

ЖС 91

У-Р 261/—  
МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР  
КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ имени А. М. ГОРЬКОГО

---

М. А. ЖУРБАС

# ФОРМИРОВАНИЕ У УЧАЩИХСЯ ПОНЯТИЙ ВЕЛИЧИНЫ И МЕРЫ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ В ВОСЬМИЛЕТНЕЙ ШКОЛЕ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата педагогических наук (по методике математики)

Научный руководитель профессор Шиманский И. Е.



- 76

НБ НПУ

імені М.П. Драгоманова



100313040

Киев—1963

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ:

профессор, доктор физико-математических наук Кованько А. С.,  
доцент, кандидат педагогических наук Тесленко И. Ф.

Защита состоится в Киевском государственном педагогическом институте  
им. А. М. Горького (бульвар Т. Г. Шевченко, 22/24) в сентябре 1963 г.

Автореферат разослан 8 июня 1963 г.

Нет надобности доказывать, какое большое значение имеет математика в наш век, век атомной энергии и завоевания космоса, век претворения в жизнь величайшей мечты человечества — построения в нашей стране коммунистического общества. Математика не только оказывает решающее влияние на развитие физики, механики, астрономии, техники, но все настойчивее проникает в такие, на первый взгляд казалось бы, далекие от нее отрасли науки как биология, медицина, лингвистика и др. Она составляет также основу автоматизации производственных процессов, без которой невозможен дальнейший прогресс в развитии производительных сил нашей Родины на пути коммунистического строительства.

Это означает, что с каждым днем увеличиваются потребности нашей страны в математически подготовленных кадрах, а отсюда следуют те возросшие требования, которые ставятся перед нашей школой в деле дальнейшего повышения уровня математической подготовки ее воспитанников.

Перестройка системы народного образования в нашей стране, усиление связи обучения подрастающего поколения с жизнью, с практикой коммунистического строительства безусловно оказали и далее будут оказывать большое влияние на улучшение всей учебной и воспитательной работы нашей школы.

Это, однако, не означает отсутствия серьезных недочетов в постановке учебно-воспитательного процесса в школе на данном этапе. Известно, что педагогическая общественность в последнее время серьезно обеспокоена заметным снижением уровня математической подготовки выпускников некоторых средних школ, которое проявляется в последние годы на вступительных экзаменах в высшую школу. Ярким выражением этого беспокойства явились известные обращения ученого Совета механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова к преподавателям математики и учащимся средних школ.

Ознакомление с работой учителей, состоянием преподавания математики в школах, в частности восьмилетних, дает возможность выяснить некоторые причины снижения уровня знаний учащихся по математике.

К ним прежде всего следует отнести неправильное понимание многими учителями требования тесной связи обучения с жизнью. Справедливо выступая за действенность и применимость математических знаний, они главную и чуть ли не единственную задачу обучения математике видят в привитии учащимся навыков практических вычислений и измерений. Но ведь общеизвестно, что прежде чем решать ту или иную практическую задачу, нужно перевести ее на язык математики, а это последнее требует овладения абстрактным математическим методом. Готовя учащихся к жизни, школа должна вооружать их понятиями и средствами математики, созданными для количественной характеристики тех или иных явлений окружающего мира. Важнейшими из этих понятий являются понятия величины и меры, образование и формирование которых является типичным образцом не только для математики, но и вообще для современного естествознания.

Достижение действенности и применимости математических знаний, необходимость которого вытекает из требований усиления связей обучения с жизнью, следует искать именно на этом пути, пути овладения общими понятиями и методами математики.

Кроме того, дает себя знать и недостаточная методическая подготовка учителей к преподаванию отдельных тем программы, которые изучаются в тех или иных классах впервые, а поэтому методика их изучения еще недостаточно или же и совсем не разработана. В частности, в восьмилетней школе к числу таких тем относится тема о геометрических величинах и их измерении.

Известно, что для политехнического обучения наиболее важными темами математики являются те, в которых тесно связаны число и мера, т. е. вопросы метрической геометрии, которые по существу и составляют основу школьного курса геометрии. И если научная разработка теории измерения является уже пройденным этапом, то этого никак нельзя сказать о разработке методов изложения этого вопроса в школе, которое до сих пор остается сложной методической проблемой.

