МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ СССР

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. А. М. ГОРЬКОГО

Т. А. ЛИЗОГУБ

О СИСТЕМЕ УПРАЖНЕНИЙ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ВОСЬМИЛЕТНЕЙ ШКОЛЫ

(13.731 — методика преподавания математики)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

КИЕВ — 1970 г.

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ СССР

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. А. М. ГОРЬКОГО

Т. А. ЛИЗОГУБ

О СИСТЕМЕ УПРАЖНЕНИЙ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ВОСЬМИЛЕТНЕЙ ШКОЛЫ

(13.731 — методика преподавания математики)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

КИЕВ — 1970 г.

Работа выполнена на кафедре математики Луцкого государственного педагогического института им. Л. Украинки.

Научный руководитель —

кандидат педагогических наук, доцент **Черкасов Р. С.**

Официальные оппоненты:

Член-корреспондент АН УССР, доктор физико-математических наук, профессор **Дзядык В. К.**

Кандидат педагогических наук, доцент **Кухарь В. М.**

Ведущее учреждение — Украинский научно-исследовательский институт педагогики.

Автореферат разослан „___“ ________________ 1970 г.

Защита состоится „___“ ________________ 1970 г. на заседании Ученого Совета физико-математического факультета Киевского государственного педагогического института им. А. М. Горького (Киев, бульвар Шевченко, 22/24).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Ученый секретарь Совета,

В 1970 — 1971 учебном году 4-ые классы нашей школы приступают к работе по новым программам и учебникам. Переход на новые программы всех классов намечается завершить в ближайшие 5 лет. Эта исключительно большая и важная по своему значению работа требует своевременного решения ряда сложных методических проблем. Одной из них является проблема развития и совершенствования системы задач и упражнений.

В преподавании математики важное место принадлежит решению задач и выполнению упражнений. От подбора системы задач и упражнений во многом зависит степень сознательности усвоения учащимися предмета, развитие самостоятельности и интереса школьников к математике. «Все задачи, относятся ли они к непосредственному применению на практике или к вопросам, связанным с математической теорией, — говорится в «Заключениях и рекомендациях Международного симпозиума по вопросам преподавания математики»,— имеют очень важное значение. Решение задач приводит в действие математическое мышление (формулирование, проверка, предположение, анализ, синтез, обобщение, специализация и т. д.). Использование задач для последующего формирования понятия о структурах имеет фундаментальное значение»[1].

На современном этапе развития математического образования вопрос о содержании задач становится особенно актуальным. Успех проводимого обновления школьного курса математики в значительной мере будет зависеть от системы задач и упражнений. На Международном конгрессе математиков в Москве А. С. Крыговская, говоря о целях работы, предстоящей математикам и педагогам, в качестве первой выделяет следующую: «Построение сборников задач, приспособленных к новым программам и духу, с использованием тра-

[1] Доклад о работе Международного симпозиума по преподаванию математики в школе. Будапешт, 27 августа — 7 сентября 1962 г. Будапешт, 1963, стр. 16—17.

диционных задач, которые, сформулированные на языке современной математики и в соответствующем контексте, часто раскрывают свое педагогическое значение еще в более явном виде, чем в традиционном контексте»[1].

Безусловно, создание задачника, соответствующего новым взглядам, — длительный процесс и требует коллективных усилий. Но основное внимание проводимых в настоящее время исследований сосредоточено на составлении новых руководств по теоретическим разделам учебных курсов. Так, во всех известных нам новых пособиях по алгебре упражнениям отводится лишь иллюстративная, вспомогательная роль. Количества этих упражнений недостаточно для достижения целей обучения. Такое положение затрудняет успешное введение в школьное преподавание вопросов, отражающих требования современной математики. Именно эти разделы курсов не обладают достаточным резервом задач различной степени трудности, доступных среднему ученику.

В связи с этим мы поставили перед собой цель:

1. На основе анализа учебных руководств по алгебре изучить общие тенденции в совершенствовании системы задач и упражнений; выявить главные особенности этой системы в новых учебниках, вышедших в связи с движением за модернизацию школьного математического образования, и выделить основные требования, предъявляемые к этой системе современной методикой преподавания математики.

2. Исходя из этих требований, составить систему задач и упражнений по некоторым новым и основным традиционным разделам курса алгебры восьмилетней школы и проверить в практике школьной работы доступность для учащихся и педагогическую эффективность такой системы.

3. Учитывая результаты эксперимента, дать свои предложения по содержанию задач и упражнений и их системе в новых пособиях по алгебре для восьмилетней школы.

Предлагаемая работа состоит из введения, трех глав и списка использованной литературы.

В первой главе проанализированы наиболее распространенные в прошлом отечественные задачники. Затем рассматриваются как отечественные, так и некоторые иностранные пособия, изданные в последние годы в связи с движением за модернизацию математического образования. На основе этого

---

[1] А. С. Крыговская, Развитие математической деятельности учащихся и роль задач в этом развитии, «Математика в школе», 1966, № 6, стр. 30.

анализа выявлены основные требования к системе задач и упражнений по алгебре.

В § I рассмотрены задачники, получившие широкое распространение после принятия в России обязательной программы для средней школы. Констатируется, что первоначально шло накопление различного вида задач и упражнений. Так, «Сборник примеров и задач, относящихся к курсу алгебры» Ф. Бычкова предусматривает выработку необходимых умений и навыков по алгебре путем выполнения большого количества формальных громоздких упражнений.

