

758

297/—

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР
КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ имени А.М.ГОРЬКОГО

К.Ф.ТОПОЛЬНИЦКАЯ

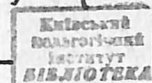
ПРЕПОДАВАНИЕ
ЭЛЕМЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
В СРЕДНЕЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОЙ ШКОЛЕ

А в т о р е ф е р а т

диссертации, представленной на соискание
ученой степени кандидата педагогических наук

294 (042)

Научный руководитель —
профессор И.Е. Ш и м а н с к и й



Киев - 1965

НБ НПУ
імені М.П. Драгоманова



100313965

В Программе Коммунистической партии Советского Союза, принятой XXII съездом КПСС, подчеркивается, что одной из основных задач построения коммунистического общества является воспитание сознательных и высокообразованных строителей коммунизма. В осуществлении этой задачи значительная роль принадлежит самой передовой в мире советской школе.

Наша школа подготовила миллионы активных участников социалистического строительства, труд которых воплощен в таких исторических научно-технических победах, как создание космических кораблей и искусственных спутников, атомных электростанций и скоростных реактивных пассажирских самолетов.

Теперь, в период постепенного перехода от социализма к коммунизму, народное хозяйство нашей страны, оснащенное новой сложной техникой, все больше базируется на математической основе. Задачи технического прогресса требуют, чтобы математической основой производства владели не только его руководители, инженеры, техники, но и вся наша молодежь, которая после окончания средней школы идет на производство и в учебные заведения.

Еще в 1912 году на I Всероссийском съезде преподавателей математики указывалось на необходимость знаний элементов высшей математики не только математикам, физикам, инженерам, но и натуралистам, медикам и вообще каждому образованному человеку.

В настоящее время во многих учебных заведениях — медицинских, юридических, ветеринарных и других —

высшая математика не преподается, а знание элементов математического анализа необходимы. Поэтому целесообразно дать возможность будущим рабочим, юристам, ветеринарам, медицинским работникам и работникам других специальностей приобрести знания элементов математического анализа еще в средней школе.

Значительное расширение сети всех типов общеобразовательных школ, задачи улучшения системы обучения ставят новые требования перед школой, пути перестройки которой определены в "Законе об укреплении связи школы с жизнью и о дальнейшем развитии системы народного образования в СССР".

Основная цель перестройки школы заключается в качественном изменении характера общего образования, повышении его уровня и педагогического мастерства учителей. Применительно к математике эти задачи сводятся к приближению ее преподавания к запросам практики, к улучшению школьного курса математики, содержание которого заметно отстает от научного развития математики. Жизнь требует, чтобы преподавание математики в средней школе было пронизано идеей функциональной зависимости, изучение которой заканчивалось бы изложением элементов дифференциального и интегрального исчисления.

Наряду с вопросами систематизации и установления единой точки зрения на многие вопросы элементарной математики, функциональная зависимость, дифференциальное и интегральное исчисления имеют важнейшее значение и для развития научного мировоззрения учащихся, для понимания ими наиболее общих законов развития природы, общества и мышления.

Ф.Энгельс, определяя значение дифференциального и интегрального исчисления, писал: "Поворотным пунктом в математике была декартова переменная величина. Благодаря этому в математику вошли движение и диалектика и благодаря

этому же стало немедленно необходимо димым дифференциальное и интегральное исчисление... Лишь дифференциальное исчисление дает естествознанию возможность изображать математически не только состояние, но и процессы: движение"^{1/}.

В связи с тем, что изучение элементов высшей математики^{2/} в средней школе приближает школьный курс математики к запросам практики и раскрывает во многом содержание математики как науки, вопросу введения и изложения элементов высшей математики в средней школе уделялось особое внимание. В течение последних двух столетий идет борьба прогрессивных математиков и методистов за введение элементов высшей математики в среднюю школу.

Особенно большое внимание этому вопросу уделяли русские математики и методисты. Так, академики С.Я.Румовский и М.И.Фусс активное участие принимали в улучшении изложения школьного курса математики. Они были авторами проекта гимназического статута 1804 г., в котором предлагалось изучать элементы высшей математики в средней школе, а также авторами ряда пособий для средней и высшей школы.

