

НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені М.П. ДРАГОМАНОВА

На правах рукопису

СИЛЕНОК Ганна Анатоліївна

УДК 378.147:51

**РОЗВИТОК ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ УМІНЬ СТУДЕНТІВ АГРАРНИХ
УНІВЕРСИТЕТІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ
ДИСЦИПЛІН**

13.00.02 – теорія та методика навчання (математики)

Дисертація
на здобуття наукового ступеня
кандидата педагогічних наук

Науковий керівник:
доктор педагогічних наук, професор
Бевз Валентина Григорівна

Київ 2017

Зміст

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1. ПРЕДМЕТ ТА ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	16
1.1. Природа інтелекту та його структура	16
1.1.1. Поняття інтелекту.	16
1.1.2. Історія розвитку уявлення про походження інтелекту.	17
1.1.3. Структура інтелекту.....	21
1.1.4. Природа інтелекту та його функціональні особливості.....	25
1.2. Розвиток інтелектуальних умінь особистості як педагогічна проблема.....	30
1.2.1. Інтелектуальні вміння, їх види та операційний склад.....	30
1.2.2. Стан проблеми розвитку інтелектуальних умінь у вітчизняних наукових дослідженнях.	36
1.2.3. Проблема розвитку інтелектуальних умінь у зарубіжних та вітчизняних наукових дослідженнях.	43
1.3. Психолого-педагогічні засади формування і розвитку інтелектуальних умінь у студентів аграрних університетів	46
1.4. Вища математика як засіб розвитку інтелектуальних умінь студентів	62
Висновки до першого розділу	83
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА РОЗВИТКУ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ УМІНЬ МАЙБУТНІХ АГРАРІЇВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН	85
2.1 Педагогічні умови розвитку інтелектуальних умінь студентів під час навчання математичних дисциплін.....	85
2.1.1. Педагогічні умови ефективного розвитку інтелектуальних умінь студентів-аграріїв.	85
2.1.2. Нарощування у студентів інтелектуальних умінь відповідно до складових їх структури.....	88
2.1.3. Дотримання кожного з основних етапів формування інтелектуальних умінь.	102

2.2. Розвиток інтелектуальних умінь студентів у процесі сприймання та осмислення навчального матеріалу	113
2.2.1. Аналіз і синтез, виділення головного.	114
2.2.2. Порівняння.....	124
2.2.3. Означення і пояснення понять.....	135
2.3. Здійснення студентами інтелектуальної діяльності в умовах трансформації знань, умінь і навичок	143
2.3.1. Узагальнення, класифікація і систематизація.	143
2.3.2. Конкретизація і абстрагування.	159
2.4. Використання готових математичних моделей для прогнозування	165
2.5. Перевірка та апробація результатів педагогічного експерименту	174
2.5.1. Констатувальний етап (2011-2013 рр.).	175
2.5.2. Пошуковий етап (2012-2014 рр.).	179
2.5.3. Формувальний етап (2013-2015 рр.).	183
Висновки до другого розділу	191
ВИСНОВКИ	194
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	198
ДОДАТКИ	222
Додаток А	222
Додаток Б.....	224
Додаток В.....	225
Додаток Г	227
Додаток Д	228
Додаток Е.....	229
Додаток Ж.....	231
Додаток З	232
Додаток И	235
Додаток К.....	237
Додаток Л	245
Додаток М.....	246

ВСТУП

Актуальність теми. Україна має потужний аграрний потенціал, уміле використання якого може забезпечити ефективне реформування сільського господарства у напрямі зростання обсягів виробництва конкурентоспроможної продукції. Однією з умов виходу українського сільського господарства на рівень високорозвинених країн світу є підготовка висококваліфікованих фахівців, які здатні творчо вирішувати складні завдання сьогодення. Кадрове забезпечення агропромислового комплексу стає першочерговим завданням аграрного сектору економіки на найближчу перспективу. Вимоги ринку праці до професійної підготовки фахівців аграрної сфери стрімко зростають відповідно до темпів оновлення агротехнічних культур, видів продукції, обладнання і технологічних процесів, інтенсифікації та інформатизації виробництва, передових досягнень науки і техніки. Фахівці-аграрії мають бути здатними творчо вирішувати нагальні проблеми агропромислового комплексу, передбачати результати інтелектуальної та практичної діяльності, брати на себе відповідальність за прийняті рішення, знаходити вихід із складних ситуацій тощо.

Щоденна діяльність фахівців сільського господарства передбачає виконання комплексу різноманітних (стандартних і творчих) розумових дій (аналіз температурного режиму в регіонах, порівняння характеристик посадкового матеріалу, прогнозування надоїв молока, конкретизація видів зернових для посівних ділянок, систематизація відомостей про врожаї окремих культур тощо). Саме тому постійно підвищуються вимоги до інтелектуальних умінь спеціалістів аграрного комплексу, їхньої багатогранності та здатності до динамічної трансформації.

Підготовку фахівців для аграрного сектору в Україні здійснюють дванадцять аграрних університетів, п'ять агротехнічних та шість інших вищих навчальних закладів (агроекологічний університет, університет ветеринарної медицини та біотехнології, університет садівництва, зооветеринарна академія, технічний університет сільського господарства, морський технологічний

університет). Вони готують спеціалістів за такими напрямками: екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування; менеджмент; лісове і садово-паркове господарство; технологія виробництва і переробки продукції тваринництва; економіка підприємства; агрономія; водні біоресурси та аквакультура; облік і аудит; фінанси і кредит; ветеринарна медицина; харчові технології та інженерія; процеси, машини та обладнання агропромислового виробництва; машинобудування; енергетика та електротехнічні системи в агропромисловому комплексі та інші. Після закінчення навчання в Україні деякі випускники аграрних університетів продовжують підвищення своєї кваліфікації за кордоном. Метою проходження закордонної практики є опанування студентами передових технологій вирощування, переробки та реалізації сільськогосподарської продукції, вивчення практичного досвіду організації та ведення сільськогосподарського виробництва у країнах з розвиненим аграрним сектором економіки, набуття практичних навичок застосування сучасної техніки тощо. Вимоги до професійної підготовки випускників постійно підвищуються, зокрема і тому, що однією з умов виходу України на світовий ринок є наявність висококваліфікованих спеціалістів.

На необхідність підвищення якості і конкурентоспроможності освіти в нових економічних і соціокультурних умовах, забезпечення народного господарства кваліфікованими фахівцями, підвищення професійного та загальнокультурного рівня випускників вищих навчальних закладів вказується у Законах України «Про освіту» і «Про вищу освіту» та у Національній стратегії розвитку освіти в Україні на період до 2021 року. У цих та інших нормативних документах ключовими завданнями освіти у XXI столітті визначено розвиток мислення, орієнтованого на майбутнє, збагачення інтелектуального, творчого, культурного потенціалу народу.

Для реалізація поставлених завдань потрібно розробити нові підходи до підготовки фахівців-аграріїв, зокрема до навчання математики в аграрних університетах. Математика – це універсальна мова науки. Без базових

математичних знань неможливо опанувати природничі, загально-професійні та економічні дисципліни. Не менш важлива роль математики у формуванні мислення майбутніх фахівців-аграріїв. Без навчання математики та досвіду її використання неможлива ні якісна підготовка, ні ефективна діяльність спеціаліста, що відбувається сьогодні в умовах, ускладнених розгалуженою структурою економічних зв'язків, дефіцитом ресурсів та проблемами збереження навколишнього середовища.

Навчання математики студентів аграрних університетів на різних факультетах відрізняється за обсягом і глибиною навчального матеріалу. Кількість годин для всіх видів занять із математичних дисциплін (лекції, практичні, самостійна робота, індивідуальна робота тощо) не однакова для різних спеціальностей і замала для якісного навчання, про що свідчать результати аналізу навчальних планів і робочих програм з математики, бесіди з викладачами та студентами аграрних університетів [163], [164], [251], [250]. Значна кількість студентів аграрного університету мають недостатню математичну підготовку за середню школу і низький рівень мотивації до вивчення математики. Більшість студентів не усвідомлюють мету вивчення вищої математики, а тому математичні знання та вміння засвоюють формально, без здатності застосувати їх на практиці.

У нормативних документах, що стосуються підготовки майбутніх фахівців аграрного сектору, визначається необхідність забезпечення у студентів належного рівня розвитку інтелектуальних умінь. Зокрема:

- за допомогою формальних логічних процедур аналізувати чи є навчальні відомості необхідними або достатніми для забезпечення ефективної навчальної та професійної діяльності та чи відповідають вони вимогам внутрішньої несуперечності, а також здійснювати структурування цих відомостей та відповідних знань, умінь і навичок за результатами структурно-логічного опрацювання навчальних відомостей, оцінювати їх користь у майбутній професійній діяльності;

- за допомогою певних критеріїв перевіряти результати виконання логічних операцій;

– за умов негативного результату логічної діяльності знаходити помилки в структурі здійснених логічних операцій [57, с.57].

В основі інтелектуальних умінь лежить система інтелектуальних дій, які складаються з логічних мисленнєвих операцій (прийомів): аналіз, синтез, узагальнення, абстрагування, порівняння, конкретизація, знаходження зв'язків та відношень. Сформовані інтелектуальні вміння сприяють досягненню потрібних результатів за визначений час, дозволяють оперативно та чітко керувати процесом навчання.

Інтелектуальні вміння забезпечують функціонування інтелекту як інтегрального утворення у структурі особистості і складаються з пізнавальних (здатності вести пошук, сприймати, запам'ятовувати та опрацьовувати відомості) та теоретичних (здатності аналізувати, узагальнювати матеріал, висувати гіпотези, теорії, здійснювати перетворювання різноманітних відомостей з однієї знакової системи в іншу) умінь [105, с. 105].

Завдання вищого аграрного навчального закладу – це підготовка висококваліфікованих спеціалістів. Випускники аграрного університету повинні вміти здійснювати технічне та економічне управління процесами сільськогосподарського виробництва, що є неможливим без їх фундаментальної математичної підготовки.

Математика є потужним засобом для розв'язування багатьох професійних задач. У межах своєї спеціальності випускник вищого аграрного навчального закладу повинен вміти застосовувати математичні методи у професійній діяльності та наукових дослідженнях. Також вивчення математики сприяє підвищенню культури мислення, формує абстрактне, творче мислення, виховує точність, логічність аргументації, розвиває уяву, інтуїцію, тобто формує сучасне наукове мислення.

Вивчення вищої математики сприяє розвитку наочно-образного, логічного та творчого мислення. Розв'язування математичних задач розвиває не лише такі інтелектуальні вміння як порівняння, узагальнення, абстрагування, аналіз, синтез, але й вміння застосовувати отримані знання на практиці та у майбутній

фаховій діяльності. Вивчення прийомів синтетично-аналітичної діяльності і перенесення її безпосередньо на виконання професійно спрямованих завдань сприяє формуванню фахових компетентностей у майбутніх аграріїв загалом і розвитку в них інтелектуальних умінь зокрема.

Наведені вище положення зумовлюють необхідність розвитку в майбутніх спеціалістів сільськогосподарського виробництва інтелектуальних умінь. Ефективним засобом для інтелектуального розвитку особистості може стати вивчення математики. Розв'язування математичних задач передбачає застосування багатьох інтелектуальних умінь: аналізувати задану ситуацію, зіставляти дані та шукати; конструювати потрібні математичні моделі, здійснюючи мисленевий експеримент; синтезувати, добираючи корисні відомості, систематизуючи їх; коротко та чітко, у вигляді тексту, символічно, графічно оформлювати свої думки; об'єктивно оцінювати розв'язки задач, отримані у процесі її розв'язування, узагальнювати результати розв'язування задачі, досліджувати особливі прояви заданої ситуації.

Аналіз процесуальної та змістової складової навчання математичних дисциплін в аграрних університетах, систематизація та узагальнення результатів психолого-педагогічних досліджень уможливили розкриття низки *суперечностей*, що виникають між:

- необхідністю виведення українського сільського господарства і аграрного сектора економіки на рівень високорозвинених країн світу і недостатною увагою до підготовки конкурентоспроможних кваліфікованих фахівців із високим рівнем інтелектуального розвитку, які здатні творчо вирішувати складні та невідкладні завдання сьогодення;

- задекларованою у нормативних документах [57], [81], [82], [145] необхідністю розвитку у випускників аграрних університетів інтелектуальних умінь різних видів і рівнів та недостатньою розробленістю відповідного методичного забезпечення;

- значним потенціалом математичних знань для формування інтелектуальних умінь студентів і зменшенням кількості годин на вивчення математичних дисциплін в аграрних університетах;

– наявністю інтелектуальної складової у розв'язуванні професійно орієнтованих задач і відсутністю системи поетапного формування інтелектуальних умінь у майбутніх аграріїв.

Отже, в умовах модернізації системи підготовки майбутніх аграріїв в університетах актуальною стає п р о б л е м а розвитку інтелектуальних умінь студентів у процесі навчання математичних дисциплін.

Дослідження інтелекту, інтелектуального розвитку та інтелектуальних умінь особистості є однією із найважчих і найдавніших проблем у психології. Над нею багато століть тому працювали: Платон, Аристотель, Я. А. Коменський, Дж. Локк, Й. Ф. Герберт, Й. Г. Песталоцці, Ж. Ж. Руссо та інші науковці. Але і на сучасному етапі ця проблема не втрачає актуальності, а навпаки, ще більше привертає увагу вчених. Питання розвитку особистості в процесі навчання досліджували відомі психологи, педагоги і методисти Ю. К. Бабанський [12], В. Г. Бевз [17], І. Д. Бех [22], В. І. Бондар [30], С. У. Гончаренко [53], В. В. Давидов [58], М. І. Жалдак [78], Л. В. Занков [83], Г. С. Костюк [102], І. Я. Лернер [109], Н. О. Менчинська [120], В. Ф. Паламарчук [150], С. Л. Рубінштейн [183], Ю. С. Рамський [178], О. Я. Савченко [186], М. М. Скаткін [203], З. І. Слєпкань [208], О. В. Хуторський [232], М. О. Холодна [231] В. О. Швець [210] та інші.

Незважаючи на відмінності в трактуваннях поняття «інтелектуальні вміння», більшість авторів пов'язують такі вміння у зв'язку з інтелектуальною (пізнавальною, дослідницькою та практичною) діяльністю людини.

Питання, присвячені інтелекту та його розвитку розглядалися у сучасних дисертаціях. Н. І. Білоконна [26] та Н. І. Толяренко (Грицай) [221] висвітлили у своїх дослідженнях проблему формування інтелектуальних умінь молодших школярів у процесі навчання та роботи з комп'ютером відповідно. Формування інтелектуальних умінь старшокласників досліджувалися у контексті навчання хімії, інформатики, географії, предметів мовно-літературного і природничого циклу (О. Л. Башманівський [16], О. В. Березан [19], О. В. Бугрій [33], О. О. Лаврентьєва [105], І. В. Лов'янова [111], І. М. Лукаш [113]).

Проблема розвитку інтелектуальних умінь студентів у вищій школі розглядалася в історичному аспекті та стосовно навчання майбутніх інженерів і учителів :

- О. В. Барибіна [14]. Формування навчально-інтелектуальних умінь у студентів вищих закладів освіти в Україні (кінець XIX - початок XX століття).

- К. В. Недеялкова [136]. Педагогічні умови інтелектуального розвитку майбутніх учителів математики у процесі фахової підготовки.

- О. О. Щербина [243]. Педагогічні умови формування інтелектуальних умінь майбутніх інженерів у навчальному процесі ВНЗ.

У зарубіжних дослідженнях проблема розвитку інтелектуальних умінь висвітлена в працях Е. Р. Валєєвої [34], М. А. Городилової [56], Г. І. Єгорової [70], Т. І. Іванової [87], С. М. Касаткіна [96], О. А. Лагутиної [106], Т. А. Лариної [107], С. В. Лебедевої [108], Н. К. Нуриханової [142], Р. П. Озолиньш [144], Г. М. Шорникова [239].

Незважаючи на те, що накопичений великий обсяг науково-методичних досліджень, пов'язаних із проблемою інтелектуальних умінь, практика показує, що умови їх розвитку в процесі математичної підготовки студентів аграрного університету розроблені недостатньо. Таким чином, на підставі аналізу філософської, психолого-педагогічної та навчально-методичної літератури можна говорити про існування об'єктивної суперечності між: потребою сучасного суспільства у фахівцях аграрного сектору з високим рівнем розвитку інтелектуальних умінь як важливого компоненту їхньої професійної компетентності та недостатньою розробленістю теоретичних і практичних підстав розвитку цих умінь у процесі математичної підготовки студентів аграрного університету.

Особливості навчання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах розглядали О. В. Авраменко [3], В. Г. Бєвз [17], О. О. Дмитрієнко [63], О. Л. Дрозденко [65], Л. І. Дюженкова [67], О. Ю. Дюженкова [67], М. І. Жалдак [79], І. П. Коваленко [98], В. І. Клочко [97], Т. В. Колесник [238], В. М. Лейфура [62], М. Я. Лященко [118], Г. О. Михалін [129], Л. І. Нічуговська [139], Л. Л. Панченко [153], М. В. Працьовитий [160], С. А. Раков [177], М. І. Шкіль [237] та інші.

Проблема навчання вищої математики аграріїв розглядалась лише у деяких аспектах, а саме:

– формування вмінь розв’язувати прикладні задачі в процесі вивчення математики студентами аграрного університету (Л. І. Новицька, 2008) [141];

– диференційоване навчання математики студентів вищих закладів освіти аграрного профілю (Ю. І. Овсієнко, 2013) [14365];

– професійно-спрямоване навчання вищої математики студентів аграрного коледжу (О. Л. Дрозденко, 2013) [65];

– методичне забезпечення моніторингу навчальних досягнень із математики студентів вищих аграрних навчальних закладів (І. М. Горда, 2014) [54].

Таким чином, на підставі аналізу філософської, психолого-педагогічної та навчально-методичної літератури можна говорити про існування об’єктивної суперечності між: потребою сучасного суспільства у фахівцях аграрного сектору з високим рівнем розвитку інтелектуальних умінь як важливого компонента їх професійної компетентності та недостатньою розробленістю теоретичних і практичних підстав розвитку цих умінь у процесі математичної підготовки студентів аграрного університету.

Наведені вище чинники вказують на актуальність зазначеної проблеми і зумовили вибір теми дослідження: **«Розвиток інтелектуальних умінь студентів аграрних університетів у процесі навчання математичних дисциплін».**

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертація виконана відповідно до напрямку науково-дослідної роботи кафедри математики і теорії та методики навчання математики Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова «Теорія та технологія навчання і виховання в системі народної освіти».

Тема дисертації затверджена на засіданні Вченої ради Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова (протокол № 6 від 26 грудня 2012 р.) та узгоджена Міжвідомчою радою з координації наукових досліджень з педагогічних і психологічних наук в Україні (протокол № 2 від 26 лютого 2013 р.).

Мета дослідження: визначити педагогічні умови розвитку інтелектуальних умінь у студентів-аграріїв, а також розробити та експериментально перевірити методику реалізації цих умов у процесі навчання математичних дисциплін в аграрних університетах.

Для досягнення поставленої мети визначені такі **завдання дослідження:**

1) проаналізувати стан розробки проблеми розвитку інтелектуальних умінь особистості у філософській, психолого-педагогічній і методичній літературі та у практиці навчання математичних дисциплін в аграрних університетах;

2) зрозуміти й опанувати сутність понять «інтелект» та «інтелектуальні уміння», встановити психолого-педагогічні засади розвитку інтелектуальних умінь студентів аграрних університетів у процесі навчання математичних дисциплін;

3) визначити та теоретично обґрунтувати педагогічні умови розвитку у студентів-аграріїв інтелектуальних умінь під час навчання математичних дисциплін в аграрних університетах;

4) розробити методику реалізації визначених педагогічних умов у процес навчання математичних дисциплін в аграрних університетах;

5) експериментально перевірити ефективність розробленої методики.

Об'єкт дослідження: процес навчання математичних дисциплін в аграрних університетах.

Предмет дослідження: розвиток інтелектуальних умінь студентів-аграріїв у процесі навчання математичних дисциплін.

Для розв'язання поставлених завдань застосовувалися такі **методи** науково-педагогічних досліджень:

- теоретичні – аналіз психолого-педагогічної та навчально-методичної літератури з проблеми дослідження (1.1 – 1.4 (тут і далі – підрозділи дисертації)), порівняння, систематизація та узагальнення існуючих шляхів і методів розвитку інтелектуальних умінь студентів (1.2 – 1.4), теоретичне проектування та моделювання навчального процесу в аграрному університеті (1.3 – 1.4, 2.1 – 2.4);

- емпіричні – педагогічне спостереження за процесом навчання (1.2, 2.5); анкетування і тестування; бесіди зі студентами та викладачами (2.5); цілеспрямований педагогічний експеримент (констатувальний, пошуковий, формувальний);

- статистичні: для дослідження та опрацювання експериментальних даних дисертації (2.5).

Методологічну основу дослідження становлять:

- положення теорії розвитку мислення, теорії особистості та теорії діяльності як чинника її розвитку; теорії управління і системного аналізу, теорії навчання і освіти взагалі та методики навчання математики зокрема;

- основні методологічні, загальнонаукові і педагогічні підходи: системний, діяльнісний, особистісно орієнтований, розвивальний, компетентісний тощо;

- основні методологічні, загальнонаукові та педагогічні закономірності, принципи і правила;

- засади Національної доктрини розвитку освіти України в XXI столітті, Національної стратегії розвитку освіти в Україні на період до 2021 року, Законів України «Про освіту», «Про вищу освіту», Державної національної програми «Освіта (Україна XXI століття)».

Наукова новизна одержаних результатів дослідження полягає в тому, що:

- *встановлено структуру інтелектуальних умінь студентів-аграріїв, що відповідає трьом основним етапам мислення (сприймання і осмислення навчального матеріалу та інших відомостей, трансформація знань умінь і навичок, набуття та реалізація творчих умінь) та визначає базові інтелектуальні уміння (аналіз і синтез, виділення головного, порівняння, означення і пояснення поняття, узагальнення, класифікація і систематизація, конкретизація і абстрагування, доведення і спростування, моделювання, прогнозування);*

- *розкрито основні етапи формування інтелектуальних умінь (діагностика наявного рівня сформованості інтелектуальних умінь; мотивація необхідності розвитку вміння; осмислення суті і правила користування вмінням; набуття досвіду використання вміння; застосування інтелектуальних умінь до розв'язування математичних задач різних видів і рівнів складності, разом з тим і професійно спрямованих; узагальнення, автоматизація та перенесення набутих інтелектуальних умінь під час вивчення інших навчальних дисциплін та здійснення пізнавальної та фахової діяльності);*

- *визначено та обґрунтовано педагогічні умови, що забезпечують розвиток інтелектуальних умінь студентів аграрних університетів у процесі навчання математичних дисциплін, а саме: 1) нарощування у студентів*

інтелектуальних умінь відповідно до складових їх структури; 2) дотримання кожного з основних етапів формування інтелектуальних умінь;

– *удосконалено* методику розвитку інтелектуальних умінь студентів у процесі навчання математичних дисциплін на основі реалізації визначених педагогічних умов;

– *подальшого розвитку* дістали психолого-педагогічні засади розвитку інтелектуальних умінь студентів аграрних університетів у процесі навчання математичних дисциплін.

Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що:

- визначено базові інтелектуальні вміння, що доцільно розвивати у майбутніх аграріїв під час навчання вищої математики в університеті;

- розкрито психолого-педагогічні особливості формування і розвитку інтелектуальних умінь у студентів-аграріїв у процесі навчання математичних дисциплін;

- запропоновано і реалізовано на практиці систему організації навчання вищої математики на основі інтелектуальної діяльності як засобу розвитку інтелектуальних умінь та з використанням інформаційно-комунікаційних технологій (GRAN, Excel);

- розроблено та впроваджено у практику роботи методичне забезпечення системи розвитку інтелектуальних умінь у процесі навчання математичних дисциплін (комп'ютерні презентації для здійснення мотивації, добірки прикладних задач, завдання для діагностики рівня розвитку інтелектуальних умінь тощо).

Результати дослідження впроваджено в навчально-виховний процес наступних вищих навчальних закладів: Білоцерківський національний аграрний університет (БНАУ), Національний університет біоресурсів і природокористування України (НУБіП), Подільський державний аграрно-технічний університет (ПДАТУ).

Апробація результатів дослідження. Результати дослідження обговорювалися на засіданнях та методичних семінарах кафедри математики і теорії та методики навчання математики Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова та висвітлювалися на науково-практичних і науково-методичних конференціях:

– *міжнародних*: Міжнародна науково-методична Інтернет-конференція «Інноваційні педагогічні технології у підготовці майбутніх фахівців з вищою освітою: досвід, проблеми, перспективи» (Вінниця, 2013); III Міжнародна науково-практична конференція «Людина, природа, техніка у XXI столітті» (Полтава, 2013); Міжнародна науково-методична конференція «Проблеми математичної освіти (ПМО – 2013)» (Черкаси, 2013), V Міжнародна науково-практична конференція «Людина, природа, техніка у XXI столітті» (Полтава, 2015), II Міжнародна науково-методична конференція «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ ПЛЮС – 2015» (Суми, 2015);

– *всеукраїнських*: IV Всеукраїнській науково-практичній конференції «Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи» (Полтава, 2013); II Всеукраїнська дистанційна науково-методична конференція «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу ІТМ плюс – 2014» (Суми, 2014).

Публікації. Теоретичні положення та основні результати дисертації представлені автором у 13 наукових працях, із них: 5 статей у фахових виданнях України, 1 стаття в зарубіжному науковому виданні, 7 тез у збірниках матеріалів наукових конференцій.

Структура і обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, двох розділів, висновків до розділів, висновків, списку використаних джерел (263 позицій) та додатків. Повний обсяг роботи становить 249 с., із них 197 сторінок основного тексту, 27 сторінки додатків, робота містить 24 таблиці та 50 рисунків.

РОЗДІЛ 1. ПРЕДМЕТ ТА ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Природа інтелекту та його структура

1.1.1. *Поняття інтелекту.*

Слово «інтелект» походить від латинського «intellectus» - *розуміння, пізнання*. Від рівня інтелекту людини залежить успішність її діяльності, адекватність поведінки та взаємин із навколишнім світом, соціальна цінність та статус особистості.

На сьогодні існує багато різних підходів до тлумачення поняття «інтелект». Крім педагогіки, цим терміном послуговуються у психології, філософії, соціології, кібернетиці, фізіології та інших галузях науки, воно також існує в буденній свідомості кожного індивіду. В кожній галузі знань з'являються свої уявлення про інтелект, які об'єднати разом досить складно. Різні тлумачення цього терміну подаються у різноманітній довідковій літературі. Наведемо приклади деяких із них.

У Великому тлумачному словнику: «Інтелект – розум, здатність людини думати, мислити. Рівень розумового розвитку» [36].

У Педагогічній енциклопедії за редакцією І. А. Каїрова поняття «інтелект» трактується у широкому розумінні як вся пізнавальна діяльність, і у вузькому – мислення [154].

У Педагогічному словнику за ред. М. Д. Ярмаченко: «інтелект» (від лат. «Intellectus» – пізнання, розуміння, розум) – це розумові здібності людини: здатність орієнтуватися в навколишньому середовищі, адекватно його відображати й перетворювати, мислити, навчатися, пізнавати світ і переймати соціальний досвід; спроможність розв'язувати завдання, приймати рішення, розумно діяти, передбачати [155, с. 147-148].

У Психологічному словнику за редакцією А. В. Петровського: «інтелект є відносно стійкою структурою розумових здібностей індивіда» [175].

Різні підходи до тлумачення поняття інтелекту спостерігаються у працях відомих психологів, педагогів та інших фахівців. Розглянемо деякі з них. Інтелект – це:

– загальна *здатність* індивіда усвідомлено налаштовувати своє мислення на вимоги, що виникають. Це загальна розумова пристосовуваність до нових задач та умов дійсності (В. Штерн) [240].

– комбінована і глобальна *здатність* індивідуума до адекватних вчинків, здорового мислення й ефективної взаємодії з навколишньою дійсністю (Д. Векслер) [262];

– *пристосування* індивіда до навколишнього світу, що трактується ним як постійно змінюваний і відновлюваний процес (Ж. Піаже) [156];

– здатність до опанування знаннями і ті знання, якими володіє людина (В. Хенмон) [168]. Таке тлумачення відповідає використанню цього поняття в педагогіці та психології, а також в реальному житті.

– стала структура розумових здібностей індивіда (В. Дружинін) [66].

– це здатність опрацьовувати відомості (Г. Гарднер) [254].

Учені-психологи інколи ототожнюють інтелект із пізнанням взагалі, з системою розумових операцій, із пізнавальними здібностями людини, зі стилем і стратегією вирішення проблем, когнітивним стилем як пізнавальним досвідом і ставленням до світу [5], [8], [45], [66], [231].

Як бачимо, поняття інтелекту включає не лише процеси мислення, але й у значній мірі індивідуальний світ людини, зокрема її здатність сприймати й опрацьовувати відомості. Таке розмаїття тлумачень поняття «інтелект» пояснюється довготривалими дискусіями з приводу його природи та структури.

1.1.2. Історія розвитку уявлення про походження інтелекту.

Людина — унікальне творіння. З давніх давен і до нашого часу наука не може повною мірою розкрити таємницю людини. Видатні мислителі намагалися охарактеризувати феномен людини так [228]:

- людина — це мисляча річ (Р. Декарт);
- людина — це істота, яка виробляє знаряддя праці (Б. Франклін) ;
- людина розумна (Homo sapiens) (К. Лінней).

Психологічною основою розумності є інтелект – система психічних механізмів, які обумовлюють можливість побудови «всередині» індивідуума суб'єктивної картини подій [231, с.9].

Як наукова психологічна категорія, поняття «інтелект» сформувалося в межах тестології (психометрії). Як об'єкт наукового дослідження це поняття ввів у психологію англійський антрополог Френсіс Гальтон (1822 р.-1911 р.) у кінці XIX століття. Під впливом еволюційної теорії Чарльза Дарвіна (1809 р.-1882 р.), він вважав вирішальною причиною виникнення будь-яких індивідуальних відмінностей, як тілесних, так і психічних, фактор спадковості. Якщо раніше спадковістю пояснювали лише розумову відсталість, то Ф. Гальтон розповсюдив вплив цього фактора на всі сфери та рівні розвитку інтелекту. На думку вченого, всі інтелектуальні здібності визначені спадково, а роль інших факторів, таких як виховання та навчання, заперечувались або вважали несуттєвими. Аналіз біографічного матеріалу родинних зв'язків видатних осіб Англії дав підстави Ф. Гальтону зробити висновок, що поява талановитих дітей у талановитих сім'ях не є випадковою, а зумовлена спадковістю. Сам Ч. Дарвін уважав, що крім психічно хворих, всі люди від народження володіють однаковим рівнем інтелекту. Відмінність їх інтелектуального розвитку він пояснював активністю, наполегливістю, працелюбністю, різними системами навчання та виховання тощо.

На основі методів, розроблених Ф. Гальтоном, американський психолог Джеймс Маккін Каттелл (1860 р. – 1944 р.) створив перші тести для вимірювання гостроти слуху та зору, швидкості руху та почуття болю.

Отже, на кінець XIX століття інтелект ототожнювали з найпростішими психофізіологічними функціями, підкреслюючи його біологічну природу.

На початку XX століття вивчення інтелекту та його вимірювання відбувається на основі практичних потреб і запитів. У 1905 році французькі психологи А. Біне (1857 р. – 1911 р.) і Т. Сімон (1873 р. – 1961 р.) на вимогу міністра освіти розробили систему тестів для вимірювання загальної розумової обдарованості дітей. Ці тести стали основою сучасних тестів для визначення

коефіцієнту розумового розвитку. На відміну від Ф. Гальтона вони визнавали вплив оточуючого середовища на особливості пізнавального розвитку. А. Біне вперше підняв питання про спеціальні додаткові заняття, що сприятимуть підвищенню інтелекту дитини.

Одним із перших комплексний погляд на природу інтелекту виклав американський психолог Роберт Вудвортс (1869 р. – 1962 р.). Він прийшов до висновку, що і на сьогодні важко заперечувати: спадковість, і середовище вносять свій вклад в індивідуальні відмінності інтелекту. Спадковість і середовище є взаємодіючими факторами в розвитку кожного, хоча існують і певні значні генотипні відмінності. Р. Вудвортс зазначав, що навряд чи можна підняти загальний рівень інтелекту, покращуючи середовище, але безумовно, не можна усунути індивідуальні відмінності, які виникли через спадковий вплив. «Запитувати, що – спадковість чи середовище – більш важливі в житті, те ж саме, що запитувати, що – паливо чи кисень – більш необхідні для розведення вогнища» [260, с. 512].

Взаємозв'язок інтелекту і генотипу сприймається по-різному. В межах механістичної генетичної моделі психологи розглядають прямий зв'язок інтелектуальних здібностей із характеристиками генів. Існує факт виявлення більш ніж 150 дефектів на рівні генів, що викликає розумову відсталість [261]. Існують також гени, що пов'язані з розвитком абстрактного мислення, сприйняття кольорів тощо.

Незважаючи на розбіжності у поглядах вчених на роль спадковості в результатах оцінювання інтелекту, всі психологи одностайні у висновку, що інтелектуальні тести не вимірюють вроджену або генотипічно обумовлену здібність. Існує багато причин та способів набрати високий чи низький бал за виконання інтелектуального тесту. IQ не є мірою інтелекту, оскільки результати тестування залежать від навчання, досвіду розв'язування проблем та інших видів когнітивної діяльності. В показниках тестів відображається база знань людини.

Біологічні основи інтелекту досліджували М. К. Акімова [5], Ж. Піаже [156], Р. Стернберг [213] та інші. Ці дослідники припускають, що головні відомості про інтелект можна отримати за допомогою генетики, нейрофізіології, анатомії, біохімії тощо.

Нейрофізіологічні дослідження біологічного інтелекту людини пов'язане з вивченням різних відділів і ділянок головного мозку, що забезпечують окремі інтелектуальні функції (сенсорні, моторні, контроль та ін.). У працях [256], [259] розглядалася придатність окремих відділів і ділянок головного мозку для різноманітних інтелектуальних дій. Визначаючи біологічні основи інтелекту як розвиток спеціалізації та інтеграції в роботі двох півкуль мозку М. А. Акімова підкреслює, що чим вище спеціалізації та інтеграції півкуль, тим вище інтелект. Спеціалізація півкуль полягає у виконанні кожної з них своєї функції, опрацьовуючи повідомлення, що надходять різними способами залежно від поставлених перед особою завдань. Права півкуля формує відносно повну картину об'єкта, що сприймається, а ліва виділяє окремі елементи цієї картини. Інтеграція півкуль полягає у постійному обміні інформаційними сигналами, здатності «навчати» і замінити одна одну [5, с. 170].

За цією концепцією роботи мозку людини високі інтелектуальні здібності можуть бути наслідком здатності виконувати деякі завдання в невідомій півкулі. Це уможливорює осмислювати завдання з різних боків і здійснювати інтелектуальні дії одночасно щодо багатьох проблем.

Сьогодні все ще неможливо відповісти на питання, вродженим чи набутим є інтелект. У той же час відомо, що здібності, зокрема і розумові, розвиваються протягом життя людини. Але, навіть у відносно однакових умовах, розвиток інтелектуальних здібностей людей різний.

1.1.3. Структура інтелекту.

Крім дискусій про біологічну і соціальну природу інтелекту, існує ще одна невизначеність: одні вчені (Р. Кеттелл, Ф. Вернон, Л. Хамфрейс та інші) намагаються обґрунтувати цілісність інтелекту, а інші (Терстоун, Дж. Гілфорд та інші) – його множинність.

Прибічники цілісності інтелекту наполягають на тому, що інтелект є глобальною, цілісною властивістю – здатністю правильно розв'язувати будь-які завдання, що ставить перед ним середовище.

Прихильники множинності інтелекту вважають, що загальний інтелект, як би складається з окремих факторів, а тому рівень загального інтелектуального розвитку є «сумою» рівнів розвитку окремих не лише когнітивних, а й психомоторних, та психорегуляторних та комунікативних здібностей.

З огляду на це існує багато різних підходів до подання структури інтелекту. До найбільш відомих ієрархічних моделей структури інтелекту відносяться однофакторна модель К. Спірмена (1863 р.–1945 р.), багатфакторна модель Терстоуна (1887 р.–1955 р.), кубоподібна модель Дж. Гілфорда (1897 р.–1987 р.), модель Р. Кеттела (1905 р.–1998 р.).

У 1927 році Спірмен започаткував розробку факторного аналізу. На його думку, існує єдиний фактор, який визначає успішність розв'язування поставлених перед людиною завдань. Спірмен назвав його фактором G (від англ. «general» – загальний). Він визначається як загальна «розумова енергія», якою у рівній мірі наділені люди, але яка у тій чи іншій мірі впливає на успіх виконання конкретної діяльності. G – скритий (латентний) фактор, що протікає у внутрішньому розумовому плані.

Розв'язування будь-якого конкретного завдання людиною залежить від розвитку в неї як здатності, пов'язаної з фактором G, так і від набору специфічних здібностей, необхідних для розв'язування вузького класу завдань. Ці спеціальні здібності мають у Спірмена назву S-факторів (від англ. «special» - спеціальний). Між загальним фактором і частковими в цій моделі існують проміжні фактори, що беруть участь у розв'язуванні досить широкого класу

завдань. К. Спірмен виокремив 3 проміжні фактори інтелекту: арифметичні «А», лінгвістичні «L» і механічні «М». Це фактори інтелекту посіли проміжне положення в ієрархії факторів інтелекту. На рис. 1.1. зображена структура інтелекту за Спірменом.

Роль фактора G найбільша під час розв'язування математичних задач і завдань на понятійне мислення. Для сенсомоторних завдань роль загального фактора зменшується при збільшенні впливу спеціальних факторів.

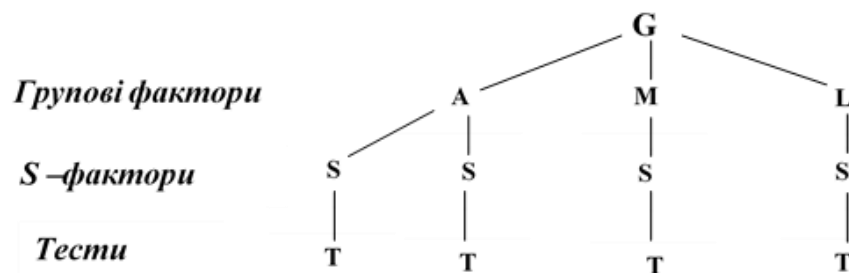


Рис. 1.1. Модель структури інтелекту за Ч.-Е. Спірменом

Американський психолог шведського походження Луїс Ленон Терстоун (1887 р.–1995 р.), автор багатофакторної моделі інтелекту, виокремив 12 факторів, із яких найчастіше в дослідженнях фігурували наступні сім:

1. Словесне розуміння – розуміння тексту, аналогій, інтерпретацій, прислів'їв (**V**).

2. Мовленнєва спритність – вимірюється тестами на знаходження рими, називання слів певних категорій (**W**).

3. Числовий фактор – арифметика. Тестують завданнями на швидкість і точність арифметичних обчислень (**N**).

4. Просторовий фактор, що складається з двох підфакторів: 1) визначає успішність і швидкість сприйняття просторових відношень (сприйняття твердих геометричних фігур на площині); 2) пов'язаний з уявним маніпулюванням зоровими уявленнями у тривимірному просторі (**S**).

5. Асоціативна пам'ять, яку вимірюють тестами на механічне запам'ятовування асоціативних пар (**M**).

6. Швидкість сприйняття, що визначають за швидким і точним сприйняттям деталей, подібності і розбіжності у зображеннях. Розрізняють вербальний та образний підфактори швидкості сприйняття (**P**).

7. Індуктивний фактор (послідовність), який тестують завданнями на знаходження загального правила (I) [132].

Американський психолог Раймонд-Бернард Кеттел (1905 р.–1998 р.) є автором ще однієї моделі структури інтелекту, в якій передбачено, що генеральний фактор G складається з поточного (Gf) і кристалізованого (Gc) інтелектів.

Рівень поточного інтелекту (Gf) визначається загальним розвитком «третинних» асоціативних зон кори великих півкуль головного мозку. Тобто він є біологічно зумовленим, і виявляється під час розв'язання перцептивних завдань, коли від досліджуваного вимагається знайти відношення між певними елементами. Оскільки він природно зумовлений, процес набуття досвіду і навичок для одних людей є складнішим, для інших – простішим.

Кристалізований інтелект (Gc) визначається сукупністю знань та інтелектуальних навичок особистості, набутих протягом усього життя. Застосування поточного інтелекту для розв'язування проблем, що виникають перед людиною, сприяє появі і розвитку кристалізованого інтелекту. Кристалізований інтелект змінюється залежно від культури, активності, інтересів особистості і вимірюється традиційними тестами інтелекту.

Американський психолог Джой-Пауль Гілфорд (1897 р.–1987 р.) запропонував модель інтелекту, структура якої базується на схемі «стимул – латентна операція – реакція». Стимулом у моделі Дж.-П. Гілфорда є зміст (природа або матеріал відомостей), з яким проводять операцію: зображення, символи (букви, числа), семантика (слова), поведінка (відомості про людей). Операцією – здібність досліджуваного, тобто психічний процес: пізнання (розуміння), пам'ять, дивергентне мислення, конвергентне мислення, оцінювання. Реакцією – результат застосування певної операції до конкретного змісту, тобто форми, у яких відомості досліджуються: елемент, класи, відношення, системи, типи перетворень (трансформації) і висновки (імплікації) [132].

Фактори в моделі є ортогональними (незалежними), що виключає існування факторів вищого порядку, а сама модель є тривимірною (рис. 1.2).

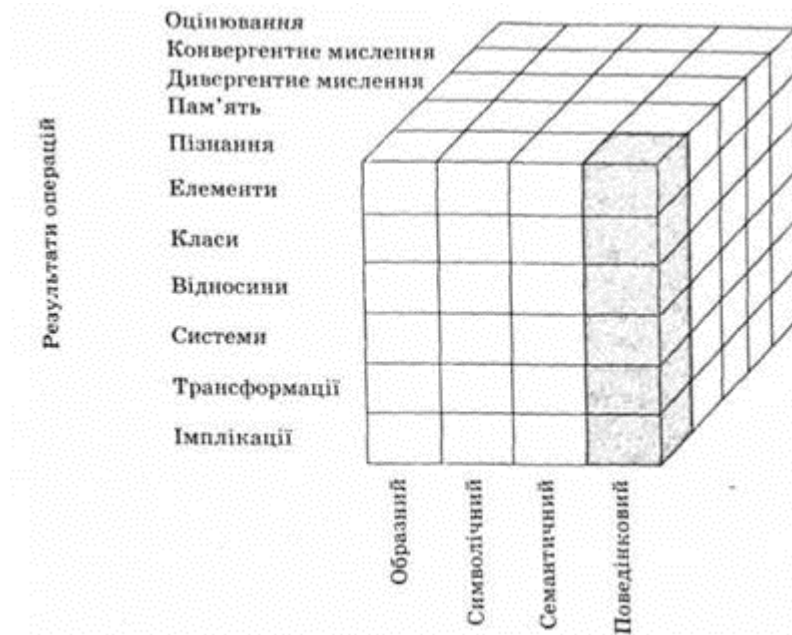


Рис. 1.2. Модель структури інтелекту за Дж.-П. Гілфордом [132]

На малюнку виокремлений блок соціального інтелекту (здатності до розуміння поведінки). Кожний фактор інтелекту утворюється поєднанням певного типу інтелектуальних операцій, сфери, у якій вона здійснюється, і отриманого результату. Характеризує його поєднання категорій певного виміру. Наприклад, здатність до оцінювання поведінки іншої людини є результатом поєднання пізнання, поведінки та імплікації, логічно пов'язаним з даними висновку. Усього у структурі інтелекту Дж.-П. Гілфорда визначено 120 факторів, а саме: 5 (операції) x 4 (зміст) x 6 (результат).

Дж.-П. Гілфорд поділяв мислення на дивергентне і конвергентне. Перше пов'язане з появою безлічі рішень на основі однозначних даних та, на думку автора, воно є основою творчості. Конвергентне мислення спрямоване на пошук єдиного правильного результату і діагностується традиційними тестами інтелекту [132].

Характеристики інтелекту, описані в тестології, систематизувала М. О. Холодна [231]. Схематично результативні прояви інтелектуальної активності в умовах виконання тестових завдань вона подає у вигляді рисунка (рис. 1.3).

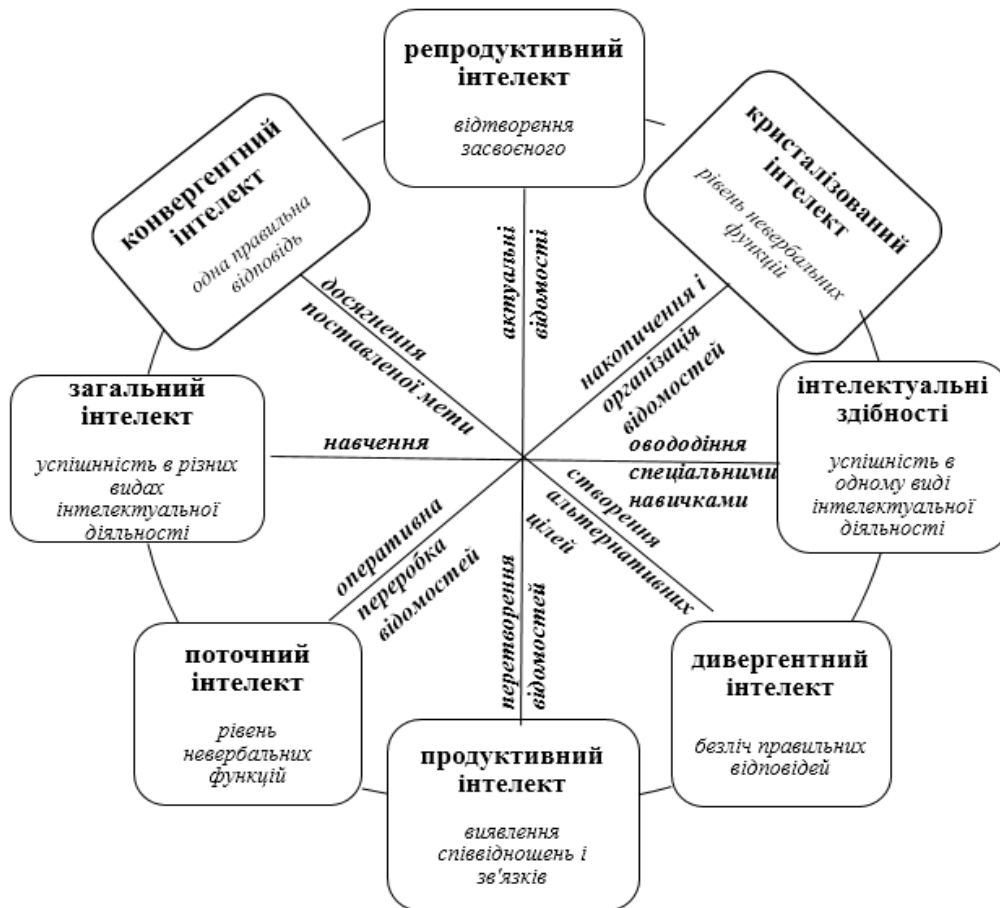


Рис. 1.3. Прояви інтелектуальної активності за М. О. Холодною [231]

Холодна М. О. зазначає, що це є зручним засобом для аналізу можливих типів інтелектуальної поведінки дітей і дорослих, а також для класифікації різних типів завдань, що ініціюють ті чи інші інтелектуальні якості особистості.

1.1.4. Природа інтелекту та його функціональні особливості.

У минулому столітті широкого розвитку набули експериментально-психологічні теорії інтелекту, орієнтовані на виявлення механізмів інтелектуальної активності. Кожна з них характеризується певною концептуальною лінією в трактуванні природи інтелекту. До них відносять:

1. *Соціо-культурний підхід* (інтелект як результат процесу соціалізації, а також впливу культури в цілому).

2. *Генетичний підхід* (інтелект як наслідок адаптації ускладнюється до вимог навколишнього середовища в природних умовах взаємодії людини із зовнішнім світом).

3. *Процесуально-діяльнісний підхід* (інтелект як особлива форма людської діяльності).

4. *Освітній підхід* (інтелект як продукт цілеспрямованого навчання).

5. *Інформаційний підхід* (інтелект як сукупність елементарних процесів опрацювання інформаційних даних).

6. *Феноменологічний підхід* (інтелект як особлива форма змісту свідомості).

7. *Структурно-рівневий підхід* (інтелект як система різнорівневих пізнавальних процесів).

8. *Регуляційний підхід* (інтелект як фактор саморегуляції психічної активності).

У кожному з цих напрямів висвітлюються особливі (властиві саме йому) аспекти проблеми природи інтелекту, а також розкриваються специфічні функціональні особливості інтелекту. Серед них: рівень узагальнення значень слів; сформованість розумових операцій; сформованість розумових дій; здатність до навчання; сформованість когнітивних навичок; швидкість опрацювання відомостей; елементарні інформаційні процеси; переструктурування пізнавального образу; тип організації знань; співвідношення пізнавальних процесів; контроль потреб.

Ці та інші властивості характеризують психологічні механізми виконання суб'єктом інтелектуальної діяльності та певним чином можуть свідчити про рівень розвитку його інтелектуальних можливостей.

У контексті нашого дослідження заслуговують на увагу підходи 3, 4 і 5. Розглянемо їх детальніше.

Процесуально-діяльнісний підхід до визначення природи інтелекту характеризується двома напрямками:

- дослідження інтелекту в контексті теорії мислення (С. Л. Рубінштейн, А. В. Брушлинський, Л. А. Венгер, Н. Ф. Талізїна та інші);
- дослідження особистісних факторів інтелекту в контексті теорії діяльності (О. К. Тихомиров, К. А. Абульханова-Славська, Л. М. Веккер та інші).

Відповідно до першого напрямку механізми будь-якої психічної діяльності, зокрема й інтелектуальної закладаються не до діяльності, а саме і тільки під час самої діяльності. На думку С. Л. Рубінштейна можливість засвоєння будь-яких знань, способів поведінки тощо передбачає наявність деяких внутрішніх психологічних передумов, зокрема деякий початковий рівень розумового розвитку. Індивідуальний інтелект закладається в процесі утворення, генералізації та закріплення основних розумових операцій – аналізу, синтезу, узагальнення [183].

Як механізми інтелектуальної активності О. К. Тихомиров розглядав особистісні фактори: емоції, мотиви, процеси цілепокладання. Зокрема, на основі експериментальних даних були встановлені функції емоцій під час розв'язування задач. Емоційна активізація, що виникає до прийняття рішення, сприяє фіксації зони пошуку та зміні характеру пошукових дій. Тобто, емоції беруть безпосередню участь в регуляції інтелектуальної діяльності [218].

Представники *освітнього підходу* визначають природу інтелекту через процедури його надбання:

- когнітивне навчіння (А. Стаатс [258], К. Фішер [151], Р. Фейерштейн [220] та інші);
- проблеми научуваності (Н. А. Менчинская [120], З. І. Калмикова [94], Г. А. Бєрулава [20] та інші).

Перша група авторів розглядає інтелект як сукупність когнітивних навичок, засвоєння яких є необхідною умовою інтелектуального розвитку. Зокрема у А. Стаатса [258] загальним механізмом інтелекту виступають інтелектуальні навички, адекватні різним ситуаціям і вимогам. Наприклад, інтелектуальна здатність до узагальнення передбачає засвоєння 4 основних когнітивних навичок:

- 1) навички найменування об'єктів, а також найменування їх властивостей (кольору, розміру тощо);
- 2) навички здійснення перекладів по типу «слово-образ»;
- 3) навички роботи з класами слів (тобто з родо-видовими зв'язками);
- 4) навички словесного асоціювання.

Друга група авторів дотримується думки, що інтелект це не тільки результат навчання, а і його передумова. Зокрема З. І. Калмикова пропонує визначати природу інтелекту через «продуктивне мислення», сутність якого полягає у здатності до надбання нових знань (здатності до навчання, або навченості). Показниками навченості є рівень узагальненості знань, широта їх застосування, швидкість засвоєння, темп просування в навчанні. На її думку, ядром індивідуального інтелекту є можливості людини до самостійного відкриття нових знань і застосування їх у нестандартних проблемних ситуаціях. Саме характеристики навченості зумовлюють успішність навчання, виступаючи тим самим критерієм інтелектуального розвитку особистості [94].

Яскравими представниками *інформаційного підходу* до визначення природи інтелекту є Х. Айзенк [4] і Р. Стенберг [213].

Р. Стенберг (нар. 1949 р.) розробив трикомпонентну теорію інтелекту:

1. Компонентний інтелект, пов'язаний з особливостями опрацювання відомостей. Він охоплює виконавчі компоненти, засновані на перцептивних і мнемічних процесах, що сприяють накопиченню знань і метакомпоненти, які здійснюють контроль за стратегією вирішення задач і мисленням загалом.

2. Емпіричний інтелект – забезпечує ефективність опанування нової ситуації і передбачає здатність долати нові проблеми й автоматизувати деякі процеси.

3. Ситуативний інтелект – відповідає за прояви інтелекту в соціальній ситуації; складається з практичного інтелекту, що виявляється в повсякденних побутових діях, і соціального інтелекту, що відображається в спілкуванні з іншими людьми [213].

Х. Айзенк (1916 р. – 1997 р.) розглядав інтелект як множинне явище і виокремив такі види інтелекту:

- психометричний інтелект – здібність індивіда, вимірювана тестами інтелекту, що виявляється в поведінці і діяльності. Його рівень визначається взаємовпливом спадковості і середовища;

- соціальний інтелект – здібність, що визначає успішність оцінювання, прогнозування і розуміння поведінки людей. Х. Айзенк розглядав його як результат розвитку загального інтелекту під впливом зовнішніх соціокультурних умов;

- біологічний інтелект – генетично детермінований складник загального інтелекту. Його основою є особливості біохімічних і нейрофізіологічних процесів перероблення відомостей центральною нервовою системою [4].

Співвідношення між концепціями біологічного, психометричного та соціального інтелекту в теорії Айзенка [4] подано на рисунку (рис. 1.4).

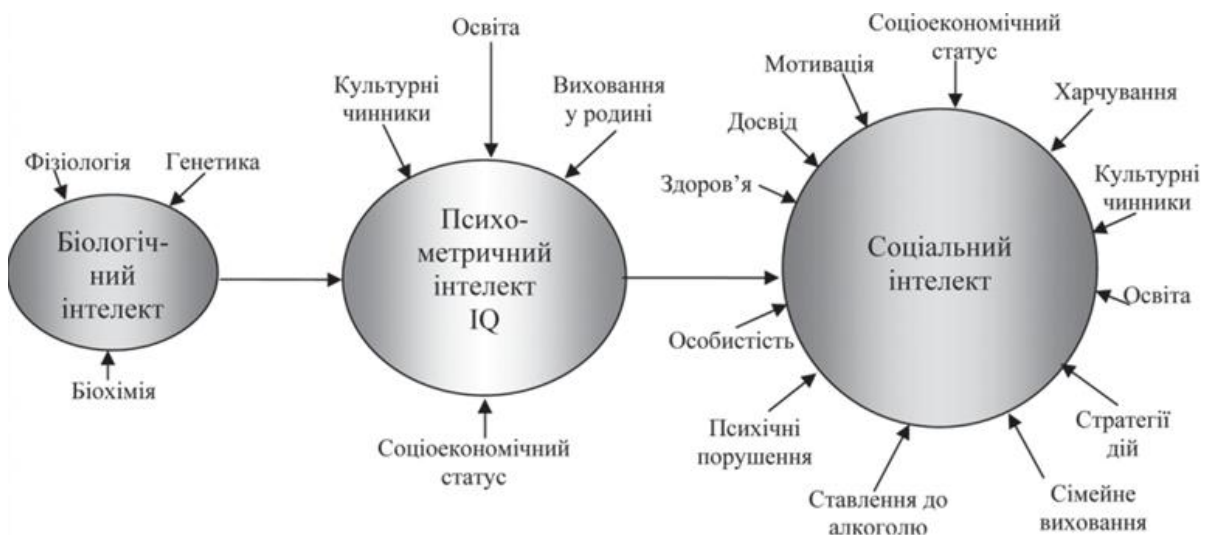


Рис. 1.4. Співвідношення між видами інтелекту за Айзенком [4]

Отже, на основі аналізу психолого-педагогічної літератури нами встановлено основні підходи до визначення структури інтелекту, які існують у межах двох загальних підходів: факторного (ієрархічні моделі інтелекту) та експериментально-психологічного (структура інтелекту – незалежні інтелектуальні здібності). Наявність великої кількості різних моделей інтелекту пов'язанні не лише із структурною та змістовною складністю його феномена, але і з розходженнями вчених в його дефініції.

Донині не існує однозначного тлумачення інтелекту, хоча це поняття активно використовується фахівцями з різних галузей науки.

Під терміном *«інтелект»* ми будемо розуміти здатність суб'єкту до різноманітної діяльності: навчання; мислення; спілкування; психічних процесів; адаптації та пристосування; сприйняття та опрацювання відомостей тощо.

Стосовно процесу навчання математики у вищій школі актуальними є такі підходи до розуміння інтелекту та його структури:

1) тривимірна модель інтелекту Дж.-П. Гілфорда, структура якої базується на схемі стимул – операція – реакція [255]:

Таблиця 1.1

Структура тривимірної моделі інтелекту Дж.-П. Гілфорда

СТИМУЛ	ОПЕРАЦІЯ	РЕАКЦІЯ
зміст, з яким проводять операцію	здібність досліджуваного	результат застосування певної операції до конкретного змісту

2) розуміння механізмів інтелекту в межах процесуально-діяльнісного, освітнього та інформаційного підходів.

Саме на такі підходи будемо спиратися у процесі побудови методики формування інтелектуальних умінь під час навчання математики аграріїв.

1.2. Розвиток інтелектуальних умінь особистості як педагогічна проблема

1.2.1. Інтелектуальні вміння, їх види та операційний склад.

Система освіти (як середньої так і вищої) покликана підготувати підрастаюче покоління до життя та подальшої професійної діяльності. Сучасне суспільство потребує інтелектуально розвинених фахівців аграрного сектору, які здатні ефективно використовувати свої знання та інноваційні технології у професійній діяльності.

Саме тому одним із головних завдань системи освіти є виховання інтелектуально розвиненої особистості здатної до правильного сприйняття і використання різних видів відомостей, адаптації до оточуючого середовища, раціонального розв'язування особистісних і фахових завдань, постійної самоосвіти та самовдосконалення.

Для з'ясування стану проблеми розвитку інтелектуальних умінь розглянемо різні підходи до тлумачення поняття «вміння» та «інтелектуальні вміння».

Аналіз наукової літератури [12] [53], [76], [88], [91], [113], [114], [157] [166], [170], [203] дає підстави виділити, на нашу думку, найбільш ґрунтовні тлумачення поняття «вміння»:

- можливість виконувати дію відповідно до цілей і умов, у яких доводиться діяти (Є.М. Кабанова-Меллер [91]);
- показник інтелектуального розвитку особистості (М. Д. Ярмаченко [155]);
- здатність незалежно виконувати дії, заснована на доцільному використанні людиною набутих знань та навичок (С. У. Гончаренко [53]);
- сукупність прийомів і способів діяльності (Т. А. Ільїна [88]);
- свідоме володіння прийомом діяльності (Ю. К. Бабанський [10]);
- складний комплекс розумових дій, який передбачає: 1) усвідомлення мети і умов, в яких ці дії будуть здійснюватися; 2) формування завдань діяльності; 3) планування і вибір способів виконання дій; 4) контроль і самоконтроль за процесом діяльності (І. М. Лукаш [113]);
- засвоєний досвід різноманітних способів діяльності (М. М. Скаткін та І. Й. Логвинов [203]);
- здатність до діяльності, що виконується після певного продумування, аналізу умов, шляхів розв'язування завдання, застосування потрібних знань і навичок (М. І. Єрецький, Е.С. Пороцький та Г.О. Люблінська [76], [114]).

У результаті дослідження проблеми активізації навчання учнів, Т. І. Шамова [234, с. 45] називає три групи навчальних умінь:

- 1) інтелектуальні вміння (уміння здобувати знання, виконувати мислительні операції: аналіз, синтез, порівняння, узагальнення тощо);
- 2) загальні навчальні вміння (уміння здійснювати процес самокерованої діяльності);
- 3) спеціальні вміння.

Отже, під уміннями розуміють здатність людини свідомо виконувати певні дії, готовність до практичних дій. Сформоване уміння передбачає використання знань та раніше набутого досвіду. Формування уміння є складним процесом аналітико-синтетичної діяльності кори великих півкуль головного мозку, в ході якого створюються і закріплюються асоціації між завданнями та їх розв'язаннями. Уміння, що виконуються на основі інтелектуальних дій, які складаються з логічних мислиневих операцій, вважають інтелектуальними уміннями.

На основі опрацьованої літератури [43], [120], [225], [234], [235], [243] подамо деякі тлумачення поняття «інтелектуальні вміння»:

- уміння здобувати і опрацьовувати різноманітні відомості (Т. І. Шамова [235]);
- складне утворення, яке поєднує в собі різні пізнавальні вміння, тобто вміння самостійно здобувати знання (А. В. Усова [225]);
- уміння особливого роду, що відносяться до успішного виконання розумових операцій та носять узагальнений характер (Н. О. Менчинська [120]);
- свідоме володіння раціональними прийомами мисленнєвої діяльності – системою певних дій (операцій), необхідних для розкриття навчальної задачі (Л. І. Воробйова [43]);
- система розумових дій, що складаються з логічних мисленнєвих операцій (прийомів), сприяє міцному засвоєнню знань та розвитку інтелектуальних здібностей особистості (О. О. Щербина [243]);
- спеціальні дії, спрямовані на активне використання знань (І. С. Якиманська [248]).

У нашому дослідженні під *інтелектуальними уміннями* будемо розуміти уміння суб'єкта свідомо виконувати розумові дії (аналіз, синтез, виділення головного, означення і пояснення поняття, порівняння, узагальнення, класифікація, систематизація, абстрагування, конкретизація, моделювання та прогнозування).

У контексті теми дослідження заслуговує на увагу питання про види інтелектуальних умінь.

А. В. Усова зазначає, що до інтелектуальних умінь належать: аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, систематизація, узагальнення [225].

М. Т. Баранов виділив такі інтелектуальні вміння: виділення головного, встановлення схожості і відмінності, класифікація, формування висновків, встановлення істини у доведенні [124, с. 46-56].

О. О. Щербина виділяє такі уміння, що належать до групи інтелектуальних:

- мотивувати свою пізнавальну діяльність;
- сприймати різноманітні відомості та опрацьовувати їх;
- виконувати мисленнєві операції, виділяти головне, суттєве на основі аналізу, синтезу, порівняння, узагальнення; спостерігати і робити висновки; міркувати, встановлювати причинно-наслідкові зв'язки; відтворювати матеріал у нових умовах;

- самостійно працювати з додатковою та довідковою літературою;
- самостійно відповідати на питання;
- створювати висловлювання;
- редагувати висловлювання;
- оцінювати свою відповідь [243, с.38].

Л. І. Воробйова класифікує інтелектуальні вміння на основі структури розумової діяльності. Вона виокремлює наступні розумові дії: планування, реалізація (опис, пояснення, прогнозування), контроль результатів, корекція. Кожна дія складається із сукупності розумових операцій (аналіз, синтез, порівняння, узагальнення, абстракція, конкретизація) і здійснюється у таких формах мислення: поняття, судження, умовивід, доведення. Цілісна система інтелектуальних умінь передбачає свідоме володіння усіма компонентами розумової діяльності [43, с. 54-67].

Крім тлумачення та визначення видів інтелектуальних умінь науковці досліджують їх операційний склад. Зокрема, Т. А. Ільїна [88, с. 48-54] розробила класифікацію інтелектуальних умінь на основі різних типів мислення (таб. 1.2).

І. Я. Лернер запропонував класифікацію інтелектуальних умінь, до якої належить 54 різних види умінь. Серед них він виділяє такі:

- володіти прийомами швидкого читання і формування уявлення про зміст кожної сторінки, параграфа, розділу, книжки;

- реферувати параграфи, розділи, статті;
- складати коментарі до контексту;
- абстрагувати об'єкт вивчення, виділяти його з цілого ряду;
- складати алгоритм майбутніх дій тощо [109].

Таблиця 1.2

Класифікація інтелектуальних умінь на основі різних типів мислення

Тип мислення	Інтелектуальні уміння
Діалектичний	бачити в явищі єдність протилежностей, виявляти тенденції їх розвитку;
Логічний	логічне опрацювання відомостей, встановлення зв'язків, зведення їх до системи, доведення, відкидання та висування гіпотези;
Абстрактний	відволікатися від неістотних ознак, виділяти загальне й суттєве на основі якого формувати абстрактні поняття;
Узагальнений	знаходити загальні принципи та способи дій;
Категоріальний	поєднувати в класи й групи на основі найбільш істотних ознак схожості;
Теоретичний	бачити залежність і закономірність існуючих зв'язків між явищами;
Індуктивний	мислити від фактів до узагальнень, від часткового до загального;
Дедуктивний	із загального виводити часткове;
Алгоритмічний	дотримуватись установок у здійсненні певних дій;
Технічний	розуміти загальні принципи виробничих процесів, що визначають психологічну готовність до роботи з технікою

Ю. К. Бабанський розглядає спеціальні (або специфічні) і загальні (загальнонавчальні) уміння. Класифікацію інтелектуальних умінь він подає за структурними елементами навчальної діяльності та виділяє наступні вміння:

- мотивувати свою діяльність;
- сприймати навчальні відомості;
- раціонально запам'ятовувати;
- осмислювати матеріал і виділяти головне;
- розв'язувати проблемні завдання;
- працювати самостійно;
- контролювати навчально-пізнавальну діяльність [10].

О. О. Лаврентьева описала операційний склад інтелектуальних умінь та представила деякі з них у вигляді таблиці (табл. 1.3) [105, с. 37].