Н. А. Шапошников и Н. К. Вальцов в своем задачнике впервые противопоставили стремлению к увеличению количества задач их педагогически продуманный отбор и систематизацию. В их сборнике строже выдержан принцип «от простого к сложному», использованы новые методические приемы (введение пояснительного текста, введение дублирующих задач и упражнений, обозначенных одним номером, но различным шрифтом, и т. д.).

Реформистское движение в начале XX века оказало влияние на содержание задачников К. Ф. Лебединцева и Д. А. Бема, А. А. Волкова и Р. Э. Струве. В основу их написания положена идея уравнения, впервые введены упражнения, связанные с понятием функции. Это позволило авторам значительно разнообразить форму задач и упражнений, приблизить их содержание к практике, что способствовало более сознательному усвоению учащимися курса алгебры.

Анализ задачников и пособий по алгебре советского периода содержится в § 2. Здесь отмечено, в частности, что, несмотря на недостатки «Рабочих книг» по математике, в них содержалось значительное число своеобразных интересных задач для самостоятельного выполнения и задач с практическим содержанием. Это помогало преодолению формализма в математических знаниях учащихся.

Новые методические особенности характерны для задачника Н. Н. Полозовой: достигнуто большее разнообразие упражнений; впервые введены повторительные, устные упражнения; осуществлена более тесная связь между разделами. Основной идеей задачника является идея уравнения.

Значительным достижением в совершенствовании системы задач и упражнений является сборник П. А. Ларичева. Упражнения в нем по педагогическому значению делятся на три вида: 1) только по текущей теме; 2) включающие пройденный материал; 3) только по пройденной теме (для повторения). Среди них много новых и по форме и по содержанию упражнений. В задачнике более четко выдержаны идеи числа, уравнения, функции.

Издание пособия В. Л. Гончарова «Начальная алгебра» — важное событие в методике. В нем впервые последовательно выдержаны идеи уравнения и функции. Упражнения отличаются тщательным отбором и продуманностью, в их составе много творческих, нестандартных.

Вышедший в 1964 году задачник К. С. Муравина и Е. Г. Крейдлина традиционен и по содержанию и по построению. Но в нем шире используются таблицы и графики, повысилась содержательность упражнений, выполнение которых требует от учащихся достаточных знаний по теории начальной алгебры.

Дополнительная литература по математике, издаваемая в нашей стране, является источником новых идей, новых и по форме и по содержанию упражнений. В работе рассмотрена серия «Библиотечка физико-математической школы», выходящая под редакцией И. М. Гельфанда.

Рассмотрению иностранной литературы посвящен §3. Здесь проанализированы современные пособия по алгебре, созданные в США, Англии, Франции и Польше. В результате отмечены их некоторые общие черты:

1. В основу положены идеи теории множеств и математической логики. Функции, уравнения, неравенства и другие разделы алгебры рассматриваются с точки зрения указанных общих идей.

2. Значительное место отведено использованию таблиц, схем, графиков, графов, диаграмм Венна.

3. Широко привлекаются упражнения: на использование символики; на установление истинности высказываний; на нахождение множества решений уравнений, неравенств и их систем методом проб и т. п.

4. Пособия, как правило, объединяют в себе учебник и задачник.

Рассмотрение пособий, задачников, методических руководств и статей, а также опыт использования упражнений в практике преподавания позволили выделить основные требования к системе задач и упражнений. Этому посвящен §4. Здесь мы руководствовались общим требованием к системе упражнений — соответствия содержанию новой школьной программы.

По методическому значению упражнения и задачи нами разделяются на четыре вида:

1. Пропедевтические упражнения и задачи, подготавливающие введение нового понятия.

2. Упражнения и задачи, направленные на выяснение нового понятия и его свойств.

3. Упражнения и задачи, устанавливающие связь нового понятия с ранее известными.

4. Упражнения и задачи, в которых усвоенное понятие используется для подготовки к изучению других понятий и раскрывается область его применения в смежных дисциплинах и в практике.

В диссертации рассматривается каждый вид задач и упражнений.

В современных задачниках наблюдается тенденция к увеличению количества устных упражнений, которые не требуют громоздких выкладок и решение которых возможно при четком понимании изучаемого материала. Включаются также новые формы упражнений на вычисление. Большое значение придается задачам на доказательство и исследование как такому виду упражнений, который в наибольшей степени способствует развитию логического мышления учащихся; увеличивается роль упражнений на составление задач. Особенно следует отметить внимание к комплексным упражнениям, содержащим несколько вопросов и позволяющим детально рассмотреть одну и ту же математическую ситуацию, а также к задачам с недостающими и избыточными данными.

В сборниках задач намечается более широкое использование языковых средств современной математики. К ним относятся символика теории множеств и математической логики, различного вида таблицы, диаграммы, графики, графы. Это значительно разнообразит форму упражнений, обогащает содержание, позволяет упростить изложение многих вопросов.

Относительно расположения задач следует отметить, что в последние годы все больше сторонников завоевывает выдвинутый Д. Пойа принцип расположения задач группами, где каждая предыдущая задача должна быть непосредственной подготовкой к решению последующей.

Что касается количества упражнений, то, как показали исследования Я. И. Груденова, с психологической точки зрения однотипных упражнений должно быть не более трех-четырех.

