

163

6181-

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР
КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ им. А. М. ГОРЬКОГО

Валентина Ивановна ЛЫСЕНКО

РОЛЬ ГРАФИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА
В ФОРМИРОВАНИИ ЗНАНИЙ И НАВЫКОВ
У УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ
В IV—VIII КЛАССАХ

(Диссертация написана на украинском языке)
(13.00.02 — методика преподавания математики)

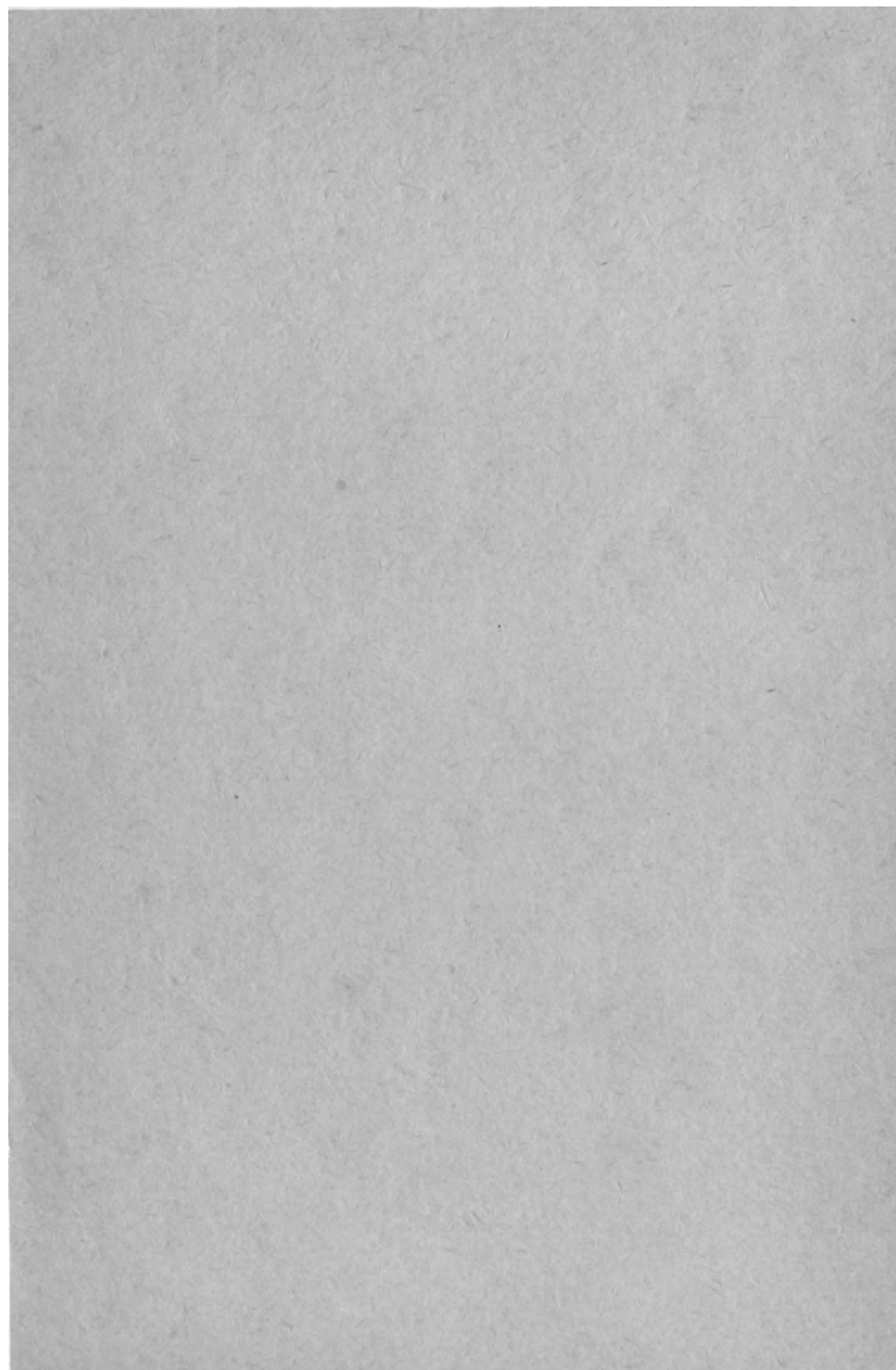
Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук по методике
математики

НБ НПУ
імені М.П. Драгоманова



100313374

Киев — 1972



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР
КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ им. А. М. ГОРЬКОГО

Валентина Ивановна ЛЫСЕНКО

РОЛЬ ГРАФИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА
В ФОРМИРОВАНИИ ЗНАНИЙ И НАВЫКОВ
У УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ
В IV—VIII КЛАССАХ

(Диссертация написана на украинском языке)
(13.00.02 — методика преподавания математики)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук по методике
математики

Киев — 1972

Говорят: один рисунок стоит тысячи слов. Возможно, это гипербола. Однако человек, владеющий графическим языком, в результате чтения рисунка может получить значительные сведения о предмете. В настоящее время схемы, таблицы, графики широко применяются в различных теоретических курсах, в учебном процессе, инженерной практике. В условиях научно-технического прогресса проблема графического представления информации приобретает особое значение. В связи с этим изменяются требования к уровню подготовки учащихся, к их умению читать и самостоятельно строить разного рода рисунки.

