ВСЕУКРАЇНСЬКА НАУКОВО-ПРАКТИЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ

АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ МЕТОДОЛОГІЇ ТА МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

присвячена 85-річчю від дня народження кандидата фізико-математичних наук, завідувача кафедри методології та методики навчання фізико-математичних дисциплін вищої школи, професора Горбачука Івана Тихоновича

Збірник матеріалів конференції

18 січня 2018 року
м. Київ, Україна

Міністерство освіти і науки України
Національна академія педагогічних наук України
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
Академія вищої освіти України
Національний університет харчових технологій
Миколаївський національний університет імені В.О.Сухомлинського
Рівненський державний гуманітарний університет
Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського
Житомирський державний університет імені Івана Франка

Всеукраїнська науково-практична конференція

Актуальні проблеми методології та методики навчання фізико-математичних дисциплін

присвячена 85-річчю від дня народження кандидата фізико-математичних наук, завідувача кафедри методології та методики навчання фізико-математичних дисциплін вищої школи, професора Горбачука Івана Тихоновича

Збірник матеріалів конференції

18 січня 2018 року

м. Київ, Україна

Тези доповідей Всеукраїнської науково-практичної конференції «Актуальні проблеми методології та методики навчання фізико-математичних дисциплін», присвяченої 85-річчю від дня народження кандидата фізико-математичних наук, завідувача кафедри методології та методики навчання фізико-математичних дисциплін вищої школи, професора Горбачука Івана Тихоновича 18 січня 2018 року, Київ, Україна – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2018. – 169 с.

Організаційний комітет

Андрущенко В.П. – доктор філософських наук, професор, член-кореспондент НАН України, академік НАПН України, ректор НПУ імені М.П. Драгоманова **(голова оргкомітету)**;

Працьовитий М.В. – доктор фізико-математичних наук, професор, декан фізико-математичного факультету НПУ імені М.П. Драгоманова **(заступник голови оргкомітету)**;

Торбін Г.М. – доктор фізико-математичних наук, професор, проректор з наукової роботи НПУ імені М.П. Драгоманова **(заступник голови оргкомітету)**;

Сергієнко В.П. – доктор педагогічних наук, професор, директор Інституту неперервної освіти НПУ імені М.П. Драгоманова **(заступник голови оргкомітету)**;

Пудченко С.А. – аспірант кафедри методології та методики навчання фізико-математичних дисциплін вищої школи НПУ імені М.П. Драгоманова **(відповідальний секретар)**;

Вернидуб Р. М. – доктор філософських наук, кандидат фізико-математичних наук, професор, проректор з навчально-методичної роботи НПУ імені М.П. Драгоманова;

Корець М.С. – доктор педагогічних наук, професор, проректор із науково-педагогічної та адміністративно-господарчої роботи НПУ імені М.П. Драгоманова;

Андрусишин Б. І. – доктор історичних наук, професор, декан факультету політології та права;

Падалка О. С. – доктор педагогічних наук, професор, член-кореспондент НАПН України, завідувач кафедри економіки освіти;

Гончаренко Я. В. – кандидат фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри вищої математики;

Грищенко Г. О. – кандидат фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри експериментальної та теоретичної фізики та астрономії;

Сиротюк В. Д. – доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри теорії та методики навчання фізики і астрономії;

Швець В. О. – кандидат педагогічних наук, професор, завідувач кафедри математики і теорії та методики навчання математики;

Шут М. І. – доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАПН України, завідувач кафедри загальної і прикладної фізики;

Січкар Т. Г. – кандидат фізико-математичних наук, доцент, професор кафедри загальної і прикладної фізики;

Касперський А.В. – доктор педагогічних наук, кандидат фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри технічної фізики та математики;

Заболотний В.Ф. – доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри фізики і методики навчання фізики, астрономії Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського;

Єфименко В. В. – кандидат педагогічних наук, доцент, заступник декана факультету інформатики;

Мусієнко Ю.А. – старший викладач кафедри методології та методики навчання фізико-математичних дисциплін вищої школи НПУ імені М.П. Драгоманова;

Лазаренко М.В. – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фізики Національного університету харчових технологій Київ;

Мосієвич О. С. – кандидат фізико-математичних наук, професор кафедри фізики, проректор Рівненського державного гуманітарного університету;

Ткаченко О. К. – кандидат фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри фізики Житомирського державного університету імені Івана Франка.

