

**Формування математичних компетентностей студентів технічних ВНЗ**

**Анотація.** У статті розглядається методика формування та розвитку математичних компетентностей майбутніх інженерів, що здійснюється з огляду на те, що математика є як фундаментальною дисципліною, так і теоретичною базою навчання більшості інженерних дисциплін. Це вимагає усвідомлення студентами змісту математичних концепцій, їх технічних аспектів та обмежень. В процесі навчання передбачається використання ІКТ, що дозволяє механізмами і законами застосування знань, оволодіти навичками і уміннями розв'язувати задачі реального практичного змісту. Таке поєднання спирається на теоретичну базу знань та використання ІКТ, під час розв'язування задач, значно підвищує ефективність навчання, якщо використання ІКТ буде систематичним, а не епізодичним.

**Ключові слова:** складові системи математичних компетентностей, СКМ.

Формування та розвиток системи математичних компетентностей майбутніх інженерів здійснюється з огляду на те, що математика є однією з фундаментальних дисциплін, а з іншого боку є теоретичною базою навчання більшості інженерних дисциплін. Тобто, досягнення в багатьох галузях інженерної справи ґрунтуються на математичних знаннях та навичках інженерів. Результатом тісного зв'язку досягнень в галузях математики, інформатики та інженерії є технологічний прорив у багатьох галузях виробництва. Це пов'язано з тим, що розробка вдалого сучасного інженерного проекту майже неможлива без використання сучасної математики та ІТ.

У своїй практиці інженери використовують в основному математичні методи. А в математичні об'єкти вони вкладають зміст технічного об'єкта. Під час перетворення складних математичних виразів інженер у зміст абстрактних математичних понять вкладає фізичні об'єкти, що мають фізичні розміри, та надає цим виразам фізичний зміст. Тому на заняттях з математики слід формувати у майбутніх інженерів здібності мислити математично, застосовуючи математичні знання, пов'язані з їхніми спеціальними знаннями. Тобто формувати одну із компонент системи математичних компетентностей, що передбачає розуміння математичних концепцій, їх технічні аспекти та обмеження, вміння долати ці обмеження шляхом занурення результатів у ширші класи об'єктів, ставити та розв'язувати математичні задачі, здійснювати математичне моделювання.

С. А. Раков визначає математичну компетентність, як “вміння бачити та застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, вміння будувати математичні моделі, досліджувати їх за методами математики” [1].

Аналіз досліджень науковців та галузевих стандартів [5, 6, 7, 9, 10] дозволяє визначити базові компетентності технічних спеціалістів: опанування новими математичними знаннями за допомогою сучасних освітніх та інформаційних технологій; володіти методами аналізу і синтезу вивчення явищ та процесів; здатність застосовувати на практиці, включаючи можливість побудови математичних моделей професійних задач і визначення шляхів їх аналізу, інтерпретувати отриманий математичний результат; здатність застосовувати аналітичні та чисельні методи розв'язування задач за допомогою СКМ; мати математичне мислення, математичну культуру в рамках професійної та людської культури; володіти власними способами доведення тверджень і теорем як основного компоненту когнітивної й комунікативної функцій; володіти мовами, вбудованими в деякі СКМ і вміти застосовувати їх до розв'язування математичних задач; мати здатність до читання і аналізу навчально-наукової математичної літератури.

Основою системи професійних компетентностей інженера є якісна математична підготовка. Різні аспекти математичної підготовки студентів ВНЗ розглядалися у дослідженнях К. В. Власенко, М. І. Жалдака, В. І. Клочка, Т. В. Крилової, С. А. Ракова, Н. В. Рашевської, О. І. Скафи, які обґрунтували визначення провідного напрямку модернізації методичних систем навчання вищої математики майбутніх інженерів – проектування комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання математичних дисциплін в умовах застосування комбінованих форм організації навчання, використання ІКТ і мобільних засобів у навчанні, поглиблення професійної спрямованості навчання та міжпредметної інтеграції.

Різні аспекти застосування комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання математичних дисциплін досліджено у працях М. І. Жалдака, В. Ю. Бикова, В. І. Клочка, С. А. Ракова, Ю. С. Рамського, Ю. В. Триуса,

М. І. Жалдак наголошує: “Одним із найвагоміших аргументів на користь використання комп'ютерів у навчальному процесі чи проти нього має бути такий: комп'ютер, як і будь-які інші нововведення, слід використовувати тільки тоді, коли таке використання дає незаперечний педагогічний ефект” [3].

