быть органической потребностью учащихся в творческой организации учебного материала.

Принцип наглядности занимает особое место в обучении

геометрии. С помощью наглядности /вещь, образ, модель, рисунок, чертёж, эскиз, схема/ формируются геометрические представления, развивается абстрактное пространственное воображение и раскрываются пути перехода от конкретного к абстрактному и наоборот. Основная линия развития мышления ребенка характеризуется движением познания от наглядно-действенного через наглядно-образное к вербально-абстрактному мышлению. В связи с этим особое внимание обращается на развитие действий взаимосвязи зрительного и тактильного восприятия пространственных образов и на последовательность использования наглядности. Пространственные каркасные модели помогают школьникам учиться читать чертежи пространственных тел. Нами установлена эффективность использования моделей в такой последовательности: непрозрачные и закрытые → прозрачные и закрытые → каркасные → чертёж → чертёж-модель.

Особенная необходимость использования пространственной наглядности в формировании геометрических понятий появляется на первом этапе пути познания – чувственном – при условии, если эта наглядность ориентирует учащихся на обобщение и абстрагирование существенных признаков формируемого понятия. Чертёж как средство символической наглядности является эффективной опорой репродуктивной памяти. Поэтому следует специально изучать способы и средства изображения фигур в процессе обучения геометрии.

Правильное применение принципа прочности усвоения знаний при обучении геометрии выражается в умениях впоследствии применять эти знания на практике, в частности при анализе и решении задач, построении фигур, обосновании суждений, моделировании и др. Прочность знаний зависит как от развитости и совершенствования памяти, так и от правильной организации первичного усвоения материала. Для этого нужно излагать новые знания путем расширения старых с использованием как можно большего числа мыслительных операций /сопоставление признаков, сравнение образов, обобщение, анализ, синтез и др./. Лучшему запоминанию и пониманию способствует расчленение изучаемого материала на логические порции /особенно при доказательстве геометрических теорем/, но при этом важно, чтобы конкретное геометрическое утверждение сначала стало учащемуся интуитивно ясным, и лишь затем точным геометрическим понятием, закреплен-

ным формальным определением. Повторение старых знаний целесообразно проводить путем применения их к изучению нового материала, используя любую возможность освещения ранее изученного материала с новой точки зрения, на более высоком уровне. Важную роль в обучении геометрии играет классификация понятий /линий, углов, многоугольников, перпендикулярности, параллельности и др./, способствующих раскрытию логических и пространственных связей. Компактность и твердая последовательность изложения учебного материала в курсе геометрии создают благоприятные условия для такого рассудочного запоминания, которое, как говорил К.Д.Ушинский, опирается не столько на память, сколько на мышление и чувства, на осмысление логических связей, на умения руководить процессами запоминания.

Наконец, в работе излагаются методические приемы, обеспечивающие индивидуальный подход в обучении геометрии. Совершенствование процесса обучения как процесса управления деятельностью учащихся должно опираться на устойчивый и дружный детский коллектив, в котором забота о каждом ученике, о развитии его способностей является первоочередной. Усвоение геометрического материала сопровождается интенсивной мыслительной деятельностью высокого уровня обобщенности и абстрактности. Поэтому нужно знать и учитывать особенности мышления каждого ученика, иначе нельзя достичь доступности обучения и решать задачу развития его способностей. В условиях классно-урочной системы обучения можно указать на такие возможные формы реализации принципа индивидуального подхода: программирование материала и раздача задания с последующим индивидуальным контролем их выполнения, самостоятельные работы для каждого ученика, индивидуализация текущего и заключительного повторения материала, а также факультативные занятия и дополнительные формы внеклассной работы.

Исходя из такого понимания принципов обучения в процессе преподавания геометрии, рассматриваются и методы организации учебной деятельности учащихся. В подборе методов и их системы доминирующее значение имеет содержание материала, его различные научные уровни изучения в разных классах. Однако разработка новых методов обучения нередко вызывает некоторое обновление содержания и изменение уровня мышления учащихся. Последнее особенно заметно сейчас в связи с модернизацией содержания геомет-

рического образования. Использование, например, метода преобразований, аксиоматического и векторного методов, приближающих трактовку традиционных геометрических понятий и свойств фигуры к их современной научной трактовке, требует введения элементов теории множеств, векторного исчисления и групповых свойств преобразований в качестве новых объектов /содержания/ курса геометрии.

Содержание учебного предмета определяется программой, в которой перечислены и достаточно полно описаны такие основные факты:

- а/ пространственные объекты, подлежащие изучению;
- б/ понятия, свойства и отношения между этими объектами;
- в/ логические и математические операции над объектами.

Проводимые реформы содержания школьного курса геометрии в прошлом и теперь /у нас и за рубежом/ касались всех трех указанных составных частей курса, хотя и не в одинаковой мере.

Сейчас, в связи с требованием о приближении идейных основ и логической организации содержания школьной геометрии к современной научной системе, наиболее радикальные изменения необходимо ввести в понимание роли и места "основных отношений и операций" и только немного из числа пространственных объектов можно исключить или ввести в программу. Это обусловлено тем, что главное внимание в обучении геометрии должно направляться на развитие абстрактного мышления учащихся, опирающегося на структуру порядка, отношений и логические операции.

В соответствии с данными наших многолетних наблюдений и исследований в диссертации обосновывается целесообразность построения содержания геометрического образования /программы/ с учетом реализации следующих положений.

1/ Устанавливаются три уровня развития геометрического мышления учащихся: I—III классы, IV—VII классы, VIII—X классы.

2/ Курс геометрии должен быть отдельным учебным предметом, начиная с IV класса.

3/ Максимально усилить межпредметные связи в обучении геометрии и черчения /как в содержании, так и в методах/, геометрии и алгебры /особенно в методах обучения/.

4/ Дедуктивное построение курса должно начинаться с УІ класса без излишнего ригоризма в отношении строгости изложения материала – аксиоматической основы и доказательства всех теорем.

5/ На протяжении всего курса разумно объединять планиметрический материал со стереометрическим.

