

51(07)
Г70

648/—

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ им. А. М. ГОРЬКОГО

На правах рукописи

Надежда Григорьевна ГОРОДИВСКАЯ

**ПЕРЕСТРОЙКА ШКОЛЬНОГО КУРСА
ГЕОМЕТРИИ**

(13731 — методика преподавания математики)
(Диссертация написана на украинском языке)

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук по методике математики

Киев — 1972

НБ НПУ
імені М.П. Драгоманова



100310943

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ им. А. М. ГОРЬКОГО

51(07)
ГОРО

На правах рукописи

Надежда Григорьевна ГОРОДИВСКАЯ

ПЕРЕСТРОЙКА ШКОЛЬНОГО КУРСА
ГЕОМЕТРИИ

(13731 — методика преподавания математики)
(Диссертация написана на украинском языке)



А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук по методике математики

Киев — 1972

Работа выполнена на кафедре элементарной математики и методики преподавания математики Киевского государственного педагогического института имени А. М. Горького.

Научный руководитель — кандидат педагогических наук, доцент А. С. БУГАЙ.

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ:

доктор физико-математических наук, профессор

А. Н. КОСТОВСКИЙ,

кандидат педагогических наук, старший научный сотрудник
НИИП УССР **Е. С. ДУБИНЧУК.**

Внешний отзыв — кафедра элементарной математики и методики преподавания математики Дрогобычского государственного педагогического института им. И. Я. Франко.

Автореферат разослан «*17*» *сентября* 1972 г.

Защита состоится «*14*» *октября* 1972 г. на заседании Ученого совета Киевского государственного педагогического института имени А. М. Горького (Киев-30, ул. Пирогова, 9).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Ученый секретарь Совета.

Перестройке школьного курса математики на современном этапе развития общества уделяется особое внимание как в Советском Союзе, так и в зарубежных странах.

Развитие математики, исключительно быстрый темп научно-технического прогресса, возрастающая роль естественных наук во всех отраслях человеческой деятельности ставят особые задачи перед математическим образованием нашей советской молодежи.

Коммунистическая партия и Советское правительство придают большое значение развитию науки как решающему фактору быстрого роста производительных сил общества.

В Программе КПСС указывается, что «развитие науки и внедрение ее достижений в народное хозяйство будет и в дальнейшем предметом особой заботы партии»¹.

В отчетном докладе ЦК КПСС XXIV съезду партии Генеральный секретарь ЦК товарищ Л. И. Брежнев подчеркивает, что «без высокого уровня культуры, образования, общественной сознательности, внутренней зрелости людей коммунизм невозможен, как невозможен он и без соответствующей материально-технической базы»².

Большая роль принадлежит математическим наукам в осуществлении грандиозных задач построения коммунизма в нашей стране. Выполнить эти задачи, используя только математические знания, сложившиеся в древности, невозможно. Нужно, чтобы учащиеся нашей школы были хорошо ознакомлены хотя бы с некоторыми основными идеями современной математики.

¹ Программа Коммунистической партии Советского Союза, М., Политиздат, 1972, стр. 125—126.

² Материалы XXIV съезда КПСС, М., Политиздат, 1971, стр. 83.

Математическое образование, которое получали выпускники, не соответствовало состоянию современной науки. Содержание школьной программы по математике не удовлетворяло нужд развития общества. Но больше всего не соответствовал развитию современной науки, отставал от нее школьный курс геометрии, который оставался в основном на уровне эпохи Евклида.

Геометрия после Евклида достигла значительного развития. Возникли новые ее отрасли, которые имеют большое значение в науке и технике, но в школьных учебниках и программах по геометрии о них ничего не говорилось.

Осуществляемая в нашей стране перестройка школьного курса геометрии является актуальным и закономерным процессом. Школьную геометрию нужно привести в соответствие с требованиями жизни, учитывая при этом важные открытия в геометрии 19—20 вв. (Н. И. Лобачевский открыл неевклидовую геометрию, Ф. Клейн разработал теоретико-групповой, а Г. Вейль — векторный подход к геометрии). Поэтому наиболее трудной проблемой считается модернизация школьной геометрии, на что неоднократно указывали известные советские математики А. И. Маркушевич, И. М. Яглом, А. И. Фетисов и многие другие.

По вопросу перестройки школьной геометрии мнения модернистов различны. Наиболее характерными из них можно считать следующие:

1. Значительное усиление роли дедукции в школьном курсе геометрии.
2. Построение школьной геометрии на основании геометрических преобразований.
3. Изложение школьного курса геометрии на базе идей векторного пространства.

Новая программа по геометрии для нашей средней школы отдает преимущество идее геометрических преобразований. При этом изложение геометрического материала, начиная с 6 класса, должно быть дедуктивным при широком использовании понятия вектора в его геометрической интерпретации. В этой программе установлено разумное соотношение между реальными возможностями школы, современным прогрессом научных и технических знаний и требованиями жизни.

В работе по определению содержания геометрического образования и реализации идей новых программ принимают

участие видные ученые-математики и педагоги: И. К. Андропов, К. С. Барыбин, Г. П. Бевз, В. Г. Болтянский, Е. С. Дубинчук, В. М. Клопский, Н. И. Кованцов, А. Н. Колмогоров, А. И. Маркушевич, Г. Г. Маслова, Ф. Ф. Нагибин, А. М. Пышкало, А. Ф. Семенович, А. Д. Семушин, З. А. Скопец, И. Ф. Тесленко, А. И. Фетисов, Р. С. Черкасов, И. Е. Шиманский, И. М. Яглом, М. И. Ягодовский и много других.

Вопросы дальнейшего совершенствования геометрической части программы и обоснования методики изложения отдельных тем отражены в ряде диссертационных работ (И. Ф. Тесленко, З. А. Резниченко, Л. Г. Пилипенко, М. И. Ягодовский и др.).

Однако принципиально новый материал программы, относящийся к геометрическим преобразованиям, векторам, не прошел еще необходимой методической обработки. Серьезного внимания требует также создание методики факультативных занятий, программа которых нуждается еще в определенной корректировке.

