

*Рокицький М.О., Василенко С.Л., Рокицька Г.В., Борбіч Ю.О., Банак Р.Д.,  
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова*

## **ЛАБОРАТОРНА РОБОТА: «ДОСЛІДЖЕННЯ КОМПЛЕКСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПОЛІМЕРНИХ НАНОКОМПОЗИТІВ»**

*Пропонується лабораторна робота спеціального фізичного практикуму для студентів фізичних та технічних спеціальностей. Обґрунтовується необхідність та доцільність впровадження новітніх досягнень у галузі фізики наноконструкцій в навчальний процес.*

**Ключові слова.** *Полімер, наноконструкція, внутрішнє тертя, маятник, механічні властивості.*

Оскільки орієнтовані полімери в загальному випадку являють собою анізотропні, нелінійні, в'язко-пружні середовища [1] і експлуатуються в основному в температурних областях нижче температур склування, то при дослідженні їх механічних властивостей використовується метод внутрішнього тертя – динамічний метод дослідження непружних властивостей твердих тіл, при якому вимірюються дисипативні характеристики, такі як комплексний модуль зсуву і тангенс кута механічних втрат  $tg\delta$  [2].

Для визначення комплексного модуля зсуву  $G^*$  реалізується метод внутрішнього тертя на низькочастотних крутильних маятниках, серед яких обернені (торсіонні) крутильні маятники вільних коливань мають ті переваги, що з їх допомогою можна досліджувати динамічні характеристики матеріалів з дуже великими втратами при незначних відхиленнях від суто синусоїдального руху і вони практично придатні для вивчення полімерів у всіх їхніх фізичних станах.

**Мета:** розробка лабораторної роботи спеціального фізичного практикуму для студентів фізичних та технічних спеціальностей на основі досліджень непружних властивостей твердих тіл, таких як комплексний модуль зсуву  $G^*$  та тангенс кута механічних втрат  $tg\delta$  полімерних композиційних систем.

Лабораторна робота передбачає: ознайомлення студентів із основними уявленнями про в'язко-пружну поведінку композиційних полімерних матеріалів; характеристиками та видами деформацій; характеристиками та видами коливань; ознайомлення з фізичним змістом логарифмічного декримента і коефіцієнта затухання та ознайомлення з фізичним змістом комплексного динамічного модуля зсуву, дійсної  $G'$  і уявної  $G''$  його частин та тангенса кута механічних втрат; аналіз джерел та значень похибок вимірювань.

*Завдання:*

1. Ознайомитись з поняттям комплексного модуля зсуву  $G^*$ , дійсної  $G'$  і уявної  $G''$  складових динамічного модуля зсуву та тангенса кута  $tg\delta$  динамічних втрат.
2. Визначити  $G'$ ,  $G''$  і  $tg\delta$  для кристалічного та аморфного тіл динамічним методом вільних коливань маятника.
3. Порівняти і проаналізувати отримані значення  $G'$ ,  $G''$  і  $tg\delta$ , зробити висновки.

*Прилади і матеріали:* 1) крутильний маятник; 2) штангенциркуль, мікрометр; 3) досліджувані зразки; 4) АЦП та ПК.

### Теоретичні відомості

Для в'язкопружних тіл характерні втрати, зумовлені зсувом фаз між напругою і деформацією, тому модулі є комплексними величинами

$$G^* = G' + iG'' = G'(1 + i \operatorname{tg} \delta),$$

де  $G'$  – дійсна частина комплексного модуля зсуву – динамічний модуль, що характеризує величину енергії, що отримується і що віддається одиницею об'єму в'язкопружного тіла за період;  $G''$  – уявна частина комплексного модуля – модуль втрат, що характеризує ту частину енергії, яка перетворюється в тепло за період;  $\operatorname{tg} \delta$  – фактор втрат при розподілі коливань зсуву (або тангенс кута механічних втрат), який служить мірою енергії пружних коливань, що розсіюються в зразку за період.

