

218

У-Р

549/-

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ У С С Р

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. А.М.ГОРЬКОГО

П.Ф. Д А Н И Л Ю К

ПЕРВЫЙ НА УКРАИНЕ МЕТОДИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
И ЕГО ЗНАЧЕНИЕ В БОРЬБЕ ЗА УЛУЧШЕНИЕ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук
/по специальности № 13.731 - методика
преподавания математики/.

Киев - 1971

НБ НПУ
імені М.П. Драгоманова



100310996

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ У С С Р
КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. А.М.ГОРЬКОГО

51(07)
ДзН

П.Ф. Д А Н И Л Ю К

ПЕРВЫЙ НА УКРАИНЕ МЕТОДИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
И ЕГО ЗНАЧЕНИЕ В БОРЬБЕ ЗА УЛУЧШЕНИЕ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук
/по специальности № 13.731 - методика
преподавания математики/.

Киев - 1971

Работа выполнена на кафедре элементарной математики и методики преподавания математики Киевского государственного педагогического института им. А.М.Горького.

Научный руководитель - заслуженный деятель науки
УССР, профессор АСТРЯБ А.М.

Официальные оппоненты:

Член-корреспондент АН УССР, доктор физико-математических наук, профессор ЛЯШКО И.И.

Кандидат педагогических наук, доцент БЕЛЫЙ Б.Н.

Внешний отзыв - Винницкий государственный педагогический институт им. Н. Островского, кафедра элементарной математики и методики преподавания математики.

Автореферат разослан " " мая 1971 г.

Защита состоится " " -----1971 г.

на заседании Ученого Совета Киевского государственного педагогического института им. А.М.Горького /Киев - 30, Бульвар Шевченка, 22/24 /.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ СОВЕТА

Советская школа достигла значительных успехов в решении задач, поставленных перед ней Коммунистической партией. С каждым годом увеличивается объем знаний, получаемых учащимися, совершенствуются формы и методы учебно-воспитательной работы. Вместе с тем непрерывно растут требования, предъявляемые школе:

" Нам нужно идти дальше, всесторонне улучшать в с ю с и с т е м у о б р а з о в а н и я . Пройдет не так уже много лет, и те, кто сегодня сидит за партой или на студенческой скамье, придут на производство, в науку, культуру. От того, чему и как мы их научим сейчас, во многом будет зависеть прогресс нашего общества в будущем "I/ /подчеркнуто мной, П.Д./

Эти слова Л.И.Брежнева нашли яркое воплощение в Директивах XXIV съезда КПСС, нацеливающих на дальнейшее совершенствование учебно-воспитательного процесса, на повышение уровня квалификации педагогических кадров, на развитие высшего и среднего специального образования соответственно прогрессу науки и техники.

Одним из намеченных этими директивами действенных мероприятий по успешному решению поставленных задач является дальнейшее увеличение числа книг, газет и журналов, улучшение их тематики и оформления.

В связи с этим особенно актуальным является вопрос изучения организации и издания для учителей и учащихся общих педагогических и особенно специальных, в частности методико-математических журналов, сыгравших значительную роль в развитии математического образования в нашей стране.

К сожалению, этот опыт до последнего времени использовался недостаточно. За годы советской власти в нашей стране созданы различные специализированные издательства физико-математической литературы, которые издают около

I/ Л.И.Брежнев, Дело Ленина живет и побеждает. Доклад на совместном торжественном заседании ЦК КПСС, Верховного Совета СССР и Верховного Совета РСФСР 21 апреля 1970 г., посвященный столетию со дня рождения В.И.Ленина, М., Политиздат, 1970.

20-ти научных математических журналов. Вместе с тем методико-математических и популярных журналов, предназначенных для учителей, студентов и учащихся средних учебных заведений, издается слишком мало.

Развитие математики и возрастающая потребность в математически грамотных людях требуют создания в союзных республиках, в частности на Украине, ежемесячных научно-популярных математических журналов, предназначенных для учащейся молодежи. Эти журналы должны содействовать развитию математических способностей учащихся, раскрывать им красоту и силу математики, прививать интерес и любовь к ней.

Опыт работы дореволюционных журналов показывает огромное их влияние на развитие математических способностей учащейся молодежи. Так, например, специальные задачи для учащихся, публикуемые В.П.Ермаковым на страницах "Журнала элементарной математики" и "Вестника опытной физики и элементарной математики" дали толчок к серьезным исследованиям в области математики Г.Вороного, Н.Извольского, Д.Граве, В.Кагана, Д.Мириманова, ставших впоследствии известными учеными. Безусловно, что такая форма работы, проводимая журналами с читателями, имеет большой интерес и для нашего времени.

Значительная роль принадлежит этим журналам и в практической деятельности учителя. Оригинальные, свежие методические идеи и приемы, новые исследования предмета должны каждодневно жить и развивать наставника молодежи. Без этого немислим учитель математики современной советской школы.

Организация и дальнейшее развитие работы подобных журналов, должно стать обобщением опыта работы аналогичных журналов дореволюционной России /а также современных зарубежных и отечественных журналов/ соответственно новым задачам и требованиям.

Необходимость изучения истории преподавания математики, истории борьбы за улучшение математической подготовки учащихся обуславливается не только растущим интересом учителей к вопросу формирования передовой отечественной методической мысли и чувством национальной гордости за ее достижения, но и внутренней потребностью самой методической науки, успешное развитие которой возможно только на базе того фундамента, который был заложен еще в дореволюционный период.

Объяснительная записка к действующей программе по математике подчеркивает необходимость обращать внимание учащихся на уроках и внеурочных занятиях на огромную культурно-историческую ценность математики, знакомить их с историко-математическими сведениями, с жизнью и деятельностью выдающихся математиков.

Все это и обусловило выбор темы диссертации, целью которой является проследить и обобщить наиболее интересные моменты борьбы за улучшение преподавания математики в средних учебных заведениях, проводимой популярнейшим в России "Журналом элементарной математики" /ЖЭМ/ и его продолжением "Вестником опытной физики и элементарной математики" /ВФЭМ/ с 1884 г. по 1917 г.