Поиски путей повышения идейно-теоретического уровня преподавания традиционных разделов геометрии, обоснования эффективной методики изложения новых вопросов программы и геометрического материала факультативных занятий определили тему нашего исследования.

Диссертантом поставлены задачи:

1. Дать краткий исторический обзор основных этапов формирования школьного курса геометрии от «Начал» Евклида до 50-х годов 20 века.

2. Рассмотреть современные взгляды на содержание школьной геометрии в нашей стране и за рубежом (Франция, Бельгия, Англия, США, Польская Народная Республика, Чехословацкая Социалистическая Республика, Народная Республика Болгария).

3. Проанализировать новую программу по геометрии (1968) и школьные учебники, написанные по этой программе, с точки зрения отображения в них идей современной математики.

4. На основании педагогического эксперимента:

- а) разработать методику изложения отдельных вопросов новой программы, относящихся к внедрению геометрических преобразований и сведений о векторах в восьмилетней школе;
- б) предложить целесообразную систему упражнений, которая способствовала бы сознательному и глубокому усвоению учащимися материала новой программы;

в) дать учителям методические рекомендации по введению современной символики, касающейся геометрических преобразований, а также некоторых традиционных разделов геометрии.

5. Исследовать восприятие учащимися 8—9 классов важных понятий современной математики, в частности: геометрического отображения, геометрического преобразования, операции, группы, подгруппы; разработать методику их изучения на факультативных занятиях.

6. Предложить методические рекомендации по проведению факультативных занятий в 7—9 классах по теме «Геометрические преобразования».

В работе использованы:

а) материалы двухлетнего наблюдения над обучением математике в 4—5 классах по новой программе в восьмилетней школе № 4 города Ивано-Франковска;

б) опыт работы учителей математики Билык А. П. (Ивано-Франковская средняя школа № 2), Ворох А. С. (Ивано-Франковская восьмилетняя школа № 4), Савы Е. М. (Ивано-Франковская средняя школа № 13), Нечай Ю. Ф. (Калушская средняя школа № 1);

в) опыт работы автора по руководству педагогической практикой студентов физико-математического факультета Ивано-Франковского пединститута (17 лет) и научным студенческим кружком по методике преподавания математики (2 года);

г) материалы, собранные автором во время руководства им работой спецсеминара по методике преподавания математики в Ивано-Франковском педагогическом институте в 1964—1969 гг.;

д) личный опыт работы автора по проведению факультативных занятий в школе (2 года) и преподаванию элементарной математики и методики математики в бывшем Коломыйском учительском институте (3 года) и в Ивано-Франковском педагогическом институте (17 лет).

Экспериментальная работа осуществлялась самим диссертантом и под его руководством в средней школе № 2, восьмилетней школе № 4 г. Ивано-Франковска, средних школах № 1 и № 2 г. Калуша, средней школе г. Галича, средней школе села Блюдники Ивано-Франковской области.

Диссертация состоит из введения, трех разделов, общих выводов и библиографии.

Во введении аргументируется актуальность вопросов, рас-

сма­три­вае­мых в дис­сер­та­ци­он­ной ра­бо­те, фор­му­ли­ру­ют­ся за­да­чи ис­сле­до­ва­ния.

В пер­вом раз­де­ле дис­сер­та­ции «Ис­то­рия фор­ми­ро­ва­ния школь­но­го кур­са ге­омет­рии», со­сто­я­щем из ше­сти па­ра­гра­фов, да­ет­ся крат­кий ис­то­ри­че­ский об­зор ос­нов­ных эта­пов фор­ми­ро­ва­ния школь­ной ге­омет­рии по от­ечес­твен­ным и за­ру­беж­ным ли­те­ра­тур­ным ис­точ­ни­кам.

В пер­вом па­ра­гра­фе крат­ко рас­сма­три­ва­ет­ся со­дер­жа­ние и да­ет­ся ана­лиз ге­омет­ри­че­ских книг «На­чал», в ко­то­рых Ев­клид дал об­ра­зец при­ме­не­ния де­дук­тив­но­го ме­то­да.

Логическое творение Евклида, ставшее фундаментом всей современной геометрии, использовалось в школах многих стран до 18 в., в некоторых (Англия) — до 19 в. как учебное пособие, а позже как неоспоримый образец для построения школьных логических курсов геометрии. В русских школах переводы «Начал» не служили учебной книгой.

В педагогическом отношении «Начала» не могли удовлетворять нужд школы из-за громоздкости изложения, отсутствия практических применений. Это стало остро ощутимым уже в 18—19 вв. и привело к необходимости отхода от практики изложения геометрии в школе по Евклиду.

Содержанию курсов геометрии французских и русских школ 18 в. посвящен второй параграф. Известные французские математики П. Рамус (16 в.) и А. Клеро (18 в.) составили свои учебники по геометрии, которые по форме и содержанию отличались от «Начал» Евклида: в них на первое место поставлены интересы практики, недооценивалась дедуктивная сторона геометрии. Эти учебники позже стали образцом для построения наглядных (конкретно-индуктивных) курсов геометрии.

Запросы школы требовали иного учебника, в котором не пренебрегались бы ни теория, ни практические ее применения. План такого школьного курса геометрии был разработан Ж. Даламбером. Характерными особенностями плана Ж. Даламбера, в отличие от системы Евклида, были требования:

- а) усиливать в школьном курсе идеи метрической геометрии;
- б) при нахождении площадей и объемов пользоваться методом пределов;
- в) при изложении геометрии систематически применять движения;

д) дедуктивные доказательства вводить постепенно.

Под влиянием плана Даламбера были написаны содержательные учебники по геометрии А. М. Лежандром, С. Ф. Лакруа и другими. В диссертации дается краткий анализ этих трудов.

Большая работа проводится в России по созданию отечественной учебной литературы по геометрии. В 1798 г. издается оригинальная философская работа по вопросам преподавания геометрии С. Е. Гурьева, в которой автор предложил план построения школьной геометрии, отличный от Евклида, Даламбера и Лежандра.

Работы С. Е. Гурьева и Т. Ф. Осиповского положили начало созданию отечественных систематических курсов геометрии.