6/ Пути постепенной модернизации содержания:

а/ использование теоретико-множественных понятий, как базисных, в трактовке геометрических фигур и их свойств;

б/ усиление роли бинарных отношений "параллельно", "равно", "симметрично", "перпендикулярно", "подобно" и отношений эквивалентности и порядка;

в/ раннее использование геометрических движений: переноса, поворота и симметрии;

г/ аксиоматическое построение курса включает и аксиомы движения;

д/ курс геометрии 7-10 классов должен ознакомить учащихся с элементами неевклидовых пространств;

е/ использование символической записи понятий принадлежности, объединения, пересечения, включения, пустое множество, следования, эквивалентности;

ж/ последовательное использование идей координатного и векторного методов;

з/ заканчивается курс геометрии вычислением поверхностей и объемов круглых тел с помощью интегрирования.

Далее в работе излагается содержание курса геометрии с распределением учебного материала по классам и проводится анализ информационной нагрузки, которую несет программный материал каждого класса. Интересно отметить, что в предложенной нами программе, как, впрочем, и во многих других программах по геометрии, термины – образы – понятия распределяются по классам не равномерно. Наибольшее их число содержат программы ІУ и У классов. А это значит, что у учащихся этих классов наиболее интенсивно пополняется и обогащается запас геометрических представлений. Таких терминов-понятий в программе ІУ класса около 40, в программе У класса – около 30. Потом число их уменьшается, и в Х классе учащиеся познают около 10 новых понятий-образов. И хотя сложность геометрических понятий-образов в различных классах не одинакова, все же учащиеся ІУ-У классов постигают почти весь арсенал основных пространственных объек-

тов школьной геометрии. Важнейшей задачей методики геометрии в этих классах является обучение учащихся умениям узнавать фигуры, различать их и правильно называть элементы фигур и их свойства, создавать этим условия для более глубокого познания их свойств и взаимозависимостей на последующих, более высоких уровнях геометрического мышления учащихся. При анализе программы наблюдается и другой не менее важный факт: учащиеся VII и VIII классов овладевают наиболее широким диапазоном логических средств, которыми они начинают сознательно пользоваться, понимать необходимость доказательности геометрических суждений, чувствовать стиль математического мышления. В обучении геометрии в этих классах должно уделяться много внимания приемам активизации деятельности учащихся, направленной не столько на выполнение двигательных, перцептивных или мнемонических операций, сколько на обеспечение самостоятельности мышления, развития в них индивидуальной творческой мысли. Достигается это в основном соответствующей организацией учебного процесса /типом урока, системой наглядности, индивидуализацией заданий и др./ и применением определенных методических приемов /проблемность, исследовательский поиск, расчленение основной темы или теоремы на логически связанные части, выяснение метрических или визуальных зависимостей между фигурами, логическая структура определяемых и основных понятий, связь аксиом с теоремами и др./.

Повышение уровня геометрического мышления учащихся обуславливается постепенным увеличением в программе числа доказательных утверждений—теорем. Их нет в программе I—IV классов, они появляются в V классе, а в IX—X классах теорем более 70. Чтобы обеспечить правильное понимание учащимися логической структуры доказательств и выработать умения анализировать связи между понятиями и теоремами, мы включаем в программу VI и IX классов темы о логическом построении курса геометрии.

Программа учебного предмета выражает его структуру, выделяет его составные части, логико-геометрические "единицы". Выделенные "единицы" создают условия для ориентировки ученика в самом предмете и его связях с практикой. В действующих ныне программах и учебниках в качестве таких "единиц" преимущественно выступают наименования фигур, что подчеркивается и названием

разделов программ /"Четырехугольники", "Окружность", "Многогранники", "Круглые тела" и др./ . И как следствие - содержание усваиваемых учащимися знаний и умений об этих фигурах, несмотря на неизбежные логические ссылки на предыдущее, - фрагментарное, так как каждое свойство данной фигуры приходится учить как новое, изолированное. Это неизбежно сужает познавательное значение знаний и умений. Фрагментарность закрепляется потом и в задачах, призванных реализовать приложение теории на практике.

Мы обосновываем необходимость значительного усиления в содержании программы роли **отношений** /параллельности, перпендикулярности, принадлежности, подобия/, **операций** /построения, измерения, преобразования, объединения, разбиения и др./ и **порядка** /между, вне, внутри и др./ как базисных понятий, определяющих магистральные линии построения курса геометрии. Тогда планиметрический и стереометрический материал естественнее группируется вокруг этих понятий, разумное объединение которого мы считаем необходимым.

Изменяя таким образом построение учебного предмета, а значит и содержание подлежащего усвоению материала, мы создаем возможности учащимся приобретать знания и умения новой структуры: знания обладают функцией ориентирования на осуществление практического действия, а умения обогащаются интеллектуальным содержанием.

В работе рассматриваются методы, приемы и средства реализации указанных выше положений на разных уровнях развития геометрического мышления учащихся. Дается характеристика богатого опыта у дошкольников в проведении пространственных операций, который мало учитывается программным геометрическим материалом и методикой его изучения в I-III классах, указывается на неправомерность чрезмерного увлечения при этом метрическими операциями и почти полным игнорированием использования качественных пространственных операций. Показательным в этом отношении является результат проведенного нами эксперимента.

Дошкольников /6 лет/ мы попросили изобразить на бумаге или на песке следы задних колес проехавшей машины /игрушечной или настоящей/; они достаточно быстро провели почти параллельные линии. После этого двум из них было предложено двигаться так, как двигались колеса. После нескольких проб они попросили

дать им палку, с помощью которой, взяв ее за концы, продемонстрировали параллельность их движения.

Таким образом, у дошкольников фактически сформированы важнейшие компоненты отношения параллельности: идти рядом и на одинаковом расстоянии. Этот же эксперимент с учениками в конце второго года обучения прошел на том же уровне и с теми же трудностями, что и у дошкольников. Двухлетнее пребывание в школе ничего не изменило в представлениях детей об отношении параллельности.