Вопросы, связанные с преподаванием математики, разрабатываемые на страницах этих журналов, разнообразны. Частично они освещены в статье С.А.Дахия,^{1/} написанной на материале соответствующего раздела кандидатской диссертации.^{2/} В статье дается общая характеристика журналов и краткий обзор отдельных журнальных статей преимущественно в теоретическом плане. Вопросы же методического характера, разрабатываемые на страницах этих журналов, требуют специального исследования.

1/ Дахия С.А. "Журнал элементарной математики" и "Вестник опытной физики и элементарной математики", "Историко-математические исследования," вып. IX, 1956.

2/ Дахия С.А. Отечественные методические и научно-популярные журналы по математике /1833-1917/ их история и роль в развитии математического просвещения в России, М., 1962.

Вполне понятно, что ни упомянутая статья, ни соответствующий раздел диссертации не в состоянии раскрыть ту грандиозную систематическую, настойчивую более чем 30-ти-летнюю работу журналов, направленную на улучшение математической подготовки учащихся.

Не претендуя в своем исследовании также на исчерпывающий анализ и освещение всей этой многообразной работы, мы останавливаемся только на тех вопросах методики преподавания математики, которые были актуальными для того времени и которые не потеряли своего значения для современной школы: на вопросах борьбы журналов за улучшение культуры устных, письменных и, в частности, приближенных вычислений, за приближение курса геометрии к жизненной практике, а также на вопросах популяризации журналами элементов высшей математики и пропагандирования идеи реформы школьного математического образования, направленной на приближение его к современной математической науке.

Для написания работы необходимо было:

1/ изучить состояние культуры устных, письменных и приближенных вычислений, состояние и требования к решению геометрических задач на построение в средних учебных заведениях /с 1833 г. по настоящее время/;

2/ проследить и проанализировать борьбу, проводимую ЖЭМ и ВОФЭМ, начиная с 1884 г., за повышение культуры вычислений, требования, предъявляемые журналами к решению геометрических задач, а также какие новые, для того времени, математические вопросы пропагандировались на страницах журналов;

3/ проследить за результатами этой борьбы, т.е. выяснить, каким образом поднятые журналами вопросы воплощались в практике преподавания математики;

4/ рассмотреть статьи некоторых других, в частности иностранных, журналов, а также архивные материалы по этим вопросам;

5/ проанализировать, что ценного из этих вопросов, поднимаемых на страницах журналов, можно использовать в практике современной школы.

При выполнении диссертации использован многолетний педагогический опыт работы автора учителем математики и директором средней школы, инспектором школ РОНО, а также опыт преподавательской работы на кафедре математики Ровенского педагогического института /общий педагогический стаж работы около 30 лет/.

Диссертация состоит из введения, пяти глав и списка использованной литературы.

В первой главе - "Обзор русских математических и педагогических журналов XIX ст." дан краткий анализ педагогической и методико-математической журнальной литературы для учителей и учащихся до 1884 г. Эти журналы начали издаваться с 1833 г.^{1/} Но выходили они нерегулярно. Статьи по методике математики помещались на страницах педагогических и специальных математических журналов и освещали в основном вопросы преподавания арифметики.

Отечественные прогрессивные методисты-математики в первой половине XIX ст. в основном имели верные взгляды на задачи и методику преподавания арифметики. Эти взгляды способствовали критическому использованию опыта иностранных педагогов. В борьбе против вредных идей, а также против царизма и его министров, насаждавших все реакционное, приносимое из Запада в области просвещения, под влиянием революционно-демократической идеологии формировалась отечественная прогрессивная методическая мысль.

В конце 50-х и в начале 60-х годов Россия переживала период перелома экономической и политической жизни. В обстановке этой интенсивной жизни страны возникло неразрывно связанное с ней общественно-педагогическое движение. Интерес к педагогической науке и потребность обмена мыслями по вопросам, волновавшим прогрессивную общественность и ждавшим своего решения, вызвали необходимость создания новых журналов,^{2/} которые стали путеводителем и популяризатором

^{1/}"Учебный математический журнал" /Ревель, 1833-1834/.

^{2/}"Вестник математических наук" /Вильно, 1861-1869/, "Учитель" /Петербург, 1861-1870/, "Семья и школа" /Петербург, 1871-1888/ и др.

передовых идей в русской педагогике и, в частности, в методике математики.

Хотя программа каждого математического журнала и ставила целью разработку актуальных для того времени вопросов, направленных главным образом на улучшение образования в средних учебных заведениях, но кратковременность их существования не давала возможности исполнить эти намерения.

Значительную роль в популяризации математических знаний и борьбе за улучшение преподавания математики в средних учебных заведениях сыграл организованный в 1884 г. членом-корреспондентом Петербургской Академии Наук, профессором Киевского университета Василием Петровичем Ермаковым /1845-1922/ первый на Украине "Журнал элементарной математики". Этим журналом было положено начало длительного существования в России специального методико-математического журнала.

В связи с большой научной и общественной работой В.П.Ермаков в 1886 г. передал редактирование журнала своему помощнику и заведующему физическим отделом Э.К.Шпачинскому. С этого времени журнал начал выходить под названием "Вестник опытной физики и элементарной математики", продолжая выполнять по математике программу, намеченную предыдущей редакцией.

Актуальность и новизна вопросов, освещаемых на страницах журнала, превратили его в популярнейший печатный орган. Редакция журналов объединила передовую часть математиков, методистов и учителей на разработку вопросов, ждавших своего решения и воплощения в практику средней школы. На страницах журналов выступали М.Е.Ващенко-Захарченко, А.А.Марков, А.Н.Коркин, И.Верещагин, П.Никульцев, Э.Шпачинский и др.

Редакция журналов стояла на демократических позициях относительно характера и проведения экзаменов в средних учебных заведениях. Была осуждена система экзаменов, насаждаемая и проводимая царскими чиновниками с целью ограничения досту-

па в высшие учебные заведения молодежи с определенными демократическими настроениями. Разработана методика проведения экзаменов как средства систематизации изученного материала, а также проверки умений учащихся использовать полученные знания.

Идя навстречу потребностям жизни, приближения преподавания к практике, журналы на протяжении своего существования старались расширить школьный курс математики за рамки, предусмотренные официальной программой, то-есть за рамки формальнологической тренировки учащихся.