В третьем параграфе анализируются методические работы и учебники по геометрии Н. И. Лобачевского (1823), М. В. Остроградского (1855), а также программа (1857) и учебный план (1858) по математике для гимназий, составленные П. Л. Чебышевым. Из анализа этих работ диссертантом сделаны выводы:

1. Н. И. Лобачевский, М. В. Остроградский и П. Л. Чебышев предъявляли прогрессивные требования к школьному курсу математики, который, по их мнению, должен: а) соответствовать научному прогрессу; б) быть доступным ученикам и соответствовать их возрастным и психологическим особенностям; в) готовить учеников к практической деятельности.

2. Н. И. Лобачевский в своей книге «Геометрия» впервые в мировой учебной литературе реализовал идею фузионизма в геометрии, широко используя при этом движения.

3. М. В. Остроградский в «Руководстве начальной геометрии» впервые в отечественной литературе предложил новые оригинальные аналитические методы доказательства теорем.

4. Н. И. Лобачевский, М. В. Остроградский, П. Л. Чебышев были предшественниками международного движения за реформу преподавания школьной математики, они разрабатывали и частично осуществляли в России обновление школьного курса математики.

Формирование отечественного школьного курса геометрии второй половины 19 в. излагается в четвертом параграфе первой главы. Наиболее распространенными по геометрии того периода были учебники А. Ю. Давыдова (1864), А. П. Киселева (1892), О. Малинина и Ф. Егорова

ва (1878), З. Вулиха (1855, десятое издание), К. Мазнига (1876), А. Н. Глаголева (1895). В диссертации дается методический анализ и оценка этих учебников; в выводах отмечается, что лучшими из них по содержанию и методике изложения были учебники А. Ю. Давыдова и А. П. Киселева. В этих учебниках в некоторой степени отражены новые идеи, в частности идея геометрических преобразований, но более эффективно она использована в учебнике К. Мазнига, в котором вращение, симметрия и подобие применяются для доказательства теорем.

Параллельно с изданием в России учебной литературы по геометрии разрабатываются и вопросы методики преподавания геометрии. Первой такой большой работой была книга А. Н. Острогорского «Материалы по методике геометрии в связи с изучением учебников» (1884), в которой с материалистических позиций раскрываются отдельные философские вопросы математики, относящиеся к понятиям, аксиомам, доказательству теорем. Большая работа по методике преподавания сокращенного курса геометрии в училищах была проведена А. В. Латышевым. Методика наглядного курса геометрии находит свое отражение в работах П. К. Гейлера и М. О. Косинского.

В пятом параграфе излагаются вопросы перестройки преподавания геометрии в некоторых зарубежных странах (Англия, Италия, Франция, Германия) конца 19 и нач. 20 века.

В английских школах геометрия изучается по «Началам». В Италии получили широкое распространение идеи фузионизма, но до конца 19 века преподавание геометрии осуществлялось по Евклиду. Лучшее дело по реформе школьной геометрии во Франции. В работах Ш. Мере, К. Бурле, Э. Бореля были четко проведены новые идеи, в основу построения школьной геометрии французские ученые положили понятие группы движений. В Германии работы по реформе школьной математики активизировались в начале 20 в.

Вопросы реформы школьной математики координируются Международной комиссией по преподаванию математики, созданной в 1908 году.

Перестройка школьного курса геометрии в России (1900—1917 гг.) излагается в шестом параграфе.

Русское реформистское движение, начавшееся в 19 в., развивалось самообитно. На рубеже 20 века активизировалась работа по модернизации школьной математики. Большую

роль в разработке вопросов школьной реформы сыграли Всероссийские съезды преподавателей математики (1912—1914). На съездах большое внимание уделялось перестройке школьного курса геометрии, обсуждались вопросы: а) введение пропедевтического курса геометрии и научное обоснование систематического курса геометрии (С. А. Богомолов, А. Р. Кулишер, Н. А. Извольский, Н. А. Тамамшева и другие); б) идея движения в школьном курсе геометрии (А. Р. Кулишер, С. А. Богомолов, М. Н. Песоцкий, Н. А. Тамамшева); в) изучение в школе элементов аналитической геометрии (Д. М. Синцов); г) изучение элементов неевклидовой геометрии в средней школе (П. А. Долгушин, Г. А. Грузинцев, С. А. Богомолов).

Прогрессивное наследие съездов влияет на формирование курсов школьной математики и в настоящее время.

В учебной литературе того периода фундаментально разработаны наглядные курсы геометрии А. М. Астряба (1909), Е. И. Поповым (1914), С. И. Шохор-Троцкий (1909). В работе дается высокая оценка учебникам А. М. Астряба, которыми пользовались продолжительное время и в советской школе.

Значительно больше в тот период издается учебников по систематическому курсу геометрии: С. Шубина (1906), Н. А. Извольского (1910, 1911), Б. А. Марковича (1910), А. Годнева (1912), П. А. Долгушина (1912) и др. Эти учебники отличались от традиционных. В них до некоторой степени отражены новые достижения в геометрии. Идеи геометрических преобразований нашли свое отражение в учебниках С. Шубина, П. А. Долгушина, А. Годнева, Б. А. Марковича; неевклидовой геометрии — С. Шубина, П. А. Долгушина; проективной геометрии — Н. А. Извольского, А. Годнева, П. А. Долгушина; топологии — Н. А. Извольского.

Развитию отечественной математической культуры способствовал также журнал «Вестник опытной физики и элементарной математики» (1886—1917 гг.).

В диссертации дается анализ и общая оценка этой учебной и методической литературы с точки зрения отображения в ней новых идей геометрии.

Во второй главе диссертации «Современные взгляды на содержание школьного курса геометрии» рассматриваются различные тенденции модернизации школьной геометрии. Материал главы освещает современную реформу школьной геометрии в некоторых капиталистических странах (Франция,

Бельгия, Англия, США), социалистических странах (ПНР, ЧССР, НРБ) и в СССР.

