УДК 378 **Н. В. Кугай**

ПРОПЕДЕВТИКА МЕТОДОЛОГІЧНИХ ЗНАНЬ У ПЕРШОКУРСНИКІВ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

Резюме. У статті обґрунтовується необхідність пропедевтики методологічних знань у першокурсників. Висвітлюється масив необхідних методологічних знань: група загальнонаукових термінів, знання про структуру знань, методи пізнання, конкретнонаукові методологічні знання. Розглядаються шляхи включення цих методологічних знань у навчальний матеріал з математичних дисциплін.

Ключові слова: пропедевтика, методологічні знання, аналітична геометрія, першокурсники, математичні дисципліни.

Резюме. В статье обосновывается необходимость пропедевтики методологических знаний у первокурсников. Высвечивается массив необходимых методологических знаний: группа общенаучных терминов, знание о структуре знаний, методы познания, конкретнонаучные методологические знания. Рассматриваются пути включения этих методологических знаний в учебный материал по математическим дисциплинам.

Ключевые слова: пропедевтика, методологические знания, аналитическая геометрия, першокурсники, математические дисциплины.

N.Kuhai. PROPAEDEUTICS OF METHODOLOGICAL KNOWLEDGE FOR A FIRST-YEAR STUDENT IN THE LEARNING PROCESS OF MATHEMATICAL DISCIPLINES.

Summary. The article substantiates the necessity of propaedeutics of methodological knowledge for a first-year student. It is proposed an array of necessary methodological knowledge: the group of general terms, knowledge about the structure of knowledge, methods of knowledge, concretely scientific methodological knowledge. The ways of inclusion these methodological knowledge to the teaching material of mathematical disciplines are considered.

Key words: propedeutics, methodological knowledge, analytical geometry, first-year students, mathematical disciplines

Постановка проблеми. У довідковій літературі пропедевтика розглядається як: 1) скорочений виклад будь-якої науки в систематизованому вигляді, тобто підготовчий, вступний курс в яку-небудь науку, що передує більш глибокому і детальному вивченню відповідної дисципліни [5]; 2) попередні поняття, попередні приготування, роз'яснення до якоїсь науки; вступ в науку [8]. У контексті нашого дослідження розглядатимемо пропедевтику методологічних знань у першокурсників як: систематизацію отриманого раніше (у шкільному курсі) знання, попередню елементарну підготовку до засвоєння нового знання, інтеграцію знань [6].

Аналіз останніх досліджень. Питання про необхідність включення методологічних знань до складу змісту освіти не є новим. Окремі питання розвитку і формування системи методологічних знань в учнів та студентів розглядали у своїх роботах Л. Зоріна, І. Лернер, О. Бугайов, Б. Будний, С. Раков та інші.

Заслуговує на увагу робота Л. Зоріної , яка написана у 1978 році, але і зараз не втратила своєї актуальності. Автор наголошує на необхідності включення методологічних знань в зміст освіти у старшій школі [1, с. 44].

Л. Зоріна стверджує, і це підтверджують наші дослідження, що ознайомлення учнів і студентів з методологічними знаннями або зовсім не відбувається, або проходить стихійно, безсистемно. Причина – такий вид знань не передбачений ні шкільними програмами, ні навчальними програмами дисциплін, які вивчаються у ВНЗ.

Мета даної статті – з’ясувати, які методологічні знання необхідні для першокурсників, і визначити шляхи включення цих знань до складу предметних знань математичного циклу.

Виклад основного матеріалу. Методологічні знання складаються з декількох структурних рівнів. На сьогодні найпоширенішою є структурна модель методологічних знань, в якій виокремлено чотири рівні:

- філософський;
- загальнонауковий;
- конкретнонауковий;
- рівень процедур і технік дослідження.

Характеристика кожного з цих рівнів наведена нами у статті [2]. Розглянемо, з яким масивом методологічних знань доцільно ознайомити першокурсників.

У навчальній, методичній та науковій літературі з математики першокурсники (та й учні) достатньо часто зустрічають загальнонаукові терміни: означення, закон, властивість, правило, лема тощо. Як показали дослідження, переважна більшість першокурсників не розуміють як значення цих термінів, так і відмінностей між ними. А це в свою чергу не дозволяє осмислено прочитати математичний текст, виокремити у ньому головне. Крім того, математичний текст складається із власне тексту українською (чи іншою) мовою та символів. Незнання останніх утруднює розуміння першокурсниками математичного тексту. (Про символи як елементи методологічних знань розглянемо детальніше у наших наступних дослідженнях).

