

ПРОЕКТИВНА ГЕОМЕТРІЯ У ФОРМУВАННІ ПРОФЕСІЙНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Шановалова Н.В.,

кандидат фіз.-мат. наук, доцент,

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова,

Панченко Л.Л.,

кандидат пед. наук, доцент,

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова

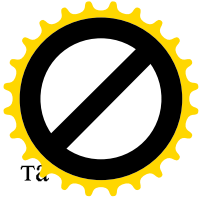
У статті розглянуті мета, зміст, основні завдання та форми організації навчання проєктивної геометрії студентів педагогічних вищих навчальних закладів в умовах особистісно орієнтованого навчання з урахуванням навчальних можливостей студентів. Запропонована система навчання проєктивної геометрії з використанням модульної технології та рейтингового оцінювання якості засвоєння навчального матеріалу для формування професійних компетентностей майбутніх вчителів математики.

В статье рассмотрены цель, содержание, основные задачи и формы организации обучения проективной геометрии студентов педагогических высших учебных заведений в условиях лично ориентированного обучения с учётом учебных возможностей студентов. Предложена система обучения проективной геометрии с использованием модульной технологии и рейтингового оценивания качества усвоения учебного материала для формирования профессиональных компетентностей будущих учителей математики.

The article examines the aim, substance, key tasks and ways of organization of studying projective geometry by students of pedagogical universities under conditions of individually oriented education with due account of students' studying capacities. The authors propose a system of studying projective geometry with application of module-based technology and rating method of assessing the quality of knowledge mastering by students with a view to forge professional skills of future mathematics teachers.

Розвиток системи освіти має відбуватися відповідно до потреб і запитів суспільства. В умовах ускладнення та диференціації соціальних, економічних та культурних процесів перед освітою постає завдання цілеспрямованого формування особистості, здатної не тільки відтворювати отримані фахові знання, але й виступати повноправним суб'єктом суспільного життя, зберігаючи при цьому власну соціокультурну індивідуальність у гармонії всіх її культурних якостей. Освіта має перетворитися у цілісну полікомпонентну систему і передавати культурні надбання світової цивілізації у їх структурній повноті, формувати всі основні види діяльності, розвивати у повному обсязі творчі сили кожної людини. Професійна компетентність спеціаліста передбачає не тільки фахові навички та вміння, а і багато інших якостей, зокрема, загальну культуру особистості, професійну майстерність, світогляд тощо.

Головними компонентами педагогічної освіти є загальноосвітня, загально педагогічна та спеціальна педагогічна підготовка. Кожний педагог, крім опанування механізмів здійснення спеціальної педагогічної діяльності, повинен володіти всіма іншими її видами і для гармонізації розвитку особистості самого педагога призначена його загальна освіта. Основними складовими професійної компетентності вчителя, яка має бути сформована у випускника вищого навчального закладу, доцільно вважати: стійкий інтерес до

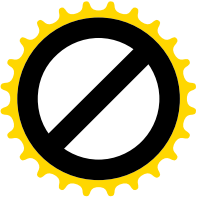


вчительської професії, професійну цілеспрямованість; ґрунтовні наукові знання та сформоване на їх основі професійне мислення; широку методичну обізнаність з питань організації навчально-виховного процесу в школі; вміння творчо, адекватно до педагогічної ситуації використовувати професійні знання; психологічну готовність до роботи з дітьми.

Цілісне становлення особистості майбутнього вчителя неможливе без удосконалення традиційних форм організації навчально-виховного процесу у вищій педагогічній школі, без створення нової особистісно-орієнтованої педагогіки – педагогіки гуманізму та людяності. Актуальним стає пошук таких навчальних та виховних технологій, які б формували соціально активну, творчу особистість. Саме інноваційні технології розвиваючого навчання мають дати майбутньому вчителю не тільки професійні знання, а й засоби для інноваційної педагогічної діяльності, на основі якої педагог оволодіє всіма її структурними елементами – від формування мети до одержання результату, його оцінки та наступної корекції.