Журналы вели активную борьбу за необходимость улучшения культуры вычислений, за усиление роли задач на построение в курсе геометрии, за внесение в этот курс практических работ на местности. Редакция журналов ставила также целью знакомить учителей и учащихся с некоторыми элементами современной математики: началами теории вероятностей, задачами исследования функций на экстремумы, элементами дифференциального и интегрального исчисления и др. Все эти вопросы нашли место в современной новой программе по математике для средней школы. Однако методика их изучения еще далеко не разработана. Поэтому ознакомление с разработкой этих вопросов на страницах журналов представляет исключительный интерес.

В т о р а я г л а в а диссертации - "Особенности программы по математике гимназий после реорганизации российской школы 1871 г." Здесь рассматриваются причины, побудившие к реорганизации российской школы /§1/. Реакционная политика царского правительства усилилась после 1866 г.^{I/} Самодержавное правительство Александра II, запуганное революционным движением в России и на Западе, начало вводить целый ряд реакционных мероприятий, стараясь ограничить выполнение некоторых введенных реформ. Вследствие этой реорганизации была образована кастовая общеобразовательная школа /гимназия/ и ограничен доступ в университеты выход-

I/ Поводом к реакции послужило неудачное покушение на жизнь царя Александра II.

цам из трудящихся слоев населения. Школьная реформа 1871 г. положила начало такой школы, которую В.И. Ленин ярко охарактеризовал на III Всероссийском съезде Коммунистического Союза молодежи: "Старая школа была школой учебы, она заставляла людей усваивать массу ненужных, лишних, мертвых знаний, которые забивали голову и превращали молодое поколение в подогнанных под общий ранжир чиновников".^{1/}

В § 2 этой главы дан методический анализ школьных программ и учебников по математике после реформы. Главной и единственной целью преподавания математики в школе было развитие формально-логических способностей гимназистов. Учебники недостаточно отображали состояние развития математической науки того времени, отдельные главы и темы излагались на уровне состояния науки XVIII ст. Программа ориентировала изучать различные архаичные "правила", непрерывные дроби, извлечение кубического корня с чисел и многочленов и т.д., что ни теоретического, ни практического значения не имело. Учащихся не знакомили с приемами устных вычислений и операциями над приближенными числами. В задачниках были собраны искусственные, лишённые жизненного смысла задачи.

Для нашей школы представляет интерес повторительный курс математики, но в условиях дореволюционной школы это повторение превращалось в натаскивание к экзаменам.

На фоне реакционных мер царского правительства в области просвещения выступает борьба двух течений в методике математики: между передовыми прогрессивными силами России, выступавшими в борьбе против схоластических методов обучения, за сознательное изучение программного материала, за сближение теории с практикой, и официальными министерскими кругами самодержавного правительства, заинтересованными в отрыве школьного обучения от действительности и игнорировавшими всякие стремления прогрессивных методистов улучшить постановку преподавания в учебных заведениях.

^{1/} Ленин В.И. Полное собрание сочинений, изд. 5, т. 41, М., стр. 303.

Состояние обучения и официальные требования к нему не удовлетворяли передовую педагогическую общественность того времени. Поэтому усиливается интерес к деятельности ЖЭМ и ВОФЭМ, организованных и функционирующих, благодаря стремлениям учителей и методистов к радикальному улучшению преподавания математики в средних учебных заведениях.

В третьей главе диссертации раскрывается значение ЖЭМ и ВОФЭМ в улучшении культуры вычислений.

Педагогические и математические журналы для учителей до 1884 г. уделяли недостаточно внимания вопросам улучшения культуры вычислений /§ I/. В это время в периодической литературе обращается внимание на недостатки в постановке преподавания арифметики, рекомендуется исключить искусственные "правила", заменить определение умножения на дробь более доступным учащимся и т.д.

В.П.Ермаков на страницах журналов, а также и в других работах большое внимание уделял вычислительным навыкам учащихся. При обучении на первое место ставилось развитие умственных способностей учащихся, их самостоятельности. Одним из факторов, развивающих умственные способности и самостоятельность, требующих сознательного, а не механического усвоения математических знаний, являются устные вычисления. Разработанная на страницах журналов система упражнений, а также общих и специальных приемов устных вычислений по арифметике требует от учащихся определенного математического творчества при их решении и с успехом может быть использована в современных условиях.

Журналы впервые подняли вопрос об устных вычислениях в курсе алгебры с использованием формул сокращенного умножения, искусственного преобразования алгебраических выражений, с введением замены при решении уравнений и т.д. Например, решение уравнения $6/x-1 = 26-7/x-1$ упрощается, если выражение в скобках принять за неизвестное.

Такой подход к решению уравнений был совершенно новым в отечественной методике математики. О нем не упоминалось и в зарубежной методической литературе. Значительно

позже /в 1902 г./ известный английский методист Д.Юнг писал, что пользы от устных занятий в алгебре почти всюду не замечают, или недооценивают. Нельзя привести аргумента против признания в курсе алгебры необходимости устной работы, где она имеет такое же важное значение, как и в арифметике.^{1/}

Значительный вклад внесли журналы и в улучшение культуры письменных вычислений в средних учебных заведениях /§ 3 этой главы/. Было предложено несколько способов выполнения умножения и деления целых чисел, а также различные приемы проверки арифметических действий. Предложенный на страницах журнала алгоритм умножения многозначных чисел очень удобен при умножении приближенных чисел и с ним целесообразно ознакомить учащихся нашей школы.

Требование В.П.Ермакова решать геометрические задачи в общем виде имело большое значение для повышения культуры письменных вычислений. К сожалению, оно и сейчас часто еще не выполняется не только учащимися, но и студентами педвузов.

Наиболее полно на страницах журналов были разработаны вопросы приближенных вычислений. Несмотря на то, что приближенные вычисления не предусматривались программами того времени, журналы настойчиво требовали знакомить учащихся с элементами теории и практики этих вычислений. На страницах журналов была разработана вполне доступная учащимся средних учебных заведений теория приближенных вычислений со строгим учетом погрешностей, которая не потеряла своей значимости и в наше время. Статьи по теории логарифмов послужили основой для составления четырехзначных таблиц логарифмов.

Поднятые и разработанные на страницах журналов вопросы необходимости улучшения культуры вычислений, имели большое положительное влияние на состояние преподавания математики в средних учебных заведениях. Эти вопросы нашли

^{1/} Юнг Дж., Как преподавать математику?, СПб., 1912, стр.234.