Працьовитий М.В.,
доктор фізико-математичних наук, професор,
декан Фізико-математичного факультету,
Національний педагогічний університет
ім. М.П. Драгоманова
м. Київ, Україна,
prats4444@gmail.com

ФРАКТАЛЬНІ СИСТЕМИ КООРДИНАТ І ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

У математичному моделюванні хвильових процесів, процесів передачі інформації, реальних фізичних процесів і явищ все частіше приходиться мати справу з функціями з іррегулярною локальною структурою, зокрема, з неперервними ніде не монотонними функціями, аналітично описувати поведінку яких складно традиційними засобами.

Системою координат (координатизації) називається сукупність умов (засобів) для ототожнення точки простору з впорядкованим набором чисел і визначення її положення в просторі. Суть методу координат полягає в тому, що після введення системи координат, точки простору ототожнюються з наборами дійсних чисел, що дозволяє задавати геометричні об'єкти (фігури і відношення, зокрема, відображення та перетворення), а також функціональні залежності за допомогою співвідношень між числами і використовувати при цьому засоби алгебри, теорії чисел, математичного аналізу тощо.

Декартова система координат на прямій визначається початком відліку і одиничним вектором (лінійною масштабною одиницею). Прямокутну декартову систему координат на площині визначають дві взаємно перпендикулярні числові осі зі спільним початком відліку і однаковими лінійними масштабними одиницями. Афінну систему координат на площині визначають дві числові осі зі спільним початком відліку, які перетинаються під довільним кутом, і двома лінійними масштабними одиницями (еталонами довжини).

Прямокутна декартова система координат є адекватним засобом опису групи перетворень подібності та її інваріантів, афінна система координат тонко відображає суть і властивості афінних перетворень (бієктивних відображень простору на себе, які зберігають колінеарність точок, тобто кожні три точки, що лежать на одній прямій, переводять у три точки, що теж лежать на одній прямій).

Якою має бути система координат, щоб в ній легко задавались і описувались властивості фракталів – самоподібних, самоафінних, автомодельних множин; фігур з дробовою фрактальною розмірністю; фігур з дисонуючими метричними та топологічними властивостями масивності; перетворень, що зберігають фрактальні розмірності типу Гаусдорфа-Безиковича борелівських множин? Мова йде про такі фігури метричного простору як множина Кантора, сніжинка Коха, острів Коха, серветка і килим Серпінського, дракон Хартера-Хейтуея, жук Мандельброта та ін.; про перетворення, що зберігають самоподібність фігур; перетворення, що зберігають частоти цифр або середнє значення цифри дійсного числа в тій чи іншій системі числення; про перетворення, що зберігають хвости зображення чисел в тій чи іншій системі кодування, функції і перетворення, що зберігають окремі цифри алфавіту у зображенні чисел тощо.

Якщо діяти за аналогіями («нашими великими вчителя»), то помітивши, що прямокутна декартова система координат на площині отримується в результаті декартового множення і породжується впорядкованою парою двох числових прямих, то розуміємо, що фрактальну систему координат на площині можна отримати маючи дві фрактальні системи координат на прямій. А таку можна дістати через систему подрібнюючих розбиттів одиничних відрізків (визначених цілими кінцями). Зупинимось детальніше на цьому прийомі.

Нехай фазовим простором є відрізок $\left[0;1\right]=\bigcup_{i_1=0}^{s_1-1}\Delta_{i_1}$, де $\operatorname{int}\Delta_i\bigcap\operatorname{int}\Delta_j=\emptyset$ при $i\neq j$. Більше того, $\Delta_{i_1}=\bigcup_{i=0}^{s_2-1}\Delta_{i_1 i}$, де $\operatorname{int}\Delta_{i_1 i}\bigcap\operatorname{int}\Delta_{i_1 j}=\emptyset$ при $i\neq j$ і так далі, $\Delta_{i_1\ldots i_m}=\bigcup_{i=0}^{s_{k+1}-1}\Delta_{i_1\ldots i_m i}$, де $\operatorname{int}\Delta_{i_1\ldots i_m i}\bigcap\operatorname{int}\Delta_{i_1\ldots i_m j}=\emptyset$ при $i\neq j$, $m\in N$.