Вопросы измерения геометрических величин являются одними из наиболее важных и наиболее принципиальных вопросов школьного курса математики. Вместе с тем, во всем школьном курсе математики не найдется другого такого вопроса, при изложении которого имелось бы столько разных несуразностей как научного, так и чисто методического характера (достаточно, например, припомнить лебеговскую «тарарабумбию»).

Часть этих несуразностей давно известны, и они уже не один раз подвергались острой критике, но, к сожалению, настолько

прижились в преподавании, что никак не могут лишиться прав гражданства до сих пор.

Исследование, проведенные нами на протяжении последних нескольких лет, показывают, что, в частности, далеко не все благополучно с формированием у учащихся столь важных в научном отношении математических понятий, какими являются понятия геометрической величины и меры. Учащиеся, оканчивающие как восьмилетнюю, так и среднюю школу, не имеют четкого представления о геометрических величинах (длинах, площадях, объемах), не осознают самой сущности задачи измерения той или иной геометрической величины, не могут сформулировать основных свойств чисел-мер, которые они получают при измерении, хотя невольно ими и пользуются при этом. При изучении вопросов измерения геометрических величин в школе слишком много вычисляются и вместе с тем слишком уж мало рассуждают. Тем самым упускаются большие возможности для развития умственных способностей учащихся, в частности логического мышления, для повышения их общей математической культуры, без которой невозможно высокое качество знаний по математике.

В последнее время в рядах нашей педагогической общественности все более и более разрастается могучее движение за высокую культуру и эффективность методов обучения. Происходит коренная ломка и пересмотр старых методов обучения в целях их дальнейшей активизации, обеспечения большей самостоятельности в работе учащихся на уроке, эффективного использования каждой минуты времени, усиления системы обратных связей (ученик-учитель) в процессе обучения и др.

Все эти мероприятия являются давно назревшими, и они уже дают и будут давать вполне ощутимые положительные результаты.

Однако бесспорным является и то, что одного лишь переустройства методов обучения еще недостаточно для решительного улучшения качества подготовки, в частности математической, воспитанников наших школ.

Переустройство методов обучения следует дополнить повышением научно-теоретического и идейного уровня изложения всего учебного материала.

Как уже отмечалось выше, при существующем положении не обеспечивается надлежащий уровень формирования у учащихся восьмилетней школы понятий величины и меры, знания учащихся в части, относящейся к измерению геометрических величин, изобилуют многими недочетами.

Раскрыть причины столь неудовлетворительного положения дел с изучением геометрических величин и их измерения в вось-

милетней школе, найти пути дальнейшего повышения эффективности формирования у учащихся понятий величины и меры, повышение научно-теоретического уровня знаний учащихся по вопросам измерения геометрических величин — вот та методическая проблема, решение которой было положено в основу работы над данной диссертацией.

При этом нам пришлось использовать самые различные методы исследований: внимательное изучение и анализ имеющейся учебной и методической литературы по рассматриваемым вопросам, наблюдение за работой учителей, анализ устных и письменных ответов учащихся, анализ знаний и умений выпускников средних школ, выявленных ими при поступлении в высшую школу, специальный педагогический эксперимент; опрос (в виде анкеты), проведенный среди участников молодежной математической школы г. Житомира, выступления с последующим обсуждением на научно-методическом семинаре учителей математики г. Житомира; написание и издание соответствующего методического пособия для учителей, которое дало возможность проверить наши выводы и рекомендации в широких масштабах; наконец, анализ отзывов, поступивших от учителей, на упомянутое выше пособие.

Выступления перед учителями на семинарах, а также беседы с ними и наблюдение за их работой, убедили нас в том, что далеко не все благополучно с подготовкой самих учителей по вопросам теории измерения геометрических величин. Это обстоятельство известным образом наложило свой отпечаток на структуру данной диссертации: в первой главе мы вынуждены были дать соответствующий методический анализ основных принципиальных вопросов теории измерения геометрических величин с целью помочь учителю систематизировать уже имеющиеся у него сведения по рассматриваемому вопросу, и путем синтеза этих сведений получить более цельные понятия геометрической величины и ее меры.

Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения.

**Глава I.** Геометрическая величина и ее мера.

§ 1. Физическая и математическая сущность процесса измерения.

§ 2. Понятия величины и меры. Задача измерения величин, в частности геометрических.

§ 3. Измерение длин отрезков.

§ 4. Измерение площадей.

