

Про роль математики і деякі тенденції розвитку математичної освіти в інформаційному суспільстві

У минулому столітті в галузі математики одержані величезні успіхи. Досягнення знайшли найширше застосування в сучасній фізиці, хімії, техніці, біології, економічних науках, медицині, соціології, лінгвістиці. На основі математики розвинулися науки комп'ютерного циклу, інформатика. Навіть ті галузі математики, які вважалися цілком відірваними від реальності, знаходять практичні застосування. Здавалося б, найабстрактніша і далека від промислових умов дисципліна – математика – також в якійсь своїй частині наблизилась до фізики, вдаючись до послуг витончених інженерних механізмів і стає частково експериментальною наукою. Тому математику цілком справедливо можна віднести до ключових чинників розвитку цивілізації.

Ось як характеризує роль і місце математики й математичної освіти в сучасному суспільстві В.М. Тихомиров: «Математика завжди була невід'ємною і суттєвою складовою частиною людської культури, вона є ключем до пізнання навколишнього світу, базою науково-технічного прогресу і важливим компонентом розвитку особистості... Математична освіта є благо, на яке має право будь-яка людина і обов'язок суспільства (держави і всесвітніх організаційних структур) надати кожній особистості можливість скористатися цим правом» [1].

Вивчення математики має значний розвивальний потенціал. За дослідженнями Ж. Піаже вивчення математичних структур призводить до утворення адекватних розумових структур – основ не тільки математичного мислення, але й механізмів мислення людини взагалі. Видатний фізик Р.Ф. Фейнман вважав, що «математика – не просто інша мова... це мова плюс міркування, це ніби мова і логіка разом» [2, с.40]. З цього приводу доречно навести міркування відомого математика і методиста Л.Д.Кудрявцева, який зазначає, що ще в преамбулі до програми з математики для середньої школи 1918 року було написано: «Курс математики будуватиметься й проводитиметься в своїй програмі-мінімум не стільки в інтересах майбутніх математиків і майбутніх техніків, хіміків, статистиків і т.п., скільки в цілях поповнення тих недостаючих ланок у системі гуманітарної освіти, розуміючи останню в широкому смислі слова, які може дати тільки математика». «Отже, вивчення природничих дисциплін і математики є необхідною умовою для правильного формування особистості учнів» [3, с.13-14].

Тому вважаємо, що в жодному разі недоцільно зменшувати години для навчання математики (як це часто робиться під лозунгом гуманітаризації освіти), послаблювати математичну підготовку учнів шкіл та студентів ВНЗ, а слід би більше розкривати в процесі навчання математики її величезний гуманітарний потенціал. Досягти цього можна, зокрема, за умов широкого застосування в навчальному процесі засобів ІКТ, реалізації міжпредметних зв'язків математики й інших предметів.

Щодо змісту математичної освіти, то В.М. Тихомиров відзначає, що вона повинна включати також навчання комп'ютерів, комп'ютерних технологій і сучасних інформаційних комунікацій. Це – віяння нового часу. І слід мати на увазі, що в самій математиці відбуваються події першочергової ваги, які необхідно включити в математичну освіту (теорія катастроф, фрактали, дискретна математика і т.п.) [1].

Математика є не тільки материнською наукою для інформатики. Сама інформатика в процесі становлення неухильно математизується в своїх основах і методах. Поряд з цим з'являється все більше свідчень того, що методи інформатики проникають в глибини математики, впливають на деякі риси стилю, техніки й змісту математичної діяльності [4, с.14].

Характеризуючи можливі напрями розвитку математики в наступних десятиліттях, один з найвпливовіших сучасних математиків М. Громов звертає увагу на тісні зв'язки математики й інформатики. Із збільшенням структури математики вона сама по собі стає предметом логічного і математичного аналізу. Це призвело до створення математичної логіки, а потім і теоретичної інформатики. Зараз настав час останньої. Вона увібрала в себе ідеї класичної математики і вигоди технологічного прогресу в комп'ютерних технологіях, що призводить до практичного втілення теоретично розроблених алгоритмів (швидке перетворення Фур'є і швидкий мультипольний алгоритм є чудовими прикладами впливу чистої математики на чисельні методи, що використовуються в інженерній практиці). І логічні обчислювальні ідеї використовуються в інших галузях, таких як створення квантового комп'ютера, створення молекул на базі ДНК, створення структур в біології, динаміка мозку і т.п. Очікується, що через кілька десятиліть інформатика розвиватиме ідеї навіть на глибшому математичному рівні, що призведе до радикального прогресу в промисловому використанні комп'ютерів, наприклад, в створенні штучного інтелекту (що надовго затрималось) і розвитку робототехніки [5].

