

P-P

362/—

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР
Киевский государственный педагогический институт
имени А. М. Горького

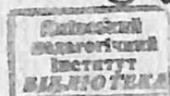
КОЛЕСНИК Т. В.

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ
ТЕОРИИ ПОТЕНЦИАЛА ДЛЯ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД
И ИХ ПРИЛОЖЕНИЕ К КАТОДНОЙ ЗАЩИТЕ
ТРУБОПРОВОДОВ ОТ КОРРОЗИИ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физико-математических наук
ОСТАПЕНКО В. Н.

362 / (ручн)



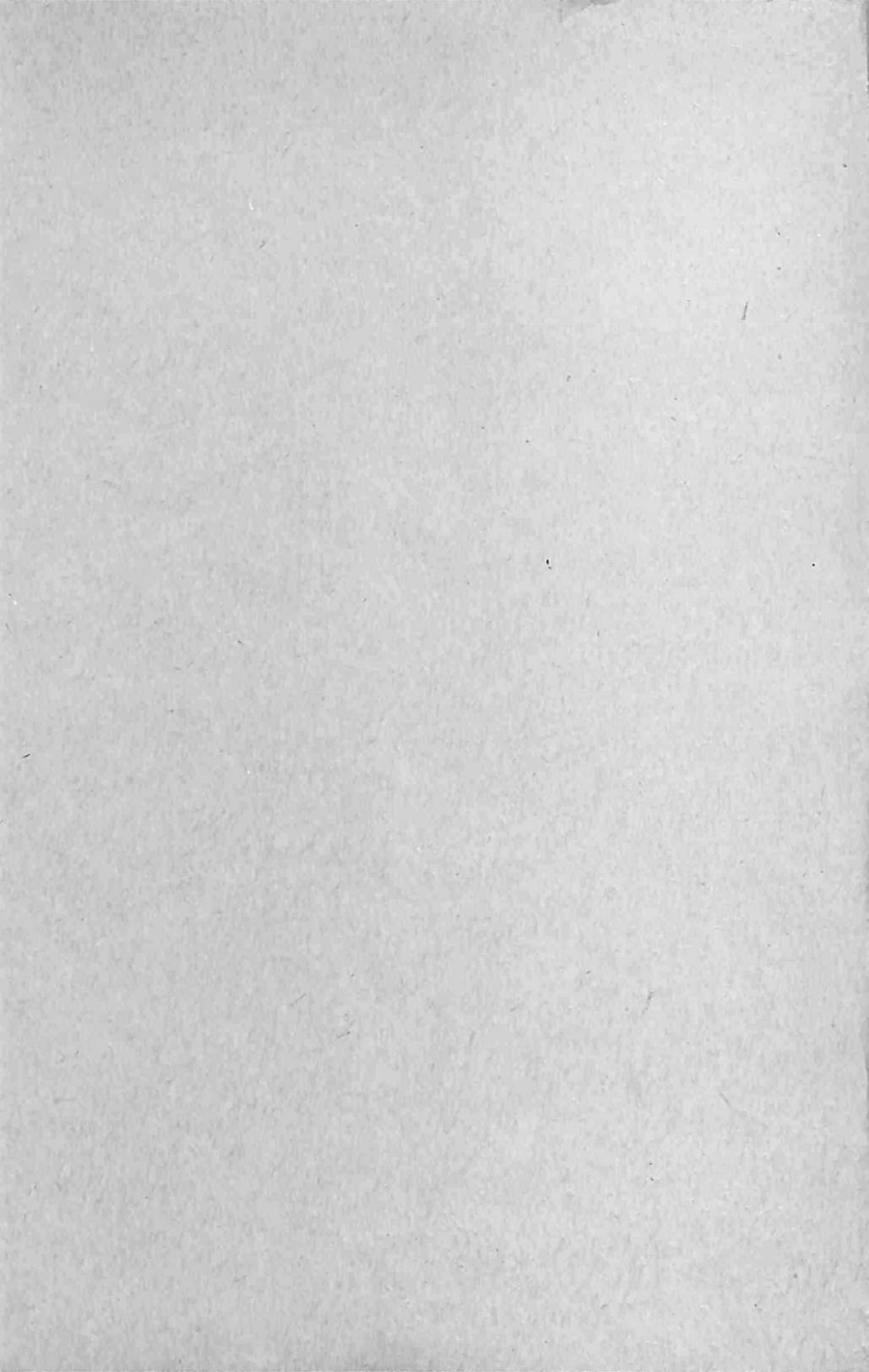
— 78

БНБ НПУ
Л. Драгоманова

Киев — 1967



0313220



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР
Киевский государственный педагогический институт
имени А. М. Горького

КОЛЕСНИК Т. В.