Рівняння руху оберненого низькочастотного крутильного маятника (тобто комбінованої системи, що складається з торсіона, зразка і додаткового моменту інерції) має вигляд

$$I\ddot{\varphi} + D^* \delta = 0, \quad (1)$$

де  $D^*$  комплексна жорсткість коливальної системи

$$D^* = D_1^* + D_2^* = (D_1' + D_2') + i(D_1'' + D_2''),$$

$D_1^*$  – комплексна жорсткість зразка,  $D_2^*$  – комплексна жорсткість торсіона;  $I$  – момент інерції системи,  $\varphi$  – кут повороту.

Комплексний модуль зсуву зразка  $G^*$  пов'язаний з комплексною жорсткістю  $D^*$  співвідношенням

$$G^* = FD_1^*,$$

де  $F$  – стала, що залежить від геометричних розмірів і форми зразка (форм-фактор).

Оскільки для сталевого дроту (торсіон) втратами можна знехтувати, то нехтуючи  $D_2''$ , з урахуванням  $\varphi = \varphi_0 e^{i\omega t}$  маємо наступне рівняння руху

$$I\ddot{\varphi} + \frac{D_1''}{\omega} \dot{\varphi} + D_1' \varphi = 0 \quad (2)$$

або

$$I\ddot{\varphi} + FG_1^* \varphi + F_T G_2^* \varphi = 0. \quad (3)$$

З рівняння (3) для випадку вільно затухаючих коливань, розділяючи дійсну та уявну частину з урахуванням визначення логарифмічного декременту затухання  $\Delta$ , отримуємо розрахункові формули для модулів і  $\operatorname{tg} \delta$  досліджуваного зразка

$$G' = IF\omega^2 \left( 1 - \frac{\Delta^2}{4\pi^2} - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right), \quad (4)$$

$$G'' = I\omega^2 \frac{F}{\pi} \left( \Delta - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \Delta_0 \right), \quad (5)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{G''}{G'} = \frac{\Delta - \frac{\omega_0^2 \Delta_0}{\omega^2}}{\pi \left( 1 - \frac{\Delta^2}{4\pi^2} - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right)}, \quad (6)$$

де  $I$  – момент інерції системи,  $I = \frac{T_0^2}{(T_{0_1}^2 - T_0^2)} mr^2$ , де  $T_0$  і  $T_{0_1}$  – періоди коливання системи без додаткових вантажів і з додатковими вантажами загальною масою  $m$ ,  $r$  – плече маятника;  $\omega = 2\pi\nu$  – колова частота коливань системи із зразком;  $\omega_0$  – аналогічний параметр торсіона;  $\Delta$  – логарифмічний декремент затухання системи із зразком

$$\Delta = \frac{1}{n} \ln \frac{A_i}{A_{i+n}}, \quad (7)$$

$\Delta_0$  – логарифмічний декремент затухання системи без зразка;  $F$  – форм-фактор, що розраховується для зразків циліндричної форми (колового перерізу) згідно [3] за формулою

$$F = \frac{32l}{\pi d^4}, \quad (8)$$

а для зразків прямокутної форми

$$F = \frac{3l}{bh^3 \left( 1 - 0,63 \frac{h}{b} \right)}. \quad (9)$$

З (4) – (6) видно, що для визначення  $G'$ ,  $G''$  і  $\operatorname{tg} \delta$  досить виміряти лише два параметри: період  $T \left( \omega = \frac{2\pi}{T} \right)$  і логарифмічний декремент затухання  $\Delta$ . Параметри  $I$ ,  $T_0$ ,  $\Delta_0$  є сталими приладу,  $F$  – стала зразка.

Як відомо, для більшості твердих тіл в межах малих деформацій виконується закон Гука

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (10)$$

де  $\sigma$  – напруга,  $\varepsilon$  – відносна деформація,  $E$  – модуль пружності (стиску-розтягу).

Малов'язкі рідини добре підпорядковуються закону Ньютона

$$\sigma_{xy} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y},$$

де  $\sigma_{xy}$  – напруга зсуву,  $v$  – швидкість,  $\frac{\partial v_x}{\partial y}$  – градієнт швидкості,  $\eta$  – коефіцієнт в'язкості.

