Лещинський О. Л.,
Промислово-економічний коледж Національного авіаційного університету

ФРЕЙМ-ПІДХІД ДО ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН ДЛЯ СТУДЕНТІВ КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ВНЗ І-ІІ РІВНІВ АКРЕДИТАЦІЇ

У статті вивчаються теоретичні аспекти викладання математичних дисциплін на основі фреймового підходу. Цей підхід природній, на думку автора, для формування професійного мислення майбутнього програміста в процесі надання математичної освіти в навчальному закладі.

Ключові слова: *фрейм, представлення знань, бази знань, семантична мережа.*

Люблю обычные слова,
Как неизведанные страны
Они понятны лишь сперва
Потом значенья их туманны
Их протирают как стекло
И в этом наше ремесло.
Д. Самойлов.

При підготовці молодших спеціалістів програмістів, зокрема при наданні математичної освіти, з кожним роком спостерігається збільшення потоку науково-технічної інформації, збільшення навчальних дисциплін, а також обсягів знань з них. Все це вимагає аналітико-синтетичної обробки навчально-наукового матеріалу з метою його стиснення і компактного представлення інформації яка міститься в ньому. Актуальність вказаного способу обробки навчального матеріалу зростає також у зв'язку з збільшенням кількості навчальних посібників по всіх дисциплінах, де один і той же матеріал може викладатися по різному. Згорнути і компактно представити навчальний матеріал можна, зокрема, шляхом використання фреймового підходу. Вченими психологами вважається, що фреймові схеми-алгоритми легко укладаються в довгострокову пам'ять студента. Складність змістовної компресії, що є сутністю фреймового підходу до організації знань в тому, що процес стиснення інформації вимагає, по-перше, високого рівня розуміння, навчального матеріалу, необхідного для адекватного виділення з тексту основного змісту, по друге, володіння реферативною формою викладання і, по третє, володіння способами представлення стислої інформації у вигляді фреймових моделей і схем.

На сьогодні тільки починається поширення фреймів у різних областях знань як методу ефективного навчання. Ці питання вивчають наступні педагоги-дослідники: Т.Н.Колодочка, А.А.Остапенко, С.І.Шубін, які використовують великоблочні опори фреймового типу при вивченні технології, математики, зоології, фізики. Н.Д. Колетвінова, А.І.Латишева, О.А.Литвинко які використовують фрейми для навчання філологічним дисциплінам, В.Е.Штейнберг застосовує логіко-смислові моделі та семантичні фрактали, Л.Н.Мазаева використовує фреймові технології в процесі професійної підготовки майбутніх вчителів фізики. Кожний педагог інтуїтивно, наївно відшукує свій шлях у фреймовій технології, створює свій інструментарій (комплект фреймових схем-опор, систему логіко-лінгвістичних фреймових моделей тощо) і методику їх використання. Інновації на науковій основі, як правило, поширюються за наступною схемою: інтуїтивне виникнення нового методу (застосування нового підходу), яке на практиці у педагогів-новаторів мотивується новими вимогами часу, узагальнення методу у вигляді концепції - побудова освітньої моделі на основі концепції, масове впровадження в педагогічну практику.

Розвиток інформаційно-наукових систем високого рівня, та діалогових систем, інтерактивних систем людина-комп'ютер змотивував проблему представлення знань в таких системах. Однією зі змістовних компонентів цієї проблеми є те, що у відносно невеликому обсязі пам'яті, системи повинна зберігатись велика кількість даних стосовно задач, що розв'язуються системою в процесі її функціонування. Розв'язок цієї проблеми ґрунтується на спеціальній організації даних і в загальному сенсі знань. Повинна здійснюватися певна структуризація даних для постійного представлення стереотипних ситуацій в рамках загального контексту існуючих на сьогодні науково-обґрунтованих знань. Свого часу М.Мінський, у 1974 році запропонував теорію фреймів – теорію специфічних структур даних. Він розглядав два види фреймів, які зараз прийнято називати статичними(або просто фреймами) та динамічними(сценаріями). Фрейми довільного виду – це мінімально необхідна структурована інформація, яка однозначно визначає клас об'єктів. Наявність фрейму дозволяє відносити об'єкт до того класу, який їм визначається. Прикладами фреймів можуть бути характеристичні множини в математиці. Практичним застосуванням теорії фреймів займався Р. Шенк (1975р.), Р. Абельсон (1973р.), Ч. Річер (1975р.).