В предисловии к проекту новой программы по математике подчеркивается необходимость сочетания «...повышения логического уровня преподавания с его возможно большей наглядностью...» (МШ-67, 1, 5). Программа по математике не только создает возможности, но и требует более раннего использования общепризнанных традиционных и новых видов графических средств: шкал, диаграмм, графиков, таблиц, схем Эйлера, схем классификации, графов. Изменение толкования некоторых традиционных вопросов, последовательности и времени их изучения, ознакомление учащихся с элементами современной математики обязывают пересмотреть методику применения невербальных средств в условиях современной школы и расширить их арсенал путем включения некоторых новых видов.

Перечисленные выше виды рисунков не исчерпывают все многообразие символического языка. В математике значительное место занимает буквенная, теоретико-множественная, логическая символика и др. Для различия этих символов от схем, шкал, диаграмм, графиков последние называют графической наглядностью или графическим материалом, или графическими средствами. В связи с этим одним из видов символического языка в математике выступает графический. Сознательное усвоение синтаксиса и семантики этого языка позволяет пользоваться им как средством выражения математических утверждений и ситуаций.

Вопросы применения символического языка в преподавании математики неоднократно обсуждались на международных конференциях по вопросам математического образования.

Участники конференций пришли почти к единодушному мнению, что учащиеся с интересом выражают свои мысли не только словами, но и графически. Обоснование роли и места графического языка при обучении математике — одна из важных дидактических проблем на современном этапе развития школы.

Значительное внимание использованию графических средств в учебном процессе уделяется в психолого-педагогической литературе. Психологическую основу восприятия учащимися графических наглядных пособий изучали Е. Н. Кабанова-Меллер, Н. А. Менчинская, А. Н. Леонтьев, Е. И. Игнатьев, Л. В. Занков, В. Н. Зыкова, М. Е. Боцманова, Е. М. Кудрявцева и др. В общедидактическом плане этот вопрос исследовали П. Н. Конобеевский, О. М. Ясько, Д. Г. Судейченко, Л. С. Нечепоренко, Т. В. Болгова и т. д. В методическом плане применение графических средств при изучении физики, химии, черчения, машиноведения исследовали Л. И. Резников, В. В. Фельдт, Б. Ф. Ломов, И. Ф. Тесленко, В. Е. Михайленко и др.

Отдельные аспекты вопроса применения графических средств при обучении математике нашли отражение в диссертациях Е. М. Васильевой, С. И. Збарского, М. В. Злобиной, Е. С. Ли, В. П. Черепкова, В. М. Петрова, М. М. Тоненковой и др. Но почти во всех этих исследованиях основное внимание уделяется методике применения графиков функций. Только в диссертации М. М. Тоненковой обосновано место и роль схем Эйлера и графов при обучении математике в I—III классах. Преобладающее большинство указанных исследований соответствует традиционной программе. В них не нашли освещения вопросы использования в IV—VIII классах новых видов графических средств, недостаточно исследована эффективность различных видов работы с графическим материалом, поскольку из всех приемов работы авторы рассматривали построение и чтение графических моделей понятий и не уделяли достаточного внимания использованию графического материала для формирования навыков двустороннего переноса приемов работы.

В условиях современной школы возникла необходимость изучения целесообразности расширения арсенала графических средств, обоснования места и содержания упражнений графического характера, исследования наиболее эффективных приемов работы с графическим материалом, разработки методики

обучения учащихся приемам работы, играющих основную роль в формировании знаний и навыков у учащихся IV—VIII классов. В предлагаемой диссертации сделана попытка решения этих задач.

В связи с тем, что арсенал графических средств, которые можно применять в преподавании математики, достаточно широк, в одном исследовании не представляется возможным решение вопроса об эффективности применения всех их видов. Поэтому мы ограничились исследованием роли шкал, диаграмм, графиков, схем Эйлера, схем классификации и графов в формировании знаний и навыков, обоснованием содержания, роли и места их при обучении арифметике и алгебре, раскрытием возможностей применения графических средств при изучении других дисциплин.

Критериями отбора графических средств были следующие: возможность систематического применения их при изучении узловых вопросов математики в восьмилетней школе; эффективность формирования знаний и навыков с помощью графических средств; необходимость введения с точки зрения общеобразовательных и практических целей; преимущество в использовании графических моделей при расширении понятий, изучении других разделов и дисциплин.

Для решения поставленной нами задачи необходимо было:

1) изучить пути и формы использования графических средств в отечественной и зарубежной учебно-методической литературе по математике для средних учебных заведений;

2) изучить психолого-педагогические основы эффективности применения графической наглядности в учебном процессе;

3) проанализировать состояние графических знаний, умений и навыков учащихся восьмилетней школы и установить причины недостаточной эффективности их применения;

4) обосновать приемы работы с графическим материалом, играющие основную роль в формировании знаний и навыков, разработать методику обучения учащихся этим приемам;

5) разработать методику внедрения (традиционных и новых видов) графических средств в IV—VIII классах;

6) разработать наиболее целесообразную систему упражнений графического характера, способствующих сознательному усвоению узловых вопросов математики и экспериментально проверить эффективность предложенной системы упражнений и методики ее внедрения.

Диссертация написана на основании анализа психолого-педагогической и учебно-методической литературы, собственного опыта работы автора в средней школе (4 года) и в пединституте (9 лет), исследований, проведенных автором в 1968—1972 гг., изучения опыта работы лучших учителей математики.