Особо сложный этап в развитии геометрического мышления учащихся наступает в четвертом классе. В пространственных представлениях учащихся преобладают образы трехмерного физического пространства, а теперь из них нужно выделить формальные, абстрактные образы двумерного пространства. Следует подчеркнуть, что во всех последующих классах, при изучении планиметрического материала такое выделение также имеется и его неизбежно следует осуществлять при обучении, но в данном случае такой как бы переход в двумерное пространство совершается впервые. Предложенная нами методика в решении этого вопроса опирается на последовательное рассмотрение таких понятий: предмет /вещь/ — геометрическое тело — имеет форму, имеет размер, как особые свойства предметов; упражнения на сравнение тел различных размеров и форм по равным параметрам; наглядно-образное формирование абстрактного понятия "геометрическая фигура"; тело имеет поверхность — как то, что отделяет внешнее от внутреннего — вводим в обиход выражения вида: "внутри куба", "внешняя" — поверхность эта граница между внутренним и внешним; развертки поверхностей являются геометрическими фигурами — поверхность и плоскость — поверхности тетраэдра и цилиндра разворачиваются на плоскость, а шара — нет; практическая работа с развертками тел разных размеров — переход к плоскости и ее свойствам; фигуры на плоскости — плоские и пространственные фигуры; плоскость делит пространство на две части.

Далее изучаются пути формирования геометрических понятий и адекватных им точно множественных образов-фигур, с использованием символических записей этих понятий. Особое внимание уделяется вопросам формирования понятия угла. Мы в своих исследованиях обосновываем целесообразность такого подхода: вводится понятие полуплоскости с ребром /прямой α , в которой строится луч ℓ из начальной точки O , принадлежащей α . Луч ℓ образует

два угла с Π . Один из них выделяем штриховкой. Понятие угла, таким образом, ассоциируется с частью выпуклой области /точечной/ и ее рисунком. Формально - угол является фигурой, образованной двумя лучами, исходящими из одной точки вместе с одной из областей, на которые лучи делят плоскость. Такой подход закрепляется большим числом задач о взаимном расположении точки и угла, прямой и угла, луча и угла, отрезка и угла и двух углов. После этого значительно проще и легче воспринимаются и усваиваются отношения перпендикулярности, операции сравнения и измерения углов, а также формирование понятий развернутого, прямого, острого, тупого, смежных и вертикальных углов, направленные угла.

В обучении геометрии в IV и V классах значительное место уделяется качественному анализу форм фигур и их элементов, связям между прямыми и обратными операциями, систематическому использованию сравнений, сопоставлений и противопоставлений общего, частного, различного и подобного в формах и размерах фигур.

Курс геометрии пятого класса содержит важные понятия и идеи, знание которых должно подготовить учащихся к усвоению аксиоматически построенного курса в VI-VII классах и к пониманию значения системы аксиом.

В работе рассматриваются такие основные вопросы методики геометрии:

1/ Осуществление преемственности в логической системе учебного материала между VI и V классами.

2/ Углубление идеи множества в подходе к изучению свойств геометрических фигур и решению задач /введением характеристических свойств точек, образующих данное множество - окружность, ось симметрии и др./.

3/ Введение элементов дедуктивного обоснования проводимых построений фигур и решения задач.

4/ Использование идей движения /симметрия, поворот, перенос/, опирающихся на важнейшее понятие **с о о т в е т с т в и я** между точками.

Понятие точечного взаимно-однозначного соответствия является достаточно сложным и вместе с тем очень важным, для построения всего курса геометрии, поэтому на данном этапе речь

идет о его пропедевтике. С этой целью используется эксперимент над моделями фигур, преобразуемых движениями.

В зависимости от конкретных условий работы в классе, учащихся пятого класса можно подвести к общему пониманию равенства /конгруентности/ двух фигур как взаимно однозначного соответствия между их точками /а не совпадения их при механическом наложении как твердых тел/.

5/ Геометрические построения - важнейшее средство в познании свойств фигур и формировании планиметрических представлений. Почти все теоремы, понятия и задачи формулируются в терминах "построить". Признаки равенства треугольников выводятся из построений.

6/ Обоснование нового подхода к изучению параллельных прямых с использованием понятий пучка прямых и полосы¹.

7/ Введение понятий направленности прямой, луча, плоскости, угла, отрезка.

8/ Изучение планиметрического материала систематически связывается с пространственными фигурами.

9/ Основным подходом при объяснении материала являются индуктивные обобщения с опорой на опыт и построение.

В курсе геометрии в VI—VIII классах заметно повышается уровень абстрактности приобретаемых знаний, усиливается последовательно логическое изложение всего учебного материала. В связи с этим приобретают важное значение исходные положения - аксиомы, логические связи между понятиями и предложениями, роль определений. В учебной деятельности учащихся эксперимент сужается и уступает место дедуктивным выводам, получаемым из посылок и данных анализа свойств конкретных фигур, в изложении материала подчеркивается порядок следования теорем. Учащиеся убеждаются в преимуществах логических рассуждений над опытом, понимают значение дедукции как способа построения геометрической теории, им становятся посильными задачи повышенной трудности; математическая учебная деятельность учащихся содержит элементы поиска.

В предлагаемой методике уровень обобщения геометрических знаний обеспечивается системой распределения и изложения материала, отличной от традиционной, а также методикой организации

¹ Подробнее см. наш учебник "Геометрия" для V класса, НИИП УССР, К., 1969.

учебного процесса. Так, например, конгруэнтность плоских фигур рассматривается вместе с изучением свойств геометрического движения; отношения параллельности и перпендикулярности охватывают не только прямые, но и плоскости. Подобие фигур рассматривается в явной зависимости от аксиомы параллельных, что достаточно эффективно иллюстрируется на созданном нами приборе гомотрансформаторе. Этим подготавливаются условия для ознакомления учащихся с элементами геометрии Лобачевского.

Свойства преобразований /движения и подобия/ обобщаются в аналитической записи /прямоугольной системы координат/ с использованием понятия ориентации фигур и др.

В отношении созданного нами гомотрансформатора нужно подчеркнуть следующее. Преобразование гомотетии в отличие от преобразований движений не могло иллюстрироваться с помощью простого физического эксперимента, и это усложнило формирование у учащихся представлений процесса преобразования, при котором размеры фигуры пропорционально изменяется, а форма остается постоянной. Теперь такой эксперимент проводится повсеместно в школах нашей страны. Прибор демонстрирует также связь между аксиомой параллельных и подобием.