На реформу школьной математики некоторых зарубежных стран большое влияние оказывают идеи Н. Бурбаки и исследования французской школы психолога Ж. Пиаже. В связи с этим в первом параграфе рассматриваются их основные идеи. В фундаментальном трактате «Элементы математики» Н. Бурбаки сделали обзор всей математической науки в духе современных идей. Фундаментом математики они считают три основные структуры: алгебраические, порядка и топологические. В диссертации приведены определения этих структур с иллюстрациями преимущественно на геометрических примерах.

В выводах отмечается, что работа, которую ведут Бурбаки, актуальна и имеет большое теоретическое значение. Аксиоматический метод, разработанный Н. Бурбаки для изучения фундаментальных структур, является прогрессивным, он дает возможность видеть взаимосвязь между различными разделами математики. Но наряду с этим Н. Бурбаки придерживаются идеалистических взглядов в вопросах взаимосвязи теоретических положений и практики.

Работы Н. Бурбаки перекликаются с исследованиями школы Ж. Пиаже, который утверждает, что понятие структуры в психологии формировалось на протяжении нескольких десятилетий, независимо от современной эволюции математики, как одно из привычных понятий психологии. Ж. Пиаже считает, что три фундаментальные структуры Н. Бурбаки соответствуют элементарным структурам мышления. Он доказывает, что алгебраические структуры, например, группы, соответствуют операторным механизмам ума. Ж. Пиаже утверждает, что эти три структуры глубоко укоренились в психологической деятельности человека. Исследуя развитие геометрических операций у детей, он установил, что оно ближе к теоретической геометрии, чем к традиционной школьной, с чем однако трудно согласиться.

Общаясь с окружающим миром, по Пиаже, ребенок будто самостоятельно открывает и познает сложные свойства и отношения этого мира. Такой взгляд Ж. Пиаже не является убедительным, так как формальные операции не могут возникнуть раньше конкретных.

Сторонники Н. Бурбаки и Ж. Пиаже предлагают обучать детей современной математике с раннего возраста. На возражения о том, что абстрактные понятия трудно воспринимают-

ся учащимися, они отвечают, что в математике без абстракции не обойтись, поэтому чем раньше с нею ознакомиться, тем лучше.

Такого крайнего подхода к реформе не разделяют многие модернисты. Возникают различные тенденции к реформе школьной математики. Но мнения большинства модернистов сходятся на том, что аксиоматический метод в меньшей или большей мере должен проникнуть в школьную геометрию. Кроме того, они считают целесообразным внедрение в этот курс теоретико-множественных идей.

В последние 10—15 лет в школах многих стран экспериментируются новые проекты и программы по математике. В диссертации кратко рассматривается современное состояние преподавания школьной геометрии в некоторых капиталистических (§ 2) и социалистических странах (§ 3).

Во Франции влияние школы Н. Бурбаки на преподавание математики в средних учебных заведениях продолжительное время не было значительным, преобладала школа Клеро. Только в начале 70-х годов 20 века оно возросло. В школьные программы 1963 года введены элементы теории множеств и математической логики, начертательной и аналитической геометрий, сведения о векторах, геометрические преобразования.

Идеи современной математики глубоко отражены в программах 1965 года для школ II цикла. В диссертации дан обзор этой программы, особенно геометрической ее части. На ее содержание определенное влияние имели взгляды Ж. Дьедонне, который предлагал реформу школьной геометрии провести под лозунгом «Долой Евклида», строить школьную геометрию он рекомендовал на аксиоматической основе. Наиболее естественной системой аксиом, пригодной для осуществления в школьном обучении, Ж. Дьедонне считал аксиоматику векторного пространства. С этим полностью не соглашались многие французские ученые и педагоги. Например, А. Ревью считает систему изложения геометрии в школе по Ж. Дьедонне сложной; более подходящим вариантом для школьного обучения, по его мнению, является аксиоматика Г. Шоке, которая основывается на понятии осевой симметрии.

Реформа школьной математики, проводимая во Франции, касается преимущественно школ второго цикла. Она рассчитана на тех учеников, которые будут обучаться в вузе.

Бельгия принимает активное участие в современной реформе школьной математики. Инициатором реформы в духе школы Н. Бурбаки является профессор Брюссельского университета Ж. Папи. В 1962 году бельгийский «Комитет по усовершенствованию преподавания математики в средней школе» с участием Ж. Папи подготовил циркуляр, в котором учителям рекомендовалось: а) вводить в преподавание математики элементы теории множеств, пользоваться ее символикой и языком; б) постепенно подводить учеников к понятию группы и основных алгебраических структур; в) обращать внимание учеников на операции и их законы над нечисловыми объектами; г) систематически подчеркивать идею отображения множеств; д) сопоставлять при изложении геометрии проективные, аффинные и метрические свойства фигур.

Ж. Папи активно пропагандирует бельгийский опыт преподавания современной математики. Свои идеи он излагает в многотомном труде «Современная математика».

В диссертации дается анализ и общая оценка геометрических разделов первого тома исследований Ж. Папи. Делается вывод, что перестройка преподавания математики, осуществляемая в школах Бельгии, является примером крайнего подхода к реформе.

В Англии до 1962 г. почти не велась работа по перестройке школьного математического образования. В настоящее время в этом направлении наблюдаются некоторые сдвиги. Вырабатываются проекты и программы. Представляет интерес дунстанская программа, которая предназначена для детей 11—16 лет грамматической школы. Главной особенностью этой программы является многостороннее применение матриц, в том числе к геометрическим преобразованиям и теории групп. Школьный курс геометрии в дунстанской программе рядом с традиционным материалом содержит и элементы современной математики: геометрические преобразования, векторы, элементы топологии, аналитическую геометрию.

Общим для модернистов школьной геометрии в Англии является стремление по возможности раньше знакомить учеников с координатным методом и векторами. Они не рекомендуют начинать изучение геометрии с аксиоматического изложения, а предлагают изучать вначале такие разделы, которые способствуют лучшему усвоению свойств геометрических фигур, одним из таких разделов считают геометричес-

кие преобразования. Модернисты полагают, что геометрия должна слиться с алгеброй. Основой единой школьной математики, по их мнению, является алгебра матриц.