Як зазначалось, під час формування математичних компетентностей передбачається розвиток навичок опанування новими математичними знаннями, зокрема, на основі використання сучасних

освітніх та інформаційних технологій. Слід додати, що предметні знання стають віддаленішими для студентів, вони, а також фахівці із закінченою вищою освітою все частіше користуються різноманітними пакетами програм. Тому для підтримки навчання вищої математики уже на молодших курсах передбачається ознайомлення студентів із використанням СКМ [8], такими як GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D, MAXIMA, Maple, Mathematica, MathCAD та ін.

В теорії лінійних технічних систем, що описуються диференціальними рівняннями зі сталими коефіцієнтами (наприклад, системою рівнянь  $dx/dt = Ax + Bu$ , тут і далі,  $x$ ,  $u$ , – вектори,  $A$ ,  $B$  – матриці), розглядають матриці вигляду  $e^{At}$  (інший запис –  $\exp(At)$ ). Тобто розглядається функція від матриці  $f(A) = e^{At}$ . Введення поняття функції від матриці не передбачено в програмі курсу вищої математики. Проте з цим поняттям необхідно ознайомити студентів, ввівши його під час навчання відповідного розділу математики та виконавши необхідні операції за допомогою, наприклад, СКМ MathCAD або Maple.

Нехай для функції  $f(A)$  має місце збіжний розклад:

$$f(A) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots$$

Тоді формальний запис  $f(A)$  будемо розуміти як матрицю:

$$\sum_{n=0}^N a_n A^n, \text{ де } A^0 = E - \text{одичина матриця.}$$

З наведеного слідує, що, наприклад, означити функцію  $e^A$  можна наступним чином:

$$e^A = E + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} A^k.$$

Під час розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь також можна ознайомити студентів із погано обумовленими матрицями та проблемою стійких до похибок обчислень алгоритмів. Для розв'язування важливої проблеми стійкості науковці пропонують теорію інорних перетворень матриць. Теорія інорів знайшла застосування у математиці, механіці, інформаційних технологіях та інших галузях знань. За допомогою СКМ студенти ознайомлюються з простими інорними перетвореннями квадратних матриць.

Наведені приклади є ілюстрацією можливостей знайомити студентів технічних ВНЗ із сучасними математичними теоріями, поняттями, методами, алгоритмами розв'язування рівнянь, взагалі із сучасним математичним апаратом, використання якого дозволяє описувати різноманітні явища та процеси.

Компетентність в галузі математичного моделювання може вважатися подвійною. Вона включає в себе "вміння аналізувати і працювати з існуючими моделями і здатність виконувати активне моделювання (це передбачає структурування об'єктів моделювання, що вивчаються, створення математичної моделі і аналіз математичних проблем, пов'язаних із математичним моделюванням, їх тлумаченням з точки зору математики, інтерпретацію результатів обчислень і дослідження валідності моделі, відстежування та контролю всього процесу моделювання)" [9, 10].

Комплексні числа використовуються у математичному моделюванні електричних кіл, якщо впливом є гармонічне коливання. На їх основі ґрунтується метод комплексних амплітуд, згідно з яким гармонічне коливання подається у вигляді вектора, що розкладається на дійсну та уявні компоненти. Тобто вектору ставиться у відповідність комплексне число. Хоча для вивчення комплексних чисел відводиться мало годин, викладач повинен розглянути подання комплексних чисел та дії над ними у різних формах.

Реалізація цих концептуальних положень опанування знаннями з математики розпочинається з використання і систематизації набутих знань та включення їх у більш широкий зміст, наприклад, фаховий предметний. Систематизація знань здійснюється уже на лекції, де студенти записують ключові моменти попередньої, упорядкувавши основні ідеї та нові прийоми, що будуть використовуватись. Викладач спонукує студентів до з'ясування та осмислення зв'язків нових знань з попередніми знаннями. Наприклад, під час вивчення умов Коші-Рімана, у випадку, коли комплексне число задано в алгебраїчній формі  $z = x + iy$ . На лекції, а потім і самостійно студенти розмірковують над запитанням про умови диференційованості функції комплексної змінної у випадку, коли її задано у показниковій чи тригонометричній формах, а аргумент задано у алгебраїчній формі.

За такого колективного обговорення студенти навчаються висловлювати власні думки з використанням мови та символів математики. Це надає впевненості студентам у обговоренні різних фахових проблем, що ґрунтуються на використанні математичного апарату, набувати досвіду у порівнянні і зіставленні математичних методів у процесі розв'язування практичних навчальних задач. Студенти усвідомлюють цінність абстрагування, оскільки це дозволяє використовувати один і той самий (або аналогічний) математичний апарат до розв'язування різних за змістом практичних задач. Так, наприклад, студенти усвідомлюють те, що диференціальні рівняння другого порядку застосовуються до моделювання системи згасаючих пружних коливань у механіці, а також до

моделювання коливальних контурів у галузі електроніки або до процесу розмноження, вимирання та співіснування популяцій тощо.