Обучающий эксперимент проводили в 1970—1972 гг. учителя П. П. Моисеенко, Н. И. Грищенко (Цюрупинская средняя школа Херсонской области), Л. Г. Лянсберг (Б.-Александровская средняя школа № 1 Херсонской области), Н. А. Кислица, В. С. Новицкая, Л. Г. Гавриленко (Херсонская средняя школа № 20), Ю. И. Малеваный, Н. Ф. Голюк (Киевская средняя школа № 92), Е. Н. Маслюкова (Киевская средняя школа № 129). Диссертантом проведены исследования в школе юных математиков при Херсонском государственном педагогическом институте им. Н. К. Крупской, в летнем математическом лагере при станции юных техников г. Херсона.

Предлагаемая диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, приложения и библиографии.

Во введении аргументируется актуальность рассматриваемых вопросов, формулируются задачи исследования и методы их решения.

В процессе работы над диссертацией были изучены результаты исследования психологов и дидактов по вопросу использования в учебном процессе средств наглядности, в том числе и графических, наиболее эффективные формы сочетания слова и средств наглядности, роль графического материала в обучении учащихся обобщенным приемам учебной работы.

Указанными выше положениями психолого-педагогических исследований мы руководствовались при написании последующих разделов диссертации и формулировании методических рекомендаций. Эти положения отражены в первом параграфе первой главы «Психолого-педагогические основы использования средств наглядности».

Изучение истории вопроса в значительной степени помогает установить значение его в учебном процессе, особенности постановки его в современных условиях, наметить пути наиболее эффективного решения. В связи с этим нами проанализирована учебно-методическая литература, начиная с конца XIX века, под углом зрения использования графических средств в учебном процессе. Эти вопросы нашли отражение во втором

параграфе первого раздела «Анализ отечественной учебно-методической литературы с точки зрения применения графических средств при изучении узловых вопросов математики в восьмилетней школе.

В результате анализа учебно-методической литературы установлено, что в начале XX века уделялось значительное внимание упражнениям графического характера. Особый интерес представляют пособия К. Ф. Лебединцева с точки зрения использования графических средств при рассмотрении узловых вопросов школьной математики.

Определенное внимание вопросу применения графических средств в учебном процессе уделено в рабочих книгах М. Михаловского, В. Г. Фридмана, М. Ф. Кравчука и др.

Однако в 40—50-х гг. развития советской школы в учебной литературе наблюдается значительный спад в применении графических средств и упражнений графического характера. Изложение материала в стабильных учебниках носило формальный характер. Недопустимость такого положения понимали передовые математики и методисты — А. Я. Хинчин, В. Л. Гончаров, П. С. Александров и др., которые в своих работах разъясняли роль различных графических средств в формировании понятий и сознательном усвоении учащимися узловых вопросов.

Начиная с 1954 г. графические средства вновь занимают определенное место в учебной литературе при рассмотрении узловых вопросов. Вместе с тем, методисты В. В. Репьев, К. С. Барыбин, Д. М. Маергойз, С. Е. Ляпин, Г. П. Бевз, Е. С. Дубинчук и др. указывали на неиспользованные возможности их в учебном процессе.

Качественно новыми выступают нагрузка и дидактическое назначение графических упражнений в пробных и новых действующих пособиях. Значительно возросло их количество. Однако не все виды графических средств, играющих положительную роль в усвоении знаний учащимися, находят применение в учебной литературе, некоторые из них используются эпизодически, не всегда соблюдается преемственность в применении традиционных графических моделей понятий, в значительной мере остались неиспользованными возможности графических средств в формировании навыков переноса знаний на решение теоретических и практических задач и др.

На современном этапе перестройки школьного математического образования заслуживает внимания критическое изуче-

ние опыта зарубежной школы. Намп изучен опыт внедрения графических средств в школах ГДР, Англии, Франции, Бельгии. Эти вопросы нашли отражение в третьем параграфе первой главы «Анализ зарубежной учебно-методической литературы по вопросу применения графических средств при обучении математике».

Следует заметить, что на современном этапе развития зарубежной школы имеют место два направления в применении графического материала: 1) разумное сочетание традиционных видов графических средств и некоторых новых, в частности, схем Венна и графов; 2) широкое применение схем Эйлера, Венна, графов и недостаточное внимание к использованию шкал, диаграмм, графиков.

Отдельные виды графических моделей понятий, встречающихся в зарубежной учебно-методической литературе, довольно интересны и могут быть использованы в отечественной школе. Однако система графических упражнений должна быть создана в соответствии с принципами и методами обучения в советской школе.

Во второй главе — «Исследование эффективности различных приемов работы со шкалами, диаграммами и графиками в IV—VIII классах современной школы» — излагаются основные теоретические положения о каждом виде графических средств; исследуется их роль в формировании знаний и навыков; раскрываются возможности более эффективного использования шкал, диаграмм и графиков в условиях современной школы; обосновано содержание упражнений графического характера в курсе математики IV—VIII классов, основные приемы работы с графическим материалом и методика обучения учащихся этим приемам.

Практика работы школы свидетельствует о том, что сознательное применение учащимися графических средств при решении более сложных или нестандартных задач невозможно без серьезной работы над усвоением синтаксиса и семантики графического языка и наличия системы упражнений на их закрепление. В диссертации уделяется значительное внимание этому вопросу при рассмотрении каждого вида графических средств.

Эффективность обучения математике зависит от усвоения учащимися понятий. В. В. Репьев указывал, что от качества усвоения понятий в значительной степени зависит полнота, глубина, основательность знаний и даже качество умений и

навыков. В связи с этим в работе раскрывается роль графических средств в формировании понятий и решении задач.

