

9. Заболотна О. Методи ефективного англійського у школі. *Психолого-педагогічні проблеми сільської школи*. 2012. №41. С. 224–230.
10. Заколінний І. Методична робота в школі. *Шлях освіти*. 2016. № 2. С. 2–12.
11. Закон України «Про освіту». Загальна середня освіта: *Збірник нормативно-правових документів*. Ч. 1. Київ: ЗАТ «НІЧЛАВА», 2017. С. 72–98.
12. Захаров В. Методична робота у середній школі: теорія та практика. *Директор школи*. 2014. № 10. С. 19–24.
13. Звір'юва К. Проблема підготовки сучасного вчителя у просторі методичної діяльності. *Постметодика*. 2011. № 8 (122). С. 4–10.
14. Комогорова М., Рибалко Л. Методичний супровід навчання іноземної мови. Харків: Основа, 2012. 80 с.
15. Овсяна Н. Г. ІКТ-технології в роботі педагога-організатора. *Імідж в школі*. 2008. № 19-21. С. 47–49.
16. Ратушинська А. С. Самоосвітня робота у підготовці методиста початкового навчання. Київ, 2017. 40 с.
17. Стяглик Н. І. Форми методичної роботи учителів-предметників: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Харків, 1994. 24 с.
18. Фесенко О. С. Вивчення поняття «професійна компетентність» у наукових джерелах. *Вісник Черкаського університету. Серія «Педагогічні науки»*. Вип. 32 (365). 2015. С. 128–133.

Нікорак О.О.,

студентка IV курсу Факультету математики, інформатики і фізики
 Національного педагогічного
 університету імені М.П. Драгоманова,
 м. Київ, Україна
*Науковий керівник - Кушнірук С.А.,
 доктор педагогічних наук, професор, доцент кафедри педагогіки
 Національного педагогічного
 університету імені М.П. Драгоманова,
 м. Київ, Україна*

ПІДГОТОВКА МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ ДО ОРГАНІЗАЦІЇ ПРЕДМЕТНОГО ГУРТКА

Анотація. Стаття присвячена впровадженню предметного гуртка з математики на тему «ланцюгові дроби та дії з ними», для учнів 10-11 класів. Аналізується підготовка та готовність учнів до вивчення матеріалу підвищеної складності, роль та задачі вчителя на предметному гуртку, актуальність та потрібність проведення занять такого роду.

Abstract. The article is devoted to the implementation of a subject circle in mathematics on the topic "chain fractions and actions with them", for students of grades 10-11. The preparation and readiness of students to study the material of increased complexity, the role and tasks of the teacher in the subject group, the relevance and necessity of conducting classes of this kind are analyzed.

Актуальність теми. Хто ж він, вчитель математики? Як безпосередньо математик, це людина яка сприяє розвитку здібностей, та навіть талантів дітей, спрямовує на шлях до відкриттів та завжди радий допомогти в написанні наукових робіт. З іншого боку, як вчитель – це людина яка може та, головне, вміє доступно та якісно пояснити матеріал, захопати у свій предмет аудиторію, та систематично створює цікаві форми роботи, що сприяє ще більшій зацікавленості учнів.

Саме різноманітність форм роботи надихають дітей тягнутись до знань. Досить розповсюдженим є проведення факультативних уроків. Вони дозволяють краще розібратись в безпосередньо шкільному матеріалі. Але не менш цікавими є предметні гуртки, організовані для викладення нового матеріалу та вивчення унікальних тем, які навіть можуть наштовхнути учнів на перші кроки у науку та на перші власні відкриття [3; 4].

Зокрема у наш скрутний час діти максимально потребують у підтримці. Їх необхідно спрямовувати, наставляти та вселяти віру у світле майбутнє, в якому вони – дорослі, успішні, всебічно розвинені особистості. У 2019 році, всього три роки тому розпочалась велика пандемія COVID-19, а враження ніби минули десятиліття. З того часу навчальні заклади цілком пристосувались до дистанційної форми роботи, що дало змогу більшій кількості здобувачів освіти, у звичний для них час, відвідувати предметні гуртки. Нажаль, через повномасштабне вторгнення Росії в Україну, велика кількість наших дітей перебувають за тисячі кілометрів від домівок та, очевидно, українських шкіл [9].

Одне з найважливіших завдань вчителів – об'єднувати учнів, давати повне відчуття того, що не зважаючи на відстань педагога та шкільні друзі завжди поруч, попри важке становище давати дітям змогу виявити свої творчі здібності до тих чи інших тем.

Мета статті. Метою даної статті є висвітлення важливості предметних гуртків. У ній буде запропоновано орієнтовний план роботи на предметному гуртку з математики на тему «ланцюгові дроби та дії з ними», який доречно буде проводити для більш зацікавлених та старших учнів, тобто орієнтовно 10-11 класів.

