3. Працьовитий М.В., Ісаєва Т.М. Кодування дійсних чисел з нескінченним алфавітом і основою 2 // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. – 2013. – № 15. – С. 5-23.

Семко М.М.
доктор фіз.-мат. наук, професор,
Державний податковий університет
Требенко Д.Я.
кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Український державний університет імені Михайла Драгоманова

ПРО БУДОВУ НЕПРИМАРНИХ УЩН[I)-ГРУП

Однією з найстаріших та актуальних задач теорії груп є вивчення впливу різних систем підгруп на будову всієї групи. Основною задачею теорії скінченних та нескінченних груп можна вважати "повний опис" всіх існуючих в природі груп або хоча б досить широких класів груп. Історія розвитку теорії груп, яка налічує вже понад сто років, показує, що такий опис можна отримати тільки при наявності досить суттєвих обмежень. Досить часто ці обмеження стосуються різних систем підгруп та їх властивостей. Наявність обмежень є необхідною для того, щоб отримати більш-менш прозорий опис. Будова групи значною мірою залежить від наявності деяких природних систем підгруп, їх розмірів, розташування в групі, взаємодії підгруп цієї системи між собою та з іншими підгрупами.

Починаючи з класичних робіт Р. Дедекінда [1] та Р. Бера [2], у яких описані дедекіндові групи (групи, всі підгрупи яких нормальні), почалося вивчення довільних груп G, у яких деяка система підгруп Σ групи G задовольняє умову нормальності. Цей напрямок є одним із важливих в теорії груп. Його головною метою є опис узагальнень дедекіндових груп. Одне із таких узагальнень здійснюється шляхом звуження системи підгруп Σ, що є нормальними в усій групі. Назване узагальнення дедекіндових груп можна знайти в роботах багатьох авторів.

У 1968 році А. Манн [3] почав вивчати групи, у яких нормальні не всі підгрупи системи Σ, а ті групи G, що мають нормальну підгрупу N, розміщену між будь-якими двома підгрупами A і B із Σ, де A – власна не максимальна підгрупа із B. У нього Σ – система всіх підгруп групи G. Групи, введені А. Манном, С. М. Черніков у 1975 році назвав групами з умовою щільності нормальності для всіх підгруп. Він же ввів поняття умов різної щільності для будь-якої теоретико-групової властивості V (доповнюваності, субнормальності, майже нормальності і т. д.) системи підгруп Σ [4, розділ 7]. Будемо говорити, що група G є групою з умовою різної щільності нормальності для Σ-підгруп, якщо для будь-якої такої пари підгруп $A < B$, що A не максимальна в B, існує нормальна в G підгрупа N і виконується одна із умов $A \leq N \leq B$, $A < N < B$, $A < N \leq B$, $A \leq N < B$. Якщо Σ – система всіх підгруп групи G, то одержуємо означення груп з умовами різної щільності нормальності для всіх підгруп (коротко *УЩН[ ]*-груп, *УЩН( )*-груп, *УЩН( ]*-груп, *УЩН[ )*-груп). Локально ступінчасті такого роду описані у роботах [5 – 10].

Якщо Σ – система всіх нескінченних підгруп групи G, то одержуємо означення груп з умовами різної щільності нормальності для нескінченних підгруп.

У даній роботі вивчаються *УЩН[I)*-групи. Група G називається *УЩН[I)*-групою, якщо вона нескінченна неабелева і G має щільну систему нескінченних нормальних підгруп такого виду: для будь-якої такої пари нескінченних підгруп $A < B$, що A не максимальна в B, існує нормальна в G підгрупа N і $A \leq N < B$. Наведено будову локально ступінчастих непримарних *УЩН[I)*-груп.

Лема 1. *Локально скінченна недедекіндова УЩН[I)-група G є або скінченним розширенням квазіциклічної групи, або центральним розширенням прямого добутку двох квазіциклічних підгруп за допомогою скінченної дедекіндової групи.*

Лема 2. *Періодична локально ступінчаста УЩН[I)-група локально скінченна.*

Лема 3. *Нехай G – локально ступінчаста УЩН[I)-група. Якщо група G не є скінченним розширенням квазіциклічної групи, то її комутант G' є елементарною абелевою групою порядку не вище* p^2.

Теорема 1. *Нескінченні недедекіндові локально ступінчасті УЩН[ )-групи вичерпуються групами типів:*

1) $G = C \times Q \times \langle z \rangle$, *C – квазіциклічна 2-група, Q – група кватерніонів порядку 8,* $|z| \in \{1, r\}$, *r – просте число;*

2) $G = ((C \times \langle u \rangle) \leftthreetimes \langle v \rangle) \times \langle z \rangle$, *C – квазіциклічна p-група,* $[u,v] = c \in C$, $|c|=p$, $|u| \in \{p, p^2\}$, $|v| \in \{p, p^2\}$, $[C, \langle v \rangle]= 1$, $|z| \in \{1, r\}$, *r – просте число, при* $|z|=r$ $|u|=|v|=p$;

3) $G = CF$, *C – квазіциклічна p-група,* $[C, F]= 1, C \cap F = \langle c \rangle$, $F= (((\langle c \rangle \times \langle u \rangle) \leftthreetimes \langle v \rangle) \times \langle a \rangle) \leftthreetimes \langle b \rangle$, $|u|=|v|=|c|=|a|=|b|=p$, $[u,v] = c = [a,b]$, $[u,b] = [v,b] = 1$.