Ефективними шляхами формування професійної компетентності майбутнього вчителя можуть стати: удосконалення змісту навчальних планів підготовки спеціаліста з урахуванням педагогічної спрямованості всіх дисциплін; розробка і впровадження в навчальний процес інтегрованих навчальних курсів педагогіки – психологія-методика викладання фахових дисциплін, побудованих за принципом вирішення проблемних ситуацій майбутньої педагогічної діяльності; впровадження в навчальний процес технологій навчання для активізації пізнавальної та професійної активності студентів (модульно-рейтингова система, проблемне навчання, ділові та рольові педагогічні ігри, тренінги логіко-евристичного характеру тощо); удосконалення змісту практичної підготовки студентів за допомогою інтерактивних методів та введення неперервної педагогічної практики; активне запровадження індивідуальних програм формування педагогічної та фахової культури майбутнього вчителя; більш широке залучення студентів до наукової роботи з фахових дисциплін та за комплексними психолого-педагогічними темами; формування у студентів інтересу до педагогічної діяльності засобами навчально-виховного процесу.

Стратегія реформування сучасної освіти має будуватися на формуванні здібності самостійно генерувати нові знання, здатності у нестандартних ситуаціях знаходити нові, творчі рішення. Для цього необхідні нові освітні технології для забезпечення кожній людині індивідуальної траєкторії розвитку творчих здібностей і становлення її як особистості та спеціаліста. Формування особистості спеціаліста передбачає активізацію і вдосконалення психічних пізнавальних інтересів (відчуття, сприйняття, уявлення, мислення, мова) у відповідності з вимогами спеціальності та професійної діяльності в цілому. У зв'язку з цим актуальними стають питання розвитку активності студентів та формування позитивних мотивів, що спонукають їх до пізнавальної діяльності. На цьому шляху перспективними є дослідження таких питань, як суть та особливості проблемного навчання у вищому навчальному закладі; створення ефективних умов для постановки та розв'язання проблемних та евристичних ситуацій; дидактичні основи розробки та використання пізнавальних задач з кожної навчальної дисципліни; форми і методи організації наукового пошуку студентів у навчальному процесі; відшукування нових форм активізації навчальної діяльності студентів, зокрема, широке використання нових інформаційних технологій, ділових ігор тощо.



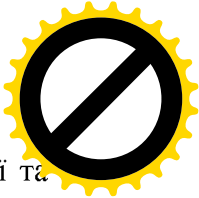
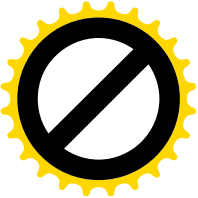
Визначальними складовими у професійній компетентності майбутнього вчителя є пізнавальна та професійна активність в їх взаємозв'язку з фундаментальною та методичною підготовкою. Відомо, що основна мета підготовки спеціаліста досягається в процесі навчальної діяльності, яка найбільш інтенсивно впливає на розвиток і формування психічних процесів та професійних властивостей особистості, на набуття необхідних для цього знань, умінь і навичок. Навчальна діяльність характеризується цілями, мотивами, пізнавальними процесами, починаючи із сприйняття інформації і закінчуючи функціонуванням складних творчих процесів. Навчальна діяльність студентів – це перш за все напружена розумова діяльність, інтенсивність якої залежить від багатьох факторів: змісту і складності поставлених задач, рівня знань, інтелектуальних вмінь і навичок, мотивів та загальних психологічних установок особистості. Формування позитивних мотивів до навчання визначається такими умовами, як усвідомлення теоретичної і практичної значущості засвоєння знань; нарощування змісту та новизни навчального матеріалу; професійна спрямованість навчальної діяльності; добір адекватних задач, які створюють інформаційне протиріччя в самій структурі навчальної діяльності і стимулюють пізнавальну активність та творче мислення тощо.

Проективна геометрія має великі можливості для розвитку пізнавальної діяльності майбутнього вчителя математики через розвиток таких прийомів розумової діяльності, як аналіз, синтез, абстрагування, порівняння, узагальнення, аналогія, інтуїція тощо. З урахуванням спеціалізації та індивідуального розвитку студентів відповідно до їх здібностей та можливостей зміст курсу «Проективна геометрія та методи зображень», крім теоретичного матеріалу з обов'язковою та додатковою частинами, задачного матеріалу, що забезпечить міцне засвоєння базових знань, повинен містити і мотиваційний матеріал (система проблемних та евристичних задач і запитань, творчі та дослідницькі запитання, задачі міжпредметного змісту, історичні матеріали до вивчення відповідних тем курсу тощо).

