Парчук М.І.,
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова

ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ В КУРСІ «ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА» ДЛЯ СТУДЕНТІВ ФІЗИЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ПЕДАГОГІЧНИХ ВНЗ

Проаналізовано та обґрунтовано методичну доцільність використання прикладних задач фізичного змісту в курсі «Теорія ймовірностей та математична статистика» для студентів фізичних спеціальностей педагогічних ВНЗ; запропоновано приклади таких задач з різних розділів курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика».

Ключові слова. *Теорія ймовірностей та математична статистика, прикладна задача, студенти фізичних спеціальностей, методика.*

Враховуючи постійний розвиток та гуманізацію суспільства (в соціально-економічному, духовному та політичному розрізі), до майбутніх фахівців в галузі освіти висуваються все нові і нові вимоги. Саме тому освітня політика в напрямку професійно-педагогічної підготовки студентів фізичних спеціальностей відповідно до законів України «Про освіту», «Про вищу освіту», Національної доктрини розвитку освіти, цільової комплексної програми «Вчитель» працює над постійною зміною та удосконаленням пріоритетів, мети, змісту, форм і методів для забезпечення формування компетного та конкурентоспроможного фахівця, здатного пристосуватися до швидких соціальних змін у суспільстві.

Внаслідок цього підготовку майбутніх фізиків в педагогічному університеті необхідно розглядати як цілісну структуру циклів професійної і практичної, загальнонаукової (фундаментальної) та математичної підготовки. Саме такі математичні дисципліни як аналітична геометрія та лінійна алгебра, математичний аналіз, диференціальні рівняння, векторний і тензорний аналіз, теорія ймовірностей та математична статистика відіграють важливу роль у фундаментальній підготовці вчителів фізики. Адже їх вивчення зорієнтоване на широке розкриття зв'язків математики з навколишнім світом, із сучасним виробництвом та досягається саме в процесі навчання студентів. Тому очевидна необхідність підсилення практичного, прикладного спрямування математичної освіти.

Наприклад, однією з дисциплін математичного циклу, яка реалізує прикладну спрямованість, є «Теорія ймовірностей та математична статистика». Саме під час викладання такого курсу крім звичайних математичних (абстрактних) задач, студентам можна запропонувати велику кількість прикладних (в тому числі і професійно орієнтованих) задач. Такі задачі, в свою чергу, виконуючи всі фунції математичних задач, забезпечують також мотивацію навчальної діяльності студентів; сприяють реалізації міжпредметних зв'язків; формують не лише математичні, а й професійно-практичні компенції.

Отже, **актуальність проблеми** полягає у розробці методики доцільного використання задач прикладного змісту під час вивчення дисципліни «Теорія імовірностей та математична статистика» студентами фізичних спеціальностей педагогічних ВНЗ з метою підвищення мотивації до навчання та формування уявлення про місце і роль математичних знань у системі фізичних наук.

Проблема реалізації прикладної спрямованості курсу математики завжди була і є в полі зору методистів та науковців. Теоретичне обґрунтування її існування та шляхів розв'язування проведено в роботах О. М. Астряба [1], Г. П. Бевза [3, 4], Б.В.Гнеденка [7, 8], Ю. М. Колягіна [12, 13], З.І.Слєпкань [17], Л. О. Соколенко [18, 19], В. О. Швеця [23] та ін. Зокрема були сформульовані загальні принципи, що забезпечують математичним дисциплінам прикладну спрямованість (В. В. Фірсов [22]), розроблені шляхи розв'язування завдань навчання майбутніх фізиків застосовувати математичні знання на практиці (О. М. Астряб , Г. П. Бевз, З. І. Слєпкань), визначені умови реалізації прикладної спрямованості математики (Ю. М. Колягін).

Тому метою нашої статті є: проаналізувати та обґрунтувати методичну доцільність використання прикладних задач фізичного змісту в курсі «Теорія ймовірностей та математична статистика» для студентів фізичних спеціальностей педагогічних ВНЗ; навести приклади таких задач з різних розділів курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика».