Людина взагалі і програміст зокрема роблячи спробу зрозуміти нову для себе ситуацію, або змінити точку зору на відому, вибирає в своїй пам'яті деяку структуру даних (що можна назвати образом) з метою зміни в ній окремих фрагментів, зробити її застосовною, для зручного подальшого розуміння більш широкого класу, множини, явища, процесу. Мінський назвав таку структуру фреймом. Фрейм за сприйняттям є структурою даних, для стереотипної ситуації. З кожним фреймом асоціюється інформація різних видів.

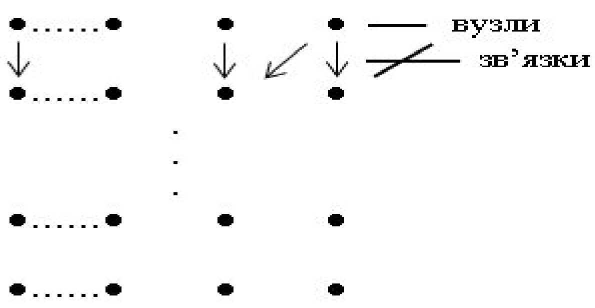
Змістовна структура фрейму має наступний вигляд:

Мета, сценарій і технологія використання фрейму	Прогнози і інтуїтивно очікувані результати використання	Сценарій дій на випадок не здійснення очікувань

Деталізована структура фрейму, в свою чергу, є наступною:

«Верхні рівні» завжди чіткі, визначенні оскільки утворені такими поняттями які завжди справедливі по і відношенню до ситуації, що припускається.

«Нижні рівні» містять багато особливих вершин терміналів, або комірок, які повинні бути заповненими характерними прикладами, контрприкладами або даними.



Кожним терміналом можуть встановлюватись умови(обмеження), які повинні задовольняти його завдання (утворення). Прості умови визначаються маркерами, наприклад у вигляді вимоги, щоб завданням терміналу був деякий об'єкт або предмет, що підходить за розмірами, або вказівник на субфрейм певного типу.

Більш складними умовами задаються відношення між поняттями, що містяться в різних термінальних вершинах. Групи семантично близьких фреймів, об'єднуються в систему фреймів.

Результати суттєвих дій зображуються у вигляді трансформацій між фреймами об'єднаної системи. Запропонований підхід дає можливість моделювати такі поняття як увагу, цінність і пріоритети інформації, робити більш раціональними і ефективними деякі типи обчислень. Теорія фреймів цікава також можливостями використання в ній систем очікувань і інших видів припущень. Термінали фреймів на початковому своєму етапі заповнені так званими «завданнями відсутності», тобто інформацією про деталі(часткові випадки), які не обов'язково повинні застосовуватись в певній конкретній ситуації.

Системи фреймів зв'язані в свою чергу мережею пошуку і обробки інформації. Якщо обраний фрейм не застосований в реальній ситуації, тобто, якщо не вдається знайти такі завдання терміналів, які задовольняють умовам відповідних маркерів, мережа пошуку інформації дозволяє вибирати більш застосовний для даної ситуації фрейм. Подібні структури дають можливість використовувати в системі фреймів різні методи впорядкування інформації, що набуває особливого значення при розробці механізмів розуміння. Процес узгодження частково контролюється інформацією, пов'язаною з самим фреймом (включаючи вказівник на те, я реагувати на передбачувані обставини) і значною мірою досвідом розв'язання аналогічних або близьких за змістом задач. Якщо узгодження зовнішніх даних з маркерами терміналів незадовільні, то відомості отримані на його основі використовуються при виборі альтернативного фрейму.

На сьогодні розрізняють наступні види фреймів: фрейми-зразки, фрейми-екземпляри, фрейми-структури, фрейми-ролі, фрейми-сценарії, фрейми ситуації. Система пов'язаних фреймів може утворювати семантичну мережу. Застосовуються фрейми в експертних системах і інших інтелектуальних системах різного призначення.

Кожний фрейм має свою власну структуру. Під структурою фрейму розуміється спосіб використання схеми, типової послідовності дій, ситуативна модифікація фрейму. Фрейм крім всього іншого, включає певне знання за умовчанням, яке називається презумпцією.

Фрейм складається з окремих одиниць, що називається слотами.

Він має однорідну структуру:

ІМ'Я ФРЕЙМУ

Ім'я 1-го слоту: Значення 1-го слоту

Ім'я 2-го слоту: Значення 2-го слоту

...

Ім'я N-го слоту: Значення N-го слоту

Значенням слоту може виступати ім'я іншого фрейму. Таким чином фрейми об'єднуються в мережі. Властивості фреймів наслідують зверху вниз, тобто від вищестоящих до нижчестоящих через, так звані АКО-зв'язки. Слот з ім'ям АКО вказує на ім'я фрейму з більш високого рівня ієрархії.