На перших лекціях необхідно роз'яснити загальне призначення проективної геометрії, як окремого модуля курсу, з'ясувати структуру цього модуля, як деякої цілісної системи. Слід звернути увагу на діалектичний характер модуля в цілому. Потрібно звернути увагу студентів на широке коло прикладних і практичних задач, які розв'язуються методами і засобами проективної геометрії.

Проективну геометрію в свій час називали найкрасивішою галуззю математики. В основу проективної геометрії було покладено ряд загальних геометричних положень, пов'язаних між собою за способами проекції на плоску картину об'ємних форм предметів та їх взаємного розташування у просторі з додержанням видимих пропорцій окремих частин.

Проективна геометрія пройшла довгий шлях розвитку. Ще стародавні єгиптяни в своїх спробах зобразити просторові фігури на площині (на стінках пірамід чи саркофагів) використовували закони перспективи. Пізніше проективні властивості фігур привертати до себе увагу вчених Стародавньої Греції. У творах Евкліда близько 365-300 років до нашої ери містилися деякі відомості з проективної геометрії. У другій половині III ст. н.е. проективній геометрії присвятив ряд своїх праць давньогрецький математик Папп Олександрійський. Один з отриманих ним результатів пов'язаний з конфігурацією з дев'яти точок і дев'яти прямих (конфігурація Паскаля-Паппа).



Проективна геометрія виникла на основі вивчення властивостей перспективної та центральної проекції. Дослідження задачі про зображення тривимірного предмета на площині таким чином, щоб частини цього зображення в їх взаємному розташуванні спостерігач міг уявити собі в такому самому вигляді, як і відповідні їм частини зображуваного предмету, вперше з наукового погляду проводив великий італійський вчений Леонардо да Вінчі (1452 – 1519) [5].

Автором перших праць з проективної геометрії був видатний французький інженер і математик Жерар Дезарг (1593 – 1662). У 1636 році Дезарг ввів у геометричну науку метод зображення предметів в перспективі та вперше запропонував метод координат для вивчення зображення предметів – метод перспективних масштабів [11]. Кожну вісь координат він розглядав як пряму, яка обов'язково належить або картинній або предметній площині. Ці площини було вибрано за координатні. На осях координат він відклав масштаби широти, висоти та глибини.

Використовуючи метод перспективи (проективний метод), Дезарг розглядав еліпс, гіперболу і параболу як проективне коло, і одержав найточніший метод вивчення кривих другого порядку. Користуючись методом перспективи Дезарг прийшов до введення нескінченно віддалених елементів, тому його вважають творцем проективної геометрії. Однак, ці результати досліджень Дезарга стали відомими тільки у 1845 році, коли французький геометр Мішель Шаль (1793 – 1880) знайшов і опублікував твір Дезарга присвячений перетину конуса площиною, який до того вважався загубленим. У 1845 році було з'ясовано, що твір Дезарга є практично фундаментом для праці французького геометра Блеза Паскаля (1623 – 1662), який у 1649 році опублікував свій твір «Досвід дослідження конічних перерізів», де довів теореми про проективні властивості перспективних зображень.

У зв'язку з успіхами аналітичної геометрії, основи якої були закладені у XVII ст. Декартом, на деякий час зменшився інтерес до проективної геометрії. Про неї згадали знов наприкінці XVIII століття, коли Гаспар Монж побудував нову науку, а саме нарисну геометрію, в основі якої лежала проективна геометрія.

Відродження інтересу до проективної геометрії призвело до активізації наукових пошуків в цьому напрямку. У 1822 році вийшов у світ трактат Жана Віктора Понселе (1788 – 1867) «Нарис проективних властивостей фігур», в якому давалося строге наукове обґрунтування проективної геометрії. У своєму трактаті Понселе розглядає конічні перерізи та їх проективні властивості, причому саме ті властивості, які залишаються незмінними або інваріантними при проектуванні [5]. У 1813 році Понселе доводить теорему про проективні перетворення фігур, користуючись методом центрального проектування фігур.

