

Л46

3568-р

НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені М.П. Драгоманова

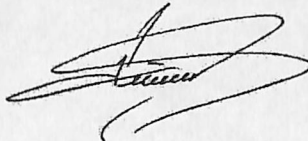
ЛЕНЧУК Іван Григорович

УДК 514.115:744.43:378.147

**ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНА СИСТЕМА НАВЧАННЯ
ЕВКЛІДОВОЇ ГЕОМЕТРІЇ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ
НА ОСНОВІ КОНСТРУКТИВНОГО ПІДХОДУ**

13.00.02 – теорія і методика навчання (математика)

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора педагогічних наук



Київ – 2013

8977

НБ НПУ ім. М.П. Драгоманова

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано в Житомирському державному університеті імені Івана Франка, Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України.

Науковий консультант: доктор фізико-математичних наук, професор
Працьовитий Микола Вікторович,
Національний педагогічний університет
імені М.П. Драгоманова, директор
Фізико-математичного інституту,
завідувач кафедри вищої математики.

Офіційні опоненти: доктор педагогічних наук, професор,
член-кореспондент НАПН України
Сидоренко Віктор Костянтинович,
Національний університет біоресурсів
і природокористування України,
завідувач кафедри методики навчання
та управління навчальними закладами;

доктор фізико-математичних наук, професор
Торбін Григорій Мирославович,
Національний педагогічний університет
імені М.П. Драгоманова, завідувач кафедри
математичного аналізу
та диференціальних рівнянь;

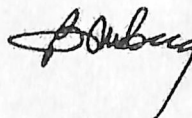
доктор педагогічних наук, доцент
Райковська Галина Олексіївна,
Житомирський державний технологічний
університет, професор кафедри технології
машинобудування і конструювання
технічних систем.

Захист відбудеться « 27 » лютого 2013 р. о 14⁰⁰ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.053.03 у Національному педагогічному університеті імені М.П. Драгоманова, 01601, м. Київ, вул. Пирогова, 9.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова, 01601, м. Київ, вул. Пирогова, 9.

Автореферат розіслано « 25 » січня 2013 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради



професор В. О. Швець

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність дослідження. Роль учителя математики (*геометрії*) у стимулюванні пізнавальних інтересів, інтелектуального розвитку і збагачення задатків творчого мислення проявляється через популяризацію, активне залучення в навчальний процес повітніх освітянських технологій, прогресивних методів і засобів наукового пізнання. Навчаючи геометрії, справжній учитель-професіонал спроможний дохідливо передати учню відчуття гармонії геометричного матеріалу, візуально продемонструвати його природну красу і одвічно прикладне спрямування, він уміло перекладає абстрактні результати логічних умовиводів на мову уявлених графічних образів, які повертають до реальності, що досліджується.

Загальне **протиріччя** між узаконеним державними документами рівнем вимог до підготовки майбутніх учителів та наявним переліком, змістом, формою і методами викладання в університетах навчальних дисциплін геометричного циклу детерміноване фактом недостатньої розробленості основ дидактики і, в першу чергу, браком вивіреної, надійної теоретико-методичної системи навчання евклідової геометрії, що й зумовлює загострення суперечностей між:

- планами переорієнтації системи навчання на пріоритет розвивальної функції по відношенню до функцій освітянської та інформаційної і фактологічної (емпіричної) будовою стандартизованих навчальних курсів геометрії;

- реформуванням освіти й напрацюванням державних стандартів навчання і вилученням із цих стандартів істинно геометричних дисциплін;

- інтегрованим змістом освітньо-кваліфікаційної характеристики майбутнього вчителя, декларацією формування системних знань, творчих здібностей, умінь, мотивацій і вузько орієнтованим (формально-аналітичним) підходом до здобуття фахових знань, способів дій у сфері предмету «Геометрія»;

- потенційно діяльнісним, уявлювано-зримим характером пізнавальних випробувань на теренах геометрії, прогресом першонауки, як найважливішої гілки прикладної математики, та малоефективними прийомами і засобами, традиційно деструктивною методологією її навчання;

- соціальними вимогами наукового підходу до вивчення процесів і явищ навколишнього світу, що притаманно методам конструктивної (прикладної) геометрії, та очевидним зменшенням аудиторних занять, відведених цим предметам;

- стрімким зростанням науково-технічних можливостей людства і фактичною відмовою від творчого, розвивального навчання засобами геометрії, а отже, відмовою від становлення та розвитку у студентів динамічних стереотипів просторових уявлень, наочно-образного і логічного мислення, алгоритмічної культури;

- проголошеними закличками якісного оволодіння кожним студентом (учнем) дисципліною «Геометрія» і відсутністю реальних можливостей її наповнення суто геометричним змістом, системного наочного розв'язування задач із практичним, прикладним характером конструктивними методами.

Аналіз перерахованих суперечностей висуває на найперше місце професійної підготовки майбутніх учителів математики проблему впровадження та укорінення конструктивного підходу для ефективного опанування дисциплін геометричного циклу. Вирішенню проблеми шляхом відпрацювання теоретико-

методичних основ системного подання і учіння в евклідовій геометрії планіметричних побудов, закономірних зображень стереометричних фігур та їх комбінацій, прийомів і методів розв'язування позиційних і метричних задач обчислювально, графічно та графоаналітично на проєкційних кресленнях й присвячене дане дисертаційне дослідження.

Питаннями фахової підготовки майбутніх учителів математики в розділі «Планіметрія», зокрема (і особливо), *методичними аспектами розв'язування задач на побудову* в різні часи займалися відомі науковці і методисти: А. Адлер, І.І. Александров, Б.І. Аргунов, О.М. Астряб, М.Б. Балк, М.Ф. Берг, Л. Бісрбах, М.І. Бурда, Н.О. Глаголев, С.І. Зетель, Ф. Клейн, Г. Лемер, Л.М. Лоповок, Л. Маскероні, І.В. Місюркеев, Д.Д. Мордухай-Болтовський, Н.А. Нікулін, Ю. Петерсон, О.П. Сергунова, О.С. Смогоржевський, І.Ф. Тесленко, П. Цюльке, М.Ф. Четверухін, І.С. Шиманський, Я. Штейнер, І.М. Яглом та ін.

Провідним фактором, лейтмотивом кожної книги є теза про унікальну значущість задач на побудову в реалізації геометрією виключно **розвивальної функції навчання**. Поряд із цим, важко не помітити, що в жодній із них *не просто виокремити прозору, ідеально подану, зрозумілу аргументацію цілісного процесу* (і його компонентів) у *системному опануванні* майбутніми вчителями розділу «Планіметрія» на основі (чи з допомогою) **конструктивного підходу**. Традиційно базова, підготовча науково-теоретична складова в цьому плані залишається невиразною, не розставлені психолого-педагогічні акценти на значущості вичерпного насичення окремих блоків структурної моделі змістово і фактографічно, **бракує методики**, переконливого **узгодження пріоритетів** у схемі планіметричних побудов.

Вичерпно повне обґрунтування *методу вільного виконання зображень* фігур стереометрії на площині здійснив проф. Четверухін М.Ф. Його ідея, визнаний всіма задум базується на основній теоремі аксонометрії (ОТА, теорема Польке-Шварца), властивостях паралельних проєкцій та вимогах до навчальних проєкційних креслень. Однодумцями, прихильниками і послідовниками М.Ф. Четверухіна в різні періоди становлення методології конструктивізму в геометрії у ХХ столітті були: Н.М. Бескін, Г.А. Владимирський, А.Д. Горячев, П.Г. Дзик, С.С. Ельясберг, А.Е. Зенгін, М.С. Знаменський, Б.М. Зозуляк, Н.П. Ірошніков, М.П. Лашенов, Л.М. Лоповок, І.Г. Польський, М.Л. Франк, та ін.

Питанням **позиційної та метричної визначеності** вірних і наочних проєкційних креслень, розв'язуванню на них конструктивними методами різнопланових стереометричних задач присвятили свої методичні праці О.М. Астряб, А.Б. Василевський, Я.С. Гольтберг, П.Г. Дзик, Я.М. Жовнір, Б.М. Зозуляк, Н.П. Ірошніков, П.Г. Казаков, В.С. Карнацевич, М.С. Корольова, В.В. Кузнецов, М.П. Лашенов, В.Н. Литвиненко, Л.М. Лоповок, П.С. Орехов, Б.В. Романовський, В.М. Савченко, А.Д. Семушкін, М.Ф. Четверухін та ін.

Позитивом широкого використання методу М.Ф. Четверухіна, **за наявних суб'єктивних умов**, є *належна якість* проєкційних рисунків, виконуваних із мінімальними працезатратами в часі. **Негативом** – *безсистемність* у навчанні. «Однобоко» математизований метод дезорієнтує студента (учня) в міркуваннях і операціях, не додає чіткості дій, в ньому відсутні універсальність і стержень

покрокової алгоритмізації. Завжди на часі запитання: «З чого розпочати?» і «Що за чим?». Такий підхід придатний лише для доведеного до автоматизму підсвідомого використання педагогом, який має досвід, значну практику. Відпрацьовується метод за принципом «спроб і помилок», як правило, роками.

Дотепер **не** акцентується значущість інноваційних педагогічних технологій навчання **позиційної** і **метричної** геометрії на основі конструктивного підходу, що не сприяє професійному й особистісному становленню майбутнього вчителя.

Всі розглянуті чинники об'єктивно вказують на **актуальність проблеми** розроблення обґрунтованої науково-методичної **концепції структурно-системної** реалізації принципу конструктивізму і, на цій основі, шляхів удосконалення процесу навчання предмету «Геометрія» у ВПНЗ. Ті ж чинники зумовлюють вибір теми дисертаційного дослідження: «*Теоретико-методична система навчання евклідової геометрії майбутніх учителів на основі конструктивного підходу*».

В **постановці проблеми** вбачається, що знайомство студентів з елементарним курсом уже відбулося. Тепер ставиться **завдання діяльнісної візуалізації ще не ustalених знань** шляхом їх структурування, залучення до **системного** вирішення різнопланових геометричних пропозицій і, в такий спосіб, глибокого, ефективного переосмислення та засвоєння першонауки на рівні вчителя професіонала.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційне дослідження виконано в рамках програми науково-дослідної роботи кафедри математики Житомирського державного університету імені Івана Франка «*Проблеми теорії та методики математичної освіти*», затвердженої рішенням вченої ради (протокол № 7 від 03 березня 2003 р.). Тема дисертаційного дослідження затверджена на засіданні цієї ж вченої ради (протокол № 7 від 26 лютого 2004 р.) та погоджена в даній редакції рішенням бюро Міжвідомчої ради з координації наукових досліджень з педагогічних і психологічних наук в Україні при НАПН України (протокол № 10 від 20 грудня 2011 р.).

Дисертація присвячена професійній підготовці вчителів математичних спеціальностей і стосується методики навчання геометричних дисциплін. Переважна більшість геометричних фігур, відношень, перетворень, які вивчаються в дисциплінах педагогічних університетів майбутніми вчителями, є евклідовими. Традиційний курс **аналітичної** геометрії вивчає об'єкти евклідового простору засобами алгебри за допомогою методу координат із використанням різних систем (афінних, декартових, полярних, барицентричних тощо). Ця складова фундаментальної та професійної підготовки важлива в час домінування в усіх сферах життя комп'ютерної техніки та ІКТ. Не виходить за межі евклідової і **диференціальна** геометрія. Більше того, геометрична складова **математичного аналізу** є виключно евклідовою. У свою чергу, **проективна** геометрія включає в себе афінну, а остання – евклідову. Її методом є метод проєкцій у розширеному евклідовому просторі. **Нарисна** геометрія теж є евклідовою, оскільки в ній звичайні позиційні та метричні пропозиції візуально подаються кількарисними зображеннями Г. Монжа. Без неї немислиме креслення, а отже, жодна галузь машинобудування, будівництва і архітектури тощо. Виключення складають лише курс **топології** та розділи **неевклідових геометрій** (геометрія Лобачевського, геометрія Рімана, сферична геометрія) в курсі «**Основи геометрії**».

Об'єкт дослідження – процес навчання **геометричних дисциплін** в університетах, які здійснюють професійну підготовку майбутніх учителів математики.

Предмет дослідження – теоретико-методична система реалізації **конструктивного підходу** у процесі навчання **евклідової геометрії** як категоріально-понятійної та змістової основи предметів геометричного циклу.

Мета дослідження полягає в з'ясуванні науково-методичних, педагогічних і психофізіологічних засад **конструктивного підходу у викладанні й учінні першонауки «Геометрія»**, виявленні та відпрацьованні шляхів і засобів його практичного впровадження, в установленні технологій використання цих шляхів і засобів у ВПНЗ, розробці і теоретичному обґрунтуванні науково-методичної системи навчання **евклідової геометрії**, основним стержнем якої є конструктивний підхід, та експериментальній перевірці її ефективності.

Гіпотеза дослідження: якщо в університеті навчання евклідової геометрії на основі конструктивного підходу організувати системно і в повному обсязі так, щоб щоразу побудовний шлях до результату з нетрадиційною уявленою логікою міркувань стимулював формування професійних компетентностей і мотивував навчально-пізнавальний інтерес, а **діяльнісний** підхід до використання закономірних понять і фактів став базовим для творчого, розвивального навчання **всіх предметів геометричного циклу**, то це забезпечить становлення динамічних стереотипів, шліфування просторових уявлень і уяви, наочно-образного і логічного мислення, а отже, компонування міцних, ґрунтовних знань геометрії в цілому і елементарної геометрії, зокрема, умінь і навичок користуватися ними в житті та майбутній професійній діяльності, що істотно підвищить рівень наукової і методичної підготовки вчителя математики, позитивно впливатиме на становлення його особистісних якостей.

Сформульовані **проблема, об'єкт, предмет, мета і гіпотеза дисертаційного дослідження** зумовили постановку **чотирьох груп завдань**.

Перша група завдань пов'язана з **обґрунтуванням** нагальної потреби розроблення структурно-системної **концепції** конструктивізму, яка об'єктивно є фундаментальною складовою успішної реалізації планів фахового навчання майбутніх учителів предмету «Геометрія». До її складу входять такі **три** завдання.

1. Ввести поняття і дати означення конструктивної евклідової геометрії як окремої галузі математики і творчо-розвивальної дисципліни; відобразити важливе місце, **провідну роль** науки «Геометрія» в навчальному процесі ВПНЗ.

2. Виявити і проаналізувати філософські, педагогічні та психофізіологічні передумови зміни орієнтирів у схемі предметної підготовки вчителя математики, визначити підходи і **концептуальні засади** ефективного впровадження системи конструктивних методів і зображувальних технологій в евклідовій геометрії.

3. Провести логіко-дидактичний аналіз понять і апарату фактографічної візуалізації евклідової геометрії на основі конструктивного підходу, з'ясувати суть дійства і, відповідно з концепцією навчального моделювання, визначитися структурно з методом зображень геометричних фігур на площині в умовах навчального процесу, виокремити науково-методичні основи теорії зображень.

Друга група завдань включає в себе розроблення, шляхом пріоритетного використання побудовних методів, теоретичних і методичних підвалин **системного** навчання **планіметрії**. Нараховує група **чотири** завдання.

1. З'ясувати стан розробки проблеми в науково-методичній літературі та можливостей реалізації осучаснених вартісних ідей в освітньому процесі педагогічного університету.

2. Створити методичну *підсистему* і сконструювати науково достовірну структурну модель навчання студентів планіметричних побудов.

3. Обґрунтувати концептуальні вихідні принципи конструктивізму, лако-нічно, строго «підвести студентів під задачі» на побудову; змістовно наповнити фактичним матеріалом модульні блоки методичної підсистеми навчання.

4. Відпрацювати науково-методичні та технологічні питання процесу навчання студентів реальним методам розв'язування задач на побудову.

Третя група завдань стосується запровадження в навчальну практику університету *системного* навчання основ стереометричних побудов інноваційним методом аксонометричних напрямів і умовних співвідношень. Вміщує група **чотири** завдання.

1. З'ясувати стан розробленості питання в науково-методичній і навчальній літературі; означити причини недоліків існуючих методів побудови зображень у формі креслень-картин, а також некваліфікованого їх використання вчителем до теорем і задач курсу елементарної геометрії.