В середине XIX в. М.В.Остроградский излагал элементы математического анализа в кадетском корпусе. В начале XX в. элементы высшей математики изучались в реальных, коммерческих училищах и кадетских корпусах. В настоящее время в программу нашей средней школы включена тема "Исследование функций. Производная".

1/ Ф.Энгельс, Диалектика природы, Госполитиздат, М., 1950, стр. 206, 218.

2/ Под элементами высшей математики здесь и в дальнейшем будем понимать понятие предела, непрерывности функции, производной и интеграла.

В последнее время написано и защищено несколько диссертаций на эту тему. Часть из них посвящена, главным образом, истории введения элементов высшей математики в курс средней школы и обзору учебно-методической литературы по этому вопросу. В других диссертациях поставлена задача обосновать введение элементов высшей математики в курс средней школы и найти лучшие методические приемы их изложения.

Эти вопросы остаются актуальными и на сегодня. Они представляют предмет многих диссертационных работ потому, что методика изложения элементов высшей математики в средней школе требует особенно тщательной переработки. Поэтому продолжают поиски методических приемов изложения элементов высшей математики, при помощи которых учащиеся вполне достаточно усвоили бы этот материал.

В данной диссертации ставятся такие задачи:

- 1/ осветить роль и значение изучения элементов высшей математики в средней школе;
- 2/ кратко изложить историю борьбы прогрессивных ученых и методистов за введение и улучшение преподавания элементов математического анализа в средних учебных заведениях;
- 3/ на базе изучения учебно-методической литературы средней школы дореволюционной России, Советского Союза, некоторых зарубежных стран, проведенного эксперимента в 4-х школах Украинской ССР и практики преподавания в средней и высшей школе разработать конкретные методические предложения, способствующие усвоению основных понятий элементов высшей математики учениками средней школы.

Диссертация состоит из введения, трех разделов, заключительной части, дополнений и библиографии.

Во введении обосновывается необходимость изучения элементов математического анализа в советской

средней школе на данном этапе развития образования в нашей стране, ставится вопрос о значении знания элементов высшей математики в практической деятельности.

Знания элементов математического анализа, приобретенные в средней школе, имеют большое значение не только для молодежи, которая непосредственно после окончания средней школы идет на производство, но и для студентов заочного и стационарного обучения технических и других вузов.

В настоящее время быстрыми темпами развивается заочное образование. Очень много молодежи, работающей во всех уголках нашей страны, обучается заочно. Успехи в учебе зависят от самостоятельной работы студентов, так как за дальностью расстояния, из-за специфики работы не всегда возможно систематически получать квалифицированные консультации. Поэтому знания элементов математического анализа, приобретенные в средней школе, будут способствовать глубокому усвоению не только высшей математики, но и других дисциплин, базирующихся на ней.

Изучение элементов высшей математики в средней школе имеет большое значение и для повышения уровня преподавания высшей математики, физики, теоретической механики во втузах при стационарном обучении.

Знания элементов математического анализа учащимися средней школы, во-первых, дают возможность при изложении введения в анализ, дифференциального и интегрального исчисления сэкономить время для чтения дополнительных глав высшей математики, необходимых студентам технических вузов, во-вторых, физика и теоретическая механика будут излагаться на определенной базе, а не на словах: "это узнаете позже при изучении высшей математики".

Первый раздел диссертации посвящен историческому обзору вопроса о введении элементов высшей математики в программу средних учебных заведений. В нем освеще-

щается борьба прогрессивных ученых и методистов за реформу преподавания математики в средних учебных заведениях XIX века, в средних учебных заведениях России 1900–1917 гг., в советской средней школе и в средних школах за рубежом; раскрывается приоритет в этом вопросе отечественных математиков, в частности М.В.Остроградского, В.Я.Буныковского; рассматриваются вопросы, связанные с введением элементов высшей математики и результатами их изучения в кадетских корпусах, реальных и коммерческих училищах дореволюционной России.

Изучение отчетов учета успеваемости реальных училищ Кавказского учебного округа подтверждает высказывание математиков и методистов /С.Бернштейна, М.Попруженко, П.Самохвалова/ о положительном влиянии изучения элементов высшей математики на повышение успеваемости по математике.

В этом же разделе освещена работа математических съездов, в частности рассмотрены доклады участников съездов и принятые резолюции, имеющие отношение к введению и изучению элементов математического анализа в средней школе, рассмотрены проекты программ, содержащие элементы высшей математики, а также показана борьба отечественных и зарубежных математиков за реформу преподавания математики в отдельных зарубежных странах: Германской Демократической Республике, Польской Народной Республике, Франции, США и др.

В первом разделе дан также анализ работы Международной комиссии по преподаванию математики в средней школе, печатным органом которой был журнал „*L'enseignement mathématique*” под редакцией Лезана и Фера, а также работы национальных подкомиссий, ежегодно дававших отчет о преподавании математики в средних школах своих стран.

Более подробно освещена работа Международной Парижской конференции 1914 г., где с докладом, состав-

ленным на основании опроса преподавателей математики средних школ многих стран, выступил профессор Буда - пештского университета Беке.

Материалы, собранные профессором Петербургского университета Поссе в России, В.Литцманом в Германии и другими математиками, показывают в каком направлении проводилась реформа преподавания математики в той или иной стране.

В заключении раздела сделаны выводы, в которых раскрыты причины борьбы за введение элементов высшей математики в программу средней школы.

Второй раздел посвящен обзору и методическому анализу учебников и учебно-методической литературы по теме "Элементы математического анализа в средних общеобразовательных учебных заведениях". Здесь рассматривается учебно-методическая литература средних учебных заведений XIX и XX вв.

Все основные понятия в учебниках первой половины XIX в. объясняются без применения теории пределов, и поэтому методику их изложения нельзя использовать в нашей средней школе.

В учебниках второй половины XIX в. /"Начальная алгебра" И.Сомова, "Элементарная алгебра" П.Киселева, "Дополнение элементарного курса математики и введение в высший математический анализ" Н.А.Шапошникова/ заслуживает внимания выяснение отдельных понятий и формулировки их определения /например, понятие функции и предела переменной величины/.

Среди учебников и методических пособий дореволюционных учебных заведений XX века /реальных училищ и кадетских корпусов/ особого внимания заслуживает учебник "Начала анализа" и методическое пособие "Ма-

11 *Zeitschrift für mathematischen naturwissenschaftlichen Unterricht aller Schulgattungen*, 1914, стр.145-160

териалы по методике анализа бесконечно малых в средней школе" М.Попруженко.

В работах М.Попруженко ценным является методический подход к введению основных понятий математического анализа – все понятия формулируются после рассмотрения графиков функций, решения ряда конкретных примеров и задач. Ему первому удалось раскрыть идейную сторону основных вопросов высшей математики в средней школе.

Академик С.Н.Бернштейн писал, что нельзя не приветствовать этот учебник и не пожелать широкого распространения его в наших средних учебных заведениях.

Положительной оценки заслуживает работа П.Самохвалова "К постановке курса анализа в кадетских корпусах", которая фактически представляет собой отчет о результате трехгодичного преподавания элементов математического анализа в кадетских корпусах. Эта работа в части изложения основных понятий высшей математики и методических указаний по данной теме полезна и сейчас.

Значительное место во втором разделе занимает обзор учебников и методических пособий советской средней школы, содержащих элементы математического анализа.

Учебники, вышедшие из печати в первые годы Советской власти /"Руководство алгебры" К.Ф.Лебединцева, "Элементы алгебры и анализа" А.Киселева и др./ были учебниками нового направления в изложении математики в советской средней школе. Элементы высшей математики, хотя были в них и не в большом объеме, но составляли органическую часть школьного курса математики.

В учебнике "Элементы алгебры и анализа" А.Киселева изложение материала в основном построенное на интуиции.

Заслуживают внимания учебники /"Алгебра" под редакцией А.И.Маркушевича и "Алгебра" А.Н.Барсукова/, в которых отдельной главой выделена тема "Функции и их исследование. Производная".

В последнее десятилетие в связи с выходом нового проекта программы издано ряд методических разработок темы: "Функции и их исследование. Производная" А.Г.Гольдберга, О.И.Смирновой, Л.М.Миловановой. В этих работах рассматриваются такие вопросы: функция, предел, производная и ее применение к исследованию функций.

В 1963 году вышло методическое пособие "Основні питання викладання алгебри в IX-XI класах" М.Б.Гельфанда, в котором в пяти последних разделах изложено тему "Функции и их исследование. Производная". В этих методических разработках и пособиях, несмотря на некоторые недостатки, есть ценные методические указания.

Во втором разделе рассматриваются работы /"Математика в трудовій школі" В.С.Воропая и "Методика преподавания математики" под общей редакцией С.Е.Ляпина, и др./, которые посвящены общим вопросам методики изложения элементов высшей математики в средней школе, а также методические статьи по изложению отдельных вопросов элементов высшей математики в средней школе.

Большое внимание в разделе уделяется обзору учебников школ некоторых зарубежных стран: Германской Демократической Республики, Чехословацкой Социалистической Республики, Народной Республики Болгарии, США.

В программу общеобразовательной двенадцатилетней школы ГДР включен большой объем материала по высшей математике /математический анализ и аналитическая геометрия/. Элементы математического анализа составляют органическую часть всего курса математики. Изложение элементов высшей математики начинается с 11-го класса, где на конкретном примере $y=2^{-x}/x=1,2,3,4,\dots$ /вводится понятие предела функции.

Элементы дифференциального и интегрального исчисления изучаются в два приема: сначала разделы "Введение в дифференциальное исчисление" и "Введение в интегральное исчисление", а затем — "Продолжение дифференциального исчисления" и "Продолжение интегрального исчисления". Уравнения в учебниках рассматриваются с функциональной точки зрения. Определение производной и определенного интеграла формулируются после рассмотрения ряда примеров и решения задач /определение угла подъема на некотором участке улицы, определение угла, образованного секущей к параболы с положительным направлением оси ox , вычисление площадей фигур/. Однако в этих учебниках не формулируется определение предела функции. Не совсем удачно с помощью второй производной проводится исследование функций на максимум и минимум, хотя метод исследования функции с помощью первой производной применяется довольно удачно и наглядно.

В учебнике для XII класса излагаются степенные ряды.

Учебники математики 1955 года одиннадцатилетней чехословацкой и болгарской средних школ также содержат небольшой объем элементов высшей математики, то есть понятия функции и предела числовой последовательности. Ценным в этих учебниках является методический подход к введению понятия функции и выяснение практического значения конкретных функций.

В учебниках математики современной 12-летней чехословацкой средней школы физико-математического уклона излагаются элементы аналитической геометрии и математического анализа /понятия предела функции, производной, интеграла/.

Учебники и учебные пособия колледжей США представляют интерес не с точки зрения методики изложения элементов высшей математики, а с точки зрения общей постановки преподавания математики в школах США. В программу двенадцатилетнего образовательного кол —

леджа /средней школы/ США элементы математического анализа не включены, они изучаются в специальных колледжах. В старших классах колледжа некоторые ученики совсем не изучают математику, потому что там установлен свободный выбор учащимися изучаемых дисциплин.

Всю учебную математическую литературу колледжей США можно разделить на три группы: учебники, по которым обучаются в математических классах, учебники, по которым обучаются в нематематических классах, учебные пособия.

К первой группе относятся "Элементарная алгебра для студентов колледжа" и "Промежуточная алгебра для студентов колледжа" Мирона Вайте /1957 г./. Вторая книга является продолжением и углублением материала, изложенного в первой. Эти учебники не содержат элементов высшей математики.

Ко второй группе учебников относится "Основной курс математики для студентов колледжа" профессора математики учительского колледжа Ф.Мюллера /1958 г./. Этот учебник еще более элементарный, материал в нем изложен не систематически, не рассматривается даже понятие функции.

К третьей группе учебной литературы относятся пособия "Элементы математики" Гойстона Бенкса /1956-1957 гг./ и "Введение в математический анализ" Эдгара Эвиса и Роберта Вильсона /1958 г./. Эти пособия сравнительно с программами колледжей США содержат большой объем материала. Они написаны для более подготовленных учеников с целью ликвидировать разрыв между школьным курсом математики и курсом, который изучается на специальных математических факультетах высших учебных заведений.

В первом пособии, кроме линейной и квадратной функций, на конкретных примерах рассматриваются логарифмическая, показательная и тригонометрическая функ-

ции, теория пределов и применение ее в геометрии.

Второе пособие /напечатано на ротаторе/ в течение года в виде эксперимента практиковалось 25-ю преподавателями более чем в 100 классах колледжей. По объему материала оно превосходит ранее названные учебники. В нем формулируется понятие предела функции, непрерывности функции, производной, интеграла. Методический подход к изложению основных понятий формальный. Изложение материала несистематическое. При изучении разных видов функций в каждом отдельном случае рассматривается производная и интеграл этих функций.

В конце второго раздела диссертации дана классификация учебно-методической литературы, рассмотренной в этом разделе, и подведен итог ее научно-методического анализа с точки зрения возможности критического использования ее положительных сторон в нашей школе.

Третий раздел диссертации "Методика изложения элементов математического анализа в средней школе" написан на основании анализа учебно-методической литературы, изучения опыта преподавания математики в дореволюционной и советской школе, бесед с бывшими преподавателями реальных училищ, своего опыта работы в средней и высшей школе, а также проведения эксперимента в ряде школ.

В работе мы предлагаем проект программы для изучения элементов высшей математики в средней школе, в котором предусмотрено краткое повторение ранее изученного понятия функции и изучение таких вопросов:

Предел функции. Непрерывность. Производная. Применение производной к исследованию функций. Дифференциал функции и его применение к приближенным вычислениям. Элементы интегрального исчисления и их применение в геометрии и физике.

Проект программы мы составляли, исходя из за -

дач: включить минимум теоретического материала, дать формулы производных и интегралов простейших функций, которые используются при исследовании функций и решении задач с помощью дифференциального и интегрального исчисления.

На основании обзора истории развития дифференциального и интегрального исчисления, в основе которого лежит понятие бесконечности, делается вывод, что в средней школе при изложении элементов высшей математики целесообразно использовать понятие *п о т е н - ц и а л ь н о й* бесконечности в антично-элементарном стиле, не обращаясь к понятию актуальной бесконечности, где бесконечное множество рассматривается как существующее в виде завершенной совокупности /до и независимо от всякого процесса построения его человеком, как если бы оно полностью лежало перед нами для нашего обозрения/.

Понятия элементов математического анализа, которые базируются на актуальной бесконечности, менее доступны для восприятия учеников средней школы / в связи с недостаточным развитием их абстрактного мышления/.

Более доступно для них, как показал эксперимент, изложение элементов математического анализа на базе потенциальной бесконечности в антично-элементарном стиле, наподобие методу исчерпывания, где множество значений переменной x не дано в готовом виде, и бесконечность здесь не выступает явно. Переменная x в процессе изменения принимает значение так, что за каждым значением есть следующее, которое является не последним.

Такой методический подход к изложению элементов высшей математики не противоречит математике как науке, в частности конструктивной математике, в основе которой лежит понятие потенциальной осуществимости. Это понятие близко к понятию потенциальной бесконечности в антично-элементарном стиле.

Сама идея обойти абстракцию актуальной бесконечности в конструктивной математике подтверждает целесообразность выбора нами при изложении основных вопросов высшей математики в средней школе такого методического подхода.

Изложенные в нашей разработке на основании потенциальной бесконечности основные понятия математического анализа основательно усваиваются учениками средней школы.

В этом разделе, основываясь на понятии потенциальной бесконечности, рассматривается методика изложения таких основных вопросов элементов высшей математики: предел переменной величины, последовательности и функции, непрерывность функции, производная, исследования функций на максимум и минимум, дифференциал функции и его применение к приближенным вычислениям, элементы интегрального исчисления и их применение в геометрии и физике.

Все основные понятия элементов высшей математики в средней школе предлагается выяснить на основании решения конкретных задач и рассмотрения графиков функции с использованием таблиц и наглядных пособий, разработанных и изготовленных автором работы.

На конкретных примерах выясняется смысл понятия предела переменной величины. Рассмотренные примеры таких переменных величин, предел которых в данном процессе изменения не существует, способствуют сознательному усвоению понятия предела учениками средней школы.

Предел числовой последовательности рассматривается как частный случай предела переменной величины.

Теорема $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ доказывается при

изучении теории пределов с целью использования ее при выводе формул производных тригонометрических функций,

Предел функции излагается в X классе, на базе знаний, приобретенных в IX классе при изучении предела переменной величины.

Основные свойства предела /теоремы о пределе суммы, произведения, частного двух функций/ формулируются /без доказательства/ для предела переменной величины. Здесь подчеркивается, что эти свойства верны для предела числовой последовательности и функции непрерывного аргумента.

Понятие непрерывности функции выясняется на основании графиков функций $y = x^2$; $y = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \neq 0 \\ 1 & \text{при } x = 0 \end{cases}$ и таблиц, составленных для конкретных значений аргумента, приращений аргумента в точке $x = 0$ и соответствующих значений этих функций и их приращений.

Определение непрерывности функции в точке x_0 формулируется как равенство предела функции и ее значения в этой точке.

На базе рассмотренных примеров пределов переменной величины и определения непрерывности функции формулируются правила нахождения пределов функции.

Определение производной формулируется после решения задач геометрического и физического содержания. В работе рассматриваются примеры из физики, химии, а также подобран ряд задач практического характера для решения их с учащимися с помощью производных.

Основные формулы производных доказываются по общей схеме, что упрощает их доказательство и дает возможность учащимся часть формул вывести самостоятельно.

При выводе формулы производной от функции $y = x^n$, где n — целое положительное число, целесообразно использовать при раскрытии выражения

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(x + \Delta x)^n - x^n}{(x + \Delta x) - x}$$

формулу суммы геометрической прогрессии.

В связи с тем, что в нашем проекте программы не предусматривается введение понятия сложной функции и ее производной, которая часто встречается при исследовании функций и решении практических задач, нужно дать без доказательства формулу производной произведения конечного числа сомножителей, а производную функции $y = u^n$ рассмотреть как частный случай производной произведения конечного числа сомножителей, когда все сомножители равны между собой.

По общей схеме целесообразно вывести формулы производных тригонометрических функций: $y = \sin mx$, $y = \cos mx$, а производные для функций $y = \operatorname{tg} mx$, $y = \operatorname{ctg} mx$ рассматривать как производные частного.

Это дает возможность обойти доказательство формулы производной сложной функции, но получить формулы производных, которые часто используются при исследовании функций и решении практических задач.

При изложении темы "Исследование функций при помощи производных" необходимое и достаточное условие возрастания и убывания, максимума и минимума функций разъясняется при помощи графиков функций и в процессе решения конкретных задач. Такой методический подход дает возможность ученикам ознакомиться с правилами, необходимыми при исследовании функций, и сэкономить время для решения практических задач и исследования функции.

Понятие дифференциала функции выясняется с помощью графика функции $y = f(x)$, затем формулируется его определение, которое используется при решении конкретных задач.

С помощью серии рисунков и таблицы, составленной из значений приращения функции, приращения аргумента и дифференциала, показано, что с уменьшением

приращения аргумента Δx дифференциал функции dy по величине все меньше отличается от приращения функции Δy . Это свойство используется в приближенных вычислениях.

В конце этой темы даны формулы приближенного вычисления значений функций и относительной погрешности. На некоторых примерах показано их практическое значение.

Тема "Элементы интегрального исчисления" должна быть завершающей частью школьного курса математики, изучение которой предлагается за счет экономии времени /18-20 часов/ при преподавании некоторых тем из курса геометрии.

Мы считаем, что формулы объема призмы, пирамиды, конуса, усеченной пирамиды и конуса, шара и его частей в обычном курсе геометрии можно не доказывать, а получить в виде решения конкретных задач, используя при этом интегральное исчисление.

