**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**
**НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**
**імені М. П. ДРАГОМАНОВА**

На правах рукопису

**ГОМЕНЮК Ганна Володимирівна**

**УДК 373.5.016:512**

# Методичні засади реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи

**13.00.02 – теорія та методика навчання (математика)**

**ДИСЕРТАЦІЯ**
на здобуття наукового ступеня
кандидата педагогічних наук

Науковий керівник:
**ЗАБРАНСЬКИЙ Віталій Ярославович**
кандидат педагогічних наук,доцент

**Київ 2016**

## ЗМІСТ

**ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ..... 3**

**ВСТУП ..... 4**

**РОЗДІЛ І. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ТА ПРЕДМЕТ ДОСЛІДЖЕННЯ... 16**

1.1. Стан проблеми реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри учнів основної школи в теорії та практиці ..... 16

1.2. Традиційне навчання і компетентнісне навчання як педагогічні технології: спільне та відмінне ..... 37

1.3. Концептуальна модель навчання алгебри учнів основної школи на засадах компетентнісного підходу ..... 50

Висновки до першого розділу ..... 75

**РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА РЕАЛІЗАЦІЇ КОМПЕТЕНТНІСНОГО ПІДХОДУ В НАВЧАННІ АЛГЕБРИ УЧНІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ..... 76**

2.1. Мотиваційно-ціннісна складова компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи ..... 76

2.2. Практико-орієнтоване спрямування змісту навчання алгебри учнів основної школи в умовах упровадження компетентнісного підходу ..... 95

2.3. Діяльнісний аспект компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи ..... 113

2.4. Розвиток рефлексії учнів 7-9 класів у процесі реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри ..... 131

2.5. ІКТ як засіб реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри в основній школі ..... 141

2.6. Експериментальна перевірка ефективності розроблених методів та засобів реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи ..... 154

Висновки до другого розділу ..... 180

**ВИСНОВКИ ..... 182**

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ ..... 186**

**ДОДАТКИ ..... 215**

# ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

ГДЗ – готові домашні завдання.

ЗНО – зовнішнє незалежне оцінювання.

ІКТ – інформаційно-комунікаційні технології.

КП – компетентнісний підхід.

МОН України – Міністерство освіти і науки України.

НАПН України – Національна академія педагогічних наук України.

ООН – Організація Об’єднаних Націй.

ПМК – предметна математична компетентність.

ППЗ – прикладний програмний засіб.

PISA – Міжнародна програма оцінювання освітніх досягнень учнів у сфері функціональної грамотності.

СПМК – спеціальні предметні математичні компетентності.

# ВСТУП

**Актуальність дослідження.** Соціальні перетворення, які відбуваються останніми десятиліттями в Україні, вимагають істотних змін у процесі підготовки учнів загальноосвітньої школи. У Державній національній програмі «Освіта» («Україна XXI століття») вказано «пріоритетні напрями реформування освіти: розбудова національної системи освіти з урахуванням кардинальних змін в усіх сферах суспільного життя України; забезпечення моральної, інтелектуальної та психологічної готовності всіх громадян до здобуття освіти; досягнення якісно нового рівня у вивченні базових навчальних предметів: української та іноземних мов, історії, літератури, математики та природничих наук; створення умов для задоволення освітніх та професійних потреб і надання можливостей кожному громадянину України постійно вдосконалювати свою освіту, підвищувати професійний рівень, оволодівати новими спеціальностями» [78].

На сучасному етапі розвитку вітчизняна освіта працює над розв’язанням соціально важливого завдання – здійснити перехід до такої загальноосвітньої школи, яка б забезпечила готовність школярів до успішного повноцінного життя в умовах суспільства, що швидко розвивається та постійно змінюється. Сучасний школяр має не лише володіти певною системою знань, умінь і навичок, що забезпечують його залучення в систему соціальних відносин, а й бути готовим самостійно вирішувати проблеми, які постають перед ним як у навчанні, так і в майбутній професійній діяльності, громадському житті.

У Національній стратегії розвитку освіти в Україні на період до 2021 року визначено стратегічні напрями розвитку вітчизняної системи освіти, одним з яких є «модернізація структури, змісту та організації освіти на засадах компетентнісного підходу» [172]. У рамках педагогічної науки необхідність реалізації такого суспільного замовлення привела до появи компетентнісної парадигми освіти.

Сутність компетентнісної освітньої парадигми полягає в переосмисленні результатів освіти. Основною метою традиційного шкільного навчання було здобуття учнями певного обсягу конкретних знань, що мало забезпечити їх підготовку до професійної діяльності у суспільному виробництві. На противагу цьому компетентнісний підхід (надалі КП) має на меті в процесі навчання формувати розуміння значення освіти в розвитку сучасного суспільства загалом і кожної людини зокрема; вміння здобувати і застосовувати знання, необхідні для вирішення життєво важливих проблем; усвідомлення необхідності навчатися протягом усього життя. Компетентнісне навчання сприяє розвитку школяра як особистості, забезпечує його успішну соціалізацію, свідомий вибір ним професії та активну громадянську позицію.

У Державному стандарті базової і повної загальної середньої освіти визначено пріоритети, цілі, завдання, принципи та функції шкільної математичної освіти, основою якої є КП, що передбачає зміну результатів навчання у формі знань і вмінь на систему компетентностей: «компетентнісний підхід – спрямованість навчально-виховного процесу на досягнення результатів, якими є ієрархічно підпорядковані ключові, загально предметні та предметні компетентності» [79, с.3].

Далі в цьому важливому документі зазначається, що «основною метою освітньої галузі «Математика» є формування в учнів математичної компетентності на рівні, достатньому для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі, успішного оволодіння знаннями з інших освітніх галузей у процесі шкільного навчання, забезпечення інтелектуального розвитку учнів, розвитку їх уваги, пам’яті, логіки, культури мислення та інтуїції»[79, с.20].

Побудована на основі Державного стандарту базової повної загальної середньої освіти навчальна програма з математики для учнів 5-9 класів наголошує, що «в основу змісту й організації процесу навчання математики покладено *компетентнісний підхід*, відповідно до якого кінцевим результатом навчання є сформовані певні компетентності як здатності учня

успішно діяти в навчальних і життєвих ситуаціях і нести відповідальність за свої дії» [167, с. 1]. Програмою розкрито також сутність поняття предметної компетентності: «компетентність є особистісним утворенням, яке формується на основі здобутих знань, досвіду діяльності, вироблених ціннісних орієнтацій, ставлень, оцінок» [167, с. 1].

Аналіз наукових досліджень з проблеми впровадження КП в освіту засвідчив, що її розв'язання знаходиться в центрі уваги багатьох учених-педагогів. Теоретичним основам компетентнісного навчання присвячено роботи А. Л. Андрєєва [5], Г. В. Бібік [20], С. П. Бондара [27], В. А. Болотова [24], Н. О. Брюханова [30], М. С. Голованя [52], І. Г. Єрмакова [89], С. Ф. Клепка [120], О. В. Овчарук [176], О. В. Онопрієнко [178], О. І. Пометун [195], Дж. Равена [202], М. В. Рудя [211], А. І Субетто [232], К. І. Хударковського [252], А. В. Хуторського [253] та ін. В них досліджуються різні аспекти КП в освіті: його сутність, понятійний апарат, психолого-педагогічні засади, умови впровадження на різних рівнях освіти; конкретизуються цілі та завдання освіти на засадах КП; обґрунтовуються з метою його реалізації необхідність трансформації змісту навчання та використання інноваційних освітніх технологій.

Математичні знання як засіб моделювання і дослідження процесів та явищ навколишнього світу необхідні кожній сучасній людини для повноцінного й успішного функціонування в умовах розвитку постіндустріального інформаційного суспільства. Математика як навчальний предмет є одним з визначальних факторів розвитку особистості школярів, їх інтелекту, вольових якостей, готовності розв'язувати проблеми, що виникають в різних життєвих ситуаціях. Навчальний предмет «алгебра» займає особливе місце у системі шкільного курсу математики, оскільки забезпечує формування знань, без яких є неможливим успішне вивчення інших предметів, насамперед таких, як геометрія, алгебра і початки математичного аналізу, інформатика, фізика, хімія. Розвиток у процесі

навчання алгебри сприймання, уваги, пам’яті, мовлення, логічного мислення позитивно впливає також на якість знань учнів з предметів гуманітарного циклу.

Проблемам шкільної математичної освіти, розробці теоретичних і методичних аспектів навчання математики в школі присвячено дослідження провідних науковців у галузі методики навчання математики: Г. П. Бевза [13], В. Г. Бевз [12], М. І. Бурди [34], О. І. Глобіна [50], О. С. Дубинчук [85], М. І. Жалдака [92], В. Я. Забранського [56], Л. Д. Кудрявцева [134], С. М. Лук’янової [149], О. І. Матяш [157], М. В. Працьовитого [197], Ю. С. Рамського[207], Г. І. Саранцева [214], О. І. Скафи [223], А. А. Столяра [230], З. І. Слепкань [226], Н. А. Тарасенкової [34], І. Ф. Тесленка [122], Т. М. Хмари [249], В. О. Швеця [260], М. І. Шкіля [262], О. В. Школьного [98], С. Є. Яценко [270] та інших.

Роботи названих авторів розкривають психолого-педагогічні і методичні засади навчання математики в основній школі, яке здійснюється на основі проблемного підходу, розвитку дослідницької діяльності учнів у процесі навчання, диференціації навчальної діяльності школярів на уроках математики. Актуальним є пошук шляхів удосконалення якості математичних знань, методів контролю та оцінювання, тестування в навчально-виховному процесі, впровадження інформаційно-комунікаційних технологій навчання, вдосконалення професійної підготовки вчителів математики. Суттєвий вплив на розвиток шкільної математичної освіти має становлення освітніх стандартів та оновлення змісту навчання математики, створення підручників з математики та методики навчання математики.

Шляхи реалізації КП в математичній освіті досліджувались в працях І. А. Акуленко [2] І. М.Аллагулової [4], В. В. Ачкана [8], Г. В. Бібік [20], І. М. Зіненко [104], О. І. Матяш [157], С. А. Ракова [205], Н. Г. Ходиревої [250], О. В. Шавальової [256] та інших.

І. А. Акуленко [2] теоретично обґрунтувала концептуальні засади реалізації компетентнісно орієнтованої методичної підготовки майбутнього вчителя математики профільної школи, запропонувала систему методів, форм і засобів методичної компетентності майбутніх учителів математики профільної школи під час їх навчання у педагогічному університеті.

І. М. Аллагулова [4] визначила критерії сформованості математичної компетентності старшокласника, запропонувала діагностику, яка дозволяє здійснювати моніторинг компетентнісно орієнтованого освітнього процесу, розробила програму формування математичної компетентності учнів 10-11 класів, яка включає методичні рекомендації для вчителів математики.

В. В. Ачкан [8] розробив методичну систему навчання учнів старшої школи розв’язуванню рівнянь та нерівностей відповідно до програми навчального предмету «Алгебра і початки аналізу», спрямовану на формування в школярів математичних компетентностей, створив спецкурс «Використання ІКТ для розв’язування рівнянь, нерівностей та їх систем».

Г. В. Бібік [20] запропонувала методику формування ключових компетентностей у процесі навчання математики засобами міжпредметних зв’язків математики і фізики, визначила типи цих зв’язків в межах основної школи, розробила методичні рекомендації для учнів і вчителів математики щодо розвитку самоосвітньої, інформаційної та комунікативної компетентностей.

І. М. Зіненко [104] розробила методичну систему навчання алгебри та початків аналізу в гуманітарному ліцеї, спрямовану на формування математичної компетентності старшокласників засобами візуалізованих задач, комп’ютерних навчальних ігор, створила методичні рекомендації для вчителів математики та студентів педагогічних університетів.

О. І. Матяш [157] створила навчально-методичний комплекс з методики навчання геометрії студентів педагогічних університетів, який забезпечує методичну підготовку майбутніх учителів математики до навчання учнів геометрії, побудувала методичну систему формування

методичної компетентності студентів, майбутніх учителів математики, до навчання учнів геометрії, запропонувала методичні рекомендації для проектування й організації методики навчання геометрії.

С. А. Раков [205] дослідив проблему формування математичних компетентностей учителя математики в умовах навчання у педагогічному університеті, спираючись на впровадження дослідницького підходу в процес професійної підготовки студентів, майбутніх учителів математики, та ефективне використання сучасних ІКТ. З цією метою ним було розроблено комп'ютерно-орієнтовану методичну систему формування математичних компетентностей учителя математики.

Н. Г. Ходирева [250] визначила шляхи вдосконалення професійної підготовки майбутніх вчителів математики на основі проектування змісту курсів за вибором, дидактичного практикуму, системи навчально-професійних задач відповідно до сучасної освітньої парадигми.

О. В. Шавальова [256] створила окремі компоненти комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математики, яка сприяє розвитку професійних компетентностей майбутніх середніх медичних працівників.

Коло цих робіт не містить досліджень, присвячених вивченню методики реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри в основній школі. З огляду на це впровадження КП в процес навчання алгебри учнів 7-9 класів є актуальною проблемою вітчизняної педагогічної науки.

Загальне протиріччя між рівнем сучасних вимог до випускників загальноосвітніх шкіл та реальною практикою навчання предметів шкільного курсу математики, у тому числі – навчання алгебри учнів основної школи, зумовлює загострення суперечностей між:

− необхідністю забезпечити розвиток ключових та предметних компетентностей учнів та низьким, у багатьох із них, рівнем якості знань, зокрема з алгебри;

− необхідністю формувати математичні компетентності та відсутністю в значної частини школярів досвіду успішно застосувати математичні знання не лише на уроках математики, а й в процесі навчання інших шкільних предметів та розв'язання життєво важливих для них проблем засобами математики;

− потребою здійснювати компетентнісне навчання алгебри та відсутністю апробованих методик і технологій реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри учнів основної школи.

Вказані суперечності висувають на одне з центральних місць в освітньому процесі середньої школи проблему реалізації КП до навчання математики. Одному з напрямів розв'язання цієї проблеми присвячено дане дисертаційне дослідження на тему: «**Методичні засади реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи»**.

**Зв'язок роботи з науковими програмами.** Дисертація виконана відповідно до тематичного плану науково-дослідної роботи кафедри математики і теорії та методики навчання математики Фізико-математичного інституту Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова, напрям наукового пошуку – «Технології впровадження прикладної спрямованості навчання математики в профільній школі в умовах комп'ютерно-орієнтованих систем навчання", номер державної реєстрації 0113U003003.

Тему дисертаційного дослідження затверджено вченою радою Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова, (протокол №6 від 29.12.2012р.) та узгоджено в Раді з координації наукових досліджень у галузі педагогіки і психології України (протокол №2 від 26.02.2013р.).

**Об'єкт дослідження –** процес навчання алгебри в основній школі.

**Предмет дослідження** – компетентнісний підхід до навчання алгебри учнів основної школи.

**Мета дослідження** полягає у розробці методики реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи та експериментальній перевірці її дієвості.

Для досягнення мети дослідження поставлено наступні **завдання**.

1. Дослідити стан проблеми компетентнісного підходу до навчання алгебри учнів основної школи

2. Здійснити порівняльний аналіз традиційного навчання і компетентнісного навчання.

3. Побудувати концептуальну модель навчання алгебри учнів основної школи на засадах компетентнісного підходу.

4. Розробити методику реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи.

5. Експериментально перевірити ефективність розробленої методики реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи.

Для розв’язання поставлених завдань та досягнення мети дослідження використано комплекс **методів науково-педагогічного дослідження**:

− теоретичні: аналіз та синтез (1.1. – 2.5. (тут і далі – підрозділи дисертації)); порівняння (1.1, 1.2.); абстрагування, ідеалізація і теоретичне моделювання (1.3.); класифікація, систематизація і узагальнення (2.1. – 2.5.);

− емпіричні: бесіда, опитування, анкетування, тестування, педагогічні спостереження за процесом навчання учнів, аналіз результатів навчальної діяльності; педагогічний експеримент (констатувальний, пошуковий, формувальний) з метою апробації запропонованої методики та експериментального впровадження в практику основних положень дисертаційного дослідження (2.6.).

**Теоретико-методологічну основу** дослідження складають наукові праці вітчизняних і зарубіжних авторів, присвячені:

– *понятійно-термінологічному апарату філософії, наукознавства, психології, педагогіки* (В. П. Андрущенко [6], С. У. Гончаренко [67], Г. С. Костюк [127], В. Ф. Паламарчук [183] та інші);

– *діяльнісній теорії навчання* (П. Я. Гальперін [49], В. В. Давидов [75], О. М. Леонтьєв [142], Г. С. Костюк [127], Л. М. Фрідман [245] та інші);

– *методиці навчання математики в середніх і вищих навчальних закладах* (Г. П. Бевз [13], В. Г. Бевз [12], М. І. Бурда [34], А. А. Вербицький [39], О. І. Матяш [157], Г. І. Саранцев [214], З. І. Слєпкань [226], В. О. Швець [260], М. І. Шкіль [262] та інші);

– *концепції компетентнісного підходу до освіти* (Г. В. Бібік [21], О. В. Овчарук [174], О. І. Пометун [195], С. А. Раков [205], Дж. Равен [202], А. В. Хуторський [253], І. В. Родигіна [208], Г. К. Селевко [216], Н. Г. Ходирева [251] т інші);

– *використанню інформаційних технологій у навчальному процесі* (І. Є. Булах [32], М. І. Жалдак [93], Н. В. Морзе [166], С. А. Раков [205], О. В. Співаковський [227], Ю. В. Триус [237] та інші).

**Наукову новизну дослідження** складають наступні результати.

*Вперше:*

– створено і теоретично обґрунтовано концептуальну модель навчання алгебри учнів основної школи на засадах компетентнісного підходу;

– розроблено та експериментально перевірено методику реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи.

*Удосконалено:*

– мету та завдання реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри в основній школі;

– зміст та організацію навчання алгебри учнів 7-9 класів на засадах компетентнісного підходу.

*Подальшого розвитку набули:*

− теоретичні засади психолого-педагогічних закономірностей компетентнісного підходу до процесу навчання алгебри учнів основної школи;

− дослідження понять: компетентнісний підхід до навчання алгебри, предметна математична компетентність (надалі ПМК), спеціальні предметні математичні компетентності (надалі СПМК) учнів основної школи.

**Практичне значення отриманих результатів дослідження** полягає в

− розробці та впровадженні в навчальний процес загальноосвітніх шкіл: методики реалізації КП до навчання алгебри, основним завданням якої є формування математичних компетентностей учнів 7-9 класів; системи компетентнісно орієнтованих задач з алгебри; методів, прийомів і форм навчальної діяльності, що забезпечують самостійну роботу учнів під час навчання алгебри та розвиток в них рефлексії;

− розробці програми впровадження методики реалізації КП в процес навчання алгебри, яка містить принципи, методи, форми та засоби організації процесу формування математичних компетентностей, описує її основні компоненти: мотиваційно-ціннісний, практико-орієнтований, діяльнісний, рефлексивний;

− створенні методичних рекомендацій «Реалізація компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи» для вчителів математики загальноосвітніх навчальних закладів і студентів педагогічних спеціальностей щодо впровадження КП в процес навчання алгебри основної школи;

− створенні збірника компетентнісно орієнтованих задач «Компетентнісно орієнтовані завдання в курсі алгебри 9 класу».

Результати дисертаційного дослідження можуть бути використані для вдосконалення процесу навчання алгебри в 7-9 класах загальноосвітніх навчальних закладів.

**Особистий внесок здобувача** в одержанні наукових результатів

дослідження полягає в опрацюванні наукової, методичної літератури щодо проблематики дослідження, визначенні цілей і завдань реалізації КП в навчанні алгебри учнів основної школи; обґрунтуванні необхідності створення методики реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри; у плануванні, організації та проведенні педагогічного експерименту та аналізу його результатів, формулюванні висновків і рекомендацій стосовно впровадження одержаних результатів у шкільну практику, в публікації як одноосібних статей та тез щодо результатів дисертаційного дослідження, так і публікацій матеріалів у співавторстві. У роботах, опублікованих у співавторстві, особистий внесок дисертанта становить 50%.

**Апробація та упровадження результатів дослідження.** Результати дослідження систематично обговорювались та отримали позитивну оцінку на науково-методичних семінарах кафедри математики і теорії та методики навчання математики Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова (Київ, 2012-2016 рр), а також висвітлювались на науково-практичних і науково-методичних конференціях.

**Міжнародних.** Міжнародна науково-методична конференція «Проблеми математичної освіти (ПМО-2013) (м. Черкаси, 2013), Міжнародна науково-практична конференція «Pedagogy and Psychology in the Age of Globalization» (м. Будапешт (Угорщина), 2013), Научна сесия 2013, сборник научни трудове, част II. «Обществени науки. Организация, управление и методика на обучението във висшите училищаю» (м. Велико Тирново (Болгарія), 2014), Міжнародна науково-практична конференція «Сучасні науково-методичні проблеми математики у вищій школі» (м. Київ, 2015);

**Всеукраїнських.** IV Всеукраїнської науково-практичної конференції "Особистісно-орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи" (м. Полтава, 2013), II Всеукраїнської науково-практичної конференції молодих учених та студентів «Новітні інформаційно-комунікаційні технології в освіті(ІІСТЕ-2014)» (м. Полтава, 2014).

Отримані педагогічні висновки і методичні рекомендації практично перевірені в роботі Козівської загальноосвітньої школі І -ІІІ ступенів Тернопільської області (довідка № 106 від 28.09.2015 р.), Тернопільської спеціалізованої школі І-ІІІ ступенів №7 з поглибленим вивченням іноземних мов (довідка № 455 від 30.09.2015 р.), Тернопільської загальноосвітньої школі І-ІІІ ступенів №26 (довідка від 30.09.2015 р.), Білоцерківської загальноосвітньої школи І-ІІІ ступенів №22 Київської області (довідка № 64 від 22.03.2016 р.), Спеціалізованої загальноосвітньої школи І-ІІІ ступенів з поглибленим вивченням предметів художньо-естетичного циклу №302 м. Києва (довідка № 72 від 23.03.2016 р.).

**Публікації**. Зміст і основні результати дисертаційного дослідження відображено в 12 публікаціях автора (з них 10 одноосібних), у тому числі: 5 статей у наукових фахових виданнях України (одноосібно), 2 статті у наукових фахових закордонних виданнях (у співавторстві), 4 публікації у збірниках тез доповідей на наукових конференціях.

**Структура і обсяг дисертації.** Дисертація складається зі вступу, двох розділів, висновків до кожного розділу, загальних висновків, додатків та списку використаних джерел (281). Повний обсяг дисертаційної роботи – 277 сторінки, основний текст – 185 сторінки. Дисертація містить 22 таблиці, 31 рисунок, 2 схеми та додатки на 63 сторінках.

# РОЗДІЛ І. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ТА ПРЕДМЕТ ДОСЛІДЖЕННЯ

## 1.1. Стан проблеми реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри учнів основної школи в теорії та практиці

На сучасному етапі розвитку України визначальним напрямом реформування вітчизняної системи освіти є перехід до навчання на засадах компетентністного підходу, насамперед – на рівні середньої школи. Реалізація компетентнісного підходу у навчально-виховному процесі школи потребує заміни результатів навчання учнів у формі нормативно визначеної системи знань, умінь і навичок на формування в школярів готовності активно діяти в ситуаціях реального життя, застосовуючи здобуті знання.

У зв’язку з потребою реформувати систему освіти на засадах КП вектор наукових досліджень з площини методології і дидактики змістився в площину методики й освітньої практики, що дозволяє озброїти школу (управління, вчительський корпус, батьківську громадськість, учнів) розумінням сутності КП.

У Державному стандарті базової і повної загальної середньої освіти зазначено, що «*компетентнісний підхід — це спрямованість навчально-виховного процесу на досягнення результатів, якими є ієрархічно підпорядковані ключова, загально предметна і предметна компетентності*» [79, с. 3].

КП визначає результати навчальної діяльності у формі компетентностей як особистісних досягнень учнів. Важливим стає не лише наявність знань, а й здатність застосовувати здобуті знання в навчальних та життєвих ситуаціях. Суттєвими складовими КП є розвиток в учнів мотивації до здобуття знань, досвіду застосування знань у досягненні життєво важливих цілей, здатності самостійно здійснювати контроль та оцінювання власної навчальної праці, готовність застосовувати в навчальній та майбутній професійній діяльності засоби ІКТ.

Розвиток ідей КП в сучасному освітньому процесі розпочався в 70-ті роки в США та в 80-ті роки ХХ ст. в Європі у зв'язку з необхідністю готувати випускників вищих навчальних закладів до реалізації професійних обов'язків в умовах розвитку постіндустріального суспільства. За О. І. Локшиною КП пройшов тривалий шлях розвитку, який поділяється на три етапи. Характеристика цих етапів, представлена у працях Дж. П. Хейджера [276], І. А. Зімньої [102,] та О. І. Локшиної [147] та зведена нами для порівняння в таблицю 1.1.

Таблиця 1.1.

**Розвиток ідей компетентнісного підходу**

| | | **П. Хейджер** | **І. Зімняя** | **О. Локшина** |
|---|---|---|---|---|
| 1 етап | 1960-1970рр | Компетентність розуміється як проста демонстрація діяльності в рамках виконання окремих фрагментів завдань, спрямованих на розвиток навичок. | Запровадження категорії «компетенція» та розуміння, що «компетенція» і «компетентність» не є тотожними поняттями. | «Компетентнісний рух» в освіті під впливом теорій біхевіоризму та когнітевізму. |
| 2 етап | 1970-1990рр | Компетентність трактується як навичка загального характеру, що визначає суть майбутньої діяльності. | Використання категорій «компетенція» і «компетентність» в теорії та методиці навчання мови; визначення сутності поняття «соціальна компетентність». | Визнання значення КП в освіті на міжнародному рівні та перенесення його в площину середньої освіти; дослідження ключових компетентностей. |
| 3 етап | З 1990р | Компетентність розглядається як інтегрована якість індивідуума, що об'єднує інтелектуальні, моральні та соціальні характеристики особистості. | Розробка ЮНЕСКО переліку компетентностей, якими повинні володіти молоді люди після завершення навчання в середній школі. | Трансформація національних систем освіти на основі компетентнісної парадигми; реформування змісту загальної середньої освіти та систем оцінювання. |

Вважається, що поняття «компетентність», як педагогічна категорія, було вперше використано в 1965 році американським лінгвістом Н. Хомським у контексті теорії мови. Свій внесок у розуміння змісту цього поняття внесли зарубіжні вчені С. Крашен [279], Р. Елліс [272], Д. Г. Хімз [278], Ю. Хабермас [246], Х. Біеманс [271], Л. Ніувенгуес [273], М. Роменвілль [274], М. Сміт [280], Ф. Е. Вайнерт [281], Дж. Кулаген [273] та інші. Узгодження поглядів цих науковців зведено нами у таблиці 1.2.

Таблиця 1.2.

**Поняття «компетентність» у зарубіжних вчених.**

| **Прізвище дослідників** | **Ідеї, запропоновані ними** |
|---|---|
| С. Крашен | Досліджував компетентності у рамках моніторингової теорії. |
| Р. Елліс | Створив змінну компетентнісну модель. |
| Д. Г. Хімз<br>Ю. Хабермас | Досліджували природу мовних компетентностей. |
| Х. Біеманс<br>Л. Ніувенгуес | Запропонували відмовитись від побудови теорії компетентностей в освіті на основі біхевіоризму. |
| М. Роменвілль | Розглядав поняття «компетентності» як категорію загальної середньої освіти, що означала здатність або потенціал для ефективного виконання дій у конкретному контексті. |
| М. Сміт | Запропонував розуміння компетентності як комбінації взаємопов’язаних когнітивних та практичних умінь, знань, мотивації, ціннісних та етичних характеристик, ставлень, емоцій та інших соціальних і поведінкових компонентів. |
| Ф. Е. Вайнерт | Створив перелік базових складових компетентності: знання, вміння, дія та досвід |
| Дж. Кулаген | Визначив компетентність як загальну здатність, що базується на знаннях та досвіді, яку набув індивідуум через освітню практику |

У 1996 році на симпозіумі у Берні (Швейцарія), який розглядав актуальні проблеми розвитку середньої освіти, В. Хутмахер у Доповіді «Ключові компетентності в Європі» вперше наголосив на значенні досліджень ключових компетентностей. В цьому документі поняття

«компетентність» розкрито наступним чином: «*компетентність це – загальна здатність, що базується на знаннях, досвіді, цінностях, які індивід набув у процесі навчання*» [277, с.4]. В цьому документі також визначено п’ять груп *ключових компетентностей*:

1) політичні та соціальні компетентності, які забезпечують готовність бути відповідальним у громадському житті, взаємодіяти з іншими в процесі різних конфліктних ситуацій з метою їх мирного розв’язання, активно розбудовувати демократичне суспільство;

2) компетентності для життя у багатокультурному суспільстві, тобто уміння визнавати та приймати відмінності, поважати інших, співіснувати з представниками інших мов, культур, релігій;

3) компетентності для спілкування, зокрема, усне та письмове мовлення, знання більш ніж однієї мови;

4) компетентності, пов’язані з розвитком інформаційного суспільства, здатність критично сприймати інформацію, володіти новітніми інформаційними технологіями, застосовуючи їх в професійній діяльності та повсякденному житті;

5) компетентність для неперервної освіти, тобто вміння вчитися.

Починаючи з 1996 року розвиток компетентнісної освітньої парадигми, зокрема, розуміння сутності поняття «компетентність», уточнення переліку ключових компетентностей, виокремлення структурних компонентів компетентності як інтегрованої якості особистості, пошуки шляхів впровадження КП в національні системи освіти, цілеспрямовано відбувався в країнах Європейського Союзу (надалі ЄС). Вагомим дослідженням в цьому напрямку є проект «Ключові компетентності. Концепт, що розвивається у загальній середній освіті», здійснений у 2002 році Європейською комісією під адмініструванням EURYDICE [273].

Однак, слід зазначити, що запровадження КП в країнах ЄС не здійснюється уніфіковано. В кожній з них має місце своє бачення основних

понять та їх реалізації в освітній практиці, що пояснюється різною специфікою будови освітніх систем цих держав.

В Україні в 2000-2003 рр. було здійснено комплексне дослідження «Інновація та оновлення освіти для покращення добробуту та зниження рівня бідності», вагомою частиною якого став розгляд проблеми впровадження ключових компетентностей у зміст освіти [231]. В останнє десятиліття в українському науковому просторі з'явилися численні публікації та дисертаційні дослідження, присвячені проблемі компетентнісного навчання, розкриттю змісту базових понять КП та пошукам шляхів його реалізації в сучасній українській школі.

Зазначимо, що науковці по-різному тлумачать поняття КП. Розуміння сутності компетентнісного навчання розкрито в дослідженнях багатьох вітчизняних учених, зокрема В. В. Ачкана [9], Н. М. Бібік [21], Я. С. Бродського [29], С. І. Великодного [29], І. Г. Єрмакова [89], О. І. Локшиної [148], Н. В. Нагорної [169], О. Л. Павлова [29], О. І. Пометун [195], О. Я. Савченко [213], В. В. Хименця [248] та інших.

В. В. Ачкан вважає, що КП до навчання об'єднує особистісні та соціальні цілі освіти: «Введення цього поняття у нормативну та практичну складову освіти дозволяє розв'язати типову для української школи проблему, коли учні добре володіють теоретичними знаннями, але стикаються із труднощами при намаганні використати ці знання для розв'язування конкретних задач або проблемних ситуацій» [9, с.5 – 6.].

Н. М. Бібік трактує КП як переорієнтацію «з процесу на результат освіти в діяльнісному вимірі» з погляду затребуваності цього результату в суспільстві, забезпечення спроможності випускника школи відповідати новим запитам ринку, мати необхідний потенціал для практичного розв'язання життєвих проблем, пошуку свого «Я» в професії, в соціальній сфері [21, с.45 – 50].

С. І. Великодний, Я. С. Бродський і О. Л. Павлов, спираючись на дослідження PISA, зазначають, що «впровадження компетентнісного підходу

в навчанні математики насамперед потребує повноцінної реалізації прикладної спрямованості навчання математики на основі широкого залучення ідеології математичного моделювання» [29].

С. П. Бондар вказує, що «компетентнісний підхід – це підхід, який акцентує увагу на результатах освіти не як суми засвоєної інформації, а як здатності людини діяти в різноманітних ситуаціях» [28, с.20 – 22.].

І. Г. Єрмаков вважає, що «компетентнісний підхід в середній освіті є теоретично обґрунтованою системою ідей, принципів, способів і форм практичної діяльності загальноосвітніх навчальних закладів, спрямованих на становлення й розвиток ключових компетентностей (зокрема, життєвої компетентності) учнів, набуття ними досвіду самостійного й творчого вирішення складних життєвих проблем [88] .

О. І. Локшина розглядає КП як процес набуття компетентностей особистості, які охоплюють знання, вміння, навички та цінності і дозволяють застосовувати останні на практиці, а також вимагають створення оцінних засобів рівня набуття зазначеної характеристики [148, с.25 – 32].

Н. В. Нагорна у трактуванні КП ставить на перше місце не поінформованість учня, а «вміння розв’язувати проблеми, що виникають у пізнавальній, технологічній і психічній діяльності, у сферах етичних, соціальних, правових, професійних, особистих взаємовідносин». З огляду на це, зазначений підхід вимагає змін до змісту освіти, що не зводиться до «знаннєво-орієнтованого компонента, а передбачає цілісний досвід вирішення життєвих проблем, виконання ключових функцій, соціальних ролей, компетенцій» [169, с. 266 – 268.].

О. І. Пометун під поняттям КП розуміє «спрямованість освітнього процесу на формування і розвиток ключових і предметних компетентностей особистості. Результатом такого процесу буде формування загальної компетентності людини, що є сукупністю ключових компетентностей, інтегрованою характеристикою особистості. Така характеристика має бути

сформована у процесі навчання і містити знання, вміння, ставлення, досвід діяльності і поведінкові моделі особистості» [195, с.65 – 69].

На думку О. Я. Савченко «компетентнісна освіта більше зорієнтована на практичні результати, ніж на фундаментальність і обсяг здобутих знань (*акцент із що вивчати переноситься на те, як діяти*). Особистісні досягнення учнів є принципово важливими для життя в умовах швидких змін, упровадження нових технологій» [213].

В. В. Химинець наголошує, що «компетентнісний підхід переміщує акценти з процесу накопичення нормативно визначених знань, умінь і навичок в площину формування й розвитку в учнів здатності практично діяти і творчо застосовувати набуті знання і досвід у різних ситуаціях» [248].

У нашому дослідженні під поняттям **компетентнісний підхід ми будемо розуміти спрямованість процесу навчання математики в основній школі на формування в учнів ключових, предметної математичної компетентності та спеціальних предметних математичних компетентностей**.

Організація навчання алгебри в основній школі на засадах КП забезпечує становлення в учнів досвіду математичної діяльності, в процесі якої відбувається розвиток усіх складових особистості підлітка – інтелекту, емоцій, вольових якостей, готовності розв’язувати проблеми, що стосуються основних сфер життя сучасної людини, таких як:

- пізнання та пояснення явищ природи та суспільства;
- процес оволодіння сучасною технікою та технологіями;
- спілкування людей у процесі досягнення спільної мети;
- засвоєння етичних норм;
- реалізація соціальних ролей громадянина, члена родини і співробітника;
- знання та дотримання правових норм суспільного життя;
- оволодіння культурним надбанням людства;

− вибір майбутньої професії та оцінюванні власної готовності до навчання в професійному навчальному закладі;

− готовність розв’язувати особистісні проблеми (вибір способу життя, вміння розв’язувати конфлікти, духовний саморозвиток).

Впровадження КП в навчально-виховний процес загальноосвітньої школи потребує створення таких навчальних ситуацій, які забезпечують: розвиток мотивації у навчанні, планування учнем своєї діяльності у поєднанні з діяльністю вчителя та інших учнів, вміння об’єктивно оцінити свої досягнення і при цьому усвідомити цінність набутого досвіду та особистісного розвитку.

У англомовній науковій літературі [255] «компетентність (competency) – це здатність успішно задовольняти індивідуальні й соціальні потреби, діяти й виконувати поставлені завдання». Вітчизняні дослідники розкривають зміст і структуру поняття «компетентність» в контексті освітніх процесів наступним чином.

За С. П. Бондар «…компетентність – це здатність особистості діяти. Але жодна людина не діятиме, якщо вона особисто не зацікавлена в цьому. Природа компетентності така, що вона може проявлятися лише в органічній єдності з цінностями людини, тобто в умовах глибокої особистісної зацікавленості в даному виді діяльності… Отже, цінності є основою будь-яких компетентностей» [26, с. 8 – 9].

Н. М. Бібік зазначає, що «процес роботи в освіті «за компетентностями» потребує глибокого й різнобічного опрацювання». На її думку «компетентність – стосовно структури змісту освіти, який побудовано в сучасних стандартах за галузевим принципом і в програмах – за предметним, – виводить мета-рівень, універсальний, що в інтегрованому вигляді представляє освітні результати, які досягаються не лише засобами змісту освіти, але й соціальної взаємодії; як у міжособистісному, так і в інституційному культурному контексті» [21, с. 45 – 50].

Н. М. Бібік уточнює поняття «ключові компетентності». Крім тих ознак ключових компетентностей, які наведено в статтях О. Овчарук, О. Пометун, а саме «поліфункціональність, надпредметність, міждисциплінарність, багатокомпонентність, спрямування на формування критичного мислення, рефлексії, визначення власної позиції», вирізняє такі, що характеризують їх якісну відмінність від узагальненого підходу до поняття «компетентність» – «ключові компетентності пов'язують воєдино особистісне й соціальне в освіті, відбивають комплексне оволодіння сукупністю способів діяльностей, що створює передумови для розроблення індикаторів їх вимірювання; вони виявляються не взагалі, а в конкретній справі чи ситуації; їх набуває молода людина не лише під час вивчення предметів, групи предметів, але й засобами неформальної освіти, внаслідок впливу середовища тощо» [124, с. 46].

І. Г. Єрмаков, який досліджує проблему впровадження проектної технології в освітній процес у нерозривному зв'язку з компетентнісною парадигмою вказує на те, що «формування компетентності учнів у проектній діяльності, тобто їхньої здатності мобілізувати знання у реальній життєвій ситуації, — найактуальніша проблема інноваційної школи» [88].

Л. Г. Кайдалова наголошує на тому, що «компетентність необхідно розглядати як інтегровану, комплексну характеристику, що поєднує знання, уміння та навички, здібності і риси особистості, показники загальної культури, вміння виконувати професійні обов'язки» [115].

О. І. Локшина працює над проблемою оцінювання компетентнісного рівня учнів, при цьому розглядає поняття компетентності як складне багаторівневе утворення, як «набуту характеристику особистості (що охоплює знання, вміння, навички та цінності), яка дозволяє застосовувати останні на практиці» [148, с.25 – 32].

О. В. Овчарук пропонує «під компетентністю людини розуміти спеціально структуровані набори знань, умінь, навичок і ставлень, що їх набувають у процесі навчання» [174, с.13 – 43].

На думку О. І. Пометун «компетентність – це складна інтегрована характеристика особистості, під якою розуміють набір знань, умінь, навичок, ставлень, що дають змогу ефективно провадити діяльність або виконувати певні функції, забезпечуючи розв'язання проблем і досягнення певних стандартів у професійній галузі або певному виду діяльності» [194, с. 18].

О. Я. Савченко визначає навчальну і професійну компетентність як «підтверджену здатність використовувати знання, вміння та особистісні, соціальні та/або методологічні здатності у роботі, навчанні для професійного і особистісного розвитку» [213]. Вона наголошує на тому, що «кожна ключова компетентність дає учням «ключ» для розв'язання широкого кола навчальних і життєвих завдань, тому вони формуються на міжпредметній основі» [192].

Аналіз розглянутих нами у педагогічному контексті визначень поняття «компетентність» та його основних характеристик дозволив прийти до наступного розуміння основної категорії нашого дослідження.

Отже, в нашому дослідженні під **компетентністю ми будемо розуміти певним чином структуровані та об'єднані знання, уміння, навички, досвід їх застосування та ціннісні ставлення, що набуваються учнем у процесі навчання**. Таким чином компетентність складається з трьох основних складових: когнітивна, діяльнісна, ціннісна.

Основою для впровадження КП в практику вітчизняної системи освіти є розуміння не лише поняття «компетентність», а й чітке визначення ієрархії компетентностей в освітньому процесі. У збірнику [124] представлені результати науково-практичного семінару в рамках спільного проекту Програми розвитку ООН, МОН України та АПН України (16 червня 2004 р.), зокрема в ньому висвітлюються такі питання, як теорія та практика послідовної реалізації КП в досвіді зарубіжних країн, моніторинг рівнів досягнень компетентностей, умови реалізації КП в навчальному процесі, технологія формування ключових компетентностей та інші.

У збірнику (з посиланням на доповідь міжнародного експерта проф. О. Крисана) вказано, що «в досвіді країн, які реалізують компетентнісний підхід до змісту освіти протягом декількох років, можна спостерігати спільні тенденції, насамперед спроби розробити певну систему компетентностей на різних рівнях змісту. Таку систему складають:

- так звані «надпредметні» («транс», «міжпредметні») компетентності – вони можуть бути представлені у вигляді «парасольки» над усім процесом навчання, саме їх часто називають ключовими;
- загально предметні компетентності – їх набуває учень упродовж вивчення того чи іншого предмета (освітньої галузі) у всіх класах середньої школи;
- спеціальні предметні – ті, що їх набуває учень при вивченні певного предмета протягом конкретного навчального року або ступеня навчання» [124, с. 21].

О. І. Пометун, узагальнюючи напрацювання європейських та вітчизняних вчених, уточнює поняття ключових компетентностей відповідно до реалій української системи освіти: «Ключова компетентність, на думку українських педагогів, є об'єктивною категорією, яка фіксує суспільно визнаний комплекс знань, умінь, навичок певного рівня, що можуть бути застосовувані у широкій сфері діяльності людини» [195, с.69].

Ключові компетентності формуються в навчально-виховному процесі, який охоплює усі шкільні предмети й позакласні заходи. На їх розвиток істотно впливають також такі соціальні інститути як родина, засоби масової інформації, релігійні та культурні організації.

МОН України наказом № 371 визначило перелік ключових компетентностей, які необхідно формувати в навчально-виховному процесі загальноосвітньої школи: вміння вчитися, здоров'язберігаюча, загальнокультурна, соціально-трудова, інформаційна (ІКТ), громадська, підприємницька. В цьому нормативному документі міститься вичерпна характеристика кожної з вказаних ключових компетентностей.

Узагальнюючи ці характеристики, можна стверджувати, що вони, по-перше, є інтегрованими якостями особистості, такими, які поєднують комплекс знань і умінь, досвід навчальної діяльності та ціннісні ставлення, що формуються протягом усього часу навчання в школі; по-друге – вони не пов'язані лише з вивченням одного предмету, а навпаки – їх розвиток забезпечується усім змістом шкільної освіти.

Оскільки вітчизняна система шкільної освіти побудована на основі галузевого підходу, тобто зміст навчання утворюють окремі навчальні предмети, то ключові компетентності можна будувати і розвивати лише на основі формування предметних компетентностей в процесі вивчення окремих предметів, у тому числі математики, її складових частин в основній школі – алгебри і геометрії. В цьому контексті варто розділити, на нашу думку, *предметну математичну компетентність, яка формується у процесі навчання освітньої галузі «Математика» протягом усіх років шкільної освіти, і спеціальні предметні математичні компетентності, які розвиваються в процесі навчання окремих математичних дисциплін, у тому числі – алгебри основної школи*. Вони відрізняються різним ступенем узагальненості та комплексності.

У нашому дослідженні базовими категоріями є поняття «*предметна математична компетентність*» (надалі ПМК) і «*спеціальні предметні математичні компетентності*» (надалі СПМК). Розглянемо як трактують ці поняття вітчизняні науковці. Ці поняття розкрито у публікаціях таких вчених як М. С. Головань, А. В. Прус, В. О. Швець та інших. Дисертаційні дослідження І. А. Акуленко , І. М. Аллагулової, В. В. Ачкана, І. М. Зіненко, О. І. Матяш, С. А. Ракова безпосередньо присвячені розкриттю цих понять на різних рівнях математичної освіти.

М. С. Головань трактує математичну компетентність, як «інтегративне утворення особистості, що поєднує в собі математичні знання, уміння, навички, досвід математичної діяльності, особистісні якості, які обумовлюють прагнення, готовність і здатність розв'язувати проблеми і

завдання, що виникають в реальних життєвих ситуаціях і потребують математичних методів розв’язування, усвідомлюючи при цьому значущість предмета і результату діяльності» [53, с. 36–38].

А. В. Прус і В. О. Швець уточнюють зміст математичної компетентності, а саме як поєднання процедурної, логічної, технологічної, дослідницької, методологічної компетентностей. «Процедурна компетентність – вміння розв’язувати типові математичні задачі (використовувати алгоритми розв’язування типових задач; уміти їх розпізнати та систематизувати; здійснювати пошук необхідних алгоритмів за допомогою різних джерел тощо). Логічна компетентність – володіння дедуктивним методом доведення та спростування тверджень (використовувати математичну та логічну символіку; відтворювати доведення теорем та доводити правильність розв’язань типових задач тощо). Технологічна компетентність – володіння сучасними математичними пакетами (пакети символьних перетворень, динамічної геометрії – Gran-2D(3D), електронні таблиці (Excel) тощо). Дослідницька компетентність – володіння методами дослідження практичних та прикладних задач математичними методами (формулювати математичні задачі та будувати їх моделі; висувати та перевіряти справедливість гіпотез; інтерпретувати результати та досліджувати межі їх справедливості; встановлювати зв’язки з попередніми результатами, шукати аналогії тощо). Методологічна компетентність – уміння оцінювати доцільність використання математичних методів для розв’язування практичних та прикладних задач (володіти методологією дослідження математичними методами та за допомогою ІКТ; розуміти переваги та обмеженість математичних методів, оцінювати їх ефективність; рефлексувати власний досвід розв'язання задач тощо)» [199, с.25].

І. А. Акуленко [2] проаналізувала зміст понять «методична компетенція» і «методична компетентність», обґрунтувала умови, сприятливі

для процесу формування методичної компетентності студентів педагогічних університетів як майбутніх учителів профільної школи.

У своїй роботі І. М. Аллагулова уточнила зміст поняття «математична компетентність старшокласника»; розробила модель формування математичної компетентності старшокласника в освітньому процесі. Поняття «математична компетентність старшокласника» вона розуміє як особистісну якість, що формується на основі математичної грамотності і досвіду самостійної математичної діяльності школярів. На її думку, «предметна математична компетентність безпосередньо залежить від рівня індивідуальної математичної діяльності, яка характеризується:

– пізнавальною активністю й високою потребою в досягненнях;

– вмінням формулювати деякі проблеми реальності у вигляді математичної проблеми;

– науково обґрунтованим, логічним, раціональним розв’язуванням математичної проблеми;

– здатністю самоконтролю й самоаналізу математичної діяльності;

– адекватною самооцінкою» [4, с.20].

У роботі В. В. Ачкана [8] визначені шляхи переорієнтації методики вивчення рівнянь та нерівностей на методику формування у старшокласників математичних компетентностей; розроблено критерії перевірки рівня сформованості математичних компетентностей.

В. В. Ачкан виділив предметно-галузеві математичні компетентності та напрями їх набуття старшокласниками стосовно навчання розв’язуванню рівнянь та нерівностей: «Процедурна компетентність – володіння методами розв’язування типових математичних задач. Конструктивно-графічна компетентність – здатність будувати математичні моделі практичних ситуацій, використовуючи аналітичні або графічні об’єкти. Логічна компетентність – володіння дедуктивним методом доведення та спростування тверджень. Дослідницька компетентність – володіння передбачуваними програмою та Державним стандартом базової і повної

загальної середньої освіти математичними методами дослідження практичних задач» [9, с.5-6.].

І. М. Зіненко у своїй роботі [105] розробила та обґрунтувала методичну систему навчання алгебри та початків аналізу на засадах КП, спираючись на запропоновану нею структурно-функціональну модель формування математичної компетентності, основними засобами якої є прикладні візуалізовані задачі та комп'ютерні програми, що містять навчальні ігри. Дане дослідження є концептуально найближчим до ідей нашої роботи. Зокрема, в дисертації І. М. Зіненко та нашому дослідженні використовується ідея трансформації змісту навчання математики в загальноосвітній школі на основі висновків міжнародного дослідження оцінки якості математичної, природничої освіти та грамотності читання PISA. Близькими також є визначення основних понять КП, насамперед такого, як «математична компетентність»: І. М. Зіненко досліджує математичну компетентність учнів гуманітарного ліцею в процесі навчання алгебри та почаків аналізу, в нашій роботі розрізняються поняття предметної математичної компетентності та спеціальних предметних математичних компетентностей, набуття яких здійснюється в процесі навчання алгебри учнів основної школи.

Дослідження PISA виявили невідповідність вітчизняної шкільної освіти міжнародним стандартам та вимогам часу. Одним із завдань сучасної математичної освіти має бути формування математичної компетентності, яку PISA розглядає наступним чином: «математична компетентність учнів визначається як поєднання математичних знань, умінь, досвіду та здібностей людини, які забезпечують успішний розв'язок різноманітних проблем, які потребують застосування математики. При цьому мається на увазі не конкретні математичні вміння, а більш загальні уміння, що включають математичне мислення, математичну аргументацію, постановку та розв'язання математичної проблеми, математичне моделювання, використання різних математичних мов, комунікативні вміння» [182, с. 47].

У дисертації [157] О .І. Матяш побудувала методичну систему формування методичної компетентності майбутніх вчителів математики до навчання учнів геометрії.

С. А. Раков у свої роботі [205] вказав шляхи вдосконалення професійної підготовки вчителів математики; підвищення прикладної спрямованості навчального процесу в педагогічному університеті на основі дослідницького підходу до навчання та використання сучасних ІКТ з метою формування математичних компетентностей студентів, майбутніх вчителів математики. Він розкрив зміст поняття «математична компетентність» як основи математичної грамотності, математичної культури. На його думку, «математична компетентність – це вміння бачити та застосовувати математику у реальному житті, розуміти зміст і методи математичного моделювання, вміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень» [205, с.31].

Спираючись на проведений нами аналіз наукових джерел, нормативних документів у галузі шкільної математичної освіти та узагальнюючи і систематизуючи дослідження науковців І. М. Аллагулової [4], В. В. Ачкана [9], Н. М. Бібік [21], С. П. Бондар [28], М. С. Головань [53], І. Г. Єрмакова [89], І. А. Зимньої [102], Л. Г. Кайдалової [115], О. І. Локшиної [148], Н. В. Нагорної [169], О. В. Овчарук [174], О. І. Пометун [195], А. В. Прус [199], С. А. Ракова [205], О. Я. Савченко [213], В. В. Хименця [248], В. О. Швеця [260] уточнимо ключові категорії нашого дослідження.

**Предметна математична компетентність (надалі ПМК) – це якість особистості, яка формується і розвивається в процесі навчання математики в загальноосвітній школі і поєднує в собі:**

- **усвідомлену потребу в математичних знаннях, розуміння їх цінності для розвитку людського суспільства і кожного учня зокрема;**

- **мотивацію до здійснення навчальної математичної діяльності;**
- **математичні знання, вміння, навички, нормативно визначені навчальною програмою з математики;**
- **досвід математичної діяльності;**
- **здатність до самоконтролю і самооцінки в процесі здійснення навчальної математичної діяльності;**
- **готовність успішно розв'язувати проблеми і завдання в навчанні та життєвих ситуаціях, що потребують математичних знань і методів пізнання.**

Формування **ПМК** в основній школі згідно з навчальною програмою з алгебри для учнів 5 — 9 класів загальноосвітніх навчальних закладів [167] забезпечується реалізацією завдань шкільної математичної освіти, а саме:

- *«формування ставлення учнів до математики як невід'ємної складової загальної культури людини, необхідної умови її повноцінного життя в сучасному суспільстві на основі ознайомлення з ідеями і методами математики як універсальної мови науки і техніки, ефективного засобу моделювання і дослідження процесів і явищ навколишнього світу;*
- *забезпечення оволодіння учнями математичною мовою, розуміння ними математичної символіки, математичних формул і моделей як таких, що дають змогу описувати загальні властивості об'єктів, процесів та явищ;*
- *формування здатності логічно обґрунтовувати та доводити математичні твердження, застосовувати математичні методи у процесі розв'язування навчальних і практичних задач, використовувати математичні знання і вміння під час вивчення інших навчальних предметів;*
- *розвиток умінь працювати з підручником, опрацьовувати математичні тексти, шукати і використовувати додаткову навчальну інформацію, критично оцінювати здобуту інформацію та її джерела,*

*виокремлювати головне, аналізувати, робити висновки, використовувати отриману інформацію в особистому житті;*

– *формування здатності оцінювати правильність і раціональність розв'язування математичних задач, обґрунтовувати твердження, приймати рішення в умовах неповної, надлишкової, точної та ймовірнісної інформації*» [167, с. 1-2].

На рівні основної школи **спеціальні предметні математичні компетентності** (надалі СПМК) визначаються для кожного з предметів освітньої галузі «Математика»: «Математика» (5-6 класи), «Алгебра» (7-9 класи), «Геометрія» (7-9 класи). Вони змінюються для кожного року навчання, ґрунтуючись на ПМК.

Аналіз Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти та навчальної програми з алгебри для учнів 5 — 9 класів загальноосвітніх навчальних закладів дозволив виокремити *СПМК*, формування яких здійснюється у процесі навчання алгебри учнів основної школи: *обчислювальна; процедурна; графічна; логічна; практико-орієнтована.*

Сформулюємо визначення кожної з цих СПМК.

**Обчислювальна компетентність** – це здатність застосовувати знання про натуральні, цілі, раціональні, дійсні числа; звичайні дроби, десяткові дроби; вміння виконувати арифметичні дії над числами, наближені обчислення та відсоткові розрахунки.

**Процедурна компетентність** – це здатність здійснювати перетворення алгебраїчних виразів та знаходити їх значення, розв'язувати рівняння, нерівності та їх системи на основі алгоритмів розв'язування лінійних, квадратних, дробових рівнянь та нерівностей, методу заміни змінної, методу алгебраїчного додавання, методу інтервалів.

**Графічна компетентність** – це здатність застосовувати знання про координатну пряму і координатну площину, вміння визначати координати точки на площині, будувати точки за заданими їх координатами, будувати та

аналізувати графіки функцій (лінійної, оберненої пропорційності, арифметичний корінь квадратний, квадратичної), застосовувати графічний метод до розв’язування рівнянь, нерівностей та їх систем, розуміти відмінність між поняттями «аналітичний розв’язок» та «графічний розв’язок» рівняння або системи рівнянь.

**Логічна компетентність** – це здатність обґрунтовувати математичні твердження та теореми, застосовувати методи доведень до розв’язування задач, аналізувати та пояснювати здобуті результати.

**Практико-орієнтована компетентність** – це здатність застосовувати знання про числа та дії над ними, про вирази та їх перетворення, про рівняння і нерівності та методи їх розв’язування, про елементарні функції та їх властивості для побудови математичних моделей реальних процесів та явищ.

Одним із завдань нашого дослідження є здійснення аналізу змісту шкільних підручників з алгебри з метою виявлення у тексті підручників навчальних завдань, розв’язування яких сприяє формуванню ПМК і СПМК (п. 1.1., с. 31-33). Для проведення аналізу ми обрали комплекти підручників для учнів 7-9 класів авторських колективів Г. П. Бевз, В. Г. Бевз; В. Р. Кравчук, Г. М. Янченко; А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір.

В тексті цих підручників містяться в основному завдання, які забезпечують формування обчислювальної, процедурної, графічної, логічної математичних компетентностей. Однак завдань, які сприяють формуванню практико-орієнтованої компетентності, на нашу думку, недостатньо. Ми виділили у змісті вказаних підручників завдання, які дозволяють розв’язати цю проблему і відповідають, запропонованій нами, наступній класифікації:

- задачі, що забезпечують інтеграцію з іншими навчальними предметами;
- історичні математичні задачі;
- професійно-орієнтовані задачі;

– задачі, які моделюють різноманітні ситуації повсякденного життя.

Наведемо приклади таких задач.

*Задачі, що забезпечують інтеграцію з іншими навчальними предметами.*

Задача 1. Площа Кримського півострова – найбільшого півострова України дорівнює $2{,}55 \cdot 10^4$ км$^2$. Виразіть цю площу натуральним числом у квадратних кілометрах [161, с. 36].

*Історичні математичні задачі.*

Задача 2. Стародавня єгипетська задача. У семи людей по сім кішок, кожна кішка з'їдає по сім мишей, кожна миша з'їдає по сім колосків, із кожного колоска може вирости по сім мірок ячменю. Які числа цього ряду та їх сума? [14, с. 24]

*Професійно-орієнтовані задачі.*

Задача 3. Оператор набрав 45 сторінок тексту за k год. Запишіть у вигляді виразу кількість сторінок, які оператор набирав за 1 год. Знайдіть значення цього виразу, якщо k = 9 [130, с. 10].

*Задачі, які моделюють різноманітні ситуації повсякденного життя.*

Задача 4. Чотири подруги – Даринка Головко, Єва Кучер, Жанна Черкаська і Зоя Коваленко разом зі своїми братами прийшли на ковзанку. Кожний брат був вищий зростом за сестру. Вони розділилися на пари та й почали кататися. З'ясувалося, що в кожній парі «кавалер» вищий за «даму», і ніхто не катається зі своєю сестрою. Найвищим серед друзів виявився Андрій Головко, а найнижчою — Даринка. Відомо, що Жанна і Віктор Черкаські вищі за Юру Коваленка, але нижчі за Єву. З ким катався Борис Кучер? [16, с. 13-14]

Подібних задач, на нашу думку, у змісті шкільних підручників з алгебри недостатньо, тому ми прийшли до висновку, що для розвитку практико-орієнтованої компетентності доцільно доповнити їхній зміст задачами відповідно до запропонованої класифікації.

Стосовно ПМК варто зазначити, що в змісті підручників досить складно виділити завдання, які забезпечують формування її окремих складових (п. 1.1., с. 32). Вибір таких завдань з тексту підручників та робота з ними у процесі навчально-пізнавальної діяльності учнів залежить від методики, обраної вчителем.

Підручники містять багато цікавої історичної інформації. Цей елемент змісту підручників сприяє формуванню в учнів основної школи розуміння значення математики для розвитку суспільства. Історичні довідки можна використовувати з метою забезпечення мотивації навчальної діяльності учнів, формування в них пізнавального інтересу до вивчення алгебри, допитливості.

Завершуючи аналіз змісту підручників з алгебри, зазначимо, що лише підручники авторів А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонського, М.С. Якіра мають завдання для використання ІКТ (рубрика «Дружимо з комп'ютером»). Наприклад, у підручнику з алгебри для сьомого класу є таке завдання до п'ятого параграфу «Степінь з натуральним показником»: Запишіть алгоритм, вхідними даними якого є основа степеня $a$ і показник степеня $n$, а вихідними – степінь числа $a$ з показником $n$. Для якого значення показника треба розглянути окремий випадок? [161, с. 229].

Виконаний аналіз нормативних документів МОН України, наукових праць, присвячених розкриттю понять «компетентнісний підхід», «компетентність», «математична компетентність» та змісту шкільних підручників з алгебри дозволив нам прийти до наступних висновків враховуючи визнану в теорії та освітній практиці ієрархію компетентностей (ключові, загально предметні, спеціальні предметні компетентності) ми розрізняємо два базових поняття нашого дослідження – ПМК як інтегрована якість особистості, що складається з мотиваційно-ціннісної, змістової, діяльнісної та рефлексивної складових, і СПМК, до яких належать обчислювальна, процедурна, графічна, логічна, практико-орієнтована компетентності.

Відповідно до вище вказаного ми визначаємо поняття компетентнісного підходу до навчання алгебри учнів основної школи як спрямованість процесу навчання алгебри в основній школі на формування в учнів ключових, предметної математичної компетентності та спеціальних предметних математичних компетентностей.

## 1.2. Традиційне навчання і компетентнісне навчання як педагогічні технології: спільне та відмінне

На основі аналізу стану проблеми дослідження в теорії та практиці (п. 1.1.), ми прийшли до висновку, що навчання алгебри учнів основної школи на засадах компетентнісного підходу полягає в спрямованості процесу навчання алгебри на формування в учнів ПМК і СПМК. Реалізація цього завдання в умовах сучасної середньої школи потребує використання методів, форм та засобів навчальної діяльності учнів, які забезпечують розвиток математичних компетентностей. З цього випливає необхідність інтегрувати у традиційне навчання алгебри компетентнісне навчання. Щоб зрозуміти, як це зробити, необхідно здійснити порівняльний аналіз традиційного навчання алгебри і навчання на засадах компетентнісного підходу. З цією метою доцільно застосувати технологічний підхід.

З огляду на це постає проблема визначення поняття **«технологія навчання алгебри учнів основної школи на засадах КП»**. Це поняття безпосередньо пов’язане з поняттям «педагогічна технологія», яке вперше було використано на конференції ЮНЕСКО в 1972 році (Доповідь «Вчитися, щоб бути: світ освіти сьогодні та завтра») [275].

Від 70-х років XX століття визначення поняття «педагогічна технологія» набувало різних трактувань у численних наукових працях, зокрема: Р. С. Гуревича [73], П. І. Образцова [173], О. М. Пєхоти [180], С. А. Смірнова [184], С. О. Сисоєвої [220], О. М. Степанова [229], Г. К. Селевко [217], М. М. Фіцули [229, с. 6.] та інших.

За Г. К. Селевко: «Педагогічна технологія − це система функціонування всіх компонентів педагогічного процесу, побудована на науковій основі, запрограмована в часі і просторі й яка веде до намічених результатів» [217, с. 4]. Саме це визначення поняття «педагогічна технологія», на нашу думку, відповідає завданням впровадження КП у процес навчання алгебри основної школи. Оскільки інтеграція компетентністного навчання у традиційне має охопити усі компоненти педагогічного процесу, будуватися на науковій основі, бути чітко спланованою в часі і просторі й, головне, досягати намічених результатів, якими є ПМК і СПМК.