В первом параграфе второй главы «Роль шкал в формировании понятий и выработке навыков решения задач» раскрывается значение шкал и методика их применения при формировании понятий «координата точки», «противоположные числа», «модуль числа», «действие сложения чисел», «дробь» и «дробное число» и др. Обращается внимание на усвоение понятий конечной и бесконечной, равномерной и неравномерной шкал, установление в них общего и отличного. Это способствует развитию таких приемов мышления, как анализ и обобщение.

Для того, чтобы шкалы служили средством при изучении отдельных вопросов, необходимо добиться четкого усвоения основных их атрибутов. Способствует этому система упражнений, при решении которой основными приемами работы есть чтение шкал, их усовершенствование и самостоятельное построение. В диссертации приведены образцы таких вопросов и задач. Систематическое решение взаимно обратных упражнений графического характера способствует более глубокому усвоению понятий и выработке навыков самостоятельного применения шкал.

Эффективность применения шкал в значительной степени зависит от последовательности обучения учащихся основным приемам работы. Например, для повышения эффективности восприятия учащимися понятий «дробь» и «дробное число» бесконечные шкалы целесообразно использовать при формировании этих понятий в такой последовательности: 1) предложить изобразить на луче множество чисел, среди которых есть равные (учащиеся приходят к выводу, что равным числам соответствует одна точка на луче); 2) установить: а) сколько разных чисел отмечено на луче? Назвать целые числа; б) сколько дробей использовано для записи одного из них? Назвать еще две дроби, служащие записью того же числа. Можно ли назвать все такие дроби? и т. д.

Решение аналогичных упражнений в IV—V классах готовит учащихся к усвоению того, что одно число можно записать в разных формах, дроби используются для записи целых и дробных чисел, что пересечение множеств целых и дробных чисел есть пустое множество, а их объединение образует множество рациональных чисел и др.

Конечные и бесконечные шкалы являются удачным сред-

ством не только формирования понятий, но и решения многих задач, в частности уравнений и неравенств вида $|x-a|=b$, $|x-c| \geq d$. В исследовании подчеркивается необходимость систематического решения взаимно обратных упражнений графического характера с использованием шкал, начиная с IV класса, обращается внимание на соблюдение принятых условностей относительно графической интерпретации различных числовых промежутков, обосновывается место таких упражнений, указаны их образцы.

Проведенные исследования подтвердили, что залогом глубокого усвоения учащимися неравномерных шкал и приемов работы с ними служит соблюдение единой последовательности в изучении конечных и бесконечных, равномерных и неравномерных шкал, их сопоставление, установление в них общего и отличного, существенного и несущественного. В диссертации раскрыты приемы работы учителя, способствующие прочному усвоению учащимися существенных признаков шкал и выработке навыков самостоятельного их применения при изучении других разделов и дисциплин.

В «Приложении» указано, при рассмотрении каких вопросов целесообразно предлагать учащимся упражнения, для решения которых необходимо применение шкал.

Учение о функции является одной из центральных линий школьного курса математики. В связи с тем, что систематическое изучение функций в школе начинается на более раннем этапе обучения, основным методом установления их свойств является графический. Это предъявляет повышенные требования к формированию графических знаний, умений и навыков у учащихся еще в период функциональной пропедевтики. Умение максимально подчинить выбор формы изображения понятий решению поставленной задачи обуславливается развитием математического мышления учащихся. Эффективность формирования навыков чтения различных видов графических моделей понятий в значительной степени зависит от развития разговорной и математической речи. Положительную роль в этом отношении играют диаграммы сравнения и изменения значений переменных. В учебной и методической литературе находят применение в основном диаграммы сравнения. Не уделяется достаточного внимания формированию у учащихся навыков наиболее целесообразного выбора формы изображения, культуре оформления, использованию диаграмм как средства решения некоторых задач. Во втором параграфе второй

главы «Диаграммы как средство развития математического мышления и речи учащихся» приведена сравнительная характеристика целесообразности применения различных видов диаграмм, раскрыты основные приемы работы с ними, обосновано место упражнений, при решении которых имеет смысл пользоваться диаграммами, последовательность формирования умений и навыков, указаны требования, которым должны удовлетворять диаграммы сравнения или изменения переменных и др. Обращается внимание на необходимость обучать учащихся чтению различных диаграмм, поскольку они механически переносят навыки чтения шкал на чтение диаграмм. В результате чтение диаграмм сводится к определению значений переменных. Соблюдение теоретико-множественного подхода к чтению диаграмм позволяет избежать трудностей, с которыми встречаются учащиеся, в частности, когда на поставленный вопрос нельзя дать утвердительный ответ.

Обучение учащихся построению и чтению шкал позволяет уже в IV классе не только читать, но и самостоятельно строить диаграммы сравнения. Это дает возможность более длительный период формировать графические навыки, показать применение шкал в новых условиях.

Проведенные исследования подтвердили целесообразность внедрения в практику работы школы линейных диаграмм в системе координат. Они имеют ряд преимуществ над диаграммами сравнения, поскольку позволяют выполнять графическую интерполяцию, показывают тенденции изменения, от них осуществляется более естественный переход к построению графиков, чем от столбчатых. Применение линейных диаграмм в системе координат позволяет на материале задач и без употребления функциональной терминологии готовить учащихся к осознанию впоследствии таких положений: 1) непрерывность или дискретность графика в большинстве случаев обуславливается областью определения функции; 2) значение функции в точке характеризует ордината соответствующей точки координатной плоскости; 3) если область определения функции есть конечное множество, то график в системе координат представляет собой конечное множество точек. Введение вертикального разрыва координатной плоскости, предлагаемого в диссертации, позволяет сохранить принятые условности относительно обозначения начала прямоугольной декартовой системы координат и градуировки шкал, готовит учащихся к сознательному усвоению преобразований координат.

