

51197  
K82

У-Р  
480/—  
МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
имени А.М. ГОРЬКОГО

К Р Ы Ж К О Г.С.

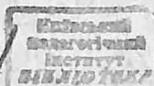
ОБУЧЕНИЕ УЧАЩИХСЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ  
ПУТЕМ СОСТАВЛЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

/По специальности №13731 – методика преподавания  
математики/

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата педагогических наук

/ по методике преподавания математики/

480/дчп/



Киев - 1970

76

НБ НПУ  
імені М.П. Драгоманова



100313565

Работа выполнена на кафедре элементарной математики и методики преподавания математики Киевского государственного педагогического института им. А.М. Горького.

Научный руководитель – член-корреспондент АПН СССР  
доцент ЧЕПЕЛЕВ В.И.

Официальные оппоненты:

Доктор физико-математических наук профессор ЧАРИН В.С.  
Кандидат педагогических наук, доцент ТОПОЛЬНИЦКАЯ К.Ф.

Внешний отзыв – Винницкий государственный педагогический институт им. Н. Островского, кафедра элементарной математики и методики преподавания математики.

Автореферат разослан " \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 1970г.

Защита состоится " \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 1970 г.  
на заседании Ученого совета Киевского государственного педагогического института им. А.М. Горького  
/Киев-30, Бульвар Шевченко 22/24/.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Ученый секретарь Совета.

Современный процесс развития науки и техники характеризуется резким подъемом роли математических знаний.

Достижения математики, ее методы широко используются почти во всех областях знаний, а также в практике. От молодежи, которая теперь выходит в жизнь, требуются не только знания определенной суммы математических фактов, приобретения вычислительных навыков, а и достаточно высоко развитое математическое мышление. Все это обуславливает значительный рост образовательного и воспитательного значения изучения математики в школе.

Задачи подъема образовательной и воспитательной роли школьного обучения требуют пересмотра содержания общего среднего образования, в том числе и содержания школьного курса математики, приведения его в соответствие с современным уровнем математической науки с учетом познавательных возможностей и возрастных особенностей учащихся.

Реформа математического образования в нашей стране направлена на дальнейший подъем как научного уровня знаний выпускников средней школы, так и на общее развитие математического мышления учащихся.

Все усилия повысить научный уровень математической подготовки выпускников средней школы до последнего времени неминуемо наталкивались на проблему начального образования.

Во-первых, реформа математического образования осуществляется в пределах определенного бюджета времени. Между тем, больше половины времени, предусмотренного существующим учебным планом на изучение курса математики средней школы, отводится на арифметику, в то время как объем знаний, требуемых традиционной программой по арифметике, сравнительно незначительный. В началь-

ных классах содержание математического образования сводилось к изучению арифметических действий над натуральными числами и многочисленным однотипным упражнениям в решении примеров и задач. Однообразие упражнений приводило к переутомлению учащихся, к значительному понижению их интереса к изучению математики.

В связи с этим возникла целесообразность сокращения срока начального образования до трех лет.

Во-вторых, экспериментальные психолого-педагогические исследования последних лет показали, что в процессе обучения интеллектуальные возможности детей используются не полностью. В частности, неоправданно обедняется логический и понятийный аппарат, которым пользуются ученики при изучении математики в начальных классах, недооценивается их способность к абстрактному мышлению и обобщению.<sup>1</sup>

В этом аспекте приобретает большую актуальность проблема повышения теоретического уровня начального образования, содержания и методики ознакомления учащихся с элементарными понятиями теории множеств, введения элементов алгебры и усовершенствования методов обучения решению задач, в частности, использования с этой целью элементарных представлений об уравнении.

От решения этой проблемы в значительной мере зависит успех изучения систематического курса математики на современном уровне.

Включение элементов алгебры в программы начальных классов предусматривает устранение одностороннего математического развития детей и имеет целью повышение их познавательной активности

---

<sup>1</sup> Г. Менчинская Н.А., Моро М.И., Вопросы методики и психологии обучения арифметике в начальной школе, Учпедгиз, М., 1965.

и самостоятельности в процессе обучения. Работа над алгебраическим материалом требует применения важных интеллектуальных операций - абстракции, обобщения, анализа, синтеза. Все это составляет необходимый фундамент дальнейшего умственного развития учащихся.

Вместе с тем появляется опасность другой крайности - перегрузки ребенка малодоступными для него абстрактными понятиями.

Возникает важная проблема наилучшего использования возможностей детей, избегания формализма в обучении учащихся младших классов математике.