Спираючись на монографію Г. К. Селевко [215] розглянемо традиційне навчання і навчання на засадах КП як педагогічні технології.

Поняття «традиційне навчання» стосується класно-урочної форми навчання, на основі якої побудовано навчально-виховний процес сучасної загальноосвітньої школи і яка спирається на *дидактику Я. А. Коменського*:

- школярі одного віку об’єднані в групи, які утворюють класи;
- зміст навчання розподілений між окремими навчальними предметами і є однаковим для всіх учнів без винятку;
- час навчання також однаковий для усіх учнів (навчальний рік, півріччя, канікули, розклад уроків тощо);
- основною одиницею навчально-виховного процесу є урок як завершений у часі та локалізований у просторі логічний елемент процесу навчання;
- учитель організовує навчальну діяльність учнів та несе відповідальність за результати їх навчання;
- основними засобами навчання є навчальна програма і підручники, однакові для всіх учнів одного класу.

Традиційне навчання розглядається як процес передачі знань, умінь та навичок, при цьому основною формою організації навчання є фронтальна (вчитель працює з учнівським колективом, об’єднаним в клас). Процес

навчання будується на принципах класичної дидактики, а саме: науковості, відповідності віковим та індивідуальним особливостям учнів, послідовності та систематичності, доступності, наочності, зв’язку теорії з практикою.

Традиційне навчання володіє як позитивними, так і негативними якостями (Таблиця 1.3.).

Таблиця 1.3.

**Позитивні та негативні якості традиційного навчання**

**(за Г. К. Селевко [215])**

| Позитивні якості | Негативні якості |
|---|---|
| Систематичний характер навчання. | Навчання за шаблоном, одноманітність. |
| Впорядкований, логічний зміст навчання. | Нераціональний розподіл часу уроку.<br>Позбавлення учнів участі в цілепокладанні, плануванні, контролі та оцінюванні.<br>На уроці досягається первинне засвоєння змісту навчання, при цьому досягнення достатнього та високого рівнів навчально-пізнавальної діяльності учнів переноситься на домашні завдання. |
| Чітка організація процесу навчання. | Відсутнє спілкування учнів на уроці.<br>Низький рівень розвитку самостійності учнів.<br>Учні позбавлені вибору щодо змісту навчання, кількості предметів, розподілу навчального часу тощо. |
| Вплив особистості вчителя на учнів. | Пасивність учнів у навчанні.<br>Недостатня мовленева діяльність учнів під час уроків.<br>Слабкий зворотній зв'язок. |
| Мінімальні витрати ресурсів для забезпечення навчального процесу. | Усереднений підхід, відсутність індивідуального навчання.<br>Складно реалізувати виховну складову навчання.<br>Методам оцінювання властивий негативізм. |

Саме недоліки технології традиційного навчання, які суперечать освітнім потребам суспільства на сучасному етапі його розвитку, призвели до необхідності заміни традиційної парадигми на компетентністну.

Перейдемо до характеристики навчання на засадах КП як педагогічної технології.

Структурними компонентами педагогічної технології є концептуальна основа, змістова та процесуальна частини навчання [87].

*Концептуальна основа* навчання алгебри учнів основної школи на засадах КП, на нашу думку, складається з системного, аксіологічного, особистісно-діяльністного та компетентністного підходів. Вибір саме цих освітніх концепцій зумовлений наступними міркуваннями.

Процес навчання алгебри учнів основної школи на засадах КП є невід'ємною частиною навчально-виховного процесу загальноосвітньої школи. Відповідно складається з багатьох взаємопов'язаних компонентів, які утворюють складну дидактичну систему. До основних завдань компетентнісного навчання математики належить, насамперед, формування ПМК і СПМК. Кожне з цих базових понять компетентнісного підходу до навчання математики також має складну багатокомпонентну структуру, тобто виступає в якості системи. Тому впровадження КП в навчання алгебри учнів основної школи має опиратися на системний підхід.

Аксіологічний (ціннісний) підхід в освіті спрямований на формування цінностей особистості учня. Він нерозривно поєднаний з компетентнісним підходом, оскільки КП спрямований не лише на забезпечення оволодінням знаннями, уміннями та навичками, а головне – на досвід їх застосування та формування ціннісної сфери школяра.

Одним із завдань КП в освіті є забезпечення умов для становлення і розвитку особистості кожного учня відповідно до його індивідуальних особливостей та потреб. Становлення особистості учня основної школи відбувається в процесі його навчально-пізнавальної діяльності. Формування математичних компетентностей учнів ґрунтується на розвитку таких компонентів особистості як мотиваційна, когнітивна та рефлексивна. При цьому учень не може займати позицію об'єкта навчального процесу, він виступає в якості повноправного суб'єкта, який відповідає за результати своєї діяльності. З огляду на це технологія навчання алгебри учнів основної

школи на засадах КП має будуватися на основі особистісно-діяльнісного підходу.

У XXI столітті навчання на всіх рівнях освіти неможливе без використання засобів на основі ІКТ. Тому вказані вище підходи з метою реалізації навчання алгебри учнів основної школи на засадах КП необхідно поєднати з інформаційно-комунікаційними технологіями. Застосування ІКТ у процесі навчання алгебри сприятиме формуванню в учнів крім математичних компетентностей також такої важливої ключової компетентності як інформаційна.

*Змістова частина* технології навчання алгебри в основній школі на засадах КП складається з наступних складових: мотивація навчально-пізнавальної діяльності учнів, мета та завдання навчання, зміст навчального матеріалу, досвід математичної діяльності учнів, який формується у процесі розв'язування типових завдань шкільного курсу алгебри та практико-орієнтованих завдань, спрямованих на розвиток готовності використовувати здобуті знання до розв'язування широкого кола життєво важливих проблем. До змістової частини технології також слід віднести розвиток в учнів рефлексії, яка забезпечує самоконтроль та самостійне оцінювання учнями власної діяльності та її результатів.

*Процесуальна частина* технології навчання алгебри учнів основної школи на засадах КП містить чіткий опис усіх етапів її організації, методи, форми та засоби навчальної діяльності учнів, а також діяльності вчителя, спрямованої на керівництво навчанням учнів, контроль та оцінювання їхніх досягнень, корекцію знань.

Суттєві особливості навчання алгебри учнів основної школи на засадах КП, які відрізняють цю технологію від інших освітніх моделей навчально-виховного процесу, розкрито в таблиці 1.4.

Таблиця 1.4.

**Суттєві особливості технології навчання алгебри на засадах КП**

| **Компоненти технології навчання** | **Суттєві особливості** |
|---|---|
| Освітні потреби | Освіта для особистісного розвитку, самореалізації.<br>Освіта для забезпечення особистих потреб та потреб розвитку суспільства. |
| Мотиви навчання | Пізнавальні мотиви.<br>Глибокий і сталий інтерес до навчання алгебри. |
| Цілі навчання | Формування предметної математичної компетентності та спеціальних предметних математичних компетентностей у процесі навчання алгебри. |
| Зміст навчання | Зміст шкільних підручників з алгебри доповнено системою практико-орієнтованих завдань, розв'язання яких потребує створення математичних моделей різноманітних процесів та об'єктів дійсності. |
| Методи, форми та засоби навчання | Класичні методи навчання поєднуються з<br>− методом створення проблемних навчальних ситуацій;<br>− ігровими методами навчання;<br>− інтерактивними методами та прийомами навчання;<br>− використанням історичного матеріалу;<br>− самостійною роботою учнів;<br>− методом проектів.<br>Крім фронтальної активно використовуються групові та індивідуальні форми навчальної діяльності учнів.<br>До традиційних засобів навчання додаються засоби на основі ІК-технологій. |
| Контроль та оцінювання результатів навчання | Розвиток рефлексії учнів у навчальному процесі.<br>Самоконтроль та самостійне оцінювання учнями результатів навчання.<br>Використання учнівського та тематичного портфоліо. |

Аналіз методичних засад традиційного і компетентнісного навчання дозволяє стверджувати, що навчання на засадах КП не заперечує традиційного навчання, а навпаки – його можна побудувати лише на

фундаменті останнього. При цьому обов’язково необхідно враховувати ті суттєві відмінності, які мають місце для традиційного та компетентнісного підходів. Порівняємо ці відмінності.

| | |
|---|---|
| 1. Процес традиційного навчання – це процес передачі знань, соціального досвіду від старших поколінь підростаючому. | 1. Процес навчання на засадах КП – це процес здобуття школярами досвіду розв’язання важливих практико-орієнтованих проблем. |
| 2. Основним результатом традиційного навчання є нормативно визначена сума знань, умінь і навичок, оволодіння якою рівноцінне досягненню успіху в особистому та суспільному житті. Таке розуміння результатів вимагає від учнів точного відтворення еталонів навчальної діяльності, однакових для всіх. | 2. Результат при компетентнісному підході – це готовність до продуктивної, самостійної та відповідальної навчальної діяльності на етапі навчання в школі та на наступному етапі, етапі здобуття професії. Таким результатом виступають ключові, предметна та спеціальні предметні компетентності. |
| 3. На практиці традиційне навчання є жорстко регламентованим, висуває до учня вимоги, яких він має обов’язково дотримуватися. «Ідеал» традиційного навчання – слухняний учень, виконавець вимог учителя. | 3. У навчанні на засадах КП позиція учня – бути відповідальним за власну навчальну діяльність, її результати. При цьому вчитель втрачає авторитарну позицію, стає керівником, консультантом, старшим товаришем, організатором навчально-пізнавальної діяльності учнів. |
| 4. Традиційне навчання ґрунтується на контролі діяльності учнів, яку | 4. У навчанні на засадах КП учительський контроль доповнюється |

| | |
|---|---|
| здійснює вчитель на всіх етапах навчально-виховного процесу. Функція котролю та оцінювання притаманна саме вчителю і лише йому. | самоконтролем учня та самостійною оцінкою ним результатів власної навчальної діяльності, що потребує розвитку рефлексії. Компетентнісний підхід використовує також методи зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО), рейтингових накопичувальних систем оцінювання, до яких належить метод портфоліо, що сприяє залученню батьків та громадськості. |
| 5. Традиційне навчання у практиці загальноосвітньої школи орієнтується на «середнього» учня, досить часто оцінювання здійснюється через порівняння учнів, а тому не завжди буває об'єктивним. | 5. Компетентнісний підхід забезпечує розвиток особистості учня, спираючись на його індивідуальні якості та потреби. Відповідно до цього оцінювання навчальних досягнень учня здійснюється на основі порівняння результатів, здобутих ним на певному етапі навчання, з попередніми досягненнями, що знову ж таки можна реалізувати на основі портфоліо. |
| 6. Традиційне навчання здебільшого носить репродуктивний характер. Під час традиційного уроку вчитель повідомляє, транслює знання, вимагаючи від учнів їх відтворення, | 6. У навчанні на засадах КП урок залишається основною одиницею навчального процесу і доповнюється активними формами організації навчання такими, як проблемний |

| | |
|---|---|
| діяльності за зразком. | підхід, метод проектів, ігрові та інтерактивні методи, дистанційне навчання тощо. Така організація навчальної діяльності учнів сприяє розвитку в них творчого та критичного мислення. |

Порівняльний аналіз традиційного навчання та навчання на засадах КП дозволяє прийти до наступного висновку: реалізація КП у навчально-виховному процесі сучасної загальноосвітньої школи, зокрема – у навчанні алгебри основної школи, потребує інтеграції в традиційне навчання таких технологічних компонентів як мотиваційно-ціннісний, практико-орієнтований, діяльнісний, рефлексивний.

Коротко охарактеризуємо кожний з них.

**Мотиваційно-ціннісний компонент** технології навчання алгебри учнів основної школи на засадах КП забезпечує усвідомлену потребу в математичних знаннях; сукупність мотивів навчально-пізнавальної математичної діяльності; ставлення до математики як до загальнолюдської цінності й особистісного надбання.

**Практико-орієнтований компонент** охоплює зміст та вимоги до результатів навчання учнів, нормативно визначені навчальною програмою з алгебри для учнів 7-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів та забезпечені змістом шкільних підручників з алгебри, і доповнений системою практико-орієнтованих завдань, зокрема – компетентнісно орієнтованих задач відповідно до запропонованого нами визначення даного поняття та їх класифікації.

**Діяльнісний компонент** забезпечує формування досвіду розв’язування навчальних завдань у процесі математичної діяльності, готовності застосовувати здобуті знання до розв’язування не лише задач з математики, а

й широкого спектру проблем, що виходять за межі предмету «алгебра» й потребують для їх вирішення математичних знань, умінь та навичок.

**Рефлексивний компонент** полягає у здійсненні самоконтролю та самостійного оцінювання учнями результатів їх власної навчально-пізнавальної діяльності на основі розвитку рефлексії.

Вище зазначене дозволяє сформулювати визначення поняття «технологія компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи».

**Технологія компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи – це педагогічна система, яка складається з мотиваційно-ціннісного, практико-орієнтованого, діяльнісного, рефлексивного компонентів, побудована на системному, аксіологічному, особистісно-діяльнісному, компетентнісному підходах з використанням засобів на основі ІКТ, і спрямована на формування ПМК і СПМК.**

Реалізація технології компетентнісного навчання алгебри неможлива без розвитку і становлення учня як суб'єкта навчальної діяльності. З огляду на це, дослідження КП до навчання алгебри в основній школі має спиратися на знання вікових особливостей учнів 7-9 класів.

Проблема становлення особистості школярів у процесі навчання в загальноосвітній школі розглядається науковцями під різним кутом зору. Сучасна педагогіка та шкільна практика спирається на наступні теоретичні концепції: формування особистості школяра як суб'єкта пізнавальної діяльності (С. Д. Максименко [152], І. С. Якиманська [268] та ін.); теорія діяльності (О. М. Леонтьєв [142], С. Л. Рубінштейн [210] та ін.) та поетапного формування розумових дій (П. Я. Гальперін [49], Н. Ф. Тализіна [234] та ін.); врахування вікових особливостей дитини (Ж. Піаже [187], Г. С. Костюк [127] та ін.); формування мотивації навчально-пізнавальної діяльності (Л. І. Божович [23], А. К. Маркова [154] та ін.); взаємодія навчання та розвитку особистості учня (Л. С. Виготський [46] та ін.); використання ІКТ у процесі навчання (М. І. Жалдак [92], Н. В. Морзе [166], С. А. Раков [203], Ю. С. Рамський [207], Ю. В. Триус [237] та ін.).

Розвиток дитини протягом навчання в загальноосвітній школі складається з трьох основних періодів: молодший шкільний (6–10 років), підлітковий (11–15 років) і юнацький вік (16-18 років) [1, с. 224–225]. Кожному з цих етапів властиві певні закономірності.

Підлітковий вік характеризується значними змінами у діяльності організму дитини, зумовленими її статевим розвитком. Статевий розвиток, активна діяльність залоз внутрішньої секреції викликають інтенсивні фізіологічні зміни. При цьому різні системи організму розвиваються неузгоджено. Це призводить до певних функціональних порушень у фізичному стані дитини, що не завжди позитивно впливає на її навчальну діяльність. Стрімкі зміни в організмі підлітка значно випереджають особистісний розвиток, його становлення як суб'єкту соціальних відносин. Саме перехід від дитинства до дорослості є тим визначальним фактором, який впливає на всі сфери життя підлітка: навчання, спілкування з ровесниками і дорослими тощо. Провідною діяльністю дитини в цей віковий період є особистісне спілкування. Поряд з тим залишається обов'язковою суспільна вимога – навчатися в школі. Від того, як навчається підліток, залежить його особистісний розвиток та соціалізація. У навчальній діяльності підлітка є особливості, властиві саме цьому віку [1].

Навчальний процес ставить перед учнями основної школи нові, значно вищі, ніж у молодших класах, вимоги. У зв'язку з цим відбувається розвиток здатності учнем керувати основними розумовими процесами – сприйняттям, увагою, пам'яттю, мовленням, мисленням. Підліток виявляє готовність саме до тих видів навчальної діяльності, які реалізують його прагнення бути дорослим. До таких належать: самостійна робота, розв'язування навчальних проблемних ситуацій і задач на дослідження, опрацювання складного теоретичного матеріалу та інші. Водночас для підлітків характерна певна емоційна нестабільність, тому вони часто переживають труднощі в навчанні. Основною причиною труднощів у навчанні є відсутність досвіду самостійної навчально-пізнавальної діяльності. Мотивом такої діяльності є, насамперед,

пізнавальний інтерес, унаслідок дії якого, учні здатні самостійно визначати навчальні завдання, обирати раціональні методи їх розв’язування, контролювати та оцінювати власну роботу.

Саме розвиток мотивів навчання є основою становлення підлітка як суб’єкта процесу навчання алгебри на засадах КП. Для дослідження мотиваційно-ціннісного компоненту технології навчання алгебри учнів основної школи на засадах КП нами було проведено анкетування (Додаток Б) учнів 7-9 класів. В анкетуванні взяло участь 140 учнів шкіл Києва і Тернополя. Аналіз результатів анкетування дозволив підтвердити, що реалізація КП в процесі навчання алгебри учнів основної школи можлива лише за умови формування і розвитку в школярів саме пізнавальних мотивів, глибокого і сталого інтересу до математики поряд з урахуванням вагомих для них соціальних мотивів навчання. Особливе значення для підлітків має також усвідомлення ними цінності математичних знань в особистісному аспекті, оскільки для них важливо розуміти, що математичні знання позитивно впливають на розвиток їх інтелекту, що від успіху в навчанні залежить успіх в майбутньому житті, вибір професії, становлення їх як особистості.

Така позиція підлітка підтверджується психологічною наукою, зокрема, вітчизняний психолог В. П. Кутішенко [139, с. 52], наголошує, що основними новоутвореннями підліткового віку є «почуття дорослості, потреба в самореалізації та суспільному визнанні, прагнення до самоствердження». Він також виділяє нові потреби, які розвиваються саме в цей віковий період: «потреба у самовираженні, потреба уміти щось робити, потреба щось значити для інших, потреба рівноправного спілкування з дорослими» [139, с. 56].

До суттєвих особливостей підлітків необхідно віднести також розвиток в них рефлексії, який безпосередньо пов'язаний з оцінюванням результатів їх навчальної діяльності. Значення шкільної оцінки в житті підлітка важливе тому, що вона засвідчує його успіх (або не успіх) в навчанні, який часто ототожнюється з розумовими здібностями та задатками. У підлітковому віці

потреба оцінити себе, пізнати свої сильні та слабкі сторони є домінуючою. При цьому для підлітка надзвичайно важливо, щоб самооцінка і оцінювання його іншими (вчителями, ровесниками, батьками) співпадали.

Усе вище зазначене стосовно вікових особливостей учнів основної школи дозволяє прийти до висновку, що цей віковий період є одним з найбільш сприятливих для реалізації КП. Саме у підлітковому віці відбувається становлення учня як суб'єкта навчального процесу, що забезпечує формування компетентностей усіх рівнів на всіх етапах навчання, починаючи від визначення і прийняття учнями мети навчання і завершуючи оцінюванням ними результатів власної навчально-пізнавальної діяльності.

Проведений порівняльний аналіз традиційного навчання алгебри і навчання алгебри на засадах КП учнів основної школи дозволив висунути та обґрунтувати наступні ідеї дослідження.

З метою реалізації КП необхідно інтегрувати в традиційне навчання алгебри компетентнісне навчання алгебри. Це завдання можна вирішити на основі технологічного підходу.

У нашому дослідженні ми розглядаємо технологію компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи як педагогічну систему, яка складається з мотиваційно-ціннісного, практико-орієнтованого, діяльнісного, рефлексивного компонентів, побудована на системному, аксіологічному, особистісно-діяльнісному, компетентністному підходах з використанням засобів на основі ІКТ, і спрямована на формування предметної математичної компетентності та спеціальних предметних математичних компетентностей.

Результатом застосування технологічного підходу до навчання алгебри учнів основної школи виступає вдосконалення змісту та створення методики реалізації компетентнісного підходу з метою формування в учнів 7-9 класів ПМК і СПМК. Процес формування математичних компетентностей нерозривно поєднаний з розвитком особистості підлітків, найбільш суттєвими психологічними змінами школярів цього вікового періоду є зростання активності та самостійності, прагнення до самореалізації поряд із

становленням основних компонентів розумової діяльності (уваги, пам’яті, мислення, мовлення тощо). З огляду на це підлітковий вік є сензитивним для формування компетентностей усіх рівнів.

## 1.3. Концептуальна модель навчання алгебри учнів основної школи на засадах компетентнісного підходу

З метою реалізації КП у процесі навчання алгебри в основній школі на основі ідей, запропонованих вище (п. 1. 2.) необхідно попередньо побудувати концептуальну модель процесу навчання алгебри учнів 7-9 класів.

Протягом десятиліть моделювання є одним з найактуальніших методів наукових досліджень і широко застосовується в педагогічних пошуках. Метод моделювання дає можливість об'єднати емпіричне і теоретичне в педагогічному дослідженні. Методологія наукових досліджень трактує поняття «модель» (лат. Modulus – міра, зразок) як образ або опис досліджуваного процесу природи чи суспільства, що відображає і відтворює в більш простому і узагальненому вигляді структуру, властивості, взаємозв'язки між елементами цього процесу. Метод моделювання широко використовується в педагогічних дослідженнях завдяки його універсальності. Серед багатьох гносеологічних функцій моделювання педагогічних явищ визначальними є дві наступні – модель має бути, з одного боку, еталоном досягнення мети навчально-виховного процесу, а з іншого – інструментом її досягнення.

Педагогічні моделі поділяються на три види: *описові*, що дають уявлення про суть, структуру, основні елементи педагогічного явища; *функціональні*, які відображають освітній процес в системі його взаємозв'язків; *прогностичні*, що дають теоретично аргументовану картину майбутнього стану освітньої практики. У педагогічному моделюванні найчастіше використовуються структурно-функціональні моделі, при

побудові яких об'єкт розглядається як цілісна система, що включає складові частини, компоненти, елементи, підсистеми [132, с. 109].

Моделюванню присвячені роботи А. Н. Дахіна [76], В. М. Монахова [165], І. П. Підласого [189] та інших. Г. Б. Корнетовим запропонована ґрунтовна характеристика концептуальних дидактичних моделей [126]. Аналіз цих робіт дозволив нам виділити такі етапи моделювання:

1) визначення предмета моделювання та методологічних засад його реалізації;

2) формулювання завдань процесу моделювання;

3) створення та детальний опис моделі педагогічного процесу;

4) перевірка створеної моделі в педагогічному експерименті;

5) аналіз результатів експерименту та висновки.

У нашому дослідженні запропоновано концептуальну модель процесу навчання алгебри в основній школі на засадах КП, що складається з чотирьох рівнів (Схема.1.1.).

1-й рівень – теоретична концепція процесу навчання алгебри в основній школі на засадах КП, яка включає методологічний та цільовий компоненти.

2-й рівень – методика реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри в основній школі.

3-й рівень – педагогічні умови забезпечення реалізації компетентнісного навчання алгебри.

4-й рівень – критерії, рівні та засоби діагностики сформованості математичних компетентностей учнів у процесі навчання алгебри.

Охарактеризуємо кожний із рівнів концептуальної моделі.

Методологічний компонент 1-го рівня моделі охоплює наукові ідеї, що виступають концептуальною основою процесу навчання алгебри на засадах КП та загально дидактичні принципи, дотримання яких забезпечує його

реалізацію. Дидактичні принципи є стержнем, який об’єднує усі рівні й компоненти освіти та засвідчує їх системну цілісність.

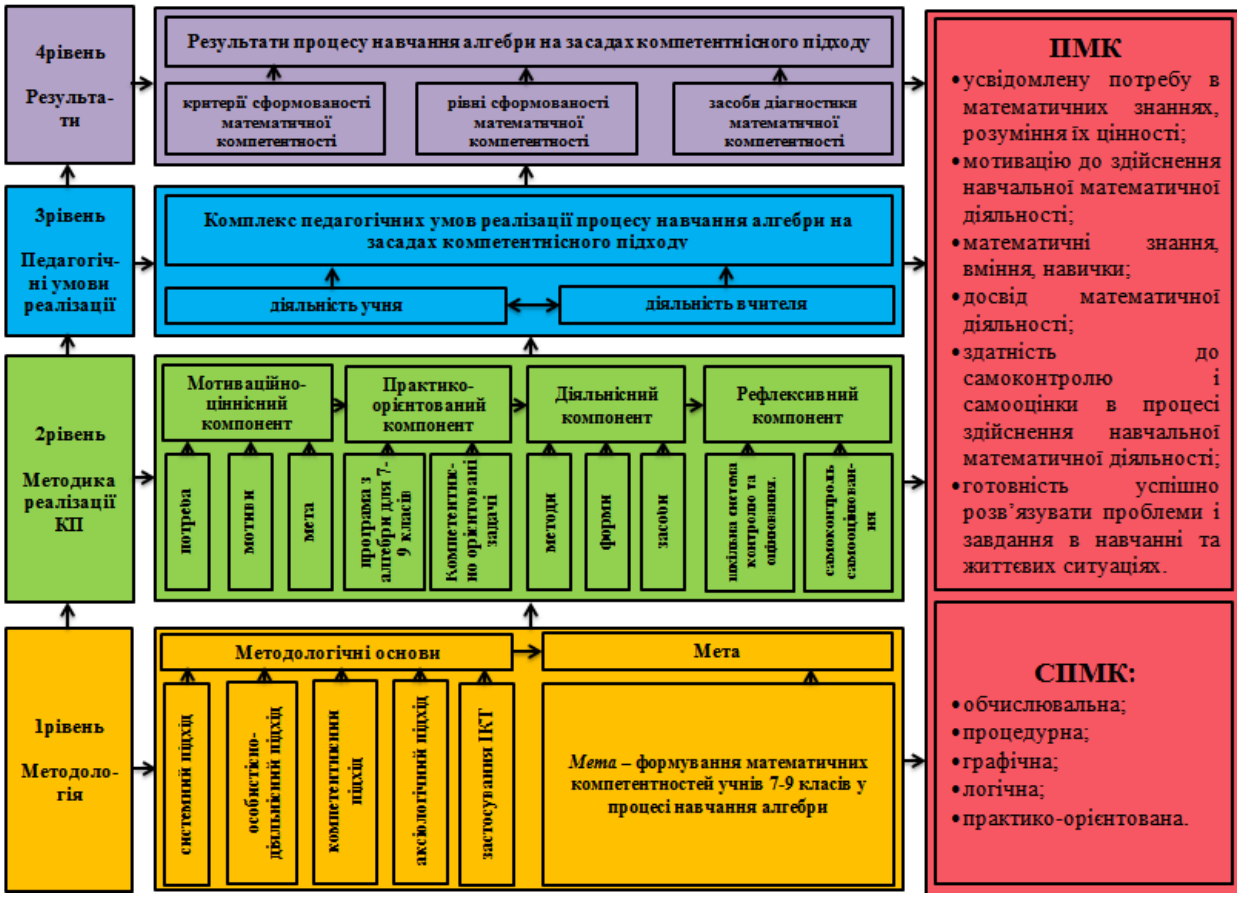


Схема1.1. Концептуальна модель процесу навчання алгебри в основній школі на засадах КП

У контексті нашого дослідження актуальними є наступні принципи навчання [243]:

– принцип науковості;
– принцип систематичності й послідовності навчання;
– принцип гуманізації та гуманітаризації;
– принцип доступності навчання;
– принцип індивідуалізації та диференціації навчання;
– принцип зв'язку навчання з життям;
– принцип свідомості й активності учнів у навчанні;
– принцип наочності.

У нашій моделі метою компетентнісного навчання алгебри є формування ПМК (п. 1.1., с. 32) і СПМК (п. 1.1., с. 33-34) на основі системного, аксіологічного, особистісно-діяльнісного та компетентнісного підходів.

Системний підхід розглядає навчально-виховний процес як сукупність взаємопов’язаних елементів. Його застосування до проблеми реалізації КП в навчанні алгебри учнів основної школи полягає у виявленні основних етапів процесу навчання, мети та завдань, змісту, методів, форм та засобів, результатів навчальної діяльності учнів, якими є ПМК і СПМК. Математичні компетентності також є складними утвореннями, а тому їх дослідження та формування має опиратись на системний підхід. Отже інтеграцію КП у традиційне навчання алгебри необхідно реалізувати, спираючись на системний підхід.

Соціальним підґрунтям КП до навчання в загальноосвітній школі є ціннісна сфера людини, яка охоплює етичні, релігійні, національні, громадянські, культурні, особистісні цінності тощо. Серед них, беззаперечно, цінність освіти є однією з найбільш вагомих в житті кожної людини. Ціннісні ставлення учнів до явищ і процесів, які відбуваються в навколишньому світі, формуються під впливом багатьох чинників: родини, мас-медіа, школи та ін. Саме школа, учнівський та учительський колективи, об’єднані спільними цілями та завданнями у процесі навчання, володіють тими засобами, що дозволяють цілеспрямовано розвивати ціннісну сферу кожного школяра. Реалізація аксіологічного підходу до навчання алгебри в основній школі ґрунтується на широкому використанні гуманістичного потенціалу математики, історії її розвитку та її значенні для вирішення нагальних потреб людського суспільства таких як: збереження природи, виховання здорового способу життя, необхідність для багатьох професій володіти математичними знаннями та методами. З огляду на це КП до навчання алгебри в основній школі має поєднуватися з аксіологічним підходом.

Математичні компетентності учнів основної школи формуються в процесі пізнавальної діяльності, в якій школярі виступають як суб'єкти навчання. Нормативно визначений і організований процес навчання в загальноосвітній школі, що охоплює всіх дітей шкільного віку, є ефективним лише за умови забезпечення освітніх потреб та індивідуальних особливостей кожного учня. У процесі шкільного навчання здійснюється розвиток та становлення їх особистості, формується досвід життєдіяльності. Тому КП необхідно розглядати також у єдності з особистісно-діяльнісним підходом.

Впровадження компетентнісного навчання на сучасному етапі розвитку суспільства, коли відбувається формування глобального інформаційно-освітнього простору, потребує активного застосування в процесі навчання алгебри учнів основної школи інформаційно-комунікаційних технологій. В нормативних державних документах зазначається, що сучасні інформаційні технології створюють сприятливі умови для формування як ключових, так і предметних компетентностей учнів. Використання ІКТ з метою формування математичних компетентностей дозволяє більш ефективно та якісно реалізувати усі етапи організації навчання алгебри учнів на засадах КП.

Таким чином, запропонована концептуальна модель визначає, що процес навчання алгебри основної школи має будуватись на основі, системного, аксіологічного, особистісно-діяльнісного, компетентнісного підходів та застосуванні інформаційно-комунікаційних освітніх технологій.

**2-й рівень** моделі обґрунтовує методику реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри, яка складається з наступних компонентів:

− мотиваційно-ціннісний, який визначає мету навчання – формування ПМК і СПМК учнів основної школи в процесі навчання алгебри;

− практико-орієнований, який забезпечує реалізацію змісту навчання відповідно до навчальної програми з алгебри для учнів 7-9 класів і який доповнено практико-орієнтованими завданнями;

− діяльнісний, який охоплює методи навчання, спрямовані на формування ПМК і СПМК, організаційні форми навчальної діяльності учнів

(фронтальні, групові, індивідуальні), засоби навчання (традиційні та засоби на основі ІКТ);

− рефлексивний, який забезпечує контроль та оцінювання результатів навчальної математичної діяльності учнів та розвиток в них самоконтролю і самооцінювання.

**3-й рівень** концептуальної моделі охоплює наступні умови, необхідні для забезпечення реалізації КП в процесі навчання алгебри учнів основної школи:

1) попереднє планування усіх етапів процесу компетентнісного навчання алгебри, створення програми формування ПМК і СПМК учнів основної школи;

2) забезпечення позитивної і стійкої мотивації до навчальної математичної діяльності у формі пізнавального інтересу, формування в учнів 7-9 класів вміння самостійно визначати цілі та завдання навчання;

3) формування і розвиток в учнів основної школи досвіду самостійної навчальної математичної діяльності в процесі розв’язування алгебраїчних задач, що відповідають змісту й вимогам навчальної програми з алгебри;

4) залучення учнів до рефлексії в процесі навчання з метою розвитку в них самоконтролю, самооцінки;

5) створення засобів, які забезпечують готовність учнів застосовувати алгебраїчні знання, вміння і навички до розв’язування завдань, які виходять за межі навчальної програми і дозволяють бути успішними в різноманітних життєвих ситуаціях, у тому числі – освітні засоби на основі ІКТ;

6) цілеспрямована підготовка вчителів математики загальноосвітніх навчальних закладів до навчання алгебри на засадах КП.

**4-й рівень** концептуальної моделі забезпечує діагностику сформованості ПМК і СПМК учнів основної школи в процесі навчання алгебри. Він містить опис рівнів та критеріїв сформованості математичних

компетентностей учнів 7-9 класів у процесі навчання алгебри та засоби їх діагностики.

Критерії сформованості математичних компетентностей, як відзначає Н. Г. Ходирєва [251, с.4], повинні фіксувати діяльнісний стан суб'єкта, нести інформацію про характер діяльності, про мотиви і ставлення до її виконання. Критерії мають бути розкриті через ряд якісних ознак (показників), у міру виявлення яких можна судити про більший чи менший ступінь сформованості даного критерію. При цьому вони мають відображати рівень та динаміку розвитку ПМК і СПМК.

Відповідно до запропонованої нами структури компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи ми вважаємо, що оцінювати ступінь сформованості ПМК і СПМК необхідно за наступними критеріями: мотиваційно-ціннісний; практико-орієнтований; діяльнісний; рефлексивний.

Аналіз психолого-педагогічних досліджень і шкільна практика свідчать, що школярі володіють навичками математичної діяльності не однаково, тому рівень сформованості математичних компетентностей також не може бути однаковим для всіх, без виключення, учнів основної школи. У нашому дослідженні для кожного з чотирьох критеріїв сформованості математичних компетентностей пропонується застосувати підхід, реалізований в Критеріях оцінювання результатів навчальної діяльності учнів, що використовують чотири рівні – початковий, середній, достатній, високий.

У запропонованій концептуальній моделі системоутворюючим центром є 2-й рівень, який має забезпечити інтеграцію КП в традиційне навчання. Тому, на нашу думку, є потреба в більш детальному проектуванні саме цього компоненту моделі.

В контексті проблеми дослідження ми розуміємо педагогічне проектування як змістовну, методичну, організаційну, матеріально-технічну реалізацію розв’язання певної педагогічної задачі. Проблемі проектування педагогічних систем, процесів і технологій присвячені дослідження

В. С. Безрукової [19], В. П. Безпалька [18], М. В. Кларіна [119], О. М. Коберника [121], В. О. Киричука [118], А. О. Лігоцького [144], А. І. Міщенко [225], Г. К. Селевко [216], та інших. За В. П. Безпалько «об'єктами педагогічного проектування можуть бути педагогічні системи, педагогічний процес, педагогічні ситуації тощо» [19, с. 101 – 106]. Проектування відбувається в декілька послідовних етапів, що наближають розробку процесу навчання від загальної ідеї до точно описаних конкретних дій.

Будь-яка педагогічна діяльність починається з визначення мети. Метою компетентнісного навчання алгебри учні основної школи є формування ПМК і СПМК. Для досягнення цієї мети необхідно реалізувати наступні завдання:

– уточнити цілі, завдання та прогнозовані результати компетентнісного навчання алгебри відповідно до змодельованих компоненті (мотиваційно-ціннісного, практико-орієнтованого, діяльнісного, рефлексивного);

– здійснити аналіз та структурування змісту навчального предмету «алгебра» на основі навчальної програми та змісту шкільних підручників, спираючись на визначені нами поняття ПМК і СПМК (п. 1.1., с. 31-33);

– доповнити зміст навчання алгебри практико-орієнтованими завданнями, які забезпечують розвиток досвіду математичної діяльності учнів;

– визначити методи та організаційні форми компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи, відповідно до визначених цілей навчання та пізнавальних потреб і вікових особливостей учнів;

– розробити, відповідно до обраних методів та форм навчання, засоби діяльності учнів.

Важливим для проектування компетентнісного навчання алгебри також є визначення чинників, що забезпечують реалізацію окреслених завдань. З цією метою нами доповнено систему дидактичних принципів, які є елементами концептуальної моделі процесу навчання алгебри основної

школи на засадах КП (с. 57), принципами організації процесу формування математичних компетентностей під час уроків алгебри та у позакласній роботі.

1. *Принцип позитивної мотивації і сприятливого емоційного фону*. Цей принцип означає позитивну комунікацію, тобто спільну працю і спільну творчість вчителя та учнів, стимулювання внутрішніх мотивів математичної діяльності (інтересів, потреб, прагнення до пізнання, захопленість математичною діяльністю та її результатами).

2. *Принцип цілепокладання.* Цей принцип передбачає, що постановку мети математичної діяльності та планування її досягнення учні реалізують спільно з учителем, це сприяє розвитку свідомого та відповідального ставлення учнів до своєї праці. Відповідно до цього принципу формування математичних компетентностей відбувається в активній математичній діяльності, в цілеспрямованих зусиллях щодо отримання запланованого результату.

3. *Принцип поєднання індивідуальної, групової та колективної форм математичної діяльності*. Відповідно до цього принципу формування математичних компетентностей учнів основної школи буде ефективним лише при умові оптимального поєднання цих форм організації математичної діяльності.

4. *Принцип управління.* Цей принцип передбачає здійснення вчителем функцій цілепокладання, планування, організації, стимулювання, контролю і корекції математичної діяльності учнів. Поряд з цим одне з важливих завдань учителя – цілеспрямовано розвивати в учнів вміння самоорганізації.

5. *Принцип педагогічної оцінки.* Цей принцип передбачає здійснення школярами самоконтролю, самоаналізу та самооцінки математичної діяльності. Він також передбачає здійснення комплексного, системного і цілісного підходу до вивчення рівня сформованості математичних компетентностей в учнів.

Наступним у проектуванні процесу навчання алгебри учнів основної школи на засадах КП є створення методичних розробок уроків алгебри, позаурочних форм навчання, дидактичних матеріалів, методичних рекомендацій для вчителів математики тощо. На цьому етапі необхідно отримати кінцевий результат процесу педагогічного проектування відповідно до поставлених завдань. У нашому дослідженні основними результатами проектування компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи є наступні навчально-методичні матеріали:

1. Програма впровадження методики реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основновної школи.
2. Збірник компетентністно орієнтованих задач «Компетентнісно орієнтовані завдання в курсі алгебри 9 класу».
3. Методичні рекомендації «Реалізація компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи» для вчителів математики.

Сучасний методичний арсенал шкільної математичної освіти є надзвичайно різноманітним. При цьому не можна стверджувати, що якийсь метод або форма навчальної діяльності найкращі. Будь-який метод буде оптимальним при певних конкретних умовах і не буде найкращим при інших. Тому проектування процесу компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи потребує розв’язання проблеми вибору доцільних методів, форм та засобів навчання.

Спираючись на проведений нами аналіз основних понять компетентнісного підходу в шкільній освіті, визначення ПМК і СПМК, враховуючи вікові особливості учнів 7-9 класів, ми обираємо для створення методики реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри та проектування кожного з її компонентів методичний центр проектування, яким виступає найбільш доцільний, на нашу думку, методичний об’єкт. Таким методичним центром на різних етапах є або метод навчання, або форма навчальної діяльності учнів, або засіб навчання. Далі на основі цього

вибудовується реалізація відповідного етапу процесу навчання алгебри учнів основної школи на засадах КП.

Для проектування основних етапів методики організації компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи нами обрано:

- для мотиваційно-ціннісного – формування пізнавального інтересу до навчання алгебри;
- для практико-орієнтованого – розв’язування на уроках алгебри і в процесі виконання домашніх завдань компетентнісно орієнтованих задач;
- для діяльнісного – самостійна робота учнів на всіх етапах навчання алгебри;
- для рефлексивного – доповнення традиційних засобів контролю та оцінювання тематичним портфоліо учня.

Цей вибір обумовлено наступними міркуваннями.

**Мотиваційно-ціннісний компонент** методики реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи спрямований на формування мотивів навчання. Мотив – це усвідомлена потреба здійснювати навчальну діяльність. Мотиваційний етап навчально-пізнавальної діяльності є складним особистісним утворенням і здебільшого містить декілька різних видів мотивів, пов’язаних з різними потребами дитини в процесі її розвитку.

Особливу групу мотивів складають соціальні мотиви, які випливають з обставин життя учня, зокрема: отримати схвалення батьків, учителів, однокласників або, навпаки, уникнути покарання. Інший вид мотивів зароджується й розвивається безпосередньо в процесі навчальної діяльності за умови досягнення учнем мети навчання, а саме – здобуття знань, їх успішного застосування в процесі розв’язування задач та отримання відповідно високих оцінок. Такі мотиви об’єднані поняттям пізнавальний інтерес.

Відповідно до визначених нами понять ПМК і СПМК мотиваційно-ціннісний компонент методики реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи складається з: усвідомленої потреби в математичних

знаннях; сукупності мотивів навчально-пізнавальної математичної діяльності; ставлення до математики як до загальнолюдської цінності й особистісного надбання.

Формування цих складових, на нашу думку, безпосередньо пов'язано з розвитком *пізнавального інтересу* школярів у процесі навчання. Пізнавальний інтерес органічно поєднує в собі найбільш важливі для особистості процеси – інтелектуальні, емоційні, вольові та забезпечує реалізацію ціннісного ставлення учнів до навчання, розвиток позитивних мотивів навчальної діяльності, усвідомлення ними мети і завдань навчальної праці. Пізнавальний інтерес спонукає учня до самостійної діяльності, при цьому процес оволодіння знаннями стає більш активним і творчим.

Тому в основі формування мотиваційно-ціннісного компоненту навчання алгебри учнів основної школи має лежати, на нашу думку, саме розвиток пізнавального інтересу. Збагачення змісту уроків алгебри цікавою для школярів навчальною інформацією необхідно поєднувати з використанням методів і прийомів навчання, які сприяють розвитку пізнавального інтересу. Суттєвою відмінністю таких методів є їх активний характер.

Суть *активного навчання* полягає в тому, що суб'єктом пізнавальної діяльності є учні під керівництвом учителя. Мета вчителя при цьому – не лише передати школярам певну суму знань, а насамперед – створити умови для їх самостійної творчої роботи.

А. А. Вербицький розкриває сутність цього поняття наступним чином: «активне навчання знаменує собою перехід від переважно регламентованих, алгоритмізованих, запрограмованих форм і методів організації навчальної діяльності до розвиваючих, проблемних, дослідницьких, пошукових, що забезпечує народження пізнавальних мотивів та інтересів, умов для творчості в навчанні» [39, с. 33-34].

Насамперед до таких методів належить створення *проблемних ситуацій*. Розвиток ідей проблемного навчання пов'язаний з іменами

багатьох вчених: В. Г. Коваленка [122], І. Я. Лернера [143], М. І. Махмутова [158], І. Ф. Тесленка [122] та ін. На їхню думку головне у проблемному навчанні – це створення та вирішення проблемних ситуацій, коли учні не знають способу розв'язання завдання, не можуть дати пояснення новому факту, тобто у випадку недостатності у них знань.

*Навчальна гра* є також ефективним засобом формування пізнавального інтересу учнів на уроках алгебри. У кожній грі міститься елемент несподіванки та здивування, що завжди є рушійною силою процесу пізнання будь-якого рівня. Гра – один з найважливіших для розвитку особистості видів діяльності. Ігрова навчальна діяльність є предметом численних науково-методичних розробок (О. С. Газман [47], В. А. Караковський [117], Л. В. Куликова [137], С. А. Шмаков [263], та ін.). Висновки, до яких прийшли дослідники вказують на те, що ігрові методи необхідно активно впроваджувати в систему освіти. Зокрема, ними доведено, що рівень засвоєння при традиційних підходах до викладу матеріалу становить не більше 20 відсотків інформації, в той час як в навчальній грі – близько 90.

Ігрові методи сучасна педагогіка відносить до методів інтерактивного навчання. *Інтерактивний метод* («Inter» – взаємний, «act» – діяти) – це реалізація навчальної діяльності у активній взаємодії учнів. Такі методи створюють умови для спільної праці учнів відповідно до визначеної мети та завдань навчання. При цьому відбувається активізація діяльності учнів на всіх етапах навчально-виховного процесу: вони спільно визначають мету та завдання, шукають шляхи та способи їх досягнення, обмінюються знаннями та досвідом, більш критично та об'єктивно оцінюють власні результати та здобутки інших. Змінюється і позиція вчителя, він разом з новими знаннями веде школярів до самостійного пошуку, виконуючи функцію помічника в роботі та координатора, що забезпечує формування і розвиток пізнавальної активності учнів. Застосування інтерактивних методів сприяє формуванню творчої, активної особистості, здатної змінюватися в мінливому світі.

Саме інтерактивні методи дозволяють учням відчути свої сили, свої здібності, при цьому підвищується їх самооцінка, впевненість у собі. Одним із вагомих результатів застосування інтерактивних методів є виховання взаємоповаги, толерантності до думок і вчинків оточуючих людей. Високо цінуються в суспільстві такі якості, як вміння спілкуватися з людьми, домовлятися, знаходити компроміси, працювати в команді. Інтерактивні методи передбачають вміння розподіляти обов'язки, ставити цілі, робити зважений, правильний вибір, аналізувати ситуацію, а також дають відчуття польоту творчої думки, почуття радості і глибокого задоволення від своєї роботи [112, с. 4 – 5].

Дослідники інтерактивного навчання Є. С. Полат, Н. Н. Суворова та інші вказують на потужний дидактичний потенціал інтерактивних методів навчання. «Інтерактивні методи навчання дозволяють вирішувати такі завдання: активне включення кожного учня в процес засвоєння навчального матеріалу; підвищення пізнавальної мотивації; навчання навичкам успішного спілкування (вміння слухати і чути один одного, вибудовувати діалог, ставити запитання); розвиток навичок самостійної навчальної діяльності: визначення провідних і проміжних завдань, вміння передбачати наслідки свого вибору, його об'єктивна оцінка; виховання лідерських якостей; вміння працювати з командою і в команді; вміння приймати на себе відповідальність за спільну та власну діяльність по досягненню результату» [233, с.34].

На сьогодні створено і випробовано в практиці української школи досить багато методів та прийомів інтерактивного навчання. О. І. Пометун, Л. Пироженко «залежно від мети уроку та форм організації навчальної діяльності учнів виділяють чотири групи:

1) інтерактивні технології кооперативного навчання;
2) інтерактивні технології колективно-групового навчання;
3) технології ситуативного моделювання;
4) технології вирішення дискусійних питань» [196 , с. 33].

**Практико-орієнтований компонент** методики реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи визначається навчальною програмою з алгебри для учнів 7-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів та доповнено системою практико-орієнтованих завдань, якими у нашому дослідженні є *компетентнісно орієнтовані задачі* (п. 2.2., с. 102.). У компетентнісно орієнтованих задачах контекст забезпечує опис процесу або явища реальної дійсності чи професійної діяльності. Розв'язок такої задачі потребує застосування як знання алгебри, так і знання інших навчальних предметів. Компетентнісно орієнтовані задачі в школі, насамперед, виконують функцію міжпредметної інтеграції при збереженні теоретичної і практичної цінності кожного з навчальних предметів.

Найбільш важливим у процесі розв'язування компетентнісно орієнтованих задач є побудова математичної моделі реальної ситуації, описаної в задачі. Саме побудова моделі вимагає високого рівня математичної підготовки і виступає як один із головних результатів навчання. На нашу думку, компетентнісно орієнтовані задачі є засобом формування ПМК і СПМК учнів основної школи в процесі навчання алгебри.

**Діяльнісний компонент** методики реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи має на меті формування та розвиток досвіду застосування знань, вмінь і навичок з алгебри. Досвід математичної діяльності розвивається в процесі виконання усіх видів навчальної праці учня на уроках та в позаурочний час. Найбільш вагомим фактором в цьому контексті з метою формування математичних компетентностей учнів основної школи, на нашу думку, є *самостійна робота учнів*, яку необхідно практикувати систематично та з використанням різноманітних методів, форм та засобів діяльності.

Самостійна робота учнів розглядалась у різних напрямах в працях таких учених як А. М. Алексюк [3], В. І. Бондар [25], В. К. Буряк [36], С. У. Гончаренко [67], Т. І. Ільїна [108], І. Я. Лернер [143], М. І. Махмутов [158], В. Ф. Паламарчук [183], , П. І. Підкасистий [188],

О. Я. Савченко [212], М. М. Скаткін [222], Г. І. Щукіна [265], І. С. Якиманська [268] та ін. Методичні аспекти формування самостійної роботи як навчальної діяльності відображено у наукових працях Г. П. Бевза [13], О. С. Дубинчук [84], М. І. Жалдака [92], З. І. Слєпкань [226], І. Є. Унт [239], В. О. Швеця [260].

Аналіз вказаних праць дає можливість зробити висновок про те, що ефективність процесу навчання алгебри на засадах КП залежить від організації самостійної навчально-пізнавальної діяльності учнів.

Під *самостійною роботою* учнів ми розуміємо навчальну діяльність, яка виконується під керівництвом учителя, однак без його особистої участі. Самостійна робота – це активна пізнавальна діяльність школярів, спрямована на реалізацію найбільш доцільних способів розв'язування поставлених учителем завдань та аналізу результатів своєї роботи.

В сучасній школі одним з методів самостійної роботи учнів є *метод проектів.* Він допомагає оволодіти навичками раціонального вибору методів, засобів та форм здійснення навчальної діяльності, а також розвитку та актуалізації життєвого досвіду учнів. Дослідженнями з питань проектної методики займаються Є. В. Ахмеджянова [7], В. В. Гузєєв [72], І. А. Зімняя [103], І. М. Іонова [113], Є. С. Полат [191], Т. О. Степаненко [228], Г. В Фенченко [242] та ін.

І. А. Зімняя дає таке визначення цьому поняттю: «Метод проектів – це творча діяльність, проблемна за формою подання матеріалу, практична за формою його застосування, інтелектуально насичена за змістом, яка відбувається в умовах постійного конкурсу думок» [242, с. 75].

Є. С. Полат говорить, що метод проектів – «узагальнена модель визначення способу досягнення поставленої мети, алгоритм пізнавальної діяльності» [191, с. 37].

У педагогічній енциклопедії метод проектів це – «система навчання, за якої учні здобувають знання у процесі планування і виконання практичних завдань» [185, с. 806].

Використання методу проектів допомагає вчителям розв’язати важливі дидактичні проблеми: проблему колективної роботи учнів, проблему зв’язку між учителем та учнями, проблему протиріччя між вербальним характером навчання і завданнями різнобічного розвитку, проблему з великим обсягом навчального матеріалу [257, с. 5]; проблему формуванням математичних компетентностей.

**Рефлексивний компонент** методики реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи полягає у розвитку самоконтролю та самооцінки учня в процесі навчання алгебри. Формування рефлексії пізнавальної діяльності забезпечує технологія *учнівського портфоліо*. Згідно із «Загальними критеріями оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої освіти» (затверджено наказом МОН № 371 від 05.05.2008 року) портфоліо є одним з методів оцінювання навчальних досягнень учнів, «основна суть якого – «показати все, на що ти здібний(а)». Педагогічна ідея портфоліо передбачає зміщення акценту з незнання учнів на індивідуальні досягнення, активну участь у накопиченні різних видів робіт; інтеграцію кількісних і якісних оцінок; підвищення ролі самооцінки. Таке оцінювання передбачає певну підготовку: визначення критеріїв для включення учнівських досягнень до портфоліо; форми подання матеріалу; спланованість процесу контролю та оцінювання; елементи самооцінки з боку учня тощо» [170].

Проблемі використання портфоліо в навчально-виховному процесі присвячені роботи О. П. Буйницької [31] (портфоліо в навчанні фізики), Г. Б. Голуб [54] (портфоліо в системі педагогічної діагностики), І. Р. Калмикової [116] (портфоліо як засіб самоорганізації та саморозвитку особистості), Н. Б. Копняк [125] (портфоліо як засіб оцінювання знань учнів з інформатики), В. М. Лізинського [145] (портфоліо як засіб виховання), Т. Н. Макарової [151] (загальна методика використання портфоліо в освіті), Т. Г. Новікової [200] (портфоліо як засіб індивідуального оцінювання учнів), М. А. Федорової [241] (зарубіжний досвід використання портфоліо).

У сучасній вітчизняній науково-педагогічній літературі та освітній практиці портфоліо розглядається в контексті навчання в початковій школі; проектної методики (в основному це стосується викладання інформатики); європейського мовного портфоліо; професійної діяльності вчителя у системі підвищення кваліфікації; адміністративної діяльності навчального закладу. Практично відсутні публікації, які пропонують методи і форми використання портфоліо як засобу оцінювання результатів навчально-пізнавальної діяльності учнів в процесі вивчення шкільних предметів, зокрема – алгебри основної школи.

Портфоліо є одночасно формою, процесом організації і технологією роботи учнів з продуктами їх власної творчої, дослідницької, проектної діяльності. В процесі роботи з портфоліо учень усвідомлює власну суб'єктну позицію. На нашу думку, портфоліо учня є одним із дієвих способів формування ключових та предметних компетентностей, при цьому акцент зміщується з того, що учень не знає і не вміє, на те, що він знає і вміє з даної теми, даного предмету, а шкільна оцінка трансформується в самооцінку.

Ідея використання портфоліо учня останнім часом набуває широкого поширення в практиці загальноосвітньої школи. За допомогою портфоліо вчителі прагнуть конструювати і реалізовувати індивідуальні освітні траєкторії учнів. При цьому, крім «накопичувальної», портфоліо виконує діагностичну і прогностичну функції.

«Залежно від того, з якою метою створюється портфоліо і в чому полягають особливості його змісту, можна виділити наступні види портфоліо:

- власне портфоліо (для себе);
- портфоліо-звіт (для вчителя)
- портфоліо досягнень (включає в себе кращі результати роботи учня);

− рефлексивне портфоліо (включає в себе матеріали та оцінку і самооцінку досягнення цілей, особливостей перебігу та якості роботи з різними джерелами інформації, відчуттів, роздумів, вражень тощо);

− проблемно-орієнтоване портфоліо (включає всі матеріали, що відображають цілі, процес і результат розв’язання якої-небудь проблеми);

− тематичне портфоліо (включає матеріали, що відображають роботу учня в рамках тієї чи іншої теми)» [96].

Портфоліо учня як засіб оцінювання результатів навчання в умовах КП, на нашу думку, доцільно будувати у формі *тематичного портфоліо*.

Який би не був вид портфоліо, він являє собою набір матеріалів, структурованих певним чином. Великі блоки матеріалів називаються розділами, всередині них виділяються рубрики. Кількість розділів і рубрик, а також їх тематика можуть бути різними і визначаються в кожному конкретному випадку.

Структура портфоліо та наступна його підтримка в процесі виконання завдань узгоджуються вчителем та учнями. Враховуючи, що вчитель використовує портфоліо для організації зворотного зв'язку, він може наполягти на деяких необхідних для цього елементах структури портфоліо, залишаючи учням можливість будувати своє портфоліо відповідно до індивідуальних особливостей. З часом структура портфоліо може змінюватися.

Щодо змісту портфоліо, то для нього є характерною максимальна різноманітність матеріалів: короткі записи, пов'язані з ходом виконання певних завдань, схеми, таблиці, графіки, діаграми; звіти; спостереження; плани і результати досліджень; аудіо- та відеоматеріали, описи робіт, довідки, грамоти. сертифікати і т. п.

Кожний матеріал, який міститься в портфоліо, бажано супроводжувати коротким рефлексивним коментарем учня з метою самооцінки результатів діяльності. Ця частина роботи з портфоліо є найбільш складною для учнів, оскільки здатність до самоаналізу у них недостатньо розвинута.

Вкажемо також на важливу, на нашу думку, залежність змісту та структури портфоліо учня з алгебри від етапу навчання, віку учнів та тих дидактичних і виховних цілей, які вчитель пов’язує з використанням цього методу оцінювання. На нашу думку, працювати з портфоліо варто починати з перших днів навчання в основній школі та активно застосовувати ті інструменти, якими сучасні школярі володіють краще, ніж більшість учителів, а саме –інформаційно-комунікаційні технології.

В Законі України «Про Основні засади розвитку інформаційного суспільства в Україні на 2007–2015 роки» вказано, що однією з найважливіших особливостей нашого часу є «перехід розвинутих країн світу від постіндустріального до інформаційного суспільства, що зумовлює необхідність упровадження інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) в усі сфери життєдіяльності» [97]. Не винятком є і освіта. В нормативних державних документах, а саме: Концепції середньої загальноосвітньої школи, Державному стандарті базової і повної загальної середньої освіти, Програмі з математики для загальноосвітніх навчальних закладів вказано, що сучасні інформаційні технології створюють сприятливі умови для формування як предметних, так і ключових компетентностей учнів. Ви образили закон україни

В дослідженнях багатьох вчених, зокрема: С. Г. Грирорьева, О. М. Гудиревої, А. А. Дзюбенко, І. Г. Захарова, С. А. Ракова по-різному тлумачиться поняття ІКТ.

С. Г. Григор’єв у своїй роботі ІКТ визначає як узагальнене поняття, що описує різноманітні методи, способи та алгоритми збору, накопичення, опрацювання, подання й передавання інформації [69].

В О. М. Гудиревої ІКТ охарактеризовано як «…новий вимір у просторі навчання. Це необхідний помічник учителя, інструмент для досягнення ним педагогічних цілей, але не панацея від усього традиційного. Комп’ютер ні в якому разі не замінить живого спілкування з учителем, впливу особистості вчителя. Комп’ютер – це знаряддя, яке покращує роботу вчителя, але

спочатку вчителеві треба докласти чимало зусиль для опанування знаряддям, необхідно творчо проводити підбір матеріалу до уроків, переглянути методику викладання з погляду застосування ІКТ на уроці» [71, с. 27].

А. А. Дзюбенко інформаційні комунікаційні технології навчання розглядає як «сукупність програмних, технічних, комп'ютерних і комунікаційних засобів, а також способів та новаторських методів їхнього застосування для забезпечення високої ефективності й інформатизації освітнього процесу» [81].

І. Г. Захарова вважає, що ІКТ – «конкретний спосіб роботи з інформацією: це і сукупність знань про способи та засоби роботи з інформаційними ресурсами, і спосіб та засоби збору, обробки та передавання інформації для набуття нових відомостей про об'єкт, що вивчається» [99, с. 22].

С. А. Раков говорить, що «ІКТ в інформаційному суспільстві, тим більше в суспільстві знань, це значно більше, ніж технологія – це інфраструктура суспільства знань, це важлива складова методології, технології, методики навчальних та наукових досліджень, процесів конструювання…» [203, с. 35].

Впровадженням ІКТ у навчання математики за умов КП присвячено дослідження В. В. Ачкана, І. М. Зіненко, С. А. Ракова, О. В. Шавальової та інших.

В. В. Ачкан зазначає, що «сучасні інформаційні технології створюють сприятливі умови для формування як предметних, так і ключових компетентностей учнів. Цьому сприяє також те, що розв'язування будь-якої задачі із застосуванням комп'ютерних засобів передбачає роботу з різними формами інформації – текстової, цифрової, звукової, графічної – та дозволяє оформлювати результати діяльності за допомогою різноманітних засобів вираження: графіків, звуків, відеозображень тощо» [8, с. 57].

С. А. Раков вважає обов'язковим у процесі реалізації КП використання ІКТ: «компетентнісний підхід у навчанні з використанням ІКТ-технологій –

це рівнодійна усіх напрямів удосконалення математичної освіти у сучасному світі» [203, с. 5].

О. В. Шавальова наголошує на тому, що «інформаційно-комунікаційні технології є засобом забезпечення якісних змін у формах і методах навчання, істотного розширення обсягу і характеру доступних людині відомостей, засобів їх одержання і опрацювання», а їх використання у навчальному процесі забезпечує «…сприяння формуванню у студентів ключових компетентностей (зокрема компетентностей з ІКТ), а також галузевих і предметних компетентностей» [256, с. 64].

Підводячи підсумки аналізу публікацій, присвячених проблемам застосування ІКТ в освіті, можна стверджувати, що ІКТ – це засіб, без якого неможливо на сучасному етапі розвитку суспільства здійснювати навчання алгебри на засадах КП, як і загалом – кожного навчального предмету в загальноосвітній школі.

З метою розвитку і становлення компонентів методики реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри учнів основної школи необхідно використовувати в процесі навчання пакет стандартних програм MS Office, педагогічні програмні засоби, освітні ресурси мережі Інтернет.

Сьогодні існує значна кількість програмних засобів, які можна використовувати на уроках математики. Серед них «Gran1», «Gran2D», «Gran3D», «DERIVE», «EUREKA» «MathCAD», «MAPLE», «MATHEMATICA», «SchoolGraph» та інші.

Комплекс програм «GRAN» є одним з перших в Україні педагогічним програмним засобом для підтримки навчання математики. Його розробка розпочалась ще 1989 році авторським колективом під керівництвом видатного українського вченого Мирослава Івановича Жалдака, академіка НАПН України, доктора педагогічних наук, професора. Спочатку було створено «Gran1», а згодом з’явилися «Gran2D» і «Gran3D», розроблені О.В. Вітюком під керівництвом М. І. Жалдака. ППЗ «Gran1» призначений для «графічного аналізу функцій, звідки і походить його назва (GRaphic ANalysis)» [92, с. 8].

Його відносять до так званих програм-розв'язувачів. ППЗ «Gran2D» є програмою динамічної геометрії і «призначений для дослідження систем геометричних об'єктів на площині», а ППЗ «Gran3D» - дає можливість «оперувати моделями просторових об'єктів, що вивчаються в курсі стереометрії, а також забезпечує засобами аналізу та ефективного отримання відповідних числових характеристик різних об'єктів у тривимірному просторі» [91, с. 4]. Даний комплект не потребує спеціальних знань чи поглибленого вивчення застосування комп'ютера для розв'язування математичних задач. Використання таких програм дає можливість учневі розв'язувати різного типу завдання, при цьому не знаючи основних методів, формул чи правил перетворення.