Розвиваючи ідею, висловлену раніше Й. Кеплером, Понселе отримав проективний простір зі звичайного, постулював існування «нескінченно віддаленої площини», що містить «нескінченно віддалену пряму» для кожного пучка паралельних площин, і «нескінченно віддалену точку» для кожного пучка паралельних прямих. Це дозволило стверджувати, що дві паралельні прямі перетинаються в нескінченно віддаленій точці. М. Шаль продовжив і значно поглибив праці Понселе.

Завдяки працям М. Шаля та німецького вченого Якоба Штейнера (1796 – 1863) проективна геометрія досягла значних успіхів, але вона ґрунтувалася ще на метричній



основі. Пізніше Карл Георг Христіан фон Штаудт (1798 – 1867), створив чисто синтетичну аксіоматизацію, яка об'єднує, невласні, тобто нескінченно віддалені прямі з власними. Всі ці геометри прагнули доводити теореми проєктивної геометрії синтетичним методом, поклавши в основу викладу проєктивні властивості фігур. Я. Штейнер, М. Шаль, К.Г.Х. фон Штаудт відділили проєктивну геометрію від метрики і зробили наукою про розташування геометричних фігур. Останні сліди залежності від вимірів усунув у 1899 році М. П'єрі, що побудував систему аксіом проєктивної геометрії. Згодом іншими авторами пропонувалися системи аксіом, трохи відмінні від системи П'єрі.

Вагомий внесок у розвиток проєктивної геометрії вніс російський математик К.О. Андрєєв (1848 – 1921). Він, зокрема, застосував теорему Паскаля до інших прямокутників, вписаних у криву другого порядку.

Систематично проєктивну геометрію почали вивчати наприкінці XIX століття. Ф. Клейн (1849 – 1925) запропонував використовувати для проєктивної геометрії однорідні координати, які раніше запровадили А.Ф. М'юбіус (1790 – 1868), Ю. Плюккер (1801 – 1868). Вплив на розвиток проєктивної геометрії зробили роботи М.І. Лобачевського (1792 – 1856) по створенню неевклідової геометрії, що дозволили в подальшому А. Келі (1821 – 1895) і Ф. Клейну розглянути різні геометричні системи з точки зору проєктивної геометрії.

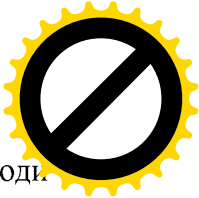
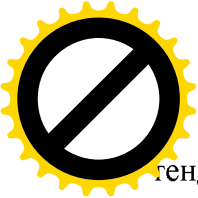
Розвиток аналітичних методів звичайної проєктивної геометрії та побудова на її базі комплексної проєктивної геометрії (Е. Картан) поставили завдання про залежність тих чи інших проєктивних властивостей від того тіла, над яким побудована геометрія. У вирішенні цього питання великих успіхів домоглися А.Н. Колмогоров і Л.С. Понтрягін.

У XX столітті питаннями вивчення і навчання студентів проєктивної геометрії займалися М.І. Кованцов, О.Ф. Семенович, О.В. Мантуров, М.В. Васильєва, Т.В. Ломаєва.

Існують два підходи до вивчення проєктивної геометрії – аналітичний і конструктивний. При аналітичному підході виводяться рівняння всіх геометричних образів в деякій наперед заданій проєктивній системі координат. Проєктивні властивості цих образів доводяться шляхом дослідження їх рівнянь. Великою перевагою такого підходу є те, що студенти можуть за аналогією використовувати для цього координатний метод, який вивчається раніше в курсі аналітичної геометрії. Лише в поєднанні побудов геометричних образів та вивченні властивостей їх конфігурацій за допомогою апарату алгебри можна досягти бажаного результату. Однак, аналітичний підхід не вирішує проблему формування у студентів мислення образами проєктивної геометрії, що є головним завданням вивчення будь-якої з неевклідових геометрій.

