МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР
КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени А.М.ГОРЬКОГО

На правах рукописи

ЧАШЕЧНИКОВА Лариса Игнатьевна

ОТНОШЕНИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ И ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ В ЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ ПЛАНИМЕТРИИ ВОСЬМИЛЕТНЕЙ ШКОЛЫ

/13.00.02 - Методика преподавания математики/

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Киев - 1976

Работа выполнена в Научно-исследовательском институте педагогики УССР
/отдел методики математики/

Научный руководитель - доктор педагогических наук, профессор И.Ф.Тесленко.

Официальные оппоненты:

I. Доктор физико-математических наук, В.Н.Остапенко.
2. Кандидат педагогических наук, доцент З.И.Слепкань.

Ведущее предприятие - Черкасский государственный педагогический институт им.300-летия Воссоединения Украины с Россией

Защита диссертации состоится "____" __________1976 г. на заседании Ученого совета Киевского государственного педагогического института им.А.М.Горького, адрес: г.Киев, 30, ул.Пирогова, 9.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Автореферат разослан "____" ________1976 г.

Ученый секретарь совета
доцент И.И.Тычина

Математические методы и математический стиль мышления интенсивно проникают во все области знаний. Высокий уровень развития математики является необходимым условием подъема практической эффективности важнейших теоретических и прикладных знаний. Поэтому в программе КПСС в числе ведущих отраслей естествознания, развитию которых партия уделяет особое внимание, первой названа математика.

Перед школой поставлена задача вести систематическую работу по развитию математических способностей учащихся, по воспитанию у них интересов и склонностей к математике, к точным формам логического мышления.

Проблема развития математических способностей и логического мышления школьников является предметом теоретических исследований многих советских психологов, физиологов и педагогов. Экспериментальные исследования в этом направлении были выполнены Б.Г.Ананьевым, В.А.Крутецким, А.Г.Ковалевым, Н.А.Менчинской, В.Н.Мясищевым, Е.Ф.Рыбалко, С.Л.Рубинштейном, П.А.Шеваревым и другими.

Академик А.Н.Колмогоров обратил внимание на то, что очень часто преувеличивается необходимость специальных способностей для понимания и изучения математики. Он считает, что при правильном руководстве со стороны учителя и при наличии хороших учебных пособий для усвоения математики в средней школе достаточны обыкновенные средние человеческие способности.

Наши многолетние исследования показывают, что уровень способностей всех учащихся является достаточным для того, чтобы они могли успевать в обычной школе.

Расширение приложений математики в различных отраслях знаний обусловило необходимость пересмотра содержания школьного математического образования. Наибольшей модернизации подверглась ее геометрическая часть, так как традиционная программа по геометрии уже не соответствует ее современному научному уровню и потребностям практики.

При определении содержания и структуры курса планиметрии восьмилетней школы учитывались как потребности приложения геометрических знаний, так и возрастные особенности учащихся, формы их учебной деятельности.

Важнейшим структурным понятием современной математической науки является понятие отношения. В геометрии такими понятиями являются, например, отношения параллельности и перпендикулярности. Они формируются у детей с первых лет их жизни и,особенно,в школе на уроках геометрии.

Формирование отношений параллельности и перпендикулярности у детей младшего возраста на основе наглядных представлений и их жизненного опыта не всегда оказываются правильными, что отрицательно влияет на усвоение геометрических знаний. Поэтому возникла потребность в выяснении возможности формирования этих отношений в начальной школе при изучении курса математики.

Для решения этой задачи мы изучили геометрические представления об отношениях параллельности и перпендикулярности у детей младшего школьного возраста, проанализировали возможности более раннего формирования у них некоторых других геометрических понятий, на основе анализа курсов планиметрии отечественной и зарубежных школ, с учетом их соответствия возрастным особенностям учащихся, сопоставили различные схемы построения планиметрии с точки зрения роли и места отношений параллельности и перпендикулярности. Мы пришли к выводу, что при любой схеме построения геометрии основополагающее значение имеют отношения параллельности и перпендикулярности.

В связи с пересмотром содержания школьного геометрического образования возникла актуальная проблема исследования роли и места отношений параллельности и перпендикулярности в логической структуре планиметрии восьмилетней школы. Это тем более необходимо в условиях, когда геометрические фигуры рассматриваются как точечные множества с теоретико-множественными операциями над ними.