517
КОЛЕС

Решение некоторых краевых задач
теории потенциала для неоднородных
сред и их приложение к катодной
защите трубопроводов от коррозии

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физико-математических наук
ОСТАПЕНКО В. Н.

Киев — 1967

Официальные оппоненты:

Доктор физико-математических наук, профессор Рвачев В. Л.

Кандидат технических наук, доцент Набатов О. С.

Защита диссертации состоится на заседании Ученого Совета физико-математического факультета Киевского государственного педагогического института имени А. М. Горького, Киев-30, Бульвар Шевченко, 22/24.

_____ 1968 г.

Автореферат разослан 21 ноября 1967 г.

Разработка методов решения задач математической физики для неоднородных сред имеет большое практическое значение, поскольку нужды науки и техники постоянно выдвигают задачи, связанные с процессами в неоднородных средах.

Одной из таких задач является задача о распределении потенциала электрического тока в кусочно-однородной среде. Весьма важной областью ее приложения является катодная защита трубопроводов от коррозии.

Коррозия приносит огромный ущерб народному хозяйству. Достаточно отметить, что по приближенным подсчетам ежегодные потери черного металла в нашей стране составляют около 25% всего годового производства. Одним из наиболее эффективных способов защиты металлических сооружений от коррозии является катодная защита. Критерием для определения величины защищенного участка при катодной защите принято считать разность потенциалов металлическое сооружение — электролит. В литературе, посвященной расчету катодной защиты, рассматривается ряд методов нахождения защитной разности потенциалов для трубопроводов, находящихся в однородном грунте [1], [2]. Вместе с тем, в связи с возрастающими потребностями практики необходимо дальнейшее изучение и развитие методов для более точного учета тех факторов, которые оказывают влияние на тот или иной процесс. Одним из таких факторов в катодной защите трубопроводов от коррозии является неоднородность грунта. Поэтому представляют интерес методы определения защитной разности потенциалов в неоднородных грунтах при катодной защите трубопроводов от коррозии.

Этим вопросам и посвящена настоящая диссертационная работа. В ней рассматриваются методы решения некоторых краевых задач теории потенциала для неоднородных сред, имеющих приложение в задачах катодной защиты трубопроводов от коррозии.

Диссертация состоит из введения и трех глав, объединяющих десять параграфов.

Во введении дается краткий обзор литературы.

Первый параграф главы первой, посвященной решению некоторых краевых задач теории потенциала для неоднородных сред, содержит постановку краевых задач, связанных с катодной защитой трубопроводов, расположенных в неоднородном грунте.

Введем следующие обозначения:

r_0 — внутренний радиус трубопровода,

r_1 — внешний радиус трубопровода,

r_2 — внешний радиус изоляционного покрытия,

k, k_3, k_4 — удельные проводимости соответственно грунта, изоляции и металла трубопровода.

Точечный источник тока интенсивности q (анод) поместим в грунте в некоторой точке P_a . Сток той же интенсивности поместим в толще трубопровода в точку P_k . Пусть P — некоторая точка пространства $r > r_0$.

Тогда потенциал U , порожденный действием этих источников, удовлетворяет уравнению

$$\operatorname{div}(\rho \operatorname{grad} U) = -q\delta(P_a, P) + q\delta(P_k, P), \quad (1)$$

где

$$\rho = \begin{cases} k_4, & r_0 < r < r_1 \\ k_3, & r_1 < r < r_2 \\ k, & r > r_2 \end{cases}, \quad (2)$$

δ — дельта-функция.