Таблиця 1.3

Операційний склад інтелектуальних умінь

Рівень	Інтелектуальне вміння	Операційний склад
1.	Шукати аналогії	аналіз, синтез;
	Відбудовувати причинно-наслідкові зв'язки	аналіз, синтез, узагальнення;
	Інтерпретувати	аналіз, синтез, узагальнення, абстрагування;
2.	Виділяти головне	аналіз, синтез, узагальнення, абстрагування, конкретизація, порівняння;
3.	Класифікувати	аналіз, синтез, аналогізування, інтерпретування, побудова причинно-наслідкових зв'язків;
4.	Будувати моделі	аналіз, інтерпретація, класифікація, побудова причинно-наслідкових зв'язків, узагальнення;
5.	Будувати стратегії	аналіз, синтез, шукання аналогій, виділення головного, встановлення причинно-наслідкових зв'язків, побудова моделей

Узагальнюючи подані вище підходи, зробимо наступний висновок: основою інтелектуальних умінь є система інтелектуальних дій, що складаються з логічних мисленнєвих операцій (прийомів): аналіз, синтез, виділення головного, порівняння, узагальнення, систематизація, конкретизація, абстрагування, доведення, моделювання, прогнозування. Сформовані інтелектуальні вміння сприяють міцному засвоєнню знань за визначений час. Вони не даються від народження в готовому вигляді та є одночасно і результатом, і умовою розвитку, що здійснюється в процесі навчання і виховання, під час взаємодії з навколишнім середовищем. Інтелектуальні вміння важко піддаються автоматизації. Використовуючи певне вміння, студент повинен усвідомлювати суть завдання та за допомогою яких саме умінь можливо його виконати.

1.2.2. Стан проблеми розвитку інтелектуальних умінь у вітчизняних наукових дослідженнях.

Основні процеси і механізми функціонування інтелекту розкрито у роботах В. І. Бондаря [30], І. А. Зязюна [86], Г. С. Костюка [102], О. Я. Савченка [186], В. О. Сухомлинського [215], Б. Д. Ельконіна [245], Б. П. Єсіпова [75], Л. В. Занкова [83], І. Я. Лернера [109], С. Л. Рубінштейна [183], Х. Гартнера [254], Ж. Піаже [156], Р. Стенберга [213], Е. Торндайка [222], М. А. Холодної [231] та інших науковців.

Особливості формування інтелектуальних умінь різних суб'єктів навчання досліджували: Б. Г. Ананьєв [42], І. Д. Бех [21], Д. Б. Богоявленський [27], Л. С. Виготський [44], В. М. Дружинін [66], Г. С. Костюк [101], Н. О. Менчинська [120], В. Ф. Паламарчук [149], І. С. Якиманська [248].

Методику системного формування інтелектуальних умінь учнів старшої школи розробила відомий український дидакт В. Ф. Паламарчук і висвітлила у роботах [148], [149], [150]. Автором визначено основні етапи формування інтелекту: нагромадження (акумуляція) досвіду інтелектуально-творчої діяльності; мотивація; діагностика; усвідомлення; застосування; практика; узагальнення; перенесення у нові умови [150, с. 76].

В. Ф. Паламарчук [150, с. 9] систематизувала інтелектуальні уміння, враховуючи етапи мислення, за такими блоками:

I. Сприймання та осмислення відомостей.

1. Аналіз і виділення головного.
2. Порівняння.

II. Узагальнення, систематизація, оцінка.

1. Узагальнення і систематизація.
2. Визначення понять, оцінка.
3. Конкретизація.
4. Доведення і спростування.

III. Творчі уміння.

Формування інтелектуальних умінь учнів загальноосвітньої школи у дисертаційних роботах розглядали:

- І. В. Лов'янова, О. О. Лаврентьєва (навчання науково-природничих дисциплін) [111], [105];
- І. М. Лукаш (навчання інформатики) [113];
- О. Л. Башманівський (навчання предметів мовно-літературного циклу старшокласників) [16];
- Н. І. Білоконна та Н. І. Толяренко (Н. І. Грицай) (навчання та робота з комп'ютером молодших школярів) [26], [221];
- О. В. Бугрій (географічна освіта) [33];
- О. В. Березан (розв'язування розрахункових задач і вправ із хімії) [19].

У контексті нашого дослідження заслуговує на увагу робота І. М. Лукаш «Формування інтелектуальних умінь старшокласників у процесі навчання інформатики» [113]. У ній побудовано модель системи формування інтелектуальних умінь старшокласників у процесі навчання інформатики, складовими якої є: принципи формування інтелектуальних умінь (зв'язок теорії з практикою, наочність, доступність, операційно-системне формування умінь, самостійність та активність, усвідомленість та міцність, цілеспрямованість, мотиваційна забезпеченість, індивідуальний підхід, випереджуюче навчання), етапи формування інтелектуальних умінь, зміст навчального матеріалу та основні методи роботи (словесні, наочні, практичні).

Визначені у роботі [113] етапи формування інтелектуальних умінь автор деталізує у такий спосіб:

1. Етап накопичення фонду знань – основа реалізації подальшого процесу розумового розвитку учнів. Акумуляція минулого досвіду учнів має підготувати їх до сприйняття нового.
2. Етап діагностики – визначається рівень сформованості умінь учнів за допомогою діагностичних вправ.
3. Етап мотивації – створення атмосфери зацікавленості, позитивних емоцій, стійкого інтересу у процесі опанування прийомів розумової праці.
4. Етап рефлексії – усвідомлення прийомів уміння і правил їх реалізації.

5. Тренувальний етап – відпрацювання умінь у процесі репродуктивної діяльності та їх застосування при виконанні творчих завдань.

6. Етап узагальнення вмінь – часткова автоматизація та перенесення прийомів у нові умови, на інші теми і предмети (ближнє перенесення), на інші сфери діяльності (далеке перенесення).

7. Етап контролю і корекції – здійснення перевірки якості засвоєних умінь.

У роботі О. О. Лаврентьєвої «Дидактичні умови формування інтелектуальних умінь старшокласників при вивченні науково-природничих дисциплін» [105] встановлено, що необхідним критерієм інтелектуального розвитку та основою інтелектуальних умінь є наявність базових (предметних) знань. Показниками інтелектуального розвитку можуть бути власне знання та витрати часу на їх отримання, ступінь їх системності, правильність (кількість помилок), міцність, усвідомленість, а також сам характер навчальної діяльності – її продуктивність, практична спрямованість, довільність. Автор виділяє 4 рівні сформованості інтелектуальних умінь:

- копіювальний (низький) – вміння діяти за зразком;
- перетворюючий (середній) – вміння діяти у дещо зміненій ситуації;
- частково-пошуковий (високий) – перенесення умінь у нові умови;
- творчий (найвищий) – перенесення умінь на інші сфери діяльності.

Формування інтелектуальних умінь старшокласників у процесі вивчення предметів мовно-літературного циклу досліджував О. Л. Башманівський. У дисертації [16] він здійснив наукове обґрунтування класифікації інтелектуальних умінь, удосконалив критерії та показники рівнів сформованості інтелектуальних умінь старшокласників; визначив дидактичні засади і педагогічні умови формування інтелектуальних умінь старшокласників у процесі навчання предметів мовно-літературного циклу.

Автором розроблено систему вправ і завдань для формування інтелектуальних умінь учнів і методичні рекомендації для учителів, спрямовані на вдосконалення процесу формування інтелектуальних умінь старшокласників.

О. Л. Башманівський [16, с. 70–73] пропонує таку класифікацію інтелектуальних умінь у процесі навчання предметів мовно-літературного циклу (за блоковою структурою):

I. Продуктивно-стереотипні вміння (передбачають роботу з навчальним матеріалом відповідно до засвоєних алгоритмів (дії за аналогією): визначення понять, інтерпретація, аналіз, виділення головного).

II. Реконструктивно-варіативні вміння (передбачають, не зводяться до алгоритму, виконання певних реконструктивно-варіативних дій, перенесення у схожу ситуацію: пошук аналогії та порівняння, узагальнення та систематизація, класифікація, конкретизація).

III. Творчо-рефлексивні вміння (передбачають виконання навчальної діяльності у нових, нестандартних ситуаціях, сприяють більш самостійному оволодінню знаннями; використовуючи рефлексію, критично аналізують одержані внаслідок своєї діяльності досягнення; допомагають будувати моделі, встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, здійснювати стратегії і прогнозування перебіг подій) [16, с. 70–73].

Проблема розвитку інтелектуальних умінь студентів вищої школи висвітлена у наступних дослідженнях:

– формування навчально-інтелектуальних умінь у студентів вищих закладів освіти в Україні (кінець XIX – початок XX століття) (О. В. Барибіна [14]);

– педагогічні умови інтелектуального розвитку майбутніх учителів математики у процесі фахової підготовки (К. В. Недеялкова [136]);

– педагогічні умови формування інтелектуальних умінь майбутніх інженерів у навчальному процесі вищого навчального закладу (О. О. Щербина [243]).

О. В. Барибіна [14], досліджуючи питання навчально-інтелектуальних умінь у студентів вищих закладів освіти в Україні (кінець XIX – початок XX століття), визначила основні умови ефективності формування цих умінь. А саме:

врахування специфіки навчальних дисциплін; реалізація принципів дидактики вищої школи (науковості та швидкого темпу у навчанні, посиленості та доступності, самостійності, позитивного емоційного фону та поваги до особистості студента); високий рівень професійно-педагогічної майстерності викладача вищого навчального закладу; методичне забезпечення процесу навчально-пізнавальної діяльності студентів та створення сприятливих умов для плідної, творчої і самостійної праці учнівської молоді; якісний і систематичний контроль за навчально-пізнавальною діяльністю.

На нашу думку, всі ці умови є актуальними і на сьогодні. У той же час активне впровадження у процес навчання інформаційно-комунікаційних технологій висуває низку додаткових умов, що суттєво впливають на формування інтелектуальних умінь молоді.

У дослідженні К. В. Неद्याлкової «Педагогічні умови інтелектуального розвитку майбутніх учителів математики у процесі фахової підготовки» [136] з'ясовано сутність поняття «інтелектуальний розвиток особистості майбутнього вчителя математики», встановлено чинники індивідуальних відмінностей в інтелектуальному розвитку студентів, визначено педагогічні умови інтелектуального розвитку майбутніх учителів математики у процесі фахової підготовки, обґрунтовано методику, що сприяє цьому розвитку. Автором конкретизовано ознаки інтелектуального розвитку студентів:

- ускладнення когнітивних психічних структур;
- перехід мислення на теоретичний рівень;
- розвиток здатності до самоврядування;
- зростання інтелектуальної активності;
- удосконалення мотивації інтелектуальної діяльності.

К. В. Неद्याлкова запропонувала сукупність критеріїв інтелектуального розвитку студентів у процесі фахової підготовки, а саме: ступінь складності когнітивних структур; вираженість ознак понятійного мислення; рівень здатності до аналізу, планування, рефлексія; міра інтелектуальної ініціативи; ієрархія мотивів інтелектуальної діяльності; обсяг фактичних знань, зокрема професійно

значущих, їх системність; сформованість різних форм мислення (логічного, інтуїтивного, творчого, критичного тощо); повнота сформованості розумових операцій (аналіз, синтез, класифікація, абстрагування, порівняння, узагальнення тощо); ступінь розвитку психічних функцій, що забезпечують пізнання довкілля (пам'ять, увага, уява); міра застосування суб'єктом власних компенсаторних можливостей: наполегливості, терплячості, цілеспрямованості тощо.

У дисертації О. О. Щербини «Педагогічні умови формування інтелектуальних умінь майбутніх інженерів у навчальному процесі вищого навчального закладу» [243] здійснено науковий аналіз і теоретично обґрунтовано педагогічні умови формування інтелектуальних умінь студентів під час навчання іноземної мови у технічному ВНЗ, визначено рівні їх сформованості, встановлено зв'язок мотиваційної, емоційної та інтелектуальної сфер студента у процесі формування інтелектуальних умінь, розроблено на цій основі методику формування інтелектуальних умінь майбутнього фахівця.

На думку О.О. Щербини [243, с. 41], формування інтелектуальних умінь особистості являє собою складний процес, у якому беруть участь такі сфери психіки, як інтелектуальна, мотиваційна, емоційна. Необхідними компонентами цього процесу є набуті знання, уміння, навички з одного боку, а з іншого – здібності і задатки людини. Досліджуючи проблему формування інтелектуальних умінь майбутніх інженерів у навчальному процесі вищого навчального закладу (на матеріалі іноземної мови), О. О. Щербина розкрила шлях формування інтелектуальних умінь особистості в навчально-пізнавальній діяльності і подала його у вигляді схеми (рис.1.5).

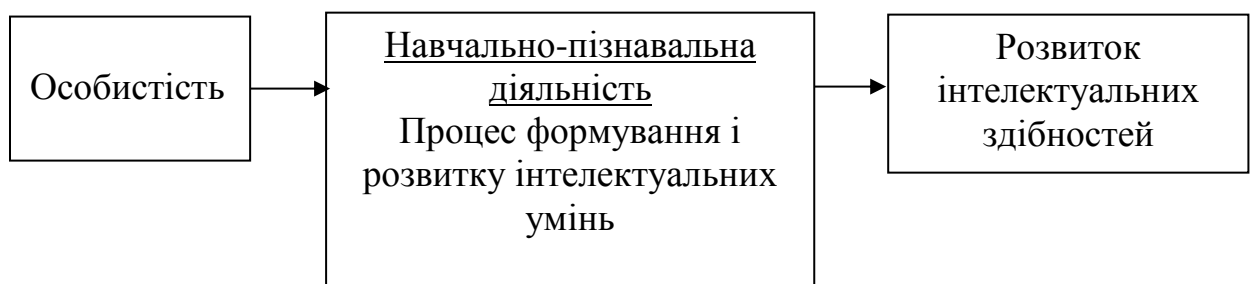


Рис 1.5. Шлях формування інтелектуальних умінь за О. О. Щербиною[243]

Проблема навчання вищої математики аграріїв розглядалась лише у деяких аспектах, а саме:

– формування вмінь розв'язувати прикладні задачі в процесі вивчення математики студентами аграрного університету (Л. І. Новицька, 2008) [141];

– диференційоване навчання математики студентів вищих закладів освіти аграрного профілю (Ю. І. Овсієнко, 2013) [143];

– професійно-спрямоване навчання вищої математики студентів аграрного коледжу (О. Л. Дрозденко, 2013) [65];

– методичне забезпечення моніторингу навчальних досягнень із математики студентів вищих аграрних навчальних закладів (І. М. Горда, 2014) [54].

І. М. Горда у своїй роботі «Методичне забезпечення моніторингу навчальних досягнень з математики студентів вищих аграрних навчальних закладів» [54] розробила методику оцінювання якості діяльності викладачів математики в умовах проведення управлінського кафедрального моніторингу у вищих аграрних навчальних закладах із застосуванням інформаційно-комунікаційних технологій; визначила та теоретично обґрунтувала види моніторингу якості освіти у вищих аграрних навчальних закладах, сутність термінів «моніторинг навчальних досягнень студентів з математики» та «управлінський кафедральний моніторинг», їх мету, завдання, структуру, функції, принципи організації, психолого-педагогічні умови та етапи проведення.

У роботі О. Л. Дрозденко [65] «Професійно-спрямоване навчання вищої математики студентів аграрного коледжу» автор теоретично обґрунтував роль вищої математики у системі підготовки випускників аграрного коледжу, у формуванні їх професійних компетентностей; здійснив аналіз відповідності реальної готовності сучасного випускника професійного (аграрного) коледжу розв'язувати професійні задачі з використанням математичних методів з ідеальною моделлю молодшого спеціаліста; розробив професійно-орієнтовану методичну систему навчання математики студентів аграрного коледжу.

У дослідженні Л. І. Новицької [141] «Формування вмінь розв'язувати прикладні задачі в процесі вивчення математики студентами аграрного університету» з'ясовано місце та роль прикладних задач у системі професійної освіти майбутнього фахівця-аграрія; визначено психолого-педагогічні засади формування вмінь розв'язувати прикладні задачі студентами аграрного університету; розроблено методiku поетапного формування вмінь (мета, зміст, організаційні форми, методи і засоби).

У контексті нашого дослідження заслуговують на увагу методичні рекомендації щодо уміння аналізувати загальну структуру прикладних задач, що висвітлені у роботі Л. І. Новицької [141, с. 91].

1. Уважно прочитайте та вивчіть умову (твердження) задачі.
2. Вдумайтесь у зміст кожного слова в тексті задачі (терміна, поняття). У разі необхідності робіть семантичний аналіз понять, що входять в умову задачі.
3. Встановіть у чому полягає умова та вимога задачі. Визначте процес про який йдеться в умові задачі. Які моменти такого процесу розглядаються. Встановіть величини, що описують цей процес. Виявіть дані і шукані значення величин. З'ясуйте співвідношення між заданими величинами.
4. Відокремте умову та вимогу, розділіть їх на окремі, незалежні елементарні умови та вимоги, розбийте задачу на підзадачі.
5. Для зручності аналіз структури задачі необхідно фіксувати у вигляді таблиці, схеми тощо.

1.2.3. Проблема розвитку інтелектуальних умінь у зарубіжних та вітчизняних наукових дослідженнях.

У зарубіжних дослідженнях проблема інтелектуальних умінь висвітлена в працях Л. І. Боженкової [28], Е. Р. Валєєвої [34], М. А. Городилової [56], Г. І. Єгорової [70], Т. І. Іванової [87], А. В. Карманової [95], С. М. Касаткіна [96], О. А. Лагутиної [106], Т. А. Ларіної [107], С. В. Лебедєвої [108], Н. К. Нуриханової [142], Р. П. Озолиньш [144], М. А. Приходько [161], Ю. В. Пудовкіної [176], Л. О. Риндіної [185], І. В. Сечкиної [189], Н. Ф. Соколова [211], Г. М. Шорникова [239], Т. М. Щеднової [241].

Розвиток інтелектуально-творчої діяльності учнів під час навчання математики на етапі допрофільної підготовки досліджувала С. В. Лебедева [108]. Вона виділяє чотири етапи в становленні інтелектуально-творчої діяльності:

I. Етап орієнтування (викладач дає такі завдання, мета яких виявити уже наявні знання з даного питання, їх особистий, внутрішній досвід, пов'язаний з питанням, що вивчається; дати можливість поставити питання, відповідь на які дасть можливість розв'язати поставлену задачу, спланувати майбутню діяльність тощо).

II. Етап пошуку (учні обмінюються своїми уявленнями по заданому завданню в парах, ведуть спільний пошук відповідей на поставлені запитання. Пропонуються завдання напіввизначеного змісту, у процесі розв'язування яких учні вчаться зразкам інтелектуально-творчої діяльності).

III. Етап перетворення (подальше вивчення питань відбувається в процесі групової форми роботи, що дозволяє якнайкраще створити атмосферу спільного творчого пошуку. Пропонуються завдання невизначеного змісту. Відбувається перетворення сформованих образів інтелектуально-творчої діяльності учня на індивідуально-особистісному рівні, формується адекватна самооцінка своїх інтелектуально-творчих можливостей та досягнень).

IV. Етап інтеграції (повернення до індивідуальної форми роботи. Діяльність учня характеризується виявленням суб'єктивного, концептуального відношення до вивчених фактів та способів їх пояснення, самостійним знаходженням проблем тощо. Співставлення вивченого досвіду з тим, що був на початку вивчення теми) [108, с. 94–98].

Питання навчання математики в аграрних вузах досліджувалось в наступних напрямках:

- міжпредметні зв'язки як засіб підвищення ефективності процесу навчання математики (Ю. В Пудовкіна) [176];
- конструювання профільних компонентів курсу математики (А. В. Карманова) [95];

- навчальна мотивація як засіб управління особистісно-орієнтованим навчанням математики (М. А. Приходько) [161];
- проектування і реалізація системи самостійної роботи студентів із математики (І. В. Сечкіна) [189];
- реалізація модульно-рейтингової системи навчання математики (Т. М. Щеднова) [241].

Проблемі інтелектуального розвитку студентів у процесі навчання математики у вищій школі присвячені такі дослідження:

- педагогічні умови розвитку творчих умінь у студентів технічного вузу у процесі навчання математики (М. А. Городилова) [56];
- розвиток інтелектуальних умінь і здатності до саморозвитку студентів технічного вузу в процесі математичної підготовки (Л. Б. Гиль) [51].

Л. Б. Гиль працюючи над проблемою розвитку інтелектуальних умінь у студентів технічного вузу в процесі математичної підготовки, виділила критерії оцінки розвитку інтелектуальних умінь (рівні розвитку основних інтелектуальних умінь: аналіз, синтез, порівняння, узагальнення) та показники їх сформованості (повнота, міцність, усвідомленість) [51, с. 64].

Аналіз сучасних психолого-педагогічних досліджень показав, що в процесі навчання у вищому навчальному закладі не «передаються знання», а відбувається складний процес моделювання інтелектуального, творчого, духовного та професійного потенціалу студентів для того, щоб в майбутньому вони стали суб'єктами свого саморозвитку. Тобто, у процесі навчання математичних дисциплін у аграрному університеті діяльність викладача повинна бути спрямоване на розвиток інтелектуальних умінь (аналіз, синтез, порівняння, узагальнення, прогнозування, моделювання тощо). Головний шлях розвитку студентів-аграріїв – це цілеспрямоване набуття досвіду інтелектуальної діяльності в процесі вивчення математики. Розв'язування систематизованого набору задач із даної навчальної дисципліни, дає можливість студенту не лише закріпити знання з певної теми, а і долучитись до активного пошуку, активізувати творчу уяву. Різноманітні завдання,

що пропонуються на заняттях, поступово формують уміння застосовувати теоретичні відомості, виконувати завдання за зразком, знаходити нові способи розв'язування задач, порівнювати їх та використовувати більш ефективно. Отже, основою розвитку інтелекту у студентів є набуті інтелектуальні уміння в процесі мисленнєвої діяльності на матеріалі вищої математики. Без цілеспрямованого розвитку інтелектуальних умінь неможливо досягти ефективних результатів у опануванні студентами не лише системою математичних знань та умінь, навичок використання математичних методів та основ математичного моделювання в професійній діяльності аграрія, але й успіхів у професійному житті. Тому основні прийоми мислення та механізми саморозвитку повинні стати спеціальним предметом засвоєння в процесі математичної підготовки студентів, а розвиток інтелектуальних умінь та здатності до саморозвитку – керованим процесом.

1.3. Психолого-педагогічні засади формування і розвитку інтелектуальних умінь у студентів аграрних університетів

Питання про необхідність врахування вікових особливостей під час навчання та виховання цікавить вчених давно та розглядалось різними діячами педагогічної науки, наприклад Я. А. Коменським [99], Д. Локком [112], Ж.-Ж. Руссо [184] та іншими.

Для досягнення кращих результатів у навчанні, вихованні та інтелектуальному розвитку студентів, необхідно враховувати їхні вікові та індивідуальні особливості. Це не лише допоможе викладачу в підготовці та плануванні занять, а і дозволить змодельовати пізнавальну діяльність студентів, враховуючи рівень розвитку мислення, пам'яті, уваги, інтелекту тощо. Студентський вік – це час, коли молодь визнає своє місце у суспільстві, що вимагає від них розвитку інтелекту, самопізнання, вироблення світогляду, життєвої позиції, професійного становлення. В сучасній педагогіці та психології вікова періодизація розвитку особистості базується на врахуванні єдності біологічного та соціального. Вік від 17 до 21 року є періодом юності або другої

юності з переходом у ранню дорослість. «Юність» означає фазу переходу від залежного дитинства до самостійної дорослості, що передбачає закінчення фізичного дозрівання та соціальної зрілості. Б. Г. Ананьев так пише про цей віковий період: «Студентство, співвідносячись з етапами розвитку дорослої людини, являє собою «перехідну фазу від дозрівання до зрілості» і визначається терміном «пізня юність» або «рання дорослість» (18–25 років)» [8].

На думку В. В. Давидова [58], кожен вік – це якісно визначена ступінь психічного розвитку людини. Психологи характеризують юність як період першого випробування власних сил і здібностей, коли студент розкриває свій потенціал та обирає майбутню професію. До моменту вступу до вищого навчального закладу більшість юнаків і дівчат досягають фізичної зрілості, але психічний розвиток продовжується. Тобто, продовжується процес накопичення кількісних та якісних прогресивних змін психіки, що зумовлюють формування особистості.

Успіх навчання студентів багато в чому залежить від рівня розвитку їх пізнавальних здібностей – сприймання, мислення, уяви, пам'яті. В мисленнєвій діяльності студентів відбуваються значні зміни. Поглиблюється послідовність мислення, помітно розвивається критичність і самостійність розумової діяльності. Це підвищує активність у здобутті знань та формує творчий підхід до навчання. В цей період також продовжується формування світогляду, тобто системи поглядів на суспільство, природу, людину, принципи і правила поведінки. Одночасно інтенсивно розвивається самоусвідомлення особистості. Головне надбання юності – це відкриття свого внутрішнього світу [48, с. 64].

Зміни, що відбуваються в особистості студентів у цьому віці, розкриваються у дослідженнях психологів [7; 8; 40, с. 242]. Зокрема, зазначається, що пам'ять характеризується подальшим зростанням довільності та продуктивності логічного запам'ятовування, помітно зростає і продуктивність пам'яті стосовно абстрактного матеріалу; мислення стає дедуктивно-гіпотетичним завдяки перетворенню конкретних мислиневих операцій на формальні, що включаються в єдину, цілісну систему; думка остаточно поєднується зі словом, внаслідок чого утворюється внутрішнє

мовлення як основний засіб організації мислення та регуляції інших пізнавальних процесів; інтелект стає мовленнєвим, а мовлення інтелектуалізованим; виникає повноцінне теоретичне мислення. Поява формального мислення у студентів означає становлення їх як суб'єктів пізнання, формується новий підхід до розв'язування задач, націлений на організацію фактів (комбінаторний аналіз), на виділення й контроль змінних величин, формування гіпотез та їх логічне обґрунтування й доведення.

Найвищий рівень інтелектуальних функцій для людини знаходиться між 18–20 роками. Під інтелектуальними функціями розуміють пам'ять, мислення та увагу. Найбільш високі показники коефіцієнту розумового розвитку виявляють молоді люди 19 років. Саме на 19 років припадає найбільший відсоток коефіцієнтів розумового розвитку – це є сензитивним періодом розвитку дорослої людини [8; 40, с. 270]. Зокрема, такої думки притримувались С. Пако [147], К. Ховланд [263] та В. П. Лисенкова [110].

Для підтвердження того факту, що студентський вік є найбільш сприятливим для розвитку інтелектуальних умінь слугують численні дослідження школи Б. Г. Ананьєва [7; 8; 42], де вік розглядається як потужний фактор інтелектуального розвитку. Існують різні підходи до розподілу змін інтелекту протягом життя людини. У нашому дослідженні інтерес викликає вік 18–35 років. Проаналізувавши психолого-педагогічну літературу виділяємо такі результати (спостереження):

- функціональний рівень інтелектуального розвитку особистості підвищується в 18–22 і 23–32 роки, потім знижується у 33–37 і 33–35 та стабілізується [7];
- найвищий рівень інтелекту в період від 18 до 35 років мають наймолодші люди віком 18 і 19 років (рис. 1.6). Найвищі показники рівня інтелекту мають 19-ти річні [42, с. 31].

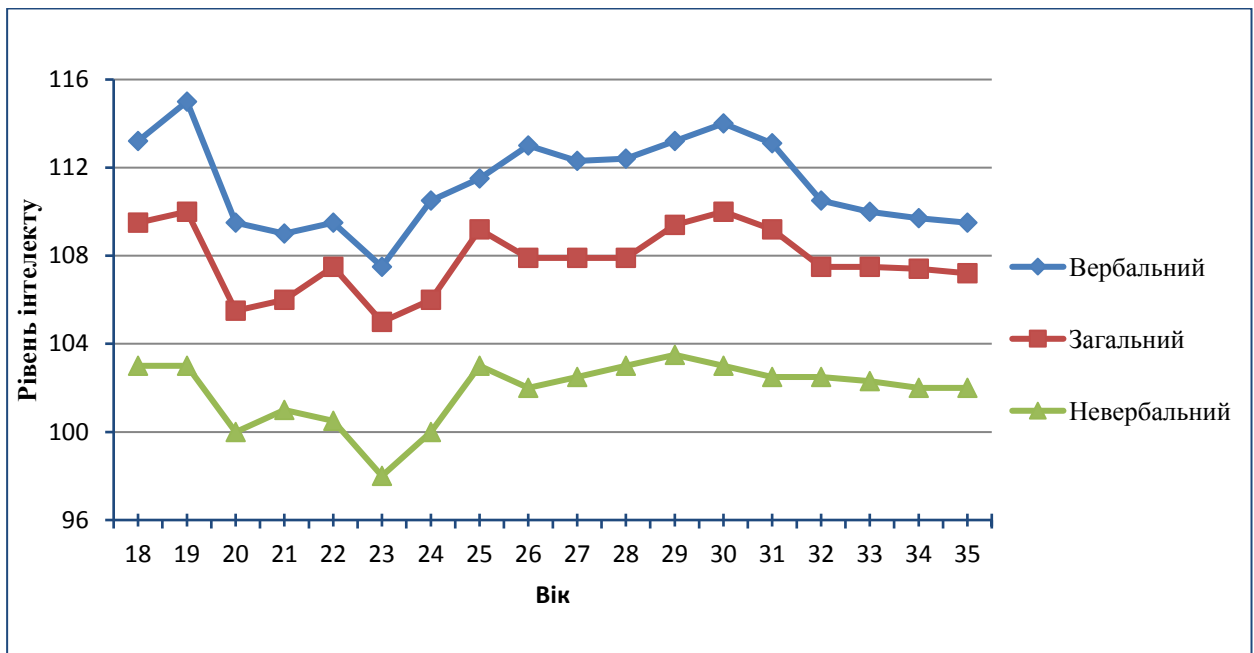


Рис. 1.6. Залежність інтелектуального розвитку дорослих від віку [42]

- крива розвитку інтелекту іде вгору до 19 років та різко падає в 20 років, знову наростає в 21-22 роки, знижується в 23 роки і підвищується в 24-25 роки (рис. 1.7). Дані дослідження проводились за методикою Векслера (WAIS), що виявляє рівень і характер інтелектуального розвитку дорослих у віці від 16 до 75 років [42, с. 30]. Найбільш високий рівень інтелектуальних функцій припадає саме на студентський вік: 19 років для пам'яті та 20 років для мислення. Спостерігається цікава особливість: кожен період життя характеризується не тільки значними коливаннями всіх функцій, але й великою їхньою різноспрямованістю. Підйом однієї функції супроводжується спадом іншої. В 20 років збільшується рівень мислення, в той час як рівень пам'яті і уваги падає. До 22 років рівень пам'яті ще більше опускається, зменшується також рівень мислення, а рівень уваги піднімається і т. д.;

- найбільші зміни інтелекту відбуваються в студентському віці, а саме в період від 18 до 25 років. У процесі порівняння трьох макроперіодів (від 18 до 25 років, 26–35 років та 36–40 років) з'ясувалось, що другий і третій характеризуються відносною сталістю, а найсприятливішим є саме перший, який співпадає з студентським віком [40, с. 271].

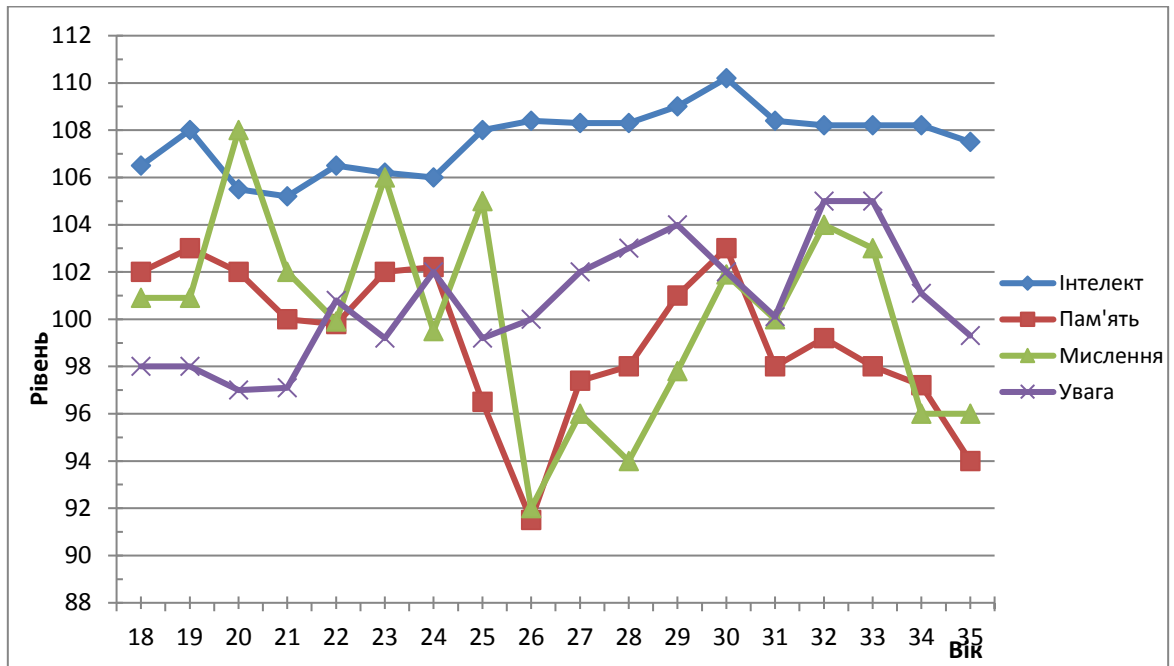


Рис. 1.7. Вікова динаміка розвитку інтелектуальних функцій молоді

Численні наукові дослідження підтверджують, що студентський вік є надзвичайно чутливий для реалізації інтелектуальних можливостей і подальшого інтелектуального розвитку молоді.

З'ясуємо суть поняття «інтелектуальний розвиток». У літературі наведено такі тлумачення поняття «розвиток»:

- зміни живої людської системи, зміни не випадкові, необхідні, послідовні, пов'язані з певними етапами її життєвого шляху, і прогресивні, тобто такі, що характеризують її рух від нижчих до вищих рівнів життєдіяльності, її структурне і функціональне вдосконалення (Г. С. Костюк) [102, с. 70];
- складний інволюційно-еволюційний поступальний рух, у ході якого відбуваються прогресивні і регресивні інтелектуальні, особистісні, поведінкові, діяльнісні зміни в самій людині (Л. С. Виготський, Б. Г. Ананьєв) [40];
- вищий тип руху і зміни в природі і суспільстві, пов'язаний із переходом від однієї якості стану до іншого, від старого до нового. Усякий розвиток характеризується специфічними об'єктами, структурою (механізмом), джерелом, формами і спрямованістю [140].

Як уже зазначалось, до поняття інтелекту належать процеси мислення, індивідуальний світ людини, зокрема її здатність сприймати й опрацьовувати відомості. Під *інтелектуальним розвитком* розуміють якісні і кількісні зміни у психіці індивіда, які забезпечують накопичення інтелектуального потенціалу особистості, що виражається в ускладненні когнітивних психічних структур, переході мислення на теоретичний рівень, розвитку здатності до самовираження, зростанні інтелектуальної активності й удосконаленні мотивації інтелектуальної діяльності.

Розвиток особистості має свої внутрішні закономірності та певну періодичність. Кожен наступний етап, що готується попереднім, суттєво відрізняється від нього, хоч і містить результати минулого етапу. Для кожного віку характерні свої особливості в протіканні сенсорних, інтелектуальних та емоційних процесів. Високий пізнавальний інтерес у студентському віці, на відміну від старшого шкільного, зумовлений усвідомленими мотивами пізнавальної діяльності, що підкріплюється вольовими зусиллями, спрямований на формування та розвиток особистості.

Засвоєння способів інтелектуальної та практичної діяльності дозволяє студентам застосовувати здобуті знання в різних життєвих ситуаціях та поглиблювати свої знання в професійній сфері, що значно підвищує пізнавальний інтерес. Викладачі вищих навчальних закладів, ґрунтуючись на цілях підготовки фахівців, повинні слідкувати за розвитком студентів, створювати сприятливі умови для їх інтелектуального та професійного розвитку, сприяти формуванню позитивної мотивації до процесу наукового пізнання. Студент повинен усвідомлювати свої можливості, вміти їх оцінити, прагнути до подальшого самовдосконалення, вміти здійснювати рефлексію своєї діяльності та саморозвитку. Даний вік вважається найбільш сприятливим і для формування соціальної позиції особистості.

Інтенсивність розвитку інтелектуальних функцій на даному етапі буде залежати від двох факторів: внутрішнього (рівень обдарованості) та зовнішнього (сукупність умов, що залежать від соціально-економічних та

культурних умов) [93]. До зовнішніх факторів перш за все належить освіта. Тенденція до самореалізації та саморозвитку у багатьох студентів виступає в якості найважливішого стимулу до підвищення рівня освіченості та формуванню пізнавальних функцій.

Студентський вік є періодом перебудови інтелекту, коли крім звичайного його росту відбуваються досить індивідуально і варіативно структурні зміни.

Багато дослідників одностайні в тому, що саме студентський вік є найсприятливішим для формування та розвитку інтелектуальних умінь. Вважається, що для розумового розвитку важливе значення має оволодіння як системою знань, так і:

- мисленнєвими операціями (С. Л. Рубінштейн [183]);
- інтелектуальними вміннями (Д. М. Богоявленський [27], Н. О. Менчинська [120]);
- прийомами розумової діяльності (Є. М. Кабанова-Меллер [91], Л. В. Занков [83]).

Слід наголосити, що формування і розвиток інтелектуальних здібностей обумовлені «комплексністю та гармонічністю навчання та виховання» [167, с. 8].

Для розвитку творчих умінь мисленнєвої діяльності студентів необхідно вчити опановуванню операціями аналізу, синтезу, систематизації, конкретизації, абстрагування, узагальнення, доведення. Необхідною умовою формування творчих умінь у студентів є наявність пізнавального інтересу та досить висока ступінь розвитку мислення й уяви. Розвиток інтелекту у студентів тісно пов'язаний з розвитком творчих умінь, які в свою чергу є третім рівнем розвитку інтелектуальних умінь.

Студентський вік вважається найбільш сприятливим для розвитку інтелектуальних умінь ще й тому, що головною діяльністю студентів протягом п'яти років є навчання. Саме в процесі навчальної діяльності досягаються основні цілі підготовки майбутніх фахівців і забезпечуються сприятливі особистісно-мотиваційні засади успішності навчання. Це, в свою чергу, найбільш інтенсивно

впливає на розвиток пізнавальних психічних процесів особистості, на отримання професійно значущих знань, умінь, навичок. Успіх процесу тривалого організованого навчання забезпечується зокрема добором ефективних методів, засобів і змісту навчання, конкретизацією принципів розвивального навчання у залежності від специфіки того чи іншого навчального предмета.

У ході констатувального етапу експерименту ми оцінили рівень розвитку інтелекту студентів Білоцерківського національного аграрного університету за стандартною методикою оцінки IQ з допомогою числового та наочно-образного тестів Айзенка-Горбова [209]. Середньостатистичний рівень IQ склав $(89,48 \pm 6,24 \text{ ум.од.})$, що відповідало низькій нормі розвитку інтелекту учасників експерименту (п. 2.5). Отриманий результат не є втішним. Вважаємо, що підвищення рівня розвитку інтелекту у студентів можна досягти у процесі вивчення вищої математики.

Сам по собі процес навчання створює лише сприятливі умови для формування мислення студентів, але без спеціального формування прийомів навчальної роботи автоматично розвивати їх інтелект не може. Прийоми інтелектуальної діяльності формуються та розвиваються значно швидше в умовах активної пошукової роботи (доведення теорем, виведення формул, складання умов до прикладних задач), ніж в умовах пасивного сприйняття навчальних відомостей та шаблонного їх відтворення. Логічна структура пошукової діяльності вимагає застосування логічних дій і операцій.

Вважається, що інтелектуальний розвиток в юнацькому віці можна прискорити, вдосконалюючи понятійну форму мислення, мовленнєвий інтелект та внутрішній план дій. Необхідні спеціальні вправи, спрямовані на те, щоб одні і ті самі дії якомога частіше виконувалися не з реальними, а з уявними об'єктами, тобто в думках. Допоки процес розв'язування до кінця не продумано теоретично, доки не складено перелік включених до нього дій і поки він не вивірений на логічність, до практичного здійснення процесу розв'язування не варто приступати. На думку психологів, усю роботу з інтелектуального розвитку необхідно проводити комплексно, застосовуючи вправи так, щоб вони

розвивали інтелект за усіма напрямками [40, с. 243]. Основа інтелектуального розвитку – самостійне відкриття нових знань, їх застосування в нестандартних, проблемних ситуаціях, психологічна готовність до самостійної роботи [94]. Очевидно, що математика має великий потенціал для виконання цих завдань.

Завдання вищого навчального закладу – це виховання творчої особистості, професіонала, який в усіх сферах трудової діяльності вловлює глибинні та суттєві зв'язки між предметами і явищами, знаходить узагальнені шляхи розв'язування професійних задач. У психолого-педагогічних дослідженнях існує поділ на теоретичне і практичне мислення, або теоретичний і практичний інтелект [174]. Ці типи мислення виділяються за типом розв'язування задач і відповідних структурних і динамічних особливостей. Практичне мислення спрямоване на вирішення практичних задач, або перетворення практичних ситуацій. Основна мета практичного мислення – підготовка фізичного перетворення дійсності: постановка мети, складання планів, проекту, схеми. Інакше кажучи, йдеться про мисленнєвий акт, що передує практично ефективному результату.

Про важливість практичного інтелекту сучасного фахівця пишуть і інші дослідники. Психологи [40, с. 243; 174] вважають, що до структури практичного інтелекту належать такі якості розуму як:

- діловитість – здатність відшукати ефективне рішення у будь-якій складній ситуації;
- економність – вміння знайти спосіб дії, що веде до потрібного результату з найменшими витратами;
- обачливість – передбачення наслідків тих чи інших рішень;
- вміння швидко розв'язувати задачі, що виникають – проявляється у кількості часу, який минає з моменту виникнення задачі до її практичного вирішення.

Інколи практичний інтелект пов'язується з розв'язуванням задач переважно з допомогою практичних дій (а не образних і вербальних, що звичайно, не можуть бути виключені цілком, але їх вага порівняно менша). Власне, йдеться про перевагу наочно-дійового мислення у практичному інтелекті, переважне використання матеріальних і матеріалізованих засобів

розв'язування задач (реальних об'єктів, засобів праці, знаково-символьних об'єктів – формул, алгоритмів, планів, креслень тощо) та відповідні дії з ними.

Одна з важливих характеристик практичного мислення – його протікання в умовах дефіциту часу. На нашу думку, вивчення вищої математики сприяє розвитку практичного інтелекту студентів.

Студентський віковий період характеризується накопиченням професійного досвіду, оскільки молодь намагається поєднувати навчання з професійною діяльністю. Набуття досвіду формує більш практичне і вимогливе ставлення до процесу навчання.

Характеризуючи студентів аграрного університету, слід зазначити, що багатьом із них не просто вчитись в університеті. Успішність навчання багато в чому залежить від рівня їхнього загального інтелектуального розвитку, сприймання, пам'яті, уваги, мислення, ерудованості, широти пізнавальних інтересів, рівня володіння певними логічними операціями. Ці рівні можуть значно відрізнятись у випадку підготовки фахівців аграрного університету на різних спеціальностях.

Психолого-педагогічні особливості студентів-аграріїв визначаються не лише їхніми віковими характеристиками, а й природними задатками. За роки навчання в університеті, кожен із них проходить свій індивідуальний шлях розвитку. Всі студенти розвиваються різними темпами, залежно від генетичних особливостей, способу життєдіяльності, ставлення до навчання тощо. Це суттєво впливає на успішність навчального процесу, що необхідно враховувати під час підготовки фахівців аграрного сектору. Кожна людина від народження є унікальною, але одночасно в чомусь схожою на інших, має подібні інтереси, здібності тощо.

Під здібностями розуміють психологічні властивості та якості, які є необхідною умовою для високоякісного виконання певного виду діяльності. Здібності поділяють на спеціальні (математичні, музичні, художні тощо) та загальні. Загальні, на відміну від спеціальних, проявляються в усіх видах людської діяльності. Загальновідомо, що здібності не даються людині від

народження в готовому вигляді. Кожна людина має природні передумови розвитку певних здібностей – задатки, що є вродженими анатомо-психофізіологічними особливостями організму. Тому під час вивчення навчальних дисциплін, необхідно враховувати розвиток зорового сприйняття та представлення, їх взаємозв'язок із пізнавальним процесом.

Пізнавальна діяльність студентів відбувається на кожному життєвому кроці та здійснюється шляхом виконання різних предметно-практичних дій у навчальному процесі (виконання вправ, розв'язування прикладних та дослідницьких задач тощо). Управління активністю студентів у процесі навчання традиційно називають активізацією. Її головна мета – формування активності студентів, підвищення якості навчально-виховного процесу. Тобто, під активізацією розуміють довготривалий, постійно діючий процес спонукання студентів до цілеспрямованого навчання, орієнтований на подолання пасивної і стереотипної діяльності, уникнення спаду і застою в розумовій роботі.

У процесі викладання математичних дисциплін використовуються різні шляхи активізації пізнавальної діяльності: різноманітність форм, методів, засобів навчання, виправданий і свідомий вибір яких, за умов умілого та педагогічно виправданого поєднання, суттєво підвищує ефективність навчальної діяльності, стимулює активність і самостійність студентів, сприяє інтелектуальному розвитку.

Найбільшої активності студентів можливо досягти, коли під час занять створюються ситуації, у яких вони самі повинні виконувати таку навчально-пізнавальну діяльність:

- брати участь у дискусіях і обговореннях;
- оцінювати відповіді і письмові роботи товаришів;
- самостійно вибирати завдання;
- знаходити декілька варіантів можливого розв'язку пізнавальної задачі;
- застосовувати самоперевірку, аналіз особистих пізнавальних і практичних дій;
- вирішувати пізнавальні завдання шляхом комплексного застосування відомих їм способів розв'язування.

Поряд зі складним особистісним розвитком, важливим є професійне становлення студентів, що здійснюється в межах навчальної діяльності. В даний період відбувається поступове оволодіння обраною професією. Ще в раньому віці людина може досягти високого рівня майстерності в своїй професії. Разом із тим набувається почуття професійної компетентності, надзвичайно важливе для особистісного розвитку в період молодості. В даний період продовжується професійне самовизначення, ускладнюються критерії оцінювання себе як професіонала [61].

У процесі професійної соціалізації особистість засвоює групові норми, цінності, правила професійної поведінки, формує професійну самосвідомість та цінності, що визначають траєкторію особистісного розвитку в тому випадку, коли особистість професійно самовизначилась. Сучасна молода людина, обираючи професію, є, перш за все, активним суб'єктом, а не «пасивною істотою», яка відповідає на зовнішні дії (стимули) лише системою реакцій, «гвинтиком» державно-виробничої машини, елементом виробничих сил, продуктом (тобто об'єктом) розвитку суспільства [32].

Відповідно до спеціальностей, підготовку яких здійснюють аграрні університети, використовуючи результати опитування студентів і викладачів випускаючих кафедр та матеріали робіт [57; 145; 163; 164; 172], розглянемо необхідні якості особистості, що забезпечують успішність опанування обраної професії:

- Мікробіолог вивчає мікроорганізми, що спричиняють захворювання у людей та тварин. У сільському господарстві мікробіолог досліджує роль мікроорганізмів у кругообігу речовин, використовує їх для синтезу добрив, боротьби зі шкідниками. Ветеринарна мікробіологія вивчає збудників захворювань тварин, методи діагностики, специфічної профілактики та етіотропного лікування, спрямованого на знищення збудника інфекції в організмі хворої тварини. Необхідні якості спеціаліста: гарні аналітичні здібності, логічне мислення, стійкість уваги, відповідальність.

- Садівник – квітникар – декоратор створює композиції з живих або висушених рослин, вирощує їх для оформлення житлових та службових

приміщень, парків, виставок, тощо. Необхідні якості спеціаліста: розвинена уява, спостережливість, наочно-образне мислення, естетичний смак.

- Еколог бере активну участь в охороні навколишнього середовища, проводить екологічні експертизи та вивчає вплив різноманітних факторів на навколишнє середовище, визначає рівень відповідності стану технічних об'єктів екологічним нормативам, приймає участь у розробці природоохоронних заходів і реалізації цих проектів, проводить профілактичну та агітаційну роботу через засоби масової інформації. Необхідні якості еколога: наявність аналітико-синтетичних здібностей, терпіння та наполегливість.

- Технолог харчової промисловості (продуктів харчування) здійснює контроль за збереженням послідовності та якості операцій у процесі виготовлення продуктів. Необхідні якості технолога: охайність, відповідальність, розвинута спостережливість, пам'ять, логічне мислення.

- Агроном створює нові сорти сільськогосподарських культур, планує та проводить сільськогосподарські роботи з урахуванням особливостей місцевості, погодних умов та сортів вирощування рослин, спостерігає за їх ростом та розвитком, захистом, регулює режими пророщування, визначає раціональну структуру посівних площ, здійснює заходи з одержання високих урожаїв на поливних і осушених землях, організовує зберігання, первинну переробку й реалізацію сільськогосподарських культур, здійснює виробничі дослідження й наукові дослідження. Необхідні якості агронома: вміння прогнозувати та передбачати віддалені наслідки своєї діяльності, самостійність у прийнятті рішень, вміння швидко діяти в нестандартних ситуаціях, пам'ять, увага, образність мислення.

- Менеджер забезпечує аналіз та рішення організаційних, економічних, соціальних питань та їх взаємозв'язок, регулює процеси відбору, прийому та переміщення персоналу. Необхідні якості менеджера: кмітливість, розсудливість, відповідальність, розвинуті аналітичні, комунікативні та організаторські здібності, вміння аналізувати ситуацію, готовність до розумного ризику.

- Економіст здійснює економічний аналіз господарської діяльності організації, розробляє заходи по забезпеченню режиму економії, підвищенню ефективності робіт, виявлення резервів, попередження втрат і невиробничих витрат, більш раціональному використанню ресурсів. Виконує розрахунки по матеріальним, трудовим та фінансовим затратам, необхідним для проведення робіт

(послуг), досліджень і розробок у освоєнні нової техніки і технології. Необхідні якості економіста: розвинута спостережливість, пам'ять, логічне мислення.

На основі аналізу психолого-педагогічної літератури та галузевих стандартів освіти [57; 69; 81; 82; 146; 162; 163; 172] виділимо інтелектуальні вміння та інтелектуальні функції, необхідні для випускника аграрного університету, майбутнього спеціаліста аграрного сектору:

Таблиця 1.4

Інтелектуальні вміння та інтелектуальні функції необхідні випускнику аграрного університету

Професія	Інтелектуальні вміння	Інтелектуальні функції
Агроном	Аналіз, узагальнення, конкретизація, порівняння, моделювання, прогнозування	Пам'ять, увага, мислення
Економіст	Аналіз, виділення головного, узагальнення, систематизація, доведення і спростування, відбір відповідної стратегії розв'язання завдання, проблемні вміння	Пам'ять, мислення, увага
Менеджер	Аналіз, порівняння, узагальнення, систематизація, проблемні вміння, доведення, формулювання висновків	Мислення, пам'ять, увага
Садівник – квітникар – декоратор	Порівняння, оцінка, установлення причинно-наслідкових зв'язків, конкретизація, моделювання, прогнозування	Мислення, увага, пам'ять
Еколог	Проблемні вміння, виділення головного, узагальнення, порівняння, моделювання, прогнозування	Мислення, пам'ять, увага

У 1976 році білоруськими дослідникам М. І. Дьяченко і Л. А. Кандибовичем було введено поняття «психологічна готовність до діяльності» [69]. Проблему психологічної готовності до діяльності досліджували О. Ф. Бондаренко [31], П. П. Горностаї [55], В. А. Сластьонін [205].

Психологічна готовність включає в себе як запас професійних знань, умінь і навичок; так і – риси особистості: переконання, здібності, інтереси, мислення, професійна пам'ять, увага, емоційність, працездатність, моральний потенціал особистості, що забезпечать успішне виконання професійних функцій. Зміст психологічної готовності складають інтегральні характеристики особистості: інтелектуальні, емоційні і вольові властивості, професійно-моральні переконання, потреби, звички, знання, вміння і навички.

Розглядаючи динаміку психологічної готовності дослідники М. І. Дьяченко і Л. А. Кандилович [69] виділяють наступні елементи:

1) усвідомлення власних потреб, вимог суспільства, колективу або поставлених іншими людьми завдань;

2) розуміння мети, досягнення якої задовольнить потреби або сприятиме виконанню поставленого завдання;

3) осмислення умов в яких будуть здійснюватися майбутні дії; актуалізація досвіду, пов'язаного з минулим розв'язуванням подібних задач або виконанням подібних вимог;

4) визначення на основі досвіду й оцінки майбутніх умов діяльності як найбільш ймовірних, так і допоміжних способів розв'язування задач або виконання вимог;

5) прогнозований прояв своїх інтелектуальних, мотиваційних, емоційних та вольових процесів, оцінка співвідношень своїх можливостей, амбіцій та необхідності досягнення певного результату;

б) мобілізація сил у відповідності до умов і завдання, віра в досягнення мети.

Психологічна готовність – це початкова фундаментальна умова успішного виконання будь-якої діяльності. Розрізняють два види психологічної готовності – загальну і спеціальну. *Загальна готовність* характеризується активним застосуванням засобів та способів, загальних для розв'язування багатьох задач, підтримкою внутрішньої рівноваги, мобілізацією власного досвіду, почуттів та волі для розв'язування задач. *Спеціальна готовність* складається з професійно важливих якостей і властивостей особистості, спеціальних здібностей, мотивації, рівня домагань, відповідного вимогам задач, умов і часу.

Готовність до професійної діяльності передбачає таку структуру:

- 1) позитивне ставлення до професійної діяльності;
- 2) адекватні вимогам діяльності і професії риси характеру, здібності, темперамент, мотивація;
- 3) необхідні знання, вміння, навички;
- 4) стійкі професійно важливі особливості сприйняття, уваги, мислення, емоційних та вольових процесів [93, с. 23].

Забезпечують психологічну готовність до професійної діяльності професійні знання, уміння, навички. Навчання математики є необхідним етапом на шляху формування готовності до майбутньої професійної діяльності. Не потребує доведення той факт, що вивчення математики суттєво допомагає у формуванні умінь проводити обґрунтовані, послідовні, несуперечливі міркування, висловлюватись чітко, стисло, переконливо, що безумовно сприяє розвитку мислення. Математика належить до наук, що є теоретичною основою для подальшого вивчення спеціальних дисциплін майбутніми фахівцями аграрного виробництва, які будуть працювати в різних галузях рослинництва, тваринництва, ветеринарії, механізації сільського господарства. Для підготовки висококваліфікованих спеціалістів аграрного сектору, конкурентоспроможних на світовому ринку праці, для господарської та наукової діяльності, необхідно забезпечити належний рівень математичної підготовки студентів. Такий рівень вивчення вищої математики в аграрних університетах виключає формальне засвоєння теоретичних знань дисципліни, ґрунтується із урахуванням психологічних особливостей даного вікового періоду, що сприяє суттєвому розвитку інтелектуальних умінь студентів. У процесі виховання молоді не можна ігнорувати викладені вище факти, їх необхідно враховувати та використовувати під час вивчення різних навчальних дисциплін, зокрема і вищої математики.

1.4. Вища математика як засіб розвитку інтелектуальних умінь студентів

Останнім часом в Україні відбувається реформування сільського господарства на основі ринкових відносин, що потребує вивести професійну підготовку фахівців аграрної галузі на новий рівень. Широке застосування інформаційно-комунікаційних технологій і впровадження різного роду інновацій у процес розбудови сільського господарства вимагає підготовки фахівців, здатних здійснювати свою діяльність у нових умовах: раціонально використовувати технічні, матеріальні, природні, фінансові та трудові ресурси, впроваджувати нову техніку і технології, застосовувати сучасні форми організації виробництва і праці тощо.

Реалізація сучасних напрямів розвитку аграрного сектору значною мірою залежить від рівня підготовки фахівців у системі вищої освіти. Завдання вищого аграрного навчального закладу сьогодні – це підготовка висококваліфікованих і конкурентоспроможних спеціалістів. Майбутній фахівець сільського господарства має навчитися ставити мету, самостійно вирішувати проблеми, приймати рішення й досягати бажаних результатів. Усе це потребує модернізації навчальних планів, програм, засобів, форм і методів навчання у ВНЗ сільськогосподарського спрямування.

Випускники аграрного університету повинні вміти здійснювати технічне та економічне управління процесами сільськогосподарського виробництва, що є неможливим без їхньої фундаментальної підготовки, зокрема і математичної. Без базових математичних знань неможливо опанувати природничі, загально-професійні та економічні дисципліни. Також без математики сьогодні неможлива ні якісна професійна підготовка, ні ефективна діяльність спеціаліста.

В умовах підвищення значення математичних методів моделювання, проектування, дослідження і планування у всіх сферах людської діяльності, математика стає потужним засобом для розв'язування багатьох професійних задач. У межах своєї спеціальності випускник вищого аграрного навчального закладу повинен уміти застосовувати математичні методи у професійній

діяльності та наукових дослідженнях. Вивчення математики також сприяє підвищенню культури мислення, виховує точність, логічність аргументації, розвиває уяву, інтуїцію, тобто формує сучасне наукове мислення.

«Математика є невід'ємною і суттєвою частиною загальнолюдської культури. Заняття математикою вчать людину думати, відкидати несуттєві деталі і не нехтувати тим, що відіграє принципову роль, розвиває логічне мислення, допомагає правильно формулювати свої думки, вчить стислості, точності мови, виховує наполегливість, уміння досягати поставленої мети, розвиває працездатність. У цілому вивчення математики має суттєвий вплив на розвиток особистості» [116, с. 10].

Завдання сучасної вищої школи полягає не в тому, щоб дати студентам певний набір знань, а в тому, щоб навчити їх самостійно орієнтуватись у різних джерелах знань, сформуванню вміння й навички раціонально будувати власні навчально-пізнавальні дії, тобто створювати найкращі умови для їхнього інтелектуального розвитку. Вивчення математики є засобом розвитку інтелектуальних умінь, оскільки впливає на формування інтелектуальних, особистісних і професійних якостей майбутнього спеціаліста, які допоможуть йому самореалізуватись. За допомогою математики можна також розвивати і вольові якості особистості, уміння долати труднощі.

Л. Д. Кудрявцев писав: «Рівень математичної культури після закінчення навчання у вищому навчальному закладі повинен забезпечити уміння розуміти на математичних методах, необхідних для роботи за спеціальністю..., уміння читати необхідну літературу, уміння самостійно продовжувати свою математичну освіту» [104, с. 114].

В освітньо-кваліфікаційній характеристиці [145] визначено, що основною метою вивчення математики в аграрному університеті є розвиток у студентів умінь і навичок, необхідних їм для майбутньої професійної діяльності. У зв'язку з цим у них має бути сформований рівень математичної підготовки необхідний для розв'язування задач, що вимагають аналізу ситуації та вибору найбільш раціональних розв'язків під час вивчення спеціальних дисциплін, здійсненні професійної діяльності.

«Мета вивчення навчальної дисципліни полягає у формуванні в студентів належного рівня математичних знань, умінь, навичок, необхідних для оволодіння освітньо-професійною програмою підготовки технолога з агрономії, а також професійній діяльності за фахом, забезпеченні можливості неперервної освіти протягом життя» [163].

У робочих навчальних програмах мета викладання вищої математики конкретизована у такий спосіб:

- формування особистості студентів, розвиток їхнього інтелекту та здібностей до логічного та алгоритмічного мислення;
- навчання основним математичним методам, необхідним для аналізу і моделювання пристроїв, процесів і явищ під час пошуку ефективних розв'язків задач, пов'язаних з досягненням науково-технічного прогресу;
- навчання методам опрацювання й аналізу результатів експериментів;
- формування: вміння виділити проблему і чітко сформулювати її; здатності до пошуку нових, нетривіальних рішень; здатності сформулювати свої думки у вигляді гіпотез; здатності побачити сутність явищ та їх взаємозв'язок; здатності бачити декілька шляхів розв'язування проблем і вибору з них найбільш раціонального; здатності передбачати та переключати увагу з однієї математичної моделі на іншу; навичок наукового аналізу та навичок самоосвіти.

У процесі аналізу досліджень фахівців [16], [26], [51] [56], [111], [113], [136] та вивчення реального навчального процесу в аграрному університеті, було встановлено завдання, які повинні реалізовуватись у процесі вивчення вищої математики з метою розвитку інтелектуальних умінь студентів:

1. Створити умови для опанування теоретичними основами лінійної алгебри, аналітичної геометрії, математичного аналізу, теорії ймовірностей, математичної статистики (відповідне методичне забезпечення: презентації для проведення лекційних занять, конспекти лекцій, методичні рекомендації, індивідуальні консультації, групові консультації, тощо). Студенти мають отримати знання з вищої математики в такому обсязі, який може зумовити чітке розуміння технічних процесів, типових для них явищ, які в своєму змісті

визначають способи, операції, що лежать в основі розвитку творчих умінь: що означає порівнювати між собою різноманітні дані; абстрагуватись і виділяти головне; аналізувати і ставити нові питання або виділяти нові проблеми тощо. Наприклад, студенти повинні знати види та властивості математичних функцій, вміти застосовувати математичні знання та власний досвід в агро-біологічних дослідженнях (наприклад, опис залежності урожайності сільськогосподарських культур від глибини зрошення, використовувати функції для аналізу та порівняння результатів виробничих дослідів тощо.)

2. Забезпечити оволодіння обчислювальними вміннями (на репродуктивному і творчому рівнях) диференціального й інтегрального числення, що в майбутньому стануть необхідним апаратом для розв'язування дослідницьких задач. Для успішного виконання студентами розрахунково-графічних завдань із математики необхідне поєднання узагальненого сприймання та абстрактного мислення на основі понятійного математичного апарату, аналізу завдання, вибору алгоритму розв'язування. Під час вивчення вищої математики студенти мають виконувати розрахунково-графічні завдання з певних розділів інтегрального та диференціального числення (наприклад, застосування похідної до дослідження функцій, обчислення площ плоских фігур та об'ємів тіл обертання за допомогою визначеного інтеграла), до того ж дані справи мають бути виконані декількома способами (традиційними методами та з використанням ІКТ). Отже, студенти опановують такі способи творчої діяльності, як: вести альтернативний пошук засобів і способів розв'язування даного завдання (самостійно знаходити необхідні формули, складати математичні моделі); підпорядковувати напрями пошуків розв'язку основної задачі; відкидати прийнятий хід думки за необхідності (якщо знайдено раціональніший спосіб чи якщо отримані результати не узгоджуються з реальністю); враховувати нові дані; проводити кількісний аналіз, графічне подання та інтерпретацію даних задачі та її розв'язків; подавати результати в табличній та графічній формі; оцінювати їх надійність. Опанування цих способів відкриває шлях до самовдосконалення, професійного становлення майбутнього спеціаліста, розвитку математичного мислення.

3. Залучати студентів до індивідуальної навчально-пізнавальної діяльності, що дозволяє самостійно опанувати математичні дисципліни (вища і прикладна математика, теорія ймовірностей і математична статистика тощо). Наприклад, проектна діяльність, самостійне складання прикладних математичних задач тощо. Таке залучення передбачає: засвоєння способів управління творчою діяльністю студентів; ознайомлення зі світом науково-технічних знань; здійснення літературного пошуку, використання наукової, довідкової, навчальної літератури. В процесі вивчення математичних дисциплін формуються і проявляються такі якості особистості як: творчість, цілеспрямованість, самостійність, відповідальність, прагнення до самовдосконалення, які є професійно значимими для майбутнього випускника вищого навчального закладу.

4. Розвивати професійні здібності, для яких оволодіння творчими вміннями є необхідною складовою. У цьому контексті доцільно розвивати такі вміння, як: виділяти загальні риси в різноманітних явищах; комбінувати елементи знань; формулювати гіпотезу і перевіряти її в подальшому; застосовувати метод наукового моделювання; використовувати обчислювальну техніку (чисельне моделювання); аналізувати наукову літературу з певної проблеми. Важливою характеристикою мислення фахівця аграрного сектору є його гнучкість, альтернативність і креативність, тобто здатність обирати в певних ситуаціях раціональні варіанти їх розв'язку, вміння знаходити розумний вихід із суперечливих, а іноді і конфліктних ситуацій, що виникають у професійній діяльності.

У процесі розв'язування перерахованих вище завдань (1-4) та на основі демонстрації прикладів їх вирішення під час навчання вищої математики створюються умови для розвитку інтелектуальних умінь студентів, що забезпечують високий рівень володіння професійними вміннями і навичками та успішність праці майбутнього спеціаліста аграрної галузі.

Ефективним засобом розвитку інтелектуальних і професійних умінь у процесі навчання вищої математики є використання інтерактивних технологій, зокрема кейс методу. За його допомогою можна наблизити процес навчання

математики до реальної діяльності майбутніх фахівців сільського господарства. Наприклад, ми пропонували студентам зануритись у реальну практичну проблему, проаналізувати її, згадати наявні математичні знання та уміння, що стосуються її, усвідомити необхідність поповнення знань тощо.

Наприклад. Перед початком вивчення теми «Матриці та дії над ними» студентам пропонується ознайомитися з використанням матриць для подання та опрацювання даних у сільському господарстві. Зокрема, представлення у вигляді матриць відповідної розмірності наступних даних таблиць різного призначення:

- норм споживання кормів;
- обсягу реалізації продукції тваринництва, птахівництва тощо;
- матеріальних затрат на вирощування плодоовочевої продукції, великої рогатої худоби тощо;
- планування виробництва тваринництва і рослинництва;
- показників роботи фермерських господарств та ін.

Процес вивчення теоретичного матеріалу супроводжується конкретними прикладами, що стосуються сільського господарства.

Задача 1. Матриця A характеризує обсяг збору зернових культур (пшениця, овес, жито) першого і другого класу фірмою «Колос» у 2014 році, а матриця B характеризує обсяг збору зернових культур цією ж фірмою у 2015 році. Знайдіть обсяг збору зернових культур фірмою «Колос» за два вказані роки (тис. т.).

$$A = \begin{pmatrix} 101,1 & 2,2 & 1,6 \\ 78 & 1,4 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 122 & 2,1 & 1,9 \\ 89,3 & 1,6 & 0,8 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Відомо, що три фермерські господарства об'єдналися для оптової закупівлі насіння буряка чотирьох сортів (ц): «Центаур Полі», «Урсус Полі», «Рекорд Полі» та «Екіндорський». Їх замовлення описується матрицею

$$A = \begin{pmatrix} 50 & 45 & 45 & 60 \\ 70 & 40 & 45 & 80 \\ 90 & 100 & 80 & 90 \end{pmatrix}. \text{ Матрицею } X = \begin{pmatrix} 98 \\ 110 \\ 100 \\ 90 \end{pmatrix} \text{ задається вартість насіння}$$

кожного сорту буряків (грн. за кг). Знайдіть вартість насіння, закупленого кожним фермером.

Наприкінці вивчення теми студенти отримують подібного роду завдання для самостійної роботи: записати у матричній формі діяльність деякої агрофірми, зробити необхідні розрахунки та висновки і пропозиції (Додаток И). Найбільш вдало виконані завдання доцільно рекомендувати з доопрацюваннями для участі студентів у наукових конференціях або семінарах.

Такі завдання викликають у студентів пізнавальний інтерес, сприяють посиленню розумової діяльності, вимагають використання мисленнєвих дій таких як аналіз, порівняння, узагальнення, систематизація, конкретизація тощо.