2. Створити методичну *підсистему* і сконструювати науково достовірну структурну модель навчання основ стереометричних побудов.

3. Відпрацювати компоненти методичної підсистеми навчання закономірних побудов зображень окремих стереометричних тіл та їх можливих комбінацій інноваційним методом аксонометричних напрямів і умовних співвідношень.

4. Через введення поміркованих, обґрунтованих умовностей та спрощень визначити пріоритетні способи формування і становлення у студентів навичок швидкого виконання якісних, ефективних на шляху до результату задач, зрозумілих сторонньому спостерігачу зображень стереометричних тіл і їх комбінацій.

Четверта група завдань передбачає розроблення *методичних підсистем* навчання студентів педагогічних університетів *графічних* і *графоаналітичних* методів розв'язування *позиційних і метричних* задач (включно із задачами на обчислення) на кресленнях-моделях. Нараховує група **п'ять** завдань.

1. Доступно, строго і методично виважено обґрунтувати природу позиційної та метричної визначеності аксонометричних проєкційних креслень.

2. Розробити *методичні підсистеми* і сконструювати науково достовірні структурні моделі навчання *позиційних і метричних* побудов на проєкційних кресленнях графічно та графоаналітично.

3. В чіткому обґрунтуванні з'ясувати і логічно строго розтлумачити місце і роль у позиційній евклідовій стереометрії всеохоплюючого методу посередників; налагодити методику введення, наочно-образного впровадження методу посередників у колективі студентів – майбутніх учителів математики.

4. Внести присутні методичні корективи у вербальне та понятійне тлумачення, практичне використання методу внутрішнього проєкціювання на однокартинних проєкційних кресленнях. Побудовно оптимізувати метод внутрішнього проєкціювання за напрямом бічних ребер (твірних) поверхні в пошуку умоглядних розв'язків стереометричних задач на перерізи тіл площиною.

5. Здійснити системну класифікацію метричних задач геометрії з її основними об'єктами; відпрацювати методологію візуального конструктивного вирішення на проєкційних кресленнях метричних пропозицій стереометрії **методами**: внутрішнього проєкціювання на одну площину проєкцій; внутрішнього проєкціювання на дві взаємно перпендикулярні площини проєкцій.

Загальна методологія дослідження базується на:

- визнаних принципах і положеннях теорії наукового пізнання, теорії особистості та її формування і прогресивного розвитку, провідній ролі **дослідницької діяльності** як визначального чинника розвитку особистості, загальній теорії навчання і освіти, методиці навчання математики (геометрії);
- положеннях філософії гуманізму, використанні основних методологічних, загальнонаукових і педагогічних підходів у побудові цілісної **системи навчання**: структурно-функціонального та прогностичного, комплексного, творчого і розвивального, інтуїтивного, діяльнісного, особистісно-орієнтованого, диференційованого та інтегрованого, наочно-образного тощо;
- основах професійної спрямованості, дотриманні методологічних, загальнонаукових і педагогічних закономірностей, принципів і правил;
- концепції конструктивізму: «геометризації» та унаочнення, візуалізації та моделювання пропозицій позиційного і метричного характеру в евклідовій геометрії графічними і графоаналітичними методами; необхідності інтенсифікації процесу розвитку навичок творчості, формування усталених динамічних стереотипів просторового і логічного мислення майбутніх учителів засобами геометрії.
- концептуальних засадах розвитку педагогічної освіти в Україні, її інтеграції в європейський освітній простір, Національній доктрині розвитку освіти в Україні, Законах України «Про освіту», «Про вищу освіту» та «Про загальну середню освіту», Державній національній програмі «Освіта (Україна XXI століття)», Державній програмі «Вчитель», Концепції розвитку професійно-технічної (професійної) освіти, Галузевих стандартах вищої школи, інших державних нормативних документах з урахуванням вітчизняного та зарубіжного досвіду підготовки майбутніх учителів математики.

Теоретичну основу досліджень складають наукові праці вітчизняних і зарубіжних авторів, присвячені: *теорії і методології педагогічних досліджень; понятійно-термінологічному апарату філософії, наукознавства, математики, психології, педагогіки та методики навчання математики; методології науки* взагалі та математичної науки, зокрема; *методики навчання геометрії; інтеграційним процесам* в науці та освіті; провідним *психологічним теоріям; концепції діяльнісного* підходу в навчанні; *гуманізації* навчального процесу і *гуманізації* змісту освіти; *організації* процесу навчання; *підготовці* майбутніх учителів математики; *навчанню математики* в ЗОНЗ і ВНЗ; *використанню інформаційно-комунікаційних технологій* у навчальному процесі.

Методи дослідження. З метою вирішення завдань, досягнення поставлених цілей, перевірки чинності гіпотези та обґрунтування проблеми використано комплекс методів наукового пізнання, адекватних темі дослідження. Конкретизуємо їх форму і місце застосування в дисертаційній роботі.

Теоретичні: *аналіз* діючих галузевих стандартів, програм, підручників і навчальних посібників, монографій, дисертаційних досліджень, статей та інших науково-методичних матеріалів (вступ, 1.1–1.3 (тут і далі – підрозділи дисертації)); аналітико-синтетичні методи, порівняння, аналогія, класифікація, систематизація і логічне узагальнення (1.3.2, 1.3.3, 2.1 –2.4, 3.3, 3.4, 4.2, 4.3, 5, 6); *розробка* структурно-модульних схем (2.1, 3.2, 4.1, 5.1, 5.2), *моделювання* педагогічної системи навчання на основі конструктивного підходу (1 –5).

Діагностичні: *вивчення* професійно-пізнавального інтересу та ціннісно-сислової орієнтації, міжпредметні зв'язки (1.1 –1.3, 2 – 5, додатки); *анкетування і тестування*, *аналіз* контрольних робіт, умовиводів на заняттях, заліках, екзаменах; статистичне *опрацювання* результатів педагогічного експерименту та їх аналіз (6).

Формувальні: *розроблення* методики навчання евклідової геометрії на основі конструктивного підходу (вступ, 1–5), *активізація* початково-пізнавальної діяльності візуалізацією суто геометричних пропозицій (2–5, 6), науково-дослідна робота в гуртках, проблемних групах, при підготовці та написанні курсових і дипломних робіт, під час проходження педагогічних практик.

Наукова новизна дослідження полягає в тому, що нами *вперше* в методиці викладання й учіння геометрії, з урахуванням державних вимог і нових соціальних замовлень щодо якості професійної підготовки майбутніх учителів у ВПНЗ, *розроблено концепцію системного* навчання *евклідової геометрії*, в основу якої покладено *конструктивний підхід*, чим індукується природна єдність *предметної* та *діяльнісної* сторін змісту навчання. *Введено* специфічний понятійний апарат і дано теоретичне обґрунтування *методики* реалізації конструктивного підходу. *Налагоджено* структурну лінію навчання, *з'ясовано* шляхи евристичного моделювання побудовних способів у дидактичному забезпеченні курсу, *сконструйовано* структурні схеми реалізації концепції в цілому та за окремими відгалуженнями. *Досліджено* питання управління і самоуправління творчо-розвивальною діяльністю студентів в умовах виконання операцій в уявленнях і на проєкційних кресленнях. *Обґрунтовано* ефективність і доцільність використання конструктивного підходу до *геометризації* й *унаочнення* різнохарактерних пропозицій. *Структуровано* зміст, *гармонізовано* обчислювальні, графічні та графоаналітичні методи розв'язування задач.

Структурно-системна концепція, що *вноситься на захист*, характеризується такими основними положеннями:

- **методику навчання геометрії**, з ухилом на *конструктивізм пошукових операцій*, слід розбудовувати і впроваджувати в університетах, які готують учителів математики, на основі процесуального, змістового і наочно-образного підходів;
- конструктивні методи можуть бути повномасштабними і передбачувано якісно реалізованими лише за умов повсюдного, ефективного здійснення *дослідницького, діяльнісного* викладання й учіння геометрії;
- структуру методичної системи утворюють зв'язки і відношення між **цілями, змістом, формами, методами і засобами** навчання, які інтерпретуються у процесі навчання *дидактичними відношеннями*: між **змістом і методами** навчання та **студентом**; між **викладачем і студентом**;
- реалізація концепції здійснюється в таких основних напрямках: у поглибленні змістової складової курсу, його коректності та строгості; візуальному

моделюванні геометричних пропозицій; в навчаючій ролі педагога, який шляхом поміркованої **геометризації** і **унаочнення** задач орієнтує студента на їх активне включення у структуру дій; в зацікавленості студента особисто отриманими результатами діяльності та, завдячуючи цьому, предметом «Геометрія» в цілому;

- принцип конструктивного підходу до суто геометричних пропозицій через **уявлення і дію в живому спогляданні** забезпечує максимально можливу **варіативність** у виборі методів досягнення результату, активне підключення до розумової роботи правої півкулі головного мозку, а отже поглиблення якості знань;

- **диференціація** за розділами викладання, **інтеграція** за об'ємом використаних знань, **класифікація** методів і схем конструктивних дій забезпечують не лише дидактичні принципи послідовності й систематичності, а й **системності** навчання, в основі яких лежать педагогічні та психофізіологічні фактори і зв'язки;

- геометричним задачам у **графічних** і **графоаналітичних** реалізаціях (не виключаючи обчислювальних) відводиться особливе місце, адже в них акумулюється весь фактичний матеріал, завдяки їм відбувається переосмислення та упорядкування геометричних понять і тверджень, вони – «на піку навчання».

Теоретична значущість дослідження визначається тим, що *сформульовано і обґрунтовано концепцію системного навчання евклідової геометрії* майбутніх учителів на основі конструктивного підходу, яка є категоріально-понятійною та змістовою основою предметів геометричного циклу; *з'ясовано* потребу, можливості, а також шляхи і способи цілеспрямованого формування навичок просторового мислення студентів-математиків, збагачення їх візуально-оперативного досвіду як важливої передумови гармонійного розвитку **логічного** мислення *засобами конструктивної геометрії*; концептуально *обґрунтовано* необхідність перебудови у ВПНЗ курсу евклідової геометрії з активним включенням **системного, діяльнісного й особистісно-орієнтованого** навчання на основі конструктивного підходу; *досліджено* функції й умови реального впровадження в університетах комплексу дисциплін «Конструктивна евклідова геометрія», *визначено* теоретичні підходи до його структурування і змістового наповнення; *сконструйовано модель методичної системи* навчання евклідової геометрії майбутніх учителів математики у контексті проблеми дослідження.

Практична значущість дослідження полягає в розробці, структуруванні та впровадженні у ВПНЗ **системного навчально-методичного комплексу**, який гарантує діяльнісне оволодіння студентами елементарним геометричним курсом і дисципліною «Геометрія» в цілому. Цей комплекс включає: *навчальні програми, змістове наповнення і методичне забезпечення* окремих курсів «Конструктивна евклідова геометрія»; *загальні підходи і деталізовані методичні рекомендації* стосовно фахового використання розроблених методів і налагоджених прийомів наочно-образного виконання розроблених фігурами чи їх елементами узаконених уявлювано-динамічних і зображувальних операцій конструктивного характеру; *методологію активізації, інтенсифікації* навчально-пізнавальної діяльності, зацікавленості першопредметом на основі єдиного теоретично обґрунтованого підходу до організації і ефективного включення в роботу кожним суб'єктом навчання нових методів і схем; *висновки* про те, що виключно візуальне моделювання уявлених дійств у закономірному вирішенні суто геометричних пропо-

зійції *структурує* процес навчання, поліпшує його логічну організацію, урізноманітнює кількісно та якісно методи і прийоми досягнення результатів, до яких наближаються покровоко й у живому спогляданні; *узгалянюючі умовиводи* про ефективність пріоритетного впровадження у процес навчання студентів геометрії прийомів і методів, розроблених на основі конструктивного підходу, зорієнтованих на **задачі-комплекси** практичного (прикладного) характеру; *навчальні та навчально-методичні посібники*, які вміщують вичерпну за об'ємом і змістом теоретичну і практичну базу, методологію навчання конструктивної геометрії, тематичні відбірки задач із суто геометричним змістом, приклади їх алгоритмізованого розв'язування у всіх варіаціях і всіма можливими методами, задачі для самостійної роботи; достатню кількість *задач обчислювального характеру*, типових для курсу геометрії ЗОНЗ, рисункове моделювання яких рекомендується здійснювати, пріоритетно, методами нарисної геометрії.

Окремий істотний фактор, який обумовлює *практичну цінність результатів дослідження*, пов'язаний із впровадженням в навчальний процес педагогічного ліцею та інституту післядипломної педагогічної освіти напрацьованих структурних ліній, методів і схем, методик змістового подання евклідової геометрії з поміркованим, максимально можливим для ЗОШ включенням елементів конструктивізму.

Вірогідність та обґрунтованість одержаних результатів забезпечується методологією вихідних позицій, встановлених шляхом ґрунтового наукового аналізу теоретичних і практичних аспектів проблеми з опорою на загальнонаукові, психолого-педагогічні, математичні (геометричні) концепції навчання; відповідністю методів дослідження його цілям і завданням, логічною незаперечністю, строгістю умовиводів та їх уможлидних реалізацій; різнобічною апробацією основних положень, впровадженням розробленої методичної системи у практику роботи ВПНЗ, педагогічних ліцеїв та інститутів післядипломної педагогічної освіти вчителів; довготривалим педагогічним експериментом.

Апробація результатів дослідження. Основні положення і результати дисертаційної роботи доповідалися, обговорювалися і знайшли схвалення на наукових конференціях різного рівня: Українській науково-практичній конференції, присвяченій 75-річчю Дніпропетровського державного університету (Дніпропетровськ, 1993); Міжрегіональній науково-практичній конференції «Соціально-педагогічні проблеми професійної підготовки майбутніх учителів» (Житомир, 1993); Всеукраїнській науково-практичній конференції «Наукові засади реформування вищої освіти в Україні» (Київ, 1994); Міжвузівській науково-практичній конференції «Формування інтелектуальних умінь учнів у процесі вивчення математики» (Суми, 1995); Всеукраїнській науково-практичній конференції «Психолого-педагогічні фактори підвищення професійної майстерності вчителя-вихователя» (Житомир, 1995); V-й Міжнародній науково-практичній конференції імені академіка М.Кравчука (Київ, 1996); Всеукраїнській науково-методичній конференції «Проблеми математичної освіти» (Черкаси, 2005); Міжнародній науково-практичній конференції «Математична освіта в Україні: минуле, сьогодні, майбутнє» (Київ, 2007 р.); III-й Міжнародній науково-практичній конференції «Наука. Образование. Технологии» (Барановичи, 2010); Міжнародній науково-методичній конференції «Проблеми математичної освіти» (Черкаси,

2010); Міжнародній науково-практичній конференції «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики» (Київ, 2011); Міжнародній науково-практичній конференції «Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики» (Вінниця, 2012); на Всеукраїнському науково-методичному семінарі «Актуальні проблеми методики навчання математики» і методологічному семінарі «Математика та математична освіта», м. Київ: Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова; на науково-методичних конференціях університету, на обласних науково-практичних конференціях, на засіданнях математичних кафедр, семінарах і методичних об'єднаннях учителів (Житомир, 1985 – 2012).

Результат дослідження впроваджено в початково-виховний процес *Житомирського державного університету імені Івана Франка* (довідка № 492 від 17.01.2012), *Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова* (довідка № 07-10/247 від 06.02.2012), *Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького* (довідка № 04/03 від 10.01.2012), *Донецького національного університету* (довідка № 157/01-26/6.1.0 від 27.01.2012), *Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника* (довідка № 01-08/03/628 від 06.06.2011), *Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського* (довідка № 10/35 від 01.07.2011), *Харківського національного педагогічного університету імені Г.С. Сковороди* (довідка № 01-44 від 25.01.2012), *Житомирського інституту післядипломної педагогічної освіти* (довідка № 1-34 від 17.01.2012), *Житомирського педагогічного ліцею* (довідка № 13 від 18.01.2012).