Теорема 2. *Нехай G – недедекіндова локально ступінчаста УЩН[I)-група, яка є центральним розширенням прямого добутку двох квазіциклічних підгруп* R_1 *і* R_2 *за допомогою скінченної дедекіндової групи. Якщо* $R_1 \times R_2$ *– непримарна група, то групи G вичерпуються групами типів* $G = R_0 \times G_1$, R_0 *– квазіциклічна q-група,* $q \notin \pi(G_1)$, G_1 *– група одного із типів 1 – 3 теореми 1.*

Теорема 3. *Нехай G – недедекіндова локально ступінчаста УЩН[I)-група, яка є центральним розширенням прямого добутку двох квазіциклічних підгруп* R_1 *і* R_2 *за допомогою скінченної дедекіндової групи. Якщо* $R_1 \times R_2$ *– примарна p-група, то групи G вичерпуються групами типів:*

1) $G = P \times \langle d \rangle$, *група P є прямим добутком* $K \times P_1$ *квазіциклічної 2-групи K і 2-групи* $P_1 = C \times Q$, *C – квазіциклічна 2-група, Q – група кватерніонів порядку 8,* $|d| = q$, *q – просте число, яке не дорівнює 2;*

2) $G = P \times \langle d \rangle$, *група P є прямим добутком* $K \times P_1$ *квазіциклічної p-групи K і p-групи* $P_1 = ((C \times \langle u \rangle) \leftthreetimes \langle v \rangle) \times \langle z \rangle$, *C – квазіциклічна p-група,* $[u,v] = c \in C$, $|c|=p$, $[C, \langle v \rangle]= 1$, $|u|=|v|=p$, $|d| = q$, *q – просте число, яке не дорівнює p;*

3) $G = P \times \langle d \rangle$, *група P є прямим добутком* $K \times P_1$ *квазіциклічної p-групи K і p-групи* $P_1 = CF$, *C – квазіциклічна p-група,* $[C, F]= 1$, $C \cap F = \langle c \rangle$, $F= (((\langle c \rangle \times \langle u \rangle) \leftthreetimes \langle v \rangle) \times \langle a \rangle) \leftthreetimes \langle b \rangle$, $|u|=|v|=|c|=|a|=|b|=p$, $[u,v] = c = [a,b]$, $[u,b] = [v,b] = 1$, $|d| = q$, *q – просте число, яке не дорівнює p.*

Список використаних джерел

1. Dedekind R. Uber Gruppen, deren sammtliche Teiler Normalteiler sind. *Math. Ann*. 1897. 48. P. 548–561.
2. Baer R. Situation der Untergruppen und Struktur der Gruppe *S.-B. Heidelberg Akad*. 1933. 2. P. 12–17.
3. Mann A. Groups with dense normal subgroups. *Israel J. Math*. 1968. 6, № 1. P. 13–25.
4. Черников С. Н. Группы с заданными свойствами системы подгрупп. М.: Наука, 1980. 384 с.
5. Семко М. М. Будова локально ступінчастих ненільпотентних УЩН[ ]-груп. *Укр. мат. журн*. 1997. Т. 49, № 6. С.789–798.
6. Семко М. М. Будова одного класу груп з умовами щільності нормальності для підгруп. *Укр. мат. журн*. 1997. Т. 49, № 8. С. 1148–1151.
7. Семко М. М. Про будову УЩН[ ]-груп з елементарним комутантом рангу два. *Укр. мат. журн.* 1997. – Т. 49, № 10. – С. 1396–1403.
8. Семко М. М. Про будову УЩН[ ]-груп // *Укр. мат. журн*. 1998. Т. 50, № 9. С.1250–1261.
9. Семко М. М. Будова локально ступінчастих УЩН( ]-груп. *Укр. мат. журн*. 1998. Т. 50, № 11. – С. 1532–1536.
10. Семко М. М. Будова локально ступінчастих УЩН[ )-груп. *Укр. мат. журн*. 1999. Т. 51, № 3. – С. 383–388.

Сердюк М.В.
аспірант,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

ПСЕВДО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ ЗІ СЛАБКИМ ВИРОДЖЕННЯМ ДЛЯ РАДІАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ P-АДИЧНОГО АРГУМЕНТУ

1. Вступ

Теорія p-адичної математичної фізики, у якій розглядаються відображення з поля p-адичних чисел $\mathrm{Q_p}$ в поле комплексних чисел C, є добре розвиненою. p-адичні моделі мають важливі застосування в теорії струн, гравітації та космології [1], [4], [5].

У статті А.Н. Кочубея [2] було знайдено правий обернений до оператора дробового диференціювання Владімірова $D^{\alpha}, \alpha > 0$. Виявляється, що це дозволяє звести p-адичну задачу Коші для радіальних функцій до інтегрального рівняння, властивості якого нагадують властивості класичних рівнянь Вольтерра.

У роботі [3] було досліджено нелінійну задачу Коші

$$(D^{\alpha}u)(|t|_p) = f(|t|_p, u(|t|_p)),\ 0 \neq t \in \mathrm{Q_p},\ u(0) = u_0. \qquad (1)$$

Тут

$$(D^{\alpha}\varphi)(t) = \frac{1-p^{\alpha}}{1-p^{-\alpha-1}} \int_{Q_p} |y|_p^{-\alpha-1} \left[\varphi(t-y) - \varphi(y)\right] dy. \qquad (2)$$