В дійсності, не існує ні ідеальних ньютонівських рідин, ні ідеально пружних тіл. Всі тіла, до деякої міри, мають пружні і в'язкі властивості. Полімерні матеріали, як правило, проявляють як властивості пружних тіл, так і деякі властивості рідин. Унікальність властивостей полімерів, в основному, обумовлена саме яскравим проявом в'язко-пружних властивостей.

У випадку в'язко-пружного тіла зв'язок між напругою  $\sigma$ , яка змінюється гармонічно ( $\sigma = \sigma_0 \cos \omega t$ ), та деформацією  $\epsilon$  дещо складнішим

$$\sigma = E^* \epsilon, \quad (11)$$

де  $E^*$  – комплексний модуль пружності.

$$E^* = E' + iE'', \quad (12)$$

де  $E'$  – дійсна частина (динамічний модуль пружності),  $E''$  – уявна частина (модуль втрат).

Зміст цих модулів стане зрозумілим з таких міркувань. Якщо прикладена напруга змінюється за законом  $\sigma = \sigma_0 \cos \omega t$ , то в'язко-пружне тіло буде деформуватись також гармонічно, але при цьому з деякими запізненнями

$$\sigma = \sigma_0 \cos(\omega t - \delta), \quad (13)$$

де  $\delta$  – зсув фаз між напругою і деформацією (рис. 1).

В будь-який момент часу

$$E^* = \frac{\sigma}{\epsilon}. \quad (14)$$

При цьому напругу  $\sigma$  можна розкласти на дві складові, одна з яких співпадає за фазою з деформацією, а друга відрізняється на  $\frac{\pi}{2}$ . Так само будуть співвідноситись і модулі  $E'$  та  $E''$ .

Динамічний модуль пружності  $E'$  виражає собою відношення тієї частини напруги, яка співпадає за фазою з деформацією, до величини деформації. Динамічний модуль  $E'$  виражає собою міру енергії, яка отримується і віддається елементарним об'ємом даного тіла за період.

Модуль втрат  $E''$  виражає собою відношення тієї частини напруги, яка відмінна по фазі на  $\frac{\pi}{2}$  від деформації, до величини деформації, і є мірою тієї частини енергії, яка втрачається на нагрівання за один період коливань.

$$\frac{\sigma_0}{\epsilon_0} = |E^*| = \sqrt{E'^2 + E''^2}. \quad (15)$$

Зсув фаз між напругою і деформацією визначається тангенсом кута механічних втрат

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{E''}{E'}. \quad (16)$$

Існують різні методи визначення модуля пружності та тангенса кута механічних втрат. Один з них заснований на вивченні швидкості поширення та коефіцієнта поглинання звуку.

Швидкість поширення повздовжніх акустичних хвиль визначається формулою

$$C = \sqrt{\frac{E'}{\rho}}. \quad (17)$$

Швидкість хвиль зсуву, в яких коливання відбуваються в напрямі, перпендикулярному поширенню хвилі

$$C_{\perp} = \sqrt{\frac{G'}{\rho}}. \quad (18)$$

Ці формули справджуються лише при малих затуханнях, тобто коли опір середовища є незначним.

Основними параметрами, що характеризують в'язко-пружні властивості полімерів, як відомо, є модулі  $E'$ ,  $E''$ ,  $tg\delta$  та швидкість поширення звуку. Основне завдання теорії, що описує в'язко-пружні властивості, є зв'язок цих параметрів з частотою та температурою, а також з структурою на різних рівнях її організації.

Одним із способів описання в'язко-пружних властивостей є використання механічних моделей.

Модель Максвелла. Аналогом моделі Максвелла (рис. 2) є послідовне з'єднання пружини, що моделює абсолютно пружну поведінку, та демпфера (поршень, що рухається у в'язкій рідині). Така модель часто використовується, наприклад, для описання процесу релаксації напруги.

Моделі Кельвіна-Фойхта (рис. 3 а) та б)) стандартного лінійного тіла можна використати для описання лише одного релаксаційного переходу, в якому розподіл часу релаксації замінює один «ефективний» час релаксації.

Не зважаючи на ускладнення моделей, результати розрахунків, проведених на їх основі, не можуть повністю описати поведінку в'язко-пружних властивостей полімерів.