Графічний супровід у процесі комп'ютерного розв'язування задачі дозволяє учневі легко запам'ятати алгоритм розв'язку та зрозуміти переваги комп'ютерних методів пізнання над традиційними. Завдяки таким програмним засобам математика стає «математикою для всіх», і учень, розв'язуючи задачу, «стає користувачем математичних методів, можливо не володіючи їх будовою і обґрунтуванням, аналогічно до того, як він використовує інші комп'ютерні програми (текстові, графічні, музичні редактори, електронні таблиці, бази даних, операційні системи, експертні системи), не знаючи, як і за якими принципами вони побудовані, якими мовами програмування описані, які теоретичні положення покладено в їх основу» [92, с. 4].

При розв'язуванні задач за допомогою комплекту програм «GRAN» на перший план «виступає з'ясування проблеми, постановка задачі, розробка відповідної математичної моделі, матеріальна інтерпретація отриманих за допомогою комп'ютера результатів» [92, с. 4], що і допомагає формувати в учнів математичну компетентність.

До сучасних освітніх засобів належить технологія *веб-квест*, яка створює умови для розвитку ключових та предметних компетентностей учнів. Робота школярів за цією технологією, на нашу думку, є доцільною під час навчання алгебри.

Веб-квест в освіті розглядається як цілеспрямований пошук інформації на визначену тему в мережі Інтернет. За Я. С. Биховським «веб-квест – це сучасна технологія, яка заснована на проектному методі навчання, що включає пошукову діяльність учнів разом з учителем із застосуванням нових інформаційно-комунікаційних засобів» [37].

Технологія веб-квест у навчанні школярів формує в них, насамперед, вміння працювати з освітніми ресурсами мережі Інтернет, знаходити ту інформацію, яка необхідна для розв’язання навчальних завдань. Веб-квест поєднує в собі якості дидактичної гри та методу проектів, а тому його доцільно використовувати саме у компетентнісному навчанні.

У нашому дослідженні одним із елементів методики організації навчання алгебри є компетентнісно орієнтовані задачі, характерною особливістю яких є необхідність шукати та використовувати інформацію, що не міститься безпосередньо в навчальній програмі та шкільних підручниках з алгебри. Саме компетентнісно орієнтовані задачі можуть забезпечити змістовий компонент веб-квестів з алгебри для основної школи.

Участь у веб-квесті потребує від учнів володіння способами та засобами навчально-пізнавальної діяльності на основі ІКТ, вміннями представляти отримані результати не лише у вигляді тексту, а й у форматі мультимедіа.

Основна перевага використання веб-квестів у процесі навчання алгебри полягає в тому, що крім вдосконалення умінь і навичок роботи в мережі Internet, використання певного програмного забезпеченням (MS PowerPoint, MS Publisher, MS Excel тощо), готуючи звіт про результати веб-квесту, учні поглиблюють, узагальнюють, систематизують математичні знання, краще розуміють місце і роль математики в розвитку суспільства.

Для проведення веб-квесту вчителю необхідно сторити сайт в мережі Інтернет, для чого можна скористатися одним з безкоштовних ресурсів. Такі ресурси містять заздалегідь створені шаблони сайтів і дозволяють їх редагувати.

Пошук зручного онлайн конструктора веб-сайтів та блогів, де можна створити власний веб-квест, дозволив відібрати найбільш зручні платформи: WordPress.com, BIog.com, Blogger Google Blogger, Webnode тощо.

Виконаний аналітичний огляд методів, форм і засобів методики організації компетентністного навчання алгебри учнів основної школи дозволяє систематизувати процес формування ПМК і СПМК учнів основної школи та представити його у формі структурно-логічної схеми (Схема 1.2.).

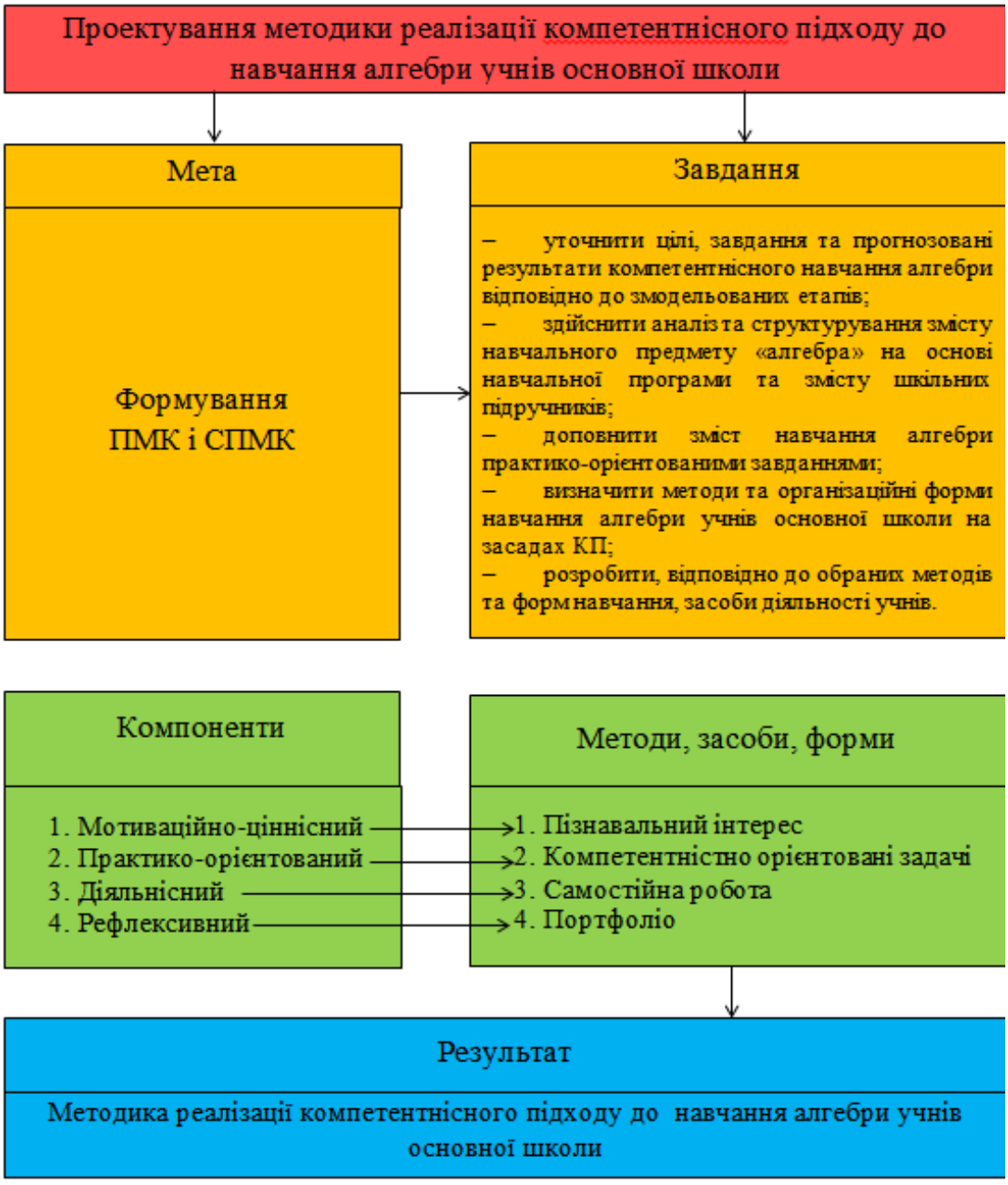


Схема 1.2. Структурно-логічна схема методики реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри учнів основної школи

## Висновки до першого розділу

Реалізація компетентнісного підходу до навчання алгебри учнів основної школи полягає у забезпеченні формування предметної математичної компетентності та спеціальних предметних математичних компетентностей: обчислювальної, процедурної, графічної, логічної та практико-орієнтованої.

Одним із шляхів упровадження КП в шкільну математичну освіту є інтеграція компетентнісного навчання алгебри в традиційне навчання. Методика реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи, спрямована на формування ПМК і СПМК, складається з мотиваційно-ціннісного, практико-орієнтованого, діяльнісного, рефлексивного компонентів та ґрунтується на системному, аксіологічному, особистісно-діяльнісному, компетентнісному підходах з використанням засобів навчання на основі ІКТ.

Процес формування математичних компетентностей в учнів 7-9 класів залежить від психологічних закономірностей розвитку особистості школярів підліткового віку. Цей період є сензитивним щодо формування ПМК і СПМК, оскільки спирається на інтенсивний розвиток інтелекту учнів, їхнє прагнення до дорослості, самостійності, самореалізації.

Реалізація КП до навчання алгебри учнів основної школи потребує формування та розвитку в школярів пізнавального інтересу, доповнення змісту навчання компетентнісно орієнтованими задачами, застосування різноманітних форм самостійної роботи учнів, впровадження поряд з традиційними методами контролю та оцінювання результатів навчальної діяльності методу портфоліо.

Основні результати першого розділу дисертації висвітлено у працях автора [55-61, 66].

# РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА РЕАЛІЗАЦІЇ КОМПЕТЕНТНІСНОГО ПІДХОДУ В НАВЧАННІ АЛГЕБРИ УЧНІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ

## 2.1. Мотиваційно-ціннісна складова компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи

Реалізація компетентнісного підходу в процесі навчання алгебри учнів основної школи потребує визначення шляхів формування мотивації пізнавальної діяльності школярів як однієї з складових компетентнісного навчання. Метою навчання алгебри на засадах КП є формування в учнів предметної математичної компетентності та спеціальних предметних математичних компетентностей, які є складними психологічними утвореннями особистості учня. Вони ґрунтуються, насамперед, на усвідомленні учнями цінності математичних знань та формування в них потреби володіти цими знаннями для повноцінного життя в сучасному суспільстві.

Усвідомлена потреба в математичних знаннях виступає психологічною основою формування мотиваційно-ціннісної складової методики реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи. Відповідно до запропонованої нами концептуальної моделі навчання алгебри на засадах КП реалізація цієї складової забезпечується цілеспрямованим розвитком в учнів 7-9 класів пізнавального інтересу до навчання алгебри. З цією метою необхідно збагатити зміст навчання алгебри навчальними завданнями, які:

1) розкривають значення математичних знань в різних сферах людського суспільства;

2) містять цікаві факти з історії розвитку математики;

3) виявляють зв'язок математики з іншими шкільними предметами;

4) навчають нестандартним доведенням властивостей алгебраїчних понять;

5) є завданнями підвищеної складності.

Розглянемо приклади реалізації кожного з цих напрямів розвитку пізнавального інтересу на уроках алгебри.

З метою мотивації вивчення теми «Степінь з натуральним показником» (7 клас) вчитель у формі вступної бесіди надає учням інформацію про використання цього поняття в різних галузях людського пізнання.

*Розповідь учителя*. В алгебрі, крім дій додавання, віднімання, множення та ділення використовують дію піднесення до степеня. Чому з'явилась потреба в цій дії? Розглянемо декілька прикладів. Насамперед необхідність у цій дії пов'язана з обчисленням площ та об'ємів.

Однак в різних науках і людській практиці ми зустрічаємось з необхідністю обчислювати не лише другий та третій степені числа. Наприклад, інженер-гідротехнік враховує у своїй діяльності залежність шостого степеню: якщо швидкість течії в одній річці в чотири рази більша за швидкість в іншій річці, то більш швидка річка здатна перекочувати каміння в $4^6$, тобто в *4096* разів більш важке, ніж повільна.

Дію піднесення до степеня часто використовують астрономи. Досліджуючи Всесвіт, на кожному кроці потрібно використовувати величезні числа. Наприклад, маса Сонця в грамах становить *1983000000000000000000000000000000*.

Зрозуміло, що виконувати обчислення з такими числами дуже довго, та й при цьому легко помилитися. Дія піднесення до степеню дає простий вихід з такої ситуації. Оскільки можна скорочено записати $100 = 10^2$, $1000 = 10^3$, $10000 = 10^4$ і т. д., то наведені раніше числа-велетні можна представити наступним чином: перше – $950 \cdot 10^{22}$, друге – $1983 \cdot 10^{30}$ [10, с. 140].

Розповідь учителя можна перетворити в більш активну форму пізнавальної діяльності учнів, запропонувавши їм попередньо знайти в друкованих джерелах або мережі Інтернет відповіді на чітко сформульовані запитання, наприклад, наступні:

− Якою є довжина екватора Землі? Відповідь запишіть в сантиметрах (*4007600000 см*).

– Якою є маса Сонця? Відповідь запишіть в грамах (*1983000000000000000000000000000000 г*).

– Якою є відстань від Сонячної системи до туманності Андромеди? Відповідь запишіть в кілометрах (*950000000000000000000 км*).

– Якою є маса піраміди Хеопса? Відповідь запишіть в кілограмах (*5000000000000 кг*).

Посилити усвідомлення учнями потреби вивчати поняття «степінь з натуральним показником» можна також, створивши презентацію в програмі Power Point. Поєднання цікавих наукових фактів, які стосуються не лише математики, яскравих ілюстрацій, представлених на слайдах презентації і творчого завдання для самостійної пошукової роботи, позитивно впливають на становлення пізнавального інтересу семикласників на початку вивчення теми «Степінь з натуральним показником».

Використання цікавих фактів з історії розвитку математики також сприятиме розвитку пізнавального інтересу. Наприклад, на початку вивчення теми «Числові послідовності» (9 клас) учитель розповідає учням легенду про видатного математика Абрахама де Муавра.

*Розповідь учителя*. Математика – дивовижна наука, якій під силу пояснити, розрахувати, передбачити все, що не піддається розуму пересічної людини. Так думає багато людей. Життя і смерть відомого англійського математика французького походження Абрахама де Муавра часто пов’язують з містичною силою математики, її здатністю передбачувати події. Справді, Муавр є автором багатьох визначних математичних відкриттів, зокрема, формули Муавра у вченні про комплексні числа. Однак прославився він тим, що передбачив точну дату своєї смерті. Переступивши поріг старості, Муавр помітив, що його сон, який на протязі багатьох років тривав *6* годин, з кожним наступним днем стає довшим на *15* хвилин. Він висунув гіпотезу – коли його сон досягне величини *24* години, в цей день він помре. Гіпотеза виявилась правильною – Муавр помер точнісінько в той день, який передбачив.

Муавр зміг вирахувати дату своєї смерті за допомогою знання про властивості арифметичної прогресії. Чи цікаво було б вам дізнатись, скільки років, місяців чи днів прожив цей математик, знаючи точну дату своєї смерті та що він встиг ще зробити за цей час? Відповіді на це та інші цікаві запитання ви знайдете у розділі «Числові послідовності», який ми розпочинаємо вивчати.

Розповідь вчителя про Муавра та поставлені ним запитання створюють проблемну навчальну ситуацію, в основі якої лежить пізнавальний інтерес: «Чи насправді існують такі математичні формули, які дозволили вченому передбачити дату своєї смерті?». Після того, як учні доведуть основні формули, що описують властивості арифметичної прогресії, вчителю потрібно повернутися до загадкової історії про Муавра та виконати разом з учнями ті обчислення, результатом яких є точна дата смерті Муавра. Така робота переконає учнів у тому, що математичні знання дозволяють пояснювати факти, які здаються загадковими.

Розвитку пізнавального інтересу також сприяють задачі, які виявляють зв’язок математики з іншими шкільними предметами. Розглянемо для прикладу задачу, розв’язування якої потребує знань з алгебри і хімії.

Задача 1. Гірник за *30* років роботи на шахтах видобув залізної руди масою *1 000 000* тонн, що містить *80%* ферум (*III*) оксиду. Скільки велосипедів можна виготовити із цієї руди, якщо на виготовлення одного велосипеда витрачається залізо масою *20 кг* [261].

Повідомивши учням умову задачі, вчитель запитує, хто з них має велосипед або хоче його мати? Очевидно, що всі учні класу дадуть ствердну відповідь на це запитання. Вчитель може активізувати інтерес учнів до цієї задачі також фактами про користь використання велосипеду для здоров’я людини, для збереження атмосфери Землі, для вирішення транспортних проблем у великих містах тощо. Крім того варто наголосити на тому, що розв’язування цієї задачі дозволить учням усвідомити цінність такої важкої фізичної праці, як праця гірника.

Далі вчитель та учні спільно виконують аналіз умови задачі, шукаючи відповіді на наступні запитання.

Запитання: як визначити кількість велосипедів, виготовлених з руди, добутої гірником?

Відповідь: щоб визначити кількість велосипедів, які можна виготовити з руди добутої гірником, потрібно взнати, скільки всього заліза можна отримати з цієї руди.

Запитання: як знайти масу заліза, яке можна отримати з видобутої руди?

Відповідь: щоб знайти масу заліза, потрібно знати масу ферум (*III*) оксиду, який міститься в руді.

Запитання: як визначити масу ферум (*III*) оксиду?

Відповідь: щоб визначити масу ферум (*III*) оксиду, потрібно знайти 80% від загальної маси руди.

Далі учні виконують розв'язування задачі:

1. Скільки тонн ферум (*III*) оксиду міститься в залізній руді масою *1 000 000* тонн: *1 000 000 · 0,8 = 800 000* (т).

2. Скільки тонн ферума міститься в ферум (*III*) оксиді масою *800 000* т:

Формула ферум (*III*) оксиду – $Fe_2O_3$.

Молярна маса феруму – *56*, молярна маса оксиду – *16*, молярна маса ферум (*III*) оксиду – $56 \cdot 2 + 16 \cdot 3 = 160$.

На кожних *160* одиниць маси ферум (*III*) оксиду припадає *112* одиниць маси феруму.

На основі цього складаємо пропорцію: $\frac{x}{800000} = \frac{112}{160}$

З пропорції отримуємо: $x = 560\,000$ (т). Отже, кількість заліза становить 560 000 000 кг.

Тепер легко знайти кількість велосипедів:

*560 000 000 : 20 = 28 000 000* (шт).

Відповідь: *28 000 000* велосипедів.

Розглянемо ще одну задачу, яка реалізує міжпредметні зв’язки між алгеброю і біологією.

Задача 2. Типовий шкідник зі світу комах — сарана, самка якої відкладає у рік близько сотні яєць. Вважаючи, що половину кожного покоління становлять самки, визначте, яку площу займе десяте покоління сарани. Вважайте для спрощення, що доросла комаха займає площу *5* см$^2$.

*Розв’язання*

Перше покоління налічує $100$ комах. Друге — $50 \cdot 100$, третє — $50 \cdot 50 \cdot 100$, або $100 \cdot 50^2$, і так далі до десятого, чисельність якого має дорівнювати:

$$100 \cdot 50^9 = 2 \cdot \left(\frac{100}{2}\right)^{10} = 2 \cdot \left(\frac{10^{20}}{2^{10}}\right) = 2 \cdot \frac{10^{20}}{1024}. \approx 2 \cdot \frac{10^{20}}{10^3} = 2 \cdot 10^{17}$$

Отже, маємо приблизно $2 \cdot 10^{17}$ комах.

Кількість квадратних сантиметрів, які займає така кількість комах, дорівнює: $5 \times 2 \cdot 10^{17} = 10^{18}$.

Оскільки у квадратному кілометрі міститься $10^{10}$ см$^2$, то площа, яку займає десяте покоління сарани дорівнює $10^{18} : 10^{10} = 10^8$ км$^2$.

Після того як учні отримали відповідь, вчитель пропонує порівняти отриману величину з площею поверхні нашої планети.

Поверхня Земної кулі дорівнює $5 \cdot 10^8$ кв. км, тобто лише у *5* разів більша. Отже, при безперешкодному розмноженні сарана упродовж *10* років вкрила б усі материки нашої планети. На щастя, окрім браку їжі, розмноження саранових зазвичай значно обмежується їхніми природними ворогами, головним чином паразитами-грибками та деякими комахами. Проте перелітна сарана нерідко з’являється величезними хмарами, які закривають Сонце. Нашестя сарани можуть позбавити їжі мільйони людей і бувають через 10-20 років за умови сприятливих погодних умов. Спостерігалися випадки, коли чисельність сарани оцінювалась у сто і більше мільярдів особин.

Тому однією з важливих проблем розвитку сільського господарства на тих територіях, які є природнім ареалом життєдіяльності сарани (субтропічна і тропічна зони Африки, Аравії, Індії і Пакистану) є проблема ефективної боротьби з її розмноженням. Сьогодні людство використовує наступні методи боротьби з сараною: отрутохімікати, які знищують сарану в момент її приземлення на годівлю, цей спосіб не використовують в останні десятиліття через шкоду отрути для ґрунтів; шум, оскільки сарана боїться вібрацій повітря; спеціально культивований небезпечний для сарани грибок, який миттєво вбиває комах та зберігає свою дію протягом року.

Доцільно попередньо запропонувати учням знайти самостійно цікаві факти про сарану, що посилить інтерес до розв'язування цієї задачі.

Наведені приклади задач, для розв'язування яких необхідно володіти не лише знаннями з алгебри, а й з інших шкільних предметів природничого циклу, дозволяють сформувати в учнів розуміння того, що алгебра не є лише частиною шкільної освіти, а виступає інструментом дослідження природи, застосовується в техніці, економіці тощо. Кожна з цих задач крім математичної моделі містить інформацію, яка належить до інших освітніх галузей і, що на нашу думку є більш вагомим – цікаві для учнів факти, які мають практичне спрямування. Розв'язування таких завдань на уроках алгебри і в процесі виконання домашніх завдань сприяє становленню позитивної мотивації до вивчення алгебри та формуванню ПМК і СПМК.

З метою розвитку пізнавального інтересу до навчання алгебри варто, на нашу думку, використовувати завдання на доведення теорем та властивостей алгебраїчних понять, які не завжди містяться у тексті шкільних підручників. Прикладом такого завдання може бути у темі «Квадратні рівняння» (8 клас) розв'язування квадратних рівнянь методом «перекидання» коефіцієнтів.

Розглянемо квадратне рівняння $ax^2 + bx + c = 0$. Помножимо обидві його частини на а, отримаємо рівняння $a^2x^2 + abx + ac = 0$. Нехай $ax = y$, отримуємо зведене квадратне рівняння $y^2 + by + ac = 0$, рівносильне даному. Його корені знайдемо, використовуючи теорему Вієта. Щоб знайти

корені вихідного рівняння, потрібно знайдені числа поділити на його перший коефіцієнт.

Цей спосіб розв'язування квадратних рівнянь варто використовувати лише за умови, що отримане зведене рівняння нескладно розв'язати усно за допомогою теореми Вієта.

Задача 3. Розв'язати квадратне рівняння $2x^2 - 11x + 15 = 0$ методом «перекидання коефіцієнтів».

«Перекинемо» коефіцієнт *2* до вільного члену *15*, помножимо ці числа, отримаємо рівняння: $y^2 - 11y + 30 = 0$.

Згідно з теоремою Вієта: $y_1 = 5, y_2 = 6,$ тоді $x_1 = 5/2\,,\ x_2 = 6/2.$

Відповідь: *2,5; 3*.

Навчальна програма з алгебри для восьмого класу ставить наступну вимогу до вміння учнів розв'язувати квадратні рівняння: знайти дискримінант квадратного рівняння, якщо дискримінант набуває невід'ємного значення, то можна вирахувати корені квадратного рівняння за завченими формулами коренів. Інколи такі обчислення із врахуванням від'ємних знаків коефіцієнтів квадратного рівняння та операції добування кореня квадратного з дискримінанту є складними для восьмикласників, а тому нерідко виконуються з помилками. З огляду на це запропонований метод розв'язування квадратних рівнянь «перекиданням коефіцієнтів» є менш громіздким і швидким, однак за умови – вміння користуватися теоремою Вієта. Цим методом можна користуватися усно, якщо побудоване квадратне рівняння дозволяє усно знайти його корені. Володіння не лише єдиним методом розв'язування певного типу задач переконує учнів в універсальності математичних способів діяльності, можливості вибору оптимального методу залежно від конкретної ситуації, і таким чином сприяє становленню мотивації до навчання алгебри.

Одним з ефективних засобів формування пізнавального інтересу до навчання алгебри є розв'язування завдань підвищеної складності. У темі

«Системи лінійних рівнянь» (7 клас) доцільно із зазначеною метою розв’язати наступну задачу.

Задача 3. Родина Лотоцьких складається з батьків та дітей. Середній вік одного члена родини – *18* років. Якщо тато, якому *42* роки, їде у відрядження, то середній вік одного члена родини – *14* років. Скільки дітей у родині Лотоцьких?

Розв’язання.

Нехай $x$ – кількість дітей $y$ родині Лотоцьких, $(x+2)$ – кількість членів родини, $y$ – сума років мами і дітей. Складаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{42+y}{x+2} = 18, \\ \dfrac{y}{x+1} = 14; \end{cases}$$

$$y = 14x+14,$$

$$42+14x+14=18x+36,$$

$$4x=20,$$

$$x=5.$$

*Відповідь: 5* дітей.

Не зважаючи на просту сюжетну основу цієї задачі, вона є складною для 7-класників, оскільки без вдалого вибору невідомих величин досить важко побудувати систему лінійних рівнянь, яка є її математичною моделлю. Крім того побудована система рівнянь не має стандартного вигляду, що є незвичним для учнів і, в свою чергу, може викликати труднощі у процесі розв’язку. Після того, як задача розв’язана, вчителю необхідно звернути увагу учнів на те, що її математичною моделлю є система двох лінійних рівнянь з двома невідомими, однак її будова, а також способи розв’язування відрізняються від стандартних. Таке розуміння дозволяє формувати в учнів критичне мислення, готовність застосовувати знання з алгебри в нестандартних ситуаціях, розуміти цінність своєї навчальної праці.

Один із напрямів формування пізнавального інтересу на уроках алгебри є створення проблемних навчальних ситуацій. Розглянемо приклад

такої ситуації на першому уроці теми «Формули скороченого множення» (7 клас). Учитель розпочинає урок з того, що пропонує учням змагання: «Зараз ми напишемо на дошці три приклади і позмагаємось, хто швидше розв’яже? Ви можете користуватись калькуляторами, а я буду рахувати усно». Учитель обирає разом з учнями суддю змагання, який за допомогою секундоміра буде відзначати швидкість розв’язування завдань. Учитель просить одного з учнів назвати два послідовних трицифрових натуральних числа. Наприклад, школяр назве *126* і *127*. Учитель записує на дошці різницю квадратів цих чисел. Тепер вчитель і клас обчислюють на швидкість значення цього виразу. У змаганні переможе вчитель. Знову вчитель звертається до одного з учнів і просить того назвати будь-які два двоцифрових десяткових дроби. Нехай учень назвав *1,4* і *2,7*. Тепер клас і вчитель змагаються при обчисленні різниці квадратів цих чисел. Зрозуміло, що вчитель, користуючись формулами скороченого множення, легко перемагає в змаганні. Змінюючи числові значення і неодмінно перемагаючи, учитель, зрештою, доб'ється від учнів вигуку: «Ви знаєте якийсь секрет!» Відповідь учителя: «Так, я дійсно володію таким математичним знанням, яке дозволяє швидко розв’язувати подібні приклади і ще багато інших важливих та цікавих задач. Сьогодні ви також навчитесь так швидко рахувати. Запишіть тему уроку».

Наведений приклад ілюструє такий тип проблемної навчальної ситуації, в якій учням не вистачає знань для того, щоб швидко і правильно розв’язати завдання. Посилює значення цієї ситуації те, що вчитель у запропонованому змаганні завжди перемагає. Проблемна ситуація повинна набути свого завершення після того, як буде доведена формула скороченого множення для добутку суми і різниці двох виразів. Такий початок уроку з даної теми відразу викликає інтерес в учнів до її вивчення.

З метою формування пізнавального інтересу в навчанні доцільно використовувати потенціал ігрових методів. Можливості для створення ігрових ситуацій у шкільному курсі алгебри надзвичайно великі. Розглянемо приклад ігрової ситуації, яку можна реалізувати в процесі навчання теми

«Лінійна функція» (7 клас). Поняття лінійної функції $y = kx + b$ можна вважати сформованим, якщо учні вміють обчислювати значення функції за відомим значенням аргументу і навпаки. Після досягнення достатнього рівня володіння цими вміннями вчитель пропонує учням гру «Відгадай формулу». Учитель викликає до дошки учня, дає йому картку із завданням. На картці записано формулу лінійної функції, наприклад $y = 3x - 5$. На дошці накреслена таблиця 2.1. (незаповнена):

Таблиця 2.1.

**Значення лінійної функції**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x | 1 | 2 | 3 | |
| y | -2 | 1 | 4 | |

Учитель дає завдання одному з учнів в класі – задати деяке значення аргументу. Учень біля дошки заносить це значення в таблицю та обчислює відповідне значення функції. Таким чином заповнюються усі комірки таблиці, після чого школярі мають відгадати формулу, якою задано лінійну функцію. Виграє той учень класу, який перший назве формулу функції, записану на картці, він отримує високу оцінку. Цю ж ігрову ситуацію можна використати для формування вміння будувати таблицю значень функції, а надалі – для вміння будувати графік лінійної функції.

Наведений приклад передбачає, що учні володіють поняттям лінійної функції та вміють визначати значення функції за відомим значенням аргументу. Однак запропонована форма роботи є більш складною і творчою, ніж пряме завдання – підставити значення аргументу у формулу, якою задано функцію. Творчим елементом такого завдання виступає вимога «вгадати» формулу даної функції. Очевидно, що виконання запропонованого завдання викликає в учнів більший інтерес та концентрацію уваги, ніж завдання звичайного змісту.

Потужним потенціалом щодо розвитку пізнавального інтересу в навчанні алгебри володіють інтерактивні методи, зокрема [196]:

- кооперативного навчання;
- колективно-групового навчання;
- ситуативного моделювання;
- метод навчальної дискусії.

Як приклад розглянемо роботу на основі колективно-групового методу навчання під час уроку узагальнення та систематизації знань з теми «Розв'язування систем лінійних рівнянь» (7 клас). У вступній частині уроку учні повторюють основні методи розв'язування систем лінійних рівнянь з двома невідомими: графічний, підстановки, додавання. При цьому вчитель звертає увагу учнів на переваги і недоліки кожного з методів. У основній частині уроку вчитель ділить учнів на групи, в кожній групі він обирає учня-консультанта (учень, який добре засвоїв матеріал теми) і роздає завдання кожній групі:

Таблиця 2.2.

**Розв'язати систему графічним методом**

| 1 група | 2 група | 3 група | 4 група |
|---|---|---|---|
| $\begin{cases} 2x+y=5 \\ -3x+2y=-4 \end{cases}$ | $\begin{cases} 2y=-x+4 \\ x+2y=3 \end{cases}$ | $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ 2+4y=6x \end{cases}$ | $\begin{cases} y+2x=-3 \\ y+1=0 \end{cases}$ |

Консультанти розв'язують завдання разом із членам своєї групи, допомагаючи тим учням, які ще недостатньо володіють графічним методом розв'язування систем лінійних рівнянь. Після того, як завдання в групі розв'язали усі учні, консультант показує розв'язок учителю, який оцінює виконання завдання.

1 група

$$\begin{cases} 2x+y=5; \\ -3x+2y=-4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-2x+5; \\ y=1{,}5x-2. \end{cases}$$

1. $y=-2x+5$

| x | 0 | 2 |
|---|---|---|
| y | 5 | 1 |

2. $y = 1{,}5x - 2$

| x | 0 | 4 |
|---|---|---|
| y | -2 | 4 |

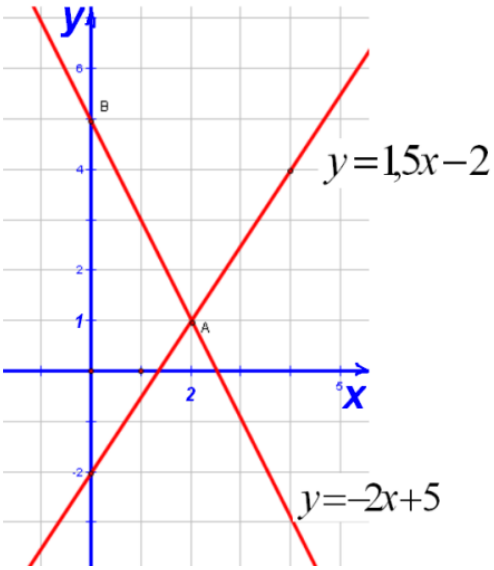


*Рис. 2.1.*

Відповідь: *(2;1).*

2 група

$$\begin{cases} 2y = -x + 4; \\ x + 2y = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -0{,}5x + 2; \\ y = -0{,}5x + 1{,}5. \end{cases}$$

Кутові коефіцієнти однакові, прямі не перетинаються.

Відповідь: система немає розв’язку.

3 група

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1; \\ 2 + 4y = 6x. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1{,}5x - 0{,}5; \\ y = 1{,}5x - 0{,}5. \end{cases}$$

Рівняння однакові, прямі співпадають.

Відповідь: система має нескінченну множину розв’язків.

4 група

$$\begin{cases} y + 2x = -3; \\ y + 1 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -2x - 3; \\ y = -1. \end{cases}$$

1. $y = -2x - 3$

| x | 0 | 2 |
|---|---|---|
| y | -3 | -7 |

2. $y = -1$

Графік – пряма, паралельна осі *OX*.

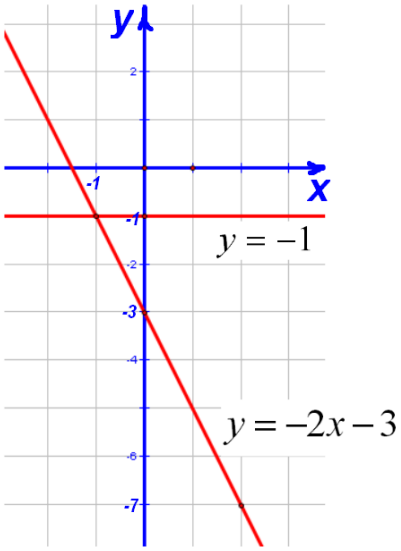


*Рис. 2.2.*

Відповідь: *(-1; -1).*

Один із членів групи відтворює розв’язування системи на дошці. Коли завдання усіх груп представлені на дошці, учні один за одним коментують розв’язки, при цьому члени інших груп можуть задавати уточнюючі запитання. Аналогічним чином відбувається робота над повторенням інших методів розв’язування систем лінійних рівнянь.

Особливістю наведеного прикладу застосування колективно-групового методу навчання є те, що в результаті кожна група учнів успішно виконує запропоноване завдання у спільній навчальній праці, а тому навіть учні, які

мають нижчий рівень знань, завдяки підтримці більш сильних учнів досягають успіху. Саме успіх в навчанні є одним з найбільш дієвих факторів розвитку позитивної мотивації пізнавальної діяльності, тому що спонукає учнів його повторити. При цьому вони розуміють, що успіху в навчанні можна досягнути лише за умови систематичної та свідомої навчальної праці.

Розглянемо, як приклад, застосування ще одного інтерактивного методу – робота в малих групах на прикладі гри «Математичний банкір». Клас ділиться на команди (краще по дві особи), кожна з яких представляє банк (президент банку та його заступник). На столі вчителя розкладені картки із завданнями в перевернутому вигляді, кожна картка має вартість від 50 до 300 умовних одиниць залежно від складності завдання. Це можливі внески, інвестиції і т.п. Стартовий капітал кожного банку – 500 умовних одиниць Вибравши картку із завданням і розв’язавши його, банк поповнює свій капітал на зазначену суму, якщо задача розв’язана правильно, і зазнає збитків на вказану суму, якщо розв’язання не правильне. Наприкінці уроку підбиваються підсумки – рахують капітали кожного банку і за попередньо створеною учителем таблицею учні визначають свою оцінку за виконану навчальну працю. Цю гру можна використовувати при відпрацюванні навичок розв’язування завдань з будь-якої навчальної теми. Вона дає можливість школярам працювати в своєму темпі і вибирати свій рівень складності завдань з даної теми.

Наведений приклад ілюструє одну з універсальних форм організації навчальної діяльності учнів в парах, оскільки організаційна структура запропонованої гри дозволяє наповнювати її змістом будь-якої теми курсу алгебри основної школи. Результат гри полягає у збільшенні кількості грошей на банківському рахунку, які потім трансформуються в шкільну оцінку. Такий сюжет гри є актуальним не лише для дорослої людини, а й для дитини, тому прагнення заробити якомога більше грошей, ототожнюється з прагненням отримати високу оцінку. Воно стає основою пізнавальної

активності учнів та підтримує в них інтерес до навчальної праці на протязі всього уроку.

Розглянемо як можна реалізувати інтерактивний метод ситуативного моделювання на прикладі уроку «Теорема Вієта» (8 клас). Учитель розпочинає урок з казки про Попелюшку:

У одному чарівному королівстві король запросив усіх своїх підданих на бал. Попелюшка теж отримала запрошення. Однак зла мачуха не хотіла, щоб Попелюшка їхала на бал разом з її самозакоханими доньками. Адже вона була чарівнішою за них, навіть коли була одягнута в лахміття.

Мачуха висунула Попелюшці умову: «Ти зможеш поїхати на бал лише якщо за 5 хвилин знайдеш суму і добуток коренів 20 квадратних рівнянь».

Попелюшка розгубилась, адже вона вміла розв'язувати квадратні рівняння: спочатку потрібно знайти дискримінант за формулою $D = b^2 - 4ac$, якщо дискримінант дорівнює невід'ємному числу, то рівняння має два кореня, які обчислюються за формулою $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$. Після цього за завданням мачухи потрібно їх спочатку додати, а потім – помножити.

Попелюшка розуміла, що за 5 хвилин вона не зможе знайти суму і добуток коренів двадцяти квадратних рівнянь. Сльози підступили до її очей, однак у цей момент з'явилась її хрещена мати – Фея Алгебри.

– Попелюшко, не сумуй! – звернулась до дівчини Фея. – Я відкрию тобі один математичний секрет і ти виконаєш завдання швидше, ніж за 5 хвилин.

Фея навчила Попелюшку швидко знаходити суму і добуток коренів квадратного рівняння. Попелюшка виконала завдання мачухи, поїхала на бал і зустріла там свого принца.

Що було далі ви знаєте, а завданням нашого уроку буде розкриття того математичного секрету, якого навчила Фея Попелюшку. Секрет цей має ім'я – «Теорема Вієта». Запишіть тему уроку.

Після повідомлення теми уроку вчитель дає учням завдання дослідити залежність між сумою, добутком коренів зведеного квадратного рівняння та

його коефіцієнтами. З цією метою він розподіляє учнів класу на групи по 4 чоловіки. Кожна група отримує завдання на картці. Зміст завдання: розв'язати квадратні рівняння і заповнити таблицю (Таблиця 2.3. [130, с. 155]).

Таблиця 2.3.

**Приклад завдання для однієї групи учнів**

| Рівняння $x^2 + px + q=0$ | $p$ | $q$ | Корені рівняння: $x_1, x_2$ | Сума коренів: $x_1 + x_2$ | Добуток коренів: $x_1 \cdot x_2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x^2 + 2x - 3 = 0$ | 2 | $-3$ | $-3;\ 1$ | $-2$ | $-3$ |
| $x^2 - 7x + 10 = 0$ | $-7$ | 10 | $2;\ 5$ | 7 | 10 |
| $x^2 + 5x + 4 = 0$ | 5 | 4 | $-4;\ -1$ | $-5$ | 4 |

Після заповнення таблиці вчитель пропонує учням дати відповіді на наступні запитання:

1. Якому параметру рівняння дорівнює добуток його коренів?

   Відповідь учнів: добуток коренів рівняння дорівнює вільному члену.

2. Чи дорівнює сума коренів другому коефіцієнту рівняння?

Відповідь учнів: ні, не дорівнює, вона дорівнює другому коефіцієнту, взятому з протилежним знаком.

Далі вчитель формулює умову теореми Вієта і доводить її.

У запропонованому фрагменті уроку використано добре відома учням ситуація дитячої казки. Доповнення сюжету казки алгебраїчним змістом дало можливість створити проблемну ситуацію та викликало інтерес до теми уроку, забезпечило позитивну мотивацію навчально-пізнавальної діяльності учнів.

На цьому ж уроці або на наступному можна застосувати як інтерактивний метод навчання дискусію. Учитель попередньо ділить клас на дві команди, які можна назвати «Дискримінант» і «Вієт». Учні які входять в команду «Дискримінант» є прихильниками розв'язування квадратних

рівнянь за допомогою обчислення дискримінанту і формул коренів квадратного рівняння. Учні, які входять в команду «Вієт» віддають перевагу знаходженню коренів квадратного рівняння за допомогою теореми, оберненої до теореми Вієта. Дискусія відбувається на уроці наступним чином.

Капітани команд на дошці виконують такі завдання: капітан команди «Дискримінант» виводить формулу коренів квадратного рівняння, а капітан команди «Вієт» – доводить теорему Вієта. Кожен з них коментує основні кроки доведень і аргументує, чому використання доведеної теореми є кращим порівняно з теоремою супротивника для знаходження коренів квадратного рівняння.

Аргументи капітана команди «Дискримінант» можуть бути наступними: процес розв'язування квадратних рівнянь за допомогою дискримінанту є чітким і зрозумілим алгоритмом, цей алгоритм можна застосовувати до будь-яких квадратних рівнянь, а шукати розв'язок за допомогою теореми Вієта можна лише для зведених квадратних рівнянь.

Аргументи капітана команди «Вієт» можуть бути наступними: використання теореми, оберненої до теореми Вієта, дозволяє «вгадувати», які числа можуть бути коренями рівняння і легко це перевіряти, а розв'язування квадратних рівнянь за допомогою дискримінанту містить складні обчислення в яких легко помилитися.

Щоб визначити який метод кращий, учитель пропонує командам розв'язати 5-7 квадратних рівнянь (від простих до більш складних випадків). У суперечці перемагає та команда, яка швидше і правильно розв'яже усі рівняння своїм методом. Рівняння можуть бути наступними (Таблиця 2.4.):

Таблиця 2.4.

**Приклади рівнянь**

| **Рівняння** | **Корені рівняння** |
|---|---|
| $x^2 - 6x + 5 = 0$ | $x_1 = 1, x_2 = 5$ |
| $x^2 - 4x - 21 = 0$ | $x_1 = -3, x_2 = 7$ |

Продовження табл. 2.4.

| | |
|---|---|
| $-x^2+8x-16=0$ | $x_1=\ x_2=4$ |
| $6x^2-5x+1=0$ | $x_1=\frac{1}{3}, x_2=\frac{1}{2}$ |
| $2x^2-x+\frac{1}{9}=0$ | $x_1=\frac{1}{6}, x_2=\frac{1}{3}$ |

Скоріш за все переможе команда «Дискримінант», оскільки такі рівняння як два останніх в таблиці 2.4. розв’язати, спираючись на теорему обернену до теореми Вієта досить складно. Отримана перевага методу розв’язування квадратних рівнянь за допомогою дискримінанта дозволяє учням прийти до висновку: використовувати теорему, обернену до теореми Вієта, для знаходження коренів квадратного рівняння доцільно лише у випадку тих рівнянь, які є зведеними рівняннями з цілими коефіцієнтами або рівнянь, які легко перетворити у зведені з цілими коефіцієнтами. Таким чином, учні завдяки спільній діяльності в навчальній дискусії навчаються порівнювати та аналізувати різні методи розв’язування одного типу задач, обирати більш раціональний з них відповідно до особливостей умови конкретної задачі. Крім того, запропонований підхід розвиває в учнів такі якості, як вміння аргументовано відстоювати власну думку, бути толерантними в суперечках, працювати в команді тощо.

Виконане нами дослідження мотиваційно-ціннісного компоненту методики реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри учнів основної школи та запропоновані методи, форми та засоби навчальної діяльності з метою його впровадження дозволяють прийти до наступних висновків.

Розвиток пізнавального інтересу до навчання алгебри в учнів 7-9 класів здійснюється у процесі виконання навчальних завдань, які розкривають значення математичних знань в різних сферах діяльності суспільства, містять цікаві факти з історії розвитку математики, виявляють зв'язок математики з

іншими шкільними предметами, навчають нестандартним доведенням властивостей алгебраїчних понять, є завданнями підвищеної складності.

Доцільно з метою становлення позитивної мотивації в учнів використовувати проблемні навчальні ситуації, розв'язання яких забезпечує усвідомлення ними мети і завдань навчання, задіювати потенціал ігрових методів, що сприяють активізації пізнавальної діяльності учнів.

Ефективними методами, які забезпечують розвиток пізнавального інтересу під час уроків алгебри, є інтерактивні методи навчання, зокрема: колективно-груповий, ситуативного моделювання, метод навчальної дискусії.

Аналіз використання в шкільній практиці методичних матеріалів, представлених у даному параграфі, дозволяє стверджувати, що їх застосування забезпечує формування мотиваційно-ціннісного компоненту методики реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри учнів основної школи.

Запропоновані нами методи формування мотиваційно-ціннісного компоненту компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи, не обмежують вчителя математики у використанні на уроках алгебри інших способів організації навчальної діяльності учнів, які сприяють розвитку пізнавального інтересу та мотивації учнів у процесі навчання алгебри.

## 2.2. Практико-орієнтоване спрямування змісту навчання алгебри учнів основної школи в умовах упровадження компетентнісного підходу

Перехід до компетентнісної парадигми у вітчизняній системі освіти вимагає, насамперед, внесення змін до змісту навчання. Формування математичних компетентностей учнів 7-9 класів у процесі вивчення курсу алгебри основної школи неможливе без спрямування навчальної діяльності школярів на розв'язування таких навчальних завдань, які, з одного боку, відповідають вимогам суспільства до підготовки підростаючого покоління, а

з другого – особистісним потребам дітей, набуттю ними досвіду вирішення проблем на рівні як суспільного, так і приватного життя.

Створена нами (п.1.3. с. 56-57) концептуальна модель процесу навчання алгебри основної школи на засадах КП містить ідеї, реалізація яких забезпечує формування ПМК і СПМК учнів. Зміст компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи визначений навчальною програмою з алгебри для учнів 7-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів і реалізований у шкільних підручниках з алгебри, рекомендованих МОН України.

Більша частина завдань, які містяться в шкільних підручниках з алгебри спрямована на формування СПМК: обчислювальної, процедурної, графічної, логічної.

Формування *обчислювальної компетентності* здійснюється на всіх етапах навчання алгебри. Знання про натуральні, цілі, раціональні, дійсні числа; звичайні дроби, десяткові дроби; вміння виконувати арифметичні дії над числами, наближені обчислення та відсоткові розрахунки утворюють числову змістову лінію та застосовуються в усіх інших змістових лініях алгебри (вирази, рівняння і нерівності, функції). До основних типів завдань згідно навчальної програми з алгебри, які формують дану компетентність належать [167, с. 16-23]:

- обчислення значень цілих, дробових, ірраціональних виразів зі змінними,
- знаходження коренів лінійних, квадратних рівнянь та рівнянь, що зводяться до них,
- застосування понять степеня з натуральним і цілим показником та арифметичного квадратного кореня для обчислення значень виразів,
- знаходження значення функції за даним значенням аргументу і навпаки,
- обчислення членів арифметичної та геометричної прогресій, обчислення сум перших *n* членів прогресій,

- запис періодичного десяткового дробу у вигляді звичайного дробу,
- обчислення в процесі розв’язування текстових задач.

Формування *процедурної компетентності* здійснюється насамперед в межах змістових ліній вирази та рівняння і нерівності. До основних типів завдань, які забезпечують розвиток процедурної компетентності належать [167, с. 16-23]:

- зведення одночлена до стандартного вигляду;
- перетворення добутку одночлена і многочлена, суми, різниці, добутку двох многочленів у многочлен;
- розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки, способом групування, за формулами скороченого множення та із застосуванням декількох способів;
- використання зазначених перетворень у процесі розв’язування рівнянь, доведення тверджень;
- скорочення дробів, зведення дробів до нового (спільного) знаменника;
- знаходження суми, різниці, добутку, частки дробів;
- тотожні перетворення раціональних виразів;
- перетворення степенів з цілим показником;
- запис числа в стандартному вигляді;
- перетворення виразів із застосуванням винесення множника з-під знака кореня, внесення множника під знак кореня;
- звільнення від ірраціональності в знаменнику дробу.

Формування *графічної компетентності* здійснюється в процесі роботи над змістовими лініями функції та рівняння і нерівності. До основних завдань, що забезпечують її формування належать [167, с. 16-23]:

- побудова графіка лінійної функції;
- знаходження за графіком функції значення функції за даним значенням аргументу і навпаки;

- визначення окремих характеристик функції за її графіком (додатні значення, від'ємні значення, нулі);
- побудова графіка лінійного рівняння із двома змінними;
- розв'язування системи двох лінійних рівнянь з двома змінними графічним способом;
- побудова графіка функції $y=\frac{k}{x}$;
- побудова графіків функцій $y = x^2$, $y=\sqrt{x}$;
- зображення на координатній прямій: об'єднання та переріз числових множин, заданих нерівностями числові проміжки і навпаки;
- побудова графіка квадратичної функції;
- побудова графіків функцій із використанням перетворень графіків;
- розв'язування квадратних нерівностей, знаходження розв'язків систем двох рівнянь з двома змінними другого степеня графічним методом.

Формування *логічної компетентності* відбувається у процесі роботи над усіма змістовими лініями курсу алгебри основної школи. До навчальних завдань, які забезпечують розвиток логічної компетентності належать [167, с. 16 - 23]:

- обґрунтування та застосування властивостей степеня з натуральним показником;
- обґрунтування та застосування формул скороченого множення;
- застосування понять: аргумент, функція, область визначення функції, область значень функції, графік функції;
- дослідження кількості розв'язків системи двох лінійних рівнянь з двома змінними;
- вибір та застосування одного з способів розв'язування системи двох лінійних рівнянь з двома змінними;
- застосування перетворень: скорочення дробу, зведення дробу до нового спільного знаменника;

- перетворення числа до стандартного вигляду;
- обґрунтування властивостей степеня з цілим показником;
- застосування понять: множина, підмножина, раціональне число, ірраціональне число, дійсне число;
- застосування властивостей функцій $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$;
- застосування теореми Вієта та оберненої до неї;
- застосування формул коренів квадратного рівняння, розкладання квадратного тричлена на лінійні множники;
- обґрунтування та застосування властивостей числових нерівностей;
- застосування рівносильних перетворень нерівностей до розв'язку лінійних нерівностей з однією змінною;
- перетворення графіків функцій: $f(x) \to f(x) + a$, $f(x) \to f(x + a)$, $f(x) \to kf(x)$;
- застосування алгоритму побудови графіка квадратичної функції, вміння охарактеризувати функцію за її графіком;
- застосування означення і властивостей арифметичної та геометричної прогресій;
- застосування формул загального члена арифметичної та геометричної прогресій; суми перших $n$ членів цих прогресій.

Практико-орієнтована компетентність – це здатність застосовувати знання з алгебри з метою створення математичних моделей реальних процесів та явищ, готовність розв'язувати проблеми, які є не лише навчальними проблемами з алгебри, а й виходять за її межі. До завдань, спрямованих на формування практико-орієнтованої компетентності в шкільних підручниках з алгебри, належать текстові задачі.

Аналіз підручників з алгебри для 7-9 класів загальноосвітньої школи (с. 34-37) засвідчив, що вони містять достатню кількість задач практичного спрямування, однак більшість з них належить до традиційних задач, а саме:

задачі на співвідношення між величинами, на рівномірний прямолінійний рух, на спільну роботу, відсотки тощо.

Серед них, на нашу думку, недостатньо задач, які забезпечують формування практико-орієнтованої компетентності, тому необхідно доповнити систему задач з алгебри, яка міститься в шкільних підручниках, *компетентнісно орієнтованими задачами*.

Компетентнісно орієнтована задача з алгебри – це навчальна задача, умова якої описує життєву ситуацію або ситуацію, яка розкриває особливості професійної діяльності в певній області; відповідає віковим особливостям учнів; містить навчальну проблему, що потребує для її розв'язання знань з алгебри та з інших шкільних предметів.

Ефективність такої задачі посилюється, якщо для її розв'язання учням необхідно знайти і використати не лише інформацію з шкільного підручника, а й з інших джерел, бажано представлену в різних формах: текстовій, табличній, графічній тощо.

Орієнтиром для створення і використання в навчальному процесі загальноосвітньої школи компетентнісно орієнтованих задач з алгебри ми обрали завдання Міжнародної програми оцінювання освітніх досягнень учнів у сфері функціональної грамотності – PISA, яка активно діє в Європі з 2000 року. Один із напрямів дослідження PISA є «математична грамотність», яка трактується як «здатність людини визначити й розуміти роль математики в світі, де вона живе, висловлювати добре обґрунтовані математичні судження та використовувати математику в такий спосіб, щоб задовольняти сьогоденні та майбутні потреби, властиві творчому, зацікавленому та свідомому громадянинові» [181].

У дослідженнях PISA містяться завдання, які стосуються практичних ситуацій повсякденного життя та потребують у процесі розв'язування використання знань з різних тем і розділів не лише математики, а й інших шкільних предметів. Саме тому ці завдання можна розглядати як компетентнісно орієнтовані задачі з математики. З урахуванням аналізу цих

завдань можна виділити три рівні математичної діяльності учнів у процесі розв'язування компетентнісно орієнтованих задач: рівень відтворення, рівень інтеграції знань, творчий рівень.

*Рівень відтворення* – це рівень математичної діяльності учнів, на якому відбувається відтворення математичних фактів, методів роз'явування задач в стандартних навчальних ситуаціях. Учні можуть розв'язувати нескладні текстові задачі, виконувати прості тотожні перетворення, використовувати інформацію, представлену у формі таблиць, графіків, діаграм.

Прикладом такої задачі (Додаток М) у дослідженні PISA є задача «Курс обміну» [74, с. 11].

Задача 1. Мей-Лінг з Сінгапуру готувалась в якості студентки за обміном поїхати на три місяці в Південну Африку. Їй потрібно було обміняти деяку суму сінгапурських доларів (SGD) на південно-африканські ренди (ZAR).

Запитання 1. Мей-Лінг взнала, що обмінний курс між сінгапурським доларом і південно-африканським рендом був: *1 SGD = 4,2 ZAR.* Мей-Лінг обміняла *3000* сінгапурських доларів на південно-африканські ренди за цим обмінним курсом. Скільки південно-африканських рендів отримала Мей-Лінг?

Запитання 2. Після повернення в Сінгапур через *3* місяці у Мей-Лінг залишилось *3900* південно-африканських рендів (ZAR). Вона обміняла їх на сінгапурські долари (SGD), звернувши увагу на те, що обміннний курс змінився наступним чином *1 SGD = 4,0 ZAR*. Скільки грошей в сінгапурських доларах отримала Мей-Лінг?

*Рівень інтеграції знань* – це рівень, на якому відбувається встановлення зв'язків та інтеграція навчального матеріалу з різних тем шкільного курсу математики, необхідних для розв'язування запропонованої задачі. Учні застосовують свої знання в різноманітних і більш складних навчальних ситуаціях, які потребують складання та перетворення алгебраїчних виразів, обчислення їх значень, розв'язування систем рівнянь, знаходження

математичних величин за відомими формулами, інтерпретації інформації, представленої графічно у різних формах.

Прикладом такої задачі (Додаток М) у дослідженні PISA є задача «Скейтборд» [74, с. 12].

Задача 2. Сергій дуже любить кататися на скейтборді. Він часто заходить в магазин «Спорт», щоб взнати ціни на деякі товари. В цьому магазині можна купити повністю зібраний скейтборд. Але можна купити дошку, один комплект з *4* коліс, один комплект з *2* кріплень для коліс, а також комплект металевих та резинових запчастин та зібрати свій власний скейтборд. Ціни в магазині на ці товари представлені в таблиці 2.5.:

Таблиця 2.5.

**Ціни в магазині «Спорт»**

| **Товар** | **Ціна** |
|---|---|
| Зібраний скейтборд | 82 або 84 |
| Дошка | 40, 60 або 65 |
| Один комплект з 4 коліс | 14 або 36 |
| Один комплект з 2 кріплень для коліс | 16 |
| Один комплект запчастин (підшипники, гумові прокладки, болти, шайби ) | 10 або 20 |

Запитання 1. Сергій хоче самостійно зібрати для себе скейтборд. Яку найменшу і найбільшу ціну можна заплатити в цьому магазині за всі складові частини скейтборду?

Запитання 2. В магазині пропонують на вибір три різних види дошок, два різних види коліс, два різних комплекта металевих та гумових деталей. При цьому є лише один комплект кріплень для коліс. Скільки різних скейтбордів може зібрати Сергій з запропонованих частин?

Запитання 3. У Сергія є *120* грошових одиниць і він хоче зібрати найдорожчий скейдборд за ці гроші. Скільки грошей він може витратити на кожну з чотирьох частин скейтборду?

*Творчий рівень* – це рівень математичних міркувань, на якому учні розв’язують нестандартні проблеми, аналізують надану в задачі інформацію,

роблять висновки та обґрунтовують їх. Отримані результати вони можуть представляти у виді таблиць та графіків. У завданнях цього рівня учням необхідно самостійно визначити проблему, яка потребує математичних знань, побудувати відповідну математичну модель, обрати методи і прийоми розв'язування, спираючись на логічні міркування, узагальнення та інтуїцію.

Прикладом такої задачі (Додаток М) у дослідженні PISA є задача «Яблуні» [74, с. 14].

Задача 3. Фермер на садовій ділянці висаджує яблуні у формі квадрату, як показано на рисунку 2.1. Для захисту яблунь від вітру він саджає хвойні дерева по краях ділянки. На рисунку зображено схеми розміщення яблунь і хвойних дерев для декількох значень *n,* де *n* – кількість рядів висаджених яблунь. Цю послідовність можна продовжити для будь-якого числа *n.*

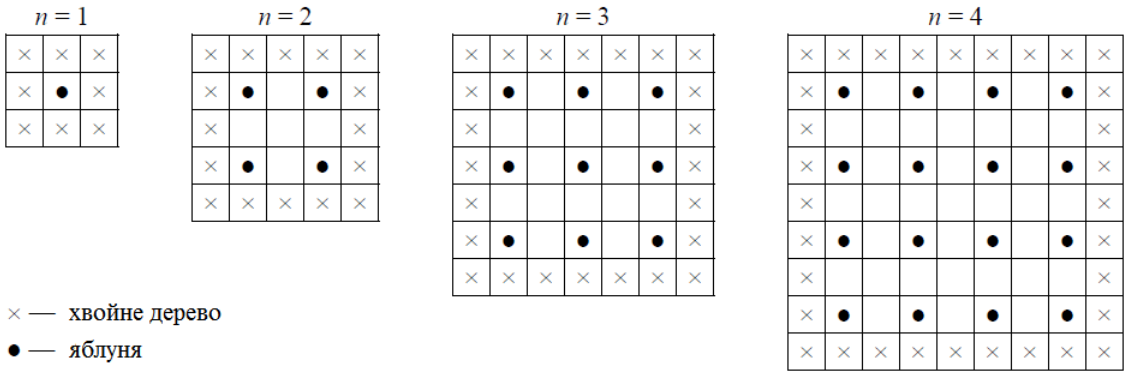


*Рис. 2.3. Схема розташування яблунь і хвойних дерев*

Запитання 1. Заповніть таблицю 2.6.:

Таблиця 2.6.

**Кількість яблунь і хвойних дерев**

| ***n*** | **Кількість яблунь** | **Кількість хвойних дерев** |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 8 |
| 2 | 4 | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |

Запитання 2. В розглянутій вище послідовності кількість висаджених яблунь і хвойних дерев визначається наступним чином: кількість яблунь – $n^2$, кількість хвойних дерев – $8n$, де $n$ – кількість рядів яблунь. Для якого значення n кількість яблунь буде дорівнювати кількості посаджених навколо них хвойних дерев?

Запитання 3. Припустимо, що фермер вирішив поступово збільшувати кількість рядів яблунь на своїй ділянці. Що при цьому буде збільшуватись швидше: кількість яблунь чи кількість хвойних дерев?

Відповідно до визначених рівнів ми створили та апробували систему компетентнісно орієнтованих задач з алгебри. Наведемо приклади задач кожного рівня.

*Компетентнісно орієнтована задача з алгебри рівня відтворення.*

Задача 4. Оленка вишила картину у формі квадрата, площею *625 см*$^2$.

Запитання 1. Скільки потрібно взяти метрів мереживної стрічки, щоб обшити цю картину?

*Розв'язання:*

Довжина мереживної стрічки, якою Оленка хоче обшити картину, дорівнює периметру квадрата. Щоб знайти периметр квадрата потрібно знайти його сторону. Нам відома площа цього квадрата. Складемо рівняння:

$x^2=625$.

$x_1 = -\sqrt{625} = -25$ — не задовольняє умову задачі,

$x_2 = \sqrt{625} = 25$.

Отже, $P = 4x$, $P = 4 \cdot 25 = 100$ *(см)*.

*Відповідь*: довжина мереживної стрічки – *1* м.

Запитання 2. Відомо, що Оленка вишивала картину хрестиком розміром 2мм × 2мм. Скільки нитки потрібно, щоб вишити один хрестик?

Розв'язання. Щоб вишити один хрестик, потрібно нитку прокласти по діагоналі квадрата зверху, потім знизу – по стороні квадрата і знову зверху по другій діагоналі і ще один раз знизу по стороні квадрата. Знайдемо

довжину діагоналі за теоремою Піфагора: $d = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2{,}8$ (мм). Отже, довжина нитки становить наближено $2 \cdot 2{,}8 + 2 \cdot 2 = 9{,}6$ (мм). Оскільки при вишиванні нитку не можна сильно натягувати, то довжина нитки, яка припадає на один хрестик такого розміру дорівнює *10* мм або *1* см.

Відповідь: *1* см.

Запитання 3. Яку кількість хрестиків зробила Оленка, щоб вишити цю картину і скільки метрів ниток вона використала?

Розв'язання. Визначимо площу, яку займає один хрестик: $2 \cdot 2 = 4$ (мм$^2$), що становить $4 \cdot 0{,}01 = 0{,}04$ (см$^2$). Поділимо площу картини на площу одного хрестика: $625 : 0{,}04 = 15625$. Отже, кількість хрестиків дорівнює *15625*, відповідно довжина ниток буде *15625* см або *156,25* м.