Результати дослідження використовуються в усіх **формах** навчально-виховної роботи зі студентами і вчителями: на лекціях і практичних заняттях, у підготовці та проведенні спецкурсів і факультативів, у науково-дослідній роботі, під час педагогічних практик, у самоосвіті та виконанні самостійних завдань.

Кандидатська дисертація на тему: «Алгоритмізація технологічного процесу підготовки геометричної інформації для автоматизованих систем управління розкромлюванням матеріалів» захищена в 1979 році. Матеріали кандидатської дисертації в тексті докторської дисертації не використовувалися.

Публікації. Основні результати авторських досліджень опубліковані в 59 роботах загальним обсягом 136,84 д.а., з них 37 праць – одноосібні. В тому числі: 1 монографія (28,75 д.а.), 1 навчальний посібник монографічного характеру (29,54 д.а., гриф МОН України), 1 навчальний посібник і 1 навчально-методичний посібник для студентів (28,34 д.а., обидва із грифом МОН України), 1 навчально-методичний посібник для студентів (7,3 д.а.), 1 посібник для вчителів та студентів (11,1 д.а.), 1 методичний посібник для студентів (2,25 д.а.), 1 методичні рекомендації на допомогу вчителям математики (1,1 д.а.), 1 методичний посібник для вчителів (2,35 д.а.), 35 статей в наукових журналах та збірниках наукових праць (23,36 д.а.), 15 робіт (2,05 д.а.) – в матеріалах і тезах конференцій.

Особистий внесок здобувача полягає в розробленні узагальненої *концепції, складу і структури методичної системи* навчання майбутніх учителів евклідової геометрії на основі конструктивного підходу та у створенні *моделі її реалізації* в університетах, педагогічному ліцеї, а також у впровадженні результатів дослідження в навчальні програми курсів перепідготовки вчителів математики, фізики і креслення в інститутах післядипломної педагогічної освіти.

Разом із співавторами опубліковано 4 навчальні та навчально-методичні посібники для студентів, 1 методичні рекомендації на допомогу вчителям математики, 13 статей, 6 матеріалів і тез до конференцій різних рівнів (особистих 23,83 д.а.). Крім того, в посібниках, наукових статтях, матеріалах і тезах до конференцій, написаних у співавторстві, доробок здобувача полягає у визначенні в рамках розробленої концепції навчання загальної ідеї, теоретичному аналізі й змістовому наповненні проблеми, узагальненні та формулюванні висновків. Надані в дисертації результати теоретичних і практичних досліджень належать виключно автору.

Структура роботи. Дисертація складається зі вступу, шести розділів, висновків за розділами, загальних висновків, списку використаних джерел, додатків. Повний обсяг дисертації становить 622 сторінки. Основний зміст дисертації викладено на 417 сторінках. В основному змісті дисертації наведено 101 рисунок, 6 схем, 3 алгоритмічні схеми і 2 таблиці різних розмірів, які загалом займають 14, 6 і 1 сторінки відповідно. Список використаних джерел (425 найменувань) розміщено на 33 сторінках, 21 додаток – на 205 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність проблеми, визначено об'єкт, предмет, мету, завдання, сформульовано гіпотезу, розкрито методи, наукову новизну, теоретичне і практичне значення дослідження; наведено відомості стосовно зв'язку роботи з науковими планами і програмами, особистого внеску автора, апробацій та впровадження результатів, публікацій за темою, обсягу і структури дисертації.

У **першому розділі «Науково-теоретичні засади конструктивної геометрії»** дослідженням **обумовлено** підґрунтя для ухвалення злободенності назрілої **проблеми побудови теоретико-методичної системи навчання евклідової геометрії майбутніх учителів на основі конструктивного підходу**. Ретельне прослідкування шляхів і принципів реалізації конструктивізму першонауки в науково-методичних роботах попередників дозволило виокремити змістові теоретичні і методичні ідеї поповнення курсу евклідової геометрії новими методами і прийомами навчання, способами їх впровадження, а також поставити на порядок денний ряд невирішених питань.

Встановлено, що розробляти таку систему вкрай потрібно, оскільки:

- вона первісно орієнтована на формування основ особистісної предметної, психолого-педагогічної, мовної, естетичної і моральної культури студентів;
- «Геометрія», як дисципліна опанування в ЗОНЗ і ВНЗ, є джерелом мудрості, найпотужнішим дедуктивним методом пізнання образів і законів світу;
- рівень мислення випускників ЗОШ геометричними формами, фактами і категоріями, не без участі вчителя, постійно падає, про що свідчить неприпустимо низька навченість предмету студентів першокурсників;
- традиційно фактологічний підхід до навчання геометрії, що проявляється у виучуванні фактів без їх активного застосування на практиці, не можна назвати розвивальним у становленні особистості студента (учня);
- евклідова геометрія об'єднує в собі сувору логіку з наочним уявленням, й лише прийоми і засоби візуального конструктивізму спроможні найбільш ефективно представити й творчо реалізувати такі тісні зв'язки;

- в евклідовій геометрії університету практично знехтували однією з основоположних позицій педагогіки, а саме, знання, які здобуваються суб'єктом навчання, не повинні бути виключно інформативними, вони набувають якості **системності**, де установлюються змістовні та структурні зв'язки між окремими елементами знань різних геометричних курсів (схема 1);

- вчитель зобов'язаний досконало, професійно володіти тим предметом (геометрією), якому він буде навчати учнів, і **методикою** його викладання.

У створенні теоретико-методичної системи навчання евклідової геометрії ми необхідно виходили із **психофізіологічних, педагогічних та методичних** передумов реалізації ідей і методів конструктивізму, повноцінної **геометризації, унаочнення, дослідництва і дієвого** практицизму диво-науки. Для цього потрібно:

1. Орієнтуватися **не** на екстенсивний прийом побудови змісту і методів навчання, який веде виключно за знаннями, за багажем фактів у межах інформаційно-пояснювального підходу, а на **інтенсивний**, який реалізується за умов використання **комплексного, діяльнісного, образного підходів в освіті**.



Схема 1

2. Розвивати у студентів **просторове мислення** через уявлювані та зображувальні вміння, які є важливим психічним фактором не лише в опануванні предмету «Геометрія», але й у житті. Тут до діла слід посилатися на **операціональну концепцію навчання**, в основу якої покладено орієнтовно-операціональну структуру психічної діяльності індивіда і *котра кардинально вирішує проблеми зв'язку знань і дій*, а також **управління** навчальним процесом.

3. Дотримуватися **моделі управління і самоуправління** навчальною діяльністю, яка включає **мотиваційний, орієнтаційний, змістовно-операційний, ціннісно-вольовий та оціночний компоненти процесу навчання**.

4. **Основними принципами процесу навчання геометрії** на основі конструктивного підходу, які прямо впливають з **операціональної теорії**, слід вважати: а) введення кардинально важливих понять, ідей і методів, уміле вилучення з пам'яті вже відомих і зрозумілих фактів із метою їх удалого застосування у процесі розв'язування задач на побудову, доведення і обчислення; б) розчленування загальної розумової діяльності на уявлювано-мислими і візуально-рисунокві дії, які входять до її складу; в) формування у студентів **системи інтелектуальних і практичних** (в т.ч., виконавчо-технологічних) дій із метою розв'язання різних типів задач, реалізації різних видів навчально-пізнавальної діяльності; г) ознайомлення з уже розробленими правилами покрокових операцій і придбання навичок у самостійному конструюванні студентами нових алгоритмічних схем, евристичних приписів та орієнтирів, які визначають тип навчальних задач і способи їхнього розв'язання; д) застосування специфічної термінології, символіки, предметних і мовних дій, які в процесі інтеріоризації переходять в розумові.

5. Під час навчання строго враховувати психофізіологічні особливості функціонування мозку й аналітичних систем студентів, що сприяє розвитку **логіко-вербального і просторово-образного** типів мислення і діяльності.

6. Притримуватися інтегративних функцій системи якості знань. **Системні знання** потрібно подавати, рекомендувати студентам (учням) їх здобувати і закріплювати за логічно виправданого, перевіреною схемою: *«основні наукові поняття, основні положення теорії – наслідки – застосування»*.

7. Розгорнути в університетах, які готують учителів математики, розроблену **концептуальну модель системної** реалізації принципу конструктивізму в геометрії, що є сформованою, теоретично оформленою і практично закріпленою в низку ідей і методів **структурно** творчих, розвивальних канонів просторового і логічного мислення, закономірностей і правил, які в суто геометричному стилі наочно-образно орієнтують на всебічне, глибоко змістове опанування першонауки.

8. Реалізувати розроблену методологію використання геометричних знань до розв'язування **графічними** та **графоаналітичними** методами різнохарактерних задач різного ступеня складності із практичним змістом на обчислення, доведення і **побудову**. З'ясувати зміст основних функцій задач.

9. Ознайомити студентів із методами зображень об'єктів простору на площині, обґрунтувати вибір у реаліях навчального процесу методу паралельних проєкцій. Дати означення понять у дії проєкціювання. Охарактеризувати психолого-педагогічні та фахові вимоги до зображень.

10. Сформулювати і довести методами аналізу та синтезу властивості паралельних проєкцій. Особливу увагу приділити теоремі про проєкціювання прямого кута і її наслідкам. Довести суто аналітичним методом твердження, яке по праву поставлене на місце **основної теореми метрики (ОТМ)**. Запропонувати оригінальний спосіб введення ОТМ в умовах ЗОНЗ – як **узагальнення** теореми про три перпендикуляри.

Найважливішими посилками, метою розроблення концептуальної моделі навчання геометрії орієнтовно на конструктивні методи роботи є: 1) ґрунтовне оволодіння суб'єктом навчання евклідовою геометрією – оригінальним, особливим розділом математики, що має чітко виражене практичне, прикладне

спрямування; 2) структурна систематизація змісту і методичне забезпечення так розбудованого курсу; 3) способи вербального і змістового упорядкування та візуальної оптимізації графічних дій у позиційній геометрії; 4) образно динамічні методи внутрішнього проєкціювання в метричній геометрії; 5) практичні і прикладні задачі; 6) прийоми і засоби уаочнення геометричних пропозицій; 7) уміле планування діяльності та взаємодії педагога і студентів (учителя й учнів) у навчанні геометрії; 8) ефективний і якісний контроль навчальної діяльності.

Спомагають упровадженню моделі в навчальний процес ВПНЗ дедуктивний характер курсу евклідової геометрії, фізіологія людини, яка з раннього дитинства пізнає геометрію навколо себе у формі фігур і відношень, природна придатність, потяг людини до візуального представлення всіх її понять і фактів, строгість, образність і логіка умовиводів, реально очікувані можливості алгоритмізації пропозицій із наступним використанням ІКТН, майже непомітні матеріальні та часові затрати рисункового моделювання, психоемоційна зацікавленість і захоплення особистості такого роду навчальною діяльністю.

У другому розділі «**Методична підсистема навчання основ конструктивної планіметрії**» дидактично строго вирішується комплекс кардинальних питань предметного і психолого-педагогічного характеру, включених до **підвалин** здобуття найперших умінь і навичок візуального подання правил-орієнтирів дій із плоскими фігурами в пошуку розв'язків суто геометричних пропозицій.

На користь конструктивізму (цитуємо), як «істотного фактору математичної освіти», таких, що «не припускають стандартного підходу» і «обумовлюються особливостями наукової структури курсу геометрії 7-9 класів, провідним компонентом якої є конструктивізм», висловлювалися відомі педагоги-геометри минулого і сьогодення: М.Ф. Четверухін, Б.І. Аргунов і М.Б. Балк та М.І. Бурда, відповідно. Лише ці аргументи відкидають геть(!) консервативну думку про маловажність та недоречність планіметричних побудов у школі.

У всім відомому підручнику планіметрії (автор О.В. Погорелов) **геометричні побудови** зосереджені головним чином у § 5 з однойменною назвою. Тут пояснюється «Що таке задачі на побудову», обґрунтовуються п'ять основних побудов (**ОП**) і розглядається суть методу геометричних місць точок (ГМТ). У подальшому викладі в § 6 «Чотирикутники», § 9 «Рух», § 11 «Подібність фігур» та в деяких інших параграфах наведено ще незначну кількість задач на побудову; в них пошук важливих ГМТ пропонується вести у стилі задач на доведення.

Проте вчитель геометрії мав би розуміти, що цим не обмежується конструктивізм підручника в цілому. Насправді все залежить від того, наскільки глибоко ми, вчителі, вчитуємося в його текст і як сприймаємо обґрунтовані викладки, а потім навчаємо учнів: чи то формально, чи свідомо зорієнтувавшись на застосування його фактів і «міжрядкових» реалій до творчої роботи, яка й проявляється найбільш образно в задачах на побудову: «Розуміння того, *що практично потрібно в даному предметі* і що в ньому *може слугувати розвитку особистості*, має визначати і **зміст предмета**, і **постановку його викладання**. Врешті-решт, це розуміння повинно лягати в основу всіх питань викладання».

До цього майже нічого додати, наведена цитата зі статті знаного математика (геометра) проф. Александрова О.Д. коментарів не потребує. Усе ж зауважимо,

на самому початку учні мають знати, що в учінні їх кінцевою, найвищою метою є *задачі на побудову*, які хоч і входять складовою ланкою до розділу «Планіметрія», водночас є його **квінтесенцією**. Адже *задачі в геометрії – це «перлини», без яких немислима краса диво-науки, чим захоплюються до самозабуття, поза ними неможливий зріст, ефективний саморозвиток тих хто вчиться*. Це переконливо обґрунтовано дослідженнями психологів, дидактів і методистів.

Наведена у другому розділі повна і досить детальна характеристика всіх стрижневих моментів у навчанні конструктивній планіметрії *об'єктивно* свідчить, що *вчитель має у своєму розпорядженні досить вагоме, потужне, переконливе знаряддя математичної освіти*, неабиякий важіль творчого розвитку учня як особистості. Однак із часом набудуть досвіду і фахових умінь лише ті студенти (учні), які правильно організовані, зорієнтовані на **систематизацію процесу учіння**, ретельне, довготривале оволодіння мистецтвом самостійного розв'язування конструктивних пропозицій і вміле відшукування розв'язку будь-якої задачі. **Вчителю в постановці якісного навчання відводиться провідна роль.**

Узагальнюючи суть принципу **системності** в навчанні планіметричних побудов, приймаючи до уваги значущість ефективного «входження» у предмет в цілому, можна прогнозувати результати якісного навчання майбутнього вчителя, охарактеризувавши їх кількома притаманними цьому процесу позиціями.

1. Регулярне, глибоко осмислене *накопичення* (комплектування) *багажу знань* конкретними фактами позиційної і метричної планіметрії. Усталені навички *діяльнісного, творчо-розвивального, дослідницького підходів до використання набутих знань*. Навіть незначні, поодинокі прогалини у знаннях учителя можуть у педагогічній практиці спричинити нерозв'язання деякої задачі.

2. **Змістове наочно-образне оволодіння методами перетворень геометричних фігур** на площині. Ніщо так не сприяє уявно-динамічному вивченню геометричних закономірностей рухів й подібності, як регулярне, професійно орієнтоване розв'язування задач із використанням цих перетворень.

3. Вміння і навички *шукати й будувати ГМТ*. Усвідомлене наповнення «комірок» пам'яті переліком із найпростіших та найбільш уживаних геометричних місць, адже вони є складовими переважної більшості конструктивних задач. Крім того, процес особистісного знайомства з новими ГМТ – це творчість, що проявляється на шляху **конструювання фігур**, які є **засобом** побудови.

4. **Науковість і винахідливість, суворі дисципліна** в реалізації планіметричних пропозицій на основі конструктивного підходу: *ретельне вивчення умови; зважене і акуратне виконання рисунка-зображення; оволодіння методами* пошуку розв'язків і *евристичними приписами* до кожного з них; дотримання **схеми** розв'язання задач, із наголосом на *обов'язкове і кваліфіковане* проведення **аналізу**, як **стрижневого**, визначального етапу, а також – етапу **доведення**; серйозний досвід у проведенні етапу **дослідження**.