Основными компонентами методики организации обучения геометрии в VI—VIII классах являются наблюдение, опыт, индукция, дедукция, обобщение и абстрагирование. Наблюдение и опыт используются в обучении геометрии достаточно часто, ибо геометрия близка к физике как экспериментальной науке, где накопление первоначальных фактов носит опытный характер. Нужно учить школьников наблюдать не только при демонстрации наглядных пособий, но и в процессе активизации самостоятельной познавательной деятельности. Использование умений наблюдать приближает обучение к научному исследованию и способствует более глубокому пониманию свойств реального пространства.

Опытный метод в VI—VIII классах имеет несколько иной аспект, отличный от непосредственного опыта учащихся в IV и V классах; он используется теперь не только при решении практических задач, но на него опираемся и при принятии без доказательств очевидных справедливых предложений, подтверждаемых опытом. Необходимость в последних возникает в связи с принятием явно избыточной системы аксиом при построении курса геометрии в этих классах.

Индукция как метод рассуждений, позволяющий делать общий правдоподобный вывод из частных посылок /наблюдений/, является важным эвристическим средством для познания свойств геометрических фигур. Мышление ученика, включающее индуктивные правдоподобные рассуждения, помогает лучше осмыслить необходимость дедуктивного доказательства.

Специфическим для доказательства геометрических утверждений является процесс мысленного отделения формы и размеров предметов от самих предметов и оперирование с ними как логическими объектами. Поэтому логическим приемам – обобщению и абстрагированию уделяется особое внимание на всех уровнях и во всех классах обучения геометрии.

Курс геометрии в IX-X классах характеризуется не только расширением объема учебной информации, но и дальнейшим повышением уровня обобщения и абстрактности приобретаемых знаний, ознакомлением учащихся с элементами геометрических теорий. Это удается достигнуть последовательным использованием координатного и векторного методов в изложении /отличающихся от традиционного/ раздела "Прямые и плоскости в пространстве" и применения определенного интеграла для вычисления поверхностей и объемов круглых тел. Научный уровень преподавания несомненно повышается, если учащиеся знакомятся с идеями аксиоматического построения геометрических теорий /элементами неевклидовых геометрий/ и овладевают дедуктивным построением миниатюрных теорий небольших тем, разделов программы и школьного курса в целом. На этом уровне мыслительной деятельности ученики легче усваивают материал, проводят анализ доказательств, выявляют его логические структуры, используют алгоритмические предписания правил вывода, устанавливают последовательность предложений, удовлетворяющих определенным /данным/ условиям.

Практика показывает, что в процессе учебной работы над построением и изучением миниатюрных аксиоматических теорий интерес учащихся к такого рода упражнениям не устойчивый и нередко быстро исчезает. Нами прослежены причины этого: действие психологической инерции, которая является прямым результатом обучения /сохранение определенного логического статуса/ и недостаточная мотивация потребности в такого рода упражнениях. Для

устранения этих причин, как подтверждают наши педагогические исследования, необходимо перенестись с учащимися в незнакомую физическую ситуацию, например, на поверхность сферы или в пространство Лобачевского. Тогда такие привычные нам образы-понятия как "прямая", "треугольник", "параллельный" и др. резко изменяются или приобретают иной смысл, а привычные для нас суждения о них становятся мало приспособленными. В таких условиях быстрее преодолевается психологическая инерция и рождается мотив /который мы должны культивировать/, - почему возможны и нужны разные системы основных понятий и аксиом в создании теоретических знаний.

В практике нашей школы ни один из этих приемов продуктивно не используется, отсюда аксиоматическое построение курса встречает большие трудности.

Предлагаемым изменениям курса геометрии противодействуют утверждения о трудностях усвоения новых понятий /преобразование, вектор, интеграл и др./, об ограниченности возрастных познавательных возможностей школьников. Несомненно, новые абстрактные понятия не поддаются такому наглядному изображению, как большинство привычных нам фигур, но как это показано дальше /см. раздел IУ/ главные трудности здесь не геометрические, а дидактические и методические.

Результаты исследований по рассмотренным вопросам во втором разделе диссертации можно резюмировать таким образом:

- 1/ Исследованы и уточнены особенности применения дидактических принципов в обучении геометрии.
- 2/ Разработано и обосновано содержание курса геометрии в средней общеобразовательной школе /один из возможных вариантов/.
- 3/ Разработаны и проанализированы методы организации учебной деятельности учащихся на разных уровнях их геометрического мышления.
- 4/ Описана методика формирования геометрических понятий и обучения геометрическим доказательствам.
- 5/ Обоснована методика совместного изучения планиметрического и стереометрического материала.

3. Дидактика и методика геометрических задач

В процессе обучения геометрии учащиеся овладевают опреде-

ленными теоретическими знаниями и умениями их применять как непосредственно в самой геометрии /решение задач/, так и в других науках, на практике.

Доминирующим в применении теории является решение геометрических задач /на вычисление, доказательство, построение, исследование и др./. Практика обучения теории через решение задач подтвердила высокую его эффективность. Однако проблема построения педагогически целесообразной системы задач, с помощью которой можно было бы получить заданные наперед результаты успеваемости учащихся, не получила еще хотя бы близкого к однозначному решения.

При этом сложность заключается не столько в изменяющемся содержании курса, сколько в организации учебной деятельности учащихся, направленной на формирование у них логических и практических умений читать задачу, проводить структурный ее анализ, охватывать проблемную ситуацию, порождающую задачу, и выразить ее условие геометрическими средствами. И, что особенно важно, — устанавливать достаточность своих теоретических знаний для решения данной задачи и мотивировать необходимость их расширения и пополнения. Организацию учебного материала для всех классов школы, подчиненную решению этой проблемы, осуществляют авторы учебников и задачников. Но главная часть работы остается за учителем, располагающим данными обратной связи об индивидуальных особенностях усвоения материала и геометрического мышления учащихся, успех которого зависит от мастерства его преподавания.

При методическом обосновании указанных вопросов рассмотрены:

- 1/ содержание и особенности геометрической задачи и ее решения;
- 2/ типы геометрических задач и возможности использования алгоритмов для их решения;
- 3/ задачи на построение с помощью циркуля и линейки, угольника и других инструментов;
- 4/ система постулатов конструктивной геометрии и ее использование в школьном курсе;

- 5/ соотношение между теорией и практикой в школьных геометрических построениях;
- 6/ основные методы решения задач на построение;
- 7/ основные задачи на построение плоских и стереометрических фигур;
- 8/ методические требования к составлению и использованию геометрических задач практического содержания;
- 9/ связи между проекционным черчением и стереометрией.