Якщо для будь-якої послідовності $(i_m)\in L\equiv A_{s_1}\times A_{s_2}\times\ldots\times A_{s_m}\times\ldots$,де $A_{s_m}=\{0,1,\ldots,s_m-1\}$, має місце $\left|\Delta_{i_1\ldots i_m}\right|\to 0\ \ (m\to\infty)$, то $\bigcap_{m=1}^{\infty}\Delta_{i_1\ldots i_m}=\Delta_{i_1\ldots i_m\ldots}$ – точка відрізка $\left[0;1\right]$, а отже, дана система розбиттів відрізка $\left[0;1\right]$ породжує систему координат на цьому відрізку. Таку ми називаємо фрактальною. Способів задати фрактальну систему координат на прямій існує багато. Окремі з них ми називаємо аналітичними. Це ті, що ґрунтуються на розкладах чисел в ряди, нескінченні добутки, ланцюгові дроби тощо. Серед фрактальних систем координат існують такі, що володіють властивістю самоподібності.

Фрактальну систему координат на прямій визначають, зокрема, системи числення, що обслуговують множину дійсних чисел, а також різні системи кодування (зображення) дійсних чисел (як зі скінченним, так і нескінченним алфавітами).

Системою числення дійсних чисел називається сукупність засобів для представлення-подання (математичного вираження), зображення (кодування, скороченого, формального запису), найменування дійсних чисел, їх ідентифікації та порівняння, а також побудови арифметики. Ця сукупність включає: модель числа у формі математичного виразу (ряду, нескінченного добутку, ланцюгового дробу тощо); алфавіт – набір цифр (символів, знаків) для формального (скороченого) запису представлень числа математичним виразом, які відіграють роль чисел або індексів; базис (базисну послідовність), якщо моделлю числа є ряд. Існуючі сьогодні системи числення за своєю формою та структурою досить різні. Класичною у цьому відношенні є s-кова система числення, на основі якої К. Вейєрштрассом була створена перша змістовна теорія дійсних чисел. Сьогодні вона має багато різних узагальнень.

Кодуванням дійсних чисел відрізка $\left[0;1\right]$ засобами алфавіту A називається відповідність між множинами $\left[0;1\right]$ і $L=A\times A\times\ldots\times A\times\ldots$, при якій кожному числу $x\in\left[0;1\right]$ відповідає принаймні один елемент множини L і при цьому кожний елемент множини L є образом принаймні одного числа відрізка $\left[0;1\right]$. Сама послідовність $(\alpha_n)=(\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n,\ldots)\in L$, яка відповідає числу x, називається його *зображенням (або кодом),* α_n *– n-ою цифрою (або символом)* цього зображення (коду). Зрозуміло, що складовою системи числення є кодування, але без вибудованої арифметики це ще не система числення.

Сьогодні для потреб фрактальної геометрії та фрактального аналізу використовуються різні двосимвольні системи кодування дійсних чисел, які визначають фрактальні системи координат на прямій. Серед них медіантне та марковське зображення, представлення чисел ланцюговими A_2-дробами та ін. Ми пропонуємо нове аналітичне двосимвольне зображення, яке визначається одним дійсним параметром $g_0\in(0;1)$ і має перспективи для використання у теорії кодування інформації. Воно ґрунтується на наступному твердженні.

Теорема. *Якщо* $A_2=\{0;1\}$ *– алфавіт,* g_0*– фіксоване дійсне число з інтервалу* $(0;1)$, $g_1\equiv g_0-1$, *то для будь-якого числа* $x\in[0;g_0]$ *існує послідовність* $(\alpha_n)\in L_2\equiv A_2\times A_2\times\ldots\times A_2\times\ldots$*така, що*

$$x=\alpha_1 g_{1-\alpha_1}+\sum_{k=2}^{\infty}(\alpha_k g_{1-\alpha_k}\prod_{j=1}^{k-1}g_{\alpha_j})\equiv\Delta_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_k\ldots}.$$

При цьому множина $\Delta_{c_1c_2...c_m} = \{x : x = \Delta_{\alpha_1\alpha_2...\alpha_k...}, \alpha_i = c_i, i = \overline{1,m}\}$, яку ми називаємо *циліндром рангу* m з основою $c_1c_2...c_m$, є відрізком, довжина якого обчислюється за формулою $|\Delta_{c_1c_2...c_m}| = g_0^{N_0} |g_1|^{m-N_0}$, де N_0 – це кількість нулів у наборі $(c_1, c_2, ..., c_m)$.

