

**МЕТОДОЛОГІЯ МАТЕМАТИКИ: ЇЇ ВИДИ, ОСНОВИ ТА РІВНІ**

*У статті проаналізовано різні тлумачення поняття методологія. Розглянуто основи методології та її види. Рівні методології наповнені математичним змістом.*

**Ключові слова.** *Методологія, діяльність, основи методології, рівні методології.*

Не викликає сумнівів, що правильне розуміння суті методології, знання її видів та структури необхідні науковцям. Але нерідко методологію розуміють як абстрактну область філософії, а раз так, то для будь-якої діяльності, у тому числі і наукової, вона мало застосовувана. Питання методології є складним, оскільки саме поняття має кілька тлумачень, а тому і предмет методології не є чітко визначеним.

Методологія як наука почала розвиватися і оформлятися лише у 60-70 роках 20 століття. У радянські часи проблема методології найчастіше зводилася до єдиної марксистсько-ленінської методології (а точніше ідеології), ключовим моментом якої була так звана ленінська теорія відображення, яка нібито давала відповіді на всі питання, пов'язані з вивченням будь-якої науки. Як правило, вчені розглядали методологію науки (П.В. Копнін, В.О. Лекторський, В. М. Садовський, В.С. Швирєв, Г.П. Щедровицький та інші). На сьогодні розглядають методологію різних наук, зокрема, математики та методики її навчання (Г.І. Саранцев, Є.Г. Плотникова, В. В. Мадер та інші), фізики та методики її навчання (Г.М. Голин, Н. В. Пастернак, Б. І. Спаський та інші), а також методологію діяльностей: ігрової, навчальної, трудової, професійної діяльності (О.М. Новиков, Д. О. Новиков та інші).

Мета даної статті – розглянути різні підходи та тлумачення поняття «методологія», з'ясувати основи методології та її рівні, а також наповнити рівні методології математичним змістом.

Думку про те, що науку необхідно озброювати системою спеціальних методів, чи не вперше висловив Ф. Бекон. Тому природно вважати його родоначальником методології. Подальшого свого розвитку методологія отримала у працях Р.Декарта (роздуми про те, за допомогою яких методів міркування можна досягти «істинних» знань), І Канта (провів розмежування між змістом знання і формою, за допомогою якої знання організовується в систему). М. Гегель називав методологію раціоналізованою діяльністю.

На початку 20 століття швидкими темпами відбувається освоєння все більш складних об'єктів дійсності, що призвело до зменшення наочності (нейтрон, ген і т. д.) і вимоги вищого ступеня абстрактності. Крім того, наукова діяльність набуває масовості, а це вимагало регламентації наукової діяльності. Ці причини призвели до стрімкого розвитку методологічних знань і збільшення їх ролі у загальному масиві наукових знань.

З 50-х років минулого століття розвиток методології відбувався у двох напрямках: детальніше розкриваються основні принципи й форми наукового мислення та глибше і точніше конструюються спеціальні системи засобів наукового пізнання. Як наслідок, набувають розвитку методології окремих наук: математики, фізики, історії тощо.

Розглянемо кілька тлумачень поняття «методологія».

1. *Методологія* – вчення про систему наукових принципів, форм і способів дослідницької діяльності.

2. *Методологія* – вчення про правила мислення під час створення теорії науки [4, с.131].

Аналіз цих означень показує, що методологію, як правило, пов'язують з науковою (дослідницькою) діяльністю.

3. *Методологія* – вчення про структуру, логічну організацію, методи та засоби діяльності [2].

4. *Методологія* – система принципів і способів організації та побудови теоретичної і практичної діяльності, а також вчення про цю систему [10].