одобрение среди учительской общественности и стали предметом дальнейшей теоретической и методической разработки. Под влиянием требований журналов устные вычисления были внесены в официальную программу по математике. На Всероссийских съездах преподавателей математики принято решение о необходимости знакомить учащихся средних учебных заведений с приближенными вычислениями

Однако не все вопросы, поднимаемые журналами, нашли свое воплощение в практике преподавания математики того времени. Трудно было рассчитывать на скорое внедрение свежих и оригинальных методических идей, направленных на улучшение преподавания математики, когда официальное министерское направление того времени игнорировало всякое прогрессивное начинание.

Вопросы, разрабатываемые на страницах журналов, не потеряли своей значимости и для современной школы. Так, устные вычисления в наше время рассматриваются не как самоцель, а как действенное средство математического развития учащихся. Они служат средством улучшения общего уровня математической подготовки, борьбы против формализма в преподавании математики, средством развития навыков учащихся быстро выбирать из известных законов, формул, теорем те, которые необходимо использовать для наиболее рационального решения задач, выполнения расчетов и т.д. Устные упражнения в курсе алгебры вызывают интерес учащихся, активизируют работу, содействуют дальнейшему развитию навыков устных вычислений, приобретенных в курсе арифметики.

Новая программа по математике построена на принципе развивающего обучения. Надлежащее внимание со стороны учителей к устным упражнениям в значительной мере будет способствовать успешному выполнению программы. В условиях перехода на новые программы большое значение имеет разработка системы упражнений по устным и рационализации письменных вычислений соответственно программному материалу каждого класса /в частности I-IV классов, где элементы алгебры вошли в курс арифметики/. Умелое использование опыта работы рассматриваемых журналов может оказать здесь неоценимую услугу.

Заслуживает особо пристального внимания практика решения задач в общем виде. В нашей школе, когда учащиеся получают навыки в составлении числовых формул решения отдельных типов задач еще в начальных классах, эти навыки должны настойчиво развиваться во всех классах, а затем еще в большей мере углубляться у студентов физико-математических факультетов - будущих учителей.

Приближенные вычисления, за введение которых так настойчиво боролись журналы, вошли в программы нашей школы /УІ класс-ІІ часов/. Многолетний опыт показывает, что полученных в шестом классе знаний по вопросам приближенных вычислений для успешного усвоения программы явно недостаточно. Изученная здесь теория становится явно непригодной, например, при определении действий над иррациональными числами, и тем более при изучении дифференциального и интегрального исчисления. Таким образом, мы считаем, что окончательно вопрос о месте и методике изучения приближенных вычислений в современной школе еще не решен.

В четвертой главе диссертации рассматривается влияние журналов на улучшение преподавания геометрии в средних учебных заведениях.

В первом параграфе дан краткий обзор постановки преподавания предмета с 1833 по 1884 г.г. В "Учебном математическом журнале" было уделено некоторое внимание задачам на построение, преимущественно практического содержания. В 40-х годах основоположник российской методики арифметики П.С.Гурьев и А.П.Дмитриев составили вполне удовлетворительный для того времени сборник геометрических задач. Задачи подобраны с постепенным переходом от простых к более сложным, из возможных решений, указаны наиболее простые.

После школьной реформы 1871 г. при изучении геометрии главное внимание обращали на формальное развитие и тренировку памяти учащихся. Учебник А.Ю.Давидова отличался удачным изложением теоретического материала, но задачам в нем было отведено второстепенное место. Отсутствовали основные методы решения задач на построение, каждая задача если и решалась, то отдельным искусственным приемом.

Такое дедуктивное изложение теоретического материала, без приложения его к практике, порождало формализм в знаниях учащихся. И не удивительно, что из всех предметов, наиболее низкие знания гимназистов были по геометрии.

Отечественные методисты в то время обращали внимание на плохую постановку преподавания предмета и направляли усилия на ее улучшение. Были попытки введения пропедевтических курсов геометрии /П.П.Фан-дер-Флита,^{1/} М.О.Косинского^{2/}/. Эти вопросы широко дискутировались на страницах педагогических журналов.^{3/} В защиту пропедевтических курсов геометрии выступили известные методисты: А.Н.Страннолюбский, М.О.Косинский, В.М.Евтушевский и др. И все же эти курсы не были введены в школах, подчиненных Министерству Народного просвещения.

Редакция ЖЭМ и ВОФЭМ придавала большое значение сознательному изучению курса геометрии, приближению его к практике. Была разработана методика изучения теорем, рекомендовалось проводить доказательства теорем на рисунках, отличных от рисунков учебника, всемерно раскрывать учащимся необходимый порядок изучения теорем, то-есть сущность дедуктивного построения курса геометрии.

Наиболее полную разработку на страницах журналов нашли методы решения геометрических задач на построение. Надлежащее внимание было уделено общей теории решения конструктивных задач. Здесь было показано, что не все задачи конструктивной геометрии можно решить при помощи циркуля и линейки. Если задача приводится к отысканию точки пересечения окружности с произвольным геометрическим местом точек, и если установлено, что это геометрическое место точек не является прямой или окружностью, то задача в общем случае не разрешима при помощи циркуля и линейки. Были определены конструктивные возможности отдельных инструментов: циркуля /построения Маскерони/, линейки и циркуля постоянного раствора /построения Штейнера/, линейки и наличия некоторых геометрических фигур и т.д.

1/ Фан-дер-Флит П.П. Курс элементарной геометрии, СПб., 1867

2/ Косинский М.О. Наглядная геометрия, изд. 3-е СПб., 1875

3/ "Семья и школа", 1873 г.

Эти вопросы представляли не только теоретической и исторический интерес, но и практический: было показано, что ограничивая количество инструментов при выполнении геометрических построений, мы тем самым усложняем процесс решения конструктивной задачи. Все эти вопросы изложены в § 2 четвертой главы.

Рассматривая на страницах журналов методы решения геометрических задач на построение применительно к средней школе, В.П.Ермаков элементарным способом установил минимальное число условий, определяющих фигуру по величине и положению на плоскости. Так, треугольник по величине определяется тремя условиями. Произвольный n -угольник диагоналями, проведенными из вершины, делится на $n - 2$ треугольника. Первый из них по величине определяется тремя условиями, а каждый последующий - двумя. Следовательно, n -угольник по величине будут определять $2n - 3$ условия. Если же задан вид многоугольника, то тем самым заданы дополнительные условия. Например, у трапеции основания параллельны, и для ее определения по величине необходимо 4 условия вместо 5-ти; у ромба противоположные стороны равны и параллельны, и он определяется по величине двумя условиями. Для определения фигуры по величине и положению необходимо на три условия больше, чем только по величине.