Під час вивчення функцій комплексної змінної доцільно повернутися до питань стійкості і стійкості у малому радіотехнічних систем чи електронних схем, що характеризувалися на інтуїтивному рівні під час вивчення диференціальних рівнянь. Важливі під час оцінювання процесу функціонування радіоелектронної апаратури і систем, вони набувають особливого значення в процесі аналізу чи синтезу радіоелектронних засобів та їх конструювання. Адже у цих випадках виробляється розуміння вимог та обмежень, що накладаються на радіоелектронні елементи, конструкцію і навіть методи розв'язування задач. Стійкість електронних схем є важливою для практики. Щодо точності і стабільності, то чим кращі ці параметри, тим кращим вважається радіоелектронний прилад, але відповідно він буде дорожчим. Тому необхідно намагатися збільшувати точність і стабільність систем лише в необхідних межах. Це потребує ґрунтовної теоретичної підготовки з математики.

Найчастіше оцінка стійкості здійснюється за допомогою критерію Рауса-Гурвіца. Проте, коли характеристичне рівняння високого степеня, під час застосування виникають суттєві труднощі стосовно обчислень. Застосовують також графоаналітичні критерії, але вони малоінформативні для оцінювання якості системи. Один із підходів до розв'язування цих проблем ґрунтується на використанні логарифмічної похідної  $\frac{d}{dp}(\ln|F(p)|)$  характеристичної функції  $F(p)$  лінійної системи

[12]. Часто у дослідженнях використовується функція  $R(\omega) = \operatorname{Re} \frac{F'(i\omega)}{F(i\omega)}$ , де  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\omega$  – частота.

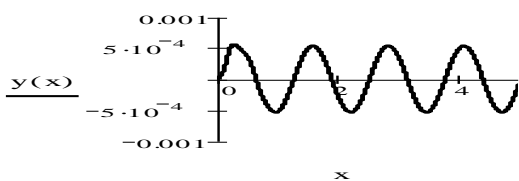
Функцію  $R(\omega)$  можна подати у вигляді 

Студентам пропонується лінійне диференціальне рівняння або відповідна система диференціальних рівнянь, за якою описують динаміку системи та знайомляться із структурною схемою системи. Студенти самостійно записують характеристичне рівняння та характеристичну функцію системи диференціальних рівнянь. Далі, застосувавши СКМ, студенти виконують дії згідно наведеного алгоритму та будують графіки у системах координат  $(\omega, R(\omega))$  і  $(U(\omega), V(\omega))$ , за графіками аналізують стійкість лінійної стаціонарної систем.

Приклад. Коливання в середовищі з опором  $h$ , частотою власних коливань системи  $\omega$ , частотою збурювальної сили  $\nu$ , коли збурювальна сила періодична і має вигляд  $f(t) = h \sin(\nu t)$  описується через диференціальне рівняння

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2h \frac{dy(t)}{dt} + \omega^2 y(t) = h \sin(\nu t)$$

Що можна сказати про амплітуду коливного руху, коли опір  $h$  достатньо малий, а частота  $\nu$  збурювальної сили наближається до частоти  $\omega$  власних коливань системи? Проведемо дослідження, використавши математичний пакет MathCAD. Застосувавши обчислювальний блок Given/Odesolve, будемо графік частинного розв'язку за умов  $h = 0.2$ ,  $\omega = 20$ ,  $\nu = 5$



Далі студенти будують графіки розв'язків рівняння для інших випадків, зокрема, коли частота  $\nu$  наближається до частоти  $\omega$  власних (вільних) коливань системи, роблять висновки щодо поведінки коливної системи.

Доведена ефективність розглянутої методики навчання щодо формування конкретних математичних компетентностей: знання та вміння стосовно розв'язування математичних задач за напрямом підготовки електро-радіотехніка.

Навчання математики у технічних ВНЗ традиційно здійснюється так, що переважна більшість спеціальних дисциплін вивчається на старших курсах. Багато майбутніх інженерів не вмотивовані, щоб вивчати курс вищої математики. А викладачі математики не завжди мають можливість застосовувати математичний апарат в інженерії. Це пов'язано з тим, що, як правило, існує великий розрив у часі між вивченням математики та спеціальних дисциплін. Одна з цілей створення нових методик навчання полягає у зменшенні часової відстані, по-перше, між різними темами курсу вищої математики та, по-друге, між розділами з математики та відповідними розділами спеціальних дисциплін.