С учетом этих и ранее перечисленных требований нами была составлена система упражнений по новым разделам курса алгебры восьмилетней школы и некоторым традиционным разделам (система координат, понятие функции, графики функций, линейная функция, уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств) с использованием элементов теории множеств и математической логики.

Во второй главе описаны результаты эксперимента, целью которого было выявить доступность для учащихся различного возраста предлагаемой системы упражнений, а также ее эффективность.

Здесь содержится описание организации эксперимента, который был начат в 1965 году и проводился в г. Москве и в г. Луцке.

К моменту начала эксперимента все классы занимались по традиционной программе. В связи с этим во всех классах необходимо было излагать элементы теории множеств и математической логики. По этой же причине мы не имели возможности сравнить предлагаемую нами систему упражнений с другими системами.

В ходе эксперимента на основе наблюдений за учащимися, замечаний учителей, проводимых контрольных и самостоятельных работ вносились необходимые изменения в содержание и форму упражнений. Эксперимент давал информацию о доступности упражнений, о равномерности в нарастании трудности, о необходимости дополнить систему упражнений заданиями для слабых или сильных учащихся.

Материал, предлагаемый в экспериментальных классах, не был одним и тем же. Менялись последовательность изложения, система упражнений.

В первом параграфе указаны особенности изучения элементов теории множеств. В курсе алгебры восьмилетней школы находят применение такие понятия теории множеств: множество, элемент множества, пустое множество, подмножество, пересечение и объединение множеств. Поэтому именно перечисленные понятия мы предлагали учащимся. При этом мы не заметили существенной разницы в восприятии названных вопросов пятиклассниками, шестиклассниками и восьмиклассниками.

В ходе эксперимента обнаружены некоторые трудности и ошибки учащихся. Среди них отождествление понятия «множество» с понятием «бесконечное множество», недостаточно четкое понимание элемента множества, и, как результат, ошибки вида: «Множество рыб в реке является подмножеством множества рыб в океане». Последний вид ошибок учащихся привел к мысли изменить порядок изучения темы. Обоснована целесообразность изучения подмножеств после действий пересечения и объединения множеств.

Опыт показал, что элементы теории множеств вполне доступны учащимся 5—8 классов, что предлагаемая система упражнений обеспечивает усвоение учащимися понятия множества и основных действий над множествами, а также прививает им необходимые навыки.

§ 2 содержит описание результатов эксперимента по изучению элементов математической логики. Получены следующие выводы:

1. В курсе алгебры восьмилетней школы следует ограничиться такими понятиями: высказывание, его истинность; предикат, множество истинности предиката; конъюнкция высказываний, множество истинности конъюнкции предикатов; дизъюнкции высказываний, множество истинности дизъюнкции предикатов; импликация и эквивалентность высказываний.

2. Перечисленные понятия целесообразно изучать после введения буквенной символики.

3. Все перечисленные понятия доступны учащимся восьмилетней школы и предлагаемая система упражнений дает им возможность усвоить начальные сведения по математической логике.

Изучению функций и их графиков посвящен следующий параграф. В нем показано, как могут быть использованы элементы теории множеств при изучении понятия функции. Определение функции дано на основе соответствия множеств. Затем описана и обоснована методика построения графиков функций, исходящая из принципа «от общего к частному».

Изложение начинали с задачи: «Даны графики функций $f(x)$ и $g(x)$. Построить график функции $y=f(x)+g(x)$». График функции $y=f(x)+c$ строили как сумму графиков функций $y_1=f(x)$ и $y_2=c$ (c—const). Затем переходили к задаче: «Зная график функции $y=f(x)$, построить график функции $y_1=af(x)$″, — и устанавливали вид полученного графика в зависимости от коэффициента **a**. Потом выясняли, как влияет число **b** на расположение графика функции $y_1=f(x+b)$ по отношению к графику функции $y=f(x)$ и решали задачи вида: «Дан график функции $y=f(x)$. Построить график функции $y=af(x+b)+c$».

Графики линейной функции $y=ax+b$ и квадратной функции $y=ax^2+bx+c$, их положение в зависимости от значений коэффициентов рассматривались как частные случаи сформулированной общей задачи.

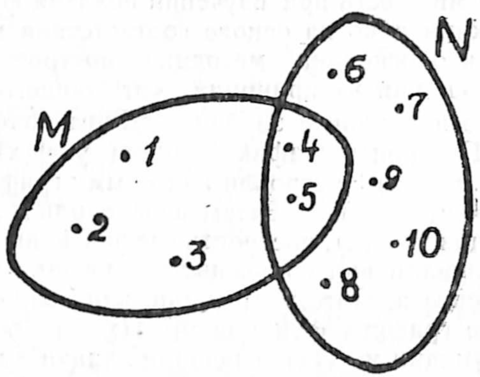
Такая последовательность изложения, как показал опыт, дает общий метод построения графиков, является важным средством углубления и закрепления понимания связи между графиками различных функций, разнообразит работу по построению графиков и оживляет ее.

Использование элементов теории множеств и математической логики позволяет на более высоком уровне проводить изучение уравнений, неравенств и их систем, которые при этом истолковываются как предикаты, а множество их решений как множество истинности соответствующих предикатов. Описанию экспериментальной проверки такого подхода при изучении уравнений, неравенств и их систем посвящен § 4.