Кроме того,

$$\frac{\partial U}{\partial n} = 0 \quad (3)$$

на свободных (изолирующих) поверхностях. В рассматриваемой задаче такими будут поверхность грунта и внутренняя поверхность трубопровода.

Искомой в задаче является разность потенциалов трубопровод — грунт

$$F = \vartheta - \varphi, \quad (4)$$

где ϑ и φ — значения потенциала U соответственно на внешней и внутренней поверхностях изоляционного покрытия.

Рассмотрим следующие задачи:

А). Найти разность потенциалов F при катодной защите трубопровода, переходящего из грунта с удельной проводимостью k_1 в грунт с удельной проводимостью k_2 . При этом границей раздела грунтов служит плоскость $z=0$, ортогональ-

ная к оси трубопровода. Таким образом, в соотношении (2) удельная проводимость грунта есть функция от z :

$$\kappa = \begin{cases} \kappa_1, & z < 0 \\ \kappa_2, & z > 0 \end{cases} \quad (5)$$

В). Найти разность потенциалов F при катодной защите трубопровода, находящегося в грунте с удельной проводимостью κ_2 с учетом влияния подстилающего слоя грунта с удельной проводимостью κ_1 . Границей раздела сред служит плоскость $y=0$, параллельная оси трубопровода. В этом случае в (2) удельная проводимость грунта является функцией от y :

$$\kappa = \begin{cases} \kappa_1, & y > 0 \\ \kappa_2, & y < 0 \end{cases} \quad (6)$$

Во втором параграфе строятся соотношения относительно искомых функций ϑ и φ в цилиндрической системе координат r, ψ, z . Если при этом ось OZ направить по оси трубопровода, а сток поместить в точке $P_\kappa (\beta, 0, c)$ ($r_0 < \beta < r_1, c > 0$), то указанные соотношения можно представить в виде

$$\kappa \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r_2=r_1}^{r=r_2+0} = \frac{\vartheta(\psi, z) - \varphi(\psi, z)}{2\pi r_1 R_1} \quad (7)$$

$$\frac{1}{r_1} \left(\frac{1}{r_1^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \psi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) + \frac{\vartheta(\psi, z) - \varphi(\psi, z)}{R_1} = -2\pi \delta(\psi) \delta(z-c), \quad (8)$$

где

r_1 — сопротивление участка трубопровода единичной длины,

R_1 — сопротивление изоляционного покрытия на этом участке.

Построение функции $\frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r_2=r_1}^{r=r_2+0}$, входящей в уравнение (7),

сводится к исследованию распределения потенциала в неоднородном грунте, что для рассматриваемых задач связано с решением в области $r > r_2$ внешней задачи Дирихле

$$\operatorname{div}(\kappa \operatorname{grad} U) = -\frac{1}{\kappa} \delta(P_a, P), \quad (9)$$

$$U(r, \psi, z) \Big|_{r=r_2} = \vartheta(\psi, z). \quad (10)$$

В пункте а) третьего параграфа решается внешняя краевая задача (9), (10) при условии (5). Для решения задачи использованы метод зеркальных отражений [3] и метод Фурье.

Искомая функция представляется в виде ряда Фурье, коэффициентами которого служат интегралы Фурье. В пункте б) этого же параграфа строится решение внешней краевой задачи (9), (10) при условии (6). В основе предлагаемого решения лежит аппроксимация потенциала в любой точке области потенциалами простых полюсов и диполей с неизвестными интенсивностями. Последние определяются с помощью метода зеркальных отражений, преобразования Фурье и краевого условия (10).

Во второй и третьей главах полученные в первой главе результаты используются для составления интегральных уравнений сформулированных выше технических задач. Их решение сводится к нахождению функций λ и μ , играющих в работе роль функций влияния. Эти функции имеют простой физический смысл:

λ — разность потенциалов трубопровод — грунт, порождаемая единичным точечным источником тока, находящемся в грунте на расстоянии b от трубопровода,

μ — разность потенциалов трубопровод — грунт, обусловленная единичным точечным источником тока, расположенном в толще трубопровода.