Відповідь: *15625* – кількість хрестиків, *156,25* м – довжина ниток.

Ця задача відповідає інтересам підлітків, оскільки в цьому віці багато хто з них захоплюється вишиванням. Вона засвідчує те, що ця справа вимагає часу, досконалості, терпіння, адже Оленкою виконано *15625* хрестиків, що викликає повагу до неї та інших дітей, які захоплюються вишиванням. Кількість ниток, яка використано при цьому, також може вражати й одночасно переконувати школярів у цінності, матеріальній і культурній, такої праці. Крім того, розв'язання задачі надає учням, насамперед тим, хто хоче почати вишивати, цілком конкретну інформацію про кількість необхідних матеріалів. До цієї задачі можна було б поставити ще одне запитання: «Скільки коштів витратила Оленка на виготовлення цієї картини?». Відповідь на нього учні можуть отримати, якщо дізнаються інформацію про вартість матеріалів, які необхідні для виготовлення картини.

Розв'язування цієї задачі потребує знання формул для обчислення периметру і площі квадрата, теореми Піфагора, вміння виконувати арифметичні дії, зокрема, добування кореня квадратного, вміння наближених обчислень, вміння перетворювати одні одиниці вимірювання в

інші. Всі ці знання в цій задачі використовуються на рівні відтворення, тобто у стандартних ситуаціях.

*Компетентнісно орієнтовані задача з алгебри рівня інтеграції знань.*

*Задача 5*. Семикласниця Світланка часто допомагає мамі куховарити, особливо вони полюбляють випікати торти. У вихідний день мама і донька захотіли порадувати татуся з братиком та спекти їх улюблений торт «Карпати». Але, як виявилося, у них вдома не було яєць, і мама вирішила доручити покупку цього продукту своїй донечці. Давши Світланці *20* грн, вона попросила її купити яйця і одну порцію морозива «Каштан», яке дуже любить Світланка.

Запитання 1. Скільки яєць можна купити за 20 грн, якщо одне яйце коштує *1* грн *35* коп?

Розв'язання.

$n = 20 : 1{,}35 = 14{,}814814\ldots$

Отримана частка є нескінченним періодичним десятковим дробом, у якого необхідно відкинути дробову частину: $n = 14$.

Відповідь: *14* яєць.

Запитання 2. Перед тим, як іти до магазину, Світланка, яка дуже любила математику, склала наступну таблицю 2.7.

Таблиця 2.7.

**Вартість яєць**

| **n – кількість яєць** | **Вартість яєць** | **Залишок** |
|---|---|---|
| 1 | 1,35 | 18,65 |
| 2 | 2,70 | 17,30 |
| 3 | 4,05 | 15,95 |
| 4 | 5,40 | |
| 5 | | |
| 6 | | |
| 7 | | |
| 8 | | |
| 9 | | |
| 10 | | |
| 11 | | |

Продовження таб. 2.7.

| | | |
|---|---|---|
| 12 | | |
| 13 | | |
| 14 | | |

Заповніть таблицю 2.7. і вкажіть, яку найбільшу кількість яєць купить Світланка, якщо морозиво «Каштан» коштує 5 грн?

Розв’язання.

Таблиця 2.8.

**Вартість яєць**

| **n – кількість яєць** | **Вартість яєць** | **Залишок** |
|---|---|---|
| 1 | 1,35 | 18,65 |
| 2 | 2,70 | 17,30 |
| 3 | 4,05 | 15,95 |
| 4 | 5,40 | 14,60 |
| 5 | 6,75 | 13,25 |
| 6 | 8,10 | 11,90 |
| 7 | 9,45 | 10,55 |
| 8 | 10,80 | 9,20 |
| 9 | 12,15 | 7,85 |
| 10 | 13,50 | 6,50 |
| 11 | 14,85 | 5,15 |
| 12 | 16,20 | 3,80 |
| 13 | 17,55 | 2,45 |
| 14 | 19,90 | 0,10 |

За таблицею Світланка визначила, що вона зможе купити *11* яєць і одну порцію морозива, при цьому в неї залишиться решта – *15* коп.

Відповідь: *11* яєць.

Запитання 3. Коли Світланка прийшла до магазину, виявилося, що морозиво коштує *7* грн *50* коп. Спочатку вона розгубилася, а потім швидко порахувала, скільки яєць вона зможе купити, якщо купить морозиво за новою ціною. Скільки яєць купила Світланка?

Розв’язання.

1-й спосіб. Світланка відняла від загальної суми грошей вартість морозива: *20 – 7,50 = 12,50*. Якби вона купила *10* яєць, то витратила б *1,35 ·10 = 13,50*. Для цього їй не вистачає однієї гривні, тому вона купила лише *9* яєць.

2-й спосіб. Світланка відняла від загальної суми грошей вартість морозива: *20 – 7,50 = 12,50*. Отриману суму вона поділила на *1,35: 12,50 : 1,35 = 9,259259…* Відкинувши дробову частину, отримала *n = 9*.

Відповідь: *9* яєць.

Запитання 4. Якою формулою можна виразити функціональну залежність залишку грошей від кількості куплених яєць при умові, що одне яйце коштує *1,35* гнр? Яка область визначення цієї функції?

Розв'язання. Нехай *y* – залишок грошей, *x*– кількість яєць, тоді

$y = 20 - 1{,}35x.$

До області визначення даної функції належать натуральні значення *x*, які задовольняють умову:

$$20 - 1{,}35x \geq 0;$$

$$-1{,}35x \geq -20;$$

$$x \leq \frac{20}{1{,}35};$$

$$x \leq 14{,}814814\ldots$$

Тому $x\epsilon\{1; 2; 3; \ldots; 14\}$.

Відповідь: $y = 20 - 1{,}35x$, область визначення функції – $x\epsilon\{1; 2; 3; \ldots; 14\}$.

Умова цієї задачі описує життєву ситуацію, в якій може опинитися кожний підліток, тому вона є, на нашу думку, компетентнісно орієнтованою задачею. Вміння виконувати обчислення усно або за допомогою калькулятора при здійсненні покупок є життєво необхідним для кожної сучасної людини, особливо в умовах, коли ціни на продукти не є стабільними. Для успішного розв'язування цієї задачі учні повинні вміти аналізувати задані умови, виконувати арифметичні дії з десятковими

дробами, заповнювати таблиці значень змінних, виконувати наближені обчислення відповідно до ситуації, задавати функціональну залежність формулою, вміти шукати її область визначення.

Ця задача інтегрує знання з різних змістових ліній шкільного курсу алгебри та передбачає, що учні володіють інтуїцією (1-й спосіб розв'язання другого завдання) і досить високим рівнем логічного мислення, без чого неможливо знайти область визначення функції.

Розв'язування цієї задачі та подібних до неї, які моделюють різноманітні життєві ситуації, забезпечують практичне спрямування шкільного курсу алгебри, готують учнів основної школи до застосування знань з алгебри в повсякденному житті і, можливо, в майбутній професійній діяльності.

*Компетентнісно орієнтована задача з алгебри творчого рівня.*

Задача 6. По дорозі до школи Тарас кожного дня переходить вулицю з інтенсивним рухом транспорту через пішохідний перехід, не обладнаний світлофором. Одного дня, підійшовши до переходу, він побачив вантажівку, яка повільно наближалась до переходу. Відстань до вантажівки була *100* м, ширина вулиці – *16* м, швидкість вантажівки – *45* км/год.

Запитання 1. Враховуючи, що швидкість Тараса – *120* м/хв., визначте скільки секунд потрібно Тарасу, щоб перейти вулицю?

Розв'язання. Перетворимо швидкість Тараса з *м/хв* у *м/с*: 120 м/хв = $\frac{120}{60}$ *м/с = 2 м/с.* Тарасу необхідно пройти відстань 16 м з швидкістю *2 м/с*. Час необхідний для цього становить: *16 : 2 = 8 (с).*

Відповідь: *8* с.

Запитання 2. Чи встигне Тарас перейти вулицю до того, як вантажівка подолає *100* м?

Розв'язання. Перетворимо швидкість вантажівки з *км/год* в *м/с*:

$45 \cdot \frac{1000}{3600} = 12{,}5$ (*м/с*).

За *8 с* вантажівка проїде відстань: $12{,}5 \cdot 8 = 100$ (м).

Далі потрібно розглянути два різних випадки.

Перший випадок: Тарас стоїть на краю тротуару і лише збирається переходити вулицю, вантажівка наближається до нього зліва. Коли він зробить перший крок, вантажівка буде ще за *100 м* від нього, а коли він дійде до середини вулиці, вантажівка також проїде половину відстані (*50 м*), а тому Тарас встигне дійти до протилежного тротуару і вантажівка не зачепить його.

Другий випадок: Тарас стоїть на краю тротуару і лише збирається переходити вулицю, вантажівка наближається до нього справа. Коли він майже перейде вулицю і зробить останній крок, щоб піднятись на тротуар, саме в цей момент вантажівка подолає відстань *100 м* і може його зачепити. Цього можна уникнути за умови, якщо водій попередньо помітить Тараса і загальмує.

Відповідь: якщо автомобіль рухається зліва, то Тарас встигне перейти вулицю; якщо автомобіль рухається справа, то Тарас може потрапити під колеса вантажівки.

Запитання 3. Якими можуть бути наслідки для Тараса, якщо він не помітить таксі, що обганяє вантажівку на швидкості 90 км/год?

Розв’язання. Перетворимо швидкість з *км/год* в *м/с*:

$$90 \cdot \frac{1000}{3600} = 25 \text{ (м/с)/}$$

Таксі подолає відстань *100 м* за *4 с*. за цей час Тарас пройде відстань *8 м* і буде саме на середині проїжджої частини вулиці, а тому потрапить під колеса автомобіля.

Відповідь: такої ситуації не можна допускати через те, що наслідки можуть бути трагічними.

Саме тому ця задача є важливою для учнів, оскільки дозволяє їм зрозуміти, що перед переходом вулиці навіть по пішохідному переходу, необхідно оцінити рух транспортних засобів в обидвох напрямах.

Запитання 4. Якими формулами можна виразити функціональну залежність відстані від часу для руху Тараса, вантажівки, таксі? Побудуйте в програмі Gran графіки цих функцій, проаналізуйте та зробіть висновки.

Розв'язання. Формула руху Тараса – $y = 2x + 100$, формула руху вантажівки – $y = 12{,}5x$, формула руху таксі – $y = 25x$.

Далі учні заходять у програму Gran1 і будують графіки функцій. Точки перетину цих прямих підтверджують аналітичний розв'язок задачі.

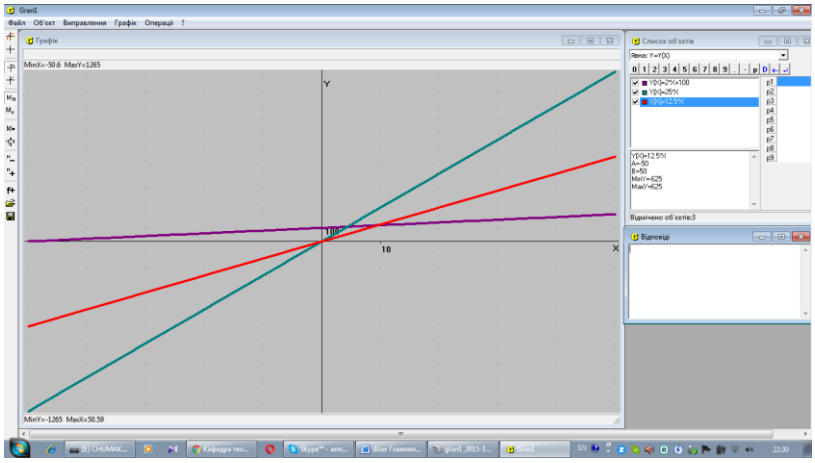

*Рис. 2.4. Розв'язок задачі 6.*

Відповідь: $y = 2x + 100$, $y = 12{,}5x$, $y = 25x$.

Умова цієї задачі є надзвичайно актуальною для нашої країни, яка займає перше місце в Європі за кількістю дорожньо-транспортних пригод і за кількістю людей, які гинуть під колесами автомобілів. Розв'язування цієї задачі переконує учнів у тому, що необхідно дотримуватись правил дорожнього руху, вміти аналізувати ситуацію при переході вулиць.

Для того, щоб розв'язати цю задачу учні повинні розуміти закон рівномірного прямолінійного руху, вміти шукати відстань, пройдену тілом за певний час, вміти перетворювати одиниці швидкості, вміти задавати функціональні залежності формулами, будувати їх графіки, зокрема з використанням програми Gran 1.

Ця задача не лише потребує реалізації математичної діяльності учнів на рівні відтворення та інтеграції знань, а й вимагає здатності аналізувати, порівнювати, робити висновки, розглядати усі можливі випадки для даної ситуації, тобто мати сформоване творче мислення.

З огляду на вище вказане така задача належить, на нашу думку, до компетентнісно орієнтованих задач, а тому сприяє забезпеченню практико-орієнтованого спрямування змісту та реалізації КП в процесі навчання алгебри учнів основної школи.

Наведені приклади компетентнісно орієнтованих задач з алгебри дозволяють зробити наступні висновки: найважливіші відмінності компетентнісно орієнтованих задач з алгебри від предметних алгебраїчних задач полягають в наступному.

Компетентнісно орієнтовані задачі з алгебри мають пізнавальне загальнокультурне, соціальне, професійне значення, що забезпечує мотивацію учнів. Умова компетентнісно орієнтованої задачі формулюється як сюжет, ситуація або проблема, для аналізу та розв’язування якої необхідно використовувати знання з різних розділів алгебри та інших навчальних предметів, інтуїцію або життєвий досвід учнів. Умова задачі може бути подана не лише у текстовій формі, це може бути – рисунок, таблиця, схема, діаграма, графік тощо, тобто у вигляді інформації, яка потребує розпізнавання об'єктів та глибокого аналізу їх будови і властивостей.

Ці якості компетентнісно орієнтованих задач дозволяють застосовувати їх як засіб формування практико-орієнтованої компетентності учнів основної школи в процесі навчання алгебри. Систему компетентнісно орієнтованих задач з алгебри потрібно будувати так, щоб вона містила задачі до кожної теми шкільного курсу алгебри, які можна розв’язувати безпосередньо на уроках в процесі навчання і відповідала трьом рівням математичної пізнавальної діяльності учнів: відтворення, інтеграції знань, творчому. Крім того до неї мають увійти такі завдання, які забезпечують інтеграцію з іншими навчальними предметами, історичні математичні задачі, професійно-

орієнтовані задачі, задачі, які моделюють різноманітні ситуації повсякденного життя.

## 2.3. Діяльнісний аспект компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи

Згідно з концептуальною моделлю навчання алгебри в основній школі на засадах КП метою навчання є формування математичних компетентностей учнів 7-9 класів. Маючи на меті основним результатом навчання лише формування знань, умінь і навичок, вчитель зазвичай ставиться до учня, як до об'єкту навчально-виховного процесу, цілком залежного від його дій та вказівок, гальмуючи при цьому розвиток пізнавальної активності учня. У такій моделі навчання неможливо формувати математичні компетентності, оскільки їх невід’ємною складовою є досвід самостійного застосування здобутих знань. Відповідно до цього впровадження КП в навчання алгебри учнів основної школи потребує застосування особистісно-діяльнісного підходу на всіх етапах навчального процесу, що, в свою чергу, викликає принципові зміни в діяльності вчителя.

Сучасна педагогічна наука трактує особистісно-діяльнісний підхід як таку організацію навчального процесу, яка вимагає реалізації активної та різноманітної самостійної пізнавальної діяльності школярів, що, в свою чергу, дозволяє перейти від освітньої моделі репродуктивного відтворення та запам’ятовування інформації до моделі компететнісного навчання.

У цьому контексті одним з основних завдань вчителя математики є організація навчальної діяльності учнів на уроках алгебри та в позаурочній роботі так, щоб забезпечити формування ПМК і СПМК. Для того, щоб знання учнів стали результатом їх власної навчальної праці, вчителю необхідно організовувати таку працю, керувати учнями, розвивати їхню пізнавальну активність та самостійність. З цією метою вчителю математики

необхідно, насамперед, перебудувати структуру уроку алгебри (Таблиця 2.9.).

Таблиця 2.9.

**Порівняння традиційного уроку та уроку на засадах КП**

| **Елементи порівняння** | **Традиційний урок** | **Урок на засадах КП** |
|---|---|---|
| Формулювання теми уроку | Вчитель оголошує учням. | Вчитель підводить учнів до теми уроку і вони формулюють її самостійно. |
| Визначення мети та завдань | Вчитель повідомляє учням мету і завдання уроку. | Учні за допомогою вчителя визначають межу між знанням і незнанням в даній темі та формулюють мету і завдання самостійно. |
| Планування | Вчитель вказує учням, в якій послідовності необхідно виконати завдання уроку. | Вчитель спільно з учнями планує, як досягти мети уроку. |
| Навчальна діяльність учнів | За вказівками вчителя учні виконують завдання уроку (часто – у формі фронтальної діяльності). | Учні виконують завдання уроку в різних видах і формах діяльності (групова, індивідуальна, ігрова, проектна тощо). |
| Здійснення контролю | Вчитель одноосібно здійснює контроль за діяльністю учнів. | Учні здійснюють контроль навчальної діяльності в різних формах (самоконтроль, контроль в парах, груповий контроль тощо). |
| Оцінювання | Вчитель здійснює оцінювання виконаних учнями завдань. | Учні приймають участь в оцінюванні власної навчальної праці та праці товаришів. |
| Підсумки уроку | Вчитель підводить підсумки уроку. | Учні здійснюють рефлексію навчальної діяльності під час уроку. |
| Домашнє завдання | Вчитель оголошує домашнє завдання (часто – однакове для всіх учнів). | Учні можуть обирати із запропонованих учителем завдань відповідно до їх індивідуальних особливостей. |

Таким чином, урок алгебри в сучасній школі має забезпечити активну і самостійну пізнавальну діяльність учнів на кожному з його етапів. В контексті впровадження КП в навчання алгебри основної школи це потребує не лише засвоєння учнями алгебраїчних знань, вмінь і навичок, а й формування в них готовності самостійно застосовувати здобуті знання для розв’язання широкого кола проблем. Для досягнення цієї мети необхідно забезпечити реалізацію діяльнісного компоненту методики компетентнісного навчання алгебри, основою якого, на нашу думку, має бути самостійна робота учнів на всіх етапах та рівнях навчально-виховного процесу сучасної школи. Ця ідея у нашому дослідженні спирається на таксономію Блума (Додаток Л).

Кожний рівень навчальної діяльності за таксономією Блума пов'язаний з певним рівнем розвитку активності та самостійності учня в навчанні. Перехід з одного рівня на більш високий має здійснюватися поступово, з використанням самостійних робіт різних за об’ємом, рівнем складності, формою представлення завдань та формою організації діяльності учнів. Дуже важливо, щоб зміст самостійної роботи, форма і час її виконання відповідали основним цілям кожної навчальної теми. У той же час необхідно пам’ятати, що зловживання самостійною роботою є так само шкідливим, як і її недооцінювання.

Залежно від цілей, які ставляться перед самостійними роботами, вони можуть бути спрямовані на здобуття нових знань, формування вмінь і навичок, повторення, узагальнення та систематизацію, розвиток творчого мислення учнів, контроль та оцінювання.

Метою навчальних самостійних робіт є оволодіння учнями змістом нового поняття, його суттєвих якостей, визначення зв’язку цього поняття з іншими. Такі роботи необхідно практикувати на етапі первинного засвоєння знань. Вони мають містити завдання, які забезпечують засвоєння термінів, символів, означень, вміння застосовувати це поняття в найпростіших ситуаціях, тобто репродуктивного характеру. Важливою вимогою до таких

робіт є їх перевірка в процесі уроку або відразу після нього. Це необхідно у зв'язку з потребою мати об'єктивну інформацію про стан засвоєння учнями нового навчального матеріалу.

*Самостійна робота навчального характеру.*

Тема «Поняття степінь з натуральним показником та його властивості»

1. Яка з рівностей є правильною:

1) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 5 \cdot 3$;

2) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 5^3$;

3) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$;

4) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3 + 5$;

2. Вкажіть правильну рівність:

1) $2^5 = 10$;

2) $2^5 = 32$;

3) $2^5 = 25$;

4) $2^5 = 16$.

3. Вкажіть правильну рівність:

1) $2^4 \cdot 2^3 = 2^{12}$;

2) $2^4 \cdot 2^3 = 4^{12}$;

3) $(3^2)^3 = 6^3$;

4) $(3^2)^3 = 3^6$.

4. Подайте одночлен $-3x^2yx^5$ у стандартному вигляді:

1) $-3yx^2x^5$;

2) $-3x^{10}y$;

3) $-3x^7y$;

4) $-3(xy)^7$.

5. Виконайте множення $2a^2b^3 \cdot 3a^4$ і вкажіть правильну відповідь:

1) $6a^2b^7$;

2) $6a^8b^3$;

3) $5\mathrm{a}^6\mathrm{b}^3$;

4) $6a^6b^3$.

У завданнях 2, 3, 5 потрібно виконати обчислення і вибрати правильну відповідь, тому ці завдання сприяють формуванню обчислювальної компетентності. У завданнях 3, 4, 5 необхідно застосувати властивості степеня з натуральним показником, тому вони сприяють формуванню процедурної компетентності. Щоб правильно виконати завдання 1, потрібно розуміти логіку утворення степеню з натуральним показником, тому це завдання сприяє формуванню логічної компетентності.

Самостійні роботи спрямовані на вдосконалення вмінь і навичок дозволяють формувати досвід математичної діяльності, який забезпечує вимоги навчальної програми з математики до результатів навчальної діяльності учнів. Вони можуть мати тренувальний характер, тобто складатися з досить великої кількості завдань середнього і достатнього рівнів, а також містити завдання творчого рівня. При підготовці завдань для таких самостійних робіт необхідно дотримуватись принципу «від простого до складного», акцентувати увагу на складних моментах, зберігати суттєві властивості, змінюючи несуттєві (коефіцієнти, знаки, послідовність доданків тощо).

*Самостійна робота вдосконалення вмінь і навичок.*

Тема «Властивості числових нерівностей»

1. Яке з чисел *a* і *b* більше, якщо:

1) $a - b = \frac{4}{5}$;

2) $a - b = -1{,}7$.

2. Запишіть нерівність, яку отримаємо в результаті додавання до обох частин нерівності:

1) $x + 6 \leq 15$ числа $-15$;

2) $y + 7 > 15$ числа $-7$.

3. Запишіть нерівність, яку отримаємо в результаті множення обох частин нерівності:

1) $3x > 9$ на $\frac{1}{3}$;

2) $-\frac{x}{4} < 5$ на $-4$.

4. Додайте почленно нерівності

*1)* $-6 < 3$ і $13 > 5$;

*2)* $1 < 6$ і $-7 > -12$.

5. Перемножте почленно нерівності:

*1)* $6 > 2$ і $13 > 5$;

*2)* $7 > 3$ і $11 > 9$.

6. Дано $4 < x < 10, 5 < y < 8$. Оцініть значення виразу:

*1)* $x + y$;

*2)* $x \cdot y$;

*3)* $4x + y$.

7. У якому випадку катер витратить більше часу: коли пройде 30 км за течією і 30 км проти течії річки, чи коли пройде 60 км у стоячій воді?

У завданнях 2-6 потрібно виконати обчислення, тому ці завдання сприяють формуванню обчислювальної компетентності. У цих же завданнях необхідно застосувати властивості числових нерівностей, тому вони сприяють формуванню процедурної компетентності. Щоб правильно виконати завдання 1, потрібно розуміти поняття числової нерівності, правило порівняння чисел, тому це завдання сприяє формуванню логічної компетентності. Завдання 7 є текстовою задачею на складання числової нерівності та її інтерпретацію, тому це завдання сприяє формуванню обчислювальної, процедурної, логічної та практико-орієнтованої компетентностей.

Перед проведенням тематичного контролю та оцінювання результатів навчання надзвичайно корисним є проведення самостійних робіт з метою повторення та узагальнення знань, удосконалення досвіду математичної пізнавальної діяльності учнів. Такі роботи повинні складатися з завдань, які за змістом охоплюють всю тему, і містять основні вміння і навички,

визначені навчальною програмою відповідно до чотирьох рівнів досягнень навчальної діяльності учнів.

До таких самостійних робіт можна включити компетентнісно орієнтовані задачі, розв'язування яких дає можливість учням переконатися у цінності здобутих знань, мотивувати їх якісно підготуватись до написання підсумкової контрольної роботи з теми, посилити пізнавальний інтерес до навчання алгебри. Саме компетентнісно орієнтовані задачі з алгебри мають здатність інтегрувати та систематизувати знання, а тому є ефективним засобом досягнення мети таких самостійних робіт.

*Самостійна робота з метою вдосконалення досвіду математичної пізнавальної ділності учнів.*

Тема «Арифметична прогресія».

І рівень

Доповніть речення,обравши відповідь із запропонованих.

1. Функція, задана на множині натуральних чисел, називається ….

А) натуральною;

Б) нескінченною;

В) числовою послідовністю;

Г) лінійною.

2. Формулу, яка задає будь-який член послідовності через попередні члени, називають…

А) функціональною;

Б) правильною;

В) рекурентною;

Г) тотожною.

3. Якщо $(a_n)$ – арифметична прогресія, то $a_{n+1} = \ldots + d$.

А) $a_{n+1} = a_1 + d$;

Б) $a_{n+1} = a_{n-1} + d$;

В) $a_{n+1} = a_n + d$;

Г) $a_{n+1} = a_{n+1} + d$.

4. В арифметичні прогресії за членом $a_{n-1}$ слідує член…

А) $a_n$;

Б) $a_{n+1}$;

В) $a_{n-2}$;

Г) $a_{2n}$.

II рівень

5. Дано арифметичну прогресію ($a_n$), $a_1 = 33$, $d = -2$. Знайти $a_{10}$.

6. Відомо, що одинадцятий і тринадцятий члени арифметичної прогресії відповідно дорівнюють 25 і 31. Знайдіть дванадцятий член прогресії.

7. Знайдіть номер члена арифметичної прогресії $(a_n)$, який дорівнює *32,5*, якщо $a_1 = 10{,}5$ і $d = 1{,}2$.

8. Різниця арифметичної прогресії дорівнює *-2*. Знайдіть $a_1$, якщо $a_{23} = 56$.

III рівень

9. Між числами 12 і 27 потрібно вставити два числа так, щоб всі чотири числа утворювали арифметичну прогресію.

10. Знайдіть суму перших п’ятнадцяти членів арифметичної прогресії, яка задається формулою $a_n = 7n - 8$.

11. Знайти суму всіх двоцифрових натуральних чисел кратних 8.

12. Знайдіть суму членів арифметичної прогресії з двадцять першого по сороковий, якщо $a_8 = -14$, а $a_{12} = -2$.

IV рівень

13. Сума п’яти перших членів деякої арифметичної прогресії дорівнює 90. Знайдіть суму десяти перших членів іншої арифметичної прогресії кожний член якої на 6 менший від відповідного члена першої прогресії.

14. *Задача Франкера.* Скільки разів проб’є годинник упродовж дванадцяти годи, якщо він відбиває щопівгодини? [16, с. 230]

Зміст даної самостійної роботи сприяє формуванню обчислювальної, процедурної, логічної та практико-орієнтованої СПМК. Зокрема, логічну компетентність формують завдання 1, 2, 4, 9-14, оскільки їх успішне розв'язання можливе за умови володіння поняттями арифметичної прогресії та її основних величин (наступний член, попередній член, різниця арифметичної прогресії, сума членів арифметичної прогресії). Крім того розв'язування завдань 9-14 потребує побудови математичної моделі задачі у вигляді системи алгебраїчних рівнянь. Процедурну компетентність формують завдання 3, 5-13, оскільки в усіх цих завданнях необхідно розв'язувати рівняння або системи рівнянь. Завдання 14 сприяє формуванню практико-орієнтованої компетентності, хоча варто зазначити, що навчальна цінність цього завдання, насамперед, полягає у розвитку логічного мислення. Всі завдання без винятку сприяють формуванню обчислювальної компетентності, оскільки під час їх розв'язування необхідно виконувати обчислення.

Особливого значення в умовах сучасної української школи має самостійна робота учнів у процесі виконання домашніх завдань. Для того, щоб школярі самостійно виконували домашні завдання, а не списували, наприклад, з друкованих ГДЗ, необхідно приділяти цій проблемі достатньо уваги. Не можна задавати домашнє завдання простим переліком номерів задач з шкільного підручника. Учитель має бути упевненим, що завдання на домашню роботу є логічним продовженням тієї навчальної діяльності, яку учні здійснювали під час уроку. Надзвичайно корисним є диференційований підхід до таких завдань, коли кожний учень має вибір і виконує відповідно ті завдання, з якими може справитися самостійно або які його зацікавили.

Доцільно пропонувати учням домашні завдання творчого або дослідницького характеру. Домашнім завданням, яке сприяє розвитку в учнів вміння аналізувати власну діяльність, передбачати помилки і надалі не допускати їх, є завдання на основі дидактичних карток з помилками. Такі завдання формують насамперед логічну компетентність.

Таблиця 2.10.

**Завдання з помилками**

| **Тема: «Квадрат суми і різниці двох виразів»** | | | |
|---|---|---|---|
| **Закресліть неправильні варіанти відповідей.** | | | |
| **Завдання** | **Варіант 1** | **Варіант 2** | **Варіант 3** |
| $(b + 8)^2=$ | $b^2 +8b +64$ | $b^2 – 8b +64$ | $b^2 + 16b +64$ |
| $(3 – 7x)^2=$ | $49x^2 – 42x + 9$ | $9+ 42x +49x^2$ | $49x^2 – 21x +9$ |
| $(4 + 5a)^2=$ | $16 – 20a + 25a^2$ | $16 + 40a +25a^2$ | $16 + 40a + 5a^2$ |

Стосовно самостійної роботи учнів під час виконання домашніх завдань обов’язковою є умова систематичної перевірки вчителем робочих зошитів учнів і виклик учнів до дошки на початку або в процесі уроку, коли вони розв’язують ті завдання, які було запропоновано розв’язати самостійно при виконанні домашньої роботи. Якщо не дотримуватись цієї вимоги, то, як свідчить шкільна практика, значна частина школярів не буде виконувати домашні завдання.

Навчання алгебри на засадах КП не заперечує, з одного боку, дотримання традиційних вимог, методів і форм діяльності учнів у процесі постановки, виконання і перевірки домашніх завдань, а з другого – потребує забезпечення формування ПМК і СПМК. Тому вчитель, плануючи домашнє завдання до кожного уроку, має підібрати для учнів такі завдання, які не лише збігаються за змістом і формою з тими, що розв’язувались під час уроку, а й такі, що сприяють розвитку математичних компетентностей.

Такими завданнями можуть бути:

- створення математичних казок, віршів, есе;
- створення математичних кросвордів;
- розгадування математичних головоломок, загадок, ребусів тощо.

З метою розвитку творчого мислення учнів доцільно пропонувати їм створювати математичні казки. Як свідчить шкільна практика виконання таких завдань та їх реалізація під час уроку сприяють активізації пізнавальної

діяльності школярів та забезпечують позитивний настрій, емоційне піднесення. Після того, як учні виконали це завдання, вчитель читає створені ними казки, відбирає кращі з них і пропонує на наступному уроці, гуртковому або факультативному занятті авторам казок прочитати або розповісти їх для всіх учнів класу. Якщо творча праця учня викликала в однокласників схвалення, це стає одним із джерел позитивної мотивації до навчання, творчості. Одним з наслідків такої самостійної домашньої роботи є формування логічної компетентності, адже всі події математичної казки мають бути взаємопов'язаними.

Наведемо приклад казки, створеної учнем сьомого класу під час вивчення теми «Лінійні рівняння».

*Казка про царівну Несміяну і Змія Горинича*.

В одній стародавній країні правив добрий цар Горох. І була у нього єдина донька Несміяна. Щасливо правив своєю країною цар Горох аж поки не прийшла біда – Змій Горинич викрав царівну Несміяну і заніс її в печеру на вершину найвищої гори в царстві, яка називалася Змііна.

Цар Горох зібрав велике військо, щоб визволити свою доньку. Тільки-но військо підійшло до підніжжя Змііної гори, як побачив цар у небі Змія Горинича, що ніс на собі Несміяну. Здивувався цар, а військо його завмерло від страху. Змій Горинич вкинув до ніг царя Гороха сувій пергаменту, на якому було написано: «Я поверну тобі доньку, якщо ти розв'яжеш правильно усі мої завдання з алгебри!».

Цар Горох не дуже добре знав алгебру, тому наказав своїм воїнам негайно розв'язати завдання Змія Горинича. Однак, побачивши завдання, 40% воїнів відразу втекли з поля бою, 20% змогли розв'язати половину задач, 16% – лише одну задачу, а 22% – не розв'язали жодної. На щастя знайшовся один розумний і сміливий воїн, який розв'язав усі завдання Змія Горинича. Тому змій змушений був повернути царівну Несміяну батькові.

Вчитель може запропонувати учням вже на уроці алгебри творче продовження цієї казки. Після того, як учень, який придумав цю казку,

прочитає або розповість її іншим учням в класі на початку уроку, вчитель поставить перед учнями наступні запитання: «Скільки воїнів було в царя Гороха? А ви зможете розв’язати завдання з алгебри Змія Горинича?».

*Завдання з алгебри Змія Горинича:*

Завдання 1. Звести подібні доданки

1) 3a – a – b - 12b-7;
2) 1.8y + 3 - 2.8c - 0.2 - 2y;
3) -12c - 12a + 7a + 6c;
4) 1.7x - 1.2y - 1.7x + 0.5y;
5) 7 – x + y + x – y;
6) 5.17y + 9.31y + 4.83y - 2y;
7) 15a – a + b - 6b;
8) 1.2c + 1 - 0.6y - 0.8 – 0.2c.

Завдання 2. Розкрити дужки і звести подібні доданки.

1) -5b - (8a-5b);
2) (5 - 2b) - (7 + 10b);
3) x - (x - 15) + (13 + x);
4) 6(c + 1) - 6c – 5;
5) 21x – 7 - 4(9x + 3);
6) (3a - 21) - 2a - (17 - 8a);
7) -2(2p - 1) + 4;
8) -(3c + 5x) - (9c - 6x).

Завдання 3. Розв’язати рівняння.

1) 9 + 13y = 35 + 26y;
2) 8.31x – 71 = 1.11x + 1;
3) 6x + (3x - 2) = 14;
4) (6x + 1) - (3 - 2x) = 14;
5) 2x + 7 = 3x - 2(3x - 1);
6) 4 - 2(x + 3) = 4(x - 5).

Запропонована таким чином самостійна робота має для учнів позитивне емоційне забарвлення, що сприяє більш успішному розв'язуванню цих завдань. Крім того пошуки відповіді на запитання, скільки воїнів було в царя Гороха, дозволяють учням повторити тему «Відсоткові обчислення», а вчителю оцінити роботу учнів на творчому (високому) та достатньому рівнях навчальної діяльності.

Створення і розв'язування математичних кросвордів доцільно використовувати з метою засвоєння математичної термінології, що сприяє формуванню логічної компетентності. Розглянемо для прикладу (Рис. 2.5.):

*Кросворд на тему «Функції»:1.* Графік оберненої пропорційності. 2. Графік квадратичної функції. 3. Координата по вертикальній осі. 4. Чим задається функція? 5. Функція, графіком якої є пряма. 6. Залежність між величинами.

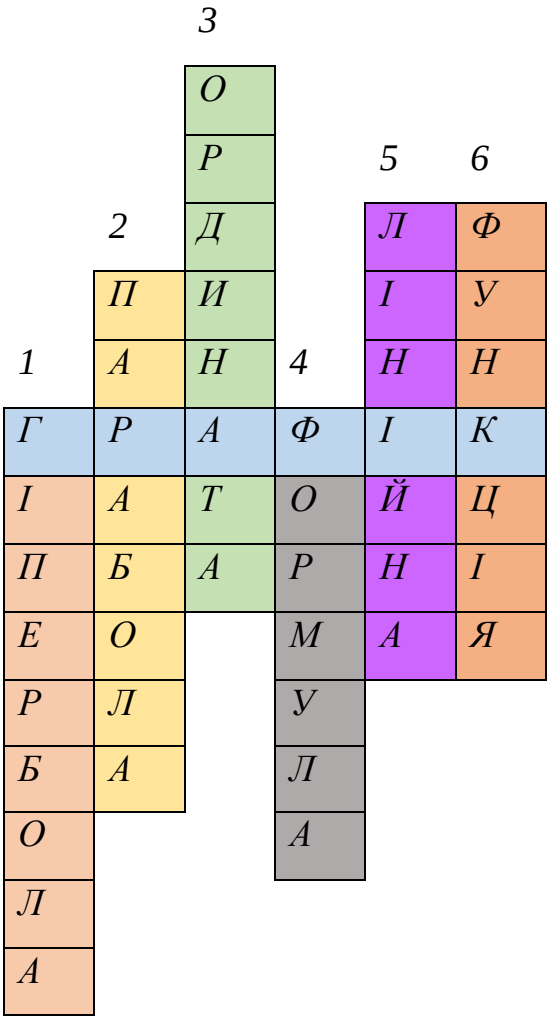


*Рис. 2.5. Кросворд*

Даний кросворд можна розв’язати на уроках алгебри у дев’ятому класі після вивчення теми «Квадратична функція» з метою повторення та узагальнення основних понять функціональної лінії шкільного курсу математики. Заповнення кросворду правильними відповідями можна доповнити завданнями наступного змісту: побудувати графік функції заданою формулою; за допомогою побудованого графіку визначити область визначення, область значень, нулі функції, інтервали монотонності, найбільше або найменше значення функції. У такому випадку запропонований математичний кросворд сприяє не лише формуванню логічної компетентності, а й обчислювальної, процедурної та графічної компетентностей.

Якщо вчитель запропонував учням як домашнє завдання побудувати кросворд, він повинен чітко вказати, які математичні поняття необхідно помістити в кросворд, а також у якій формі його представити. Це може бути кросворд-рисунок на папері стандартних розмірів або на плакаті, комп’ютерна презентація, сторінка веб-сайту, повідомлення в соціальних мережах тощо.

Одним із найбільш цікавих для учнів домашніх завдань є розгадування математичних загадок та головоломок. До цього виду діяльності вони нерідко залучають своїх батьків, братів і сестер, друзів. Ще більш ефективним у контексті формування мотивації до навчання алгебри та розвитку мислення є домашнє завдання такого змісту: знайти в різних джерелах або придумати математичні загадки, ребуси, головоломки.

Наведемо приклади загадок і ребусів, які можна використовувати в якості домашнього завдання.

*Загадки.*

1. Одна цеглина важить один кілограм і ще пів цеглини. Скільки важить цеглина? [95]

Відповідь: 2 кг.

2. Якщо людина йде на роботу пішки, а назад їде на транспорті, то в цілому на дорогу витрачає півтори години. Якщо ж в обидва кінці він їде на транспорті, то весь шлях займає в нього 30 хвилин. Скільки часу потрібно людині на дорогу, якщо на роботу й назад вона піде пішки? [95]

Відповідь:користуючись транспортом, людина витрачає на шлях туди й назад 30 хвилин. Тому шлях в одну сторону займає 15 хвилин. Виходить, пішки він може добратися до роботи за 1 годину й 30 хвилин - 15 хвилин = 1 година й 15 хвилин. Весь шлях займе вдвічі більше часу - 2 години й 30 хвилин.

*Ребуси.*

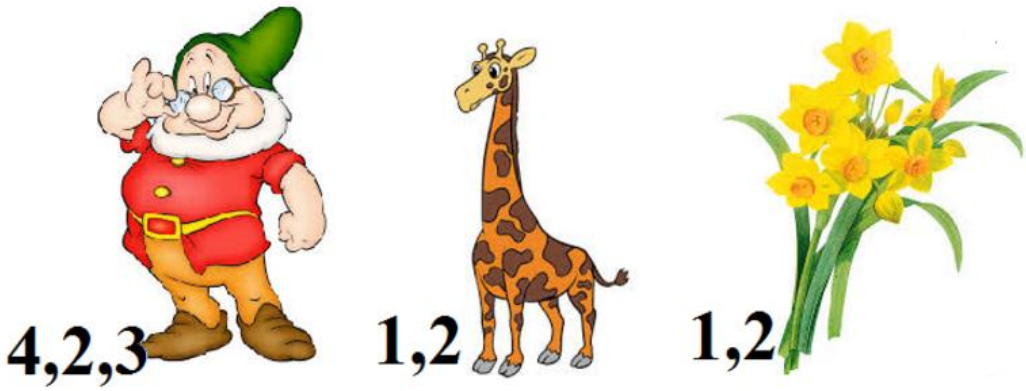


*Рис. 2.6. Ребус 1.*

Відповідь: множина.

*Рис. 2.7. Ребус 2.*

Відповідь: гіпербола.

Доцільно також пропонувати учням на домашню роботу завдання на основі залучення історичного матеріалу (підготовка повідомлень про життя видатних математиків, про великі математичні відкриття, розв'язування історичних задач). Наприклад: *Задача «Ейлера»***.** Чоловік, продаючи коня, запропонував покупцеві заплатити тільки за гвіздки, якими прибито до копит того коня підкови. За перший гвіздок – 1 пфеніг, за другий – 2, за третій – 4 і т. д.: за кожний удвічі більше, ніж за попередній. За скільки він продав коня, якщо гвіздків було 32? [16, с. 238]

З метою збагачення змісту навчання алгебри компетентнісним контентом доцільно пропонувати учням на домашнє завдання також задачі зовнішнього незалежного оцінювання, що за змістом відповідають темі уроку. Такі завдання дозволяють орієнтувати учнів щодо вимог ЗНО з математики, формують в них розуміння необхідності систематичної, наполегливої навчальної праці, оскільки тести ЗНО містять задачі за весь курс шкільної математики. Наведемо приклад такого завдання.

*Задача ЗНО (2015 рік).* Плавець під час першого тренування подолав дистанцію у 450 м. кожного наступного тренування він пропливав на 50 м більше, ніж попереднього, поки не досягнув результату – 1000 м за одне тренування. Після цього під час кожного відвідування басейну плавець пропливав 1000 м. скільки всього кілометрів плавець проплив за перші 10 тижнів тренувань, якщо він тренувався тричі кожного тижня? [106, с. 9]

На нашу думку, найбільш ефективним засобом організації самостійної роботи учнів у процесі навчання алгебри і відповідно – інструментом формування ПМК і СПМК є *метод проектів***.** Проектну діяльність учнів 7-9 класів у навчанні алгебри можна реалізувати у формі як довгострокових, так і короткострокових навчальних проектів. Оскільки довгострокові проекти потребують значних ресурсів, на нашу думку, в шкільній практиці краще використовувати короткострокові проекти у формі уроків-проектів.

Розглянемо найбільш суттєві етапи такого уроку на прикладі уроку-проекту до теми «Числові послідовності».

Підготовка до уроку проводиться заздалегідь. Учні шукають інформацію з теми, історичні факти і задачі, створюють презентації.

Клас розбивається на три групи. Перша група «Історики» – готують невеликі доповіді про історію виникнення послідовностей та прогресій. Друга група «Теоретики» – створюють картки-пам’ятки з основними поняттями теми «Числові послідовності», а третя група «Практики» – займається пошуком цікавих завдань з даної теми і представляє розв’язки найцікавіших з них у вигляді презентацій.

Вчитель попередньо спільно з учнями визначає мету та завдання уроку: формувати математичні компетентності, вміння виступати перед аудиторією; розвивати творчі, дослідницькі здібності.

Вчитель у вступному слові наголошує, що найважливішим завданням, яке стоїть перед учнями на цьому уроці є обґрунтувати необхідність знань про числові послідовності та їх властивості.

До дошки виходить учень, що представляє першу групу «Історики » і доповідає на тему «Історичні відомості про прогресії». Доповідь паралельно транслюється за допомогою проектора у формі презентації (Додаток Н).

Після доповіді першого учня вчитель запитує в учнів про враження від отриманої інформації. Після короткого обговорення до дошки викликається наступний учень з групи «Теоретиків». Учень демонструє презентацію, яка містить основні поняття і формули теми «Числові послідовності». Учні повторюють дану інформацію, не лише переглядаючи презентацію на екрані, а й за робочими столами за допомогою карток-пам’яток, які заздалегідь розробила група «Теоретиків».

Після виступу групи «Теоретиків» учитель пропонує учням виконати усний математичний диктант (попередньо просить тимчасово заховати картки-пам’ятки). Учитель задає запитання, а учні відповідають на нього.

1. Арифметична прогресія - це...
2. Геометрична прогресія -.це..

3. У геометричній прогресії перший член 10 , другий член 5 . Знайдіть знаменник ?

4. У арифметичній прогресії п`ятий член 18, а третій член 13. Знайдіть різницю арифметичної прогресії.

5. Знаменник геометричної прогресії можна знайти, якщо відомо…

6. Сформулюйте і поясніть формулу *n*-го члена арифметичної прогресії …

7. Сформулюйте і поясніть формулу *n*-го члена геометричної прогресії …

8. Як знайти суму *n* перших членів арифметичної прогресії

9. Як знайти суму *n* перших членів геометричної прогресії.

Після математичного диктанту вчитель викликає до дошки представника третьої групи «Практиків». Цей учень представляє у вигляді презентації «Цікаві задачі» результати роботи своєї групи.

При показі кожного слайду з умовою задачі учні двох інших груп на дошці розв’язують їх, обговорюючи разом пошук результату. Після наданого ними розв’язку учень з групи «Практики» представляє слайд з розв’язанням цієї задачі.

Після виступу всіх учнів учитель переходить до підсумків уроку. Оцінює учнів, звертаючи насамперед увагу на їх досягнення, найбільш цікаві моменти уроку. Наступні запитання вчителя дозволяють здійснити учням рефлексію своєї самостійної роботи:

1) Чи сподобалась вам працювати самостійно над темою «Числові послідовності»?

2) Що нового ви дізнались в процесі самостійного вивчення теми?

3) Які труднощі виникли у вас у процесі виконання завдань?

4) Чи є у вас запитання до мене?

5) Чи потребуєте додаткової консультації з теми «Числові послідовності» перед написанням контрольної роботи?

Завершуючи урок, учитель повідомляє учням домашнє завдання: підготуватись до підсумкового тематичного оцінювання з теми «Числові послідовності», повторити основні формули теми та методи розв’язування основних типів задач.

Застосування в процесі навчання алгебри методу проектів урізноманітнює пізнавальну діяльність учнів, сприяє зростанню в них рефлексивних умінь, виховує відповідальність за результати власної навчальної праці.

Здійснення вчителем систематизації та аналізу результатів самостійної роботи учнів дозволяє виявити стан і динаміку не лише засвоєння ними навчального матеріалу, а й стан розвитку ПМК і СПМК.

## 2.4. Розвиток рефлексії учнів 7-9 класів у процесі реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри

Рефлексивний компонент методики реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри учнів основної школи має на меті забезпечити розвиток в учнів здатності до самоконтролю та самостійного оцінювання результатів власної навчальної діяльності на основі рефлексії. Цю складову компетентнісного навчання алгебри необхідно інтегрувати в систему контролю та оцінювання знань учнів сучасної загальноосвітньої школи.

Основною метою контролю та оцінювання результатів навчальної діяльності учнів є визначення рівня оволодіння ними знаннями, вміннями та навичками відповідно до вимог навчальної програми. Поряд з цим одним із важливих завдань контролю є визначення відповідальності кожного учня за результати його навчальної праці, вміння аналізувати і оцінювати свою роботу.

До основних видів контролю та оцінювання результатів навчальної діяльності учнів належать поточний та тематичний контроль. Необхідним елементом *поточного контролю* є перевірка виконання учнями домашніх

завдань. Найчастіше вчитель реалізує цей етап уроку за допомогою опитування учнів. При цьому здійснюється не лише функція оцінювання знань учнів, а й розвиток математичних компетентностей, оскільки відбувається застосування набутих учнями знань. Проілюструємо це на прикладі фрагменту уроку «Властивості арифметичного кореня квадратного» (8 клас).

Учитель викликає до дошки двох учнів для опитування і пропонує їм завдання: «Довести властивості арифметичного кореня квадратного для добутку та частки». Пропонує цим учням виконати доведення цих властивостей на дошці і бути готовими пояснити його. Викликає декілька учнів, яким пропонує зайняти місця за першими партами і виконати завдання аналогічні до тих, які пропонувалися для домашньої роботи, наприклад: «Знайдіть значення виразу: а) $\sqrt{121 \cdot 81}$; б) $\sqrt{0{,}04 \cdot 36}$; в) $\sqrt{9 \cdot 25 \cdot 64}$; г) $\sqrt{\frac{49}{81}}$; д) $\sqrt{\frac{196}{225}}$; е) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$.» [130, с.95].

Вчитель обов’язково вказує час для виконання завдань. Час до моменту відповіді одного із викликаних до дошки учнів учитель використовує для фронтальної перевірки виконання домашніх завдань в зошитах учнів, повторення навчального матеріалу попереднього уроку тощо. Після цього увага учнів переключається на відповіді учнів біля дошки, їх уточнення та оцінювання вчителем. У певний момент вчитель збирає письмові роботи тих учнів, які працювали за першими партами (бажано оцінити їх до завершення уроку).

Поточне оцінювання результатів навчання учнів не завжди буває запланованим. Часто на уроках учні виявляють активність та самостійність в процесі виконання завдань, у такому випадку вчитель також може оцінити їхню роботу. Ще одним із засобів поточного оцінювання знань учнів є виконання письмових самостійних робіт, приклади яких наведені у п. 2.3. (с. 115-120).

Поточне оцінювання є надзвичайно важливим засобом мотивації навчальної діяльності учнів. Вчителю необхідно контролювати, щоб усі учні класу мали можливість отримати поточні оцінки.

Обов'язковим видом контролю та оцінювання знань учнів є *тематичне оцінювання*, яке повинно відповідати «Загальним критеріям оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої освіти» [170]. Слід зазначити, що для реалізації тематичного контролю та оцінювання на сьогодні створено достатньо велику кількість навчально-методичних посібників. Наведемо приклад завдання для тематичного контролю та оцінювання з теми «Квадратні рівняння. Теорема Вієта» (8 клас) з посібника авторів А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, Ю. М. Рабінович, М. С. Якір [160, с. 66].

Контрольна робота № 5

Тема. Квадратні рівняння. Теорема Вієта.

1. Розв'яжіть рівняння:
   1. $7x^2 - 21 = 0$;
   2. $5x^2 + 9x = 0$;
   3. $x^2 + x - 42 = 0$;
   4. $3x^2 - 28x + 9 = 0$;
   5. $2x^2 - 8x + 11 = 0$;
   6. $16x^2 - 8x + 1 = 0$.
2. Складіть зведене квадратне рівняння, сума коренів якого дорівнює $-10$, а добутку – числу 8.
3. Діагональ прямокутника на 8 см більша за одну із сторін і на 4 см більша за другу. Знайдіть сторони прямокутника.
4. Число $-3$ є коренем рівняння $2x^2 + 7x + c = 0$. Знайдіть значення $c$ і другий корінь рівняння.
5. При якому значенні $a$ рівняння $3x^2 - 6x + a = 0$ має один корінь?

6. Не розв’язуючи рівняння $x^2 + 12x + 6 = 0$, знайдіть значення виразу $x_1^2 + x_2^2$, де $x_1$ і $x_2$ – корені цього рівняння.

Важливим при проведенні тематичного контролю у формі письмової контрольної роботи є повідомлення учням критеріїв її оцінювання. Обов’язковою також є вимога – здійснення аналізу результатів контрольної роботи кожним учнем та виправлення ним власних помилок. Саме цей етап сприяє розвитку самоконтролю та самостійного оцінювання учнями результатів власної навчальної праці.

Однією з форм тематичного котролю та оцінювання, яку доцільно використовувати в контексті впровадження КП в навчання алгебри учнів основної школи, є урок-залік. Від традиційної контрольної роботи оцінювання у формі заліку відрізняється, насамперед, метою проведення, яка полягає у систематизації, узагальненні та повторенні кожним учнем навчального матеріалу теми та перевірці досягнення ним відповідного рівня результатів навчальної діяльності. Готуючись до складання заліку учням необхідно підготувати відповіді на теоретичні питання з усієї теми та повторити способи розв’язування основних типів задач. Тому така форма контролю ускладнює самостійну навчальну діяльність учнів, вимагає від них більш серйозної підготовки, системного повторення та узагальнення знань, а також забезпечує індивідуальний підхід до кожного школяра, оскільки в традиційному варіанті уроку-заліку кожний учень відповідає на теоретичні запитання усно біля дошки.

Залікові уроки дозволяють вчителю об’єктивно визначити рівень знань, виявити прогалини в знаннях з даної теми, зрозуміти індивідуальні особливості кожного учня. У свою чергу – уроки-заліки здійснюють виховний вплив на учнів, посилюють почуття відповідальності за власну працю, що загалом сприяє розвитку рефлексії, вмінь самоконтролю та самооцінювання.

Наведемо приклад структури уроку-заліку для учнів сьомого класу по темі «Формули скороченого множення». Попередньо вчитель готує картки із

завданнями заліку. Кожна картка містить теоретичне завдання – довести одну із формул скороченого множення, і десять прикладів, які охоплюють вміння користуватися усіма формулами скороченого множення.

*Картка заліку з теми «Формули скороченого множення».*

Теоретичне завдання: довести формулу розкладання на множники суми кубів двох виразів.

Практичні завдання:

1. $(x - 5)^2$;
2. $(2x + 3)^2$;
3. $y^2 - x^2$;
4. $36 - y^2$;
5. $(4x - 3y)^2$;
6. $(2x^2 + x)^2$;
7. $49x^6 - 4y^2$;
8. $(3y - 9x)^2 + 54xy$;
9. $(x + 3)^2 - 6x$;
10. $x^3 - 27$.

Запропоновані завдання відповідають достатньому рівню результатів навчальних досягнень учнів. Їх оцінювання можна виконати на основі таких критеріїв: повна і без помилок відповідь на теоретичне завдання – 5 балів, 9-10 правильно виконаних завдань з практичної частини – 5 балів, 7-8 завдань – 4 бали, 5-6 завдань – 3 бали, 3-4 завдання – 2 бали, 1-2 завдання – 1 бал. Критерії оцінювання заліку мають бути обов’язково попередньо доведені до учнів. Бажано також для кожної картки завдань підготувати картку відповідей. За такої умови після виконання всіх завдань учень зможе самостійно виконати контроль та оцінювання своєї роботи. Завершення уроку-заліку в такий спосіб сприяє реалізації рефлексивного компоненту методики компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи.

Одним з сучасних методів розвитку рефлексії у навчанні алгебри, який сприяє формуванню математичних компетентностей учнів основної школи, є

навчальне портфоліо. Застосування методу портфоліо забезпечує суб'єктну позицію учня в навчальному процесі, оскільки цей метод ґрунтується на самостійній діяльності школярів, яка полягає в аналізі власних досягнень, результатів пізнавальної, дослідницької, проектної або творчої діяльності.

Навчання на засадах КП передбачає, насамперед, активний розвиток досвіду самостійної навчальної діяльності учнів, при цьому змінюючи розуміння оцінки результатів навчання, оскільки важливим стає не лише те, які знання здобувають учні й на якому рівні відповідно до «Загальних критеріїв оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої освіти» [170], а на перше місце виходить готовність застосовувати ці знання. Саме тому портфоліо є не лише інноваційним методом контролю та оцінювання знань, а й ефективним інструментом формування ПМК і СПМК учнів основної школи.

Якщо вчитель обирає технологію портфоліо як метод контролю та оцінювання результатів навчання учнів, то йому варто дотримуватися наступних кроків.

У перший тиждень навчального року зібрати учнів та ознайомити їх з поняттям учнівського портфоліо. Найкраще, якщо вчитель підготує попередньо зразок портфоліо для того, щоб учні могли взяти його в руки, роздивитися, погортати, а також приклади презентацій та газет. Вчитель пояснює дітям, що лише оцінки в класному журналі не завжди дають зрозуміти у повній мірі, який об'єм роботи і наскільки якісно, виконав учень. Крім того багато завдань з математики учні будуть виконувати самостійно, в позаурочний час. Портфоліо допоможе зберегти, проаналізувати і оцінити результати такої праці. Необхідно також підготувати «Пам'ятку роботи з портфоліо», в якій чітко вказати вимоги до його оформлення, структури, термінів контролю та оцінювання окремих видів учнівських робіт.

У 7-9 класах навчальна діяльність учнів досягає піку розвитку пізнавальних інтересів та здібностей, готовності до самоаналізу та самоконтролю. Тому, на нашу думку, портфоліо має містити результати

завдань, для яких попередньо вчителем чітко визначені та доведені до відома учнів вимоги щодо виконання цих завдань та критерії їх оцінювання. Лише за такої умови стає можливим оцінювати навчальну працю учнів певною кількістю балів.

У шкільній практиці вчителі використовують портфоліо учня як:

- збірку робіт учня, яка містить не лише його результати в навчанні, але й досягнення в інших позаурочних видах діяльності, а головне – позитивні зміни порівняно з його попередніми результатами;
- презентацію результатів навчання учня з певного предмету за півріччя або навчальний рік;
- щоденник досягнень учня в навчанні, який він веде і укладає самостійно.

Портфоліо може розрізнятися за змістом його наповнення:

- містить інформацію про досягнення учня в навчанні;
- розкриває результати роботи учня над вирішенням деякої навчальної проблеми;
- зберігає усі оцінки учня на протязі вивчення однієї з тем навчального предмету;
- є презентацією, яка демонструє досягнення учня з навчального предмету за певний період часу.

Для учнів основної школи, на нашу думку, найбільш доцільним видом портфоліо з метою формування математичних компетентностей є *тематичне портфоліо*.

Тематичне портфоліо учня складається з наступних частин.

Розділ 1. «Візитка».

Розділ 2. «Колекція».

Розділ 3. «Робочі матеріали».

Розділ 4. «Досягнення».

Кількість обов'язкових рубрик у тематичному портфоліо має бути обмеженою, чітко визначеною та однаковою для всіх учнів класу.

Розділ «Візитка» призначений для знайомства з учнем. В цьому розділі учень розповідає про себе, свої інтереси, хобі, може представити свої малюнки, фотографії. Оскільки це перший розділ портфоліо учня, то він, на нашу думку, має обов'язково містити мету задля якої він створює це портфоліо.

Розділ «Колекція» містить матеріали, які учень знаходить в різних джерелах інформації самостійно або за рекомендацією вчителя. Це можуть бути цікаві статті, довідники, схеми, зображення, бібліографічні довідки.

Розділ «Робочі матеріали» містить ті матеріали, які створені і систематизовані учнем самостійно.

Розділ «Досягнення» охоплює ті матеріали, які відображають основні результати пізнавальної діяльності учня та демонструють його успіхи.

Ці розділи можуть бути структуровані, складатися з окремих частин відповідно до різних завдань, які виконував учень.

Розглянемо орієнтовний зміст цих розділів (крім першого) на прикладі теми «Числові послідовності» (Додаток П).

«Колекція»

У цьому розділі учень розміщує довідник основних понять та формул, який він створив самостійно, опрацювавши тему «Числові послідовності». Зокрема, ця частина портфоліо містить формулювання понять числової послідовності, арифметичної та геометричної прогресій, способи завдання числових послідовностей, формули для знаходження *n-го* члена арифметичної та геометричної прогресій, формули для обчислення суми *n* перших членів арифметичної та геометричної прогресій. Крім представленого теоретичного матеріалу в розділі «Колекція» кожне визначення і формула підкріпленні числовими прикладами.

В цьому розділі учень також розміщує навчальні матеріали, що виходять за межі вимог шкільної програми з даної теми. До них належать «Історична довідка», «Цікаві задачі» тощо.

Робота над розділом «Колекція» сприяє систематизації знань учня з даної теми, формує вміння самостійно опрацьовувати навчальну інформацію та представляти її у вигляді структурованого тексту, виділяти головне та другорядне, робити висновки, добирати приклади, що ілюструють теоретичні факти. Така навчальна діяльність забезпечує формування логічної компетентності учнів та розвиває ключові компетентності, зокрема – інформаційну. Крім того цей розділ портфоліо може бути використаний учнем при підготовці до тематичного оцінювання, до державної атестації за курс математики основної школи, до ЗНО, навчаючись у старшій школі.

У третьому розділі, який має назву «Робочі матеріали», учень розміщує розв'язки найбільш цікавих і складних задач з даної теми. Крім цього він, якщо володіє відповідними навичками, створює комп'ютерну презентацію для демонстрації розв'язування цих задач в класі, до деяких задач він може виконати схематичні рисунки, побудувати діаграми. У цьому ж розділі учень представляє статтю, яку він написав для шкільної математичної газети.

Робота над цією частиною портфоліо забезпечує розвиток усіх СПМК (логічної, обчислювальної, графічної, процедурної, практико-орієнтованої). Такий результат має місце завдяки тому, що основним видом діяльності учня є розв'язування задач, які містяться не лише в шкільному підручнику. Таку діяльність учня повинен організувати і забезпечити вчитель математики, надавши йому інформацію про збірники додаткових завдань з даної теми (навчальні посібники, які зберігаються в шкільній бібліотеці, або адреси освітніх сайтів в мережі Інтернет). Вчитель може самостійно підготувати збірник завдань з даної теми, до якого варто включити більш складні, нестандартні завдання, цікаві історичні задачі, завдання, що пропонувалися на ДПА і ЗНО, компетентнісно орієнтовані задачі з даної теми.