Для вирішення цієї проблеми більш доцільним є конструктивний підхід. При конструктивному підході перевага надається побудові геометричних образів, алгоритму чи правила-орієнтиру такої побудови. Він забезпечує наочність, формування просторової уяви та образного мислення студентів. Але в даному випадку виникають труднощі, зумовлені великою кількістю часто досить громіздких побудов, що вимагають значної витрати навчального часу.

Досвід навчання проєктивної геометрії майбутніх учителів математики, фізики, інформатики показує, що для підвищення ефективності начального процесу з цієї дисципліни доцільно поєднувати обидва підходи. Таке поєднання та взаємодія цих двох



тенденцій виявилась досить продуктивною і дала можливість створити загальні методи розв'язування різних за своїм змістом задач, зокрема задач на побудову та доведення з використанням теореми Дезарга, гармонічних властивостей повного чотиривершинника, проєктивних та перспективних відповідностей, теореми Паскаля та теореми Бріаншона, полярних відповідностей, властивостей проєктивних перетворень.

Проективна геометрія, як і евклідова, будується аксіоматично. Однак в проєктивній геометрії, на відміну від евклідової, є не лише власні, а й невластні або нескінченно віддалені елементи: точки, прямі, площини. Розуміння невластних елементів краще досягається за допомогою побудови відповідних моделей проєктивних прямої, площини та простору.

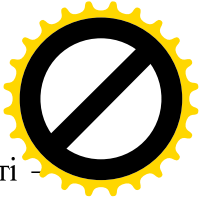
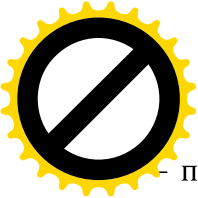
Виклад кожного нового розділу доцільно починати з проведення аналогії між проєктивною геометрією (яка є першим прикладом неевклідової геометрії для студентів) і евклідовою геометрією. Це слугує коротким введенням в тему, встановлює логічний зв'язок нового матеріалу з попереднім, виявляє теоретичне та практичне значення вивчення цієї теми, показує її місце і значення у загальній системі знань, що відносяться до даної галузі науки, окреслює основне коло питань для вивчення.

Нові поняття слід вводити на моделях побудованих в образах евклідової геометрії. Вважається, що моделлю точки на проєктивній площині є евклідова пряма, проєктивна пряма інтерпретується як розширена евклідова пряма, тобто евклідова пряма доповнена невластною або нескінченно віддаленою точкою, або як пучок евклідових прямих, проєктивна площина інтерпретується як розширена евклідова площина, тобто евклідова площина доповнена невластною або нескінченно віддаленою прямою, або в'язка прямих і площин.

Особливу увагу слід звернути на введення та усвідомлення студентами невластних або нескінченно віддалених елементів. Так, наприклад, невластна точка задається за допомогою власної прямої або пучка паралельних прямих, тобто паралельні прямі проходять через одну і ту ж невластну точку; різні невластні точки задаються за допомогою різних власних прямих, тобто прямих, що перетинаються; невластна пряма задається за допомогою власної площини або в'язки паралельних площин, тобто паралельні площини перетинаються по нескінченно віддаленій прямій. Слід також зазначити, що в проєктивній геометрії власні і невластні елементи є рівноправними. Це означає, що вони можуть переходити одні в одні.

При вивченні проєктивної геометрії студенти стикаються з труднощами логічного характеру, які походять з особливостей її понять і методів. Так з однієї сторони точка, проєктивна пряма і проєктивна площина є основними поняттями проєктивної геометрії, відношення інцидентності або належності або сполучення, порядку, неперервності між якими описуються системою аксіом проєктивної геометрії. Досвід показує, що поняття проєктивної прямої, проєктивної площини мають формуватись спочатку на основі наочно-інтуїтивного розуміння з наступним введенням формально-логічних означень цих понять як проєктивних просторів відповідної розмірності.