«Проблеми, що межують між ясною симетрією і чистим хаосом, викликають появу нового типу математики. Щоб досягти прогресу в ній, необхідні радикальні теоретичні ідеї так само, як і нові шляхи поєднання математики з комп'ютерами... Оскільки все більше використовується сила комп'ютера і посилюється зв'язок між наукою і промисловістю, необхідно більше ресурсів для підтримки динамічного статусу математики. Але навіть у цьому випадку нам необхідно значно менше ресурсів, ніж іншим галузям науки, так що співвідношення доход/інвестиції залишається найвищим для математики, особливо коли робляться значні спроби популяризації й застосування цих ідей. Тому важливо інформувати суспільство про добре розвинений потенціал математичних досліджень і вирішальну роль математики в близько- і довгостроковому промисловому розвитку» [5, с.4-5].

Математики відіграли найважливішу роль у створенні комп'ютерів; природно було їм самим скористатися плодами своїх зусиль. Так виникла «комп'ютерна математика» – розв'язування чисто

математичних проблем з широким (інколи вирішальним) «використанням» комп'ютерів. Першим тріумфом тут було розв'язання проблеми чотирьох фарб, яка залишалася відкритою більше 100 років, «доведення» знаменитої гіпотези М'юбіуса, Газрі і Келі.

За тлумаченнями В.П. Д'яконова, Ю.В. Триуса комп'ютерну математику можна визначити як сукупність теоретичних, методичних, алгоритмічних, апаратних і програмних засобів, які призначені для ефективного розв'язування за допомогою комп'ютерів широкого кола математичних задач з високим ступенем візуалізації всіх етапів обчислень [6, с. 116; 7, с. 35].

Широкого поширення набувають різноманітні засоби комп'ютерної математики, зокрема програмні, які називають системами комп'ютерної математики (СКМ).

СКМ – це програмні засоби, за допомогою яких можна автоматизувати виконання як чисельних, так і аналітичних та графічних обчислень і розрахунків. В них акумульовано багатовіковий досвід розвитку математики. За допомогою СКМ користувачі математики здатні розв'язувати навіть досить складні математичні задачі.

Значення автоматизації не тільки чисельних, а й аналітичних обчислень розумів академік В.М. Глушков ще на початку 60-х років ХХ століття. Під його керівництвом у Києві були створені перші у світі персональні комп'ютери (точніше, передвісники майбутніх персональних комп'ютерів) серії "Мир" ("Мир-1" – 1965 р., "Мир-2", "Мир-3" – 1969 р.; їх відносили до класу малих ЕОМ) з апаратною реалізацією мов програмування високого рівня та унікальними можливостями виконання чисельних та аналітичних розрахунків. Структурна інтерпретація мов високого рівня МИР і АНАЛІТИК давала змогу одержувати ефективну реалізацію роботи з дійсними числами довільної розрядності, цілими числами необмеженої розрядності, точних операцій над дробовими раціональними числами і ін. Система АНАЛІТИК була однією з перших систем комп'ютерної алгебри, а в мові АНАЛІТИК вперше була використана техніка переписування алгебраїчних виразів (застосування співвідношень), яка в наш час є основою технології декларативного програмування [8, с.3-4]. За швидкістю виконання аналітичних перетворень їм не було конкурентів [9].

На жаль, ці новаторські роботи акад. В.М. Глушкова в колишньому СРСР не були підтримані й згодом ініціатива в цій галузі перейшла до західних країн.

Зараз системи комп'ютерної математики (професійного призначення) представлені в основному великими західними фірмами (MathSoft, MathWorks, Waterloo Maple і ін.). Вони стають потужними засобами діяльності як професійних математиків, так і тих, хто використовує математику для побудови й дослідження математичних моделей в різних предметних галузях, зокрема, й в системі освіти.

Їх використовують для розв'язування наукових, інженерних, навчальних задач, наочної візуалізації даних і результатів обчислень і як зручні та повні довідники з математичних обчислень. Завдяки потужній графіці, засобам візуального програмування й використання техніки мультимедіа роль СКМ далеко виходить за межі тільки математичних розрахунків. Вони широко використовуються в освіті як потужні інструментальні засоби для підготовки електронних уроків, курсів лекцій та електронних книг з динамічними прикладами, які учень сам може змінювати та виконувати навчальні дослідження.