Розробка методичного забезпечення навчання математики в аграрних університетах проводиться за кількома напрямками, що виділяються за ознакою схожості цілей математичної освіти для конкретної профілю навчання спеціальності. Умовно поділяємо їх на біологічні, економічні та інженерні напрями підготовки. Кожному з них відповідають конкретні вимоги до математичної освіти випускників [57; 145; 163; 164].

До біологічного напрямку умовно віднесемо факультети, де навчання проводиться за наступними спеціальностями: «Агрономія», «Лісове господарство», «Садово-паркове господарство», «Водні біоресурси та аквакультура», «Захист і карантин рослин» тощо. Економічному напрямку відповідають такі спеціальності: «Менеджмент», «Економіка підприємництва», «Підприємництво, торгівля та біржова діяльність», «Облік і оподаткування» тощо. До інженерного напрямку підготовки належать факультети, де проводять підготовку фахівців за наступними спеціальностями: «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», «Технологія виробництва та переробки продукції тваринництва», «Галузеве машинобудування» тощо.

Вивчення вищої математики в аграрному університеті для кожної спеціальності відрізняється за кількістю годин та навчальною програмою. У даній дисертації ми зосередимо свою увагу на спеціальності «Садово-паркове господарство», де на вивчення вищої математики відведено всього 136 годин (лекції 36 годин, практичні заняття 54 години, самостійне вивчення 46 годин).

Тематика лекцій, практичних та самостійної роботи студентів для першої теми представлена у вигляді таблиці (табл. 1.5, додаток 3).

Таблиця 1.5

Схема організації навчального процесу

Номер лекції	Тематика лекцій	Номер пр. заняття	Тематика практичних занять	Тема для самостійного вивчення	Кіл-ть годин на самостійне вивч.	Позааудиторний контроль	Кіл-ть балів
І МОДУЛЬ ЛІНІЙНА АЛГЕБРА							
1	Матриці та дії над ними	1	Матриці та дії над ними	Ранг матриці	2	Самостійна робота, індивідуальне опитування	
2	Визначники. Мінори. Алгебраїчні доповнення	2	Визначники. Мінори. Алгебраїчні доповнення				
3		Обернена матриця					
3	Системи лінійних рівнянь	4	Системи лінійних рівнянь. Матричний метод	Системи лінійних рівнянь. Метод Гауса	2	Самостійна робота, модульна контрольна робота	
		5	Системи лінійних рівнянь. Метод Крамера	Прямокутні системи рівнянь	2		
		6	Ранг матриці. Прямокутні системи координат	Власні вектори та власні числа матриці	3		
							14

Проведений аналіз психолого-педагогічної літератури свідчить, що в системі навчання відбувається складний процес моделювання інтелектуального, творчого, духовного та професійного потенціалу майбутнього фахівця. Це пов'язано з тим, що студент знаходиться у новому для нього навчально-пізнавальному середовищі, де протягом тривалого часу систематично навчається та опановує обрану професію. Студентів-аграріїв постійно залучають до практичної роботи на підприємствах і фермах агрокомплексів, до вивчення теоретичних аспектів окремих аграрних галузей і участі в наукових конференціях, семінарах тощо. Така діяльність націлена на «моделювання» у випускника здатностей до саморозвитку, професійного росту тощо. Кожен викладач відіграє важливу роль у цьому процесі.

Інтерактивні та активні методи проведення практичних занять сприяють розвитку інтелектуальних умінь студентів. Поступове впровадження зазначених

методів у процес математичної підготовки майбутніх фахівців-аграріїв доцільно організовувати, наприклад, у вигляді підготовки студентами презентацій до визначених викладачем фрагментів лекцій (історичні відомості, приклади застосування математики у сільському господарстві, окремі способи розв'язування задач тощо).

На заняттях із вищої математики ми пропонуємо студентам самостійно знаходити дані для прикладних математичних задач. Наприклад, після розв'язування задачі 1 та 2 даного розділу (с. 67) студентам пропонується самостійно скласти матрицю, що характеризує діяльність агрофірми.

Розвиток інтелектуального і творчого потенціалу майбутнього фахівця-аграрія відбувається під час його позааудиторної роботи. Студенти, які мають вищий рівень математичних знань проводять консультації з студентами, які потребують допомоги. У такий спосіб (на основі інтерактивної технології «Навчаючи – учусь») відбувається активна комунікація студентів, розвивається мова, активізуються процеси мислення, зокрема повторення і систематизації знань із вищої математики.

Основою для розвитку інтелекту у студентів є набуті інтелектуальні вміння в процесі вивчення математичних дисциплін. Для їх розвитку у процесі вивчення математики, майбутній фахівець має навчитись мислити поняттями даного предмету та використовувати ці їх у подальшій діяльності. Набуття досвіду «думати поняттями математики» сприяє формуванню умінь здійснювати мисленеву інтелектуальну діяльність у будь-якій іншій області знань, будувати математичні моделі та пізнавати оточуюче середовище.

Мислення студентів – це пізнавальна діяльність, продуктом якої є пізнання, відображення та перетворення (в межах можливості чи бажання особистості) навколишнього світу. Мислення вважають одним із провідних пізнавальних процесів і найвищим ступенем пізнання. Сучасна психологія розглядає мислення як неоднорідний і варіативний процес, протікання якого залежить від багатьох чинників. Існують різні класифікації мислення, найпоширенішою серед яких є виділення трьох видів мислення: практично-

дійове, наочно-образне і словесно-логічне. Практично-дійове мислення розвивається у зв'язку з оволодінням певною предметною діяльністю. Основним і найрозвиненішим типом мислення є словесно-логічне. Людина за допомогою слова оперує узагальненими поняттями та встановлює загальні закономірності.

Розрізняють також теоретичне і практичне мислення, репродуктивне і творче, дискурсивне та інтуїтивне тощо.

У контексті нашого дослідження заслуговує на увагу характеристика мислення подана у роботі [174]. Мислення являє собою ядро інтелектуально-творчого потенціалу особистості, його активну складову. Саме через мислення відбувається процес цементування окремих пізнавальних процесів у єдиний блок – інтелект людини, воно забезпечує здатність людини будувати індивідуальну «картину світу», по-своєму, особистісно відображати й розуміти навколишню дійсність, суб'єктивно розвивати й реорганізовувати індивідуальний суб'єктивний досвід [174, с. 271].

Стосовно інтелектуальних умінь та їх структури також існують різні погляди вчених. У своєму дослідженні ми підтримуємо думку В. Ф. Паламарчук про відповідність інтелектуальних умінь трьом етапам мислення [150].

Аналіз психолого-педагогічної літератури та власний досвід роботи уможливили здійснення систематизації та структурування інтелектуальних умінь студентів-аграріїв, які доцільно розвивати у процесі навчання предметів математичного циклу.

Структура інтелектуальних умінь відповідає трьом основним етапам мислення та визначає базові інтелектуальні вміння (рис. 1.8).

Мисленнєва діяльність завжди містить початковий етап: «сприймання й осмислення відомостей», що полягає у зміні змісту для його кращого розуміння, доступності, повноти і глибини сприйняття суб'єктом (рис. 1.8). Ці зміни відбуваються за допомогою мисленнєвих операцій. Якщо розглядати мислення в аспекті мисленнєвих операцій, динаміки їх розгортання, то мислення – процес. Мисленнєвий процес завжди формується в діяльності, у взаємодії суб'єкта з навколишнім світом [204].

У процесі переходу мислення на наступний етап «трансформація знань умінь і навичок» інтелектуальні уміння розширюються за рахунок поповнення вміннями вищого рівня (рис. 1.8). Нові вміння починають формуватися, а набуті раніше розвиваються та удосконалюються.

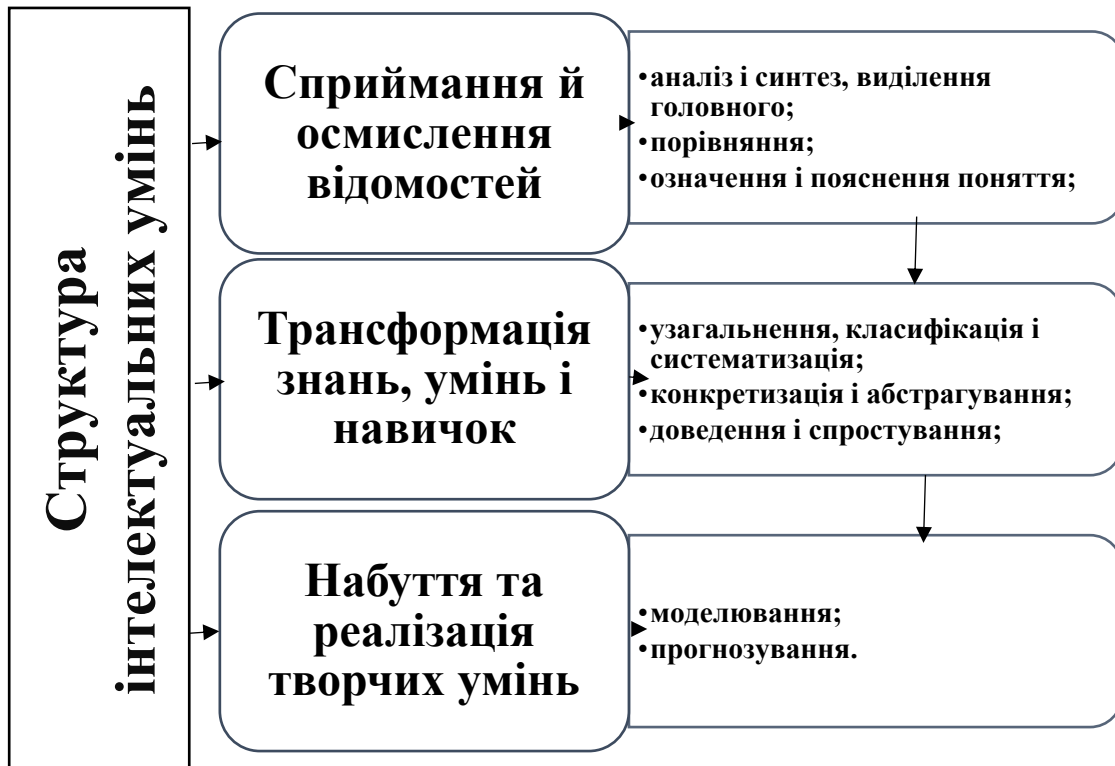


Рис. 1.8. Структура інтелектуальних умінь

Без застосування аналізу, виділення головного та інших інтелектуальних умінь здійснення узагальнення, класифікації, конкретизації, доведення є неможливим. Наприклад, неможливо здійснити класифікацію ґрунтів за гранулометричним складом (співвідношення в ґрунті механічних елементів різних розмірів) попередньо не здійснивши:

- аналіз їх мінералогічного і хімічного складу, фізичних та фізико-хімічних властивостей;
- виділення головних фракцій механічних елементів (каміння, гравій, пісок, пил, мул, колоїди тощо);
- порівняння розміру механічних елементів (>3, 3-1, 1-0.5, 0.5-0.25 0.25-0.05, 0.05-0.01, 0.01-0.005, 0.005-0.001, 0.001-0.0005, 0.0005-0.0001, <0.0001);
- означення і пояснення типів ґрунтів (підзолисті, чорноземи, дернові, пустельні тощо).

Реалізація третього етапу «Набуття та реалізація творчих умінь» неможлива без застосування інтелектуальних умінь, що представлені у двох попередніх етапах структури (рис. 1.8). Здійснення прогнозу сільськогосподарського виробництва вимагає від аграрія аналізу умов виробництва, порівняння стратегій та вибір найоптимальнішого варіанту, узагальнення та систематизація попереднього досвіду, конкретизація загальних методів та засобів, визначення необхідного обсягу продукції для реалізації тощо. Неможливість здійснення аграрієм хоча б одного уміння призведе до неправильних прогнозів та як наслідок, матеріальних збитків.

Опишемо суть кожного з виділених інтелектуальних умінь, що відповідають виділеним етапам (рис. 1.8).

I. Сприймання і осмислення навчального матеріалу та інших відомостей.

1. *Аналіз і синтез, виділення головного.* Аналіз – процес розкладання цілого на складові частини, відтворення цілого із частин. Застосування даного інтелектуального уміння передбачає мисленнєве розчленування предметів свідомості, виокремлення в них їх частин, сторін, аспектів, елементів, ознак і властивостей.

Без здатності проводити аналіз, який передбачає розкладання, розчленування, розділення цілісного об'єкту чи явища на окремі складові, людина найчастіше не в змозі пізнавати навколишній світ, а тому й існувати у ньому [129, с. 257].

Об'єктом аналізу в математиці можуть бути різні предмети та їхні властивості. Аналіз є необхідним для розуміння сутності будь-якого предмету.

Протилежним і водночас нерозривно пов'язаним із процесом аналізу є синтез. Синтез – це мисленнєве об'єднання окремих частин, елементів, ознак і властивостей об'єктів в одне ціле. Синтез, як і аналіз, спочатку виникає в практичній діяльності, а потім стає мисленнєвою дією. Синтезувати можна елементи, образи, уявлення. Прикладом застосування даних інтелектуальних умінь для студента аграрного сектору є: аналіз динаміки сільськогосподарського виробництва у певній галузі; мікробіологічний синтез продуктів із різних видів нехарчової сировини (вуглеводнів нафти і газу, гідролізату деревини), а також

відходів промислової переробки цукрового буряка, кукурудзи, олійних і круп'яних культур; синтез структурних елементів або продуктів обміну речовин мікроорганізмів за рахунок властивих мікробній клітці ферментних систем тощо.

Виділення головного – це вміння, що передбачає визначення основного у матеріалі, що вивчається. Виділене і спеціально зафіксоване головне міцно та надовго зберігається в пам'яті студентів та у разі необхідності може бути «розгорнуте». Таке «економне» вивчення матеріалу сприяє не лише міцному та довгостроковому запам'ятовуванню, а і розвитку мислення студентів. Уміння виділяти головне складається з багатьох мислительних операцій: аналіз і синтез, абстрагування і узагальнення, порівняння та конкретизація. Тому, навчання студентів бачити і виділяти головне дозволяє вивчати математику більш природнім і економним шляхом.

2) *Порівняння*. Як писав К. Д. Ушинський: «Усе у світі ми пізнаємо через порівняння, і коли б нам трапився який-небудь новий предмет, який би ми не могли ні з чим порівняти, ні від чого відрізнити (якби такий предмет був можливий), то ми про цей предмет не висловили б жодної думки і не могли б сказати про нього жодного слова» [226].

Порівняння є одним з найважливіших операцій мислення, з допомогою якого пізнаються схожі та відмінні ознаки і властивості об'єктів. Операції порівняння можуть бути різними за складністю, залежно від завдання або змісту порівнюваних об'єктів. Порівнянню належить важлива роль у розкритті істотних ознак предметів.

У навчальному пізнанні порівняння пов'язане з усіма основними інтелектуальними вміннями, а особливо з умінням виділяти головне. Якщо студенти опанували саме його, то вміння порівнювати формується значно швидше і на більш високому рівні. На заняттях із вищої математики студенти можуть розвивати зазначене вміння порівнюючи формули, графіки функцій, геометричні фігури тощо. У професійній діяльності аграрія доводиться, наприклад, порівнювати ефективність виробництва за типами господарств, урожайність сільськогосподарських культур, мінеральних добрив тощо.

3) *Означення і пояснення поняття.* Уміння означати поняття дозволяє відрізняти, відшукувати, відтворювати предмет; уточнювати означення вже введеного терміна, а також формулювати його означення. Для фахівця аграрного сектору саме це уміння є дуже важливим, адже досить часто необхідно розкрити зміст понять, що використовуються в документах, дискусіях, польових досліджах тощо.

Термін «поняття» звичайно використовують для позначення розумового образу певного класу об'єктів, процесів об'єктивної реальності або нашої свідомості.

Формування понять – це складний психологічний процес, який здійснюється за наступною схемою:

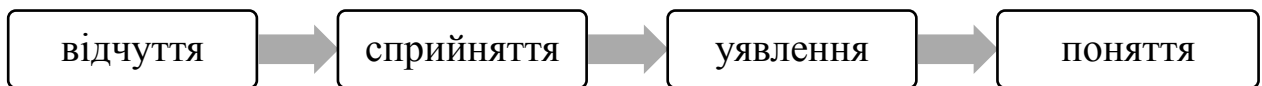


Рис. 1.9. Схема процесу формування понять

Формування понять пов'язане з їх означенням та поясненням. Під означенням розуміють логічний прийом, що дозволяє:

- а) відрізняти певний об'єкт із поміж інших (будувати предмет);
- б) уточнювати значення введеного терміну, а також формувати значення нововведеного терміну [150, с. 78].

Розкрити зміст будь-якого поняття означає вказати на його суттєві ознаки.

У курсі математики зустрічаються такі означення:

- індуктивні (рекурентні) (наприклад, означення арифметичної прогресії);
- через абстракцію (наприклад, властивості множин розкриваються через відношення рівності між ними; означення натурального числа в теоретико-множинній або кількісній теорії: натуральним числом називається спільна властивість класу скінченних еквівалентних між собою множин);
- контекстуальні. Зміст нового поняття розкривається за допомогою частини тексту, тобто через контекст, через аналіз конкретної ситуації, що описує зміст поняття, що вводиться. Наприклад, поняття рівняння та його розв'язку;
- означення через рід та видову ознаку (атрибутивно-реляційні) полягає у знаходженні найближчого роду для означуваного поняття і відмінних ознак

даного виду предметів. Складається з двох етапів: 1) підведення під найближче родове поняття (необхідно вказати такі ознаки, які б належали тільки означуваному поняттю); 2) введення видової відмінності, тобто ознаки, що відрізняє означуваний предмет від всіх інших предметів, що входять у даний рід (може бути декілька ознак).

До означень висуваються такі вимоги [207]:

1. Відсутність хибного кола. Означуване поняття не повинне явно чи неявно міститись у тому понятті, через яке воно означається.

2. Відсутність – омоніма. Це означає, що кожний термін (символ) має траплятися не більше одного разу як такий, який відповідає означуваному поняттю. У разі порушення цієї вимоги один і той самий термін (символ) позначатиме різні поняття.

3. Означення не повинно містити однорідних понять, які ще не представлялись.

Уміння означати та пояснювати поняття є важливим для випускника аграрного університету. В означеннях підбивається підсумок знань про певний предмет, у них розкривається значення термінів, знаків; вони є засобами побудови наукових теорій, скорочення та узагальнення. Дане інтелектуальне уміння стане незамінним у вивченні інших дисциплін, адже привчає не «заучувати» означення, а розуміти їх суть.

Уміння означати і пояснювати поняття буде корисне фахівцям, які займаються науковими дослідженнями в агрономії, написанням статей, підручників тощо. Адже дане уміння має неабияке значення у процесі тлумачення понять, що мають місце в агрономії.

II. Трансформація знань умінь і навичок:

1. *Узагальнення, класифікація і систематизація.* Узагальнення і систематизація – це уміння, які передбачають уявне об'єднання предметів, що мають загальні властивості. Узагальнення в математиці може використовуватись у двох різних формах:

- *емпіричне узагальнення* (мисленнєве виділення загальних властивостей у декількох об'єктах та об'єднання їх у групи на основі виділених інваріантів. Здійснюється під час порівняння предметів та уявлень про них, що дозволяє виділити в них спільні властивості, відкидаючи специфічні, особливі, одиничні ознаки). Великого значення емпіричному узагальненню надавав В. І. Вернадський, вважаючи його основним елементом думки і знання натураліста, його «основним знаряддям»; «міцним і непорушним ґрунтом науки, основним досягненням натураліста» [37, с. 520]. Висвітлюючи факти з нового погляду, емпіричне узагальнення розвиває наукову думку, веде її уперед від невідомого, непізнаного до відомого, пізнаного.

- *теоретичне узагальнення* (мисленнєве відокремлення властивостей даного об'єкту за допомогою глибокого аналізу, виділення суттєвих властивостей у вигляді поняття для цілого класу об'єктів, що мають дану властивість). На думку Л. М. Фрідмана, під час вивчення математики бажано використовувати теоретичне узагальнення: «При вивченні фундаментальних понять слід спочатку дати учням загальне уявлення про це поняття, потім його збагачувати, поглиблювати, конкретизувати» [230, с. 180].

На основі експериментальних даних, В. А. Крутецький виділив два принципово різних шляхи узагальнення математичного матеріалу: «Поряд із шляхом поступового узагальнення математичного матеріалу на основі варіювання деякого різноманіття окремих випадків (шлях більшості школярів) існує й інший шлях, коли здібні учні не зіставляють «подібне», не порівнюють, без спеціальних вправ і вказівок учителя, а здійснюють самостійно узагальнення математичних об'єктів, відносин, дій з «місця» на підставі лише одного явища в низці схожих явищ» [103, с. 288]. Студенти, які здатні до узагальнення «з місця», ретельно аналізують першу конкретну задачу, намагаючись виділити внутрішній зв'язок її умов.

У результаті процесу узагальнення, тобто мисленнєвого об'єднання предметів, що мають спільні властивості, у студентів закріплюються поняття. У

процесі навчання математики узагальнення знань та систематизація матеріалу є нерозривним цілим: узагальнення фактів призводить до більш глибокого розкриття сутності об'єкту, що розглядається, а систематизація – до використання фактів та понять. Класифікація – поділ за певними ознаками на класи залежно від їхніх загальних ознак [129, с. 203]. Систематизація є важливим та вирішальним інструментом у процесі завершального узагальнення знань.

Узагальнення виокремлених рис предметів дає можливість групувати об'єкти за певними ознаками. Упорядкування знань на основі спільних ознак груп об'єктів називається систематизацією.

Уміння узагальнювати та систематизувати необхідні не лише для успішного вивчення спеціальних дисциплін, але й для ефективної майбутньої професійної діяльності фахівця. Наприклад, узагальнення попереднього досвіду вирощування сільськогосподарських культур, їх класифікація; узагальнення підсумків виробництва; узагальнення показників продукції сільського господарства на мікрорівні (господарство, відділок, ферма, бригада, окремих робітників) та на макрорівні (район, область, економічний регіон, природно-економічна зона, галузь, країна); систематизація заходів щодо виробництва продукції; класифікація фермерських господарств за доходом від реалізації продукції, тощо.

2. *Конкретизація.* Конкретизація – це інтелектуальне уміння, яке передбачає визначення змісту понять, що відображають об'єктивну дійсність з метою відбору конкретних даних. У навчальному процесі конкретизація має велике значення, адже вона пов'язує теоретичні знання з практикою. Відсутність конкретизації призводить до формального засвоєння знань. Під час вивчення математики конкретизація може виступати в якості наочної ілюстрації або як застосування якогось конкретного правила (використання формули, властивості тощо) на конкретному прикладі. У сільському господарстві також досить часто доводиться користуватись даним умінням. Наприклад, конкретизація загальних методів для обробки певних культур рослин, годівлі окремих видів і вікових категорій тварин тощо.

3. *Доведення*. Доведення – це складний прийом розумової діяльності, який складає обґрунтування певного положення шляхом проведення суджень, істинність яких несумнівна; в ньому поєднуються аналіз, абстрагування виділення головного, порівняння, синтез.

Доведення математичних тверджень є одним із засобів розвитку творчого мислення студентів, оскільки вимагають від них уміння самостійно «відкривати» нові знання.

Для фахівця аграрного сектору прикладом застосування даного уміння може бути обґрунтування ринкових стратегій розвитку підприємства, інвестиційної діяльності в сільському господарстві тощо.

III. Набуття та реалізація творчих умінь

1. *Моделювання*. Термін «модель» та моделювання як метод наукового пізнання широко застосовується в багатьох наукових дослідженнях і в сільському господарстві також. Під моделюванням розуміють процес побудови, вивчення і застосування моделей. «Модель» – певний образ об'єкта, його зразок, аналог, подібність до якогось явища. Ідеальні (абстрактні) моделі відображають явище або процес за допомогою знаків чи символів певною мовою, наприклад, за допомогою мови математики.

«Модель (від лат. «modulus» – зразок, норма, міра) – це об'єкт, що заміщує оригінал і відбиває його найважливіші риси й властивості для конкретного дослідження, певної мети дослідження за обраної системи гіпотез» [41, с.16].

«Математична модель – це абстракція реальної дійсності (світу), в якій відношення між реальними елементами, а саме ті, що цікавлять дослідника, замінені відношеннями між математичними категоріями» [41, с.16].

У Математичній енциклопедії: математична модель – це наближений опис якого-небудь класу явищ зовнішнього світу, виражене за допомогою математичного символіки; потужний метод пізнання зовнішнього світу, а також прогнозування та управління [117].

Навчання математичному моделюванню є важливим аспектом розвитку мислення. Моделювання підвищує здатність до засвоєння складних теоретичних

знань та стає умовою розвитку інтелектуальних умінь студентів. Цей метод пізнавальної діяльності повинен застосовуватись цілеспрямовано та систематично у процесі навчання.

Для аграрія використання даного уміння має місце під час моделювання виробничих процесів у сільському господарстві: залежність оптимальних розмірів фермерських господарств від структури виробництва, моделювання систем електроспоживання тощо.

2. Прогнозування. Здійснюючи будь-яку діяльність, людина постійно прогнозує результат та передбачає хід подій. У процесі роботи аграрію постійно доводиться передбачати наслідки власних дій, з'ясовувати причинно-наслідкові зв'язки явищ і прогнозувати їх подальший розвиток. Сутність прогностичних умінь впливає із сутності поняття «прогноз». Під прогнозом розуміють вірогідне судження про перспективи, можливі стани того чи іншого явища у майбутньому та про альтернативні шляхи і терміни їх здійснення.

На нашу думку, уміння прогнозувати є найбільш важливим для випускника аграрного університету. Навчаючись прогнозувати, студенти відкривають нові знання й опановують процес наукового пошуку, що забезпечує їм певний досвід у майбутній професійній діяльності.

Основними засобами формування прогностичних умінь є прогностичні завдання. Їх вимога полягає у висловлюванні припущення, його обґрунтуванні та формулюванні прогнозів на підставі певних законів, теорій, закономірностей або експерименту чи спостереження. На заняттях із вищої математики, з метою розвитку прогностичних умінь, можна запропонувати студентам завдання на формування різних типів навчальних прогнозів, творчі завдання, задачі-малюнки.

У процесі своєї роботи агроном кожного року повинен засіяти землю певними культурами та на початку осені зібрати урожай, причому він має бути якомога кращим. Починаючи від підготовки ґрунту восени (дискування ґрунту, внесення добрив, засівання на зиму тощо) і завершуючи збором урожаю агроном повинен, для планування своєї роботи, використувати всі вище зазначені інтелектуальні вміння з метою збільшення прибутку та раціонального

використання ресурсів. Він має відповісти на безліч запитань, що вимагає застосування інтелектуальних умінь: які культури були засіяні у минулому році (аналіз), чи потрібна сівозміна (аналіз, виділення головного), визначити тип ґрунту (означення та пояснення поняття) та культуру, яку доцільно вирощувати на даній земельній ділянці (порівняння, аналіз, синтез) тощо. З кожним роком у аграрній сфері з'являються нові варіанти добрив, тому агроном має їх вивчити, порівняти, узагальнити та обрати найбільш ефективний. Враховуючи загальні рекомендації щодо вирощування та обробітку культур, агроном повинен обрати найбільш раціональний (конкретизація). Щоб передбачити урожайність та прибуток від реалізації своєї продукції необхідно скласти математичну модель та на її основі прогноз (на основі теоретичних та експериментальних даних, природно-кліматичних та біологічних умов тощо).

На прикладі теми «Визначники. Мінори. Алгебраїчні доповнення» співставимо вивчення основних понять із розвитком інтелектуальних умінь у вигляді таблиці (табл. 1.6):

Таблиця 1.6

Розвиток інтелектуальних умінь на прикладі теми «Визначники. Мінори. Алгебраїчні доповнення»

Основний зміст	Понятійний апарат		Способи діяльності	
	Базовий	Новий	Предметні	Мисленнєві
1	2	3	4	5
«Визначники»	Число Правило Відповідність	Визначник Рядок Стовпець	Конспектування	Прогнозування Аналіз
Означення визначника матриці $n \times n$	Порядок Таблиця Кількість елементів Трикутник	Елемент визначника Порядок елемента Головна та побічна діагональ визначника Трикутник із елементів	Розрахунок	Виділення головного, порівняння Означення пояснення поняття Абстрагування

Основний зміст	Понятійний апарат		Способи діяльності	
	Базовий	Новий	Предметні	Мисленнєві
1	2	3	4	5
Правило трикутника	Алгебраїчні дії: добуток і сума	Рядок Стовпець Елемент визначника Порядок елемента	Записування	Класифікація
Правило Саррюса	Алгебраїчні дії: добуток і сума	Головна та побічна діагональ визначника	Запам'ятовування	Класифікація
Міnor. Алгебраїчне доповнення	Порядок елемента	Міnor, алгебраїчне доповнення	Конспектування	Виділення головного Конкретизація
Обчислення визначника матриці трьома способами	Сума Добуток Трикутник	Рядок, стовпець визначника третього порядку Елемент визначника Розклад за елементами рядка/ стовпця визначника	Обчислення, алгоритм обчислення визначника, використання калькулятора	Класифікація Порівняння Узагальнення Систематизація
Властивості визначника матриці $n \times n$	Властивості	Рядок/стовпець визначника Теорема Лапласа $\Delta = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}$, ($i = 1, 2, \dots, n$) $\Delta = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij}$, ($j = 1, 2, \dots, n$)	Запам'ятовування, конспектування	Абстрагування Конкретизація Узагальнення Систематизація

Отже, вивчення вищої математики в університеті є невід'ємною частиною процесу інтелектуального розвитку студентів. Як саме ми розвиваємо кожне з згаданих інтелектуальних умінь у процесі вивчення вищої математики покажемо у наступному розділі.

Висновки до першого розділу

1. Підготовка висококваліфікованих і конкурентноспроможних фахівців аграрного сектору є одним із шляхів виходу українського сільського господарства України на рівень високорозвинених країн світу. Для формування фахівців аграрного сектору, які здатні творчо вирішувати щоденні проблеми та швидко адаптуватися до нових умов господарювання, потрібно забезпечити належний рівень математичної підготовки та інтелектуальних умінь студентів, що сприятиме ефективному та раціональному виконанню професійних обов'язків.

2. Існує два загальні підходи до розуміння поняття «інтелект»: факторний (ієрархічні моделі інтелекту) та експериментально-психологічний (структура інтелекту – незалежні інтелектуальні здібності). Найчастіше в психолого-педагогічній літературі під терміном «інтелект» розуміють здатність суб'єкту до діяльності: навчання; мислення; спілкування; адаптації тощо. Стосовно процесу навчання математики у вищій школі актуальними є тривимірна модель інтелекту Дж.-П. Гілфорда [255] і розуміння механізмів інтелекту в межах процесуально-діяльнісного, освітнього та інформаційного підходів [231].

3. Інтелектуальні уміння – це здатність суб'єкта свідомо виконувати розумові дії. Основою інтелектуальних умінь є система інтелектуальних дій, що складаються з логічних мисленнєвих операцій (прийомів): аналіз, синтез, виділення головного, порівняння, узагальнення, систематизація, конкретизація, абстрагування, доведення, моделювання, прогнозування. Інтелектуальні уміння не даються від народження в готовому вигляді та є одночасно і результатом, і умовою розвитку, що здійснюється в процесі навчання і виховання, під час взаємодії з навколишнім середовищем.

4. Студентський вік є найсприятливішим для формування та розвитку інтелектуальних умінь, оскільки найвищий рівень інтелектуальних функцій для людини знаходиться між 18–20 роками. У цей час крім звичайного росту інтелекту відбуваються його структурні зміни. Розвиткові інтелекту сприяє підвищення активності студентів, якої можливо досягти тоді, коли під час занять

викладач створює ситуації, у яких студенти самі повинні: брати участь у дискусіях і обговореннях; оцінювати відповіді і письмові роботи товаришів; самостійно вибирати завдання; знаходити декілька варіантів можливого вирішення пізнавальної задачі (проблеми); здійснювати самоперевірку, аналіз особистих пізнавальних і практичних дій тощо.

5. Математика належить до наук, що є теоретичною основою для подальшого вивчення спеціальних дисциплін майбутніми фахівцями аграрного виробництва вищої кваліфікації, які будуть працювати в різних галузях рослинництва, тваринництва, ветеринарії, механізації сільського господарства. Саме тому навчання математики є ефективним засобом розвитку та формування інтелектуальних умінь студентів-аграріїв і важливим етапом на шляху формування у них готовності до майбутньої професійної діяльності. Навчання математики спрямоване на формування умінь проводити обґрунтовані, послідовні та несуперечливі міркування, висловлюватись чітко, стисло та переконливо, що безумовно сприяє розвитку мислення. Під час вивчення математики формується математичний стиль мислення: системність і логічність міркувань, строгість і послідовність у виконанні дій, що суттєво впливає на розвиток інтелекту і є основою дивергентного мислення, необхідного для творчої діяльності.

Функціонування та розвиток мислення відбувається у три основні етапи: сприймання і осмислення навчального матеріалу та інших відомостей; трансформація знань умінь і навичок; набуття та реалізація творчих умінь. Саме у такій послідовності доцільно формувати і розвивати інтелектуальні уміння студентів-аграріїв у процесі навчання математичних дисциплін. Високий розвиток інтелектуальних умінь студентів забезпечує свідоме використання математичних і фахових знань і досвіду в майбутній професійній діяльності.

Основні результати першого розділу опубліковано у наступних роботах [196]–[199].

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА РОЗВИТКУ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ УМІНЬ МАЙБУТНІХ АГРАРІЇВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

2.1 Педагогічні умови розвитку інтелектуальних умінь студентів під час навчання математичних дисциплін

2.1.1. Педагогічні умови ефективного розвитку інтелектуальних умінь студентів-аграріїв.

Інтелект є одним із найдорожчих ресурсів. Обдаровані вчені та фахівці спроможні принести надзвичайну користь конкретним компаніям, країнам і людській цивілізації. В Економічному енциклопедичному словнику [71] інтелект нації визначається як сукупність здібностей і творчих обдарувань людей, їхній освітньо-кваліфікаційний рівень, на основі яких формується здатність людини здобувати нові знання та використовувати їх для покращення життя і подальшого розвитку науки та культури, промисловості та сільського господарства, створення і впровадження нової техніки, застосування прогресивних форм організації виробництва і праці тощо.

Інтелектуальний розвиток людини продовжується протягом усього її життя. Щоб підготувати майбутнього фахівця аграрного сектору до інтелектуальної діяльності необхідно створити умови для цілеспрямованого тренування мислення, для усвідомлення сильних і слабких його сторін, розвитку інтелектуальних умінь. Під *інтелектуальною діяльністю* розуміють таку форму життєдіяльності людини, основою якої є процес створення інтелектуального продукту та відтворення інтелектуального капіталу. Результат творчої праці людини є продуктом її інтелектуальної діяльності [13]. У результаті інтелектуальної діяльності у студентів формуються інтелектуальні уміння.

Найбільш сприятливі умови для розвитку інтелектуальних умінь створюються у процесі навчання. Під час вивчення вищої математики формується математичний стиль мислення – системність і логічність міркувань, робота з абстрактними поняттями і точне використання символічної мови,

строгість і послідовність у виконання дій, що суттєво впливає на розвиток інтелекту і є основою дивергентного мислення, необхідного для творчої діяльності.

У процесі навчання математичних дисциплін студентів-аграріїв слід базуватись на відомих психолого-педагогічних положеннях про те, що: здібності проявляються і формуються в процесі діяльності; інтелектуальний розвиток особистості не відбувається за пасивного спостереження нею навчального процесу; основним стимулом для розвитку інтелектуальних умінь є інтерес до вивчення навчальної дисципліни.

Мета вивчення математичних дисциплін в аграрному університеті полягає не лише в озброєнні студентів знаннями та вміннями. Головне – це навчити майбутніх аграріїв самостійно та творчо мислити. Математика є елементом загальної культури, має велике освітнє, практичне та розвивальне значення, і одночасно вона є інструментом для здійснення професійної діяльності аграрія. Активізація та розвиток мислення є необхідною умовою успішного засвоєння студентами математичних знань, вироблення умінь та навичок у процесі розв'язування як теоретичних, так і прикладних задач. Напружена розумова робота над розв'язуванням математичних задач має велику користь для інтелектуального розвитку. Прийоми інтелектуальної діяльності формуються та розвиваються значно швидше в умовах цілеспрямованої та активної пошукової роботи (аналіз навчального та пізнавального матеріалу, порівняння статистичних відомостей, виведення формул, складання умов до прикладних задач тощо), ніж в умовах пасивного сприйняття навчального матеріалу та стандартного їх відтворення.

У результаті аналізу системи вправ, розв'язування студентами яких націлене на нарощування окремих інтелектуальних умінь, представленого в даному пункті ми дійшли висновку, що основними етапами формування інтелектуальних умінь є:

- 1) діагностика наявного рівня сформованості інтелектуальних умінь;
- 2) мотивація необхідності розвитку уміння;

- 3) рефлексія (осмислення суті і правила користування умінням);
- 4) набуття досвіду використання умінь;
- 5) застосування інтелектуальних умінь до розв'язування математичних задач різних видів і рівнів складності, у тому числі і професійно спрямованих;
- б) узагальнення, автоматизація та перенесення набутих інтелектуальних умінь під час вивчення інших навчальних дисциплін та здійснення пізнавальної та фахової діяльності.

На процес навчання математики студентів впливає низка зовнішніх та внутрішніх обставин і умов здійснення навчально-виховного процесу в університеті. До них відносимо: модернізацію змісту навчального матеріалу, використання сучасних форм, методів та інноваційних засобів навчання, підвищення мотивації та інтересу до навчання, урахування пізнавальних потреб і можливостей молоді, забезпечення спрямованості на майбутню професійну діяльність, організація свідомої самостійної роботи студентів та забезпечення систематичного контролю і самоконтролю. У тій чи іншій мірі цих умов слід дотримуватися під час підготовки фахівців будь-якого профілю. У контексті нашого дослідження необхідно було визначити та створити додаткові спеціальні умови організації педагогічного процесу, дотримання яких сприятиме ефективному формуванню інтелектуальних умінь у студентів та отриманню ними високих і якісних результатів під час опанування вищої математики.

Враховуючи існуючі методологічні підходи до організації навчання (компетентнісний, розвивальний і особистісно-діяльнісний), дидактичні принципи та закономірності навчання (обумовленість навчання суспільними потребами; взаємозалежність процесів навчання, освіти, виховання, розвитку особистості; принципи науковості, систематичності та послідовності, зв'язку навчання з життям), а також з урахуванням експертних оцінок, нами були визначені такі *педагогічні умови ефективного розвитку інтелектуальних умінь студентів-аграріїв у процесі навчання математичних дисциплін*:

1) нарощування у студентів інтелектуальних умінь відповідно до складових їх структури: від сприймання й осмислення відомостей через трансформацію знань, умінь і навичок до набуття та реалізації творчих умінь;

2) дотримання кожного з етапів формування основних способів інтелектуальної діяльності: від діагностики наявного рівня інтелектуальних умінь через мотивацію, рефлексію і набуття досвіду до застосування інтелектуальних умінь до розв'язування математичних задач, перенесення набутих інтелектуальних умінь на процес виконання іншої пізнавальної та фахової діяльності.

Обґрунтуємо та розкриємо кожен з перелічених педагогічних умов.

2.1.2. Нарощування у студентів інтелектуальних умінь відповідно до складових їх структури.

Перша педагогічна умова стосується нарощування інтелектуальних умінь у процесі навчання відповідно до складових їх структури. Як уже зазначалось у першому розділі, студентський вік є сприятливим для розвитку інтелектуальних умінь. У навчанні студентів в університеті інтелектуальний розвиток має бути провідним. У педагогіці в контексті формування загально-навчальних умінь та навичок визначальними є способи діяльності, прийоми та методи навчальної роботи. Вони можуть бути простими і складними, виконувати стратегічні та тактичні цілі навчання. Наприклад, навчитись прийому порівнювати об'єкти дослідження простіше, ніж опанувати такий метод наукового пізнання як моделювання. У той же час навчити студентів правильно і свідомо здійснювати моделювання та прогнозування окремих процесів, характерних для майбутньої фахової діяльності, досить важко без сформованих умінь аналізувати та виділяти головне. Отже, перш ніж опанувати складні методи розумової праці, необхідно навчитись виконувати більш прості прийоми роботи. У процесі навчальної діяльності вони засвоюються студентами та набувають характеру інтелектуальних умінь і навичок.

Як зазначалося в п. 1.4. структура інтелектуальних умінь відповідає трьом основним етапам мислення та визначає базові інтелектуальні уміння:

- сприймання й осмислення відомостей (аналіз, синтез і виділення головного, порівняння, означення і пояснення поняття);
- трансформація знань, умінь і навичок (узагальнення, класифікація і систематизація, конкретизація та абстрагування, доведення і спростування);
- набуття та реалізація творчих умінь (моделювання, прогнозування).

Базові інтелектуальні уміння не є рівноцінними під час вирішення різних завдань: вони можуть бути головними та допоміжними, обслуговуючи основний прийом. Наприклад, у деяких завданнях, відповідно до вимоги, необхідно здійснити порівняння, головним прийомом, а в іншому завданні порівняння застосовується як допоміжний прийом. Під час доведення теореми основним прийомом є доведення, а порівняння, виділення головного, аналіз, узагальнення та систематизація тощо, без яких неможливий процес доведення, будуть виконувати допоміжну роль. Деякі прийоми можуть складатись з кількох інших: наприклад, прийом узагальнення складається з прийомів виділення головного, групування, систематизації тощо.

Вважаємо, що нарощування кожного інтелектуального уміння у процесі вивчення вищої математики можна реалізувати за рахунок урізноманітнення вправ і задач. Для поступового підвищення самостійної та творчої активності студентів, для поетапного розвитку інтелектуальних умінь студентів у процесі вивчення вищої математики доцільно використовувати систему вправ і задач, що складається з 6 блоків детальний зміст яких представлено нижче (с. 89–100): підготовчі, установчі, пробні, тренувальні, творчі, контрольні. Детальна характеристика кожного блоку подана у Додатку Г.

У процесі виконання таких видів навчальних завдань студенти закріплюють свої знання й уміння, проводять аналіз даних та отриманого результату, моделюють свою діяльність націлену на виконання вправ та задач, узагальнюють та систематизують навчальний матеріал, реалізують розроблені алгоритми тощо. Доцільно дібраний зміст вправ, що пропонуються для

розв'язування під час вивчення математичних дисциплін, сприяє нарощуванню інтелектуальних умінь студентів. Наведемо приклади задач і вправ для кожного блоку з теми «Застосування похідної».

I. Підготовчі вправи (актуалізація та удосконалення опорних знань, умінь та навичок). На даному етапі спочатку студенти мають згадати наступні поняття: функція, область визначення та множина значень функції, основні елементарні функції, парні та непарні функції, проміжки монотонності тощо. Для ефективної організації такої навчально-пізнавальної діяльності доцільно використати інтерактивні технології: «Мікрофон», «Мозковий штурм», «Закінчи думку» тощо. У цей час повторюються і формуються уміння здійснювати означення і пояснення понять, що стосуються функції.

Для студентів, які навчаються за спеціальностями «Агрономія», «Лісове та садово-паркове господарство» у процесі навчання вищої математики встановлено, що кращі результати дає використання інтерактивної технології «Закінчи речення». Наприклад, на мультимедійній дошці поступово подаються не закінчені речення, або речення з пропусками, що є не повністю сформульованими означеннями або властивостями з теми. Студенти мають визначити, якими словами слід доповнити подані речення, щоб утворилися правильні твердження, означення або властивості. Після правильної відповіді студентів на дошці з'являється повне речення. У такий спосіб всі студенти групи мають можливість актуалізувати потрібні знання. Наприклад, щоб повторити означення та властивості парної та непарної функції студентам пропонуємо наступне завдання.

1. Закінчіть речення, подані на слайді (рис. 2.1, а).

Для виконання цього завдання студенти мають сприйняти й осмислити подані на слайді відомості, згадати означення понять «парна функція» і «непарна функція» та відповідні властивості цих функцій, проаналізувати пропуски, визначити зміст пропущеного тощо. Перевірити правильність виконання завдання можна за допомогою слайда з рисунка 2.1, б.

1. Функція $y=f(x)$ називається **парною**, якщо вона задовольняє наступним умовам:

- 1) область визначення функції ...
- 2) для будь-якої точки x , з області визначення функції має ...

2. Графік *парної* функції ...

а)

1. Функція $y=f(x)$ називається **парною**, якщо вона задовольняє наступним умовам:

- 1) область визначення функції **повинна бути симетрична відносно початку координат**;
- 2) для будь-якої точки x , з області визначення функції має **виконуватись рівність $f(-x)=f(x)$** .

2. Графік *парної* функції **симетричний відносно осі Oy** .

б)

Рис. 2.1. Фрагмент презентації підготовчих вправ із теми «Застосування похідної»

Потім студентам пропонуються вправи для відновлення та удосконалення наявних знань. Прикладом таких вправ є наступний фрагмент.

2. Знайдіть область визначення функції та віднайдіть її серед наведених нижче множин.

$$1) y = \sqrt{x} + \sqrt{16-x^2}; \quad 2) y = \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} + \sqrt{x^2+1};$$

$$3) y = \frac{1}{x} + \sqrt{2+x}; \quad 4) y = \sqrt{3-x} + \frac{3-2x}{25-10x+x^2};$$

А. $\{1\}$; Б. $[-2; 0) \cup (0; +\infty)$; В. $[0; 4]$; Г. $(-\infty; 3]$.

3. За наведеними графіками вкажіть на області визначення кожної з функцій: 1) парну функцію; 2) непарну функцію; 3) ні парну, ні непарну функцію. (Графіки функцій можна подавати в одній системі координат (рис. 2.2) або в різних (рис. 2.3)).

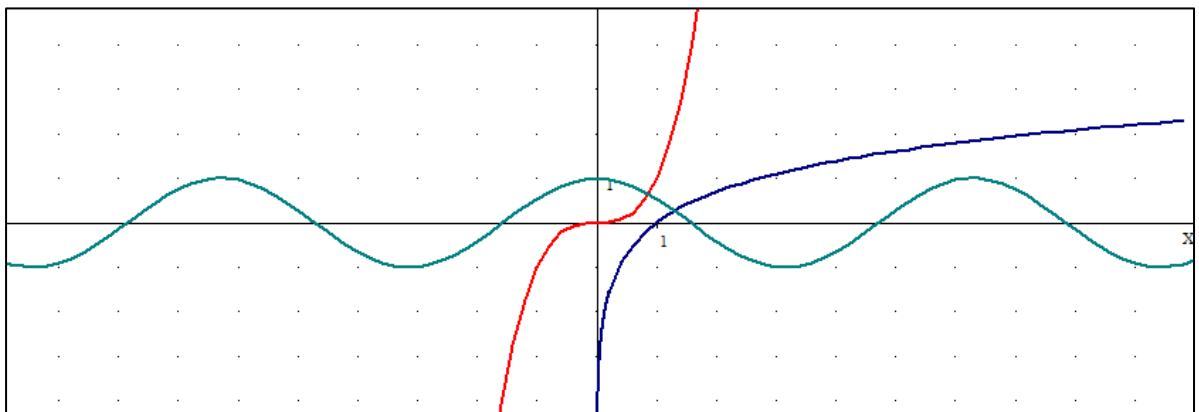


Рис. 2.2. Ілюстрація до підготовчих завдань на дослідження функції на парність

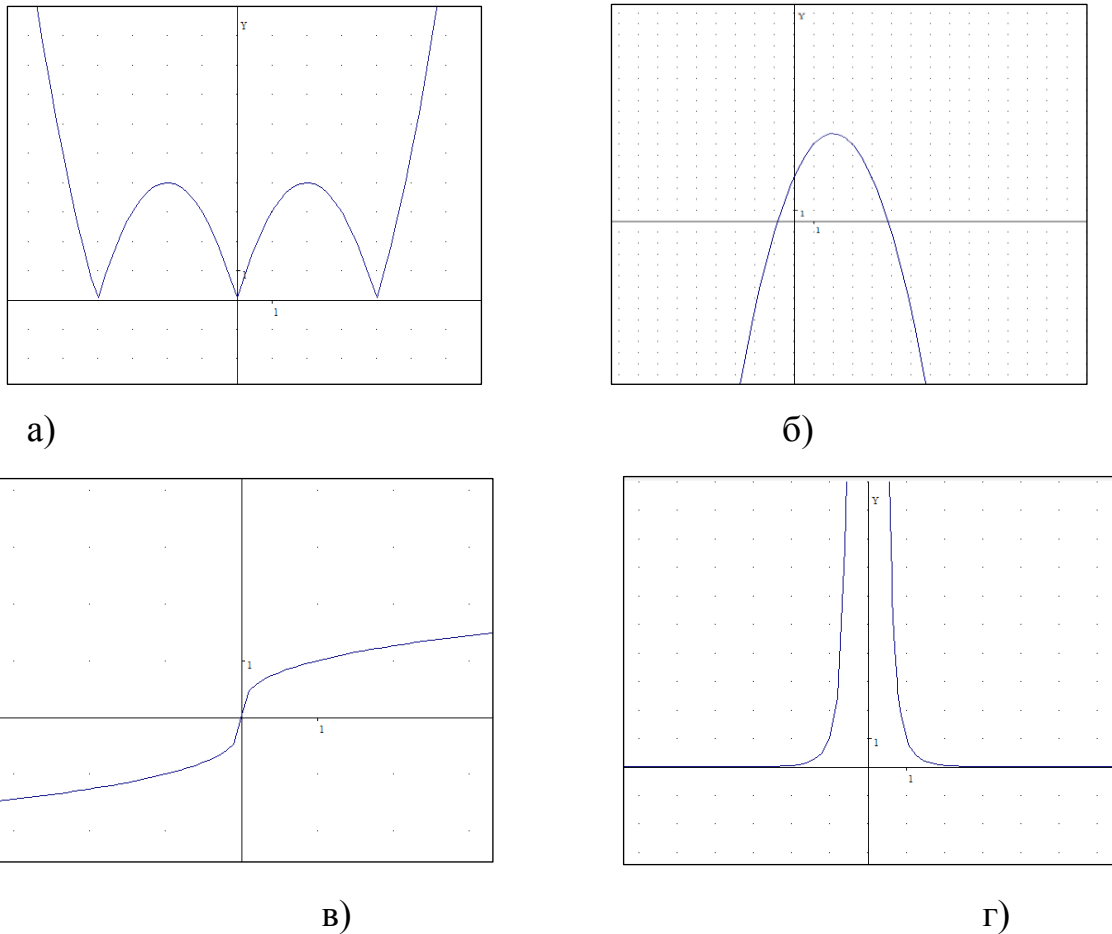


Рис. 2.3. Ілюстрації до завдання до підготовчих завдань на дослідження функції на парність

Для виконання завдання 2 студенти мають скористатися уміннями виконувати аналіз функцій, заданих аналітично, виділяти знання щодо означення області визначення аналітично заданих функцій та функцій виду $y = \sqrt{f(x)}$ та $y = 1/f(x)$, конкретизувати відомості про способи розв'язування нерівностей.

Під час виконання завдання 3 студенти мають проаналізувати зображені графіки, визначення і властивості парної (непарної) функцій, виділити головне на малюнках у цьому контексті, аргументувати зроблені припущення.

4. Знайдіть похідні функцій:

Варіант 1

1) $y = 4x^2 - 7x - \sqrt[3]{x^2} + 2.$

А	Б	В	Г
$y' = 8x - 5 + \frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2}$	$y' = 8x - \frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2}$	$y' = 8x - 7 - \frac{2}{5\sqrt[3]{x}}$	$y' = 4x - 7 - \frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5}$

$$2) y = \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^{2x} + e^{-2x}};$$

А	Б	В	Г
$y' = \frac{e^{2x}}{(e^{2x} + e^{-2x})^2}$	$y' = \frac{8}{(e^{2x} + e^{-2x})^2}$	$y' = \frac{8e^{-2x}}{(e^{2x} + e^{-2x})^2}$	$y' = \frac{8e^{4x}}{(e^{2x} + e^{-2x})^2}$

Варіант 2

$$1) y = 4x^3 - x^2 - \frac{1}{\sqrt[5]{x}}.$$

А	Б	В	Г
$y' = 12x^2 - 2x + \frac{1}{5\sqrt[5]{x^6}}$	$y' = 12x^2 - 2$	$y' = 4x^2 - 2x + 1\frac{1}{4}\sqrt[5]{x}$	$y' = 7x^2 - 2x - 1\frac{1}{4}\sqrt[5]{x^4}$

$$2) y = \operatorname{ctg}^3(3 - x^2).$$

А	Б	В	Г
$y' = \frac{6x\sin^2(3 - x^2)}{\cos^4(3 - x^2)}$	$y' = \frac{6\cos^2(3 - x^2)}{\sin^4(3 - x^2)}$	$y' = \frac{6x\cos^2(3 - x^2)}{\sin^4(3 - x^2)}$	$y' = \frac{\cos^3(3 - x^2)}{\sin^4(3 - x^2)}$

Завдання подаються на дошці, або на індивідуальних картках. Для виконання цих завдань студенти мають скористатися умінями, що стосуються сприймання й осмислення відомостей, а саме: означення поняття «похідна», конкретизації формул і правил знаходження похідних елементарних і складених функцій, порівняння знайдених похідних із наданими відповідями.

II. Установчі (мотивація вивчення нового матеріалу та розвитку умінь; вивчення теоретичного матеріалу та осмислення способів його застосування; з'ясування рівня засвоєння нового матеріалу; використання отриманих знань у процесі розв'язування вправ).

На кожному з наступних етапів типи завдань можуть повторюватись, але вони мають бути складнішими ніж на попередньому етапі.

1. Знайдіть область визначення функції та віднайдіть її серед наведених нижче множин.

$$1) y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{16 - x^2}; \quad 2) y = \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} + \sqrt{x^2+1};$$

$$3) y = \frac{1}{\lg x} + \sqrt{2+x}; \quad 4) y = \sqrt{3-x} + \arcsin \frac{3-2x}{5};$$

$$\text{А. } \{1\}; \quad \text{Б. } (0; 1) \cup (1; +\infty); \quad \text{В. } [-4; -\pi] \cup [0; \pi]; \quad \text{Г. } [-1; 3].$$

2. Знайдіть похідні функцій:

1) $y = e^x \cdot \sin x$;

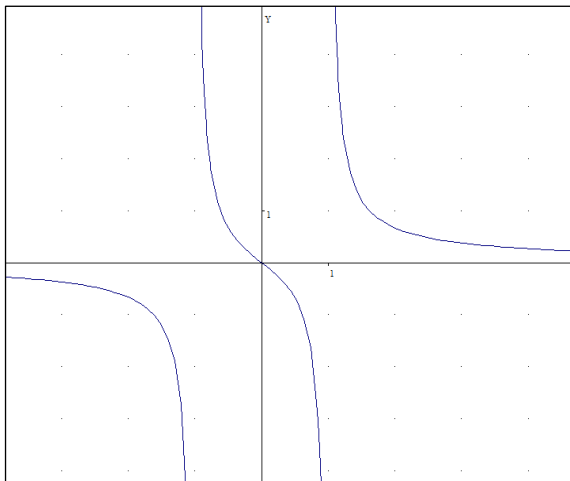
2) $y = \sin x \cdot 3^x$;

3) $y = \frac{e^x - 5}{\arccos x}$;

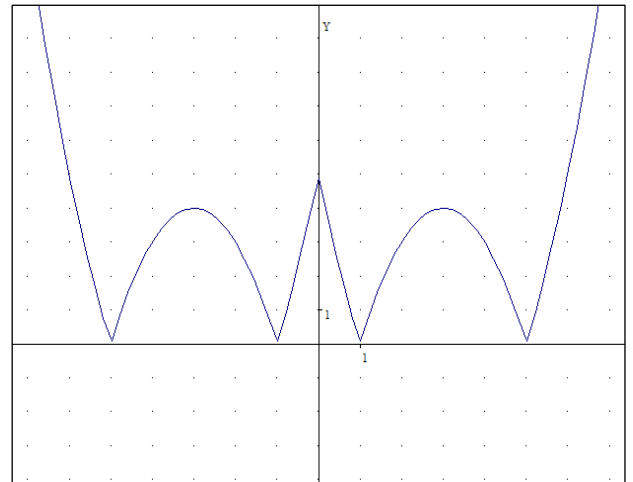
4) $y = \frac{4x^4 - 9x^2}{\sqrt{x}}$.

3. Вкажіть проміжки опуклості та вгнутості функцій (рис. 2.4).

1) $y = \frac{x}{x^2 - 1}$; 2) $y = |(|x| - 3)^2 - 4|$.



а)



б)

Рис. 2.4. Графічне представлення установчих завдань із теми «Застосування похідної»

У процесі виконання цих завдань студенти мають дати означення опуклості та вгнутості функції, проаналізувати зображені графіки. Розв'язування таких задач спрямоване на конкретизацію нових знань, аргументацію висунутих пропозицій і обґрунтування отриманих результатів.

III. Перевірочні (поглиблення знань студентів про способи застосування знань та попередження помилок; контроль готовності до автоматизації виконання вправ).

4. Знайдіть похідні функцій:

1) $y = 5^{\arcsin 4x}$;

2) $y = \sqrt{e^{3x}}$;

3) $y = \cos^4(2x + 5)$;

4) $y = \sin^2 \cos x$;

5) $y = \sqrt{\ln \arccos 2^x}$;

6) $y = \sqrt[5]{\log_{12}(6x + 5)}$.

5. У запропонованих варіантах відповідей знайдено похідну заданої функції з помилками. Поясніть у чому полягає помилка:

$$1) y = \frac{3}{\ln^6 2x},$$

$$A. y' = \frac{-18}{x \ln^{12} 2x}; \quad B. y' = \frac{-18}{x \ln^7 2x}; \quad B. y' = \frac{-18x}{\ln^7 2x}; \quad \Gamma. y' = \frac{-18 \ln 2}{x \ln^7 2x}.$$

$$2) y = \frac{(x-2)(3-x)}{x^2};$$

$$A. y' = \frac{12-5x}{x^4}; \quad B. y' = \frac{12-5x^2}{x^3}; \quad B. y' = \frac{12-5x}{x^3}; \quad \Gamma. y' = \frac{12x-5}{x^4}.$$

6. Знайдіть вертикальні та похилі асимптоти функцій і схематично побудуйте графіки функцій:

$$1) y = \frac{x^2 + x}{x + 2}; \quad 2) y = \frac{x + 2}{x^2 - 1}.$$

У процесі розв'язування перевірочних задач розширюються прийоми розумової діяльності студентів. На основі осмислення нових навчальних відомостей і повторення набутих раніше відбувається трансформація знань, умінь і навичок студентів, формуються та удосконалюються такі інтелектуальні уміння як аналіз і виділення головного, порівняння, означення і пояснення поняття, узагальнення і систематизація, конкретизація, доведення тощо. Наприклад, у процесі виконання 5-го завдання студенти знайшовши похідну заданої функції (конкретизація), повинні порівняти отриману з наведеними віріантами відповідей. Щоб пояснити допущені помилки, студенти повинні застосувати такі інтелектуальні уміння як аналіз, доведення та узагальнення. Наступним етапом нарощення цих та інших інтелектуальних умінь стає розв'язування тренувальних задач.

IV. Тренувальні (розвиток умінь у полегшених умовах; розвиток умінь в ускладнених умовах).

7. Знайдіть локальні екстремуми функції:

$$1) y = x^2(4-x)^2;$$

$$2) y = 1 + x - x^3;$$

$$3) y = (x-2)^3(2x+1);$$

$$4) y = \cos x + \sin x, \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right).$$

8. Дослідити функції і побудувати її графіки:

$$1) y = \frac{x}{(x-2)^2}; 2) y = \frac{4x^2 - x}{x+2}.$$

Провідною для будь-якого вищого навчального закладу є вимога професійної спрямованості навчально-виховного процесу. Складання та розв'язування прикладних задач у аграрному університеті спрямовано на вмотивоване, цілеспрямоване отримання та засвоєння студентами необхідних знань, умінь і навичок, що сприяє інтелектуальному розвитку та формуванню наукового світогляду. Розглянемо кілька задач, спрямованих на ілюстрацію використання математичних знань у майбутній фаховій діяльності студентів.

9. Собівартість виробництва сільськогосподарської продукції є однією із основних характеристик, що дозволяє розробити варіанти сценаріїв прогнозованого економічного розвитку локальних агросистем. Залежність собівартості соняшника від обсягу виробленої продукції виражається у вигляді функції $y = \frac{1}{-0,0017+0,00002x}$, де y – собівартість 1 ц соняшника, грн., x – обсяг виробленої продукції, ц. Побудуйте графік з використанням Gran 1. Перевірте правильність виконання завдання за допомогою прикладного програмного засобу Gran 1 (рис. 2.5).

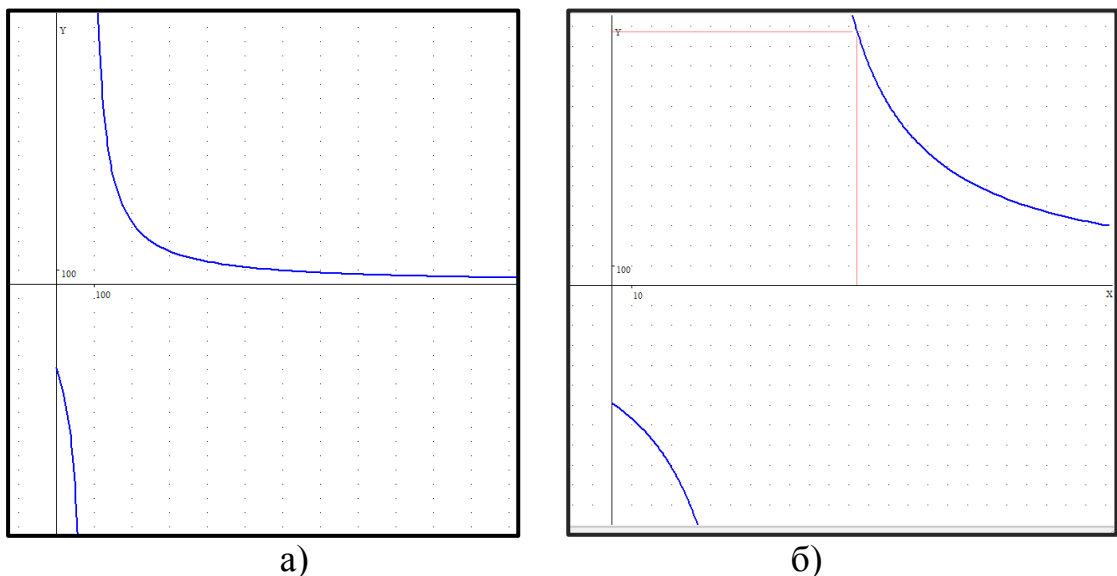


Рис. 2.5. Графік залежності собівартості соняшника від обсягу виробленої продукції

Розв'язування математичних задач розвиває не лише такі інтелектуальні уміння як порівняння, узагальнення, абстрагування, аналіз, синтез, але й уміння застосовувати отримані знання на практиці. Вивчення прийомів синтетично-аналітичної діяльності і перенесення її безпосередньо на виконання завдань прикладного змісту уможливорює формування та розвиток інтелектуальних умінь. На цьому етапі доцільно пропонувати студентам простіші задачі на здійснення моделювання.

10. Визначити, при якому відношенні глибини до ширини канал прямокутного перерізу заданої площі має гідравлічно найвигідніший профіль (рис. 2.6).

Перед розв'язуванням цієї задачі студентів слід ознайомити з деякими поняттями, в процесі такої бесіди: «Живим перерізом каналу називають площу S поперечного перерізу каналу, а межа l цього каналу – змочений периметр. На основі теоретичних розрахунків і експериментів встановлено, що серед каналів із заданим живим перерізом найбільшою пропускною здатністю і одночасно найменшою фільтрацією відзначаються канали з найменшим змоченим периметром. Говорять, що такі канали мають гідравлічно найвигідніший профіль [100, с.76]. Розрахувати найвигідніший гідравлічний профіль для каналів важливо, щоб збільшити пропускну здатність каналу і зменшити витрати на його утримання».

Розв'язання. Викладач пропонує студентам позначити за x – ширину каналу, а S – його живий переріз. Тоді глибина каналу $\frac{S}{x}$, а його змочений периметр $l(x) = x + \frac{2S}{x}$.

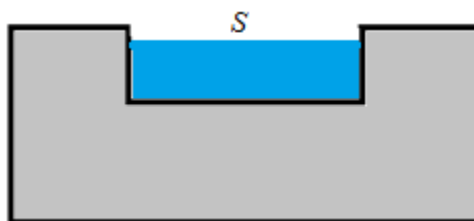


Рис. 2.6. Ілюстрація до тренувальної задачі

Викладач запитує студентів: «Як знайти найменший змочений периметр?», «Як знайти найменше значення функції?», «Який алгоритм знаходження найменшого значення функції?». Відповідаючи на питання студенти приходять до висновку, що задача зводиться до обчислення найменшого значення функції $l(x)$ на проміжку $(0; \infty)$.

Очікувана відповідь студентів: Обчислимо похідну функції l :

$$l'(x) = \frac{x^2 - 2S}{x^2}.$$

Оскільки $l'(\sqrt{2S}) = 0$, $l'(x) < 0$ при $0 < x < \sqrt{2S}$ і $l'(x) > 0$ при $x > \sqrt{2S}$, то функція l спадає від $-\infty$ до $l(\sqrt{2S})$ на проміжку $(0; \sqrt{2S}]$ та зростає від $l(\sqrt{2S})$ до $+\infty$ на проміжку $[\sqrt{2S}; +\infty)$. Тому $l(x)$ в точці $\sqrt{2S}$ досягає найменшого значення.

Таким чином, ширина каналу в розглянутому випадку має бути $\sqrt{2S}$, глибина $\frac{S}{\sqrt{2S}}$, а шукане відношення становить $\frac{1}{2}$.

V. Творчі (розвиток уміння використовувати отримані знання у змінених умовах; складання та розв'язування прикладних задач; самостійне перенесення студентом уміння на інші дисципліни). Розв'язування творчих математичних задач потребує комплексного застосування багатьох розумових вмінь: аналізувати задану ситуацію, зіставляти дані та шукане, конструювати найпростіші математичні моделі, здійснюючи мисленнєвий експеримент; синтезувати, відбираючи корисні відомості, систематизуючи їх; коротко та чітко, у вигляді тексту, символічно, графічно оформляти свої думки; об'єктивно оцінювати під час розв'язування задачі результати, узагальнювати їх, досліджувати особливі прояви заданої ситуації тощо. Одним із прикладів творчої задачі є наступний фрагмент.

11. Живий переріз каналу дорівнює S . Розрахуйте найвигідніший гідравлічний профіль для каналу, якщо він має форму сегмента круга.