Тогда искомая разность потенциалов выражается формулой

$$F = q(\lambda - \mu). \quad (11)$$

Во второй главе рассматривается задача определения защитной разности потенциалов для трубопровода, переходящего из грунта с одной удельной проводимостью в грунт с другой удельной проводимостью с вертикальной границей раздела сред (задача А). В четвертом и пятом параграфах этой главы строятся интегральные уравнения относительно преобразования Фурье искомых функций λ и μ .

Как показано в § 6 полученные интегральные уравнения могут быть решены методом последовательных приближений. Доказана сходимость метода в среднем.

При достаточно большом удалении анода от трубопровода задача о расчете катодной защиты значительно упрощается. В этом случае рассматривается осесимметричная задача (§ 7), которая сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма второго рода. К последнему применяется метод последовательных приближений.

Глава третья (§ 8—10) посвящена задачам катодной защиты трубопровода, находящегося в неоднородном грунте с разделяющей плоскостью, параллельной оси трубопровода (задача В).

В восьмом параграфе решена задача катодной защиты

трубопровода с учетом влияния подстилающего слоя грунта. Потенциал в любой точке среды аппроксимируется потенциалами простых полюсов и диполей.

В § 9 рассматривается решение ряда практических задач, основанное на некоторых упрощающих предположениях. Искомые функции находятся в явном виде — в виде интегралов Фурье.

Так, в случае задачи катодной защиты трубопровода, находящегося в грунте с удельной проводимостью κ_2 с подстилающим грунтом (на расстоянии h от оси трубопровода) с удельной проводимостью κ_1 , искомые функции имеют вид:

$$\lambda_1(b, z) = \frac{R_1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{t^2 \left[K_0(bt) + \frac{\kappa_2 - \kappa_1}{\kappa_1 + \kappa_2} K_0(\sqrt{b^2 + 4h^2}t) \right] \cos tz \, dt}{\kappa_2 R_1 t^2 + \frac{t K_0(r_1 t)}{2\pi r_1 \kappa_1(r_1 t)} + \kappa_2 \rho_1 + \frac{\kappa_2 - \kappa_1}{\kappa_1 + \kappa_2} \cdot \frac{t^2}{2\pi} K_0(2ht)}$$

(12)

$$u_1(z) = - \frac{R_1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\kappa_2 \rho_1 \cos tz \, dt}{\kappa_2 R_1 t^2 + \frac{t K_0(r_1 t)}{2\pi r_1 \kappa_1(r_1 t)} + \kappa_2 \rho_1 + \frac{\kappa_2 - \kappa_1}{\kappa_1 + \kappa_2} \cdot \frac{t^2}{2\pi} K_0(2ht)}$$

(13)

где $K_0(x)$ и $K_1(x)$ — функции Бесселя мнимого аргумента.

Последний, десятый параграф содержит методику численного решения задач, соответствующую ей программу для электронно-цифровой вычислительной машины М-20 и графики искомых функций.

Ниже приводятся некоторые из них.

При этом взяты следующие значения параметров:

$$b = 100 \text{ м}$$

$$r_1 = 0,1625 \text{ м}$$

$$R_1 = 100 \text{ ом} \cdot \text{м}$$

$$\rho_1 = 1,63 \cdot 10^{-5} \frac{\text{ом}}{\text{м}}$$

$$\kappa_2 = 0,02 \frac{1}{\text{ом} \cdot \text{м}}$$

На рис. 1 и 2 приведены графики функций λ_1 и ρ_1 , вычисленные по формулам (12) и (13) при $h=2$ м.

Рис. 3 показывает зависимость искомой разности потенциалов F от удельной проводимости подстилающего грунта k_1 и расстояния h его от оси трубопровода.

Основные результаты диссертации изложены в работах [4]—[9] и были доложены на Всесоюзной конференции по защите подземных металлических сооружений от коррозии (Киев, 1964), на Первой республиканской математической конференции молодых исследователей Украины (Киев, 1964), на Всесоюзном научном семинаре по применению математических методов и средств вычислительной техники в газовой промышленности (Москва, 1966), на семинаре по прикладной математике института математики АН УССР (1962), на научных конференциях кафедр Киевского государственного педагогического института им. А. М. Горького (1964, 1966), на Всесоюзной научно-технической конференции по защите металлов от коррозии (Киев, 1967).