У четвертому розділі тематичного портфоліо, який називається «Досягнення», учень виконує аналіз результатів власної праці у процесі вивчення теми «Числові послідовності». Він повинен вказати, який основний теоретичний матеріал (означення та властивості числових послідовностей;

означення та властивості арифметичної та геометричної прогресій; формули n-го члена арифметичної та геометричної прогресій; формули суми n перших членів арифметичної та геометричної прогресій; формулу суми нескінченної геометричної прогресії) ним опрацьовано, що саме дозволяє йому розпізнавати арифметичну та геометричну прогресії серед інших числових послідовностей; як можна знаходити будь-який член прогресії за формулою *n*-го члена тощо. В цій частині портфоліо учень наводить приклади основних типів задач з даної теми та описує методи їх розв'язування. В контексті впровадження КП в навчання алгебри основної школи бажано, щоб у цьому розділі також містилися приклади застосування знань про числові послідовності, які виходять за межі шкільної програми. Це можуть бути компетентнісно орієнтовані задачі, які стосуються інших освітніх галузей та різних професій.

Учень самостійно заповнює таблицю (Таблиця 2.11.) оцінювання результатів роботи над темою «Числові послідовності». Крім цієї таблиці в цьому розділі також міститься таблиця оцінювання результатів навчальної праці учня, яку заповнює вчитель. Таке дублювання є необхідним для порівняння учнем власної оцінки з оцінкою вчителя.

Таблиця 2.11.

**Моє оцінювання за тему «Числові послідовності»**

| Тема «Числові послідовності» | Розділ 1 | Розділ 2 | Розділ 3 | Презентація | Газета | Підсумкова оцінка |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 10 | 11 | 11 | 12 | 10 | 11 |

Підводячи підсумки, можна стверджувати, що застосування портфоліо вимагає від вчителя нести відповідальність не лише за навчальну діяльність учнів під час уроку алгебри, а й за позаурочну самостійну роботу учнів.

Лише за такої умови є сенс використовувати в навчально-виховному процесі основної школи технологію портфоліо як засіб контролю та оцінювання результатів навчальної діяльності учнів. Зазначимо, що при умові реалізації цієї технології, в учнів відбувається розвиток вмінь самостійно контролювати та об'єктивно оцінювати власну навчальну працю та її результати, що сприяє формуванню в них рефлексії.

## 2.5. ІКТ як засіб реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри в основній школі

На сучасному етапі розвитку суспільства інформаційно-комунікаційні технології забезпечують діяльність у будь-якій галузі виробництва та виступають засобом, без якого неможливо реформувати вітчизняну систему освіти. Реалізація компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи потребує використання засобів навчання на основі ІКТ.

Для забезпечення розвитку і становлення компонентів компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи доцільно використовувати в процесі навчання пакет стандартних програм MS Office, педагогічні програмні засоби, освітні ресурси мережі Інтернет. Розглянемо можливості цих засобів навчання в контексті проблеми нашого дослідження.

Для формування мотиваційного компоненту методики реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи пропонуємо використати MS PowerPoint. Для прикладу вивчення теми «Степінь з натуральним показником» (7 клас) вчитель розпочинає з демонстрації короткої презентації (6 слайдів). Слайд 1 містить формулювання проблеми «Степінь в різних галузях людського пізнання», яку вчитель пропонує учням розглянути перед тим як розпочинати вивчення поняття та властивовостей степеня.

*Рис. 2.8. Слайд 1.*

Далі вчитель нагадує учням про основні арифметичні дії: додавання, віднімання, множення, ділення (Слайд 2).

*Рис. 2.9. Слайд 2.*

Учитель повідомляє учням, що крім цих дій вони в сьомому класі оволодіють ще однією важливою математичною дією – піднесення до степеня.

Вчитель формулює проблемну ситуацію: «Чому з’явилась потреба в дії піднесення до степеня?». Для того, щоб дати відповідь на це запитання, вчитель пропонує учням познайомитися з інформацією на наступних слайдах презентації.

Слайд 3. Застосування поняття степеня з натуральним показником у фізиці.

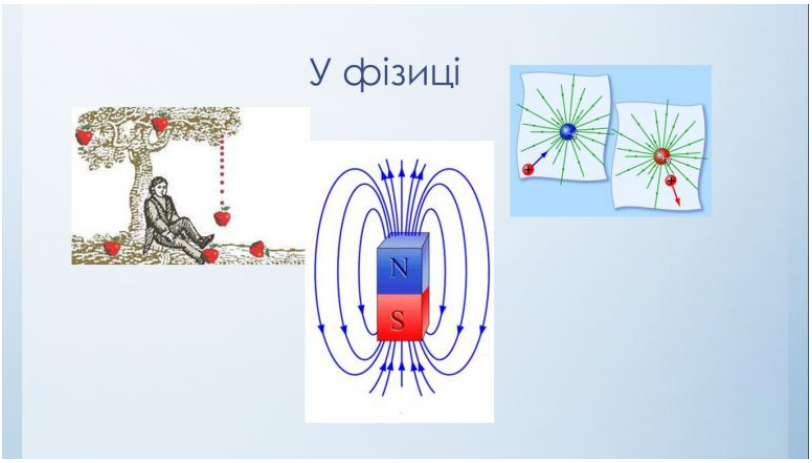


*Рис. 2.10. Слайд 3.*

Розповідь учителя: «Насамперед необхідність у цій дії пов’язана з обчисленням площ та об’ємів. У фізиці сила всесвітнього тяжіння, електростатична та магнітна взаємодії, поширення в просторі світла і звуку зменшуються пропорційно квадрату відстані. Однак в різних науках і людській практиці ми зустрічаємось з необхідністю обчислювати не лише другий та третій степені числа. Наприклад, інженер-гідротехнік враховує у своїй діяльності залежність шостого степеню: якщо швидкість течії в одній річці в чотири рази більша за швидкість в іншій річці, то більш швидка річка здатна перекочувати каміння в $4^6$, тобто в *4096* разів більш важке, ніж повільна.»

Слайд 4-6. Застосування поняття степеня з натуральним показником в астрономії.

Розповідь вчителя: «Найбільш часто використовують дію піднесення до степеню астрономи. Досліджуючи Всесвіт, на кожному кроці потрібно використовувати величезні числа. Наприклад, відстань від Землі до туманності Андромеди можна записати таким числом км: *9500000000000000000*. Маси зірок вимірюються ще більшими числами.

*Рис. 2.11. Слайд 4.*

Маса Сонця в грамах становить *1983000000000000000000000000000000*.

*Рис. 2.12. Слайд 5.*

Зрозуміло, що виконувати обчислення з такими числами дуже довго, та й при цьому легко помилитися. Дія піднесення до степеню дає простий вихід з такої ситуації. Оскільки можна скорочено записати $100 = 10^2$, $1000 = 10^3$, $10000 = 10^4$ і т. д., то наведені раніше числа-велетні можна представити наступним чином: перше – $950 \cdot 10^{22}$, друге – $1983 \cdot 10^{30}$.»

*Рис. 2.13. Слайд 6.*

У наведеному прикладі презентація виконує функцію візуалізації тих фактів та ідей, які лежать в основі поняття «степінь з натуральним показником». Якби розповідь учителя не супроводжувалася слайдами, то учні сприймали б цю інформацію лише використовуючи слух, що не забезпечує концентрацію уваги і відповідно розуміння основного змісту повідомлення вчителя. Передача і одержання навчальної інформації за допомогою двох каналів сприйняття дозволяє зосередити увагу учнів на тому, що поняття степінь з'явилося в результаті розвитку природничих наук, і без нього неможливо описати та дослідити багато явищ природи. Таким чином, презентація забезпечує усвідомлення учнями потреби в математичних знаннях та їх цінності для розвитку людства, тобто безпосередньо впливає на формування мотивації навчання.

Для реалізації практико-орієнтованого компоненту методики компетентнісного навчання ми пропонуємо використовувати такі доступні програми як MS Word та MS Excel, в яких можна будувати діаграми, таблиці, набирати тексти завдань.

Зазначимо, що значна частина учнів основної школи володіє вміннями працювати з текстом за допомогою MS Word, тоді як вміння користуватися MS Excel є для них досить складним, хоча саме для уроків алгебри – надзвичайно корисним. Тому, якщо вчитель математики планує

використовувати в навчальному процесі цю програму, то необхідно попередньо навчити учнів нею користуватися. Цю проблему можна вирішити у співпраці з вчителем інформатики, зокрема під час інтегрованих уроків з алгебри та інформатики. Для прикладу розглянемо розв'язування задачі на арифметичну прогресію за допомогою MS Excel.

Задача. У квітковому магазині на поличці стоять кактуси від найменшого до найбільшого. Найменший коштує 15 грн, а найбільший – 95 грн. Ціна кожного кактусу на 5 грн більша від ціни попереднього. Скільки всього кактусів продається в магазині?

Якщо в робоче поле програми MS Excel ввести формулу, якою задається арифметична прогресія з першим членом – 15, різницею – 5 і останнім членом – 95, то програма за лічені хвилини порахує значення усіх членів прогресії від другого до передостаннього і, таким чином, вкаже їх кількість. Ці результати можна представити у вигляді діаграми (Рис. 2.14.).

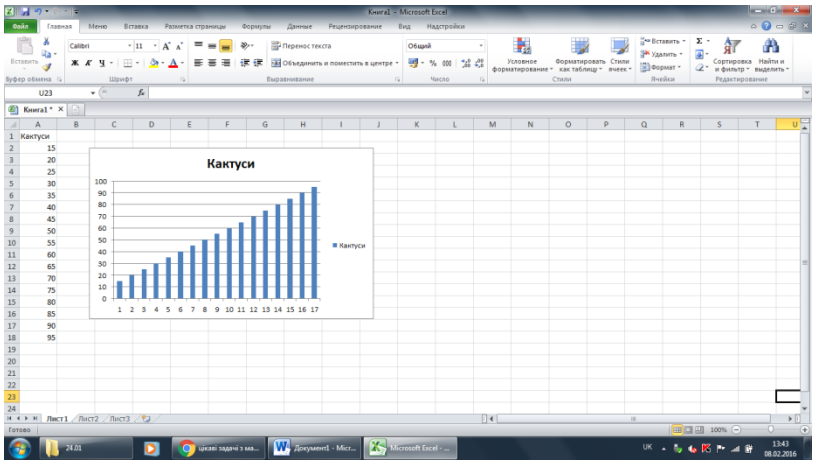


*Рис.2.14. Побудова діаграми до задачі.*

Для того, щоб використати програму MS Excel, учням необхідно побудувати математичну модель запропонованої задачі. Така навчальна діяльність сприяє формуванню логічної компетентності та розвитку інформаційної компетентності.

Для формування діяльнісного компоненту методики реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи ми пропонуємо використовувати педагогічні програмні засоби. Одним з таких засобів є комплект програм «Gran».

Проілюструємо можливості даної програми на основі навчального матеріалу змістової лінії «Рівняння та системи рівнянь» курсу алгебри основної школи.

У 8 класі змістова лінія «Рівняння і системи рівнянь» представлена темою «Квадратні рівняння». Реалізуємо розв'язування в середовищі Gran наступних задач з даної теми.

*Задача 1.* Периметр футбольного поля дорівнює *350 м*, а його площа – *75 ар*. Знайдіть довжину і ширину футбольного поля?

*Розв'язання*. Нехай ширина футбольного поля $x$ м. Тоді довжина: $(175 - x)$ м. Тепер переведемо ари в метри квадратні: 75ар = 7500 м$^2$.

За формулою знаходження площі прямокутника, оскільки футбольне поле має форму прямокутника, маємо: $x(175 - x) = 7500$. Зробивши деякі перетворення, отримаємо квадратне рівняння: $175x - x^2 - 7500 = 0$, яке розв'яжемо за допомогою програми "Gran1". Учні заходять у меню "Об'єкт" – "Створити" і створюють об'єкт типу "Явна: *Y = Y(X)*" з аналітичним виразом виду $175x - x^2 - 7500 = 0$. Потім заходять у меню "Графік" – "Побудувати" та отримують у вікні "Графік" графік рівняння (рис.2.15.).

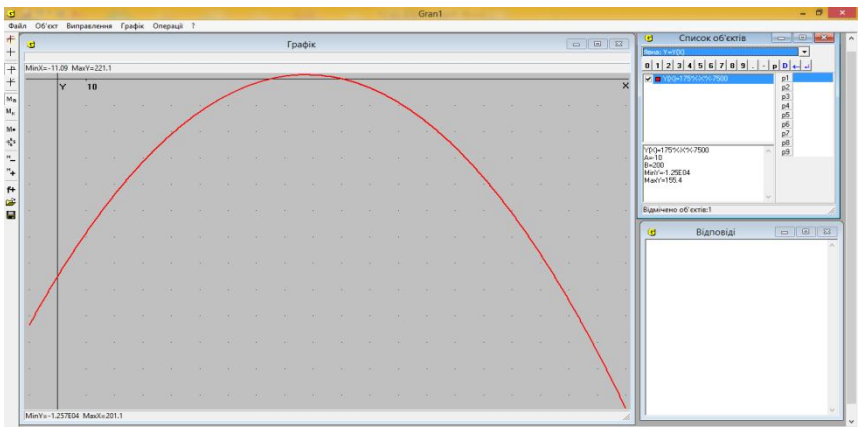


*Рис. 2.15. Графік до задачі 1.*

Графіком є парабола. Вона перетинає вісь *OX* в дох точках. Координати цих точок і є розв'язками рівняння. Перша точка має координати (*75; 0*), а друга – (*100; 0*). Повернувшись до позначень, отримаємо відповідь: ширина футбольного поля дорівнює *75 м*, тоді довжина – *100 м*.

*Задача 2.* (Стародавня індійська задача Бхаскари, 1114 р.) [15, с. 228].

Розділившись на дві зграї,
забавлялись мавпи в гаї.
Одна восьма їх в квадраті
танцювали, вельми раді.
А дванадцять на деревах
підняли веселий регіт,
що навколо аж гуло.
Скільки їх усіх було?

*Розв'язання.* Нехай мавп було $x$, тоді танцювало $\left(\frac{1}{8}x\right)^2$, а всього було $\left(\frac{1}{8}x\right)^2 + 12$, що дорівнює $x$. Отже отримаємо рівняння: $\left(\frac{1}{8}x\right)^2 + 12 = x$, яке розв'яжемо за допомогою програми "Gran1". Учні заходять у меню "Об'єкт" – "Створити" і створюють об'єкт типу "Явна: *Y = Y(X)*" з аналітичним виразом виду $\left(\frac{1}{8}x\right)^2 + 12 - x = 0$. Потім заходять у меню "Графік" – "Побудувати" та отримують у вікні "Графік" графік рівняння (рис.2.16.).

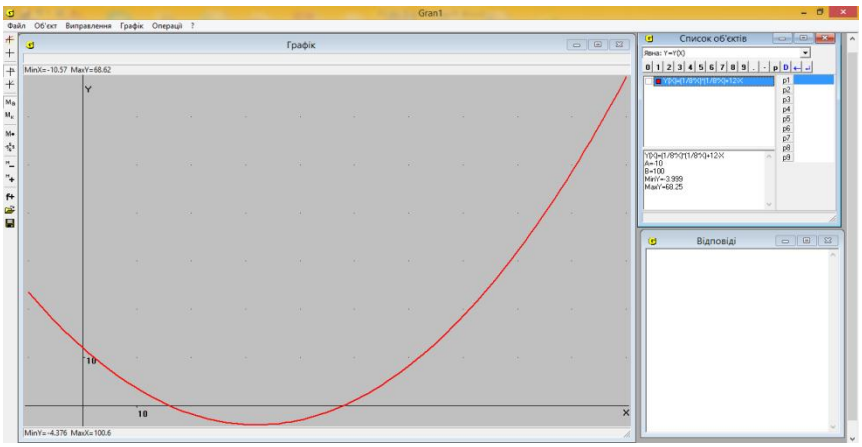


*Рис. 2.16. Графік до задачі2.*

Графіком є парабола. Вона перетинає вісь ОХ в двох точках. Координати цих точок і є розв'язками рівняння. Перша точка має координати (*16; 0*), а друга – (*48; 0*). Повернувшись до позначень, отримаємо *відповідь:* мавп було *16* або *48*.

Для ілюстрації можливостей ППЗ «Gran1» в курсі алгебри 9 класу розглянемо розв'язування задачі з теми «Системи рівнянь вищих степенів з двома змінними».

*Задача 3.* Знайдіть довжини стрілок годинника, якщо їх різниця дорівнює *5 см*, а площа кільця, яке утворюється в результаті опису цими стрілками кіл, $125\pi$ *см*$^2$.

Розв'язання. Нехай $x$ см і $y$ см – довжини стрілок, тоді $x - y = 5$. Площа кола, яке описує більша стрілка, $\pi x^2$, а меншого – $\pi y^2$. Оскільки площа кільця, яке утворюється в результаті опису цими стрілками кіл, дорівнює $125\pi$ см$^2$, то отримаємо: $\pi x^2 - \pi y^2 = 125\pi$, звідки маємо: $x^2 - y^2 = 125$. Складаємо систему рівнянь: $\begin{cases} x - y = 5 \\ x^2 - y^2 = 125 \end{cases}$, яку розв'яжемо за допомогою програми "Gran1" Зайшовши в програму учні заходять у меню "Об'єкт" – "Створити" і створюють почергово два об'єкти типу "Неявна: $0 = G(X, Y)$" з аналітичними виразами виду: $x + y - 5 = 0$ і $x^2 - y^2 - 125 = 0$. Потім заходять у меню "Графік" – "Побудувати" та отримують у вікні "Графік" графіки системи рівнянь. (рис.2.17.).

Графіком є пряма і гіпербола. Координати точки їх перетину є розв'язком системи. Точка має координати (*15; 10*), отже шукане $x = 15$, а $y = 10$. Повернувшись до позначень, отримаємо відповідь: довжини стрілок годинника *10 см* і *15 см*.

Розв'язування наведених та подібних до них компетентнісно орієнтованих задач за допомогою ППЗ «Gran1» сприяє формуванню в учнів досвіду використання засобів ІКТ в процесі математичної діяльності. Така діяльність сприяє формування таких СПМК, як логічна, процедурна, графічна, практико-орієнтована та однієї з ключових компетентностей – інформаційної.

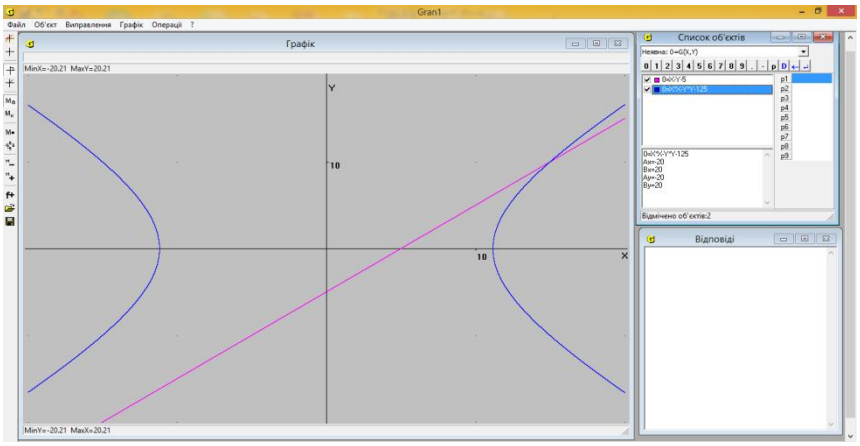


*Рис. 2.17. Графік до задачі 5.*

З метою формування діяльнісного компоненту методики компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи, розвитку активності та самостійності учнів у процесі навчання алгебри ми пропонуємо використовувати також технологію веб-квест.

Розглянемо застосування цієї технології на прикладі веб-квесту «Математична подорож». З цією метою вчитель створює за допомогою безкоштовних Інтернет-сервісів сайт, який містить усю необхідну інформацію для учнів, що забезпечує їх успішну участь у запропонованому навчальному ігровому проекті.

Сайт веб-квесту «Математична подорож» складається з таких розділів: головна сторінка, сторінки штурмана, шеф-кухаря, майстра, історика, географа, лікаря, секретаря, сторінка з пам’яткою для учасників веб-квесту.

Завдання веб-квесту: розв’язування лінійних рівнянь, систем лінійних рівнянь, текстових задач на складання рівнянь, робота з відсотками та масштабом, знаходження середнього арифметичного.

Учасникам веб-квесту (учням одного класу) пропонується попередньо обрати обов’язки, які вони будуть виконувати у цій подорожі (штурман, шеф-кухар, майстер, історик, географ, лікар, секретар) та на сайті веб-квесту ознайомитися з своїми обов’язками.

Таблиця 2.12.

**Обов'язки учасників веб-квесту.**

| Учасники | Обов'язки |
|---|---|
| Штурман | Вивчити умови здійснення подорожі.<br>Обчислити відстань, яку потрібно пройти.<br>Прокласти маршрут. |
| Шеф-кухар | Спланувати меню харчування учасників подорожі.<br>Скласти список необхідних продуктів харчування.<br>Підібрати кухонне приладдя для приготування їжі в подорожі. |
| Майстер | Зібрати необхідне спорядження для подорожі. |
| Історик | Ознайомити учасників подорожі з історією міста Теребовля, пам'ятками архітектури. |
| Географ | Озброїти учасників подорожі необхідними для неї географічними знаннями. |
| Лікар | Скласти список необхідних ліків.<br>Укомплектувати медичну аптечку. |
| Секретар | Розміщувати завдання, виконані учасниками квесту в форматі MS Word та розміщувати їх на сторінці веб-квесту в мережі Інтернет. |

Під час проходження веб-квесту «Математична подорож» кожний з учасників діє в команді, спільно з іншими учасниками розв'язує завдання представлені у формі компетентнісно орієнтованих задач з алгебри. Зміст цих задач відповідно до ідеї веб-квесту потребує знань не лише з алгебри, але й з інших шкільних предметів – інформатики, історії, географії, ОБЖД тощо. Запропоновані учням завдання не містять вичерпної інформації, достатньої для їх успішного розв'язання, її необхідно знайти в мережі Інтернет. В цьому власне і полягає основна освітня функція веб-квест технології: навчити учнів працювати з освітніми ресурсами мережі Інтернет.

Наведемо приклад одного із завдань веб-квесту «Математична подорож».

*Завдання для шеф-кухаря.*

Завдання 1. Розрахуйте кількість води, яку необхідно взяти з собою в подорож, якщо в ній бере участь 30 дітей та 5 дорослих, подорож триває дві з половиною доби, середньостатистична добова норма води для однієї людини становить 1,2 літра.

Завдання 2. Обчисліть 60% від кількості води, яку ви розрахували у першому завданні. Саме таку кількість води необхідно взяти з собою, оскільки решту води потрібно буде поповнити під час зупинок на відпочинок.

Завдання 3. Розрахуйте, яку кількість води в літрах повинен взяти кожний учасник мандрівки, враховуючи результати двох попередніх завдань.

Завдання 4. Розробіть меню харчування учасників мандрівки, враховуючи, що при помірних фізичних навантаженнях середньостатистична добова норма кілокалорій для однієї людини становить 3500 ккал. Для цього скористайтесь інформацією, розміщеною на сайті http://www.freshfactory.ua/. На цьому ж сайті ви зможете знайти рецепти приготування багатьох страв.

Такий веб-квест буде надзвичайно корисним і цікавим для учнів, якщо участь в ньому пов’язати з реальною мандрівкою школярів, наприклад, під час канікул.

З метою формування рефлексивного етапу методики компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи на засадах КП ми пропонуємо використовувати освітні ресурси мережі Internet. Якщо в учнів і вчителя є скриньки електронної пошти (ті учні, які не мають адреси електронної пошти, можуть створити електронні скриньки на одному з уроків інформатики), то їх можна використовувати для швидкого обміну інформацією. Наприклад, вчитель перед завершенням вивчення теми «Числові послідовності» пропонує учням написати есе (невеликий за обсягом прозовий твір, який містить думки з конкретного питання і не претендує на вичерпне розкриття теми) «Лист вчителю» і надіслати його на електронну адресу вчителя. У цьому есе учні повинні дати відповіді на ряд запитань:

1. Що найбільше мені сподобалось в процесі вивчення теми «Числові послідовності»?
2. Яка задача була найцікавішою?
3. Яка задача була складною для мене?
4. Чи задоволений я своєю роботою над цією темою?
5. Які числові послідовності оточують мене в повсякденному житті?
6. Мої пропозиції вчителю.

Після ознайомлення з есе учнів вчитель надсилає їм свої побажання і повідомляє підсумкову оцінку за тему «Числові послідовності».

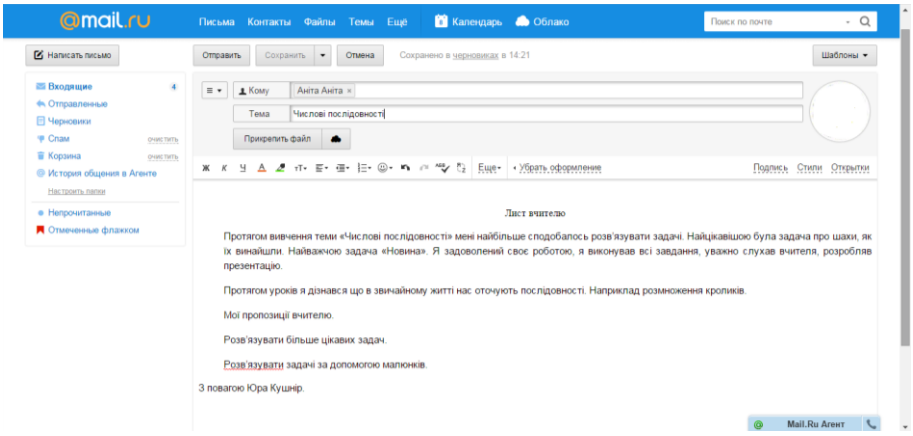


*Рис. 2.18. Лист до вчителя.*

Завершуючи огляд застосування дидактичних засобів на основі ІКТ, зазначимо, що їх використання з метою реалізації КП в навчанні алгебри учнів основної школи сприяє формуванню в них предметної математичної компетентності та спеціальних предметних математичних компетентностей, створює умови для розвитку пізнавального інтересу, досвіду самостійної навчальної діяльності, рефлексивних умінь, готовності використовувати ІКТ для вирішення широкого спектру навчальних і життєвих проблем.

## 2.6. Експериментальна перевірка ефективності розроблених методів та засобів реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи

Для виявлення ефективності запропонованої методики реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри учнів основної школи нами проведено педагогічний експеримент, що включав три етапи та проводився протягом 2010 – 2015 років.

**На першому етапі (2010 – 2013 роки)** проводився констатувальний експеримент з метою вивчення стану проблеми дослідження та визначення шляхів її розв’язання. На цьому етапі розв’язувались такі завдання:

− проаналізувати нормативно-правові документи, науково-методичну літературу з проблеми впровадження КП, навчальні програми, підручники, посібники та дидактичні матеріали з алгебри;

− вивчити думку учителів щодо впровадження КП в навчальний процес основної школи (актуальність, основні поняття, засоби та методи формування математичних компетентностей);

− визначити рівень сформованості математичних компетентностей учнів 7 – 9 класів.

Під час розв’язування визначених завдань використовувались такі методи дослідження: аналіз нормативних документів в галузі освіти, психолого-педагогічної та навчально-методичної літератури з проблеми дослідження, навчальних програм, спостереження за навчальним процесом, вивчення результатів професійної діяльності вчителів та навчальної діяльності учнів, діагностичні методи (анкетування вчителів та учнів, тестування учнів) та бесіди з учителями.

В анкетуванні вчителів взяло участь 48 вчителів математики міст Києва і Тернополя (Додаток А).

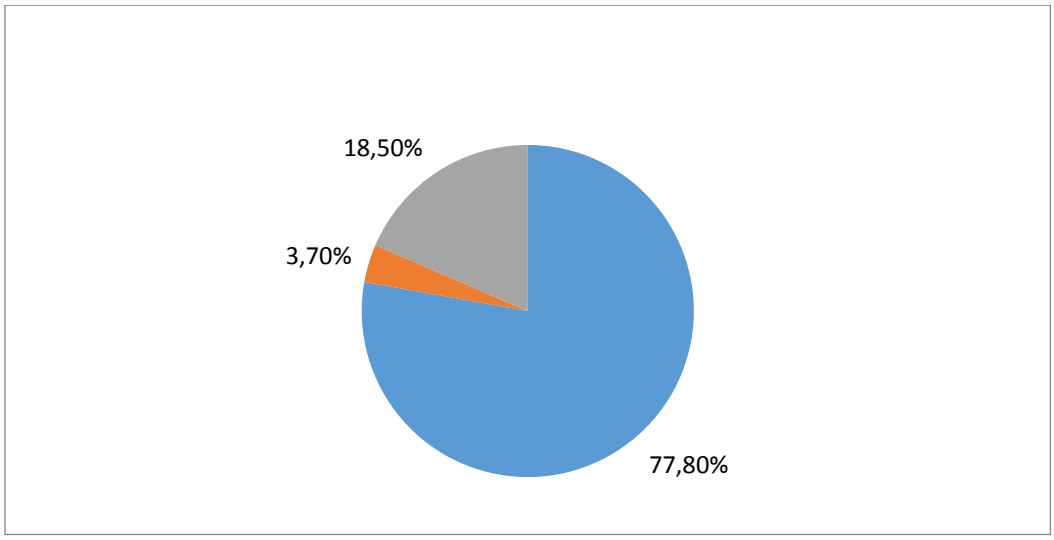


*Рис. 2.19. Діаграма до запитання 1 анкети для вчителів.*

На перше запитання анкети лише 27 вчителів (56,2%) змогли дати визначення поняття «Математична компетентність». Зокрема 21 учитель (77,8%) вказав у своїх відповідях, що математична компетентність – це вміння учня застосовувати математичні знання в реальному житті, один з учителів (3,7%) сформулював це визначення наступним чином: «Сформувати певні компетентності як здатності учня успішно діяти в навчальних і життєвих ситуаціях», 5 учителів (18,5%) зазначили, що це – особистісне утворення, яке формується на основі здобутих знань, досвіду діяльності, вироблених ціннісних орієнтацій, ставлень, оцінок.

Аналіз відповідей вчителів на перше запитання анкети дозволяє зробити висновок, що значна частина вчителів (43,8%) не може дати чітке визначення поняття «математична компетентність».

На друге запитання анкети «Представники яких професій, на Вашу думку, повинні володіти математичними компетентностями?» 41 вчитель (85,4%) відповів наступним чином:

- «представникам всіх професій» (22 (53,7%) відповіді);
- «учителям природничо-математичного циклу» (10 (24,4%) відповідей);
- «інженерам, економістам, фінансистам» (9 (21,9%) відповідей).

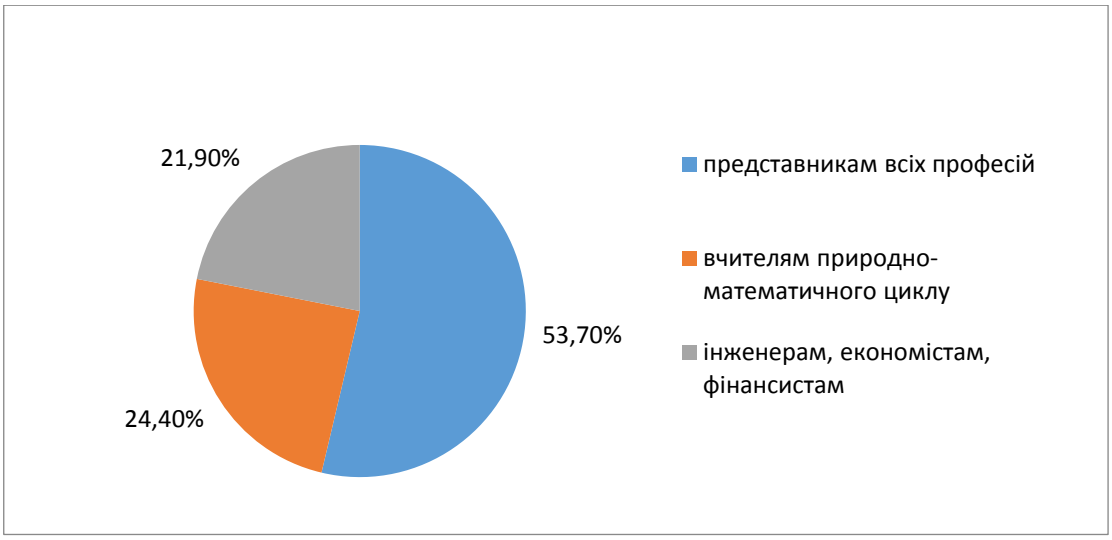


*Рис. 2.20. Діаграма до запитання 2 анкети для вчителів.*

Семеро вчителів (14.6%) не відповіли на це запитання.

Дехто з вчителів аргументував свою відповідь: «Математика потрібна усім незалежно, ким ти працюєш, а, отже, і володіння математичними компетентностями є також необхідністю». Такі відповіді вчителів на це запитання, на нашу думку, свідчать про розуміння ними ролі та значення математичних знань і математичної освіти для розвитку сучасного суспільства.

На третє запитання «Назвіть декілька загально галузевих математичних компетентностей» 20 (41,7%) вчителів перерахували такі компетентності: комунікативна, загальнокультурна, володіння ІКТ, когнітивна, рефлексивна, вміння логічно мислити, вміння аналізувати, раціональна. Решта вчителів не дали відповіді на це запитання. Відсутність відповіді на це запитання у більшої частини опитаних вчителів пояснюється, можливо, тим, що в шкільній освіті недостатньо уваги приділяється цілеспрямованій підготовці вчителів до впровадження КП у навчальний процес.

На четверте запитання «Назвіть декілька математичних компетентностей, зміст яких належить до функціональної лінії курсу алгебри основної школи» 19 (39,6%) вчителів відповідали наступним чином:

- «вміння використовувати функції та їх графіки»;

- «вміння абстрактно мислити»;
- «вміння логічно мислити»;
- «створення математичних моделей»;
- «формулювання означень»;
- «наводить приклади»;
- «вміння розв’язувати квадратні рівняння»;
- «уміння виконувати тотожні перетворення»;
- «розв’язувати нерівності»;
- «знати елементи теорії ймовірностей».

Такі відповіді, на нашу думку, свідчать, що опитувані вчителі не розрізняють різні види математичних компетентностей, плутають такі поняття як «компетентність», «вміння», «знання» тощо, і тим більше не готові їх застосовувати до конкретного змісту навчального матеріалу з алгебри.

П’яте запитання «Спробуйте визначити логічну структуру математичної компетентності учня основної школи» для вчителів стало проблемою, яку жоден з них не зміг розв’язати, що говорить само за себе.

На шосте запитання «Чим на Вашу думку відрізняється традиційне навчання, метою якого є формування знань, умінь і навичок, від навчання, побудованого на засадах КП?» 23 (48%) вчителя дали аргументовані відповіді, наведемо деякі з них:

- «В тому, що в традиційному навчанні метою було сформувати знання, вміння і навички, а в навчанні на засадах КП метою є практична спрямованість.»;
- «Розширенням пізнавальних можливостей, високим рівнем засвоєння знань, розширенням партнерства у схемі учитель-учень.»;
- «Другий метод навчання краще готує дитину до життя в соціумі.»;
- «У традиційному навчанні у меншій мірі увага приділяється оволодінню практичними навиками та ще в меншій – формуванню особистих

якостей і адекватної поведінки, необхідних для професійної діяльності, не розвивається учень як особистість».

Більшість учителів (52%) не надали відповіді на це запитання, що підтверджує тенденцію неготовності вчителів впроваджувати КП в навчання математики.

Аналіз результатів анкетування вчителів математики дозволив зробити наступні висновки: значна частина вчителів не володіє теоретичними знаннями про КП до навчання математики й не готові впроваджувати його у навчально-виховний процес загальноосвітньої школи. Однак позитивним є те, що багато вчителів розуміють актуальність проблеми впровадження КП в навчальний процес загальноосвітніх навчальних закладів. Вони зазначили, що ця проблема потребує обґрунтування, визначення методів та засобів розвитку як ключових компетентностей, так і предметних математичних компетентностей, вказали на низький рівень математичної підготовки учнів. Вчителі вважають, що в теорії КП необхідно визначитись стосовно таких понять як «компетентність» і «компетенція», обравши одне з них як базове.

У співбесідах вчителі також вказали на відсутність методичних рекомендацій, посібників для вчителів загальноосвітніх навчальних закладів щодо впровадження КП в практику навчання. На їхню думку для формування математичних компетентностей бажано застосовувати інноваційні методи навчання, зокрема, метод проектів, інформаційно-комунікаційні освітні технології, тестування, навчальні дискусії, створення проблемних ситуацій.

На етапі констатувального експерименту нами було проведено аналіз змісту підручників з алгебри для основної школи в контексті КП, який дозволяє стверджувати, що їх зміст в основному спрямований на формування спеціальних предметних математичних компетентностей: обчислювальної процедурної, графічної, логічної та практико-орієнтованої. Однак завдань, які сприяють формуванню практико-орієнтованої компетентності, на нашу думку, недостатньо, зокрема в підручниках присутня незначна кількість

компетнтнісно орієнтованих задач, а також завдань, які потребують розв’язання методами ІКТ.

Отримані на першому етапі експериментального дослідження результати дозволили зрозуміти, у якому стані перебуває процес впровадження КП в навчання алгебри в середній школі та виявити ті суперечності, які приводять до необхідності розв’язання проблеми формування математичних компетентностей учнів 7 – 9 класів. На цьому етапі відбулось визначення дефініції та структури ПМК і СПМК учнів основної школи.

**На другому етапі дослідження (2013 – 2014 р.)** проведено пошуковий експеримент, основними завданнями якого було:

- розробити концептуальну модель процесу навчання алгебри учнів основної школи на засадах КП та на її основі описати методику реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи;
- визначити структуру та компоненти методики компетентнісного навчання алгебри учнів основної школи;
- виявити ефективні методи та засоби навчання алгебри з метою формування математичних компетентностей;
- розробити дидактичні матеріали для формування ПМК і СПМК на етапі формувального експерименту.

На цьому етапі використано такі методи дослідження: анкетування учнів, спостереження, бесіди, вивчення науково-методичної літератури, експериментальне навчання з метою апробації окремих елементів методики реалізації КП до навчання алгебри, аналіз його результатів та корекція напрямів дослідження.

У ході пошукового етапу експерименту було створено концептуальну модель процесу навчання алгебри учнів основної школи на засадах КП. На основі цієї моделі було розроблено методику реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи, що дозволило визначити та обґрунтувати структуру та зміст мотиваційно-ціннісного, практико-орієнтованого,

діяльнісного, рефлексивного компонентів компетентністного навчання алгебри (п. 2. 1., 2. 2., 2. 3., 2. 4.).

Проведене нами з метою дослідження мотиваційно-ціннісного компоненту методики реалізації КП до навчання алгебри анкетування учнів 7-9 класів. В анкетуванні взяли участь 140 учнів шкіл Києва і Тернополя.

На перше запитання «Кому, на вашу думку, необхідні математичні знання і вміння?» 58 (41,4%) учнів відповіли, що математичні знання потрібні кожній людині. Дехто з учнів аргументував чому саме:

- «щоб вміти рахувати і мислити»;
- «майже у всіх професіях потрібна математика»;
- «всім, бо математика розум до ладу приводить»;
- «на мою думку необхідна абсолютно кожному»;
- «математика супроводжує нас навіть у буденних речах».

52 (37,1%) учні вказали у своїх відповідях на це запитання конкретні професії, для яких необхідно знати математику: вчитель математики, продавець, бухгалтер, касир, банкір, інженер, архітектор, економіст, математик, бізнесмен, юрист, менеджер, маркетолог, програміст, фізик, науковець, анестезіолог, лікар, комунальник. При цьому відповідь «вчитель» зустрічалась у 36 (25,7%) анкетах, найчастіше, ніж будь-які інші варіанти зазначених професій.

Сім (5%) учнів з опитаних дали надзвичайно лаконічну відповідь – «мені», 6 (4.3%) учнів вказали на те, що математичні знання необхідні тим, хто хоче розвиватись розумово, 5 (3.6 %) учнів вписали як відповідь на поставлене запитання прізвища своїх однокласників, 6 (4,3%) учнів дали відповідь «не знаю», а 4 (2.9%) учні – «нікому».

Аналіз відповідей учнів на перше запитання анкети дозволяє зробити висновок, що більшість учнів (130 учнів – 93%) розуміють цінність математичних знань і вмінь у повсякденному житті та професійній діяльності, особисто для себе та свого розумового розвитку.

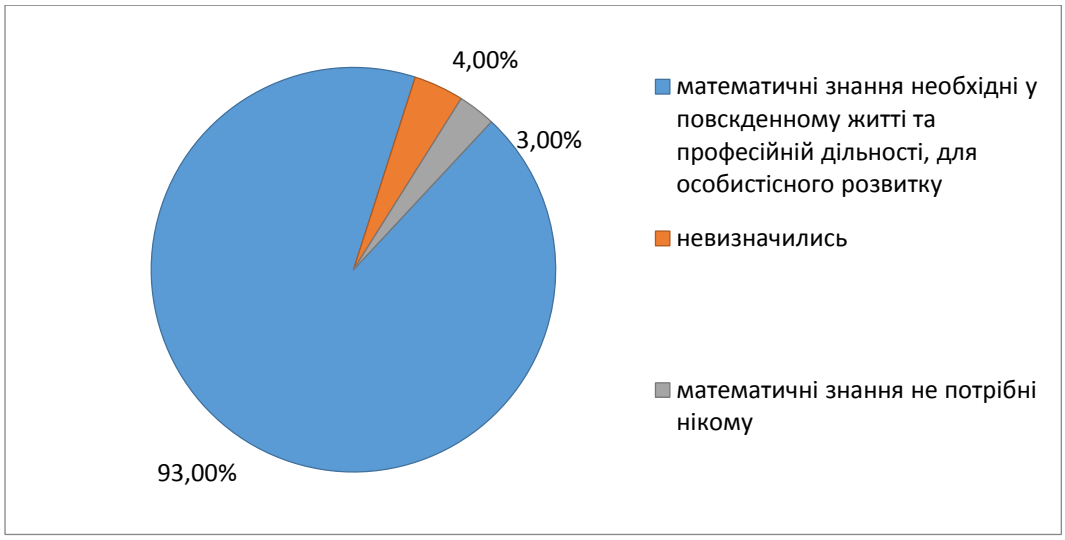


*Рис. 2.21. Діаграма відповіді на 1запитання анкети для учнів*

На друге запитання анкети «Яке значення мають математичні знання у вашому житті?» відповіді учнів розподілилися наступним чином:

- «не знаю» – 9 учнів (6.4%);
- «ніякого значення» – 23 учні (16.4%);
- «має значення» – 108 учнів (77.1%).

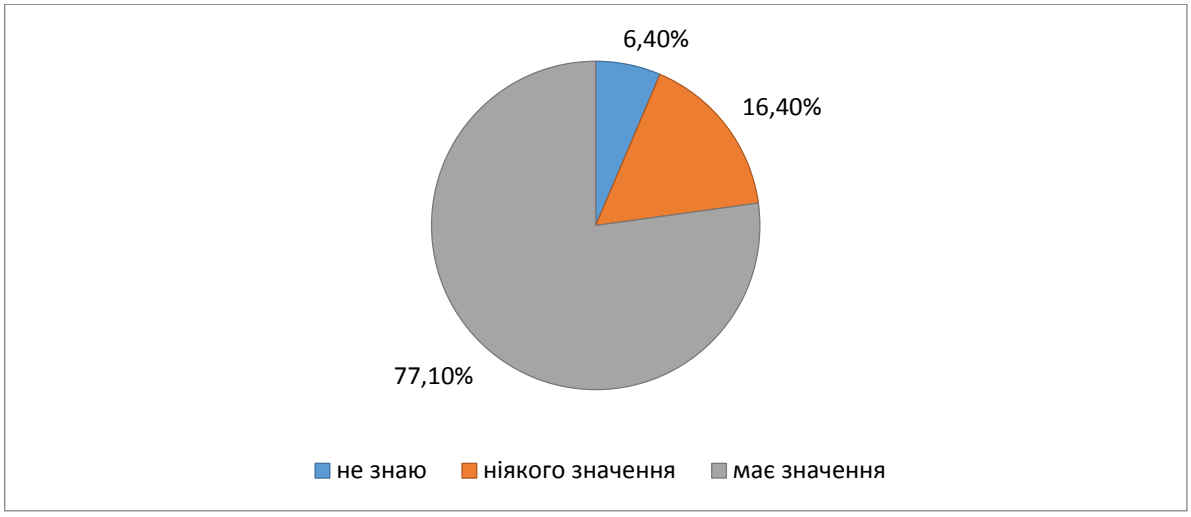


*Рис. 2.22. Діаграма відповіді на 2 запитання анкети для учнів.*

Багато хто з дітей аргументували свою відповідь. Серед «негативних» відповідей були такі: «ніякого значення, просто вчу», «не думаю, що вони (математичні знання) сильно знадобляться в майбутньому».

Серед «позитивних»:

- «математичні знання дають можливість виконувати різні обчислення», «…щоб вміти рахувати гроші», «…щоб не обдурили в магазині» і т. п. (таких відповідей – 26);
- «…щоб здати ЗНО», «мати гарні оцінки в атестаті», «…щоб вступити в університет», «…щоб добре скласти екзамен» (53 відповіді);
- «математика розвиває пам'ять, уяву, розум» (8 відповідей);
- «математичні знання дозволяють розв’язувати задачі з інших предметів»(3 відповіді);
- «математика – це цікаво», «мені подобається математика», «я люблю математику» (5 відповідей);
- «…для того, щоб отримати якісну освіту і хорошу роботу» (12 відповідей).

Одна з відповідей ідеально відповідає сутності КП: «Якщо знати математику, то можна знайти вихід з будь-якої ситуації».

На третє запитання «Яке значення мають математичні знання для вашої майбутньої професії?» відповіді учнів розподілилися наступним чином:

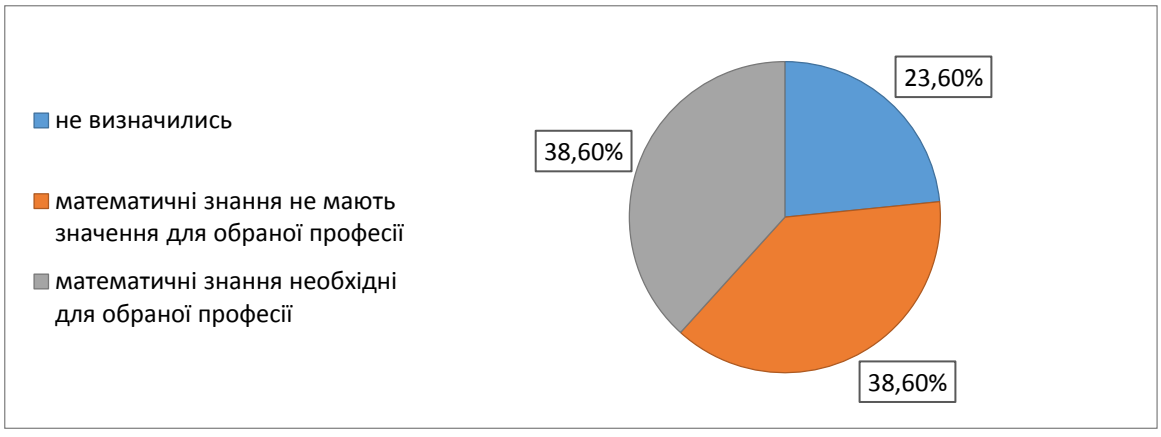


*Рис. 2.23. Діаграма відповіді на 3 запитання анкети для учнів.*

- не визначилися – 33 учні (23,6%);

– математичні знання не мають значення для обраної професії – 54 учні (38.6%)**;**

– математичні знання необхідні для обраної професії – 53 учні (38.6%).

На четверте запитання «Чи хочете ви зміцнити й розширити свої знання з математики?» учні відповіли наступним чином:

– так – 98 учнів (70%);

– ні – 25 учнів (17.9%);

– не визначились – 17 учнів (12.1%).

Відповідь на це запитання, на нашу думку, є найбільш позитивною щодо вирішення тих проблем, які сьогодні є першочерговими для української шкільної освіти. Усупереч суспільним стереотипам, сучасні школярі не є пасивними виконавцями волі учителів і батьків, більшість з них хоче здобути якісну освіту (82% опитаних), зокрема – вдосконалювати свої знання з математики (70%).

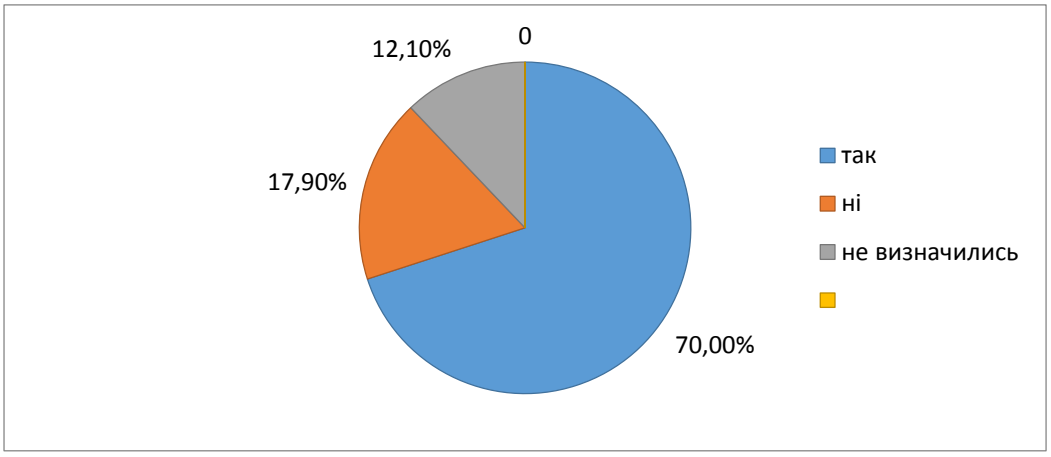


*Рис. 2.24. Діаграма відповіді на 4 запитання анкети для учнів.*

П’яте запитання «Оберіть з наступних тверджень ті, які властиві саме вам, коли ви виконуєте завдання з математики.» дозволяє зрозуміти, які мотиви є визначальними для учнів основної школи в процесі навчання

математики. Воно містить одинадцять варіантів відповідей. Вибір учнів розподілився наступним чином (див. таблицю 1.13.).

Таблиця 2.13.

**Відповіді учнів на 5 запитання**

| №п/п | Запитання | Кількість учнів | Кількість у % |
|---|---|---|---|
| 1 | мені подобається думати, обґрунтовувати математичні твердження | 50 | 35,7 |
| 2 | мені подобається розв’язувати математичні задачі | 50 | 35,7 |
| 3 | хочу мати якісну освіту | 115 | 82,1 |
| 4 | математичні знання мені потрібні для майбутнього | 82 | 58,6 |
| 5 | знати математику – означає бути розумним | 79 | 56,4 |
| 6 | хочу отримувати високі бали | 109 | 77,9 |
| 7 | хочу, щоб мене хвалили батьки і вчителі | 81 | 57.9 |
| 8 | хочу, щоб мене поважали однокласники | 53 | 38.6 |
| 9 | хочу бути найкращим учнем в класі | 20 | 14,3 |
| 10 | вчити математику змушують батьки і вчителі | 60 | 42,9 |
| 11 | не хочу отримувати погані оцінки | 125 | 89,3 |

Аналіз відповідей на останнє запитання анкети дозволяє зробити наступні висновки щодо мотивів навчально-пізнавальної діяльності учнів у процесі вивчення математики:

– пізнавальні мотиви (1, 2 варіанти запропонованих відповідей) є характерними лише для 35,7% опитаних учнів;

– потреба у математичних знаннях, пов'язана із майбутнім (4 варіант), властива 58,6% учнів;

– значення математичних знань для особистісного розвитку (5 варіант) є вагомим для 56,4% учнів;

– соціальні мотиви (7, 8 варіанти) є важливими для 57,9% учнів;

– прагнення самоствердитися в навчанні, бути успішним (6, 9 варіанти) є характерним для 77,9% учнів;

– зовнішні мотиви, що стимулюють учня в навчанні математики – це вимоги батьків і вчителів (10 варіант), спонукають 42,9% учнів, але найбільш вагомим чинником виступає небажання учнів отримувати негативні оцінки (11 варіант), кількість таких учнів становить майже 90%.

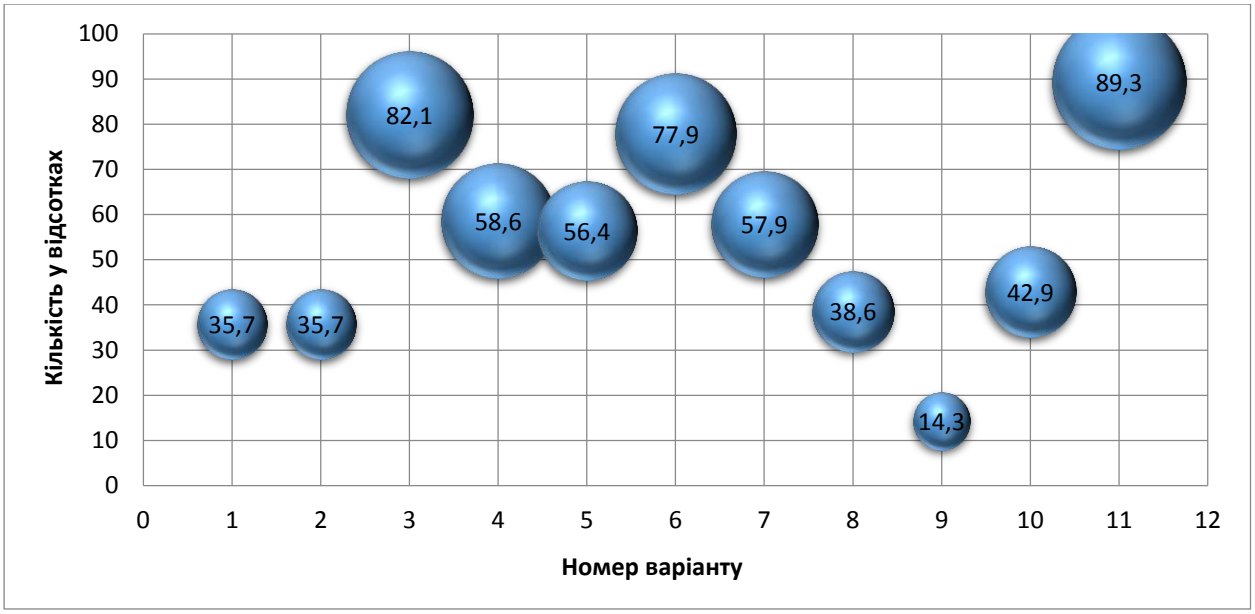


*Рис. 2.25. Діаграма відповіді на 5 запитання анкети для учнів.*

Проведене анкетування учнів дозволило виявити структуру мотиваційної сфери підлітків та на основі цього обрати методи, форми і засоби мотиваційно-ціннісного компоненту методики реалізації КП до навчання алгебри в основній школі.

Під час експериментального навчання з метою реалізації мотиваційно-ціннісного компоненту методики реалізації КП до навчання алгебри та формування пізнавального інтересу в учнів основної школи нами були обрані на рівні змісту навчальні завдання, які:

1) розкривають значення математичних знань в різних сферах людського суспільства;

2) містять цікаві факти з історії розвитку математики;

3) виявляють зв'язок математики з іншими шкільними предметами;

4) навчають нестандартним доведенням властивостей алгебраїчних понять;

5) є завданнями підвищеної складності.

Для забезпечення навчальної математичної діяльності учнів з метою формування ПМК і СПМК ми застосували інтерактивні методи навчання такі, як створення проблемних та ігрових ситуацій, метод проектів тощо.

Експериментальне навчання на етапі пошукового експерименту дозволило прийти до висновку, що в діяльнісному аспекті найбільш ефективним напрямом формування математичних компетентностей виступає самостійна робота учнів, а в практико-орієнтованому – застосування компетентнісно орієнтованих задач, ефективною також виявилась комп’ютерна підтримка навчання алгебри на основі педагогічних програмних засобів.

Результати пошукового експерименту сприяли вдосконаленню методики реалізації КП до навчання алгебри та формування в учнів 7-9 класів ПМК і СПМК.

Метою **формувального експерименту (2014-2015 роки)** є перевірка ефективності запропонованої методики реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри учнів основної школи. Завданнями даного етапу було: впровадити розроблену методику реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри в освітній процес основної школи, вивчити її вплив на формування ПМК і СПМК та здійснити аналіз результатів її апробації. На

цьому етапі основними методами дослідження були педагогічний експеримент та статистичні методи опрацювання його результатів.

Базою для експериментального дослідження були Козлівська загальноосвітня школа I-III ступенів, Тернопільська спеціалізована школа I-III ступенів №7 з поглибленим вивченням іноземних мов, Тернопільська загальноосвітня школа I-III ступенів №26, Білоцерківська загальноосвітня школи I-III ступенів №22, спеціалізована загальноосвітня школа I-III ступенів з поглибленим вивченням предметів художньо-естетичного циклу №302 м. Києва, де нами виділені однорідні вибірки експериментальних та контрольних груп учнів.

Експериментальне навчання проводилося протягом двох років в 9-х класах. Саме такий контингент учнів був обраний з огляду на те, що учні 9 класів завершують навчання в основній школі. Відповідно це дозволяє використати весь потенціал курсу алгебри в контексті формування ПМК і СПМК.

Вчителі, які проводили уроки в експериментальних та контрольних класах мали різний досвід роботи та педагогічний стаж, що є необхідним для отримання об’єктивної оцінки педагогічного експерименту. Усіх вчителів було ознайомлено з метою, завданнями та методикою проведення експерименту, в експериментальних класах навчання здійснювалося за створеною методикою, в контрольних класах – за традиційною.

Таблиця 2.14.

**Розподіл учнів 9-х класів за експериментальними й контрольними групами**

| Класи / Групи | Експериментальна | Контрольна | Усього |
|---|---|---|---|
| 9-і | 204 | 206 | 410 |

Відповідно до розробленої методики реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи на засадах КП і структури математичних компетентностей здійснювалась перевірка сформованості кожного компоненту методики компететнісного навчання алгебри (таблиця 2.15.).

Таблиця 2.15.

**Критерії, показники та методики діагностики ефективності методики реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи**

| **Критерії** | **Показники** | **Методика діагностики** | **Рівні** | **Методи обробки результатів** |
|---|---|---|---|---|
| **Мотиваційно-ціннісний** | Рівень розвитку мотиваційної сфери | Анкетування учнів | Чотири:<br>- внутрішня негативна;<br>- зовнішня негативна;<br>- внутрішня позитивна;<br>- зовнішня позитивна. | Кількісний аналіз |
| **Практико-орієнтований** | Розподіл учнів за рівнями навчальних досягнень | Виконання контрольної роботи | Чотири:<br>– початковий;<br>– середній;<br>– достатній;<br>– високий. | Кількісний і якісний аналіз, методи статистичної обробки даних: $\lambda$ - критерій Колмогорова-Смірнова та $\varphi^*$ – кутове перетворення Фішера |
| **Діяльнісний** | Розподіл учнів за рівнями навчальних досягнень | Виконання контрольної роботи | Чотири:<br>– початковий;<br>– середній;<br>– достатній;<br>– високий. | Кількісний і якісний аналіз, методи статистичної обробки даних: $\lambda$ - критерій Колмогорова-Смірнова та $\varphi^*$ – кутове |

Продовження табл. 2.15.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Рефлексивний** | Стан розвитку рефлексії | Методика діагностики рефлексії А. Карпова | Три:<br>– високий;<br>– середній;<br>– низький. | Кількісний аналіз |

В якості метода визначення рівня ефективності мотиваційно-ціннісного компоненту методики реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи нами використано анкетування за методикою М. В. Матюхіної [82, с. 38] (Додаток В). Анкета містила 12 запитань, на кожне з них учні могли вибрати варіант відповіді (а, б, в, г). Розподіл учнів за рівнями відбувався за такими критеріями:

- до 55 балів – внутрішня негативна (негативне ставлення до алгебри, відсутність пізнавального інтересу до цього предмету і самоосвітньої діяльності, що пов’язана з його вивченням);
- від 55 до 110 – зовнішня негативна (байдуже ставлення до предмета, небажання виконувати завдання, епізодичні прояви пізнавального інтересу);
- від 110 до 165 – внутрішня позитивна (інтерес до вивчення предмета неглибокий, учні виконують завдання вчителя частково, ініціативи не виявляють);
- від 165 до 220 – зовнішня позитивна (глибокий інтерес, ініціатива, із задоволенням виконують завдання щодо розширення меж власного знання).

Результати опрацьованих даних анкетування свідчать про те, що учні прогнозують власні результати навчання алгебри на середньому та достатньому рівнях (63%), сумніваються у визначенні власного ставлення та вважають алгебру складною для вивчення (51%), пріоритет надають демонстрації розв’язання задач та поясненню нового матеріалу вчителем (74%); не дуже подобається розв’язувати задачі самостійно, але подобаються уроки, на яких здійснюється практичне застосування знань (65%); основним

спонукальним мотивом є отримання позитивної оцінки (80%). Отримані результати (рис. 2.25.) засвідчили пріоритет зовнішньої негативної (60%) та внутрішньої позитивної мотивації (26%). Після проведення експериментального навчання повторне анкетування показало, що дещо збільшився показник внутрішньої позитивної мотивації (29%) та майже не змінився показник зовнішньої негативної (58%).