5. Вироблення тривких динамічних стереотипів мислення, *надбання й удосконалення графічних, графоаналітичних і алгебричних умінь* та *навичок* у застосуванні теорії планіметрії до будь-яких практичних ситуацій (зокрема, рисункових у стереометрії), набуття психофізіологічного потягу до повсякденного **розв'язування нестандартних задач на доведення, обчислення і побудову**.

Третій розділ «Методична підсистема когнітивно-візуального навчання зображень фігур у стереометрії» присвячений формуванню в майбутніх учителів професійних компетентностей і мотивації обґрунтованої, ефективної діяльності у сфері тривимірних об'єктів. Питання строгого опанування методів виконання зображень на картинній площині ми долучаємо до найперших і основоположних. Неможливо навчитися переконливо доводити теореми чи майстерно розв'язувати задачі «з тілами» без усталених навичок і вмінь будувати якісні зображення просторових конфігурацій. Проекційні рисунки, як головний засіб навчання науки «Геометрія», є «ключем» до правильного результату.

Розроблені та впроваджені правила-орієнтири рисункових операцій за методом аксонометричних напрямів і умовних співвідношень характеризуються універсальністю підходу, що проявляється в *інваріантності схем* для всіх чинних тривимірних об'єктів і їх комбінацій. В основу таких дій покладено популярний в інженерній практиці **метод прямокутної аксонометрії** (ізометрії, диметрії), який, в сукупності із введеними **умовними співвідношеннями** між елементами плоскої фігури в основі тіла, дозволяє *просто, швидко* і, що особливо важливо, **правильно та гарантовано наочно** будувати як завгодно складні проекційні креслення, без помітних утрат у **простоті виконання**.

Поряд із тим, суворо дотримуватися всіх настанов потрібно лише на стадії навчіння грамоті побудов, а також в умовах виконання надто відповідальних робіт. З часом досвід, набуті навички «бачення» кожної стереометричної фігури, їх комбінацій та, навіть, технічних деталей, скомпонованих із багатовиду відомих фігур у комплекси, як у кресленні, де в його окремому розділі вчать виконанню «технічних рисунків» деталей машин і механізмів, сприятимуть становленню стереотипів дій і остаточній переорієнтації на «четверухінський» метод. Але при цьому вільне виконання зображень вже не буде викликати у студентів негативних емоцій: *невпевненість у собі і невизначеність у виборі найбільш вдалого ракурсу чезнуть*; запитання «**з чого розпочати?**» і «**що за чим?**», які завжди на часі, теж не будуть більше бентежити свідомість суб'єкта навчання. Керований уявлюваний процес набуде статусу «алгоритмізований».

Задля ефективного, якісного опанування закономірностей стереометрії з допомогою проекційних рисунків вкрай необхідно спочатку здобути стабільні **графічні** вміння і навички в побудові правильних (вірних) зображень окремо взятих *планіметричних фігур* загального розташування відносно площини проєкції: багатокутників і кола, а також багатокутників у парі з колом – описаних навколо кола чи вписаних у нього. Останньому потрібно навчитися безпосередньо в оригіналі. За рисунками оригінальної форми найбільш зручно складати правила-орієнтири ідентичних операцій в аксонометрії.

В умовах навчального процесу, на етапі вироблення тривких уявлюваних вмінь і навичок у виконанні на плоскому екрані якісних зображень **комбінації** двох стереометричних тіл, суть важливо дотримуватись таких позицій.

По-перше, навчитися професійно будувати одноосібні зображення кулі, конуса, циліндра, піраміди та призми визначених форм і, навіть, певних розмірів та розташувань, строго притримуючись геометричних закономірностей.

По-друге, зображення вписана-описана пара завжди виконувати (в т.ч., «від руки») лише в ортогональній проєкції і за стандартними (аксонометричними) спряженими напрямками в координатних площинах.

По-третє, принципово працювати за вже вивіреною досвідом схемою дій: 1) скориставшись, як допоміжними, або проєкціями Г. Монжа, або нарисами проєкційних креслень, зробленими нашвидку, або ж *уявляючи комбінацію в думці провести її ретельний аналіз* і визначитися щодо методу побудови зображення (графічний чи графоаналітичний); 2) за достеменно правильним вибором суб'єкта навчання побудувати зображення поверхні одного із заданих тіл; 3) закономірно, чітко встановити на ньому спільні елементи обох поверхонь – точки (лінії) дотику чи перетину; 4) побудувати зображення іншого тіла, обов'язково з урахуванням того, що знайдені точки (лінії) належать і його поверхні.

По-четверте, ретельно виконати наведення проєкційного креслення за умов, що описана поверхня є прозорою по відношенню до вписаної в неї поверхні, а кожна з них – непрозора по відношенню до себе; видимість елементів обох поверхонь подавати незалежно одна від одної.

Особливо важливо, щоб у вчителя чи студента-математика не склалося враження, що ми штучно ускладнюємо процес специфічних конструктивних операцій шляхом об'єднання проєкційних креслень М.Ф. Четверухіна і Г. Монжа. Так, можливо інколи деякі із задач могли б бути представлені побудовно простіше і швидше без використання двокартинного комплексного креслення. Але ж ми мали на увазі виробити **методику** і продемонструвати метод не лише професіоналам цієї справи, а й учням старших класів шкіл, ліцеїв і коледжів, студентам фізико-математичних факультетів університетів, учителям математики, які в масі своїй погано володіють навичками просторового мислення та не мають належних умінь побудови зображень окремо взятих стереометричних тіл, не говорячи вже про їх комбінації, тим паче – незвичні, рідкісні у практиці навчання комплекси кількох просторових фігур.

Нестандартний підхід до розв'язування просторових задач на побудову в геометрії спонукає розв'язувати їх циркулем та лінійкою без будь-яких умовностей і непередбачуваних неточностей, *відповідно до математично встановленої теорії паралельного проєкціювання і перетворення подібності*. При потребі ж, для оптимізації графічних дій, можна ввести не просто умовності, а строго обґрунтовані спрощення, які ще й дозволяють помітно прискорити процес побудови вірного рисунка, не втрачаючи суттєво в наочності.

З іншого боку, графоаналітичний метод із застосуванням двокартинних креслень Г. Монжа не лише *вчить аналітичному і синтетичному методам міркувань* у геометрії, де найбільш зримо переплітаються просторові уявлення і логічне мислення, а й *демонструє невичерпні можливості візуалізації геометричних ситуацій, комплексного використання, доладного поєднання аналітики і графіки*. До речі, графоаналітичні методи вирішення життєво значимих задач давно знайшли визнання у прикладних наукових школах і, в таких реалізаціях, реально впроваджені в конструкторських бюро заводів і фабрик, зокрема, в якості підсистем алгоритмізації технологічного процесу підготовки геометричної інформації для систем автоматизованого проєктування.

Запропонована схема алгоритмізації стереометричних побудов **передбачає** також **створення навчальних програм**, які давали б змогу учню (чи вчителю) самостійно, наодинці з комп'ютером учитися візуально моделювати найрізноманітніші в курсі стереометрії операції з тілами. Формальна реалізація встановленої сукупності побудов, зібраних в **єдиний програмний продукт**, має на увазі обов'язкову координатну визначеність окремих елементів просторових об'єктів і комбінації в цілому (як у прикладній геометрії, для верстатів із ЧПУ). Ця проблема теж методологічно просто вирішується через локальну відмову від вільного виконання зображень і жорстке закріплення уявленої просторової моделі за осями ортогональної диметрії (чи ізометрії).

Таким чином, виходячи з міркувань гарантованих наочності й вірності, а отже, належної якості зображень, чіткої визначеності стереометричного об'єкта у просторі та можливостей формально-логічної і машинної алгоритмізації побудов, в дисертації запропоновано, як пріоритетні, **графічний і графоаналітичний методи** рисункового моделювання.

У **четвертому** розділі «**Методична підсистема навчання позиційної геометрії**» ще раз привертається увага до специфічних цілей науково-педагогічного процесу. Перед педагогом-геометром ставиться не просте, надто важливе завдання: **засобами геометрії розвинути** у студентів (учнів) *просторові уявлення та уяву, наочно-образне і логічне мислення, пробудити творчий інтерес і мотиваційні начала, навчити дослідництву в учинні першопрєдмета і математики* в цілому.

Змістовною складовою третього пункту § 1 підручника О.В. Погорєлова для ЗОШ «Геометрія: Стереометрія», з позиційно значимою назвою «**Перетин прямої із площиною**», є лише теорема про належність прямої площині. Після її короткого, але строгого доведення зроблено такий висновок (цитата): «З теореми 1.2 випливає, що **площина і пряма, яка не лежить на ній, або не перетинаються, або перетинаються в одній точці**». В учня, що звик міркувати, виникають принципово важливі запитання: «Чи відповідає назва пункту його змісту?»; «Чому вербально і наочно-образно на рисунку не реалізовано суть питання?». Напевне, що педагог професіонал зумів би дати на них відповідь, із честю здолати таку **недоречність** у викладі надто важливих фактів.

Розрізняють два види побудов, які виконуються строго за правилами паралельного проєкціювання на зображеннях стереометричних фігур: **позиційні** і **метричні**. Розпочати покрокове розв'язання сформульованої просторової задачі на побудову дозволяється лише тоді, коли зображення заданих фігур має властивість **позиційної визначеності**. Задачі, в яких слід візуально з'ясувати взаємне розташування і зафіксувати **інцидентії** – точки (лінії) перетину двох геометричних фігур – називаються **позиційними** (афінними).

Теорема. *Для того, щоб позиційна задача була розв'язувана, необхідно і достатньо, щоб зображення заданих фігур було повним.*

Звернемося до порівняно складніших задач. Таких, наприклад, як побудова лінії перетину поверхні площиною чи лінії перетину багатогранної і кривої поверхонь. Треба знати, що їх графічне розв'язання зводиться, врешті-решт, до відшукування на проєкційному кресленні скінченного числа раз **точки перетину прямої із площиною** і (або) **ліній перетину двох площин**. Якраз тому ці дві особливі

задачі називаються основними позиційними (ОПЗ). Вони внутрішньо споріднені, тісно переплітаються одна з одною алгоритмами конкретних перетворень – розв’язується кожна через іншу. Відкриває шлях до результату лише осмислене, дотепне введення **площини-посередника**, яка в багатьох випадках зумисне вибирається проєкціовальною, оскільки слід-проєкція останньої площини має збиральну властивість, тобто вміщує в собі проєкцію (основу) шуканої прямої перетину двох площин. Цим розривається замкнене коло у графічному вираженні однієї ОПЗ через іншу, ліквідується суперечливість між ними.

Зосередимося на тому факті, що алгоритми розв’язання кожної ОПЗ формулюються у вигляді ланцюжка виключно просторових дій, і справа виконавця вміло реалізувати їх на проєкційному кресленні, для чого потрібно мати лише хороші просторові уявлення і чітко володіти геометричною суттю методів центрального та паралельного проєкціювання, знати їх властивості, які якраз й покладені в основу побудови зображень стереометричних фігур на площині.

Різні **перерізи** просторових об’єктів площиною обертаються в геометрії важливими позиційними пропозиціями. І не лише в теорії питання, але й при розв’язуванні численних задач, зокрема, у прикладних ситуаціях (як, скажімо, за потреби з’ясування характеру лінії «стику» фіюзеляжу і крила літального апарата). Перерізом кривої поверхні площиною, узагалі-то кажучи, є плоска крива лінія, крім тих частинних випадків, коли січна площина проходить через її прямолінійні твірні. Якщо ж поверхнею є багатогранник (піраміда, призма), перерізом її буде багатокутник, число вершин (сторін) якого залежить від кількості ребер (граней), що мають спільні точки (відрізки) із площиною перерізу. Окремо вирізняють **кончні перерізи** (в науці і техніці – їх коробові лінії).

Варто завжди пам’ятати, що **універсальним методом побудови перерізу просторової фігури площиною є метод посередників**. Однак, перш ніж скористатися ним чи його **єдиною рисунковою моделлю – методом внутрішнього проєкціювання** (що переконливо, строго обґрунтовано нами), з використанням сліду чи без нього, приступити до безпосередньої реалізації графічного алгоритму розв’язання задачі, слід ретельно проаналізувати зображення, встановити опорні (характерні) точки перерізу, чітко з’ясувати на яких саме лініях (прямих, колах) поверхні вони розташовані, визначитися (у випадку кривої поверхні) з числом і місцем розміщення проміжних (допоміжних) точок між опорними.

Виконавці рисунків до більш-менш складних задач на перерізи користуються, як правило, **змішаним методом** із тим, щоб побудовних ліній на зображенні було якомога менше, а результату можна було досягти якнайшвидше. Якщо ж справа стосується багатогранника із значним числом ребер (зокрема, власноруч уписаним у задану криву поверхню), то кількість ребер, точки зустрічі яких із січною площиною потрібно шукати, мінімізують, ефективно скориставшись геометричними елементами, якими визначена на зображенні площина перерізу, застосувавши також розроблений нами **оптимізаційний підхід** для розв’язання таких задач. Не може бути сумнівів, що вагомим, беззаперечним **пріоритетом методу внутрішнього проєкціювання** потрібно **вважати** його придатність до **системної рисункової оптимізації** задач. Притім позитивний результат чітко обумовлюється такими трьома означеними домінантами.

- У побудові точок фігури перерізу, спільних для поверхні стереометричного тіла і січної площини, потрібно посылатися виключно на **метод посередників**. Зокрема, розв'язуючи будь-яку із двох основних позиційних задач, кваліфіковано оперувати обґрунтованими алгоритмами дій «у три кроки».

- Оскільки всяка площина необхідно вміщує щонайменше три неколінеарні точки, варто спишити однієї з них помірковано обрати віссю пучка проєкціовальних площин-посередників Ω_i ($i = 1, 2, \dots$), які вибірково вводяться для «активних» твірних (ребер) поверхні, точки перетину яких із січною площиною де-факто потрібно будувати (інколи, як для правильної піраміди (призми) чи поверхні обертання, в якості такої може слугувати її вісь). Ще інші дві точки заданої площини, які теж виражено обираються тим, хто розв'язує задачу, визначатимуть пряму, яка щоразу, завдячуючи власній проєкціовальній площині-посереднику Δ , в перетині з кожною вже введеною площиною-посередником Ω_i , в уявленому обертанні останньої, по чергово висікатиме другу спільну точку, обов'язкову в реалізації другого пункту ОПЗ-1.

- Відразу, задля кращої орієнтації, певності й визначеності у проведенні побудов, якщо це реально узгоджено з форматом зображення і умовою задачі, варто скористатися слідом січної площини на площині основи тіла, який може посприяти точному й оперативному відшукуванню визначальних точок.

Розсудливе, науково осмислене ставлення до вирішення серйозної позиційної пропозиції дисциплінує студента (учня), структурує й упорядковує графічні операції, чітко **моделює метод внутрішнього проєкціонування**, формує евристичну схему таких дій, гарантовано мінімізує завантаженість й забрудненість проєкційного креслення, а отже, поліпшує динаміку його виконання та результуючу якість, сприяє прочитанню, чіткому «баченню» стороннім спостерігачем.

Варто мати на увазі, що між точками будь-якої площини, яка має загальне розташування відносно основної площини, і точками основної площини існує у внутрішньому проєкціонуванні взаємно однозначна **перспективна чи перспективно-афінна відповідність**. Слід площини перерізу на площині основи – це множина подвійних точок узваної взаємно однозначної відповідності: кожна точка площини на цій прямій збігається зі своєю проєкцією (осовною).

У п'ятому розділі «**Методична підсистема навчання метричної геометрії**» строго і просто введено поняття «**Метрично визначене зображення**». Вірні й наочні зображення стереометричних фігур, що є їх бінарними площинними **моделями**, яким властива лише **позиційна повнота**, характеризують оригінал недостатньо, не настільки вичерпно, як того вимагає споконвічна, всюдисуща **метрика**.

Звернемося, приміром, до **паралелограма**. Його зображення має, як відомо, властивість повноти. Однак, лише за цим зображенням не можна встановити форму фігури, оскільки прообразом паралелограма-зображення може бути який-небудь інший паралелограм, зокрема – прямокутник, ромб, квадрат.