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрижевский И. В. Теория и расчет дренажной и катодной защиты магистральных трубопроводов от коррозии блуждающими токами. Гос-топтехиздат, М., 1963.
2. Остапенко В. Н. Математические вопросы катодной защиты трубопроводов от коррозии. Изд-во АН УССР, Киев, 1961.
3. Франк Ф., Мизес Р. Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики. ОНТИ, М.—Л., 1937.
4. Остапенко В. Н., Лукович В. В., Колесник Т. В., Кохановский И. Н. Методы расчета катодной защиты металлических сооружений от коррозии. Изд-во «Наукова думка», Киев, 1966.
5. Колесник Т. В. Застосування методу дзеркальних відображень до катодного захисту трубопроводів від корозії. ДАН УРСР, № 8, 1964.
6. Колесник Т. В. Деякі рівняння теорії поля та їх застосування до катодного захисту трубопроводів. ДАН УРСР, № 11, 1964.
7. Колесник Т. В. Об уравнениях катодной защиты трубопроводов от коррозии в неоднородной среде. Первая республиканская математическая конференция молодых исследователей, вып. I, Киев, 1965.
8. Колесник Т. В. Уравнения катодной защиты трубопроводов от коррозии в неоднородной среде. Межведомственный научный сборник «Вычислительная математика», вып. I, изд-во КГУ, Киев, 1965.
9. Остапенко В. Н., Колесник Т. В. Расчет защитной разности потенциалов для трубопроводов, расположенных в неоднородных средах. Журнал «Электричество» (в печати).