Завдяки створенню СКМ професійні математики, а також ті, хто використовує математичні методи, одержали потужні засоби інтенсифікації діяльності. Такі системи використовуються зараз майже в кожній серйозній дослідній лабораторії. Їх використання дає змогу значною мірою підсилити інтелектуальну діяльність, можливості автоматизувати виконання не тільки чисельних, а й аналітичних (символьних) обчислень та графічних побудов. За допомогою СКМ можна виконувати такі види аналітичних обчислень, як знаходження границь функцій та похідних, обчислення невизначених та визначених інтегралів, розвинення функцій в ряди, розв'язування багатьох класів диференціальних рівнянь в аналітичному поданні, виконання різноманітних спрощень, перетворень, підстановок і т.д.

Про ефективність застосування СКМ в процесі наукових досліджень свідчить, зокрема, досвід багатьох лауреатів Нобелівської премії. Першою Нобелівською премією, яка базувалася значною мірою на роботі, що використовувала комп'ютерну алгебру, була премія з фізики Мартінуса Вельтмана (Martinus J.G. Veltman) і Герардуса Хуфта (Gerardus 't Hooft) в 1999 р. Вельтман ще в 60-их роках ХХ століття розробив програму (одну з перших) для виконання алгебраїчних розрахунків. Ця програма комп'ютерної алгебри (названа SCHOONSCHIP) призначалася спочатку для виконання розрахунків з перенормування в теорії калібрування, математичному методі, який був частиною наступних досліджень в квантовій фізиці з метою уніфікування співвідношень між електромагнетизмом, гравітацією, а також сильними і слабкими ядерними силами.

Згодом програма SCHOONSCHIP стала основою для розробки Стефеном Вольфрамом сучасної комерційної програми комп'ютерної алгебри, яка стала передвісником відомої програми Mathematica. Про роль розробленої програми комп'ютерної алгебри SCHOONSCHIP в своїх дослідженнях Вельтман зазначав: "У той же час як більшість теоретиків плуталося в різноманітних формулах, я просто робив їх автоматично обчислювальними. Це дало мені надзвичайну перевагу" [10].

За останні кілька десятиріч розроблено низку математичних пакетів як спеціалізованих (Eureca, MacMath, StatGraph, Reduse, MacSyma, SketchPad, Cabri і ін.), так і універсальних (Derive, MathCad, MathLab, Maple, Mathematica, MuPad) [11, 6, 12, 13, 14, 15, 7, 16] зі зручним інтерфейсом, в яких реалізовано значну кількість стандартних та спеціальних математичних операцій та функцій, потужні графічні засоби дво- і тривимірної графіки, власні мови програмування, засоби підготовки математичних текстів для друку, експортування даних в інші програмні продукти та імпортування з них даних для опрацювання. Все це забезпечує широкі можливості для ефективної роботи з пакетами фахівців різних профілів.

Все ширшого поширення набувають згадані математичні пакети в системі освіти, зокрема, у ВНЗ в процесі підготовки вчителів математики.

СКМ використовуються як компоненти комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання. Їх використання дає змогу ефективно будувати та досліджувати математичні моделі, проводити навчальні дослідження. Це відповідає Болонському процесу удосконалення вищої освіти. У четвертому пункті Великої Хартії університетів [17], який стосується методології організації навчальних досліджень та освітнього процесу в університетах, зокрема, вказується, що студенти залучаються до участі в наукових дослідженнях і що основним методом навчання є проведення навчальних досліджень у рамках навчальних предметів, які моделюють наукові дослідження у відповідній предметній галузі. Причому форми навчальної роботи постійно вдосконалюються та наближаються до методології відповідної галузі науки. Використання дослідницького підходу стосується не тільки університетської освіти, а й шкільної. Дослідницький підхід в освіті повинен сприяти набуттю дослідницьких компетентностей суспільства і тому має максимально спиратися на ІКТ – інфраструктуру суспільства знань [15, с.103,].

Отже, підготовка майбутніх вчителів математики до використання СКМ як в процесі навчання, так і у подальшій професійній діяльності набуває особливого значення. Тому розробка методик навчання математичних та інформатичних дисциплін з використанням СКМ, створення на їх основі інформаційних навчальних середовищ є досить актуальною проблемою.