Поняття «задача» у науковій літературі визначається з таких двох підходів: *психологічного* (задача як мета і спонукання до мислення) і *дидактичного* (задача як одна з форм втілення навчального матеріалу й засіб навчання). О.М. Леонтьев сказав, що задача - це ціль, дана в певних умовах. Г.А. Бал говорить про задачу як про "систему, обов'язковими компонентами якої є: а) предмет задачі, що перебуває у вихідному стані, б) модель необхідного стану предмета задачі" [2]. О.К. Тихомиров ж розуміє під задачею ціль, задану в конкретних умовах і спосіб її досягнення [20]. Деякі науковці (О.С. Зайцев, У.Р. Рейтман, А.Ф. Есаулов, І.Я. Лернер і ін.) [16] визначають задачу через її структурно-компонентний склад. Наприклад, І.Я. Лернер пише про задачу так: «ознаками будь-якої задачі є:

1) наявність мети задачі, що диктується вимогою або питаннями до задачі;

2) необхідність обліку умов і факторів, що є передумовою застосування способу розв'язування задачі і правильності самої задачі;

3) наявність або необхідність виявлення, побудови способу задачі».

На практиці задачами у широкому розумінні вважають не лише текстові, сюжетні задачі, а й різні вправи та приклади.

У педагогічній літературі поняття прикладної задачі трактується по-різному:

- задача, що потребує перекладу з природної мови на математичну;
- задача, яка близька за формулюванням і методами розв'язування до задач, що виникають на практиці;
- сюжетна задача, сформульована у вигляді задачі-проблеми.

На нашу думку, найточніше поняття прикладної задачі розкриває В. О. Швець. Під прикладними задачами він розуміє «задачі, що виникають за межами математики, але розв'язуються з використанням математичного апарату» [23, с. 17].

Кожна прикладна задача виконує різні функції, що за певних умов виступають явно або приховано. Деякі задачі ілюструють запозичений у природи принцип оптимізації (знаходження максимального ефекту з мінімальними затратами),підвищують мотивацію студентів до навчання, інші – розвивають творче мислення майбутніх фізиків (задачі на побудову тощо) [10]. Саме тому використання прикладних задач на заняттях з теорії ймовірностей та математичної статистики для студентів-фізиків має демонструвати практичне застосування математичних ідей і методів до розв'язання фізичних задач [5].

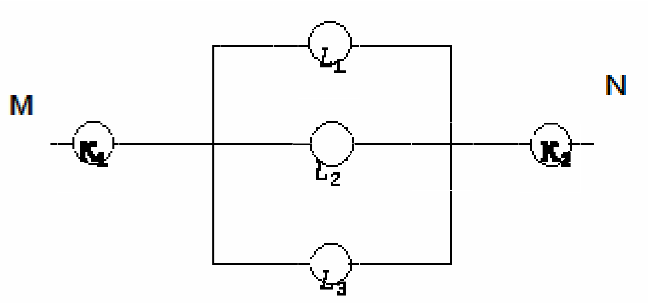
При розв'язанні будь-якої прикладної задачі студенти часто стикаються з поняттям математичної моделі. Отже, математична модель – це спеціальний спосіб наближеного опису деякої проблеми, що дозволяє при її аналізі застосовувати формально-логічний апарат математики, це основа набуття математичних компетентностей учнів та студентів [19]. За С.А. Раковим математична компетентність – це «вміння бачити та застосовувати математику у реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, вміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики» [14].

Саме для того, щоб показати майбутнім вчителям фізики прикладну спрямованість курсу теорії ймовірностей та математичної статистики необхідно більш широко використовувати прикладні задачі. Можливо це, наприклад, на етапах введення нових понять. Фактично така ідея не є новою в методиці навчання математичних дисциплін загалом, достатньо згадати такий метод навчання, як метод доцільних задач, який належить до проблемних методів і був вперше запропонований і описаний відомим математиком і педагогом С.І. Шохор-Троцьким ще наприкінці XIX століття. При вивченні курсу теорії імовірностей та математичної статистики застосування цього методу не тільки стимулює до вивчення студентами теорії, а й допомагає викладачеві розкрити істинну значимість навчального матеріалу, особливо у тих випадках, коли виконати це в інший спосіб досить складно. Даний спосіб традиційно застосовується при введенні деяких основних понять, однак, не менш ефективним є його застосування при вивченні випадкових величин, нові об'єкти можуть вводитися не тільки у формі абстрактних математичних понять, а й через прикладні задачі, у формі моделей реальних фізичних процесів і явищ. Дидактична цінність застосування методу доцільної прикладної задачі полягає у тому, що вона дає можливість одразу розкрити і зміст поняття, і його застосування, пов'язавши його з конкретною життєвою ситуацією.

Наведемо приклади прикладних задач, які можна використовувати на заняттях із теорії ймовірностей та математичної статистики для студентів фізичних спеціальностей.