Виклад основного матеріалу. Доцільність проведення предметного гуртка з математики обумовлена рядом факторів. По-перше, це розширює знання учнів у математиці, допомагає навчитись мислити абстрактно та неформально, що знадобиться і у щоденному побуті. По-друге, підлітки масово починають розуміти, що математика – це ключ до розв’язання багатьох проблем, і що саме ця наука є рушійною у сучасному світі. Очевидно, найпопулярнішими професіями за останні роки стали інформаційні технології, програмування тощо. І для вступу до ЗВО на ці спеціальності обов’язковою умовою є хороші знання з математики. Крім того, не перший рік як математика стала обов’язковим екзаменом по закінченню 11 класів, тож ніхто не стане сперечатись про важливість проведення таких заходів.

Поняття предметних гуртків означається наступним чином: **предметні гуртки** – науково-освітні, організовані з метою розширення й поглиблення знань учнів з різних предметів навчального плану школи й розвитку в них інтересу до відповідних галузей науки, художньої літератури і мистецтва, техніки [2; 6; 8]. Розглядатимемо цю позаурочну форму навчання саме як засіб для розвитку інтересу до науки у школярів.

Дійсне число – фундаментальне математичне поняття, ключове для багатьох галузей математики. Дробова частина числа є важливою і загадковою його компонентою, яка в неперервній математиці відіграє домінуючу роль.

Форми існування дійсного числа приваблювали математиків різних часів. Інтерес до задач, пов’язаних із зображенням (представленням) чисел був як самостійним, так і дотичним. Одним із важливих результатів, отриманих в цьому напрямку є запис дійсного числа у формі ланцюгового дробу.

Ланцюгові дроби – це те, що не вивчається у класах, де викладається математика рівня стандарту, проте поглиблений рівень містить тему «діофантові рівняння», де учні і знайомляться з цим поняттям. Задля доступності гуртка здобувачам освіти будь-якого рівня, орієнтовний план роботи проілюструємо наступним чином:

	Зміст навчального матеріалу	Кількість годин
1	Поняття та історія виникнення ланцюгових дробів.	1
2	Послідовність перетворення раціонального числа у ланцюговий дріб.	1
3	Різні способи знаходження НСД чисел. Алгоритм Евкліда.	2
4	Підхідні дроби та їх властивості.	2
5	Поняття діофантового рівняння. Застосування ланцюгових дробів для розв’язування діофантових рівнянь.	3
6	Задачі, що зводяться до розв’язування діофантових рівнянь виду $ax + by = c$.	3
7	Підсумки вивченого матеріалу. Виступи учнів на обрані теми.	2

Кожне раціональне число можна єдиним чином подати у вигляді так званого ланцюгового дробу, до того ж скінченного. Саме вони дають найкращі наближення до числа, але не користуються популярністю через відсутність зручних правил їх додавання, віднімання, множення та інших арифметичних дій. Своє практичне значення вони ілюструють в розв’язуванні задач в електротехніці, автоматичній та обчислювальній техніці.

Ланцюговим дробом раціонального числа $\frac{A}{B}$ називають вираз виду

$$\frac{A}{B} = b_0 + \frac{a_1}{b_1 + \frac{a_2}{b_2 + \frac{a_3}{b_3 + \frac{a_4}{\dots + \frac{a_n}{b_n}}}}}$$

Щоб учнів не лякав новий запис, доречно одразу розглянути приклад того, як цей він утворюється. Введення нового поняття конкретно-індуктивним методом в даному випадку буде доцільнішим, та звичним для сприймання.

Приклад. Розкласти в ланцюговий дріб $\frac{156}{378}$.

$$\frac{156}{378} = 0 + \frac{1}{\frac{378}{156}} = 0 + \frac{1}{2 + \frac{66}{156}} = \dots = 0 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}}}$$

Для зацікавлення, на першому занятті пропонується висвітлити історію виникнення ланцюгових дробів. Ще у 1858 році на Нілі був знайдений древній папірус, який також називають Папірусом Ахмеса. Його написання відносять до XVII століття до нашої ери. За деякими відомостями ланцюговими дробами для обчислення користувались і математики Стародавньої Греції.

Зокрема, з цією темою пов'язані такі відомі імена як Евклід (далі на заняттях буде вивчатись безпосередньо алгоритм Евкліда, винайдений в III столітті до нашої ери), Архімед (користувався ними для знаходження наближення до числа), і навіть Омар Хайям (він поклав ланцюгові дроби в основу ідеї реформи календаря). Але конкретне поняття як ланцюговий дріб вперше описаний італійським математиком Рафаельом Бомбеллі, в статті 1572 року.