Значительное место было уделено одному из основных методов решения задач на построение в средней школе - методу геометрических мест точек. В журналах рассматривались основные геометрические места и задачи, решаемые при помощи их. Эти задачи послужили образцами при составлении методических пособий и учебников по геометрии.

Большое внимание было уделено заключительному этапу классической схемы решения геометрических задач на построение - исследованию. Кроме логической проверки верности выполненного построения и уяснения числа решений задачи, исследование воспитывает привычку к проверке геометрического построения и развивает функциональное мышление.

Наряду с методом геометрических мест точек на страницах журнала нашли разработку и другие методы решения, в

частности метод подобия. Отдельные иностранные методисты старались устранить с курса геометрии применение алгебры к решению задач на построение якобы потому, что они не используются в практике высшей школы. Редакция журналов учитывала тот факт, что такие задачи облегчают решение ряда вопросов, решение которых иными методами затруднительно, рекомендовала увеличивать число подобных задач для решения в классе.

Попытка перестроить курс геометрии, положив в основу решение геометрических задач на построение, не имела успеха, но остается интересной разработанная в связи с этим система упражнений, которую можно использовать при изучении первых теорем школьного курса геометрии.

Наряду с разработкой вопросов, связанных с методикой преподавания теоретического курса геометрии, журналы рекомендовали знакомить гимназистов с простейшими измерительными работами на местности - "незаслуженно забытой в гимназических сферах областью, не лишенной также педагогического значения" /ВООФМ 1894, № 181, стр. II/. В ряде статей авторы давали ценные советы по выполнению простейшими приборами различных практических работ. Вместе с тем редакция высказала интересную мысль о целесообразности расширения количества инструментов для упрощения процесса решения конструктивных задач с учащимися. На примерах проиллюстрировано, что задачи, не поддающиеся решению при помощи "классической двойки" - циркуля и линейки, - легко и просто решаются при наличии дополнительных инструментов. Например, известная задача деления угла на три части, приводящая к уравнению $x^3 - 3x - a = 0$, где $x = 2 \cos \frac{\alpha}{3}$, $a = 2 \cos \alpha$,

в общем виде легко решается при помощи "вставки", или специальной T-образной линейки, или трисектора.

Все эти вопросы, поднятые на страницах журналов, оказали значительное влияние на улучшение преподавания геометрии в средних учебных заведениях. Решение геометрических задач на построение способствовало общему математическому развитию учащихся, было хорошим материалом для

закрепления изученных теорем. В процессе решения таких задач можно было объяснить новые геометрические факты, всесторонне осветить известные.

Даже официальная министерская программа 1890 г. вынуждена была отобразить результаты этого влияния.^{1/} В программе дан перечень обязательного минимума геометрических построений для учащихся /построение угла, равного данному, деление угла и отрезка пополам, на n равных частей и в отношении $m:n$, построение перпендикуляра к прямой, построение треугольников и многоугольников, построение подобных фигур, вписанных и описанных многоугольников, простейших алгебраических выражений и т.д./

Идеи, проводимые журналами, нашли наиболее полное отражение в учебнике А.П.Киселева "Элементарная геометрия для средних учебных заведений" /1892г./ Для облегчения учащимся изучения первых теорем автор, пренебрегая строгостью, поместил основные задачи на построение не после изучения темы "Окружность", где решение каждой задачи можно обосновать, а после изучения свойств треугольника. Учебник вмещал дополнение "Главнейшие методы решений геометрических задач на построение", в котором четко и сжато изложены основные методы решения задач на построение. За словами известного отечественного методиста М.Т.Попруженка, эта небольшая статья служит такую же службу, как книга, трактующая этот же предмет /ВФЭМ, 1892, № 149, стр.100/.

В учебнике главное внимание, уделялось построениям на плоскости. На страницах журналов метод геометрических мест также не нашел распространения на пространственные формы. Это, повидимому, сказалось и на современных учебниках.

Таким образом, идеи за которые проводили борьбу журналы, нашли частичное внедрение в практике дореволюционной школы. Но наиболее полно они воплощены в современной школе.

Преодоления затруднений, которые испытывают при изучении первых теорем учащихся VI класса, значительно помогает

^{1/} Исаенков В. Сборник постановлений и распоряжений по гимназиям и прогимназиям за 1871-1895 г.г., М., 1895 г.

применение разнообразных форм доказательств, что неоднократно подчеркивали известные методисты В.М.Брадис, Н.М.Бескин и другие. К сожалению, эта казалась бы педагогическая истина часто еще не находит осуществления в практике преподавания.

Большое значение в наше время уделяется раскрытию дедуктивного строения курса геометрии. На это обращает внимание программа факультативного курса математики X класса, где введен 12-тичасовый обобщительный обзор курса геометрии.

Значительный интерес проявляют учителя и учащиеся к построениям циркулем, линейкой и другими инструментами, а также к истории этих вопросов. На занятиях математического кружка учащиеся с большим интересом и вниманием относятся к таким темам. К сожалению, в нашей литературе нет еще доступных разработок хрестоматийного типа, освещающих подобные вопросы.

Мы считаем необходимым сообщить учащимся УШ-X классов в доступной форме, что методами алгебры /высшей/ удалось определить класс задач, разрешимых циркулем и линейкой. В частности доказано, что этими приборами возможно построить все те и только те отрезки, которые являются корнями алгебраических уравнений, разрешимых в квадратных радикалах.

Вопрос о необходимости решения геометрических задач на построение в нашей школе не вызывает сомнений. Чтобы решить геометрическую задачу на построение, учащийся должен основательно изучить определенную геометрическую форму, положение ее элементов, взаимную связь между ними, что непременно влияет на развитие пространственных представлений, учащихся, воспитывает сознательное их отношение к пространственной форме. Для успешного решения геометрических задач учащиеся должны знать о числе условий, определяющих геометрическую фигуру по величине и по положению. С этим нужно знакомить учащихся, начиная с VI-VIII классов.