В исследованиях, которые сейчас проводятся сектором начального обучения АПН СССР, Научно-исследовательскими институтами педагогики союзных республик и Министерством просвещения, в основном рассматриваются вопросы возможности введения элементов алгебры в программу начальной школы, доступности элементарных сведений по алгебре для детей 7-8 лет. Проблема же методики введения элементов алгебры в курс начальной школы и, в частности, вопрос об использовании метода составления уравнений при решении задач в начальных классах остается почти не разработанным. По этому вопросу мы можем встретить в литературе лишь отдельные статьи из опыта работы экспериментальных школ.

Недостаточная теоретическая разработка этой проблемы не может не отразиться на практике обучения в школах, тем более в условиях массового внедрения нового содержания образования в начальных классах. В опыте работы лучших учителей имеется немало интересных методических находок в этом отношении, но в целом постановка введения элементов алгебры и новой методики решения задач разработана слабо, опыт учителей недостаточно

обобщен. Тут далеко еще не полностью используются возможности детей, а иногда эти возможности завышаются, что ведет к перегрузке учащихся.

В данном исследовании сделана попытка усовершенствовать методику решения задач, а именно, разработать способы использования метода составления уравнений при решении задач в начальных классах, соответственно требованиям, которые ставятся перед обучением на современном этапе развития школы, с учетом возрастных особенностей учеников и специфики введения элементов алгебры.

Экспериментальная методика разрабатывалась на основе программы, рассчитанной на трехлетнее начальное обучение, исходя из таких общих положений:

1. Введение элементов алгебры и решение задач методом уравнений в начальных классах должно быть построено на принципе постепенного перехода от конкретного к абстрактному, от некоторого минимума арифметических знаний к более высокому обобщению и абстракции.

2. В I-III классах изучаются элементы алгебры /буквенная символика, ознакомление с простейшими уравнениями и неравенствами, составление уравнений по условию задач/, которые составляют вступительную часть к систематическому курсу математики. Это обеспечивает единую линию формирования алгебраических понятий, начиная с первого класса.

Исследование велось в таких направлениях:

1/ Изучение возможностей формирования у учеников I-III классов понятия об уравнении и использовании этого понятия для решения задач;

2/ Выяснение целесообразности использования уравнений для формирования обобщенных способов решения задач;

3/ разработка методики использования уравнений учащимися младших классов для решения задач.

Для решения поставленных в исследовании задач были использованы:

теоретический анализ проблемы;

анализ опубликованных результатов психолого-педагогических исследований по вопросам овладения алгебраическим материалом детьми младшего школьного возраста;

анализ отечественных и зарубежных учебников и пособий для начальной школы ;

изучение и обобщение опыта работы передовых учителей по данному вопросу;

непосредственная работа автора в школе;

проведение педагогических наблюдений;

обучающий эксперимент в естественных условиях;

анализ и обработка результатов обучения учащихся решению задач методом уравнений;

беседы о учащимися и учителями.

Исследование проводилось в несколько этапов. С 1957/58 по 1962/63 учебные годы автор, работая учителем математики в киевских школах, проводила целенаправленное наблюдение за подготовкой учащихся к изучению систематического курса алгебры и арифметики, анализировала трудности, которые возникали у учеников при начальном изучении этого курса. Наблюдения подкреплялись анализом результатов ученических письменных работ. Кроме того, проводились индивидуальные беседы, а иногда и специальные занятия с отдельными учениками или группой учеников, которым предлагались специальные задания. Параллельно посещались уроки лучших учителей г.Киева.

Материалы этих предварительных исследований обсуждались на семинарах учителей I-IV классов школ г.Киева по вопросам обучения учащихся младших классов решению задач.

Констатирующий эксперимент по выявлению умений учеников младших классов решать задачи был проведен в 1963/64 учебном году. Изучение уровня знаний учеников осуществлялось методом письменных контрольных работ, наблюдений, индивидуальных бесед и путем изучения документации, отчетов директоров школ и докладных записок Министерства просвещения УССР.

Обучающий эксперимент проводился с 1963/64 по 1968/69 учебный год. Им было охвачено около 200 учеников I-IV классов 102 и 24 школ г.Киева. Для сравнительной оценки программы и методики обучения было взято 4 контрольных класса, которые работали по действующим программам.