На п'ятому занятті час переходить до нового поняття, підхідного дроби. Це ще одна новинка для учнів, оскільки чисельник і знаменник дроби $\frac{P_n}{Q_n}$ формується за формулами, тобто такими законом:

$$\begin{cases} p_n = d_n p_{n-1} + p_{n-2}, & n \geq 1 \\ q_n = d_n q_{n-1} + q_{n-2}. \end{cases}$$

де $p_0 = d_0, p_{-1} = 1, q_0 = 1, q_{-1} = 0$.

На практиці виявлено, що коли матеріал формується в таблиці, його легше сприймати та вивчати. Послідовне обчислення чисельників p_k і знаменників q_k підхідних дроби за вище записаними формулами розміщуємо таким чином:

	a_0	a_1	a_2	...	a_{k-1}	a_k
p_k	$p_0 = a_0$	$p_1 = a_0 a_1 + 1$	$p_2 = a_1 p_1 + p_0$...	$p_{k-1} = a_{k-1} p_{k-2} + p_{k-3}$	$p_k = a_k p_{k-1} + p_{k-2}$
q_k	$q_0 = 1$	$q_1 = a_1$	$q_2 = a_2 q_1 + q_0$...	$q_{k-1} = a_{k-1} q_{k-2} + q_{k-3}$	$q_k = a_k q_{k-1} + q_{k-2}$

Щоб проводити неперервну лінію між заняттями, пов'язувати між собою кожен тему, пригадаємо з учнями як ми шукали НСД за допомогою алгоритму Евкліда. Даємо слухачам поміркувати, для чого ж ми вивчали НСД, де воно використовується. Кмітливі підлітки пригадують, що навіть у 6 класі після цієї теми вони скорочували дроби. Що ж, завдяки описаній вище таблиці для підхідних дроби, можна і скорочення проводити.

Приклад. Скоротити дріб $\frac{2227}{9911}$.

По-перше, пригадаємо як розкласти дріб в ланцюговий:

$$\frac{2227}{9911} = 0 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6}}}}}}$$

І за допомогою таблички знаходимо підхідні дроби.

	0	4	2	4	1	1	6
p_n	0	1	2	9	11	20	131
q_n	1	4	9	40	49	89	583

Отже, за таблицею бачимо, що $\frac{2227}{9911} = \frac{131}{583}$.

Знання різних способів розв'язання однієї і тієї ж самої задачі дає розвиває критичне мислення та сприяє гнучкості розуму особистості.

Знову посилаючись на те, що учням добре відомо, пропонуємо пригадати що таке рівняння та які їх види вони вміють розв'язувати. Нагадаємо, що окрім рівнянь з одним невідомим, у 7 класі були розглянуті способи розв'язання систем лінійних рівнянь з двома невідомими. Але залишається загадкою, як розв'язати одне єдине лінійне рівняння з двома невідомими. Дійсно, такий алгоритм існує, і в цьому нам допоможуть ланцюгові дроби.

Розглянемо вираз виду $ax + by + c = 0$, де a, b, c – деякі числа, а x, y – невідомі. Виявляється, такі рівняння називають діофантовими, на честь давньогрецького математика Діофанта Олександрійського, праці якого мали велике значення у розвитку алгебри та теорії чисел. Його основний вклад в математику – це саме методи розв'язання невизначених рівнянь.

Приклад. Знайти цілі розв'язки рівняння $108x + 84y = 60$.

По-перше, навчимо учнів перевіряти, чи має дане рівняння розв'язки. Для цього знаходимо НСД(108,84)=12. Оскільки коефіцієнт $c=60$ також ділиться на 12 без остачі, то розв'язки шукати доцільно. На знайдене НСД ділимо обидві частини рівняння, і отримуємо:

$$9x + 7y = 5,$$

де коефіцієнти при невідомих вже є взаємно простими числами. І з цих коефіцієнтів формуємо дріб, який розкладаємо у ланцюговий:

$$\frac{9}{7} = 1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}.$$

Пропонуємо комусь з учнів на дошці знайти підхідні дроби до даного, оскільки вони це вже освоїли. Таким чином отримуємо $\frac{1}{1}, \frac{4}{3}, \frac{9}{7}$. Вибираємо передостанній та за формулами знаменника та чисельний підхідного дроби знаходимо:

$$x = (-1)^{n-1}cQ_{n-1} + bt,$$

$$y = (-1)^n cP_{n-1} - at$$

Отримані розв'язки називають загальними, а підставивши довільне ціле t , знайдемо конкретні значення.

Пропонуємо учням поділитись на групи та вдома підготувати розв'язки наступних задач, які можемо зустріти у реальному житті, за допомогою діофантових рівнянь.