Решение задач - важнейшая часть курса геометрии. Их содержание и процесс решения являются новым источником научной информации - введение новых понятий, открытие и доказательства новых свойств изучаемых объектов, ознакомление с методами математического рассуждения, познание новых явлений и фактов во внематематической предметной области /физике, химии, географии, астрономии, технике, быту и других областей практической деятельности/. Кроме того, в процессе решения задач формируются умения переносить знания - т.е. учащиеся обучаются математизировать конкретные ситуации, вырабатывают умение видеть и отделять абстрактную геометрическую суть задачи от породившего ее конкретного содержания, приобретают навыки вычислительного, логического и конструктивного характера. Через задачи и их конкретное содержание раскрываются разнообразные связи теории с практикой, воспитываются у учащихся качества пространственно видеть.

Воспитывая умения решать задачи, нужно учитывать дидактическую и методическую специфику конкретного учебного предмета. Геометрические задачи отличаются спецификой содержания - в них данные и искомые компоненты выражают структуру, порядок и отношения моделей пространственных форм - фигур и их свойств. Сложность педагогической проблемы обучения решению задач состоит в том, что нет универсального метода для решения любой геометрической задачи и, что не менее важно, приемы мышления, рассуждения учащихся, их умение воспринимать и анализировать задачи весьма индивидуализированы. Исходить из позиции индивидуального обучения решению задач в условиях классно-урочной системы, очевидно, нельзя. Поэтому в исследованиях и рекомендациях мы ориентировались на возможность сочетания коллективных форм обучения с индивидуальными.

В методических рекомендациях проведен анализ:

а/ обучения решению задач определенного класса с помощью специальных методов /геометрических мест, преобразований, алгебраический/; нами разработаны алгоритмы /типа разрешающих/ решения задач на вычисление и доказательство, основанные на импликационных переходах от условий к утверждению и от утверждения к условию задачи;

б/ обучения приемам мышления, направленным на поиск поэтапного процесса решения задач: понимание задачи, перевод ее условия на язык чертежа-рисунка-схемы, анализ условия и составления плана решения, решение задачи и анализ полученного результата; существенную помощь в воспитании таких приемов мышления оказывают эвристические рассуждения, естественно возникающие в процессе поиска¹;

в/ использования программированных материалов и карточек - задач для индивидуальных заданий учащимся с учетом их возможностей;

г/ раскрытия особенностей в подходах к решению задач на вычисление, доказательство и построение;

д/ обучения рациональным методам решения геометрических задач. Анализируются такие их компоненты: отнесение данной конфигурации к определенному классу с последующим вычленением ее отличительных особенностей, сближение элементов фигур путем преобразований, решение задачи в общем виде, построение вспомогательных фигур и использование вспомогательных данных, решение задач различными путями, вычленение той части теоретических знаний, на которые опирается решение данной задачи.

Успешному обучению учащихся умениям решать задачи способствует подчиненная этой цели организация учебного материала в учебниках и в изложении учителя. Речь идет о подборе системы задач для более глубокого раскрытия какой-либо идеи, свойства, отношения или структуры, о классе и формах геометрических задач по содержанию и методам решений, о формах использования задач /подготовительные упражнения на применение теорем, закрепление понятий отношения, задачи на исследование, на построение, на доказательство, комбинированные упражнения/, о подборе чисел в них для задач на вычисление и др.

¹ Аналогичных "краткому эвристическому словарю", см. Поля Д. Как решить задачу, перевод с англ., М., 1959 г.

Особо рассматриваются задачи на построение, так как их решение существенно зависит от набора используемых инструментов. В этой связи дается в форме постулатов, требований и условий сравнительная характеристика конструктивных свойств линейки, циркуля, угольника и рейсшины. Целесообразность подбора этих постулатов иллюстрируется на примерах решений задач.

В процессе обучения геометрии значительное место занимают задачи практического содержания, однако в подборе и использовании такого рода задач допускаются методические ошибки, из-за отсутствия надлежащего дидактического обоснования. Нами разработаны требования, которым должно удовлетворять задачи, относимые к практическим /реальность описываемых ситуаций и числовых данных, практическая ценность методов решения и геометрическая содержательность/, этапы составления задачи /определение фабулы, подбор параметров условия, его математическая обработка/ и методика их использования.

При исследовании вопросов дидактики и методики решения геометрических задач получены такие результаты:

1/ проведен анализ дидактических особенностей решения геометрических задач;

2/ уточнено толкование основных компонентов задачи, с учетом геометрической специфики;

3/ разработана методика подбора задач на разных уровнях обучения геометрии;

4/ обоснована методика решения задач на построение с учетом конструктивной характеристики инструментов, показаны пути расширения набора инструментов;

5/ разработана методика составления и использования задач практического содержания;

6/ разработана методика составления и решения задач на применение геометрических преобразований. В частности, составление и решение конструктивных задач с помощью метода инверсии. С помощью метода инверсии дано оригинальное решение задачи Мальфатти.

7/ Обоснованы принципы конструирования пространственных моделей при решении стереометрических задач.

4. Повышение эффективности методов обучения геометрии

Методы обучения геометрии и формы организации учебно-воспитательной работы являются в определенном смысле производными характеристиками сконструированной нами дидактической системы, рассмотренной в III разделе. Особенности этой дидактической системы заключаются в том, что один педагог в процессе урока управляет познавательной деятельностью достаточно большой группы учащихся. Обучение предполагает работу как с коллективом учащихся класса, так и с отдельными учащимися. А это значит, что должны использоваться как общие усредненные /рассчитанные на некоего среднего учащегося/ так и индивидуализированные структуры взаимодействия учителя с учеником. Информация, содержащаяся в школьной лекции или рассказе учителя, даваемые для всего класса объяснения или вопросы воспринимаются каждым учеником в соответствии с его индивидуальными способностями, личным опытом, эрудицией, знаниями, памятью, мотивами и другими особенностями психического склада личности. Поэтому все виды и формы занятий должны иметь свою меру сочетания усредненности и индивидуализации, а не противопоставляться одно другому или вытеснять одно другим. Структура и ход учебного процесса, его организационные формы и средства в значительной степени определяются содержанием курса геометрии. Но оптимальность результатов обучения достигается использованием наиболее адекватных этому содержанию методов, организационных средств и форм обучения.