Аналізуючи розглянуті тлумачення, можна зробити висновок, що поняття «методологія» має два основних смислових значення: 1) це система способів і прийомів, що застосовуються у певній сфері людської діяльності (науці, політиці, мистецтві тощо); 2) це вчення про цю систему. Тому розглядають методологію як філософське вчення про: а) систему методів наукового пізнання і перетворення реальної дійсності; б) застосування принципів, категорій, законів діалектики і науки до процесів пізнання і практики з метою набуття нових знань [1].

5. *Методологія* – це наука про організацію діяльності [6].

Останнє означення методології показує, що її можна розглядати дуже широко – як вчення про організацію будь-якої людської діяльності: і наукової, і будь-якої практичної професійної діяльності, і художньої, і ігрової і т.д.

Оскільки людська діяльність характеризується п'ятьма інваріантами (інваріантними сторонами): ціннісно-орієнтовна діяльність, пізнавальна діяльність, перетворювальна діяльність, естетична й комунікативна діяльність (спілкування) [3], то виділяють такі основи методології:

✓ Філософсько-психологічна теорія діяльності ([3], [8]). Філософія вивчає діяльність як загальний спосіб існування людини і, відповідно, людина і визначається як діюча істота. Психологія вивчає діяльність як найважливіший компонент психіки.

✓ Системний аналіз (системотехніка) – вчення про систему методів дослідження або проектування складних систем, пошуку, планування та реалізації змін, призначених для ліквідації проблем [7, с. 360].

Системний аналіз розглядає діяльність як складну систему, спрямовану на підготовку, обґрунтування та реалізацію вирішення складних проблем: політичного, соціального, економічного, технічного і т.д. характеру [7].

✓ Наукознавство, теорія науки. Методологія як вчення про організацію діяльності, природно, спирається на наукове знання. Галузь науки, яка вивчає саму науку в широкому сенсі слова, називається наукознавство. Вона включає в себе цілий ряд дисциплін: гносеологію, логіку науки, семіотику (вчення про знаки), соціологію науки, психологію наукової творчості і т.д. У першу чергу, до методології мають відношення такі розділи наукознавства як гносеологія (теорія пізнання) і семіотика (наука про знаки).

✓ Етика діяльності. Оскільки будь-яка людська діяльність здійснюється в суспільстві, природно, вона повинна завжди ґрунтуватися на моралі і, відповідно, організовуватися відповідно до моральних норм.

✓ Естетика діяльності. Естетична діяльність (естетичні компоненти діяльності) притаманні в тій чи іншій мірі кожній людині в будь-якому виді діяльності. Її специфіка та функції, якщо позначити їх в узагальненому вигляді, полягають в тому, що вона є сферою вільного самовираження суб'єкта в його ставленні до світу.

Розглядаючи методологію як вчення про організацію людської діяльності і враховуючи класифікацію діяльності за цільовим направленням, можна виділити такі види методології: методологія ігрової діяльності; методологія навчальної діяльності; методологія трудової, професійної діяльності (включає методологію практичної діяльності як у сфері матеріального, так і у сфері духовного виробництва, а також методологію науки (наукової діяльності)).

У науковій літературі зустрічається також поділ методології на теоретичну і практичну. Теоретична методологія, відповідно, є вчення про принципи (правила) пізнання. Як результат своєї діяльності дає нам парадигму – статут пізнання. Саме теоретична методологія формується розділом філософського знання – гносеологією. Практична методологія – це вчення про методи (способи, засоби і прийоми) пізнання, які спираються на принципи пізнання, на парадигму. Практична методологія орієнтована на вирішення практичних проблем і цілеспрямоване перетворення світу. Теоретична прагне до моделі ідеального знання, практична ж – це програма (алгоритм), набір прийомів і способів того, як досягти бажаної практичної мети і не схибити проти істини, або того, що вважається істинним знанням. Теоретична методологія відповідає на питання «як пізнавати», практична – на питання «за допомогою чого пізнавати».