Тому перший масив методологічних знань – загальнонаукові терміни та символи. Серед загальнонаукових термінів, які найчастіше зустрічаються в навчально-методичній літературі з математичного аналізу, лінійної алгебри та аналітичної геометрії, варто назвати такі: теорія, поняття, означення, аксіома, теорема, лема, критерій, наслідок, гіпотеза, принцип, властивість, закон, правило, теоретичне твердження, величина.

У математичному аналізі, лінійній алгебрі, аналітичній геометрії (нормативні математичні дисципліни, які викладаються на першому курсі у педагогічному університеті майбутнім учителям математики) матеріал організований у вигляді дедуктивних теорій, які мають певну структуру: наукові поняття, основні теоретичні положення, наслідки з цих положень. Наприклад, вивчення математичного аналізу на першому курсі розпочинається, як правило, з елементів теорії множин, далі узагальнюються і доповнюються знання про числові функції, розглядається теорія границь і так далі. Якщо проаналізувати теорію границі числової послідовності, то вона містить 11 означень, 20 теорем, 6 наслідків, 2 властивості. Наші дослідження показали, що більшість студентів-першокурсників не можуть визначити без спеціальних вказівок, які з цих означень та теорем є основними, а які можна отримати як наслідки. Крім того, через певний час після вивчення теорії границі числової послідовності, не всі студенти можуть назвати основні теоретичні положення цієї теорії, а якщо і називають, то не розрізняють, де означення, а де теорема чи наслідок. Тому для забезпечення міцності і системності знань студентів необхідно ознайомити їх з структурою дедуктивної теорії.

Останнім часом спостерігається тенденція до збільшення частки самостійної роботи студентів. Це означає, що студентам-першокурсникам доведеться опрацьовувати певний теоретичний матеріал самостійно. Ознайомлення студентів з перерахованими методологічними знаннями допоможе вирішити це завдання.

Практично вже на перших заняттях з математичного аналізу, трохи пізніше – в аналітичній геометрії студентам-першокурсникам приходиться оперувати поняттям нескінченності. Зауважимо, що це одне із фундаментальних понять математики, чи не найбільша абстракція в математиці, а викладачі оперують цим поняттям як таким, що має бути вже зрозумілим першокурсникам інтуїтивно! На нашу думку, для роз’яснення першокурсникам цього поняття потрібно приділити значно більше уваги і часу. Ще два важливих поняття, які відносяться до філософського рівня методологічних знань і потребують детальнішого, ніж є у теперішній практиці викладання, пояснення, – дискретність і неперервність.

Вважаємо за необхідне вже з першого курсу підкреслювати студентам принципову відмінність математичних дисциплін від природничих та інших дисциплін, наголошувати на особливому місці математики в системі наук.

Доцільно ознайомити першокурсників і з основними методами пізнання. Значну увагу треба приділити таким методам як метод абстрагування, метод ідеалізації, метод моделювання.

Як відомо, всі об’єкти, якими оперує математика, – це абстракції. Нема у навколишньому світі числа, функції, похідної, до них не можна доторкнутися руками, побачити під мікроскопом. Метод абстракції притаманний всім теоретичним наукам, але у математиці він досягає найвищого рівня, оскільки вона використовує багатоступінчате абстрагування, створюючи абстракції від абстракцій (скінченні еквівалентні множини реальних об’єктів → натуральне число → раціональне число → дійсне число). Існують різні види абстракцій: абстракції ототожнення, ізолююча абстракція, абстракція актуальної нескінченності, абстракція потенційної здійсненності. Найбільше значення для внутрішньої структуризації математичного знання мають абстракції, пов'язані з нескінченністю. З допущенням нескінченності в тій чи іншій формі пов'язані практично всі математичні теорії.

Практично всі математичні абстракції від решти абстракцій відрізняє ідеалізація. Метод ідеалізації характерний тим, що він наділяє створюване мисленням абстрактне поняття рисами, яких нема в реальному світі. Ідеалізація в математиці відбувається до крайніх, граничних рівнів (нехтуючи розмірами – отримуємо точку; розширюючи до нескінченності – з відрізка отримуємо пряму). Доцільно на конкретних прикладах (і не тільки з математичних курсів) розкрити зміст поняття «ідеальний об’єкт» (абсолютно тверде тіло, матеріальна точка, точка, пряма тощо).

Для першокурсників ознайомлення з методом математичного моделювання доцільно провести в ракурсі того, що цей метод є засобом відображення реальної дійсності у поняттях математики, засобом перекладу задач з мови інших наук на мову математики. Детальніше про це у статті [3].