Моделі Кельвіна-Фойхта та Максвелла навіть якісно не можуть описати поведінку

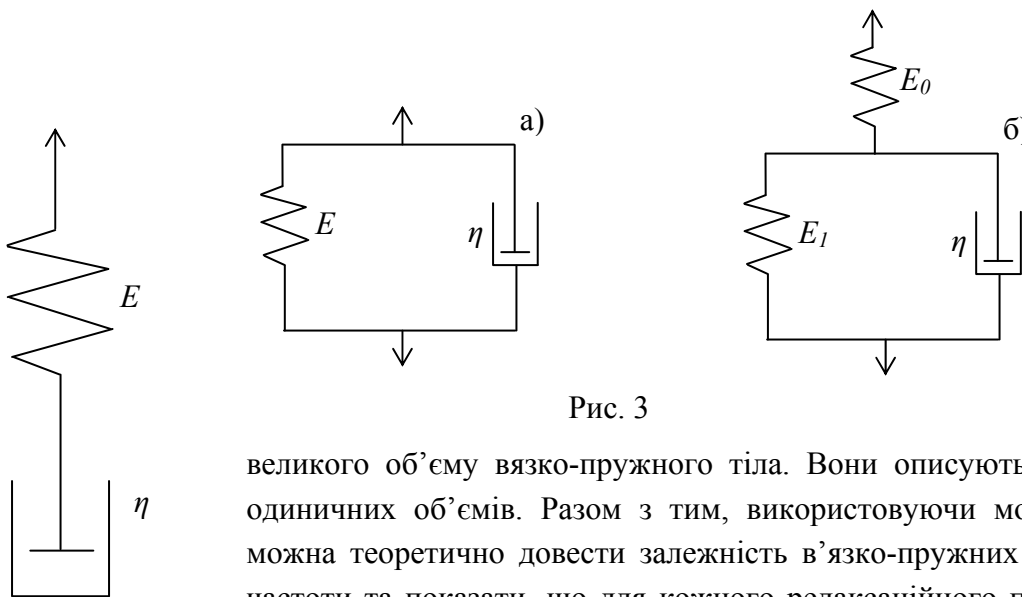


Рис. 3

великого об'єму вязко-пружного тіла. Вони описують поведінку лише одиничних об'ємів. Разом з тим, використовуючи модельні уявлення, можна теоретично довести залежність в'язко-пружних властивостей від частоти та показати, що для кожного релаксаційного процесу має місце максимум  $G'' = f(\lg \omega)$  та  $tg\delta = f(\lg \omega)$ .

Умовою максимуму на залежностях  $G'' = f(\lg \omega)$  та перегину на кривих  $C = f(\lg \omega)$  і  $G' = f(\lg \omega)$  є співвідношення  $\omega\tau_i = 1$ .

Для залежності  $tg\delta = f(\lg \omega)$  максимум проявляється при менших частотах.

Залежність  $\tau_i$  від температури не враховується в теоріях в'язко-пружного тіла в явному вигляді. Але відомо, що час релаксації  $\tau_i$  суттєво залежить від температури. Ця залежність виражається рівнянням Больцмана-Арреніуса  $\tau_i = B_i e^{\frac{U}{kT}}$ .

Тут  $B_i$  – стала,  $U$  – енергія активації релаксаційного процесу,  $T$  – температура,  $k$  – стала Больцмана.