Незаповнений фрейм називається протофреймом, а заповнений – екзофреймом. Роль протофрейма як оболонки в екзофреймі, дуже важлива. Ця оболонка дозволяє здійснювати процедуру внутрішньої інтерпретації, завдяки якій данні в пам'яті системи не безликі, а мають цілком визначений відомий системі сенс.

Слот може містити не лише конкретне значення, але і ім'я процедури, що дозволяє обчислити її по заданому алгоритму, а також одну або декілька продукцій (евристик) за допомогою яких це визначається. У слот може входити не одне, а декілька значень. Іноді цей слот включає компонент, що називається фарсетом, який задає діапазон або перелік якого можливих значень. Фарсет також вказує граничні значення заповнювача слоту.

Окрім конкретного значення в слоті можуть зберігатися процедури і правила, які викликаються при необхідності обчислення цього значення. Серед них виділяють процедури-демони і процедури-слуги. Перші запускаються автоматично при виконанні деякої умови, а інші активізуються тільки по спеціальному запиту. Якщо наприклад фрейм, що описує людину, включає слоти ДАТА НАРОДЖЕННЯ і ВІК і в першому з них знаходиться деяке значення, то в другому слоті може стояти ім'я процедури-демона, що обчислює вік по даті народження і поточній даті що активізується при кожній зміні.

Сукупність фреймів, що моделює деяку предметну область, є ієрархічною структурою, в якій фрейми зберігаються за допомогою родових зв'язків. На верхньому рівні ієрархії знаходиться фрейм, що містить найбільш загальну інформацію, істинну для усіх інших фреймів. Фрейми мають здатність наслідувати значення характеристик своїх родителів, що знаходяться на більш високому рівні ієрархії. Ці значення можуть передаватися за замовченням фреймам, що знаходяться нижче них в ієрархії, але якщо останні містять власні значення цих характеристик, то в якості істинних приймаються саме вони. Ця обставина дозволяє без труднощів враховувати у фреймових системах різного роду виключення.

Розрізняють статичні і динамічні системи фреймів. У системах першого типу фрейми не могли бути змінені процесі розв'язання задачі, а в системах другого типу це допустимо.

Про системи побудовані на фреймах кажуть, що вони відносяться до об'єктно-орієнтованих. Кожний фрейм відповідає деякому об'єкту предметної області, а слоти містять данні, що описують цей об'єкт, тобто в слотах знаходяться значення ознак об'єктів. Фрейм може бути представлений у списку властивостей, а якщо використовувати засоби бази даних, то у вигляді запису.

В процесі реалізації фреймового підходу на першому етапі проектується основна концепція представлення необхідних знань. Представлення знань, це питання яке виникає в когнітології (науці про мислення), інформатиці тощо. Під цим терміном автори розуміють способи, представлення знань орієнтовних на навчання студентів. Основні питання які виникають на цьому етапі можуть бути:

– яка повинна бути схема представлення знань (структура схеми);

– які повинні бути об'єкти зв'язків (часткова область знань, загально-цільова область);

– чи повинна схема бути декларованою або процедурною.

Проектування повинно також враховувати класифікацію знань. Знання умовно можна поділити на два основні класи: формалізовані та неформалізовані. Формалізовані знання виражаються у вигляді законів, формул, алгоритмів. Такі знання містяться в підручниках, посібниках і відображають точну і універсальну інформацію у вигляді строгих суджень. Неформалізовані знання (вербальні) мають суб'єктивний і наближений характер. Вони є результатом узагальнення досвіду студента після розв'язання відповідної системи вправ, а також його інтуїції, і являють собою деяку множину емпіричних прийомів і правил логічного висновку.

Вирізняють наступні типи знань:

Поверхові знання – це, в основному, наближені знання евристики і деякої закономірності, яка встановлюється при наданні математичної освіти шляхом виконання певної системи задач. Такі знання ще називають експертними.

Глибинні знання – відображають найбільш загальні принципи відповідної теорії. До глибинних відносяться знання, засновані на теоріях, в яких відображається розуміння структури предметної області. Для отримання глибинних знань необхідно розуміти внутрішню філософію та співвідношення теорій в даній предметній області. Тільки такі знання можуть використовуватись при розв'язанні неординарних задач.

Процедурні знання – це знання, які можуть бути представлені процедурою, алгоритмом або процесом.