Методологію також поділяють на змістовну і формальну. Змістовна методологія включає вивчення законів, теорій, структури наукового знання, критеріїв науковості й системи використовуваних методів дослідження. Формальна методологія пов'язана з аналізом методів дослідження з точки зору логічної структури і формалізованих підходів до побудови теоретичного знання, його істинності і аргументованості.

У структурі методології виділяють чотири рівні [9]: філософський, загальнонауковий, конкретно-науковий і технологічний. Розглянемо наповнення цих рівнів для методології математики.

Філософський (найвищий) рівень методології дає загальне уявлення про будову світу, розвиток природи, соціального суспільства, індивіда. На рівні філософської методології математики обґрунтовуються закони розвитку математики і її окремих розділів. Філософський рівень є рівнем узагальнення та систематизації методологічних позицій окремих учених та груп науковців. У методології математики вирізняють два протилежних філософських погляди на питання: чи вивчає математика реальний світ? Ідеалістичний погляд: ні, не вивчає, оскільки математичні поняття абстрактні, створені математиками і не мають ніякого відношення до реального світу. Матеріалістичний погляд: математика вивчає саме реальний світ, її поняття тотожні предметам і явищам навколишнього світу. Тому відповідь на поставлене питання неоднозначна, діалектична: математика одночасно вивчає і не вивчає реальний світ, оскільки її об'єкт – властивості реального світу, а предмет – продукт свідомості, теоретичні поняття. Не менш важливим з точки зору філософської методології є питання про нескінченність, дискретність і неперервність тощо. Філософський рівень методології математики містить комплекс філософських питань, які ґрунтуються на

загальних філософських категоріях, які становлять комплекс гносеологічних завдань математики. Це питання про співвідношення між абсолютною та відносною істиною, про формування наукових понять, про розвиток і збереження наукових традицій і шкіл тощо. На відміну від решти наук, математика і філософія відносяться до однієї групи – до наук про загальні закономірності реального світу, мислення і пізнання. Як закони філософії, так і закони математики є обов'язковими для всіх наук. Філософські проблеми математики базуються на глибокому зв'язку математики та філософії. Для математики філософськими є такі питання, як специфіка математичних абстракцій, природа об'єктів математики та способи їх обґрунтування, особливості істини, її критеріїв і шляхів її досягнення, риси математичної творчості.

Другий рівень – загальнонаукова методологія – це теоретичні концепції, прийнятні до всіх або до більшості наукових дисциплін. Одним з важливих складових на цьому методологічному рівні є системний аналіз. Сутність його в тому, що в науковому дослідженні відносно самостійні компоненти розглядаються не ізольовано, а у взаємозв'язках, у системі з іншими. До загальнонаукових методів пізнання, що знайшли широке застосування у математиці як науці та у практиці навчання математики належать: метод абстракції, метод ідеалізації, метод аналогії, аналіз, синтез, індукція та дедукція, спостереження та експеримент, метод математичного моделювання тощо.

Метод абстракції притаманний всім теоретичним наукам, але у математиці він досягає найвищого рівня, оскільки вона використовує багатоступінчате абстрагування, створюючи абстракції від абстракцій.

Метод ідеалізації характерний тим, що він наділяє створюване мисленням абстрактне поняття рисами, яких нема в реальному світі. Ідеалізація в математиці відбувається до крайніх, граничних рівнів (нехтуючи розмірами – отримуємо точку; розширюючи до нескінченності – з відрізка отримуємо пряму).

Особливу увагу слід приділити розгляду таких методів пізнання як індукція та дедукція. Методи індукції та дедукції знаходяться в діалектичній єдності так само, як аналіз і синтез. У загальному вигляді метод індукції не є методом пізнання в математиці, частіше він використовується в природничих чи гуманітарних науках. У математиці ж послуговуються методом повної індукції та методом математичної індукції. Дедуктивний метод протилежний до методу індукції. Один із різновидностей цього методу – аксіоматичний метод, найабстрактніший і найбільш уживаний метод вивчення математичних систем.