Школьное определение понятия геометрического места точек устарело. Согласно новой программе, начиная с IV класса вводятся элементы теории множеств. Это дает возможность более научно определить не только понятие геометрического места

точек, но и другие математические понятия.^{1/}

Значительное внимание в современной школе уделяется и исследованиям геометрических задач на построение. Вследствие правильно проведенного исследования вскрываются глубокие связи между данными условия задачи, их взаимная обусловленность

Учащиеся приучаются рассматривать данные условия задачи и искомые геометрические фигуры в динамике. Исследования задач показывает, какие соотношения между данными необходимо выбрать для разрешимости задачи в реальной действительности. В результате исследования задачи иногда появляется более рациональный способ построения /так называемая геометрографическая проблема/.

К сожалению, в школах и даже в педагогических институтах при решении таких задач вопросам исследования уделяют мало внимания. На этот существенный недостаток указывают известные методисты. Так, например, профессор А.М.Астряб писал: "Часто не только учащиеся, но и учителя, и даже авторы учебников в результате исследования задачи сужают количество возможных случаев, сознательно или несознательно пропускают значительное количество их".^{2/}

В современной школе геометрические задачи на построение используются для подведения учащихся к доказательству отдельных теорем. Эти задачи заменяют так называемые теоремы существования.

Программа по математике для IV класса предусматривает задачи на сравнение отрезков, сложение и вычитание отрезков и т.д., которые будут служить хорошими подготовительными упражнениями к построению более сложных алгебраических выражений.

Несмотря на большую ценность геометрических задач на построение, в последнее время чувствуется к ним некоторое пренебрежительное отношение. Наблюдения за работой школ, а

1/ Колмогоров А.Н. Научные основы школьного курса математики. Лекция вторая. Натуральные числа, ж. "Математика в школе" 1969, № 5.

2/ Методика решения задач на построение, под ред. проф. А.М.Астряба и проф. А.С.Смогоржевского, изд. 2-е, "Радянська школа", К., 1960 /на укр. языке/.

также анализ ответов абитуриентов пединститутов показывают, что задачи на построение являются одним из узких мест в знаниях учащихся. Реализация рассмотренных в диссертации журнальных рекомендаций в современных условиях будет способствовать тому, чтобы эти задачи заняли место, соответствующее их роли в процессе обучения.

Особенно по-современному звучат требования журналов относительно упрощения геометрических построений путем применения не только циркуля и линейки, но и других инструментов. Так, известный специалист по конструктивной геометрии проф. Н.Ф. Четверухин категорически настаивает на использовании разнообразных приборов, упрощающих геометрические построения:

"В области геометрических построений в школе, - пишет он, - продолжает сохраняться рутинная, противоречащая развитию техники и практической графики... Традиционный взгляд на геометрические построения только при помощи циркуля и линейки /и только этих инструментов/ необосновано ни с теоретической, ни с практической стороны. Особенно неверно придерживаться этой явно застарелой и лишенной жизни "лжеклассической" традиции в школе. Нет сомнений в том, что классическое направление античных греков, определившее значительное влияние на школу /классическую гимназию/, сказалось и в этом вопросе. Но в наше время такое направление идет вопреки практике и не может себя оправдать. Здесь имеет место определенная инерция, против которой не всегда ведется борьба."^{1/}

Необходимость использования в современных школах при выполнении геометрических построений различных приборов обусловлена смежным с курсом геометрии предметом - черчением. На уроках черчения учащиеся для упрощения выполнения геометрических построений используют циркуль, линейку и чертежный треугольник, поэтому ограничивать аналогичные построения в курсе геометрии не целесообразно.

Хорошие намерения журналов ввести в курс геометрии практические работы на местности не нашли места ни в учеб-

^{1/} Четверухин Н.Ф. Вопросы методологии и методики геометрических построений, Известия АПН РСФСР, вып.6, М.-Л., 1946.

ных планах, ни в программах гимназий. Эти задачи получили широкое применение только в советской школе. Кроме простейших измерительных приборов, учащиеся используют в практике измерений современные геодезические приборы: теодолит, нивелир, зеркальный эккер и др. Вопросы проведения измерительных работ на местности в наше время достаточно разработаны и составляют неотъемлемую часть школьного курса математики.^{I/}

Наряду с разработкой на страницах журнала актуальных вопросов теории и методики изложения традиционного курса математики средних учебных заведений журналы на своих страницах вели большую работу по популяризации среди учителей и учащихся некоторых элементов современной математики, по внедрению основных идей реформы математического образования. Анализ этих вопросов посвящена п я т а я г л а в а диссертации.

В первом параграфе этой главы рассматриваются вопросы популяризации журналами элементов теории вероятностей.

На страницах журналов была изложена вся элементарная теория вероятностей в ряде отдельных статей, значительная часть которых принадлежала перу редактора журнала В.П.Ермакова. Изложение профессором В.П.Ермаковым элементов теории вероятностей отличается простотой и доступностью для учителей и учащихся. Ради простоты изложения в отдельных случаях он сознательно поступает строгостью, удачно иллюстрируя основные понятия и положения на конкретных примерах и задачах.

Проведенная на страницах журналов работа содействовала тому, что проблема введения в среднюю школу теории вероятностей получила широкое обсуждение. На Всероссийских съездах преподавателей математики было подчеркнуто большое идейно-воспитательное и общеобразовательное значение этой проблемы. В 1915 г. по инициативе члена Совета Министерства

^{I/} См., напр., Б.И.Белый, Геодезические работы в школе "Радянська школа", К., 1954 /на укр. языке/.

Народного образования П.О. Некрасова была образована комиссия для разработки вопроса о введении в программы средних учебных заведений элементов теории вероятностей. Была составлена программа и соответствующий ей учебник.

Однако эта проблема нашла положительное решение только в настоящее время. Постановлением ЦК КПСС и Совета Министров СССР "О мерах по дальнейшему улучшению работы средней общеобразовательной школы" предусмотрено введение в учебный план школы факультативных занятий по различным предметам с целью углубления знаний учащихся и всестороннего развития их интересов и способностей.

Среди причин пробелов, существующих в постановке факультативных занятий по теории вероятностей, в диссертации отмечается недостаточная теоретическая и методическая подготовка по данному вопросу учителей. Только в 1970 г. вышли методические пособия для учителей, при том их экспериментальную проверку нельзя считать законченной.