§ 5. Измерение объемов.

§ 6. Измерение криволинейных фигур.

## В ы в о д ы.

**Глава II.** Анализ преподавания учения о геометрических величинах в практике русской дореволюционной и советской школы с точки зрения формирования у учащихся понятий величины и меры.

§ 1. Психологические предпосылки формирования абстрактных математических понятий, в частности понятий величины и меры.

§ 2. Как представляют геометрическую величину и ее меру учащиеся, оканчивающие восьмилетнюю и среднюю школы.

§ 3. Вопрос о геометрических величинах и их измерении в практике русской дореволюционной школы.

§ 4. Геометрические величины и их измерение в восьмилетней школе ГДР.

§ 5. Характеристика программы по математике для восьмилетней школы с точки зрения обеспечения качественного усвоения учащимися учения о геометрических величинах и их измерении.

§ 6. Нужна ли и какой должна быть наглядная геометрия.

§ 7. Как мы обучаем учащихся восьмилетней школы понимать и измерять геометрические величины.

## В ы в о д ы.

**Глава III.** Пути дальнейшего повышения эффективности формирования у учащихся понятий величины и меры при изучении геометрии.

§ 1. Основные задачи и особенности изучения измерения геометрических величин в восьмилетней школе.

§ 2. Некоторые вопросы методики изучения геометрических величин и их измерения в восьмилетней школе.

## В ы в о д ы.

## Л и т е р а т у р а.

**В первой главе** анализируется постановка и решение задачи измерения геометрических величин. Главное внимание при этом уделяется сопоставлению различных возможных точек зрения, выяснению возможности применения той или иной точки зрения в школьной практике с целью более эффективного формирования у учащихся научных понятий величины и меры. В результате этого анализа автор приходит к следующим выводам:

1. Несмотря на то, что принадлежность свойств протяженности (линейной, плоскостной и пространственной) геометриче-

ских объектов к категории величин может быть строго доказана, исходя из аксиом, положенных в основание курса геометрии и величины, в школьной практике изложения учения о геометрических величинах с чисто педагогических соображений этот факт приходится принимать на основе интуиции.

Однако в школе второй ступени (IX—XI классы) появляется реальная возможность не отказываться от общей постановки и решения вопроса измерения геометрических величин, хотя некоторая неполнота изложения вопроса все же и здесь неминуема.

2. Измерение той или иной геометрической величины исходит из возможности ее линейного упорядочения на основе вполне определенных критериев сравнения. Однако чисто геометрических критериев сравнения, общих для всех геометрических величин, не существует. Отсюда вытекает отсутствие единой теории измерения геометрических величин. А это означает, что при изучении данного вопроса в школе общей может быть лишь постановка задачи измерения; что же касается методов ее решения, то они зависят как от природы самой величины, так и от класса измеряемых объектов.

3. Для того, чтобы определение той или иной геометрической величины и ее меры было действительным, оно должно быть конструктивным и охватывать по возможности более широкий класс объектов. Определения геометрических величин отдельных видов геометрических объектов (площади круга, длины окружности, объема и поверхности цилиндра, конуса, шара и т. д.) являются бесплодными, неработоспособными, поскольку они не могут быть предметом общей математической теории.

4. При изучении вопроса об измерении геометрических величин в школе приходится сознательно, из педагогических соображений идти на некоторые упрощения. Все же при этом из поля зрения не должны выпадать отдельные наиболее принципиальные моменты, без понимания которых невозможно глубокое и сознательное усвоение учащимися данного вопроса. Это, прежде всего, сами понятия величины и меры, а также соотношение между ними, выбор и роль критерия сравнения той или иной геометрической величины; постановка и содержание задачи измерения геометрических величин и др.

5. Опыт и практика показывают, что само состояние подготовленности учителей математики по вопросам теории измерения геометрических величин оставляет желать гораздо большего. Те разрозненные факты теории измерения, с которыми будущий учитель математики знакомится при изучении в вузе различных математических курсов (элементарная геометрия, математический анализ, теория функций действительного переменного, основания



геометрии), при отсутствии надлежащего их синтезирования, не обеспечивают высокого уровня формирования научных понятий величины и меры, не обеспечивают они также и глубокого понимания постановки и решения задачи измерения геометрических величин. Понятно, что это обстоятельство не может не сказываться отрицательно на постановке изучения этих вопросов и в школьной практике.