У свою чергу сама математика в цілому є загальнонауковим методом пізнання. Можна виділити особливості математики, які мають загальнонауковий характер: доказовість математичного знання; випереджувальний розвиток математики по відношенню до інших наук, що дає можливість знаходження в її змісті таких структур, які можуть бути реалізовані у розвитку інших наук; яскраве вираження в математиці духу пошуку істини; реалізація в її змісті таких логічних принципів і законів, які не стали надбанням інших наук; рефлексивний характер математики, яка дає не просто приклади, але і зразки реалізації принципу рефлексивності в науковому пізнанні (наприклад, метаматематика Д. Гільберта).

У класифікації наук математика займає фундаментальне місце в основі піраміди, тому немає більш загальної науки, на яку вона спирається. Навпаки, сама математика

виступає в якості теоретичного підґрунтя величезної кількості досліджень в інших науках. У певному сенсі теоретичним підґрунтям математики можна вважати філософію і логіку.

Важливе методологічне значення має проблема логічних основ математики, вивчення яких дозволяє простежити історію розвитку науки, а також історію розвитку її предмета і методу. Внутрішньо суперечливий характер співвідношень скінченного і нескінченного, дискретного і неперервного постійно породжував парадокси в математиці і був причиною трьох великих криз логічних і методологічних основ математики. Вивчення проблеми основ математики приводить до важливого методологічного висновку: процес побудови математики і її основ ніколи не буде завершений, пізнання нескінченне.

Третій рівень – конкретно-наукова методологія – розглядає сукупність теоретичних положень, закономірностей, методичних підходів, технологій, принципів дослідження і процедур, що застосовуються в тій чи іншій спеціальній науковій галузі. Методологія конкретної науки (або її напрями) включає в себе як проблеми, специфічні для наукового пізнання в цій галузі, так і питання, висунуті на більш високих рівнях методології (загальнонауковому і філософському). Конкретно-науковий рівень полягає у розробці понять, прийомів, принципів, методів вирішення конкретних завдань науки, які втілюються в рішеннях, алгоритмах обчислень, експериментах. Визначається математичний зміст термінів, зв'язки з іншими величинами, методи вимірювання величин.

Математика має широкий арсенал конкретно-наукових методів. У принципі, кожен розділ математики має свої методи. Наприклад, основний метод аналітичної геометрії – метод координат, математичного аналізу – граничний перехід.

Одним із засновників методу граничного переходу можна вважати італійського математика Луку Валеріо (1552 - 1618). Саме він одним з перших спростив строгі, але громіздкі міркування Архімеда для обчислення площ та об'ємів.

Метод граничного переходу сьогодні пронизує весь математичний аналіз. Основоположники диференціального та інтегрального числення – основи математичного аналізу – І. Ньютон та Г. Лейбніц завершили роботу щонайменше двох поколінь математиків (І.Кеплер, Б.Кавальєрі, П.Ферма, Б.Паскаль, Д.Валліс, І.Барроу, Ж.де Роберваль, Е.Торрічеллі та ін.). Відкриття, зроблені як попередниками Ньютона і Лейбніца, так і ними самими, ґрунтувалися на тісному зв'язку алгебраїчних і геометричних методів. Але цих методів виявилось недостатньо для строгого логічного обґрунтування отриманих результатів і довгий час, незважаючи на зростаюче число прихильників нового вчення і розширення області його застосування, математичний аналіз в значній мірі зберігав свій «містичний» характер: основи його залишалися нез'ясованими.

Критичний напрям в математиці, який виник в кінці XVIII - на початку XIX ст., висунув вимогу точного означення основних понять аналізу і строгого доведення його основних положень. Хоча поняття границі, яке тільки намічалось в математиків XVII ст. у XVIII ст. було уточнено (Л.Ейлер, Ж. Д'Аламбер, С.Гур'єв та ін.), лише математики XIX ст., – особливо О.Коші – зробили із поняття границі справжній фундамент для послідовної побудови математичного аналізу в цілому [11]. Теорія границь зародилася як веління часу для строго логічного обґрунтування нового числення у відповідь на нападки, яким воно піддавалось.