Значительно лучше стоит вопрос о введении элементов теории вероятностей в специальных физико-математических классах. Проведенные автором диссертации факультативные занятия по теории вероятностей у физико-математическом классе школы № 12 г. Ровно в течение двух лет /1968-1970 г.г./ с использованием материалов, публикуемых на страницах ЖЭМ и ВОФЭМ по этому вопросу, показали возможность такого построения факультативных занятий по теории вероятностей, при котором учащиеся не только понимают материал, но и проявляют к нему значительный интерес. Наблюдения учащимися во время экскурсий производственных процессов /завод высоковольтной аппаратуры, тракторных запчастей и др./ помогли им глубже осознать связь элементов теории вероятностей с физикой, химией, техникой, наукой о живой природе, экономикой и тем самым сделать этот предмет в глазах учащихся практически необходимым.

Результаты проведенного нами эксперимента полностью подтверждают справедливость и целесообразность выступлений известных ученых-математиков А.Н. Колмогорова¹, А.И. Марку-

¹/ А.Н. Колмогоров, М.Я. Яглом, О содержании курса математики, ж. "Математика в школе", 1965, № 4.

шевича^{1/}, Б.В.Гнеденка^{2/} и др. за введение элементов теории вероятностей в массовую среднюю школу.

Следующий параграф посвящен популяризации журналами задач на экстремумы. Официальные школьные программы и учебники того времени неверно отражали достижения математической науки, а иногда даже противоречили им. Программы и учебники не содержали, например, такого важного понятия, как функция.

Чтобы показать применение школьного курса математики к решению новых для того времени задач, редакция журналов систематически помещала на их страницах задачи, решение которых приводится к нахождению максимума и минимума геометрических величин или функций. Поскольку общих методов или хотя бы образцов решения таких задач в учебной литературе еще не было, редакция предлагала своим читателям оформлять решения этих задач в виде отдельных статей, ориентируя при этом на аналитическое и геометрическое решение задач геометрического содержания. Уже начиная со второго тома ЖЭМ находим вполне научный подход к проблеме решения экстремальных задач.

Особого внимания заслуживает статья известного методиста ИИ.Александрова,^{3/} в которой дан общий метод решения экстремальных задач на построение. Опыт показывает, что с этим методом целесообразно ознакомить учащихся и нашей школы.

Не меньший интерес с современной точки зрения представляет статья А.Вольфсона,^{4/} в которой задачи на максимум и минимум рассматривались применительно к доказательству неравенств. Иллюстрация неравенств на геометрических или алгебраических задачах позволяет учащимся глубже осмыслить как потребность доказательства неравенств, так и сам процесс доказательства.

1/ А.И.Маркушевич, К вопросу о реформе курса математики, ж. "Математика в школе", 1964, № 6.

2/ Б.В.Гнеденко, О перспективе математического образования, ж. "Математика в школе", 1965, № 6.

3/ ВФЭМ, № 148, 1893 г.

4/ "Задачи на максимум и минимум, как практический материал к теории неравенств", ВФЭМ, № 367, 1904 г.

Значительный интерес представляют также статьи проф. Д.А.Крижановского, в которых разработана теория существования максимума и минимума для плоских геометрических фигур.^{I/} Автор много места отводит проблемам соотношения между площадями, ограниченными изопериметрическими окружностями и многоугольниками.

Все эти задачи являются весьма интересными, как по разнообразию методов решения, так и по их практическому применению. Особенно возрастает их роль в современной школе, когда идеи множества и функции пронизывают весь школьный курс математики. На наш взгляд, нет более красивых и остроумных задач – проблем, которые могут быть темами занятий математических кружков учащихся старших классов.

На страницах журналов подобные задачи рекомендовалось решать элементарными методами. Введение в школьный курс математики понятия производной предоставляет возможность параллельно рассмотреть решение таких задач с помощью производной и этим самым глубже раскрыть учащимся силу и красоту аппарата дифференциального исчисления.

В последнем параграфе главы рассмотрено отображение на страницах журналов реформистского движения за введение в средние учебные заведения элементов математического анализа.

Прогрессивные ученые-математики постоянно выступали за необходимость изучения элементов дифференциального и интегрального исчисления в школе. Под влиянием М.В.Остроградского в 1850 г. элементы математического анализа введены в кадетские корпуса. П.Л.Чебышев в проекте программы по математике для гимназий /1858 г./ ввел элементы дифференциального и интегрального исчисления. Проект принят не был, но послужил образцом для составления аналогичных программ позже. В сокращенном и измененном виде он был положен в основу программы для реальных училищ /1873 г./.

^{I/} ВОФЭМ, 1912, № 571-574.

Соответственно этому были составлены учебники и пособия, содержащие элементы математического анализа в виде дополнений или отдельных глав.

Редакции КЭМ и ВОФЭМ старались устранить недостатки учебных пособий, помещая на страницах журналов обстоятельные рецензии на них известных ученых-математиков и методистов: В.П.Ермакова, С.И.Шатуновского, Д.М.Синцова, В.Л.Шидловского и других. В 1895 г. в статье В.П.Шереметьевского дана уничтожающая критика традиционного курса математики, искусственно оторванного от "высшей" математики и от математической науки вообще, за отсутствие в нем новых идей математики: функций, анализа и аналитической геометрии.^{1/}

В Киеве по инициативе передовой части учителей проходили учительские совещания. /1899 г./, на которых была сделана попытка разработки программы для гимназий и реальных училищ. Но наиболее полно идеи реформистского движения были отражены в проекте программы, составленной членами Киевского физико-математического общества. В проекте было проведено две идеи: развитие понятия числа и систематическое раскрытие сути функциональной зависимости.^{2/}

Этот проект был тепло принят прогрессивной общественностью, В частности, рецензия С.Н. Бернштейна - будущего академика, в то время приват-доцента Харьковского университета - послужила образцом дальнейшего развития идеи введения элементов математического анализа в средние учебные заведения.^{3/}

На страницах журналов помещаются статьи, освещающие опыт и методику введения элементов высшей математики в курс средней школы, а также упрощенные доказательства отдельных положений применительно к средней школе /ВОФЭМ, № 913, №597/.

Важным этапом в реформистском движении в области пре-

1/ Шереметьевский В.П. Математика как наука и ее школьные суррогаты, ж. "Русская мысль", 1895, № 5.