При вивченні теми «Теореми додавання і множення ймовірностей» можна пропонувати задачі наступного типу.

Задача 1. Електричне коло між точками M і N складена по схемі, зображеній на рисунку. Вихід з ладу за час T різних елементів кола - незалежні події, що мають імовірності, наведені в таблиці. Визначити ймовірність розриву кола за вказаний проміжок часу.



Елемент	K_1	K_2	L_1	L_2	L_3
Ймовірність	0,6	0,5	0,4	0,7	0,9

Розв'язання. Задача на додавання та множення ймовірностей. Позначимо через $A_j(j = 1,2)$ *подію*, що полягає у виході з ладу елемента K_j, через A — вихід з ладу хоча б одного елемента K_j, а через B - вихід з ладу усіх трьох елементів $L_i(i = 1,2,3)$. Тоді шукана імовірність $p = P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$.

Оскільки

$P(A) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1) \cdot P(A_2) = 0{,}8$,

$P(B) = P(L_1)P(L_2)P(L_3) = 0{,}252$, то $p \approx 0{,}85.$

Відповідь: $p \approx 0{,}85$.

Під час вивчення теми «Нормальний розподіл ймовірностей» варто рекомендувати для розв'язання задачі, пов'язані з оцінкою похибок вимірювань, на знаходження ймовірності відхилення значення від математичного сподівання на задану величину.

Задача 2. Вимірювання відстані до тіла супроводжується систематичними і випадковими похибками. Систематична похибка дорівнює 50 м до заниження відстані. Випадкова похибка має нормальний закон розподілу із середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 100$ *м*. Знайти: 1) ймовірність вимірювання відстані з похибкою, яка не перевищує за абсолютним значенням 100м; 2) ймовірність того, що виміряна відстань не перевищить істинну.

Розв'язання. Позначимо через X загальну похибку вимірювання відстані. Її середнє значення $\bar{x} = -50$ *м*. Оскільки X за умовою має нормальний розподіл з параметром $a = -50, \sigma = 100$, то щільність ймовірності загальної похибки має вигляд

$$f(x) = \frac{1}{100\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+50)^2}{20000}}.$$

1)Відповідно до загальної формули маємо:

$$P(|X| < 150) = P(-150 < X < 150) = \Phi\left(\frac{150+50}{100}\right) - \Phi\left(\frac{-150+50}{100}\right) =$$

$$= \Phi(2) - \Phi(-1)) = \Phi(2) + \Phi(-1).$$

Користуючись таблицями значень функції Лапласа Φ(2)=0,0540, Φ(1)=0,2420.

Остаточно $P(|X| < 150) = 0{,}148.$

2)Ймовірність того, що виміряна відстань не перевищить істинну

$$P(-\infty < X < 0) = \Phi(0) + \Phi(\infty).$$

Оскільки $\Phi(\infty) = \lim_{x \to +\infty} \Phi(x) = 0{,}5$, а Φ(0)=0, то $P(-\infty < X < 0) = 0{,}5.$

Відповідь: 1) $P(|X| < 150) = 0{,}148$; 2) $P(-\infty < X < 0) = 0{,}5.$

Під час вивчення теми «Числові характеристики випадкових величин» доцільно пропонувати задачі на визначення основних числових характеристик: математичного сподівання, середнього квадратичного відхилення; а також на розподіли випадкових величин, що моделюють різні фізичні процеси.

Задача 3. Індикатор кругового нагляду навігаційної станції являє собою круг радіусом *a*. Внаслідок перешкод може з'явитись пляма з центром в будь-якій точці цього круга. Визначити математичне сподівання і дисперсію відстані від центру плями до центру круга.

Розв'язання. Випадкова відстань *R* від центру круга до плями може бути виражена через прямокутні декартові координати *X* та *Y:*

$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$.

Враховуючи те, що розподіл випадкової величини (x, y) всередині круга радіуса a є рівномірним, то щільність ймовірності системи випадкових величин (*X; Y*) виражається формулою

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{1}{\pi a^2} \text{ при } x^2 + y^2 \le a^2; \\ 0 \text{ при } x^2 + y^2 > a^2. \end{cases}$$