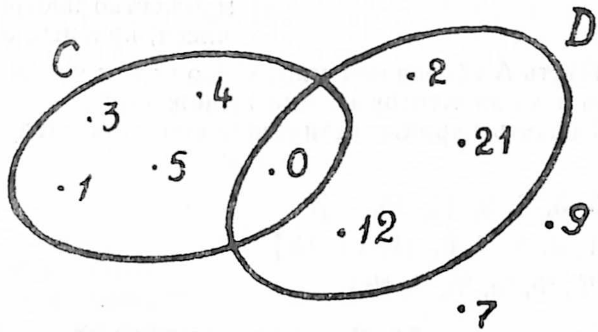
Третья глава состоит из системы задач и упражнений, которая дополняет используемую в настоящее время в школе систему новыми задачами и упражнениями. Для того, чтобы дать представление об их содержании и целях, которые они преследуют, приведем выдержки из отдельных параграфов:

§ 1. Понятие множества.

2. Записать с помощью фигурных скобок множество M и множество N:



3. Пусть множества **C** и **D** заданы на рисунке:



Верны ли следующие записи: $3 \in C$? $0 \in C$? $1 \in D$? $3 \overline{\in} C$? $21 \in C$? $4 \overline{\in} D$? $^3/_4 \in C$? $9 \in C$? $^1/_2 \in D$?

6. Записать каждое множество с помощью фигурных скобок:

1) множество натуральных чисел, меньших 3;
3) множество дней недели;
4) множество дней недели, начинающихся с буквы «п»;
5) множество дней недели, начинающихся с буквы «о»;
7) множество четных чисел, содержащихся между —3 и 11;
8) множество целых чисел между 0 и 1;
9) множество нечетных чисел, делящихся на 6;
10) множество простых четных чисел.

9. В левом столбике заданы множества, в правом — их характеристические свойства. Каждому множеству левого столбика найти соответствующее в правом;

1) $\{ -4, -1, -3, -2 \}$;
2) $\varnothing$;
3) $\{ 1, 4, 9, 16, 25, \dots \}$;
4) $\{ 0 \}$;
5) $\{ 0, 2 \}$;
6) $\{ 0, 5, 10, 15, 20, \dots \}$;

а) множество квадратов натуральных чисел;
б) множество чисел, равных своим квадратам;
в) множество четных чисел между $^1/_2$ и $^3/_2$;
г) множество четных чисел между —1 и 3;
д) множество отрицательных целых чисел между —5 и $^7/_4$;
е) множество чисел, которые в сумме с 4 дают 4;

7) $\{1, 0\}$;

ж) множество корней уравнения $x^2 - x = 0$;

з) множество неотрицательных чисел, кратных 5.

10. Пусть **A** обозначает множество целых чисел, кратных 3. Назвать пять элементов из этого множества.

11. Указать характеристические свойства следующих множеств:

1) $\{0, 3, 6, 9, 12, 15, \ldots\}$;

3) $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$;

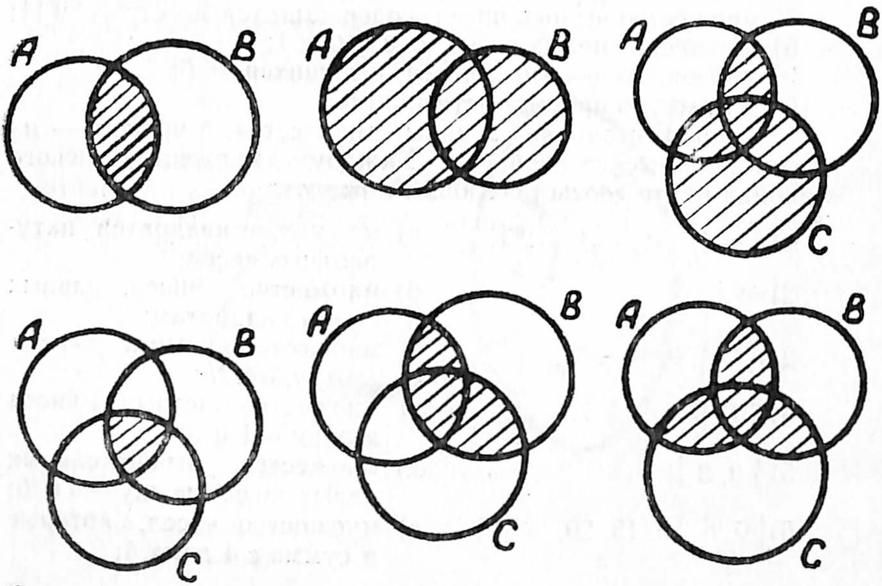
6) $\{1/7, 2/7, 3/7, 4/7, 5/7, 6/7\}$.

§ 3. Пересечение множеств

67. Множество S состоит из 10 элементов и множество T состоит из 14 элементов. Множество $S \cap T$ состоит из 5 элементов. Сколько элементов в множестве $S \cup T$?

69. Если P — множество, содержащее 4 элемента и Q — множество, содержащее 9 элементов, то что можно сказать о числе элементов $P \cup Q$ и в $P \cap Q$?