При исследовании этой проблемы мы исходили из требований повышения качества знаний учащихся, совершенствования методических приемов изложения учебного материала, средств наглядности, удачного подбора системы упражнений в связи с уточнением роли и места отношений параллельности и перпендикулярности как в пропедевтическом, так и в систематическом курсах геометрии.

Особое внимание уделено форме изложения отдельных вопросов планиметрии с учетом различного возраста учащихся, исследованию возможности более углубленного изучения некоторых вопросов теории. В частности исследованы условия более эффективного формирования понятий отношений параллельности и перпендикулярности на основании изучения перемещений симметрии, параллельного переноса, поворота с использованием понятия "вектор".

Работа написана на основании изучения и анализа отечественной и зарубежной математической, методической и психолого-педагогической литературы по исследуемым вопросам, собственного опыта работы в школе и педагогическом институте, экспериментальных исследований, а также изучения опыта работы передовых учителей города Кировограда и Кировоградской области.

В период с 1970 года по 1975 год, в процессе исследования, нами были проведены многократные эксперименты в восьмилетних школах № 2 /учитель Ковальчук Н.А./ и № 18 /учителя Петрик А.Т. и Верховская В.М./, в средней школе № 13 /учитель Мазуринская Е.П./ г.Кировограда, в Иосиповской восьмилетней школе Новомиргородского района /учитель Вязовский А.Е./, в Великосевериновской восьмилетней школе Кировоградского района /учитель Журова Н.В./, в Дмитриевской средней школе № 1 Знаменского района /учитель Ланевская О.А./ и в некоторых других школах Кировоградской области. Констатирующий эксперимент проводился также в некоторых школах Ворошиловградской и Пензенской областей.

Экспериментальные материалы подбирались с целью:

1. Выяснения интуитивных представлений учащихся 2-3 классов об отношениях параллельности и перпендикулярности на основе их жизненного опыта, наглядных представлений и изучения элементов геометрии в курсе математики.

2. Выяснения представлений учащихся четвертого и пятого классов об отношениях параллельности и перпендикулярности, их взаимной связи до изучения и после изучения соответствующих разделов программы.

3. Установления путей и возможностей более активного понимания и формирования у учащихся начальной школы отношений параллельности и перпендикулярности.

4. Уточнения роли и места отношений параллельности и перпендикулярности в пропедевтическом и систематическом курсах геометрии.

5. Поисков и разработки более эффективных методов изложения отдельных тем и вопросов, связанных с отношениями параллельности и перпендикулярности,с целью повышения качества знаний учащихся.

6. Подбора системы упражнений, которые способствовали бы лучшему усвоению изучаемого материала.

7. Отбора из уже имеющихся и создания новых средств наглядности.

Диссертационная работа состоит из введения, четырех разделов, заключения и списка литературы по предмету исследования. Во введении дается обоснование актуальности выбранной темы. В первом разделе "Отношения параллельности и перпендикулярности в различных схемах построения геометрии на плоскости" исследуются роль и место отношений параллельности и перпендикулярности при различных схемах построения геометрии на плоскости.Проводится сравнительный анализ роли и места отношений параллельности и перпендикулярности в схемах Евклида-Гильберта, Вейля и при других схемах построения геометрии.

В настоящее время в математике широко используются теоретико-множественные и векторные методы. Поэтому в изложении систематического курса геометрии восьмилетней школы должны быть использованы элементы теории множеств и векторной алгебры.

При изложении геометрии в плане Евклида-Гильберта для использования теоретико-множественных методов достаточно рассматривать пространство как точечное множество, а прямые и плоскости не как самостоятельные геометрические образы, а как точечные подмножества пространства. При этом система аксиом легко модифицируется.

Введение понятие вектора и применение векторной алгебры для решения геометрических задач возможно только после изучения основного геометрического материала, так как до введения понятия вектора необходимо рассмотреть элементарную теорию параллельности и теорию измерения отрезков, изучение которых в схеме Евклида-Гильберта относится на последний план.

При построении курса геометрии на метрической основе имеется возможность более раннего введения понятия вектора и использования векторной алгебры. Если же аксиому о параллельных включить в число аксиом принадлежности и потребовать в ней как существование, так и единственность прямой, проходящей через данную точку параллельно заданной прямой, то понятие вектора можно ввести сразу же после рассмотрения аксиом расстояния. В этой схеме построения геометрии находят широкое применение и теоретико-множественные методы.