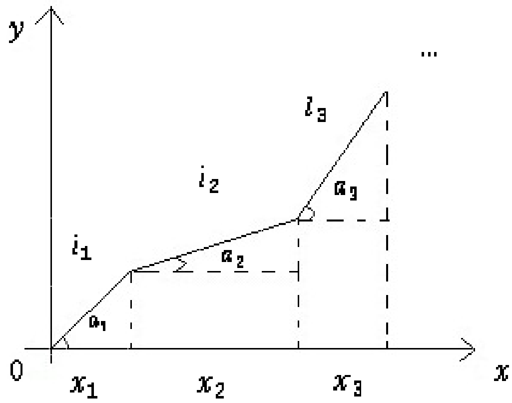
Тому

$$M[R] = \frac{1}{\pi a^2} \int\int_{x^2+y^2 \le a^2} \sqrt{(x^2+y^2)}\, dx\, dy = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a r^2 dr = \frac{2}{3} a,$$

$$D[R] = \frac{1}{\pi a^2} \int\int_{x^2+y^2 \le a^2} (x^2+y^2)\, dx\, dy - r^2 = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a r^2 dr - \frac{4}{9} a^2 = \frac{a^2}{18}.$$

Відповідь: $M[R] = \frac{2}{3} a$; $D[R] = \frac{a^2}{18}$.

Задача 4. Частинка починає рух від початку координат і рухається в деякому напрямі на відстань l_1. Потім вона миттєво змінює напрям руху і в новому довільному напрямі переміщається на відстань l_2. Траєкторія блукаючої таким чином частинки складається з відрізків $l_1, l_2, \dots, l_n$, напрям кожного з яких визначається кутом a_k з віссю *Ox,* рівномірно розподіленим на інтервалі $[0; 2\pi]$. Випадкові величини $a_1, a_2, \dots, a_n$ незалежні. Знайти характеристичну функцію координати *X* кінцевої точки траєкторії і відповідну їй щільність ймовірності.



Розв'язання.

Координата *X* визначається як сума проекцій відрізків l_k на вісь *Ox:*

$$X = \sum_{k=1}^{n} l_k \cos a_k$$

Внаслідок незалежності a_k маємо:

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) = \prod_{k=1}^{n} f(a_k)$$

причому $f(a_k) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \text{ при } 0 \le a_k \le 2\pi, \forall k = \overline{1, n}, \\ 0 \text{ при } a_k < 0,\ a_k > 2\pi. \end{cases}$

Отже, $f(a_1, a_2, \dots, a_n) = \begin{cases} \frac{1}{(2\pi)^n}, \forall k = \overline{1,n}, \\ 0, \ \exists a_k : a_k < 0 \text{ або } a_k > 2\pi. \end{cases}$

Висновок. Проаналізувавши зміст навчального матеріалу, можна зробити висновок, що при вивченні практично будь-якої теми курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика» для студентів спеціальності «Фізика» педагогічних ВНЗ доцільно використовувати задачі фізичного змісту, оскільки саме в цій дисципліні, по-перше, розглядаються математичні моделі багатьох фізичних процесів і явищ, і, по-друге, методи теорії ймовірностей та математичної статистики для багатьох розділів фізики є ефективними інструментами дослідження.

Отже, можна стверджувати, що доцільне й методично обґрунтоване використання прикладних задач в курсі «Теорія ймовірностей та математична статистика» для студентів спеціальності «Фізика» педагогічних університетів сприяє підвищенню ефективності та результативності навчання такими шляхами:

1) мотивації навчальної діяльності та формуванню професійних компетентностей;
2) розкриттю міжпредметних зв'язків з такими фізичними дисциплінами як «Статистична фізика», «Квантова фізика», «Ядерна фізика» тощо;
3) реалізації принципів прикладної та професійної спрямованості.

Список використаної літератури

1. Астряб О.М. Методика викладання математики в Українській РСР. В кн.: Розвиток народної освіти і педагогічної науки в Українській РСР. К., 1957.- 448 с.
2. Балл Г.А. Теория учебных задач. М.: Педагогика, 1990. – 184 с.
3. Бевз Г.П. Методика викладання математики. – К.: Вища школа, 1989, - 367 с.
4. Бевз Г.П. Міжпредметні зв`язки, як необхідний елемент предметної системи навчання// Математика в школі. – 2003, №6, - С. 11 – 15.
5. Бурдин А.О. О классификации задач// Совершенствование содержания и методов обучения естественно-математическим дисциплинам в средней школе. М., 1981. - С. 3-7.
6. Главатських І.М. Професійна спрямованість математичної підготовки майбутніх інженерів-педагогів [Текст]: Автореферат. к. пед. наук, спец.: 13.00.02 – теорія та методика навчання математики (математика)/ І.М. гЛаватських. – К.: Нац. пед. у-н-т ім. М.П. Драгоманова, 2010. – 24 с./ режим доступу http://lib.sumdu.edu.ua/library/DocRequestForm?doc_id=254179
7. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей.8-е изд., испр. И доп. З М.: Едиториал УРСС, 2005. – 448 с.
8. Гнеденко Б.В. Про філософські проблеми математики в зв'язку з її викладанням// Метод. збірник "Математика в школі", вип.7, 1952. – С. 7-23
9. Губар Д.Є. Роль прикладних задач з математики у процесі активізації пізнавальної діяльності учнів// Серія «Педагогічні науки», 2011./ режим доступу http://archive.nbuv.gov.ua/portal/Soc_Gum/Vchu/ped/2011_201_2/N201-2p017-022.pdf