Можна розглянути три шляхи введення перерахованих методологічних знань до змісту математичної освіти на першому курсі. Перший – створення студентського математичного гуртка «Пропедевтика методологічних знань»;

другий – курс за вибором з аналогічною назвою, третій – включення методологічних знань окремими темами чи питання у канву предметних знань з математичних дисциплін. У третьому випадку необхідна співпраця викладачів, які читають відповідні математичні дисципліни на першому курсі. Зважаючи на важливість пропедевтики методологічних знань ми надаємо перевагу курсу за вибором з декількох причин. По-перше, гуртковою роботою можуть бути охоплені не всі студенти. По-друге, гурткова робота не передбачає проведення підсумкового контролю. По-третє, включення цього рівня методологічних знань у канву предметних знань порушує логічність викладу математичного матеріалу.

Вважаємо за доцільне, починаючи з першого курсу, розпочинати вивчення математичної дисципліни з подання студентам відомостей про: предмет навчальної дисципліни, її основні методи, зв'язок з іншими навчальними дисциплінами. У процесі вивчення дисципліни студенти під керівництвом викладача мають з’ясувати і засвоїти знання про: фундаментальні поняття та факти, фундаментальні відношення між ними; межі застосовності знань; історію розвитку як всієї математичної галузі, так і її основних понять та методів. Якщо на першому курсі провідна роль у з’ясуванні окреслених знань належить викладачу, то на старших курсах має значно зрости доля самостійної роботи студентів.

Як приклад, розглянемо навчання студентів аналітичній геометрії. Наші дослідження показали, що студенти «губляться» серед значної кількості видів рівнянь прямої, площини, канонічних рівнянь кривих і поверхонь другого порядку. На нашу думку, повідомлення про те, *що* студенти будуть вивчати, якими *методами* це будуть робити і *для чого* будуть вивчати підготує студентів до вивчення дисципліни (хоча би психологічно).

Навчальна дисципліна «Аналітична геометрія» віднесена до циклу професійної та практичної підготовки ОПП підготовки бакалавра напряму підготовки 6.040201 Математика* (2009 р.) і на її вивчення відведено 6 кредитів ECTS. Як правило, дисципліна вивчається протягом 1-го та 2-го семестрів.

За ОПП підготовки бакалавра напряму підготовки 6.040201 Математика* (2002 р.) передбачено розгляд таких змістових модулів:

- Елементи векторної алгебри.
- Метод координат на площині.
- Пряма на площині.
- Конічні перерізи: еліпс, гіпербола, парабола.
- Загальна теорія алгебраїчних ліній 2-го порядку.
- Геометричні перетворення площини.
- Метод координат у просторі.
- Теорія прямих і площин у просторі.
- Вивчення алгебраїчних поверхонь 2-го порядку за їх канонічними рівняннями.
- Загальна теорія алгебраїчних поверхонь 2-го порядку.
- Геометричні перетворення простору.

Предметом вивчення аналітичної геометрії, як і будь-якої геометрії, є геометричні об’єкти.

Від інших геометричних дисциплін аналітична геометрія відрізняється методом вивчення цих об’єктів, а саме: для вивчення геометричних об’єктів в аналітичній геометрії послуговуються методами алгебри, і здійснюється це за допомогою методу координат. Згідно з цим методом положення точки на прямій, площині чи у просторі описують відповідно одним, двома або трьома числами — координатами цієї точки, а кожній кривій (поверхні) відповідає одне або кілька рівнянь, які зв’язують координати будь-якої точки, що їм належить. Отже, **основним методом аналітичної геометрії** є метод координат.

Метод координат дозволяє кожному геометричному об’єкту поставити у відповідність його рівняння, а потім шляхом аналітичного дослідження цього рівняння вивчити властивості цього геометричного об’єкта.

Математики виокремлюють дві типові задачі аналітичної геометрії:

1) скласти рівняння лінії (поверхні), яка задана геометрично (як геометричне місце точок, які мають певні властивості);

2) встановити геометричний образ лінії (поверхні), яка задана аналітично (за допомогою певного рівняння).

Зазначимо, що для розв’язання першої типової задачі аналітичної геометрії достатньо широко використовується апарат векторної алгебри, тому цей розділ алгебри і входить першим змістовим модулем до курсу аналітичної геометрії.

Варто зауважити, що в аналітичній геометрії друга задача розв’язується тільки для алгебраїчних ліній (поверхонь) першого та другого порядків, тобто ліній (поверхонь), заданих рівняннями:

$ax+by+c=0, \quad ax^2+by^2+cxy+dx+ey+f=0$ (для ліній на площині) та

$ax+by+cz+d=0, \quad ax^2+by^2+cz^2+dxy+exz+fyz+gx+hy+kz+l=0$

(для поверхонь). (Відомості про те, що в аналітичній геометрії будуть вивчатися лише криві та поверхні 1-го і 2-го порядку позитивно впливає на ставлення студентів до вивчення аналітичної геометрії.)