Уровень эффективности обучения зависит от взаимодействия следующих компонентов учебной деятельности учащихся: усвоение готовых знаний; активный, самостоятельный, мыслительно-творческий подход к решению задач; эмоционально-волевые переживания; практическая деятельность и ее мотивация. Функционирование этих компонентов на разных этапах обучения геометрии существенно регулируется методами и организационными формами занятий. Если учебная деятельность учащихся направлена на усвоение готовых знаний, то обычно этому способствуют следующие моменты обучения, при которых главные усилия учащихся направлены на восприятие готовых знаний, их запоминание и последующее воспроизведение. Сообщающее обучение приводит к тому, что познавательная деятельность учащихся приобретает односторонний, воспро-

изводящий характер, с опорой на память, отсюда как следствие — они с большим трудом овладевают всеми знаниями, сообщенными учителем или учебником.

Для организации активной, самостоятельной творческой учебной деятельности учащихся, сопровождающейся эмоционально-волевыми напряжениями и формирующей умения практического применения знаний, нужны не только репродуктивные и объяснительно-иллюстративные, но и другие более эффективные методы и средства обучения.

К таким эффективным методам или средствам обучения, как показывают данные исследований /дидактиков, методистов/ и опыт передовых учительских коллективов, относятся проблемное и программированное обучение. Их использование дает возможность полнее реализовать дидактические принципы в целом, и, в частности, индивидуализацию обучения, обеспечить большую активность и самостоятельность мышления всех учащихся, а также чаще выделять систему логических и геометрических операций, лежащих в основе приобретаемых учащимися знаний, умений и навыков.

В работе анализируется проблемное обучение как методический комплекс, сочетающий в себе проблемное изложение материала, в котором содержится группа вопросов для учащихся, ответы на которые являются предметом их самостоятельного поиска или исследования. В этих условиях ученик ставится как бы в положение исследователя. Но творческий подход, самостоятельность, умение искать, как и другие качества учащихся, прививаются и воспитываются. С этой целью в работе на примерах изучения раздела подобия фигур, теоремы Пифагора и теорем о свойствах трапеции и др. раскрываются особенности проблемного изложения материала, показывается сам путь поиска, состоящий из анализа проблемы /наблюдение, обдумывание/, высказывания предположения об искомым связях /гипотеза/, экспериментальной прикидки или проверки правдоподобности этих связей и формулирования выводов с логическим доказательством. При изложении была использована методика поэтапного осуществления доказательства теорем и формирования понятий /создавались геометрические поисковые ситуации, анализ

которых приводил к выявлению основных признаков искомой геометрической фигуры или искомого понятия и к его вербальному определению с последующим применением на практике/. Ученики, прослеживая данный им образец поисковой деятельности, становятся как бы участниками диалектического движения мысли к истине, участниками учебного поиска.

Следует подчеркнуть, что проблемное изложение материала особенно необходимо в процессе обучения геометрии, материал которой весьма абстрактный. В таких условиях ученики воспринимают его как бы очеловеченным, создающимся живыми людьми /теорема Евклида, Фалеса, Пифагора, Архимеда, Аполлония и др./, с их мужеством, целеустремленностью и настойчивостью в достижении цели. Результаты наших исследований подтверждают, что проблемное учение способствует тому, что знания школьников становятся более осознанными, доказательными, убежденными; учащиеся в доступной форме знакомятся с образцами научного, доказательного мышления и сами учатся мыслить логически и диалектически. Кроме того, постановка проблемы, ее наблюдение и раскрытие ситуации, поиск и решение возбуждают внимание, интерес и увлечение учащихся. Следовательно, проблемное обучение является как бы альтернативой равнодушному усвоению готовых научных истин.

Геометрическая теорема и задача выступают перед учеником как целостная ситуация с элементами для наблюдения, обдумывания /данные условия теоремы или задачи/, выяснения ситуации и высказывания гипотезы /на основании имеющихся связей между данными и искомыми величинами/, наконец, поиска требуемого вывода и его доказательства. При этом четко усматривается три этапа учения: постановка проблемы, ее решение и проверка результатов. С их помощью легче выделить и сформировать у учащихся **к о м п о н е н т ы о б щ е г о у м е н и я** доказывать геометрические теоремы и задачи. К ним относятся: действие подведения под понятие, выбор системы признаков, объектов, данных в условии, развертывание условий, знание признаков искомого понятия /фигур/. Степень сформированности указанных умений может быть неодинаковой у разных учащихся, но главное заключается в том, что эти умения опираются на оперативное мышление и поэтому являются надежной основой для правильного понимания дедуктивной структуры курса геометрии.

Говоря об эффективности проблемного обучения, мы исключаем его универсальность, — оно должно применяться достаточно широко наряду с другими методами /объяснение, лекция, беседа, работа с книгой, моделирование, составление конспектов, рефератов/.

Использование элементов безмашинного программированного обучения в процессе преподавания геометрии является темой специального исследования. Развитие представлений о значении обратной связи для формирования геометрических понятий и учебных действий ученика, привело к созданию нового методического комплекса — программированного обучения, с помощью которого может быть улучшено управление познавательной деятельностью учащихся в условиях классно-групповой системы. Программированные пособия по разделам "Векторы", "Решение треугольников", "Степенная функция", составленные под нашим руководством в НИИ педагогики УССР, были экспериментально проверены в 100 школах республики. Результаты эксперимента позволили установить эффективность программирования отдельных разделов учебника геометрии, вопросов организации и проведения учебных занятий по доказательству теорем, рациональной дозировке материала для самостоятельного изучения учащимися с последующей самопроверкой его усвоения и др.

В работе подчеркивается, что программированное обучение, усиливая индивидуализацию /в смысле количественно взвешенной информации и обратной связи/, не должно исключать существующие формы фронтальной работы с учащимися. Достижение целей и задач обучения геометрии при выборе любых методов будет эффективным в классных условиях только при умелом сочетании общности усредненности и индивидуализации занятий.

