ГРАФІЧНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ

Філімонова М.О.,
вчитель математики,
Пирятинський ліцей,
Швець В.О.,
кандидат пед. наук, професор,
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова

У статті розглянуто можливості застосування графічного методу розв'язання текстових задач в курсі математики основної школи.

В статье освещен вопрос использования графического метода решения текстовых задач на уроках математики основной школы.

In thes article we have been looked at possibilities how to apply the graphic method in undo the text sums at the maths course of basis school.

Постановка проблеми. Уміння розв'язувати задачі є одним з основних показників рівня математичного розвитку. Психологія вже понад сто років займається дослідженнями процесу розв'язування задач людиною. Особливо слід звернути увагу на загальну характеристику цього процесу, описану відомим психологом С.Л. Рубінштейном. Він характеризував розв'язування задачі як процес її переформулювання, в якому проводиться аналіз умов і вимог. Як же навчитися розв'язувати задачі?

Аналіз актуальних досліджень. Існує ряд посібників, в яких виокремлено загальні рекомендації з пошуку розв'язання задач, зокрема це роботи Д. Пойя, Л.М. Фрідмана, Е.Н. Турецького, В.Б. Полонського, Ю.М. Рабіновича, М.С. Якіра і т.д. Д. Пойя розроблено систему (таблицю) стереотипних вказівок, сформульованих або ж у формі порад, або навідних питань. Він наводить таке прислів'я: «Ваші найкращі п'ять друзів: Що, Чому, Де, Коли і Як. Якщо Вам потрібна порада, зверніться до Що, Чому, Де, Коли і Як – і більше ні до кого не звертайтеся. Нічому не вірте, але сумнівайтеся тільки в тому, що викликає сумнів. Знайшовши перші гриби або зробивши перше відкриття, озирніться навколо, – вони з'являться пучками". [2, с. 141] Л.М. Фрідманом та Е.Н. Турецьким виділено етапи процесу розв'язування задачі, наведено способи розв'язування як стандартних, так і нестандартних задач, а також визначено рекомендації для пошуку розв'язання математичних задач.

Одним із наведених вище вказаними авторами методів розв'язання задач є математичне моделювання, яке допомагає унаочнити процес розв'язування, швидко встановити зв'язок між даними і шуканими величинами та отримати розв'язок. В останні роки в педагогічній пресі збільшилася кількість публікацій присвячених прикладній спрямованості навчання математики і, зокрема, математичному моделюванню. Серед авторів слід відмітити Нічуговську Л., Семенця С., Гриб'юк О., Войналович Н., Бойко Л., Кононову О. та ін. Ряд статей належить Великодному С. Публікації містять можливі варіанти методичних розробок для ознайомлення учнів з математичним моделюванням у межах шкільної програми, а також системи задач, завдань та запитань до них. Як правило, наводяться текстові задачі, які розв'язуються на основі знако-символьної моделі (виразу, рівняння, нерівності чи їх систем). Однак варто відмітити, що ряд алгебраїчних задач успішно розв'язуються за допомогою образної моделі (графіка, діаграми, схеми, малюнка). Дуже часто такий підхід не тільки більш зрозумілий та простий, але й дає миттєвий результат. Важлива його перевага в наочності: «на діаграмі … видно зв'язок між величинами, вона допомагає розширити завдання (поставити і розв'язати більш загальні проблеми), глибше проникнути в суть завдання, відчути реальність результату і проміжних дій.» [1, с. 7 – 8] На жаль, в рамках шкільної програми цей метод не розглядається. Тому **метою нашої статті** і стало більш детальне вивчення графічних методів розв'язування задач.

Виклад основного матеріалу. У 6 класі учні ознайомлюються з поняттям діаграми, її видами та способами побудови. Однак основні поняття цієї теми засвоюються на низькому рівні. Наприклад, діаграму учні означують так: «це круг, поділений на частини різного кольору з написаними на них відсотками», «це стовчики різної висоти з відсотками», «діаграми використовуються для опису результатів якогось опитування» тощо. Тому, на нашу думку, доцільно більш детально зупинитися на понятті лінійної (одновимірної) діаграми та запропонувати школярам задачі, які розв'язуються за їх допомогою. Це допоможе не лише озброїти учнів новим методом розв'язування задач, а й формуватиме цілісне уявлення про математику як науку.