В схеме Вейля понятие "вектор" является основным понятием. Отношение параллельности определяется через умножение вектора на число, а отношение перпендикулярности через скалярное произведение двух векторов. Так как умножение вектора на число вводится раньше понятия скалярного произведения, то и отношение параллельности вводится и изучается значительно раньше отношения перпендикулярности. Если же аксиомы откладывания вектора от точки ввести после аксиом скалярного произведения, то отношения параллельности и перпендикулярности можно изучать одновременно.

С точки зрения приложений геометрии важное значение имеют многомерные пространства, применяемые в физике, современном анализе, экономике и т.д. Известно, что для перехода от изучения планиметрии или стереометрии к изучению многомерной геометрии в схеме Вейля достаточно заменить в аксиоме размерности соответственно число 2 или 3 произвольным натуральным числом n. Аналогичный переход в схеме Евклида-Гильберта и при построении геометрии на метрической основе сопряжен с серьезными трудностями.

Таким образом, с точки зрения приложений, схема Вейля имеет бесспорное преимущество перед другими схемами построения геометрии. Однако прежде, чем переходить к изложению геометрии на точечно-векторной основе, необходимо сформировать у учащихся содержательное понятие вектора и изучить содержательную теорию векторной алгебры. Поэтому схема Вейля не может быть положена в основу построения систематического курса геометрии восьмилетней школы.

Из проведенного нами анализа различных схем построения геометрии следует, что наиболее удобной схемой для построения систематического курса геометрии восьмилетней школы является построение геометрии на метрической основе. В ней имеется широкое применение теоретико-множественных методов и теоретико-групповых принципов, в доступной форме для учащихся среднего школьного возраста, а так же нетрудно излагается теория измерения отрезков и создается возможность более раннего введения понятия "вектор".

Во втором разделе "Краткие исторические сведения об изучении отношений параллельности и перпендикулярности" дается анализ отечественной и зарубежной учебной и методической литературы с точки зрения исследуемой проблемы.

В обзорном порядке рассматриваются роль и место отношений параллельности и перпендикулярности в школьных изданиях "Начал" Симсона, Плэйфера, Лоренца, в учебниках Безу, Лежандра, Лакруа и др.

Дается анализ роли и места отношений параллельности и перпендикулярности в отечественных учебниках и учебных пособиях А.П.Киселева, Н.Н.Никитина, Н.А.Глаголева и др. Особое внимание уделяется сравнительному анализу роли и места отношений параллельности и перпендикулярности в новых школьных учебниках по математике для I-У классов и в учебном пособии "Геометрия" под редакцией А.Н.Колмогорова.

Из зарубежных учебников и учебных пособий по геометрии наиболее подробно рассматриваются "Основания геометрии" Д.Д. Биркгофа и Р.Бейтли, "Геометрия" Э.Э.Моиза и Ф.Л.Даунса/США/, "Современная математика" Ж.Папи /Бельгия/, "Геометрия" Г.Шоке /Франция/, "Мидлендский экспериментальный учебник"/Англия/, учебники по геометрии ПНР, ЧССР, РСР и др.

В процессе анализа отечественной методической литературы по формированию и изучению отношений параллельности и перпендикулярности по традиционным и по новым программам рассматриваются методические рекомендации Н.М.Бескина, В.Г.Чичигина, В.В.Репьева, Н.Н.Шоластера, К.П.Сикорского, А.М.Астряба, А.М.

Пышкало, А.Д.Семушина, И.Ф.Тесленко,А.И.Маркушевича,М.С.Галкиной, Ю.М.Колягина, П.Б.Ройтмана и др.

На основе анализа учебной и методической литературы,опыта преподавания по новым программам и проведенного констатирующего эксперимента мы пришли к выводу,что пропедевтический курс геометрии пятого класса перегружен за счет введения большого числа понятий, связанных с отношениями параллельности и перпендикулярности.

Как показали наши наблюдения и данные исследований Д.Б. Эльконина и В.В.Давыдова, изменяя методику преподавания и систему формирования математических понятий уже в начальной школе можно добиться усвоения учащимися некоторых абстрактных понятий и операций над ними. Естественно встает вопрос о возможности изучения отношений параллельности и перпендикулярности в курсе математики I-III классов, опытные представления о которых учащиеся начальной школы уже имеют.