Ця задача викликає труднощі у студентів, оскільки потребує додаткових побудов. Під керівництвом викладача студенти зображують гідравлічний профіль каналу сегмент круга заданої площі S (рис. 2.7). Аналізуючи цей

рисунок вони приходять до висновку, що живий переріз каналу можна обчислити як різницю відновлюваних площ сектора і трикутника: $S = 0,5R^2(\alpha - \sin\alpha)$, $0 < \alpha \leq \pi$. Після цього вони знаходять, довжину змоченого

периметру каналу: $l(\alpha) = R\alpha$, де $R = \sqrt{\frac{2S}{\alpha - \sin\alpha}}$, а тому $l(\alpha) = R\alpha = \sqrt{2S} \cdot$

$\sqrt{\frac{\alpha^2}{\alpha - \sin\alpha}}$ і роблять висновок, що найвигідніший гідравлічний профіль

відповідатиме значенню $\alpha \in (0; \pi)$, для якого $f(\alpha) = \frac{\alpha^2}{\alpha - \sin\alpha}$ набуває найменшого значення на проміжку $(0; \pi]$.

Оскільки

$$f'(\alpha) = \alpha \frac{\alpha(1 + \cos\alpha) - 2\sin\alpha}{(\alpha - \sin\alpha)^2} = \alpha \frac{\alpha \cdot 2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 4\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{2}}{(\alpha - \sin\alpha)^2} = \frac{4 \cdot \alpha \cdot \cos^2\frac{\alpha}{2}(\frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2})}{(\alpha - \sin\alpha)^2} \text{ та}$$

$\sin\alpha < \alpha$ і $\frac{\alpha}{2} < \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$, то на розглядуваному проміжку $f'(\alpha) < 0$. Тому f і l спадають на цьому проміжку, а отже досягають на ньому найменшого значення при $\alpha = \pi$. Отже, в перерізі каналу має бути півкруг, радіус

якого $R = \sqrt{\frac{2S}{\pi}}$

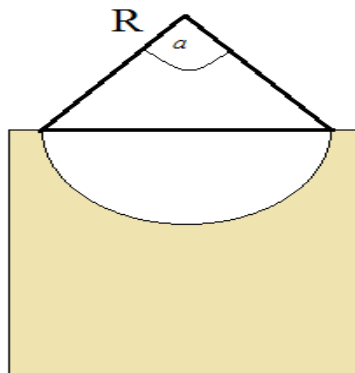


Рис. 2.7. Ілюстрація до задачі на знаходження найвигіднішого гідравлічного профілю для каналу

Вимоги до задач 12 і 13 можна розширити, пов'язавши їх з економічними показниками, роботою техніки, якісним складом землі, кліматичними умовами тощо і запропонувати для домашньої групової роботи. Студентів можна поділити на 4 групи, кожна з яких буде досліджувати канал однієї з форм (прямокутник,

трикутник, трапеція, сегмент круга). Найкращі результати доцільно узагальнити та представити розв'язання за допомогою ІКТ, де основна ідея полягатиме у дослідженні математичної моделі (перерізу каналу різної форми).

VI. Контролюючі (перевірка якості засвоєння знань умінь і навичок). Контроль може здійснюватися у вигляді самостійної або контрольної роботи, колоквиуму, заліку, екзамену тощо. Контроль має здійснюватися в кінці кожної теми. Його завдання доцільно складати таким чином, щоб перевіряти не лише засвоєнні знання, а і рівень сформованості інтелектуальних умінь.

Як формування інтелектуальних умінь відбувається у процесі їх нарощування, так і контрольні роботи слід організовувати так, щоб завдання в кожній із них поступово ускладнювалися, а інтелектуальні операції нарощувалися. Процес інтелектуального розвитку студентів буде значно ефективнішим, якщо система задач міститиме багатокomпонентні завдання, кожне з яких спрямовуватиметься на розвиток кількох інтелектуальних умінь.

Розглянемо конкретний приклад.

1. Задано функцію $y = f(x)$, де $f(x) = 2^{x-1}$.

а) Побудуйте графік функції $y = f(x)$.

б) Скільки коренів має рівняння $2^{x-1} = (x-1)^2$?

в) Задайте формулою функцію $y = g(x)$, графік якої симетричний графіку функції $y = f(x)$ відносно осі Oy .

г) Скільки асимптот має графік функції $y = g(x)$?

г) Розв'яжіть рівняння $f(x) = g(x)$.

2. Тіло, підкинуте вертикально вгору зі швидкістю $v_0 = 60 \text{ м/с}$, рухається за законом $h(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, де h – шлях у метрах, t - час у секундах, $g = 10 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння. Знайдіть:

а) швидкість тіла через 2 с після початку руху;

б) час, коли швидкість тіла дорівнює нулю;

в) найбільшу висоту, якої досягне тіло.

Виконання багатокomпонентного завдання спрямоване на те, щоб паралельно з набуттям математичних компетентностей розвивати інтелектуальні уміння, специфічні для математики, що ґрунтуються на умінні

порівнювати, аналізувати, виділяти головне, узагальнювати, систематизувати, доводити, прогнозувати тощо. Крім того, доцільно планувати зміну ходу думок або виду діяльності у процесі переходу від одного завдання до іншого, що дасть змогу студентам відмовитись від стереотипів, знаходити нові способи дій, нарощувати і розвивати інтелектуальні уміння. Так, наприклад, під час розв'язування першого завдання студенти мають переходити від аналітичної до конструктивної діяльності, від з'ясування властивостей функцій до розв'язування рівнянь тощо.

Отже, нами було з'ясовано, що реалізація першої умови розвитку інтелектуальних умінь (нарощування у студентів інтелектуальних умінь відповідно до складових їх структури) передбачає добір і використання у процесі навчання математики спеціальних задач і вправ, що поступово ускладнюються як за математичним змістом, так і за рівнем інтелектуальних дій, які слід виконати для їх розв'язування. Систематичне здійснення контролю і самоконтролю навчальних досягнень студентів уможливорює управління процесом формування інтелектуальних умінь, необхідних для розв'язування навчально-пізнавального завдання.

У процесі вивчення математичних дисциплін майбутніми аграріями необхідно використовувати задачі та вправи, що сприяють поступовому нарощуванню інтелектуальних умінь відповідно до складових їх структури. Спочатку мають переважати математичні задачі та вправи, розв'язування яких спрямоване на розвиток умінь аналізувати та виділяти головне, потім – порівнювати, визначати та пояснювати поняття тощо. Задачі на моделювання та прогнозування сприяють творчому розвитку студентів, але у багатьох з них викликають утруднення під час розв'язування. Цей факт слід враховувати, здійснюючи нарощування інтелектуальних умінь студентів поступово, але систематично. Забезпечення нарощування інтелектуальних умінь студентів відповідно до складових їх структури за допомогою розв'язування задач, що поступово ускладнюються, сприяє якісному засвоєнню математики і підготовці фахівців аграрного сектору до інтелектуальної діяльності в майбутньому.

2.1.3. Дотримання кожного з основних етапів формування інтелектуальних умінь.

У студентів першого курсу наявні, принаймні, простіші інтелектуальні уміння і здатність використовувати їх за зразком. Перш ніж розвивати кожне з виділених у пункті 1.4 (рис. 1.8) інтелектуальних умінь, необхідно перевірити наявний рівень сформованості кожного з них. Для цього студентам варто запропонувати вступне анкетування та тестування (додаток А).

1) *Діагностика наявного рівня сформованості інтелектуальних умінь студентів.* Проведене опитування показало, що незалежно від ВНЗ, де навчаються майбутні агрономи, їхні інтелектуальні уміння досить низькі. Незначна кількість студентів найбільш важливими інтелектуальними вміннями у професійній діяльності вважають аналіз та прогнозування. Найменш важливими інтелектуальними вміннями майбутні аграрії вважають моделювання та доведення. Студенти I курсу, які вивчають геодезію, переконані, що у майбутній професійній діяльності у більшій мірі їм знадобиться уміння аналізувати, виділяти головне та систематизувати дані. Водночас, дослідження показало: серед цих студентів панує думка, що не надто важливими інтелектуальними вміннями є означення і пояснення поняття. Студенти, які вивчають лісове та садово-паркове господарство вважають, що у професійній діяльності їм передусім знадобляться уміння виділяти головне, аналізувати відомості, а також уміння конкретизувати повідомлення. Водночас студенти даної спеціалізації впевнені у тому, що у подальшому їм практично не знадобляться такі інтелектуальні вміння як прогнозування та узагальнення.

Детальніше якісна та кількісна характеристика сформованості інтелектуальних умінь у студентів-аграріїв подана у п. 2.5.

2) *Мотивація необхідності розвитку інтелектуальних умінь.* В основі будь-якої діяльності, зокрема й інтелектуальної, лежить мотивація – спонукання людини до дії. У процесі навчання математики і формування інтелектуальних умінь у студентів доцільно мотивувати їхню діяльність на основі потреб, інтересу та винагород. Потребу у високих балах і знаннях можна використати

для організації творчої самостійної роботи чи навчально-пізнавальної діяльності студентів за певними правилами і алгоритмами.

Зацікавлює студентів і спонукає до підвищення їх пізнавальної активності використання інтерактивних технологій навчання вищої математики, що передбачають діалог (полілог) між студентами, студентами і викладачем, використання дидактичних ігор, моделювання життєвих ситуацій, спільне вирішення навчальних проблеми на засадах співробітництва та співтворчості.

У процесі навчання майбутніх аграріїв доцільно використовувати такі інтерактивні технології: «Робота в парах», «Ротаційні (змінні) трійки», «Навчаючи – учусь», «Діалог», «Закінчи речення» (с. 90–91), «Спільний проект» (с. 123–124), «Пошук інформації», «Мікрофон», «Мозковий штурм».

Наприклад, проведення мозкового штурму за ключовими словами наприкінці лекції значно покращує запам'ятовування навчальних відомостей. Також ми пропонували майбутнім аграріям самостійно робити на підсумкові заняття з теми опорні конспекти і класифікаційні схеми, мотивуючи у такий спосіб формування умінь аналізу, синтезу, систематизації, узагальнення тощо.

Ефективним засобом мотивування до навчально-пізнавальної діяльності та розвитку інтелектуальних умінь є прикладна спрямованість навчання, розвиток пізнавального інтересу на основі використання інформаційно-комунікаційних технологій.

Реалізувати прикладну спрямованість у процесі навчання математики майбутніх аграріїв можна так:

1) описати можливі практичні сфери використання матеріалу, що вивчається (застосування матриць у агрономічних дослідженнях);

2) використовувати міжпредметні зв'язки з фаховими дисциплінами та професійною діяльністю у процесі подання нового матеріалу з математики та використання теоретичного матеріалу до розв'язування задач (основи наукових досліджень в агрономії, моделювання та прогнозування для проектів геоінформаційних систем);

3) розв'язувати та складати задачі з професійним змістом (приклади наведено у пунктах 2.2, 2.3 та 2.4);

4) запровадити розрахункові роботи і навчальні проекти, виконання яких вимагає застосування додаткових знань і умінь, пов'язаних із майбутнім фахом (детальніше на с. 123–124);

5) стимулювати студентів до роботи з довідковою літературою (складання опорних конспектів, узагальнюючих таблиць, схем).

Приклади використання навчального матеріалу з математики в різних сферах майбутньої професійної діяльності фахівців-аграріїв доцільно розкривати на лекціях і практичних заняттях, а також рекомендувати студентам самостійно готувати короткі повідомлення до занять із відповідними темами. Наприклад, на лекції під час введення поняття похідної, викладачу доцільно повідомити, крім іншого, що існує тісний зв'язок між кривою росту дерев і кривою їх приросту, а саме – функція приросту дерева є першою похідною від функції росту дерева [126].

Вимога професійної спрямованості навчально-виховного процесу є провідною для будь-якого вищого навчального закладу. Складання та розв'язування прикладних задач у аграрному університеті спрямовано на вмотивоване, цілеспрямоване здобуття студентами необхідних знань, умінь і навичок, що сприяє інтелектуальному розвитку та формуванню наукового світогляду. Аграрії у своїй професійній діяльності постійно складають та розв'язують прикладні задачі (обчислення площі земельної ділянки, прогнозування врожаїв тощо). Але правильність та ефективність використання математики буде залежати від рівня теоретичної та практичної підготовки студентів в університеті.

Осмислення (рефлексія) суті і правила користування прийомом починається із запису студентами «плану» застосування уміння та аналізу разом із викладачем кожного з його пункту (детальніше пункт 2.2.1). Наступним етапом є виконання певного інтелектуального уміння (аналіз та виділення головного, порівняння, означення та пояснення поняття, узагальнення тощо) за поданим планом.

Наприклад, у процесі вивчення теми «Матриці та дії над ними» студенти, записавши план виконання аналізу (описано у пункті 2.2.1.), отримують наступне завдання:

Знайти матрицю A^{-1} , обернену до матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Процес розв'язування даної задачі може бути організований таким чином:

Викладач. Яку матрицю називають оберненою до даної матриці A ?

Студент. Матриця A^{-1} називається оберненою до матриці A , якщо $A \cdot A^{-1} = E$, де E – одинична матриця.

Викладач. Чи кожна матриця A має обернену A^{-1} та як її можна знайти?

Студент. Ні. Обернену матрицю A^{-1} має лише така матриця A , що є квадратною і для якої її визначник $|A| \neq 0$. Тоді

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \bar{A}^T, \text{ де } \bar{A}^T = (A_{ij})^T = (A_{ij}^T), A_{ij}^T = A_{ji} - \text{алгебраїчні доповнення}$$

до кожного елемента a_{ij} матриці A .

Викладач. Отже, який план (алгоритм) розв'язування задачі?

Студент. Оскільки дана матриця є квадратною, то план (алгоритм) може бути таким:

1. Обчислити визначник $|A|$.
2. Якщо $|A| = 0$, то зробити висновок, що « A^{-1} не існує» і перейти до пункту 7.
3. Якщо $|A| \neq 0$, зробити висновок, що « A^{-1} існує».
4. Для кожного елемента a_{ij} матриці A знайти його алгебраїчні доповнення A_{ij} і утворити матрицю $\bar{A} = (A_{ij})$.
5. Утворити матрицю \bar{A}^T – транспоновану до матриці \bar{A} , записавши кожну її i -ту строку у вигляді i -того стовпця.
6. Поділити кожен елемент матриці \bar{A}^T на $|A|$ і дістати матрицю A^{-1} , обернену до даної матриці A .
7. Завершити роботу.

Викладач. Проаналізуємо, які інтелектуальні уміння знадобляться для реалізації створеного плану розв'язування даної задачі.

Студент. Насамперед потрібні знання таких понять як матриця, квадратна матриця, визначник матриці, алгебраїчне доповнення, приєднана матриця, транспонована матриця, добуток матриці на число, матриця обернена до даної матриці. Щоб здійснити п. 2 та 4 складеного плану (алгоритму) треба вміти застосовувати правила обчислення визначників або вміти користуватись прикладними комп'ютерними математичними пакетами або програмами. Якщо $|A| \neq 0$, то необхідно здійснити аналіз: мисленно розчленувати об'єкт (матрицю) на складові елементи (виділити та записати алгебраїчні доповнення всіх елементів матриці A). Потім дослідити окремо кожен як елемент єдиного цілого, а саме, обчислити алгебраїчні доповнення всіх елементів матриці та її визначник. Наступний етап – скласти матрицю з алгебраїчних доповнень елементів матриці A (синтез) та протранспонувати її. Здійснивши потрібні обчислення знайдемо шукану матрицю A^{-1} :

$$A^{-1} = -\frac{1}{68} \begin{pmatrix} -17 & -17 & 17 \\ -5 & 7 & -11 \\ 9 & 1 & -21 \end{pmatrix}.$$

Підкреслимо, що найголовнішим для формування інтелектуальних умінь є саме процес пошуку потрібного алгоритму та його змістовий глибокий аналіз. Під набуттям досвіду використання ми розуміємо виконання студентом завдань різного рівня складності.

Навіть для виконання найпростіших завдань, як правило, необхідно використовувати декілька інтелектуальних умінь, де одне із них виступає головним, а інші допоміжними. Наприклад, для набуття досвіду використання інтелектуальних умінь першого блоку «Сприймання й осмислення відомостей», на прикладі теми «Комплексні числа», можливо використати наступні вправи, кожна з яких вимагає виконання аналізу і виділення головного, порівняння, означення і пояснення поняття.

1. Чи є спряженими числа: $4+3i$ та $4-3i$; $2-i$ та $-2+i$; $7i-8$ та $7i+8$; $-5+i$ та $-5-i$?

2. Знайдіть комплексні числа, спряжені з даними:

1) i ; 2) -2 ; 3) 1 ; 4) $1-i$; 5) $\sqrt{2}+\sqrt{2}i$; 6) $-i$; 7) 2 ; 8) $2i$;

9) $-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$; 10) $\frac{1}{i}$; 11) $\frac{1}{1+i}$; 12) $\frac{1+3i}{3-2i}$; 13) $\frac{i}{1-i}$.

3. За умовою рівності комплексних чисел визначити дійсні x і y :

$$1) 2+5xi-3yi=14i+3x-5y;$$

$$2) \frac{bi}{x}+iy-2=7i-\frac{10}{x}+y;$$

$$3) \frac{i}{x}+\frac{i}{y}+\frac{1}{6}=\frac{1}{x}-\frac{1}{y}+\frac{5i}{y};$$

$$4) aix+biy-a=i-a^2x-b^2y$$

$$5) (1-2i)x+(3-5i)y=1-3i;$$

$$6) (4-i)x+(2+5i)y=8+9i.$$

Застосовуючи інтелектуальні уміння до розв'язування прикладних задач студенти значно ефективніше засвоюють навчальний матеріал. Спостереження реального навчального процесу показує, що досить часто студенти володіючи достатнім запасом математичних знань, не вміють їх застосовувати до розв'язування прикладних задач. Це зумовлено тим, що процес вивчення математики в недостатній мірі орієнтовано на його подальше використання в опануванні спеціальних дисциплін, а також у майбутній професійній діяльності.

На нашу думку, складання та розв'язування студентами прикладних задач має пронизувати весь курс вивчення вищої математики. Відповідно до структури інтелектуальних умінь, висвітленої у першому розділі, необхідно максимально використовувати задачі прикладного змісту у процесі розвитку таких інтелектуальних умінь як конкретизація, моделювання та прогнозування. Для цього необхідно створити запас математичних моделей, що описують явища і процеси, які вивчаються в різних дисциплінах та відповідають обраній студентами спеціальності. Крім того, для розвитку інтелектуальних умінь студентів доцільно пропонувати їм самостійно складати задачі. Наприклад, розглядається таблиця (табл. 2.1), в якій містяться показники надоїв молока у залежності від віку корів породи «Голштинська» у лактаціях за один період (305 діб). За цими даними студенти мають самостійно скласти умову і розв'язати задачі.

Одна із задач, складених студентами стосувалася прогнозу надою молока починаючи з восьмої до десятої лактації, якщо відомо, що максимум продуктивності припадає на шостий період, а залежність добового надою молока від віку корови описується квадратичною функцією виду $y = ax^2 + bx + c$, де $a < 0$).

Таблиця 2.1
Продуктивні якості голштинських корів за лактаціями

Вік корів у лактаціях, n - кількість корів	Удій, кг
Перша, $n = 4610$	$10^3 \pm 49,24$
Друга, $n=2836$	$10,3 \cdot 10^3 \pm 57,86$
Третя, $n=1456$	$10,4 \cdot 10^3 \pm 84,15$
Четверта, $n=629$	$10,8 \cdot 10^3 \pm 127,96$
П'ята, $n=254$	$10,8 \cdot 10^3 \pm 197,34$
Шоста, $n=103$	$11,6 \cdot 10^3 \pm 372,50$
Сьома, $n=47$	$11 \cdot 10^3 \pm 483,76$
У середньому по всіх лактаціях, $n=9935$	$10,2 \cdot 10^3 \pm 70,99$

Розв'язання задачі було рекомендовано здійснити за допомогою табличного процесору MS Excel. На основі експериментальних даних студенти будували графік. Штрих пунктиром на графіку позначено «прогноз» на наступні роки, тобто продуктивність корів восьмого, дев'ятого та десятого років лактації. Для складання прогнозу, студентам можна нагадати властивості квадратичної функції: використати симетричність графіка.

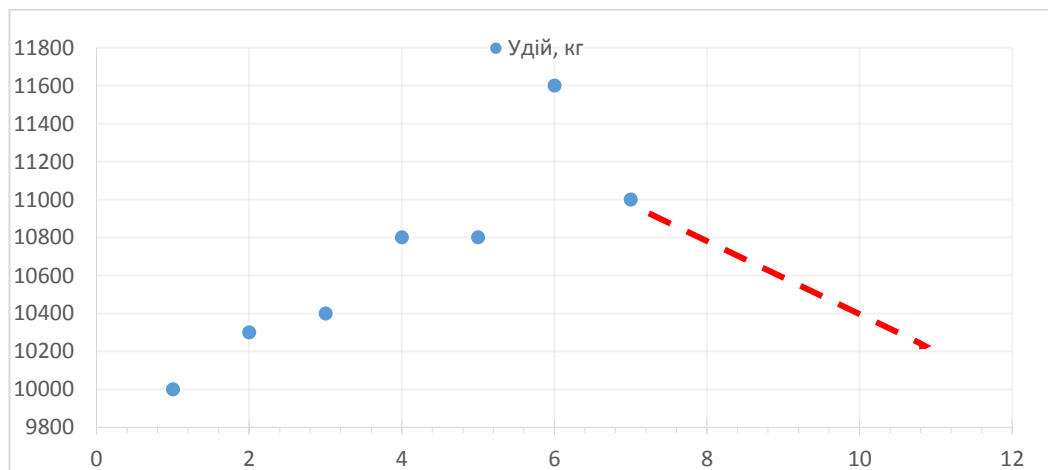


Рис. 2.8. Графік залежності добового надою молока від віку корів

Про значення інформаційно-комунікаційних технологій для навчання математики взагалі і математичного моделювання зокрема наголошують провідні пошуковці [78], [153], [223] та інші. Актуальною в контексті нашого дослідження є думка Л. Л. Панченко: «Математичне моделювання як творчий процес, неможливе без належного рівня вмінь з інформатики та комп'ютерної техніки. За допомогою інформатики математичне моделювання з методу навчального пізнання переростає в метод наукового дослідження. Тобто студенти, оволодівши методом математичного моделювання в процесі вивчення математичних дисциплін, мають змогу вдосконалювати свої вміння математичного моделювання в творчій, дослідницькій діяльності, яку вони можуть проводити або самостійно, або під керівництвом викладача» [153, с. 27].

Важко сьогодні уявити ефективний процес навчання без застосування інформаційних технологій. Використання інформаційно-комунікаційних технологій дозволяє студентам за визначений проміжок часу опрацювати значні масиви даних, враховувати значну кількість факторів, що впливають на стан і розвиток природної системи. На заняттях з вищої математики пропонуємо студентам застосувати табличний процесор MS Excel та Graf для побудови графіків функцій, їх аналізу, складання прогнозів; на лекційних заняттях використовуємо комп'ютерні презентації (детальніше пункти 2.2.1 – 2.2.3).

Все більшої популярності серед викладачів та студентів набувають програмні засоби комп'ютерної математики. На думку М. І. Жалдака [79] умовно їх можна поділити на дві великі групи: програмне забезпечення навчально-дослідницького призначення і програмне забезпечення науково-дослідницького призначення.

До науково-дослідницького програмного забезпечення належать: математичні пакети вузької спеціалізації (GAP, Macaulay, Singular тощо), програмні засоби візуалізації математичних даних (GnuPlot, JMol, LaTeX) системи геометричного моделювання (Autodesk 3ds Max, ANSYS тощо), системи комп'ютерної математики (Derive, Maple, Matlab, Mathematica, MathCAD, Maxima, Sage тощо). Їх використання у процесі вивчення математики

значно полегшує розв'язування багатьох математичних задач, таких як: задачі лінійної алгебри; обчислення значень функцій та побудова їх графіків; дослідження функцій на екстремум; розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем; обчислення інтегралів; розв'язування диференціальних рівнянь і рівнянь у частинних похідних; знаходження похідних функцій тощо.

Із кожним днем у процесі навчання все частіше використовують комп'ютерно-інтегровані технології у вищій школі, зокрема, під час вивчення математичних, природничих, економічних дисциплін. Уміння ефективно застосовувати сучасні інформаційно-комунікаційні технології у професійній діяльності є запорукою успіху. Табличний процесор MS Excel є досить простим та зручним для складання математичних моделей та прогнозів. Це зумовлено тим, що маючи результати експериментальних досліджень можливо швидко побудувати графік функції для порівняння, аналізу, узагальнення та систематизації даних.

Завдання 1. На основі експериментальних даних продуктивності люпину вузьколистого за різних систем удобрення побудуйте математичну модель, що описує залежність урожайності люпину від кількості внесених добрив. Скласти прогноз для урожайності при збільшенні внесених добрив.

Таблиця 2.2

Продуктивність люпину вузьколистого за різних систем удобрення

<i>№</i>	<i>Варіант</i>	<i>Урожайність, т/га</i>	<i>Вміст білка, %</i>
1.	Контроль – без добрив	1,58	36,0
2.	Мінеральна система удобрення (NPK)	1,58	41,0
3.	Сидерат-люпин вузьколистий	1,70	41,0
4.	Сидерат + NPK	2,00	42,0
5.	Гній, 10 т/га	2,14	42,2
6.	Гній + NPK	2,20	40,0
7.	Сидерат+гній+ NPK	2,26	40,6
8.	Гній, 20 т/га	2,40	40,8

Алгоритм розв'язування завдання 1 подамо наступним чином. За допомогою табличного процесора MS Excel будуємо графік функції. Далі виділяємо правою кнопкою миші «графік» – «формат лінії тренду» – «параметри лінії тренда» – «лінійна» – «прогноз» на 2 періоди. Відмічаємо «прапорцем» «показувати рівняння на діаграмі» та «помістити на діаграму величину достовірності апроксимації (R^2)».

Студентам доцільно пояснити, що регресійний аналіз це вид статистичного аналізу, який використовується для прогнозування. Регресійний аналіз дозволяє оцінити наявність зв'язку між змінними.

Лініями тренду можна доповнити ряди даних, представлені на ненормованих плоских діаграмах з областями, лінійчатих діаграмах, гістограмах, графіках, біржових, точкових і бульбашкових діаграмах. Використання лінії тренду того або іншого виду визначається типом даних. Лінійна апроксимація (Linear) – це пряма лінія, яка щонайкраще описує набір даних. Лінійна апроксимація застосовується для змінних, що зростають або спадають із постійною швидкістю [64].

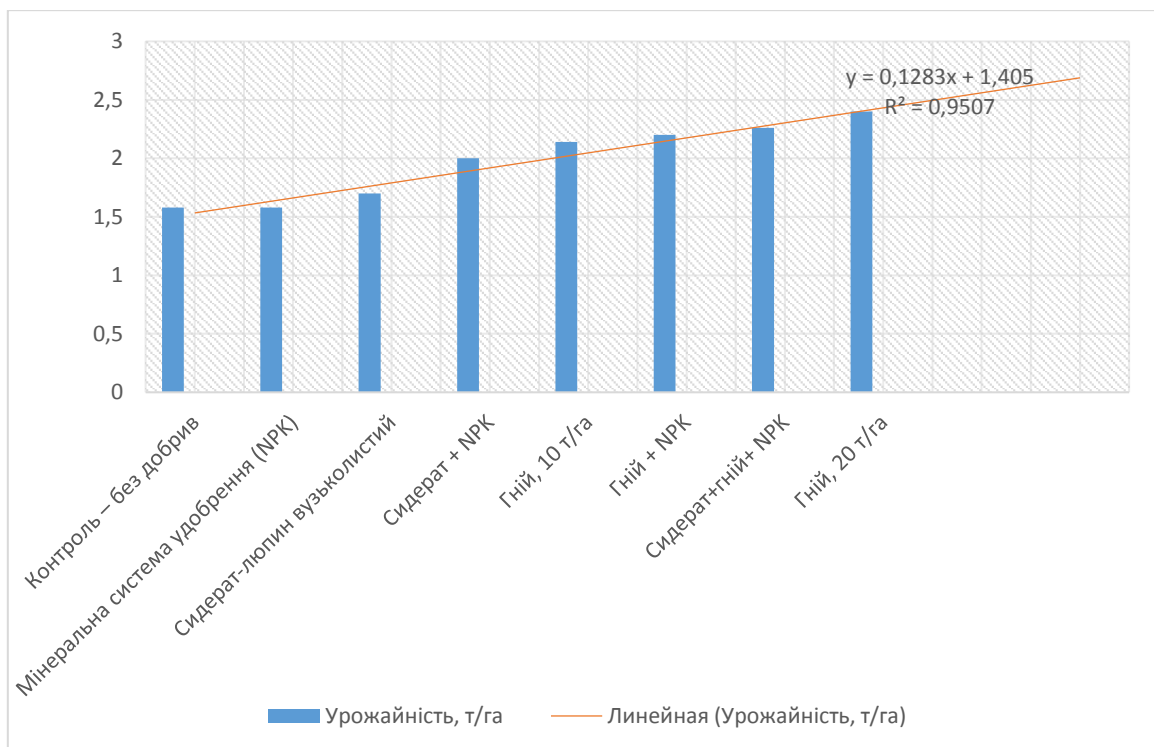


Рис. 2.9. Побудова лінії тренду залежності урожайності люпину від кількості внесених добрив

Також пояснюємо студентам, що будь-які експериментальні дані можна апроксимувати функцією деякого типу: лінійною, логарифмічною, поліноміальною чи експоненціальною, використовуючи метод найменших квадратів. Суть даного методу полягає у тому, що сума квадратів відхилень апроксимованих значень від експериментальних має бути мінімальною.

Студентам пропонуємо самостійно дослідити ціну добрив та повну вартість обробітку за кожного варіанту удобрення. Вартість внесення кожного варіанту удобрення залежить від багатьох факторів (місця розташування підприємств, полів тощо). Саме тому ми запропонували студентам, об'єднавшись у мікрогрупи, обрати певне аграрне підприємство, провести всі необхідні розрахунки (вартість перевезень, ціни на закупку та витрати на внесення добрив), порівняти їх і з'ясувати, який варіант удобрення доцільніше обрати. Враховуючи сучасні умови господарювання (ціна на 1 гектар сидерату – 2400 грн., NPK – 2000 грн.; гній коштує 1000 грн./т., люпин від 6000 грн./т.), переважна більшість студентів зробили висновок, що збільшувати кількість внесених добрив немає сенсу, адже це негативно впливає на якість продукту і затрати перевищать прибуток. До того ж найбільш раціональним буде використання 4-го варіанту удобрення (Сидерат + NPK), оскільки вноситься разом із посівом та не вимагає додаткових витрат на перевезення. На підприємствах, де є власні ферми (гній не потрібно закупати) доцільніше використовувати органічні добрива. Така «дослідницька» робота доводить студентам, що їхня професія вимагає застосування багатьох інтелектуальних умінь (аналіз, синтез, виділення головного, порівняння, узагальнення, систематизація, моделювання, прогнозування), які можливо розвивати у процесі вивчення вищої математики.

Застосовуючи інформаційно-комунікаційні технології під час розв'язування різних математичних завдань, студенти не лише закріплюють свої знання з предмету, а й розвивають свої інтелектуальні уміння. Етап «узагальнення, автоматизація та перенесення на інші теми» частково може здійснюватися як у процесі розвитку кожного з умінь, так і в процесі підведенні підсумків із певної теми, розділу, курсу тощо. Детальніше кожен з етапів ми розглянемо у наступних пунктах.

2.2. Розвиток інтелектуальних умінь студентів у процесі сприймання та осмислення навчального матеріалу

В аграрних університетах вища математика є не фаховою дисципліною. На її вивчення відводиться небагато годин (від 54 до 324 год). Недостатньою є математична підготовка студентів зі школи та умотивованість до вивчення вищої математики в університеті (детальніше про це у п. 2.5). Разом з тим, саме вивчення математичних дисциплін сприяє розвитку логічного і творчого мислення студентів, формуванню обчислювальної та графічної культури тощо. Інтелектуальні вміння (аналіз, синтез, виділення головного, порівняння, означення і пояснення поняття, узагальнення і систематизація, конкретизація, доведення, моделювання і прогнозування) необхідні майбутнім аграріям для розв'язування широкого й різноманітного класу задач практики (добір видів добрив і розрахунок їх безпечної кількості, моделювання залежності врожайності культур від погодних факторів, встановлення перспективних порід великої рогатої худоби, теоретичне визначення основних факторів ризику культивування нових сортів овочів і фруктів тощо). Усе це спричинило переосмислення мети і засобів навчання математики в аграрних університетах.

Для здійснення ефективної мотивації нами була розроблена вступна лекція з математики для першокурсників кожної спеціальності. Під час цієї лекції розкривається значення математики для аграріїв і розвитку особистості, подається структура навчального матеріалу, вимоги до його засвоєння та критерії оцінювання; висвітлюється організація самостійної роботи та особливості виконання контрольних завдань. Студентам на конкретних прикладах пояснюється, що вивчення вищої математики сприяє розвитку інтелектуальних умінь, а саме: аналіз та виділення головного, порівняння, узагальнення, моделювання тощо. Дані уміння є надзвичайно важливими для фахівця сільського господарства. Наприклад, у процесі проведення наукових досліджень в агрономії окремі варіанти спочатку аналізуються в межах окремих повторень, а потім – в цілому по досліді. Рослини у динаміці їх росту аналізують або через певний проміжок часу (один раз за декаду, місяць), або за фазами розвитку рослин. Для

визначення хімічного складу рослини спочатку розчленовують на окремі органи: листя, стебла, плоди, коріння тощо, а потім аналізують кожен із них. У коренеплодах буряків цукрових, наприклад, визначають вміст цукрів, у зерні злакових культур – білка, у бульбах картоплі – крохмалю. Також у процесі агрономічних досліджень фахівцю необхідно спочатку узагальнити результати досліджень для кожного повторення, а потім для всього досліду, конкретного господарства, а далі для всіх господарств, що знаходяться в аналогічних ґрунтово-кліматичних умовах та вирощують подібні сорти.

Прикладом найпростішого моделювання у дослідній справі є складання схеми досліду, креслення у масштабі дослідної ділянки з її обліковою та захисною частинами, схематичне відображення всього досліду з виділенням повторень і зазначенням місця кожного варіанта [146].

На вступній лекції студентам повідомляють основні організаційні форми роботи (лекції, практичні, самостійна робота) та інші види робіт: складання опорних конспектів, розрахунково-графічні роботи, навчальні проекти, конференції, гуртки тощо.

Зазначені форми роботи сприяють реалізації компетентнісного, діяльнісного та розвивального підходів до навчання. У контексті нашого дослідження основна увага зверталася на розвиток інтелектуальних умінь у процесі навчання математики, який здійснювався на основі описаної у пункті 1.4. структури інтелектуальних умінь.

Розглянемо детальніше можливість реалізації першого блоку «Сприймання та осмислення навчального матеріалу та інших відомостей» на заняттях із вищої математики у студентів агрономічних спеціальностей.

2.2.1. Аналіз і синтез, виділення головного.

Враховуючи зменшення аудиторних годин із вищої математики та збільшення обсягу навчального матеріалу, що відводиться на самостійне вивчення, зростає необхідність у формуванні у студентів умінь аналізувати, виділяти головне у навчальному матеріалі тощо.

Аналіз – метод дослідження, що полягає в уявному розчленуванні цілого явища на складові більш прості частини, виділення окремих сторін, властивостей, зв'язків [122]. У перекладі з грецької мови «аналіз» означає «розкладання». Тому вміння аналізувати – це вміння структурувати поставлене завдання «по полицях» і виявляти саму суть проблеми. Розв'язування математичних задач потребує знання певних алгоритмів, а значить розкладання дій на кроки та пункти. Виконання аналізу рекомендуємо здійснювати за таким планом:

1. Мисленно розчленувати об'єкт на складові елементи (окремі випадки, ознаки, властивості, відношення).
2. Виділити суттєві ознаки об'єкта.
3. Дослідити окремо кожен елемент як складову єдиного цілого.
4. Скласти план дослідження об'єкта.

У вищій математиці виконання аналізу здійснюється в процесі:

- знаходження правила, проілюстрованого конкретним прикладом;
- відшукування серед кількох варіантів найбільш раціонального;
- наведення контрприкладу;
- розпізнавання об'єкту, що має певні характеристики;
- віднесення даного об'єкту до відповідної категорії;
- визначення найбільш вірогідного результату, знаходження типової ознаки, що характеризує даний об'єкт;
- визначення об'єкту за характерною ознакою;
- вилучення одного неправильного твердження;
- знаходження одного правильного твердження серед неправильних, неточних або неповних;
- доповнення твердження відсутнім елементом із заданих.

На перших етапах розвитку інтелектуальних умінь студентам пропонуються задачі, що вимагають аналізу вивченого теоретичного матеріалу. З цією метою на першому практичному занятті, присвяченому темі «Матриці та дії над ними», студентам пропонують такі 2 завдання.

1. Задана матриця. З яких елементів складається допоміжна діагональ.

Відповідь запишіть у вигляді суми елементів.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & -4 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Визначте вид кожної із заданих матриць, обравши один із запропонованих варіантів:

$$1. A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}; \quad 2. B = (1 \ -3 \ 4); \quad 3. C = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad 4. D = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

а) прямокутна матриця; б) вертикальна матриця; в) матриця стовпець;
г) горизонтальна матриця; г) матриця рядок; д) квадратна матриця.

Студенти помічають, що матриць усього чотири, а видів шість. Це означає, що два неправильних. Відповідь вони мають записати у такому вигляді: 1 - а); 2- г); 3 - в); 4 - д).

3. Оберіть із запропонованих матриць: 1) діагональну; 2) одиничну; 3) верхню трикутну; 4) нижню трикутну; 5) нульову.

$$\begin{array}{lll} \text{а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; & \text{б) } B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}; & \text{в) } C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}; \\ \text{г) } D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}; & \text{д) } F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; & \text{е) } G = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{array}$$

У даному завданні студенти мають, враховуючи вивчені означення на лекції «Матриці та дії над ними», проаналізувати кожну з матриць (мисленно розчленувати матрицю на складові елементи, дослідити кожен елемент як складову єдиного цілого, порівняти елементи та зробити висновок про належність матриці до конкретного виду).

Спочатку з наведених варіантів студенти відмічають, що матриця А – одинична, В – верхня трикутна, С – діагональна, D – нижня трикутна. Далі викладач задає питання: «Чи можливо з даних варіантів видітити ще діагональну матрицю?», «Яка матриця називається діагональною?». У результаті такого

інтерактивного методу навчання (метод контрольних запитань) студенти помічають, що матриці A та F також є діагональними. Пронуємо детальніше розглянути матрицю F . У результаті використання таких інтелектуальних умінь як аналіз та порівняння, студенти роблять висновок, що матриця A , F та C є діагональною, нижньою та верхньою трикутною. Потім студенти вже самостійно відмічають, що матриця G – верхня трикутна. Після наведених вище запитань доцільним є повторення нульової матриці.

Для вивчення об'єкта як єдиного цілого не можна обмежуватися вивченням лише його складових частин. У процесі пізнання потрібно розкривати об'єктивно існуючі зв'язки між ними, розглядати їх у системі, у єдності. Перейти з вивчення окремих складових частин об'єкта до вивчення його як єдиного цілого, пов'язаного, можливо, тільки в тому випадку, якщо метод аналізу доповнюється іншим методом – синтезом [179].

У пізнавальній діяльності аналіз тісно пов'язаний із синтезом. Синтез – це такий логічний прийом, за допомогою якого ми мислено сполучаємо в одне ціле розчленовані в аналізі окремі частини предмета, явища.

Виконання синтезу вимагають завдання на побудову ескізу графіка за відомими результатами аналітичного дослідження, вибір із кількох найбільш раціональних розв'язків задачі. Прикладом застосування такого інтелектуального уміння як синтез є наступний фрагмент:

- 4.** Побудуйте ескіз графіка за відомими результатами аналітичного дослідження:
- область визначення: $(-2; +\infty)$;
 - вертикальна асимптота: $x = -2$;
 - горизонтальна асимптота: $y = 2, (x \rightarrow +\infty)$;
 - похилі асимптоти: *немає*;
 - точки екстремуму та значення в них: $x_1 = -1, f(x_1) = -2$; $x_2 = 0, f(x_2) = 1$; $x_3 = 1, f(x_3) = -2$;
 - проміжки монотонності: зростає на проміжку $(-1; 0), (1; +\infty)$; спадає на проміжку $(-2; -1), (0; 1)$;
 - значення функції в деяких точках $y(2) = 0$.

Розвиток умінь використовувати операції аналізу та синтезу пронизує всі етапи розвитку інтелектуальних умінь у процесі вивчення математичних дисциплін. Структура аналітико-синтетичної діяльності:

1. Проаналізувати об'єкти.

2. Об'єднати частини об'єкта виділені в результаті аналізу в єдине ціле.

Активізація навчально-пізнавальної діяльності студентів через постановку різного роду запитань, що стосуються розглядуваної теми, стимулює аналітико-синтетичну діяльність студентів. Вони, відповідаючи на запитання, виконують таку інтелектуальну діяльність:

▪ маємо деяке твердження (синтез);

▪ необхідно обчислити значення деякої величини, або довести деяке твердження (аналіз і синтез);

▪ для цього нам потрібно знати (обчислити, довести) (аналіз).

Аналітико-синтетична діяльність виконується і під час розв'язування будь-якої задачі. Наприклад:

Задача 1. Продуктивність праці бригади трактористів впродовж зміни наближено обчислюється за формулою $f(x) = -2,53t^2 + 24,75t + 111,1$, де $t \in [0; 8]$ – робочий час у годинах від початку зміни. Визначити обсяг продукції виготовленої за зміну.

Процес пошуку розв'язування даної задачі може бути наступним.

Викладач. У чому полягає суть економічного змісту інтеграла?

Студент. Якщо $f(t)$ – продуктивність праці в момент часу t , то обсяг виробленої продукції за проміжок часу $[\alpha; \beta]$ можна обчислити за формулою
$$U = \int_{\alpha}^{\beta} f(t)dt.$$

Викладач. Тобто, обсяг випуску продукції впродовж зміни є первісною від функції, що виражає продуктивність праці. Запишіть чому ж буде дорівнювати обсяг виробленої продукції за 8 годин.

Студент.
$$U = \int_0^8 (-2,53t^2 + 24,75t + 111,1)dt$$

Викладач. Як обчислити визначений інтеграл?

Студент. За формулою Ньютона-Лейбніца

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a), \text{ тобто } U = \int_0^8 (-2,53t^2 + 24,75t + 111,1)dt = \left(-\frac{2,53t^3}{3} + \frac{24,75t^2}{2} + 111,1t\right)\Big|_0^8 = -\frac{2,53 \cdot 512}{3} + \frac{24,75 \cdot 64}{2} + 111,1 \cdot 8 = -\frac{1295,36}{3} + \frac{1584}{2} + 888,8 = 2328,48 \text{ (одиниць продукції)}.$$

Викладач. Які інтелектуальні уміння Ви використовували для розв'язування даної задачі?

Студент. Аналіз умови задачі, виділення головного, конкретизація – перехід від загальної формули (економічного змісту інтеграла) до її використання для знаходження обсягу виробленої продукції.

У зв'язку з інтенсивним ростом обсягу наукових відомостей та повідомлень, з яких необхідно запам'ятати найсуттєвіше, те, що знадобиться для подальшого навчання та професійної діяльності, все більше зростає необхідність розвитку вміння виділяти головне. Даний прийом логічного опрацювання відомостей важливий ще й тому, що виділяючи та запам'ятовуючи головне в навчальному матеріалі, можна збільшити обсяг знань з інших дисциплін та впорядкувати свої знання, а як наслідок студентам значно простіше встановлювати міжпредметні зв'язки, застосовувати знання в нестандартних ситуаціях тощо. Цієї мисленевої операції можна навчитись на заняттях із вищої математики виділяючи головне в розділі або в темі (основні поняття, теореми, задачі тощо). Бажано наголосити студентам, що вміння виділяти головне є важливою складовою інтелекту і його слід обов'язково розвивати.

Дослідженнями вчених встановлено, що до виділення головного належать такі операції: виділення предмету думки (поняття, теореми, задачі) і мети дослідження; поділ навчального матеріалу на логічні частини та їх порівняння; відокремлення головного від другорядного (сортування матеріалу), знаходження основних понять, смислових опорних пунктів, групування матеріалу; виділення головної думки та знакове оформлення цього висновку у вигляді плану, опорного конспекту, алгоритму, схеми, конспекту тощо.

Студенти мають знати, що саме вважати головним у вивченні певної теми. Щоб виділяти головне, необхідно, щоб були відому критерії за якими його

виділяють в кожному виді навчального матеріалу з математики. Головними компонентами кожної теми вважаємо: вивчення певних відомостей про поняття (суттєві ознаки); опанування спеціальної системи дій (підведення під поняття, виділення необхідних і достатніх ознак для розпізнавання об'єкту); встановлення системи понять і їх родових відношень всередині системи, взаємозв'язок їх ознак.

Наприклад, домашнім завданням для студентів може бути самостійне опрацювання нової теми за підручником. Студенти мають визначити основну думку тексту, виписати формули та запам'ятати їх, скласти детальний план чи опорний конспект, виписати ключові слова тощо. Для цього необхідно прочитати весь текст вдумливо, відмічаючи олівцем ключові слова та словосполучення, формули тощо. Під час повторного читання тексту, коли весь його зміст буде уже відомий, список основних слів скоротиться у декілька разів. Серед своїх поміток у тексті необхідно обрати ті, що найбільш виражають суть написаного, основну думку тексту, його тему. Ключові слова, що залишаться і будуть «ядром» тексту. Допомогає виділяти головне складання заголовків, планів, опорних конспектів, тез, схем, таблиць, моделей тощо.

На практичному занятті можна використати різні форми перевірки якості вивченого самостійно навчального матеріалу:

- за складеним планом коротко переказати головне, сформулювати основні поняття і теореми;
- пояснення змісту ключових слів;
- демонстрація на конкретних прикладах, як використовуються нові формули до розв'язування задач;
- підготовка і демонстрація презентації з теми;
- написання математичних диктантів;
- самостійна робота тощо.

Як показує досвід, ефективним засобом мотивації студентів до здійснення операції «виділення головного» є: 1) використання інтерактивної технології «мікрофон»; 2) складання опорних конспектів. Пропонуємо приклад їх практичної реалізації.

1) Технологію «мікрофон» можна використати на будь-якому етапі заняття, але з метою перевірки якості самостійного вивчення теми доцільно запропонувати цю технологію на початку. Перше запитання з теми пропонує викладач і спрямовує «мікрофон» студенту, який виявив бажання відповісти. Якщо студент відповів правильно, то він має право сформулювати своє запитання і визначити студента, який буде відповідати.

2) Опорні конспекти можуть готувати всі студенти або окрема група студентів. На занятті їх можна подавати у вигляді комп'ютерної презентації, таблиці чи малювати на дошці. Роботу на занятті можна організувати, наприклад, так: один чи кілька студентів показують за допомогою мультимедійної дошки свій опорний конспект, а інші студенти за допомогою цього конспекту відтворюють навчальний матеріал.

Урізноманітнення форм організації практичних занять і перевірки якості засвоєння самостійно вивчених тем сприяє реалізації першої педагогічної умови – нарощування інтелектуальних умінь у процесі навчання. Суттєвою підтримкою реалізації цієї умови є продовження такої діяльності на лекційних заняттях.

План лекції викладач складає для себе і реалізує його безпосередньо на лекції:

- студент занотовує тему лекції, наприклад, «Матриці та дії над ними»;
- після цього студенти записують назву першого пункту лекції, наприклад: «1. Використання матриць в аграрній діяльності». Розкриваючи сутність цього пункту, викладач здійснює мотивацію студентів щодо вивчення теми лекції наводячи конкретні приклади використання на практиці тих понять (матриць), що будуть вивчатись на даній лекції. При цьому викладач пропонує студентам навести власні приклади використання тих чи інших математичних понять (моделей) у повсякденному житті та у професійній діяльності;
- після здійснення мотивації, а також актуалізації потрібних знань та умінь, студенти занотовують назву пункту 2 лекції. Наприклад, «2. Поняття матриці». Викладач розкриває сутність математичних фактів, пов'язаних з назвою пункту 2, підгрунття розуміння яких закладено у пункті 1;

- аналогічно до пункту 2 викладач розкриває сутність усіх інших пунктів лекції, окрім останнього;

- останній пункт кожної лекції має назву «Висновки та ключові слова». Саме у цьому пункті викладач, здійснюючи разом зі студентами огляд того, що зроблено на лекції, звертає увагу студентів на тому, які інтелектуальні уміння були задіяні на проведеній лекції, а також разом зі студентами виділяє найголовніші факти та їх назви – ключові слова та вже осмислено занотовують їх (Рис. 2.10).

Модуль I: Лінійна алгебра та аналітична геометрія

Лекція 1. Матриці та дії над ними

План

1. Використання матриць в аграрній діяльності.
2. Поняття матриці.
3. Дії над матрицями:
 - 3.1. Сума та різниця, множення матриці на число
 - 3.2. Добуток матриць, піднесення матриці до степеня.
 - 3.3. Транспонування матриць.
4. Висновки та ключові слова.

Лекція 1. Матриці та дії над ними
Ключові слова

I. Поняття матриці	II. Дії над матрицями
❖ Матриця	❖ Сума (різниця) матриць
❖ Види матриць	❖ Множення матриці на число
❖ Рядки	❖ Добуток матриць
❖ Стовпці	❖ Піднесення матриці до степеня
❖ Елементи матриці	❖ Транспонування матриць
❖ Діагональ матриці	
❖ Розмір матриці	

Рис. 2.10. Фрагмент презентації лекційного заняття

Під час вивчення нового матеріалу для розвитку уміння виділяти головне викладач може ставити такого типу питання: «Навіщо потрібні матриці у майбутній професійній діяльності?», «Яка, на вашу думку, основна ідея нової теми?», «Які положення лекції є головними, а які другорядними?», «Оформіть у зошиті опорний конспект даної лекції у вигляді таблиці (схеми, плану тощо)».

Для розвитку у студентів таких інтелектуальних умінь як аналіз, синтез і виділення головного доцільно використовувати метод проектів. У навчальних проектах із вищої математики переважно демонструється застосування математичних методів для розв'язування задач чи самостійного вивчення окремих тем.

Під час вивчення модуля «Аналітична геометрія» програмою передбачено самостійне ознайомлення студентів із поверхнями другого порядку (додаток 3). Щоб самостійне вивчення цієї теми було ефективнішим, ми запропонували студентам виконати навчальні проекти. Студенти поділялися на 3 групи і працювали за однією з визначених тем:

- «Циліндричні поверхні»;
- «Конічні поверхні»;
- «Поверхні обертання» (інші).

Під час роботи над проектами студентам доводиться знаходити джерела знань, орієнтуючись на критерії оцінювання, обирати засоби досягнення мети і визначати послідовність їх застосування, брати участь у колективному аналізі всіх виконаних проектів, з'ясувати причини успіху та невдач, на основі узагальнення виконаної роботи пропонувати можливі більш ефективні шляхи розв'язання даної проблеми. У процесі виконання навчальних проектів у студентів розвиваються уміння виділяти головне, аналізувати та синтезувати, формуються навички роботи з довідковою, спеціальною літературою. Виділяємо етапи навчально-проектної діяльності студентів.

1. Організація малих груп для співробітництва, розподілення ролей.
2. Обговорення в групах стратегії дослідження, джерел даних, способів оформлення результатів.
3. Самостійна дослідницька, пошукова робота студентів.
4. Поточні обговорення, дискусії, добір та опрацювання даних.
5. Оформлення результатів проектної діяльності.
6. Захист проекту, дискусія.
7. Самооцінка, зовнішня оцінка.

В одній із груп на захист проекту студенти підготували приклади використання різних поверхонь обертання в агрономії та ландшафтному дизайні (рис. 2.11).



АРОЧНІ ТЕПЛИЦІ

Переваги:

- завдяки циліндричній формі легше переносить ураганні вітри;
- витрати на матеріали на 40-50% нижчі, ніж на скатну конструкцію;
- краще утримує тепло.



Рис. 2.11. Фрагменти студентських презентацій на тему «Застосування поверхонь II порядку в сільському господарстві»

2.2.2. Порівняння.

Розглянемо розвиток уміння порівнювати через деталізацію етапів формування способів інтелектуальної діяльності. На першому етапі з метою діагностики наявного рівня інтелектуальних умінь студенти отримують завдання представлене нижче:

1. Визначити для кожного типу ґрунту дозу добрива для вирощування насіння з найвищими продуктивними властивостями.

Таблиця 2.3

Продуктивні властивості насіння залежно від типів ґрунту та доз добрив

Варіанти	Дерново-підзолисті ґрунти					Чорноземи				
	Урожайність, т/га	Польова схожість, %	Схожість, %	Сила росту, %	Маса 1000 шт., г	Урожайність, т/га	Польова схожість, %	Схожість, %	Сила росту, %	Маса 1000 шт., г
Контроль – без добрив	2,40	80	96	86	38,5	2,88	83	96	88	40,3
P ₆₀	2,64	81	97	87	39,3	3,34	84	98	89	40,7
N ₆₀ P ₆₀	2,60	81	97	87	39,3	3,55	83	97	90	40,9
N ₆₀ P ₆₀ K ₆₀	3,02	81	98	88	39,8	3,58	85	98	90	41,5
N ₆₀ P ₆₀ K ₆₀ +Вермистим	3,16	82	98	88	39,9	4,04	85	98	91	41,5
НІР ₀₅	0,17	0,7	1,1	0,9	0,26	0,24	1,3	0,6	0,8	0,29

Щоб виконати дане завдання студенти мають здійснити порівняння враховуючи дозу добрива за всіма показниками (урожайність, польова схожість, схожість, сила росту, маса).

Під час перевірки даної роботи необхідно з'ясувати скільки ознак відмінності і схожості встановлено, чи зроблено висновок із порівняння. Тобто, студенти повинні описати, що на обох типах ґрунтів найвищі показники має добриво N₆₀P₆₀K₆₀+Вермистим. На дерново-підзолистому ґрунті не на багато нижчі показники у N₆₀P₆₀K₆₀ (- 0,14; -1; 0; 0; -0,1). Для чорнозему добрива N₆₀P₆₀K₆₀ та N₆₀P₆₀K₆₀+Вермистим мають однакові показники польової схожості, схожості та маси насіння. Урожайність при внесенні даних добрив має різницю на 0,46 т/га. Найбільш ефективним є добриво N₆₀P₆₀K₆₀+Вермистим (чорнозем).

У процесі перевірки робіт студентів можна виділити рівні виконання порівняння, в залежності від повноти і характеру встановлення ознак:

- 1) опис розміщених у одному ряді об'єктів;
- 2) порівняння не за всіма подібними ознаками (вказують або тільки на подібність, або тільки на відмінність);

3) повне порівняння, тобто проведене за системою суттєвих ознак відмінності та подібності, вказано мету і висновок;

4) найвищий рівень порівняння, коли переноситься вміння порівнювати з даного навчального предмету на інші, тобто порівняння стає узагальненим прийомом інтелектуальної діяльності.

Вміння порівнювати залежить від рівня розвитку суб'єкта, від складності порівнюваних об'єктів та від характеру завдання.

Згідно етапів формування основних способів інтелектуальної діяльності (див. п. 2.1), слід мотивувати необхідність розвитку інтелектуальних умінь. Студентам пояснюється, що вміння порівнювати є важливим для успішного виконання професійних обов'язків. Варто наголосити на перевагах володіння даним прийомом та назвати перспективи його застосування у майбутній діяльності за фахом. Очевидно, що сформоване вміння сприяє системності мислення аграрія. Роль порівняння під час формування понять, узагальнень і систематизації знань є надзвичайно важливою. Уміння порівнювати допомагає поглиблювати і уточнювати досліджуваний матеріал, виробляє вміння синтезувати та класифікувати поняття, сприяє кращому запам'ятовуванню потрібних фактів.

Наступною сходинкою у розвитку інтелектуальних умінь є осмислення (рефлексія) суті прийому порівняння та правила користування цим вмінням.

Спочатку коротко описується суть вміння порівняння: зіставлення одного поняття з іншим для встановлення схожості або відмінності. Порівняння є основою усіх методів діяльності. Воно завжди має предмет, проводиться з певною метою та передбачає якусь послідовність дій. Предметами порівняння можуть бути математичні об'єкти, їх ознаки, властивості, результати дослідів тощо.

Студентам пропонується записати короткий план процедури порівняння:

1. Задати порівнювані об'єкти (це можуть бути різні частини одного об'єкту).
2. Задати або ні ознаки, за якими слід порівнювати дані об'єкти.
3. Виділити характерні властивості порівнюваних об'єктів.
4. Вирішити за якими ознаками (якщо вони не задані) слід порівняти дані об'єкти.
5. Виділити, чи можна порівнювати задані об'єкти за потрібними ознаками.
6. Якщо порівняння можливе, здійснити його і зафіксувати результати.
7. Проаналізувати результати порівняння і зробити висновки.

Бачимо, що процедуру порівняння включає у себе попередній аналіз порівнюваних об'єктів (пунктів 3-5).

Порівнюють лише однорідні об'єкти, що належать до одного класу та мають певну загальну основу. Спільне можна встановлювати тільки тоді, коли об'єкти щось відрізняє, а встановлювати відмінності, лише в тому випадку, коли вони мають дещо подібне. До того ж, нескладні об'єкти порівнювати значно простіше ніж ознаки, властивості тощо. Саме тому об'єкти порівняння необхідно ускладнювати поступово, починаючи з двох та збільшувати їх число.

Порівняння розрізняють за ступенем повноти (повне і часткове) та за способом здійснення (паралельне, послідовне і відстрочене) [150, с. 89]. У процесі повного порівняння необхідно встановити подібне та відмінне, а при частковому – або тільки подібне, або тільки відмінне. Часткове порівняння ефективне на етапах сприйняття й осмислення знань, дозволяє краще усвідомити особливе в досліджуваному матеріалі, зрозуміти його зв'язок із раніше засвоєними знаннями (завдання 6 даного розділу).

Паралельним є порівняння матеріалу, що вивчається синхронно, послідовно – це коли порівняння фактів, властивостей, ознак здійснюється одне за одним, хронологічно (парні та непарні функції, точки розриву, формули диференціювання тригонометричних функцій). Відстрочене – це порівняння об'єктів, що вивчаються на різних заняттях, значно віддалених за часом. Найбільш застосовуваним порівнянням на заняттях із вищої математики може бути послідовне (складання узагальнюючих таблиць, схем та порівняння об'єктів на їх основі). Наприклад, таблиці, що стосуються властивостей: координатного методу на площині і в просторі, властивостей і рівнянь прямих і площин, формул інтегрування та диференціювання тощо.

Етап «набуття досвіду використання умінь» полягає у виконанні найпростіших математичних завдань. Реалізація даного етапу має здійснюватися не лише на прикладі однієї теми. Спочатку викладач контролює процес виконання порівняння на заняттях, після чого разом зі студентами виправляються помилки та удосконалюються результати. Під час вивчення наступних тем майбутні аграрії мають виконувати його самостійно, використовуючи план.

На розвиток уміння порівнювати математичні об'єкти (або здійснювати аналіз, синтез і узагальнення) орієнтовані задачі з вибором відповіді, коли студентам пропонують вибрати із даних тверджень правильне твердження серед неправильних, неточних або неповних, або ж викреслити одне неправильне твердження.

2. Функція $f(x)$ визначена на всій числовій прямій. Якщо для будь-яких x_1, x_2 , що задовольняють умову $x_1 > x_2$, виконується нерівність $f(x_1) - f(x_2) < 0$, то функція $f(x)$ обов'язково: 1) зростає; 2) не зростає; 3) спадає; 4) не спадає.

У процесі організації навчальної діяльності студентів, а також під час контролю її результатів навчання використовувати завдання, де необхідно вибрати правильні відповіді (тестові завдання). У процесі розв'язування таких завдань, студентам необхідно вміти аналізувати математичні об'єкти та порівнювати їх. Продемонструємо зазначені типи тестових завдань (приклад 3-5).

3. Виберіть рівняння, що задає площину паралельну осі Oz:

- | | |
|---------------------------|----------------------|
| а) $2x - 3y + z + 1 = 0;$ | д) $y + 2z + 5 = 0;$ |
| б) $x + 2y - 6 = 0;$ | е) $x - 1 = 0;$ |
| в) $x + 3y = 0;$ | ж) $2y + 7 = 0.$ |
| г) $x - z - 1 = 0;$ | |

4. У просторі маємо відрізок, що з'єднує дві точки з аплікатами різних знаків. Тоді цей відрізок обов'язково перетинає...

Варіанти відповідей: 1) площину Oxy ; 2) площину Oxz ; 3) площину Oyz ; 4) вісь аплікат.

Порівнюючи запропоновані відповіді, студент виділяє істотні ознаки математичних об'єктів (виконує аналіз) та на їх основі, виконавши порівняння, обирає правильну відповідь.

5. Знайти області визначення даних функцій і порівняти їх за відношенням включення.

- | | | | |
|-------------------------------|------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 1) $y = \frac{x^2 - 1}{x};$ | 2) $y = \sqrt{x + 2};$ | 3) $y = \frac{x - 1}{x^2};$ | 4) $y = x^2(4 - x)^2;$ |
| 5) $y = \frac{x}{(x - 2)^2};$ | 6) $y = 1 + x - x^3;$ | 7) $y = \frac{4x^2 - x}{x + 2};$ | 8) $y = \frac{1}{\sqrt{x + 2}}.$ |

Студенти знаходять область визначення кожної з заданих функцій, потім аналізують і порівнюють кожен з них. Відповідь: $D_1(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; $D_2(y) = [-2; +\infty)$; $D_3(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, $D_4(y) = (-\infty; +\infty)$, $D_5(y) = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$, $D_6(y) = (-\infty; +\infty)$, $D_7(y) = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$, $D_8(y) = (-2; +\infty)$.

Тому $D_1(y) = D_3(y)$, $D_4(y) = D_6(y) \supset D_i(y) \quad i = 1, 2, \dots, 8$;

$D_2(y) \supset D_8(y)$, $D_7(y) \supset D_8(y)$.

Застосування прийому порівняння на заняттях, під час усних відповідей, самостійних робіт, у процесі розв'язування задач, у доповідях та проектах є наступним етапом формування способів інтелектуальної діяльності (застосування інтелектуальних умінь до розв'язування математичних задач різних видів і рівнів складності).

Виділимо такі типові дидактичні ситуації, що вимагають постановки завдання чи задачі на порівняння:

1. З метою з'ясування спільного у об'єктах, поняттях тощо.
2. Повне порівняння, тобто встановлення схожого та відмінного.
3. Порівняння з метою встановлення основного в означенні, властивостях тощо.
4. Порівняння, у процесі якого студенти встановлюють причинно-наслідкові зв'язки між явищами.
5. Порівняння з метою прогнозування.
6. Порівняння, в результаті якого студенти конкретизують загальні уявлення і знання про об'єкт.

Оскільки на даному етапі розвитку інтелектуальних умінь майбутніх аграріїв передбачається ускладнення вправ та задач, то пропонуємо наступні завдання на виконання порівняння:

6. Вказати, які із запропонованих матриць рівні між собою:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & -1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix};$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -11 & 4 & 5 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -8 & 9 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \quad K = \begin{pmatrix} -4 & 8 & 0 \\ -12 & -20 & 12 \\ -8 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Для виконання даного завдання студенти повинні порівняти відповідні елементи матриці. Виділивши рівні матриці ($A = C$), студенти дають відповідь, що серед заданих матриць більше не має рівних.

З даним масивом матриць (завдання 6) продовжується робота за наступним планом. Викладач пропонує студентам дати відповідь на такі запитання:

1. Яка матриця називається транспонованою?
2. Знайдіть матрицю A^T .
3. Яку матрицю називають сумою матриць?
4. Виберіть із заданих матриць дві, сума яких буде дорівнювати матриці F .
5. Як помножити число на матрицю?
6. Порівняйте матриці K та A .

Відповідаючи на запитання, студенти роблять висновок, що $A^T = B$; $A + D = F$; $K = -4 \cdot A$.

Складність виконання завдання полягає в тому, що студенти мають здійснити «прогноз», тобто передбачити які дії необхідно виконати над матрицями, щоб одержати матрицю рівну даній, а лише потім виконати порівняння.

На нашу думку, на даному етапі формування способів інтелектуальної діяльності для ефективного розвитку у студентів уміння порівнювати доцільно використовувати метод контрольних запитань. Сутність його застосування полягає в тому, що студент у процесі виконання завдання відповідають на контрольні питання за списком. Розглядаючи дану задачу і паралельно відповідаючи на запитання, студент може «наштовхнутися» на варіант її розв'язання. Для деяких завдань це можуть бути певні методичні рекомендації.

Метод контрольних запитань доцільно застосовувати для збирання додаткових відомостей в умовах проблемної ситуації чи упорядкування вже наявних даних у самому процесі розв'язування творчої задачі. Контрольні запитання є додатковим стимулом, оскільки вони формують нові стратегії і тактики для розв'язування творчої задачі. Саме тому даний метод може використовуватись і у процесі розвитку інших інтелектуальних умінь.

7. Оберіть із перелічених функцій зайву. Відповідь поясніть.

1) $y = x^2 - x^4$; 2) $y = \cos x$;

3) $y = \frac{1}{|x|}$; 4) $y = x^3$

5) $y = \sqrt{-(|x| - 4)}$ 6) $y = \frac{1}{3}x^2$

7) $y = |x|$; 8) $y = x^2 - 4$.

На відміну від попереднього завдання, в даному прикладі студенти мають виконати порівняння за відмінністю. Викладач для початку пропонує студентам сформулювати властивості кожної з функцій. Якщо вони після цього не можуть знайти «зайву» серед зазначених, то викладач ставить запитання: «Яка функція називається парною?», «Дослідити кожну задану функцію на парність». Після цього студенти помічають, що всі функції крім 4-ї ($y = x^3$ – непарною) є парними.

Останнім етапом розвитку порівняння є узагальнення, автоматизація та перенесення набутих інтелектуальних умінь під час вивчення інших навчальних дисциплін, здійснення пізнавальної та імітація фахової діяльності. Самостійне перенесення будь-якого інтелектуального уміння з однієї дисципліни на іншу свідчить про найвищий рівень його розвитку.

У процесі розвитку уміння порівнювати необхідно враховувати запити, інтереси, прагнення та обрану спеціальність студентів. Одним із способів виховання стійкого інтересу до вивчення математики є використання таких питань і завдань, розв'язування яких вимагає від студентів активної пошукової діяльності та містить реальні дані, пов'язані з майбутньою професією.