### Список використаних джерел

1. Раков С. А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 – теорія і методика навчання інформатики / Сергій Анатолійович Раков ; Харківський нац. пед. ун-т ім. Г. С. Сковороди. – Харків, 2005. – 516 с.

2. Рамський Ю. С. Про роль математики і деякі тенденції розвитку математичної освіти в інформаційному суспільстві / Ю. С. Рамський, К. І. Рамська // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. – Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наукових праць / Редрада. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2008. – № 6 (13). – С. 12–16.
3. Жалдак М. І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики / М. І. Жалдак // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2003. – Вип. 7. – С. 3-16.
4. Заблоцька, О. С. Компетентнісний підхід як освітня інновація : порівняльний аналіз / О.С. Заблоцька // Вісник Житомирського державного університету. Випуск 40. – Серія : Педагогічні науки. – 2008. – С. 63-68.
5. Селевко, Г. Компетентности и их классификация / Г. Селевко // Народное образование. – 2004. – № 4. – С. 138-143.
6. Хуторской, А. В. Ключевые компетенции и образовательные стандарты /А. В. Хуторской // Интернет-журнал “Эйдос”. – 2002.
7. Пометун, О. І. Теорія та практика послідовної реалізації компетентнісного підходу в досвіді зарубіжних країн / О. І. Пометун // Компетентнісний підхід у сучасній освіті : світовий досвід та українські перспективи : Бібліотека з освітньої політики ; під заг. ред. О. В. Овчарук. – К. : К.І.С., 2004. – С. 15-24.
8. Михалевич В.М. Maple. Комп'ютерна підтримка курсу вищої математики в технічному вузі. Ч. 1. Лінійна й векторна алгебра. Аналітична геометрія. Навч. посібник / В.М. Михалевич. – Вінниця: ВНТУ, 2004. – 111 с.
9. Alpers B. A Framework for Mathematics Curricula in Engineering Education. A Report of the Mathematics Working Group. – Brussels: European Society for Engineering Education, 2013. – 88 p.
10. Niss M. Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. In A. Gagatsis, S. Papastravidis (Eds.), 3rd Mediterranean Conference on Mathematics Education, Athens, Greece: Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society. – 2003. – pp. 115-124.
11. Клочко В. І. Інформаційно-комунікаційні технології як засіб формування дослідницьких умінь студентів технічних університетів / В.І. Клочко, З. В.Бондаренко // Вісник ВПІ. – 2009. - №1. – С.102 – 106.
12. Мелкумян Д.О. Анализ систем методом логарифмической производной / Д.О. Мелкумян. – М.: Энергоиздат, 1981. – 112 с.

#### **Формирование математических навыков студентов технических вузов**

**Клочко В. И.**

**Аннотация.** В статье рассматривается методика формирования и развития математических компетентностей будущих инженеров с учетом того, что математика есть фундаментальной дисциплиной и теоретической базой изучения большинства инженерных дисциплин. Это требует осмысливания студентами содержания математических понятий и их технических аспектов и ограничений. Предполагается использование ИКТ для осваивания механизмов и закономерностей применения знаний, навыков и умений решения задач реального практического содержания. Сочетание освоения теоретических знаний и возможностей использования ИКТ в ходе решения задач, значительно повышает эффективность обучения.

**Ключевые слова:** составляющие системы математических компетентностей, СКМ.

#### **Formation of mathematical competencies of students of technical universities**

**Vitaliy Klochko**

**Annotation.** In the article discusses methods of formation and development of mathematical competencies of future engineers, carried out in view of the fact that mathematics is both a fundamental discipline and theoretical base and means of studying most engineering disciplines. This implies the awareness of students of the contents of mathematical concepts and their technical aspects and limitations. The technique involves the use of ICT, allowing you to master the mechanisms and laws of application knowledge, master the skills and skills to solve the problem of the real the practical content. This combination of theoretical knowledge and possibilities of ICT during the solving, significantly increases the efficiency of it, if the use of ICT will be systematic and not fragmented.

**Keywords:** the components of mathematical competencies of future engineers, ICT.

**УДК 378:004**

**Кобильник Т. П.**

Дрогобицький державний педагогічний університету імені Івана Франка

#### **Методичні аспекти навчання регресійного аналізу з пакетом R**

**Анотація.** Методи регресійного аналізу використовуються в різних галузях науки, зокрема в психолого-педагогічних дослідженнях, для визначення вигляду залежностей між досліджуваними ознаками. Для проведення регресійного аналізу у статті використано вільно поширюваний статистичний пакет R. У статті наведено переваги використання пакету R для опрацювання експериментальних даних. На конкретному прикладі показано побудову та дослідження парної