В процессе исследования фиксировались отдельные этапы усвоения учащимися экспериментального материала, их интерес к отдельным вопросам, активность, умение пользоваться приобретенными знаниями для решения новых задач и построения логического объяснения. Данные констатирующего эксперимента были использованы при разработке методики решения задач путем составления уравнений.

После проверки и уточнения в ходе эксперимента разработанной диссертантом методики была проведена работа по популяризации и внедрению ее в практику школ Украины. С этой целью опубликованы статьи, прочитаны доклады для учителей и руководителей школ.

Проведенное исследование изложено в диссертации, состоящей из вступления, трех глав, выводов и библиографии.

Во вступлении обосновывается актуальность темы, направление, задачи и методы исследования.

П е р в а я г л а в а - "Алгебраический и арифметический способы решения задач; история методики этого вопроса" - содержит анализ характера и содержания пропедевтического курса алгебры, предлагаемого в работах методистов XIX и первой половины XX столетия.

Методика арифметики вообще и методика решения задач в частности совершенствовалась на протяжении многих лет и принадлежит к наиболее разработанным специальным методикам. Вместе с тем, в методике арифметики еще и до нашего времени существует много спорного. В частности, и раньше, и сейчас дискуссионным остается вопрос о месте и значении арифметического и алгебраического способов решения задач в младших классах.

В программах, объяснительных записках к ним, методических пособиях долгое время отстаивалось мнение о том, что решение задач, к тому же арифметическим способом, является одной из самых важных частей учебной работы по арифметике как с точки зрения формирования знаний и навыков, так и с точки зрения идейно-воспитательной.

Решение текстовых задач арифметическим способом занимало и занимает сейчас значительную часть учебного времени, отведенного на курс арифметики как в I-IV, так и V-VI классах. При этом не обеспечивается ни надлежащее математическое развитие учащихся, ни подготовка их к изучению систематического курса математики, ни твердые умения и навыки в решении арифметических задач. Некоторые учителя и теперь отрицают использование алгебраического метода при решении задач в начальных классах. Причиной этого является переоценка значения арифметических способов в развитии логического мышления учащихся и недооценка алгебраического метода, который не только естественнее и быстрее приводит к нужному

результату, но и делает возможным решение таких задач, которые трудно или невозможно решить арифметически, способствует формированию у учеников навыков обобщенного, абстрактного мышления.

Можно понять учителей и методистов дореволюционной начальной школы. Тогда эта школа для большинства детей была первой и последней ступенью обучения. От тех, кто оканчивал эту школу, требовались знания и навыки, необходимые в быту и несложной производственной деятельности. Никаких задач по подготовке детей к продолжению образования школа не ставила.

Начиная с конца XIX и начала XX столетия, прогрессивные педагоги-математики ставили вопрос о пропедевтическом ознакомлении учащихся с понятиями функциональной зависимости и с некоторыми алгебраическими понятиями /введение буквенной символики, тождественные преобразования, решение уравнений первой степени с одним неизвестным и их применение к решению задач/.

Теоретическая разработка пропедевтического курса алгебры осуществлена впервые известным педагогом, учителем С.В.Ковалевской А.Страннолюбским в его "Курсе алгебры, построенном на постепенном обобщении арифметических задач" /С.-П., 1868/. Работа А.Страннолюбского опережала свое время и поэтому не удивительно, что не нашла сразу должного признания. Лишь через 8 лет В.Е.Евтушевский и А.Глазырин в "Методике подготовительного курса алгебры" снова поставили вопрос о необходимости введения в школьную практику пропедевтического курса алгебры.

В конце XIX столетия как в России, так и на Западе поднимается волна борьбы за реформу содержания и методов обучения математике в средних школах.

Одним из первых, кто поддержал новые идеи и стремления найти пути их реализации, был творец метода целесообразных задач С.И.Шохор-Троцкий. Уже в 1900 году он предложил включить в систе-

математический курс арифметики алгебраический материал, разработал систему его размещения в курсе арифметики и методику преподавания. С.И.Шохор-Троцкий активно отстаивает мысль о необходимости уже в курсе арифметики использовать алгебраический метод решения задач.

В работах, опубликованных в первом десятилетии XX столетия, нашли свое отображение новые идеи: отказ от формальных целей в преподавании математики и, в частности, алгебры, выделение пропедевтического цикла уравнений в средней школе /программа, составленная П.С.Вахновским, работы П.Долгушина, Д.Левитуса и др./.