Как показал эксперимент, основные положения о целесообразности применения различных видов диаграмм доступны учащимся IV—V классов. Систематическое, целенаправленное использование диаграмм позволяет развивать у учащихся такие приемы мышления, как анализ, сравнение, сопоставление; способствует развитию разговорной речи, усовершенствованию навыков графических вычислений, готовит учащихся к чтению графиков функций. Основные сведения о различных видах диаграмм могут быть раскрыты на материале задач, в которых необходимо сравнить последовательность значений переменных или показать их изменение на заданном конечном множестве. В диссертации построение диаграмм выступает как применение шкал к решению практических задач. Использование шкал делает ненужными надписи на столбиках, позволяет применять полученные знания о шкалах при изучении диаграмм, значительно сократить время, необходимое для построения диаграммы, расширить диапазон применения каждой из них: для чтения, для составления задач и пр. Все это повышает эффективность процесса обучения.

В «Приложении» указано, при изучении каких вопросов школьного курса математики целесообразно применять диаграммы.

В третьем параграфе второй главы «Эффективность использования графиков в курсе математики современной восьмилетней школы» раскрываются неиспользованные возможности графических средств при формировании понятия функции, изучении и систематизации свойств функций, решении задач. Обращается внимание на необходимость формирования у учащихся сочетания таких навыков: называть свойства функций, записывать их аналитически и показывать на графике. Залогом прочного усвоения учащимися графической интерпретации существенных признаков функций является соблюдение единого подхода к изучению свойств основных функций, рассматриваемых в курсе математики VI—VIII классов.

Выработке таких приемов мышления, как сравнение, сопоставление, обобщение, способствует применение «графиков с накладками», начиная с V класса. Суть их состоит в следующем: на листе бумаги строится график одной функции, на листе кальки, в том же масштабе, строится график другой функции. После установления свойств каждой функции кальку накладывают на лист бумаги (оси координат при этом

должны совпадать), и учащиеся сопоставляют отдельные свойства. Это позволяет руководить процессом восприятия, предохраняет от рассеивания внимания, которое наблюдается при чтении учащимися нескольких графиков, построенных в одной системе координат. Принцип устройства графиков с накладками близок к устройству магнитных досок, однако их изготовление более экономично, доступно не только учителю, но и учащимся. В диссертации обоснованы роль и место применения «графиков с накладками», раскрыты возможности их использования и изготовления в виде демонстрационных пособий и раздаточного материала при изучении узловых вопросов математики.

В учебно-методической литературе по алгебре различают графические упражнения на чтение и построение графиков. Однако такое деление нельзя считать полным, поскольку здесь не учтены упражнения на обоснование или опровержение графиков, воспроизведения функций по заданному графику. В диссертации приведены образцы таких упражнений. Целенаправленное и систематическое их решение способствует глубокому усвоению существенных признаков рассматриваемых функций.

Известно, что знания усваиваются лучше, если они используются в новых условиях и ситуациях, а новые знания органически сочетаются с полученными ранее. Важную роль в этом отношении играет преемственность в использовании графических средств обучения. Этому вопросу в работе уделено значительное внимание. Приведенные там образцы упражнений графического характера направлены на формирование знаний и навыков и применение их при решении нестандартных, более сложных задач или задач прикладного характера в V—VIII классах.

В «Приложении» указано, при изучении каких вопросов целесообразно применять графики.

Третья глава — «Роль классификационных схем, схем Эйлера и графов в формировании знаний и навыков и повышении математической культуры учащихся IV—VIII классов» — посвящена исследованию роли схем в формировании знаний и навыков, обоснованию места и разработке методики их внедрения в практику работы школы. Из всего многообразия схем здесь рассмотрены схемы Эйлера, классификационные схемы и графы. Приведены краткие теоретические сведения

о каждом виде схем, указаны некоторые различия схем Эйлера и Венна.

Проведенные нами исследования подтверждают, что для формирования умений и навыков применения схем необходимы правильная организация обучения и достаточное количество упражнений графического характера. Чтобы повысить эффективность применения схем при усвоении существенных признаков понятий, необходимо обучать учащихся специальным приемам работы со схемами.

В первом параграфе третьей главы «Исследование эффективности использования схем Эйлера и классификационных схем в формировании знаний и навыков у учащихся» рассмотрены такие виды работы со схемами Эйлера и классификационными схемами: чтение, обоснование или опровержение, усовершенствование схем, завершение построения и самостоятельное построение. Эффективность формирования навыков построения схем повышется, если сначала предлагать учащимся упражнения в перечисленной последовательности, а затем практиковать решение взаимно обратных упражнений со схемами. При этом схемы, предложенные для чтения, выступают как образцы правильного их выполнения.

Применение схем Эйлера помогает выработать у учащихся такие приемы мышления, как анализ, сопоставление, абстрагирование, обобщение. Формированию таких приемов способствует в частности решение задач, у которых меняется иллюстративный материал, а условие задачи сохраняется. Соблюдение постепенного перехода от конечных к бесконечным, от конкретных к абстрактным множествам, сопоставление схемы и аналитической записи задачи способствует перенесению умений и навыков на решение новых задач.

Схемы Эйлера играют положительную роль в формировании теоретико-множественных понятий, систематизации знаний о числе, функции, геометрических фигурах и т. п. Если учащийся называет, допустим, подмножество данного множества и показывает графическую интерпретацию отношений между ними, то это свидетельствует не только о сознательном усвоении материала, но и о развитии абстрактного мышления.