Декларативні знання – це знання, які зберігаються як дані. В декларативному представленні легко розширювати і поглиблювати знання.

Статичні знання – це тип знань, які не змінюються в процесі розв'язання певної системи задач.

Динамічні знання – це знання, які набуваються і поглиблюються з часом.

Жорсткі знання – дозволяють отримувати конкретні чіткі відповіді при заданих початкових умовах.

М'які знання – допускають наявність множини можливих розв'язків, різних варіантів і сценаріїв їх отримання. Вони можуть використовуватись в задачах, які передбачають імітації можливих реалізацій певних процесів.

Крім вказаних понять використовують поняття «метазнання» (знання про знання). Це поняття використовується в дослідженні способів використання знань і властивостей знань.

В загальному вигляді знання можуть зображатись деякою знаковою (семіотичною) системою. Це, зокрема, використовувалось в методиці викладання математики у вигляді опорних сигналів. З поняттям «знак» безпосередньо пов'язані поняття «денотат» і «консент». Денотат – це об'єкт, який позначається даним знаком, консент – це властивості денотата.

Наступним етапом реалізації є проектування бази знань(БЗ). Метою якої є зберігання довгострокових даних що описують предметну область правила, цілеспрямовані перетворення даних, тощо. Основною метою цього етапу є описання змісту предметної області яке гарантує її обробку формальними методами, тобто під створенням БЗ розуміють представлення знань у вигляді деякої статичної структури.

Створення баз знань здійснюється у декілька етапів. На першому етапі, уточнюється предметна область. Наприклад: обирається конкретна тема із навчальної дисципліни, навчальний матеріал який має бути представлений у базі знань на наступному етапі здійснюється вилучення знань з обраної теми з доступних рекомендованих джерел інформації, після чого здійснюється структурування знань, цей етап передбачає вилучення структури зібраного матеріалу і наявних знань з обраної теми предметної області тут визначається термінологія список основних понять та їх атрибутів класифікація понять за їх змістом, встановлення логічних зв'язків і відношень між поняттями тощо.

Таким чином матеріал який входить в базу знань повинен бути представленим, системою. Тому при розробці навчального матеріалу для представлення його в базі знань доцільно використовувати підходи системного аналізу. Ці підходи полягають у тому, що робиться припущення , що тема являє собою складну, цілісну систему. Аналізується зміст і структура обраної теми, тема поділяється на блоки, блоки – на підблоки і таким чином поділ доводиться до елементарного рівня (до рівня поняття, означення тощо) зрозуміло що зміст одного блоку не є змістом параграфу або змісту підручника. Потім встановлюються зв'язки між елементами, підблоками і блоками, тобто визначається структура системи. Визначаються системоутворюючі (внутрішні) зв'язки і системоутворюючий елемент, тобто ті зв'язки і елемент без яких губиться цілісність системи. При цьому характеризується кожний елемент системи, система розглядається як складова іншої системи і таким чином встановлюються зв'язки з іншим навчальним матеріалом. Вказаний етап завершується викладенням даного матеріалу у формальному вигляді. Наглядне представлення матеріалу дозволяє зрозуміти, наскільки зібраний матеріал з даної теми є цілісним, взаємозв'язаним, узагальненим і структурованим формалізоване представлення матеріалу може бути реалізовано у вигляді семантичної мережі. Семантична мережа – це інформаційна модель предметної області, яка має вигляд орієнтованого графа, вершини якого відповідають об'єктам предметної області а ребра, задають відношення між ними. При врахуванні класифікації знань, вказаний орграф стає кольоровим.

Об'єктами в нашому контексті можуть бути поняття, властивості, процеси тощо. Таким чином, семантична мережа є одним зі способів представлення знань. В цій назві поєднані терміни з двох наук: семантики, яка вивчає зміст мовних одиниць і мережі, що в математиці являє собою окремий вид графу.

Наступним етапом проектується система слотів, з якої потім будуть формуватись фрейми. На думку автора можна виділити три основні типи слотів:

1. Іменовані слоти, які можуть заповнюватись даними про певні характеристики або властивості об'єкту.

2. Слоти виду ISA або AKO. Слот ISA вказує на місце (або його відсутність) фрейму в ієрархії системи фреймів і містить ім'я фрейму що відповідає більш широкому класу. Слот AKO вказує на родову належність фрейму тобто на наявність у цього фрейму родової або видової властивості (зокрема по ISA ієрархії).

3. Процедурні слоти.

Треба зауважити що один із слотів фрейму повинен мати ISA тип.