В США реформой школьной геометрии занимаются многие университеты, специальные комиссии, группы по изучению школьной математики. Особенностью почти всех школьных программ по математике является чрезмерно высокий уровень абстракции. Например, иллинойская программа рекомендовала изучать школьный курс планиметрии (10 класс) не менее строго, чем по Д. Гильберту; программа Бостонского колледжа предлагала вводить математические структуры; программа, разработанная «Группой по изучению школьной математики», рекомендовала геометрию излагать или по Гильберту, или на основании системы аксиом, содержащей постулат об измерении. Известны и более умеренные программы, например, программа «9 пунктов».

В школьных учебниках дедуктивное изложение геометрии строится или на дополненной аксиоматике Гильберта, или на аксиоматике действительных чисел, причем очень абстрактно и малодоступно учащимся средней школы.

Таким образом, в большинстве капиталистических стран при осуществлении реформы школьной математики преимущество отдается абстрактным идеям, уменьшается роль практических применений. Реформа математического образования в этих странах в основном касалась содержания программ старших классов, только в последние годы она распространяется на младшие классы.

Особый интерес представляет реформа школьной геометрии в ПНР. Начиная с 1962 г., в польских школах ведется большая экспериментальная работа по введению новых программ. В содержание геометрии основной восьмилетней школы входят начальные сведения о геометрических преобразованиях и векторах; преподавание ведется по учебникам, написанным с участием известного методиста С. Страшевича.

В лицеях осуществляется коренная перестройка курса геометрии, большое участие в ней принимает С. Криговская. Теперь изучение математики в этих учебных заведениях ведется по новым программам (1965), согласно которым в I и II классах лицея изучается планиметрия, в III классе — аналитическая геометрия на плоскости на векторной основе, в IV классе — геометрия пространства трех измерений; вводится понятие алгебраической структуры, хотя сам термин «алгебраическая структура» не употребляется. Напри-

мер, предметом геометрии в I классе является, по существу, изучение группы изометрии, во II — группы подобия на плоскости, в IV — группы изометрии и подобия в пространстве. В новой программе осуществлен отход от аксиоматики Евклида-Гильберта, потому что геометрия основывается на метрике и понятии преобразования. Идеи новой математики удачно проведены через весь курс, осуществляется теоретико-множественный подход к геометрии и большое внимание уделяется использованию современной символики.

Обучение геометрии в польских лицеях проводится по учебникам С. Крыговской, Я. Марошковой, М. Бринского и др. В диссертации дается методический анализ программ и учебников по геометрии для польских школ, отмечаются многие положительные качества содержательных учебников и методических пособий С. Крыговской.

В действующих ныне школьных программах и учебной литературе по геометрии ЧССР отражены в некоторой степени новые идеи: геометрические преобразования, векторное исчисление, координатная геометрия, но они отнесены преимущественно к школе второго цикла и органически не связаны с геометрическим материалом девятилетней школы. В учебной литературе для девятилетней школы логические связи выражены сравнительно слабо, многие теоремы не доказываются, а только интерпретируются; даже в 9 классе признаки подобия треугольников сформулированы на основе рассмотренных примеров с числовыми данными.

В диссертации сделан обзор программ и учебников по геометрии чешских школ с точки зрения отображения в них современных идей.

В настоящее время в ЧССР ведется большая работа по модернизации математики как в девятилетней, так и в средней школе: планируется малая и большая модернизация.

Экспериментальная работа в девятилетней школе направляется на выявление возможностей изучения нетрадиционного материала, например, в 9 классе таких разделов: множества точек, отображение, графы отношений, группы. Школьная геометрия в ЧССР находится в состоянии перестройки.

В болгарских школах за последние 10—15 лет проведена значительная работа по модернизации школьной геометрии; в диссертации анализируются проекты и школьные программы этого периода. Согласно последнему проекту (1967), положенному в основу новой программы, систематический курс геометрии строится на основе идей современной математики:

геометрических преобразований, теории множеств, векторов. Курс стереометрии (10 класс) строится строго логически, предусматриваются заключительные беседы об аксиоматическом методе. В 11 классе изучаются новые геометрические дисциплины: аналитическая и дескриптивная геометрии. Вместе с тем в школах НРБ ведется экспериментальная работа и продолжают поиски наиболее целесообразного содержания и методов преподавания школьной геометрии.

В выводах отмечаются положительные особенности построения новых школьных курсов геометрии в ПНР, ЧССР, НРБ и других социалистических странах. Ученые социалистических стран правильно считают, что труды Н. Бурбаки, как и Евклида, не могут быть предметом изучения в средней школе. В основу построения школьной геометрии ими кладется доступная школьникам идея геометрических преобразований, вместе с тем используются идеи векторного исчисления, сведения аналитической геометрии и теории множеств, интегральное исчисление. Преподавание геометрии в этих странах согласовано с практическими применениями и другими предметами (алгеброй, черчением).

В четвертом параграфе освещаются вопросы перестройки школьной геометрии в нашей стране за годы Советской власти. Дается анализ проектов и программ по математике (геометрическая часть), основной учебной и методической литературы по школьной геометрии советского периода. Отмечается, что с первых лет существования советской школы большое внимание Коммунистическая партия и Советское правительство уделяют математическому образованию. Намечаются тенденции к внедрению в школьную геометрию новых идей. Об этом свидетельствуют первые и несколько последующие проекты и программы. Однако соответствующих условий и кадров для разработки и реализации таких программ (иногда перегруженных) в нашей стране еще не было. Поэтому новые математические идеи внедрялись в рабочие программы постепенно.

Издается большое количество качественной методической и учебной литературы, что способствует укреплению нашей школы. Характерные особенности школьных программ и учебников геометрии следующие: отход от Евклидовой традиции изложения материала; тесная связь теории и практики; внедрение в школьную геометрию новых идей (элементов проективной геометрии, аналитической геометрии, сведений о векторах, геометрических преобразований).

Грандиозные достижения советской науки в последнее время и использование ее в коммунистическом строительстве требуют высокой математической культуры граждан нашей страны. Вырабатывается новая школьная программа по математике (1968), в которой в должной мере учтены требования времени.