Доповнимо зображення $ABCD$ паралелограма $A'B'C'D'$ умовою: $A'B' = B'C'$ чи, скажімо, $A'C' \perp B'D'$. Стає зрозуміло, що $ABCD$ – зображення ромба. Однак цього ще недостатньо для цілковитої визначеності форми оригінала хоча б тому, що ромбів, відмінних за формою, теж безліч. Очевидно, що потрібно витратити

ще один метричний параметр, наприклад, констатуючи залежність між діагоналями фігури пропорцією виду $A'C' : B'D' = 2:1$. Лише за таких обставин зображення плоскої фігури $ABCD$ разом із двома метричними параметрами, додатково (словесно чи в запису) накладеними на нього, однозначно визначає на плоскому екрані форму ромба-оригінала. Спробуємо тепер дещо варіювати введеними додатковими метричними параметрами. Нехай, на відміну від попереднього, $\angle A'B'C' = 90^\circ$ і $A'B' : B'C' = 1:3$. Внесені корективи метричних характеристик фігури через основні загальні розумові дії (порівняння, абстрагування і узагальнення) миттєво, в чомусь навіть підсвідомо викликають в уявленнях образ іншої фігури – прямокутника $A'B'C'D'$ – певної форми, визначеної саме цією останньою інформацією про накреслений паралелограм. Коли ж пропорцію подати дещо в іншому цілком можливому її частинному вигляді, тобто $\angle A'B'C' = 90^\circ$, а $A'B' : B'C' = 1:1$, то це засвідчує рівність суміжних сторін прямокутника, отож тут матимемо справу в оригіналі винятково із прямокутним ромбом – квадратом.

Аналогічні міркування можна провести стосовно зображення **трикутника**.

Означення. Повне зображення Φ фігури Φ' називається метрично визначеним, якщо за ним можна відновити (змодельовати, реконструювати) фігуру Φ' із точністю до подібності.

Теорема. Для того, щоб зображення Φ плоскої фігури Φ' було метрично визначеним, необхідно і достатньо, щоб на нього було витрачено два метричні параметри.

Метричну визначеність просторових фігур можна наочно і просто обґрунтувати на прикладі проєкційного креслення $SABC$ трикутної піраміди $S'A'B'C'$. Очевидно, лише за таким кресленням, без додаткової метричної інформації, нічого певного про піраміду сказати неможливо, оскільки, згідно з теоремою Польке-Шварца, плоский чотирикутник з його діагоналями здатний виконувати роль зображення якого завгодно тетраедра.

Нехай тепер, у частинному випадку, $SABC$ – зображення **правильної** трикутної піраміди. Очевидно, що така суттєва **вербальна** корекція вихідної інформації конкретизує оригінал, виділяє його із сукупності всіх можливих у природі тетраедрів. Однак чи достатньо цих даних для визначеності багатогранника $S'A'B'C'$ із точністю до подібності? Ні, недостатньо. Піраміда називається правильною, якщо її основа є правильний багатокутник, а всі бічні ребра рівні. Зображення довільним трикутником ABC правильного трикутника $A'B'C'$ бере на себе затрату двох метричних параметрів: $A'B' = B'C'$, $B'C' = C'A'$. Рівні бічні ребра спричиняють затрату ще двох метричних параметрів: $S'A' = S'B'$, $S'B' = S'C'$ ($S'O' \perp A'O'$, $S'O' \perp B'O'$). Усе ж, за таким проєкційним кресленням неможливо встановити місце розташування вершини S' на висоті піраміди, проведеної в точці O' до площини основи. В таких умовах S' можна вибрати де завгодно на прямій $S'O'$. Отже, однозначно відновити (змодельовати) правильну трикутну піраміду, як прообраз повного чотирикутника $SABC$, і в цьому випадку неможливо. Очевидно, для того, щоб піраміда $S'A'B'C'$ була цілком метрично визначена, до умов « $SABC$ – зображення правильної трикутної піраміди» обов'язково потрібно додати деякий метричний параметр стосовно вершини піраміди S' , який чітко фіксував би її розташування у просторі на висоті $S'O'$. Наприклад, $S'O' = A'B'$ або

$S'A'=2A'B'$ тощо. Тобто, до чотирьох метричних параметрів, «закладених» у слові «правильна», додається ще один – п'ятий.

Теорема. *Для того, щоб зображення Φ просторової фігури Φ' було метрично визначеним, необхідно і достатньо, щоб на нього було витрачено п'ять метричних параметрів.*

Ці визначальні метричні параметри просторової фігури обов'язково мають бути подані умовою тієї чи іншої стереометричної задачі на побудову.

Акцентуємо: *Якщо на площині вже метрично визначено будь-яку плоску (просторову) фігуру, то метрично визначено всю площину (весь простір) і на проєкційних кресленнях таких геометричних фігур неприпустима сваволя у виконанні побудов метричного характеру, тобто побудов, пов'язаних із проведенням перпендикулярних прямих і площин, вимірюванням відрізків і кутів, встановленням істинної форми плоских фігур, довільно розташованих у просторі.*

У процесі розв'язування **метричних задач** торкаються переважно властивостей оригінала, які **не зберігаються** при паралельному проєкціюванні, але обов'язково є інваріантами перетворення подібності. При цьому не варто забувати, що метричні задачі, як правило, вміщують у собі одну або кілька позиційних задач, які базуються на інваріантах паралельного проєкціювання. В цілому ж, *для ефективного розв'язання будь-якої стереометричної задачі на побудову, слід вирізняти такі співвідношення між елементами оригіналу, які зберігаються при паралельному проєкціюванні.*

У переважній більшості випадків розв'язання метричної задачі зводиться до відшукування на зображенні *визначальних* у побудові елементів: певної **точки** або ж **напрямку** певної прямої. Їх місце розташування можна знайти чи через виконання тільки графічних операцій (**графічний метод**), чи скориставшись допоміжними, по можливості найпростішими і в найменшому об'ємі аналітичними розрахунками (**графоаналітичний метод**). У першому випадку прийнятні різні прийоми, як-от: відшукування потрібних співвідношень всередині (чи на поверхні) стереометричного об'єкта і побудова шуканої фігури безпосередньо на зображенні; відшукування потрібних співвідношень через побудову справжньої форми деякої плоскої фігури (наприклад, шляхом суміщення її з картинною площиною); встановлення взаємно однозначної відповідності між фігурою і її зображенням (вторинною проєкцією) і, нарешті, залучивши до справи операцію **внутрішнього проєкціювання**. Графоаналітичний метод передбачає певні формальні виведення взаємних залежностей між визначальними відрізками з використанням конкретних фактів, властивостей геометричних фігур, сформульованих у відомих аксіомах, теоремах чи розглянутих у раніше розв'язаних задачах. Завершується розв'язання порівняно простою результуючою побудовою.

Роль і місце **метричних задач** на обчислення, доведення і **побудову** у творчому розвитку студента, як особистості та майбутнього вчителя професіонала, розроблені методи розв'язання, численні приклади їх графічних і графоаналітичних реалізацій детально подані в дисертації та в авторських навчальних посібниках.

Критерієм того, що *метрична задача на побудову розв'язувана на позиційно і метрично визначеному кресленні є врахування і використання на*

зображенні позиційних і метричних властивостей оригінала.

Учителю важливо розуміти, що методологічна концепція розв'язування метричних задач на умовних кресленнях не вимагає якихось спеціальних знань із нарисної геометрії, а їх реалізація здійснюється через звичайні графічні чи графоаналітичні операції, які цілком допустимі в курсі геометрії ЗОНЗ.

У шостому розділі «**Організація, проведення та результати педагогічного експерименту**» орієнтиром і рушієм в експериментальних випробуваннях була об'єктивна оцінка ефективності впровадження інноваційної системи.

Зроблено аналіз ступеня достовірності основних положень напрацьованої концепції системного навчання евклідової геометрії на основі творчого, дослідницького і діяльнісного конструктивного підходу, уточнено понятійний апарат, скоректовано методичні рекомендації і з'ясовано границі дослідження, остаточно встановлено об'єм та розроблено програми і повне методичне забезпечення окремих розділів курсу. Чітко протисані відповідності між професійними діями, які виконуються під час розв'язування геометричних задач на побудову, та конструктивними вміннями і навичками, які сприяють їх успішному виконанню.

На етапі констатувального експерименту (2000-2005 рр.), шляхом анкетування вчителів математики, магістрантів і студентів других-п'ятих курсів, бесід із ними, перевірочними контрольними роботами в обсязі геометрії ЗОШ здійснювалося вивчення стану підготовки студентів університету з евклідової геометрії. Були отримані неспростовні дані, які засвідчили необхідність висунення нових концептуальних ідей і розробки нетрадиційних напрямів співпраці викладача з майбутніми вчителями у сфері першонауки.

В реальних умовах засвоєння навчальних дисциплін «Конструктивна планіметрія», «Основи стереометричних побудов» і, частково, «Креслення (з основами нарисної геометрії та прикладного конструювання)» (2005-2009 рр.) проводився пошуковий експеримент, який дозволив, відповідно рівню сформованості та розвитку просторового і логічного мислення студентів, виділити чотири рівні сформованості їх конструктивних умінь і навичок.

Результати констатувального і пошукового експериментів засвідчили, що за усередненими показниками вищій рівень володіння шкільним курсом евклідової геометрії показали лише 2,7% іспитників експериментальних груп і 4,0% – контрольних; достатній рівень – 27,03% експериментальних і 32,0% контрольних груп; 32,43% і 28,0% – середній рівень та 37,84% і 36,0% – початковий рівень, відповідно. За якістю знань показники вочевидь незадовільні, адже лише близько треті студентів мають допустимо прийнятну кваліфікаційну підготовку.

Упродовж проведення (2009-2012 рр.) формувального експерименту структуровано схему дій у всіх напрямках дослідження, здійснено перевірку та оцінку ефективності відпрацьованої методичної системи, узагальнено результати контрольних випробувань, описано процес впровадження і апробації стрижневих положень розробленої концепції як творчо-розвивальної основи системного навчання евклідової геометрії на основі конструктивного підходу, з'ясовано місце і значення конструктивних методів у професійній підготовці майбутніх учителів із предметів геометричного циклу, чим обґрунтовано доцільність якісних змін у керованому навчальному процесі ВПНЗ.

Характеристика вибіркової сукупності

Таблиця 1

Назва університету	Групи	2006/07	2007/08	2008/09	2009/10	Усього
Житомирський державний університет імені Івана Франка	Е	37 (12)	31 (11)	28 (11)	28 (11)	124 (45)
	К	25 (8)	20 (7)	19 (7)	19 (7)	83 (29)
Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова	Е	25 (9)	25 (9)	24 (9)	24 (9)	98 (36)
	К	26 (10)	25 (10)	25 (10)	25 (10)	101 (40)
Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького	Е	14 (5)	14 (5)	13 (5)	13 (5)	54 (20)
	К	13 (5)	13 (5)	13 (5)	12 (5)	51 (20)
Донецький національний університет	Е	13 (4)	13 (4)	13 (5)	13 (5)	52 (18)
	К	14 (4)	13 (4)	13 (4)	13 (4)	53 (16)
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника	Е	12 (4)	12 (4)	11 (4)	10 (4)	45 (16)
	К	13 (5)	13 (5)	11 (5)	11 (5)	48 (20)
Вінницький державний педагогічний університет імені М.П.Коткобинського	Е	14 (5)	14 (5)	13 (4)	13 (4)	54 (18)
	К	13 (4)	13 (4)	12 (4)	12 (4)	50 (16)
Харківський національний педагогічний університет імені Г.С.Сковороди	Е	10 (3)	10 (3)	10 (3)	10 (3)	40 (12)
	К	10 (3)	10 (3)	10 (3)	10 (3)	40 (12)
Разом	Е	125 (42)	119 (41)	112 (41)	111 (41)	467(165)
	К	114 (39)	107 (38)	103 (38)	102 (38)	426(153)

Вихідними умовами організації та проведення формувального експерименту, оцінки за його результатами ефективності розробленої методичної системи навчання студентів евклідової геометрії було формування методом випадкового відбору вибіркової сукупності (вибірки) з урахуванням двох факторів: обсягу і репрезентативності. Обсяг вибірки визначався за таблицями достатньо великих чисел. Щоб забезпечити точність ($\alpha = 0,05$) та надійність ($P = 0,95$) оцінки таблиця дає значення 384. Репрезентативність вибірки встановлювалася шляхом урахування двох об'єктивних показників: тип вищого навчального закладу, в якому відбувається підготовка майбутніх учителів (класичний або педагогічний університети) і те, в яких класах ЗОШ навчалися студенти – учасники дослідження (звичайних чи з поглибленим вивченням математики). Кількість студентів іспитантів у формувальному експерименті подано таблицею 1.

Порівняльні показники навчальних досягнень у виконанні професійно орієнтованих завдань

Таблиця 2

№ п/п	ВИДИ ЗАВДАНЬ	Початковий рівень		Середній рівень				Достатній рівень				Високий рівень	
		Е		К		Е		К		Е		К	
		Студенті	%	Студенті	%	Студенті	%	Студенті	%	Студенті	%	Студенті	%
1	Площинні задачі на побудову	21	4,5	177	37,9	220	47,1	49	10,5				
				47	11,0	184	43,2	178	41,8	17	4,0		
2	Проекційні рисунки стереометрії	10	2,14	142	30,41	243	52,03	72	15,42				
				24	5,6	164	38,5	191	44,8	47	11,1		
3	Позиційні задачі	7	1,5	153	32,8	243	52,0	64	13,7				
				15	3,5	167	39,2	189	44,4	55	12,9		
4	Метричні задачі	39	8,4	199	42,6	192	41,1	37	7,9				
				51	11,97	215	50,47	155	36,39	5	1,17		

Щоб з'ясувати міру впливу навчання в експериментальних групах за інноваційними технологіями на формування конструктивних умінь і навичок, оцінити рівень оволодіння поняттями і фактами евклідової геометрії, становлення професійних компетентностей, мотиваційного компоненту навчально-виховної діяльності майбутніх учителів математики (розвиток навчально-пізнавального інтересу), здійснювалися за гілками системи такі чотири різновиди контрольних завдань: 1) теоретично і побудовно строге розв'язання планіметричних задач на побудову; 2) виконання інструментально чи «від руки» проєкційних креслень стереометричних тіл і їх комбінацій до реальних задач на обчислення (креслення-картини і креслення-моделі) та формально-обчислювальне розв'язання цих задач; 3) розв'язання на позиційно визначених проєкційних кресленнях позиційних задач; 4) розв'язання на повних і метрично визначених проєкційних кресленнях метричних задач.

Результати формувального експерименту



Рис. 1

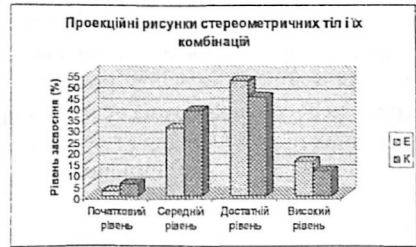


Рис. 2

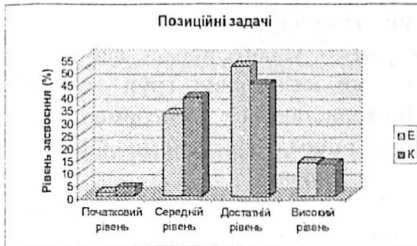


Рис. 3

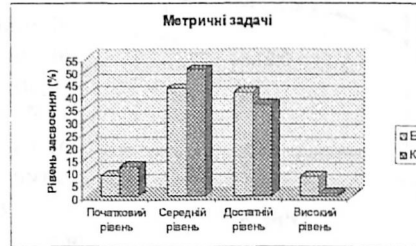


Рис. 4

В таблиці 2 представлено розподіли за рівнями навчальних досягнень результатів виконання чотирьох сформульованих завдань студентами других-п'ятих курсів контрольних і експериментальних груп, а на рисунках 1-4 дано зображення діаграм, які характеризують співвідношення між цими результатами. В нашому випадку, коли відповідні розділи (курси) конструктивної евклідової геометрії є складовими навчальних програм, офіційно затверджених вченою радою ВПНЗ, тобто розроблена концептуальна методична система навчання майбутніх учителів евклідової геометрії на основі конструктивного підходу вже впроваджена в навчальний процес, а її багаторічні позитивні результати виявилися ефективними і не викликають сумнівів, формувальний експеримент

був зорієнтований, головним чином, на класичну організацію і проведення методами математичної статистики оцінки ефективності концепції в її числовому представленні, підтвердження життєздатності запропонованих методик і методів шляхом емпіричних досліджень на конкретних студентських колективах.