Горячим сторонником и пропагандистом пропедевтического курса уравнений был Е.Ф.Лебединцев. Его учебники, опубликованные в 1910-1913 годах, хотя и не были приняты как обязательные / т.к. вскоре ломали традиционную систему преподавания элементов алгебры/, сыграли большую роль в дальнейшем развитии пропедевтического курса алгебры, способствовали проникновению учения об уравнении в курс арифметики.

В 1917 году Ф.И.Егоров, продолжая линию Евтушевского, Шохор-Троцкого, Лебединцева и других методистов, отстаивает мысль о необходимости обучения учащихся в курсе арифметики решению задач с помощью составления уравнений первой степени с одним неизвестным.

В первые годы существования советской школы в программах нашли свое отображение новые идеи: была сделана попытка достижения единства в преподавании арифметики и алгебры. Элементы алгебры вводились в начальные классы, причем в основу было положено понятие функции и уравнения.

Но этот процесс проходил неравномерно.

В программах, разработанных в 1920 году научно-методической секцией МОНО, элементы алгебры вводятся уже только в V классе. В 1921 г., когда основным типом школы стала единая семилетняя школа,

в курс арифметики начальной школы вводилась буквенная символика и решение простейших уравнений.

В 1924-1925 учебном году, когда школы руководствовались комплексной программой ГУСа и на первое место выступало практическое применение математики, снова только в У классе предусматривалось использование буквенных формул при вычислениях и решении задач с помощью уравнений.

Начиная с 1927 года, в школе изучаются отдельные математические дисциплины. При этом до 1948 года курс арифметики заканчивался в У классе, а с 1948 г. - в УІ классе. В нем элементы алгебры и, в частности, решение задач методом уравнений, не предусматривалось.

Проведен анализ разных путей внедрения в школьный курс арифметики пропедевтики уравнений. Пропедевтический курс алгебры, рекомендованный методистами конца XIX и начала XX ст., включает элементы, которые вошли в методику математики и стали традиционными. Это прежде всего методы начального ознакомления учащихся с уравнениями и способами их решения:

а/ ознакомление с уравнениями рекомендуется начинать с решения конкретной задачи, что позволяет сразу же показать применение уравнений; б/ метод решения уравнений базируется на применении свойств арифметических действий.

В этой же главе дан анализ современных исследований и экспериментальных программ по начальной математике как в нашей стране, так и за рубежом. Отмечено, что в вопросе модернизации математического образования вообще наметились такие направления:

Г. Изменение содержания математики как учебного предмета за счет сокращения некоторых традиционных разделов этого курса, которые потеряли свое образовательное и воспитательное значение, построение школьного курса математики на основе современных идей.

При этом изменение содержания учебного материала должно связываться с полной перестройкой системы и методов преподавания.

2. Постепенная модернизация школьного курса математики, построение ее содержания с учетом передовых идей современной математики и возрастных возможностей детей, а также усовершенствованием форм и методов учебно-воспитательной работы.

В деле усовершенствования математического образования вообще и в начальных классах в частности большое значение имеют исследования, которые ведутся в странах народной демократии с позиции марксистско-ленинской теории познания и базируются на социалистической системе организации общественной жизни.

В диссертации дается краткий обзор исследований, которые проводятся в этом направлении в ЧССР, ГДР, ПНР.

Проведен анализ экспериментальных программ по начальной математике, которые разработаны и проверяются в нашей стране /институтом психологии при АПН СССР, институтом теории и истории педагогики АПН СССР, НИИП УССР, и др./, в частности, по вопросам изучения в начальных классах элементов алгебры и решения задач методом составления уравнений.

Подводя итоги проведенным исследованиям, мы пришли к выводу, что хотя идея внедрения алгебраического способа решения задач, начиная с первого класса, уже не вызывает особых возражений, все же в практическом ее осуществлении много вопросов остается нерешенными.

Это, прежде всего, вопросы о видах задач, на которых наиболее целесообразно впервые ввести понятие об алгебраическом способе решения задач, их месте в программе и учебниках. Не менее важным является вопрос последовательности в подборе системы упражнений для решения задач путем составления уравнений, установления целесообразного соотношения между арифметическим и алгебраическим способами решения задач.

Совершенно не разработан вопрос методики обучения учащихся начальных классов решению задач составлением уравнений.

Все эти вопросы явились предметом нашего исследования.

В т о р а я г л а в а - "Составление уравнений - один из общих путей решения текстовых задач", - носит несколько теоретический характер. В главе рассмотрены вопросы, связанные с основой формирования в дальнейшем понятий о равенстве, тождестве, уравнении, а также рассмотрены различные трактовки уравнения.