10. Клочко В. І. Проблема трансформації змісту курсу вищої математики в технічних університетах в умовах використання сучасних інформаційних технологій [Текст]: збірник/ В.І. Клочко// Дидактика математики: Проблеми і дослідження : Міжнар. збірник наук. робіт. - Донецьк : ТЕАН, 2004. - Вип. 22. - С. 10-15
11. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Часть I. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. - М., Просвещение, 1977. - 113 с.
12. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Часть II. Обучение математике через задачи и обучение решению задач. - М., Просвещение, 1977. - 145 с.
13. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ. – Харків: Факт, 2005. – 360 с.
14. Свешников А.А.(под ред.) Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных величин. – М.: Наука, изд. II, доп., 1970. – 656 с.
15. Сікора Я.Б. Класифікація оптимізаційних навчальних задач для побудови операційної частини змістового модуля// Вісник Житомирського державного університету. Випуск 5 (71). Педагогічні науки/ режим доступу http://eprints.zu.edu.ua/10296/1/14.pdf
16. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі. Навчальний посібник. – К.: Вища школа, 2005. – 239 с.
17. Соколенко Л. О. Система прикладних задач природничого характеру як засіб формування евристичної діяльності учнів/ Л. О. Соколенко// Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип.32. – Донецьк : Фірма ТЕАН, 2009. – С. 24 – 28
18. Соколенко Л.О. Прикладна спрямованість шкільного курсу алгебри і початків аналізу: Навчальний посібник. – Чернігів: Сіверянська думка, 2002. – 128 с
19. Тихомиров О.К. Структура мыслительной деятельности человека. М.: Педагогика, 1969. – 304 с.
20. Турчин В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. – Днепропетровск: Изд-во ДНУ, 2008. – 656 с.
21. Фірсов В.В. О прикладной ориентации курса математики. - М.: Просвещение, 1977. - 22 с.
22. Швець В. О. Математичне моделювання як змістова лінія шкільного курсу математики/ В. О. Швець / Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип.32. – Донецьк : Фірма ТЕАН, 2009. – С. 16 – 23.
23. Швець В.О., Бойко Л.М. Міжпредметні зв’язки математики і фізики: стан, проблеми, перспективи.// Фізика та астрономі в школі.- 2002.- №6.- с.21-25

Парчук М.И. Прикладные задачи в курсе «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов физических специальностей педагогических ВУЗов.

В статье проанализирована и обоснована методическая целесообразность использования прикладных задач физического содержания в курсе «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов физических специальностей педагогических

ВУЗов с целью повышения мотивации к обучению, формирования представления о месте и роли математических знаний в системе физических наук, реализации межпредметных связей с физическими курсами, которые будут изучаться впоследствии, создания фундамента для изучения квантовой и статистической физики. Рассмотрены некоторые подходы к определению понятий «задача» и «прикладная задача». Предложены варианты прикладных задач физико-технического содержания из различных разделов курса «Теория вероятностей и математическая статистика», в частности таких как: теоремы сложения и умножения вероятностей, нормальное распределение вероятностей, числовые характеристики случайных величин.

Ключевые слова. *Теория вероятностей и математическая статистика, прикладная задача, студенты физических специальностей, методика.*

Parchyk M. Applied tasks in a course "Theory of chances and mathematical statistics" for the students of physical specialities of pedagogical Institutions of higher learning.

Analyzed and justified methodological feasibility of using applied problems in the physical sense of course "Probability Theory and Mathematical Statistics" for students of pedagogical universities physical specialties; offered examples of such problems from different parts of the course "Theory of Probability and Mathematical Statistics".

Keywords. *Theory of chances and mathematical statistics, students of physical specialities.*