Формированию навыков построения и чтения схем способствует система упражнений такого характера: А — множество чисел, кратных 3; В — множество чисел, кратных 5. Изобразить графически и обозначить каждое из полученных мно-

жеств. Какому множеству принадлежат числа: а) 9; 21, 48? б) 10; 20; 40; 55? в) 30; 45; 60? Сформулировать характеристический признак элементов каждого из полученных множеств. Решение аналогичных упражнений готовит учащихся к усвоению понятия необходимых и достаточных условий.

В работе обоснованы место и содержание упражнений, при решении которых целесообразно использовать схемы Эйлера, приведены образцы таких упражнений. Представление о том, при изучении каких вопросов математики восьмилетней школы имеет смысл пользоваться схемами Эйлера, дает приведенная ниже таблица.

Предмет, класс	Четверть	Содержание материала
Математика, V класс	I, II, IV	Положительные и отрицательные числа
	III	Делимость натуральных чисел
	IV	Обыкновенные дроби
Алгебра, VI класс	I	Выражение и множество его значений (систематизация знаний о числовых множествах)
	IV	Линейная функция
Алгебра, VII класс	II	Понятие о действительном числе
Геометрия, VI класс	III—IV	Треугольники
	IV	Четырехугольники
Геометрия, VII класс	I	Многоугольники

Применение классификационных схем способствует усвоению существенных признаков различных понятий. Знакомство с понятиями пересечения и объединения множеств позволяет обучать учащихся не только чтению схем, но и обоснованию или опровержению, усовершенствованию, дополнению, построению. Проведенные исследования показали, что после изучения операций над множествами в V классе учащихся целесообразно учить выполнять двучленное разбиение множества и представлять его в виде табличной (классификационной) схемы (рис. 1). Решение графических упражнений в указанной выше последовательности предохраняет от нагромождения

нескольких трудностей, способствует сознательному усвоению структуры и содержательного значения графических символов, позволяет пользоваться классификационными схемами не только при повторении, но и при объяснении материала.

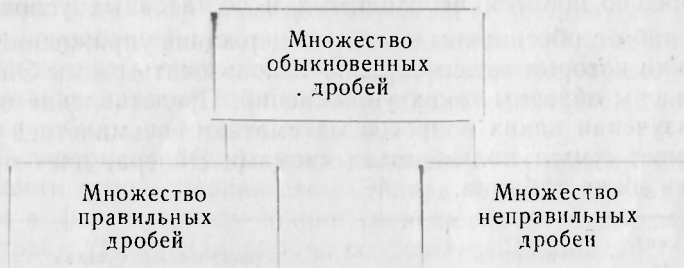


Рис. 1.

Выработке навыков сознательного применения классификационных схем способствует соблюдение принципа последовательного перехода от разбиения конечных множеств к бесконечным, от конкретных к абстрактным.

Глубокое усвоение учащимися двучленного разбиения множеств является залогом успешного выполнения любого разбиения или их совокупности (классификации). В связи с этим учащимся целесообразно рекомендовать упражнения такого характера: 1) можно ли утверждать, что схема, приведенная на рис. 1, воспроизводит разбиение множества обыкновенных дробей? 2) продолжить разбиение множеств, указанных на рис. 2.

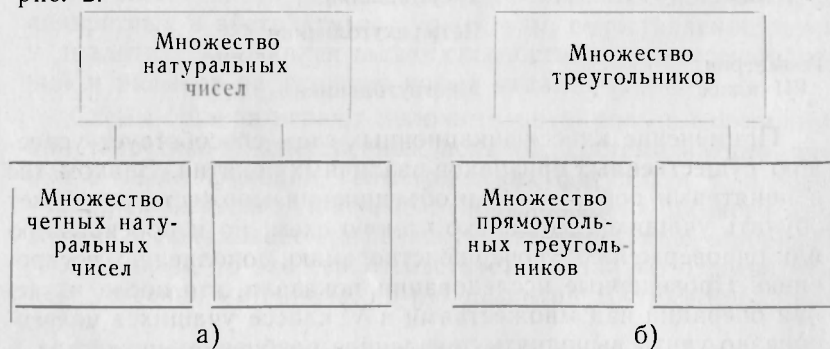


Рис. 2.

В диссертации приведены образцы графических упражнений на классификацию понятий, указаны возможности реше-

ния таких задач при изучении других разделов и дисциплины в урочное время и на кружковых занятиях, проанализированы ошибки учащихся и трудности, с которыми они встречаются, намечены пути их предупреждения и преодоления. Представление о том, при изучении каких вопросов целесообразно применять схемы классификации, дает приведенная здесь таблица.

Предмет, класс	Четверть	Содержание материала
Математика, V класс	I, II, IV III IV	Положительные и отрицательные числа Делимость натуральных чисел Обыкновенные дроби
Алгебра, VI класс	I I II III IV	Соответствие между множествами Выражения Одночлены Многочлены Уравнения и их системы
Алгебра, VII класс	I—IV I—III	Степенная функция. Квадратный трехчлен Уравнения
Геометрия, VI класс	III—IV IV	Треугольники Четырехугольники
Геометрия, VII класс	I	Многоугольники

В условиях современной школы все больше внимания уделяется изучению свойств отношений. В восьмилетней школе отношения изучаются в основном конкретно-индуктивным методом. Поэтому больше внимания должно быть уделено выработке навыков замечать и формулировать свойства конкретных отношений. Положительное влияние на выработку указанных навыков оказывают графы и таблицы с двумя входами. Во втором параграфе третьей главы «Графы как способ формирования знаний и развития математического мышления» раскрыты следующие приемы работы с графами и таблицами: чтение, обоснование или опровержение графа (таблицы) указанного отношения, завершение построения графа (таблицы), представления указанного отношения между элементами данного множества в виде графа (таблицы), установление по заданному графу свойств отношений, восстановление отношения между элементами указанного множества по предложенному графу. Эффективность самостоятельного

применения учащимися таблиц и графов в значительной степени зависит от последовательности обучения учащихся перечисленным приемам работы.

Экспериментальные исследования подтвердили целесообразность формирования навыков использования таблиц и графов в указанной выше последовательности. Особое внимание необходимо уделить обучению учащихся чтению графов и таблиц. Например, чтение графа, приведенного на рис. 3, целесообразно в IV—V классах проводить в таком плане: 1) назвать элементы множества; 2) прочесть (установить) отношение между элементами; 3) что значит, если из некоторых точек выходит несколько стрелок (в некоторые точки входит несколько стрелок, не входит ни одна стрелка)? 4) обосновать или опровергнуть каждую построенную стрелку на графе.

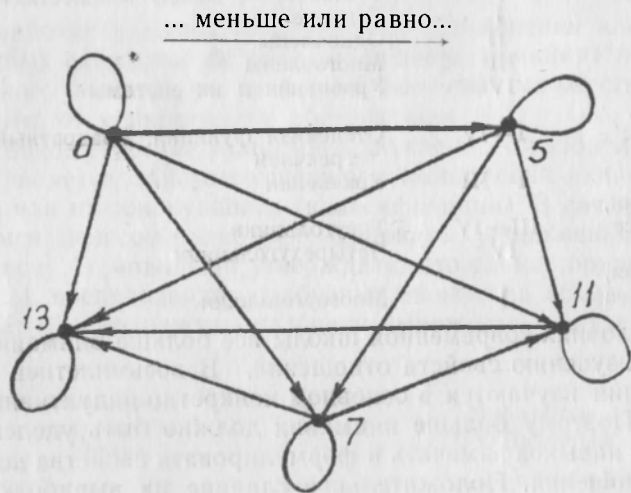


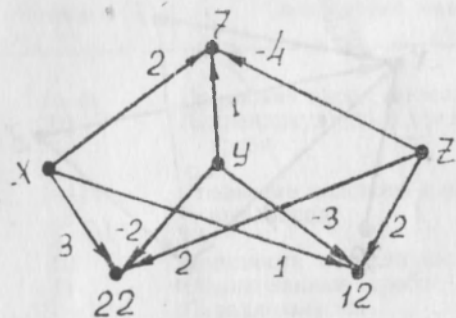
Рис. 3.

В диссертации раскрывается роль графов и таблиц с двумя входами в усвоении учащимися существенных признаков понятий, обосновывается место таких упражнений, приведены образцы некоторых из них, анализируются ошибки и трудности, с которыми встречаются учащиеся при использовании графов и таблиц, намечены пути их предупреждения. Отдельно рассмотрено применение ориентированных графов к решению систем линейных уравнений, особенно с тремя и четырьмя переменными. В работе раскрыты приемы обучения учащихся

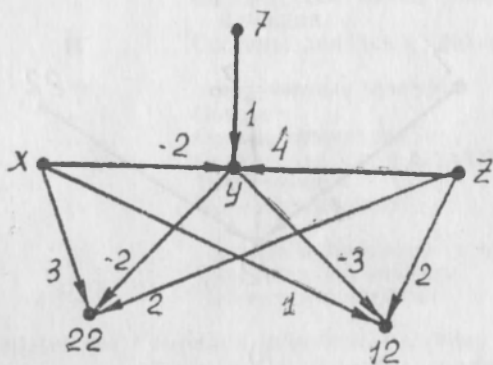
решению систем методом графов на кружковых и факультативных занятиях. Знакомство учащихся с минимумом теоретических сведений о графах, известным из научно-популярной литературы, позволяет учащимся, не владеющим методом Гаусса и правилом Крамера, играя, находить множество решений линейных уравнений и их систем. Например, для решения системы

$$\begin{cases} 2x + y - 4z = 7, \\ 3x - 2y + 2z = 22, \\ x - 3y + 2z = 12, \end{cases}$$

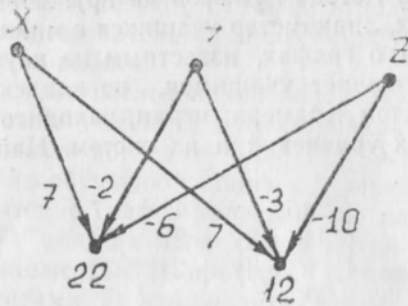
достаточно построить пять графов так, как показано на рис. 4, и записать три линейных уравнения с одной переменной для вычисления значения каждой из них.



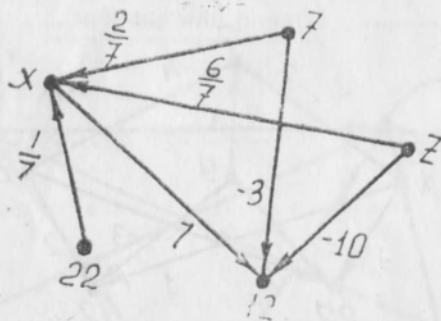
a)



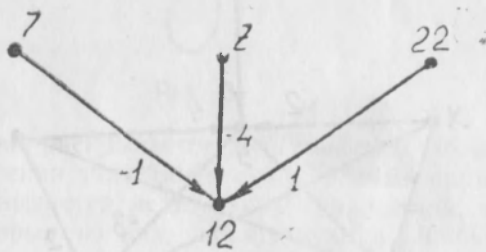
b)



в)



г)



д)

Рис. 4.

