

**Мартинюк О.В.**

доктор фіз.-мат наук, професор,  
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

**Працьовитий М.В.**

доктор фіз.-мат наук, професор,

**Правіцка Н.С.**

аспірантка,

Український державний університет імені Михайла Драгоманова

## **ГЕОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ В МАТЕМАТИЧНІЙ ОСВІТІ ШКОЛЯРІВ І МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ**

Геометрія – одна з найдревніших галузей математики, яка зародилась з практичних потреб людини. Її витокami є прикладні задачі, які не втратили своєї актуальності і досі. З часом круг геометричних об'єктів розширювався, арсенал засобів дослідження збагачувався, а сама геометрія ставала багатогалузевою. Наразі у ній гармонічно поєднуються різні підходи, прийоми і методи: алгебраїчні, теоретико-групові, топологічні, метричні, стохастичні, конструктивні і аналітичні. Ставши на шлях алгебраїзації завдяки ідеям П. Ферма і Р. Декарта (ідеї координат і ідеї геометричного тлумачення рівнянь, 17 століття) та ідеї Ф. Клейна – розглядати геометричні теорії як теорії інваріантів певних груп перетворень простору (1872 р., Ерлангенська програма), геометрія не втратила свою самобутність. Більше того, саме геометрія стала полігоном для кристалізації сучасного погляду на аксіоматичний метод в науці, на вимоги до системи аксіом і методології їх перевірки (Д.Гільберт, К.Гьодель), зразком для побудови математичної теорії на аксіоматичній основі (аксіоматичний метод, Евклід – Гільберт). Не зважаючи на те, що існує багато відносно автономних геометричних теорій, геометрія залишається єдиною математичною теорією зі своїми внутрішніми принципами самоорганізації.

Геометрія як навчальна дисципліна (як ніяка інша з шкільних дисциплін) має багатий потенціал для розвитку психологічних якостей особистості, розвиває альтернативність мислення і дій, раціоналізм, лаконічність і алгоритмічність в формулюваннях і міркуваннях, формує цілісне уявлення про математику як науку дедуктивну, строгу і точну, нерозривно пов'язану з навколишнім світом і логікою. Шкода, але зміст курсу геометрії в загальноосвітній школі практично не оновлюється, хоча акценти в поглядах на математичну освіту зазнають змін. До цих пір у програмі ШКГ відсутні клітини Вороного, стиск до прямої, перетворення, що зберігають площу (об'єм) фігур, самоподібні фрактали тощо.

Геометричним перетворенням простору (площини, прямої, відрізка) називається бієктивне відображення простору на себе. Відносно автономними є теорії перетворень прямої, площини, тривимірного простору. Елементи цих теорій традиційно вивчались у загальноосвітніх школах України. Але їх вивчення завжди було фрагментарним, конструктивно-синтетичним. До програм шкільного курсу геометрії традиційно входили рухи (переміщення): центральна і осьова симетрії, паралельне перенесення, поворот (епізодично); перетворення подібності, зокрема гомотетія. В останній час ці питання зазнають “утисків”. Рівність і подібність трикутників залишилися

центральними питаннями блоку, ознаки рівності (конгруентності) і подібності трикутників – центральними фактами. Разом з цим метод геометричних перетворень є досить продуктивним загальним методом розв'язування задач елементарної математики, зокрема задач на максимум та мінімум, задач оптимізаційного плану.

Геометричні перетворення вивчають майбутні вчителі математики (студенти спеціальності середня освіта (математика)) у курсі аналітичної геометрії за збалансованою, замкненою, достатньо деталізованою програмою з відповідним повним аналітичним викладом. Програма включає 5 розділів: загальні питання теорії геометричних перетворень площини, рухи, перетворення подібності, афінні перетворення, інверсія. Метод геометричних перетворень – один з основних у конструктивній та проєктивній геометрії. Колінеації (перетворення, що зберігають інцидентність точок прямої) та інверсія широко використовується при розв'язуванні задач на побудову обмеженими засобами (зокрема циркулем та лінійкою). Методика вивчення майбутніми вчителями математики геометричних перетворень могла би бути змістовно збагаченою за допомогою використання сучасних засобів візуалізації, динамічного супроводу та кінематичних прийомів (методів) отримання висновків, тобто сучасних інформаційних технологій. Для цього можуть бути використані існуючі засоби (візуалізації та динаміки), а також ті, які є натуральними і доцільними у контексті аналітики та суміжності. Дуже природним є долучення до теми фактів теорії комплексних чисел, а до навчального процесу – засобів комп'ютерних технологій. Комплексні числа – засіб задання рухів і перетворень подібності, компактизації даних про перетворення площини.