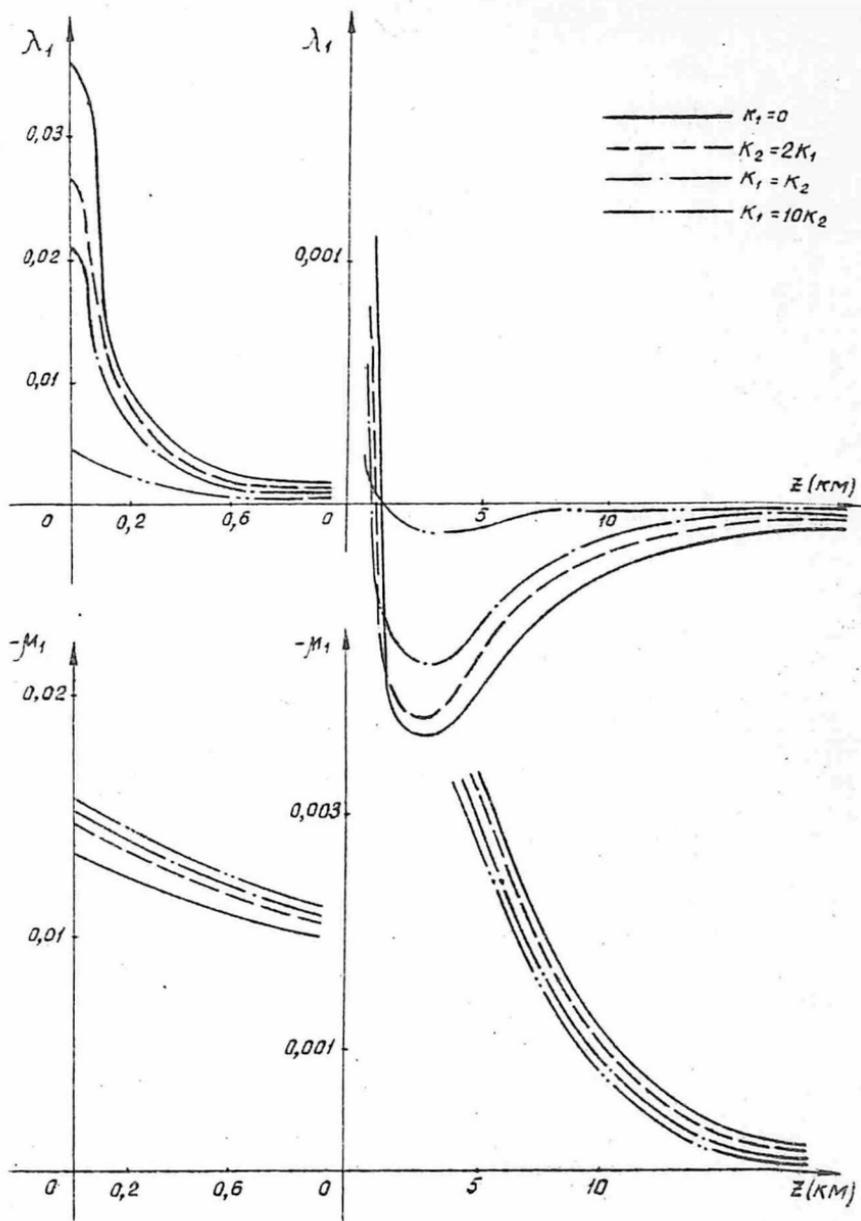


Рис. 1

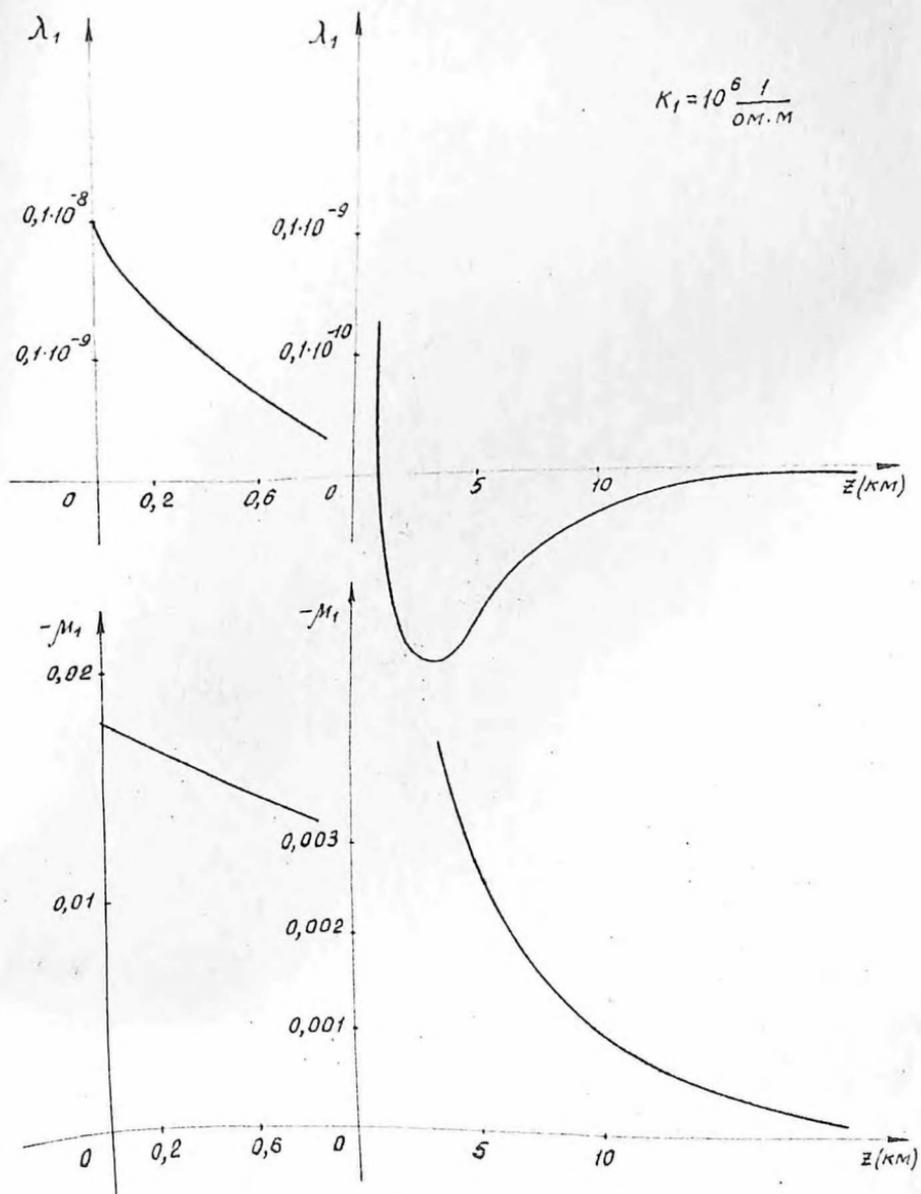