Враховуючи професійні особливості діяльності аграрія та необхідність розвитку їх інтелектуальних умінь, а саме в даному випадку уміння порівнювати, студентам варто виконувати завдання такого типу:

8. У таблицях 2.4 та 2.5 наведено структурний аналіз урожаю бульб картоплі залежно від систем удобрення, біологічних і хімічних препаратів та урожайність картоплі залежно від способу обробки бульб біологічними препаратами та протруйником за 2014 та 2015 роки. На основі даних визначити який варіант удобрення найефективніший.

Таблиця 2.4

Аналіз урожаю бульб картоплі залежно від систем удобрення

№ з/п	Варіант	Структурний аналіз урожаю бульб картоплі, % до загальної кількості					
		Менше 30 мм		30 – 60 мм		Понад 60 мм	
		за кількістю	за масою	за кількістю	за масою	за кількістю	за масою
1.	Без добрив – контроль	30,5	7,2	57,4	68,7	12,1	24,1
2.	Поліміксобактерин	28,8	7,0	58,5	65,6	12,8	27,4
3.	Біогран	25,4	5,9	61,1	63,6	13,5	30,5
4.	Максим КС	30,2	7,2	57,5	68,1	12,3	24,7
5.	N ₉₀ P ₆₀ K ₁₂₀ – фон	15,7	3,7	66,9	58,4	17,4	37,9
6.	Фон + Поліміксобактерин	15,3	3,5	66,6	56,8	18,1	39,7
7.	Фон + Біогран	14,7	3,2	66,7	54,7	18,6	42,1
8.	Фон + Максим КС	15,5	3,7	67,0	58,4	17,5	37,9

Для виконання даного завдання студенти вдома ознайомлюються з кожним із варіантів удобрення із запропонованих викладачем джерел та оформлюють свої результати дослідження у вигляді доповіді. Для наочного зображення результатів досліду (середня урожайність за два роки) та порівняння студентам необхідно побудувати графіки (рис. 2.12), використовуючи дані таблиці 2.5 (результати експериментальних даних дослідної лабораторії).

Таблиця 2.5

Урожайність картоплі залежно від обробки бульб біологічними препаратами та протруйником

№ з/п	Варіант	Урожайність, т/га		Середнє т/га
		2014 р.	2015 р.	
1.	Без добрив – контроль	18,4	10,0	14,2
2.	Поліміксобактерин	20,2	12,0	16,1
3.	«Біогран»	21,1	12,4	16,8
4.	«Максим КС»	18,7	14,0	16,4
5.	N ₉₀ P ₆₀ K ₁₂₀ – фон	25,7	22,0	23,9
6.	Фон + Поліміксобактерин	26,6	24,6	25,6
7.	Фон + Біогран	27,0	25,0	26,6
8.	Фон + Максим КС	25,6	26,0	25,8

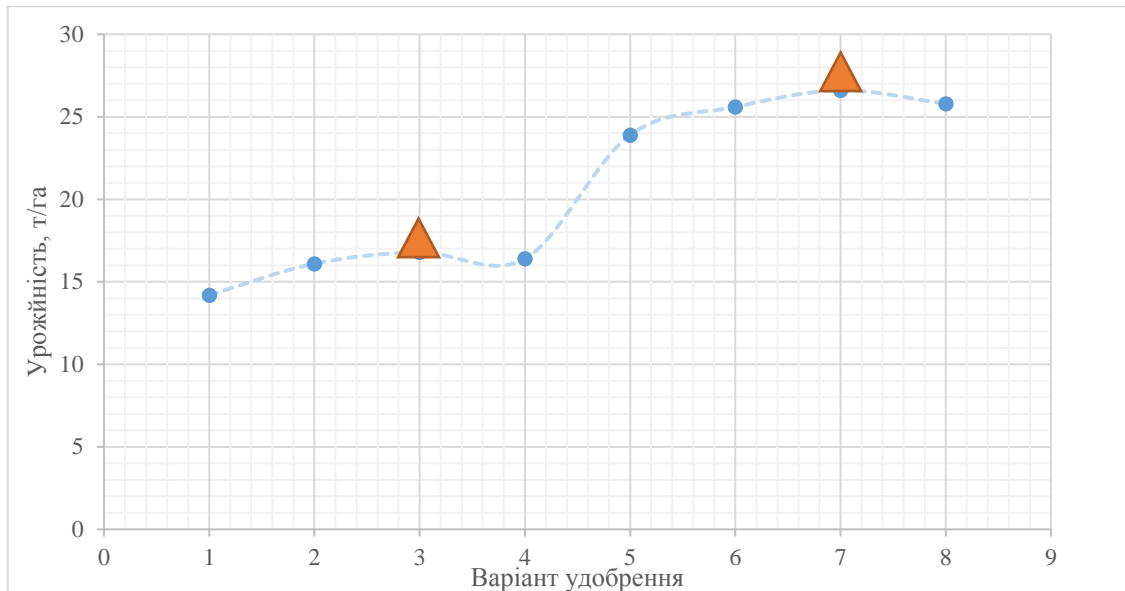


Рис. 2.12. Графік урожайності бульб картоплі

Студенти здійснювали порівняння окремо для 1-4 варіантів та 5-8. Найвищі показники по умовно виділених групах позначено на графіку. У кожній з груп найвищі показники при удобренні «Біограном» та $N_{90}P_{60}K_{120}$ + Біогран. Структурний аналіз урожаю бульб картоплі також має найвищі показники при удобренні даними препаратами.

Перед проходженням практики на виробництві студентам-агрономам було дано наступне завдання: скласти порівняльні таблиці за результатами дослідів. Колективно студенти склали таку таблицю (табл. 2.6).

Таблиця 2.6

Продуктивність культур за різних систем удобрення

№	Варіант удобрення	Пшениця яра			Люпин вузьколистий		
		Урожайність, т/га	%	Вміст білка, %	Урожайність, т/га	%	Вміст білка, %
1.	Контроль – без добрив	1,60	100	14,0	1,58	100	36,0
2.	Мінеральна система удобрення (NPK)	2,30	144	14,5	1,58	100	41,0
3.	Сидерат-люпин вузьколистий	1,88	118	14,2	1,70	108	41,0
4.	Сидерат + NPK	2,05	128	14,8	2,00	127	42,0
5.	Гній, 10 т/га	2,10	131	14,0	2,14	135	42,2
6.	Гній + NPK	2,20	138	15,0	2,20	139	40,0
7.	Сидерат+ гній+ NPK	2,20	138	15,0	2,26	143	40,6
8.	Гній, 20 т/га	2,40	150	14,8	2,40	152	40,8

Отже, під час навчання порівняння може використовуватись у процесі сприймання нового матеріалу, осмислення, систематизації й узагальнення, для застосуванні в різних умовах. Але його роль та функції завжди будуть однаковими. Сформульоване порівняння у вигляді логічного або проблемного завдання у процесі сприйняття нового матеріалу, допоможе привернути увагу студентів до основного, тим самим сприяючи розвитку уміння виділяти головне. Порівняння на етапі осмислення знань допомагає встановленню зв'язків із практикою. Воно пов'язане з багатьма інтелектуальними уміннями, а особливо з умінням виділення головного. Тому, коли студенти опанували уміння виділяти головне – уміння порівнювати розвивається значно швидше та на більш високому рівні. Сформувавши прийом порівняння, можна приступати до розвитку уміння узагальнювати, крім того будь-яке порівняння має завершуватись узагальненням. Використання прийому порівняння сприяє досягненню позитивних результатів у навчанні та інтелектуальному розвитку. Для його застосування є значні можливості, а саме: наявність технічних засобів навчання, комп'ютерів, спеціального програмного забезпечення тощо.

Цілі порівняння в навчальному процесі можуть бути різними: узагальнення та систематизація знань, виділення в них головного, істотного, пошук спільних ознак під час формування понять; встановлення аналогій у навчальному матеріалі; визначення закономірностей індуктивним шляхом; формулювання гіпотез, встановлення міжпредметних зв'язків у навчальному матеріалі і в способах його вивчення; запобігання помилок за аналогією і висунення правдоподібних гіпотез за аналогією; побудова системи аналогів даного об'єкта; уникнення заміни істотних властивостей поняття несуттєвими властивостями; виділення істотного і несуттєвого в умові завдання, узагальнення її структури та усвідомлення меж варіації її умови усередині даного типу завдань. Порівняння є одним із раціональних прийомів опанування навчального матеріалу і здобуття знань, умінь та навичок. Без порівняння неможливий процес перенесення способу розв'язування однієї задачі на аналогічну.

2.2.3. Означення і пояснення понять.

Процес навчання вищої математики завжди пов'язаний із формуванням та засвоєнням значної кількості понять.

Поняття – це така форма думки, в якій відображаються істотні відмінності властивостей предметів і відношень між ними. Поняття має зміст і обсяг, де зміст – це сукупність властивостей і відношень між реальними предметами, а обсяг – множина (клас) предметів, кожен з яких має ознаки даного поняття [150, с. 78].

Під означенням поняття розуміють логічну операцію, за допомогою якої розкривається зміст поняття. Визначити поняття означає відповісти на питання: «Що це таке?». Для того, щоб вчити студентів означати та пояснювати поняття спочатку необхідно перевірити їхній рівень володіння даним умінням. Для цього можна запропонувати їм дати означення декількох математичних понять, відомих із курсу математики середньої школи. Ця робота буде корисною тим, що покаже майбутнім аграріям важливість і складність формулювання означення простих, на перший погляд, понять. Студентам пропонується заповнити наступну таблицю (табл. 2.7), де за вибором викладача має бути пропущеною одна з клітинок.

Таблиця 2.7

Означення математичних понять

Означуване поняття	Поняття, що визначає	
	Найближчий рід	Видова відмінність
Вектор	<i>відрізок</i>	<i>напрявлений</i>
Функція	<i>функціональна відповідність</i>	<i>між множинами a та b</i>
Числова послідовність	<i>функція</i>	<i>задана на множині натуральних чисел</i>
Лінійне диференціальне рівняння першого порядку	<i>диференціальне рівняння першого порядку</i>	<i>лінійне відносно шуканої функції та її похідної</i>

Виконання завдання, умова якого представлена у таблиці (табл. 2.7), можна реалізувати з використанням прийому «мікрофон». Викладач надає можливість кожному сказати швидко, по черзі, властивість, назву поняття, видову відмінність у формі відповідей на запитання або висловлювання власної думки чи позиції.

Мотивуючи необхідність розвитку уміння означати та пояснювати поняття, студентам варто пояснити, що процес навчання завжди пов'язаний із формуванням та засвоєнням багатьох понять. Психолог Л. С. Виготський зауважував, що думка готова, коли готове поняття. Чіткість думки виражається в чітких означеннях [46].

Для того, щоб дати означення конкретному поняттю слід знайти ознаки, що дають змогу співвіднести його з більш широким, із тим, яке є для нього родовим. Вказавши рід, необхідно додати до нього видову відмінність, що відрізняє дане поняття від всіх інших видових понять даного роду.

Із метою навчання студентів означати і пояснювати поняття пропонуємо використовувати на заняттях метод «проб і помилок». Його суть полягає в перегляді та аналізі ідей, які повинні забезпечити досконалість техніки та технології, містить у собі тестування ситуації, виявлення причин виникнення проблем і прийняття коригувальних дій, але він не задовольняє теперішній темп розвитку науково технічного прогресу. Метод «проб і помилок» полягає в тому, що студент, зустрічаючи проблему, шукає її розв'язання, перебираючи різноманітні варіанти, порівнює їх, відшукує відповідь, помиляється, знаходить або не знаходить правильне означення. У даному випадку проявляється інтуїція і спостережливість, уміння використовувати аналогію.

Логічне означення понять через рід та видову відмінність є обов'язковою умовою будь-якого наукового судження. Але в процесі навчання воно не завжди може передувати формуванню поняття. Іноді означення математичних об'єктів досить складне для студентів. У такому випадку можна звернутись до опису даного об'єкту через перерахування його суттєвих ознак. У деяких випадках таким чином викладач готує студентів до сприйняття повного логічного означення.

Студентам варто пояснити на прикладах найбільш поширені види означень та алгоритм їх утворення:

- аксіоматичне означення (пряма, точка, площина);
- означення через рід та видову ознаку (чотирикутник, паралелограм);
- генетичне (конструктивне) означення (бісектриса, медіана, конус);
- операційні (визначник матриці).

У методичній літературі розглядають наступні підходи до введення математичних понять: конкретно-індуктивний (від прикладів до означення), абстрактно-дедуктивний (від означення до прикладів), практичний і дослідницький.

Конкретно-індуктивний підхід до введення математичних понять сприяє розвитку індуктивного мислення майбутніх фахівців. Нове поняття вводиться на основі знань та життєвого досвіду студентів, що саме по собі припускає їх активну участь у роботі.

У такий спосіб, наприклад, доцільно вводити поняття «похідна». Спочатку розглядаються конкретні задачі, зокрема задачі про дотичну і швидкість, а потім дається означення похідної. Оскільки цей матеріал для студентів у певному обсязі знайомий зі старшої школи, то введення поняття «похідна» у такий спосіб активізує навчально-пізнавальну діяльність, спонукає їх до повторення та систематизації знань.

Конкретно-індуктивний підхід можна використати під час введення понять «рівняння прямої», «рівняння кола», «парабола», «гіпербола», «функція», «екстремуми функції», «найбільше і найменше значення функції», «система рівнянь» тощо.

Абстрактно-дедуктивний підхід можна використовувати під час введення будь-якого поняття. Вважається, що він розвиває теоретичне мислення. Даний підхід зазвичай застосовується, коли означення нового об'єкта нескладне за структурою, а сам об'єкт уже відомий студентам (матриця, визначник, асимптота).

Практичний (діяльнісний) підхід сприяє розумінню студентами методу наукового пізнання дійсності, навчає основам класифікації та передбачає їх активну участь у пізнавальній діяльності. Сутність даного підходу полягає в тому, що, взявши за основу деяку властивість (або декілька властивостей) математичного об'єкта як основу класифікації, студенти під керівництвом викладача проводять класифікацію математичних об'єктів. У результаті такої навчально-пізнавальної діяльності одному з одержаних класів присвоюється

деяка назва і дається означення об'єктів даного класу, тобто починається формування нового поняття [122], [122].

Наприклад, вивчаючи властивості функцій, студентам пропонується розглянути графіки 5–6 функцій і визначити, за якою ознакою їх можна згрупувати у кілька груп. Студенти помічають (або викладач підказує), що деякі графіки симетричні відносно осі Oy , а деякі – відносно початку координат. Пропонується їх віднести до двох різних груп. Виникає запитання, до якої групи віднести функції, для яких не виявлено властивості симетричності. Поступає пропозиція від студентів (або викладача) створити ще одну групу. Після цього аналізуються властивості кожної групи функцій. Студенти мають зрозуміти, що стосовно відношення парності існує 3 види функцій (парні, непарні та функції загального виду) та використовувати цей факт під час розв'язування задач.

Аналогічну діяльність доцільно проводити під час вивчення точок розриву функції. У цьому випадку слід наголосити студентам, що точки розриву першого роду можна розподілити на усувні та неусувні.

Дослідницький підхід спрямований на формування означення, як системи взаємопов'язаних логічно впорядкованих суджень. При цьому можна організувати пізнавальну діяльність таким чином, щоб відтворити процес пошуку вченого, спрямований на вивчення нового об'єкту й утворення поняття. Дослідницький підхід вимагає організації спільної діяльності викладача та студентів і складається з наступних етапів:

- постановка мети діяльності;
- емпіричне вивчення нового математичного об'єкта, пошук його властивостей;
- формулювання знайдених властивостей у вигляді гіпотез;
- введення нового терміну, означення математичного об'єкта;
- перевірка істинності висловлених припущень шляхом відшукування їх доказів;
- пошук ознак досліджуваного об'єкта (розгляд зворотних тверджень);
- уточнення логічних зв'язків між судженнями, схематизація змісту нового поняття, засвоєння цього змісту;

- навчання застосуванню нового поняття в діяльності: розв'язування опорних завдань, виділення загальних прийомів діяльності, що сприяють застосуванню поняття (наприклад: відшукування евристик);

- застосування поняття в нестандартних ситуаціях [133].

Схематично розглянемо основні етапи опанування математичних понять:

1. Підготовчий (пропедевтичний). На даному етапі повторюються опорні поняття та правила.

2. Мотиваційний етап. Необхідно зацікавити студентів новим поняттям, показати його значимість для майбутньої професійної діяльності.

3. Орієнтувальний етап. Вводиться саме поняття та виділяються його суттєві ознаки. Наводиться декілька прикладів (суттєві ознаки у наявності, відмінності в несуттєвих ознаках) та контрприкладів (невиконання частини суттєвих ознак за умови, можливо, більшого співпадання суттєвих ознак) формується навичка підведення під поняття. Далі відпрацьовується виведення наслідків із поняття. Таким чином, у студентів формуються навички виділяти дане поняття з множини інших.

Процес підведення під поняття полягає у перевірці наявності у об'єкта певної системи ознак або властивостей і на цій основі робляться висновки про його належність (або неналежність) даному поняттю.

До процесу підведення під поняття належать такі дії:

- обрати певне означення (або загальну необхідну і достатню умови);
- проаналізувати вибране означення та виділити в ньому всі ознаки поняття;
- виявити, як пов'язані між собою ці ознаки. Якщо вони пов'язані сполучником «і» послідовно перевірити наявність у даного об'єкта всіх ознак та зробити висновок про належність до даного поняття (або неналежність якщо не виконується хоча б одна з ознак). Якщо деякі ознаки пов'язані сполучником «або», то достатньо виокремити хоча б одну ознаку для означення належності об'єкта до даного поняття.

Опанувавши прийом виконання виведення наслідків з даного поняття, студенти навчаються ефективно оперувати поняттям. До дії виведення наслідків

із поняття належать такі етапи: виділити основні поняття в умові та у вимогах задачі (теореми); дати означення цих понять (якщо вони є); пригадати властивості понять, що доводяться; продумати, які властивості понять можна назвати додатково, на основі їх зв'язку з іншими поняттями.

4. Закріплення понять і їх означень (розв'язування задач на застосування поняття). На цьому етапі відпрацьовуються навички використання поняття, що вводилось, у процесі розв'язування завдань.

На лекції «Визначники. Мінори. Алгебраїчні доповнення» викладач має ввести три відповідних нових поняття.

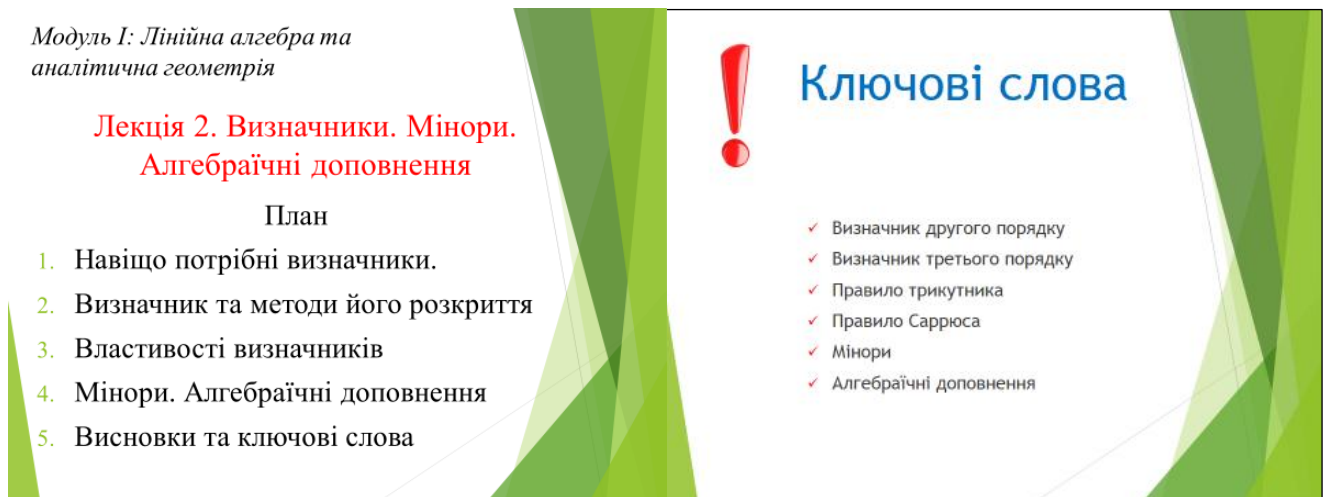


Рис. 2.13. Фрагмент презентації лекції

Усього у цій темі є три нові поняття: визначник матриці, мінор, алгебраїчне доповнення (рис. 2.13).

1. Підготовчий (пропедевтичний) етап. Повторення опорних понять: число та матриця (множини натуральних, цілих, раціональних, ірраціональних та дійсних чисел).

2. Мотиваційний етап. Доцільним є розгляд прикладу, що відображає специфіку професійної діяльності аграрія. Зокрема, у агрономії використовують метод «латинського квадрату» для планування розміщення дослідних ділянок. Суть методу: розмістити дослідні ділянки, щоб у кожному рядку і кожному стовпчику були всі варіанти відповідно до схеми дослідження і жоден із них не повторювався [146]. Тобто, необхідно скласти матриці четвертого та п'ятого порядків (рис. 2.14).

3	1	2	4
1	2	4	3
2	4	3	1
4	3	1	2

3	5	1	4	2
4	1	2	5	3
2	4	5	3	1
1	3	4	2	5
5	2	3	1	4

чотири варіанти

п'ять варіантів

Рис. 2.14. Розміщення дослідних ділянок в агрономії методом «латинського квадрату»

Наступним прикладом застосування поняття матриці в агрономії може бути є повна схема багатофакторного дослідження (матриця ПФД 2^2 , 2^3 , 2^4) [146], з яким студенти ознайомляться в процесі вивчення навчальної дисципліни «Основи наукових досліджень в агрономії».

У процесі роботи землевпорядника досить часто доводиться знаходити площі земельних ділянок різної конфігурації за результатами вимірювань ліній, кутів та координат на місцевості використовуючи формули, що вивчаються в курсі вищої математики. У процесі визначенні площ ділянок для обліку таких, що зайняті під будівлями, садами, орними землями під посіви, ділянки розмічають на прості геометричні фігури, в основному трикутники, прямокутники, рідше трапеції, і площі ділянок отримують як суми площ окремих фігур, що обчислені за лінійними елементами. Одним із способів обчислення площі земельної ділянки за відомими координатами вершин є застосування векторного добутку векторів, для знаходження якого необхідно вміти обчислювати визначники.

3. Орієнтувальний етап. Поняття визначника вводиться абстрактно-дедуктивним методом, наприклад: варто наголосити, що матриця – це таблиця, а визначник – число. Тут студенти знайомляться з методами обчислення та властивостями визначника.

На нашу думку, на даному етапі та в процесі подальшої роботи над розвитком уміння означати і пояснювати поняття, доцільні такі види діяльності студентів:

1. Проаналізувати структуру наведених викладачем означень та вказати чи правильні вони. Якщо деякі неправильні – виправити помилку.

2. Зобразити на основі спостережень даний об'єкт (або подібний заданому). Наприклад, самостійно придумати визначник другого або третього порядку та обчислити їх. Цінність такого дидактичного прийому в узагальненні знань, їх систематизації, «ущільненні» – необхідних умовах системності мислення.

3. Виділити серед представлених викладачем математичних об'єктів один, дати його означення та характеристику. Наприклад, вибрати з декількох визначників різної розмірності визначник третього порядку та обчислити його різними способами тощо.

4. Закріпити поняття та їх означення у процесі подальших практичних занять, наприклад, за питаннями: «Як називається цей об'єкт?», «За якою формулою можна знайти...», «Скільки способів ... Ви знаєте?» тощо. В практичних діях відбувається осмислення, закріплення, узагальнення знань про об'єкт, що в результаті сприяє кращому засвоєнню означення поняття.

5. Виконати вправи на відшукування відповідності поняття та його означення. Даний прийом можна реалізувати підготувавши заздалегідь таблицю, де пронумеровані поняття (1, 2, 3...) та означення (а, б, в,...). Студенти повинні у зошитах записати пари: цифри та відповідні літери, щоб поняттю відповідало його означення.

6. Одним з ефективних дидактичних прийомів у процесі роботи над означенням понять є «прийом доведення до абсурду». Цього суть полягає у наступному: викладач тимчасово приймає помилкове означення поняття, що пропонує студент, логічно розвиває його та доводить до помилкового твердження. Стає очевидним, що запропоноване означення поняття неправильне, після чого студент самостійно виправляє свою помилку. Наприклад, студент говорить, що матриці A та B називають рівними між собою, якщо вони мають однакові розміри та елементи. Викладач записує дві матриці, що мають однакові невідповідні елементи і запитує чи рівні матриці. Студент тоді додає ще одну видову ознаку – «...що знаходять на однакових місцях». Користуючись даним прийомом, можна також допомогти студентам самостійно виправити помилки у визначенні понять, причому таким чином самі означення запам'ятаються значно краще.

4. Закріплення понять і їх означень (розв'язування задач на застосування поняття). Психолого-педагогічними дослідженнями встановлено, що практичні дії тонізують діяльність кори головного мозку, створюючи сприятливі умови для пізнання. Практичні дії, що супроводжуються словесним звітом, є ефективним способом закріплення понять і термінів.

Враховуючи той факт, що математичні вправи є основним засобом опанування понять, зіставимо у вигляді таблиці (табл. 2.8) кожен етап формування поняття і представимо відповідні кожному з них види вправ :

Таблиця 2.8

Види вправ, що відповідають етапам формування математичних понять

Етапи формування математичних понять		Вправи та задачі:
<i>Пропедевтичний етап</i>		на застосування вивчених понять, теорем, формул тощо;
<i>Мотиваційний</i>		на побудову об'єктів, що мають вказані властивості;
<i>Орієнтувальний етап</i>	<i>Виділення ознак поняття</i>	з моделями фігур; на розпізнавання об'єктів, що належать до даного поняття; на виділення наслідків з означення поняття; на доповнення умов (розпізнавання та виведення наслідків);
	<i>Засвоєння логічної структури означення</i>	
<i>Закріплення понять і їх визначень</i>		на застосування поняття в різноманітних ситуаціях; на систематизацію понять.

2.3. Здійснення студентами інтелектуальної діяльності в умовах трансформації знань, умінь і навичок

2.3.1. Узагальнення, класифікація і систематизація.

Як уже зазначалось у пункті 1.4, узагальнення і систематизація – це вміння, які передбачають уявне об'єднання предметів, що мають загальні властивості. Без здатності людського розуму до узагальнення опанувати великий обсяг знань було б не можливо.

К. Д. Ушинський зауважував, що «тільки система, звичайно, розумна, яка виходить з самої суті предметів, дає нам владу над нашими знаннями». Він не тільки вимагав застосовувати принцип систематичності в процесі навчання, але й надавав великого значення виробленню умінь самостійно узагальнювати і систематизувати набуті знання [226]. У сучасних умовах господарювання та постійного збільшення обсягу різноманітних даних узагальнювати та систематизувати власні знання є обов'язковим умінням для аграрія.

У математиці послідовне здійснення систематизації є необхідною умовою формування узагальнених знань. Це пояснюється тим фактом, що коли у процесі вивчення теми або розділу хоча б один «ланцюг» випадає, то стають незрозумілими і наступні поняття, теореми, методи тощо. Узагальнення є надзвичайно важливим у процесі навчання, оскільки на його основі студенти засвоюють наукові поняття, вчаться визначати їх загальні й істотні ознаки.

Математичне узагальнення часто полягає у тому, що серед усіх властивостей різних об'єктів, об'єднаних цими властивостями у певні класи, знаходять ті, які не є необхідними для належності об'єкта до даного класу і, або відкидають їх (називають неістотними), або замінюють більш необхідними чи навіть необхідними. Отже, істотна властивість (умова) об'єкта – це та, яку не можна просто відкинути, залишивши належність цього об'єкта до даного класу, проте вона не завжди є необхідною для належності об'єкта до даного класу [129, с. 259].

Суть узагальнення полягає у виокремленні загальних властивостей, ознак, у формулюванні понять, основних ідей предмета, що вивчається. Узагальнення передбачає уміння аналізувати, виділяти головне та порівнювати. Саме тому на практиці необхідно спочатку засвоїти такі уміння як аналіз і синтез, виділення головного, означення і пояснення поняття, а вже потім узагальнення.

Для курсу вищої математики характерною особливістю є те, що багато понять не вводяться відразу в повному обсязі, а розширюються і збагачуються послідовно. Так, наприклад, випускники школи знають лише про дійсні числа, а вже в університеті знайомляться з множиною комплексних чисел.

Розглянемо розвиток уміння узагальнення на прикладі теми «Комплексні числа».

Узагальнювати можна різноманітні поняття і твердження. На етапі діагностики наявного рівня сформованості уміння узагальнення пропонуємо студентам наступні завдання.

1. Назвати відомі числові множини, вказати кілька елементів, що їм належать і схематично зобразити їх у порядку розширення.

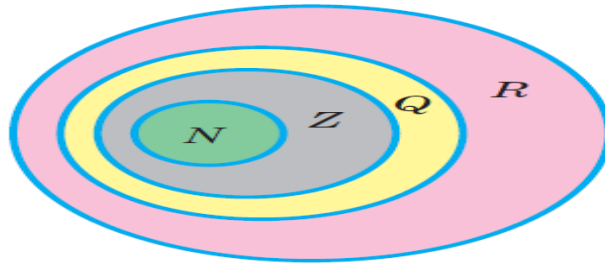


Рис. 2.15. Розширення числових множин

Очікувана відповідь:

$$N = \{ 1, 2, 3, \dots \}; N_- = \{ -n: n \in N \}; N_0 = N \cup \{0\}; Z = N_- \cup \{0\} \cup N;$$

$$Q = \left\{ \frac{m}{n}: m \in Z, n \in N \right\}; R = \{ \pm a_0, a_1, a_2, \dots: a_0 \in N_0, a_i \in \overline{0,9}, \forall i \}$$

2. Встановіть, до якої з числових множин (1 - 5) належить кожне з чисел (а - л):

Множина	Число
1. N	а) -1;
2. Z	б) 3,(3);
3. Q	в) $\frac{1}{\sqrt{2}}$;
4. I	г) $3 - \sqrt[4]{5}$;
5. R	д) 0,1;
	е) $\frac{\pi}{3}$;
	ж) 11;
	з) $\sqrt{3}$;
	и) e ;
	к) $-\frac{7}{1+\sqrt[3]{6}}$;
	л) 103.

Відповідь може бути подана у такому вигляді:

$$-1 \in Z; -1 \in Q; -1 \in R;$$

$$3,(3) \in Q; 3,(3) \in R;$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \in I; \frac{1}{\sqrt{2}} \in R;$$

$$103 \in N; 103 \in Z; 103 \in Q; 103 \in R \text{ тощо.}$$

Під час розв'язування такого типу завдань студенти аналізують кожне із заданих чисел, встановлюють їх характеристичні ознаки, порівнюють із числами, що за означенням належать до тієї чи іншої множини. Щоб правильно виконати завдання студенти мають виділити головну ознаку, за якою задане число можна віднести до тієї чи іншої множини.

Перед введенням поняття комплексного числа студентам доцільно показати, наприклад, навіщо і як узагальнюється поняття цілого числа і утворюється множина раціональних чисел, ширша за множину цілих чисел.

Кожне ціле число можна записати у вигляді дроби зі знаменником 1, тобто кожне ціле число z можна записати у вигляді дроби $z = \frac{m}{n}$, де $m = z$, а $n = 1$. Тоді, використовуючи означення раціонального числа, множину цілих чисел можна розглядати як підмножину множини раціональних чисел.

Суть інтелектуального уміння можна розкрити студентам так: узагальнити означає в думках виділити та об'єднати загальні ознаки об'єктів. Варто наголосити, що поняття комплексного числа є узагальненням поняття дійсного числа. Після цього необхідно надати студентам орієнтовний план узагальнення:

- виділити головне поняття та розкрити його зміст;
- виокремити основні формули, властивості, ознаки тощо;
- проаналізувати та порівняти виділене між собою, визначити головне;
- зробити висновок, сформулювати головну ідею.

Здійснюючи узагальнення в процесі розширення множини дійсних чисел до множини комплексних чисел, студенти усвідомлюють, що кожне комплексне число можна трактувати як пару дійсних чисел a і b . Комплексне число $a + bi$, за умови, що $b=0$, вважають дійсним. Тобто, першим етапом узагальнення є розкриття поняття комплексного числа, наступним – вивчення дій над комплексними числами. Слід зауважити, що упорядкована пара дійсних чисел не є комплексним числом, якщо не сформульовано правило додавання та множення над ним, що задовольняють аксіомам. Далі показуємо студентам, що квадратне рівняння з дійсними коефіцієнтами та від'ємним дискримінантом має два і тільки два різних комплексних коренів. Розв'язавши декілька рівнянь в

аудиторії з викладачем ($x^2 - 4x + 13 = 0$, $x^2 + 1 = 0$, $x^2 + 13x + 48 = 0$), студенти роблять висновок, що будь-яке квадратне рівняння з комплексними коефіцієнтами має два комплексних кореня, якщо кожен рахувати скільки разів, якою є його кратність. Після цього викладач формулює «основну теорему алгебри».

Головним етапом розвитку кожного уміння є його застосування до розв'язування вправ та задач. Загальновідомо, що в умовах активної пошукової діяльності інтелектуальні уміння розвиваються значно швидше, ніж в умовах отримання і відтворення готових знань. На першому практичному занятті з даної теми пропонуємо, з метою застосування уміння узагальнення, почати роботу з використанням інтерактивного методу навчання «Незакінчені речення». Наприклад, список запитань для студентів може бути наступним:

1. Рівняння $x^2 = -1$ на множині комплексних чисел має ... (два корені).
2. i^2 дорівнює ... (-1).
3. Комплексне число складається з ... (дійсної та уявної частини).
4. Дійсною частиною числа $z = 4 + 6i$ є ... (4).
5. Два комплексні числа $z_1 = a + bi$ і $z_2 = c + di$ є рівними якщо ... ($a = c, b = d$).
6. Комплексні числа $5 + 7i$ та $5 - 7i$ є ... (спряженими).
7. Комплексні числа $-2 + 3i$ та $2 - 3i$ є ... (протилежними).
8. Комплексне число $z = (ac - bd) + i(ad + bc)$ при $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$ називається... (добутком z_1 і z_2).
9. Запис комплексного числа z у вигляді $(a + bi)$ називається... (алгебраїчною формою).
10. Форма комплексного числа $z = \rho(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ називається... (тригонометричною).

Об'єктами узагальнення в математиці можуть бути означення, формули, теореми, властивості тощо. В елементарній формі узагальнення проявляється вже під час сприйняття нового матеріалу. У процесі осмислення нових знань студенти частково узагальнюють навчальні відомості. Формуються

узагальнення з кожної теми протягом певного часу, а формулюються на спеціальних повторювально-узагальнюючих заняттях. Таким чином, вводиться в систему основна частина навчального матеріалу. Заключний етап вивчення нового матеріалу має закінчуватись узагальненням та систематизацією.

Продемонструємо прийом, націлений на розвиток уміння узагальнення на прикладі визначення площі. Під час вивчення теми «Застосування визначеного інтегралу», зокрема питання «Площа криволінійної трапеції», студентам доцільно показати, що формула $S = \int_a^b f(x)dx$, яку використовують для обчислення площі криволінійної трапеції (рис. 2.15 а) є узагальненням усіх вивчених раніше формул для обчислення площ геометричних фігур, які вони знають зі шкільного курсу математики.

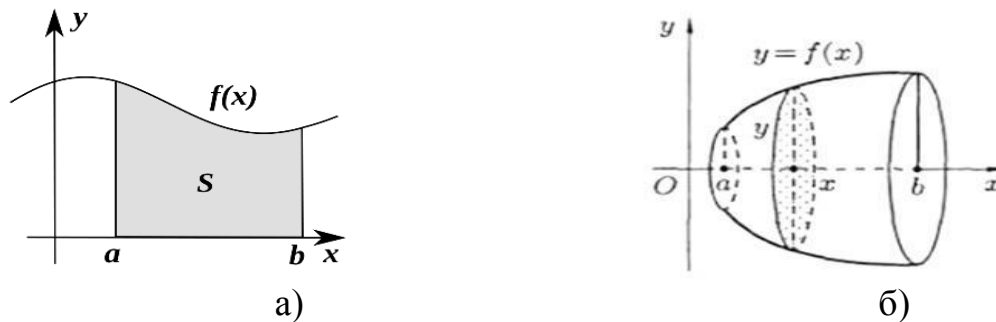


Рис. 2. 15. Ілюстрація до вивчення теми «Визначений інтеграл та його застосування»

Процес узагальнення пропонуємо студентам здійснити наступним чином. Кожен із них отримує індивідуальне завдання та розв'язує його самостійно. Наведемо декілька прикладів зазначених завдань.

1. Вивести формулу для визначення площі рівностороннього трикутника зі стороною a , використовуючи визначений інтеграл та його властивості.
2. Вивести формулу для визначення площі квадрата зі стороною a , використовуючи визначений інтеграл та його властивості.
3. Вивести формулу для визначення площі круга, радіус якого дорівнює a , використовуючи визначений інтеграл та його властивості.

Розв'язування демонструються на наступному занятті за допомогою комп'ютерної презентації.

Аналогічно слід акцентувати увагу студентів, що формули для визначення об'ємів відомих тіл обертання (кулі, циліндра, конуса), узагальнюються формулою $V = \int_a^b S(x)dx$ (рис. 2.15 б).

Узагальнення і систематизація невід'ємні компоненти розумової діяльності, яка лежить в основі встановлення істотних взаємозв'язків між явищами, що вивчаються. Послідовне здійснення систематизації – необхідна умова формування узагальнених знань, особливо в математиці – бо, якщо хоча б один ланцюг випадає, то стають незрозумілими і наступні поняття, теореми, методи тощо. Узагальнення відіграє надзвичайно важливу роль у процесі навчання, оскільки на його основі учні засвоюють наукові поняття, вчать визначати їх загальні і істотні ознаки. Послідовне здійснення систематизації – необхідна умова формування узагальнених знань, які творчо використовуються в різних ситуаціях. Узагальнення знань, в свою чергу, передбачає їх систематизацію [97].

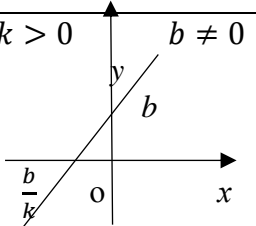
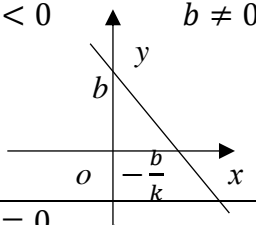
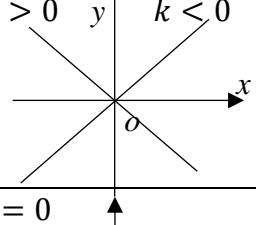
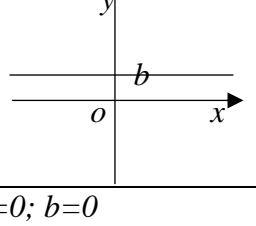
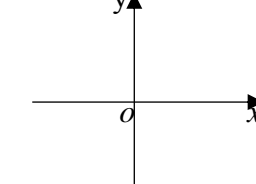
У курсі математики середньої школи учні мають засвоїти поняття функції, вивчити найпростіші елементарні функції ($y = kx$, $y = kx + b$, $y = k/x$, $y = x^2$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = x^3$, $y = x^{1/2}$, $y = |x|$, $y = a^x$ тощо) і їх властивості, засвоїти прийоми дослідження функцій та побудови їх графіків. У старшій школі систематизуються та поповнюються відомості про основні функції з застосуванням апарату аналізу.

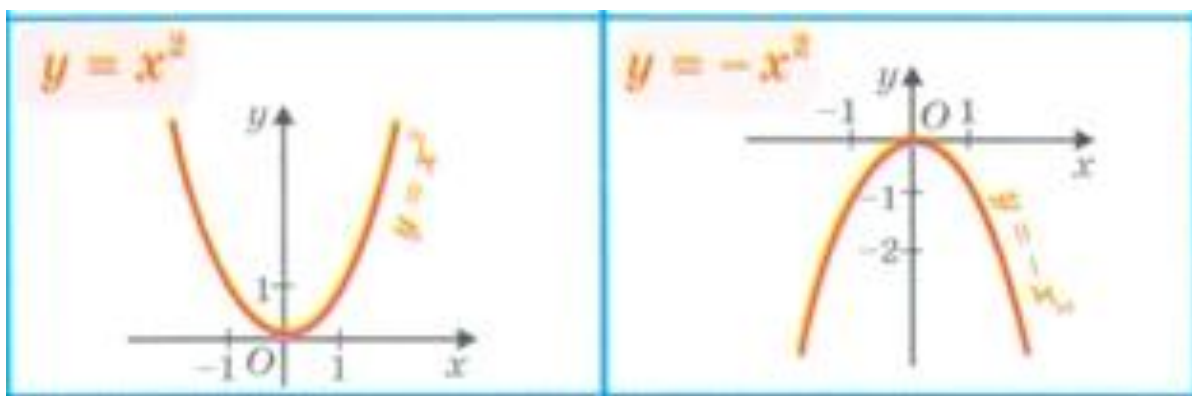
Вивчення розділу «Основи математичного аналізу» в аграрному університеті починається з лекції на тему «Функція. Основні елементарні функції». На початку лекції студентам варто наголосити, що поняття функції є надзвичайно важливим у сільському господарстві. Наприклад, лінійною функцією описується залежність врожаю озимої пшениці від кількості внесеного добрива. Під час повторення властивостей певного виду функцій, окрім інших прикладів, корисно розглядати залежності, що мають місце в агрономії, ветеринарній медицині, екології, або закономірності, що описують деякий життєвий процес, зрозумілий і простий для сприйняття (приклади наведено у пунктах 2.1, 2.2.4). Розглядаючи кожен з основних елементарних функцій на конкретних прикладах, студентам значно простіше помітити властивості функції, ніж розглядати абстрактний аналітичний вираз. Таким чином, майбутні аграрії одночасно повторюють, узагальнюють та

систематизують раніше вивчений матеріал. Вибрану залежність необхідно задавати не лише аналітично, а і графічно, з використанням наочності. Але слід зауважити, що функція, якою можна описати певний процес у сільському господарстві задана, як правило, на множині невід’ємних чисел і набуває невід’ємних значень. Тому деякі властивості певних функцій можливо розглядати лише в абстрактному вигляді (наприклад у задачі 1 даного розділу цукристість буряків не може бути від’ємною).

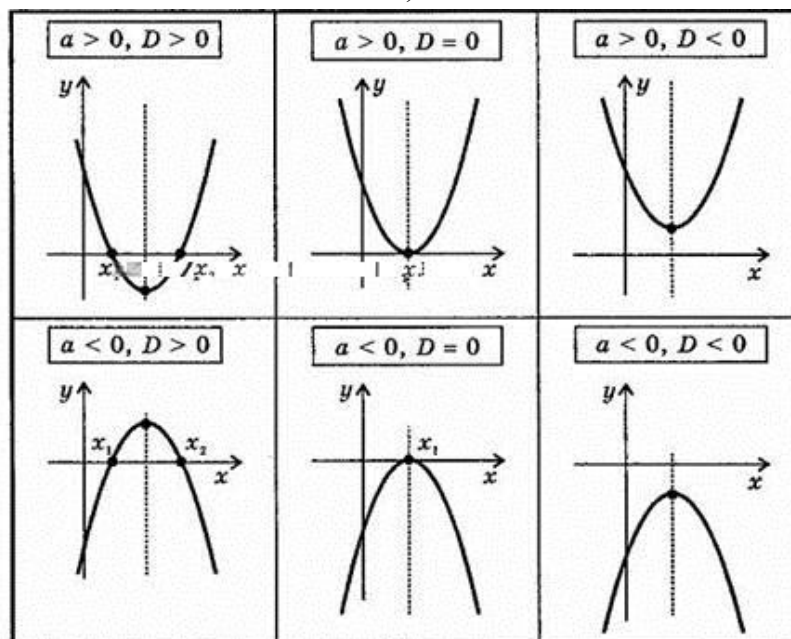
Таблиця 2.9

Властивості лінійної функції $y = kx + b$

Функція	Графік	Область визначення $D(y)$	Область значень $E(y)$	Парність/непарність	Зростання/спадання	
Лінійна $y=kx+b$	$k > 0$ $b \neq 0$ 	R	R	Ні парна, ні не парна	Зростає на R	
	$k < 0$ $b \neq 0$ 				Спадає на R	
	$b = 0$ $k > 0$ $k < 0$ 			Непарна	Зростає (сппадає) залежно від k	
	$k = 0$ 			b	Парна	Стала
	$k=0; b=0$ 			0	Парна і непарна	Стала



а)



б)

Рис. 2.16. Фрагменти схем систематизації знань студентів властивостей квадратичної функції

Ефективно систематизувати і повторити навчальний матеріал про функції та їх графіки студенти можуть за допомогою систематизаційних таблиць і схем (табл. 2.9, рис. 2.16). Пропонуємо студентам розробляти такі таблиці самостійно.

Використання таких схем (рис. 2.16) допомагає студентам зрозуміти і швидше розв'язати професійно-спрямовані задачі. Для прикладу розглянемо лінійну функцію як модель реальних процесів. Для цього ознайомимо студентів із такими відомостями: «Сьогодні в Україні цукровим буряком, врожайність якого коливається в межах 45-70 тонн/га, можуть бути засіяні 650 тис. га. За підрахунками науковців, з одного гектара цукрових буряків, урожайністю 60 тонн/га, можна отримати понад 4,3 тонн/га (майже 5,5 тис. літрів/га) біопалива, якого вистачить на 68,4 тис. км для автомобіля, двигун якого спалює біоетанол» [252].

Біоетанол – це спирт етиловий зневоднений, виготовлений з біомаси або спирту етилового – сирцю для використання як біопалива. Біоетанол, на відміну від нафти, є однією з форм використання поновлюваних джерел енергії, що можна отримати з сільськогосподарської сировини. Його виготовляють із цукрової тростини, картоплі, маніоку та кукурудзи [252].

Задача 1. Використовуючи графік (рис. 2.17), виведіть формулу залежності виходу біоетанолу (теплоємність 25 МДж/кг) від його цукристості з 1 т коренеплодів цукрових буряків.

Під час вивчення теми «Пряма на площині» (додаток 3), викладач пропонує кожному самотійно, вибравши дві довільні точки на графіку, скласти рівняння прямої, що проходить через них (або як рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом тощо). Після виконання завдання студенти помічають, що незалежно від обраних точок рівняння однакове у всіх. Варто наголосити, що на початкових стадіях росту буряків цукристість може бути меншою ніж 15,5 %, але при зборі урожаю буде коливатись від 15 % до 20 %. Далі студентам доцільно запропонувати згадати, що називається областю визначення та множиною значень функції. Після цього вони мають самотійно користуючись графіком записати область визначення та множину значень для функції залежності виходу біоетанолу з 1 т коренеплодів цукрових буряків від його цукристості. Розв'язування прикладної задачі значно спрощує процес узагальнення та систематизації матеріалу даної теми.

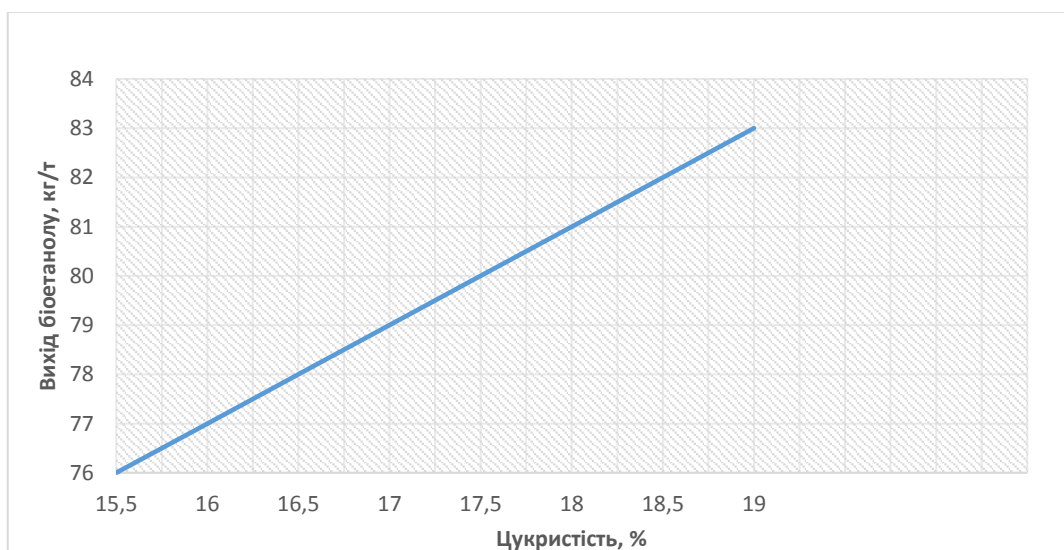


Рис. 2.17. Вихід біоетанолу з 1 тонни коренеплодів цукрових буряків

Доцільним є наведення й інших прикладів. Зокрема, слід повідомити, що не менш ефективним для виробництва біоетанолу в Україні є цукрове сорго. Ця культура на відміну від цукрового буряка не боїться засухи і може вирощуватися у південних регіонах. За словами спеціалістів, з одного гектара посівів цукрового сорго можна зібрати понад 100 т/га біомаси, цукристість соку якої сягатиме 18 %. Отриманий вальцевим пресуванням сок, вихід якого становить близько 20 % від маси стебел культури, може використовуватися у харчовій промисловості. Ще 40 % соку з підвищеним вмістом сухих речовин, що може використовуватись для виробництва біоетанолу, отримується при подальшій обробці – на екструдерах (машина для розм'якшення (пластикації) матеріалів і надання ним форми шляхом продавлювання через профільюючий інструмент, перетин якого відповідає конфігурації виробу). До того ж зі стебел цукрового сорго, вологість яких після видалення соку не перевищує 20–25 %, можна робити паливні брикети та гранули.

Закон України «Про альтернативні види палива» зі змінами від 19.06.2012 року передбачає поетапне збільшення частки виробництва і використання біопалива та паливних сумішей. Так, у 2013 році рекомендована частка біоетанолу у бензинах, що вироблялися та/або реалізувалися в Україні, становила не менше 5%, з 2014 року – вона стала обов'язковою, а з 2016 року – зросте до 7%. Беручи до уваги внутрішнє споживання бензинів, що сягає 4,5 млн т/рік, наша країна, зазначають науковці, повинна щорічно виробляти понад 300 тис. т біоетанолу [252].

Задача 2. За даними таблиці (табл. 2.10) побудуйте графік залежності виходу біоетанолу від цукристості соку сорго. Визначте цю залежність методом лінійного вирівнювання множини точок статистичного ряду.

Таблиця 2.10

Цукристість соку цукрового сорго та вихід біоетанолу (кг/т)

Цукристість соку, %	10	11	12,5	15	17,5	20
Вихід біоетанолу, кг/т	78	90	105	128	140	159

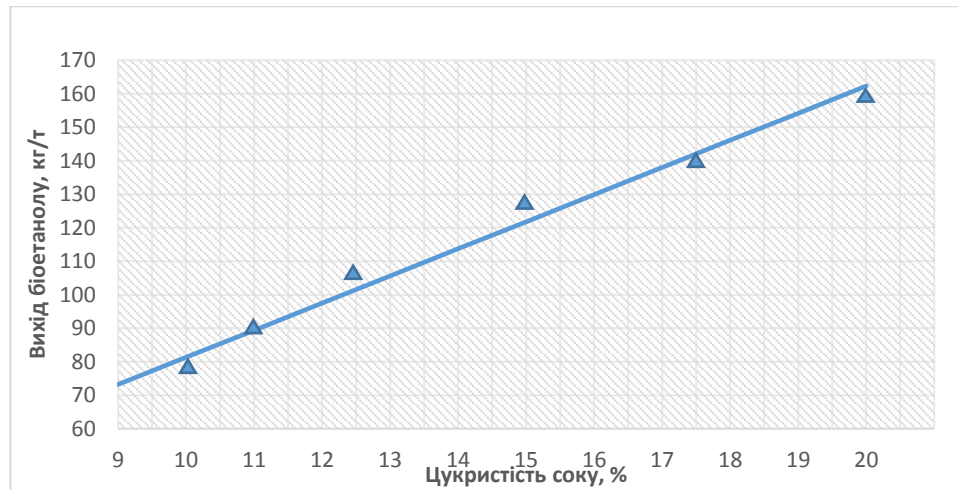


Рис. 2.18. Вихід біоетанолу з соку цукрового сорго

Розв'язання. У прямокутній системі координат, вибраній певним чином, відмічаємо точки $(x_i; y_i)$. Помічаємо, що точки на рисунку розташувались вздовж умовної прямої.

Для того, щоб скласти рівняння прямої знайдемо координати середньої точки A_1 для перших трьох точок цієї послідовності та координати середньої точки A_2 для інших трьох точок [210, с.21].

$$\bar{x}_1 = \frac{10+11+12,5}{3} \approx 11,2; \quad \bar{y}_1 = \frac{78+90+105}{3} \approx 91$$

Аналогічно знаходимо координати точки A_2 (17,5; 142). Отже пряма проходить через точки A_1 (11,2; 91) і A_2 (17,5; 142). За формулою складаємо рівняння прямої, що проходить через дві точки:

$$\frac{x - 11,2}{17,5 - 11,2} = \frac{y - 91}{142 - 91}$$

Після певних перетворень маємо формулу залежності виходу біоетанолу від цукристості соку сорго $y = 8,1x + 0,3$.

Відповідь. $y = 8,1x + 0,3$ – формула залежності виходу біоетанолу від цукристості соку сорго.

Після розв'язування подібного типу задач на лекції з застосуванням ІКТ (графіки доцільно заздалегідь підготувати та вивести на екран) студенти повинні самостійно вдома законспектувати в робочому зошиті загальний вигляд, властивості та графіки лінійної функції.

Повторення квадратичної функції можна здійснити за аналогічною схемою.

Задача 3. Експериментально встановлено, що довготривале використання помірних доз мінеральних та органічних добрив на фоні вапнування покращує гумусовий стан ґрунтів, впливаючи не тільки на загальний вміст, а й на якісний склад гумусу. Кальцій вапна нейтралізує кислотність сірого лісового ґрунту, посилює утворення гумінових сполук у формі нерозчинних гуматів кальцію та сприяє їх закріпленню у ґрунті. Зв'язок загального гумусу з кількістю кальцію у 0-20 см шарі сірого лісового ґрунту описується таким рівнянням регресії:

$y = -0,115 + 0,584x - 0,0398x^2$, де y – це загальний гумус (%), x – кількість кальцію (мг-екв. / 100 г. ґрунту) [219]. Визначте точки в яких функція набуває найбільшого значення.

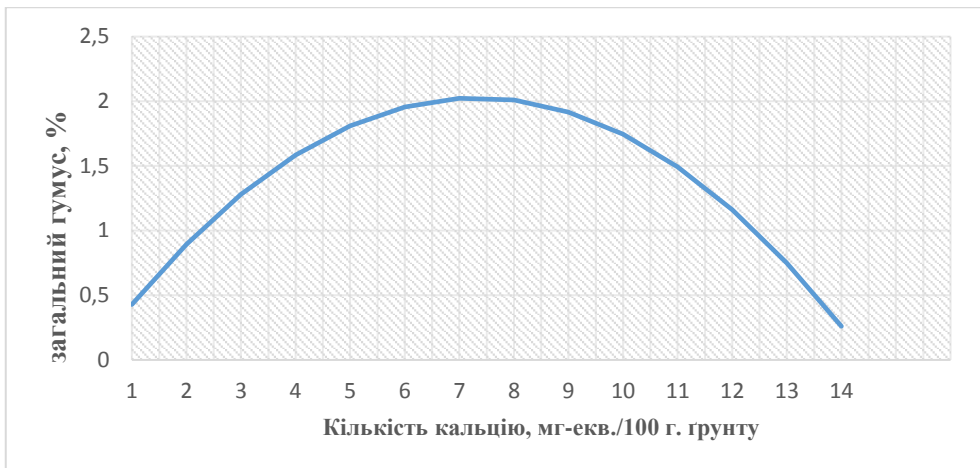


Рис. 2.19. Графік залежності вмісту загального гумусу від кількості кальцію у 0-20 см шарі сірого лісового ґрунту

На основі готового ескізу графіку даної функції, зображеного на екрані (рис. 2.19) студенти мають дійти висновку, що найбільшого значення $y = 2,03$ % функція набуває при $x = 7,34$ мг-екв./ 100 г. У цьому завданні студентам доцільно пропонувати записати область визначення та область значень функції, проміжки монотонності.

Задача 4. Математична модель зв'язку продуктивності сівозміни з вмістом загального гумусу має вигляд:

I ротація: $y = -39,2978 + 58,5017x - 19,4902x^2$;

II ротація: $y = 5,3183 - 5,1088x + 2,38x^2$, де y – продуктивність сівозміни, з.о. (зернові одиниці), а x – загальний гумус [219]. Знайти точки, в яких функція набуває найбільшого значення (I ротація) та найменшого (II ротація).

Показником якості корму є його поживність, під якою розуміють комплексний показник, що характеризує властивість корму задовольняти потребу тварин в енергії та поживних речовинах. Корми оцінюють за загальною енергетичною поживністю – це зернова одиниця, крохмальний еквівалент тощо.

Відмираючи, рослини і тварини підлягають процесам розкладу. Кінцевим результатом їх розкладу є мінералізація органічних речовин. Інтенсивність розкладання залежить від речовин, що розкладаються і від умов зовнішнього середовища. Найшвидше розкладаються цукри, органічні кислоти, спирти, потім білки, амінокислоти, жири, пектини, геміцелюлоза і, нарешті, клітковина і лігнін. Дуже повільно розкладаються віск, смоли та інші стійкі речовини. Органічні речовини мінералізуються не відразу, вони проходять ряд довгих і складних перетворень. У ґрунті можна знайти органічні речовини на різних стадіях розкладання. Одночасно з мінералізацією відбувається процес гуміфікації, тобто утворення гумусу.

Гумус – це комплекс відносно стійких органічних речовин, які знаходяться в тісному зв'язку з мінеральними речовинами. Гумус основна частина органічних речовин ґрунту. Вміст гумусу в різних ґрунтах різний [134].

Студентам пропонуємо вдома самостійно користуючись літературою знайти який вміст гумусу містять чорноземи, дерново-підзолисті та болотні ґрунти. Під загальним гумусом розуміють молодий та зрілий гумус. Ротація сівозміни (*лат. rotatio* – рух по колу) – повний цикл чергування сільськогосподарських культур у сівозміні. Сівозміна необхідна для отримання більш високих урожаїв, оскільки під час обробітку культури на одному і тому ж полі виснажується ґрунт, зростає ризик розвитку хвороби і шкідників.

Очевидно, що дана задача зводиться до знаходження координат вершини параболи в обох ротаціях. Аналіз аналітичних виразів, що задають залежності продуктивності сівозміни від вмісту загального гумусу свідчать про нерациональність проведення безпосередніх обчислень. Коефіцієнти рівнянь є досить громіздкими. Тому студентам пропонується розв'язати дану задачу у середовищі GRAN1. Також варто наголосити, що у цій задачі аргумент та функція можуть набувати лише додатних значень. У процесі введення функції для виконання побудови слід задати значення аргумента від 0.

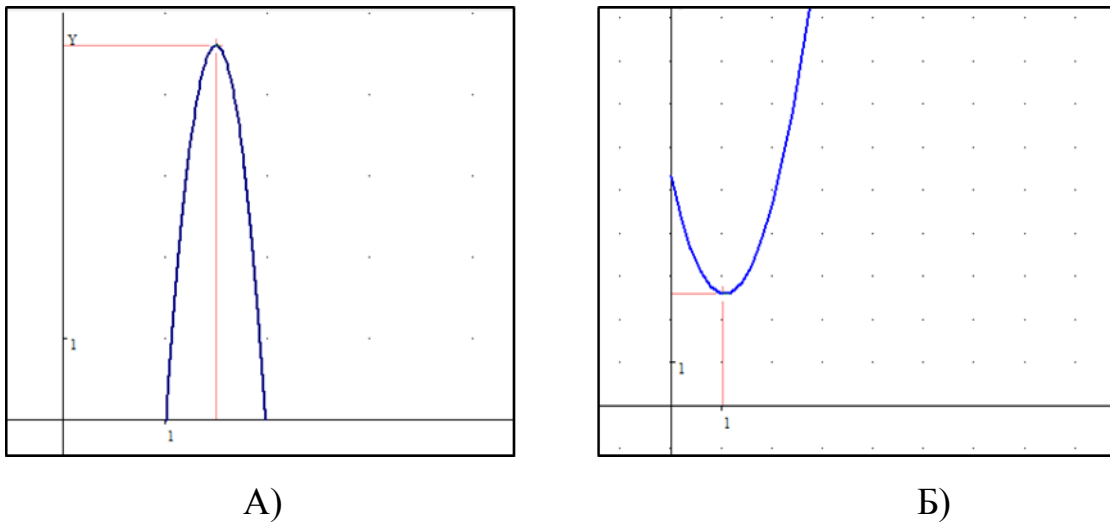


Рис. 2.20. Ілюстрація до задачі 4

Відповідь: I ротація: $y = 4,6$ т/га. з. о., $x = 1,5$ %; II ротація: $y = 2,58$ т/га. з. о., $x = 1,1$ %.

Отже, під час лекції діяльність викладача націлена на узагальнення і систематизацію знань, навичок і вмінь студентів щодо побудови графіків елементарних функцій, аналізу властивостей функцій заданих графічно. План дослідження функції поступово уточнюється: спочатку студенти повторюють поняття функції, способи її задання, графік, область визначення і область значень на прикладі лінійної функції; потім узагальнюються поняття проміжків зростання і спадання функції, знакосталості, нулів функції, а також поняття парності і непарності на прикладі квадратичної функції. Повторення наступних функцій може здійснюватися за аналогічною схемою.

Узагальнити – означає в думках виділити і об'єднати загальні, суттєві об'єкти, а систематизувати – організувати об'єкти, що вивчаються у певну систему. Узагальнити і систематизувати матеріал можна у процесі складання таблиць, де будуть послідовно описані найпростіші елементарні функції, їх графіки та властивості (табл. 2.9). У зв'язку з обмеженням аудиторних годин та збільшенням годин виділених на самостійне вивчення, скласти таку таблицю студенти повинні вдома за схемою повного дослідження функції (за прикладом таблиці 2.9).

Використання сучасних інформаційних технологій навчання, зокрема пакета програм GRAN [78], значно заощадить час на побудову та графічний аналіз функцій. Тому викладач може заздалегідь підготувати графіки певних функцій за допомогою програмного продукту GRAN1 по варіантах. Вдома студенти повинні обрати свій варіант, завантажити файл та провести дослідження функції за такою схемою: 1) область визначення; 2) область значень; 3) парність; 4) проміжки знакосталості; 5) нулі функції; 6) проміжки монотонності. У вікні «Список об'єктів» необхідно вибрати й відмітити одну з функцій та натиснути лівою кнопкою миші «Побудувати графік» (або обрати з контекстного меню «Будувати графік»).

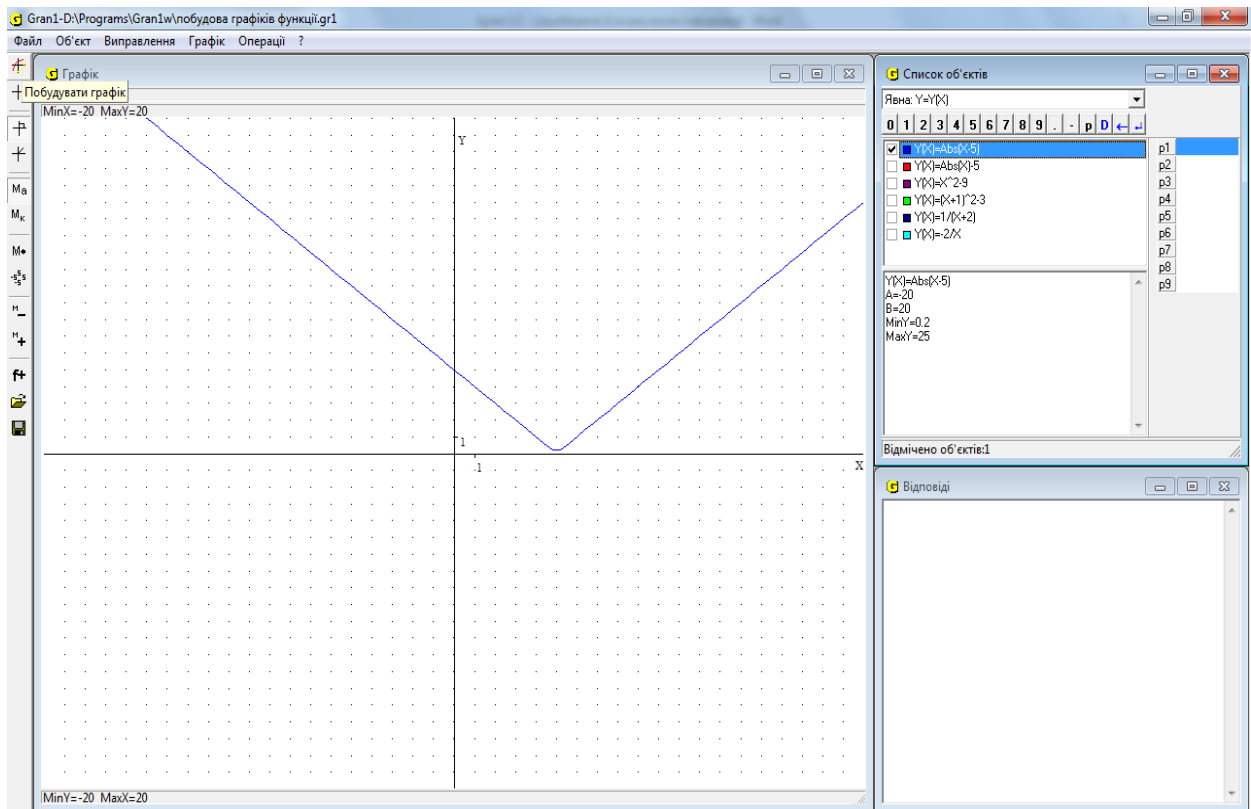


Рис. 2.21. Фрагмент домашнього завдання на дослідження функції

Осмилення студентом сутності прийому та правил його застосування є запорукою успіху. Варто наголосити, що використовувати його необхідно і під час вивчення інших навчальних дисциплін у процесі узагальненні та систематизації знань. При цьому студенти по-перше значно швидше засвоять саме правило (с. 153), а по-друге суттєво підвищать якість виконання всіх завдань, що вимагають узагальнення та систематизації матеріалу.

Головний етап розвитку уміння – це застосування його в різних умовах для розв’язування навчально-пізнавальних задач. Експерименти доводять, що в умовах активної пошукової діяльності прийоми роботи формуються значно швидше, ніж в умовах отримання і відтворення готових знань. Логічна структура пошукової діяльності обов’язково вимагає застосування прийомів виділення головного, порівняння, узагальнення, доведення тощо [150, с. 97].