Отвечая на один из основных вопросов нашего исследования - вопрос о видах задач, на которых наиболее целесообразно впервые ввести понятие об алгебраическом способе решения с помощью уравнений и их месте в программе I-III классов, мы исходили из того, что устанавливали, какую реальную роль выполняют те или другие задачи при обучении начальной математике, какая цель их введения, какие мыслительные операции развиваются. В работе был проведен анализ разных видов задач с точки зрения целесообразности решения их тем или другим способом.

В результате этого анализа был сделан вывод, что а р и ф м е т и ч е с к и й с п о с о б сохраняет свое значение на протяжении всего периода начального обучения математике. Этот способ наиболее целесообразно использовать:

для простых задач, при решении которых раскрывается смысл каждого арифметического действия, на первых этапах знакомства с понятием "задача" ;

Для задач на разностное и кратное сравнение, некоторых составных задач, приводящих к уравнению  $x = f(a, b, \dots, m)$ , а также задач на нахождение четвертой пропорциональной величины, на пропорциональное деление /в начальном периоде/ и задач на нахождение чисел по двум разностям.

Переходной способ от арифметического к алгебраическому /способ, который включает в себе некоторые элементы алгебры - обозначение неизвестного через  $X$  и составление уравнения вида  $x = f(a, b, \dots, m)$ , но решение при этом выполняется арифметическими методами/ целесообразно использовать для решения всех простых задач, при решении которых раскрывается смысл каждого арифметического действия и формируется понятие разностного и кратного сравнения, составных задач, приводящих к уравнению вида  $x = f(a, b, \dots, m)$ , а также при решении задач на нахождение четвертой пропорциональной величины, пропорциональное деление и нахождение чисел по двум разностям.

Алгебраический способ решения задач /способ, при котором задача решается с помощью составления уравнения вида  $f(x) = a$  и рассуждения при решении уравнения ведутся на основании знания зависимостей между компонентами и результатами арифметических действий/ нашел свое широкое применение. Этот способ, в частности, целесообразно применить при решении простых задач, при решении которых раскрывается связь между прямыми и обратными действиями, а также между результатами и компонентами арифметических действий, составных задач, которые приводят к уравнениям вида  $ax \pm b = c$ ,  $ax \cdot b = c$  и др. задач на нахождение чисел по их сумме/ или разности/ и кратному отношению; задач на метод исключения неизвестного путем замены одного неизвестного другим и некоторых задач на пропорциональное деление при условии, что через  $X$  будет обозначена промежуточная неизвестная величина.

Решение задач алгебраическим способом вполне возможно без знакомства учеников со свойствами уравнений. При этом задачи должны быть расположены в порядке возрастания трудностей в решении

уравнений, а именно:

1. Задачи, которые приводят к уравнениям вида  $a * x = b$   
 $x + a = b$ .

1  $a, b$  - данные числа,  $*$  - знак действия/.

Решение таких уравнений требует от учеников знания зависимости между компонентами и результатами арифметических действий.

2. Задачи, которые приводят к уравнениям вида

$$(a * x) * b = c$$

$$(x * a) * b = c$$

и др.

Эти уравнения требуют от учеников не только знания зависимостей между компонентами и результатами арифметических действий, а и умения видеть эти зависимости в составных выражениях.

3. Задачи, которые приводят к уравнениям вида

$$ax + bx = c$$

и др.

Эти уравнения требуют от учеников знания законов арифметических действий.

Анализ задач с точки зрения целесообразности решения их тем или иным способом показал возможность и целесообразность использования алгебраического метода, начиная с первого класса.

Качественная разнообразность арифметических способов и единство алгебраических позволяет выработать у учащихся общий подход к решению разных видов задач.

В связи с этим в диссертации рассмотрены вопросы, связанные с проблемой алгоритмического подхода к решению задач алгебраическим способом.

В наше время ученые и методисты придают большое значение перспективам алгоритмического обучения. Однако, в школьном курсе математики этот вид обучения почти не используется. В частности,

в недостаточной мере проводится обобщение методов решения большого класса задач, учащиеся часто не видят / а учителя не всегда помогают им в этом/ общий математическую сущность в разных вариантах условий задач.