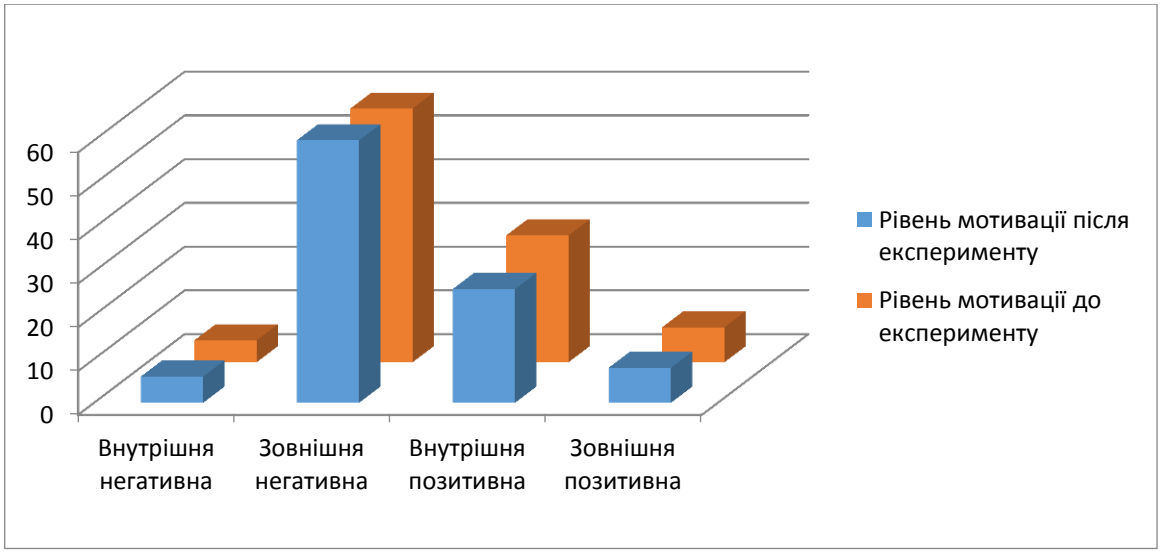


Рис. 2.26. Діаграма зміни рівня мотивації

Для виявлення дієвості практико-орієнтованого та діяльнісного компонентів методики реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи, використовувались письмові роботи тривалістю виконання 45 хв для 9 класів, однакового змісту як для контрольних класів так і для експериментальних. Вірогідність отриманих даних експериментального навчання перевірялась статистичними критеріями: $\lambda$ - критерієм Колмогорова-Смірнова та кутовим перетворенням Фішера $\varphi^*$, які описано у праці О. Сидоренко [219, с. 171].

На початку формувального експерименту проведено контрольну роботу №1 (Додаток Е) в контрольних та експериментальних групах, яка складалася з 5 завдань, які відповідно оцінювалися 1, 2, 2, 3, 4 балами. Таким чином, за всю роботу, якщо розв’язано всі завдання правильно, можна

отримати 12 балів. Письмова робота проводилася, щоб пересвідчитися в тому, що учні експериментальної та контрольної груп на початок формувального експерименту мають однаковий рівень сформованості математичних компетентностей.

За результатами написання контрольної роботи №1 було отримано такий розподіл балів враховуючи рівні досягнень згідно критеріїв оцінювання (таблиця 2.27.).

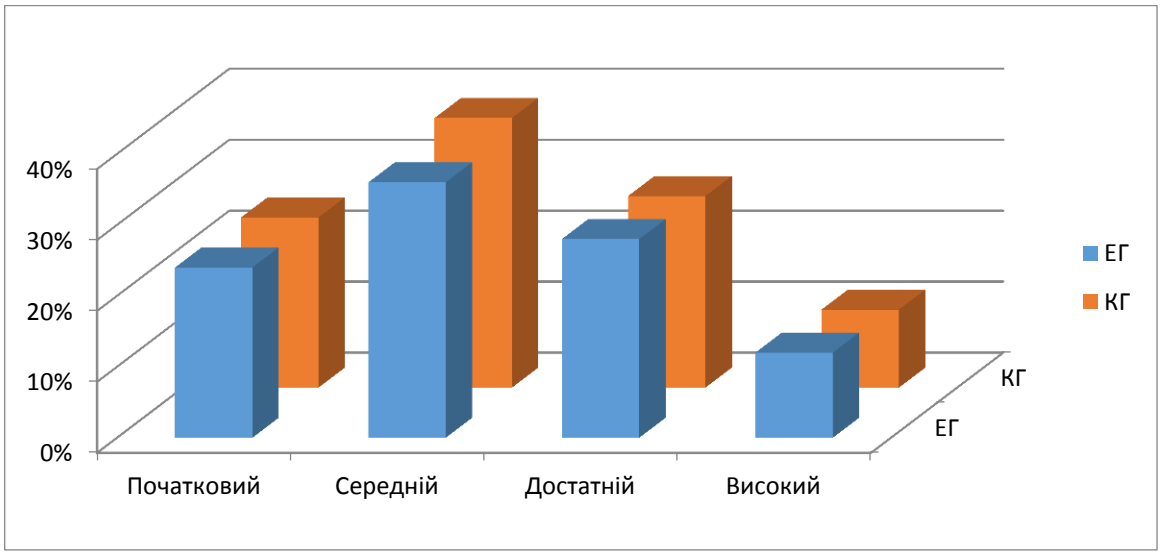


Рис. 2.27. Діаграма результатів контрольної роботи №1 в експериментальній та контрольній групах

Таблиця 2.16.

**Розподіл балів за результатами контрольної роботи №1**

| Рівні навчальних досягнень (бали) | Контрольна робота №1 | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Експериментальна Група | | Контрольна Група | |
| Початковий (1 – 3) | 49 | 24% | 50 | 24% |
| Середній (4 – 6) | 72 | 36% | 79 | 38% |
| Достатній (7 – 9) | 58 | 28% | 54 | 27% |
| Високий (10 – 12) | 25 | 12% | 23 | 11% |

Продовження табл. 2.16.

| Усього | 204 | 100% | 206 | 100% |
|---|---|---|---|---|
| Середній бал | 6,1 | | 5,8 | |

Для визначення однорідності вибірок використовували критерій $\lambda$-критерій Колмогорова-Смірнова. Сформулюємо гіпотези:

$H_0$ – розподіли учнів за рівнем набуття математичних компетентностей у контрольній та експериментальній групах однакові.

$H_1$ – розподіли учнів за рівнем набуття математичних компетентностей у контрольній та експериментальній групах відрізняються.

Таблиця 2.17.

**Розрахунок $\lambda$- критерія Колмогорова-Смірнова при зіставлені емпіричних розподілів балів в експериментальних та контрольних групах**

| Рівні навчальних досягнень | Емпіричні частоти | | Емпіричні відносні частоти | | Накопичені емпіричні відносні частоти | | Абсолютна величина різниці $d = \lvert \sum f_e^* - \sum f_k^* \rvert$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $f_e$ | $f_k$ | $f_e^*$ | $f_k^*$ | $\sum f_e^*$ | $\sum f_k^*$ | |
| Початковий (1 – 3 бали) | 49 | 50 | 0,240 | 0,243 | 0,240 | 0,243 | 0,003 |
| Середній (4 – 6) | 72 | 79 | 0,353 | 0,383 | 0,593 | 0,626 | 0,033 |
| Достатній (7 – 9) | 58 | 54 | 0,284 | 0,262 | 0,877 | 0,888 | 0,011 |

Продовження табл. 2.17.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Високий (10 – 12) | 25 | 23 | 0,123 | 0,112 | 1,000 | 1,000 | 0 |
| Усього | 204 | 206 | 1,000 | 1,000 | | | |

Максимальна різниця між накопиченими відносними частотами складає $d_{\max} = 0{,}033$. $\lambda$ – критерій обчислюємо за формулою $\lambda_{темп} = d_{max} \cdot \sqrt{\frac{n_e \times n_k}{n_e + n_k}}$, де $n_e$ – кількість учнів експериментальної групи, $n_k$ – кількість учнів контрольної групи: $\lambda_{емп} = 0{,}033 \cdot \sqrt{\frac{204 \times 206}{204 + 206}} \approx 0{,}033 \cdot 10{,}124 \approx 0{,}3340 \approx 0{,}33$.

За статистичними таблицями [219, с. 329] визначаємо рівень статистичної значимості, якому відповідає $\lambda_{емп} = 0{,}33$ та отримуємо $\rho = 0{,}99991 \approx 0{,}999$. Побудуємо вісь значущості, на якій вкажемо критичні значення $\lambda_{0{,}05} = 1{,}36$ та $\lambda_{0{,}01} = 1{,}63$, що відповідають загальноприйнятим у психолого-педагогічних дослідженнях рівням статистичної значимості $\rho = 0{,}05$ та $\rho = 0{,}01$.

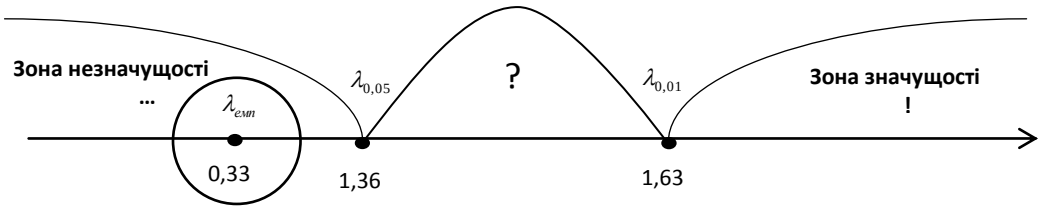


Рис. 2.28. Застосовування $\lambda$ - критерій Колмогорова-Смірнова для перевірки однорідності вибірок учнів, яких відібрано для експерименту

Відповідно рис. 2.28 зона значимості знаходиться справа від $\lambda_{0{,}01} = 1{,}63$, а не значимості – зліва від $\lambda_{0{,}05} = 1{,}36$, значення $\lambda_{емп} = 0{,}33$, яке ми отримали, знаходиться в зоні не значимості. Оскільки $\lambda_{емп} \langle \lambda_{кр}$ гіпотеза $H_0$ приймається,

а саме: розподіли учнів за рівнями навчальних досягнень в експериментальних та контрольних групах однакові.

На завершення експериментального навчання в контрольних та експериментальних класах провели контрольну роботу №2 (Додаток Ж). Робота складалася з 6 завдань, які оцінювалися відповідно 1, 1, 2, 2, 3, 3 балами, за всі правильно виконані завдання можна отримати 12 балів. Метою контрольної роботи є порівняння результатів її написання в обох групах для статистичного підтвердження того, що після експериментального навчання учні експериментальних груп мають вищий рівень знань та умінь, зокрема, стосовно розв'язування компетентнісно орієнтованих задач, ніж у контрольних групах.

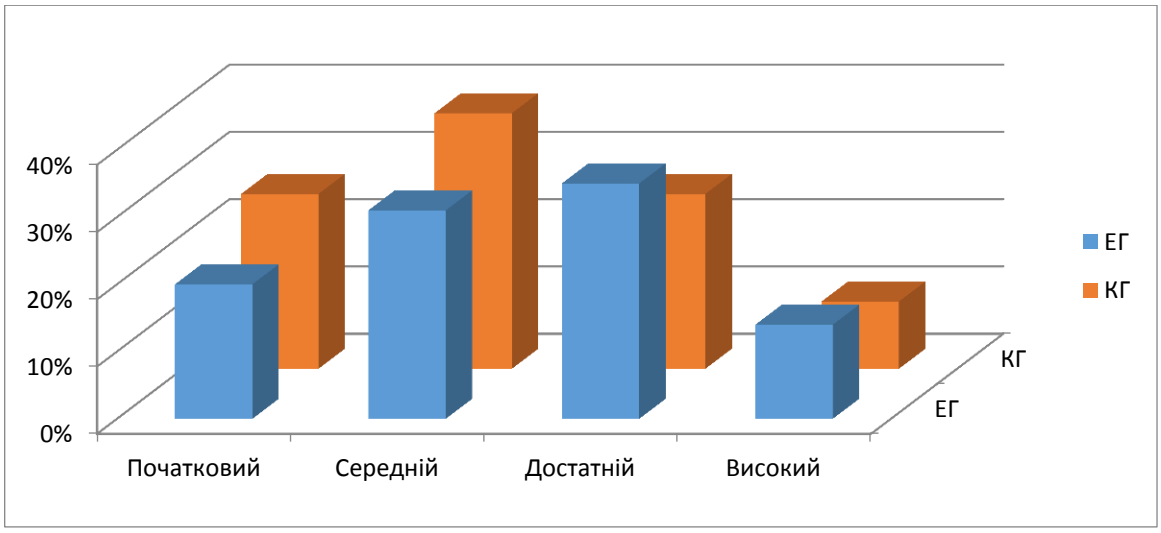


Рис. 2.29. Діаграма результатів контрольної роботи №2 в експериментальній та контрольній групах

Достовірність отриманих даних експерименту перевірено за допомогою $\varphi^*$ – кутове перетворення Фішера в поєднанні з $\lambda$ - критерієм Колмогорова-Смірнова [219, с. 171].

Для максимального підвищення потужності критерію $\varphi^*$ необхідно вибрати точку, в якій різниця між двома вибірками, що порівнюються, була б найбільшою. Оскільки $\lambda$ - критерій Колмогорова-Смірнова дозволяє знайти

точку максимального розходження між вибірками, відповідно поєднання критерію $\varphi^*$ та $\lambda$ - критерію Колмогорова-Смірнова дають найточніший результат.

Таблиця 2.18.

**Розподіл балів за результатами контрольної роботи №2**

| Рівні навчальних досягнень (бали) | Контрольна робота №2 | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Експериментальна група | | Контрольна група | |
| Початковий (1 – 3) | 41 | 20% | 53 | 26% |
| Середній (4 – 6) | 64 | 31% | 78 | 38% |
| Достатній (7 – 9) | 71 | 35% | 54 | 26% |
| Високий (10 – 12) | 28 | 14% | 21 | 10% |
| Усього | 204 | 100% | 206 | 100% |
| Середній бал | 6,5 | | 5,9 | |

За результатами написання контрольної роботи максимальна різниця накопичених емпіричних відносних частот у розподілах балів в експериментальних та контрольних класах становить *0,121*, вона накопичена в позиції «середній рівень навчальних досягнень (4–6 балів)» (Таблиця 2.19).

Таблиця 2.19.

**Розрахунок максимальної різниці накопичених відносних емпіричних частот експериментальних та контрольних групах щодо розподілів балів за результатами контрольної роботи № 2**

| Рівні навчальних досягнень (бали) | Емпіричні частоти | | Емпіричні відносні частоти | | Накопичені емпіричні відносні частоти | | Абсолютна величина різниці $d = \lvert \sum f_e^* - \sum f_k^* \rvert$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $f_e$ | $f_k$ | $f_e^*$ | $f_k^*$ | $\sum f_e^*$ | $\sum f_k^*$ | |
| Початковий (1 – 3) | 41 | 53 | 0,201 | 0,257 | 0,201 | 0,257 | 0,056 |

Продовження табл. 2.19.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Середній (4 – 6) | 64 | 78 | 0,314 | 0,379 | 0,515 | 0,636 | **0,121** |
| Достатній (7 – 9) | 71 | 54 | 0,348 | 0,262 | 0,863 | 0,898 | 0,035 |
| Високий (10 – 12) | 28 | 21 | 0,137 | 0,102 | 1,000 | 1,000 | 0 |
| Усього | 204 | 206 | 1,000 | 1,000 | | | |

Відповідно, будемо вважати, що «ефект присутній», якщо навчальні досягнення учнів відповідають достатньому та високому рівням (тобто, отримання 7 – 12 балів), і що «ефект відсутній» – навчальні досягнення учнів відповідають низькому та середньому рівням (тобто, отримання 1–6 балів). Одержаний розподіл представлено в таблиці 2.20.

*Таблиця 2.20.*

**Розподіл рівнів навчальних досягнень (балів) в експериментальних та контрольних класах**

| Рівні навчальних досягнень (бали) | Емпіричні частоти | | Усього |
|---|---|---|---|
| | Експериментальна Група | Контрольна Група | |
| Початковий та середній (1 – 6) | 105 | 131 | 236 |
| Достатній та високий (7 – 12) | 99 | 75 | 174 |
| Усього | 204 | 206 | 410 |

Побудуємо таблицю для підрахунку критерію $\varphi^*$ – кутове перетворення Фішера (див. табл. 2.21).

Таблиця 2.21.

**Дані для підрахунку критерію $\varphi^*$ Фішера з метою виявлення відмінностей розподілу навчальних досягнень учнів експериментальних і контрольних груп за результатами контрольної роботи № 2**

| Групи | «ефект відсутній» (1 – 6 балів) | | «ефект присутній» (7 – 12 балів) | | Усього |
|---|---|---|---|---|---|
| | кільк. | % | кільк. | % | |
| Експериментальна | 105 | 51,4 | 99 | 48,6 | 204 |
| Контрольна | 131 | 63,5 | 75 | 36,5 | 206 |

Сформулюємо гіпотези:

$H_0$ – частка осіб, які написали контрольну роботу на достатньому та високому рівнях в експериментальній групі не більша, ніж в контрольній.

$H_1$ – частка осіб, які написали контрольну роботу на достатньому та високому рівнях в експериментальній групі більша, ніж в контрольній.

За статистичними таблицями визначаємо $\varphi_1$, $\varphi_2$ які відповідають відсотковим долям присутності «ефекту» в кожній групі: $\varphi_1(48{,}6\%)=1{,}543$; $\varphi_2(36{,}5\%)=1{,}297$.

Визначаємо емпіричне значення $\varphi^*$ критерію за формулою:

$\varphi^*_{експ.} = (\varphi_1 - \varphi_2)\cdot\sqrt{\frac{n_e \times n_k}{n_e + n_k}}$, де $\varphi_1$ – кут, що відповідає більшій відсотковій долі; $\varphi_2$ – кут, що відповідає меншій відсотковій долі; $n_e$ – кількість досліджуваних у експериментальній вибірці; $n_k$ – кількість досліджуваних у контрольній вибірці [219, с. 162].

$\varphi^*_{експ.} = (1{,}543 - 1{,}297)\cdot\sqrt{\frac{204\times 206}{204+206}} \approx 0{,}246\times 10{,}127 \approx 2{,}49$. За статистичними таблицями визначаємо, якому рівню значимості відповідає дана величина:

$\rho \le 0{,}01$, а також критичні значення критерію $\varphi^*$. Для наочності побудуємо «вісь значущості»:

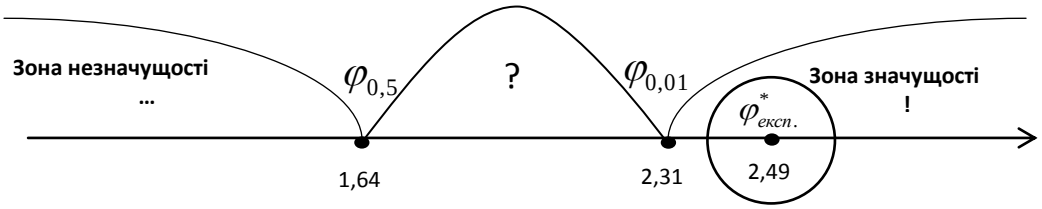


Рис. 2.30. Застосування критерію $\varphi^*$ – кутового перетворення Фішера для статистичної оцінки рівня навчальних досягнень учнів експериментальної та контрольної груп після проведення контрольної роботи

Отримане значення $\varphi^*_{експ.} = 2{,}49$ перебуває в зоні значущості, рівень статистичної значущості, відповідної йому, $\rho \le 0{,}01$, що передбачає відхилення нульової гіпотези, а приймається альтернативна гіпотеза $H_1$: частка осіб, які написали контрольну роботу на достатньому та високому рівнях в експериментальній групі більша, ніж в контрольній.

Враховуючи, що міцність сформованих знань, умінь та навичок є опосередкованим показником сформованості математичних компетентностей, в кінці навчального року учням експериментальних і контрольних груп запропоновано виконати контрольну роботу №3 для перевірки міцності знань (Додаток З).

За результатами виконання роботи можна зробити висновок, що кількість правильно розв’язаних завдань учнями експериментальної групи суттєво не змінилась на відміну від контрольної, де кількість правильно розв’язаних завдань учнями стала меншою, що дає можливість зробити висновок: запропонована методика реалізації КП в навчанні алгебри сприяє формуванню математичних компетентностей учнів основної школи. Це підтверджує інформація подана в таблиці 2.22 та порівняльній діаграмі (Рис. 2. 31.).

Таблиця 2.22.

**Розподіл балів за результатами контрольної роботи №3**

| Рівні навчальних досягнень (бали) | Контрольна робота №3 | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Експериментальна Група | | Контрольна Група | |
| Початковий (1 – 3) | 43 | 21% | 54 | 26% |
| Середній (4 – 6) | 65 | 32% | 81 | 39% |
| Достатній (7 – 9) | 69 | 34% | 52 | 26% |
| Високий (10 – 12) | 27 | 13% | 19 | 9% |
| Усього | 204 | 100% | 206 | 100% |
| Середній бал | 6,4 | | 5,7 | |

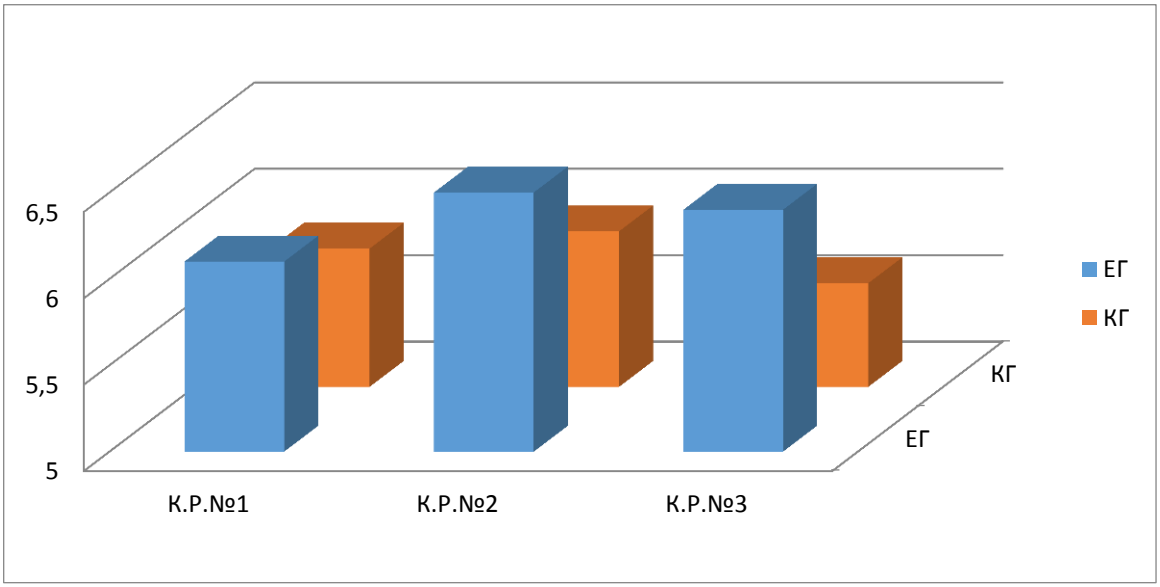


Рис. 2.31. Порівняльна діаграма результатів контрольних робіт

Сформованість рефлексивного компоненту методики реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи, показником якого є рівень розвитку рефлексії, перевірялась за допомогою методики А. Карпова (Додаток К). Опитувальник містить 27 питань, з яких 15 – прямі, 12 – обернені твердження, це враховується при обробці результатів, оскільки для отримання підсумкового балу сумують цифри в прямих відповідях, а в

обернених – значення, змінені в результаті інверсії шкали відповідей. При інтерпретації результатів ми виходили з позиції диференціації осіб на три основні категорії – високий рівень розвитку рефлексії (вище 140 балів), середній рівень рефлексії (від 114 до 140 балів), низький рівень (нижче 140 балів). До проведення експерименту більшість учнів характеризувалась середнім (32%) та низьким (53%) рівнем розвитку рефлексії, після проведення експериментального дослідження частка учнів з середнім рівнем розвитку рефлексії збільшилась до 39%, частка учнів з низьким рівнем розвитку рефлексії зменшилась до 44%.

Отже, проведене експериментальне дослідження підтвердило ефективність запропонованої методики реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри учнів основної школи.

**Висновки до другого розділу**

Методика реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи складається з мотиваційно-ціннісного, практико-орієнтованого, діяльнісного, рефлексивного компонентів та спрямована на формування предметної математичної компетентності та спеціальних предметних математичних компетентностей.

Мотиваційно-ціннісний компонент спрямований на розвиток пізнавальних інтересів в учнів основної школи, що забезпечується застосуванням навчальних завдань, які розкривають значення алгебри в різних сферах людського суспільства, містять цікаві факти з історії розвитку математики, виявляють зв'язок математики з іншими шкільними предметами, навчають нестандартним доведенням властивостей алгебраїчних понять. Розвиток пізнавального інтересу до навчання алгебри відбувається також на основі використання на уроках проблемних ситуацій, ігрових та інтерактивних методів навчання.

Практико-орієнтований компонент забезпечує вдосконалення змісту навчання алгебри на основі доповнення його компетентнісно орієнтованими задачами, які сприяють формуванню в учнів умінь будувати математичні моделі для дослідження різноманітних явищ та процесів реальної дійсності і відповідно забезпечують набуття учнями ПМК і СПМК.

Діяльнісний компонент методики реалізації КП до навчання алгебри спрямований на становлення досвіду самостійної навчально-пізнавальної діяльності учнів основної школи. З цією метою необхідно ретельно планувати та урізноманітнювати самостійну роботу учнів, пропонувати їм завдання творчого, дослідницького характеру. Одним з ефективних засобів організації самостійної роботи учнів у навчанні алгебри є метод проектів.

Рефлексивний компонент методики реалізації КП до навчання алгебри спрямований на формування в учнів основної школи вмінь самоконтролю та самостійного оцінювання результатів власної навчальної діяльності. Поряд з традиційними методами контролю та оцінювання доцільно з цією метою застосовувати технологію портфоліо, яка сприяє розвитку в підлітків рефлексії.

Формування математичних компетентностей учнів основної школи в умовах розвитку інформаційного суспільства потребує активного використання в навчальному процесі засобів навчання на основі інформаційно-комунікаційних освітніх технологій. З цією метою доцільно використовувати в процесі навчання алгебри учнів основної школи пакет стандартних програм MS Office, педагогічні програмні засоби, зокрема Gran 1, та освітні ресурси мережі Інтернет.

Постановка, реалізація та аналіз результатів констатувального, пошукового, формувального етапів експериментального дослідження підтвердили ефективність створеної методики реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи.

Основні результати другого розділу дисертації висвітлено у працях автора [55, 58, 60, 62-65].

# ВИСНОВКИ

Метою дослідження є розробка та експериментальна перевірка методики реалізації компетентнісного підходу до навчання алгебри учнів основної школи. Необхідність і своєчасність дослідження зумовлені реформою шкільної математичної освіти. Суттєві зміни у навчанні алгебри учнів основної школи пов’язані з необхідністю формувати предметну математичну компетентність та спеціальні предметні математичні компетентності.

У дисертаційному дослідженні здійснено теоретичне узагальнення проблеми впровадження компетентнісного підходу в процес навчання алгебри учнів 7-9 класів. Відповідно до поставленої мети та визначених завдань дисертаційної роботи отримано наступні результати:

- з’ясовано стан розробки проблеми в психолого-педагогічній, науково-методичній літературі та у практиці навчання алгебри основної школи;
- визначено категоріальний апарат дослідження: компетентнісний підхід до навчання алгебри учнів основної школи, предметна математична компетентність, спеціальні предметні математичні компетентності;
- на основі порівняльного аналізу традиційного навчання алгебри і компетентісного навчання створено концептуальну модель навчання алгебри учнів основної школи на засадах КП;
- на основі створеної моделі визначено та описано компоненти методики реалізації КП до навчання алгебри учнів основної школи: мотиваційно-ціннісний, практико-орієнтований, діяльнісний та рефлексивний;
- констатувальний, пошуковий та формувальний етапи експериментального дослідження підтвердили дієвість запропонованої методики реалізації КП в навчанні алгебри учнів основної школи.

За підсумками апробації та аналізу отриманих результатів дослідження можна зробити наступні **висновки.**

1. Реалізація компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи полягає у забезпеченні формування предметної математичної компетентності та спеціальних предметних математичних компетентностей.

2. Структура предметної математичної компетентності об'єднує усвідомлену потребу в математичних знаннях, розуміння їх цінності для розвитку людського суспільства і кожного учня зокрема, мотивацію до здійснення навчальної математичної діяльності, математичні знання, вміння, навички, нормативно визначені навчальною програмою з математики, досвід математичної діяльності, здатність до самоконтролю і самооцінки в процесі здійснення навчальної математичної діяльності, готовність успішно розв'язувати проблеми і завдання в навчанні та життєвих ситуаціях, що потребують математичних знань і методів пізнання.

3. В основній школі спеціальні предметні математичні компетентності визначаються для кожного з предметів освітньої галузі «Математика». Вони змінюються для кожного року навчання, ґрунтуючись на предметній математичній компетентності. У дослідженні до спеціальних предметних математичних компетентностей, формування яких здійснюється у процесі навчання алгебри учнів основної школи, належать обчислювальна, процедурна, графічна, логічна, практико-орієнтована.

4. Проведений у дослідженні порівняльний аналіз традиційного навчання та навчання на засадах компетентнісного підходу дозволив виокремити відмінності між ними. Основним результатом традиційного навчання є нормативно визначена сума знань, умінь і навичок, а результатом компетентнісного навчання – готовність учнів до продуктивної, самостійної та відповідальної навчальної діяльності.

5. Впровадження компетентнісного навчання потребує інтеграції в традиційне навчання алгебри таких складових компетентнісного підходу як формування мотивації та ціннісного ставлення учнів до навчання,

забезпечення практико-орієнтованого спрямування змісту курсу алгебри основної школи, розвиток в учнів готовності до самостійної навчально-пізнавальної діяльності та здатності до самоконтролю і самооцінки.

6. Побудована концептуальна модель процесу навчання алгебри в основній школі на засадах компетентнісного підходу, яка складається з чотирьох рівнів, а саме теоретичної концепції процесу навчання алгебри в основній школі на засадах компетентнісного підходу, яка включає методологічний та цільовий компоненти, методичних засад впровадження компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи, педагогічних умов забезпечення реалізації компетентністного навчання алгебри, критеріїв, рівнів та засобів діагностики сформованості математичних компетентностей учнів у процесі навчання алгебри, дозволила розробити методику реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи.

7. Методика реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи ґрунтується на забезпеченні:

- розвитку пізнавальних інтересів учнів до навчання алгебри;
- формуванні в учнів готовності застосовувати набуті знання з алгебри в процесі розв’язування компетентнісно орієнтованих задач;
- становленні досвіду самостійної навчально-пізнавальної діяльності учнів на уроках алгебри та в позаурочний час;
- розвитку в учнів здатності до рефлексії, самоконтролю та самостійного оцінювання результатів власної навчальної діяльності;
- застосуванні в навчанні алгебри засобів на основі ІКТ.

8. Створені на основі проведеного дослідження методичні рекомендації стосовно впровадження компетентнісного підходу в навчання алгебри основної школи сприятимуть покращенню професійної діяльності вчителів математики, спрямованої на формування в учнів предметної математичної компетентності та спеціальних предметних математичних компетентностей.

9. Результати дослідження дозволять вдосконалити зміст шкільних підручників з алгебри, методичних посібників для вчителів та учнів, студентів математичних факультетів педагогічних ВНЗ.

10. Виконане дослідження не вичерпує проблеми впровадження компетентнісного підходу в процес навчання алгебри. Напрямками подальших досліджень можуть бути:

- розробка програм спецкурсів з компетентнісного навчання алгебри для профільного навчання в старшій школі, залежно від профілю;
- розробка програми підготовки вчителів математики та студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів до впровадження компетентнісного підходу в процес навчання алгебри;
- розробка навчально-методичних посібників, дидактичних матеріалів, підручників з алгебри на основі компетентнісного підходу.

# СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абрамова Г. С. Возрастная психология : учеб. пособие для студ. вузов / Г. С. Абрамова. – М. : Изд. центр «Академия», 2000. – 672 с.

2. Акуленко І. А. Компетентнісно орієнтована методична підготовка майбутнього вчителя математики профільної школи (теоретичний аспект) : монографія / І. А. Акуленко. – Черкаси : Видавець Чабаненко Ю., 2013. – 460 с.

3. Алексюк А. М. Педагогіка вищої освіти України : Історія. Теорія : підручник для студентів, аспірантів та молодих викладачів вузів / А. М. Алексюк. – К. : Либідь, 1998. – 558 с.

4. Аллагулова И. Н. Формирование математической компетентности старшеклассника в образовательном процессе : дис. канд. пед. наук 13.00.01 / И. Н. Аллагулова. – Оренбург, 2007. – 190 с.

5. Андреев А. Л. Компетентностная парадигма в образовании опыт философско-методологического анализа / А. Л. Андреев // Педагогика. – 2005. – № 4. – С. 19–27.

6. Андрущенко В. П. Організоване суспільство : проблема організації та суспільної самоорганізації в період радикальних трансформацій в Україні на рубежі століть : Досвід соціально-філософського аналізу / В. П. Андрущенко. – К. : ТОВ «Атлант ЮЕмСі», 2006. – 498 с.

7. Ахмедзянова Э. Воспитание через организацию проектной деятельности / Э. Ахмедзянова // Воспитание школьников. – 2008. – № 1. – С. 10–14.

8. Ачкан В. В. Формування математичних компетентностей старшокласників у процесі вивчення рівнянь та нерівностей : автореф. дис. канд. пед. наук : 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / В. В. Ачкан. – К., 2009. – 20 с.

9. Ачкан В. В. Математичні компетентності учнів, напрями їх набуття та шляхи формування в старшій школі / В. В. Ачкан // Педагогічні науки. – 2010. – № 56. – С. 5–6.

10. Барановська О. Сучасна модель оцінювання навчальних досягнень учнів : переваги і недоліки / О. Барановська // Рідна школа. – 2000. – № 7. – С. 48–50.

11. Баханов К. Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів із історії компетентнісно орієнтований підхід (на прикладі викладання «Історії України», 7 клас) / К. Баханов // Історія в школах України : науково-методичний журнал. – 2004. – № 6. – С. 19–25.

12. Бевз В. Г. Історія математики / В. Г. Бевз. – Х. : Вид. група «Основа», 2006. – 176 с.

13. Бевз Г. П. Методика викладання математики : навч. посібник / Г. П. Бевз. – К. : Вища школа, 1989. – 367 с.

14. Бевз Г. П. Алгебра : підручник для 7 класів загальноосвітніх навчальних закладів / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – К. : Зодіак-ЕКО, 2015. – 304 с.

15. Бевз Г. П. Алгебра : підручник для 8 класів загальноосвітніх навчальних закладів / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – К. : Зодіак-ЕКО, 2008. – 256 с.

16. Бевз Г. П. Алгебра : підручник для 9 класів загальноосвітніх навчальних закладів / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – К. : Зодіак-ЕКО, 2009. – 288 с.

17. Безносюк О. О. З історії питання про контроль та оцінку знань студентів / О. О. Безносюк // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія : Військово-спеціальні науки. – 2000. – Вип. 2. – С. 17–20.

18. Безпалько В. П. Слагаемые педагогической технологии / В. П. Безпалько. – М. : Просвещение, 1989. – 192 с.

19. Безрукова В. С. Педагогика. Проективная педагогика : учебник для индустр.-пед. техникумов и для студентов инженер.-пед. специальностей / В. С. Безрукова. – Екатеринбург : Деловая книга, 1999. – 344 с.

20. Бібік Г. В. Міжпредметні зв’язки математики і фізики як засіб формування ключових компетентностей учнів основної школи : автореф. дис. канд. пед. наук : 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / Г. В. Бібік. – Херсон, 2010. – 20 с.

21. Бібік Н. М. Компетентнісний підхід рефлексивний аналіз застосування / Н. М. Бібік // Компетентнісний підхід у сучасній освіті : світовий досвід та українські перспективи / за заг. ред. О. В. Овчарук. – К. : К.І.С., 2004. – С. 45–50.

22. Богоявленская Д. Б. Умственные способности как компонент интеллектуальной активности / Д. Б. Богоявленская, И. А. Петухова // Психологические исследования интеллектуальной деятельности ; под ред. О.К. Тихомирова. – М. : Наука, 1979. – С. 17–28.

23. Божович Л. И. Проблемы формирования личности: избранные психологические труды ; под ред. Д. И. Фельдштейна. – 3-е изд. / Л. И. Божович. – М. : МПСИ ; Воронеж : МОДЭК, 2001. – 349 с.

24. Болотов В. А. Компетентностная модель : от идеи к образовательной программе / В. А. Болотов, В. В. Сериков // Педагогика. – 2003. – № 10. – С. 8–14.

25. Бондар В. І. Теорія і технологія управління процесом навчання в школі / В. І. Бондар. – К. : Школяр, 2000. – 191 с.

26. Бондар С. Компетентність особистості : інтегрований компонент навчальних досягнень учнів / С. Бондар // Біологія і хімія в школі. – 2003. – № 2. –С. 8–9.

27. Бондар С. Термінологічний аналіз понять «компетенція» і «компетентність» у педагогіці : сутність та структура / С. Бондар // Освіта і управління. – 2007. – Т. 10. – № 2. – С. 93–99.

28. Бондар С. П. Компетентнісний підхід до змісту освіти в умовах його фундаменталізації / С. П. Бондар // Дидактика теорія і практика : матеріали Всеукр. наук.-практ. конференції «Фундаменталізація змісту освіти

як соціально-педагогічна проблема» : зб. наук. праць / упоряд. С. В. Косянчук. – К. : Вид-во НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2012. – С. 20–22.

29. Бродський Я. Компетентнісний підхід у навчанні математики / Я. Бродський, С. Великодний, О. Павлов // Математика в школі. – 2011. – № 10. – С. 2–8.

30. Брюханова Н. Підходи до розуміння компетентності та компетенції в освіті / Н. Брюханова // Педагогіка і психологія професійної освіти. – 2007. – № 4. – С. 40–51.

31. Буйницька О. П. Інформаційні технології та технічні засоби навчання / навч. посібник / О. П. Буйницька. – К. : Центр учбової літератури, 2012. – 240 с.

32. Булах І. Якість освіти та управління якістю головні показники визначення якості освіти / І. Булах // Післядипломна освіта в Україні. – 2006. – № 1. – С. 71–74.

33. Бурда М. Структура і зміст профільного навчання математики / М. Бурда // Математика в школі. – 2007. – № 7. – С. 3–6.

34. Бурда М. І. Геометрія : підручник для 8 класів загальноосвітніх навчальних закладів / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова. – К. : Зодіак-ЕКО, 2010. – 239 с.

35. Буринська Н. М. До проблеми оцінного контролю / Н. М. Буринська // Педагогіка і психологія. – 2000. – № 2. – С. 85–91.

36. Буряк В. К. Самостійна робота як вид навчальної діяльності школяра / В. К. Буряк // Рідна школа. – 2001. – № 9. – С. 20–24.

37. Быховский Я. С. Образовательные веб-квесты / Я. С. Быховский // Материалы международной конференции «Информационные технологии в образовании. ИТО-99». [Электронный ресурс] – Режим доступа : http//ito.bitpro.ru/1999

38. Вербицкий А. А. Школа контекстного обучения как модель реализации компетентностного подхода в общем образовании / А. А. Вербицкий, О. Б. Ермакова // Педагогика. – 2009. – № 2. – С. 12–18.

39. Вербицкий А. А. Активное обучение в высшей школе контекстный подход / А. А. Вербицкий. – М. : Высшая школа, 1991. – 207 с.

40. Вілмут Дж. Оцінювання для навчання : навч. посібник / Дж. Вілмут, І. Є. Булах, М. Р. Мруга. – К. : Майстер-клас, 2007. – 170 с.

41. Вінніченко Н. В. Прикладні задачі економічного змісту і функції / Н. В. Вінніченко, В. Я. Забранський // Математика в школі. – 2011. – № 1–2. – С. 22–26.

42. Власов В. І. Історія : Зовнішнє оцінювання : навч. посібник із підготовки до зовнішнього оцінювання учнів загальноосвітніх навчальних закладів / О. І. Божко, В. І. Бойко, В. С. Власов та ін. – К., 2007. – 72 с.

43. Власова О. І. Педагогічна психологія : навч. посібник / О. І. Власова. – К. : Либідь, 2005. – 400 с.

44. Волянська О. Є. Задачі на дослідження в курсі алгебри і початків аналізу в умовах профільного навчання / О. Є. Волянська // Математика в школі. – 2011. – № 7/8. – С. 45–47.

45. Выбор методов обучения в средней школе / под ред. Ю. К. Бабанского. – М. : Педагогика, 2002. – 176 с.

46. Выготский Л. С. Педагогическая психология / Л. С. Выготский. – М. : Педагогика, 1991. – 479 с.

47. Газман О. С. Проблема формирования личности школьника в игре / О. С. Газман // Педагогика и психология игры : межвузовский сборник научных трудов. – Новосибирск : НГПИ, 1985. – С. 14–24.

48. Гальперин П. Я. О формировании умственных действий и понятий / П. Я. Гальперин // Культурно-историческая психология. – 2010. – № 3. – С. 111–114.

49. Гальперин П. Я. Формирование знаний и умений на основе теории поэтапного усвоения умственных действий / П. Я. Гальперин, Н. Ф. Талызина. – М. : Изд-во МГУ, 1968 – 176 с.

50. Глобін О. І. Використання освітніх інтернет-ресурсів у навчанні математики в профільній школі / О. І. Глобін // Педагогічний дискурс. –

Вип. 7. – С. 68–73. [Електронний ресурс] – Режим доступу : http//nbuv.gov.ua/j-pdf/peddysk_2010_7_15.pdf

51. Глобін О. І. Міжпредметні зв'язки в умовах профільного навчання математики : метод. посібник / О. І. Глобін. – К. : Педагогічна думка, 2012. – 86 с.

52. Головань М. С. Компетенція і компетентність досвід теорії, теорія досвіду / М. С. Головань // Вища освіта України. – 2008. – № 3. – С. 23–30.

53. Головань М. С. Математичні компетентності чи математична компетентність? / М. С. Головань // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс-2012» : матеріали Міжнар. наук.-практ. конференції (6–7 грудня 2012 р., м. Суми). Ч. І / упоряд. О. С. Чашечникова. – Суми : Мрія, 2012. – С. 36–38.

54. Голуб Г. Б. Технология портфолио в системе педагогической диагностики / Г. Б. Голуб, О. В. Чуракова. – Самара : Профи, 2004. [Электронный ресурс] – Режим доступа : http//si-sv.com/publ/1/portfolio_v_ocenivanii/14-1-0-359

55. Гоменюк А. В. Ученическое портфолио как метод оценки учебных достижений учащихся по математике / А. В. Гоменюк, В. Я. Забранский // Научна сесия 2013 : сборник научни трудове : част II «Обществени науки организация, управление и методика на обучението във висшите училища». – Шумен : НВУ «В. Левски» – Факултет «Артилерия, ПВО и КИС», 2014. – С. 69–76.

56. Гоменюк А. В. Компетентностный подход в процессе обучения алгебре учащихся основной школы и средства его реализации / А. В. Гоменюк, В. Я. Забранский // Science and Education a New Dimension Pedagogy and Psychology. – Budapest, 2013. – Vol. 5. – P. 71–74.

57. Гоменюк Г. В. Ієрархія основних понять компетентнісного підходу методичної конференції / Г. В. Гоменюк // Проблеми математичної

освіти (ПМО–2013) : матеріали Міжнародної науково-методичної конференції, м. Черкаси, 8–10 квітня 2013 р. – Черкаси : Видавець Чабаненко Ю., 2013. – С. 70–71.

58. Гоменюк Г. В. Компетентнісно орієнтовані задачі з алгебри як засіб формування математичної компетентності учнів основної школи / Г. В. Гоменюк // Наукові записки: [збірник наукових статей] / М-во освіти і науки України, Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова, 20015. – Випуск CXXXVII (127). – С. 19-26.

59. Гоменюк Г. В. Концептуальна модель компетентнісно орієнтованого навчання алгебри учнів основної школи / Г. В. Гоменюк // Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова : зб. наук. праць. Серія 3. Фізика і математика у вищій і середній школі. Вип. 14 / редкол. В. П. Андрущенко та ін. – К. : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2014. – С. 87–93.

60. Гоменюк Г. В. Мотивація як компонент математичної компетентності учня основної школи / Г. В. Гоменюк // Математика в рідній школі : науково-методичний журнал. – 2015. – № 1/2. – С. 34–38.

61. Гоменюк Г. В. Поняття «компетенція» та «компетентність» як теоретична основа компетентнісного підходу в сучасній шкільній математичній освіті / Г. В. Гоменюк // Вісник Черкаського університету. – Серія «Педагогічні науки». – Черкаси : Вид-во ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2013. – № 12 (265). – С. 24–29.

62. Гоменюк Г. В. Реалізація компетентністного підходу у навчанні математики засобами технології «веб-квест» / Г. В. Гоменюк // Матеріали II Всеукраїнської науково-практичної конференції молодих учених та студентів «Новітні інформаційно-комунікаційні технології в освіті (ІІСТЕ–2014)» (м. Полтава, 19–20 листопада 2014 р.). – Полтава :ПП «Астрая», 2014. – С. 104–106.

63. Гоменюк Г. В. Розвиток мотивації та пізнавального інтересу в умовах компетентнісно орієнтованого навчання алгебри учнів основної

школи / Г. В. Гоменюк // Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка. Серія : Педагогіка. – Тернопіль, 2015. – Вип. 3. – С. 156-162.

64. Гоменюк Г. В. Компетентнісно орієнтовані задачі в навчанні алгебри / Г. В. Гоменюк // Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні науково-методичні проблеми математики у вищій школі» (25–26 червня 2015 р.). – К. : НУХТ, 2015. – С. 215–217.

65. Гоменюк Г. В. Портфоліо як інструмент оцінювання результатів навчання учнів з алгебри / Г. В. Гоменюк // Матеріали IV Всеукраїнської науково-практичної конференції «Особистісно орієнтоване навчання математики сьогодення і перспективи» (м. Полтава, 29–31жовтня 2013р.) – Полтава : ТОВ «АСМІ», 2013. – С. 74–77.

66. Гоменюк Г. В. Проектування процесу навчання алгебри на засадах компетентнісного підходу / Г. В. Гоменюк // Науковий вісник Чернівецького університету: зб. наук. праць. – Вип. 766. Педагогіка та психологія. – Чернівці: Чернівецький нац. у-т, 20015. – С. 44-53.

67. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник / С. У. Гончаренко. – К. : Либідь, 1997. – 367 с.

68. Гончаренко Я. В Математичне програмування : навч. посібник / Я. В. Гончаренко. – К. : Вид-во НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2010. – 184 с.

69. Григорьев С. Г. Использование информационных и коммуникационных технологий в общем среднем образовании / С. Г. Григорьев, В. В. Гриншкун. [Электронный ресурс] – Режим доступа : http//www.ido.rudn.ru/nfpk/ikt/vved.html

70. Грицик Т. А. Прикладні задачі під час вивчення лінійних та квадратних рівнянь / Т. А. Грицик, В. Я. Забранський // Математика в школі. – 2010. – № 12. – С. 14–19.

71. Гудирева О. М. Використання сучасних інформаційних технологій в освітній програмі «Intel ® Навчання для майбутнього» /

О. М. Гудирева // Комп’ютер у школі та сім’ї : науково-методичний журнал. – 2006. – № 5. – С. 27–31.

72. Гузеев В. В. Метод проектов как технология четвёртого поколения / В. В. Гузеев // Планирование результатов образования и образовательная технология. – М. : Народное образование, 2001. – С. 194–207.

73. Гуревич Р. С. Педагогічні технології сутність і структура / Р. С. Гуревич // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців : методологія, теорія, досвід, проблеми : зб. наук. праць. – Вінниця – К., 2002. – Вип. 2. – Ч. 1. – С. 35–41.

74. Гущин Д. Д. PISA : разбор заданий международного исследования / Д. Д. Гущин, Юрченко. [Электронный ресурс] – Режим доступа : http://www.mathnet.spb.ru/texts/pisa/pisa.pdf

75. Давыдов В. В. О понятии развивающего обучения / В. В. Давыдов // Педагогика. – 1995. – № 1. – С. 29–40.

76. Дахин А. Н. Педагогическое моделирование : монография / А. Н. Дахин. – Новосибирск : Изд-во НИПКиПРО, 2005. – 230 с.

77. Делікатний К. Г. Авторитет оцінки / *К.* Г. Делікатний. – *К.* : Знання, 1990. – 48 с.

78. Державна національна програма «Освіта» : Постанова Кабінету Міністрів України від 3 листопада 1993 р., № 896. [Електронний ресурс] – Режим доступу : http//www.uazakon.com/documents/date_5x/pg_irwjos /index.htm

79. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти : Постанова Кабінету Міністрів України від 23 листопада 2011 р., № 1392. – 106 с. [Електронний ресурс] – Режим доступу : http//old.mon.gov.ua/ua/activity/education/56/692/state_standards/

80. Державний стандарт початкової загальної освіти. [Електронний ресурс] – Режим доступ : http//zakon5.rada.gov.ua/laws/show/462-2011-%D0%BF

81. Дзюбенко А. А. Новые информационные технологии в образовании / А. А. Дзюбенко. – М. : ВНТИЦ, 2000. – 103 с.

82. Дзюбко Л. В. Мотивація навчальної діяльності як психолого-педагогічна проблема / Л. В. Дзюбко, Л. І. Гриценок // Психолінгвістика. - 2009. - Вип. 4. - С. 33-43.

83. Дремова І. А. Контроль знань учнів з алгебри в основній школі : автореф. дис. канд. пед. наук : 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / І. А. Дремова. – К., 2004. – 20 с.

84. Дубинчук О. С. Дидактичні основи профілювання природничо-наукової підготовки учнів професійно-технічних училищ / О. С. Дубинчук // Педагогіка : науково-методичний збірник. – К. : Освіта, 1993. – С. 39–46.

85. Дубинчук О. С. Методика викладання алгебри в 7–9 класах / О. С. Дубинчук. – К. : Рад. школа, 1991. – 254 с.

86. Дубова М.В. Практико-ориентированная составляющая в проектировании компетентностных задач для начальной школы / М. В. Дубова. [Электронный ресурс] – Режим доступа : www.emissia.org/offine/2011/1612.htm

87. Енциклопедія освіти ; гол. ред. В. Г. Кремень. – К. : Юрінком Інтер, 2008. – 1040 с.

88. Єрмаков І. Г. Компетентнісний потенціал проектної діяльності / І. Г. Єрмаков. [Електронний ресурс] – Режим доступу : http//www.ippo.edu.te.ua/files/metod_work/structure_mw/09_kompetent_potencial.pdf

89. Єрмаков І. Г. Проектне бачення компетентнісно спрямованої 12-річної середньої школи : практико зорієнтований посібник / І. Г. Єрмаков, Д. О. Пузіков. – Запоріжжя : Центріон, 2005. – 112 с.

90. Жалдак М. І. Математика (алгебра і початки аналізу) з комп’ютерною підтримкою : навч. посібник для підготовчих відділень / М. І. Жалдак, А. В. Грохольська, О. Б. Жильцов. – К. : МАУП, 2003. – 304 с.

91. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках геометрії : посібник для вчителів / М. І. Жалдак, О. В. Вітюк. – К. : РННЦ «ДІНІТ», 2004 – 168 с.

92. Жалдак М. І. Математика з комп'ютером : посібник для вчителів. – 3-є вид. / М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко, Є. Ф. Вінниченко. – К. : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2015. – 310 с.

93. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики : посібник для вчителів / М. І. Жалдак. – К. : Техніка, 1997. – 303 с.

94. Жильцов О. Б. Вища математика з елементами інформаційних технологій : навч. посібник / О. Б. Жильцов, Г. М. Торбін. – К. : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2002. – 403 с.

95. Загадки. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://zagadki.org.ua/ua/riddles/math/p1/

96. Загашев И. О. Критическое мышление: технология развития / И. О. Загашев, С. И. Заир-Бек. – СПб. : Альянс-Дельта, 2003. – 284 с.

97. Закон України «Про основні засади розвитку інформаційного суспільства в Україні на 2007–2015 роки». [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http//zakon.rada.gov.ua/cgibin/laws/main.cgi?nreg=537-16

98. Захарійченко Ю. О. Повний курс математики в тестах / Ю. О. Захарійченко, О. В. Школьний, Л. І. Захарійченко, О. В. Школьна. – Х. : Ранок, 2011. – 496 с.

99. Захарова И. Г. Информационные технологии в образовании : учеб. пособие для студ. высших пед. учеб. заведений / И. Г. Захарова. – М. : Изд. центр «Академия», 2003. – 192 с.

100. Звєрєва Г. Ф. Компетентнісний підхід до навчання учнів на уроках математики / Г. Ф. Звєрєва, В. В. Сердюк // Математика в школах України. – 2010. – № 9 (273). – С. 2–6.

101. Зельцерман Б. Мастерская эксперимента от опытов альтернативного к целостному развивающему образованию / Б. Зельцерман. – Рига : Педагогический центр «Эксперимент», 2000. – 440 с.

102. Зимняя И. А. Ключевые компетентности как результативно-целевая основа компетентностного подхода в образовании / И. А. Зимняя. – М. : Исслед. центр проблем качества подготовки специалистов, 2004. – 41 с.

103. Зимняя И. А. Педагогическая психология : учебник для вузов. – Изд. второе, доп., испр. и перераб. / И. А. Зимняя. – М. : Изд. корпорация «Логос», 2000. – 384 с.

104. Зіненко І. М. Визначення структури математичної компетентності учнів старшого шкільного віку / І. М. Зіненко // Педагогічні науки. – 2009. – № 2. – С. 165–174.

105. Зіненко І. М. Методика навчання алгебри та початків аналізу учнів гуманітарного ліцею на засадах компетентнісного підходу : дис. канд. пед. наук : 13.00.02 «Теорія і методика навчання (математика)» / І. М. Зіненко. – Ялта, 2011. – 254 с.

106. Зовнішнє незалежне оцінювання 2015 року з математики. Базовий рівень. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://osvita.ua/doc/files/news/471/47111/ZNO_2015_math.pdf

107. Зубов А. В. Информационные технологи в лингвистике : учеб. пособие для студентов лингв. фак-тов высших учеб. заведений. / А. В. Зубов, И. И. Зубова. – М. : Изд. центр «Академия», 2004. – 208 с.

108. Ильина Т. А. Педагогика : курс лекций : учеб. пособие для студентов пед. ин-тов / Т. А. Ильина. – М. : Просвещение, 1984. – 495 с.

109. Исаев И. Ф. Профессионально-педагогическая культура преподавателя : учеб. пособие для студ. высших учеб. заведений / И. Ф. Исаев. – М. : Изд. центр «Академия», 2002. – 208 с.

110. Іванюк І. Використання он-лайн інструментів для оцінювання цифрової компетентності вчителів і керівників навчальних закладів у Норвегії / І. В. Іванюк // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2015. – Т. 47. – Вип. 3. – С. 11–24.

111. Ігнатенко М. Я. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики / М. Я. Ігнатенко. – К. : Тираж, 1997. – 300 с.

112. Інтерактивні технології навчання : теорія, досвід : метод. посібник / Авт.-уклад. О. Пометун, Л. Пироженко. – К. : А.П.Н., 2002. – 136 с.

113. Іонова І. Сутнісні складові навчальної проектної діяльності вчителя / І. Іонова // Рідна школа. – 2007. – № 2. – С. 43–45.

114. Кабанова-Меллер Е. Н. Учебная деятельность и развивающее обучение / Е. Н. Кабанова-Меллер. – М. : Знание, 1982. – 96 с.

115. Кайдалова Л. Г. Теоретичні засади компетентнісного підходу до професійного навчання / Л. Г. Кайдалова. [Електронний ресурс] – Режим доступу : http //library.uipa.kharkov.ua/library/Left_menu/Zbirbuk/12/Стратегия /Кайдалова.doc

116. Калмикова І. Р. Портфоліо як засіб самоорганізації й саморозвитку особистості / І. Р. Калмикова // Утворення в сучасній школі. – 2002. – № 5. – С. 23–27.

117. Караковский В. А. Пути формирования школьного ученического коллектива / В. А. Караковский. – М. : Педагогика, 1978. – 310 с.

118. Киричук В. О. Проектні технології загальноосвітнього навчального закладу в системі навчально-виховного процесу метод. посібник / В. О. Киричук, О. В. Прашко, В. О. Смотрін, С. С. Марченко. – К. : Ін-т обдарованої дитини НАПН України, 2011. – 69 с.

119. Кларин М. В. Инновации в обучении метафоры и модели : анализ зарубежного опыта / М. В. Кларин. – М. : Наука, 1997. – 223 с.

120. Клепко С. Різні структури ключових компетенції / С. Клепко // Управління освітою. – 2005. – № 12. – С. 2–3.

121. Коберник О. М. Теорія і методика психолого-педагогічного проектування виховного процесу в школі / О. М. Коберник. − К. : Науковий світ, 2001. – 182 с.

122. Коваленко В. Г. Проблемний підхід до вивчення математики : метод. посібник / В. Г. Коваленко, І. Ф. Тесленко. – К. : Рад. школа, 1985. – 88 с.

123. Коваль Л. В. Сучасні навчальні технології в початковій школі : навч.-метод. посібник /Л. В. Коваль. – Донецьк :ТОВ «Юго-Восток», 2006. – 226 с.

124. Компетентнісний підхід у сучасній освіті : світовий досвід та українські перспективи / за заг. ред. О. В. Овчарук. – К. : К.І.С., 2004. –112 с.

125. Копняк Н. Б. Портфоліо як нова технологія формування самооцінки на уроках інформатики / Н. Б. Копняк // Зб. наук. праць. (Спец. випуск.). – К. : Міленіум, 2005. – С. 28–34.

126. Корнетов Г. Б. Парадигмы базовых моделей образовательного процесса. / Г. Б. Корнетов // Педагогика. – 1999. – № 3. – С. 439–441.

127. Костюк Г. С. Избранные психологические труды ; под ред. Л. Н. Проколиенко / Г. С. Костюк. – М. : Педагогика, 1988. – 301 с.

128. Костюк Г. С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості ; за ред. Л. М. Проколієнко / Г. С. Костюк. – К. : Рад. школа, 1983. – 608 с.

129. Кравчук В. Р. Алгебра : підручник для 7 класів загальноосвітніх навчальних закладів / В. Р. Кравчук, М. В. Підручна, Г. М. Янченко. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2007. – 224 с.

130. Кравчук В. Р. Алгебра : підручник для 8 класів загальноосвітніх навчальних закладів / В. Р. Кравчук, М. В. Підручна, Г. М. Янченко. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2008. – 224 с.

131. Кравчук В. Р. Алгебра : підручник для 9 класів загальноосвітніх навчальних закладів / В. Р. Кравчук, М. В. Підручна, Г. М. Янченко. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2009. – 256 с.

132. Краевский В. В. Моделирование в педагогическом процессе : введение в научное исследование по педагогике / В. В. Краевский. – М. : Просвещение, 1988. – 120 с.

133. Ксензова Г. Ю. Оценочная деятельность учителя : учеб.-метод. пособие. – 2-е изд. / Г. Ю. Ксензова. – М. : Пед. общество России, 2002. – 128 с.

134. Кудрявцев Л. Д. Избранные труды. Т. III : Мысли о современной математике и ее преподавании / Л. Д. Кудрявцев. – М. : Физматлит, 2008. – 434 с.

135. Кудрявцев Т. В. Проблемное обучение : истоки, сущность, перспективы / Т. В. Кудрявцев. – М. : Знание, 1991. – 123 с.

136. Кукавська І. Проектна діяльність на уроках англійської мови / І. Кукавська // Рідна школа. – 2006. – № 12. – С. 71–72.

137. Куликов Л. В. Психические состояния : хрестоматия / сост. и общая редакция Л. В. Куликова. – СПб. : Питер. 2000. – 512 с.

138. Куріцина М. «Відчуй себе інтелектуалом!» : інтерактивні технології в розвитку творчих здібностей учнів / М. Куріцина // Освіта. – 2005. – № 9. – С. 4–5.

139. Кутішенко В. П. Вікова та педагогічна психологія (курс лекцій) : навч. посібник. – 2-е вид. / В. П. Кутішенко. – К. : Центр учбової літератури, 2010. – 128 с.

140. Кучугурова Н. Д. Контроль учебно-познавательной деятельности обучающихся (технология формирования умения). – 2-е изд. / Н. Д. Кучугурова. – М. : Изд-во ООО «АБЛ Принт», 2006. – 128 с.

141. Лебедев О. Е. Компетентностный подход в образовании / О. Е. Лебедев // Школьные технологии. – 2004. – № 5. – С. 3–12.

142. Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность / А. Н. Леонтьев. – М. : Политиздат, 1975. – 304 с.

143. Лернер И. Я. Проблемное обучение / И. Я. Лернер. – М. : Знание, 1974. – 144 с.

144. Лігоцький А. О. Теоретичні основи проектування сучасних освітніх систем : монографія / А. О. Лігоцький. – К. : Техніка, 1997. – 210 с.

145. Лізинський В. М. Практичне виховання в школі : Особливості та планування / В. М. Лізинський. – Х. : Ранок ; Веста, 2007. – 160 с.

146. Лодатко Є. А. Моделювання педагогічних систем і процесів : монографія / Є. А. Лодатко. – Слов'янськ : СДПУ, 2010. – 148 с.

147. Локшина О. І. Зміст шкільної освіти в країнах Європейського Союзу теорія і практика (друга половина XX – початок XXI ст.) : монографія / О. І. Локшина. – К. : Богданова А. М., 2009. – 404 с.

148. Локшина О. І. Моніторинг рівнів досягнень компетентностей інноваційні підходи / О. І. Локшина // Компетентнісний підхід у сучасній освіті : світовий досвід та українські перспективи / за заг. ред. О. В. Овчарук. – К. : К.І.С., 2004. – С. 25–32.

149. Лук'янова С. М. Розв'язування текстових задач арифметичними способами в основній школі : автореф. дис. канд. пед. наук : 13.00.01 «Теорія та методика навчання (математика)» / С. М. Лук'янова. – К., 2005. – 20 с.

150. Лукіна Т. Досвід побудови національних систем оцінювання якості освіти / Т. Лукіна // Управління освітою. – 2006. – № 13–14 (133–134). – С. 47–50.

151. Макарова Т. Н. Учебный процесс : планирование, организация и контроль (методическое пособие для заместителей директоров школ по учебно-воспитательной работе) : в 2 ч. / Т. Н. Макарова. – М. : Центр «Педагогический поиск», 2001. – 320 с.