Предметом фрактальної геометрії – науки про об'єкти метричного простору та їх інваріанти є фігури, відображення та перетворення просторів, які мають дробову фрактальну розмірність, неузгодженість метричних та топологічних характеристик, зберігають локальну фрактальну розмірність типу Гаусдорфа-Безиковича тощо. Для їх ефективного аналітичного задання та дослідження мають бути адекватні системи координат (координатизації) здатні тонко відчувати локальну структуру об'єктів і поведінку динамічних систем та залежностей. Гармонія між об'єктами, засобами їх задання і дослідження має бути принаймні такою ж як узгодженість між перетвореннями подібності і прямокутною декартовою системою координат, афінними перетвореннями і афінною системою координат.

Маючи дві системи координат на одиничному відрізку, ми отримуємо систему кодування точок одиничного квадрата $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 = [0;1] \times [0;1]$, у якій перша координата точки має зображення у першій системі кодування,а друга – в другій. Знання геометрії кожної з систем спрощує теоретичний аналіз об'єктів і дозволяє використовувати аналітичні засоби для їх дослідження. Прикладом об'єкта, на якому це можна реалізувати, є наступна функція:

$$f\left(\Delta^2_{\alpha_1\alpha_2...\alpha_k...}\right) = f\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k}{2^k}\right) = \Delta_{\alpha_1\alpha_2...\alpha_k...}, (\alpha_k) \in L_2$$

Окремої уваги заслуговує розподіл значень функції f при випадковому аргументі з наперед заданим розподілом, визначеним розподілами цифр зображеннями.

У доповіді пропонується результати досліджень кількох геометричних об'єктів та функціональних залежностей, визначених у термінах різних систем кодування дійсних чисел та точок метричних просторів.

Література

1. *Працьовитий М.В.* Геометрія класичного двійкового зображення дійсних чисел. – Київ. Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2012. – 68 с.
2. *Працьовитий М.В.* Метод координат на площині. Лекція 9. — К.: Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007.— 35 с.
3. *Працьовитий М.В.* Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів. — Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 1998. — 296 с.
4. *Кравченко В.Ф., Масюк В.М.* Новый класс фрактальных функций в задачах анализа и синтеза антенн. Кн.3. – М.: ИПРЖР, 2002. – 74с.

Працьовитий М.В. Фрактальні системи координат і їх застосування.

Анотація. Доповідь присвячена фрактальним системам координатизації на прямій та площині, засобами яких можна описувати локально-складні об'єкти геометрії, теорії ймовірностей, теорії динамічних систем, теорії функцій, зокрема, неперервні ніде не монотонні та недиференційовні функції. Пропонується нова двосимвольна система кодування дійсних чисел одиничного відрізка зі своєрідною геометрією та її застосування у метричній та ймовірнісній теоріях чисел.

Ключові слова: система координат, система числення, геометрія двосимвольного зображення чисел, неперервна ніде не монотонна функція, розподіл значення функції, інверсор цифр, оператор зсуву цифр.

Pratsiovytyi Mykola. Fractal coordinate systems and their application.

Abstract. The report is devoted to the fractal systems of coordinatization on the straight line and the plane. With the systems we study locally complex objects of geometry, probability theory, theory of dynamical systems, theory of functions, in particular, continuous non-monotonic and non-defferentiable functions. We propose new two-symbol encoding system for real numbers of unit segment with original geometry and its application in metric and probabilistic theories of numbers.

Key words: coordinate system, numerical system, geometry of two-symbol representation for numbers, continuous nowhere monotonic function, distribution of function values, inversor of digits, operator of digit shifting.