Предложенный нами алгоритм решения в начальных классах текстовых задач алгебраическим способом состоит из нескольких шагов. Основным при этом было направление внимания учащихся на сравнение решений разных по содержанию задач, в результате чего они выделяли общие звенья при их решении. На основании этого был введен упрощенный алгоритм решения задач, который состоял из таких шагов:

1. Прочитай и изучи условие задачи.
2. Найди известные числа /величины/.
3. Найди неизвестные числа /величины/.
4. Выполни краткую запись условия задачи /или составь схему/.
5. Установи связь между известными и неизвестными величинами /числами/.
6. Составь уравнение.
7. Реши уравнение.
8. Если возможно, проверь решение задачи.

Кроме этого с данным алгоритмом "работают" вспомогательные алгоритмы отдельных шагов - алгоритм изучения и анализа условия задачи; алгоритм записи соотношения в виде уравнения, алгоритм решения уравнений, алгоритм проверки.

Методика работы по обучению учащихся решению задач на основе алгоритма раскрыта в третьей главе диссертации.

Анализируя формы умственной деятельности при арифметическом и алгебраическом способах решения задач, мы пришли к выводу, что алгебраический способ обеспечивает общий принцип в анализе и решении задач и дает возможность применить алгоритм.

Решение задач путем составления уравнений отличается от арифметического способа не только введением буквенных обозначений неизвестного, но характером моделирования зависимостей величин в задаче. Эти зависимости представлены тут не в виде цепочки формул, каждое звено которой связано с выполнением предыдущего действия и все звенья которой соединяются лишь в конце, а сразу в виде формулы-уравнения, в котором фиксируются все существенные связи между известными и неизвестными величинами. Общность алгебраического способа раскрывается полнее, если при анализе сразу ориентироваться на то общее свойство всех задач, что они могут быть представлены в виде двух уравниваемых величин/или двух выражений одной и той же величины/. В этом случае схема решения задачи имеет вид:

$$F_1(a, b, \dots, m, x) = F_2(a, b, \dots, m, x)$$

Соответственно этому, вначале нужно выявить существующие формы зависимости /  $F_1$  и  $F_2$  / между известными величинами /  $a, b, \dots, m$  / и неизвестной /  $x$  /, которые устанавливает исходное равенство определенных величин между собой.

Для обоснования содержания и методики работы по использованию уравнений важно было иметь обобщенные данные об основных недостатках в обучении решению задач учеников начальных классов школы по традиционным программам и методике.

С этой целью нами проведено исследование, в результате которого были выяснены вопросы восприятия учащимися задачи, умение провести логический анализ ее структуры, кратко записать ее условие, а также приемы педагогического руководства умственными действиями учащихся в процессе решения задач и умение учащихся решать задачи несколькими способами.

Изучение уровня умений решать задачи, соответственно сформулированным выше исходным позициям, осуществлялось без какой-либо специальной предварительной подготовки учащихся и проводилось в конце учебного года, когда исследуемый программный материал должен быть не только пройден, но и закреплен. Исследование проводилось в 24-й, 102-й, 175 и 165 школ <sup>г. Киева</sup> в виде письменных контрольных работ, протоколирования уроков, бесед с учащимися. В ряде других школ г. Киева и Киевской области проведено выборочное исследование. Кроме этого, автором были использованы и проанализированы контрольные работы, которые проводились Министерством просвещения УССР в 1965/66 уч.г. с целью проверки качества знаний учеников по математике 145 начальных классов 52 школ республики.

Подводя итоги проведенному исследованию, мы пришли к выводу, что слабые умения учащихся в решении задач связаны главным образом с такими причинами:

1. Поверхностным разбором задач. У большинства детей не воспитана привычка старательно изучать условие задачи, не сформирован общий способ ее разбора, учащиеся не ознакомлены с системой приемов в работе над текстом, не умеют установить связи между данными и искомыми величинами.

2. Неумением конкретизировать условие задачи, представить зависимость между величинами в виде краткой записи.

3. Учащиеся плохо осознают зависимость между величинами. Они часто незосознательно синтезируют два числа и выбирают действие, т.е. не учитывают тех связей, которые даны в условии задачи.

4. Учащиеся часто не осознают хода решения задачи, произвольно манипулируют числами, выполняют действия, не задумываясь над тем, нужно ли оно для ответа на основной вопрос.

5. Все рассуждения по разбору задачи /при аналитическом или синтетическом способах/ проводит главным образом учитель, а ученики являются лишь пассивными последователями этих рассуждений.

6. При существующей системе обучения самостоятельному решению задач у учащихся, в основном, вырабатываются умения решать задачи, аналогичные тем, которые объясняет учитель, и не формируется общий подход к решению любой задачи.