В работе приведены основные теоретические сведения о графах, раскрыты приемы работы учителя, обеспечивающие сознательное усвоение преобразований графов и выработку навыков применения полученных знаний при решении задач; анализируются трудности, с которыми встречаются учащиеся; указаны пути предупреждения типичных ошибок; приведены образцы упражнений. Вооружение учащихся такими умениями и навыками способствует математическому и общему их развитию. Метод графов успешно можно применять в физике, в частности, при решении задач с помощью законов Кирхгофа.

В приведенной здесь таблице перечислены узловые вопросы, при изучении которых целесообразно применение графов и таблиц в урочное время и на кружковых и факультативных занятиях.

Предмет, класс,	Четверть	Содержание материала
Математика, IV класс	I—IV III	Сравнение чисел, отрезков, углов Перпендикулярные прямые. Десятичные дроби
Математика, V классе	I—IV	Сравнение положительных и отрицательных чисел
Математика, V класс	III IV III—IV IV	Делимость натуральных чисел Обыкновенные дроби Параллельность Симметрия
Алгебра, VI класс	I IV	Соответствия между множествами. Функция Системы линейных уравнений
Геометрия, VI класс	II II—III II—III III—IV IV IV	Конгруэнтные фигуры Поворот Осевая симметрия Параллельность и параллельный перенос Треугольники Четырехугольники
Геометрия, VII класс	II II—III III—IV	Прямые и плоскости в пространстве Вращения и повороты Подобие и гомотетия

В «Приложении» приведен перечень узловых вопросов математики восьмилетней школы и указаны графические средства, применение которых способствует повышению качества

знаний учащихся, эффективности процесса обучения.

Проведенное исследование позволило сделать следующие выводы:

1. Сознательное применение графических средств при изучении узловых вопросов школьного курса математики невозможно без основательной работы по усвоению структуры графического языка и содержательного значения каждого его символа. Система подготовительных упражнений должна быть направлена на решение, прежде всего, этих задач.

2. Чтение шкал, диаграмм, графиков, схем способствует развитию разговорной и математической речи учащихся. Целенаправленное и систематическое решение таких упражнений облегчает понимание учащимися изучаемых понятий, помогает формировать навыки самоконтроля.

3. Параллельное решение упражнений, предусматривающих чтение и построение рассмотренных выше видов символических рисунков, повышает эффективность формирования знаний и навыков у учащихся. Готовые рисунки служат образцом их правильного построения, а система вопросов к ним делает восприятие более содержательным и организованным.

4. Постепенное внедрение символических рисунков в практику школы, начиная с IV класса, их сравнение и сопоставление, выделение в них общего и различного, существенного и несущественного, способствует вооружению учащихся общими приемами учебной работы, творческому подходу к решению задач графическим методом.

5. «Графики с накладками» являются средством поэтапного формирования навыков сопоставления, сравнения, обобщения. Их применение в VI--VIII классах позволяет шире использовать графический метод решения систем уравнений и неравенств, подготовить учащихся к систематизации свойств функций.

6. Использование схем Эйлера, схем классификации, графов способствует развитию таких приемов умственной деятельности, как анализ, абстракция, обобщение.

7. Навыки самостоятельного применения символических рисунков формируются эффективнее, если обучать учащихся таким видам работы с ними: чтению рисунков, обоснованию или опровержению, усовершенствованию, завершению построения рисунка, воспроизведению понятий по соответствующему рисунку, самостоятельному их построению.

8. Использование графических средств при решении неко-

торых нестандартных задач и задач повышенной трудности не только облегчает процесс отыскания решений задачи, но и способствует развитию интереса к математике, творческого подхода к решению задач.

Результаты проведенных экспериментов убеждают нас в том, что систематическое применение графических средств, согласно указанным в диссертации рекомендациям, способствует более эффективному формированию знаний и навыков у учащихся, развитию их математического мышления и речи.

О результатах исследований диссертант докладывал на научных конференциях преподавателей Херсонского педагогического института им. Н. К. Крупской, на республиканском научно-методическом семинаре при кафедре элементарной математики и методики преподавания математики Киевского педагогического института им. А. М. Горького, в отделе математики Научно-исследовательского института педагогики УССР. По теме диссертации автор выступал с докладами и лекциями на областных педагогических чтениях (Херсонская область), городских и районных конференциях учителей математики, на областных и республиканских курсах усовершенствования квалификации учителей математики при Херсонском педагогическом институте им. Н. К. Крупской (1968—1972 гг.), на семинарах завучей и методистов при Центральном институте повышения квалификации учителей (г. Киев, 1971 г.). Сообщения получили одобрения.

Основные результаты исследований опубликованы в следующих работах:

1. Некоторые вопросы методики применения диафильмов и кинофильмов на уроках математики, сб. «Методика викладання математики», вып. 4, К., «Радянська школа», 1968, на укр. языке.

2. Графические средства при изучении математики в V классе, ж. «Радянська школа», 1971, № 11, на укр. языке.

3. Использование графических средств при формировании понятий «дробь» и «дробное число», сб. «Методика викладання математики», вып. 8, К., «Радянська школа», 1972, на укр. языке.

4. Об использовании графических средств при изучении математики в V классе, ж. «Математика в школе», 1972, № 2.

5. Таблицы по математике для V класса, Учебно-наглядные пособия, К., «Радянська школа», 1972 (в соавторстве с Ю. И. Малеваным).