152. Максименко, С. Д. Загальна психологія : навч. посібник / С. Д. Максименко. – К. : МАУП, 2000. – 256 с.

153. Мантула Т. І. Реалізація компетентнісного підходу в процесі навчання моделювання уроку з використанням технології Веб-2.0 : наук.-метод. посібник / Мантула Т. І. – Кіровоград : ТОВ «Поліграф-сервіс», 2009. – 132 с.

154. Маркова А. К. Формирование мотивации учения в школьном возрасте : пособие для учителя / А. К. Маркова. – М. : Просвещение, 1983. – 96 с.

155. Масюк О. М. Формування оцінної діяльності молодших школярів у процесі навчання : автореф. дис. канд. пед. наук : 13.00.09 «Теорія навчання» / О. М. Масюк. – Х., 2004. – 23 с.

156. Матюшкин А. М. Психология мышления : мышление как разрешение проблемных ситуаций : учеб. пособие / А. М. Матюшкин. – М. : КДУ, 2009. – 190 с.

157. Матяш О. І. Формування методичної компетентності з навчання геометрії майбутніх учителів математики : дис. д-ра пед. наук : 13.00.02 «Теорія та методика навчання» / О. І. Матяш. – Вінниця, 2014. – 550 с.

158. Махмутов М. И. Проблемное обучение : основные вопросы теории / М. И. Махмутов. – М. : Педагогика, 1975. – 368 с.

159. Менчинская Н. А. Проблемы учения и умственного развития школьника : избранные психологические труды / Н. А. Менчинская. – М. : Педагогика, 1989. – 224 с.

160. Мерзляк А. Г. Алгебра : збірник задач і контрольних робіт. 8 клас / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, Ю. М. Рабінович, М. С. Якір. – Х. : Гімназія, 2009. – 96 с.

161. Мерзляк А. Г. Алгебра : підручник для 7 класів загальноосвітніх навчальних закладів / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х. : Гімназія, 2015. – 256 с.

162. Мерзляк А. Г. Алгебра : підручник для 8 класів загальноосвітніх навчальних закладів / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х. : Гімназія, 2008. – 256 с.

163. Мерзляк А. Г. Алгебра : підручник для 9 класів загальноосвітніх навчальних закладів / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х. : Гімназія, 2009. – 320 с.

164. Мокрогуз О. Оцінювання в контексті перевірки навчальних досягнень учнів з історії / О. Мокрогуз // Історія в школах України. – 2003. - № 4. – С. 41–46.

165. Монахов В. М. Педагогічне проектування – сучасний інструментарій дидактичних досліджень / В. М. Монахов // Шкільні технології. – 2001. – № 5. – С. 75–89.

166. Морзе Н. В. Модель стандарту ІКТ-компетентності викладачів університету в контексті підвищення якості освіти / Н. В. Морзе, А. Б. Кочарян // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2014. – Т. 43. – Вип. 5. – С. 27–39.

167. Навчальна програма з математики для учнів 5–9 класів загальноосвітніх навчальних закладів (за новим Державним стандартом базової і повної загальної середньої освіти). [Електронний ресурс] – Режим доступу:
http//www.mon.gov.ua/ua/activity/education/56/692/educational_programs/1349869088//

168. Нагач М. В. Використання методу проектів на семінарських заняттях з країнознавства / М. В. Нагач. [Електронний ресурс] – Режим доступу : http//irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?C21COM=2&I21DBN=UJRN&P21DBN=UJRN&IMAGE_FILE_DOWNLOAD=1&Image_file_name=PDF/Nzspp_2012_6_21.pdf

169. Нагорна Н. В. Формування у студентів понять компетентності й компетенції / Н. В. Нагорна // Виховання і культура. – 2007. – № 1 – 2 (11–12). – С. 266–268.

170. Наказ Міністерства освіти і науки України № 371 від 05.05.2008 року «Загальні критерії оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої освіти». [Електронний ресурс] – Режим доступу : http//zakon2.rada.gov.ua/laws/show/z0566-11

171. Науменко А. Дидактична гра на уроці алгебри / А. Науменко, В. Левченко // Математика в рідній школі : науково-методичний журнал. – 2015. – № 3. – С. 15–17.

172. Національна стратегія розвитку освіти в Україні на період до 2021 року. [Електронний ресурс] – Режим доступу : http//zakon2.rada.gov.ua/laws/show/344/2013#n10

173. Образцов П. И. Классификация информационных технологий обучения по дидактическим принципам / П. И. Образцов // Сборник научных трудов. – Орел : ОГТУ, 1998. – Вып. 4. – С. 304–310.

174. Овчарук О. Компетентність як ключ до оновлення змісту освіти / О. Овчарук. [Електронний ресурс] – Режим доступу : http//osvita.ua/school/theory/381/

175. Овчарук О. Компетентності як ключ до оновлення змісту освіти / О. Овчарук // Стратегія реформування освіти в Україні : рекомендації з освітньої політики. – К. : К.І.С., 2003. – С. 13–43.

176. Овчарук О. Напрями реформування змісту освіти загальноєвропейські підходи до формування компетентнісно орієнтованого змісту шкільної освіти / О. Овчарук // Відкритий урок. – 2004. – № 7–8. – С. 54–57.

177. Онищук В. О. Активізація навчання старшокласників / В. О. Онищук. – К. : Рад. школа, 1978. – 128 с.

178. Онопрієнко О. Концептуальні засади компетентнісного підходу в сучасній освіті / О. Онопрієнко // Шлях освіти. – 2007. – № 4. – С. 32–37.

179. Оптимум мотивации // Экспериментальная психология / под ред. П. Фресса и Ж. Пиаже. – М. : Прогресс, 1975. – Вып. 5. – С. 119–125.

180. Освітні технології : навч.-метод. посібник / О. М. Пєхота, А. З. Костенко, О. М. Любарська та ін. – К. : А.С.К., 2002. – 255 с.

181. Основные результаты международного исследования образовательных достижений учащихся PISA–2003. [Электронный ресурс] – Режим доступа : www.centeroko.ru

182. Основные результаты международного исследования образовательных достижений учащихся PISA–2006 / В. Ю. Баранова, Г. С.

Ковалева, Н. Г. Кошеленко, Э. А. Красновский и др. – М. : Центр оценки качества образования ИСМО РАО, 2007. – 99 с.

183. Паламарчук В. Ф. Школа учит мыслить. – Изд. 2-е, доп. и перераб. / В. Ф. Паламарчук. – М. : Просвещение, 1987. – 208 с.

184. Педагогика : педагогические теории, системы и технологии : учебник для студ. высших и средних пед. учеб. заведений / под ред. С. А. Смирнова. – М. : Изд. центр «Академия», 2001. – 251 с.

185. Педагогическая энциклопедия : в 4-х томах / под ред. И. А. Каирова, Ф. Н. Петрова. – М. : Сов. энциклопедия, 1965. – Т. 2. – 912 с.

186. Перовский Е. И. Проверка знаний учащихся в средней школе / Е. И. Перовский. – М. : АПН РСФСР, 1960. – 510 с.

187. Пиаже Ж. Роль игры в развитии личности ребенка / Жан Пиаже // Пиаже Ж. Избранные психологические труды ; пер. с франц. – М. : Просвещение, 1969. – С. 140–183.

188. Пидкасистый П. И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении : теоретико-экспериментальное исследование / П. И. Пидкасистый. – М. : Педагогика, 1980. – 240 с.

189. Подласый И. П. Педагогика : 100 вопросов – 100 ответов : учеб. пособие для вузов / И. П. Подласый. – М. : ВЛАДОС-ПРЕСС, 2004. – 365 с.

190. Полат Е. С. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования : учеб. пособие для студ. высших учеб. заведений. – 4-е изд., стереотип. / Е. С. Полат, М. Ю. Бухаркина, М. В. Моисеева, А. Е. Петров. – М. : Изд. центр «Академия», 2009. – 272 с.

191. Полат Е. Что такое проект? Типология проектов / Е. Полат, И. Петрова, М. Бухаркина, М. Моисеева // Відкритий урок : розробки, технології, досвід : освітянський науково-методичний журнал. – 2004. – № 5/6. – С. 10–17.

192. Поліщук Т. Рейтингова оцінка роботи учня / Т. Поліщук, Д. Поліщук, Н. Суржак // Завуч. – 2000. – № 5. – С. 13–14.

193. Пометун О. Запровадження компетентнісного підходу – перспективний напрям розвитку сучасної освіти / О. Пометун // Вісник. – 2004. – № 22. – С. 136–140.

194. Пометун О. Формування громадянської компетентності погляд з позиції сучасної педагогічної науки / О. Пометун // Вісник програм шкільних обмінів. – 2005. – Вип. 23. – С. 18–20.

195. Пометун О. Компетентнісний підхід – найважливіший орієнтир розвитку сучасної освіти / О. Пометун // Рідна школа – 2005. – № 1. – С. 65–69.

196. Пометун О. І. Інтерактивні технології навчання : наук.-метод. посібник / О. І. Пометун, Л. В. Пироженко. – К. : А.С.К., 2004. – 192 с.

197. Працьовитий М. В. Узгодження змісту державних стандартів та особистісного саморозвитку як одна з умов формування аналітичного мислення студентів / М. В. Працьовитий, С. М. Шевченко // Дидактика математики : проблеми і дослідження : зб. наук. праць. – 2012. – Вип. 38. – С. 13–19.

198. Презинтація на тему «Числові послідовності». [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://www.myshared.ru/slide/1177213/

199. Прус А. В. Збірник задач з методики навчання математики / А. В. Прус, В. О. Швець. – Житомир : Рута, 2011. – 388 с.

200. Прутченков А. С. Портфолио как инструмент осознания собственных целей образования / А. С. Прутченков, Т. Г. Новикова // Интернет-журнал «Эйдос». – 2007. – 22 февраля. [Электронный ресурс] – Режим доступа : ресурсу http //www.eidos.ru/journal/2007/0222-11.htm

201. Пышкало А. М. Методика обучения геометрии в начальных классах : пособие для учителей. – 2-е изд. / А. М. Пышкало. – М. : Просвещение, 1973. – 207 с.

202. Равен Дж. Компетентность в современном обществе : выявление, развитие и реализация ; пер. с англ. / Дж. Равен. – М. : Когито-Центр, 2002. – 144 с.

203. Раков С. А. Математична освіта : компетентнісний підхід з використанням ІКТ : монографія / С. А. Раков. – Х. : Факт, 2005. – 360 с.

204. Раков С. А. Формування математичних компетентностей випускника школи як місія математичної освіти / С. А. Раков // Математика в школі. – 2005. – № 5. – С. 2–7.

205. Раков С. А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій : автореф. дис. д-ра пед. наук : 13.00.02 «Теорія і методика навчання інформатики» / С. А. Раков. – К., 2005. – 31 с.

206. Раков С. А. Сучасний учитель інформатики : кваліфікація і вимоги (або чи можна перетворити Україну на силіконову долину) / С. А. Раков // Комп'ютер у школі і сім'ї. – 2005. – № 5. – С. 5–8.

207. Рамський Ю. С. Методична система формування інформаційної культури майбутніх вчителів математики : автореф. дис. д-ра пед. наук : 13.00.02 «Теорія і методика навчання інформатики» / Ю. С. Рамський. – К., 2013. – 56 с.

208. Родигіна І. В. Компетентнісно орієнтований підхід до навчання / І. В. Родигіна. – Х. : Видавнича група «Основа», 2008. – 112 с.

209. Романчук Р. О. Методичне забезпечення компетентнісного підходу до реалізації змісту середньої освіти (за результатами роботи міської творчої групи в 2006–2008 роках) / Р. О. Романчук. – Запоріжжя : ТОВ «ЛІПС», 2008. – 164 с.

210. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии : в 2-х томах / С. Л. Рубинштен. – М. : Педагогика, 1989. – Т. ІІ. – 328 с.

211. Рудь М. Компетентнісний підхід в освіті / М. Рудь // Вісник Львівського університету. Серія педагогічна. – 2006. – Вип. 21. – Ч. 1. – С. 73–82.

212. Савченко О. Я. Дидактика початкової школи : підручник для студентів пед. факультетів / О. Я. Савченко. – К. : Ґенеза, 2002. – 367 с.

213. Савченко О. Я. Компетентнісний підхід як чинник якості професійної підготовки майбутнього вчителя / О. Я. Савченко. [Електронний ресурс] – Режим доступу : http //www.docme.ru/doc/55158/formuvannya-klyuchovih-%d1%96-predmetnih-kompetentnostej-molodshih

214. Саранцев Г. И. Методология методики обучения математики / Г. И. Саранцев. – Саранск : Красный Октябрь, 2001. – 144 с.

215. Селевко Г. К. Энциклопедия образовательных технологий : в 2-х т. – М. : Народное образование, 2006. – Т. 1. – 806 с.

216. Селевко Г. К Педагогические компетенции и компетентность / Г. Селевко // Сельская школа. – 2004. – № 3. – С. 29–32.

217. Селевко Г. К. Традиционная педагогическая технология и ее гуманистическая модернизация / Г. К. Селевко. – М. : НИИ школьных технологий, 2005. – 144 с.

218. Сергеев И. С. Как реализовать компетентностный подход на уроке и внеурочной деятельности: практическое пособие / И. С. Сергеев, В. И. Блинов. – М. : АРКТИ, 2007. – 132 с.

219. Сидоренко Е. В. Методы математической обработки в психологии / Е. В. Сидоренко. – СПб. : ООО «Речь», 2002. – 350 с.

220. Сисоєва С. О. Педагогічні технології : проблеми, пошуки, перспективи впровадження / С. О. Сисоєва // Педагогіка і психологія професійної освіти. – 2002. – № 6. – С. 15–26.

221. Скалозуб В. О. Історія розвитку оцінювання навчальних досягнень школярів / В. О. Скалозуб // ПостМетодика. – 2000. – № 3. – С. 12–13.

222. Скаткин М. Н. Проблемы современной дидактики. – 2-е изд. / М. Н. Скаткин. – М. : Педагогика, 1984. − 96 с.

223. Скафа О. Комп’ютерно-орієнтовані уроки в евристичному навчанні математики: навч.-метод. посібник / О. Скафа, О. Тутова. – Донецьк : Вебер, 2009. – 320 с.

224. Сластенин В. А. Педагогика : учеб. пособие для студ. высших пед. учеб. заведений / В. А. Сластенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов. − М. : Изд. центр «Академия», 2002. – 576 с.

225. Сластенин, В. А. Целостный педагогический процесс как объект профессиональной деятельности учителя / В. А. Сластенин, А. И. Мищенко. − М. : Прометей, 1997. − 201 с.

226. Слєпкань З. І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики / З. І. Слєпкань. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2006. – 240 с.

227. Співаковський О. В. Теорія і практика використання інформаційних технологій у процесі підготовки студентів математичних спеціальностей : монографія / О. В. Співаковський. – Херсон : Айлант, 2003. – 229 с.

228. Степаненко Т. Проектна діяльність учнів на уроках німецької мови як засіб підвищення мотивації у вивченні іноземних мов / Т. Степаненко // Рідна школа. – 2006. – № 12. – С. 61–64.

229. Степанов О. М. Основи психології і педагогіки : посібник / О. М. Степанов, М. М. Фіцула. – К. : Академвидав, 2003. – 504 с.

230. Столяр А. А. Педагогика математики : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей пед. вузов / А. А Столяр. – Минск : Вышэйшая школа, 1986. – 414 с.

231. Стратегії реформування освіти в Україні : рекомендації з освітньої політики. − К. : К.І.С., 2003. – 296 с.

232. Субетто А. И. Онтология и эпистемология компетентностного подхода, классификация и квалиметрия компетенций / А. И. Субетто. – М. Исслед. центр проблем качества подготовки специалистов, 2006 – 72 с.

233. Суворова Н. Интерактивное обучение : новые подходы / Н. Суворова // Учитель. – 2000. – № 1. – С. 25–27.

234. Талызина Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний / Н. Ф. Талызина. – М. : Изд-во МГУ, 1984. – 344 с.

235. Талызина Н. Ф. Формирование знаний и умений на основе теории поэтапного усвоения умственных действий / Н. Ф. Талызина, П. Я. Гальперин. – М. : Изд-во МГУ, 1968 – 176 с.

236. Топузов О. Проблемна ситуація в теорії проблемного навчання / О. Топузов // Шлях освіти. – 2007. – № 1 – С. 12–16.

237. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики : монографія / Ю. В. Триус. – Черкаси : Брама-Україна, 2005. – 400 с.

238. Тубельский А. Н. Как возможен переход к компетентностно направленному содержанию образования / А. Н. Тубельский // Современный урок. – 2007. – № 9–10. – С. 80-88.

239. Унт И. Э. Индивидуализация и дифференциация обучения / Э. И. Унт. – М. : Педагогика, 1990. – 192 с.

240. Урок-ділова гра «Арифметична та геметрична прогресія». [Елетронний ресурс] – Режим доступу: https://infourok.ru/urokdilova-gra-arifmetichna-ta-gemetrichna-progresiya-772385.html

241. Федорова М. А. Портфолио научно-исследовательской деятельности студента / М. А. Федорова // Высшее образование в России. – 2013. – № 8/9. – С. 158–160.

242. Фенченко Г. Проектна діяльність учнів школи «Інтелект» / Г. Фенченко // Рідна школа. – 2006. – № 12. – С. 75–76.

243. Фіцула М. М. Педагогіка : навч. посібник для студентів вищих пед. закладів освіти. – 3-тє вид., перероб. і доп. / М. М. Фіцула. – Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2005. – 232 с.

244. Фоміна Н. В. Компетентнісний підхід у діяльності ліцею / Н. В. Фоміна // Управління школою. – 2008. – № 25 (217). – С. 16–21.

245. Фридман Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе : учителю математики о педагогической психологии / Л. М. Фридман. – М. : Просвещение, 1983. – 160 с.

246. Хабермас Ю. Моральное сознание и коммуникативное действие ; пер. с нем. / Ю. Хабермас. – СПб. : Наука, 2006. – 250 с.

247. Халперн Д. Психология критического мышления ; пер. с англ. – 4-е междунар. изд. / Д. Халперн. – СПб. : Питер, 2000. – 512 с.

248. Химинець В. Компетентнісний підхід до професійного розвитку вчителя / В. Химинець // Закарпатський інститут післядипломної педагогічної освіти. [Електронний ресурс] – Режим доступ : http //zakinppo.org.ua/2010-01-18-13-44-15/233-2010-08-25-07-10-49

249. Хмара Т. М. Шляхами математики : хрестоматія для учнів 5–9 класів / Т. М. Хмара. – К. : Педагогічна преса, 1999. – 195 с.

250. Ходырева Н. Г. Методическая система становления готовности будущих учителей к формированию математической компетентности школьников : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Н. Г. Ходырева. – Волгоград, 2004. – 23 с.

251. Ходырева Н. Г. Становление математической компетентности будущего учителя при подготовке в педагогическом вузе / Н. Г. Ходырева. [Электронный ресурс] — Режим доступа : http.orytk.o.nm.ru/papers/subject6_l/hodireva.htm

252. Хударковський К. І. Компетентнісний підхід як основа стратегії управління якістю освіти / К. І. Хударковський, А. І. Комишан // Проблеми інженерно-педагогічної освіти. – 2007. – № 16. – С. 44–50.

253. Хуторской А. В. Ключевые компетенции как компонент личностно ориентированной парадигмы образования / А. В. Хуторской // Народное образование. – 2003. – № 2. – С. 58–64.

254. Цікаві задачі на тему «Числові послідовності». [Елетронний ресурс] – Режим доступу: http://spilnota-matem.edukit.mk.ua/Files/downloads/%D0%B7%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%87%D1%96%20%D0%B7%20%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B8%20%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%81%D1%97%D1%96.doc.

255. Чеботарьова І. О. Етимологія поняття компетентність в англомовних джерелах / І. О. Чеботарьова // Наукові записки кафедри педагогіки : Українська інженерно-педагогічна академія. – 2015. – Вип. 38. – С. 278–291.

256. Шавальова О. В. Реалізація компетентнісного підходу у математичній підготовці студентів медичних коледжів в умовах комп'ютеризації навчання : дис. канд. пед. наук 13.00.02 «Теорія і методика навчання (математика)» / О. В. Шавальова. – К., 2007. – 224 с.

257. Шарко В. Д. Сучасний урок технологічний аспект : посібник для вчителів і студентів / В. Д. Шарко. – К. : Фенікс, 2006. – 220 с.

258. Швець В. О. Післядипломна освіта вчителів математики з позиції компетентнісного підходу / В. О. Швець // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методи навчання у підготовці фахівців : методологія, теорія, досвід, проблеми : зб. наук. праць. – Вінниця : ТОВ фірма «Планер», 2009. – Вип. 22. – С. 54–58.

259. Швець В. О. Система задач як засіб формування методичної компетентності вчителя математики / В. О. Швець // Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики : зб. наук. праць за матеріалами Міжнар. наук.-прак. конференції, 26–27 квітня 2012 р. – Вінниця, 2012. – № 4. – С. 57–58.

260. Швець В. О. До питання про якість шкільної математичної освіти / В. О. Швець // Дидактика математики : проблеми та дослідження. – 2005. – № 24. – С. 261–267.

261. Шевцов В. Я. Міжпредметні зв'язки при вивченні хімії в школі : посібник для вчителів. – 2-е вид., перероб. / В. Я. Шевцов. – К. : Рад. школа, 1983. – 80 с.

262. Шкіль М. І. Вища математика : підручник для студ. вищих пед. навч. закладів : у 2 кн. / М. І. Шкіль, Т. В. Колесник, В. М. Котлова. – К. : Либідь, 2010. – Кн. 1. – 591 с.

263. Шмаков С. А. От игры к самовоспитанию : сборник игр-коррекций / С. А. Шмаков. – М. : Новая школа, 1995. – 198 с.

264. Щербина А. Оцінювання компетентностей засобами платформи Moodle / О. А. Щербина // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2015. – Т. 45. – Вип. 1. – С. 134–145.

265. Щукина Г. И. Актуальные вопросы формирования интереса в обучении : учеб. пособие / Г. И. Щукина. – М. : Просвещение, 1984. – 176 с.

266. Эльконин Д. Б. Избранные психологические труды / Д. Б. Эльконин. – М.: Педагогика, 1989. – 560 с.

267. Я готуюсь д уроку алгебри : 8 клас / упоряд. І. Соколовська, Л. Жовтун. – К. : Вид. дім «Шкільний світ» ; Видавець Л. Галіцина, 2005. – 128 с.

268. Якиманская И. С. Технология личностно ориентированного образования / И. С. Якиманская. – М. : Сентябрь, 2000. – 176 с.

269. Якушева Г. Компетентнісний підхід – шлях до розвитку особистості / Г. Якушева // Директор школи. – 2009. – № 9 (33). – С. 43–47.

270. Яценко С. Є. Дослідницька діяльність при вивченні планіметрії як потужне джерело розвитку самобутності і самоцінності учнів / С. Є. Яценко, Л. В. Грамбовська // Дидактика математики : проблеми і дослідження : міжнародний збірник наукових робіт / Донецький нац. університет, Інститут педагогіки АПН України, НПУ ім. М. П. Драгоманова. – Донецьк, 2007. – Вип. 28. – С. 169–177.

271. Biemans H. Competence–based VET in the Netherlands Background and Pitfalls / H. Biemans, M Mulder, L. Nieuwenhuis // Journal of Vocational Education and Training. – 2004. – Vol. 56.4 – P. 523–538.

272. Ellis Rod. A Variable Competence Model of Second Language Acquisition / R. Ellis // International Review of Applied Linguistics 23.1. – 1985. – P. 47–63.

273. Eurydice. Key Competencies. A Developing Concept in General Compulsory Education. – Brussels European Eurydice Unit, 2002. – 182 p.

274. Eurydice. Vocational Guidance Education in Full-time Compulsory Education. Czech Republic. School Year 2007/2008. – Brussels EACEA (Education, Audiovisual and Culture Executive Agency), 2008. – 202 p.

275. Faure Edgar. Learning to Be The World of Education Today and Tomorrow. – Paris UNESCO, 1972. [Електронний ресурс] – Режим доступу : http//education.stateuniversity.com/pages/2181/Lifelong-Learning.html

276. Hager P. Is There a Cogent Philosophical Argument against Competency Standards?/ P. Hager // Philosophy of Education Major Themes in the Analytic Tradition Problems of Educational Content and Practices; Ed. by Paul Hirstand Patricia White. – Vol. 4. – Florence Routledge, 1998. – P. 399–415.

277. Hutmacher W. Key Competencies in Europe / W. Hutmacher // Report # DECS/SE/Sec-(96)-43 of the Symposium “A Secondary Education for Europe Project”. Berne, Switzerland, 27–30 March, 1996. – Strasbourg Council for Cultural Cooperation, 1997. – 72 p.

278. Hymes D. Foundations in Sociolinguistics An Ethnographic Approach / D. Hymes. – Philadelphia University of Pennsylvania Press, 1974.

279. Krashen S. Principles and Practice in Second Language Acquisition / S. Krashen. – Oxford Pergamon Press, 1982.

280. Smith M. K. Curriculum Theory and Practice / M. K. Smith // The Encyclopedia of Informal Education, 2000. [Електронний ресурс] – Режим доступу : www.infed.org/biblio/b-curric.htm

281. Weinert F. E. Leistungsmessung in Schulen – Eine umstrittene Selbstverstandlichkeit / F. E. Weinert. – Basel, 2001. – S. 25.

# ДОДАТКИ

**Додаток А**

## Анкета для вчителів

**Шановні вчителі! Просимо Вас відповісти на запитання нашої анкети. Ваші відповіді допоможуть нам розробити рекомендації для вдосконалення навчання алгебри учнів основної школи на засадах компетентнісного підходу. Дякуємо за участь в анкетному опитуванні!**

**1.** Завершіть наступне речення: «Математична компетентність – це…_____
_____
_____

**2.** Представники, яких професій, на Вашу думку, повинні володіти математичними компетентностями?
_____
_____
_____

**3.** Назвіть декілька математичних компетентностей:
_____
_____
_____

4. Назвіть декілька математичних компетентностей, зміст яких належить до функціональної лінії курсу алгебри основної школи:_____
_____
_____

**5.** Запропонуйте визначення поняття «математична компетентність учня основної школи», визначте його структуру:

_____

_____

_____

**6.** Чим на Вашу думку відрізняється традиційне навчання, метою якого є формування знань, умінь і навичок, від навчання, побудованого на засадах компетентнісного підходу?

_____

_____

_____

**Додаток Б**

## Анкета для учнів

1. Кому, на вашу думку, необхідні математичні знання і вміння?
2. Яке значення мають математичні знання у вашому житті?
3. Яке значення мають математичні знання для вашої майбутньої професії?
4. Чи хочете ви зміцнити й розширити свої знання з математики?
5. Оберіть з наступних тверджень ті, які властиві саме вам, коли ви виконуєте завдання з математики:
   - мені подобається думати, обґрунтовувати математичні твердження;
   - мені подобається розв’язувати математичні задачі;
   - хочу мати якісну освіту;
   - математичні знання мені потрібні для майбутнього;
   - знати математику – означає бути розумним;
   - хочу отримувати високі бали;
   - хочу, щоб мене хвалили батьки і вчителі;
   - хочу, щоб мене поважали однокласники;
   - хочу бути найкращим учнем в класі;
   - вчити математику змушують батьки і вчителі4
   - не хочу отримувати погані оцінки.

**Додаток В**

**Анкета**

**визначення мотивації учнів до навчання алгебри**

1. На якому рівні Ви хотіли б мати знання з алгебри:

а) високому;

б) достатньому;

в) середньому;

г) початковому;

д) не знаю.

2. Як Ви ставитеся до навчального предмету «Алгебра»?

а) не виділяю його серед інших предметів;

б) подобається більше, ніж інші;

в) не цікавлюся;

г) поки не визначився;

д) не хочу, але мушу.

3. Який з названих предметів здається Вам найбільш складним?

а) алгебра;

б) література;

в) іноземна мова;

г) фізика;

д) історія.

4. Чи потрібно збільшити кількість уроків з алгебри?

а) потрібно;

б) залишити, як є;

в) потрібно скоротити;

г) не знаю;

д) взагалі забрати.

5. Що Вам подобається при вивченні алгебри?

а) розв’язування задач;

б) пояснення учителя;

в) читання підручника;

г) самостійне розв’язування задач;

д) знаходження цікавої інформації в мережі Інтернет.

6. Чи подобається Вам розв’язувати задачі з алгебри?

а) подобається;

б) дуже подобається;

в) люблю;

г) не дуже подобається;

д) не люблю.

7. Якого рівня складності задачі Ви любите розв’язувати?

а) складні;

б) не дуже складні;

в) легкі;

г) ті, які вже розв’язували;

д) ніякі.

8. Які б із завдань Ви вибрали б для розв’язування на контрольній роботі?

а) які розв’язували в класі чи вдома,

б) яку раніше не розв’язували;

в) цікаву задачу;

г) кількісну, на виконання розрахунків;

д) не знаю.

9. Яке домашнє завдання Ви бажаєте виконувати?

а) читання підручника;

б) розв’язування задач;

в) складання задач;

г) виготовлення простих пристроїв, моделей;

д) пошук інформації про застосування алгебри в житті.

10. Чи подобаються Вам уроки, на яких розглядаються питання практичного застосування знань з алгебри?

а) безперечно, так;

б) швидше так, ніж ні;

в) скоріше ні, ніж так;

г) не подобаються;

д) важко відповісти.

11.Що спонукає Вас вивчати алгебру?

а) вплив вчителя і батьків;

б) необхідність отримати оцінки;

в) бажання краще зрозуміти фізику або інші шкільні предмети;

г) бажання знати більше, щоб досягнути успіху в житті;

д) інтерес до нового знання.

12. На якому уроці Вам цікаво?

а) контролю та корекції знань;

б) практичного застосування знань (розв’язування задач прикладного характеру);

в) на уроці закріплення набутих знань;

г) вивчення нового матеріалу;

д) не знаю.

Таблиця В1.

| Запитання | а | б | в | г | д |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | | | | | |
| **2** | | | | | |
| **3** | | | | | |
| **4** | | | | | |
| **5** | | | | | |
| **6** | | | | | |
| **7** | | | | | |
| **8** | | | | | |
| **9** | | | | | |
| **10** | | | | | |
| **11** | | | | | |
| **12** | | | | | |

Ключ до тесту на визначення мотивації навчання алгебри. Бали, набрані учнями, підсумовують. За сумою балів визначається рівень мотивації. До 110 балів – зовнішня мотивація, вище 110 балів - внутрішня мотивація.

**Додаток Д**

# Збірник компетентнісно орієнованих задач до теми «Числові послідовності»

## Задачі на арифметичну прогресію

**Задача 1. Найдавніша прогресія.**

Рис. Д.1.

Найдавніша задача на прогресії — це не задача про винагороду винахіднику шахів, яка відома більше двох тисяч років, а задача, більш давня, про поділ хліба, яка записана у знаменитому єгипетському папірусі Рінда. Цей папірус, знайдений єгиптологом Ріндом у минулому столітті, був складений близько 2000 років до нашої ери і є копією іншого, ще давнішого математичного тексту, який відноситься, можливо, до третього тисячоліття до нашої ери. Серед арифметичних, алгебраїчних та геометричних задач цього документу міститься саме ця задача.

*Умова задачі.* Сто мір хліба розподілити між п’ятьма людьми так, щоб друга людина одержала на стільки ж більше від першої, на скільки третя одержала більше від другої, четверта — більше від третьої і п’ята — більше від четвертої. Крім цього, двоє перших людей повинні одержати у 7 разів менше, ніж троє останніх. Скільки потрібно дати кожному?

**Задача 2. Давньоєгипетська задача з папіруса Ахмеса.**

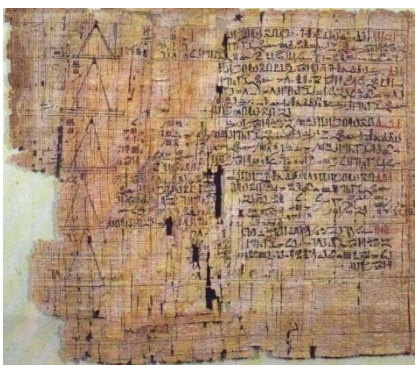

Рис. Д.2.

Поділити 10 мірок ячменю між десятьма людьми так, щоб другий одержав на 1/8 мірки ячменю більше, ніж перший, третій – на 1/8 мірки більше, ніж другий, і так далі, десятий – на 1/8 мірки більше, ніж дев’ятий.

**Задача 3. Задача з Стародавнього Вавилону (епоха Хаммурані, XVIII ст. до н. е).**

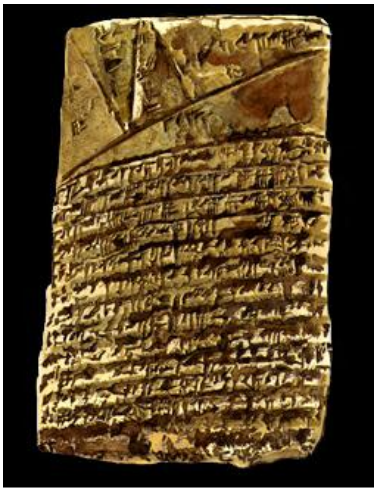

Рис. Д.3.

Десять братів розподіляють між собою $1\frac{2}{3}$ міни срібла. «Брат над братом піднімається; на скільки піднімається, я не знаю.» Частка восьмого брата – 6 мехелів. «Брат над братом на скільки піднімається?» Яка частка кожного брата? ( $1\frac{2}{3}$ міни становлять 100 мехелів).

**Задача 4. Шкідливі речовини.**

Рис. Д.4.

Кожний курець викурює в день у середньому 8 цигарок. Після викурювання першої цигарки в легенях осідає 0,0002 г нікотину й тютюнового дьогтю. З кожною наступною цигаркою ця кількість збільшується на 0,000001 г. Яка кількість шкідливих речовин осідає в легенях за рік?

**Задача 5. Про приріст косуль.**

Рис. Д.5.

Раніше поширені скрізь косулі збереглися лише місцями. Їх поголів’я, яке складало більше мільйона особин різко скоротилося. У 1990 році їх залишилося трохи більше 15000 особин. Проте завдяки захисним заходам, прийнятим відносно цього виду тварин у 2005 році їх чисельність досягла 60010 особин. Скільки особин поповнювало ряди косуль в середньому щороку?

**Задача 6. Поливання городу.**

На городі 30 грядок, кожна завдовжки 16 м і завширшки 2,5 м. Поливаючи грядки, господар носить відра з водою з колодязя, розміщеного на відстані 14 м від краю городу , і обходить грядки по межі, причому води, яку він приносить за один раз, вистачає для поливання тільки однієї грядки. Якої довжини шлях повинен пройти господар, поливаючи весь город?

Рис. Д.6.

*Вказівка.* Шлях починається і закінчується біля колодязя.

**Задача 7. Температура повітря.**

З 1 липня по 12 липня включно температура повітря щодня піднімалася в середньому на 0,5 градуса. Відомо, що середня температура повітря за цей період дорівнювала 18,75°С.

Рис. Д.7.

Якою була температура повітря 1 липня?

**Задача 8. Лікарська настоянка.**

Лікарську настоянку п'ють краплями. У перший день приймають 6 крапель, а кожного наступного дня — на 3 краплі більше, ніж за попередній. Починаючи з 11-го дня, добову дозу настоянки щодня зменшують на 3 краплі, та закінчують курс лікування на 19-й день після його початку. Скільки крапель настоянки прийнято

Рис. Д.8.

таким чином за перші 10 днів лікування? Скільки всього крапель настоянки вживають протягом курсу лікування?

**Задача 9. Штангіст.**

Штангіст піднімає штангу масою 45 кг. З кожним підходом вага штанги збільшується на 5 кг. Скільки кілограмів підніме штангіст за сім підходів?

Рис. Д.9.

**Задача 10. Колодязь.**

Робітникам, які викопували колодязь, потрібно було заплатити за перший метр 30грн., а за кожний наступний на 20грн. більше, ніж за попередній. Скільки вони отримають грошей за колодязь десятиметрової глибини?

Рис. Д.10.

**Задача 11. Спілка землекопів.**

Спілка землекопів підрядилася викопати канаву. Якби вони працювали у повному складі, то канаву було б викопано за 24 години. Проте насправді до роботи спочатку приступив тільки один землекоп.

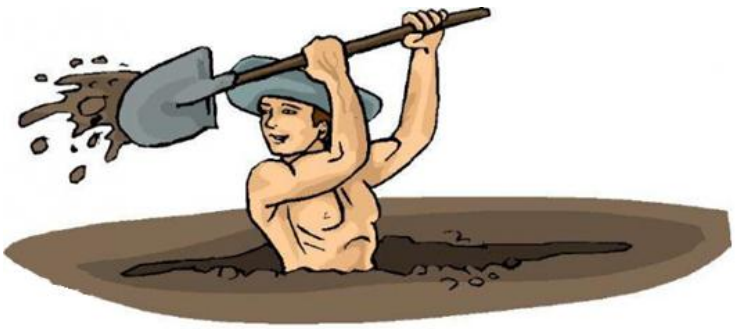

Рис. Д.11.

Через деякий час приєднався другий; ще через такий самий проміжок часу — третій, за ним через той самий проміжок часу — четвертий, і так до

останнього. Під час розрахунку виявилося, що перший працював в 11 разів довше, ніж останній. Скільки часу працював останній?

**Задача 12. Викладання плитки.**

Робітник виклав плитку в такий спосіб: у першому ряді – 3 плитки, у другому – 5 плиток і т.д., збільшуючи кожний ряд на 2 плитки. Скільки плиток потрібно для 7 ряду? Скільки всього потрібно плиток на цих сім рядів?

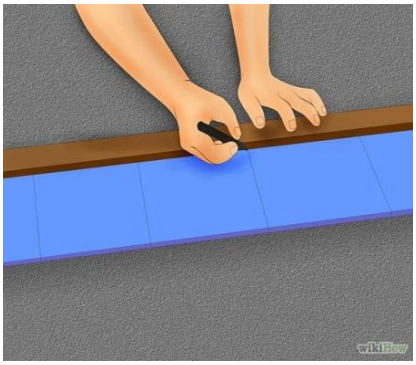

Рис. Д.12.

**Задача 13. Вартість доставки (задача ЗНО).**

Повна вартість доставки великогабаритних меблів у фірмі із перевезень складається з вартості їх доставки на 1-й поверх будинку і вартості підйому меблів на потрібний поверх. Вартість підйому меблів на кожен наступний поверх перевищує вартість їх підйому на попередній на одну й ту саму величину. Визначте повну вартість (у *грн*) доставки меблів на 11-й поверх будинку, якщо повна вартість доставки меблів на 4-й та 7-й поверхи цього будинку становить 142 *грн* та 154 *грн* відповідно.

Рис. Д.13.

**Задача 14. Ватага Робін Гуда.**

У ватазі Робін Гуда відібрані у багатіїв гроші ділять так: найстарший бере собі певну кількість монет, а кожний наступний – на певну однакову кількість монет менше, ніж попередній. Робін бере гроші останнім. Одного разу поділили 1950 монет, причому найстарший узяв 200 монет, а Робін – 60. Скільки розбійників у ватазі Робіна?

Рис. Д.14.

**Задача 15. Маса українських монет.**

Цікаво, що маса українських монет номіналом 10 к, 25 к і 50 к, виготовлених з алюмінієвої бронзи, утворює арифметичну прогресію.

Рис. Д.15.

Яку масу мають монети номіналом 25 к і 50 к, якщо маса монети номіналом 10 к дорівнює 1,7 г, а різниця арифметичної прогресії дорівнює 1,2? Чи буде членом цієї послідовності монета номіналом 1 гривня, маса якої становить 6,9 г?

## Задачі на геометричну прогресію

**Задача 16. Задача з давньоєгипетського папірусу.**

У семи людей по сім кішок, кожна кішка з'їдає по сім мишей, кожна мишка з'їдає по сім колосків, із кожного колоска може вирости по сім мірок ячменю. Якими є числа цього ряду та якому числу дорівнює їх сума?

Рис. Д.16.

**Задача 17. Шахи.**

Гра в шахи була придумана в Індії, і коли цар Шерам (VI ст.) познайомився з нею, то був здивований та захоплений різноманітністю можливих у ній розміщень фігур. Цар покликав винахідника шахів Сету і запропонував йому винагороду: «Назви нагороду, яку ти хочеш отримати

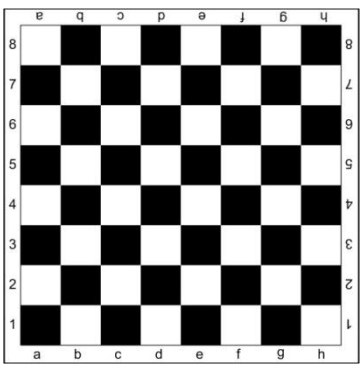

Рис. Д.17.

і ти її отримаєш!» Сета відповів йому так: «О, повелитель, накажи видати мені за одну клітинку шахової дошки – одне пшеничне зерно, за другу – два, за третю – чотири і так до останньої 64 клітинки». Цар почав сміятися і наказав виконати бажання Сети, але його слуги не змогли цього зробити. Чому? Скільки мав би отримати зернин винахідник шахів?

**Задача 18. Винагорода козака.**

У війську гетьмана Сагайдачного козакові давали винагороду: за першу рану – 1 коп., за другу – 2 коп., за третю – 4 коп. і т. д. Один козак отримав 655 крб. 35 коп. Скільки ран мав той козак?

Рис. Д.18.

**Задача 19. Купівля коня** (Із «Арифметики» Магніцького).

Продавець продав коня за 156 рублів. Однак покупець, придбавши коня, передумав його купувати і повернув продавцеві, кажучи: «Нема мені сенсу купувати за таку ціну коня, який таких грошей не вартий». Тоді продавець запропонував інші умови: «Якщо, по-твоєму, ціна коня висока, то купи лише його підковні цвяхи, а коня одержиш тоді на додачу безкоштовно. Цвяхів у кожній підкові 6. За перший цвях дай мені лише $\frac{1}{4}$ копійки, за другий — $\frac{1}{2}$ копійки, за третій — 1 копійку і т.д.». Покупець, спокушений низькою ціною, бажаючи задарма одержати коня, погодився на умови продавця, сподіваючись, що за цвяхи доведеться заплатити не більше 10 карбованців. На скільки покупець проторгувався?

Рис. Д.19.

**Задача 20. Продаж овець.**

У газеті, що була видана у 1914р., описувалася судова справа, яка відбулася у місті Новочеркаську. Селянин продавав 20 овець за 200 крб. Коли один із покупців почав з ним довго торгуватися, бо вважав, що це дорого,

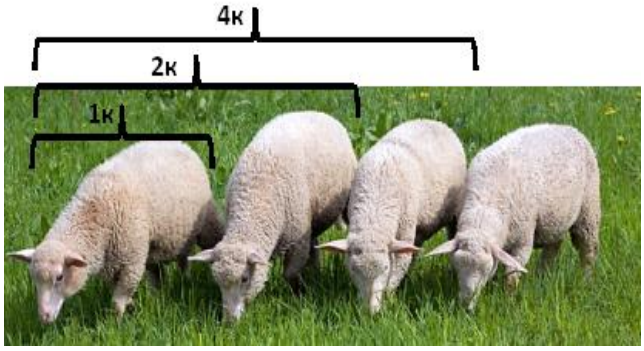

Рис. Д.20.

то селянин запропонував: «Заплати за одну вівцю 1 коп., за дві вівці – 2 коп., за три – 4 коп. і далі за кожну вівцю вдвічі більше копійок, ніж за попередню». Покупець погодився. Скільки грошей він заплатив за 20 овець?

**Задача 21. Розмноження інфузорій.**

Найбільш вражаючий приклад прогресії розмноження живих істот в природі демонструють інфузорії. Інфузорія, що носить назву парамеція (туфелька), розмножується діленням свого тіла на два нових індивіди, які, через певний час, у свою чергу зазнають поділу, і так далі. Зафіксовано випадок, коли такий поділ здійснювався

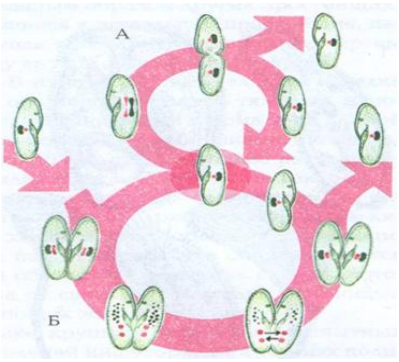

Рис. Д.21.

в середньому через кожних 27 годин, причому спостерігався 8061 послідовний поділ. Користуючись цими даними і знаючи, що 1000 інфузорій займають в об’ємі 1 кубічний міліметр, визначте, який об’єм зайняло потомство однієї парамеції, якби усі інфузорії з 8061поколінь залишалися живими?

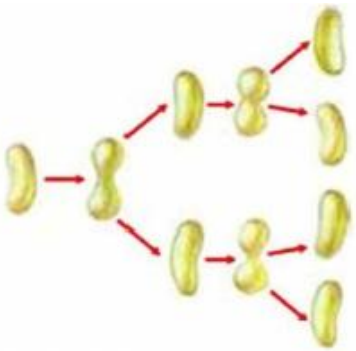
Рис. Д.22.

**Задача 22. Бактерії в організмі людини.**

Деякі бактерії, потрапляючи в організм людини, діляться навпіл кожних півгодини. Скільки бактерій у цьому випадку утвориться з

однієї бактерії через 10 год?

**Задача 23. Розведення кролів.**

Рис. Д.23.

Кріль — одна з найплодючіших тварин. Самка упродовж року народжує 7 разів, приносячи щоразу до восьми малюків, які упродовж одного року виростають настільки, що у свою чергу стають здатними до розмноження. Визначте чисельність потомства однієї пари кролів після 5 років безперешкодного розмноження.

**Задача 24. Бур'яни.**

Рис. Д.24.

Поширена на наших полях шкідлива рослина-бур’ян кукіль однолітня після цвітіння дає 1000 насінин. Вважаючи, що із них проростає лише 10%, а з дорослих рослин доживає до плодоношення також 10%, визначте, скільки рослин налічує десяте покоління цього бур’яну.

**Задача 25. Чи можна продати ціле яйце, продаючи по пів яйця?**

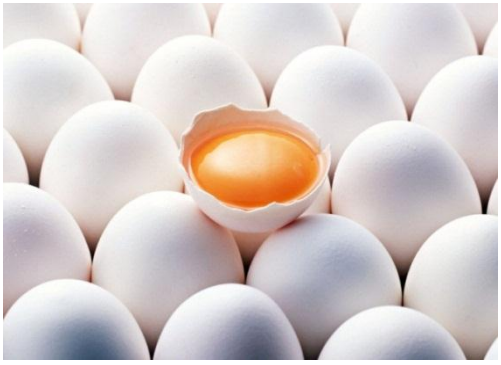

Рис. Д.25.

Продавщиця гастроному розповідала, що вона продала одному покупцеві половину всіх яєць і ще пів яйця, другому покупцеві – половину залишку і ще пів яйця, третьому – половину другого залишку і ще пів яйця, так само вона продавала четвертому, п'ятому і шостому покупцеві, після чого в ящику залишилося тільки одне яйце.

– Не розповідайте байки, – зауважив один із слухачів. – Як це ви могли продавати пів-яйця? – Але я нікому й не продавала пів-яйця, а завжди тільки цілі, – здивувалася в свою чергу продавщиця, – а все ж виходило, що продавала саме так, як розповідаю.

Як це могло бути?

Скільки яєць мала продавщиця спочатку?

**Задача 26. Сходження на гору.**

Туристи, піднімаючись на гору, за перший день піднялись на висоту 720м, а за кожний наступний день піднімались на 70м менше, ніж за попередній. За скільки днів туристи досягнуть вершини гори, якщо її висота 2900 м?

Рис. Д.26.

**Задача 27. Рівнобедрений прямокутний трикутник.**

Дано рівнобедрений прямокутний трикутник, катети якого дорівнюють 1см. Гіпотенуза цього трикутника є катетом іншого рівнобедреного прямокутного трикутника і так далі. Знайдіть довжину гіпотенузи десятого з таким чином побудованих трикутників.

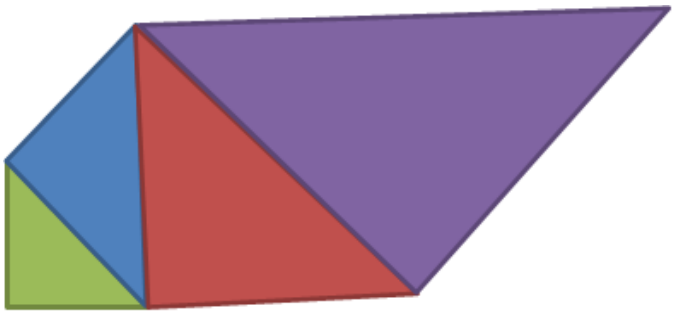

Рис. Д.27.

**Задача 28. Електромотори.**

Завод придбав 5 електромоторів, потужності яких складають геометричну прогресію. Знайти потужність трьох середніх моторів, якщо відомо, що найменша

Рис. Д.28

потужність мотора становить 5 кВт, найбільша — 12,5 кВт (відповідь округлити до сотих).

**Задача 29. Яким буде ваш вибір?**

Уявіть собі, що ви опинились перед вибором: або отримати 1000 доларів прямо зараз, або протягом 28 днів отримувати гроші, починаючи з одного цента, при умові, що кожного наступного дня ця сума буде подвоюватись. Яким буде ваш вибір?

Рис. Д.29.

**Задача 30. Мобільні телефони.**

Було це 100 років тому. Селянин продавав 20 овець за 200 карб. Але це було давно і не зовсім цікаво. Нехай я продаю 20 мобільних телефонів за 20 000 грн. Сашко хоче купити їх і каже, що дорого. Я пропоную йому перший телефон за 10 грн, другий – за 20 грн, третій – за 40 грн і так далі. Яку суму повинен буде заплатити мені Сашко?

Рис. Д.30.

**Додаток Е**

## Контрольна робота №1

## Елементи прикладної математики

### Варіант-1

1. Було зібрано врожай з 18 га, що становить 60% площі поля. Яка площа всього поля. (1 бал)

2. Вкладник поклав у банк 40 000 грн. під 7% річних. Скільки відсоткових грошей він отримає через 2 роки? (2 бали)

3. Дано вибірку: 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 10, 11. Знайдіть міри центральної тенденції цієї вибірки. (2 бали)

4. У коробці лежать 15 карток, пронумерованих числами від 1 до 15. Яка ймовірність того, що на навмання вийнятій картці буде записано число, яке: 1) кратне 3; 2) не кратне ні числу 2, ні числу 5? (3 бали)

5. У коробці лежать 9 синіх кульок, решта – зелені. Скільки у коробці зелених кульок, якщо ймовірність того, що вибрана навмання кулька виявиться зеленою, дорівнює $\frac{4}{7}$. (4 бали)

### Варіант-2

1. У будинку є 68 двокімнатних квартир, що становить 17% усіх квартир. Скільки всього квартир у цьому будинку. (1 бал)

2. Вкладник поклав у банк 60 000 грн. під 8% річних. Скільки відсоткових грошей він отримає через 2 роки? (2 бали)

3. Дано вибірку: 3, 3, 4, 5, 5, 8, 8, 8, 10. Знайдіть міри центральної тенденції цієї вибірки. (2 бали)

4. У коробці лежать 12 карток, пронумерованих числами від 1 до 12. Яка ймовірність того, що на навмання вийнятій картці буде записано число, яке: 1) кратне 4; 2) не кратне ні числу 2, ні числу 3? (3 бали)

5. У коробці лежать 16 білих кульок, решта – червоні. Скільки у коробці червоних кульок, якщо ймовірність того, що вибрана навмання кулька виявиться червоною, дорівнює $\frac{5}{9}$. (4 бали)

**Додаток Ж**

# Контрольна робота №2

## Арифметична та геометрична прогресії

### Варіант-1

1. Знайдіть шістнадцятий член і суму тридцяти перших членів арифметичної прогресії $(a_n)$, якщо $a_1 = 10$ і $a_2 = 6$. (1 бал)

2. Знайдіть шостий член і суму п'яти перших членів геометричної прогресії $(b_n)$, якщо $b_1 = -64$ і $q = \frac{1}{2}$. (1 бал)

*3.* Знайдіть суму нескінченної геометричної прогресії *-125, 25, -5, ...* (2 бали)

*4.* Знайдіть номер члена арифметичної прогресії $(a_n)$, який дорівнює *10,9*, якщо $a_1 = 8{,}5$ і $d = 0{,}3$. (2 бали)

*5.* Між числами 2 і -54 вставте два таких числа, щоб вони разом з даними числами утворювали геометричну прогресію. (3 бали)

6. Кріль — одна з найплодючіших тварин. Самка упродовж року народжує 7 разів, приносячи щоразу до 8 малюків, які упродовж одного року виростають настільки, що у свою чергу стають здатними до розмноження. Визначте приблизну чисельність потомства однієї пари кролів після 10 років безперешкодного розмноження. (3 бали)

### Варіант-2

1. Знайдіть п'ятий член і суму десяти перших членів арифметичної прогресії $(a_n)$, якщо $a_1 = 5$ і $a_2 = 5{,}6$. (1 бал)

2. Знайдіть п'ятий член і суму семи перших членів геометричної прогресії $(b_n)$, якщо $b_1 = 3$ і $q = \frac{1}{9}$. (1 бал)

3. Знайдіть суму нескінченної геометричної прогресії *36, 20,* $11\frac{1}{9}$ ... (2 бали)

4. Знайдіть номер члена арифметичної прогресії $(a_n)$, який дорівнює $3{,}8$, якщо $a_1 = 10{,}4$ і $d = -0{,}6$. (2 бали)

5. Між числами 16 і 81 вставте три таких числа, щоб вони разом з даними числами утворювали геометричну прогресію. (3 бали)

6. Поширена на наших полях шкідлива однолітня рослина — кукіль, породжує влітку 1 000 насінин. Вважаючи, що із них проростає тільки 10%, а з рослин доживає до плодоношення теж тільки 10%, визначте, скільки рослин налічує 10–те покоління цього бур’яну. (3 бали)

**Додаток 3**

## Контрольна робота №3

### Варіант-1

**1.** Розв’яжіть систему нерівностей (1 бал):

$$\begin{cases} 0{,}4(x-2) \le 0{,}6x+1 \\ 5x+3 > 4(x+1{,}25) \end{cases}$$

**2.** Знайдіть нулі функції (1 бал):

$$f(x) = -0{,}2x + 5$$

**3.** Знайдіть область визначення функції (2 бали):

$$f(x) = \frac{6x+19}{3x+x^2}$$

**4.** Розв’яжіть нерівність (2 бали):

$$16x^2 - 8x + 1 > 0$$

**5.** Морська вода містить 6% солі. Скільки води треба взяти, щоб отримати 84 кг солі. (3 бали)

**6.** Чоловікам, що копали колодязь потрібно було заплатити за перший метр 30грн., а за кожен наступний на 20грн. більше, ніж за попередній. Скільки вони отримають грошей за десятиметровий колодязь? (3 бали)

### Варіант-2

**1.** Розв’яжіть систему нерівностей (1 бал):

$$\begin{cases} 7x-3 \ge 2(x-6) \\ x+5 \ge 3x-11 \end{cases}$$

**2.** Знайдіть нулі функції (1 бал):

$$f(x) = 0{,}4x + 2$$

**3.** Знайдіть область визначення функції (2 бали):

$$f(x) = \frac{5x+4}{4x^2-x}$$

**4.** Розв’яжіть нерівність (2 бали):

$$49x^2 + 14x + 1 > 0$$

**5.** Банк сплачує своїм вкладникам 12% річних. Скільки грошей треба покласти в банк, щоб через рік одержати 54 грн. прибутку. (3 бали)

**6.** Загін механізаторів під час осінньої оранки за перший день зорав 80 га землі, а за кожен наступний день на 3 га більше ніж за попередній. Знайти скільки гектарів землі загін механізаторів зорав за 8 днів. (3 бали)

**Додаток К**

## Методика діагностування А.В. Карпова

Інструкція: потрібно відповісти на кілька тверджень опитувальника. У бланку відповідей навпроти номера питання проставте, будь ласка, цифру, що відповідає варіанту відповіді: 1 – абсолютно неправильно; 2 – неправильно; 3 – скоріше так; 4 – не знаю, 5 – швидше правильне; 6 – правильно; 7 – абсолютно правильно. Не замислюйтеся подовгу над відповідями. Пам’ятайте, що правильних або неправильних відповідей у даному випадку бути не може.

Текст опитувальника

1. Прочитавши хорошу книгу, я завжди потім довго думаю про неї; маю бажання її з ким-небудь обговорити.

2. Коли мене раптом несподівано про щось запитають, я можу відповісти перше, що спало на думку.

3. Перш ніж зняти трубку телефону, щоб подзвонити по справам, я зазвичай подумки планую майбутню розмову.

4. Зробивши якийсь промах, я довго потім не можуть відволіктися від думок про нього.

5. Коли я міркую над чимось чи розмовляю з іншою людиною, мені буває цікаво раптом згадати, що послужило початком ланцюжка думок.

6. Приступаючи до важкого завдання, я намагаюся не думати про майбутні труднощі.

7. Головне для мене – представити кінцеву мету своєї діяльності, а деталі мають другорядне значення.

8. Буває, що я не можу зрозуміти, чому хто-небудь незадоволений мною.

9. Я часто ставлю себе на місце іншої людини.

10. Для мене важливо в деталях уявляти собі хід майбутньої роботи.

11. Мені було б важко написати серйозний лист, якщо б я заздалегідь не склав план.

12. Я вважаю за краще діяти, а не розмірковувати над причинами своїх невдач.

13. Я досить легко приймаю рішення щодо дорогої покупки.

14. Як правило, щось задумавши, я прокручую в голові свої задуми, уточнюючи деталі, розглядаючи всі варіанти.

15. Я турбуюся про своє майбутнє.

16. Думаю, що в безлічі ситуацій треба діяти швидко, керуючись першою думкою, що прийшла в голову.

17. Часом я приймаю необдумані рішення.

18. Закінчивши розмову, я, буває, продовжую вести його подумки, наводячи все нові й нові аргументи на захист своєї точки зору.

19. Якщо відбувається конфлікт, то, розмірковуючи над тим, хто в ньому винний, я в першу чергу починаю з себе.

20. Перш ніж прийняти рішення, я завжди намагаюся все ретельно обдумати і зважити.

21. У мене бувають конфлікти від того, що я часом не можу передбачити, якої поведінки очікують від мене оточуючі.

22. Буває, що, обмірковуючи розмову з іншою людиною, я ніби подумки веду з ним діалог.

23. Я намагаюся не замислюватися над тим, які думки і почуття викликають в інших людях мої слова і вчинки.

24. Перш ніж зробити зауваження іншій людині, я обов’язково подумаю, якими словами це краще зробити, щоб його не образити.

25. Вирішуючи важке завдання, я думаю над ним навіть тоді, коли займаюся іншими справами.

26. Якщо я з  сварюся, то в більшості випадків не вважаю себе винуватим.

27. Рідко буває так, що я шкодую про сказане.

З цих 27-ми тверджень 15 є прямими (номери питань: 1, 3,4,5,9,10,11,14,15,18, 19, 20, 22, 24, 25), інші 12 – зворотні твердження, які необхідно враховувати при обробці результатів. Для одержання підсумкового бала підсумовуються в прямих питаннях цифри, що відповідають чисельним значенням відповідей досліджуваних, а в зворотних – значення, замінені на ті, що виходять при інверсії шкали відповідей.

**Додаток Л**

# Програма впровадження методики реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи

**Принципи** реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи:

*1. Принцип позитивної мотивації і сприятливого емоційного фону*. Даний принцип означає позитивну комунікацію, тобто спільну працю і спільну творчість вчителя та учнів, стимулювання внутрішніх мотивів математичної діяльності (інтересів, потреб, прагнення до пізнання, захопленість математичною діяльністю та її результатами).

2. *Принцип цілепокладання.* Даний принцип передбачає, що постановку мети математичної діяльності та планування її досягнення учні реалізують спільно з учителем, це сприяє розвитку свідомого та відповідального ставлення учнів до своєї праці. Відповідно до цього принципу формування математичних компетентностей відбувається в активній математичній діяльності, в цілеспрямованих зусиллях щодо отримання запланованого результату.

3. *Принцип поєднання індивідуальної, групової та колективної форм навчальної діяльності.* Відповідно до даного принципу формування математичних компетентностей учнів основної школи буде ефективним лише при умові оптимального поєднання цих форм організації математичної діяльності.

4. *Принцип управління.* Даний принцип передбачає здійснення вчителем функцій цілепокладання, планування, організації, стимулювання, контролю і корекції математичної діяльності учнів. Поряд з цим одне з важливих завдань учителя – цілеспрямовано розвивати в учнів вміння самоорганізації.

5. *Принцип педагогічної оцінки.* Даний принцип передбачає здійснення школярами самоконтролю, самоаналізу та самооцінки математичної діяльності. Він також передбачає здійснення комплексного, системного і

цілісного підходу до вивчення рівня сформованості математичних компетентностей в учнів.

**Форми** реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи: урок, домашня самостійна робота, самостійна робота під керівництвом вчителя, індивідуальні заняття (самонавчання, консультації), колективно-групові заняття (змагання, вікторини, конференції, олімпіади, науково-дослідницька робота, проекти).

**Методи** реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи:

1) *Методи стимулювання і мотивації навчання*: переконання в суспільному та особистісному значенні математичних знань, створення начальних проблемних, дискусійних ситуацій, схвалення. Ця група методів є доцільною на мотиваційно-ціннісному етапі навчального процесу.

2) *Методи організації та здійснення навчально-пізнавальної діяльності учнів*:

– логічні методи – аналіз, синтез, індукція, дедукція, порівняння, аналогія, узагальнення та ін.;

– пояснювально-ілюстративний метод;

– репродуктивний метод;

– проблемний метод;

– метод ключових задач;

– інтерактивні методи;

– навчальні ІКТ-методи та ін.