Вважаємо за потрібне окремо підкреслити, що у процесі навчання геометрії ми щонайменше один раз на місяць проводили планові аудиторні чи самостійні домашні контрольні роботи з відповідною тематикою. Тобто, формувальний експеримент для обох груп тривав безперервно.

Результати так поставленої співпраці показали, що навчаючись, студенти набираються досвіду в розв'язуванні задач, відбувається позитивний перерозподіл рівнів накопичення геометричних знань, розвитку вмінь і навичок їх включення в обчислювальну та побудовну діяльність. Проте рівень сформованості останніх в експериментальній групі виявився вочевидь вищим ніж у контрольній групі. Лінії регресії (рис. 5) результатів усіх контрольних робіт в інтервалі від початкового до підсумкового тестувань якості виконання професійно орієнтованих завдань є об'єктивно знятими характеристиками у зримому зіставленні ефективності *традиційного підходу* і *новітньої методичної системи* навчання геометрії на основі **конструктивного** підходу. Посилаючись до рівнянь регресії та їх графіків можна не лише порівнювати вказані підходи, а й здійснювати корекцію їх підвалин, відпрацьовувати способи і засоби впливу на процес навчання з метою подальшого поліпшення його якості, а отже, й ефективності.

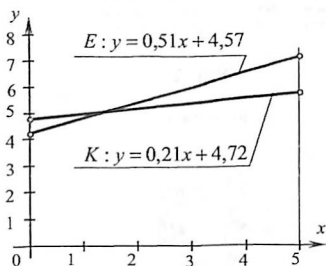


Рис. 5

За допомогою t-критерію Стюдента обґрунтовано вибір **контрольної** групи студентів до вже обраної **експериментальної** групи.

Щоб просто переконатися в ефективності впровадження розробленої методичної системи навчання в рамках усього обсягу вибіркової сукупностей уже визначених груп ($n_c = 467$, $n_k = 426$), ми скористалися в експериментальній роботі статистичними критеріями Фішера і Колмогорова-Смірнова.

Одним із найбільш поцінованих фахових пріоритетів учителя геометрії, як уже зазначалося, є усталені, напрацьовані досвідом навички і вміння **швидко, якісно** виконувати проєкційні креслення стереометричних фігур та їх комбінацій до теорем і задач. У цьому сенсі, надто вагомий критерій «**швидко**» в розумінні вчителя уособлює об'єктивну вимогу процесу навчання геометрії, адже педагог не у праві тратити дорогоцінний час уроку на пояснення по ходу виконання рисунка. У свою чергу, критерій «**якісно**» означає – результат візуальних операцій вірний і наочний на стільки, що сторонній спостерігач, осягаючи зображення, «бачить» і розумом усвідомлює дану конструкцію в оригіналі, а отже, рисунок в якості допоміжного засобу на шляху до результату ефективно «працює».

Ще іншим характеристичним показником якості зображення є **число помилок**, яких припускається студент. *Проекційний рисунок із вагомими фактичними помилками не можна вважати вірним*, ним не варто користуватися в пошуку

результату. На порядок денний постають запитання: «Як зіставити критерії швидкості і якості?», «Чи взаємно залежні вони?», «Як співвідноситься швидкість виконання рисунка від особистісних якостей і показників студента (наприклад, успішності або ж соціального статусу)?».

Для реалізації стратегії зіставлення, як одного із шляхів пошукового пізнання, необхідне використання математико-статистичних методів. Найпростішими способами, які дозволяють будувати математичну модель взаємозв'язку психічних явищ, є ранговий кореляційний аналіз за методом Спірмена та лінійна кореляція за Пірсоном.

Результати експерименту в підрахунках засвідчують, що **якість** проєкційних креслень – їх вірність і гарантована наочність – здобуваються досвідом, розмаїтістю і числом власноруч виконаних побудов, із наступним ефективним використанням зображень для пошуку правильного шляху розв'язання задачі. Також з'ясовано, що між швидкістю виконання проєкційних рисунків та кількістю помилок, яких припускаються суб'єкти навчання, існує тісний прямий зв'язок. Студенти, які виконують проєкційні креслення швидше, припускаються меншого числа помилок (вони – впевнені в собі), і навпаки, повільні у графічних діях студенти припускаються більшого числа помилок.

Таким чином, враховуючи результати так поставленої роботи в цілому, маємо всі підстави стверджувати, що розроблена методологія навчання майбутніх учителів математики, інноваційні форми і методи геометризації різнохарактерних пропозицій, структура дидактичних засобів їх закономірної, поетапної наочно-образної **візуалізації**, зокрема, активним вилученням із пам'яті ще не сформованих у знання понять і фактів, а з надбанням досвіду **діяльнісного учіння**, свідоме і ґрунтовне опанування першопредмету, із задумом зорієнтоване на формування **творчого мислення, мотивацій і професійних компетентностей**, помітно більш вагомим, ефективнішим традиційних.

ВИСНОВКИ

Основні результати проведеного дослідження полягають у наступному.

Сформульовано і обґрунтовано концепцію, сконструйовано модель методичної системи навчання евклідової геометрії майбутніх учителів математики на основі конструктивного підходу; з'ясовано потребу, можливості, а також шляхи і способи цілеспрямованого формування навичок просторового мислення студентів-математиків, збагачення їх візуально-оперативного досвіду як важливої передумови гармонійного розвитку **логічного мислення засобами конструктивної геометрії**; концептуально *обґрунтовано* необхідність перебудови у ВПНЗ курсу евклідової геометрії з активним включенням **системного, діяльнісного й особистісно-орієнтованого** навчання; *досліджено* функції й умови реального впровадження в університетах комплексу дисциплін «Конструктивна евклідова геометрія», *визначено* теоретичні підходи до його структурування і змістового наповнення.

Результати дослідження дають привід для таких **висновків**.

1. В основу запропонованої структурно-системної **концепції** конструктивізму в евклідовій геометрії, яка об'єктивно є фундаментальною складовою успішної реалізації принципів фахового навчання майбутніх учителів геометрії

в цілому, ми поклали *операціональну концепцію навчіння*, яка спирається на орієнтовно-операціональну структуру психічної діяльності людини. Дано означення конструктивної евклідової геометрії як окремої галузі математики і творчо-розвивальної дисципліни, встановлено та відображено її місце і роль у навчальному процесі ВПНЗ; виявлено і обґрунтовано філософські, психолого-педагогічні та фізіологічні основи розроблення *концептуальної моделі*, ефективного впровадження системи конструктивних методів та зображувальних технологій в евклідовій геометрії; проведено логіко-дидактичний аналіз понять і апарату фактографічної візуалізації евклідової геометрії, з'ясовано суть процесу і, відповідно з концепцією навчального моделювання, погоджено метод зображень геометричних фігур на площині в умовах навчання геометрії та виокремлено науково-методичні основи теорії зображень.

2. Структурна і методологічна диференціація, яка явно просліджується в сучасній науці «Геометрія», і не завжди виправданий вибір у ВНЗ тих чи інших розділів в якості навчальних безпосередньо впливають на розвиток, формування у студентів навичок достовірного одержання та розумового сприйняття конкретних понять і фактів. Образ евклідової геометрії зі школи залишається в пам'яті студента об'ємним за насиченням фактичним матеріалом, відчутно скупим нормами академічних годин, відведених на його засвоєння, малопомітним абстрактними, найпростішими і не цікавими задачами на обчислення, які розв'язуються за вже готовими формулами та, до того ж, у залишковий час. Як наслідок, дисципліна уявляється невмотивованою, складною в розумінні та є зовсім не жаданою.

Природно виникає запитання: «Як майбутньому вчителю навчати учнів евклідової геометрії, коли він, випускник фахового вузу, сам її до ладу не знає?». Нашими дослідженнями доведено, що елементарній геометрії в системній підготовці вчителів має надаватися значно більша увага. Причому навчання слід вести пріоритетно на конструктивній основі, не повторюючи марно шкільну програму, а саме: планіметрії (задачі на побудову, 2,4 курси), основам стереометричних побудов (стереометричні задачі на обчислення і побудову, 3-4 курси), позиційній та метричній планіметрії і стереометрії (побудовні просторові задачі на кресленнях-моделях, 5 курс і магістратура). З'ясовано, що конструктивні задачі в геометрії займають особливе місце, адже в них акумулюється весь фактичний матеріал, вони – «на піку навчання»!

3. Навчаючи майбутніх учителів, пильну увагу потрібно приділяти морально-психологічному налаштуванню студента на його професійну педагогічну діяльність, фахову підготовку з першопредмету. Найголовнішим завданням викладача вузу є навчіння основам професійної майстерності, прищеплення звичок творчого вирішення будь-якого питання, орієнтування суб'єкта навчання на постійне удосконалення себе як фахівця й особистості. Роль площинних задач на побудову в цьому сенсі надзвичайна. Нами розроблена методична підсистема навчання планіметричних побудов, обґрунтовані кардинальні вихідні принципи концепції, змістовно наповнено блоки структурної схеми, відпрацьовано всі питання методології навчання студентів-математиків реальним методам пошуку розв'язань задач на побудову.

4. Багаторічний досвід співпраці з учителями математики, практика навчання геометрії студентів і учнів засвідчують, щонайменше, короткозорість

нас, педагогів, у поданні розділу «Стереометрія». Першопричиною майже стовідсоткового нецтва випускників школи в розв'язуванні просторових задач на обчислення є абсолютне невміння будувати зображення стереометричних фігур і їх комбінацій. Ще у процесі грамотного виконання креслення-картини суб'єкт навчання розумом констатує визначальні міжелементні зв'язки всередині досліджуваного просторового об'єкта. Аналіз умови задачі за вже акуратно зробленим рисунком остаточно налаштовує студента (учня) на правильний шлях до результату. Оскільки варіації стереометричних конструкцій безліч, потрібен уніфікований, теоретично обґрунтований метод. Суть важливо в ланцюжку покрокових дій вирішити два питання: «з чого розпочати побудову?», «що за чим слідує?».

Метод вільного виконання зображень М.Ф.Четверухіна в умовах навчального процесу, не маючи переконливих, закономірно обґрунтованих правил-орієнтирів побудов, «не працює». Лише багатократні вправи на дошці чи в зошиті наближають його до користувача. Нами в повному обсязі з'ясовано стан розробленості питання в науково-методичній і навчальній літературі, означено причини недоліків в опануванні відомих методів, доведено їх лише залишкову придатність до ефективного використання у ВНЗ (школі). Розроблено підсистему методичної концепції і сконструйовано науково достовірну структурну модель системного навчання основам стереометричних побудов. Відпрацьовано компоненти методичної системи навчання закономірних побудов зображень окремих стереометричних тіл та їх можливих комбінацій *методом аксонометричних напрямів і умовних співвідношень*, який гарантує вірність та наочність останніх.

5. Необхідність впровадження в навчальний процес принципу строго закономірних стереометричних побудов спричинена потребою доказового розуміння суб'єктом навчання кожного кроку правила-орієнтиру рисункових дій. Все в будь-якій конкретній побудові обґрунтовується, а результат не повинен викликати сумнівів, адже кожна з побудов є насправді геометричною задачею позиційного чи метричного характеру. Проте в реаліях евклідової стереометрії школи, коли вчитель планує розв'язати у відведений час якомога більше задач, проєкційні рисунки потрібно виконувати якісно і швидко. До вимог вірності і наочності додається не менш важлива вимога: зображення має бути достатньо простим із точки зору його графічного виконання (**простота в побудовах**). Нами визначено шляхи формування і становлення у студентів практичних навичок швидкого виконання якісних, зрозумілих сторонньому спостерігачу стереометричних побудов зі строго обґрунтованими умовностями і спрощеннями. Тобто, окремі елементи зображення, визначальні в конструкції, виконавець рисунка вибирає «на око» в місці, де й мав би бути цей елемент (спрацьовує досвід, ефект «бачення» точних побудов), а всі лінії зображення акуратно наводяться «від руки».

6. Позиційну визначеність зображень геометричних фігур належить кваліфікувати як вимогу шкільного курсу, хоч її природу і геометричну суть учням не пояснюють. Однак учитель має цю вимогу розуміти і фахово володіти нею навіть при розв'язуванні задач на обчислення, з використанням лише креслень-картин. Нами доступно, строго і методично виважено обґрунтовано теорію позиційної визначеності проєкційних креслень. Розроблено підсистему методичної концепції і сконструйовано науково достовірну структурну модель системного навчання

позиційних побудов. Блоки і модулі схеми, зі всіма внутрішніми зв'язками, наповнені конкретним змістом у теоретичному і практичному вираженні.

7. Найбільш помітним у роботі, базовим об'єктом позиційної стереометрії є допоміжна геометрична фігура – площина (поверхня)-посередник. Нами в чіткому обґрунтуванні з'ясовано і логічно строго розтлумачено місце і роль у позиційній стереометрії методу посередників. Налагоджено, з посиланнями до одного з основних відношень геометрії («належності»), методику наочно-образного подання методу посередників. Вирізняє дві основні позиційні задачі, сконструйовано правила-орієнтири їх розв'язання методом площин-посередників. У розвитку теми і як практичне впровадження досліджень, вичерпно обґрунтовано теорію, подано приклади побудови перерізів багатогранників площиною.

З'ясовано природу упорядкованої двійки проєкціовань: внутрішнього, переважно на площину основи тіла – циліндричного (для циліндра і призми) або конічного (для конуса і піраміди); та зовнішнього на картинну площину, яке є виключно паралельним в евклідовій стереометрії. Внутрішнє проєкціювання «за напрямом бічних ребер чи твірних» завжди, незалежно від суб'єктивних уподобань, навчач має місце на зображеннях стереометричних фігур. Вся суть у тому, як розпорядитися на практиці цим уявлюваним феноменом.

8. Із давніх-давен розрізняють два методи побудови перерізів тіл площиною: метод внутрішнього проєкціювання (взаємно-однозначної відповідності між точками січної площини і площини основи тіла) і метод слідів. У наших дослідженнях обґрунтовано пропонується змінити таку некоректну (ба, невірну) диференціацію методів. Адже взаємно-однозначна відповідність між січною площиною і площиною основи тіла індукована винятково операцією внутрішнього проєкціювання, а слід є одним із визначальних елементів рисункового задавання такої відповідності. Тому теоретичне право на існування має єдиний із методів – внутрішнього проєкціювання, а метод слідів (або, що теж саме, взаємно-однозначної відповідності двох площин) є його частинним випадком.

Ще одне принципове, недомислено спірне питання вирішено в наших дослідженнях. Завжди вважалося, що метод внутрішнього проєкціювання в його рисунковій реалізації супроводжується значним числом ліній побудови, що захаращує проєкційний рисунок і, як наслідок, є його суттєвим недоліком. Ми розробили оптимізаційний метод внутрішнього проєкціювання, який ліквідує вказану методичну, психолого-педагогічну й технологічну недоречність.

9. Хоча вимога метричної визначеності проєкційних креслень не належить до переліку вимог шкільного курсу геометрії, проте в навчанні евклідової геометрії майбутніх учителів є найбільш ваговою, в певному розумінні об'єднаною. Адже такі зображення обов'язково *вірні, наочні, прості в побудові та позиційно визначені*. Отже, ця вимога вміщує в собі всі попередні. Нами доступно, строго і методично виважено подано теорію метричної визначеності проєкційних креслень плоских і просторових фігур. Розроблено методичну концепцію і сконструйовано науково достовірну структурну модель (підсистему) системного навчання метричних побудов на проєкційних кресленнях.

З метою реального проведення підготовчого етапу до серйозних рисункових випробувань на кресленнях-моделях, здійснено класифікацію метричних задач на

точки, прями і площини, виділено дві основні метричні задачі, до яких зводиться розв'язання всіх інших задач на перпендикулярність прямих і площин.