В соответствии с новой программой подверглась серьезной переработке схема построения систематического курса планиметрии восьмилетней школы. Существенным образом изменились роль и место отношений параллельности и перпендикулярности. Так, например, изменилась роль отношения перпендикулярности при изучении осевой симметрии. Понятие параллельного переноса отождествляется с понятием вектора.

Все это требует пересмотра традиционной методики изучения соответствующих разделов систематического курса геометрии. В частности должна быть создана методика изучения осевой симметрии,параллельного переноса и т.д.

В связи с введением в курс геометрии восьмилетней школы элементов векторной алгебры появилась необходимость в разработке методики ее изучения. Так как понятие вектора отождествляется с понятием параллельного переноса, то методика изучения векторной алгебры естественным образом должна быть связана с методикой изучения отношения параллельности и параллельного переноса.

В пропедевтическом курсе геометрии уделяется много внимания формированию и изучению отношений параллельности и перпендикулярности. В частности доказывается единственность перпендикуляра и формулируется "аксиома" о параллельных. На основании наших исследований мы пришли к выводу, что в число аксиом систематического курса геометрии восьмилетней школы целесообразно включить утверждение о единственности перпендикуляра, а в аксиоме о параллельных потребовать как существование, так и единственность прямой, проходящей через данную точку параллельно заданной прямой.

При изучении темы "Векторы" рассматриваются упражнения на разложение вектора по ортонормированному базису. Поэтому уже в седьмом классе появляется возможность применения метода координат при изучении геометрии.

Изучение векторной алгебры в седьмом классе заканчивается рассмотрением основных законов векторной алгебры. В связи с этим представляет бесспорный интерес выяснение возможности и разработка методики формирования понятия векторного пространства в процессе проведения факультативных занятий.

В отличие от традиционного курса геометрии, в новом систематическом курсе при изучении вопросов теории подобия важное значение имеет гомотетия. Так как гомотетия определяется через понятие умножения вектора на число, то методика изучения гомотетии имеет непосредственную связь с методикой изучения отношения параллельности.

Третий раздел "Методика формирования отношений параллельности и перпендикулярности в курсе математики I-У классов" посвящен исследованию форм и методов изучения понятий отношения параллельности и отношения перпендикулярности прямых в пропедевтическом курсе геометрии.

Здесь отношению перпендикулярности предшествует понятие "прямой угол", а следовательно успех при формировании понятия отношения перпендикулярности прямых зависит от уровня сформированности понятия "прямой угол". При формировании же понятия прямого угла существенно используется понятие наложимости геометрических фигур.

В связи с построением систематического курса планиметрии восьмилетней школы на теоретико-множественной основе требуется уточнение содержания многих геометрических понятий и приведение в соответствие геометрической символики и терминологии курса математики и систематического курса геометрии.

Наиболее серьезным несоответствием между геометрической терминологией курса математики и систематического курса геометрии восьмилетней школы оказалось использование в различном смысле важнейшего термина "равные фигуры". В систематическом курсе геометрии термину "равные фигуры" придается теоретико-множественный смысл, а в курсе математики он используется и в смысле наложимости фигур.

Как показал опыт преподавания и наш эксперимент, использование различной символики и терминологии в курсе математики и в систематическом курсе геометрии восьмилетней школы создает серьезные методические трудности в изложении учебного материала,а следовательно и в усвоении этих понятий учащимися.

Формирование отношения перпендикулярности тесно связано с непосредственным использованием понятия наложимости фигур. Поэтому, прежде чем рассматривать методику формирования отношений параллельности и перпендикулярности,мы исследовали вопрос о возможности введения и использования единой геометрической символики и терминологии,а затем на "языке этой символики и терминологии" рассмотрели вопросы методики формирования отношений параллельности и перпендикулярности в пропедевтическом курсе геометрии.

Мы считаем,что процесс формирования понятий параллельности и перпендикулярности у учащихся I-У классов следует разбить на два этапа. На первом этапе эти понятия формируются преимущественно на основе зрительных восприятий с последующим использованием операций измерения. При этом выделение свойств понятий целесообразно проводить на основе сравнения с использованием контрастного выделения их не только по существенным,но и по несущественным признакам.