**Во второй главе** ставится цель проанализировать состояние, в котором находится в данное время изучение в восьмилетней школе вопросов измерения геометрических величин, в частности формирование у учащихся понятий величины и меры. С этой целью вначале кратко рассмотрен вопрос о психологических предпосылках формирования общих математических понятий. Выводы автора подкрепляются описанием результатов соответствующих экспериментов и наблюдений, проведенных над детьми дошкольного и младшего школьного возраста.

С целью возможности сравнения делается некоторый исторический экскурс в дореволюционное прошлое рассматриваемого вопроса, а также обозрение его постановки в восьмилетней школе Германской Демократической Республики.

Затем на основании соответствующих наблюдений и проведенных экспериментов дается анализ состояния математической подготовки учащихся восьмилетней школы по вопросам теории измерения геометрических величин. Заканчивается глава критическим анализом ныне действующей программы и учебной литературы по математике для восьмилетней школы, в той ее части, которая имеет непосредственное отношение к рассматриваемому вопросу.

Рассмотрение указанных вопросов дает возможность сделать следующие выводы:

1. Предварительное ознакомление учащихся с вопросами измерения геометрических величин при обучении их арифметике не выдерживает серьезной критики как с научной, так и с методической точек зрения и требует безотлагательного улучшения, поскольку при существующем ныне положении не обеспечивается правильное формирование у учащихся научных понятий величины и меры.

2. Несмотря на метрический характер курса геометрии восьмилетней школы, внимание, уделяемое в нем вопросам измерения величин, явно недостаточное.

3. Существующая ныне недооценка возможностей и уровня математического развития учащихся, которая проявляется в игнорировании теории, упущении многих важных принципиаль-

ных моментов, превращении получения числовых результатов измерений в самоцель, приводит к определенному снижению уровня математической подготовки учащихся, оканчивающих школу.

4. Понижение уровня подготовки учащихся по вопросам измерения геометрических величин отрицательно сказывается и на достижении других целей, стоящих перед изучением геометрии в школе, в частности это относится к развитию пространственного воображения и логического мышления учащихся.

5. Изложение вопросов теории геометрических величин и их измерения в школьной учебной, а также в методической литературе, во многих отношениях несовершенно, а иногда и просто не выдерживает критики. Это является доказательством того, что отображение теории измерения в школьном преподавании остается еще сложной методической проблемой.

В третьей главе разработаны пути дальнейшего повышения эффективности формирования у учащихся восьмилетней школы понятий величины и меры при изучении ими геометрии. Анализ состояния знаний, навыков и умений учащихся в той их части, которая относится к геометрическим величинам и их измерению, изложенный во второй главе, собственный опыт, а также опыт передовых учителей, обобщенный нами, дал возможность наметить и проверить на практике ряд мероприятий, направленных на дальнейшее повышение научно-теоретического и методического уровня изложения учащимся восьмилетней школы учения о геометрических величинах и их измерении.

С этой целью, прежде всего, особое внимание должно быть уделено тому геометрическому материалу, который изучается учащимися I—V классов в курсе арифметики. Изучение этого материала (а он в основном относится к измерению геометрических величин) должно органически сочетаться с изучением арифметики, а не быть механическим прибавлением к ней, как это было до сих пор. При изучении арифметики можно и должно для иллюстрации тех или иных ее положений (например, арифметических действий и их свойств) широко использовать геометрические объекты. Расширение понятия о числе должно быть неразрывно связано с потребностью измерения и в первую очередь измерения длин и площадей. От такого сочетания изучения арифметического материала с геометрическим выигрывает и арифметика и геометрия.

Больше внимания нужно уделять геометрической сущности изучаемого материала, формированию у учащихся не только навыков вычислений значений той или иной геометрической вели-

чины, но и, в первую очередь, формированию в сознании учащихся соответствующих геометрических образов, понятий и свойств величины.

Учащихся постепенно следует приучать к осознанию соотношений между измеряемыми геометрическими свойствами (длинами, площадями, объемами) и получаемыми в результате измерения числами — мерами этих свойств. Учащиеся должны понимать приближенный характер любых измерений геометрических величин тех или иных физических объектов, а также зависимость степени этого приближения от многих условий, в том числе и от числового множества, используемого при измерении.