2/ Белый Б.Н. Киевское физико-математическое общество и его роль в развитии методико-математической мысли на Украине в конце XIX-в начале XX ст., "Доклады и сообщения", вып. 8, Винница, 1958. /на укр. языке/.

3/ Бернштейн С.Н. Проект учебного плана для мужских гимназий, предлагаемый Киевским физико-математическим обществом, ж. "Педагогический сборник", 1908, IX.

подавания математики в средних учебных заведениях были Всероссийские съезды преподавателей математики.^{1/} Среди многочисленных вопросов, рассматриваемых на съездах, наибольшее внимание уделялось модернизации школьного курса математики. Значительного внимания заслуживают методы введения основных понятий математического анализа, разработанные и практически проверенные в дореволюционной школе. В частности, введение понятия изменения функции по аналогии с понятием механического движения. и др.

Не лишены интереса для нашего времени и такие вопросы:

1/ необходимость введения дифференциального и интегрального исчисления в средние учебные заведения вытекает из тенденции сближения науки со школой, из требования жизни, из общепедагогических соображений;

2/ вводить начала дифференциального и интегрального исчисления в среднюю школу не в виде "надстройки" к традиционным школьным курсам математики, а в связи с понятием функции. Курс математики средней школы необходимо концентрировать вокруг идеи функциональной зависимости и расширять введение начальных понятий бесконечно малых;

3/ методическое распределение материала анализа бесконечно малых должно согласовываться с общим дидактическим правилом: сначала - суть вопроса и наглядность иллюстрации, потом - идеи и понятия, и в заключении термины и символы;

4/ введение понятия производной рассматривается с трех точек зрения: физической, геометрической и аналитической. Общеметодическое требование здесь также нужно сохранить: "Сначала применение, а потом правило";

5/ что касается интегрального исчисления, то сначала следует определить интеграл как площадь и только потом дать строгое определение. Ознакомление с принципом Кавальери и его применением к вычислению площадей и объемов тел подготовит почву для введения интегрального исчисления;

6/ цель введения анализа бесконечно малых не только "формальная" - расширение кругозора учащихся, но и материаль-

^{1/} Глушков П.М. Всероссийские съезды преподавателей математики /1912-1914 гг./ "Методика преподавания математики" вып. I., "Радянська школа", К., 1964, /на укр. языке/.

ная". Поэтому необходимо, чтобы учащиеся на конкретных примерах из естествознания и техники усвоили основные идеи и методы и получили некоторые навыки, необходимые для изучения явлений природы и современной техники. В зависимости от этого и распределяется содержание курса анализа бесконечно малых в средней школе.

В наше время происходит стремительный подъем движения за реформу школьного математического образования. В этом движении чувствуется преемственность между прогрессивной реформой школьного математического образования, намеченной Всероссийскими съездами преподавателей математики и современным движением за обновление школьного просвещения, и эта преемственность должна получить дальнейшее развитие.

Современная реформа является новым гигантским шагом на пути творческого развития наследия соответственно новым требованиям социалистического строя и современной науки. Осуществление реформы на данном этапе уже дало положительные результаты. В школьный курс математики уверенно проникает теория множеств, значительно раньше вводится функциональная пропедевтика, понятие производной вводится в программы массовой школы. В программы по математике для факультативных занятий введено понятие интеграла, элементов теории вероятностей, учащиеся знакомятся с основными принципами и использованием современной вычислительной техники.

Возможно, на следующем этапе реформы в школьный курс математики войдут элементы математической логики, понятие структуры /группы, кольца, поля/, группы преобразований в геометрии и векторных пространствах.

В успешном осуществлении реформы значительная роль должна принадлежать научно-популярной и методической периодической литературе для учителей и учащихся. Первые шаги в этом отношении уже сделаны: начиная с 1970 г. АН СССР и АПН СССР организовано издание ежемесячного научно-популярного физико-математического журнала "Квант", на страницах которого освещаются наиболее актуальные вопросы, связанные с модернизацией школьного курса математики, печатаются задачи

для учащихся; издательством "Радянська школа" организован выпуск научно-популярного сборника "В мире математики" и научно-методического сборника "Методика преподавания математики". Однако эти сборники выходят вчень редко /один раз в год/ и поэтому их ценность значительно снижается. К тому же их тираж настолько незначительный, что, как правило, они не доходят до сельского учителя и школьника. Было бы весьма и весьма желательным не только увеличение их тиража, но и уменьшение их периода издания по крайней мере до двух месяцев /как журнал "Математика в школе"/.

В общих выводах к диссертации даются конкретные предложения по дальнейшему усилению роли методико-математической литературы в улучшении математической подготовки учащихся.

Основные результаты диссертации были изложены и обсуждены на кафедре элементарной математики и методики математики Киевского государственного педагогического института им. А.М.Горького, на заседаниях Республиканского научно-методического семинара при том же институте и получили одобрительную оценку. По отдельным вопросам диссертационной работы автор выступал перед учителями школ г.Ровно и Ровенской области, перед студентами и преподавателями Ровенского педагогического института на специальных семинарах по истории отечественной методики преподавания математики, а также на научных конференциях кафедр.

Результаты исследования освещены и опубликованы в следующих работах автора:

1/ Работа с приборами для решения геометрических задач на построение /на укр. языке/, ж."Радянська школа", К., 1956, № 7.

2/ Преподавание математики в средних учебных заведениях России второй половины XIX ст. /на укр. языке/, МП УССР, РГПИ, 1957.

3/ Обзор передовых идей советской школы теории чисел /на укр. языке/, МП УССР, РГПИ, 1957.

4/ Особенности преподавания математики в школах рабочей молодежи /на укр. языке/, МП РГПИ, 1962.

5/ К вопросу истории культуры математических вычислений /на укр. языке/. В кн. "Методика преподавания математики" /республиканский научно-методический сборник/, Вып.7, К., "Радянська школа", 1971.

6/ Исследования в геометрии как средство активизации и развития творческих способностей учащихся /на укр. языке/. В кн. "Методика преподавания математики" /республиканский научно-методический сборник/, вып.8, К., "Радянська школа", 1972, /принято к печати/.

Б Ф №17440 14.У-1971 г. Зак. 3670
Объем 2 п.л. Тир. 200 экз.

Киевская книжная типография №5, Киев, Решина, 4.