Обеспечение более высокого уровня логической строгости в преподавании геометрии тесно связано с использованием аксиоматического метода: а/ при создании систематических курсов геометрии /начиная с УІ класса/ на расширенной аксиоматической основе с использованием идей движения и преобразования; б/ при построении учебных миниатюрных дедуктивных теорий /аксиоматических фрагментов/ в процессе работы с учащимися УІІ-Х классов.

С этой целью проводится краткий анализ различных методических концепций аксиоматического построения курса геометрии: В.Ф.Кагана, Г.Вейля, Г.Шоке и Г.Папи, Р.Д.Андерсона и др. /Заметим, что сейчас появилась интересная концепция А.В.Погорело-

ва, создавшего аксиоматический курс школьной планиметрии/;
2/ излагаются нами построенные учебные аксиоматические фрагменты; а/ группа аксиом соединения на евклидовой плоскости, б/ геометрия параллельного переноса и других видов движения, в/ аксиомы конгруэнтности на сфере, г/ планиметрические аксиомы принадлежности на гиперболической плоскости, д/ аксиомы преобразования инверсии и др.

При исследовании вопросов, рассмотренных в этом разделе, получены такие результаты:

1/ Расширено и методически обосновано использование идей аксиоматического метода в пособиях для учащихся и в учебной деятельности учителя.

2/ Разработана методика проблемного обучения геометрии с использованием поэтапного формирования геометрических понятий и умений учащихся доказывать теоремы.

3/ Проанализированы пути внедрения элементов безмашинного программированного обучения в практику преподавания геометрии; разработана система дозировки материала в процессе доказательства теорем.

4/ Уточнено понятие эффективности методов обучения геометрии.

5. Проверка результатов исследований и внедрение их в практику

Экспериментальная проверка результатов выполненных исследований и внедрение их в практику проводились автором более двадцати лет путем публикации методических монографий, учебников и учебных пособий для учителей и учащихся, статей в центральных и республиканских журналах, научных записках педагогических институтов, чтения докладов на республиканских конференциях, семинарах и др.

По проблеме повышения научно-теоретического уровня преподавания геометрии автором опубликовано около 90 работ.

Методу инверсии и его применениям посвящена кандидатская диссертация автора /1950 год/.

Указанные материалы, изданные массовыми тиражами, проверялись в процессе преподавания геометрии в школе и педагогических институтах. Отзывы, предложения и замечания учителей учитывались при переиздании работ.

Методические рекомендации ежегодно обсуждались на республиканских семинарах методистов областных институтов усовершенствования и активах учителей математики республики. Одновременно с одобрением методических рекомендаций вносились предложения по их совершенствованию.

Представленная к защите работа "Педагогические основы преподавания геометрии в средней школе" является обобщением многолетних исследований, проведенных автором и под его руководством. Рекомендуемая нами система организации учебно-воспитательных занятий в общеобразовательной политехнической школе и методические материалы к основным вопросам педагогики геометрии широко используются в многолетней практике работы школы, что подтверждается заключением Министерства просвещения УССР.

Естественно, в своих исследованиях мы опирались на достижения выдающихся отечественных ученых-геометров, педагогов, методистов и передовых учителей, способствовавших разработке основ педагогики геометрии, как отрасли педагогической науки в нашей стране.

Отзывы и опубликованные рецензии на наши работы, а также результаты обучения геометрии по нашим учебникам, позволяют сделать заключение о том, что они полезны и оказывают определенную помощь учителям в организации и проведении занятий по геометрии в средней школе.

Список научно-методических работ И.Ф.ТЕСЛЕНКО
по педагогическим основам преподавания геометрии

1. О неевклидовых геометриях в средней школе, журнал "Математика в школе", 1963, № 4.
2. а/ Элементы сферической геометрии, "Радянська школа", 1955.
б/ Исторический очерк развития сферической геометрии, "Радянська школа", 1955.
3. Вопросы перестройки программы по математике для восьмилетней школы, ж. "Радянська школа", 1959, № 3.
4. Проект требует совершенствования, ж. "Советская педагогика", 1964, № 10.
5. Геометрия, учебник для УШ класса, "Радянська школа", 1961 /опівавтор Е.С.Дубинчук/, второе издание 1963 г.
6. а/ сборник задач по планиметрии /на правах рукописи/;
б/ сборник задач по стереометрии /на правах рукописи/.
7. Геометрия, учебник для IX-X классов, "Радянська школа", 1968 /співавтор Л.М.Лоповок/.
8. Подготовительные геометрические упражнения, ж. "Начальная школа", 1962, № 12.
- 9.
10. Связи в преподавании геометрии и черчения. "Радянська школа", 1965.
11. О взаимосвязях преподавания геометрии и черчения, Научные записки НИИП УССР, 1962, т.4 /соавтор В.Е.Михайленко/.
12. Общие вопросы методики преподавания геометрии в восьмилетней школе, АПН РСФСР /рукопись/.
13. Прибор для демонстрации преобразования гомотетии, сборник "Новые наглядные пособия по математике", "Просвещение", 1965, вып.3.
14. Вопросы истории математики на уроках и занятиях математического кружка. Наукові записки Львівського педінституту, вип.2, т.IV, 1965 /серія педагогічна/.
15. Сборник задач практического содержания. Львівський обласний інститут удосконалення кваліфікації вчителів, 1958, /співавтор М.Крайємац/.

16. Формирование геометрических представлений и развитие пространственного воображения школьников, ж. "Радянська школа", 1954, № 10, та збірник "Штання політехнічного навчання в середній школі", вид-во Львівського університету, 1954.

17. Вопросы методики геометрии, "Радянська школа", 1962.

18. О системе упражнений, способствующих развитию пространственных представлений и воображения учащихся УІ-УІІІ классов. Міжвузівський збірник "Методика викладання математики", вип. I, 1964, "Радянська школа".

19. Из опыта изготовления и использования наглядных пособий по геометрии. Научные записки ЛГПИ, т. УІІІ /серия педагогическая/, 1956.

20. О преподавании математики в связи с производственной деятельностью учащихся, ж. "Математика в школе", № 4, 1960.