На втором этапе важно выработать у учащихся навыки и потребности в определениях и обосновании суждений. Так, прежде чем вводить определения прямого угла, перпендикулярных и параллельных прямых, нужно на основе рассмотрения моделей,рисунков и чертежей выяснить содержание определяемого понятия,а затем убедить учащихся в необходимости определять эти понятия.

Как показал наш констатирующий эксперимент, учащиеся начальных классов имеют правильные представления об отношениях параллельности и перпендикулярности. Формирование этих представлений на основе наглядных образов в основном заканчивается к 8-9 летнему возрасту. Однако, представления детей младшего школьного возраста об отношениях параллельности и перпендикулярности не получают должного развития при изучении курса математики, так как в начальных классах они не развиваются с использованием геометрических фигур.

Проведенный нами обучающий эксперимент позволяет сделать вывод, что новая программа по математике для I-III классов позволяет сформировать у учащихся младшего школьного возраста правильные и достаточно полные представления об отношениях параллельности и перпендикулярности и их свойствах путем введения в учебное пособие небольшого числа дополнительных задач и упражнений.

Высказываются возражения против введения терминов "параллельные прямые" и "перпендикулярные прямые" в обиход учащихся начальной школы. Как показали наши исследования, дети воспринимают, осваивают и используют без особого труда эти термины, если они часто слышат их в процессе обучения.

В работе рассматриваются вопросы методики формирования у учащихся начальных классов понятий "прямой угол", "прямоугольник", "квадрат" и отношений параллельности и перпендикулярности с использованием системы моделей геометрических фигур, плакатов, рисунков и предметов.

В пятом классе при изучении осевой симметрии и параллельного переноса важно сформировать у учащихся понятие определяющих точек геометрической фигуры. Тогда построение образов фигур сводится к построению образов их определяющих точек.

В четвертом разделе работы, названном "Отношения параллельности и перпендикулярности в логической структуре систематического курса планиметрии восьмилетней школы" изложена методика изучения тем: "Осевая симметрия", "Параллельность и параллельный перенос", "Векторы", "Подобие" на основе отношений параллельности и перпендикулярности.

Фактический материал тем: "Осевая симметрия" и "Параллельность и параллельный перенос" систематического курса геометрии во многих случаях повторяет изученный в пропедевтическом курсе геометрический материал. Поэтому, прежде чем доказывать "известные" учащимся утверждения, нужно убедить их в необходимости доказывать эти утверждения.

Так при изучении отношений параллельности и перпендикулярности возникает потребность в обосновании необходимости доказывать теоремы о единственности перпендикуляра, о кратчайшем расстоянии от точки до прямой, о серединном перпендикуляре к отрезку, о свойстве биссектрисы угла, о существовании параллельных прямых, о сумме углов треугольника и т.д.

Для решения этой задачи необходимо, опираясь на идею аксиоматического построения геометрии, каждый раз напоминать учащимся, что утверждение считается истинным только в том случае, если оно является аксиомой или же логическим следствием системы аксиом. Полезно использовать, в частности, "тетрадь-сводку понятий и утверждений", в которой записываются основные понятия, определения, аксиомы и теоремы по мере их изучения. Для удобства записи в тетраде целесообразно выполнять чернилами или пастой различного цвета.

В новом систематическом курсе геометрии понятие вектора отождествляется с понятием параллельного переноса. Поэтому формирование понятия "вектор" целесообразно начать еще в шестом классе при изучении темы "Параллельность и параллельный перенос". Формирование понятия "вектор" следует проводить в процессе рассмотрения различных величин из физики и геометрии.

Рассматривая объем, площадь, длину отрезка, массу, плотность замечается, что каждая из этих величин характеризуется только числом, которое выражает отношение этой величины к единице измерения. Для характеристики скорости, силы, параллельного переноса необходимо указывать не только их числовое значение, но и направление.

Учащимся сообщается, что величины, которые характеризуются числом и направлением, называются векторными. Отсюда делается вывод, что сила, скорость и параллельный перенос являются векторными величинами. Таким образом мы будем иметь единый подход при формировании понятия "вектор" в физике и в геометрии.

Заметив, что в геометрии числом и направлением однозначно характеризуется параллельный перенос как точечное преобразование, делается вывод, что в геометрии под вектором естественно понимать параллельный перенос.

Нами обосновывается возможность введения в VI классе понятия суммы двух векторов, нулевого вектора, противоположных векторов, а так же изучения свойств сложения векторов. Здесь же можно ввести и понятие произведения вектора на число.