72. Заштрихованные множества записать с использованием символов $\cup$ и $\cap$:



74. Найти следующие множества, если $x \in C$ (C — множество целых чисел):

1) $\{x/x \geqslant 2\} \cup \{x/x < 2\}$;

2) $\{x/x \geqslant 2\} \cap \{x/x \leqslant 2\}$;

4) $\{x/x \leqslant 4\} \cap \{x/2 \leqslant x \leqslant 5\} \cap \{x/x \geqslant 3\}$

§ 4. Подмножества

82. Из множества $A = \{1, 2, 3, ..., 10\}$ выделить подмножества:

1) нечетных чисел;
2) чисел, кратных 3;
3) простых чисел;
4) чисел, отличающихся на единицу от 3;
5) чисел x таких, что $1 < x \leqslant 4$;
6) чисел x таких, что прибавление их к 3 дает 5;
7) чисел x таких, что прибавление их к 3 дает 2;
8) чисел x таких, что прибавление к ним нуля дает элемент множества **A**;
9) чисел x таких, что прибавление к ним 4 дает элемент, не принадлежащий к **A**.

88. Начертить диаграммы Венна для таких случаев:

1) Все элементы множества **P** являются элементами множества **Q**, и некоторые элементы **Q** не являются элементами **P**.

2) $A \subset B$;

3) $A \subset B$; $A \subset C$;

4) все элементы **R** являются элементами **T**, все элементы **S** являются элементами **T**; **R** и **S** не имеют общих элементов; некоторые элементы **T** не являются элементами ни **R**, ни **S**.

90. Определить правильность следующих записей:

6) $0 \in \varnothing$; 7) $\{0\} \in \varnothing$;

8) $\varnothing \in \{0\}$; 9) $\varnothing \subset \{0\}$;

15) $\{1\} \in \{1, 2\}$; 16) $1 \subset \{1, 2\}$;

17) $\{1\} \subset \{1, 2\}$.

§ 5. Высказывания. Предикаты

96. Установить, которое из предложений является высказыванием, которое предикатом:

1) В нашем классе 7 пионеров.

3) Он учится в нашем классе.

4) $x+7=10$.

5) $2+7=10$.

6) $3+7=10$.

7) x — нечетное число.

101. Из множества чисел $\{1, 2, 3\}$ выбрать те элементы, при подстановке которых вместо x предикат обращается в истинное высказывание:

1) $2x=2$;

2) $x+2=3$;

5) $x<3$;

6) $x\leqslant 3$;

7) $x\geqslant 3$;

8) $x>3$.

§ 7. Конъюнкция высказываний и предикатов

109. Оценить истинность каждого простого высказывания и истинность всего высказывания:

1) Саратов стоит на Волге и Волгоград стоит на Волге.

5) Слон имеет хобот и 13 — число четное.

6) $1\geqslant 0$ и 13 — простое число.

116. Установить, для какого множества целых чисел истинны следующие предикаты:

1) $x<7$ и x — простое число;

4) $y=4$ и $y<0$;

5) $z>0$ и $z>5$;

118. Множество истинности следующих предикатов изобразить на числовой прямой:

1) $a<2$ и $a<7$;

2) $b<3$ и $b>1/2$;

3) $x=1$ и $x<2$.

§ 8. Дизъюнкция высказываний и предикатов

128. Записать множество элементов x, если:

1) $x\in\{1, 2, 3,\}$ или $x\in\{2, 3, 5\}$;

2) $x\in\{7, 8, 9\}$ или $x\in\{1,3\}$.

130. Из множества натуральных чисел выделить множество истинности следующих предикатов:

1) $t = 2$ или $t = 4$;
2) $x < 5$ или $x = 5$;
3) $z = 8$ или $z < 5$.

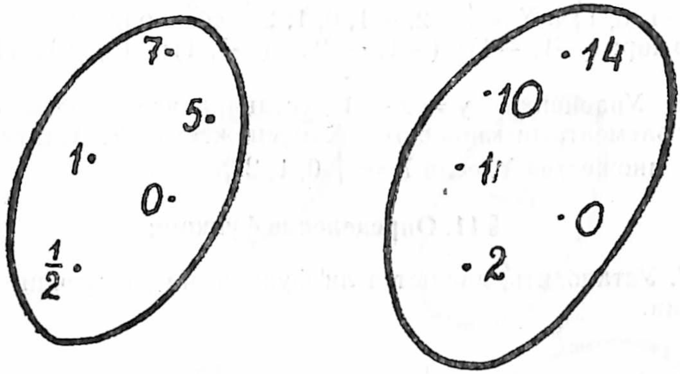
132. Назвать числа из множества $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, при которых каждый предикат обращается в истинное высказывание:

1) r — нечетное и $r < 4$;
4) y — четное или y — нечетное;
5) $m+0 = m$ и $m+3 = 5$;
11) $x+3 = 3+x$ и $(x+0) \in S$;
14) $2p = 5$ и $p < 6$.

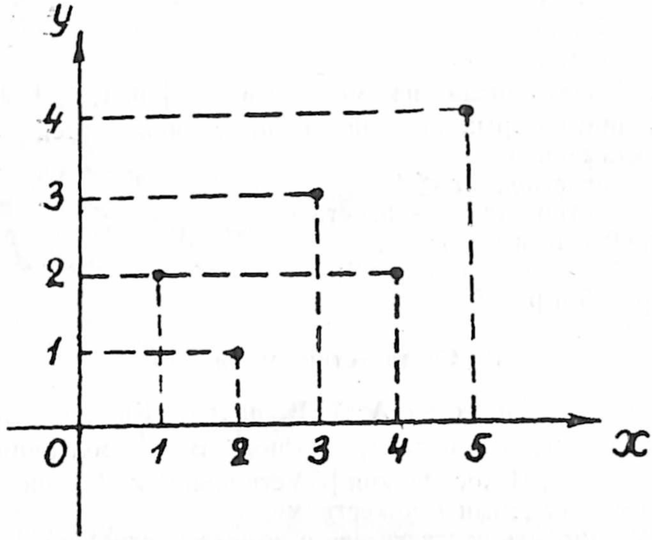
§ 10. Соответствие множеств

145. Даны множества $A = \{$Варшава, Краков, Берлин, Прага, Лейпциг, Братислава, София$\}$; $B = \{$Болгария, Германия, Польша, Чехословакия$\}$. Установить какое-либо соответствие между этими множествами.