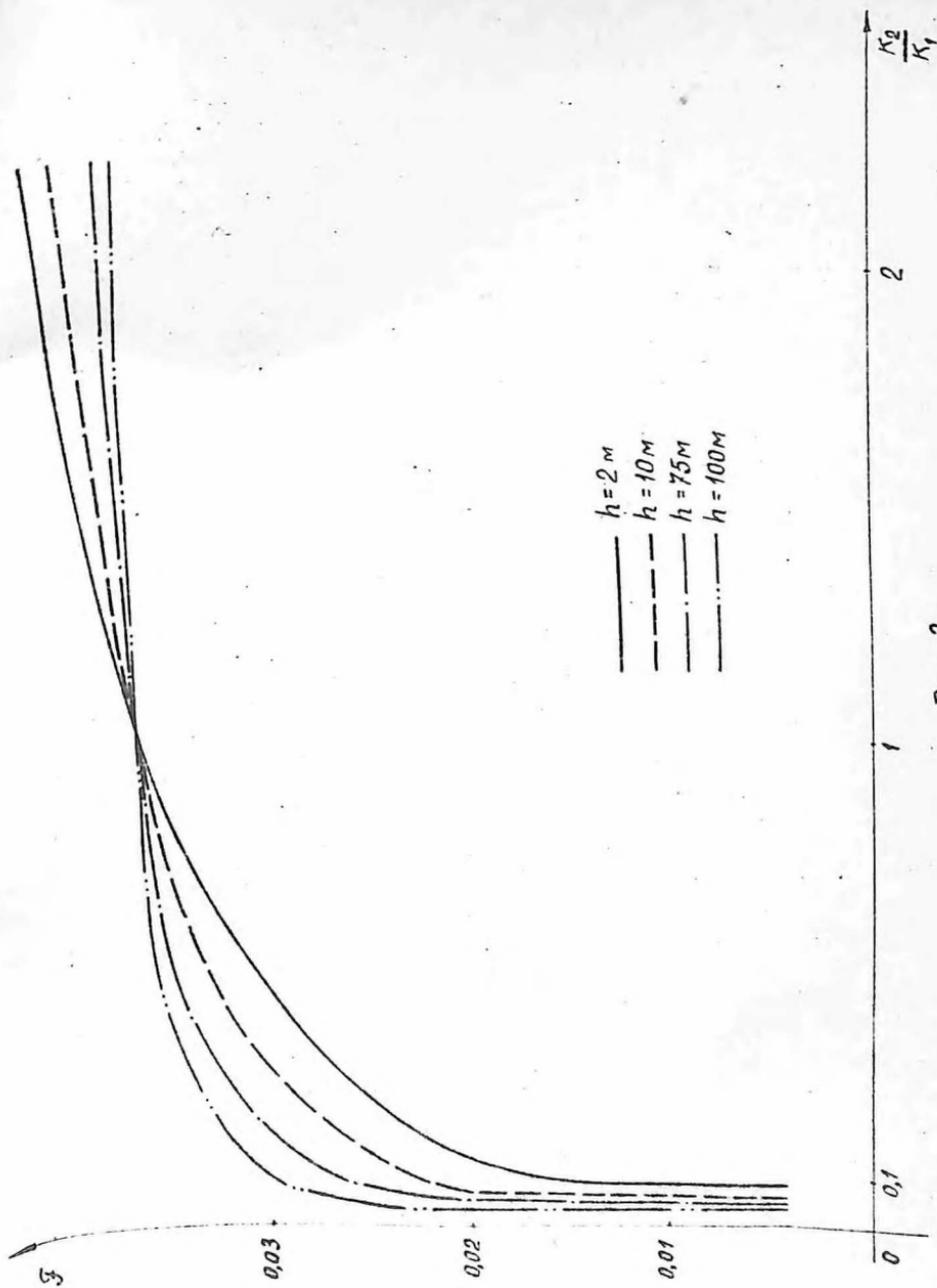


Рис. 2







24824.

30.10. 1967.

3. 490.