При решении упражнений на построение образов точек относительно заданного параллельного переноса важно убедить учащихся в том, что от каждой точки плоскости однозначно можно отложить данный вектор, при этом необходимо добиться, чтобы учащиеся понимали в каком случае две упорядоченные пары точек задают один и тот же вектор.

Формирование понятия суммы двух векторов следует проводить на основе построения образов точек относительно композиции двух параллельных переносов, рассмотрев так же и случаи, когда векторы коллинеарны.

Как показал наш эксперимент, проверка выполнимости переместительного свойства для сложения коллинеарных векторов, на основе определения суммы двух векторов, не вызывает у учащихся затруднений. А поэтому случаи коллинеарных и неколлинеарных векторов следует рассматривать одновременно.

При изучении сочетательного свойства сложения векторов учителю достаточно рассмотреть только тот случай, когда никакие два из трех векторов не являются коллинеарными, а для упражнений выделить такие случаи:

а/ два из трех векторов являются коллинеарными, но не один из них не является нулевым;

б/ все три вектора являются коллинеарными, но не один из них не является нулевым;

в/ хотя бы один из трех векторов является нулевым.

При изучении темы: "Умножение вектора на число" следует исходить из того, что два вектора коллинеарны в том и только в том случае, если один из них можно представить в виде произведения второго на некоторое число. В частности, желательно научить учащихся выражать в векторной форме принадлежность точки отрезку, прямой, лучу.

В учебном пособии по геометрии гомотетия определяется через умножение вектора на число. В работе приводится, разработанная нами система упражнений, при решении которых повторяется определение произведения вектора на число и выясняются основные свойства гомотетии. В частности рассмотрена методика векторного обоснования утверждений о том, что при гомотетии прямая отображается на параллельную ей прямую, отрезок – на параллельный ему отрезок, луч – на сонаправленный ему луч, если $к > 0$, и на противоположно направленный луч, если $к < 0$.

При построении гомотетичных фигур, так же как и при построении образов фигур относительно перемещений, мы используем понятие определяющих точек. Это облегчает учащимся четче различать способы построения гомотетичных фигур при положительном и отрицательном коэффициентах гомотетии.

Особое внимание мы уделяем построению гомотетичных фигур в тех случаях, когда гомотетия задается центром и некоторым условием. Например, одна из вершин треугольника, гомотетичного данному треугольнику, должна принадлежать заданной прямой, окружности и т.д.

В диссертации рассматриваются также вопросы методики обобщения понятия "вектор" и формирования понятия векторного пространства во внеклассной работе. При этом обосновываются два возможных пути решения этой задачи.

I. Рассматривается выражение суммы двух векторов и произведения вектора на число в координатах. Замечается, что под вектором можно понимать любой объект, который характеризуется упорядоченной парой чисел $(X, У)$, если на множестве этих объектов заданы операции сложения и умножения на число по правилам:

$$(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2) ; \quad t(x, y) = (tx, ty) .$$

Рассматривается представление этих объектов и операций над ними в системе координат, где объекты представляются направленными отрезками, а затем вводится понятие многомерного вектора и многомерного векторного пространства.

2. Под векторами понимаются объекты произвольной природы, если на множестве этих объектов заданы операции сложения и умножения на число, которые удовлетворяют всем основным законам векторной алгебры.

В качестве примеров "векторов" приводятся многочлены, растворы, смеси и т.д. Рассматривается геометрическое изображение "векторов" и операций над ними. Приводятся примеры решения задач методами векторной алгебры из химии, медицины, биологии и т.д.

Наиболее доступными примерами векторных пространств для учащихся УII-УIII классов оказались арифметическое пространство и пространство многочленов степени не выше данной. На этих примерах удается сформировать у учащихся УII-УIII классов понятие многомерного векторного пространства.

Выводы

Проведенные нами исследования позволяют сделать следующие выводы:

I. Понятия отношений, параллельности и перпендикулярности являются структурными в логическом построении геометрии, а поэтому успех в изучении систематического курса геометрии восьмилетней школы во многом зависит от уровня сформированности этих понятий в пропедевтическом курсе геометрии, а так же от роли и места этих отношений в систематическом курсе геометрии.