7. Большинство учащихся не умеет решать задачи несколькими способами, т.е. не могут разносторонне осознать связи между данными и искомыми величинами, вникнуть в своеобразие построения задачи.

В третьей главе - "Методика обучения учащихся решению задач методом составления уравнения", - на основе эксперимента разработана методика обучения учащихся младших классов решению задач составлением уравнений вида  $x = \varphi(a, b, \dots, m)$  и  $\varphi(x) = a$ .

В основу экспериментального обучения было положено формирование у учащихся обобщенных умений решать задачи на основе алгоритма.

Умение решать задачи предусматривает знание способов/или приемов/ выполнения отдельных действий. Эти действия должны осуществляться в соответствии с определенными общими правилами, которые способствуют рациональному подходу к задаче. Формирование общего способа работы над задачей /на основе определенных "правил" - алгоритма/ мы начинали с ознакомления учащихся с приемами и последовательностью действий при разборе задачи. После этого проводили тренировочные упражнения, создающие базу для практического овладения умением решать задачи.

Первая часть "правил" была направлена на осознание условия задачи; вторая - на выяснение того, о чем идет в ней речь; следующая часть - содержала указания, направленные на выделение данных и искомым величин и умение кратко записать задачу в виде схем, графика, таблицы и др.; в дальнейшем внимание учащихся направлялось на установление связей между данными и вопросом, на решение задачи и ее проверку.

В диссертации подробно рассмотрена методика работы и дана система упражнений по каждой части "правил" /алгоритма/. В обучающем эксперименте мы стремились показать учащимся всю систему приемов разбора задачи в определенном плане.

На протяжении определенного времени мы знакомили учеников с отдельными приемами, а потом схему разбора задачи предложили в виде системы "правил" /алгоритма/.

Операции, которые входят в данный алгоритм, обеспечивают анализ и решение любой задачи, которая приводит к уравнению

$$x = f(a, b, \dots, m).$$

При формировании у учащихся обобщенных ассоциаций можно выделить такие важные моменты: вначале это совместная деятельность учителя и учеников /действия учителя при этом руководящие/; в дальнейшем действия учащихся приобретают большую самостоятельность но еще сохраняют подражательный характер, и в результате подражательных, мнемических и мыслительных действий учащиеся постепенно приходили не только к осознанию отдельных сходных операций, а и к пониманию обобщенной структуры процессов решения задач.

В ходе обучающего эксперимента, когда действия учащихся приобрели большую самостоятельность, мы несколько упростили "правила".

Обучение детей решению задач составлением уравнений вида  $f(x) = a$  требовало проведения подготовительной работы. Это, во-первых, работа, связанная с подготовкой учеников к составлению уравнений по условию задач, и, во-вторых, работа, связанная с обучением учащихся решать уравнения на основе зависимостей между компонентами и результатами арифметических действий. Поэтому это обучение состояло из нескольких частей.

1. Формирование у учащихся некоторых алгебраических понятий:

а/ введение буквенной символики,

б/ обучение учащихся решать простые задачи, нахождение неизвестного компонента арифметических действий составлением уравнений с целью формирования у них самого способа составления уравнений, а так же с целью предварительного общего знакомства учащихся с простейшими уравнениями и их решением на основании зависимостей между компонентами и результатами арифметических действий;

в/ обучение составлению алгебраических выражений по условию задач или отдельных математических предложений ;

г/ обучение учащихся решению некоторых уравнений вида

$$\begin{aligned}(x * a) * b &= c \\ (a * x) * b &= c\end{aligned}$$

и др.,

где \* - знак действия,  $a, b, c$  - данные числа/.

2. Обучение решению задач составлением уравнений вида

$f(x) = a$  на основании общих правил /алгоритма/.

В диссертации разработана система упражнений и дана методика работы по каждой этой части.

Система предложенных "правил" разбора задач, которые приводят к уравнению вида  $f(x) = a$ , во многом совпадает с той, что приводилась выше, /для задач, приводящих к уравнению  $x = f(a, b, \dots, m)$  /, только с некоторыми изменениями, касающихся третьей и четвертой части работы над задачей.

Рассмотрена специфика работы над задачами, которые мы считали целесообразным ввести в программу начальных классов и решать алгебраическим способом.

На всех этапах обучения проводилась проверка хода и качества усвоения действий по решению задач составлением уравнений. Проверка должна была прежде всего ответить на основной вопрос исследования: о возможности формирования у учащихся начальных классов умения решать некоторые задачи алгебраическим способом, о достаточной результативности этого обучения, не снижается ли при этом развивающий эффект обучения. Это можно было проследить по результатам контрольных работ, по характеру и трудности задач, которые решались.