Як показує практика, поняття границі функції – одне з найскладніших для сприймання і усвідомлення не тільки учнями, а й студентами. Можна назвати багато причин цих труднощів: складність самого поняття по суті, обумовлена переходом від скінченного до нескінченного, від дискретного до неперервного; мала кількість годин, передбачених шкільною програмою для вивчення елементів теорії границь; слабе використання теорії границь і, відповідно, відірваність її від решти курсу тощо.

Математику як науку можна умовно розділити на теоретичну та прикладну. Будь-яке дослідження в області чистої математики проводиться дедуктивним методом. Тому дедуктивний висновок є принципом теоретичної математики. Принципом прикладної математики є метод моделювання. Саме цей метод є засобом відображення реальної дійсності у поняттях математики, засобом перекладу задач з мови інших наук на мову математики. Методологія математики відкриває принципову ознаку для розрізнення математики-теорії (чистої математики) і математики-методу (прикладної). Вона виражається в тому, що перша основну увагу приділяє гносеологічній стороні дослідження, а друга досліджує практичну сторону справи, що зводиться до побудови математичної моделі реального процесу і її дослідженню за допомогою точних або наближених методів.

Четвертий рівень – технологічна методологія – дозволяє використовувати найбільш ефективні методи, способи і засоби дослідження. Технологічна методологія дозволяє логічно вибудувати процедуру педагогічного експерименту, провести збір історичного матеріалу (якщо це доцільно), зробити обробку експериментального матеріалу адекватними математичними методами, представити науковий матеріал (у вигляді статті, дисертації, монографії, підручника, навчального посібника), сформулювати основні категорії і поняття науки.

У різні історичні періоди розвитку цивілізації мали місце різні типи основних форм організації діяльності, які в сучасній літературі отримали назву організаційної культури. В.А. Нікітін [5] наводить такі історичні типи організаційної культури:

- традиційна організаційна культура (характерна для ранніх етапів розвитку людства, суспільство яких складалося з комунальних груп, принципом виділення яких було розрізнення «свій - чужий». Такі групи утримувалися міфом і ритуалом);

- корпоративно-реміснична культура (виникла у середині I тисячоліття н.е. і характеризувалася наявністю центрів організації суспільства. Спочатку це була церква, потім – міста та університети);

- професійний тип організаційної культури (початок – епоха Ренесансу. У ньому базовою діяльністю є наука);

- проектно-технологічний тип організаційної культури (прийшов на зміну професійному типу організаційної культури в середині XX століття. У новому проектно-технологічному типі організаційної культури ключовими стають поняття: проект, технології та рефлексія).

На сьогодні всі типи організаційної культури існують паралельно, але переважає проектно-технологічний тип, який полягає в тому, що продуктивна діяльність людини (або організації) розбивається на окремі завершені цикли, які називаються проектами.

Отже, методологія як багатоаспектне поняття має різні тлумачення. У загальному – це вчення про організацію людської діяльності.