Останній етап розвитку уміння – це перенесення прийому на інші навчальні дисципліни. Розвиваються такі узагальнення протягом всього навчання студента на спеціальних повторювально-узагальнюючих заняттях. Під час таких занять повторюється і вводиться в систему значна кількість навчального матеріалу.

2.3.2. Конкретизація і абстрагування.

Конкретизація це інтелектуальне вміння, що дає можливість подумки перейти від абстрактного (загального) до одиничного. На практиці досить часто зустрічається, коли студент може відтворити певне правило, але не вміє його застосовувати, тобто конкретизувати. Наприклад, знаючи таблицю похідних та правила диференціювання студент не може знайти похідну від конкретної функції. Це є свідченням, що перехід від загального до конкретного для студента досить складним, як і навпаки – від конкретного до загального.

Найбільш розповсюдженими прийомами конкретизації в педагогічній практиці є розв’язування задач за зразком та самостійне складання студентами задач.

На елементарному рівні конкретизація у процесі вивчення вищої математики здійснюється під час вивчення кожної теми, формули, правила тощо. Наприклад, конкретизацію алгоритму знаходження оберненої матриці можна здійснити наступним чином: знайти матрицю, обернену до заданої:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

На основі складеного раніше алгоритму (с. 105), студенти обчислюють визначник матриці та записують алгебраїчні доповнення, використовуючи для цього такі інтелектуальні уміння як: аналіз (розкладання матриці на мінори), виділення головного (послідовне виділення кожного елементу матриці як «головного» для знаходження відповідного алгебраїчного доповнення), означення і пояснення поняття (означення визначника матриці, мінора та алгебраїчного доповнення, пояснення алгоритму їх знаходження).

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -68.$$

$$\begin{aligned} A_{11} &= \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -17; & A_{12} &= -\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -5; & A_{13} &= \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 9; \\ A_{21} &= -\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -17; & A_{22} &= \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 7; & A_{23} &= -\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1; \\ A_{31} &= \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} = 17; & A_{32} &= -\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -11; & A_{33} &= \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = -21. \end{aligned}$$

На наступному етапі виконання завдання головним інтелектуальним умінням є синтез: студенти повинні скласти матрицю з алгебраїчних доповнень елементів матриці A (приєднану матрицю). Процес транспонування матриці передбачає застосування студентами аналізу та порівняння. Обернена матриця має вигляд:

$$A^{-1} = -\frac{1}{68} \cdot \begin{pmatrix} -17 & -17 & 17 \\ -5 & 7 & -11 \\ 9 & 1 & -21 \end{pmatrix}.$$

Пропонуємо студентам перевірити правильність знаходження оберненої матриці, а саме помножити дану матрицю та обернену.

$$A \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \left(-\frac{1}{68}\right) \cdot \begin{pmatrix} -17 & -17 & 17 \\ -5 & 7 & -11 \\ 9 & 1 & -21 \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{68} \begin{pmatrix} 2 \cdot (-17) + 5 \cdot (-5) - 1 \cdot 9 & 2 \cdot (-17) + 5 \cdot 7 - 1 \cdot 1 & 2 \cdot 17 + 5 \cdot (-11) - 1 \cdot (-21) \\ 3 \cdot (-17) - 3 \cdot (-5) + 4 \cdot 9 & 3 \cdot (-17) - 3 \cdot 7 + 4 \cdot 1 & 3 \cdot 17 - 3 \cdot (-11) + 4 \cdot (-21) \\ 1 \cdot (-17) + 2 \cdot (-5) + 3 \cdot 9 & 1 \cdot (-17) + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 1 & 1 \cdot 17 + 2 \cdot (-11) + 3 \cdot (-21) \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{68} \cdot \begin{pmatrix} -68 & 0 & 0 \\ 0 & -68 & 0 \\ 0 & 0 & -68 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Студенти повинні зробити висновок, що матриця A^{-1} знайдена правильно, оскільки $A \cdot A^{-1} = E$.

Виконуючи подібні завдання на застосування щойно вивченого означення, формули, правила, студенти набувають досвіду використання даного уміння.

Самостійне складання умови задачі студентами є свідченням найвищого рівня володіння вмінням застосовувати прийом конкретизації. Даний прийом є корисний ще й тому, що дозволяє розвивати творчу спрямованість мислення студентів. Для початку доцільно продемонструвати зразок задачі на лекційному занятті та запропонувати до практичного заняття самостійно скласти та розв'язати задачу. Спочатку задачі мають бути більш прості, (наприклад, зібрати певні дані та підставити у формулу). Всі складені студентами задачі необхідно проаналізувати та оцінити.

У процесі вивчення навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика» у аграрному університеті, ввівши на лекції формулу для знаходження середньої арифметичної величини \bar{X} , викладач пропонує таку задачу:

Приклад 1 [212]. Було зроблено 5 вимірів вмісту каротину у крові телят (в мкг/100мл): 21,27; 21,36; 21,09; 21,16; 21,47. Обчислити середнє арифметичне:

Розв'язання.

$$\bar{X} = \frac{21,27 + 21,36 + 21,09 + 21,16 + 21,47}{5} = 21,27$$

Отже, середнє арифметичне значення вмісту каротину у крові телят дорівнює 21,27.

Приклад 2. З 1000 курчат, що отримували опромінені дріжджі, хворіло рахітом 10, а з 2000 курчат, які не отримували опромінені дріжджі, хворіло 80. Визначити ефективність добавки у корм курчатам опромінених дріжджів [212].

Процес пошуку розв'язку задачі подамо у вигляді діалогу викладача зі студентами.

Викладач. Коли використовують метод φ , що дозволяє оцінити достовірність різниць між частками (відносними частотами) груп («Оцінка достовірності відмінностей між групами за методом кутів (φ -метод)»)?

Студенти. Метод може бути застосований за будь-яких значень часток (відносних частот), але найчастіше ним користуються, якщо частки не належать проміжку $[0,2; 0,8]$, тобто або досить малі, або досить великі. У даному випадку частки $p_1 = \frac{a_1}{n_1} = 0,01$ та $p_2 = \frac{a_2}{n_2} = 0,04$ – досить малі. Тому доцільно використовувати метод φ , що дозволяє оцінити достовірність відмінностей між частками груп.

Викладач. Як визначити відмінності часток?

Студенти. За формулою: $\varphi = 0,0349 \arcsin \sqrt{p}$, де p – частка, φ – кут у радіанах.

Викладач. Як визначити кут φ ?

Студенти. Використовуючи спеціальні таблиці, де кожній частці p відповідає певний кут φ .

Викладач. За допомогою якого співвідношення визначають достовірність відмінності часток?

Студенти. Вірогідність відмінності часток методом φ визначається методом Фішера або за допомогою такого співвідношення:

$$F = (\varphi_1 - \varphi_2)^2 \cdot \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} \geq F_{st} \left\{ \begin{array}{l} \nu_1 = 1 \\ \nu_2 = n_1 + n_2 - 2 \end{array} \right\},$$

n_1, n_2 – кількість вимірів (тварин) у групах, p_1 та p_2 – відповідні частки, φ_1 і φ_2 – кути, що відповідають цим часткам і знайдені за спеціальними таблицями. Обраховане значення F порівнюється зі стандартним значенням F_{st} , що знаходиться за спеціальною таблицею.

За умовою: $n_1=1000$; $a_1=10$; $p_1 = \frac{a_1}{n_1} = 0,01$; $\varphi_1=0,2003$ (кут визначаємо за таблицею),

$n_2=2000$; $a_2=80$; $p_2 = \frac{a_2}{n_2} = 0,04$; $\varphi_2=0,4027$.

$$F = (\varphi_1 - \varphi_2)^2 \cdot \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} = (0,2003 - 0,4027)^2 \cdot \frac{1000 \cdot 2000}{1000 + 2000} = 27,31.$$

Використовуючи таблицю «Стандартні значення критерія Фішера» для $\nu_1=1$, $\nu_2=1000+2000-2= \infty$ (досить велике, яке позначається символом ∞)

знаходимо $F_{st} = \{3,8 - 6,6 - 10,8\}$

Викладач. Який висновок?

Студенти. За критерієм Фішера можна вважати, що вся генеральна сукупність курчат, що отримувала опромінені дріжджі, значно менше вразлива рахітом порівняно з генеральною сукупністю контрольних курчат.

Вдома студенти мають розв'язати подібні задачі та скласти свої. Таку роботу організуємо у невеликих групах. На практичному занятті студенти обмінюються задачами між групами. Після їх розв'язування всі умови задач обговорюються, якщо це необхідно то доопрацьовуються.

Очевидно, що розв'язування на заняттях із математичних дисциплін професійно-орієнтованих задач підвищує мотивацію вивчення математики та сприяє підвищенню навчально-пізнавальної діяльності студентів.

Активна пізнавальна діяльність студентів у процесі складання задач сприяє розвитку творчого мислення: уміння виділяти проблему, формулювати її, актуалізувати відомі знання і знаходити нові, будувати план роботи, вирішувати проблему, перевіряти правильність розв'язання. Саме тому, на заняттях необхідно заохочувати складання студентами творчих задач або задач, що містять виробничі дані

У багатьох практичних задачах необхідно знайти функцію з наперед заданими властивостями, тобто перейти від конкретного до загального (абстрагування). Часто властивості функцій задаються у вигляді диференціальних рівнянь. Тому розвиток інтелектуального вміння

конкретизації пропонуємо продовжувати та удосконалювати через обернену дію абстрагування у процесі вивчення теми «Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними».

Викладач. Нехай продукція деякої фірми продається за фіксованою ціною p . Позначимо $q(t)$ обсяг продукції, реалізованої в момент часу t . Чому буде довінювати прибуток на момент часу t ?

Студент. На цей момент часу t фірма може отримати прибуток $R(t) = pq(t)$.

Викладач. Припустимо, що частина цього прибутку використовується на інвестиції у виробництво. Ця частина задається числом $m \in (0; 1)$ – нормою інвестиції, а величину інвестиції позначили $I(t)$. Якою є ця величина?

Студент. Величину інвестиції, що відповідає моменту часу t можна знайти за формулою $I(t) = mR(t) = mpq(t)$.

Викладач. Якщо виходити з припущення про ненасиченість ринку (тобто про повну реалізацію, що виробляється), то в результаті розширення виробництва буде одержано приріст прибутку, частина якого знову використовуватиметься для розширення випуску продукції. Це приведе до зростання швидкості випуску продукції (акселерації), причому відомо, що швидкість випуску пропорційна коефіцієнту l – збільшенню інвестицій. Як аналітично записати цю залежність?

Студент. Оскільки швидкість зміни функції обсягу продукції це похідна цієї функції, то $q'(t) = l \cdot I(t)$

Викладач. Отже маємо: $I(t) = lmpq(t)$ та $q'(t) = lI(t)$, а тому $q'(t) = lmpq(t)$, де $q'(t) = lmpq(t)$, де l , m і p – задані числа, а функція $q(t)$ – невідома. Як називається обернена рівність?

Студент. Диференціальним рівнянням з відокремлюваними змінними.

Після цього студент під керівництвом викладача знаходять загальний розв'язок рівняння: $q = Ce^{ikt}$, де $k = lmp$ та розв'язок задачі Коші з початковою умовою $q(t_0) = q_0$:

$$q = q_0 e^{k(t-t_0)}.$$

2.4. Використання готових математичних моделей для прогнозування

Від рівня розвитку творчих умінь у випускника аграрного університету буде залежати успішність майбутньої професійної діяльності. Наприклад, методи моделювання та прогнозування стану довкілля включають постановку задачі згідно з обраною метою, ідентифікацію досліджуваних структур, вибір ефективного методу моделювання, побудову моделі і доведення її адекватності досліджуваному процесу, варіантну реалізацію моделювання, прогноз розвитку подій та контроль за здобутими результатами [128, с. 5].

Будь-яка математична модель виконує, в першу чергу, прогностичну функцію. Саме тому студенти спочатку мають засвоїти уміння моделювання, а вже потім прогнозування. Побудова математичних моделей є досить складним процесом, що потребує від студента глибоких математичних знань та високого рівня розвитку інтелектуальних умінь.

Поділяємо думку Л. Л. Панченко про мету використання математичного моделювання в процесі навчання математичних дисциплін, а саме:

- підвищувати базовий рівень математичних знань;
- озброювати студентів методологічною основою проведення наукових досліджень та їх практичним застосуванням у різноманітних напрямках діяльності;
- надавати можливість кожному студенту відчувати себе суб'єктом рівнопартнерського навчального співробітництва у розв'язуванні навчальних, навчально-пошукових, дослідницьких завдань;
- реалізувати прикладну спрямованість навчання математики;
- вчити використовувати інформаційно-комунікаційні технології для складання та дослідження моделей [153, с. 42].

Навчаючись моделювати та прогнозувати на прикладі математичних задач, студенти відкривають нові знання й оволодівають процесом наукового пошуку, що забезпечує їм певний досвід у майбутній діяльності за фахом.

Щоденно у професійній діяльності аграрія виникають задачі, що стосуються реальних об'єктів або процесів, тобто прикладні задачі, які вимагають переформулювання їх мовою математики. Студенти-аграрії постійно

працюють із математичними моделями росту рослин, економічною ефективністю вирощування певних сільськогосподарських культур, продуктивністю польових сівозмін, обсягу внесення добрив тощо. Тому вони мають навчитись використовувати готові математичні моделі, досліджувати їх засобами математики та здійснювати на основі створеної моделі прогноз.

На етапі діагностики наявного рівня сформованості інтелектуальних умінь моделювання та прогнозування пропонуємо студентам завдання з реальними даними. Наприклад, використовуючи рисунок (рис. 2.22) вони мають скласти прогноз зміни рівня рентабельності від збільшення посівних площ.

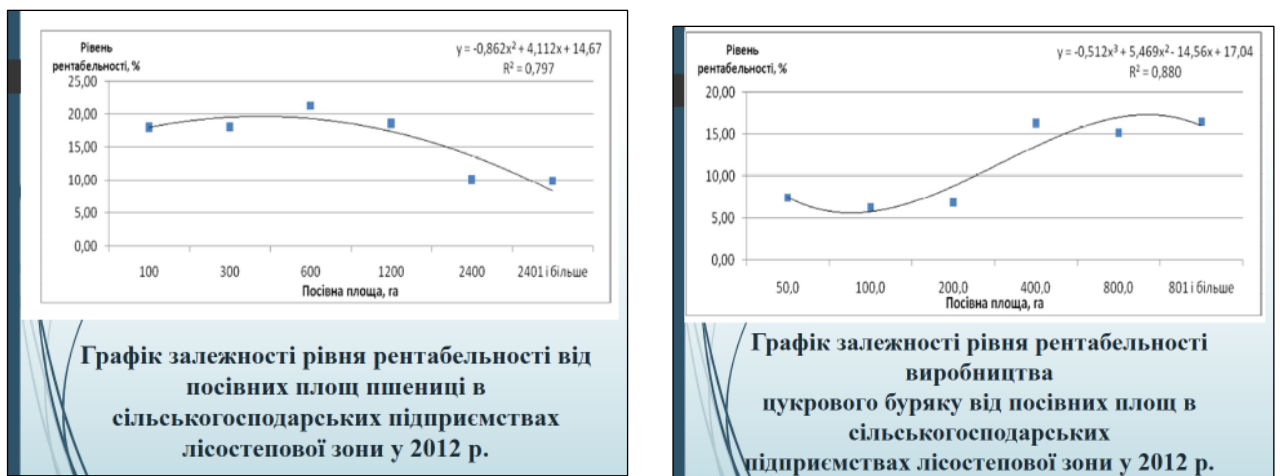


Рис. 2.22. Фрагмент презентації

Якість математичної та професійної підготовки фахівця аграрного сектору багато в чому залежить від рівня вмотивованості до розширення знань та розвитку умінь. Ще Я. Коменський стверджував «Все, що знаходиться у взаємозв'язку, має викладатись у такому ж зв'язку» [99]. Застосування міжпредметних зв'язків під час навчання математики дозволяє демонструвати студентам різні галузі її використання, тим самим впливати на підвищення мотивації в процесі навчання математики у ВНЗ. Розуміння ролі вищої математики у професійній діяльності підвищує інтерес до її вивчення. Студенти мають не тільки опанувати певні знання та набувати практичних навичок, залежно від обраної спеціальності, але і навчитись творчо мислити, раціонально та правильно розв'язувати виробничі задачі. Тому на кожному з етапів формування способів інтелектуальної діяльності ми намагаємось показати студентам застосування математичних знань у аграрній сфері.

Етап мотивації розвитку умінь моделювання та прогнозування. Сучасні економічні та екологічні проблеми сільського господарства України висувають на перший план досліджень розробку наукових методів економічно та екологічно обґрунтованого раціонального управління продуктивністю богарних та меліорованих земель із дотриманням вимог екологічної безпеки. Осушувальні системи України дають змогу вирощувати сільськогосподарські культури, створюючи для них сприятливі умови за будь-якого сполучення природнокліматичних факторів. Осушувані землі потребують дбайливого господарського ставлення, раціонального управління та охорони.

Специфічні природнокліматичні умови гумідної зони України зумовлюють необхідність ведення еколого-меліоративного моніторингу з метою розробки та застосування методів математичного моделювання процесів формування врожаю на осушуваних землях і факторів екологічної стабільності меліорованих земель.

Завдання 1. Складіть графічну модель залежності кількості іона Сl від загальної мінералізації С у воді колекторно-дренажної системи на основі наступних даних [131]:

Сl, мекв/л	12	44	55	91	94	133
С, г/л	2,6	4,6	6,6	8,6	10,6	12,6

Завдання 1 пропонуємо виконати студентам з використанням табличного процесора MS Excel (аналогічно до задачі 2, с. 153).

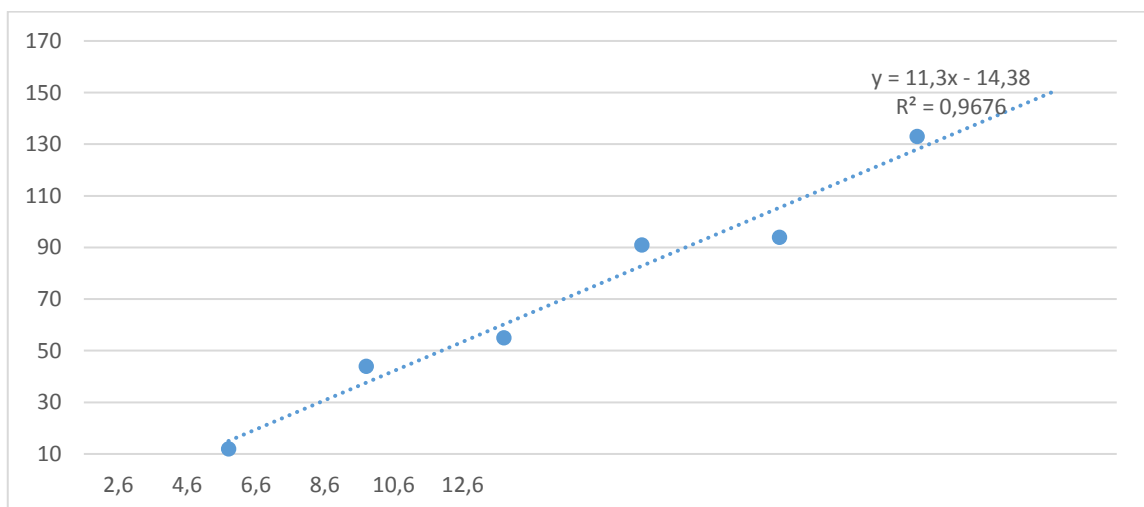


Рис. 2.23. Залежність кількості іона Сl від загальної мінералізації С у воді колекторно-дренажної системи

З метою реалізації етапу осмислення суті і правила користування умінням пропонуємо застосування методу «мозкової атаки» або «мозкового штурму». Його використання допомагає розвивати прагнення студентів до колективної творчої діяльності. Спочатку викладач формулює задачу прикладного змісту та пропонує записати основні етапи її розв'язування. Після цього студенти ознайомлюються з умовами роботи на занятті, об'єднуються за бажанням у мікрогрупи, в кожній з яких обирається експерт. Далі починається робота у групах, висловлення ідей та розв'язування задачі. На цьому етапі відбувається інтенсивна взаємодія студентів, що дає змогу кожному з них відчувати свою роль у процесі розв'язування завдання.

Наступний етап полягає у роботі групи експертів, які аналізують та обговорюють усі варіанти розв'язків та фіксують найбільш слушні ідеї. На заключному етапі експерти звітують про результати роботи та обирають кращих учасників. Та група, розв'язок якої на думку експертів є правильним повинна обґрунтувати алгоритм розв'язування, надати більш детальні пояснення окремим етапам пошуку відповідей. За результатами колективного обговорення приймається остаточне рішення.

Задача 1. Хворій кішці перед операцією робиться ін'єкція кетаміну гідрохлориду у момент часу $t=0$. Концентрація цих ліків у момент t описується залежністю $x(t) = e^{-t} - e^{-2t}$. Яким може бути максимальне значення концентрації цих ліків у крові кішки і коли воно може досягатися?

Розв'язання.

Викладач. Про яке максимальне значення йдеться у задачі: про локальне чи глобальне?

У результаті обговорення студенти роблять висновок, що треба знайти глобальний максимум: $\max_{0 \leq x < +\infty} x(t)$.

Викладач. Що для цього необхідно зробити?

Студент. Знайти похідну функції $x'(t) = -e^{-t} + 2e^{-2t}$ та розв'язати рівняння: $-e^{-t} + 2e^{-2t} = 0$; $e^{-t}(-1 + 2e^{-t}) = 0$;

$-1 + 2e^{-t} = 0$; $e^{-t} = \frac{1}{2}$; $t = \ln 2$ – стаціонарна точка.

На проміжку $(0; \ln 2)$ $x'(t) > 0$, а тому на відрізку $[0; \ln 2]$ $x(t)$ зростає від $x(0) = 0$ до $x(\ln 2) = e^{-\ln 2} - e^{-2 \ln 2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$. На проміжку $(\ln 2; +\infty)$ $x'(t) < 0$, а тому на проміжку $[\ln 2; +\infty)$ $x(t)$ спадає від $x(\ln 2) = \frac{1}{4}$ до $x(+\infty) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{-t} - e^{-2t}) = 0$. Це означає, що $\max_{0 \leq x < +\infty} x(t) = x(\ln 2) = \frac{1}{4}$.

Розгляд даної задачі передбачено під час вивчення теми «Застосування похідної». Доцільно продемонструвати процес пошуку максимальної концентрації лікарського препарату та час, коли вона настає побудувавши графік заданої функції за допомогою Gran1 (рис. 2.24).

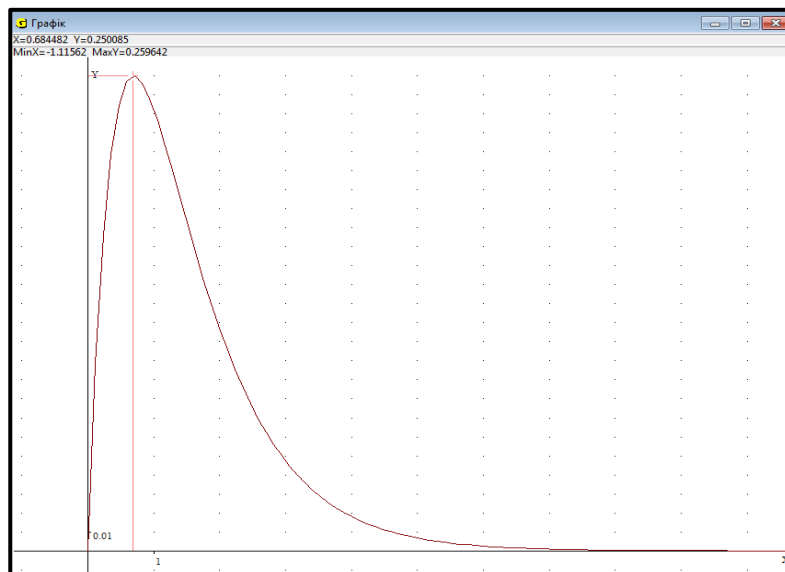


Рис. 2.24. Графік залежності концентрації лікарської речовини у крові кішки в від часу

Відповідь. Максимальне значення концентрації кетаміну гідрохлориду у крові хворої кішки досягається приблизно через 0,7 хв (42 с) і дорівнює $x_{max} = x(\ln 2) = \frac{1}{4} = 0,25$ мг на 100 мл крові.

Розвиток творчих умінь є дуже складним процесом. Для того, щоб у майбутньому застосувати отримані знання на заняттях із математики студенти мають засвоїти основні формули, правила, властивості на більш простих прикладах, тобто набути досвіду використання умінь. Враховуючи специфіку роботи фахівця аграрного сектору пропонуємо зосередити увагу на завданнях, де необхідно складати рівняння, знаходити відстань між об'єктами, площу, об'єм тощо.

З метою розвитку прогностичних умінь на елементарному рівні студентам пропонуємо, наприклад, усні вправи, де необхідно на основі готових графіків здійснити прогноз певних явищ. Наприклад.

Задача 2. Продавець з'ясував, що попит на яблука за день описується графіком залежності попиту від ціни на яблука (Q – обсяг попиту на яблука, кг., P – ціна, грн.) (рис. 2.25). Визначити ціну на яблука, якщо продано 50 кг за день ($Q=50$).

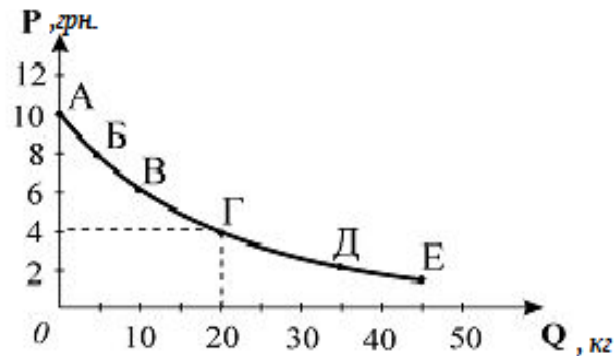


Рис. 2.25. Графік залежності ціни та обсягу попиту на яблука за день

На початковому етапі застосування інтелектуальних умінь до розв'язування математичних задач у процесі розвитку умінь моделювання та прогнозування пропонуємо студентам працювати з готовими математичними моделями.

Задача 3. Реакція організму тварини на два лікарські снодійні препарати «Фенобарбітал» та «Барбітал-натрію» описується функціями $f_1(t) = te^{-t}$ $f_2(t) = t^2e^{-t}$, де t виражається у годинах. Визначити, на який із препаратів вища максимальна реакція [188].

Задача 4. Після введення лікарського препарату, реакція організму може бути наступною: підвищення або спад температури, тиску, алегрічна реакція тощо. Реакція y залежно від дози x виражається функцією $y = f(x) = x^2(a - x)$, де a – додатна стала. При якому значенні дози лікарського препарату x реакція організму є максимальною [188].

Враховуючи слабкі знання студентів, на етапі пропедевтики інтелектуальних умінь моделювання та прогнозування розв'язування математичних задач пропонуємо наступні задачі.

Задача 5. Ціна ринкової рівноваги встановлюється на основі зведення кривих попиту та пропозиції. Тому є необхідність моделювання кривої попиту. Функція, що відображає взаємозалежність між еластичністю та ціною на зерно озимої пшениці має вигляд: $y = 1564,921 \cdot x^{-0,509}$, де x – ціна грн/т. Побудуйте графік та користуючись ним визначте ціну на зерно озимої пшениці, якщо коефіцієнт еластичності дорівнює 16.

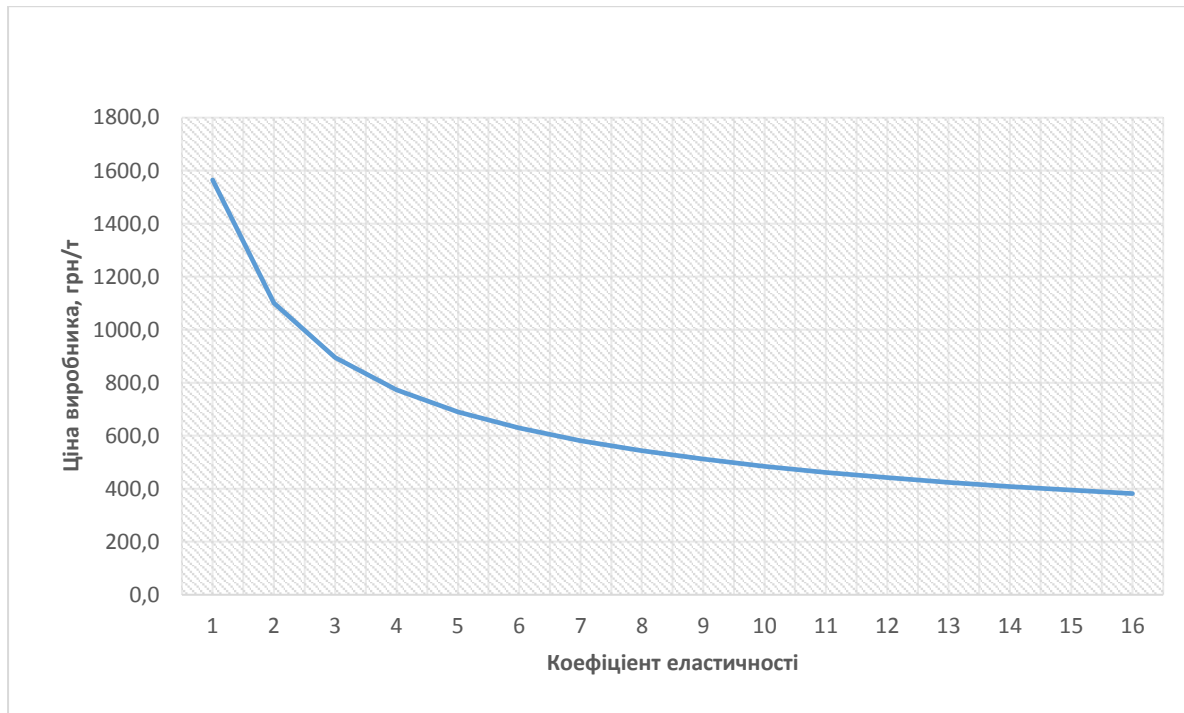


Рис. 2.26. Функція залежності коефіцієнту еластичності від ціни на зерно озимої пшениці

Побудувавши графік студенти легко знаходять ціну виробника, що дорівнює 381,6 грн/т.

Задача 4. У 2010 році було спожито 16191,19 тис. т зерна. Середній рівень ціни на озиму пшеницю становив 1298,98 грн/т. Початкова еластичність попиту $E_d=0,453$.
1) Побудуйте модель поведінки споживачів. 2) Розрахуйте значення попиту (тис. т) для відповідних цін споживача від 520 грн до 2020 грн із кроком 50 грн.

Розв'язання.

1. На занятті студентам повідомляється, що для моделювання поведінки споживачів використовують в економіці лінійну функцію виду $y = a - bx$, де $a = (1 + E_d) \cdot y$.

Для $x=1298,98$ грн/т, $y=16191,19$ тис. т, $E_d=0,453$ пропонуємо студентам самостійно знайти коефіцієнти:

$$a = (1 + E_d) \cdot y = (1 + 0,453) \cdot 16191,19 = 23525,8$$

$$b = (a - y) \div x = (23525,8 - 16191,19) \div 1298,98 = 5,64643.$$

Підставимо знайдені параметри у функцію $y = 23525,8 - 5,64643x$.

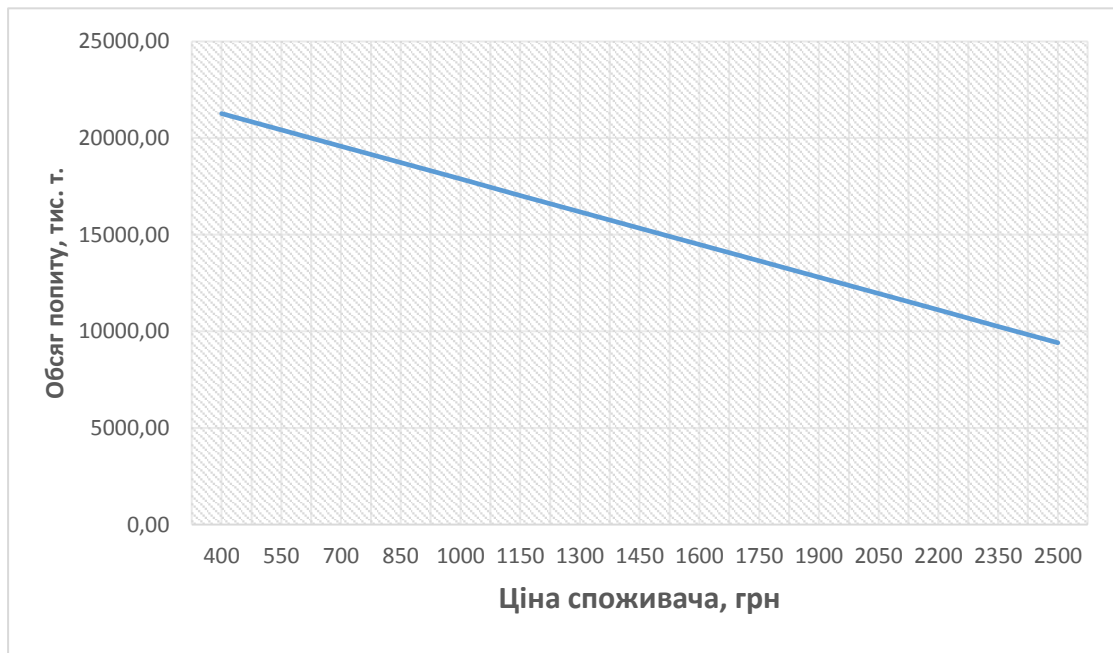


Рис. 2.27. Графік залежності обсягу попиту на озиму пшеницю від ціни споживача

2. Використовуючи одержану функцію заповнимо таблицю. Скласти її студентам доцільно за допомогою табличного процесора MS Excel. Перший стовпець (ціна споживача) заповнюється як арифметична прогресія з кроком 50, а другий – за формулою $y = 23525,8 - 5,64643x$.

Після розв'язування задачі студентам пояснюється, що модель ринку зерна може бути використана для оцінки впливу діючих регуляторних рішень на зміну добробуту різних учасників ринку зокрема, та на економіку країни в цілому. Прогноз зміни цін на ресурси та продукцію дає можливість за допомогою моделі ринку зерна встановити оптимальні обсяги попиту та пропозиції на зерно [162].

	A	B
1	Ціна споживача, грн	Обсяг попиту, тис.т
2	400	=23525,8-5,64643*[@[Ціна споживача, грн]]
3	550	
4	700	19573,30
5	850	18726,33
6	1000	17879,37
7	1150	17032,41
8	1300	16185,44
9	1450	15338,48
10	1600	14491,51
11	1750	13644,55
12	1900	12797,58
13	2050	11950,62
14	2200	11103,65
15	2350	10256,69
16	2500	9409,73

Рис. 2.28. Фрагмент таблиці залежності обсягу попиту від ціни споживача (MS Excel)

Завдання б. На основі експериментальних даних продуктивності пшениці ярої за різних систем удобрення побудуйте математичну модель, що описує залежність урожайності пшениці ярої від кількості внесених добрив. Скласти прогноз для урожайності при збільшенні внесених добрив.

Таблиця 2.12

Продуктивність пшениці ярої за різних систем удобрення

№	Варіант	Урожайність, т/га	Вміст білка, %
1.	Контроль – без добрив	1,6	14,0
2.	Мінеральна система удобрення (NPK)	1,8	14,5
3.	Сидерат-люпин вузьколистий	1,88	14,2
4.	Сидерат + NPK	2,05	14,8
5.	Гній, 10 т/га	2,10	14,0
6.	Гній + NPK	2,20	15,0
7.	Сидерат+гній+ NPK	2,20	15,0
8.	Гній, 20 т/га	2,40	14,8

За допомогою табличного процесора MS Excel будуємо графік функції. Далі виділяємо правою кнопкою миші «графік» – «формат лінії тренду» – «параметри лінії тренду (лінійна)» – «прогноз на 2 періоди». Встановлюємо «прапорець» біля параметрів: «показувати рівняння на діаграмі» та «помістити на діаграму величину достовірності апроксимації (R^2)».

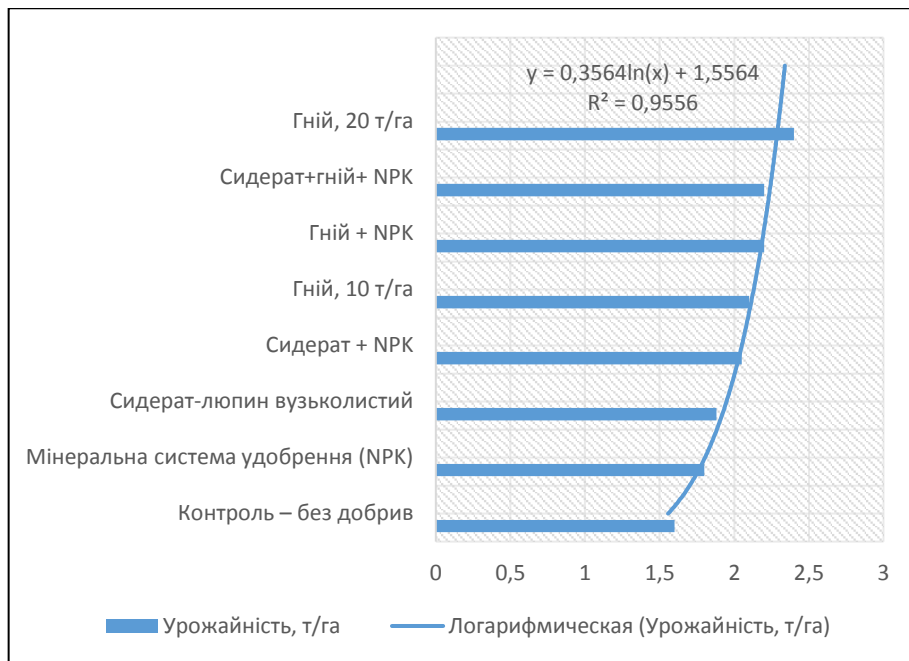


Рис. 2.29. Продуктивність пшениці ярої за різних систем удобрення

Отже, у професійній діяльності аграрія постійно виникають прикладні задачі, для розв'язування яких необхідні знання з математики. У той же час вища математика є потужним засобом розвитку умінь моделювання та прогнозування. Розв'язування прикладних задач на заняттях сприяє інтелектуальному розвитку та підвищенню кваліфікаційного рівня майбутнього фахівця аграрія.

2.5. Перевірка та апробація результатів педагогічного експерименту

Дослідницька робота з теми дисертації була розпочата нами у 2011 році і велася поетапно, відповідно до логіки розвитку дослідження.

Дослідження проводилося на базі аграрного факультету Білоцерківського національного аграрного університету і декількох аграрних університетів України. Метою проведення дослідження стала експериментальна перевірка ефективності створеної методичної системи розвитку інтелектуальних умінь студентів у процесі навчання математичних дисциплін. Експеримент складався з трьох етапів: констатувальний (2011–2013 рр.), пошуковий (2012–2014 рр.) та формувальний (2013–2015 рр.). У проведенні експериментальної роботи брали участь експериментальні (93 чол.) та контрольні групи (147 чол.).

2.5.1. Констатувальний етап (2011-2013 рр.).

У цей час проводилося теоретичне і практичне дослідження проблеми. На етапі констатувального експерименту були поставлені такі завдання:

1) провести аналіз «Галузевих стандартів вищої освіти. Напрямок підготовки 6.090101 „Агрономія”», навчальних планів, структури і змісту навчальних програм із вищої математики;

2) здійснити аналіз підручників, навчальних і методичних посібників із вищої математики для аграрних університетів, прикладних математичних додатків і комп’ютерних програм;

3) проаналізувати психолого-педагогічну, навчально-методичну літературу з проблеми дослідження;

4) з’ясувати стан математичної підготовки та рівень сформованості інтелектуальних умінь у студентів-аграріїв;

5) виявити основні методи розвитку інтелектуальних умінь студентів аграрних університетів у процесі навчання математичних дисциплін.

Під час проведення констатувального етапу використовувалися такі методи дослідження:

– аналіз психолого-педагогічної, навчально-методичної літератури;

– бесіди зі студентами та викладачами математичних дисциплін у аграрних університетах;

– анкетування студентів і викладачів;

– спостереження навчального процесу у аграрних ВНЗ.

У дослідженні, проведеному з метою оцінки інтелектуальних умінь студентів аграрних ВНЗ, взяли участь 93 студенти I курсу Білоцерківського національного аграрного університету (БНАУ). З-поміж учасників експерименту тих, які опановують спеціальність «Агрономія» було 51, майбутніх фахівців спеціальності «Лісове та садово-паркове господарство» – 17, а студентів спеціальності «Геодезія, картографія та землеустрій» – 25. Також до експерименту були залучені 108 студентів I курсу Національного університету біоресурсів і природокористування України (НУБіП) аналогічних напрямів підготовки: 39 осіб спеціальності «Агрономія», 58 – «Лісове і садово-паркове господарство», 11 – «Геодезія, картографія та землеустрій».

Студентам було запропоновано обирати зі списку інтелектуальних умінь ті, що, на їх думку, найбільш необхідні для майбутньої професійної діяльності. Запитання анкети та варіанти відповідей представлено в додатку А. Причому, відповіді ранжувалися у порядку спадання, де 1 – найбільш важливий чинник, 11 – найменш важливий чинник.

Опитування стосувалося 11 видів інтелектуальних умінь: аналіз, виділення головного, порівняння, узагальнення, систематизація, означення і пояснення поняття, конкретизація, доведення, моделювання, прогнозування та проблемних умінь. Отримані результати були опрацьовані за допомогою методу експертних оцінок, зокрема визначалися \bar{r} – середньостатистичний ранг та s – стандартне відхилення.

Проведене опитування показало, що незалежно від ВНЗ, де навчаються майбутні агрономи, оцінка їх необхідних інтелектуальних умінь збігається: найбільш важливими інтелектуальними вміннями у професійній діяльності на думку студентів БНАУ є аналіз (3,04; 2,75) (де надалі позначення представлені у вигляді $(\bar{r}; s)$, \bar{r} – середньостатистичний ранг, s – стандартне відхилення), виділення головного (4,13; 2,69) та прогнозування (5,44; 3,42).

Таблиця 2.13

Аналіз найбільш необхідних інтелектуальних умінь у професійній діяльності студентів-аграріїв (n = 105)

Компоненти інтелектуальних умінь	Ранговий розподіл відповідей майбутніх агрономів		
	$W=0,209; \chi^2=217,56; p<0,01$		
	Середній ранг	Стандартне відхилення	Номер у рейтингу
	\bar{r}	s	№
Аналіз	3,04	2,75	1
Виділення головного	4,13	2,69	2
Порівняння	6,00	2,45	6
Узагальнення	5,96	2,58	4
Систематизація	5,97	2,68	5
Усвідомлення поняття	6,39	3,22	8
Конкретизація	6,21	2,73	7
Доведення	7,30	2,64	10
Моделювання	6,74	2,89	9
Прогнозування	5,44	3,42	3
Проблемні вміння	8,82	2,85	11

Слід зазначити, що найменш важливими інтелектуальними вміннями студенти майбутні аграрії вважають моделювання (6,74; 2,89), доведення (7,30; 2,64) та проблемні вміння (8,82; 2,85) (табл. 2.13).

Студенти I курсу, які вивчають геодезію, переконані, що у майбутній професійній діяльності у більшій мірі їм знадобиться вміння аналізувати (3,42; 2,66), виділяти головне (3,73; 2,52) та систематизувати дані (5,52; 3,00). Водночас, результати дослідження дають можливість констатувати той факт, що серед цих студентів панує думка, що не надто важливими інтелектуальними вміннями є усвідомлення поняття (6,73; 3,06), прогнозування (7,42; 2,82), а надто проблемні вміння (8,89; 2,78) (додаток М).

Подальші дослідження дозволили встановити, що студенти, які навчаються за спеціальністю «Лісове та садово-паркове господарство» вважають, що у професійній діяльності їм передусім знадобляться вміння виділяти головне (3,22; 2,45), аналізувати дані (4,31; 3,04), а також вміння конкретизувати відомості (5,24; 2,95). Водночас студенти даної спеціалізації впевнені у тому, що у подальшому їм практично не знадобляться такі інтелектуальні вміння як прогнозування (6,87; 2,85), узагальнення (7,13; 2,93) і проблемні вміння (7,88; 3,21) (додаток М).

Внаслідок проведеного дослідження ми переконалися, що, не зважаючи на обрану спеціальність, студенти вищих аграрних навчальних закладів схиляються до думки, згідно з якою у подальшій професійній діяльності працівника аграрного сектору першочерговими інтелектуальними вміннями є вміння аналізувати відомості та виділяти у них головне, натомість найменш важливим для себе вважають проблемні вміння.

Отже, на нашу думку, означені інтелектуальні вміння формуються і розвиваються у процесі опанування навчальної дисципліни «Вища математика».

Вивчаючи відповіді студентів на питання про причини розвивати свої інтелектуальні вміння, було встановлено, що майбутні агрономи бажають бути розумними і ерудованими (3,14; 2,10), мати можливість застосувати отримані знання під час вирішення складних задач, зокрема життєвих (3,82; 2,04), а також покращити результати навчання (3,93; 2,16) (табл. 2.14).

Серед головних мотивів для розвитку інтелектуальних умінь майбутні геодезисти також, насамперед, вказали бажання бути розумним (2,98; 2,27), мати можливість застосувати отримані знання під час вирішення складних практичних задач, зокрема життєвих (3,63; 2,20) та підвищити результативність навчальної діяльності (4,07; 2,15) (додаток М).

Таблиця 2.14

Аналіз мотивів майбутніх агрономів для розвитку інтелектуальних умінь (n = 105)

Мотиви для розвитку інтелектуальних умінь	Ранговий розподіл відповідей майбутніх агрономів		
	Середній ранг	Стандартне відхилення	Номер у рейтингу
	W=0,125; $\chi^2=91,91$; p<0,01		
	\bar{r}	s	№
Для покращення результатів навчання	3,93	2,16	3
Для економії часу у процесі виконанні складних завдань	4,88	2,10	5
Бути розумним, ерудованим	3,14	2,10	1
Мати можливість застосувати отримані знання під час вирішення складних задач, в тому числі життєвих	3,82	2,04	2
Швидкий пошук відомостей для розв'язання проблем	5,12	1,99	7
Необхідність виконання творчих завдань у навчальному процесі	5,88	1,98	8
Важливість інтелектуальних умінь на екзаменах, тестуваннях, співбесідах тощо	4,90	2,07	6
Необхідність у подальшій професійній діяльності	4,33	2,68	4

А опитування майбутніх спеціалістів із лісового та садово-паркового господарства засвідчило, що факторами, які є рушійною силою для розвитку студентами інтелектуальних умінь є бажання бути розумним (3,30; 2,16), мати можливість застосувати отримані знання під час вирішення складних задач, в тому числі життєвих (3,68; 2,07). Крім того серед пріоритетних мотивів вони вказали на необхідність інтелектуальних здібностей у подальшій професійній діяльності (4,12; 2,34) (додаток М).

Отже, нами були з'ясовані чинники, що впливають на рішення студентів аграрних вузів розвивати інтелектуальні здібності.

Ми вважаємо, що отримані дані варто використати під час розробки змісту навчання і зосередити свою увагу на виборі задач професійного спрямування.

2.5.2. Пошуковий етап (2012-2014 рр.).

Протягом цього етапу автор проводив пошук ефективних організаційних форм, методів, прийомів і засобів навчання для розвитку інтелектуальних умінь студентів у процесі навчання математичних дисциплін. Метою даного етапу було обґрунтувати і розробити методику навчання та систему задач з курсу вищої математики в аграрному університеті з відповідним методичним забезпеченням.

У ході пошукового етапу експерименту були розроблені методичні основи побудови системи розвитку інтелектуальних умінь та створена науково обґрунтована методична система розвитку інтелектуальних умінь студентів аграрних університетів у процесі навчання математичних дисциплін.

На даному етапі експерименту було проведено анкетування серед студентів та викладачів аграрних університетів (БНАУ, НУБіП, ПДАТУ), запитання та варіанти відповідей яких представлено в додатку Б.

Під час вивчення відповідей студентів на питання про те, що їм заважає розвивати інтелектуальні вміння, ми помітили, що у наявності, на жаль, присутній недостатній рівень вмотивованості до самовдосконалення. Серед майбутніх аграріїв 14,3% ($n = 15$) відповіли, що взагалі не мають такої потреби, 15,2% ($n = 16$) – що їм нецікаво займатися розумовою працею, 13,3% ($n = 14$) не знають, яким чином розвиватися інтелектуально, 51,4% ($n = 54$) не замислювалися над цим питанням, а 5,7% ($n = 6$) не відчувають підтримки друзів та рідних (рис. 2.33).

Водночас і серед майбутніх геодезистів виявлено відповіді, у яких вони зазначають, що не замислювалися над питаннями саморозвитку (55,8%; $n = 29$). Частка студентів, які не мають такої потреби склала 11,5% ($n = 6$), а таких, яким не цікаво – 7,7% ($n = 4$). Слід зазначити, що студентів, які хотіли б розвиваються, та не знають, яким чином організувати процес інтелектуального розвитку та тих, що чекає на підтримку близьких, відповідно склала 15,4% ($n = 8$) та 9,6% ($n = 5$) (рис. 2.34)

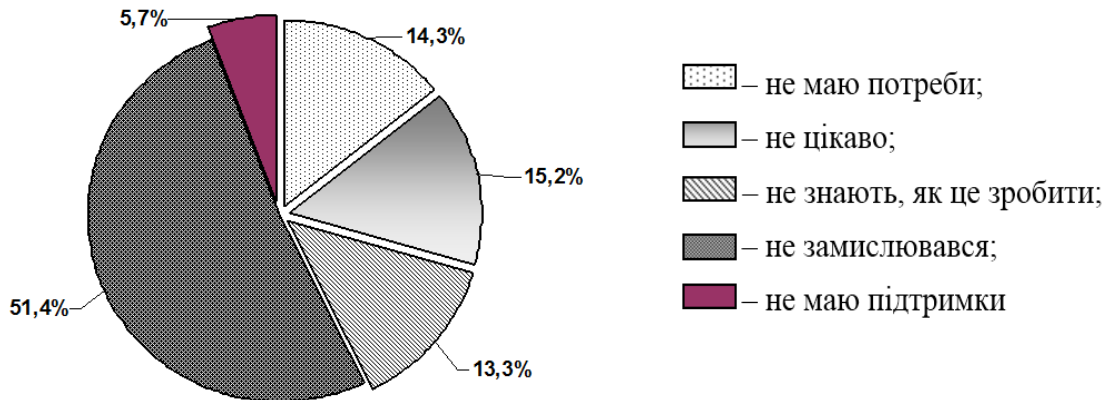


Рис. 2.33. Розподіл майбутніх агрономів за причинами, що заважають їхньому інтелектуальному розвитку, (n=105)

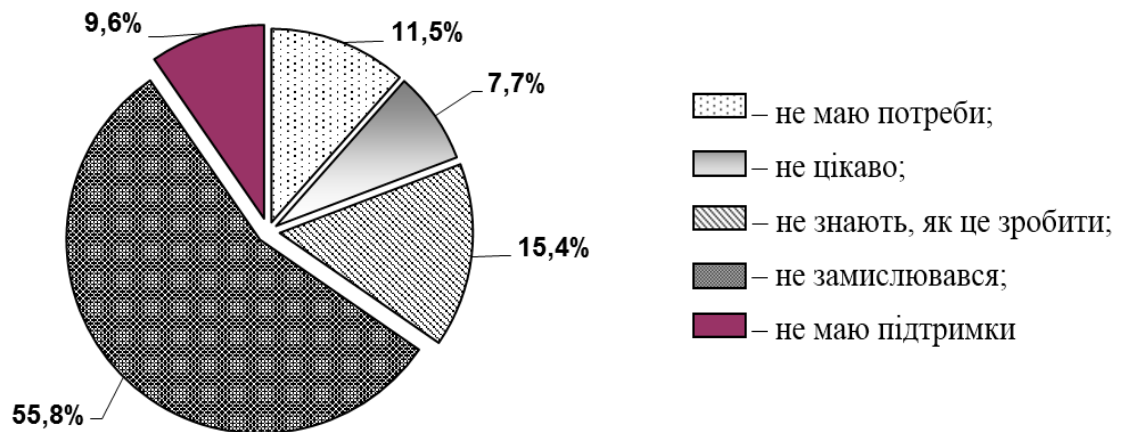


Рис. 2.34. Розподіл майбутніх геодезистів за причинами, що заважають їхньому інтелектуальному розвитку (n =52)

Студенти, які навчаються за спеціальністю «Лісове та садово-паркове господарство» аналізуючи причини, що заважають їм розвивати інтелектуальні вміння розподілилися наступним чином: не мають потреби – 10,8% ($n = 9$); не цікаво – 12,0% ($n = 10$); не знають, яким чином це зробити – 28,9% ($n = 24$); не замислювалися над питанням – 47,0% ($n = 39$); не мають підтримки – 2,4% ($n = 2$) (рис. 2.35).

Як бачимо, у всіх студентів, не залежно від обраної спеціальності, підготовки не сформована мотивація до самовдосконалення шляхом розвитку інтелектуальних умінь. Крім того, значна частка студентів не знає, яким чином можна розвивати власні інтелектуальні здібності. На наш погляд, отримані результати підтверджують необхідність у додаткових заходах по створенню

умов для стимулювання студентів до розвитку інтелекту. І ми переконані, що заняття з вищої математики безпосередньо впливають на розумові уміння і чи не у найбільшій мірі сприяють досягненню поставлених нами цілей.

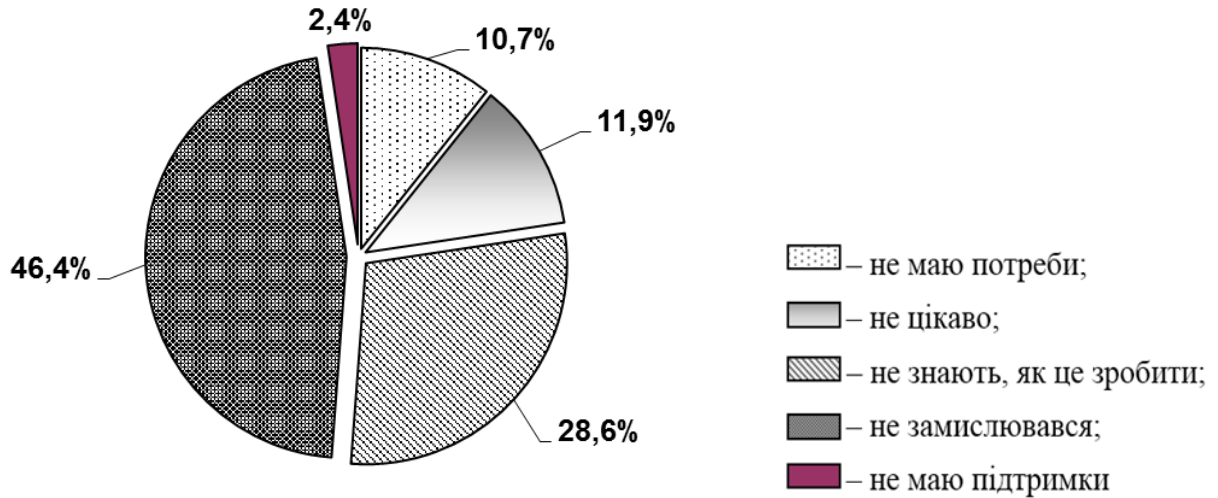


Рис. 2.35. Розподіл студентів спеціальності «Лісове та садово-паркове господарство» за причинами, що заважають їх інтелектуальному розвитку ($n = 83$)

Окрім студентів у нашому дослідженні прийняло участь 22 кваліфікованих викладача математичних дисциплін. Вони мали проранжувати у порядку зростання, які чинники на, їх думку, сприяють розвитку інтелектуальних умінь студентів у процесі навчання вищої математики.

Проведене опитування показало, що думка експертів узгоджена: коефіцієнт конкордації Кендала склав $W = 0,53$ при $p < 0,05$. Отже, на результати експертизи можна покладатися. Таким чином, для розвитку інтелектуальних умінь на заняттях із вищої математики викладачі надають перевагу засобам наочності (5,50; 0,74), організації самостійної роботи студентів (4,57; 1,01), а також поясненню порядку виконання операцій, де використовується певне інтелектуальне вміння (3,57; 1,50). З точки зору експертів, на меншу увагу заслуговує пошук міжпредметних зв'язків (3,09; 1,60), використання тренувальних вправ (2,41; 1,22) та застосування прикладів із навчального матеріалу (1,87; 0,89) (табл. 2.15). Цей факт пояснюється відсутністю достатньої кількості годин відведених на вивчення математичних дисциплін в аграрних університетах, скороченні кількості розрахунково-графічних робіт, консультацій тощо.

Таблиця 2.15

Аналіз методів і прийомів, що сприяють розвитку інтелектуальних умінь при вивченні вищої математики, ($n = 22$)

Компоненти інтелектуальних умінь	Ранговий розподіл відповідей експертів	
	\bar{r}	s
засоби наочності	5,50	0,74
приклади з навчального матеріалу	1,86	0,89
міжпредметні зв'язки	3,09	1,60
тренувальні вправи	2,41	1,22
пояснення порядку виконання операцій, де використовується певне інтелектуальне вміння	3,57	1,50
роботи для перевірки	4,57	1,01

Відповідаючи на питання нашої анкети, викладачі повідомили, що переважна більшість з них, а саме 81,8 % ($n = 18$), вважають, що інтелектуальні вміння впливають на успішність студентів з вищої математики. І лише 18,2 % ($n = 4$) викладачів відповіли, що розвиток інтелектуальних умінь впливає на оволодіння студентами вищої математики лише в окремих випадках.

Однак експерти у більшій мірі вважають, що для успішного розвитку інтелектуальних умінь необхідно їх відтворювати в робочих початкових програмах, підручниках і розвивати на заняттях: саме так відповіло 77,3 % ($n = 17$) з них. Отже, на їх думку, яку ми поділяємо, процес розвитку інтелектуальних умінь має бути плановим, організованим та контрольованим. А 22,7 % ($n = 5$) викладачів переконані, що розвиток інтелектуальних умінь відбувається безпосередньо під час вивчення вищої математики. Дійсно, опанування цієї дисципліни сприяє розвитку, утім не акцентуючи увагу на розвитку конкретного вміння можна добирати задачі одного типу. Тому ми вважаємо, що планування процесу формування інтелектуальних умінь студентів сприятиме процесу їх всебічного розвитку.

Викладачі вказали на той факт, що вони також намагаються розвивати інтелектуальні вміння на заняттях з вищої математики: так відповіло 63,6 % ($n = 14$) респондентів, проте не проводять роботу над інтелектуальними вміннями лише 27,3 % ($n = 6$) з опитаних.

За даними фахівців, методикою розвитку інтелектуальних умінь володіє 59,1 % (n = 13), а володіють не достатньо 22,7 % (n = 5). При цьому дати однозначну відповідь не змогли 18,2 % (n = 4) опитаних.

Натомість 95,5% (n = 21) бажають удосконалювати свою методику розвитку інтелектуальних умінь і лише один викладач зазначив, що задоволений рівнем своєї підготовки.

Отримані дані та результати їх опрацювання ми використовували під час розробки методики розвитку інтелектуальних умінь студентів аграрних університетів у процесі навчання математичних дисциплін.

2.5.3. Формувальний етап (2013-2015 рр.).

Цей етап проводився на базі Білоцерківського національного аграрного університету, а потім до експерименту були залучено Національний університет біоресурсів і природокористування України та Подільський державний аграрно-технічний університет.

Головне завдання цього етапу – перевірка ефективності розробленої методики розвитку інтелектуальних умінь, виявлення умов успішної її реалізації, узагальнення і систематизація результатів дослідження.

Фахівці пов'язують умови забезпечення інтелектуального розвитку з цілеспрямованим ознайомленням студентів із методами розв'язування задач, отже як головний критерій інтелектуального розвитку студентів вищого аграрного навчального закладу ми розглядали вміння розв'язувати задачі.

Для оцінки ефективності педагогічного впливу на розвиток інтелектуальних умінь студентів вищих аграрних навчальних закладів нами було проведено формувальний експеримент, у якому прийняло участь 240 студентів вищих аграрних навчальних закладів, які надалі склали контрольну і експериментальну групи (КГ і ЕГ).

Зазначимо, що студенти БНАУ склали ЕГ, а студенти НУБіП і ПДАТУ були віднесеними до КГ.

На початку експерименту ми оцінили рівень розвитку інтелектуальних умінь студентів до впровадження методики на заняттях із вищої математики у навчальний процес учасників ЕГ.

Формувальний експеримент включав 3 етапи: оцінка рівня інтелектуальних умінь студентів, впровадження авторської методики розвитку інтелектуальних умінь студентів вищих аграрних навчальних закладів у навчальний процес студентів ЕГ, а також порівняльний аналіз рівня інтелектуальних умінь студентів ЕГ та КГ наприкінці вивчення ними курсу вищої математики.

Внаслідок проведеного експерименту ми оцінили рівень розвитку інтелекту студентів БНАУ за стандартною методикою оцінки IQ за допомогою числового тесту Айзенка-Горбова [209]. Ми запропонували студентам протягом 15 хвилин скласти тест, який містить 20 завдань. Приклади тестів та шкала оцінювання результатів представлено у додатках Д та Е.

Тест Айзенка-Горбова складається з трьох тестів: словесного, числового та наочно-образного. Для тестування студентів ми обрали лише два з запропонованих, враховуючи специфіку обраної дисципліни (числовий та наочно-образний). Розрахунок рівня інтелекту проводили з використанням графіків представлених у додатку Е, помноживши кількість правильних відповідей на 3 для числового тесту і на 5 для наочно-образного (оскільки у повному тесті 30 і 50 завдань). Класифікацію рівнів інтелекту представлено у додатку Ж.

На початку експерименту середньостатистичний рівень IQ склав (89,48; 6,24 ум.од.), що відповідало низькій нормі розвитку інтелекту учасників експерименту. Розподіл студентів за рівнями розвитку інтелекту дозволив встановити, що серед них спостерігалось 63,44% ($n = 59$) з низькою нормою IQ, 34,41% ($n = 32$) – з середнім рівнем розвитку інтелекту та 2,15% ($n = 2$) – з хорошою нормою (рис. 3.36). Для зручності підписів рисунків ми використовували такі назви рівнів IQ: хороший, середній, низький.

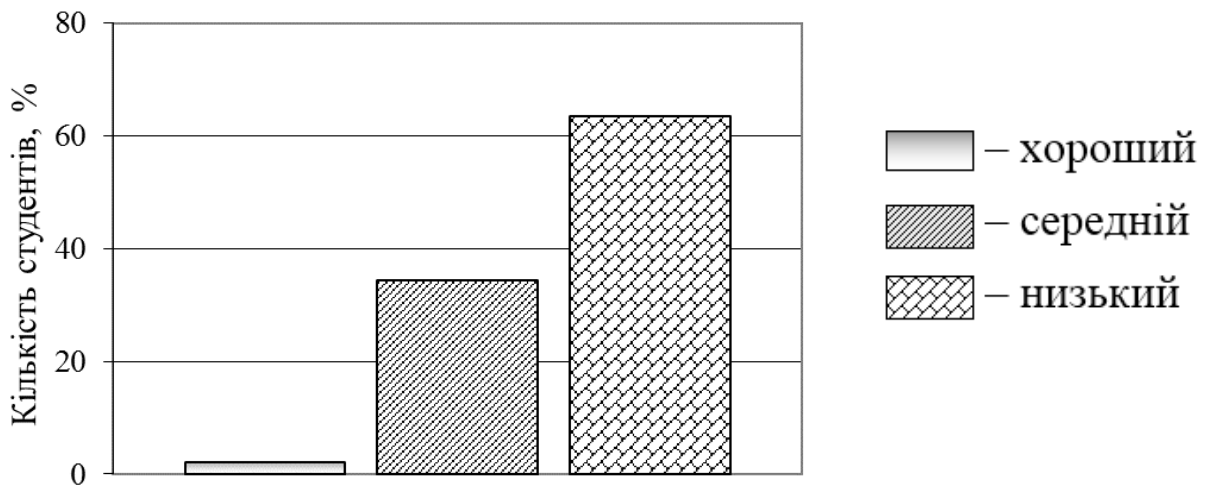


Рис. 3.36. Розподіл студентів експериментальної групи за рівнем розвитку інтелектуальних здібностей до експерименту ($n = 93$)

У подальшому дослідженні з метою оцінки рівня інтелектуальних умінь студентів, учасникам експерименту було запропоновано розв'язати 10 спеціально вибраних задач (додаток В), серед яких задачі з аналітичної геометрії (завдання 1, 2), задачі з математичного аналізу на знання функцій (завдання 4, 5, 6), задача з лінійної алгебри (завдання 7), а також задачі з математичного аналізу на доведення (завдання 8), на вміння моделювати (завдання 9) та на застосування похідної (завдання 10). Умови завдань представлено в додатку В. Зазначимо, що розв'язування тестових завдань передбачає розвиток усіх розглядуваних інтелектуальних умінь. Виконані завдання ми оцінили по 5-бальній шкалі.

Аналіз отриманих результатів засвідчив недостатній рівень розвитку інтелектуальних умінь учасників експерименту.

Так, внаслідок дослідження було виявлено, що середньостатистичні оцінки за виконання тестових задач майбутніх аграріїв становили від $(2,93 \pm 0,36)$ бала). При цьому показники коливались від $(2,22 \pm 0,46)$ бала за виконання задачі 8 до $(4,18 \pm 1,27)$ бала за задачу 5. Результати майбутніх геодезистів склали $(3,39 \pm 0,55)$ бала і коливались у межах від $(2,38 \pm 0,77)$ бала за задачу 10 до $(4,08 \pm 1,22)$ бала за задачу 6, а показники майбутніх фахівців із лісового і садово-паркового господарства були зафіксованими на рівні $(3,23 \pm 0,45)$ бала від $(2,33 \pm 0,47)$ бала за задачу 9 до $(4,00 \pm 1,35)$ бала за задачу 3 і задачу 5 (табл. 2.16) (Додаток В).