Особое значение имела проверка возможностей детей решать новые, не знакомые им виды задач. Такая проверка могла показать, действительно ли учащиеся владеют общим способом решения задач.

Анализ ошибок, которые допускались учащимися в процессе решения задач, позволял делать выводы о степени сформированности у них понимания механизма составления уравнений.

Данные исследования по теме диссертации позволяют сделать следующие выводы:

I. Опытная проверка полностью подтвердила целесообразность и посильность введения в курс арифметики элементов алгебры и, в частности, обучение обобщенному способу решения задач на основании составления уравнений.

Учащиеся экспериментальных классов успешно овладели всеми необходимыми знаниями, которые предусматривались традиционными программами и дополнительно теми, которые были предложены экспериментальной программой.

2. Опытная проверка подтвердила, что обучение учащихся обобщенному способу решения задач на основе формирования у них начальных алгебраических знаний и умений улучшило качество знаний и общую успеваемость по начальной математике, способствовало повышению интереса к этому предмету. Так, в конце учебного года средний процент успевающих по математике на "5" "4" в экспериментальных классах составлял 87,2%, а в контрольных - 71,4%.

3. Важным фактором в развитии умения самостоятельно решать задачи является формирование у учащихся общего способа ее разбора, т.е. системы приемов, которые применяются с целью анализа любой конкретной задачи.

Так, результаты проведенной контрольной работы, которая содержала задачи совершенно незнакомого для учеников вида/средний процент правильных решений 89,7% /, позволяют сделать вывод, что у учащихся сформирован самостоятельный перенос способов на более широкий круг деятельности.

4. Для формирования у учащихся общего способа работы над задачей большое значение имеет самостоятельный разбор ее по "правилам", которые указывают путь отыскания способов решения.

5. Эксперимент показал, что решение задач путем составления уравнений не является некоторым тормозом на пути к развитию сообразительности учащихся, а наоборот, работа по овладению алгебраическим способом расширяет умственные возможности ребенка, способствует развитию его математического мышления и сообразительности как важных компонентов умственной деятельности.

Так, например, данные, полученные в результате специальной работы, в которой были предложены задачи "на смекалку" и которую выполняли учащиеся III экспериментальных и III, IV и V контрольных классов, позволяют допустить, что по уровню сообразительности и творческой оценки смысла задач учащиеся экспериментальных классов стоят на более высоком уровне /правильное решение всех задач в III экспериментальном классе - 73%, в контрольных - 61% /.

6. Полученный нами опытный материал показал, что обобщенные мыслительные действия, благодаря которым возможен общий подход к решению задач, имеет как узко прикладной характер в пределах одного предмета, так и способствует формированию более широких приемов мыслительной деятельности, что может быть использовано в работе с другим учебным материалом. С помощью этих приемов как бы связываются практические знания с их самостоятельным применением.

7. Данные, полученные в результате нашего исследования, дают основание считать, что новый подход к пониманию обобщения, дает возможность изменить традиционные пути обучения решению задач, в частности, ввести в начальное обучение качественно новые этапы овладения детьми умением решать задачи.

Вместе с тем, арифметический способ решения задач сохранял свое значение на протяжении всего обучения.

Наши данные показывают перспективность и плодотворность поисков новой интерпретации природы абстракции и обобщения.

Теоретические и практические рекомендации, изложенные в диссертации, нашли свое отражение в докладах и выступлениях перед учителями, методистами г.Киева и Киевской области, а также в следующих работах автора:

1. Види вправ для навчання учнів складання арифметичних задач. Викладання арифметики в початкових класах. Зб. статей видавництва "Радшкола", К., 1964.

2. Про формування у молодих школярів узагальнених умінь розв'язувати арифметичні задачі шляхом самостійного констрування виразів. Психологія навчання і виховання, тези доповідей на республіканській психологічній конференції. Вид. "Радянська школа", К., 1964.

3. Формування умінь розв'язувати задачі методом складання рівнянь у учнів початкових класів. Зб. Педагогіка і методика початкового навчання. Вип. I, 1967.

4. Алгоритм розв'язування задач. Методика викладання математики. Республіканський науково-методичний збірник. Вид. "Радянська школа", 1970.

5. Розв'язування задач в I класі. Зб. "Методика початкового навчання". "Радянська школа", 1970.