В выводах отмечается, что современная реформа школьного курса математики имеет интернациональный характер. Намечились два основных направления реформы: крайний и уравновешенный. Сторонники первого направления (Ж. Папи, К. Гаттенье, Ж. Дьедонне и др.), находясь под влиянием идей Н. Бурбаки и школы Ж. Пиаже, требуют полностью изменить содержание и методику изложения математики, перейти в школах только к изучению достижений современной математики. Характерной особенностью программ и учебников по геометрии модернистов этого направления является высокий уровень абстракции, что не всегда соответствует возрастным возможностям детей.

Сторонники уравновешенного подхода к реформе (С. Крыговская, Г. Фрейденталь, Дж. Мэтьюз и др.) стремятся придерживаться разумного соотношения между классической и новой математикой: вводить основные сведения из отдельных разделов современной математики, а оставленный в программах традиционный материал изучать современными методами.

На второй путь осуществления реформы школьной математики переходит большинство стран.

В Советском Союзе проводится коренная перестройка математического образования, она охватывает все классы, начиная с первого, и направлена на формирование научного коммунистического мировоззрения учащихся.

Третья глава диссертации «Содержание и структура нового школьного курса геометрии и пути его внедрения в школе» посвящена вопросам методики изложения нетрадиционного материала, который вошел в новую программу (геометрические преобразования, сведения о векторах), методике изучения геометрических преобразований и их групп на факультативных занятиях, употреблению современной символики в школьной геометрии.

Новая программа по геометрии (1968) для средней школы имеет ряд существенных преимуществ по сравнению с еще действующей программой в 7—10 классах. В школьный курс вводятся новые идеи, которые пронизывают все ее содержание: геометрические преобразования, элементы аналитической

и проективной геометрий, векторное, дифференциальное и интегральное исчисления. В диссертации дается подробный анализ программы (§ 1). Отмечаются и некоторые, на наш взгляд, недостатки: осторожно подходит программа к употреблению в школьном обучении, особенно геометрии, современного математического языка; не включен в программу простой, но нужный вид преобразования — растяжение от оси; нечетко определены место и роль геометрических преобразований в пространстве; отсутствует заключительный обзор геометрии с точки зрения ее аксиоматического построения (в диссертационной работе сосредоточивается внимание на важности в философском отношении такого раздела, предлагается и примерный план его изложения); понятие скалярного произведения двух векторов не занимает «рабочего места» в программе, а отнесено к концу курса геометрии 9 класса.

Вместе с тем в диссертации констатируется, что новая программа в целом отвечает развитию математического образования в средней школе на современном этапе, не порывая резко со старой программой, она значительно отличается от нее своим модернизированным содержанием и новым подходом к изложению традиционного материала.

В учебниках по геометрии, написанных по новой программе, несмотря на некоторые их недостатки, в основном удачно изложены современные геометрические идеи. Они надлежащим образом согласованы с теоретическим и практическим материалом. В диссертации сделан методический анализ этих учебников и дана их оценка.

Исходя из анализа новой программы и учебной литературы по геометрии, делается вывод, что при осуществлении реформы школьной геометрии, нужно больше внимания уделять внедрению в обучение символического языка, который является важным орудием современной математики. Этот вопрос рассматривается во втором параграфе третьей главы.

При традиционном обучении в школьной геометрии, в отличие от школьной алгебры, символика использовалась недостаточно. Доказательства в геометрии имели преимущественно словесный характер, были очень громоздкими.

В работе отмечается, что при реализации новой программы роль символики в пределах школьной геометрии должна постепенно увеличиваться и способствовать более эффективному усвоению геометрических фактов, облегчать рассуждение, упрощать записи. Одним из важных заданий препода-

вания геометрии по новой программе — научить учащихся правильно пользоваться математической символикой.

В связи с этим в диссертации рассматриваются основные требования, которым должны удовлетворять символы школьной геометрии, дается их классификация, приводятся списки символов, которые экспериментировались в школе непосредственно автором (средняя школа № 2 г. Ивано-Франковска) и под его руководством (средняя школа № 1 и № 2 г. Калуща Ивано-Франковской области). Значительное внимание в работе уделяется символике геометрических преобразований.

В экспериментальных исследованиях нами ставилась цель выяснить:

1. В какой мере символика геометрических преобразований доступна ученикам?
2. Активизирует ли использование символики учебный процесс?
3. Какие трудности встречаются при введении нового символа?

Экспериментальной проверкой, которая не претендует на всестороннее освещение этого нового и трудного для нашей школы вопроса, установлено, что практика пользования в 7—9 классах специфическими обозначениями для различных видов геометрических преобразований дает положительные результаты. Считаем, что употребление нового символа, его вид должны быть предметом вдумчивой работы учителя и учеников. Учащимся необходимо разъяснять причины выбора символа определенного вида. Говоря о символах геометрических преобразований, нужно исходить из того, что геометрическое преобразование — это понятие функциональной зависимости в геометрии, поэтому и обозначать его целесообразно символами, принятыми для обозначения функций.

При этом желательно брать первую букву латинского термина соответствующего преобразования. Например, символами D_k^* , H_k — обозначаются соответственно растяжение от прямой a с коэффициентом k , гомотетия с центром o и коэффициентом k . При конструировании нового символа творческую работу учеников нужно направлять на то, чтобы отобразить символом основное в понятии: название и сущность.

В своих исследованиях мы убедились, что новый символ воспринимается лучше тогда, когда ученик хорошо осознает сущность соответствующего символу понятия. Отсюда вывод, что новый символ целесообразно вводить либо параллельно

с понятием, либо после изучения его. Учащиеся принимают активное участие при введении нового символа.

Работу по внедрению символов мы проводили в три этапа. Приучали учащихся: а) читать готовые формализованные записи, в которых употреблены известные уже им символы; б) переводить словесные положения и рассуждения на язык символов; в) сразу записывать свои рассуждения, используя символика.