146. Установить соответствие с помощью стрелок:



147. Между множествами $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ на графике установлено соответствие. Записать его с помощью упорядоченных пар.



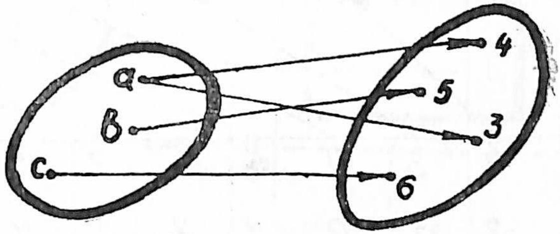
148. Построить график соответствия между множествами $X = \{-1, 0, 1\}$ и $Y = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, если оно задано с помощью пар: $(-1, -1)$; $(-1, -2)$; $(-1, 1)$; $(0, 0)$; $(1, 1)$; $(1, 2)$.

149. Уравнение $y = x - 1$ устанавливает соответствие между элементами множества X и множества Y. Найти элементы множества Y, если $X = \{0, 1, 2\}$.

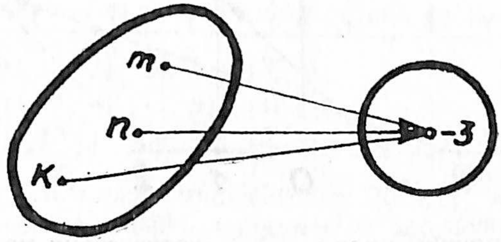
§ 11. Определение функции

157. Установить, являются ли функциями следующие соответствия:

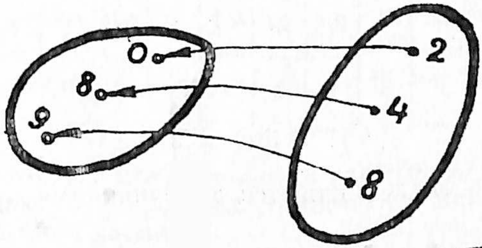
1)



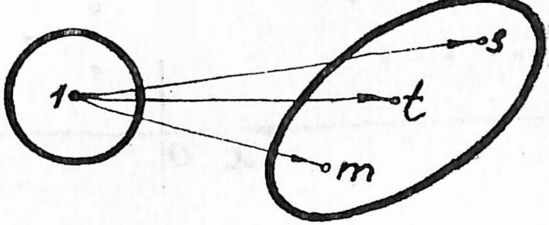
2)



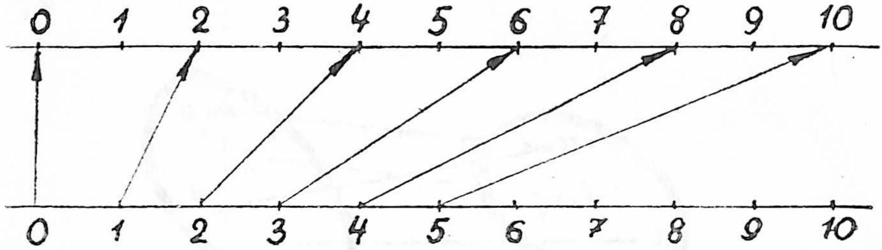
3)

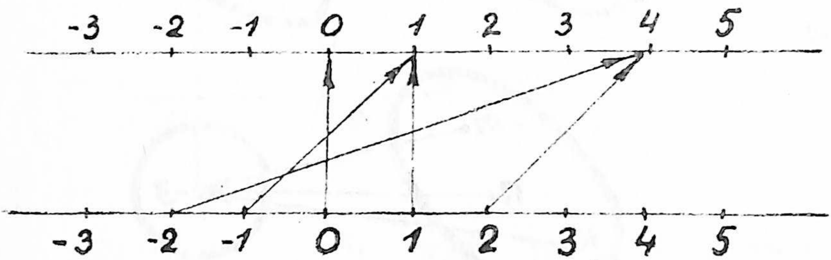


4)

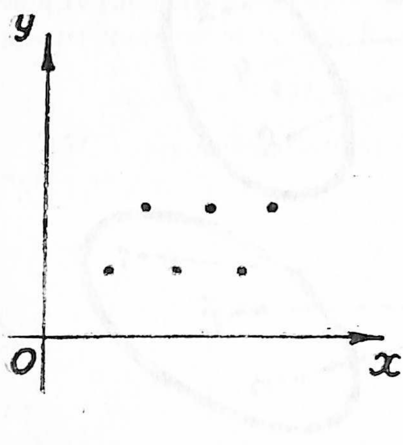


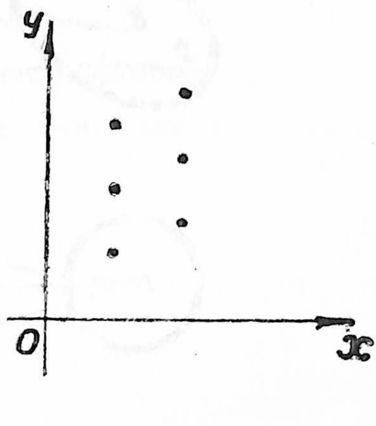
158. Установить, являются ли функциями следующие соответствия:

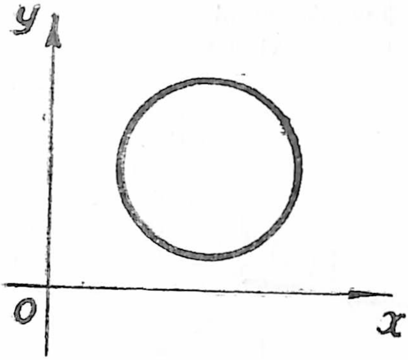


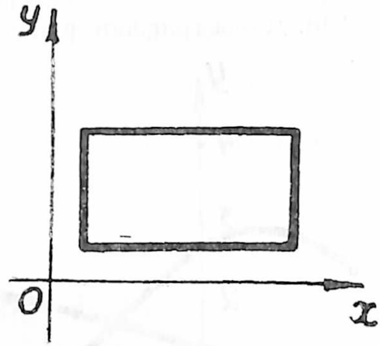


159. Установить, являются ли соответствия между множествами **X** и **Y** функциями:









160. Соответствие между двумя множествами задано парами. Установить, являются ли данные соответствия функциями:

1) (1, 1); (2, 2); (3, 3); (4, 4); (5, 5);
2) (1, 1); (1, 2); (1, 3); (1, 4); (1, 5);
3) (1, 1); (2, 1); (3, 1); (4, 1); (5, 1).

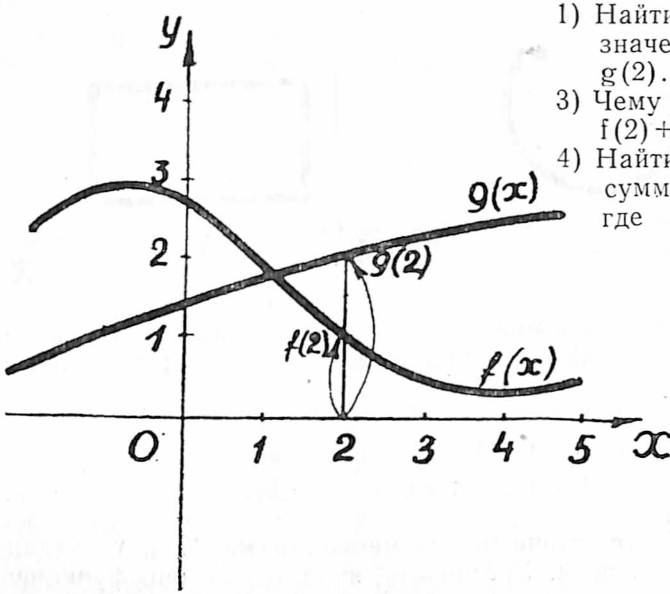
161. 1) Соответствие между множествами **X** и **Y** задано с помощью таблицы. Установить, является ли оно функцией:

x	0	0,5	0,7	1	1,2	1,3	1,9	2	2,1
y	0	0	0	1	1	1	1	2	2

169. **M** — множество имен учащихся вашего класса, **N** — множество учащихся. Установите соответствие между **M** и **N** так, чтобы оно было функцией.

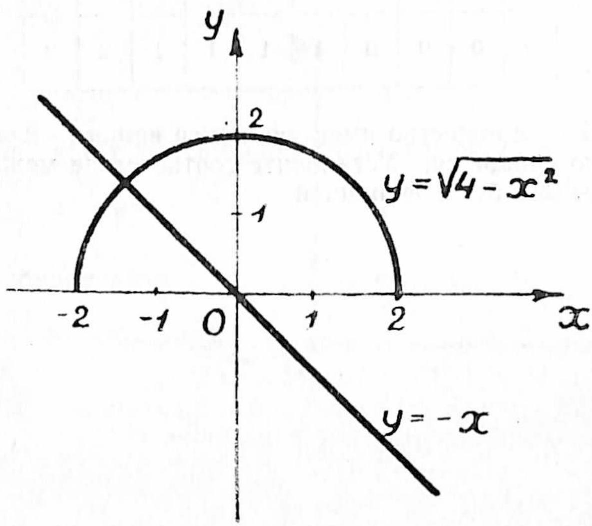
§ 14. Графики функций

248. Даны графики функций $y_1 = f(x)$ и $y_2 = g(x)$:

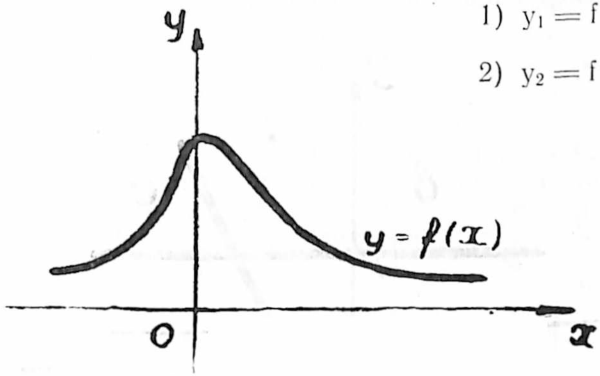


1) Найти по графику значения $f(2)$ и $g(2)$.
3) Чему равна сумма $f(2)+g(2)$?
4) Найти графически сумму $f(a)+g(a)$, где $-2 < a < 5$.