На першій лекції з аналітичної геометрії доцільно повідомити про зв'язок аналітичної геометрії з іншими математичними дисциплінами. У аналітичній геометрії використовуються знання з: елементарної математики (складання та розв’язування рівнянь), лінійної алгебри (визначники, матриці, квадратичні форми), математичний аналіз (поняття асимптоти).

Знання, отримані студентами у курсі аналітичної геометрії, будуть використані під час вивчення таких курсів: математичний аналіз (для складання рівняння дотичної прямої і дотичної площини, рівняння нормалі; під час вивчення інтегрального числення – для обчислення площі, об’єму треба знати рівняння прямої, рівняння площини, канонічні рівняння кривих та поверхонь другого порядку для побудови відповідного рисунка), диференціальна геометрія (для складання рівняння дотичної прямої і дотичної площини, рівняння нормалі), проективна геометрія (узагальнюється теорія кривих другого порядку, розглядаються асимптоти і асимптотичні напрямки), методика навчання математики (методика навчання тем «Геометричні перетворення», «Декартові координати і вектори на площині», «Декартові координати і вектори в просторі»).

Проведене нами дослідження, власний досвід, спілкування з вчителями математики та учнями показують, що як в учнів, так і у студентів спостерігається формалізм у знаннях з векторної алгебри, низький рівень залишкових знань. На нашу думку, основні причини цього:

– хаотичне нагромадження у пам’яті учнів та студентів понять та тверджень векторної алгебри без встановлення взаємозв’язків між ними.

– різні форми представлення вектора (як напрямленого відрізка і як упорядкованого набору чисел). Психологи стверджують, що переважна більшість людей за різною формою намагається знайти і різний зміст.

Тому корисно запропонувати студентам після вивчення розділу «Елементи векторної алгебри» скласти порівняльну таблицю, в якій розглянути основні факти векторної алгебри з точки зору двох методичних підходів до вивчення вектора. Така робота не тільки систематизує предметні знання студентів, але й сприятиме пропедевтиці методологічних знань конкретнонаукового рівня. Не варто також забувати, що мова йде про підготовку майбутніх учителів математики. А значить навчати студента треба так, щоб «він не тільки опановував відповідний теоретичний матеріал, але й навчався навчати своїх майбутніх учнів» [4].

До методологічних знань четвертого рівня – рівня процедур і технік дослідження – відносяться знання про найбільш ефективні методи, способи і засоби дослідження. Як правило, на першому курсі науково-дослідна робота студентів полягає у написанні рефератів. Хоча з таким видом роботи студенти «знайомі» зі школи, але, як показують наші дослідження, більшість студентів не знають, як *організувати* роботу з написання реферату. Тому пропонуємо до питань математичного гуртка (чи курсу за вибором) включити і це питання, висвітливши такі етапи: вибір теми; підбір необхідної літератури та її вивчення; складання плану; написання тексту та його оформлення; усний виклад реферату

[6]. Особливу увагу варто звернути на оформлення, зокрема, на посилання на використану літературу, на цитування першоджерел, на оформлення списку використаних джерел. Це служитиме пропедевтикою до написання і захисту курсових, кваліфікаційних, дипломних та магістерських робіт.

Висновки. Ознайомлення першокурсників з виокремленим масивом методологічних знань сприяє осмисленому і системному засвоєнню предметних знань, забезпечує якість самостійної роботи, підвищує інтерес до вивчення математики.

Література

1. Зорина Л. Я. Дидактические основы формирования системности знаний старшеклассников / Зорина Л. Я. – М. : «Педагогика», 1978. – 128 с.
2. Кугай Н. В. Методологічні знання майбутнього вчителя математики / Н. В. Кугай. - Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки. – Черкаси, 2014. – Випуск 26 (319). – С. 56 - 61.
3. Кугай Н. В. Методологічні аспекти математичного моделювання / Н. В. Кугай, Э. М. Борисов. – Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology, III(19), Issue: 38, 2015. – С. 39 – 42.
4. Михалін Г.О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу / Г. О. Михалін. – Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. – 320 с.
5. Новейший философский словарь / Сост. и гл. н. ред. Грицанов А.А. – Минск : Книжный Дом, 1999. – 1280 с.
6. Потапова М. В. Пропедевтика как дидактическое условие преемственности в системе непрерывного физического образования : дис.. канд. пед. наук : 13.00.02 / Марина Владимировна Потапова. – Челябинск, 2001. – 278 с.
7. Основи методології та організації наукових досліджень: Навч. посіб. для студентів, курсантів, аспірантів і ад’юнтів / за ред. А. Є. Конверського. – К.: Центр учбової літератури, 2010. – 352 с.

8. Словарь иностранных слов русского языка / Под ред. А. Н.Чудинова. — Изд. 3-е, исправ. и доп. — СПб.: Издание В. И. Губинского, 1910.