Что же касается геометрических величин и их измерения в курсе геометрии VI—VIII классов, то здесь намечен в работе и разработан целый ряд усовершенствований, относящихся в первую очередь к методике изложения материала, к месту, занимаемому им в программе и его изложению в учебнике.

Вычисления значений геометрических величин при этом не должны превращаться в самоцель, а должны лишь завершать процесс изучения тех или иных свойств геометрических объектов. Учащиеся должны отчетливо понимать геометрическую сущность той или иной геометрической величины, как свойство соответствующей протяженности (линейной, плоскостной, пространственной), задача измерения должна выступать при этом как нахождение соответствующей количественной характеристики этого свойства. Опыт показывает, что в этом возрасте учащимся вполне доступно такое понимание задачи измерения.

При этом внимание учащихся обращается на те требования (свойства), которым должны удовлетворять полученные в результате измерения числа-меры. Опыт показывает, что эти свойства (инвариантности и аддитивности) кажутся учащимся понятными само собой, что они давно уже ими пользуются, а поэтому остается лишь легализовать их, явно сформулировав. Чтобы избежать формального восприятия, учащихся нужно умело подвести к тому, чтобы они почувствовали необходимость в таком формулировании этих свойств и их значение.

Позже, в школе второй ступени, эти свойства можно будет положить в основу дескриптивных определений соответствующих геометрических величин.

Особенно нуждается в поднятии уровня изложения в восьмилетней школе измерение длины окружности и площади круга. При существующем положении, когда эти вопросы изучаются до рассмотрения учащимися вопроса о правильных многоугольни-

ках, не обеспечивается сколько-нибудь удовлетворительное разрешение этого вопроса. Такое положение, узаконенное ныне действующей программой и учебником, нельзя признавать нормальным, и его нужно как можно быстрее исправить.

Нами предлагается такое изложение этих вопросов, при котором используется в известной мере приближение окружности правильными многоугольниками. Опыт показывает, что сама идея неограниченного приближения одних величин (переменных) к другим (постоянным) не чужда учащимся этого возраста, они ее сравнительно легко воспринимают и используют в своих суждениях, хотя, конечно, строго математическое определение соответствующих понятий и составляет для учащихся известные, порой непреодолимые трудности. В своей работе мы не ставим задачи преодоления этих трудностей, поскольку мы используем лишь самую идею предельного перехода, а не ее изложение в виде математической теории. От этого мы получали двойной выигрыш: с одной стороны, повышается уровень изложения материала о длине окружности и вообще круглых телах, с другой — эта своеобразная ранняя пропедевтика идеи неограниченного приближения одних величин к другим положительным образом сказывается на усвоении соответствующего материала о пределах в школе второй ступени.

## ВЫВОДЫ

Состояние, сложившееся с формированием у учащихся восьмилетней школы понятий величины и меры при изучении ими геометрии, как с научной, так и с психолого-педагогической точек зрения, не соответствует тем возросшим требованиям, которые предъявляются к математической подготовке учащихся современным уровнем развития науки и техники в нашей стране.

Для устранения этого недостатка в подготовке учащихся требуется дальнейшее совершенствование программ, учебных и методических пособий, а также повышение уровня теоретической и методической подготовки самих учителей математики.

Результаты экспериментальной проверки, отзывы учителей, а также собственный опыт работы в школе, дают автору основание предполагать, что широкое внедрение в школьную практику предложений, разработанных в данной диссертации, поможет поднять научно-теоретический и методический уровень изложения в восьмилетней школе столь важных вопросов, какими являются вопросы измерения геометрических величин, повысить эффективность процесса формирования у учащихся понятий величины и меры — одних из самых важных понятий математики.

Основные положения диссертации опубликованы в печати в следующих работах:

1. М. О. Журбас, Деякі питання вивчення геометрії у восьмирічній школі, «Радянська школа», 1960.

2. М. О. Журбас, Деякі відомості про геометричні величини і їх вимірювання, збірник «Викладання математики в школі», випуск 1, «Радянська школа», 1961, стор. 126—141.

3. М. А. Журбас, Геометрические преобразования и учение о подобии в школах ГДР, журнал «Математика в школе», 1958, № 5.

---

БФ 14224. Подписано к печати 20/V 1963 г. Формат бумаги 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Печ. лист. 0,75. Заказ 892. Тираж 150.

Типография при Киевском государственном пединституте им. Горького,  
ул. Франко, 44.