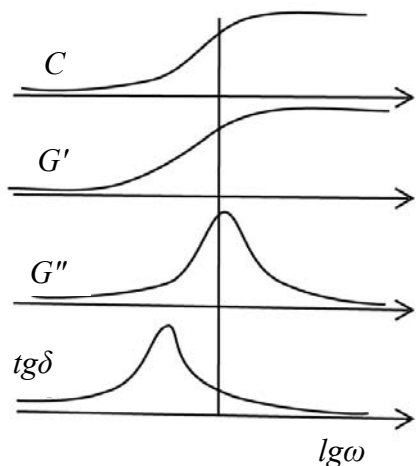


Рис. 4

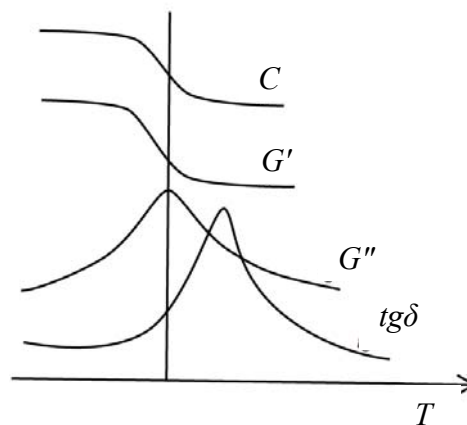


Рис. 5

Залежність в'язко-пружних властивостей від температури згідно до рівняння (19) є дзеркальним відображенням залежності від частоти (рис. 4 і 5).

*Опис приладу*

Метод вільних крутильних коливань, реалізована на оберненому (торсіонному) крутильному горизонтальному маятнику [4, 5].

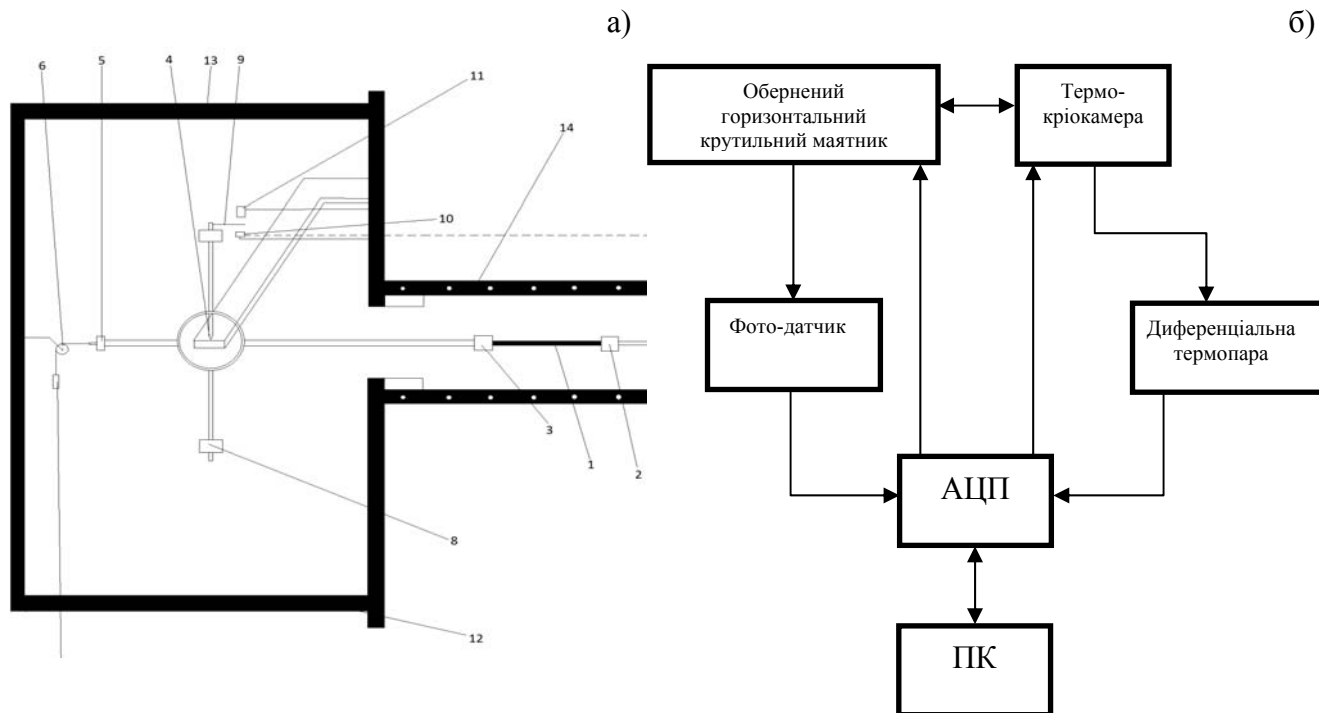


Рис. 6

На рис. 6 а) та б) представлені блок-схеми горизонтального оберненого крутильного маятника, що працює в режимі вільних затухаючих коливань та установки для реєстрації параметрів цих коливань.