**Аналіз сформованості інтелектуальних умінь студентів вищих
аграрних навчальних закладів, (n = 240)**

Тестові завдання	Оцінка за розв'язання, бали					
	майбутні агрономи, (n = 105)		майбутні геодезисти, (n = 52)		майбутні фахівців з лісового і садово- паркового господарства, (n = 83)	
	\bar{x}	s	\bar{x}	s	\bar{x}	S
Задача 1	3,25	1,22	3,40	1,14	3,54	1,16
Задача 2	2,99	1,30	2,96	1,20	3,10	1,39
Задача 3	3,22	1,39	3,60	1,32	4,00	1,31
Задача 4	2,75	1,16	3,42	1,30	2,99	1,24
Задача 5	4,18	1,27	4,08	1,22	4,00	1,35
Задача 6	2,40	0,72	3,52	1,09	2,65	0,99
Задача 7	2,57	0,97	3,63	1,34	3,36	1,28
Задача 8	2,22	0,46	2,63	0,77	2,48	0,75
Задача 9	3,39	1,11	4,23	0,94	3,92	1,01
Задача 10	2,31	0,52	2,38	0,77	2,33	0,47

Можна стверджувати, що рівень розвитку інтелектуальних умінь студентів вищих аграрних навчальних закладів за результатами розв'язування задачі 8 і 10 розцінюється як низький, як середній – за результатами виконання завдання 1 та як достатній за розв'язування завдання 5.

Крім того, у ході дослідження нами було виконано розподіл студентів за рівнем розвитку інтелектуальних умінь залежно від їх напрямку підготовки. Проведений розподіл засвідчив, що існує значна частка студентів ($p < 0,05$) з початковим рівнем сформованості інтелектуальних умінь.

Серед майбутніх агрономів із початковим рівнем сформованості інтелектуальних умінь спостерігалось 57,1% ($n = 60$), з середнім – 41,0% ($n = 43$), а з достатнім – 1,9% ($n = 2$).

Серед майбутніх геодезистів результати свідчать про наступний розподіл: з початковим рівнем розвитку інтелектуальних умінь – 19,2% ($n = 10$), з середнім – 67,3% ($n = 35$), а з достатнім – 13,5% ($n = 7$).

Натомість з-поміж майбутніх фахівців лісового і садово-паркового господарства зафіксовано 26,5% ($n = 22$) з початковим рівнем розвитку досліджуваних якостей, 68,7% ($n = 57$) – з середнім рівнем та 4,8% ($n = 4$) – з достатнім рівнем розвитку інтелектуальних умінь (рис. 2.36).

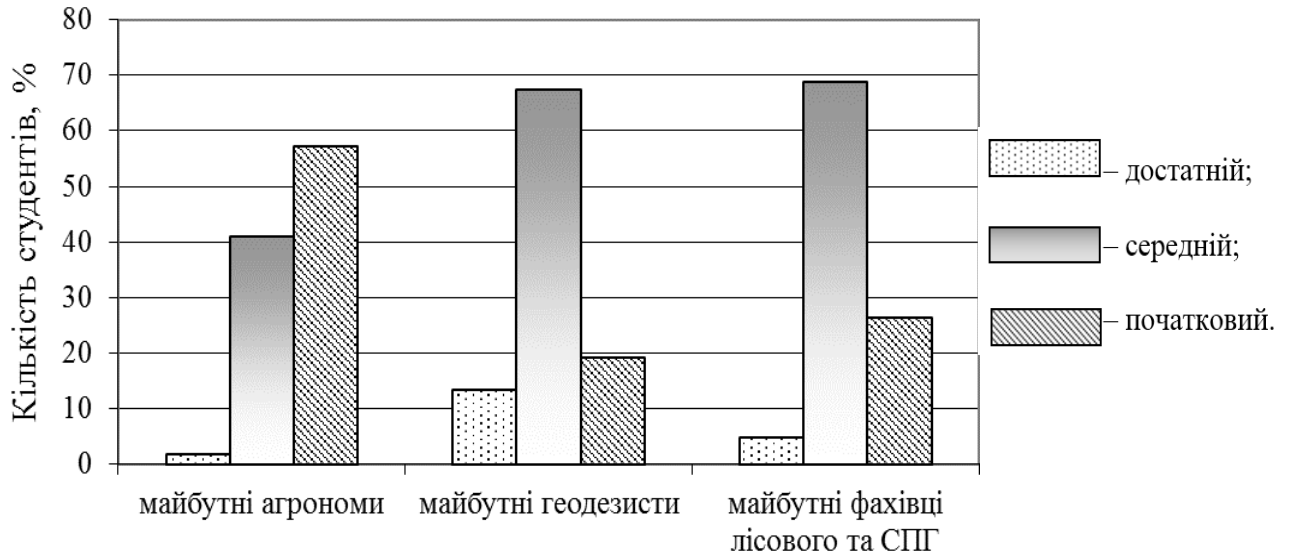


Рис. 2.37. Розподіл студентів за рівнем розвитку інтелектуальних умінь в залежності від напряму підготовки на початку експерименту ($n = 240$)

Зрозуміло, що отримані результати є невтішними і прямо вказують на нагальну необхідність розвитку інтелектуальних умінь майбутніх працівників сільського господарства шляхом застосування додаткових заходів у процесі вивчення вищої математики.

Проте варто наголосити на тому, що отримані розходження середньостатистичних оцінок під час розв'язання студентами задач, згідно з критерієм Манна-Уїтні, який застосовується для порівняння показників, що не підлягають нормальному закону розподілу, не є статистично значущими ($p > 0,05$) і знаходяться у межах статистичної похибки. Отже, ми вважали правомірним вивчати показники інтелектуальних умінь студентів вищих аграрних навчальних закладів не залежно від напряму їх підготовки.

Зазначимо, що студенти БНАУ склали ЕГ, а студенти НУБіП і ПДАТУ були віднесені до КГ.

На початку експерименту ми оцінили рівень розвитку інтелектуальних умінь студентів до впровадження методики на заняттях із вищої математики у навчальний процес учасників ЕГ (табл. 2.17).

Таблиця 2.17

Аналіз сформованості інтелектуальних умінь студентів вищих аграрних навчальних закладів до експерименту (n = 240)

Тестові завдання	Оцінка за розв'язання, бали			
	КГ, (n = 147)		ЕГ, (n = 93)	
	\bar{x}	s	\bar{x}	S
Задача 1	3,46	1,23	3,27	1,11
Задача 2	2,94	1,29	3,15	1,33
Задача 3	3,64	1,37	3,46	1,41
Задача 4	2,94	1,23	3,04	1,26
Задача 5	4,14	1,27	4,02	1,32
Задача 6	2,86	1,10	2,52	0,79
Задача 7	3,39	1,32	2,58	0,95
Задача 8	2,49	0,75	2,26	0,46
Задача 9	3,88	1,05	3,56	1,14
Задача 10	2,37	0,62	2,28	0,47

Виявлено, що до експерименту інтелектуальні вміння учасників КГ становили ($3,21 \pm 0,49$ бала), а представників ЕГ – ($3,01 \pm 0,43$ бала). Розподіл студентів за рівнем розвитку інтелектуальних умінь мав наступний вигляд: з поміж студентів КГ початковий рівень мало 31,3% ($n = 46$), середній – 61,9% ($n = 91$), а достатній – 6,8% ($n = 10$); серед студентів ЕГ початковий рівень спостерігався у 11,8% ($n = 11$), середній – у 77,4% ($n = 72$), достатній – у 10,8% ($n = 10$) (рис. 2.38).

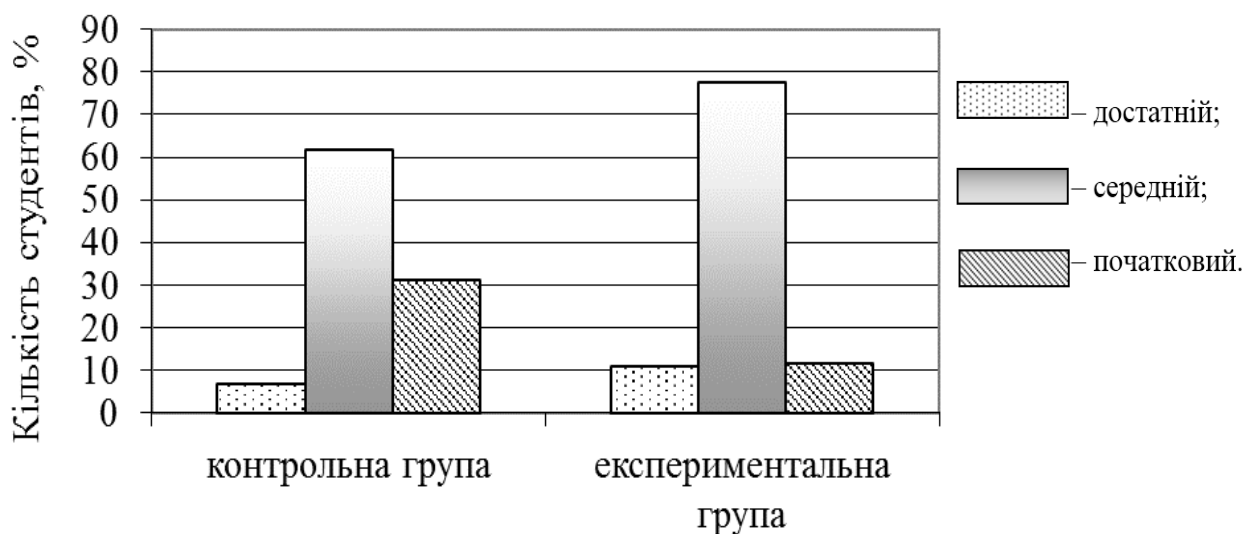


Рис. 2.38. Розподіл студентів за рівнем розвитку інтелектуальних умінь на початку експерименту ($n = 240$)

Наприкінці експерименту на відміну від студентів інших КГ, відбулись помітні зрушення у розвитку інтелектуальних умінь студентів ЕГ (рис. 2.39).

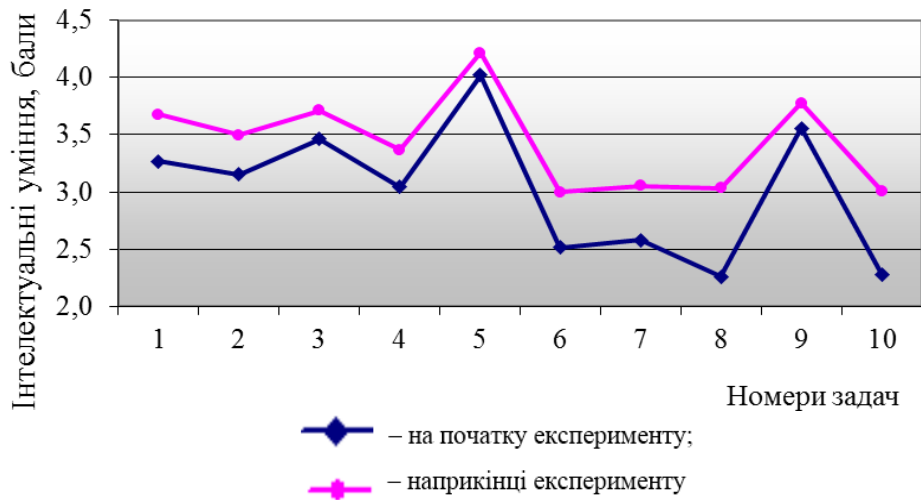


Рис. 2.39. Динаміка розвитку інтелектуальних умінь студентів ЕГ під час експерименту у балах ($n = 93$)

Так, кількість балів за розв'язування задачі 1 збільшилася до ($3,68 \pm 1,00$ бали), задачі 2 – до ($3,49 \pm 1,19$ бали), задачі 3 – до ($3,71 \pm 1,23$ бали). Як можна помітити, після впровадження методики за виконання жодної із задачі студенти не набрали менше 3 балів.

Утім у студентів КГ, не зважаючи на окремі здобутки, таких зрушень у розвитку інтелектуальних умінь не спостерігалось (рис. 2.40).

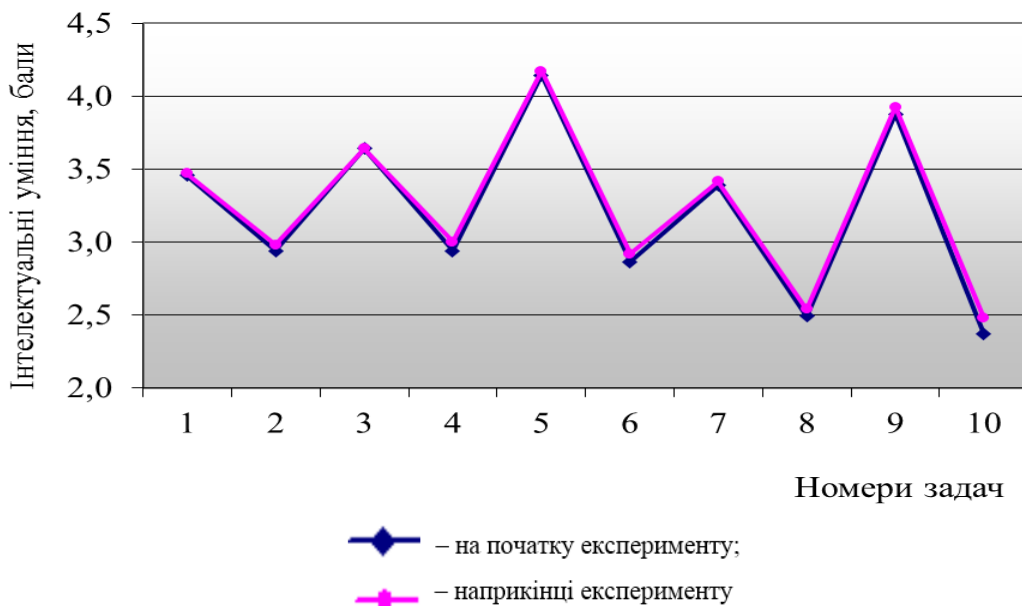


Рис. 2.40. Динаміка розвитку інтелектуальних умінь студентів КГ у ході експерименту у балах ($n = 147$):

Внаслідок більш детального вивчення результатів експерименту було встановлено, що приріст інтелектуальних умінь студентів, які навчалися за авторською методикою, значно перевищував приріст умінь студентів, які навчалися за традиційною методичною системою (табл. 2.18).

Таблиця 2.18

Приріст інтелектуальних умінь студентів вищих аграрних навчальних закладів внаслідок експерименту ($n = 240$)

Тестові завдання	КГ, ($n = 147$)		ЕГ, ($n = 93$)	
	бали	%	бали	%
Задача 1	0,01	0,39	0,41	12,5
Задача 2	0,04	1,39	0,34	10,92
Задача 3	0	0	0,25	7,14
Задача 4	0,06	2,08	0,32	10,6
Задача 5	0,03	0,66	0,19	4,81
Задача 6	0,05	1,91	0,48	19,23
Задача 7	0,03	0,80	0,47	18,33
Задача 8	0,05	1,91	0,77	34,29
Задача 9	0,05	1,23	0,22	6,04
Задача 10	0,11	4,60	0,73	32,08

Загалом приріст інтелектуальних умінь студентів ЕГ склав 13,9% і варіювався від 4,8% (0,19 бала) за виконання завдання 5 до 34,3% (0,77 бала) за виконання завдання 8. У результаті проведеного дослідження нами встановлено, що за кількість набраних балів за розв'язування окремих задач, а саме задач 1, 3 і 7, приріст інтелектуальних умінь учасників КГ наприкінці експерименту був менш як 1%.

Після проведеного експерименту ми знову оцінили рівень IQ представників ЕГ. Після впровадження авторської методики розвитку інтелектуальних здібностей середньостатистичний рівень IQ склав ($91,05 \pm 5,73$ ум.од.), що відповідало середньому розвитку інтелекту майбутніх фахівців сільського господарства. Розподіл студентів за рівнями розвитку інтелекту показало, що внаслідок педагогічного впливу на інтелектуальну сферу студентів відбулися помітні зрушення у рівні розвитку їх інтелекту: наприкінці експерименту серед них спостерігалось 33,33% ($n = 31$) з низькою нормою IQ, 64,51% ($n = 60$) – з середнім рівнем розвитку інтелекту та 2,15% ($n = 2$) – з хорошою нормою (рис. 3.41).

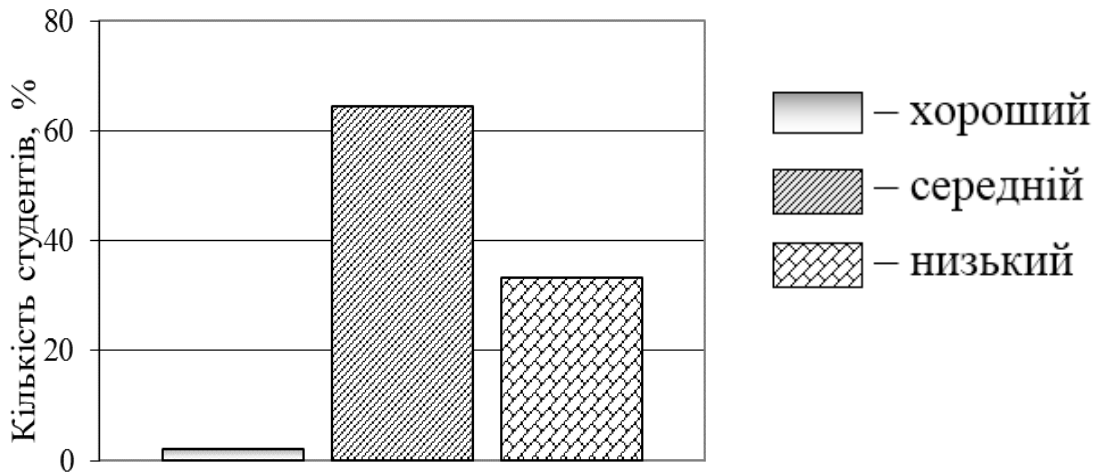


Рис. 3.41. Розподіл студентів експериментальної групи за рівнем розвитку інтелектуальних здібностей після експерименту ($n = 93$)

Виконані розрахунки дозволяють стверджувати, що середньостатистичний рівень IQ учасників експерименту після його проведення був статистично значуще більшим ($p < 0,05$) порівняно з початком експерименту. Крім того, ми встановили, що частка студентів з середнім IQ статистично значуще збільшилася ($p < 0,05$) за рахунок зменшення студентів з низькою нормою розвитку інтелектуальних здібностей.

Такий результат доводить ефективність запропонованої авторської методики розвитку інтелектуальних здібностей студентів вищих навчальних сільськогосподарських закладів.

Висновки до другого розділу

1. Щоб підготувати майбутнього фахівця аграрного сектору до інтелектуальної діяльності необхідно створити умови для цілеспрямованого тренування мислення, для усвідомлення сильних і слабких його сторін, розвитку інтелектуальних умінь. Найбільш сприятливі умови для розвитку інтелекту створюються у процесі навчання. Під час вивчення вищої математики формується математичний стиль мислення: системність і логічність міркувань, робота з абстрактними поняттями і точне використання символічної мови, строгість і послідовність у виконанні дій, що суттєво впливає на розвиток інтелекту і є основою дивергентного мислення, необхідного для творчої діяльності.

Прийоми інтелектуальної діяльності формуються та розвиваються значно швидше в умовах цілеспрямованої та активної пошукової роботи, ніж в умовах пасивного сприйняття знань та стандартного їх відтворення.

Нами визначено педагогічні умови ефективного розвитку інтелектуальних умінь майбутніх студентів-аграріїв у процесі навчання предметів математичного циклу: 1) нарощування у студентів інтелектуальних умінь відповідно до складових їх структури: від сприймання й осмислення відомостей через трансформацію знань і компетентностей до набуття та реалізацію творчих умінь; 2) дотримання кожного з етапів формування основних способів інтелектуальної діяльності: від діагностики наявного рівня інтелектуальних умінь через мотивацію, рефлексію і набуття досвіду до застосування інтелектуальних умінь до розв'язування математичних задач та перенесення набутих інтелектуальних умінь на здійснення пізнавальної та фахової діяльності.

2. Інтелектуальні вміння, що стосуються сприймання та осмислення навчального матеріалу (аналіз, синтез, виділення головного, порівняння, означення і пояснення поняття, узагальнення і систематизація, конкретизація, доведення, моделювання і прогнозування) необхідні майбутнім аграріям для розв'язування широкого й різноманітного класу задач практики (добір видів добрив і розрахунок їх безпечної кількості, врахування погодних факторів на майбутній врожай, встановлення перспективних порід великої рогатої худоби, визначення основних факторів ризику культивування нових сортів овочів і фруктів тощо).

Для розвитку таких інтелектуальних умінь студентів як аналіз, синтез і виділення головного доцільно ми пропонуємо метод проектів. Навчальні проекти з вищої математики переважно стосуються застосування математичних методів для розв'язування задач чи самостійного вивчення окремих тем.

Також пропонуємо виділяти такі типові дидактичні ситуації, що вимагають постановки завдання чи задачі на порівняння: з метою з'ясування загального в об'єктах, поняттях; повне порівняння, тобто встановлення схожого та відмінного; з метою виявлення основного в означенні, властивостях; порівняння, у процесі якого студенти встановлюють причинно-наслідкові зв'язки між явищами; порівняння з метою прогнозування; порівняння, в результаті якого студенти конкретизують загальні уявлення і знання про об'єкт.

Для розвитку вміння означати і пояснювати поняття, пропонуємо такі види роботи: дослідити структуру наведених визначень та вказати чи правильні вони; зобразити на основі спостережень даний об'єкт (або подібний заданому); виділити серед об'єктів один, дати його означення та характеристику; використання вправ на з'єднання слова з його означенням; проведення математичного диктанту; використання дидактичного прийому доведення до абсурду.

3. У сучасних умовах господарювання та постійного збільшення обсягу різноманітних даних вміння узагальнювати та систематизувати різномінітні відомості є необхідними для аграрія. Узагальнення і систематизація – це вміння, які передбачають уявне об'єднання предметів, що мають загальні властивості.

Найбільш розповсюдженими прийомами формування інтелектуальних умінь в педагогічній практиці є розв'язування задач, а також самостійне складання студентами задач.

4. Від рівня розвитку творчих умінь у випускника аграрного університету буде залежати успішність майбутньої професійної діяльності. Навчаючись моделювати та прогнозувати на прикладі математичних задач, студенти відкривають нові знання й оволодівають процесом наукового пошуку, що забезпечує їм певний досвід у майбутній професійній діяльності.

5. Впровадження авторської методики для студентів ЕГ показало, що їх інтелектуальні вміння були вищими порівняно зі студентами КГ. Отже, отримані результати доводять ефективність авторської методики розвитку інтелектуальних умінь студентів вищих аграрних навчальних закладів.

Отже, з метою *розвитку інтелектуальних умінь студентів аграрних університетів у процесі навчання математичних дисциплін необхідно:*

- розвивати інтелектуальні вміння відповідно до встановленої структури, що відповідає трьом основним етапам мислення та визначає базові інтелектуальні вміння;

- дотримуватись основних етапів формування способів інтелектуальної діяльності.

Основні результати другого розділу опубліковано у наступних роботах [194] – [202].

ВИСНОВКИ

Відповідно до поставленої мети і визначених завдань дослідження отримано такі **результати**:

- з'ясовано стан розробки проблеми розвитку інтелектуальних умінь студентів у філософській, психолого-педагогічній і методичній літературі та практиці навчання в університетах;

- розкрито природу інтелекту та його структуру; висвітлено психолого-педагогічні засади формування і розвитку інтелектуальних умінь у студентів-аграріїв;

- розкрито особливості навчання математичних дисциплін у контексті розвитку інтелектуальних умінь особистості;

- встановлено структуру інтелектуальних умінь студентів-аграріїв, що відповідає трьом основним етапам мислення;

- визначено та обґрунтовано педагогічні умови розвитку інтелектуальних умінь студентів у процесі навчання математичних дисциплін в аграрних університетах;

- розроблено методику реалізації визначених педагогічних умов на основі формування кожної складової в структурі інтелектуальних умінь та дотримання основних етапів їх формування;

- експериментально перевірено дієвість педагогічних умов і ефективність розробленої методики їх реалізації для розвитку інтелектуальних умінь студентів-аграріїв.

Результати проведеного дослідження дають підстави для таких **висновків**.

- 1.** Розвиток інтелектуальних умінь громадян України – актуальна педагогічна проблема сьогодення. Виховання інтелектуально розвиненої особистості, здатної до самоосвіти і самовдосконалення, – одне з головних завдань сучасної вищої школи. Для підготовки висококваліфікованих фахівців аграрного сектору, які здатні творчо вирішувати щоденні проблеми та швидко адаптуватися до нових умов господарювання, потрібно забезпечити належний рівень математичної підготовки та інтелектуальних умінь студентів.

Основою розвитку інтелекту у студентів є інтелектуальні уміння, набуті в процесі навчально-пізнавальної діяльності. Без цілеспрямованого розвитку інтелектуальних умінь неможливо досягти високих результатів у навчанні математики та інших дисциплін, набуті продуктивного досвіду використання математичних методів у професійній діяльності аграрія, стати успішною людиною та компетентним і конкурентоспроможним фахівцем. Основні прийоми мислення та механізми саморозвитку повинні стати спеціальним предметом засвоєння в процесі математичної підготовки студентів, а розвиток інтелектуальних умінь та здатності до саморозвитку – керованим процесом.

2. Існують різні підходи до тлумачення поняття «інтелект», що пояснюється довготривалими дискусіями з приводу його природи та структури. Поняття інтелекту включає не лише процеси мислення, але й індивідуальний світ людини, зокрема її здатність сприймати й опрацьовувати відомості. Цим пояснюються дискусії про біологічну і соціальну природу інтелекту, а також про його цілісність і множинність. Найчастіше в психолого-педагогічній літературі під терміном «інтелект» розуміють здатність суб'єкта до діяльності: навчання; мислення; спілкування; адаптації тощо.

Інтелектуальні уміння – це здатність суб'єкта свідомо виконувати розумові дії. Інтелектуальні уміння не даються від народження в готовому вигляді, вони одночасно є і результатом, і умовою розвитку, що здійснюється в процесі навчання і виховання, під час взаємодії з навколишнім середовищем. Структура інтелектуальних умінь відповідає трьом основним етапам мислення (сприймання й осмислення відомостей, трансформація знань, умінь і навичок, набуття та реалізація творчих умінь) та включає базові інтелектуальні вміння (аналіз і синтез, виділення головного; порівняння; визначення і пояснення поняття; узагальнення, класифікація і систематизація; конкретизація та абстрагування; моделювання; прогнозування), що доцільно розвивати у студентів аграріїв у процесі навчання дисциплін математичного циклу. Найсприятливішим для формування та розвитку інтелектуальних умінь є студентський вік. У цей час, крім звичайного росту інтелекту, відбуваються його структурні зміни.

3. Невід'ємною частиною процесу інтелектуального розвитку студентів аграрних університетів є вивчення математичних дисциплін. На процес навчання математики студентів впливає низка зовнішніх та внутрішніх обставин і умов здійснення навчально-виховного процесу в університетах (модернізація змісту навчального матеріалу, використання сучасних форм, методів та інноваційних засобів навчання, підвищення мотивації та інтересу до навчання, урахування пізнавальних потреб і можливостей молоді, забезпечення спрямованості на майбутню професійну діяльність, організація свідомої самостійної роботи студентів тощо). Для ефективного формування інтелектуальних умінь у студентів та отриманню ними високих і якісних результатів у процесі навчання математичних дисциплін визначено такі педагогічні умови: 1) нарощування у студентів інтелектуальних умінь відповідно до складових їх структури; 2) дотримання кожного з етапів формування інтелектуальних умінь.

4. Методика розвитку інтелектуальних умінь майбутніх аграріїв у процесі навчання математичних дисциплін побудована на основі реалізації визначених педагогічних умов і розкривається у дисертації через формування кожної складової в структурі інтелектуальних умінь. Нарощування кожного інтелектуального уміння у процесі вивчення вищої математики можна реалізувати за рахунок урізноманітнення вправ і задач, зокрема розв'язування прикладних задач, які пов'язані безпосередньо з майбутньою професією аграрія (добір видів добрив і розрахунок їх безпечної кількості, врахування погодних факторів на майбутній врожай, визначення перспективних порід великої рогатої худоби, урахування основних факторів ризику культивування нових сортів овочів і фруктів тощо). Для поступового підвищення самостійної та творчої активності студентів та поетапного розвитку інтелектуальних умінь студентів у процесі вивчення математичних дисциплін доцільно використовувати систему вправ і задач, що складається з таких блоків: підготовчі, установчі, пробні, тренувальні, творчі, контрольні.

Прийоми інтелектуальної діяльності формуються та розвиваються значно швидше, якщо дотримуватися таких основних етапів: діагностика наявного

рівня сформованості інтелектуальних умінь; мотивація необхідності розвитку уміння; рефлексія (осмислення суті і правила користування умінням); набуття досвіду використання умінь; застосування інтелектуальних умінь до розв'язування математичних задач різних видів і рівнів складності, у тому числі і професійно спрямованих; узагальнення та перенесення набутих інтелектуальних умінь під час вивчення інших навчальних дисциплін, здійснення пізнавальної та фахової діяльності.

5. Ефективність методики розвитку інтелектуальних умінь студентів-аграріїв у процесі навчання математичних дисциплін, побудованої на основі реалізації визначених педагогічних умов перевірялася під час формувального етапу експерименту. Результати експериментальної перевірки підтверджують, що дотримання запропонованих у роботі педагогічних умов сприяє підвищенню у студентів: рівня базових інтелектуальних умінь; якості набутих математичних знань; рівня сформованості вмінь розв'язувати прикладні задачі професійної спрямованості. На основі отриманих у процесі дослідження результатів можна зробити висновок, що розроблена в дисертації методика є ефективною і успішно реалізована на практиці.

Одержані результати не вичерпують усієї повноти проблеми. Подальші дослідження можуть здійснюватися в таких напрямках:

- методика формування інтелектуальних умінь учнів основної школи у процесі навчання алгебри (геометрії);
- методика формування інтелектуальних умінь старшокласників у процесі навчання математики в умовах профільної школи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Архангельский С. И. Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы / С. И. Архангельский. – М.: Высш. школа, 1980. – 368 с.
2. Абульханова-Славская К. А., Брушлинский А. В. [Философская концепция С. Л. Рубинштейна]. – М.: Наука, 1984. – 243 с.
3. Авраменко О. В. Методика застосування нових інформаційних технологій під час вивчення математичних дисциплін у вищій школі : навч.-метод. посібник / О.В. Авраменко, С.О. Шлянчак. – Кіровоград: ПП «Центр оперативної поліграфії „Авангард”», 2008. – 206 с.
4. Айзенк Г. Ю. Проверь свои способности / Г. Ю. Айзенк. – М.: Педагогика-пресс, 1992. – 173 с.
5. Акимова М. К. Интеллект как динамический компонент в структуре способностей: диссертация ... доктора психологических наук: 19.00.01 / Акимова Маргарита Константиновна. – Москва, 1999. – 397 с.
6. Алиева О. В. Профессиональная направленность обучения математике в средних профессионально-технических училищах, готовящих кадры для нефтяной промышленности: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / О. В. Алиева. – Баку, 1982. – 150 с.
7. Ананьев Б. Г. Некоторые проблемы психологи взрослых / Б. Г. Ананьев. – М.: Знание, 1972. – 32 с.
8. Ананьев Б. Г. О проблемах современного человекознания / Б. Г. Ананьев. – СПб.: Питер, 2001. – 272 с.
9. Андреев О. О. В. І. Вернадський про роль емпіричних узагальнень у науці [Електронний ресурс] / О. О. Андреев. – К.: Центр духовної культури, 2005. – № 49. – Режим доступу: http://www.filosof.com.ua/Jornel/M_49/Andrejev.htm.
10. Бабанский Ю. К. Избранные педагогические труды / [сост. М. Ю. Бабанский]. – М.: Педагогика, 1989. – 560 с.
11. Бабанский Ю. К. Рациональная организация учебной деятельности / Ю. К. Бабанский. – М.: Знание, 1981. – 96 с.

12. Бабанський Ю. К. Проблемы повышения эффективности педагогических исследований / Ю. К. Бабанський. – М.: Педагогика, 1982. – 192 с.

13. Базилевич В. Види та результати інтелектуальної діяльності [Електронний ресурс] / В. Базилевич, В. Ільїн. – Режим доступу: http://pidruchniki.com/12090613/ekonomika/vidi_rezultati_intelektualnoyi_diyalnosti.

14. Барибіна О. В. Формування навчально-інтелектуальних умінь у студентів вищих закладів освіти в Україні (кінець ХІХ – початок ХХ століття): дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Барибіна Олена Валентинівна. – Х., 2007. – 203 с.

15. Башманівський О. Л. Критерії та рівні сформованості інтелектуальних умінь старшокласників у процесі навчання предметів мовно-літературного циклу / О. Л. Башманівський // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, досвід, проблеми: Зб. наук. праць / Редкол.: І. А. Зязюн (голова) та ін. – Київ–Вінниця: ДОВ „Вінниця”. – 2008. – Вип. 17. – С. 83–89.

16. Башманівський О. Л. Формування інтелектуальних умінь старшокласників у процесі навчання предметів мовно-літературного циклу: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.09 / Башманівський Олексій Леонідович. – К., 2009. – 254 с.

17. Бевз В. Г. Прикладные задачи и их математические модели / В. Г. Бевз, Д. В. Коваленко // Иновации в образовании // Сб. научн. ст. - Шумен: Университет «Епископ Константин Преславски», 2010. – С. 671 – 676.

18. Бевз Г. П. Алгебра (Алгебра і початки аналізу): підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закл.: академ. рівень, профіл. рівень / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова. – К.: Освіта, 2011. – 400 с.

19. Березан О. В. Система розрахункових задач і вправ з хімії як засіб розвитку інтелектуальних умінь школярів у класах хіміко-біологічного профілю: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Березан Ольга Веніамінівна. – К., 2006. – 286 с.

20. Берулава Г. А. Методологические основы практической психологии: учеб. пособие / Г. А. Берулава // Российская академия образования, Московский психолого-социальный ин-т. – М., 2004. – 192 с.
21. Бех І. Д. Особистісно-зорієтоване виховання / І. Д. Бех. –К.: Освіта, 1998. – 204 с.
22. Бех І. Д. Виховання особистості. Особистісно орієнтований підхід: науково-практичні засади / І. Д. Бех. – К.: Либідь, 2003. – Кн. 1. – 344 с.
23. Бех І. Д. Особистісно-зорієтоване виховання – нова освітня філософія / І. Д. Бех. // Педагогіка толерантності. – 2001. – № 1. – С. 16–19.
24. Бібік Н. М. Компетентісна освіта – від теорії до практики / Н. М. Бібік, І. Г. Єрмаков, О. В. Овчарук, І. Л. Погоріла, О. І. Пометун. – К.: Пляда, 2005. – 120 с. – (Навчально-методична серія «Відкритий урок»; Вип. 3–4).
25. Бібік Н. М. Формування пізнавальних інтересів молодших школярів / Н. М. Бібік. – К.: Інститут педагогіки АПН України, 1998. – 199 с.
26. Білоконна Н. І. Формування інтелектуальних умінь молодших школярів у процесі навчання: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Білоконна Ніна Іванівна. – Кривий Ріг, 1999. – 175 с.
27. Богоявленський Д. Н. Психология усвоения знаний в школе / Д. Н. Богоявленський, Н. А. Менчинская. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1959. – 347 с.
28. Боженкова Л. И. Методическая система обучения геометрии, ориентированная на интеллектуальное воспитание учащихся общеобразовательной школы: дис. ... доктора. пед. наук: 13.00.02 / Боженкова Людмила Ивановна. – М., 2007. – 420 с.
29. Бондар В. І. Дидактика. / В. І. Бондар. – К.: Либідь, 2005. – 264 с.
30. Бондар В. І. Теорія і технологія управління процесом навчання в школі: Навчальний посібник / В. І. Бондар. – К.: Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова, 2000. – 191с.
31. Бондаренко А. Ф. Социальная психотерапия личности (психосемантический подход) / А. Ф. Бондаренко. — К., КГПИИЯ, 1991. – 189 с.
32. Брушлинський А. В. Проблемы психологии субъекта / А. В. Брушлинський. – М.: Изд-во ИГ РАН, 1994. – 109 с.

33. Бугрій О. В. Теорія і методика формування інтелектуальних умінь учнів у процесі географічної освіти: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Бугрій Олена Володимирівна. – Х., 2006. – 405 с.

34. Валеева Э. Р. Формирование интеллектуальных умений у будущих специалистов социальной работы: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Валеева Эльвира Ринатовна. – Казань, 2008. – 170 с.

35. Васюта В. Б. Інтенсифікація сільськогосподарського виробництва [Електронний ресурс] / В. Б. Васюта, В. В. Мормуль // Ефективна економіка. – 2013. Режим доступу: <http://www.economy.nauka.com.ua>.

36. Великий тлумачний словник сучасної української мови / Уклад. і голов. ред. В. Т. Бусел. – Ірпінь: ВТФ «Перун», 2009. – 1736 с.

37. Вернадский В. И. Избранные сочинения / В. И. Вернадский. – М., 1954. – Т. 1. – 696 с.

38. Вища математика: Збірник задач та методичні рекомендації для проведення практичних занять за кредитно-модульною системою організації навчального процесу студентів денної форми навчання напряму підготовки 6.09010303 (садово-паркове господарство та ландшафтний дизайн). / О. П. Мельниченко – Біла Церква.– 2013.– с. 108.

39. Вища математика: навчальний посібник для студентів факультету економіки та підприємства / Укладачі: В. Є. Березовський, С. В. Лещенко, Р. В. Ненька, С. А. Закорчевна, Т. І. Треш. – Умань: Видавничо-поліграфічний центр «Візаві», 2016. – Ч II. – 188 с.

40. Вікова та педагогічна психологія: навч. посіб. / О. В. Скрипченко, Л. В. Долинська, З. В. Огороднійчук та ін. – К.: Просвіта, 2001. – 416 с.

41. Вітлінський В. В. Моделювання економіки: навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисц. / В. В. Вітлінський, Г. І. Великоіваненко. – К.: КНЕУ, 2005. – 306 с.

42. Возрастная психология взрослых (Теоретическая и прикладная): тезисы докладов к научной конференции 27–29 октября 1971 г., Ленинград / Под. ред. Б. Г. Ананьева. – Ленинград: АПН СССР, 1971. – Вып. 1.

43. Воробьева Л. И. Дидактические условия формирования интеллектуальных учений студентов педвузов: дис. ... кандидата пед. наук: 13.00.02 / Л. И. Воробьева. – М., 1990. – 169 с.
44. Выготский Л. С. Динамика и структура личности подростка. // Собр. сочинений: в 6-ти т. / Л. С. Выготский. – М.: Педагогика, 1984. – 431 с.
45. Выготский Л. С. Мышление и речь: Собр. сочинений: в 6-ти т. / Л. С. Выготский. – М.: Педагогика, 1982. – 504 с.
46. Выготский Л. С. Педагогическая психология / Л. С. Выготский [под ред. В. В. Давыдова]. – М.: Педагогика, 1991. – 479 с.
47. Гальперин П. Я. Развитие исследований по формированию умственных действий / П. Я. Гальперин // Психологическая наука в СССР. – М.: Педагогика, 1989. – 432 с.
48. Геранюшкина Г. П. Социальный интеллект студентов-менеджеров и его развитие в условиях формирующего эксперимента: дис. ... канд. псих. наук: 19.00.07 / Геранюшкина Галина Петровна. – Иркутск, 2001. – 195 с.
49. Гербарт И. Ф. Избранные педагогические сочинения / И. Ф. Гербарт. – М.: Учпедгиз, 1940. – 167 с.
50. Гессен С. И. Основы педагогики. Введение в прикладную философию: Учебное пособие для вузов / С. И. Гессен [отв. ред. и сост. П. В. Алексеев]. – М.: “Школа-Пресс”, 1995. – 448 с.
51. Гиль Л. Д. Развитие интеллектуальных умений и способностей к саморазвитию студентов технического вуза в процессе математической подготовки: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Гиль Людмила Болеславовна. – Томск, 2010 – 196 с.
52. Гільбух Ю. З. Темперамент і пізнавальні здібності школяра: психологія, діагностика, педагогіка / Ю. З. Гільбух. – К.: Ін-т психології АПН України, 1993. – 272 с.
53. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник. – К.: Либідь, 1997. – 374 с.
54. Горда І. М. Методичне забезпечення моніторингу навчальних досягнень з математики студентів вищих аграрних навчальних закладів: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Горда Ірина Михайлівна. – К., 2014. – 267 с.

55. Горноста́й П. П. Работа с самооценкой в практике консультирования и психотерапии / П. П. Горноста́й // Психологічні перспективи. Спецвипуск. – 2011. – Т. 1. – С. 199 –208.

56. Городилова М. А. Педагогические условия развития творческих умений у студентов технического вуза при обучении математике: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Городилова Марианна Альбертовна. – Комсомольск-на-Амуре, 2004. – 277 с.

57. ГСВОУ МОНУ. Освітньо-кваліфікаційна характеристика бакалавра напряму підготовки 0926 «Водні ресурси» кваліфікації 3212 «технолог-гідротехнік». – К.: М-во освіти і науки України, 2005 – 65 с.

58. Давыдов В. В. Виды обобщения в обучении / В. В. Давыдов. – М., 1972. – 423 с.

59. Давыдов В. В. Виды обобщения в обучении: Логико-психологические проблемы построения учебных предметов / Василий Васильевич Давыдов. – Москва: Педагогическое общество России, 2000. – 480 с.

60. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения / Давыдов В. В. – М.: ИНТОР, 1996 – 544 с.

61. Дарвиш О. Б. Возрастная психология: учеб. пособие для студ. высш. учеб. Заведений / О. Б. Дарвиш. – М.: Изд-во ВЛАДОС-ПРЕСС, 2004. – 264 с.

62. Диференціальні рівняння [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студ. мат. спец. вищ. навч. закладів / М. І. Шкіль , В. М. Лейфура, П. Ф. Самусенко. – Київ : Техніка, 2003. – 368 с.

63. Дмитрієнко О.О. Прикладні задачі з математичного аналізу : навч. посіб. / О.О. Дмитрієнко. – Полтава : ТОВ „АСМІ”, 2011. – 116 с.

64. Дослідження трендів засобами Excel X [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://lektsii.org/3-140651.html>.

65. Дрозденко О. Л. Професійно-спрямоване навчання вищої математики студентів аграрного коледжу: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Дрозденко Олександр Левкович. – К., 2013. – 254 с.

66. Дружинин В. Н. Психология общих способностей / В. Н. Дружинин. – СПб.: Питерком, 1999. – 368 с.

67. Дюженкова, Л. І. Вища математика. Приклади і задачі [Електронний ресурс] : посібник / Л. І. Дюженкова, О. Ю. Дюженкова, Г. О. Михалін ; М-во освіти і науки України. – Київ : Академія, 2003. – 624 с.
68. Дьюи Джон. Психология и педагогика мышления / Дж. Дьюи – М.: Лабиринт, 1999. – 190 с.
69. Дьяченко М. И. Психологическая проблема готовности к деятельности / М. И. Дьяченко, Л. А. Кандибович. – Минск: БГУ, 1976.
70. Егорова Г. И. Развитие интеллектуальных возможностей студентов при обучении химии в техническом вузе: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Егорова Галина Ивановна. – Тобольск, 2009. – 377 с.
71. Економічний енциклопедичний словник: у 2 т. / С. В. Мочерний, Я. С. Ларіна, О. А. Устенко, С. І. Юрій / за ред. С. В. Мочерного. – Львів : Світ, 2006. – Т. 2. – 568 с.
72. Елементи векторної та аналітичної геометрії / Т. І. Труш, С. А. Закорчевна; під ред. В. Є. Березовського. – Умань: УНУС, 2011. – 61 с.
73. Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики. Методичні рекомендації для проведення практичних занять та самостійної роботи студентів з вищої математики // Р. В. Ненька, С. В. Лещенко, І. І. Побережець; під редакцією В. Є. Березовського. – Умань: УНУС, 2014. – 80 с.
74. Емельянова Е. О. Многокомпонентные задания как средство развития интеллектуальных умений учащихся / Е. О. Емельянова // Химия в школе. – 2001. – № 5. – С. 23–25.
75. Есипов Б. П. Педагогика: учебник для педучилищ / Б. П. Есипов, Е. Н. Гончаров. – М.: Учпедгиз, 1946. – 136 с.
76. Єрецький М. И. Проверка знаний, умений и навыков учащихся техникумов / М. И. Єрецький, Е. С. Пороцкий. – М., 1978. – С. 11–12.
77. Єсіна Н. О. Формування творчих умінь майбутнього вчителя в інтелектуально-ігровій діяльності: дис. ... канд. наук: 13.00.04 / Єсіна Наталія Олександрівна. – Х., 2008. – 207 с.
78. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики: посібник для вчителя / М.І. Жалдак. – К.: Техніка, 1997. – 303 с.

79. Жалдак М. І. Математика з комп'ютером: посібник для вчителів / М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко, Є.Ф. Вінниченко. – К.: НПУ імені Драгоманова, 2009. – 282 с.
80. Загвязинский В. И. Учебный процесс в современной высшей школе / В. И. Загвязинский – М., 1975. – 256 с.
81. Закон України «Про вищу освіту» станом на 17 січня 2002 року № 12984. – К.: Верховна Рада України, Інститут законодавства, 2002. – 95 с.
82. Закон України «Про освіту» станом на 22 березня 1996 р. № 1060. – К. : ГЕНЕЗА, 1996. – 36 с.
83. Занков Л. В. Избранные педагогические труды / Л. В. Занков. – Москва: Дом педагогики, 1999. – 608 с.
84. Збірник нормативно-правових документів з питань вищої освіти / [уклад. Т. Д. Іщенко, Н. А. Демешкант, Л. Л. Білан, М. П. Хоменко]. – К. : Аграрна освіта, 2006. – 365 с.
85. Зуева М. В. О формировании учебных умений учащихся / М. В. Зуева // Химия в школе. – 1984. – № 6. – С. 24–28.
86. Зязюн І. А. Краса педагогічної дії: навч. посіб. для вчителів, аспірантів, студентів середніх та вищих навч. закладів / І. А Зязюн, Г. М. Сагач. – К. : Українсько-фінський інститут менеджменту і бізнесу, 1997. – 302 с.
87. Иванова Т. И. Педагогические условия интеллектуального развития старших дошкольников в процессе формирования математических представлений: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Иванова Татьяна Ивановна. – Белгород, 2001. – 297 с.
88. Ильина Т. А. Структурно-системный подход к организации обучения / Т. А. Ильина. – М.: Знание, 1972. – 96 с.
89. Иоффе А. Ф. О преподавании физики в высшей технической школе / А. Ф. Иоффе // Вестник высшей школы. – 1951. – № 10. – С. 17–18.
90. Иржавцева В. П. Систематизация и обобщение знаний учащихся в процессе изучения математики: Пособие для учителя / В. П. Иржавцева, Л. Я. Федченко; под ред. Н. Л. Коломинского. – Киев: Рад. Школа, 1988. – 205 с.

91. Кабанова-Мейлер Е. Н. Формирование приёмов умственной деятельности и умственное развитие учащихся / Е. Н. Кабанова-Мейлер. – М., 1968. – 288 с.
92. Каганов А. Б. Формирование профессиональной направленности студентов на младших курсах: автореф. дис. ... докт. пед. наук: 13.00.02 / А. Б. Каганов. – М., 1981. – 18 с.
93. Калинина И. А. Психологическая готовность студентов профессиональной деятельности и ее взаимосвязь с успешностью обучения: на примере экономического вуза: дис. ... канд. псих. наук: 19.00.07 / Калинина Ирина Анатольевна – Москва, 2007. – 232 с.
94. Калмикова З. И. Продуктивное мышление как основа обучаемости / З. И. Калмикова. – М. : Педагогика, 1981. – 200 с.
95. Карманова А. В. Конструирование профильных компонентов курса математики в системе аграрного образования: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Карманова Анна Валентиновна. – Краснодар, 2005. – 246 с.
96. Касаткин С. М. Формирование интеллектуальных умений студентов в информационном взаимодействии: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Касаткин Сергей Михайлович. – Оренбург, 2003. – 186 с.
97. Ключко В. І. Систематизація та узагальнення знань у навчанні математиці [Електронний ресурс] / В. І. Ключко, М. Б. Ковальчук – Режим доступу до ресурсу: http://www.ii.npu.edu.ua/files/Zbirnik_KOSN/5/3.pdf.
98. Коваленко І. П. Вища математика. Навчальний посібник. – К.: Видавничий Дім «Слово», 2011. – 456 с.
99. Коменский Я. А. Великая дидактика / Я. А. Коменский. // Избр. пед. соч.: в 2-х т. – М., 1982. – 656 с.
100. Конфорович А. Г. Математика служит человеку / А. Г. Конфорович. – К.: Рад. шк., 1984. – 192 с.
101. Костюк Г. С. Избранные психологические труды / Г. С. Костюк. – М. : Педагогика, 1988. – 304 с.
102. Костюк Г. С. Учебно-воспитательный процесс и психическое развитие личности / Под ред. Л. Н. Проколиенко; Сост. В. В. Андриевская, Г. А. Балл, А. Т. Губко, Е. В. Проскура. – К.: Рад. шк., 1989. – 608 с.

103. Крутецкий В. А. Психология математических способностей / Вадим Андреевич Крутецкий. – Москва : Просвещение, 1968. – 432 с.

104. Кудрявцев Л. Д. Современная математика и её преподавание: учеб. пособие для студентов математических специальностей вузов / с предисл. П. С. Александрова. – М. : Наука, 1985. – 176 с.

105. Лаврентьева О. О. Дидактичні умови формування інтелектуальних умінь старшокласників при вивченні науково-природничих дисциплін: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.09 / Лаврентьева Елена Александрівна. – Л., 2005. – 212 с.

106. Лагутина О. А. Развитие учебно-интеллектуальных умений у младших школьников в процессе обучения: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Лагутина Ольга Анатольевна. – Омск, 2005. – 226 с.

107. Ларина Т. А. Развитие интеллектуальных умений студентов среднего профессионального образования: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Ларина Татьяна Анатольевна. – Санкт-Петербург, 2004. – 159 с.

108. Лебедева С. В. Развитие интеллектуально-творческой деятельности учащихся при обучении математике на этапе предпрофильной подготовки: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Лебедева Светлана Владимировна. – Псков, 2008. – 181 с.

109. Лернер И. Я. Развивающее обучение с дидактических позиций. / И. Я. Лернер // Педагогика. – 1996. – № 2. – С. 29 – 39.

110. Лисенкова В. П. Индивидуальные и возрастные особенности восприятия времени (на примере детской, подростковой и юношеской выборок) / В. П. Лисенкова, Н. Г. Шпагонова. // Психол. журнал. – 2006. – №3. – С. 49–57.

111. Лов'янова І. В. Формування інтелектуальних умінь старшокласників у процесі вивчення предметів природничого циклу: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.09 / Лов'янова Ірина Василівна. – К., 2006. – 220 с.

112. Локк Д. Педагогические сочинения / Д. Локк. – М.: Учпедгиз, 1939. – 318 с.

113. Лукаш І. М. Формування інтелектуальних умінь старшокласників у процесі навчання інформатики: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Лукаш Ірина Миколаївна. – К., 2003. – 295 с.

114. Люблинская А. А. Детская психология / А. А. Люблинская. – М.: Просвещение, 1971. – 356 с.

115. Макаренко А. С. О воспитании / А. С. Макаренко. – М.: Политиздат, 1990. – 415 с.

116. Малыгина О. А. Обучение высшей математике на основе системно-деятельностного подхода: учебное пособие / О. А. Малыгина. – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 256 с.

117. Математическая энциклопедия: В 5 т./ Гл. ред. И. М. Виноградов. – Москва: Советская энциклопедия, 1977—1985. – 576 с.

118. Математичний аналіз у задачах і прикладах [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студ. вищ. пед. навч. закладів: У 2 ч. / Л. І. Дюженкова, Т. В. Колесник, М. Я. Лященко, Г. О. Михалін, М. І. Шкіль. – Київ : Вища школа, 2002 – Ч. 1. – 462 с.

119. Мелхорн Г. Гениями не рождаются: Общество и способности человека. / Г. Мелхорн, Х.-Г. Мелхорн. – М.: Просвещение, 1989. – 159 с.

120. Менчинская Н. А. Проблемы учения и умственного развития школьника: избранные психологические труды / Н. А. Менчинская. – М.: Педагогика, 1989. – 224 с.

121. Методи і форми наукового пізнання [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://all-filosof.ru/filosofija-nauki/54/644-zagalno-obshhelogicheskie-metodi-analiz-i-sintez-indukciya-i-dedukciya-modelyuvannya>.

122. Методи педагогічного дослідження [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: http://pidruchniki.com/1977072461411/pedagogika/metodi_pedagogichnogo_doslidzhennya.

123. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В. А. Оганесян, Ю. М. Колягин, Г. Л. Луканкин, В. Я. Саннинский. – М.: Просвещение, 1980. – 368 с.

124. Методика преподавания русского языка: учеб. пособие для студентов пед. ин-тов / М. Т. Баранов, Т. А. Лодыженская, М. Р. Львов и др. [под ред. М. Т. Баранова]. – М.: Просвещение, 1990. – 368 с.

125. Методичні рекомендації для проведення практичних занять з вищої математики по модулю «Диференціальне числення функції однієї змінної» (для

студентів економічного факультету) / С. А. Закорчевна, Т. І. Труш, під ред. В. Є. Березовського. – Умань: УНУС, 2013. – 79 с.

126. Миклуш С. І. Моделювання росту у висоту рівнинних букових деревостанів [Електронний ресурс] / С. І. Миклуш. – 2006. – Режим доступу до ресурсу: http://www.nbu.gov.ua/old_jrn/natural/lglpdp/2006_31/203_Myklusz_LG_31.pdf.

127. Михайлін, Г. О. Математика [Электронный ресурс] : навчальний посібник-довідник : у 2-х ч. / Г.О. Михайлін . – К. : Вища школа, 2011. – 488 с.

128. Михалевська Т. В. Моделювання і прогнозування стану довкілля: Підручник у 2 ч. / Т. В. Михалевська, В. М. Ісаєнко, В. А. Гроза, В. М. Криворотько. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – Ч 1. – 212 с.

129. Михалін Г. О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу / Геннадій Олександрович Михалін. – Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. – 320 с.

130. Мітрясова О. П. Теорія і практика інтегрованого навчання хімічних дисциплін студентів аграрного університету: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Мітрясова Олена Петрівна. – К., 2009. – 542 с.

131. Моделювання та прогнозування для проектів геоінформаційних систем / В. В. Морозов, С. Я. Плоткін, М. Г. Поляков та ін.; за ред. професора В. В. Морозова. – Херсон, Вид-во ХДУ, 2007 – 328 с.

132. Модель Л. Л. Терстоуна [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://pidruchniki.com/12120124/psihologiya/model_1-1_terstouna.

133. Молостов В. А. Принципы вузовской дидактики / В. А. Молостов. – Киев: Вища школа, 1982 – 31 с.

134. Назаренко І. І. Гумус: склад, властивості. Органо-мінеральні сполуки в ґрунті. Груповий та фракційний склад гумусу [Електронний ресурс] / І. І. Назаренко, С. М. Польшина, В. А. Нікорич – Режим доступу до ресурсу: http://geoknigi.com/book_view.php?id=703.

135. Немов Р. С. Общие основы психологии // Психология. В трех кн. Книга 1. – М.: Просвещение, Владос, 1995. – 576 с.

136. Недялкова К. В. Педагогічні умови інтелектуального розвитку майбутніх учителів математики у процесі фахової підготовки: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.04 / Недялкова Катерина Василівна. – О., 2003. – 170 с.

137. Низамов Р. А. Дидактические основы активизации учебной деятельности / Р. А. Низамов. – Казань: КГУ, 1975 – 302 с.

138. Нічуговська Л. І. Математична освіта і конкурентноздатність майбутніх випускників ВНЗ / Л. І. Нічуговська // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнародний збірник наукових робіт. – Донецьк: ТЕАН, 2007. – С. 17 – 21 с.

139. Нічуговська Л. І. Теоретико-методичні особливості формування професійно-математичної компетенції студентів аграрних ВНЗ // Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України / Серія „Педагогіка. Психологія. Філософія” / Редкол.: Д.О.Мельничук (відп. ред.) та ін. – К., 2013. – Вип. 192. – Ч. 1.– С.336-343. Режим доступу: [http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=AS_P_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILE=&2_S21STR=nvnau_ped_2013_192\(1\)59](http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=AS_P_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILE=&2_S21STR=nvnau_ped_2013_192(1)59)

140. Новая философская энциклопедия: в 4-х т. – М.: Мысль, 2000-2001. – 2659 с.

141. Новицька Л. І. Формування вмінь розв'язувати прикладні задачі в процесі вивчення математики студентами аграрного університету: дис. ... канд. наук: 13.00.02 / Новицька Людмила Іванівна. – К., 2008. – 217 с.

142. Нуриханова Н. К. Формирование интеллектуальных умений у младших школьников в образовательном процессе: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Нуриханова Наиля Камилловна. – Уфа, 2006. – 192 с.

143. Овсієнко Ю. І. Диференційоване навчання математики студентів вищих закладів освіти аграрного профілю: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Овсієнко Юлія Іванівна. – К., 2013. – 282 с.

144. Озолиньш Р. П. Обучение учащихся VII-VIII классов интеллектуальным умениям самостоятельной познавательной деятельности в процессе решения учебных задач: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Озолиньш Роберт Петрович. – Рига, 1984. – 202 с.

145. Освітньо-кваліфікаційна характеристика. Освітньо-професійна програма підготовки бакалавра напряму підготовки 1301 «Агрономія»: видання офіційне / М-во освіти і науки України, Галузевий

стандарт вищої освіти України; розроб.: М. Я. Дмитришак та ін. – К. : [б. и.], 2005. – 183 с.

146. Основи наукових досліджень в агрономії: Підручник / В. О. Єщенко, П. Г. Копитко, П. В. Костогриз; за ред. В. О. Єщенка. – Вінниця : ПП «ГД „Едельвейс і К”», 2014. – 332 с.

147. Пако С. Старіння психологічних особливостей людини // Основи геронтології / Под ред. А. Біне. - М., 1960. – 243 с.

148. Паламарчук В. Ф. Школа учит мыслить / В. Ф. Паламарчук. – М.: Просвещение, 1987. – 144 с.

149. Паламарчук В. Ф. Дидактические основы формирования мышления учащихся в процессе обучения. дис. ... докт. пед. наук : 13.00.01 / В. Ф. Паламарчук. – К., 1984. – 327 с.

150. Паламарчук В. Ф. Як виростити інтелектуала / В. Ф. Паламарчук. – Тернопіль: «Навчальна книга–Богдан», 2000. – 152 с.

151. Палий А. А. Дифференциальная психология [Електронний ресурс] / А. А. Палий – Режим доступу до ресурсу: http://uchebnikionline.com/psihologia/diferentsialna_psihologiya_-_paliy_aa/osvitniy_pidhid_vivchennya_intelektu.htm.

152. Панченко Л. Л. Система прикладних задач як засіб формування вмінь математичного моделювання у майбутніх учителів математики / Л. Л. Панченко // Математика в школі. – 2004. – № 9/10. – С. 21–28.

153. Панченко Л. Л. Формування вмінь математичного моделювання в процесі навчання майбутніх учителів математики : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Панченко Лариса Леонтіївна. – К., 2006. – 260 с.

154. Педагогическая энциклопедия / Глав. редактор И. Я. Каиров. – М.: Сов. энциклопедия, 1968. – 912 с.

155. Педагогічний словник / За ред. М. Д. Ярмаченко. – К.: Педагогічна думка, 2001. – 516 с.

156. Пиаже Ж. Психология интеллекта / Ж. Пиаже. Пер. с фр. – Спб.: Питер, 2003. – 192 с.

157. Платонов К. К. Психология / К. К. Платонов. – М., 1997. – 288 с.

158. Положення про організацію навчального процесу у вищих навчальних закладах: Наказ Міністерства освіти України від 2 червня 1993 року № 161. Вища освіта в Україні. Нормативно-правове регулювання: [норм. зб.]: [у 2 частинах]. Ч. 2 / М-во освіти і науки України, М-во юстиції України. – К.: Форум, 2006. – 858 с. – С. 413–432.

159. Понятие мышления, его виды. Фазы мыслительного процесса и мыслительные операции [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <http://5fan.ru/wievjob.php?id=24466>

160. Працьовитий М. В. Узгодження змісту державних стандартів та особистісного саморозвитку як одна з умов формування аналітичного мислення студентів / М. В. Працьовитий, С. М. Шевченко. // Дидактика математики: проблемы и исследования – Донецкий национальный университет (Донецк), 2012. – №38. – С. 13 – 19.

161. Приходько М. А. Учебная мотивация как средство управления личностно-ориентированным обучением математике студентов аграрного университета: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Приходько Маргарита Анатольевна. – Омск, 2008. – 229 с.

162. Прогнозування виробництва продукції рослинництва та його ресурсне забезпечення в Україні / С. М. Кваша, М. М. Ільчук, І. А. Коновал, М. М. Федюшко. – К.: ННЦ «ІАЕ», 2013. – 244 с.

163. Програма навчальної дисципліни «Вища математика (за фаховим спрямуванням)» для підготовки бакалаврів напрямку 6.0909101 «Агрономія» у вищих навчальних закладах III-IV рівнів акредитації Міністерства аграрної політики України [уклад. В. Швець та ін.] – К.: Аграрна освіта. – 2008. – 30 с.

164. Програма по прикладній математиці для вищих аграрних закладів освіти III-IV рівнів акредитації напряму підготовки 1301 «Агрономія», освітньо-кваліфікаційний рівень 6.130100 – бакалавр, кваліфікація – фахівець в галузі агрономії та біології. – К.: Науково-методичний центр аграрної освіти, 2001. – 14 с.

165. Программа курса «Высшая математика» для сельскохозяйственных специальностей высших учебных заведений. – М.: Высшая школа, 1985. – 32 с.

166. Процесс обучения // Основы дидактики / Под ред. Б.П. Есипова. – М., 1967. – С. 197–198.
167. Прядехо А. А. Алгоритм развития познавательных способностей учащихся // Педагогика, 2002. – № 3. – С. 8–16.
168. Психологическая диагностика: Учебное пособие. / Под редакцией М. К. Акимовой – СПб.: Питер, 2005. – 304 с:
169. Психология воспитания / А. Д. Грибачов, В. Г. Калининко, Л. М. Кларина и др.; под ред. В. Я. Петровського. – М.: Аспект Пресс, 1995. – 152 с.
170. Психология деятельности // Общая психология / Под. ред. В. В. Богоявленского и др. – М., 1981. – С. 138–140.
171. Психология и педагогика: учеб. пособие / В. М. Николаенко, Г. М. Залесов, Т. В. Андриюшина и др.; Отв. ред. В. М. Николаенко. – М.: ИНФРА-М; Новосибирск: НГАСИУ, 2002. – 175 с.
172. Психология популярных профессий / Под ред. Л. А. Головей. – СПб.: Речь, 2003. – 256 с.
173. Психологічний словник / під ред. В. В. Давидова, А. В. Запорожця, Б. Ф. Ломова. – М.: Педагогіка, 1983. – 448 с.
174. Психологія: Підручник / Ю. Л. Трохімов, В. В. Рибалка, П. А. Гончарук та ін.; за ред. Ю. Л. Трохімова. – К.: Либідь, 2001. – 560 с.
175. Психологія: Словник / Під загальною ред. А. В. Петровського, М. Г. Ярошевського. – М.: Политиздат, 1990. – 560 с.
176. Пудовкина Ю. В. Межпредметные связи как средство повышения эффективности процесса обучения математики студентов аграрного университета: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Пудовкина Юлия Владимировна. – Омск, 2004. – 233 с.
177. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: монографія / С. А. Раков. – Х.: Факт, 2005. – 360с.
178. Рамський Ю. С. Формування інформаційної культури майбутніх вчителів математики: монографія / Ю. С. Рамський. – К. : Вид-во НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2013. – 366 с.

179. Рівні наукового пізнання. Аналіз, синтез. Аналогія. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: http://studopedia.su/16_140237_rivni-naukovogo-piznannya-analiz-sintez-analogiya.html.

180. Рогожин О. В. Формирование интеллектуальных умений как средства развития учащихся на уроках химии: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Рогожин Олег Валерьевич. – Москва, 2006. – 166 с.

181. Рокіцький І. О. Застосування лінійної алгебри / І. О. Рокіцький, О. Б. Панасенко. – Вінниця : ФОП Легкун, 2012. – 240 с.

182. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии / С. Л. Рубинштейн. – М.: АПН СССР, 1946. – 553 с.

183. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии / С. Л. Рубинштейн. – Питер, 2002. – 720 с.

184. Руссо Ж.-Ж. Педагогічні твори / Ж.-Ж. Руссо. – М.: Педагогика, 1981. – 656 с.

185. Рындина Л. А. Учебная игра как средство формирования интеллектуальных умений старшеклассников (на занятиях по иностранному языку): дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Рындина Лариса Александровна. – Рязань, 2005. – 293 с.

186. Савченко О. Я. Дидактика початкової школи. / О. Я. Савченко. – К. : Абрис, 1997. – 416 с.

187. Саранцев Г. И. Методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и унив-тов / Г. И. Саранцев. – М. : Просвещение, 2002. – 344 с.

188. Свердан П. Л. Вища математика. Математичний аналіз і теорія ймовірностей: Підручник. – К.: Знання, 2008. – 450 с.

189. Сечкина И. В. Проектирование и реализация системы самостоятельной работы студентов по математике в аграрном вузе: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Сечкина Ирина Викторовна. – Омск, 2002. – 214 с.

190. Силенок Г. А. Використання ІКТ при навчанні вищої математики студентів-аграріїв [Електронний ресурс] / Ганна Анатоліївна Силенок // Інноваційні педагогічні технології у підготовці майбутніх фахівців з вищою освітою: досвід, проблеми, перспективи. – 2013. – Режим доступу до ресурсу: <http://conf.v.m.vntu.edu.ua/inpedtex2013/materialy.html>.

191. Силенок Г. А. Вплив авторської методики на рівень розвитку інтелектуальних умінь студентів вищих аграрних закладів освіти / Г. А. Силенок // Оновлення змісту, форм та методів навчання і виховання в закладах освіти. Збірник наукових праць: Наукові записки Рівненського державного гуманітарного університету. – Випуск 12 (55). – Частина I. – Рівне: РДГУ, 2015. – С. 397-405.

192. Силенок Г. А. Розвиток інтелектуальних умінь студентів-аграріїв / Г. А. Силенок // Людина, природа, техніка у ХХІ столітті : III Міжнародна науково-практична конференція (21-22 листопада 2013 року) : Збірник матеріалів. – Полтава : ФОП О.І. Кека, 2013. – С. 105-107.

193. Силенок Г. А. Структура інтелектуальних умінь і шляхи їх розвитку у студентів-аграріїв під час навчання математики / Ганна Анатоліївна Силенок // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології: наук. журнал / голов. ред. А. А. Сбруєва. / Ганна Анатоліївна Силенок. – Суми: Вид-во СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2016. – № 2 (56). – С. 398–405.