2. Учитывая, что формирование понятий параллельности и перпендикулярности на основе наглядных представлений заканчивается, в основном, к 8-9 летнему возрасту, имеется возможность ввести и изучать эти понятия в курсе математики второго и третьего классов на основе рассмотрения дополнительных упражнений. Здесь же целесообразно ввести и термины "параллельные прямые" и "перпендикулярные прямые", а так же рассмотреть построение параллельных и перпендикулярных прямых с помощью чертежного угольника.

3. Аксиоматика систематического курса геометрии восьмилетней школы оказалась недостаточно сильной, что привело к необходимости доказывать большое число "очевидных" и "известных" /из пропедевтического курса геометрии/ утверждений, а так же к значительному усложнению изложения первых разделов геометрии шестого класса.

С целью упрощения изложения материала шестого класса в число основных понятий целесообразно ввести понятие "лежать между", а в число аксиом - утверждение о единственности перпендикуляра.

4. Аксиому о параллельных целесообразно включить в число аксиом принадлежности, поместив ее после доказательства теоремы о том, что две различные прямые могут иметь не более одной общей точки и потребовав в ней как существование, так и един-

ственность прямой, проходящей через данную точку параллельно данной прямой.

5. Понятие "вектор" наиболее удобно формировать на основе рассмотрения скалярных и векторных величин из физики и геометрии. Так как понятие вектора отождествляется с понятием параллельного переноса, то его следует ввести при изучении темы "Параллельность и параллельный перенос". При изучении этой же темы естественно ввести понятие суммы двух векторов и рассмотреть основные свойства сложения векторов.

6. В курсе алгебры восьмилетней школы находит широкое применение метод координат. Поэтому в седьмом классе при изучении векторной алгебры целесообразно ввести понятие координат вектора и рассмотреть выполнение операций сложения векторов и умножения вектора на число в координатах. Здесь же полезно рассмотреть вывод уравнения прямой, заданной координатами некоторой ее точки и направляющим вектором, а так же решение некоторых других задач геометрии аналитическими методами.

7. На основе изучения векторной алгебры в восьмилетней школе имеется возможность обобщить понятие вектора, сформировать понятие векторного пространства, рассмотреть применение векторной алгебры к решению задач из биологии, химии и т.д.

8. Векторная алгебра еще не получила достаточных приложений при изучении курса геометрии в восьмилетней школе. Не вводятся понятия координат вектора, не используется метод координат при изучении геометрии и т.д., хотя для этого имеются все возможности. В связи с этим выпускники восьмилетней школы оказываются недостаточно подготовленными к изучению геометрии

на точечно-векторной основе.

Результаты проведенных диссертантом исследований обсуждались на научных конференциях преподавателей Кировоградского педагогического института им. А.С.Пушкина, на областных /г. Кировоград/ и республиканских /г.Киев/ педагогических чтениях, на заседаниях математических кафедр Кировоградского пединститута, в отделе методики математики научно-исследовательского института педагогики УССР, на кафедре математики и методики преподавания математики Минского пединститута, на Республиканском семинаре по методике преподавания математики при Киевском пединституте им.А.М.Горького и получили одобрение. По теме диссертации автор выступал с докладами и лекциями на областных и городских семинарах преподавателей математики восьмилетних и средних школ при Кировоградском областном институте усовершенствования учителей, на курсах усовершенствования квалификации учителей при Кировоградском пединституте.

Основные результаты исследований опубликованы в следующих работах:

1. Формирование понятий параллельности и перпендикулярности прямых, "Початкова школа", 1972, №11, на укр.языке.

2. Методические рекомендации по изучению перемещений и конгруэнтности в курсе геометрии УI класса, Обл.Инст.усовершенствования учителей, г.Кировоград, 1973, на укр. языке.

3. Методические рекомендации по изучению темы "Векторы" в курсе геометрии УII класса, Обл.инст.усовершенствования учителей, г.Кировоград, 1974.

4. Еще раз о равенстве и конгруэнтности фигур, ж."Математика в школе", 1974, № 5.

5. Использование наглядных пособий при изучении геометрических преобразований. "Радянська школа", 1974, № 6, на укр. языке.

6. Методические рекомендации по изучению темы "Подобие" в курсе геометрии УII класса,Обл.инст.усовершенствования учителей, г.Кировоград, 1974.

7. Группы преобразований и отношение эквивалентности в курсе геометрии восьмилетней школы,сб. "Методика викладання математики", вып.I0,"Радянська школа", К., 1975г.