Зразок полімерного композиційного матеріалу 1 закріплюється в нерухомому 2 і рухомому 3 затискачах. Маятник за допомогою вантажу 4 розташовується горизонтально на підставці 5 і через блок 6 з'єднаний з врівноважуючою противагою 7. За допомогою електромагніту 8 маятник виводиться з положення рівноваги і непрозорий екран 9 перекриває фоторезистор 10 від джерела світла 11. Вся конструкція кріпиться на масивній плиті 12 під непрозорим ковпаком 13. Термокриокамера 14 дозволяє змінювати температуру зразка в інтервалі від  $100\text{ K}$  до  $700\text{ K}$ .

Враховуючи, що вимірюваним параметрами експериментальних досліджень є період коливань і декремент затухання, важливу роль відіграє релаксація коливань маятника. Автори робіт [4 – 7] пропонують різні способи визначення періоду і амплітуд коливань маятника. У даній установці використаний наступний принцип пристрою автоматичної реєстрації амплітуд і періоду коливань торсіонного маятника з виведенням на ПК.

При коливанні системи електричний сигнал з виходу датчика, що перетворює механічні коливання в електричні, надходить на фільтр вищих гармонік, далі через підсилювач на діод і конденсатор, який починає заряджатися до пікового значення напруги. Одночасно з підсилювача сигнал подається на тригер Шмідта, на виході якого формується напруга прямокутної форми, що надходить на формувач імпульсу, де по задньому фронту освітлення короткі імпульси запускають цифровий вольтметр. Вимірювання амплітуди напруги кожного коливання цифровим вольтметром і реєстрація результатів відбуваються по кожному імпульсу запуску.

Далі сигнали надходять через АЦП на ПК, де ведеться подальша їх обробка.

Температурний режим експериментальних досліджень створюється за допомогою термокриокамери.

#### *Хід роботи:*

1. Закріпити досліджуваний зразок досліджуваного полімерного волокна за допомогою затискачів 2 і 3, нерухомого та рухомого відповідно.
2. Розташувати маятник горизонтально на підставці 5 за допомогою вантажу 4 і з'єднати його з врівноважуючою противагою 7 через блок 6.
3. Перевірити чи фоторезистор 10 не закриває непрозорий екран 9, який освітлюватиметься джерелом світла 11.
4. Перевірити готовність приладу та ввімкнути в мережу з частотою 50 Гц.
5. Прогріти установку 3-5 хв.
6. Вивести маятник зі стану рівноваги за допомогою електромагніту 8.
7. За допомогою термокриокамери встановити заданий температурний інтервал (задається викладачем).
8. За допомогою ПК отримати значення амплітуди та періоду коливань.
9. Визначити логарифмічний декремент затухання.
10. З рівнянь (4) – (6) визначити  $G'$ ,  $G''$  і  $tg\delta$ .
11. Оцінити похибки за формулами непрямих вимірювань та зробити висновки.

### *Контрольні запитання*

1. Які ви знаєте види деформації? Дайте їм характеристику.
2. Які види коливань ви знаєте? Охарактеризуйте їх.
3. Пояснити фізичний зміст логарифмічного декременту і коефіцієнта згасання.
4. Пояснити фізичний зміст комплексного динамічного модуля зсуву, дійсної  $G'$  і уявної  $G''$  його частин та тангенса кута механічних втрат.
5. Вивести формулу логарифмічного декременту і коефіцієнту згасання.
6. Обґрунтувати модель Максвелла.
7. Порівняти даний метод дослідження механічних властивостей полімерів з ультразвуковим методом дослідження

### *Питання охорони праці, техніки безпеки та протипожежної безпеки*

1. При виконанні лабораторної роботи слід дотримуватись загальних правил охорони праці, техніки безпеки та протипожежної техніки.
2. Не дозволяється залишати установку, що працює в автоматичному режимі, до завершення експерименту.
3. Не виймати досліджуваний зразок з комірки доки вона не охолоне до кімнатної температури.