## Список використаної літератури

1. Баскаков А. Я. Методология научного исследования: Учеб. пособие. / А. Я. Баскаков, Н. В. Туленков. – К.: МАУП, 2004. – 216 с.
2. Большая Советская Энциклопедия. 3-е издание. – М.: Советская Энциклопедия, 1968-1979.
3. Каган М.С. Человеческая деятельность. / М.С. Каган – М.: Политиздат, 1974. – 328с.
4. Методологія наукової діяльності: Навчальний посібник / Д.В.Чернілевський та ін., / за редакцією професора Д.В.Чернілевського. – К. : Видавництво Університету «Україна», 2008. – 478 с.
5. Никитин В.А. Организационные типы современной культуры: Автореф. дис. д-ра культурологии. / В.А. Никитин – Тольятти - М., 1998. – 48 с.
6. Новиков А.М. Методология. / А.М. Новиков, Д.А. Новиков. – М.: СИНТЕГ, 2007 – 668 с.
7. Перегудов Ф.И. Введение в системный анализ. / Ф.И. Перегудов, Ф.П. Тарасенко. – М. : Высшая школа, 1989. - 76 с.
8. Рубинштейн С.Л. Проблемы общей психологии. / С.Л. Рубинштейн – М.- СПб.: ПИТЕР, 2003. – 720 с.
9. Слостенин В.А. Психология и педагогика. / В.А. Слостенин, В.П. Каширин – М.: Академия, 2001. – 480 с.
10. Философский энциклопедический словарь. – М.: Советская Энциклопедия, 1983. – 836 с.
11. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т. 1. Изд. 5-е. / Г.М. Фихтенгольц. – М.: Наука, 1964. – 440 с.

### ***Кугай Н.В. Методология математики: её виды, основания и уровни.***

*В статье проанализированы различные толкования понятия методология. Рассмотрены основы методологии и ее виды. Уровни методологии наполнены математическим содержанием.*

*В научной литературе существует несколько определений понятия «методология». Наиболее общим из них является следующее: методология – это наука об организации деятельности. Это определение методологии показывает, что ее можно рассматривать очень широко – как учение об организации любой человеческой деятельности: и научной, и любой практической профессиональной деятельности и художественной, и игровой и т.д.*

*Выделяют пять оснований методологии: философско-психологическая теория деятельности; системный анализ; теория науки; этика деятельности; эстетика деятельности.*

*Рассматривая методологию как учение об организации человеческой деятельности и учитывая классификацию деятельности по целевому направлению, можно выделить следующие виды методологии: методология игровой деятельности; методология учебной деятельности; методология трудовой, профессиональной деятельности (включает методологию практической деятельности как в сфере материального, так и в сфере духовного производства, а также методологию науки (научной деятельности)).*

*В структуре методологии выделяют четыре уровня: философский, общенаучный, конкретно-научный и технологический. Каждый из этих уровней методологи математики имеет математический смысл.*

*В методологии математики выделяют два противоположных философских взгляды на вопрос: изучает ли математика реальный мир? Идеалистический взгляд: нет, не изучает, поскольку математические понятия абстрактные, созданные математиками и не имеют никакого отношения к реальному миру. Материалистический взгляд: математика изучает именно реальный мир, ее понятия тождественны предметам и явлениям окружающего мира.*

*Выделены общенаучные методы познания, нашедшие широкое применение в математике как науке и в практике обучения математике: метод абстракции, метод идеализации, метод аналогии, анализ, синтез, индукция и дедукция, наблюдение и эксперимент, метод математического моделирования и т.д.*

*Математика имеет широкий арсенал конкретно-научных методов. В принципе, каждый раздел математики имеет свои методы. Например, основной метод аналитической геометрии - метод координат, математического анализа - предельный переход. Рассмотрена история возникновения метода предельного перехода.*

**Ключевые слова.** *Методология, деятельность, основы методологии, уровни методологии.*

***Kuhai N. Methodology of mathematics: its types, bases and levels.***

*Abstract. The article analyze the different interpretation of the methodology. Bases of methodology and its types were considered. The levels of methodology are filled with mathematical content.*

*In the scientific literature there are several definitions of the term "methodology". The most common of these is the following: methodology - is the science of organization of activity.*

*This definition of the methodology shows that it can be treated very broadly - as the study of the organization of any human activity: scientific, any professional work, art, games, etc.*

*In the structure of the methodology identify four levels: philosophical, general scientific, concrete science and technology. Each of these levels of methodology has a mathematical sense.*

**Keywords.** *Methodology, activities, bases of the methodology the level of methodology.*