Вважаємо актуальною для сучасної педагогічної науки проблему розробки вдосконаленої методики вивчення геометричних перетворень (площини і простору) школярами і майбутніми вчителями математики на основі збагачення змісту дисциплін за рахунок нових досягнень математичної науки, зокрема фрактальної геометрії, різнопланового урізноманітнення задачного матеріалу (різного рівня складності) і широкого педагогічно виваженого використання сучасних засобів ІКТ. Вважаємо доцільним підготувати навчального посібника для самоосвіти вчителів математики «Перетворення подібності та теорія фракталів», який був би доступним школярам, які цікавляться математикою.

Складовою вказаної педагогічної проблеми є відсутність детального аналізу логічних прогалів ШКМ, які стосуються геометричних перетворень, а також взаємозв'язків теми з іншими темами та предметами.

На жаль, школярі не знайомляться з операцією «композиція перетворень». Осьова симетрія є особливим видом руху, оскільки кожен рух є або осьовою симетрією, або композицією не більш, ніж трьох осьових симетрій. Гомотетія – унікальне перетворення подібності, зокрема тому, що кожне перетворення подібності є композицією гомотетії і руху. Проблема якісного означення форми геометричної фігури неможливе без перетворення подібності і бінарного відношення еквівалентності – «подібність геометричних фігур». Всі ці питання та проблеми очікують свого вирішення засобами (методами) педагогіки та психології.

#### Список використаних джерел

1. Працьовитий М.В. До концепції розвитку математичної освіти // Сучасна

- математика і математична освіта. Матеріали Місячника Інституту математики НАН України в НПУ імені М.П. Драгоманова (1 березня – 2 квітня 2004 р.). – К.: Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. – С. 116 – 121.
2. Працьовитий М.В. Геометричні перетворення. Теоретико-груповий погляд на геометрію. — К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. — 18с.
  3. Працьовитий М.В. Геометричні перетворення. Афінні перетворення площини. — К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2015. — 40с.
  4. Працьовитий М.В. Геометричні перетворення. Інверсія. — К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. — 20с.
  5. Працьовитий М.В. Геометричні перетворення. Перетворення подібності площини з елементами теорії фракталів. — К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2009. — 40 с.
  6. Працьовитий М.В. Геометричні перетворення. Рухи площини. — К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2013. — 44с.

**Матяш О.І.**

доктор пед. наук, професор,  
Вінницький державний педагогічний університет  
імені Михайла Коцюбинського

## **РОЗВИТОК МЕТОДИЧНОЇ НАУКИ ЗА НАПРЯМОМ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ НА ВІННИЧЧИНІ**

**Постановка проблеми.** Наше входження у Європейську наукову спільноту після нашої перемоги має відбутися із глибоким розумінням власних наукових досягнень та національної ідентичності. Безумовно нас цікавить нині прогресивний світовий досвід навчання математики. Маємо аналізувати й запозичувати кращі методичні інновації. Однак, маємо усвідомлювати власні національні надбання й традиції, маємо подбати про вивчення й збереження методичної спадщини, маємо здійснити, зокрема, глибокий аналіз розвитку української методичної науки за напрямом теорії і методики навчання математики. У Вінницькому державному педагогічному університеті імені Михайла Коцюбинського, який у 2022 році відзначив своє 110-ліття, існує знана нині в Україні наукова методична школа. У контексті вивчення та аналізу розвитку української методичної науки за напрямом теорії і методики навчання математики нас цікавить як розвивалася вказана галузь методичної науки на Вінниччині.

**Аналіз останніх досліджень.** Історія наукової та педагогічної діяльності колективу факультету математики, фізики та комп'ютерних наук різнобічно описана у ювілейних виданнях до 100 – річного та 110-річного ювілеїв Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського, до 50-річного ювілею кафедри алгебри і методики навчання математики. Однак, ні в цих виданнях, ні в інших публікаціях викладачів університету не знаходимо інформації про дослідження викладачів університету за спеціальністю 13.00.02. Теорія і методика навчання (математика).