*3) Методи, які забезпечують контроль, самоконтроль та корекцію знань в навчальному процесі.*

**Засоби** реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи: традиційні та інноваційні, матеріальні та ідеальні відповідно до методів та форм навчально-пізнавальної діяльності учнів у процесі навчання алгебри.

**Компоненти** методики реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи:

**Мотиваційно-ціннісний компонент** методики реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи забезпечує усвідомлену потребу в математичних знаннях; сукупність мотивів навчально-пізнавальної математичної діяльності; ставлення до математики як до загальнолюдської цінності й особистісного надбання.

**Практико-орієнтований компонент** методики реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи охоплює зміст та вимоги до результатів навчання учнів, нормативно визначені навчальною програмою з алгебри для учнів 7-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів та забезпечені змістом шкільних підручників з алгебри, і доповнений системою практико-орієнтованих завдань, зокрема – компетентнісно орієнтованих задач відповідно до запропонованого нами визначення даного поняття та їх класифікації.

**Діяльнісний компонент** методики реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи забезпечує формування досвіду розв’язування навчальних завдань у процесі математичної діяльності, готовності застосовувати здобуті знання до розв’язування не лише задач з математики, а й широкого спектру проблем, що виходять за межі предмету «алгебра» й потребують для їх вирішення математичних знань, умінь та навичок.

**Рефлексивний компонент** методики реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи полягає у здійсненні самоконтролю та самостійного оцінювання учнями результатів їх власної навчально-пізнавальної діяльності на основі розвитку рефлексії.

**Педагогічні умови** реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи:

1) попереднє планування усіх етапів процесу навчання алгебри на засадах КП, створення програми формування ПМК і СПМК учнів основної школи;

2) забезпечення позитивної і стійкої мотивації до навчальної математичної діяльності у формі пізнавального інтересу, формування в учнів 7-9 класів вміння самостійно визначати цілі та завдання навчання;

3) формування і розвиток в учнів основної школи досвіду самостійної навчальної математичної діяльності в процесі розв'язування алгебраїчних задач, що відповідають змісту й вимогам навчальної програми з алгебри;

4) залучення учнів до рефлексії в процесі навчання з метою розвитку в них самоаналізу, самоконтролю, самооцінки;

5) створення засобів, які забезпечують готовність учнів застосовувати алгебраїчні знання, вміння і навички до розв'язування завдань, які виходять за межі навчальної програми і дозволяють бути успішними в різноманітних життєвих ситуаціях, у тому числі – освітні засоби на основі ІКТ;

6) цілеспрямована підготовка вчителів математики загальноосвітніх навчальних закладів до навчання алгебри на засадах КП.

**Методика реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи.**

**1. Мотиваційно-ціннісний компонент** методики реалізації КП в навчанні алгебри учнів основної школи спрямований на формування мотивів навчання. Мотив – це усвідомлена потреба здійснювати навчальну діяльність. Мотиваційний етап навчально-пізнавальної діяльності є складним особистісним утворенням і здебільшого містить декілька різних видів мотивів, пов'язаних з різними потребами дитини в процесі її розвитку.

Відповідно до визначених нами понять ПМК і СПМК мотиваційно-ціннісний компонент методики реалізації КП в навчанні алгебри учнів основної школи складається з: усвідомленої потреби в математичних

знаннях; сукупності мотивів навчально-пізнавальної математичної діяльності; ставлення до математики як до загальнолюдської цінності й особистісного надбання.

Формування цих складових безпосередньо пов’язано з розвитком *пізнавального інтересу* школярів у процесі навчання. Пізнавальний інтерес органічно поєднує в собі найбільш важливі для особистості процеси – інтелектуальні, емоційні, вольові та забезпечує реалізацію ціннісного ставлення учнів до навчання, розвиток позитивних мотивів навчальної діяльності, усвідомлення ними мети і завдань навчальної праці. Пізнавальний інтерес спонукає учня до самостійної діяльності, при цьому процес оволодіння знаннями стає більш активним і творчим.

Розвитку пізнавального інтересу сприяє збагачення змісту уроків алгебри цікавою для школярів навчальною інформацією, яку необхідно поєднувати з використанням методів і прийомів активного навчання. До таких методів належать методи проблемного навчання, дидактичні ігри, методи інтерактивного навчання тощо. Варто пропонувати учням навчальні завдання, які:

1) розкривають значення математичних знань в різних сферах людського суспільства;

2) містять цікаві факти з історії розвитку математики;

3) виявляють зв'язок математики з іншими шкільними предметами;

4) навчають нестандартним доведенням властивостей алгебраїчних понять;

5) є завданнями підвищеної складності.

Одним з дієвих способів формування математичних компетентностей є включення школяра під час навчання в реальні життєві ситуації, що вимагають володіння математичними знаннями. Це можна здійснити за допомогою:

- розв’язування компетентнісно орієнтованих завдань;

– нестандартних математичних завдань (постав якнайбільше запитань по темі; склади математичний вірш, казку, пісню, нарис, інтерв'ю; склади кросворд, гру, вікторину; розроби свій навчальний посібник та інші);

– перегляду і обговорення презентацій про життя знаменитих математиків, математичні відкриття; підготовка доповідей з історії математики; обговорення статей, фото- і відеоматеріалів на цікаві математичні теми.

**2. Практико-орієнтований компонент** методики реалізації КП в навчанні алгебри учнів основної школи визначається навчальною програмою з алгебри для учнів 7-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів, який доповнено системою практико-орієнтованих завдань. До таких завдань належать компетентнісно орієнтовані задачі, зміст яких містить опис процесу або явища реальної дійсності чи професійної діяльності. Розв’язок такої задачі потребує застосування як знання алгебри, так і знання інших навчальних предметів. Компетентнісно орієнтовані задачі в школі, насамперед, виконують функцію міжпредметної інтеграції при збереженні теоретичної і практичної цінності кожного з навчальних предметів.

Найбільш важливим у процесі розв’язування компетентнісно орієнтованих задач є побудова математичної моделі реальної ситуації, описаної в задачі. Саме побудова моделі вимагає високого рівня математичної підготовки і виступає як один із головних результатів навчання.

Основною формою організації процесу формування математичних компетентностей учнів є творчий урок – урок, на якому учні винаходять, досліджують, створюють новий для себе освітній продукт, а отже, розвивають здібності та реалізують особистісний творчий потенціал. З метою формування математичних компетентностей доцільно використовувати такі типи творчих уроків і їх комбінації:

– уроки когнітивного типу: урок-спостереження, урок-експеримент, урок-дослідження об'єкта, пошуковий урок, урок-постановка

проблеми та її розв’язання, урок-конструювання поняття, урок-конструювання теорії, інтегративний урок, міжпредметний урок, урок-узагальнення;

- уроки креативного типу: урок складання і розв’язування задач, урок-діалог (дискусія, диспут, евристична бесіда), урок прикладної творчості, урок-олімпіада;
- уроки організаційно-діяльнісного типу: урок цілепокладання, урок розробки індивідуальних освітніх програм, урок захисту індивідуальних освітніх програм, урок-консультація, урок-залік, урок-рефлексія;
- уроки комунікативного типу: урок рецензування, урок взаємоконтролю, урок-конференція.

**3. Діяльнісний компонент** методики реалізації КП в навчанні алгебри учнів основної школи має на меті формування та розвиток досвіду застосування знань, вмінь і навичок з алгебри. Досвід математичної діяльності розвивається в процесі виконання усіх видів навчальної праці учня на уроках та в позаурочний час.

З метою формування математичних компетентностей навчальну діяльність учнів варто організовувати відповідно до таксономії Блума.

*Таблиця Л.1*.

**Таксономія Блума**

| **Рівні діяльності**. | **Діяльність учня**. |
|---|---|
| **1. Знання.**<br>Сприйняття, розуміння, запам’ятовування, відтворення навчального матеріалу. | Знати основні поняття, їх властивості, факти, терміни,, методи розв’язування, алгоритми. |
| **2.Розуміння.**<br>Здатність розуміти вивчене, яка полягає в умінні перетворювати навчальну інформацію з однієї форми представлення в іншу. | Перетворювати звичайний текст в графіки, схеми, діаграми, використовуючи математичну символіку і навпаки. |
| **3. Застосування.**<br>Уміння застосовувати узагальнені | Застосовувати здобуті знання на рівні відтворення і в новій ситуації в процесі розв’язування задач. |

*Продовження табл. Л.1*

| | |
|---|---|
| знання в процесі розв’язування задач різного рівня складності. | |
| **4. Аналіз.** Уміння розкласти навчальний матеріал на складові елементи та встановити логічні зв’язки між ними, що вимагає високого інтелектуального рівня навчальної діяльності. | Вміти виділяти головне в навчальному матеріалі, структурувати інформацію, будувати логічні міркування, бачити прогалини в міркуваннях, виявляти помилки, передбачати наслідки. |
| **5. Синтез.** Уміння поєднувати елементи навчального матеріалу так, щоб отримати системне знання, яке володіє новизною. Результатом такої діяльності може бути: повідомлення, доповідь, виступ, план розв’язування, доведення, що передбачає здійснення творчої діяльності. | Вміти самостійно висловлюватись усно й письмово, будувати план власної пізнавальної діяльності,передбачати результати навчання, інтегрувати знання різних навчальних предметів, щоб досягнути поставленої мети. |
| **6. Оцінка.** Вміння оцінювати значення навчальної інформації відносно мети навчання, використовувати для цього чіткі критерії. Готовність об’єктивно оцінювати результати навчальної діяльності. | Оцінювати відповідність проведених міркувань і дій поставленій меті навчання, значення виконаних навчальних дій, їх якість. Вміти об’єктивно оцінити власні навчальні результати відповідно до встановлених критеріїв. |

Найбільш вагомим фактором формування математичних компетентностей є самостійна робота учнів, яка забезпечує становлення досвіду застосування математичних знань. Самостійна робота учнів – це навчальна діяльність, яка виконується під керівництвом учителя, однак без його особистої участі, спрямована на реалізацію найбільш доцільних способів розв’язування поставлених учителем завдань та аналізу результатів своєї роботи.

При формуванні математичних компетентностей учнів основної школи використовуються усні та письмові самостійні роботи; класні і домашні; групові, фронтальні та індивідуальні.

Відповідно до джерела знань і методів діяльності використовуються наступні види самостійної роботи: робота з підручником; робота з довідковою літературою; розв’язування і складання задач з даної теми; підготовка рефератів, доповідей; домашня робота.

Як основу розвитку самостійної математичної діяльності учня основної школи доцільно використовувати узагальнені алгоритми вивчення теоретичного матеріалу та розв’язування практичних завдань (таблиця 3).

*Таблиця Л.2.*

**Алгоритм вивчення теоретичного матеріалу і практичного розв’язування завдань**

| **Алгоритм вивчення алгебраїчних понять** | **Алгоритм вивчення властивостей алгебраїчних понять** | **Алгоритм роботи над алгебраїчною задачою** |
|---|---|---|
| 1. Визначення алгебраїчного поняття.<br>2. Суттєві властивості поняття.<br>3. Використання поняття на практиці. | 1.Зв'язок між якими поняттями встановлює дана властивість.<br>2. Формулювання властивості.<br>3. Обґрунтування властивості.<br>4. Використання властивості на практиці. | 1. Засвоєння змісту завдання.<br>2. Складання алгоритму розв'язання задачі.<br>3. Реалізація алгоритму.<br>4. Аналіз і перевірка правильності розв’язку.<br>5. Пошук і реалізація інших розв’язків. |

В сучасній школі крім традиційних форм та методів самостійної роботи учнів набув досить широкого застосування метод проектів. Він забезпечує оволодіння школярами навичками раціонального вибору способів, засобів та форм здійснення математичної діяльності, а також розвитку та актуалізації життєвого досвіду учнів. Використання методу проектів допомагає вчителям розв'язати важливі дидактичні проблеми: проблему колективної роботи учнів, проблему зв'язку між учителем та учнями, проблему протиріччя між вербальним характером навчання і завданнями різнобічного розвитку, проблему з великим обсягом навчального матеріалу; проблему формуванням математичних компетентностей.

**4. Рефлексивний компонент** методики реалізації КП в навчанні алгебри учнів основної школи полягає у розвитку самоконтролю та самооцінки учнів у процесі навчання алгебри.

З метою формування математичних компетентностей на уроках алгебри вчителю варто використовувати методику організації рефлексії учнів, в основу якої покладено наступний алгоритм:

1) визначення теми курсу алгебри, до якої належить дана математична задача (проблема);

2) усвідомлення значення завдання (проблеми) для саморозвитку;

3) створення моделі діяльності;

4) пошук розв'язання завдання (проблеми);

5) оцінка результату своєї діяльності (чи досягнута поставлена мета, розв'язана або не розв'язана задача, чи задовольняє отриманий результат;

6) перенесення сформованого вміння в інші ситуації.

В якості опори для рефлексивної діяльності учнів в кінці уроку вчитель пропонує дати відповідь на наступні запитання:

- Що я зробив?
- Як я діяв?
- Чи досяг я мети?
- Чи можна було піти іншим шляхом?

- Чи був він ефективним?
- Які були труднощі, і як я їх долав?
- Які мої головні результати, що я зрозумів, чому навчився?
- Що я відчував?

Формуванню рефлексії пізнавальної діяльності учнів, крім інших методів, сприяє технологія учнівського портфоліо. Згідно із «Загальними критеріями оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої освіти» (затверджено наказом МОН № 371 від 05.05.2008 року) портфоліо є одним з методів оцінювання навчальних досягнень учнів, основна суть якого – «показати все, на що ти здібний(а)». Педагогічна ідея портфоліо передбачає зміщення акценту з незнання учнів на їх досягнення в навчанні, активну участь у накопиченні різних видів навчальних робіт; інтеграцію кількісних і якісних оцінок; підвищення ролі самооцінки. Таке оцінювання передбачає певну підготовку: визначення критеріїв для включення учнівських досягнень до портфоліо; форми подання матеріалу; спланованість процесу контролю та оцінювання; елементи самооцінки з боку учня тощо.

Портфоліо є одночасно формою, процесом організації і технологією роботи учнів з продуктами їх власної творчої, дослідницької, проектної діяльності. Портфоліо учня є одним із дієвих способів формування ключових та предметних компетентностей, при цьому акцент зміщується з того, що учень не знає і не вміє, на те, що він знає і вміє з даної теми, даного предмету, а шкільна оцінка трансформується в самооцінку.

Залежно від того, з якою метою створюється портфоліо і в чому полягають особливості його змісту, можна виділити наступні види портфоліо:

- власне портфоліо (для себе);
- портфоліо-звіт (для вчителя)
- портфоліо досягнень (включає в себе кращі результати роботи учня);

− рефлексивне портфоліо (включає в себе матеріали та оцінку і самооцінку досягнення цілей, особливостей перебігу та якості роботи з різними джерелами інформації, відчуттів, роздумів, вражень тощо);

− проблемно-орієнтоване портфоліо (включає всі матеріали, що відображають цілі, процес і результат розв’язання якої-небудь проблеми);

− тематичне портфоліо (включає матеріали, що відображають роботу учня в рамках тієї чи іншої теми).

Запропонована програма впровадження методики реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи апробована в навчально-виховному процесі загальноосвітньої школи.

**Додаток М**

## Приклади задач з розв'язками PISA

Задача 1. Мей-Лінг з Сінгапуру готувалась в якості студентки за обміном поїхати на три місяці в Південну Африку. Їй потрібно було обміняти деяку суму сінгапурських доларів (SGD) на південно-африканські ренди (ZAR).

Запитання 1. Мей-Лінг взнала, що обмінний курс між сінгапурським доларом і південно-африканським рендом був: *1 SGD = 4,2 ZAR.* Мей-Лінг обміняла *3000* сінгапурських доларів на південно-африканські ренди за цим обмінним курсом. Скільки південно-африканських рендів отримала Мей-Лінг?

Розв'язання. Кожний сінгапурський долар мінявся на *4,2* південно-африканських ренда. За *3000* сінгапурських доларів Мей-Лінг отримала *4,2 ·3000 =12600* південно-африканських рендів.

Відповідь: *12600 ZAR.*

Запитання 2. Після повернення в Сінгапур через *3* місяці у Мей-Лінг залишилось *3900* південно-африканських рендів (ZAR). Вона обміняла їх на сінгапурські долари (SGD), звернувши увагу на те, що обмінний курс змінився наступним чином *1 SGD = 4,0 ZAR*. Скільки грошей в сінгапурських доларах отримала Мей-Лінг?

Розв'язання. Тепер кожні чотири південно-африканських ренди обмінювалися на один сінгапурський долар. За *3900* південно-африканських рендів Мей-Лінг отримала *3900 : 4,0 = 975* сінгапурських доларів.

Відповідь: *975 SGD.*

Задача 2. Сергій дуже любить кататися на скейтборді. Він часто заходить в магазин «Спорт», щоб взнати ціни на деякі товари. В цьому магазині можна купити повністю зібраний скейтборд. Але можна купити дошку, один комплект з *4* коліс, один комплект з *2* кріплень для коліс, а також комплект металевих та резинових запчастин та зібрати свій власний скейтборд. Ціни в магазині на ці товари представлені в таблиці:

Таблиця М.1.

**Ціни в магазині «Спорт»**

| **Товар** | **Ціна** |
|---|---|
| Зібраний скейтборд | 82 або 84 |
| Дошка | 40, 60 або 65 |
| Один комплект з 4 коліс | 14 або 36 |
| Один комплект з 2 кріплень для коліс | 16 |
| Один комплект запчастин (підшипники, гумові прокладки, болти, шайби ) | 10 або 20 |

Запитання 1. Сергій хоче самостійно зібрати для себе скейтборд. Яку найменшу і найбільшу ціну можна заплатити в цьому магазині за всі складові частини скейтборду?

Розв'язання. Найменша ціна скейтборду складається з найменших цін його складових частин: *40 +14 +16 +10 = 80*. Найбільша ціна складається з найбільших цін його складових частин: *65 + 36 +16 + 20 =137*.

Відповідь: *80* (грошових одиниць), *137* (грошових одиниць).

Запитання 2. В магазині пропонують на вибір три різних види дошок, два різних види коліс, два різних комплекти металевих та гумових деталей. При цьому є лише один комплект кріплень для коліс. Скільки різних скейтбордів може зібрати Сергій з запропонованих частин?

А. *6*;

Б. *8*;

В. *10*;

Д. *12*.

Розв'язання. До кожної з трьох видів дошок можна підібрати 2 види коліс. Отримуємо шість різних комбінацій дошок і коліс. До кожної з цих комбінацій додається лише один вид кріплень для коліс. Отже, залишається 6 комбінацій дошок, коліс та кріплень для коліс. До кожної з комбінацій комплект деталей можна підібрати двома способами. Таким чином отримуємо *12* способів комплектації скейтборду.

Відповідь: Д.

Запитання 3. У Сергія є *120* грошових одиниць і він хоче зібрати найдорожчий скейдборд за ці гроші. Скільки грошей він може витратити на кожну з чотирьох частин скейтборду?

Розв'язання. Найбільша ціна за скейтборд становить *137* грошових одиниць. У Сергія лише *120*, отже, йому потрібно зекономити 17 грошових одиниць. На дошці можна зекономити або *5*, або *25* грошових одиниць, на колесах – *22*, на комплекті деталей – *10*. Можна поєднати економію коштів на дошці (*5* грошових одиниць) і на комплекті деталей (*10* грошових одиниць), в результаті вийде економія в *15* грошових одиниць, чого недостатньо. Інший варіант – зекономити на колесах *22* грошових одиниці. Очевидно, що мінімальна економія – на колесах. У цьому випадку найдорожчий скейтборд для Сергія буде складатися з дошки за *65* грошових одиниць, коліс за *14*, кріплень для коліс за *16* і комплекти деталей за *20* грошових одиниць.

Відповідь: *65* – дошка, *14* – колеса, *16* – кріплення для коліс, *20* – комплект деталей.

Задача 3. Фермер на садовій ділянці висаджує яблуні у формі квадрату, як показано на рисунку 2.1. Для захисту яблунь від вітру він саджає хвойні дерева по краях ділянки. На рисунку зображено схеми розміщення яблунь і хвойних дерев для декількох значень *n,* де *n* – кількість рядів висаджених яблунь. Цю послідовність можна продовжити для будь-якого числа *n.*

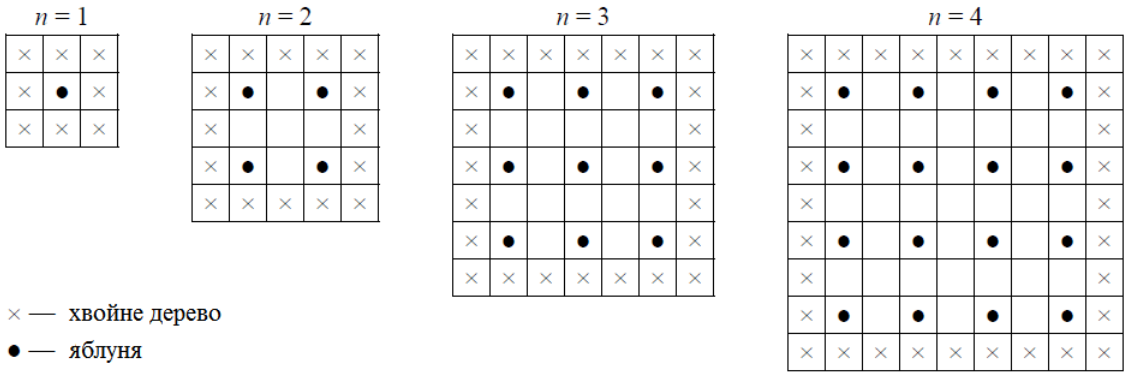


*Рис. М.1. Схема розташування яблунь і хвойних дерев*

Запитання 1. Заповніть таблицю:

Таблиця М.2.

**Кількість яблунь і хвойних дерев**

| ***n*** | **Кількість яблунь** | **Кількість хвойних дерев** |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 8 |
| 2 | 4 | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |

Розв’язання. 1-й спосіб. Яблуні утворюють квадрат з $n$ рядків, кожний з яких містить $n$ дерев. Вздовж кожного краю ділянки висаджено $2n + 1$ хвойних дерев. Якщо помножити цю кількість на 4, то кожне з чотирьох кутових дерев буде пораховано двічі. Тому кількість хвойних дерев на ділянці буде дорівнювати $4 \cdot (2n + 1) - 4 = 8n$ .

2-й спосіб. Кількість хвойних дерев можна порахувати інакше. Зі схеми видно, що фермер залишає між яблунями $n - 1$ проміжків. Ділянка обмежена хвойними деревами має форму квадрата зі стороною $n + (n - 1) = 2n - 1$. Довжина сторони усієї ділянки разом з хвойними деревами складає $2n + 1$. Тоді кількість хвойних дерев дорівнює $(2n + 1)2 + (2n - 1)2 = 8n$ .

На основі цих міркувань можна порахувати кількість яблунь і хвойних дерев для різних значень $n$. Заповнена таблиця буде мати вигляд:

Таблиця М.3.

**Кількість яблунь і хвойних дерев**

| ***n*** | **Кількість яблунь** | **Кількість хвойних дерев** |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 8 |
| 2 | 4 | 16 |
| 3 | 9 | 24 |
| 4 | 16 | 32 |
| 5 | 25 | 40 |

Запитання 2. В розглянутій вище послідовності кількість висаджених яблунь і хвойних дерев визначається наступним чином: кількість яблунь – $n^2$, кількість хвойних дерев – $8n$, де $n$ – кількість рядів яблунь. Для якого значення n кількість яблунь буде дорівнювати кількості посаджених навколо них хвойних дерев?

Розв'язання. Складемо рівняння:

$$n^2 = 8n;$$

$$n^2 - 8n = 0;$$

$$n(n-8) = 0;$$

$$n = 0; n = 8.$$

Оскільки $n > 0$, то $n = 0$ є стороннім розв'язком, тому $n = 8$.

Відповідь: $8$.

Запитання 3. Припустимо, що фермер вирішив поступово збільшувати кількість рядів яблунь на своїй ділянці. Що при цьому буде збільшуватись швидше: кількість яблунь чи кількість хвойних дерев?

Розв'язання. При збільшені на один ряд кількість хвойних дерев збільшується на $8(n+1) - 8n = 8$, а кількість яблунь збільшується на $(n+1)^2 - n^2 = 2n + 1$. Побудуємо нерівність $2n + 1 > 8$, розв'язком якої є $n > 4$. Отже, починаючи з чотирьох рядів, при наступному збільшені кількості рядів кількість яблунь збільшується швидше, ніж кількість хвойних дерев.

Відповідь: кількість яблунь менша від кількості хвойних дерев при $n = 1; 2; 3; 4$, а починаючи з $n = 5$, кількість яблунь більша за кількість хвойних дерев.

**Додаток Н**

## Урок-проект

**Тема:** «Числові послідовності»**.**

Підготовка до уроку проводиться заздалегідь. Учні шукають інформацію з теми, історичні факти і задачі, створюють презентації.

Клас розбивається на три групи. Перша група «Історики» – готують невеликі доповіді про історію виникнення послідовностей та прогресій. Друга група «Теоретики» – створюють картки-пам’ятки з основними поняттями теми «Числові послідовності», а третя група «Практики» – займається пошуком цікавих завдань з дано теми і представляє розв’язки найцікавіших з них у вигляді презентацій.

**Мета уроку:** формувати математичну компетентність; розвивати вміння аналізувати, порівнювати, узагальнювати й робити висновки, виступати перед аудиторією; розвивати творчі, дослідницькі здібності.

**Завдання уроку:** повторити, систематизувати й закріпити основні знання, уміння й навички з теми «Числові послідовності»; розвивати пізнавальний інтерес до вивчення числових послідовностей, досвід самостійної пізнавальної діяльності, здатність до самоаналізу та самоконтролю.

Хід уроку

**І Організаційний етап**

Учитель перевіряє готовність учнів до уроку.

**ІІ. Перевірка домашнього завдання**

Учитель здійснює перевірку в процесі всього уроку.

**ІІІ. Формулювання мети і завдань уроку.**

Учитель повідомляє тему уроку і спільно з учнями визначає завдання уроку.

**Етап мотивації.**

Вступне слово вчителя.

Протягом останніх 8 уроків ми з вами вивчали тему «Числові послідовності». Сьогодні ми повторимо все, що вивчили. Для цього ми познайомимося з результатами, які отримали творчі групи «Історики», «Теоретики», «Практики». Це допоможе нам зрозуміти, наскільки важливими є знання про числові послідовності у нашому житті. Отож, розпочнемо.

**IV. Повторення та систематизація знань учнів**

До дошки виходить учень, що представляє першу групу «Історики » і робить доповідь на тему «Історичні відомості про прогресії». Доповідь паралельно транслюється за допомогою проектора у формі презентації.

Рис. Н.1.

Доповідь учня**.**

Прогресії були відомі людям ще з давніх часів.

Рис. Н.2.

Слово «прогресія» походить від латинського слова «progression» і означає «рух уперед» (як і слово «прогрес»). Уперше цей термін як математичний вживається у працях римського вченого Боеція (V - VIст.).

Також одними з перших є згадки про прогресії у вавилонських таблицях і єгипетських папірусах. Наприклад, у давньоєгипетському папірусі Ахмеса, який датується 2000 р. до н. е., є така задача: «Нехай тобі говориться: поділи 10

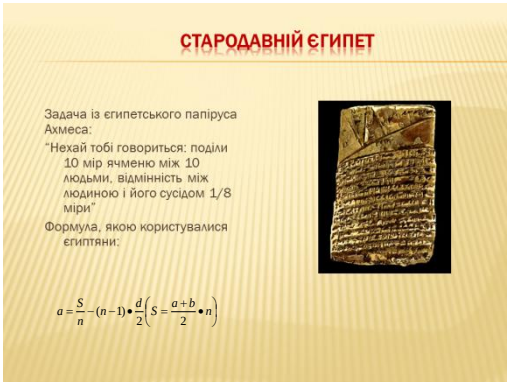


Рис. Н.3.

мір ячменю між 10 людьми, відмінність між людиною і його сусідом 1/8 міри». Також у ньому представлена формула якою користувались для її розв’язання

$$a = \frac{S}{n} - (n-1) \cdot \frac{d}{2} \left( S = \frac{a+b}{2} \cdot n \right).$$

Рис. Н.4.

В Англії ще в XVIII ст. у підручниках з’явились перші позначення арифметичних і геометричних прогресій.

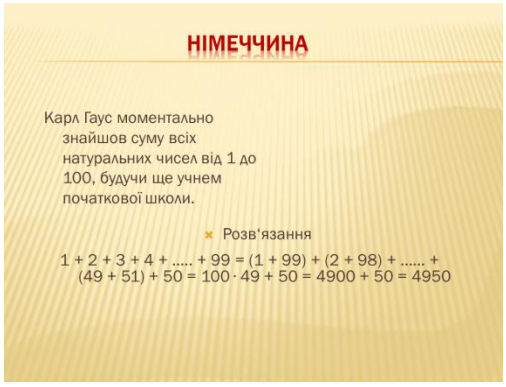


Рис. Н.5.

У Німеччині відомий німецький математик К. Гаусс (1777-1855 рр.), будучи ще учнем початкової школи, зумів розв'язати задачу, в якій потрібно було скласти всі натуральні числа від 1 до 100, лише за одну хвилину. Він помітив закономірність, що 1+100=101, 2+99=101, 3+98=101, 4+97=101 і т. д. Тоді він помножив 101 на 50, де число 50 – кількість таких сум.

Рис. Н.6.

У Київській Русі перші згадки про послідовності з’явились в юридичному збірнику «Руська правда», який містив відомості про приплід від худоби і бджіл за певний проміжок часу,про кількість зерна, зібраного з визначеної ділянки землі та ін.

Рис. Н.7.

Також однією з найбільш відомих послідовностей є послідовність чисел Фібоначчі (італійський математик і купець Леонардо Пізанський). Він перший

установив зв'язок між математичним поняттям «послідовність» і задачею про розмноження кролів. У цій задачі досліджується чисельність потомства однієї пари кролів, яка щомісяця народжує пару кроленят, а ті через місяць також дають потомство. Цю послідовність можна проілюструвати таким зображенням. Дякую за увагу.

Рис. Н.8.

Після доповіді першого учня вчитель запитує в учнів про враження від отриманої інформації. Після короткого обговорення до дошки викликається наступний учень з групи «Теоретиків». Учень демонструє презентацію, яка містить основні поняття і формули теми «Числові послідовності». Учні повторюють дану інформацію, не лише переглядаючи презентацію на екрані, а й за робочими столами за допомогою карток-пам’яток, які заздалегідь розробила група «Теоретиків».

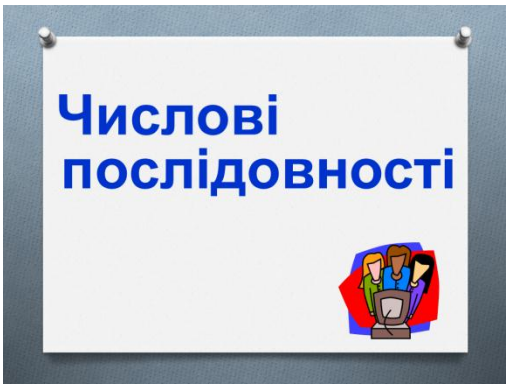


Рис. Н.9.

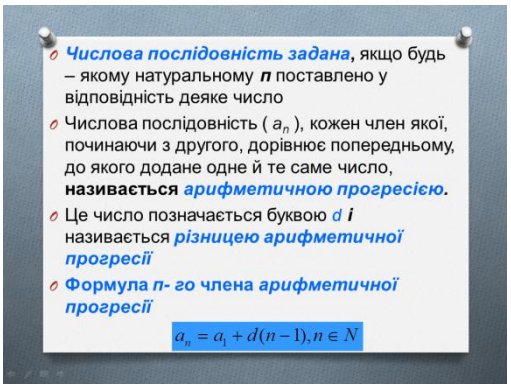


Рис. Н.10.

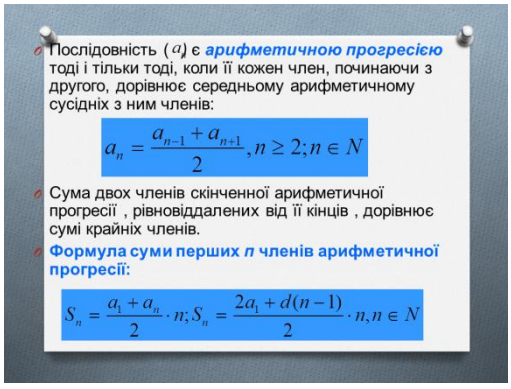


Рис. Н.11.

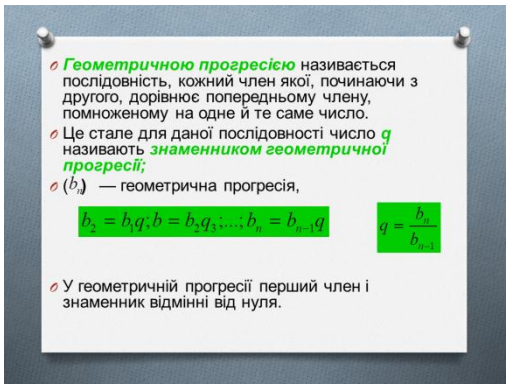


Рис. Н.12.

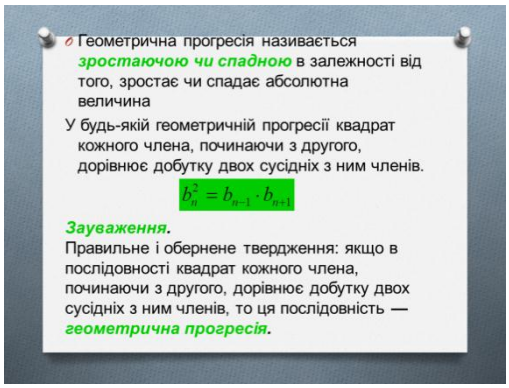


Рис. Н.13.

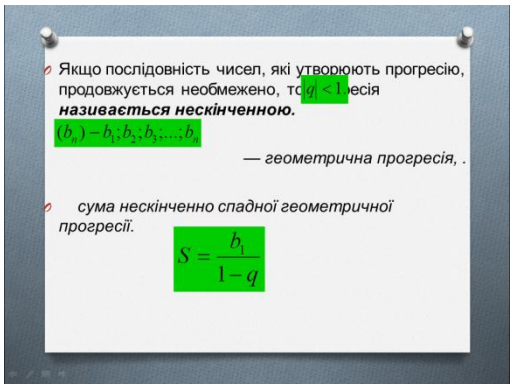


Рис. Н.14.

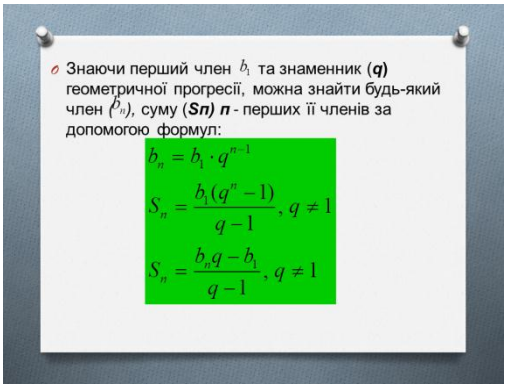


Рис. Н.15.

Рис. Н.16.

Після виступу групи «Теоретиків» учитель пропонує учням виконати усний математичний диктант (попередньо просить тимчасово заховати картки-пам’ятки). Учитель задає запитання а учні піднявши руку відповідають на нього.

10. Арифметична прогресія - це...
11. Геометрична прогресія -.це..
12. У геометричній прогресії перший член 10 , другий член 5 . Знайдіть знаменник ?
13. У арифметичній прогресії перший член 8 , другий член 4 . Знайдіть різницю арифметичної прогресії.
14. Знаменник геометричної прогресії обчислюється за формулою...
15. Формула *n*-го члена арифметичної прогресії така…
16. Формула *n*-го члена геометричної прогресії така…

17. Сума *n* перших членів арифметичної прогресії
18. Сума *n* перших членів геометричної прогресії.

Після математичного диктанту вчитель викликає до дошки представника третьї групи «Практиків». Цей учень представляє у вигляді презентації результати роботи своєї групи «Цікаві задачі».

Рис. Н.17.

Рис. Н.18.

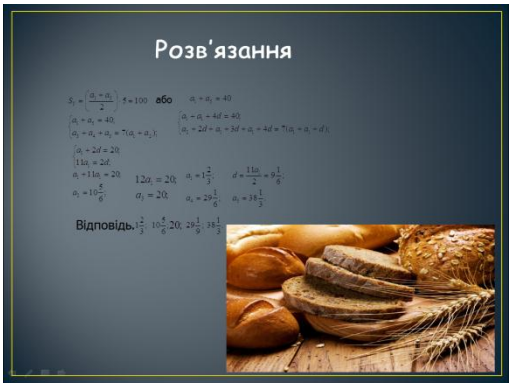


Рис. Н.19.

Рис. Н.20.

Рис. Н.21.

Рис. Н.22.

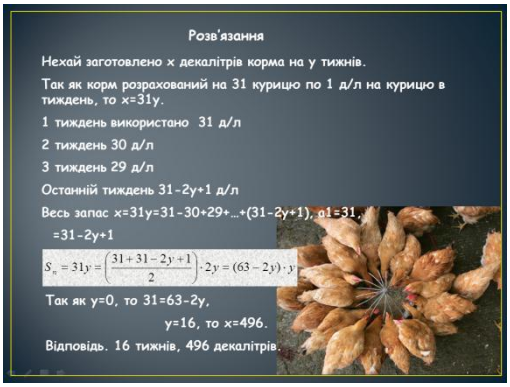


Рис. Н.23.

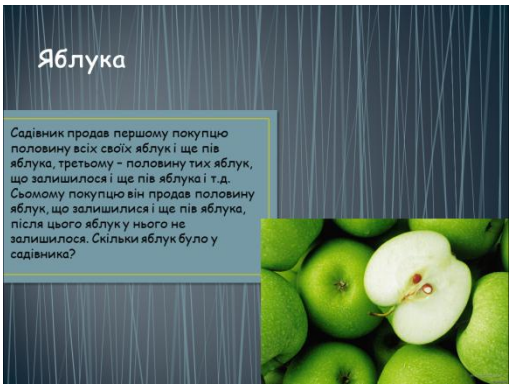


Рис. Н.24.

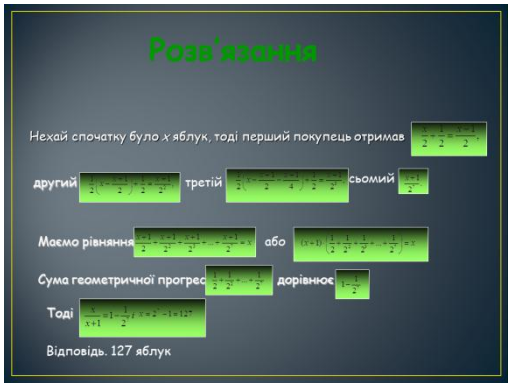


Рис. Н.25.

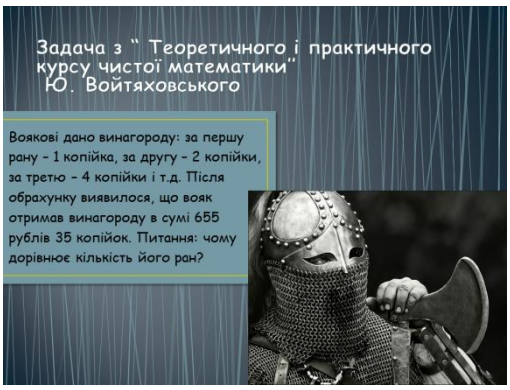


Рис. Н.26.

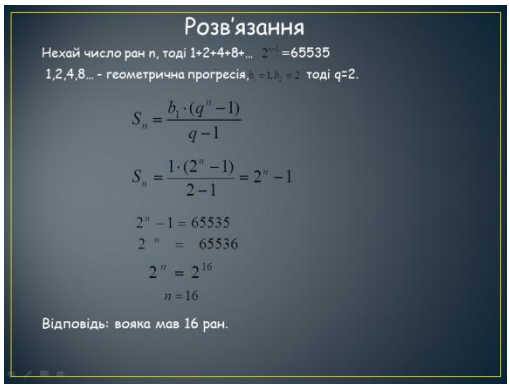


Рис. Н.27.

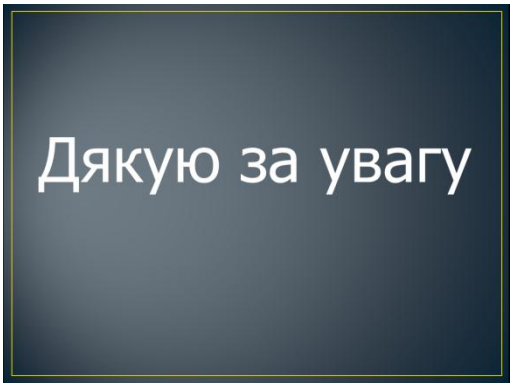


Рис. Н.28.

При показі кожного слайду з умовою задачі учні двох інших груп на дошці пробують розв'язати їх, обговорюючи разом пошук результату. Після наданого ними розв'язку учень з групи «Практики» представляє слайд з розв'язком цієї задачі.

**3. Підсумок уроку.**

Після виступу всіх учнів учитель переходить до підсумків уроку. Оцінює учнів, звертаючи насамперед увагу на їх досягнення, найбільш цікаві моменти уроку. Наступні запитання вчителя дозволяють здійснити учням рефлексію своєї самостійної роботи:

6) Чи сподобалась вам працювати самостійно над темою «Числові послідовності»?
7) Що нового ви дізнались в процесі самостійного вивчення теми?
8) Які труднощі виникли у вас у процесі виконання завдань?
9) Чи є у вас запитання до мене?
10) Чи потребуєте додаткової консультації з теми «Числові послідовності» перед написанням контрольної роботи?

**4. Домашнє завдання**

Повторити основні формули теми, розв’язки основних типів завдань.

**Додаток П**

**Тематичне потрфоліо учня з навчальної теми «Числові послідовності» (9 клас).**

Портфоліо учня буде складатися з чотирьох частин:

Розділ 1. «Візитка»

Розділ 2. «Колекція»

Розділ 3. «Робочі матеріали»

Розділ 4. «Досягнення»

Розглянемо зміст цих розділів (крім першого).

## Розділ 2. «Колекція»

### *Числові послідовності*

Поняття числової послідовності.

*Числовою послідовністю* називається функція, яка задана на множині всіх натуральних чисел або на множині перших п натуральних чисел.

Числова послідовність позначається так:

$(a_n)$: $a_1$; $a_2$; $a_3$; ...; $a_n$.

Кожне число $a_n$ — $n$-й член послідовності; $n$ — номер члена послідовності.

*Види числових послідовностей*

1. Якщо кількість членів послідовності $(a_n)$ скінченна, то $(a_n)$ — скінченна послідовність.

*Приклад:* послідовність коренів рівняння $(x – 1)(x – 2)(x + 3) = 0$ скінченна.

2. Якщо кількість членів послідовності $(a_n)$ нескінченна, то $(a_n)$ — нескінченна послідовність.

*Приклад:* послідовність натуральних чисел нескінченна.

3. Якщо кожний наступний член послідовності, починаючи з другого, більший за попередній, то послідовність є *зростаючою.*

*Приклад:* 3; 4; 5; 6; ... — послідовність чисел є зростаючою.

4. Якщо кожний член послідовності, починаючи з другого, менший від попереднього, то послідовність є *спадною.*

*Приклад:* -4; -5; -6; -7... — послідовність від'ємних чисел є спадною.

Способи задання числових послідовностей:

1) описом знаходження її членів.

*Приклад:* числова послідовність дільників числа 20, записаних у порядку зростання: $a_1 = 1$; $a_2 = 2$; $a_3 = 5$; $a_4 = 10$; $a_5 = 20$;

2) переліком її членів.

*Приклад:* 22; 11; 5; 23, тоді $a_1 = 22$; $a_2 = 11$; $a_3 = 5$; $a_4 = 23$;

*3)* таблицею.

*Приклад:*

| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $a_n$ | 2 | 1 | -4 | 1 | 6 |

Тоді $a_1 = 2$; $a_2 = 1$; $a_3 = -4$; $a_4 = 1$; $a_5 = 6$;

4) формулою n-го члена.

*Приклад:* $a_n = n^2 - 3$, тоді $a_1 = 1^2 - 3 = -3$; $a_2 = 2^2 - 3 = 1$; $a_3 = 3^2 - 3 = 6$ і т.д.;

5) рекурентною формулою.

*Приклад*: $a_n = a_{n-1} - a_{-2n}$, якщо $a_1 = 1$; $a_2 = 2$, тоді $a_1 = 1$; $a_2 = 2$; $a_3 = 1$; $a_4 = -1$; $a_5 = -2$.

## *Арифметична прогресія*

Поняття арифметичної прогресії.

*Арифметична прогресія* — числова послідовність, у якій кожний наступний член, починаючи з другого, дорівнює попередньому члену, до якого додається те саме число. Це число називають різницею арифметичної прогресії.

*Приклад:* 1; 5; 9; 13; 17 — арифметична прогресія.

5 – 1 = 9 – 5 = 13 – 9 = 17 – 13 = 4; 4 — різниця арифметичної прогресії.

*Рекурентна формула арифметичної прогресії*

$a_{n+1} = a_n + d$, $d$ — різниця арифметичної прогресії.

$$d = a_{n+1} - a_n.$$

*Властивості арифметичної прогресії*

1. n-й член арифметичної прогресії, є середнім арифметичним двох сусідніх за ним членів.

2. Сума двох членів скінченної арифметичної прогресії, які рівновіддалені від її кінців дорівнює сумі крайніх членів цієї прогресії.

3. *Теорема.* Будь-яка арифметична прогресія ($a_n$) може бути задана формулою $a_n = kn + b$, де k і b — деякі числа; і навпаки, якщо послідовність ($a_n$) задана формулою $a_n = kn + b$, де k і b — деякі числа, то ця послідовність є арифметичною прогресією

Формула n-го члена арифметичної прогресії.

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

де $a_n$ — n-й член арифметичної прогресії;

$a_1$ — перший член арифметичної прогресії;

d — різниця арифметичної прогресії;

n — номер члена арифметичної прогресії.

*Приклад.* Знайдемо $a_8$, якщо ($a_n$) — арифметична прогресія, перші члени якої: 10; 13; 16; ....

*Розв'язання:*

Знайдемо різницю арифметичної прогресії, у якої

$a_1 = 10$; $a_2 = 13$; $a_3 = 16$

$d = a_3 - a_2 = 16 - 13 = 3$.

Формула n-го члена арифметичної прогресії має вигляд $a_n = a_1 + d(n - 1)$.

Враховуючи, що $a_1 = 10$, $d = 3$, маємо: $a_n = 10 + 3(n - 1)$.

Отже, $a_8 = 10 + 3(8 - 1) = 31$.

*Відповідь:* $a_8 = 31$.

Сума перших n членів арифметичної прогресії.

1. Якщо $a_1$ і $a_n$ — перший і n-й члени арифметичної прогресії, то сума Sn перших n членів цієї прогресії дорівнює:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

*Приклад.* Знайдемо суму перших п’яти членів арифметичної прогресії, у якої:$a_1 = 5$, $a_5 = -5$.

*Розв'язання:* підставимо задані значення у формулу $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$;

$s_5 = \frac{5-5}{2} \cdot 5 = 0;$

*Відповідь:* отже сума перших п’яти членів арифметичної прогресії дорівнює 0.

2. Якщо $a_1$ і d — перший член і різниця арифметичної прогресії, то сума Sn перших n її членів дорівнює:

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

*Приклад.* Знайдемо суму перших п’яти членів арифметичної прогресії, у якої:$a_1 = 4$, $d = -2$.

*Розв'язання:* підставимо задані значення у формулу $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$;

$s_5 = \frac{2 \cdot 4 + (-2)(5-1)}{2} \cdot 5 = 0;$

*Відповідь:* отже сума перших п’яти членів арифметичної прогресії дорівнює 0.

## *Геометрична прогресія*

Поняття геометричної прогресії.

*Геометричною прогресією* називається послідовність відмінних від нуля чисел, кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому, помноженому на те саме число (знаменник геометричної прогресії).

*Приклад: 2*; 4; 8; 16; 32; ... — геометрична прогресія, бо $a_2 = a_1 \cdot 2$; $a_3 = a_2 \cdot 2$; $a_4 = a_3 \cdot 2$; ... . (2 — знаменник цієї прогресії).

*Властивості геометричної прогресії*

1. для кожного члена геометричної прогресії, починаючи з другого $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$ – характеристична властивість;

2. якщо геометрична прогресія скінченна, то

$b_1 \cdot b_n = b_2 \cdot b_{n-1} = b_3 \cdot b_{n-2} = \text{const}$ ($b_1$ і $b_n$ — крайні члени цієї прогресії).

Формула n-го члена геометричної прогресії.

$$Bn = b_1 \cdot q^{n-1},$$

де $b_1$ — перший член геометричної прогресії;

q — знаменник геометричної прогресії.

*Приклад*: знайдемо сьомий член геометричної прогресії ($b_n$): 1; 5; 25; 125;

*Розв'язання:* $b_1 = 1$; $q = \frac{b_2}{b_1} = 5$; $b_7 = b_1 \cdot q^6 = 1 \cdot 5^6 = 15\,625$.

Відповідь: 15 625.

Формули суми перших n членів геометричної прогресії.

$$S_n = \frac{b_1 - b_n q}{1-q} \quad (q \neq 1) \qquad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q-1} \quad (q \neq 1)$$

! Зауваження: якщо q = 1, то $S_n = b_1 \cdot n$ ($b_1 = b_2 = \ldots = b_n$).

*Приклад:* Знайдемо суму перших шести членів геометричної прогресії (bn): 2; -4; 8; ... .

*Розв'язання:*

Маємо $b_1 = 2$, $q = \frac{-4}{2} = -2$, тоді за формулою $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q-1} \quad (q \neq 1)$:

$$s_n = \frac{b_1(q^6 - 1)}{q - 1} = \frac{2 \cdot ((-2)^6 - 1)}{-2 - 1} = -42$$

*Відповідь:* 42.

Формула суми всіх членів нескінченної геометричної прогресія, у якої $|q| < 1$.

$$S = \frac{b_1}{1-q}$$

*Приклад:* Знайдемо суму нескінченної геометричної прогресії (bn): 9; -3; 1; ... .

*Розв'язання:*

За умовою $b_1 = 9$; $b_2 = -3$, отже, $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-3}{9} = -\frac{1}{3}$. Маємо геометричну прогресію, у якої $|q| < 1$. За формулою $S = \frac{b_1}{1-q}$ матимемо: $S = \frac{9}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)} = 6\frac{3}{4}$

*Відповідь:* $6\frac{3}{4}$.

## *Історична довідка*

1. Вперше задачі на прогресії виникли зі спостережень над явищами природи і з досліджень суспільно-економічних явищ, до яких можна застосувати закон прогресії.
2. Ще у давньоруському юридичному збірнику «Руська правда» містяться відомості про приплід від худоби і бджіл за певний відомий проміжок часу, про кількість зерна, зібраного з визначеної ділянки землі та ін., що є послідовностями.
3. Одня з давніх послідовностей є послідовність чисел Фібоначчі. Італійський математик і купець Леонардо Пізанський (Фібоначчі) перший установив зв'язок між цією послідовністю і задачею про розмноження кролів. У цій задачі досліджується чисельність потомства однієї пари кролів, яка щомісяця виводить пару кроленят, а ті через місяць також дають потомство. Цю послідовність можна проілюструвати таким зображенням.

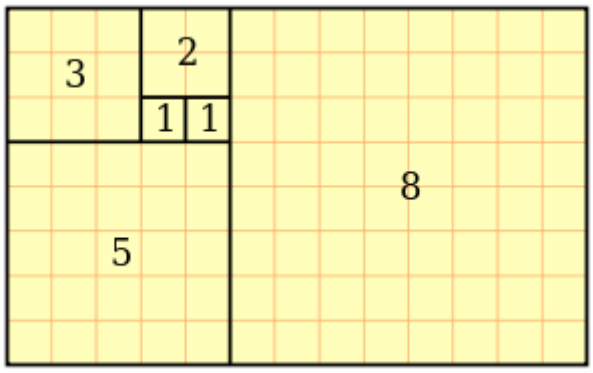


Рис. П.1.

В голівці соняшника чи ромашки насіння розміщене у вигляді двох сімейств спіралей, які закручуються в двох протилежних напрямках. Кількість спіралей у цих сімействах є сусідніми членами послідовності Фібоначчі. Подібну властивість можна виявити в структурі соснових шишок.

## *Цікаві задачі*

Задача 1. Легенда про винахід шахів.

Шахматна гра була придумана в Індії, і коли індуський цар Шерам познайомився з нею, він був захоплений її гумором і різноманітністю можливих в ній позицій. Він вирішив нагородити винахідника Сета. «Назви нагороду, яка тебе задовольнить і ти отримаєш її. Повелителю, - сказав Сета, - накажи видати мені за першу клітинку шахової дошки одне пшеничне зерно. За другу клітинку накажи видати 2 зерна, за третю - 4, за четверту - 8, за п'яту - 16, за шосту - 32…Засміявся цар.» Чи варто було сміятися царю?

Задача 2. Купівля коня.

Дехто продав коня за 156 рублів, але покупець роздумав і повернув коня продавцю. Тоді продавець запропонував йому умови: «Купи цвяхи з його підков, а коня одержиш безкоштовно. Цвяхів у кожній підкові 6. За перший цвях заплати мені ¼ копійки, за за другий 1/2 копійки, за третій – 1 копійку і т.д.». Він думав заплатити не більше 10 руб. На копійку і т.д.». Він думав заплатити не більше 10 руб. На скільки проторгувався покупець?

Задача 3. Поширення чуток.

До міста з 50-тисячним населенням о 8-й годині ранку прибув мешканець столиці і привіз свіжу новину. У будинку, де зупинився, він повідомив новину лише трьом жителям. Це зайняло, 15 хв, тобто о 8.15 новина була відома чотирьом: приїжджому і трьом жителям. Довідавшись новину, кожний із трьох громадян розповів про неї трьом іншим. На це знадобилося теж 15 хв. Якщо чутка поширюватиметься з такою швидкістю, то скільки пройде часу, перш ніж усе місто дізнається про неї?

Задача 4. Стародавня слов'янська задача.

Було це майже сто років тому. Селянин продавав 20 овець за 200 рублів. Коли один з покупців став надто довго торгуватись, селянин запропонував: «Дай за першу вівцю 1 коп., за другу – 2 коп., за третю – 4 коп. і далі за кожну вівцю вдвічі більше копійок, ніж за попередню». Покупець погодився. Скільки він заплатив за тих 20 овець?

Задача 5. Задача Феофана Прокоповича.

Якась людина має багато коней, і всім їм різна ціна. Найгірший кінь коштує 4 золотих, а найкращий 55 золотих, і ціна від одного до другого коня весь час піднімається на 3 золотих. Питаємо:скільки ж усього було коней?

## Розділ 3. «Робочі матеріали»

1. Розв’язок задачі «Легенда про винахід шахів» у формі презентації.

Рис. П.2.

Рис. П.3.

Рис. П.4.

Рис. П.5.

2. Розв’язок задачі «Задача Феофана Прокоповича» за допомогою діаграми.

Рис. П.6.

3. Розв’язок задачі «Стародавня слов’янська задача» за допомогою малюнка.

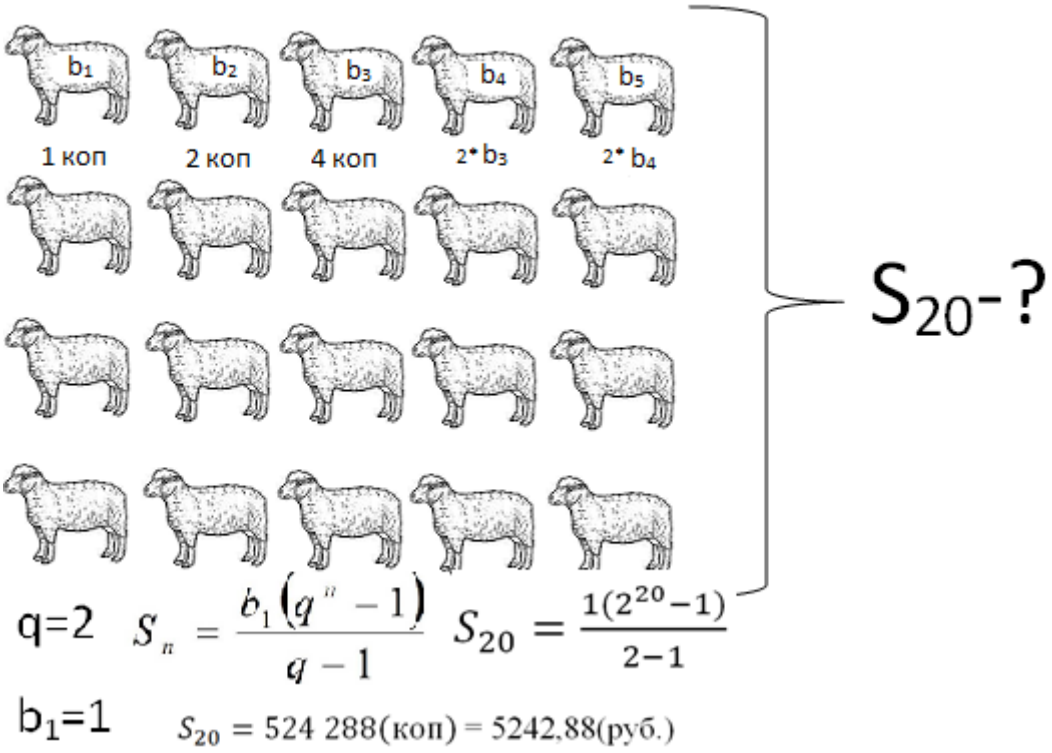


Рис. П.7.

4. Презентація на тему «Числа Фібоначчі».

Рис. П.8.

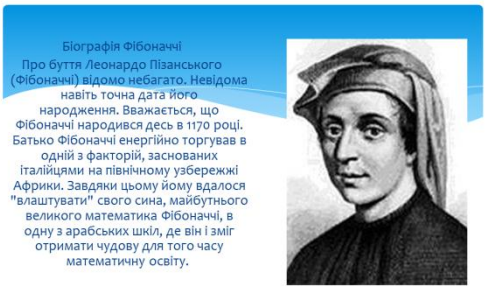


Рис. П.9.

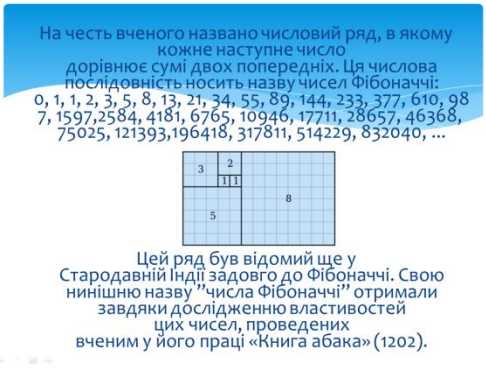


Рис. П.10.

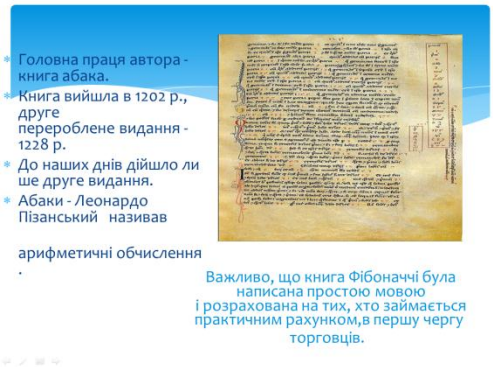


Рис. П.11.

Рис. П.12.

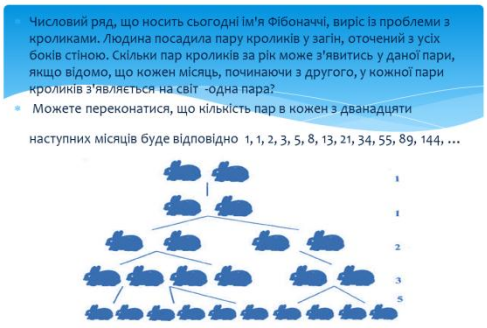


Рис. П.13.

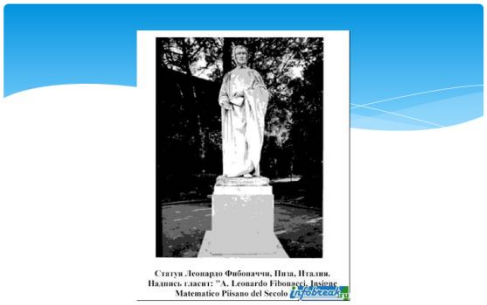


Рис. П.14.

Рис. П.15.

4. Стаття у математичну газету.

Рис. П.16.

## Розділ 4. «Досягнення»

Протягом вивчення теми «Числові послідовності» я вивчив:

- означення та властивості числових послідовностей;
- означення та властивості арифметичної та геометричної прогресій;
- формули n-го члена арифметичної та геометричної прогресій;
- формули суми n перших членів арифметичної та геометричної прогресій;
- формулу суми нескінченної геометричної прогресії;
- вирізняти прогресії серед інших послідовностей;
- знаходити будь-який член прогресії за формулою n-го члена;
- розв’язувати базові задачі;
- розв’язувати компетентнісно орієнтовані задачі.

Таблиця П.1.

## Моє оцінювання за тему «Числові послідовності»

| Тема «Числові послідовності» | Розділ 1 | Розділ 2 | Розділ 3 | Презентація | Газета | Підсумкова оцінка |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |

Таблиця П.2.

## Оцінювання теми «Числові послідовності» вчителем.

| Тема «Числові послідовності» | Розділ 1 | Розділ 2 | Розділ 3 | Презентація | Газета | Підсумкова оцінка |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |