

С47

Лис

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР  
КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
имени А. М. ГОРЬКОГО

---

З. И. СЛЕПКАНЬ

**КУЛЬТУРА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ  
ВЫЧИСЛЕНИЙ В ВОСЬМИЛЕТНЕЙ  
И СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ**

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата педагогических наук.

НБ НПУ  
імені М.П. Драгоманова



100313917

К и е в — 1962

В наш век, век завоевания космоса, широкого использования в народном хозяйстве атомной энергии, в век сплошной электрификации, особо важное значение для дальнейшего технического прогресса страны приобретает развитие математических наук и повышение общего уровня математического образования народа. Вот почему улучшение преподавания математики в школе и приближение его к практике имеет важное государственное значение.

Современный уровень развития науки и техники в нашей стране ставит перед школой задачу — наряду с изучением основ наук воспитывать у учащихся высокую вычислительную культуру, т. е. умение разумно выбирать порядок, средства и форму вычислений, обеспечивающие в условиях конкретной задачи получение результата необходимой точности с минимальной затратой времени и усилий.

Среди той вычислительной работы, которая проводится в школе в связи с изучением различных разделов математики, особое место занимают тригонометрические вычисления. К ним мы относим вычисления выражений, в состав которых входят тригонометрические функции. Такого типа вычисления широко распространены в технике, геодезии, астрономии и других областях, а сам термин «тригонометрические вычисления» можно считать общепринятым как в практике, так и в методике математики.

Вычислительную работу, связанную с применением тригонометрических функций, учащиеся выполняют в последнем классе восьмилетней школы и на протяжении всех трех лет обучения в средней школе. Поэтому есть все возможности обеспечить воспитание у них высокой культуры тригонометрических вычислений, хотя при этом придется преодолеть ряд трудностей, связанных со спецификой такого вида вычислений. Эта специфика выражается прежде всего в том, что тригонометрические функции сложнее алгебраических, т. к. их значения в подавляющем большинстве случаев являются числами иррациональными. Это обстоятельство ведет к тому, что вычисления становятся приближенными даже тогда, когда исходные данные задачи задаются числами точными.

Кроме того, в практике обычно приходится решать вычислительные задачи с приближенными данными, что еще больше ус-

ложняет дело. При выполнении тригонометрических вычислений с приближенными данными следует учитывать, что точность линейных и угловых величин взаимосвязана. А это приводит к тому, что учащиеся должны не просто производить вычисления, но и самостоятельно решать вопрос об оценке точности найденных углов в зависимости от точности заданных линейных элементов.

Анализ знаний, умений и навыков учащихся в области тригонометрических вычислений, проведенный нами, а также высказывания авторов целого ряда статей и пособий, свидетельствуют о низком уровне культуры тригонометрических вычислений. Это выражается, прежде всего, в следующем:

1) учащиеся не владеют навыками в выполнении тригонометрических вычислений с приближенными данными;

2) зачастую решают вычислительные задачи иррационально;

3) при выборе формул для выражения искомого величин не учитывают возможные случаи потери точности в процессе вычислений;

4) не имеют четкого представления о точности, обеспечиваемой вспомогательными средствами, не умеют разумно выбирать вычислительные средства в условиях конкретной задачи;

5) не владеют достаточными навыками использования логарифмической линейки в тригонометрических вычислениях;

6) учащиеся слабо владеют способами проверки полученного результата и не приучены делать проверку;

7) при выполнении практических и лабораторных работ по математике в VIII—XI классах учащиеся берут результаты измерений без учета точности измерительных приборов, зависимости между точностью линейных и угловых элементов, а поэтому не могут ни критически оценить полученный результат, ни установить степень точности компонентов при вычислении результата с наперед заданной точностью.

Для устранения указанных недостатков в подготовке учащихся необходима разработка вопросов теории и методики тригонометрических вычислений в школьном курсе математики.

В данной диссертационной работе ставилось целью исследовать постановку тригонометрических вычислений в русской дореволюционной и советской школе, дать оценку уровня культуры тригонометрических вычислений в советской школе на современном этапе, рассмотреть наиболее важные вопросы теории и практики тригонометрических вычислений и с этой точки зрения выдвинуть требования к программе, учебной и методической литературе, а также разработать пути повышения культуры тригономет-

рических вычислений в восьмилетней и средней школе с учетом действующей и новой программ по математике.

В работе над диссертацией были использованы следующие основные методы исследования: изучение и анализ соответствующей теоретической и методической литературы, обобщение опыта работы учителей школ г. Киева, Киевской области и г. Мелитополя, экспериментальная проверка методических рекомендаций автора диссертации, которая осуществлялась на протяжении трех последних лет в школах г. Киева.

Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения.

**Глава I.** Постановка тригонометрических вычислений в практике русской дореволюционной и советской школы.

§ 1. Состояние знаний и навыков учащихся в области тригонометрических вычислений в советской школе.

§ 2. Характеристика программ по математике с точки зрения культуры тригонометрических вычислений.

§ 3. Вопросы тригонометрических вычислений в учебной и методической литературе русской дореволюционной школы.

§ 4. Анализ учебной и методической литературы в период развития советской школы.

§ 5. Подготовка учителей математики в области тригонометрических вычислений.

**Глава II.** Некоторые вопросы теории и практики тригонометрических вычислений.

§ 1. Необходимость установления взаимной связи между точностью линейных и угловых элементов.

§ 2. Некоторые вопросы теории тригонометрических вычислений.

1. Формулы погрешностей тригонометрических функций.

2. О распределении погрешностей тригонометрических функций.

3. Погрешности логарифмо-тригонометрических вычислений.

§ 3. Вопрос о зависимости между точностью линейных и угловых элементов в школе.

§ 4. Опыт измерений и тригонометрических вычислений в геодезии и астрономии и отражение его в школьной практике.

**Глава III.** Пути повышения культуры тригонометрических вычислений в школе.

§ 1. Использование различных вычислительных средств в тригонометрических вычислениях.

1. Таблицы тригонометрических функций и их логарифмов.

2. Логарифмическая линейка.

3. Графические вычисления.

§ 2. Рационализация тригонометрических вычислений при решении задач.

1. О точности линейных и угловых элементов в условии задач.

2. Выбор формул для нахождения неизвестных величин.

3. О приведении общей формулы решения задачи к виду, удобному для логарифмирования.

4. Способы контроля тригонометрических вычислений.

5. Рационализация записей в тригонометрических вычислениях.

§ 3. Учет специфики тригонометрических вычислений при проведении практических работ по математике.

**Заключение.**

**Литература** (цитируемая и упоминаемая, 161 название).

В первой главе анализируется постановка тригонометрических вычислений в практике русской дореволюционной и советской школы, дается оценка уровня знаний и навыков учащихся в области тригонометрических вычислений на современном этапе.

Анализ контрольных, домашних и классных самостоятельных работ учащихся VIII—X классов школ г. Киева, письменных работ по математике на аттестат зрелости и работ абитуриентов, поступавших в последние два года на физико-математический факультет Киевского государственного педагогического института им. А. М. Горького, показывает серьезные недочеты в знаниях и навыках учащихся в области тригонометрических вычислений.

Знакомство с постановкой преподавания в школе, изучение программ, учебной и методической литературы позволили сделать вывод о том, что низкая культура вычислений, связанных с применением тригонометрических функций, объясняется следующими причинами:

1. Школьные программы по математике не обеспечивали выработку у учащихся должных навыков в тригонометрических вычислениях. Лишь в последние годы программы предусматривают изучение правил приближенных вычислений в VI классе восьмилетней школы. В силу этого тригонометрические вычисления выполнялись и выполняются до сих пор только для точных данных, хотя в стабильный задачник П. В. Стратилатова включены задачи и с приближенными данными. В применении тригонометрических функций к решению задач не осуществлялась преемственность между начальным и систематическим курсом тригонометрии.

Новые программы устраняют эти существенные недочеты, однако необходимо дальнейшее совершенствование их с точки зрения

рационализации тригонометрических вычислений и приближения к практике.

Первый год работы по новой программе в VIII классе показал, что при изучении темы «Тригонометрические функции острого угла» большинство учителей и сейчас не уделяют достаточного внимания тригонометрическим вычислениям с приближенными данными. По старой традиции решаются задачи только с точными данными, несмотря на то, что в школах Украинской ССР восьмиклассники 1962—63 учебного года изучали правила приближенных вычислений дважды (в пятом и в шестом классах). Многие учителя школ г. Киева объясняют это тем, что в программе нет указаний о необходимости решать в старших классах задачи с приближенными данными. Надо полагать, что такая необходимость само собой разумеется. Но тем не менее практика показывает, что в первые годы работы по новым программам такое указание требуется по крайней мере в объяснительной записке.

Новые программы по математике для средней школы рекомендуют использовать логарифмическую линейку в качестве основного вычислительного средства при решении треугольников и задач по геометрии с применением тригонометрии. Но в программе не указано, когда необходимо ознакомить учащихся с тригонометрическими шкалами логарифмической линейки до изучения логарифмов или после этого.

Недостатками программ старших классов является отсутствие указаний на необходимость изучения способов составления тригонометрических таблиц, вопроса о точности, обеспечиваемой таблицами, понятия о линейной интерполяции. Все эти вопросы являются необходимой основой для сознательного использования учащимися вычислительных средств в тригонометрических вычислениях.

Наконец, в программе старших классов до сих пор не определено место строгого учета погрешностей при выполнении вычислений, в том числе и тригонометрических.

2. Учебная и методическая литература не соответствует требованиям воспитания у учащихся высокой культуры тригонометрических вычислений.

В учебниках дореволюционной школы решались задачи только для точных данных, не уделялось должного внимания решению задач практического характера с реальными данными, никогда не ставился серьезно вопрос об оценке точности тригонометрических вычислений. Искомые величины вычислялись только с помощью логарифмических таблиц с большим числом десятичных знаков, и это выдавалось за высокую точность вычислений. Но наряду

с этим некоторые авторы дореволюционных учебников по тригонометрии (А. Давидов, Н. А. Шапошников, В. С. Любатович, Ж. А. Серре и др.) выдвигают требования, направленные на рационализацию тригонометрических вычислений и приближение их к практике. Однако эти требования оставались только пожеланиями и не осуществлялись в широкой школьной практике.

В советской школе изменилось отношение к вопросам рационализации вычислительной работы и приближение к практике. В первые же годы развития нашей школы и в особенности в последние десять лет серьезно ставится вопрос об изучении приближенных вычислений, об использовании различных вычислительных средств. Изучение правил приближенных вычислений введено в программу восьмилетней школы. Задачи с приближенными данными включены в стабильный учебник по тригонометрии С. И. Новоселова и сборник задач П. В. Стратилатова. Но вместе с тем вычислительной работе в старших классах еще не уделяется должного внимания. Что касается тригонометрических вычислений, то в силу традиций формальное отношение к их выполнению, отрыв от практики сохранился до сего времени как в школьном преподавании, так и в учебной и методической литературе. Достаточно отметить, что в стабильном задачнике П. В. Стратилатова большинство ответов к задачам на решение треугольников с приближенными данными дано неверно с точки зрения теории приближенных вычислений.

Существенным недочетом научной, учебной и методической литературы является и то, что вопросы теории и практики тригонометрических вычислений недостаточно освещены в ней, что в этих вопросах есть целый ряд спорных и даже неверных трактовок.

3. Учителя недостаточно подготовлены в вопросах теории и практики приближенных вычислений вообще и тригонометрических вычислений в особенности. Учебные планы, программы и пособия для пединститутов не обеспечивают высокое качество подготовки учителей в этих вопросах.

4. В IX—XI классах не всегда соблюдается преемственность между восьмилетней и средней школой при выполнении различного рода вычислений. Учителя старших классов не опираются на знания и навыки учащихся в выполнении приближенных вычислений, полученные ими в курсе арифметики, не совершенствуют их.

---

Наиболее важным вопросом теории тригонометрических вычислений и практики (в первую очередь геодезии и астрономии) является установление зависимости между точностью аргумента и тригонометрической функции, а также линейных и угловых элементов в задаче. Он в первую очередь и рассматривается во **второй главе** диссертации.

Следует отметить, что именно инженерная практика ставит перед математикой необходимость установления зависимости между точностью базисных и угловых величин. Так, инженер Павлов в работе «Производство технических измерений» указывает: «Точностью измерения линий обуславливается точность измерения угла. Справедливым будет и обратный вывод в том отношении, что стремясь довести точность измерения углов до высокой степени, не следует одновременно упускать из виду возможную точность измерения линий, чтобы не использовать напрасно время на установку точного и сложного угломерного инструмента».

Что касается вопроса о зависимости между точностью аргумента и тригонометрической функции, из которой непосредственно следует зависимость между точностью линейных и угловых элементов, то именно геодезическая практика поставила необходимость решения его. Так в «Руководстве по практической геодезии и астрономии» Н. И. Матусевича помещены таблицы, которые без теоретического обоснования, характеризуют погрешности углов при нахождении их по шестизначным натуральным значениям тригонометрических функций и их логарифмам.

Рассмотрение формул погрешностей тригонометрических функций уже дает представление о характере зависимости между точностью аргумента и функции. В частности, эти формулы показывают, что при определении угла по известному приближенному значению функции с помощью натуральных таблиц наименьшую погрешность на интервале от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  дают тангенс и котангенс. Использование же синуса и косинуса при решении этой задачи может привести к значительной погрешности.

Учитывая соотношение между относительной погрешностью и числом значащих цифр приближенного значения величины, можно вычислить по формулам погрешностей тригонометрических функций минимальные и максимальные погрешности углов при определении их по синусу и тангенсу. Это дает возможность без строгого обоснования установить следующие важные для практики рекомендации об округлении искомых угловых величин в зависимости от точности заданных линейных элементов при решении геометрических задач, в частности прямоугольных треугольников:

*если линейные элементы даны приближенными числами с дву-*



мя значащими цифрами, то углы следует находить по таблицам приближенно до  $1^\circ$ ;

если числовые значения линейных элементов имеют три значащие цифры, то приближенное значение углов следует округлять до десятков минут;

в случае четырех значащих цифр в приближенном значении линейных элементов углы следует находить приближенно до одной минуты.

Приведенные рекомендации без оговорок можно применять при определении углов по тангенсу. Что касается функции синуса, то исследование погрешностей показывает, что эти рекомендации целиком оправдывают себя для углов, меньших  $45^\circ$ . Вместе с тем, при возрастании угла, большего  $45^\circ$ , абсолютная погрешность аргумента для функции синуса возрастает, и при углах, близких к  $90^\circ$ , находить углы по синусу нецелесообразно, так как это может привести к значительной погрешности. В работе показано с помощью метода границ, что в случае четырех значащих цифр в приближенном значении данных линейных элементов погрешность при определении угла по синусу может достигнуть  $10'$ .

Более строгое обоснование зависимости между точностью аргумента и тригонометрической функции следует из рассмотрения вероятности распределения погрешностей. Например, исследование вероятности распределения погрешностей функций  $y = \operatorname{tg}x$ , и  $y = \operatorname{arctg}x$ , где значение угла выражено в радианах, и вычисление средне-квадратических погрешностей позволило установить следующее правило: при вычислении тангенса и арктангенса приближенного значения аргумента, имеющего  $k$  значащих цифр, следует сохранять  $k$  значащих цифр.

Рассмотрение вопросов теории тригонометрических вычислений дало возможность выработать обязательный минимум теоретических сведений, доступных учащимся восьмилетней и средней школы.

Уже в VIII классе в связи с изучением четырехзначных натуральных таблиц следует ознакомить учащихся с зависимостью между точностью аргумента и тригонометрической функции. Экспериментальная проверка показала, что восьмиклассники без затруднений воспринимают практические рекомендации об округлении искомого угла в зависимости от точности данного значения тригонометрической функции, если целесообразность принятия таких рекомендаций пояснить рассмотрением соответствующих интервалов таблиц. Методика этого вопроса изложена в § 3 главы II.

В связи с решением прямоугольных треугольников удобнее

всего показать восьмиклассникам зависимость между точностью линейных и угловых элементов. Практические рекомендации об округлении искомым линейных и угловых элементов в зависимости от точности данных необходимо систематически использовать при решении задач по геометрии, физике, геодезии, астрономии, технике.

Изучение опыта измерений и тригонометрических вычислений в геодезии и астрономии позволило нам сформулировать в работе ряд требований к школьной практике измерений и тригонометрических вычислений, направленных на подготовку учащихся к практической деятельности. Эти требования касаются, прежде всего, методики обучения учащихся тригонометрическим вычислениям с приближенными данными, методики организации и проведения измерений и вычислений в практических работах по математике, связанных с применением тригонометрических функций.

\* \*

\*

В третьей главе разработаны пути повышения культуры тригонометрических вычислений в восьмилетней и средней школе.

Анализируя результаты экспериментальной работы, опыт передовых учителей, мы пришли к выводу, что тригонометрические вычисления с приближенными данными в школьном курсе математики следует проводить в основном без строгого учета погрешностей по способу подсчета цифр, положив в основу запись приближенных чисел по принципу Крылова. Но наряду с этим необходимо ознакомить старшеклассников и со строгим учетом погрешностей тригонометрических вычислений по способу границ, теоретическая основа которого проста и не вызывает затруднений у учащихся. Как показано в диссертации, целесообразнее всего это сделать в связи с проведением практических работ по математике и физике, ибо в таких работах обычно вычисляется одна величина, что облегчает подсчет. Кроме того, при обработке результатов измерений по способу границ особенно наглядно получается оценка точности результата, что подтверждает практическую ценность этого способа.

Одним из необходимых условий рационализации тригонометрических вычислений является умелое использование вычислительных средств. Изучая различные средства вычислений, важно показать учащимся место каждого из них и преимущества его перед другими средствами в условиях конкретной задачи.

При выполнении тригонометрических вычислений в школе чаще всего удобнее использовать логарифмическую линейку и на-

туральные таблицы тригонометрических функций в комбинации с другими таблицами (обратных величин, квадратов, кубов, квадратных и кубических корней, таблиц умножения). К логарифмическим таблицам следует прибегать только в тех случаях, где это действительно облегчает вычислительную работу и приводит к требуемой точности результата. В некоторых случаях при решении одной и той же задачи удобно использовать несколько вычислительных средств, в том числе и логарифмические таблицы.

Практика показывает, что сознательность в использовании различных вычислительных средств значительно повышается, если учащиеся имеют четкое представление о точности, обеспечиваемой этими средствами. Следует отметить, что в школе этому вопросу не уделяется достаточного внимания. В связи с этим в первом параграфе третьей главы приводятся методические рекомендации к вопросу ознакомления учащихся с понятием линейной интерполяции при изучении натуральных таблиц.

Особое место в методике обучения учащихся использованию вычислительных средств занимает логарифмическая линейка, официально введенная в школьную практику только в последние пять лет. Результаты проведенной нами экспериментальной работы показали, что учащиеся приобретают прочные навыки в тригонометрических вычислениях с помощью логарифмической линейки при условии, если число выполненных действий на тригонометрических шкалах сведено к минимуму и счетная линейка систематически применяется к решению задач. Применение тригонометрических шкал счетной линейки для решения треугольников следует начинать, без теоретического обоснования, в IX классе и систематически использовать их при решении задач на протяжении всех трех лет обучения в школе второго этапа. По этому поводу в программе необходимо специальное указание. В диссертации приведено описание методических приемов обучения учащихся использованию счетной линейки в тригонометрических вычислениях, которые были применены автором и привели к положительным результатам.

Одним из основных требований к вычислениям при решении задач является их рациональное выполнение.

При решении вычислительной задачи чаще всего приходят вначале к ответу в общем виде, т. е. в виде формулы. Вычисление числового значения одной и той же формулы, в частности содержащей тригонометрические функции, можно производить по-разному: приводя к виду, удобному для логарифмирования, и не делая этого, пользуясь таблицами натуральных значений тригонометрических функций, таблицами квадратов, кубов, квадратных

и кубических корней и не пользуясь ими, пользуясь таблицами логарифмов или используя для вычислений счетную линейку. Эти различные пути вычислений не равноценны, так как требуют разного времени и усилий вычислителя. Поэтому необходимо воспитывать у учащихся умение выбирать для данной формулы наиболее простой и короткий путь вычислений, тем самым не только экономящий время и силы, но и устраняющий условия для возникновения ошибок. В связи с этим может появиться необходимость в некотором преобразовании самой формулы.

С другой стороны, часто случается так, что при решении одной и той же задачи числовое значение искомой величины может быть найдено по нескольким формулам. Тогда из всех возможных формул учащийся должен уметь выбрать ту, которая является наиболее удобной для вычислений.

Однако при этом следует учитывать еще одно важное обстоятельство, с которым могут встретиться учащиеся. При решении задач как с точными, так и с приближенными данными необходимо выбирать формулу для вычисления искомой величины так, чтобы она была не только удобной для вычислений, но и обеспечивала требуемую точность результата.

На примерах решения конкретных задач в работе показано, что точность искомой величины зависит не только от точности исходных данных, но и от выбора той или иной формулы решения. Важно, чтобы старшеклассники знали, в каких случаях и при использовании каких формул может произойти потеря точности в тригонометрических вычислениях и как можно обойти эти «неблагоприятные» случаи.

Чаще всего потеря точности в вычислениях происходит при вычитании близких по величине приближенных чисел. Например, при решении косоугольного треугольника по трем данным сторонам  $a \approx 1,234$ ,  $b \approx 2,345$ ,  $c \approx 3,457$  (задача № 350 (4) по сборнику задач П. В. Стратилатова) углы можно находить приближенно до  $1'$ , так как линейные величины заданы приближенными числами с четырьмя значащими цифрами. Если использовать для нахождения углов формулу площади, как это рекомендуется в стабильном учебнике С. И. Новоселова, то  $\sin A = \frac{2S}{bc}$ .

Числовое значение площади, выраженное по формуле Герона,

$$S \approx \sqrt{3,518 \cdot 2,284 \cdot 1,173 \cdot 0,061}.$$

Здесь приближенное значение  $p - s$  имеет две значащие цифры (значность упала в результате вычитания близких по величине чисел). Согласно правилам подсчета цифр произведение четырех

приближенных чисел в подкоренном выражении, а отсюда и значение корня, можно найти только с двумя значащими цифрами. Вследствие этого синус угла  $A$  найдется не точнее, чем до двух значащих цифр, а угол  $A$  — приближенно до  $1^\circ$ .

Причиной потери точности результата при решении задач могут явиться также вспомогательные средства вычислений. Причем это опять таки часто происходит из-за неудачного выбора формул для вычисления искомых величин. Поясним сказанное примером.

Пусть требуется решить косоугольный треугольник по трем известным сторонам. Чтобы не учитывать падения точности при вычитании, зададим значения данных сторон точными числами:  $a = 128,6$ ;  $b = 635,7$ ;  $c = 638,2$ .

Данные задачи позволяют найти углы треугольника с максимальной точностью, какую обеспечивают четырехзначные таблицы, т. е. приближенно до  $1'$ .

Если определять углы  $A$  и  $B$  по формулам  $A = \arcsin \frac{2S}{tc}$  и  $B = \arcsin \frac{2S}{ac}$ , а угол  $C$  найти из соотношения  $C = 180^\circ - (A + B)$ , как это рекомендуется в учебнике С. И. Новоселова, то  $A \approx 11^\circ 36'$ ,  $B \approx 83^\circ 36'$  и  $C \approx 84^\circ 48'$ .

Если же вычислить все три угла по формулам тангенса половинного угла и сделать проверку, как это рекомендуется в учебниках дореволюционной школы и в современных технических и математических справочниках, то получим  $A \approx 11^\circ 36'$ ;  $B \approx 83^\circ 06'$ ;  $C \approx 85^\circ 18'$  и  $A + B + C \approx 11^\circ 36' + 83^\circ 06' + 85^\circ 18' = 180^\circ$ .

Сравнивая значения углов, вычисленных обоими способами, замечаем, что угол  $B$  найден по синусу с погрешностью в  $30'$ , что является недопустимым при данных условиях.

Наконец, в практике вычислений приходится оперировать исходными данными, которые могут быть равноточными и разноточными. Квалифицированный вычислитель не может начинать вычислений, не соразмерив точности данных линейных и угловых элементов. Поэтому важно научить учащихся наперед определять, с какой точностью может быть вычислен результат, и может ли быть обеспечена вообще точность, требуемая в условии задачи, или же решить вопрос — с какой точностью следует брать исходные данные, если точность результата наперед задана.

В § 2 главы III автором сформулированы требования к точности исходных данных линейных и угловых величин при решении задач в двух возможных случаях: 1) данные задачи включают

только линейные элементы, а среди искомых величин имеются углы; 2) данные задачи включают линейные и угловые элементы.

Воспитание у учащихся критического отношения к точности исходных данных и полученного результата зависит также и от того, насколько совершенны в этом смысле учебные и методические пособия. В существующей учебной и методической литературе требования к точности исходных данных и полученного результата не всегда выдержаны, что показано автором в диссертационной работе.

Известно, что в практике контроль полученного результата является необходимым этапом решения любой вычислительной задачи. Как показали материалы исследования, в школе учащиеся либо вовсе не приучены к контролю вычислений и не знают основных приемов проверки результата, либо проверка сводится к повторному выполнению проведенных вычислений.

В диссертационной работе приведены основные методы проверки тригонометрических вычислений при решении задач.

В вычислительной работе немаловажную роль играют четкие записи и удобное расположение их, устраняющее возможность возникновения грубых просчетов и повторного переписывания некоторых компонентов. Поэтому в диссертации приведены доступные в школьных условиях образцы записей и вычислительных схем при выполнении тригонометрических вычислений.

Особое место в средней школе занимают практические и лабораторные работы по математике. Специфика этих работ выражается прежде всего в том, что учащиеся решают не готовую вычислительную задачу, а получают необходимые данные путем измерений. Поэтому очень важно научить их умело выполнять измерения базисов и углов, верно обрабатывать результаты измерений, правильно округлять результат вычислений, реально оценив точность его. В последнем параграфе диссертации изложены методические рекомендации учителям к проведению практических работ по математике, связанных с применением тригонометрических функций.

## **В ы в о д ы**

Знания, умения и навыки учащихся в области тригонометрических вычислений не удовлетворяют тем высоким требованиям, которые предъявляют к школе современный уровень развития науки и техники в нашей стране.

Для устранения этого недостатка в подготовке учащихся необходимо совершенствование программ, учебных и методических

пособий и уровня теоретической и методической подготовки учителей математики.

В данной диссертации разработаны вопросы теоретического обоснования правил и приемов выполнения тригонометрических вычислений при решении задач, а также изложены разработанные автором и экспериментально проверенные пути повышения культуры тригонометрических вычислений в рамках действующей и новой программ по математике.

Результаты экспериментальной работы и отзывы учителей дают основание предполагать, что широкое использование в школьной практике предложенных, разработанных в диссертации, поможет дать учащимся такую систему знаний, умений и навыков в области тригонометрических вычислений, которая отвечает потребностям практики и повышает общую математическую культуру выпускников школы.

Основные положения диссертации опубликованы в печати в следующих работах:

1. **З. І. Слепкань**, Тригонометричні обчислення в школі, Посібник для вчителів, Київ, «Радянська школа», 1962, стор. 105.

2. **З. І. Слепкань**, Некоторые вопросы культуры тригонометрических вычислений, журнал «Математика в школе», 1962, № 3, стр. 59—62.

3. **З. І. Слепкань**, Тригонометричні обчислення за допомогою логарифмічної лінійки, «Викладання математики в школі», збірник статей, Київ, «Радянська школа», 1962, стор. 76—91.

4. **З. І. Слепкань**, Тригонометричні обчислення з наближеними даними, тези доповідей звітної-наукової конференції кафедри Київського державного педагогічного інституту ім. О. М. Горького за 1960 рік, Київ, 1961.

5. **З. І. Слепкань**, Деякі питання теорії тригонометричних обчислень, тези доповідей звітної-наукової конференції кафедр Київського державного педагогічного інституту ім. О. М. Горького за 1961 рік, Київ, 1962.

---

БФ 25120. Подписано к печати 16/XI 1962 г. Формат бумаги 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Печ. лист. 1. Заказ 1443. Тираж 150.

Типография при Киевском государственном пединституте им. Горького.  
ул. Франко, 44.