Если с первым заданием (а) учащиеся справлялись сравнительно легко, то при выполнении второго и третьего заданий (б, в) встречалось много трудностей, допускались ошибки, неточности. Ученики либо не полностью записывали условие, забывая отобразить те положения, которые часто встречаются, принимая их за очевидные, либо допускали лишние повторения условия, когда из него вытекает несколько следствий.

Учащиеся с большим интересом относятся к практике пользования символика. Для успешного усвоения геометрической символика необходимо активное участие самих учеников, нужны систематические упражнения в чтении словами символических записей и обратные упражнения в записывании математических положений в символическом виде.

Употребление символика в школьной геометрии сближает ее со школьной алгеброй, математической логикой, арифметикой, теорией множеств и другими предметами. Таким образом, осуществляется синтез между ними, благодаря чему геометрия, алгебра и другие математические дисциплины выступают в школьном обучении как единая математика.

Символика способствует формированию правильного математического языка учащихся, математического мышления, приобщает их к современным математическим методам, что является особенно важной целью изучения геометрии в школе.

В третьем параграфе излагаются особенности преподавания нетрадиционных вопросов школьной геометрии, в частности, изучения сведений о геометрических преобразованиях и векторах в восьмилетней школе.

Подробно рассматриваются особенности преподавания геометрических преобразований на пропедевтическом уровне в 5 классе, разработана методика изучения каждого из геометрических преобразований (параллельного переноса, симметрии, вращения).

Особое внимание уделяется решению в 5 классе задач познавательного характера, среди которых важное место занимают взаимно обратные задачи и задачи, включающие элементы исследования, которых почти нет в учебной литературе для 5 класса. В диссертации сделан подбор таких задач, которые решались в школе № 4 г. Ивано-Франковска в 1971—1972 учебном году. Например, наряду с задачей, в которой требуется перенести данную окружность в определенном направлении, рассматривается и такая: даны две равные окружности, можно ли одну из них получить из другой параллельным переносом; в первом и втором случаях устанавливается, когда эти окружности пересекаются, касаются, совпадают, не имеют общих точек. В ходе изучения геометрического материала в 5 классе обнаруживается особая значимость таких задач, решая их, учащиеся приучаются видеть на простых примерах и в окружающем их мире те геометрические преобразования, которые выполнены над известными фигурами.

Непосредственными построениями, измерениями, сопоставлениями с использованием моделей и специальных таблиц устанавливаются на пропедевтическом уровне общие и специфические свойства каждого из движений, изучаемых в 5 классе.

При изучении систематического курса геометрии сопоставляются геометрические преобразования и их свойства, разграничиваются преобразования движения и подобия, обнаруживаются взаимосвязи между ними, даются примеры других преобразований, отличных от них. Это способствует формированию у учащихся таких способов умственной деятельности, как сравнение, анализ, синтез, обобщение.

Важной особенностью новой программы является применение геометрических преобразований с целью наиболее рационального доказательства теорем. В диссертации приводятся примеры теорем, которые легко доказываются с помощью преобразований.

В систематическом курсе геометрии значение взаимно обратных и исследовательского характера задач не уменьшается, а появляется возможность увеличить их количество и разнообразить. Решение этих задач способствует формированию логического и аналитического мышления учащихся. В работе описываются экспериментальные исследования по решению таких задач, даются методические рекомендации.

Изучение сведений о векторах в восьмилетней школе

должно носить проблемный характер, чтобы учащиеся видели полезность векторного аппарата в практической жизни человека. В диссертации дается примерный вариант изложения этого материала в 7 классе. Сведения о векторах тесно увязываются с геометрическими преобразованиями, на языке векторов даются определения отдельных преобразований, доказываются их основные свойства, подчеркивается преимущество векторного исчисления.

Особо важна в идейном отношении тема «Заключительный обзор» (7 класс), в которой подводится итог изученных преобразований в восьмилетней школе. Аналитическая запись геометрических преобразований, рассматриваемая в этой теме, представляет собой синтез алгебры и геометрии, где органически переплетаются основные идеи современной математики: вектор, преобразование, координатная геометрия. Подчеркивается связь этих идей. Учащиеся убеждаются, что геометрия и алгебра здесь четко выступают как единое целое, а это способствует формированию их диалектико-материалистического мировоззрения. В работе на основании проведенного автором эксперимента в средней школе № 2 г. Ивано-Франковска дается примерное изложение этого материала, описываются результаты эксперимента. В выводах говорится о том, что завершать изучение геометрических преобразований на плоскости более целесообразно в 8, а не в 7 классе, как ориентирует программа. Это даст возможность: во-первых, частично разгрузить программу 7 класса, где сосредоточены сведения о геометрических преобразованиях и векторах; во-вторых, шире использовать возможности аналитического метода для рационального обоснования ряда геометрических положений.

В четвертом параграфе последней главы освещаются вопросы методики изложения геометрических преобразований и их групп на факультативных занятиях.

Изучение темы «Геометрические преобразования» по действующей ныне программе факультативных занятий способствует расширению и углублению знаний программного геометрического материала, а также дает возможность знакомить учащихся с важными понятиями современной математики: отображением, преобразованием, операцией, группой, подгруппой и др.

Программа для 7 класса ограничивается изучением осевой и центральной симметрий. В диссертационной работе формулируются методические рекомендации, предусматривающие эффективное проведение этого факультатива. Ука-

зывается на необходимость формирования у учащихся 7 класса понятия симметрии как определенного соответствия, которое может быть установлено между точками двух фигур или одной фигуры. Сосредоточивается внимание на общих и отличительных свойствах осевой и центральной симметрий, на связи между ними. Большое внимание уделяется подбору и методике решения задач, особенно на нахождение симметрии, которые важны в познавательном отношении, но непривычны для учащихся и недостаточно представлены в учебной литературе.

Согласно программе в 8 классе на факультативных занятиях изучаются движения и растяжения от оси. В диссертации на основании опыта автора предлагается примерный вариант изложения этого материала, более подробно раскрываются вопросы, связанные с параллельным переносом. В работе подчеркивается целесообразность применения геометрических преобразований к решению задач различных видов, а не преимущественно к задачам на построение, как это отражено в методической литературе.