1. Хлопці збирали гриби. Один з них знайшов 6 грибів, а інші по 13 кожний. На наступний день кількість хлопців була іншою, один з них знайшов 5 грибів, а інші по 10 кожний. Скільки хлопчиків збирали гриби в перший та другий день, якщо кількість зібраних грибів була однаковою?

2. Старовинна задача. Три сестри прийшли на ринок із курьми. Одна принесла на продаж 10 курей, друга 16, а третя 26. До полудня вони продали частину своїх курей за однією і тією ж ціною, а після – знизили ціну (знов до однакової) та допродали курей. Додому усі троє повернулись з однаковою виручкою, по 35 карбованців. За якою ціною вони продавали курей до і після полудня?

Таке творче завдання просимо учнів підготувати до крайнього уроку у цьому семестрі, таким чином підбити підсумки. Діофантові рівняння ще неодноразово можуть їм зустрічатись на олімпіадах та в завданнях підвищеної складності.

Того року у збірці «Науковий простір студента: пошуки і знахідки» [7] мною було опубліковану статтю на тему «позаурочні форми організації навчання в школі: предметний гурток з математики», де було висвітлено доцільність та способи впровадження занять з теми «уявний математичний світ: елементи комплексного аналізу». Тож, за умови проведення цього гуртка, та описаного вище, учні можуть підсумувати отримані знання засіданням на тему «ланцюгові дроби для комплексних чисел». На ньому буде досліджено алгоритм розкладу комплексних чисел в ланцюгові дроби, здійснена їх порівняння та розглянуто властивості підхідних дробів нового виду.

Висновки. Вважають, що учням не під силу оволодіти нешкільним, важчим матеріалом. Проте якщо обрати правильну структуру подання, та робити це доступно, дітям буде під силу засвоїти будь що.

Серед тем, які було запропоновано викласти учням, школою передбачена тільки одна, я саме «діофантові рівняння», але й вони лише в олімпіадах та класах поглибленого рівня. Підлітки хибно вважають, що шкільна математика це дуже складно, не зрозуміло. Більшість стверджують що вони гуманітарії, виправдовуючи низькі результати навчання. Потрібно розуміти, що саме на вчителя покладена задача направити на технічні напрямки наук, показати та довести що для юних розумів немає нічого неможливого.

Окрім сухого матеріалу, слід і на звичайних уроках проводити мотивацію вивчення, підштовхувати на самостійне знаходження методів розв'язання тих чи інших завдань. Не слід забувати і про такий аспект як коротка історична довідка.

Очевидно, що будь-які гуртки є корисними для учнів, адже вони сприяють саморозвитку та самовдосконаленню, а коли виявляється так, що гурток може стати абсолютно корисним і при майбутньому навчанні, навіть у виші, це безумовно ще більше зацікавлює та надихає.

На завершення також зазначимо, що предметні гуртки активно формують ряд компетентностей, що як ніколи є актуальним з введенням Нової Української школи.

ЛІТЕРАТУРА

1. Додаткові групові, індивідуальні заняття. Предметні гуртки. [Електронний ресурс] – режим доступу: https://studopedia.net/5_14128_dodatkovyi-grupovi-individualni-zanyattya-predmetni-gurtki.html
2. Кушнірук С.А. Педагогіка. Курс лекцій.: Навч. Посібник. К.: НПУ, 2011. 472 с.
3. Кушнірук, С.А. Становлення і розвиток категорійно-поняттєвого апарату вітчизняної дидактики (XVII – XX ст.). Частина 1. (XVII – поч. 60- х рр. XX ст.). О.С. Падалка (Наук. ред.). Київ: НПУ. 2018. 554 с.
4. Лейфура В.М. Задачі з цілими числами. Харків, «Основа», 2003. 144с.
5. Навчальна програма поглибленого вивчення математики у 8-9 класах загальноосвітніх навчальних закладів.
6. Нікорак О. «позаурочні форми організації навчання в школі: предметний гурток з математики». - *Науковий простір студента: пошуки і знахідки*: Збірник матеріалів ІХ Всеукраїнської науково-практичної студентської інтернет-конференції. К.: НПУ, 2022.
7. Kushniruk S.A. Educational-Methodical Literature as a Resource for the Establishment and Development of the Conceptual and Terminological System in Ukrainian Didactics (theEnd of the XVIth century – Beginning of the XXIst Century). *Intellectual Archive*. Toronto: Shiny Word.Corp. Canada. May/June. Vol. 7. No. 3, 2018. P. 168 – 181.
8. Stoyanova T.; Stoyanov P.; Remnova A.; Kushniruk,S.; Rakityanska L.; Drobyazko, S. System-Cluster Technology of e Learning Improvement under Conditions of COVID-19. *Sustainability*, 2021. 132, 4024, pp. 1-16.URI : <https://doi.org/10.3390/su132414024>