249. Даны графики функций $y_1 = -x$ и $y_2 = \sqrt{4-x^2}$. Построить график функции $y = \sqrt{4-x^2} + (-x)$.



250. Дан график функции $y = f(x)$. Построить графики функций:



1) $y_1 = f(x) + 4$;

2) $y_2 = f(x) + x$.

253. Дан график функции $y = x^3 - 5$. Как построить графики функций: $y_1 = x^3$? $y_2 = x^3 - 1$? $y_3 = x^3 + 4$?

256. В точках $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 3$ функция принимает значения соответственно 5, 4, 0. Что можно сказать о значениях функции $y_1 = f(x) - 3$ в этих же точках x_1, x_2, x_3?

257. График функции $y = f(x)$ пересекает ось ординат в точке $y_0 = 7$. В какой точке пересекает ось ординат график функции $y_1 = f(x) - 3$?

§ 16. Уравнения и неравенства

332. Следующие уравнения представить в виде дизъюнкции двух уравнений:

1) $y(y+2) = 0$;

3) $(z - 7)(3z - 1) = 0$.

333. Следующие уравнения представить в виде конъюнкции уравнений:

1) $6x^2 + 5y^2 = 0$;

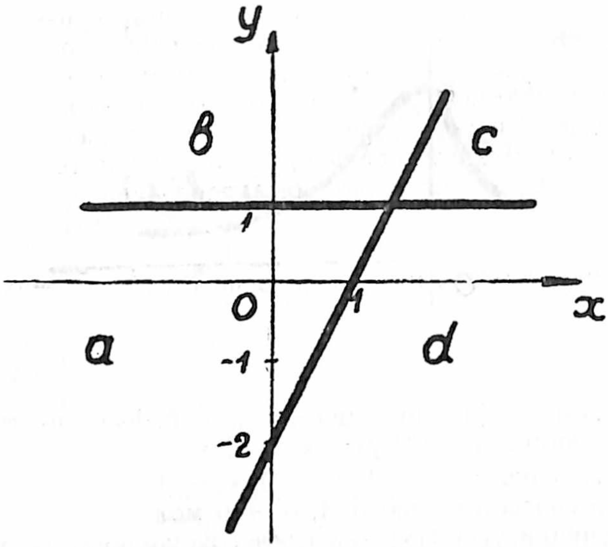
2) $x^2 + (18 - 2y^2)^2 = 0$.

334. Следующие уравнения представить в виде конъюнкции и дизъюнкции более простых уравнений:

1) $(x - 3)(17x^2 + 9y^2) = 0$;

2) $(y+4)[y^2 + (x+7)^2] = 0$.

355. Графики уравнений $y = 1$ и $y = 2x - 2$ разделяют плоскость на четыре области **a**, **b**, **c** и **d**. Укажите множество истинности следующих предикатов:



1) $y > 2x - 2$;　　　　2) $y < 2x - 2$;

5) $y > 2x - 2$ и $y > 1$;　　　　6) $y > 2x - 2$ или $y > 1$;

10) $y > 1$ и $y < 1$;　　　　11) $\begin{cases} y \geqslant 2x - 2; \\ y \leqslant 2x - 2. \end{cases}$

358. Сравнить множества:

$$\{x/x > 3,\ x \in D\} \text{ и }$$

$$\{(x, y)/x > 3,\ x, y \in D\}$$

379. К празднику закрытия пионерского лагеря отряд должен приготовить 30 пакетов подарков. В каждый пакет нужно положить плитку шоколада, на покупку которого выделено 32 руб. В магазине имеется два сорта шоколада: по 1 рублю 20 копеек и по 90 копеек за плитку. Сколько плиток каждого сорта надо купить, чтобы осталось как можно меньше денег?

Всего приведено 394 различных упражнения, причем большинство из них содержит от 5 до 17 пунктов.

В практике преподавания учитель может выбрать отдельные группы предлагаемых задач и упражнений, исходя при этом из возможностей того или иного класса. В полном объеме задачи и упражнения могут быть использованы на внеклассных и факультативных занятиях.

Выполненная работа способствует выполнению рекомендаций, изложенных в объяснительной записке к новым программам, о сближении школьного курса математики со строением математической науки, с потребностями практики. Более содержательная система упражнений направлена также на повышение логического уровня преподавания математики в органической связи с наглядной интерпретацией математических фактов.

Содержание работы отражено в публикациях:

1. К изучению курса алгебры, Луцк, 1968 (4 п.л.).
2. Интересные результаты коллективной работы учителей школ Англии, «Математика в школе», 1968, № 6.
3. К методике использования проблемных ситуаций при преподавании математики в восьмилетней школе. Материалы к XXVI конференции математических кафедр педагогических институтов Урала (27 мая — 1 июня 1968 г.), Киров, 1968.
4. Подготовка студентов на занятиях по элементарной алгебре к работе в школе по новым программам, Материалы научно-методической конференции «Научные основы подготовки учителей», Киев, 1970.
5. Дополнительные упражнения по теме «Множества», «Математика в школе», 1970, № 4.

БЖ 00553. Подписано к печати 7. 7. 1970 г. Формат $60\times84^1/_{16}$. Печ. лист. 1,5.
Луцкая обл. типография. г. Луцк, ул. Ленина, 35. Зак. 2956. Тираж 150.