194. Силенок Г. А. Здійснення інтелектуального розвитку студентів під час навчання математики майбутніх аграріїв / Г. А. Силенок // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології / голов. ред. А. А. Сбруєва. – Суми: Вид-во СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2014. – № 5 (39) – С. 335–361.

195. Силенок Г. А. Інтелект та інтелектуальний розвиток особистості / Г. А. Силенок // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математики у вищій і середній школі: Зб. наукових праць – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2014. – № 13. – С. 98–104.

196. Силенок Г. А. Інтелект та інтелектуальні уміння / Г. А. Силенок // Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО – 2013), м. Черкаси, 8-10 квітня 2013 р. – Черкаси: видавець Чабаненко Ю., 2013. – С. 211–212.

197. Силенок Г. А. Інтелектуальні уміння студентів аграріїв та їх розвиток у процесі навчання математики / Г. А. Силенок // Людина, природа, техніка у ХХІ: V Міжнародна науково-практична конференція (19-20 листопада 2015 року): Збірник матеріалів. – Полтава : ФОП О.І. Кека, 2015. – С. 105 – 107.

198. Силенок Г. А. Навчання математики та інтелектуальний розвиток студентів-аграріїв / Г. А. Силенок // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін прородничо-математичного циклу «ІТМ*плюс–2014»: матеріали Міжнародної дистанційної науково-методичної конференції, 20-21 березня 2014 р., м. Суми / упоряд. Чашечникової О. С. – Суми: видавничо-виробниче підприємство «Мрія», 2014. – Ч. 2. – С. 85–87.

199. Силенок Г. А. Особистісно орієнтоване навчання математики майбутніх фахівців аграріїв / Г. А. Силенок // «Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодні і перспективи»: матеріали IV Всеукраїнської науково-практичної конференції, Полтава, 29-31 жовтня 2013 р. – Полтава: ТОВ «АСМІ», 2013. – С.110–111.

200. Силенок Г. А. Оцінка інтелектуальних умінь студентів вищих аграрних навчальних закладів / Г. А. Силенок // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі. – Випуск 15: збірник наукових праць. – Київ: Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2015 – С. 45–51.

201. Силенок Г. А. Педагогічні умови розвитку інтелектуальних умінь студентів-аграріїв у процесі навчання математики / Г. А. Силенок // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін прородничо-математичного циклу «ІТМ*плюс–2015»: матеріали II Міжнародної науково-методичної конференції, 3 – 4 грудня 2015 р., м. Суми / упоряд. Чашечникової О. С. – Суми: видавничо-виробниче підприємство «Мрія», 2015. – С. 110–112.

202. Силенок Г. А. Формування інтелектуальних умінь студентів під час вивчення вищої математики / В. Г. Бевз, Г. А. Силенок // Сучасні проблеми освіти і науки – 2014: матеріали Міжнародної наукової конференції – Будапешт, 2014. – С. 51 – 54.

203. Скаткин М. Н. Исследования по алгоритмизации в обучении / Н. М. Скаткин, И. И. Логвинов // Советская педагогика. – 1967. – № 2. – С. 145– 47.

204. Скрипченко О. В. Мислення як діяльність. Процес розв'язання задач. Цілемотиваційний бік мислення [Електронний ресурс] / О. В. Скрипченко – Режим доступу до ресурсу: <http://westudents.com.ua/glavy/77569-76-mislennya-yak-dyalnst-protses-rozvyazannya-zadach-tslemotivatsyniy-bk-mislennya.html>.
205. Слостенин В. А. Педагогика: инновационная деятельность / В. А. Слостенин, Л. С. Подымова. – М.: Магистр, 1997. – 223 с.
206. Слєпкань З. И. Психолого-педагогические основы обучения математике: метод. пособ. / З. И. Слєпкань. – К.: Рад. Школа, 1983. – 192 с.
207. Слєпкань З. И. Методика навчання математики: Підручник / З. И. Слєпкань. – К.: Вища школа, 2006. – 582 с.
208. Слєпкань З. И. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі: навч. посіб. / З. И. Слєпкань. – К.: Вища шк., 2005. – 239 с.
209. Собчик Л. Н. Интеллектуальные тесты Айзенка-Горбова [Електронний ресурс] / Л. Н. Собчик – Режим доступу до ресурсу: <http://www.klex.ru/9to>.
210. Соколенко Л. О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри та початків аналізу: практикум : навч. посібник / Соколенко Л. О., Філон Л. Г., Швець В. О. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2010. – 128 с.
211. Соколова Н. Ф. Формирование прогностических умений у студентов колледжей в условиях дистанционного обучения математике: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Соколова Надежда Федоровна. – М., 2004. – 277 с.
212. Статистична обробка експериментальних даних: Навчальний посібник / О. П. Мельниченко, І. Л. Якименко, Р. Л. Шевченко. – Біла Церква, 2006. – 38 с.
213. Стернберг Р. Д. Триархическая теория интеллекта / Р. Д. Стернберг. // Иностранная психология. – 1996. – № 6. – С. 54–61.
214. Супрун Л. М. Дидактические основы формирования у учащихся навыков и умений / На материале предметов гум. цикла / Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01. – К., 1975. – 20 с.
215. Сухомлинський В. О. Вибрані твори у 5-ти томах / В. О. Сухомлинський. – К.: Радянська школа, 1986. – Т. 1. – 686 с.
216. Талызина Н. Ф. Теоретические основы контроля в учебном процессе / Н. Ф. Талызина. – М.: Знание. – 1983. – 96 с.

217. Талызина Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний / Н. Ф. Талызина. – М.: Изд-во МГУ. – 1975. – 344 с.

218. Тихомиров В. М. О некоторых проблемах математического образования: Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков / В. М. Тихомиров // Тезисы докладов на Всероссийской конференции [Электронный ресурс]. – Дубна, 2000. – Режим доступа: http://archive.1september.ru/mat/2001/04/no04_hm.

219. Ткаченко М. А. Відтворення родючості сірих лісових ґрунтів за різних систем удобрення та хімічної меліорації у правобережному лісостепу: дис. ... докт. с.-г. наук: 06.01.03 / Ткаченко Микола Адамович, 2015. – 378 с.

220. Ткаченко Е. И., Успенский Ю. П. Питание, микробиоценоз и интеллект человека / Е. И. Ткаченко, Ю. П. Успенский – СПб.: СпецЛит, 2006. – 590 с.

221. Толяренко (Грицай) Наталя Ігорівна. Формування інтелектуальних умінь молодших школярів у процесі роботи з комп'ютером: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.09 / Толяренко (Грицай) Наталя Ігорівна. – Х., 2008. – 215 с.

222. Торндайк Э. Бихевиоризм. Принципы обучения, основанные на психологии. Психология как наука о поведении / Э. Торндайк, Дж. Б. Уотсон. – М.: АСТ-ЛТД 1998. – 704 с.

223. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін: Монографія / Ю. В. Триус. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.

224. Усова А. В., Бобров А. А. Формирование в учащихся учебных учений / А. В. Усова, А. А. Бобров. – М.: Знания, 1987. – 80 с.

225. Усова А. В. Психолого-дидактические основы формирования у учащихся научных понятий / А. В. Усова. – Челябинск : Узд-во Челябинского гос.пед.ин-та, 1979. – 86 с.

226. Ушинский К. Д. Вибрані педагогічні твори. В 2 т. / Ред. кол.: В. Н. Столетов (гол.) та ін. – К.: Рад. школа, 1983. – Т. 1. – 488 с.

227. Федорова С. И. Профессионально-прикладная направленность обучения математическому анализу студентов технических вузов связи (на

примере темы «Ряды Фурье. Интеграл Фурье») / С. И. Федорова: автореферат дис. ... докт. пед. наук. – М., 1994 – 17 с.

228. Філософія [Електронний ресурс] / В. А. Буслинський, П. І. Скрипка, В. Ю. Алексєєв, Л. М. Кусок – Режим доступу до ресурсу: <http://ukrkniga.org.ua/ukrkniga-text/700/4/>.

229. Френе С. Избранные педагогические сочинения / С. Френе. – М.: Прогресс, 1990. – 304 с.

230. Фридман Л. М. Теоретические основы методики обучения математике [учебное пособие] / Лев Моисеевич Фридман. – Москва : Едиториал УРСС, 2005. – 248 с.

231. Холодная М. А. Психология интеллекта: Парадоксы исследования. / М. А. Холодная. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб: Питер, 2002 – 272 с.

232. Хуторской А. В. Практикум по дидактике и современным методикам обучения / А. В. Хуторской. – СПб.: Питер, 2004. – 541 с.

233. Чехлова З. Ф. Деятельность – основа формирования личности школьника: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.01 / З. Ф. Чехлова. – Санкт-Петербург, 1991. – 436 с.

234. Шамова Т. И. Активизация учения школьников / Т. И. Шамова. – М.: Педагогика, 1982. – 208 с.

235. Шамова Т. И. Управление процессом формирования системы качеств знаний учащихся: метод. пособие / Т. И. Шамова, Т. М. Давиденко. – М.: «Прометей» МГПИ, 1990. – 112 с.

236. Шкіль М. І. Вища математика: Елементи аналітичної геометрії, диференціальне і інтегральне числення функції однієї змінної / М. І. Шкіль, Т. В. Колесник, В. М. Котлова. – Київ: Вища школа, 1984. – 391 с.

237. Шкіль М. І. Математичний аналіз [Електронний ресурс]: підручник для студ. математ. спец. вищ. навч. закладів: У 2 ч. Ч. 2 / М.І. Шкіль ; [НПУ ім. М. П. Драгоманова]. – 3-тє вид., перероб. і доп. – Київ: Вища школа, 2005. – 510 с.

238. Шкіль, М. І. Математичний аналіз [Електронний ресурс] : підручник для студ. математ. спец. вищ. навч. закладів: У 2 ч. Ч. 1 / М.І. Шкіль ; [НПУ ім. М.П. Драгоманова]. – 3-тє вид., перероб. і доп. – Київ: Вища школа, 2005. – 447 с.

239. Шорникова Г. Н. Развитие интеллектуальных умений учащихся в образовательном процессе: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Шорникова Галина Николаевна. – Томск, 2001. – 177 с.

240. Штерн В. Дифференциальная психология и ее методические основы / Вильям Штерн. – Москва: Наука, 1998. – 336 с. – (Памятники психологической мысли).

241. Щеднова Т. Н. Реализация модульно-рейтинговой системы обучения математике студентов аграрного вуза: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Щеднова Татьяна Николаевна. – Омск, 2003. – 215 с.

242. Щербаков А. И. Некоторые вопросы совершенствования подготовки учителя / А. И. Щербаков // Советская педагогика. – 1971. – № 9. – С. 82–89.

243. Щербина О. О. Педагогічні умови формування інтелектуальних умінь майбутніх інженерів у навчальному процесі вищого навчального закладу: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.04 / Щербина Олена Олександрівна. – К., 2005. – 205 с.

244. Щукина Г. И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе / Г. И. Щукина. – М.: Просвещение, 1979. – 160 с.

245. Эльконин Д. Б. Диагностика учебной деятельности и интеллектуального развития детей: Сборник научных трудов / Д. Б. Эльконин. – М.: НИИОПП, 1981. – 157 с.

246. Эльконин Д. Б. Психология игры / Д. Б. Эльконин. – М.: Педагогика, 1978. – 302 с.

247. Якиманская И. С. Развивающее обучение / И. С. Якиманская. – М.: Педагогика, 1995. – 144 с.

248. Якиманская И. С. Формирование интеллектуальных умений и навыков / И. С. Якиманская. – М., 1979. – 88 с.

249. Якиманская И. С. Технология личностно-ориентированого образования / И. С. Якиманская. – М.: ТЕК, 2000. – 80 с.

250. Яковець В. П. Робоча програма навчальної дисципліни «Вища та прикладна математика»: спеціальність 6.030601 «Водні біоресурси та аквакультура»/ [Електронний ресурс] / В. П. Яковець // НУБіП України. – 2015. – Режим доступу до ресурсу: https://nubip.edu.ua/sites/default/files/u122/RP_VPM-MOD1_Men_Vac.pdf.

251. Яковець В. П. Робоча програма навчальної дисципліни «Прикладна математика»: спеціальність 6.030601 «Менеджмент» / [Електронний ресурс] / В. П. Яковець // НУБіП України. – 2015. – Режим доступу до ресурсу: https://nubip.edu.ua/sites/default/files/u122/RP_Prykl-Math-VBR%26Aqua_Vac.pdf.

252. EcoTown. Україна може щорічно виробляти понад 1 млн тонн біоетанолу з цукрових буряків та сорго [Електронний ресурс] / EcoTown. – 2015. – Режим доступу: <http://ecotown.com.ua/news/Ukrayina-mozhe-shchorichno-vyroblyaty-ponad-1-mln-tonn-bioetanolu-z-tsukrovyykh-buryakiv-ta-sorho/>.

253. Fancher R. E. The intelligence men: Makers of the IQ controversy. N.Y., L., 1985. – 231 p.

254. Gardner H. Frames of Mind / H. Gardner. – N. Y., 1985. – 150 p.

255. Guilford J. P. Intellectual factors in productive thinking / Productive thinking in education. – The National Education Association, 1968. – P. 5–21.

256. Halstead W. C. Biological Intelligence // J. Of Pesonality, 1951. V.20, p. 118–120.

257. Kamin L. J. The science and politics of IQ. N.Y., 1974. – 127 p.

258. Staats A.W. Intelligence and child development: What intelligence is and how it is learned and functions / A.W. Staats, G.L. Burns // Genetic Psychol. Monograph. 1981. – V. 104. – P. 237-301.

259. Storfer M. D. Intelligence and giftedness. The contribution of heredity and early environment San. Franc., 1990. – 153 p.

260. Studies in individual differences. The search for intelligence // Ed. J. Jenkins, D. Patterson. N.Y., 1962. – p.

261. The biology of human intelligence // Ed. C. J. Turner, H. B. Miles. L., 1984. – 221 p.

262. Wechsler D. Manual for the Wechsler Adult Intelligence Scale. N.Y., 1955, 147 p.

263. Hovland. C. I. Reconciling conflicting results derived from experimental and survey studies of attitude change. Am. Psychol, 1959. — 148 p.

ДОДАТКИ

Додаток А

Анкети для студентів аграрних університетів

1. Чи знаєте ви, що таке „інтелектуальні вміння”?	
• Так	
• Ні	
2. Оберіть з перелічених інтелектуальних умінь ті, які, на Вашу думку, найбільш необхідні Вам для майбутньої професійної діяльності (<i>відповіді проранжуйте у порядку зростання, де 1 – найбільш важливий чинник, 11 – найменш важливий чинник</i>)	
• аналіз;	
• виділення головного;	
• порівняння;	
• узагальнення;	
• систематизація;	
• означення і пояснення поняття;	
• конкретизація;	
• доведення;	
• моделювання;	
• прогнозування;	
• проблемні вміння.	
3. Оберіть ті інтелектуальні вміння, які Ви б хотіли розвивати на заняттях з вищої математики (<i>відповіді проранжуйте у порядку зростання, де 1 – найбільш важливий чинник, 11 – найменш важливий чинник</i>)	
• аналіз;	
• виділення головного;	
• порівняння;	
• узагальнення;	
• систематизація;	
• означення і пояснення поняття;	
• конкретизація;	
• доведення;	
• моделювання;	
• прогнозування;	
• проблемні вміння.	
4. Оцініть за шкалою від 0 до 11-ти Ваш рівень володіння кожним з інтелектуальних умінь	
• аналіз;	
• виділення головного;	
• порівняння;	
• узагальнення;	
• систематизація;	
• означення і пояснення поняття;	
• конкретизація;	
• доведення;	

<ul style="list-style-type: none"> • моделювання; 	
<ul style="list-style-type: none"> • прогнозування; 	
<ul style="list-style-type: none"> • проблемні вміння. 	
5. Як Ви вважаєте, для чого необхідно розвивати інтелектуальні уміння (відповіді проранжуйте у порядку зростання, де 1 – найбільш важливий чинник, 8 – найменш важливий чинник):	
<ul style="list-style-type: none"> • для покращення результатів навчання; 	
<ul style="list-style-type: none"> • для економії часу при виконанні складних завдань; 	
<ul style="list-style-type: none"> • розвиток інтелекту; 	
<ul style="list-style-type: none"> • матиму можливість застосувати отримані знання при вирішенні складних задач, в тому числі життєвих; 	
<ul style="list-style-type: none"> • відбір необхідних даних за коротший проміжок часу; 	
<ul style="list-style-type: none"> • необхідність виконання творчих завдань у навчальному процесі; 	
<ul style="list-style-type: none"> • важливість інтелектуальних умінь на екзаменах, тестуваннях, співбесідах тощо; 	
<ul style="list-style-type: none"> • необхідність у подальшій професійній діяльності. 	
6. Оцініть свій рівень знань з математики	
<ul style="list-style-type: none"> • високий; 	
<ul style="list-style-type: none"> • достатній; 	
<ul style="list-style-type: none"> • середній; 	
<ul style="list-style-type: none"> • початковий. 	
7. Оцініть свій загальний рівень розвитку інтелектуальних умінь:	
<ul style="list-style-type: none"> • відмінний; 	
<ul style="list-style-type: none"> • достатній; 	
<ul style="list-style-type: none"> • задовільний; 	
<ul style="list-style-type: none"> • початковий. 	
8. На Вашу думку, чи існує взаємозв'язок між розвитком інтелектуальних умінь та вивченням математики.	
<ul style="list-style-type: none"> • так; 	
<ul style="list-style-type: none"> • ні; 	
<ul style="list-style-type: none"> • частково; 	
<ul style="list-style-type: none"> • важко сказати. 	
9. Як Ви вважаєте, необхідні додаткові заходи для розвитку інтелектуальних умінь:	
<ul style="list-style-type: none"> • так; 	
<ul style="list-style-type: none"> • ні; 	
<ul style="list-style-type: none"> • не знаю. 	
10. Що заважає розвивати інтелектуальні уміння?	
<ul style="list-style-type: none"> • не маю потреби; 	
<ul style="list-style-type: none"> • не цікаво; 	
<ul style="list-style-type: none"> • не знаю, яким чином це робити; 	
<ul style="list-style-type: none"> • не замислювався над цим; 	
<ul style="list-style-type: none"> • не маю підтримки серед друзів. 	

Додаток Б

Анкети для викладачів вищої математики щодо розвитку інтелектуальних умінь студентів

1. Інтелектуальні уміння впливають на успішність студентів з вищої математики:	
• так впливають;	
• в певних випадках;	
• ні, не впливають;	
• свій варіант.	
2. Інтелектуальні уміння:	
• розвиваються самі у процесі вивчення студентами вищої математики;	
• необхідно відтворювати в робочих початкових програмах, підручниках і розвивати на заняттях;	
• неможливо розвивати на заняттях з вищої математики;	
• свій варіант.	
3. Намагаюся розвивати інтелектуальні уміння на заняттях з вищої математики	
• регулярно;	
• час від часу;	
• не знаю як це робити;	
• свій варіант.	
4. Зазначаю роботу над інтелектуальними уміннями:	
• при підготовці до занять з вищої математики;	
• у робочих навчальних програмах;	
• свій варіант.	
5. Для розвитку інтелектуальних умінь студентів у процесі навчання вищої математики використовую (варіанти відповідей проранжуйте у порядку зростання, де 1 – найбільш важливий чинник, 6 – найменш важливий чинник):	
• засоби наочності;	
• приклади з навчального матеріалу;	
• міжпредметні зв'язки;	
• тренувальні вправи;	
• пояснюю порядок операцій, де використовується певне інтелектуальне уміння;	
• роботи для перевірки.	
6. Методикою розвитку інтелектуальних умінь володію:	
• достатньо;	
• недостатньо;	
• не можу відповісти;	
• свій варіант.	
7. Бажаю удосконалювати свою методикою розвитку інтелектуальних умінь	
• так ;	
• ні;	
• свій варіант.	

Додаток В

Завдання для проведення тестування серед студентів

Завдання 1. Виберіть рівняння, що задає площину паралельну осі Oz :

- а) $2x - 3y + z + 1 = 0$;
 б) $x + 2y - 6 = 0$;
 в) $x + 3y = 0$.

Варіанти відповідей: 1) тільки в; 2) тільки б; 3) жодне не підходить; 4) тільки а; 5) тільки б і в.

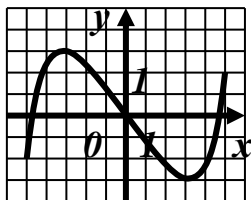
Завдання 2. У просторі маємо відрізок, що з'єднує дві точки з аплікатами різних знаків. Тоді цей відрізок обов'язково перетинає:

Варіанти відповідей:

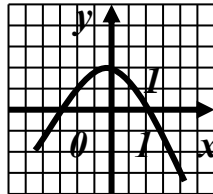
- 1) площину Oxy ; 2) площину Oxz ; 3) площину Oyz ; 4) вісь аплікат.

Завдання 3. Функція f визначена на всій числовій прямій. Якщо для будь-яких x_1, x_2 , що задовольняють умову $x_1 > x_2$, виконується нерівність $f(x_1) - f(x_2) < 0$, то функція f обов'язково: 1) зростає; 2) обмежена; 3) спадає; 4) необмежена; 5) від'ємна.

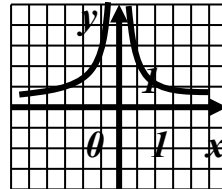
Завдання 4. Вкажіть малюнок на якому зображено графік непарної функції:



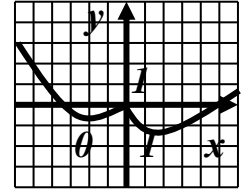
А)



Б)

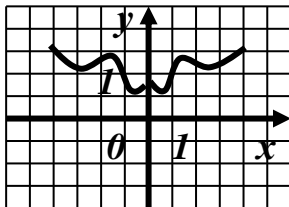


В)

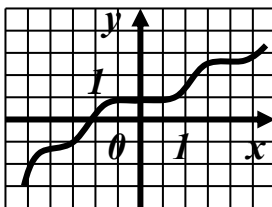


Г)

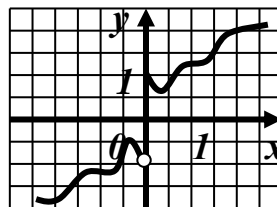
Завдання 5. Вкажіть на якому малюнку зображено графік парної функції:



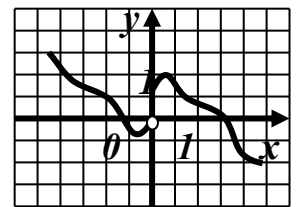
А)



Б)



В)



Г)

Завдання 6. Побудуйте ескіз графіка за відомими результатами аналітичного дослідження:

- Область визначення $(-2; +\infty)$.

- Вертикальні асимптоти $x = -2$.
- Горизонтальні асимптоти $y = 2, (x \rightarrow +\infty)$.
- Похилі асимптоти *немає*.
- Стаціонарні точки $-1; 0; 1$.
- Проміжки монотонності:
 - Зростає: $(-1; 0), (1; +\infty)$;
 - Спадає: $(-2; -1), (0; 1)$.
- Значення функції в деяких точках:
 $y(-1) = -2; y(0) = 1; y(1) = -2; y(2) = 0$.

Завдання 7. . Задана матриця: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

З яких елементів складається побічна діагональ. Відповідь запишіть у вигляді суми елементів.

Завдання 8. Довести, що $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{4n} = \frac{1}{2}$.

Завдання 9. Після того, як були зібрані 8 га силосних культур, силосозбиральний комбайн продовжував працювати збираючи по 2 га за кожну годину. Якою математичною моделлю можна описати роботу комбайна:

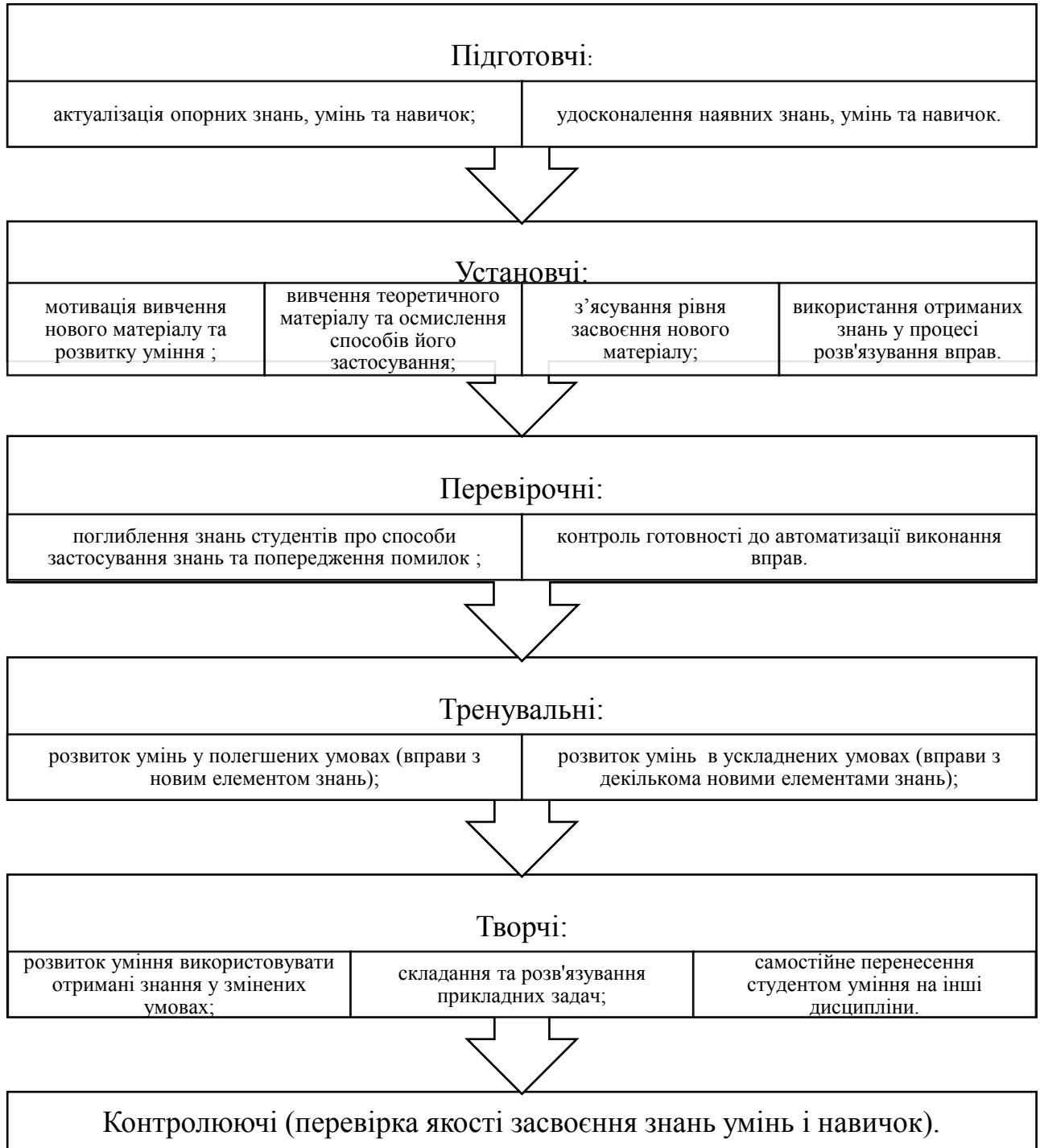
1. $y = 8 - 2t$;
2. $y = 8 + 2t$;
3. $y = 8t + 2$;
4. $y = 8t - 2$.

Через який час загальна кількість обробленої площі буде дорівнювати 20 га?

Завдання 10. Навколо парку прямокутної форми розміром 64 га необхідно посадити ялинки. Щільність висаджування дерев має дорівнювати 4 метри. Знайти при яких розмірах земельної ділянки парку ялинок для висаджування знадобиться найменша кількість.

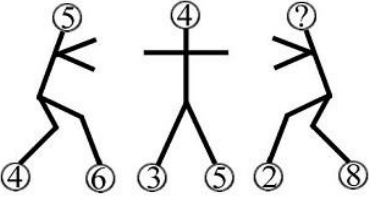
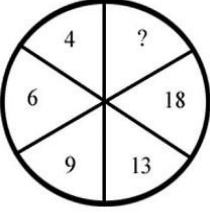
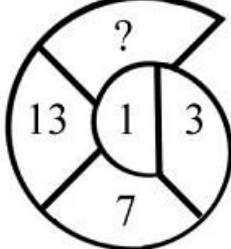
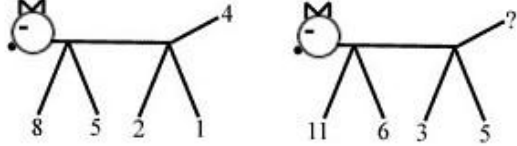
Додаток Г

Система вправ і задач для поетапного розвитку інтелектуальних умінь у студентів у процесі навчання математики



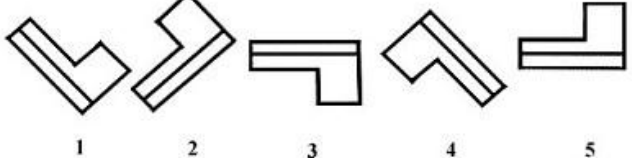
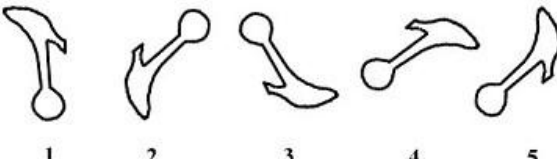
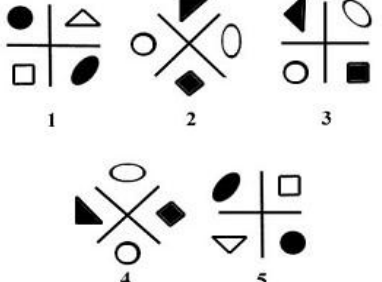
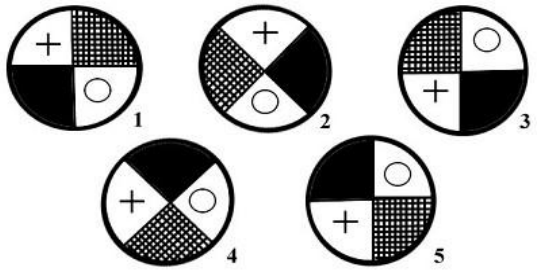
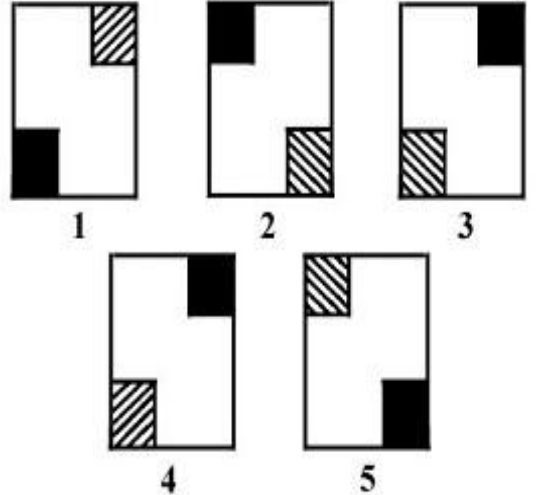
Додаток Д

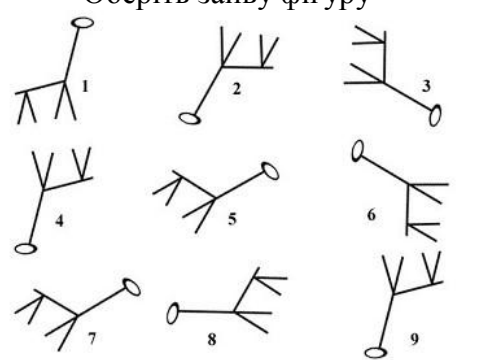
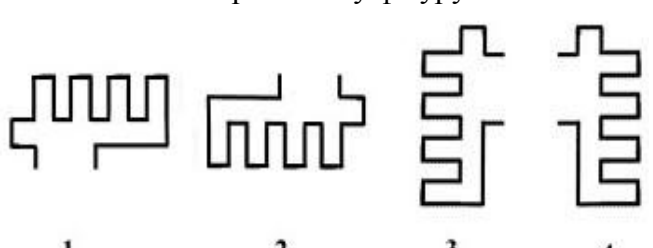
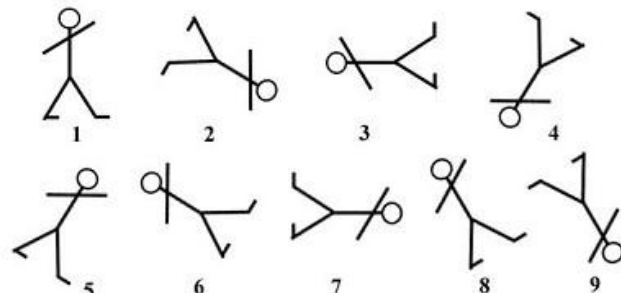
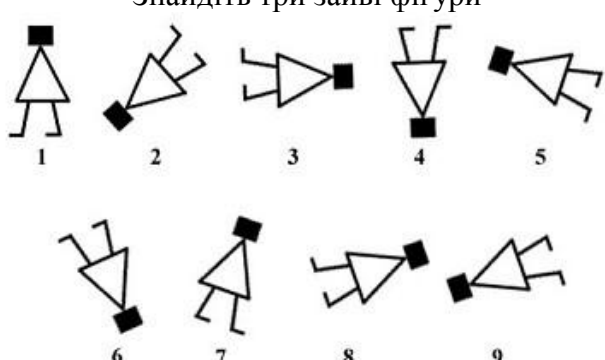

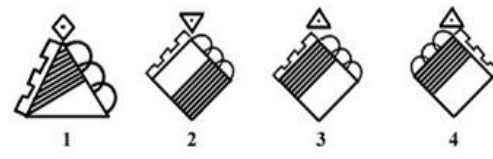
Числовий тест Айзенка-Горбова

№	Завдання	Відповідь								
1.	Продовжити числовий ряд: 18 20 24 32 ...?	48								
2.	Вставте пропущене число 	5								
3.	Продовжіть числовий ряд: 5 41 149 329 ...?	581								
4.	Вставте пропущене число 	24								
5.	Вставте пропущене число 4 8 6 6 2 4 8 6 ...?	7								
6.	Вставте пропущене число <table border="1" data-bbox="491 1176 699 1384"> <tr><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><td>54</td><td>18</td></tr> </table> <table border="1" data-bbox="750 1176 957 1384"> <tr><td>?</td><td>9</td></tr> <tr><td>81</td><td>27</td></tr> </table>	2	6	54	18	?	9	81	27	3
2	6									
54	18									
?	9									
81	27									
7.	Вставте пропущене число 718 (26) 582 474 (...) 226	14								
8.	Вставте пропущене число 	21								
9.	Продовжіть числовий ряд: 857 969 745 1193 ...?	297								
10.	Вставте пропущене число 	3								

Додаток Е

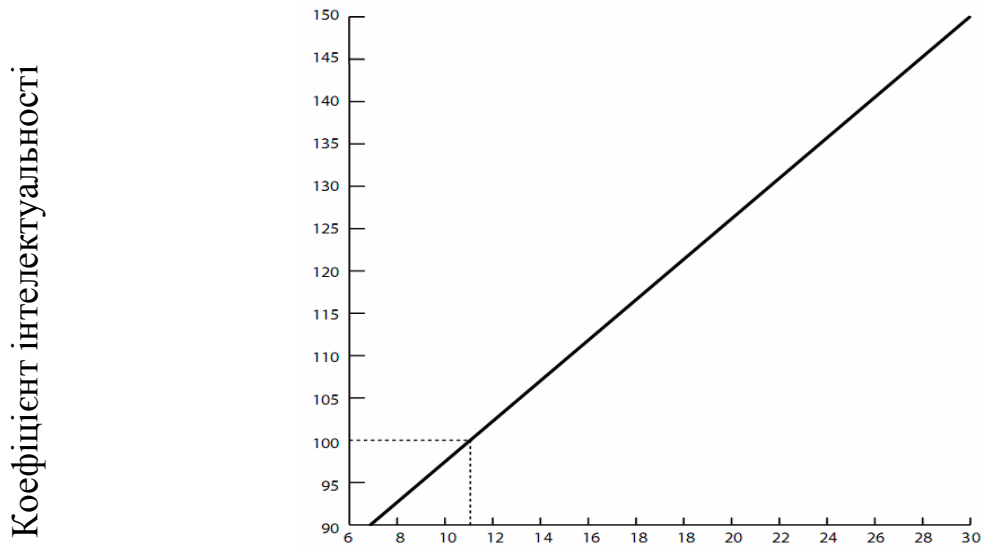
Наочно-образний тест Айзенка-Горбова

№	Завдання	Відповідь
1.	<p>Оберіть зайву фігуру</p> 	4
2.	<p>Оберіть зайву фігуру</p> 	4
3.	<p>Оберіть зайву фігуру</p> 	3
4.	<p>Оберіть зайву фігуру</p> 	5
5.	<p>Оберіть зайву фігуру</p> 	3

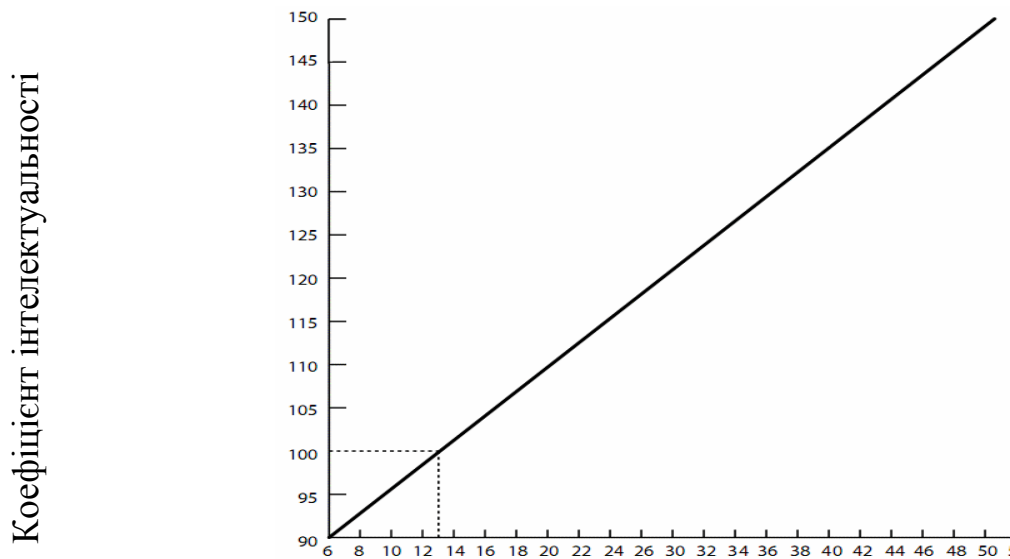
<p>6.</p>	<p>Оберіть зайву фігуру</p> 	<p>8</p>
<p>7.</p>	<p>Оберіть зайву фігуру</p> 	<p>3</p>
<p>8.</p>	<p>Оберіть зайву фігуру</p> 	<p>7</p>
<p>9.</p>	<p>Знайдіть три зайві фігури</p> 	<p>2,6 і 7</p>
<p>10.</p>	<p>Обрати пропущену фігуру з чотирьох запропонованих</p> <p>  відноситься до , як до ? </p> 	<p>3</p>

Додаток Ж

Графіки підрахунку результатів шляхом сумування правильно самостійно вирішених завдань з кожного тесту



Кількість правильно розв'язаних завдань за числовий тест



Кількість правильно розв'язаних завдань за наочно-образний тест

Класифікація рівнів інтелекту

Значення IQ	Рівень інтелекту
130 та вище	Дуже високий
120 – 129	Високий
110 – 119	Хороша норма
90 – 109	Середній
80 – 89	Низька норма
70 – 79	Гранична норма
69 і нижче	Розумовий дефект

Додаток 3

Схема організації навчального процесу

Номер лекції	Тематика лекцій	Номер пр. заняття	Тематика практичних занять	Тема для самостійного вивчення	Кіл-ть годин на самостійне. вивч.	Позааудиторний контроль	
Модуль 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія							
1	Матриці та дії над ними	1	Матриці та дії над ними	Ранг матриці	2	Самостійна робота, індивідуальне опитування	
2	Визначники. Мінори. Алгебраїчні доповнення	2	Визначники. Мінори. Алгебраїчні доповнення				
		3	Обернена матриця			Самостійна робота, тестування	
3	Системи лінійних рівнянь	4	Системи лінійних рівнянь. Матричний метод	Системи лінійних рівнянь. Метод Гауса	2	Самостійна робота, модульна контрольна робота	
		5	Системи лінійних рівнянь. Метод Крамера	Прямокутні системи рівнянь	2		
		6	Ранг матриці. Прямокутні системи координат	Власні вектори та власні числа матриці	3		
Модуль 2. Аналітична геометрія							
4	Прямокутні координати на площині	7	Прямокутні координати на площині	Нерівності та їх геометричний зміст	5	Самостійна робота	
5	Пряма і площина в просторі		8				Пряма на площині
			9				Пряма і площина в просторі
6	Криві лінії другого порядку	10	Криві лінії другого порядку	Поверхні другого порядку. Циліндричні поверхні	4	Самостійна робота, модульна контрольна робота, проект	
				Поверхні другого порядку. Конічні поверхні	4		
				Поверхні другого порядку.	4		

				Поверхні обертання		
Модуль 3. Основи теорії границь						
7	Функція. Основні елементарні функції	11	Функція. Основні елементарні функції	Змінні величини. Послідовності та функції	4	Самостійна робота, диктант
8	Границя функції	12	Границя функції. Основні невизначеності	Властивості границь	3	Самостійна робота, тестування
		13	Границя функції Визначні та необхідні границі	Основні теореми про границі	3	
9	Неперервність та розриви функції	14	Неперервність та розриви функції	Правила розкриття невизначеностей (нерозглянуті випадки)	3	Самостійна робота, модульна контрольна робота
Модуль 4. Основи диференціального числення						
10	Основні правила та формули диференціюван ня	15	Основні правила та формули диференціюванн я	Правило Лопіталя	2	Індивідуальне опитування
11	Особливі випадки диференціюван ня	16	Особливі випадки диференціюванн я			Самостійна робота
12	Диференціал функції та його застосування	17	Диференціал функції та його застосування			Самостійна робота, тестування
13	Застосування похідної до дослідження функції	18	Застосування похідної до дослідження функції	Основні теореми диференційного числення	3	Самостійна робота
14	Диференціюван ня функції декількох змінних	19	Диференціюван ня функції декількох змінних			Модульна контрольна робота
		20	Гradient функції та похідна функції у напрямку вектора			

Модуль 5. Основи інтегрального числення						
15	Невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування	21	Невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування	Диференціальні рівняння другого порядку	3	Індивідуальне опитування, тестування
16	Інтегрування дробово-раціональних виразів	22	Інтегрування дробово-раціональних виразів			Індивідуальне опитування
17	Інтегрування деяких тригонометричних виразів	23	Інтегрування деяких тригонометричних виразів			Індивідуальне опитування
18	Визначений інтеграл та його застосування	24	Визначений інтеграл та його застосування			Контрольна робота
19	Поняття диференціального рівняння	25	Поняття диференціального рівняння			Тестування
20	Однорідні та лінійні диференціальні рівняння	26	Однорідні та лінійні диференціальні рівняння			Самостійна робота, модульна контрольна робота

Додаток И

**Приклад завдання самостійної роботи студентів до вивчення теми
«Матриця та дії над нею»**

Задача (характеристика діяльності деякої агрофірми у вигляді матриць). Продовольча компанія «Екопродукт» випускає 3 види виробів «Карпатський чай», «Чайні скарби світу», «Екопродукт» (P_1, P_2, P_3) і при цьому використовує 4 види сировини: зілля звіробою, ромашка, листя малини, зілля чебреця (S_1, S_2, S_3, S_4).

Потрібно знайти:

- кількість сировини, що затрачається на виробництво усіх видів продукції;
- загальну вартість сировини;
- сумарний прибуток від реалізації продукції.

Вид сировини	Кількість сировини, що затрачається на виробництво одиниці продукції P_j			Вартість одиниці сировини
	P_1 «Карпацький чай»	P_2 «Чайні скарби світу»	P_3 «Екопродукт»	
S_1 Зілля звіробою	2	1	3	20
S_2 Ромашка	4	5	2	30
S_3 Листя малини	3	4	6	40
S_4 Зілля чебреця	6	3	5	10
Прибуток від реалізації одиниці продукції P_j	10	15	30	–
План виробництва	20	25	30	–

Позначимо b_i ($i = 1, 2, 3, 4$) – запас сировини S_i ; d_i – вартість одиниці сировини S_i ; x_j ($j = 1, 2, 3$) – кількість одиниць продукції P_j , яка запланована до виробництва; a_{ij} – кількість одиниць сировини S_i , яка потрібна для виготовлення *одиниці* продукції P_j ; C_j – прибуток від реалізації одиниці продукції P_j .

Введемо матриці:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \\ 3 & 4 & 6 \\ 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 40 \\ 10 \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} 20 \\ 25 \\ 30 \end{pmatrix}; \quad C = (10 \ 15 \ 30).$$

Кількість сировини, що затрачається на виробництво усіх видів продукції:

$$B = A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \\ 3 & 4 & 6 \\ 6 & 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 25 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 20 + 1 \cdot 25 + 3 \cdot 30 \\ 4 \cdot 20 + 5 \cdot 25 + 2 \cdot 30 \\ 3 \cdot 20 + 4 \cdot 25 + 6 \cdot 30 \\ 6 \cdot 20 + 3 \cdot 25 + 5 \cdot 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 155 \\ 265 \\ 340 \\ 345 \end{pmatrix}.$$

Загальна вартість сировини:

$$V = D^T \cdot B = (20 \ 30 \ 40 \ 10) \cdot \begin{pmatrix} 155 \\ 265 \\ 340 \\ 345 \end{pmatrix} = 3\,100 + 7\,950 + 13\,600 + 3\,450 = 28\,100.$$

Сумарний прибуток від реалізації продукції:

$$F = C_1 x_1 + C_2 x_2 + \dots + C_n x_n = C \cdot X = (10 \ 15 \ 30) \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 25 \\ 30 \end{pmatrix} = 1\,475.$$

Додаток К

Лекція 1. Матриці та дії над ними

План

1. Організаційний момент
2. Використання матриць в аграрній діяльності.
3. Поняття матриці.
4. Дії над матрицями:
 - сума та різниця, множення матриці на число;
 - добуток матриць, піднесення матриці до степеня;
 - транспонування матриць.

Організаційний момент.

Ознайомлення зі структурою курсу (студентам демонструється презентація)

№ модуля	Теми	К-сть годин
Модуль 1.	Лінійна алгебра та аналітична геометрія	18
Модуль 2.	Аналітична геометрія	14
Модуль 3.	Основи теорії границь	14
Модуль 4.	Основи диференціального числення	22
Модуль 5.	Основи інтегрального числення	24

Орієнтовний розподіл балів по дисципліні

Назва контролю	Мінімальна кількість балів за кожен модуль	Максимальна кількість балів за кожен модуль
Відвідування лекцій	0	0,5
Відвідування практичних	0	0,5
Виконання індивідуальних завдань	1	2
Написання модуля	3	5
Усне опитування	1	2
Написання самостійної роботи	2	4
Всього за один модуль:	7	14
Всього за п'ять модулів:	35	70
Здача іспиту	25	30
Сумарна кількість балів після здачі іспиту:	60	100

Шкала оцінювання

Сума балів	Оцінка в ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		Залік	
90-100	A	Відмінно (5)	Зараховано
82-89	B	Дуже добре(4)	
74-81	C	Добре(4)	
64-73	D	Задовільно (3)	
60-63	E	Достатньо (3)	
35-59	FX	Незадовільно (2)	Не зараховано
1-34	F	Незадовільно (2) з обов'язковим повторним курсом навчання	Не зараховано

Список рекомендованої літератури

- 1. Шеченко Р.Л. Основи вищої математики. – Біла Церква, 2005.
- 2. Валєєв К.Г., Джалладова І.А. Вища математика, ч. I. – К., 2001.
- 3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Физматгиз, 1959.
- 4. Натансон И.П. Краткий курс высшей математики. – М.: Физматгиз, 1963.
- 5. Барковский В.В., Барковська Н.В. Математика для экономистів. – К., 1999.
- 6. Маркович Э.С. Курс высшей математики с элементами теории вероятностей и математической статистики. – М.: Физматгиз, 1972.
- 7. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. – М.: Наука, 1986.

Лінійна алгебра – це один із найбільш важливих підрозділів вищої алгебри, яка займається вивченням довільних систем першого порядку, зокрема матриць – таблиць, складених за певними правилами.

Наприклад,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

у Стародавньому Китаї (200 р. до н.е) спеціально складені таблиці та їх перетворення використовували для розв'язування систем n лінійних рівнянь з n невідомими. Пізніше цей метод було перевідкрито в Європі і він отримав назву метода Гауса чи метода послідовного виключення невідомих.

Сам термін “матриця” ввів Сільвестер у 1850 р. Основи матричного числення викладені А. Келі в роботі “Мемуар з теорії матриць” (1858 р.). *(студентам демонструються портрети з відповідними датами)*

Теорія матриць виявилась настільки плідною, що її застосування вийшло далеко за межі лінійної алгебри.

Широке застосування симплексного методу, як методу оптимізації в лінійному програмуванні, спонукало до вивчення основ лінійної алгебри як необхідної бази до розуміння основних понять цього на сьогодні неперевершеного методу послідовного покращення (незважаючи на алгоритмічні та теоретичні негаразди).

2. Використання матриць в аграрній діяльності.

У процесі планування розміщення дослідних ділянок в агрономії використовують метод «латинського квадрату». Суть методу: розмістити дослідні ділянки, щоб у кожному рядку і кожному стовпчику були всі варіанти відповідно до схеми досліді і жоден із них не повторювався. Тобто, необхідно скласти матриці четвертого та п'ятого порядків.

3	1	2	4
1	2	4	3
2	4	3	1
4	3	1	2

чотири варіанти

3	5	1	4	2
4	1	2	5	3
2	4	5	3	1
1	3	4	2	5
5	2	3	1	4

п'ять варіантів

Метод розміщення дослідних ділянок в агрономії

Також, як прикладом застосування поняття матриці в агрономії є повна схема багатофакторного дослідження (матриця ПФД $2^2, 2^3, 2^4$), з яким Ви ознайомитесь в процесі вивчення навчальної дисципліни «Основи наукових досліджень в агрономії».

У процесі роботи землевпорядника досить часто доводиться знаходити площі земельних ділянок різної конфігурації за результатами вимірювань ліній, кутів та координат на місцевості використовуючи формули, що вивчаються в курсі вищої математики. У процесі визначенні площ ділянок для обліку таких, що зайняті під будівлями, садами, орними землями під посіви, ділянки розмічають на прості геометричні фігури, в основному трикутники, прямокутники, рідше трапеції, і площі ділянок отримують як суми площ окремих фігур, що обчислені за лінійними елементами. Одним із способів обчислення площі земельної ділянки за відомими координатами вершин є застосування векторного добутку векторів, для знаходження якого необхідно вміти обчислювати визначники.

Запишемо ключові слова:

- Матриця
- Види матриць
- Рядки
- Стовпці
- Елементи матриці
- Розмір матриці
- Сума (різниця) матриць
- Множення матриці на число
- Добуток матриць
- Піднесення матриці до степеня
- Транспонування матриць

3. Матриці та дії над ними

Нехай задано множину чисел, розміщених у вигляді квадратної таблиці:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad \text{або} \quad A = \left\| \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{array} \right\|$$

Таку впорядковану множину називають матрицею ($m \times n$). Поняття матриці вперше ввели англійські математики У. Гамільтон і Д. Келі. Коротко матрицю позначають так: $A = (a_{ij})_{mn}$, або $A = \|a_{ij}\|_{mn}$. В цьому записі вказується кількість рядків m та стовбців n матриці.

Означення. Матрицею називається упорядкована по рядках та стовпцях таблиця елементів: букв, чисел, функцій тощо. Так, наприклад, сторінка газети є матрицею, оскільки вона має рядки тексту і стовпці у вигляді колонок тексту.

Матриці позначають великими латинськими літерами A, B, C тощо.

Числа a_{ij} називають елементами матриці.

Добуток числа рядків m на число стовбців n називають розміром матриці і позначають $m \times n$.

Матриці мають однакові розміри, якщо у них однакова кількість рядків і стовбців.

Означення. Матриці A та B називають рівними між собою, якщо вони мають однакові розміри, а їх елементи, що знаходять на однакових місцях, рівні між собою. При цьому пишуть $A = B$.

Означення. Квадратною називають таку матрицю $A = (a_{ij})_{nm}$, в якій $m = n$, тобто кількість рядочків дорівнює кількості стовпчиків.

$$\text{Наприклад, } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Означення. Діагональною називають матрицю, по головній діагоналі якої розташовані елементи a_{ij} , а інші елементи є нулями, тобто

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{mm} \end{pmatrix}.$$

Означення. Одиничною називають діагональну матрицю, по головній

$$\text{діагоналі якої розташовані одиниці, тобто } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

Означення. Нульовою називають матрицю, всі елементи якої нулі:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Властивість: Якщо до заданої матриці A додати нульову, то отримаємо задану матрицю A .

Види матриць

$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$ Прямокутна матриця

$\begin{pmatrix} 3 \\ 22 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$ Матриця стовпець

(1 -3 2 0) Матриця рядок

$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ Квадратна матриця

Трикутні матриці

$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ Верхня трикутна матриця
(під головною діагоналлю стоять нулі)

$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ Нижня трикутна матриця
(над головною діагоналлю стоять нулі)

Мікрофон. Студенти, використовуючи свій конспект, відповідають на такі запитання:

1. Дайте означення матриці.
2. Які матриці називаються рівними?
3. Яка матриця називається квадратною?
4. Яка матриця називається діагональною?
5. Яка матриця називається одиничною?
6. Яка матриця називається верхньою трикутною?
7. Яка матриця називається нижньою трикутною?

3. Дії над матрицями:

Нехай задано матриці A та B : $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -11 & 4 & 5 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

1. Сума матриць.

Операція додавання матриць вводиться тільки для матриць однакового розміру. Сумою матриць $A = (a_{ij})_{mn}$ та $B = (b_{ij})_{mn}$ називається матриця $C = (c_{ij})_{mn}$, де $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$. При цьому записують $C = A + B$.

Приклад:

$$A + B = \begin{pmatrix} 1+0 & -2+1 & 0+0 \\ 3+(-11) & 5+4 & -3+5 \\ 2+(-3) & 0+(-1) & -1+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -8 & 9 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Властивість: Для довільних матриць A , B та C однакових розмірів справджуються рівності: $A + B = B + A$; $(A + B) + C = A + (B + C)$.

2. Добуток матриці на число.

Добутком матриці $A = (a_{ij})_{mn}$ на число λ називається матриця $C = (c_{ij})_{mn}$, де $c_{ij} = \lambda a_{ij}$. При цьому записують $C = \lambda A$.

Приклад:

$$-4 \cdot A = \begin{pmatrix} -4 \cdot 1 & -4 \cdot (-2) & -4 \cdot 0 \\ -4 \cdot 3 & -4 \cdot 5 & -4 \cdot (-3) \\ -4 \cdot 2 & -4 \cdot 0 & -4 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 8 & 0 \\ -12 & -20 & 12 \\ -8 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Віднімання матриць.

Різницю матриць A та B розглядають, як суму матриць A та $-B$, при чому матриця $-B$ утворена множенням матриці B на -1 .

Властивості додавання та множення на число:

Для довільних матриць A, B однакових розмірів та довільних чисел μ і λ справджуються рівності:

- 1) $A + B = B + A$ – комутативність відносно додавання матриць;
- 2) $(A + B) + C = A + (B + C)$ – асоціативність відносно додавання матриць;
- 3) $A + 0 = A$; $A - A = 0$ – роль нульової матриці в діях над матрицями така, як числа нуль в діях над числами;
- 4) $(\lambda \cdot \mu) \cdot A = \lambda \cdot (\mu \cdot A)$ – асоціативність відносно множення чисел;
- 5) $\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B$ – дистрибутивність множення на число відносно додавання матриць;
- 6) $(\lambda + \mu) \cdot A = \lambda \cdot A + \mu \cdot A$ – дистрибутивність множення на матрицю відносно додавання чисел.

4. Добуток матриць.

Операція множення матриць вводиться лише для узгоджених матриць.

Означення. Матриця називається узгодженою, якщо кількість стовпців першої дорівнює кількості рядків другої.

Якщо ця умова не виконується, тобто матриці неузгоджені, то множення таких матриць неможливе.

З узгодженості матриці A з матрицею B випливає узгодженість матриці B з матрицею A . Квадратні матриці одного порядку взаємно узгоджені.

Добутком матриці $A = (a_{ij})_{mn}$ на матрицю $B = (b_{ij})_{ns}$ називається матриця $C = (c_{ij})_{ms}$, де $c_{ij} = \overline{a_i} \cdot \overline{b_j}$ ($\overline{a_i}$ – i -й рядок першої матриці, $\overline{b_j}$ – j -й стовбець другої матриці). Тобто, щоб визначити елемент \tilde{n}_{24} , що стоїть в другому рядку і

четвертому стовбці матриці $\tilde{N} = \hat{A}\hat{A}$, потрібно знайти суму добутків елементів другого рядка матриці A на відповідні елементи четвертого стовпці матриці B . При цьому записують $C = A \cdot B$.

Приклад:

$$\begin{aligned}
 A \cdot B &= \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -11 & 4 & 5 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} 1 \cdot 0 + (-2) \cdot (-11) + 0 \cdot (-3) & 1 \cdot 1 + (-2) \cdot 4 + 0 \cdot (-1) & 1 \cdot 0 + (-2) \cdot 5 + 0 \cdot 2 \\ 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-11) + (-3) \cdot (-3) & 3 \cdot 1 + 5 \cdot 4 + (-3) \cdot (-1) & 3 \cdot 0 + 5 \cdot 5 + (-3) \cdot 2 \\ 2 \cdot 0 + 0 \cdot (-11) + (-1) \cdot (-3) & 2 \cdot 1 + 0 \cdot 4 + (-1) \cdot (-1) & 2 \cdot 0 + 0 \cdot 5 + (-1) \cdot 2 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} 22 & -7 & -10 \\ -46 & 26 & 19 \\ 4 & 3 & -2 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Перевіримо чи справджується переставний закон множення для матриць:

$$\begin{aligned}
 B \cdot A &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -11 & 4 & 5 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} 0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 0 \cdot 2 & 0 \cdot (-2) + 1 \cdot 5 + 0 \cdot 0 & 0 \cdot 0 + 1 \cdot (-3) + 0 \cdot (-1) \\ -11 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 2 & -11 \cdot (-2) + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 0 & -11 \cdot 0 + 4 \cdot (-3) + 5 \cdot (-1) \\ -3 \cdot 1 - 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 & -3 \cdot (-2) - 1 \cdot 5 + 2 \cdot 0 & -3 \cdot 0 - 1 \cdot (-3) + 2 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} 3 & 5 & -3 \\ 11 & 42 & -17 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Отже, переставний закон множення для матриць не справджується $A \cdot B \neq B \cdot A$.

Властивості множення матриць:

Для довільних матриць A, B однакових розмірів та довільних чисел μ і λ справджуються рівності:

- 1) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$ – асоціативність відносно множення матриць;
- 2) $A \cdot 0 = 0 \cdot A = 0$ – роль нульової матриці в діях над матрицями така, як числа нуль в діях над числами;
- 3) $(\lambda \cdot A) \cdot B = A \cdot (\lambda \cdot B) = \lambda \cdot (B \cdot A)$ – асоціативність відносно множення матриць і числа;

4) $C \cdot (A+B) = C \cdot A + C \cdot B$; $(A+B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$ – дистрибутивність множення відносно додавання матриць;

6) $A \cdot E = E \cdot A = A$ – роль одиничної матриці в діях над матрицями така, як одиниці в діях над числами;

5. Піднесення матриці до степеня.

Піднесення матриці до степеня n розглядають, як множення матриці саму на себе n раз.

Приклад:

$$\begin{aligned} A^2 &= A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 - 2 \cdot 3 + 0 \cdot 2 & 1 \cdot (-2) - 2 \cdot 5 + 0 \cdot 0 & 1 \cdot 0 - 2 \cdot (-3) + 0 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 1 + 5 \cdot 3 - 3 \cdot 2 & 3 \cdot (-2) + 5 \cdot 5 - 3 \cdot 0 & 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-3) - 3 \cdot (-1) \\ 2 \cdot 1 + 0 \cdot 3 - 1 \cdot 2 & 2 \cdot (-2) + 0 \cdot 5 - 1 \cdot 0 & 2 \cdot 0 + 0 \cdot (-3) - 1 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} -5 & -12 & 6 \\ 12 & 19 & -12 \\ 0 & -4 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

6. Транспонування матриць.

Щоб транспонувати матрицю $A = (a_{ij})_{nm}$ необхідно створити матрицю $A^T = (a_{ji})_{nm}$, тобто рядочки замінити стовбцями.

Приклад:

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Проведення опитування студентів за ключовими словами.

Домашнє завдання.

$$\text{Виконати дії } \begin{pmatrix} 1 & n & 2 \\ -3 & n-1 & 5 \\ 4 & n+1 & -7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n-3 & n-4 & n-5 \\ -3 & 4 & -5 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} + n \cdot \begin{pmatrix} 2 & -n & 1 \\ n & 3 & -2 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

де n – остання цифра номера студента за списком.

Додаток Л

Фрагмент опорного конспекту студентів

Обчислення визначників матриці

<p>Визначники другого порядку</p> $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$
<p>Визначники третього порядку (розкладання за елементами першого рядка)</p> $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$
<p>Визначники n-го порядку. Розкладання за елементами i-го рядка:</p> $\Delta = a_{i1} A_{i1} + a_{i2} A_{i2} + \dots + a_{in} A_{in} = \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{ik}.$ <p>Розкладання за елементами j-го стовпця:</p> $\Delta = a_{1j} A_{1j} + a_{2j} A_{2j} + \dots + a_{nj} A_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{kj} A_{kj}.$

Матриці та дії над ними

<p>Матриця розмірності $n \times m$</p> $A[n \times m] = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$	<p>Матриця n-го порядку (квадратна)</p> $A[n \times n] = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$
<p>Сума та різниця матриць</p> $A[n \times m] \pm B[n \times m] = C[n \times m],$ <p>якщо</p> $c_{ij} = a_{ij} \pm b_{ij}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}$	<p>Множення на число</p> $\lambda A[n \times m] = C[n \times m],$ <p>якщо</p> $c_{ij} = \lambda a_{ij}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}$
<p>Добуток матриць</p> $A[n \times k] B[k \times m] = C[n \times m],$ <p>якщо</p> $c_{ij} = \sum_{l=1}^k a_{il} b_{lj}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}$	<p>Обернена матриця (до квадратної)</p> $B = A^{-1} \text{ (тобто } AB = BA = E),$ <p>якщо</p> $b_{ij} = \frac{A_{ji}}{\Delta_A}, \quad i, j = \overline{1, n}$ <p>(A_{ji} – алгебраїчне доповнення елемента a_{ji}; E – одинична матриця)</p>

Додаток М

Аналіз найбільш необхідних інтелектуальних умінь в професійній діяльності геодезистів (n = 52)

Компоненти інтелектуальних умінь	Ранговий розподіл відповідей майбутніх геодезистів		
	Середній ранг	Стандартне відхилення	Номер у рейтингу
	W=0,214; $\chi^2=111,126$; p<0,01		
	\bar{r}	S	№
Аналіз	3,42	2,66	1
Виділення головного	3,73	2,52	2
Порівняння	6,10	2,83	6
Узагальнення	6,27	2,71	7
Систематизація	5,52	3,00	3
Означення поняття	6,73	3,06	9
Конкретизація	5,88	2,80	5
Доведення	6,49	2,65	8
Моделювання	5,54	3,25	4
Прогнозування	7,42	2,82	10
Проблемні вміння	8,89	2,78	11

Аналіз найбільш необхідних інтелектуальних умінь у професійній діяльності фахівців лісового і садово-паркового господарства (n = 83)

Компоненти інтелектуальних умінь	Ранговий розподіл відповідей майбутніх фахівців лісового і садово-паркового господарства		
	Середній ранг	Стандартне відхилення	Номер у рейтингу
	W=0,156; $\chi^2=129,07$; p<0,01		
	\bar{r}	S	№
Аналіз	4,31	3,04	2
Виділення головного	3,22	2,45	1
Порівняння	6,29	2,65	6
Узагальнення	7,13	2,93	10
Систематизація	6,40	2,77	8
Означення поняття	6,17	3,00	4
Конкретизація	5,24	2,95	3
Доведення	6,30	2,81	7
Моделювання	6,18	3,33	5
Прогнозування	6,87	2,85	9
Проблемні вміння	7,88	3,21	11

**Аналіз мотивів майбутніх геодезистів для розвитку інтелектуальних
умінь (n = 52)**

Мотиви для розвитку інтелектуальних умінь	Ранговий розподіл відповідей майбутніх геодезистів		
	Середній ранг	Стандартне відхилення	Номер у рейтингу
	W=0,157; $\chi^2=56,14$; p<0,01		
	\bar{r}	s	№
Для покращення результатів навчання	4,07	2,15	3
Для економії часу у процесі виконанні складних завдань	4,75	1,99	5
Бути розумним, ерудованим	2,98	2,27	1
Мати можливість застосувати отримані знання під час вирішення складних задач, у тому числі життєвих	3,63	2,20	2
Швидкий пошук відомостей для розв'язання проблем	5,27	1,92	7
Необхідність виконання творчих завдань у навчальному процесі	6,06	1,81	8
Важливість інтелектуальних умінь на екзаменах, тестуваннях, співбесідах тощо	4,95	2,15	6
Необхідність у подальшій професійній діяльності	4,28	2,43	4

Аналіз мотивів майбутніх спеціалістів з лісового та садово-паркового господарства для розвитку інтелектуальних умінь (n = 83)

Мотиви для розвитку інтелектуальних умінь	Ранговий розподіл відповідей майбутніх спеціалістів з лісового та садово-паркового господарства		
	Середній ранг	Стандартне відхилення	Номер у рейтингу
	W=0,105; $\chi^2=61,153$; p<0,01		
	\bar{r}	s	№
Для покращення результатів навчання	4,28	2,41	4
Для економії часу під час виконання складних завдань	4,78	2,28	5
Бути розумним, ерудованим	3,30	2,16	1
Мати можливість застосувати отримані знання у процесі вирішення складних задач, у тому числі життєвих	3,68	2,07	2
Швидкий пошук відомостей для розв'язання проблем	4,98	2,08	6
Необхідність виконання творчих завдань у навчальному процесі	5,64	2,14	8
Важливість інтелектуальних умінь на екзаменах, тестуваннях, співбесідах тощо	5,22	1,89	7
Необхідність у подальшій професійній діяльності	4,12	2,34	3