10. Експериментально доведено, що метод внутрішнього проєкціювання на одну площину проєкції є графічним (графоаналітичним) методом розв'язування стереометричних задач на обчислення, доведення і побудову. Відпрацьовано методологію візуального конструктивного вирішення на метрично визначених проєкційних кресленнях цілого класу метричних задач. З'ясувалося, що ряд задач стереометрії розв'язуються виключно цим методом.

Розроблено метод внутрішнього ортогонального проєкціювання в системі двох взаємно перпендикулярних площин проєкцій, який винятково у графічному вираженні завжди забезпечує загальногеометричний підхід до проведення перпендикулярних прямих і площин на вірному й наочному зображенні. Таким чином, спростовано тезу про те, що (цитата за М.Ф. Четверухіним) «... проведення взаємно перпендикулярних ліній, ..., можливо здійснювати лише в тому випадку, коли ці фігури проєкціюються на площину аксонометричних проєкцій без спотворення».

11. Важливо, що у процесі реалізації вказаних методів у найбільш повному об'ємі знайшли своє застосування правила позиційної стереометрії і ОТМ з її трьома кардинально важливими наслідками. Хорошим, переконливим інструментом популяризації конструктивізму в геометрії, за таких умов, виявився прийом переформулювання звичайної задачі на обчислення в комплексну задачу на побудову практичного чи прикладного спрямування (свідоме підсилення її геометричним змістом). Таке перетворення креслення-картини у креслення-модель, спотвореного зображення окремих фігур чи їх елементів в оригінальне, дає можливість безпосередньо на картинній площині заміряти результат задачі і порівнювати його з формально-обчислювальним результатом, що наближає геометрію до матеріального виробництва і реального життя, переконує студента в життєдайності геометричних понять, закономірностей і фактів, додає змістової значимості наочному проєкційному рисунку та предмету «Геометрія».

12. Окремі розділи геометричних дисциплін тісно споріднені логікою уявлених міркувань і природною візуалізацією дій та закономірних фактів. Пропагована на цій основі методологія навчання, сукупність результатів, отриманих у процесі науково-теоретичних, методичних і експериментальних досліджень й представлених в опублікованих роботах, дає привід стверджувати, що розроблена концептуальна система співпраці з майбутніми вчителями у сфері есківдової геометрії є **реально впровадженою** у практику і потребує свого розвитку в перспективі. *Наступні наукові дослідження* планується здійснювати, передусім, у таких напрямках: 1) типізація планіметричних і стереометричних задач на побудову, алгоритмізація методів, комп'ютерне моделювання конструктивної геометрії; 2) аналіз стану, коригування змісту, форм і методів навчання учнів ЗОШ планіметрії (основна школа) і стереометрії (старша школа), ненав'язливе, проте обґрунтовано цілеспрямоване, доречне укріплення елементів конструктивізму в цей процес; 3) розробка курсу, написання програми і навчального посібника «Наочна геометрія» для ЗОНЗ, його впровадження у школах і класах із поглибленим вивченням математики; 4) міжпредметні зв'язки курсів «Конструктивна есківдова геометрія» та «Креслення» в методиці навчання геометрії, зокрема, з використанням ІКТН;

5) напрацювання логічно незаперечних фактографічних схем і методик активного залучення конструктивних прийомів і засобів у процес викладання й учіння курсів «Аналітична геометрія» і «Диференціальна геометрія», комп'ютерне моделювання; 6) «Аналітична геометрія з теорією зображень» як розділ геометрії і навчальний предмет ВПНЗ; 7) з'ясування науково-педагогічних й методичних особливостей у навчанні евклідової геометрії на основі конструктивного підходу в ІППО, а також в умовах дистанційної освіти.

ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ДИСЕРТАЦІЇ ВИСВІТЛЕНІ В ТАКИХ ПУБЛІКАЦІЯХ АВТОРА:

Монографія

1. *Ленчук І.Г.* Система навчання майбутнього вчителя конструктивної геометрії: Монографія / І.Г. Ленчук. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2011. – 357 с.

Статті в наукових фахових виданнях

1. *Ленчук І.Г.* Методичні засади зображень в аксонометрії. Многогранники / І.Г. Ленчук // Вісник ЖДПІ. – Житомир: Вид-во ЖДПІ ім. І.Франка, 1998. – №1. – С. 13 – 19.

2. *Ленчук І.Г.* Методичні засади зображень в аксонометрії. Тіла обертання / І.Г. Ленчук // Вісник ЖДПІ. – Житомир: Вид-во ЖДПІ ім. І.Франка, 1998. – №2. – С. 48 – 54.

3. *Ленчук І.Г.* Про вступні екзамени з математики в ЖДПУ ім. І.Я. Франка в 1998 р. / І.Г. Ленчук, О.А. Сарана // У світі математики. – К.: Наук. вид-во ТВІМС, 1999. – Т.5. – Вип.2. – С. 55 – 57. (Особистий внесок: автором укомплектовано пакети білетів геометричними задачами; загальне редагування).

4. *Ленчук І.Г.* Алгоритмічний підхід у побудові проєкційних креслень комбінацій двох тіл / І.Г. Ленчук // Вісник ЖДПІ. – Житомир: Вид-во ЖДПІ ім. І.Франка, 1999. – №3. – С.80 – 84.

5. *Ленчук І.Г.* Графоаналітичний метод алгоритмізації побудови зображень комбінації куля-описана піраміда / І.Г. Ленчук // Вісник ЖДПІ. – Житомир: Вид-во ЖДПІ ім. І.Франка, 2000. – №5. – С. 12 – 16.

6. *Боравльов А.П.* Методичні корективи змісту традиційної схеми у пошуку розв'язків конструктивних задач / А.П. Боравльов, І.Г. Ленчук // Вісник ЖДПУ. – Житомир: Вид-во ЖДПУ ім. І.Франка, 2000. – №5. – С. 50 – 53. (Особистий внесок: автором запропонована і реалізована ідея; оформлення, редагування).

7. *Ленчук І.Г.* Методичні аспекти погодження в наочній стереометрії із практикою теорії комбінації двох тіл / І.Г. Ленчук // Вісник ЖДПУ. – Житомир: Вид-во ЖДПУ ім. І.Франка, 2001. – №8. – С. 26 – 31.

8. *Ленчук І.Г.* Продуктивно-уявні узагальнення в задачах стереометрії / І.Г. Ленчук, А.Ц. Франовський // Вісник ЖДПУ. – Житомир: Вид-во ЖДПУ ім. І.Франка, 2003. – №11. – С. 56 – 62. (Особистий внесок: запропоновано об'єднуючу концепцію застосування конструктивних методів в навчанні аналітичної геометрії).

9. *Ленчук І.Г.* Метод внутрішнього проєкціювання в метричних задачах стереометрії / І.Г. Ленчук // Математика в школі. – 2003. – №8. – С. 19 – 24.

10. *Ленчук І.Г.* Природа методу посередників у побудовній стереометрії / І.Г. Ленчук // 36. наук. праць: «Проблеми сучасного підручника». – Київ-Бердянськ, 2004. – Вип. 5. – С. 55 – 63.
11. *Ленчук І.Г.* Вибір методу виконання зображень в умовах школи / І.Г. Ленчук // 36. наук. праць: «Проблеми сучасного підручника». – Київ-Бердянськ, 2004. – Вип. 5. – С. 89 – 99.
12. *Ленчук І.Г.* Методичні відтинки навчання основам геометрії / І.Г. Ленчук, А.Ц. Франовський // Наук.-метод. зб.: «Нові технології навчання». – К.: ІТ і ЗО МОН України, 2004. – Вип. 38. – С. 37 – 46. (Особистий внесок: автором визначено й реалізовано ідею, здійснено добір та систематизацію матеріалу).
13. *Ленчук І.Г.* Початки геометричних побудов у планіметрії / І.Г. Ленчук, А.Ц. Франовський // Наук.-метод. зб.: «Проблеми освіти». – К.: ІТ і ЗО МОН України, 2004. – Вип. 37. – С. 67 – 74. (Особистий внесок: автором дисертації визначено ідею, здійснено добір, наукові доробки та систематизацію матеріалу).
14. *Ленчук І.Г.* Побудовна оптимізація методу внутрішнього проєкціювання / І.Г. Ленчук // Наук.-метод. зб.: «Нові технології навчання». – К.: ІТ і ЗО МОН України, 2005. – Вип. 40. – С. 213 – 225.
15. *Ленчук І.Г.* Дві реалізації метричної задачі стереометрії / І.Г. Ленчук // Математика в школі. – 2005. – №2. – С. 15 – 19.
16. *Ленчук І.Г.* Доцільність фрагментарного застосування в ЗОШ методів нарисної геометрії / І.Г. Ленчук, Л.В. Лось, О.В. Фонарюк // Вісник ЖДУ імені Івана Франка. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2007. – Вип. 32. – С. 99 – 103. (Особистий внесок: автором дисертації запропоновано методами нарисної геометрії спростити доведення фактів геометрії ЗОШ; загальне редагування).
17. *Ленчук І.Г.* Теорема про проєкціювання прямого кута в метричній стереометрії ЗОШ / І.Г. Ленчук // Математика в школі. – 2007. – №7. – С. 6 – 9.
18. *Ленчук І.Г.* Педагогічні вмотивування місця і ролі проєкційних креслень у навчанні стереометрії / І.Г. Ленчук, О.В. Фонарюк // Наук.-метод. зб.: «Проблеми освіти». – К.: ІТ і ЗО МОН України, 2007. – Вип. 51. – С. 61 – 68. (Особистий внесок: запропоновано уніфіковані закономірні схеми стереометричних побудов до теорем і задач; загальне редагування).
19. *Франовський А.Ц.* Поліпшення професійної компетентності суб'єктів навчання шляхом збагачення курсу креслення прикладним конструюванням / А.Ц. Франовський, І.Г. Ленчук, Л.В. Лось // Наук.-метод. зб.: «Нові технології навчання». – К.: ІТ і ЗО МОН України, 2007. – Вип. 49. – С. 8 – 10. (Особистий внесок: автором здійснено добір, наукову доробку та систематизацію матеріалу).
20. *Ленчук І.Г.* Метод суміщення як когнітивно-візуальний засіб вирішення стереометричних пропозицій / І.Г. Ленчук, О.В. Фонарюк // 36. наук. праць: «Теорія та методика навчання фундаментальним дисциплінам у вищій школі». – Кривий Ріг: Вид-во від. НМЕТ АУ, 2008. – Вип. 7. – Т.1. – С. 400 – 412. (Особистий внесок: автором дисертації розроблено метод конструктивного розв'язання задач стереометрії вищого рівня складності; загальне редагування).
21. *Ленчук І.Г.* Опорядження професійних якостей студентів збагаченням обчислювальних пропозицій стереометрії конструктивним змістом / І.Г. Ленчук, М.П. Лисенко, Л.В. Лось, О.В. Фонарюк // Вісник ЧНУ ім. Б.Хмельницького:

серія «Психолого-педагогічні науки».–Черкаси: Вид-во ЧНУ, 2009.– Вип. 150. – С. 152 – 164. (Особистий внесок: автором дисертації запропоновано ідею, підбрано приклади задач; упорядкування і загальне редагування).

22. *Ленчук І.Г.* Місце основної теореми метрики в задачах стереометрії / І.Г. Ленчук // Математика в школі. – 2011. – № 1-2. – С. 17 – 22.

23. *Ленчук І.Г.* Метричні побудови у площині загального розташування / І.Г. Ленчук // Математика в школі. – 2011. – № 6. – С. 20 – 25.

24. *Ленчук І.Г.* Професійна підготовка студентів засобами пізнавально-візуального навчання азам позиційної стереометрії / І.Г. Ленчук, В.Є. Михайленко // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія №3. Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. наук. праць: – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2009. – №5.– С. 115 – 121. (Особистий внесок: автором дисертації скориговано тлумачення і логічне розуміння методів побудови перерізів тіл площиною).

25. *Ленчук І.Г.* Подвійне внутрішнє проєкціонування як метод розв’язування задач в аксонометрії / І.Г. Ленчук // Зб. наук. статей «Наукові записки» НПУ ім. М.П. Драгоманова. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2010. – № 92 – С. 140 – 146.

26. *Ленчук І.Г.* Конструктивна геометрія як галузь математики і навчальна дисципліна / І.Г. Ленчук // Наук. часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія №3. Фізика і математика у вищій і сер. шк.: Зб. наук. пр. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2011. – №8. – С. 61 – 69.

27. *Ленчук І.Г.* Психолого-педагогічні основи реалізації ідей і методів конструктивізму в евклідовій геометрії / І.Г. Ленчук // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методи навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: Зб. наук.-метод. праць. – К.-Вінниця: ТОВ фірма «Планер», 2012. – Вып. 33.– С. 388 – 393.

28. *Ленчук І.Г.* Проблема креативного навчання евклідової геометрії в системі методичної підготовки майбутніх учителів: у контексті педагогічного експерименту / І.Г. Ленчук // Наук.-метод. зб.: «Нові технології навчання». – К.-Вінниця: ІТ і ЗО МОН, молоді та спорту України, АМСКП, 2012. – Вип. 71. – С. 128 – 133.

Навчальні посібники, методичні рекомендації

1. *Ленчук І.Г.* Конструктивна стереометрія в задачах: Навч. посіб. моногр. хар-ру для студ. математ. спец-тей ВПНЗ / І.Г. Ленчук. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2010. – 368 с.

2. *Боравльов А.П.* Аналіз у розв’язуванні задач на побудову: Навч. посіб. для студ. математ. спец-тей ВПНЗ / А.П. Боравльов, І.Г. Ленчук. – К.: Вища школа, 2002.– 191с. (Особистий внесок: автором дисертації розроблено теорію питання, підбрано приклади задач і подано зразки їх розв’язання; рисунковий супровід).

3. *Ленчук І.Г.* Системний підхід у навчанні планіметричним побудовам: Навч.-метод. посіб. для студ. спец-ті «Педагогіка і методика середньої освіти. Математика» / І.Г. Ленчук. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2006, 2010.– 154 с.

4. *Дворська М.Г.* До питання розв’язування тригонометричних рівнянь: Метод. реком. на допомогу вчителям математики / М.Г. Дворська, І.Г. Ленчук // Про деякі особливості викладання математики в сер. шк.: Зб. праць. – Житомир: Вид-во Жит. ОІУВ, 1990. – С.2–18. (Особистий внесок: автором дисертації

розроблено метод зіставлення різних форм множин розв'язків тригонометричних рівнянь, візуальна демонстрація діаграмами Венна; оформлення, редагування).

5. *Ленчук В.І.* Основи стереометричних побудов: Посібник для вч. та ст-тів / В.І. Ленчук, І.Г. Ленчук. – Житомир: Олеся, 1994. – 223с. (Особистий внесок: автором дисертації розроблено метод побудови зображень тіл і їх комбінацій).

6. *Ленчук І.Г.* Місце метричних задач у курсі стереометрії: Метод. посіб. Серія «У творчій лабораторії вчителя математики» / І.Г. Ленчук. – Житомир: Вид-во ЖМВО, 1995. – 34 с.

7. *Ленчук І.Г.* Геометрія (Аналітична геометрія на площині): Навч.-метод. посіб. / І.Г. Ленчук, С.П. Семенець. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2006, 2010. – 124с. (Особистий внесок: автором дисертації розроблено тексти лекцій).

8. *Герус О.Ф.* Вступний екзамен з математики на фізико-математичному факультеті ЖДУ ім. І.Франка: Метод. посіб. / О.Ф. Герус, І.Г. Ленчук, О.А. Сарана. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2002, 2004. – 83 с. (Особистий внесок: автором дисертації розроблено комплекти білетів, зразки задач).

Статті в наукових виданнях, матеріали і тези доповідей на конференціях

1. *Ленчук І.Г.* Аппроксимация секущими в заданной полосе допуска / И.Г. Ленчук // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К.: Будівельник, 1989. – Вып. 47. – С. 84 – 86.

2. *Ленчук І.Г.* Деление отрезка кривой без особых точек на промежутке на равные части / И.Г. Ленчук // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К.: Будівельник, 1989. – Вып. 48. – С. 59 – 62.