Мотивація та роз'яснення доцільності вивчення окремих питань з необхідністю приводить до виявлення зв'язків між різними поняттями та розділами модуля, які зручно зображати у вигляді логічних ланцюжків або структурно-логічних схем (наприклад, пряма теорема Дезарга – принцип двоїстості – обернена теорема Дезарга; повний чотиривершинник



- принцип двоїстості – повний чотиристоронник; теорема Паскаля – принцип двоїстості – теорема Бріаншона).

Для актуалізації певних знань у свідомості студентів можна запропонувати вправи, які вимагають інтелектуальних зусиль та просторової уяви: «Визначити, які фігури будуть двоїстими наступним: 1) тривершиннику; 2) двом прямим, що перетинаються; 3) трьом точкам, які належать одній прямій, за малим та великим принципами двоїстості».

Розвитку нестандартного мислення сприятимуть завдання, які вимагають творчого оволодіння навчальним матеріалом. Прикладами таких завдань є задачі на побудову з невласними елементами, задачі на застосування теорем проєктивної геометрії до доведення тверджень евклідової геометрії (наприклад, доведення того факту, що медіани трикутника перетинаються в одній точці), прикладні задачі на знаходження недоступних точок та прямих [10]. Дуже корисно щоб в процесі розв'язування задач студенти запропонували і в результаті оволоділи різними способами їх розв'язання.

Система цілеспрямовано сконструйованих задач, запитань і завдань є важливою умовою розвитку пізнавальної мотивації у навчальному процесі та ефективним засобом розвитку продуктивного евристичного мислення. Розв'язуючи геометричні задачі, студенти не тільки активно оволодівають змістом модуля, а й набувають вміння використовувати аналогію, узагальнення, самостійно і творчо мислити. Поряд із завданнями репродуктивного характеру, пов'язаними з пізнавальними труднощами, для подолання яких необхідні нові знання або докладання інтелектуальних зусиль. Такі задачі складають основу проблемного навчання, педагогічними умовами успішності якого є: створення пізнавальних труднощів, відповідних інтелектуальним здібностям студентів; забезпеченість сукупністю знань з предметного змісту проблемної ситуації; формування операційних вмінь розв'язання проблемних задач.

Урізноманітнення методичних можливостей надається завдяки використанню мультимедійних засобів навчання, а саме показу презентацій, динамічних рисунків з візуальними підказками, застосуванню покрокового сценарію роботи з багаторівневими завданнями. При цьому студент може (або навіть повинен) виконувати на рисунку деякі дії. Рисунки цього виду слугують заміною фрагментам підручника і особливо корисні при самопідготовці.

Впровадження сучасних інформаційно-комунікаційних технологій дає можливість значно підвищити ефективність отримання і засвоєння навчального матеріалу, його пізнавальну доступність, врахувати індивідуальні особливості студентів, ефективно поєднати індивідуальну і колективну діяльність, надати навчальній діяльності творчого, дослідницького характеру.

Курс проєктивної геометрії завершується вивченням проєктивних перетворень. Розглядаються наступні проєктивні перетворення: колінеарні перетворення або колінеації, гомології, інволютивні перетворення або інволюції, їх види, властивості, аналітичний запис та застосування. Розв'язуються задачі на застосування проєктивних перетворень в курсі загальноосвітньої школи. Студенти усвідомлюють той факт, що проєктивна геометрія є наукою, яка вивчає інваріанти групи проєктивних перетворень, або іншими словами можна



сказати, що це галузь геометрії, в якій вивчаються властивості фігур відносно проєктивних перетворень, і як будь-яка інша наука має свою власну внутрішню логіку [4].

Підходячи до навчання проєктивної геометрії з теоретико-групового погляду, слід відзначити, що оскільки група проєктивних перетворень включає в себе групу афінних перетворень, яка в свою чергу містить групу рухів, то проєктивна геометрія є найбільш широкою, включаючи в себе афінну і евклідову геометрію, а при деякій спеціалізації й неевклідові геометрії Лобачевського та Рімана. Завдяки засвоєнню знань з проєктивної геометрії полегшується процес сприйняття й навчання неевклідових геометрій.