21. а/ О преподавании математики в связи с трудовым и производственным обучением, Учпедгиз, 1962 /соавторы Е.С.Дубинчук, Т.Я.Нестеренко/.

б/ Связи преподавания математики с производственным обучением, Болгария, 1966.

22. Использование материалов истории математики для антирелигиозного воспитания учащихся, ж. "Радянська школа", 1962, № 12.

23. Развивать математические способности у учащихся, ж. "Радянська школа", 1963, № 2.

24. О воспитании у учащихся потребности обосновывать геометрические утверждения, сб. "Викладання математики в школі", вип. ІУ, 1966 и ж. "Математика и физика", Болгария, 1967.

25. а/ Формирование коммунистического мировоззрения учащихся на уроках математики, ж. "Радянська школа", 1966, № 2.

б/ Конференция по вопросам воспитательной работы учителей математики, ж. "Математика в школе", 1965, № 2.

26. Педагогическая целесообразность новой системы уроков /співавтори Т.Я.Нестеренко, В.І.Челелев/, ж. "Радянська школа", 1963, № 9.

27. Об опыте программирования в американской школе, ж. "Радянська школа", 1963, № 7.

28. Методика экспериментальной проверки программированных учебников по математике для средней школы, "Радянська школа", 1964.

29. "Вектори" и "Решение треугольников", "Радянська школа", 1965-66 гг. /Співавтори Т.Я.Нестеренко, О.С.Дубинчук/.
30. Вопросы программированного обучения по математике, Республіканський збірник "Викладання математики в школі", вип. I, 1964.
31. Особенности программирования учебников по математике. Збірник "Програмоване навчання в школі", вид-во "Радянська школа", 1966.
32. Контроль знаний, умений и навыков при программированном обучении. Збірник "Методика викладання математики", вип. 2, вид-во "Радянська школа", 1966 /співавтори Т.Я.Нестеренко, О.С.Дубинчук/.
33. Предварительные результаты работы по программированным пособиям по математике. Збірник "Методика викладання математики", вип. 3, "Радянська школа", 1967.
34. Особенности геометрических задач на построение в планиметрии, "Радянська школа", 1955.
35. Геометрические построения, "Радянська школа", 1956.
36. Из истории геометрических построений, ЛГПИ "Доповіді та повідомлення", вип. 2, 1956.
37. Алгебраический метод решения конструктивных задач, "Радянська школа", 1957.
38. Об одной конструктивной задаче, Наукові записки Львівського педагогічного інституту, т. VI, серія фізико-математична, 1956.
39. Метод инверсии и его использование, "Радянська школа", 1953, друге видання, 1959 р.
40. Об улучшении профессиональной подготовки учителя математики, "Доповіді та повідомлення" Львівського педінституту, вип. I, 1955.
41. Элементарная математика, Геометрия, "Радянська школа", 1963.
42. Об элементарно-геометрических работах Леонарда Эйлера, Наукові записки, т. IV, серія фізико-математична, Львівський педінститут, 1958.
43. Аксиоматический метод в геометрии, ЦИУУ МО УССР, 1966.
44. Безмашинное программированное обучение математике, ж. "Математика в школе", № 5, 1967.

45. Решение треугольников /программированное пособие для техникумов/ МВО УССР, 1967, Киев.
46. Программа приемиема, ж."Математика в школе", № 2, 1967.
47. О новой программе по математике, ж."Радянська школа", № 4, 1967.
48. Развитие методики математики на Украине за годы Советской власти, збірник "Методика викладання математики", вип.4, 1968.
49. Исследование эффективности программированного обучения по математике. Матеріали другого з'їзду математиків Болгарії, 1967.
50. О факультативных занятиях, ж."Математика в школе", № 3, 1968.
51. Вопросы школьного математического образования на международном конгрессе математиков в Москве, ж."Радянська школа", № 8, 1968.
52. О результатах контроля знаний по математике, ж."Математика в школе", № 1, 1969.
53. Содержание и основные идеи новой программы по математике, вид-во "Радянська школа", МО УРСР, 1969.
54. Геометрия, учебник для учащихся 9 класса по новой программе, НДІП УРСР, 1968.
55. Сборник задач по элементарной математике в помощь участникам школьных математических олимпиад /соавтор/, Изд-во Львовского Госуниверситета, 1950.
56. О геометрических задачах с применением тригонометрии в X классе, посібник для вчителів, вид-во Львівського ОІУУ, 1960.
57. О методе инверсии, сборник НИИП "Математика в школі", вип.5, 1951.
58. Об инверсии. Сборник "Вопросы элементарной и высшей математики", вып.1, изд-во Харьковского Госуниверситета, 1952.
59. Роль математики в политехническом обучении учащихся средней школы, ж."Радянська школа", 1958, № 3.
60. О практической подготовке молодого учителя, ж."Советская педагогика", 1956, № 2.
61. Метод Лобачевского решения алгебраических уравнений. Вид-во "Радянська школа", 1956 /співавтор О.М.Костовський/.

62. О перестройке программы по математике, ж. "Математика в школе", 1960, № 2 /соавтор Е.С.Дубинчук/.
63. Задачи учителей математики в выполнении решений XXII съезда КПСС, ж. "Радянська школа", 1962, № 6.
64. Методика изучения тем: "Вписані і описані многокутники. Поверхні та об'єми піраміди, конуса, кулі", МО УРСР, 1960.
65. О профессиональной подготовке учителей математики в педвузах, збірник "Методика викладання математики в школі", вип.У, 1969.
66. Геометрические преобразования, розділ в посібнику "Факультативні заняття для учнів УІІІ класу", "Радянська школа", 1969.
67. Геометрические преобразования. Факультативов для ІХ класса, вид-во "Радянська школа", 1970.
68. Методика решения геометрических задач /співавтор/, "Рад-школа", 1970 р.
69. Реализация идей аксиоматического метода, збірник "Математики в школі", вип.6, "Радшкола", 1970.
70. Как изучать геометрию в ІУ классе, Киевский ИУКУ, 1970.

БФ 19638 2.ІУ-70г. Зак. 2449 . Тир.150

Киевская книжная типография № 5. Киев, Ропина, 4.