Розглянемо задачу: На трьох лініях електропередач сиділо 36 ластівок. Коли з першої лінії на другу перелетіло 6 ластівок, а з другої на третю 4 ластівки, то на всіх лініях ластівок стало порівну. Скільки ластівок сиділо спочатку на кожній лінії електропередач?

Звичайно, цю задачу можна розв'язати і алгебраїчним методом, склавши рівняння. Але варто продемонструвати школярам і метод довжин, який ґрунтується на побудові лінійної діаграми.

I. Побудова математичної моделі. Після ознайомлення з умовою задачі можлива наступна бесіда з учнями.

Учитель: Скільки різних ситуацій розглядається в задачі?

Очікувана відповідь: У задачі розглядається дві різні ситуації: початкова і кінцева.

Учитель: Як можна графічно відобразити початкову ситуацію?

Очікувана відповідь: Можна побудувати три відрізки різної довжини, кожен із яких відображатиме кількість ластівок на конкретній лінії електропередач.

Учитель: А який відрізок буде найдовшим і який найкоротшим?

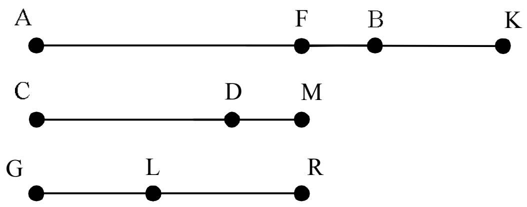
Очікувана відповідь: Зрозуміло, що перший відрізок – найдовший, оскільки на першу лінію електропередач не перелітали ластівки, а третій відрізок – найкоротший, бо на третю лінію електропередач переміstилось найбільше ластівок.

Учитель: В умові задачі вказано, що на другу лінію перелетіло аж 6 ластівок, а на третю – лише 4. То чому третій відрізок найкоротший?

Очікувана відповідь: Третій відрізок є найкоротшим. Якщо провести розрахунки, виявиться, що з першої лінії на другу перелетіло дві ластівки, а на третю – 4 ластівки.

Учитель: Тоді як від початкової ситуації перейти до кінцевої?

Очікувана відповідь: Щоб перейти від початкової ситуації до кінцевої, слід від першого відрізка відняти відрізок, умовно рівний 2 ластівкам, і додати його до другого відрізка, а потім знову від першого відрізка відняти відрізок, умовно рівний 4 ластівкам, і додати його до третього.



Мал. 1

Учитель: А добудовані відрізки беруться довільно?

Очікувана відповідь: Ні, варто враховувати той факт, що довжини кінцевих відрізків мають бути однаковими.

Учитель: Побудовані відрізки і є лінійною діаграмою до задачі (див. мал.1), тобто образною моделлю.

II. Розв'язування задачі в межах математичної теорії.

Нехай відрізок AK відображає кількість ластівок на першій лінії електропередач, CD – відповідно на другій лінії, GL – на третій лінії. Аналіз умови виявив, що з першої лінії електропередач на другу перелетіло дві ластівки, а на третю – 4 ластівки. Тобто від відрізка AK слід відняти відрізок FB, умовно рівний двом ластівкам, і додати до відрізка CD. Потім від відрізка AK слід відняти відрізок BK, умовно рівний 4 ластівкам, і додати до відрізка GL. Таким чином за умовою задачі маємо, що $CM=AF=GR$. Оскільки $AK+CD+GL=36$, то $CM+AF+GR=36–6=30$. Отже, $CM=AF=GR=10$. Тоді $AK=16$, $CD=8$, $GL=6$.