Исходя из примеров нахождения площади криволинейной трапеции, ограниченной кривой $y=f(x)$, осью Ox и двумя ординатами, одна из которых переменная, и нахождения пути по заданной скорости, мы формулируем понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Понятие определенного интеграла и формула $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ является результатом простой замены переменной x числом b .

В конце темы рассматривается ряд практических задач, которые могут быть использованы для решения в классе и на занятиях математического кружка.

В диссертации в виде дополнения выделен анализ эксперимента по теме "Функции и их исследование. Производная", который проводился нами в четырех школах Украинской РСР /школы № 71 и № 22 г. Киева, Рогачевская и Чайковская средние школы Житомирской области/.

Проведенный эксперимент дает основания утверждать, что понятия предела функции, непрерывности функции, производной и ее применение к исследованию функций по нашей методике для учащихся средней школы можно доступно изложить за 54 часа.

В диссертации дано описание изготовленных нами наглядных динамических моделей, таблиц, а также даны конкретные методические указания для использования их при выяснении основных понятий элементов высшей математики в средней школе. Все эти модели и таблицы просты по своей конструкции и изготовление их учениками под руководством учителя не представляет трудностей.

Выводы диссертационной работы кратко можно сформулировать так:

1. Целесообразность введения элементов высшей математики в среднюю школу обосновывается мотивами:

а/ изучение элементов высшей математики в средней школе развивает у учеников диалектико-материалистическое мировоззрение, повышает идейный уровень преподавания математики в школе, ликвидирует до некоторой степени разрыв между курсом математики средней школы и курсом математики высших учебных заведений;

б/ знания элементов высшей математики, приобретенные в средней школе, служат базой для продолжения учебы в вузах, в особенности на заочном и вечернем факультетах, и изучения технической литературы самостоятельно, дают возможность более просто изложить некоторые разделы геометрии, физики, химии.

2. Изучение дореволюционной, советской и зарубежной учебно-методической литературы, беседы с бывшими преподавателями математики в реальных училищах, проведение эксперимента дают основание утверждать, что элементы высшей математики в некотором

ограниченном объеме доступны для изучения в средней школе.

3. Элементы математического анализа, входящие в школьный курс математики, должны быть его органической частью и заканчиваться темой "Элементы интегрального исчисления и их применение к геометрии". Эта тема должна носить более практический характер.

4. По объему материала элементы математического анализа должны быть небольшой частью школьного курса математики, но определения, теоремы, правила должны формулироваться четко, а доказательства приводиться строго, без всякой фальсификации. Теоремы, которые в средней школе не доказываются, необходимо разъяснять на конкретных примерах, а затем формулировать их и указывать на возможность их доказательства.

5. При изложении всех основных понятий математического анализа необходимо исходить из решения конкретных задач, рассмотрения графиков функций и по мере потребности использовать динамические наглядные пособия и таблицы, которые помогут учителю создать у учеников наглядные представления о переменных величинах, процессе их изменения, производной, дифференциале и т.д.

6. Изложение элементов высшей математики /предел переменной величины и функции, непрерывность функции и ее производной/ необходимо проводить на базе потенциальной бесконечности в антично-элементарном стиле.

7. Для получения хороших результатов при изучении элементов высшей математики в средней школе необходимо организовать семинары учителей школ, где обсудить вопрос о методике изложения элементов высшей математики, а также обращать больше внимания на методику изложения этой темы в школе при подготовке молодых учителей в педагогических институтах.

Основные положения диссертации изложены в опубликованных статьях автора:

1. До історії питання про введення елементів математичного аналізу в курс середньої школи, "Наукові записки Житомирського державного педагогічного інституту", т. IX, Житомир, 1959.

2. Огляд методичної літератури про викладання елементів математичного аналізу в російських і радянських середніх школах /1900-1940 рр./, "Наукові записки Київського державного педагогічного інституту ім. О.М.Горького", т. XXX, 1958.

3. Обзор учебников по математике средней школы ГДР", "Математика в школе", 1958, М., № 5.

4. Про викладання теми "Границі" в 9 класі, "Радянська школа", 1960, № 8.

5. Використання наочності на уроках алгебри. В сборнике "Викладання математики в школі", вип. 1, "Радянська школа", К., 1961.