На підставі вище сказаного, можна зробити висновок: при підготовці даної лабораторно роботи була зроблена спроба розв'язання актуального в наш час завдання – включення найновітніших досягнень фізики полімерів у навчальний процес.

Важливість подальшого розвитку знань у даній галузі та необхідність впровадження результатів досліджень полімерних композиційних матеріалів у навчальний процес пояснюється широким спектром галузей науки та техніки, в яких вироби на основі ПКМ здобули високої затребуваності.

### **Список використаної літератури**

1. Рысюк Б.Д., Носов М.П. Механическая анизотропия полимеров. К.: Наукова думка, 1978. – 232 с.
2. Мешков С.И. Феноменологические основы метода внутреннего трения // Сб. Аналитические возможности внутреннего трения. – М.: Наука, 1973. – с. 5 – 19.
3. Яновський Ю.Г., Дзюра Е.А. Маятниковые приборы для изучения вязкоупругих характеристик полимерных систем. // Зав.лаб. 1969. Т.35, № 1. – С. 107 – 113.
4. Лазоренко М.В. Взаимосвязанность процессов структурной и механической релаксации и молекулярная подвижность в эластомерах: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Киев, 1986. – 167 с.
5. Баглюк С.В. Релаксационные процессы и молекулярная подвижность в полибутADIENE и его сополимерах: Дис. ... канд. физ.-мат. Наук. Киев, 1988. – 204 с.
6. Кострицкий И.В. Методика и испытательная установка для исследования динамических свойств полимерных материалов и волокон // Зав.лаб., 1990. № 5, с. 38 – 42.



7. Кенунен И.В., Володин В.П. Автоматический крутильный маятник для измерения динамических характеристик полимеров. // Там же, с. 76 – 79.

**Рокицкий М.А., Василенко С.Л., Рокицкая Г.В., Борбич Ю.А., Банак Р.Д. Лабораторная работа: „Исследование комплекса механических свойств полимерных нанокомпозитов”.**

*Предлагается лабораторная работа специального физического практикума для студентов физических и технических специальностей. Обосновывается необходимость и целесообразность внедрения новейших достижений в области физики нанокомпозитов в учебный процесс.*

*При исследовании механических свойств полимерных нанокомпозитов используется метод внутреннего трения – динамический метод исследования неупругих свойств твердых тел, при котором измеряются диссипативные характеристики, такие как комплексный модуль сдвига и тангенс угла механических потерь  $\text{tg}\delta$ . Этот метод реализуется на низкочастотных крутильных маятниках, среди которых обратные (торсионные) крутильные маятники свободных колебаний имеют те преимущества, что с их помощью можно исследовать динамические характеристики материалов с очень большими потерями при незначительных отклонениях от чисто синусоидального движения и они практически пригодны для изучения полимеров во всех их физических состояниях.*

*На основе этого были разработаны задания к лабораторной работе такие как: ознакомление с понятиями комплексного модуля сдвига, действительной и мнимой составляющей динамического модуля сдвига и тангенса кута механических потерь; определение действительной и мнимой составляющих динамического модуля сдвига и тангенса кута механических потерь для кристаллического и аморфного тел динамическим методом свободных крутильных колебаний маятника; сравнение и анализ полученных вышеупомянутых результатов.*

*Важность дальнейшего развития знаний в данной области и необходимость внедрения результатов исследований полимерных композиционных материалов в учебный процесс объясняется широким спектром областей науки и техники, в которых изделия на основе полимерных композиционных материалов имеют высокую востребованность.*

**Ключевые слова.** *Полимер, нанокомпозит, внутреннее трение, маятник, механические свойства.*

**Rokitskiy M., Vasilenko S., Rokitskaya G., Borbich Ju., Banak R. Laboratory Work: „Study of the Complex Mechanical Properties of Polymer Nanocomposites”.**

*New laboratory work for special physics practicum for students of physics and engineering majors is proposed. The necessity and appropriateness of implementation of the latest achievements in physics of nanocomposites field in the teaching and educational process is substantiated.*

**Keywords.** *Polymer, nanocomposite, internal friction, pendulum, mechanical properties.*