Проєктивна геометрія – це перша неевклідова геометрія, яку вивчають студенти в курсі геометрії у вищих педагогічних навчальних закладах, тому вона є найбільш зручним вихідним пунктом для пояснення сутності не лише геометрії Лобачевського, а й інших геометричних систем [14]. Саме за допомогою методів проєктивної геометрії можна описати дев'ять відомих науці неевклідових геометрій площини і показати можливість їх використання в фізиці.

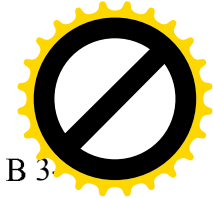
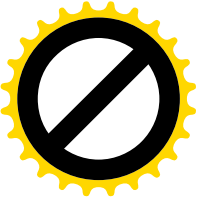
Таким чином, при навчанні проєктивної геометрії доцільно використовувати порівняльний аналіз фактів евклідової геометрії та тверджень проєктивної геометрії, різні моделі, побудовані в образах евклідової геометрії, виявляти міжпредметні зв'язки проєктивної геометрії з аналітичною геометрією, алгеброю, фізикою, астрономією, а згодом і з іншими неевклідовими геометріями, та досліджувати застосування фактів проєктивної геометрії в різних галузях науки, техніки, фізики, будівництві та ін.

Вивчення курсу «Проєктивна геометрія та методи зображень» відіграє важливу роль у формуванні в майбутнього вчителя математики більш широкого погляду на геометрію, глибшого розуміння зв'язків між різними геометричними системами, природи геометричних властивостей, можливостей різних методів їх вивчення. Збагачення геометричної культури студента відбувається у найтіснішому зв'язку з матеріалом шкільного курсу геометрії і надає конкретні знання, достатні для викладання геометрії і кваліфікованого проведення гурткових занять, зокрема під час вивчення питань, пов'язаних із зображенням фігур і геометричними побудовами в просторі і на площині.

Вивчення властивостей геометричних фігур в проєктивній геометрії розширюють уявлення студентів про сучасну картину Всесвіту, підвищують компетентність майбутніх вчителів математики і фізики та стимулюють їх власний пошук нових математичних, геометричних та фізичних ідей і теорій.

Список використаної літератури

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч. 2. – М.: Просвещение, 1987. – 352 с.
2. Боровик В.Н., Яковець В.П. Курс вищої геометрії: Навчальний посібник. – Суми: ВТД «Університетська книга», 2004. – 464 с.
3. Вернер А.Л., Кантор Б.Е., Франгулов С.А. Геометрия. Ч. 2. – СПб.: «Специальная литература», 1997. – 320 с.
4. Кованцов М. І. Проєктивна геометрія. – К.: Вища школа, 1985. – 368 с.



5. Ломаєва Т.В., Семенович О.Ф. Перетворення і аксіоматичний метод в геометрії. В 3-х частинах. – Ч.1. – Черкаси, 1998. – 216 с.
6. Нікулін М.А. Проективна геометрія. – К.: Радянська школа, 1962. – 235 с.
7. Певзнер С.Л. Проективная геометрия. – М.: Просвещение, 1980. – 128 с.
8. Певзнер С.Л., Цаленко М.М. Задачник-практикум по проективной геометрии. – М.: Просвещение, 1982. – 80 с.
9. Семенович А.Ф. Учебное пособие по проективной геометрии. – М.: Учпедгиз, 1961. – 200 с.
10. Сергунова О.П., Котлова В.М. Практикум з проективної геометрії. – К.: Вища школа, 1971. – 188 с.
11. Тадеєв В.А. От живописи к проективной геометрии. – К.: Высш. шк., 1988. – 232 с.
12. Циганок Л.В. Проективна геометрія: Навчальний посібник. – Ніжин: Видавництво НДУ ім. М. Гоголя, 2010. – 146 с.
13. Четверухин Н.Ф. Проективная геометрия. – М.: Просвещение, 1969. – 368 с.
14. Щербаков Р.Н., Пичурин Л.Ф. От проективной геометрии – к неевклидовой (вокруг абсолюта): Кн. для внеклассного чтения. IX, X кл. – М.: Просвещение, 1979. – 158 с.
15. Яковець В.П., Боровик В.Н. Курс проективної геометрії: Навчальний посібник. – Ніжин: НДПУ, 2002. – 255 с.