Сравнение и сопоставление свойств геометрических преобразований осуществляется как при изучении каждого преобразования в отдельности, так и после изучения их всех.

Параллельное проведение анализа и синтеза способствует глубокому и сознательному усвоению преобразований.

На факультативных занятиях в 9 классе геометрические преобразования рассматриваются как отдельный случай геометрических отображений. В диссертации обосновывается целесообразность проведения этого факультатива по такому плану:

1. Понятие геометрического отображения.
 2. Определение геометрического преобразования.
 3. Движение. Виды движений.
 4. Изучение каждого преобразования в отдельности и его применение к решению различных задач школьного курса математики.
 5. Умножение преобразований. Свойства этой операции.
 6. Тожественное и обратное преобразования.
 7. Сопоставление свойств отдельных множеств преобразований.
 8. Определение группы преобразований.
 9. Понятие подгруппы.
 10. Определение геометрии. Примеры геометрий.
- При изучении этого материала особое внимание уделяет-

ся ознакомлению учеников с общими сведениями о геометрических отображениях, преобразованиях, движениях, взаимосвязи между ними. Изложение этих понятий сопровождается рассмотрением целесообразно подобранных примеров.

Изучению новой для учеников операции умножения преобразований и ее свойств предшествует большая подготовительная работа по решению задач. Задачи на построение подбираются так, что для отыскания решения нужно последовательно выполнять различные преобразования. Примеры таких задач приводятся в работе. Решая эти задачи, учащиеся убеждаются в необходимости этой операции для практических целей. Далее поисковая работа учеников направляется на установление свойств этой операции: замкнутости, коммутативности, ассоциативности. Особую роль здесь играют примеры, на которых ученики убеждаются, что операция умножения преобразований не всегда коммутативна (это для них ново), но всегда ассоциативна.

При сопоставлении свойств множеств преобразований выделяются общие, которые кладутся в основу определения группы преобразований. В работе рассматриваются примеры многих групп и подгрупп преобразований конечных и бесконечных, коммутативных и некоммутирующих, указывается на взаимосвязь между ними, которая иллюстрируется таблицами, схемами. При изложении этого материала широко используется язык символов.

В заключительном этапе изучения групп и подгрупп геометрических преобразований уже имеется база для определения геометрии в групповом ее истолковании, появляется возможность в популярной форме рассказать учащимся о различных геометриях, что очень важно в идейном и образовательном отношении.

Изложенная последовательность изучения материала о геометрических преобразованиях и их группах обеспечивает сознательное усвоение учениками новых и важных понятий современной геометрии. Это подтверждается опытом проведения факультативных занятий в средней школе № 2 г. Иваново-Франковска.

Ознакомление учащихся на факультативных занятиях в 7—9 классах с основными сведениями геометрических преобразований положительно влияет на их образовательный уровень, подводит к пониманию важных идей современной математики.

Материалы диссертации обсуждались:

1. На кафедре элементарной математики и методики преподавания математики Киевского государственного педагогического института имени А. М. Горького (1968—1972 гг.).

2. На кафедре математики Ивано-Франковского педагогического института имени В. Стефаника (1965—1972 гг.).

3. На Республиканском научно-методическом семинаре преподавателей математики (1969 г.).

4. На отчетно-научной конференции преподавателей Киевского педагогического института имени А. М. Горького (1969 г.).

По тематике диссертации автор выступал с докладами и лекциями на областных (Ивано-Франковская область) педагогических чтениях (1968—1972 гг.), на заседаниях методобъединений учителей математики (1968—1972 гг.) г. Ивано-Франковска и Ивано-Франковской области (Верховинский, Долинский, Надворнянский, Калушский районы), на курсах усовершенствования квалификации учителей математики (1968—1972 гг.), организованных Министерством просвещения УССР и Ивано-Франковским облсоветом.

* * *

Основные положения диссертации опубликованы в статьях:

1. Формирование у учащихся понятия о группе при изучении темы: «Геометрические преобразования», ж. «Радянська школа», 1969, № 10 (на украинском языке).

2. Анализ отечественных учебников по геометрии (начало XX в.), в кн. «Методика викладання математики» (Республиканский научно-методический сборник), вып. 7, К., «Радянська школа», 1971 (на украинском языке).

3. Из опыта проведения факультативных занятий по математике в IX классе по теме «Геометрические преобразования», в кн. «Новые в викладання математики», сборник статей, К., «Радянська школа», 1972 (на украинском языке).

4. Завало С. Т. Арифметика, алгебра и элементы анализа, ж. «Радянська школа», 1970, № 12 (на украинском языке, рецензия).

5. Ознакомление учеников с понятием групп геометрических преобразований. Ивано-Франковский областной отдел народного образования. Институт усовершенствования квалификации учителей. Ивано-Франковский государственный педагогический институт. Трибуна передового опыта учителей Прикарпатья. Ивано-Франковск, 1970 (на украинском языке).

6. Некоторые вопросы перестройки школьного курса геометрии. Тезисы докладов отчетно-научной конференции кафедр Киевского пединститута им. А. М. Горького, К., 1963 (на украинском языке).

7. Перестройка преподавания математики в России (начало XX в.). Тезисы докладов отчетно-научной конференции кафедр Ивано-Франковского пединститута. Ивано-Франковск, 1966 (на украинском языке).

8. Модернизация школьного курса математики в школах Социалистической Республики Румынии. Тезисы докладов отчетно-научной конференции кафедр Ивано-Франковского пединститута. Ивано-Франковск, 1966 (на украинском языке).

9. Школьный курс геометрии в Польской Народной Республике. в кн. «Методика викладання математики». Республіканський науково-методический збірник, вып. 8, К., «Радянська школа», 1972 (на украинском языке).

БЧ 27445. Подписано к печати 29. VIII. 1972 г.
Формат бумаги 60x84¹/₁₆. Печ. л. 1,75. Бум. л. 0,875.
Учетно-изд. л. 1,5. Заказ 7374. Тираж 200.

Ивано-Франковск, облтип., Чапаева, 78.