III. Інтерпретація одержаного розв'язку.

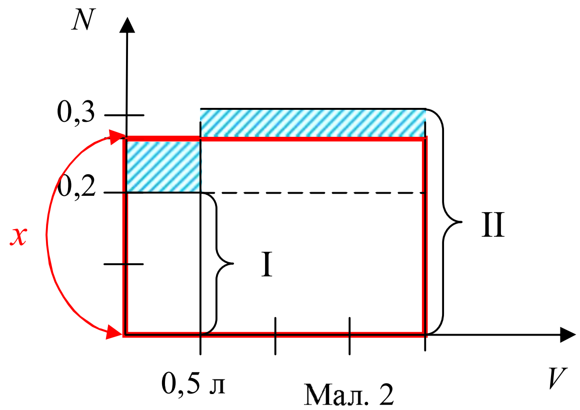
Отже, на першій лінії електропередач спочатку сиділо 16 ластівок, на другій – 8, а на третій – 6.

Дуже часто побудована лінійна діаграма дозволяє не тільки швидше скласти рівняння до задачі (і не одне), а й розв'язати задачу усно.

Слід наголосити учням, що за допомогою лінійних діаграм розв'язуються задачі, в яких задані відношення значень величин (більше на.., менше на.., стільки ж тощо) і розглядається одна або кілька ситуацій, також зручно розв'язувати задачі на переливання та зважування.

Якщо ж одна з величин задачі визначається як добуток двох інших, то слід застосовувати метод площ, тобто будувати двовимірну діаграму. Як правило, за допомогою двовимірних діаграм легко розв'язуються всі типи текстових задач (на рух, на роботу, на розчини і сплави). Дуже часто великі труднощі у школярів викликають задачі на розчини і сплави. Продемонструємо розв'язання такої задачі за допомогою двовимірної діаграми. Наприклад, задача: „*Є* 20 %*-й і* 30 %*-й розчини кислоти. Для отримання нового розчину взяли* 0,5 *л першого розчину і* 1,5 *л другого. Визначити вміст кислоти в утвореному розчині*".

I. Побудова математичної моделі. Побудуємо декартову систему координат, в якій по вісі абсцис відобразимо об'єми розчинів (V), а по вісі ординат – концентрацію кислоти, тобто її частку в розчині (N) (див. мал. 2). Тоді площа прямокутника I рівна об'єму кислоти у першому розчині, а площа прямокутника II – у другому розчині. Зрозуміло, що площа червоного прямокутника буде рівна об'єму кислоти у новому розчині.



Мал. 2

Оскільки в новому розчині вміст кислоти рівний сумі об'ємів кислоти першого і другого розчинів, то заштриховані прямокутники є рівновеликими. Маємо рівняння $0,5(x-0,2)=1,5(0,3-x)$, яке є знако-символьною моделлю задачі.

II. Розв'язування задачі в межах математичної теорії.

$$0,5x-0,1=0,45-1,5x;\ 0,5x+1,5x=0,45+0,1; 2x=0,55; x=0,275$$

III. Інтерпретація одержаного розв'язку.

Таким чином концентрація кислоти у новому розчині рівна 27,5 %, а вміст кислоти у ньому $2\cdot 0,275=0,55$ л.

Алгебраїчний спосіб розв'язування даної задачі досить простий, однак метод площ допомагає встановити зв'язок між алгеброю і геометрією, є більш вишуканим та цікавим. У більшості ж випадків побудова одновимірної чи двовимірної діаграми сприяє глибшому розумінню суті задачі завдяки своїй наочності, спрощує пошук шляхів розв'язання, оскільки оперує з такими найпростішими поняттями, відомими ще з молодшої школи, як довжина відрізка і площа прямокутника.

Висновки. Вивчення нових способів розв'язування задач дозволяє з іншої точки зору поглянути на загальновідомі математичні факти, відкриває нові перспективи, розширює і розвиває раніше отримані знання, дає можливість творчої самостійної роботи, виховує кмітливість та винахідливість.

Список використаної літератури

1. Островский А.И., Кордемский Б.А. Геометрия помогает арифметике. – М.: Физматгиз, 1960. – 168 с.
2. Пойя Д. Как решать задачу: Пособие для учителей / Под ред.Гайдука Ю.М. – М.: Учпедгиз, 1959. – 208 с.
3. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: Пособие для учащихся. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1984. – 175 с., ил.