3. *Ленчук І.Г.* Аппроксимация функций преобразования измерительных преобразователей / И.Г. Ленчук // Техническая электродинамика. – К.: Наукова думка, 1989. – №1. – С. 101 – 104.

4. *Ленчук І.Г.* Построение опорных точек конических сечений на проекционно-полном чертеже Четверухина / И.Г. Ленчук, А.Ф. Боравлев // ЭВМ в преподавании графических дисциплин: Сб. науч.-метод. ст. по начертательной геометрии и инж. графике. – М.: Изд-во МПИ, 1990. – Вып. 17. – С. 112 – 119. (Особистий внесок: автором дисертації розроблено графічний метод побудови в аксонометрії перерізів конуса площиною загального розташування).

5. *Ленчук І.Г.* Аппроксимация кривых другого порядка хордами із суворо заданим допуском / І.Г. Ленчук, І.І. Ленчук // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: Будівельник, 1991. – Вып. 52. – С. 55-58.

6. *Ленчук І.Г.* Інваріати паралельних проєкцій в аналітико-синтетичному тлумаченні / І.Г. Ленчук // Вісник ЖІТІ. – Житомир: ЖІТІ, 1998. – № 7. – С. 327 – 334.

7. *Ленчук І.Г.* Про конструктивні підвалини метричної стереометрії / І.Г. Ленчук // Зб. наук. пр.: «Освітні інноваційні технології у процесі викладання навч. дисциплін». – Житомир: Вид-во ЖДПУ ім. І.Франка, 2004. – С. 202 – 210.

8. *Боравльов А.П.* Виховання в майбутнього вчителя творчого відношення до вивчення геометрії / А.П. Боравльов, І.Г. Ленчук. – Удосконалення навчально-виховної роботи у процесі викладання математики і фізики у школах Житомирської області: Тези доповідей обл. наук.-практ. конф. (Житомир, грудень 1983). – Житомир: ЖДПІ, 1983. – С. 37 – 39. (Особистий внесок: автором дисертації здійснено добір і систематизацію матеріалу; редагування).

9. *Ленчук І.Г.* Побудова зображень стереометричних фігур / І.Г. Ленчук, К.В. Мороз. – Інститут – школі: Повідомлення і тези обл. наук.-практ. конф. – Житомир: ЖДПІ, 1990. – С. 191 – 192. (Особистий внесок: автором дисертації здійснено добір і систематизацію матеріалу; редагування)
10. *Ленчук І.І.* Алгоритмізація стереометричних побудов / І.І. Ленчук, І.Г. Ленчук. – Технологія цільової підготовки спеціалістів: Тези доп. Української наук.-практ. конф. до 75-річчя ДДУ. – Дніпропетровськ: Вид-во ДДУ, 1993. – С. 44 – 45.
11. *Ленчук І.І.* Формування і розвиток просторових уявлень у процесі навчання геометрії за новими інформаційними технологіями / І.І. Ленчук, І.Г. Ленчук. – Технологія навчання у процесі фахової підготовки майбутнього вчителя: Матеріали міжрегіональної наук.-практ. конф. «Соціально-педагогічні проблеми професійної підготовки майбутніх учителів» (Житомир, 25 – 27 жовтня 1993 р.). – Житомир, Вид-во ЖДПІ ім. І.Франка, 1993. – С. 86 – 88.
12. *Ленчук І.Г.* Методичні аспекти розвитку навичок зображень просторових фігур на площині / І.Г. Ленчук. – Наукові засади реформування вищої освіти в Україні: Матеріали Всеукраїнської наук.-практ. конф. (Київ, 2 – 4 лютого 1993 р.). – К.: Вид-во ІСДО України, 1994. – С. 248 – 250.
13. *Ленчук І.Г.* Системне формування просторових уявлень / І.Г. Ленчук. – Формування інтелектуальних умінь учнів у процесі вивчення математики та інформатики: Тези доп. Міжвузівської наук.-практ. конф. (Суми, 13 – 14 квітня 1995 р.). – Суми: РВВ. Сум. ДПУ ім. А.С.Макаренка, 1995. – С. 69 – 71.
14. *Ленчук І.Г.* Інваріанти паралельного проєкціонування в аналітико-синтетичному викладі / І.Г. Ленчук. – Психолого-педагогічні фактори підвищення професійної майстерності вчителя-вихователя: Тези Всеукраїнської наук.-практ. конф. (Житомир, 16 – 17 листопада 1995 р.). – Житомир: Вид-во ЖДПІ ім. І.Франка, 1995. – С.274 – 275.
15. *Ленчук І.Г.* Роль і місце теореми про проєкціонування прямого кута на «кресленнях-моделях» М.Ф.Четверухіна / І.Г. Ленчук. – 5-та Міжнародна наук. конф. ім. акад. М.Кравчука: Тези доп. (Київ, 16 – 18 травня 1996 р.). – К.: Вид-во НТУ (КПІ), 1996. – С. 237.
16. *Ленчук І.Г.* Методичні корективи у навчанні стереометричним побудовам / І.Г. Ленчук, О.В.Фонарюк. – Матеріали Всеукраїнської наук.-метод. конф. «Проблеми математичної освіти» (ПМО – 2005). – Черкаси: Вид-во ЧНУ ім. Б.Хмельницького, 2005. – С. 82 – 85. (Особистий внесок: автором розроблено системно-структурний підхід навчання стереометричних побудов; редагування).
17. *Ленчук І.Г.* Системний підхід у навчанні планіметричним побудовам / І.Г. Ленчук. – Матеріали Всеукраїнської наук.-метод. конф. «Проблеми математичної освіти» (ПМО – 2005). – Черкаси: Вид-во ЧНУ ім. Б.Хмельницького, 2005. – С. 86 – 89.
18. *Ленчук І.Г.* Метод суміщення в задачах стереометрії / І.Г. Ленчук, О.В.Фонарюк. – Математична освіта в Україні: минуле, сьогодення, майбутнє: Тези Міжнародної наук.-практ. конф. (Київ, 16 – 18 жовтня 2007 р.). – К.: Вид-во НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2007. – С. 206 – 207. (Особистий внесок: автором розроблено метод, підібрано демонстраційні вправи, задачі; оформлення та редагування).

19. *Ленчук І.Г.* Когнітивно-візуальний підхід в упорядкуванні методів побудови перерізів тіл площиною / І.Г. Ленчук. – Наука. Образование. Технологии: Материали 3-ей Международной науч.-практ. конф. (21 – 22 октября 2010 г.). – Барановичи (Беларусь): Изд-во УО БарГУ 2010. – С. 226 – 227.
20. *Ленчук І.Г.* Рисунокве моделювання задач стереометрії / І.Г. Ленчук. – Проблеми математичної освіти (ПМО – 2010): Матеріали Міжнародної наук.-метод. конф. (24-26 листопада 2010 р.). – Черкаси: Вид-во ЧНУ ім. Б.Хмельницького, 2010. – С. 96 – 97.
21. *Ленчук І.Г.* Царина внутрішнього проєкціювання у стереометрії / І.Г. Ленчук. – Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики: Тези доповідей Міжнародної наук.-практ. конф. (11-13 травня 2011 р.). – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2011. – С. 172 – 173.
22. *Ленчук І.Г.* Операціональна концепція навчання в конструктивній евклідовій геометрії / І.Г. Ленчук. – Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики: Тези доповідей Міжнародної наук.-практ. конф. (25-27 квітня 2012 р.). Вінниця: ВДПУ ім. М. Коцюбинського, 2012. С. 153-155.

АНОТАЦІЯ

Ленчук І.Г. Теоретико-методична система навчання евклідової геометрії майбутніх учителів на основі конструктивного підходу. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук зі спеціальності 13.00.02 – теорія і методика навчання (математика). Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, Київ, 2013 р.

Дисертаційна робота присвячена інтенсифікації процесу навчання **геометричних дисциплін** в університетах, які здійснюють підготовку майбутніх учителів. Предметом дослідження є теоретико-методична система реалізації в **евклідовій геометрії конструктивного підходу** як категоріально-понятійної та змістової основи дисциплін геометричного циклу. З'ясовані науково-методичні, психолого-педагогічні та фізіологічні засади конструктивної складової у викладанні й учінні першонауки «Геометрія», виявлено та відпрацьовано шляхи і засоби її впровадження, встановлено технології використання цих шляхів і засобів у педагогічних університетах. **Розроблено** і теоретично обґрунтовано науково-методичну **систему навчання евклідової геометрії**, основним стержнем якої є **конструктивний підхід**, експериментально перевірено її ефективність.

Розкрито діалектику зв'язків просторового наочно-образного і логічного мислення, з'ясовано функції, виявлено структуру і зміст компонентів концепції геометричної підготовки в університеті. Концептуальна модель методичної системи включає в себе підсистеми: планіметричні побудови; вірні та наочні зображення у стереометрії; позиційні та метричні пропозиції, реалізовані обчислювальними, графічними і графоаналітичними методами на проєкційних рисунках.

Результати експериментальних досліджень, впровадження розробленої моделі в навчальний процес переконливо свідчать створення сприятливих умов для ефективного формування професійних задатків майбутніх учителів.

Ключові слова: конструктивна евклідова геометрія; системне і творче навчання; внутрішнє і зовнішнє проєкціювання; концепція; модель; мислення; графічний, графоаналітичний методи; діяльнісний, дослідницький підходи.

АННОТАЦИЯ

Ленчук И.Г. Теоретико-методическая система обучения евклидовой геометрии будущих учителей на основании конструктивного подхода. – Рукопись.

Диссертация на соискание учёной степени доктора педагогических наук по специальности 13.00.02 – теория и методика обучения (математика). Национальный педагогический университет имени М.П. Драгоманова, Киев, 2013 г.

Диссертационная работа посвящена интенсификации процесса обучения **геометрических дисциплин** в университетах, осуществляющих подготовку будущих учителей. Предметом исследования есть теоретико-методическая система реализации в **евклидовой геометрии конструктивного подхода** как категориально-содержательной и смысловой основы дисциплин геометрического цикла. Установлены научно-методические, психолого-педагогические и физиологические начала **конструктивной составляющей в преподавании и учении первонауки «Геометрия»**, вскрыты, упорядочены пути и средства её внедрения, определены технологии использования этих средств и путей в педагогических университетах. **Разработано** и теоретически обосновано научно-методическую **систему обучения евклидовой геометрии**, основным стержнем которой является конструктивный подход, экспериментально проверено её эффективность.

Идея, разработка и реальное внедрение **теоретико-методической системы** обучения евклидовой геометрии будущих учителей на основании конструктивного подхода предполагают:

- заинтересовать наукой «Геометрия», мотивировать осознанное восприятие и исчерпывающе полное усвоение её закономерностей и правил, продемонстрировать влияние деятельного визуального обучения на развитие у студентов умственных способностей, формирование профессиональных компетентностей и положительных человеческих качеств;
- указать на вескость простого, компактного и строгого представления (научения) и восприятия (учения) основ геометрических построений;
- отработать в представлениях и алгоритмах прочные умения динамических преобразований узаконенными методами заданных (начерченных) фигур или их элементов, приобрести навыки «видения» эффективного использования таковых в целях наглядной демонстрации схем решения геометрических предложений;
- в исследовательском, творческом процессе развивать пространственное и логическое мышление, интуицию, обучать конструированию компактных алгоритмических схем доказательств теорем и решений задач методами анализа и синтеза, вести научно правильное вербальное и символически описываемое оформление правил-ориентиров обоснований гипотез, системных умозаключений, поданных и представляемых действиями на проекционных рисунках;
- примерами решений конструктивными приёмами и средствами разной степени сложности геометрических предложений на вычисление, доказательство и построение выяснить сущность метода моделирования рисунками;
- использовать единственный универсальный метод в обучении качественному выполнению стереометрических построений;

- развивать навыки и умения эффективно использовать графические и графоаналитические способы решения задач;
- формировать устоявшиеся стереотипы мышления, исключительно проекционным рисунком находить все возможные позиционные и метрические характеристики заданных геометрических объектов, выработать принципы и правила оценки таких графических действий;
- обосновать учащимся целесообразность вербального и содержательного упорядочения методов построения сечений тел плоскостью;
- принять к сведению и использованию в учении строгость обоснования оптимизационного (числом построений) метода внутреннего проецирования по направлению боковых ребер (образующих) стереометрического тела;
- путём наглядной геометризации задач на вычисления демонстрировать полезные прикладные аспекты конструктивизма;
- прививать понимание, пропагандировать знание инновационных методов внутреннего проецирования как методов решения метрических задач;
- интенсивно используя конструктивные методы в евклидовой геометрии, формировать профессиональные качества геометра – научного работника, исследователя и учителя, ориентировать студентов на эффективное овладение профессией.

Сформулировано и обосновано **концепцию**, сконструировано **модель методической системы обучения евклидовой геометрии** будущих учителей на основании конструктивного подхода; выяснено потребность, возможности, а также пути и способы направленного формирования навыков пространственного мышления студентов-математиков, обогащения их визуально-оперативного опыта как важного предусловия гармоничного развития **логического** мышления средствами *конструктивной геометрии*; концептуально обосновано необходимость переустройства в ВПУЗ курса евклидовой геометрии с активным включением **системного, деятельного и личностно ориентированного** обучения; исследовано функции и условия реального внедрения в университетах комплекса дисциплин «Конструктивная евклидова геометрия», определены теоретические подходы к его структурированию и содержательному наполнению.

Раскрыто диалектику связей пространственного наглядно-образного и логического мышления, уяснено функции, определено структуру и содержание компонентов концепции геометрической подготовки в университете. Концептуальная модель методической системы вмещает в себе такие подсистемы: планиметрические построения; верные и наглядные изображения в стереометрии; позиционные и метрические предложения, реализованные вычислительными, графическими и графоаналитическими методами на проекционных рисунках.

Результаты экспериментальных исследований, внедрение разработанной модели в учебный процесс свидетельствуют о создании благоприятных условий для эффективного формирования профессиональных качеств будущих учителей.

Ключевые слова: конструктивная евклидова геометрия; системное и творческое обучение; внутреннее и внешнее проецирование; концепция; модель; мышление; графический, графоаналитический методы; деятельный, исследовательский подходы.

SUMMARU

Lenchuk I.G. Theoretical and methodological teaching system of Euclidean geometry of future teachers through constructive approach. - Manuscript.

The dissertation for the degree of Doctor of Pedagogical Sciences, speciality 13.00.02 – Theory and Methods of Teaching (Mathematics). National Pedagogical University named after M.P. Dragomanov, Kyiv, 2013.

The thesis is devoted to the intensification of learning process of geometric disciplines at universities that train future teachers. The subject of study is theoretical and methodological system of constructive approach realization in Euclidean geometry as categorical-conceptual and contextual basis of geometric disciplines. The author defined scientific and methodological, psychological, educational and physiological basis of constructive part in teaching and learning of «Geometry». Also author discovered and perfected ways and means of its adoption, determined technologies of using of these ways and means of teaching at pedagogical universities.

The author worked out and theoretically grounded methodological system of teaching of Euclidean geometry through constructive approach and experimentally verified its effectiveness. The author revealed dialectic relations of spatial, visual, imaginative and logical thinking, defined the content, functions and structure of components of geometry training concept at the university.

Conceptual model of methodological system includes following subsystems: planimetric constructions, exact and visual images in solid geometry, positional and metric statements implemented by calculating, graphical and graphic analytical methods on projection pictures.

The results of experimental researches and implementation of the developed model into the learning process strongly suggests the creation of favourable conditions for the efficient formation of professional skills of future teachers.

Keywords: constructive Euclidean geometry; systematic and creative learning; internal and external projection; concept; model; graphic; graphic analytical method; thinking; active and research approaches.

НБ НПУ



100127268

Підписано до друку 23 січня 2013 р. Формат 60x84/16
Ум. друк. арк. 1,9. Обл.-вид. арк. 1,9
Наклад 100 прим. Зам. № 7

Видавництво Житомирського державного університету імені Івана Франка
м. Житомир, вул. Велика Бердичівська, 40
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
Серія ЖТ № 10 від 07.12.04 р.
Електронна пошта (E-mail): zu@zu.edu.ua