Ми поділяємо думку С.А. Ракова щодо головної проблеми математичної освіти в Україні. Вона на даний момент полягає у складному процесі реформування системи освіти, намаганнях зберегти традиції високого рівня фундаментальності математичних навчальних програм зі збагаченням їх ідеями дослідницьких підходів у навчанні (які включають у себе: постановку задач, формування та експериментальну перевірку гіпотез, пошук дедуктивних доведень, систематизацію нових знань, метод проектів), учне-центриської освіти, освітніх методів співпраці, міжпредметної та практичної орієнтації навчання математики, розв'язування реально життєво важливих задач [15, с.62]. Аналогічна проблема стосується й інформатичної освіти. Остання ускладнюється ще й тим, що все ще інформатична освіта перебуває в стані становлення.

Крім професійних математичних пакетів (які досить ефективно можуть бути використані у навчальному процесі ВНЗ і значно менше у загальноосвітній школі) створюються спеціальні пакети, основним призначенням яких є підтримка навчання шкільного та університетського курсів математики, використання математичних методів в процесі навчання інших предметів. На основі цих програмних засобів (їх природно віднести також до СКМ) створюють зручне комп'ютерно-орієнтоване навчальне середовище для експериментування в певній математичній галузі (алгебрі, математичному аналізі, планіметрії, стереометрії, теорії ймовірностей і математичній статистиці тощо), надають низку послуг для розв'язування типових математичних задач, візуалізації абстракцій.

Досить плідними щодо генерування нових ідей, дослідження закономірностей дає використання СКМ, в яких реалізовано режими динамічних параметрів (прямого керованого "неперервного" маніпулювання параметрами комп'ютерної моделі).

Світовими лідерами серед пакетів динамічної геометрії є такі : Cabri (Франція), SketchPad (США), Cinderella (ФРН), Next (ФРН).

В Україні створено кілька систем комп'ютерної математики, рівень розробки яких відповідає світовим і які рекомендовані Міністерством освіти і науки України для використання у навчальному процесі загальноосвітніх навчальних закладів. Це, зокрема:

Gran1 (автори М.І. Жалдак, Ю.В. Горошко; призначена для підтримки навчання алгебри і початків аналізу, стохастички; містить режим динамічних параметрів);

Gran-2D (автори М.І. Жалдак, О.І. Вітюк), DG (автори С.А. Раков, Осенков К.О.) – пакети динамічної геометрії;

Gran-3D (автори М.І. Жалдак, О.І. Вітюк; для підтримки навчання стереометрії, частково – алгебри і початків аналізу);

ТерМ (розроблено під керівництвом О.В. Співаковського, М.С. Львова; призначено для комп'ютерної підтримки практичних занять з алгебри в загальноосвітній школі).

На базі цих програмних засобів створено програмно методичні комплекси ПМК Gran, DG, ТерМ, що успішно використовуються в школах і педагогічних університетах України. Досить відомі вони й за межами України.

І все ж головною проблемою на даний час є розробка методик (методичних систем навчання), орієнтованих на використання створених СКМ у навчальному процесі, розробка навчального та методичного забезпечення з питань їх використання в навчальному процесі та відповідна підготовка вчителів, формування у них інформаційної культури.

Відомі кілька пакетів для підтримки навчання математики у ВНЗ. Це, зокрема, СЛІА (Світ Лінійної Алгебри; розроблено під керівництвом О.В. Співаковського); інструментальні програмні засоби (Xtremum, XtremumND, Xtremum, Nonline, Asimplex; розроблені під керівництвом Ю.В. Триуса), призначені для розв'язування задач з методів оптимізації; Master of Logic (Ю.В. Триус, К.М. Любченко) – для підтримки навчання елементів математичної логіки.

Таким чином, СКМ можуть досить ефективно використовуватися в системі як середньої, так і вищої освіти, але лише в умовах теоретичного і експериментально обґрунтованих методичних систем навчання. Епізодичне необґрунтоване використання деякого математичного пакета не дає бажаних наслідків. При доборі СКМ слід враховувати також особливості задачі, що розв'язується.

Наявність різноманітних СКМ аж ніяк не означає, що успішно можна розв'язувати математичні задачі без відповідної теоретичної підготовки з математики, наявності вмінь розв'язувати задачі. Отже, СКМ є потужним засобом комп'ютерної підтримки діяльності науковців, учнів, студентів, педагогів, інженерів, але ефективність і методична цінність такого засобу залежить від вмінь застосовувати його [7, с. 40]. Тому проблема розробки методик навчання математичних та інформатичних дисциплін з використанням СКМ, гармонійне поєднання традиційних методичних систем навчання з ІКТ залишається актуальною.

У доповіді академіка А.П. Єршова, виголошеній на Міжнародному конгресі з математичної освіти (Будапешт, серпень 1988 р.), проаналізовано проблеми математичної освіти та визначено основні напрями впливу інформатизації (інформатики та інформаційних технологій) на математичну освіту [4] (все це актуально й сьогодні), серед яких виділимо (без розшифрування) такі:

1. *Значне розширення математичної практики.*
2. *Зміна номенклатури математичних знань.*
3. *Системна роль математичної теорії.*
4. *Обчислювальний експеримент з математичною моделлю.*
5. *Візуалізація абстракцій.*
6. *Динамізація математичних об'єктів.*
7. *Становлення структур із хаосу.*
8. *Пробудження початкового інтересу.*

Сказане підтверджує, що слова Г. Вейля, проголошені 50 років тому, мають і сьогодні виключне значення: “Математика встановлює стандарти об'єктивності та істини в інтелектуальній творчості, а інші науки та техніка підтверджують її корисність. Математика, подібно до мови та музики, є найвидатнішим проявом людської думки, і вона є універсальним, зрозумілим, міжнародним засобом спілкування через теоретичні конструкції. Тому математика повинна залишатися суттєвим елементом знання та культури, які ми мусимо передати наступному поколінню”. Але разом з тим бачимо, що використання комп'ютера та інформаційних технологій дають змогу збагатити математичну науку, розширити її застосування, суттєво вплинути на саму математичну діяльність (зміст, методи, засоби). Що ж до змісту освіти (у тому числі математичної), то слід зазначити, що засвоїти обсяг знань, якого буде достатньо у суспільстві знань, не вдасться, оскільки терміни подвоєння знань постійно скорочуються. На даний момент за різними оцінками вони складають менше 10 років. Тому доводитиметься вчитися все життя. Таким чином, головним змістом математичної освіти стане не опанування певними алгоритмами розв'язування математичних задач (вони, до речі, досить ефективно розв'язуються за допомогою комп'ютери), а математична компетентність, розуміння і застосування математичних методів дослідження [15, с.5]. Все це, очевидно, повинно враховуватися при розробці методичних систем навчання як математичних, так й інформатичних дисциплін і в середній, і у вищій школі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Тихомиров В.М. О некоторых проблемах математического образования // Тезисы доклада на Всероссийской конференции «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков», г.Дубна, сентябрь 2000 г.
2. Фейнман Р.Ф. Характер физических законов. – М.,1968.
3. Кудрявцев Л.Д. Среднее образование. Проблемы. Раздумья / Моск. гос. ун-т печати. – М.: МГУП, 2003. – 81 с.
4. Ершов А.П. Компьютеризация школы и математическое образование // Математика в школе. – 1989. – №1. – С.14-31.
5. Громов М. Возможны напрямки розвитку математики в наступних десятиліттях // У світі математики. – 2001. – №1. – С.3-5.
6. Дьяконов В.П. Компьютерная математика // Соросовский образовательный журнал. Том 7. – 2001. – №11. – С.116-121.
7. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання : Монографія. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.
8. Сергиенко И.В., Капитонова Ю.В. В.М. Глушков – пионер математической теории вычислительных систем и основатель Института кибернетики НАН Украины / Доклад на международной конференции. «Компьютеры в Европе. Прошлое, настоящее, будущее». -Киев, октябрь, 1998 г.
9. Малиновский Б.Н. История вычислительной техники в лицах. К.:фирма «КИТ», ПТОО «А.С.К.», 1995.–384 с.
10. <http://www.informic.ru/text/friends/softline/news/00/00-03.html>.
11. Говорухин В., Цибулин В. Компьютер в математических исследованиях. – СПб.: Питер, 2001. – 624 с.
12. Дьяконов В.П. Компьютерная математика. Теория и практика. – М.: Нолидж, 2001. – 1296 с.
13. Дьяконов В.П. MathCad 2001: учебный курс. – СПб.: Питер, 2001 – 624 с.
14. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів. – К.: Техніка, 1997. – 304 с.
15. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: Монографія. – Х.:Факт, 2005. – 360 с.
16. Лотюк Ю.Г. Комп'ютерно-орієнтована методична система навчання обчислювальної математики в педагогічному університеті: Дис...канд. пед. наук:13.00.02. – К.:НПУ імені М.П. Драгоманова, 2004. – 228 с.
17. [http11. http://www.MagnaCarta.com](http://www.MagnaCarta.com)