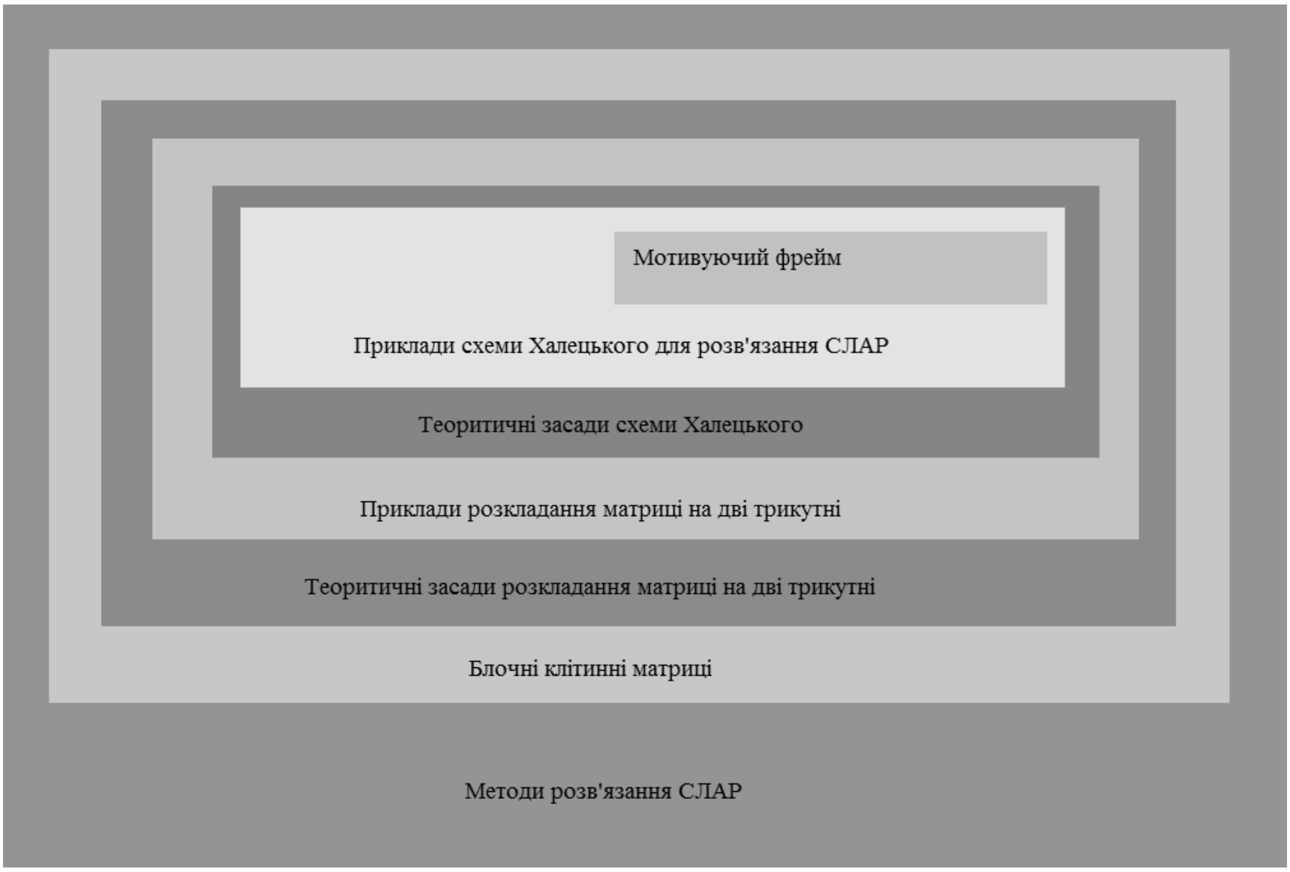
Фрейм підхід до представлення знань в процесі надання математичної освіти можна проілюструвати на наступному прикладі. Нехай необхідно пояснити в процесі викладання дисципліни «Чисельні методи» («Обчислювальна математика») метод (схему) Халецького розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Формуючи базу знань можна включити наступний мотиваційний сегмент.

Швидкий розвиток на сьогодні обчислювальної техніки спонукає активну частину сучасних програмістів професіоналів постійно використовувати окремі розділи математики, зокрема обчислювальну математику (кількісні методи обробки інформації зустрічаються повсякденно), теорію залишків, теорію груп, теорію скінченних полів , для задач кодування та криптографії тощо. Обчислювальна математика повинна бути однією з основних дисциплін, необхідних для підготовки професійних програмістів. Природно поставити і відповісти на певні запитання для розуміння сказаного.

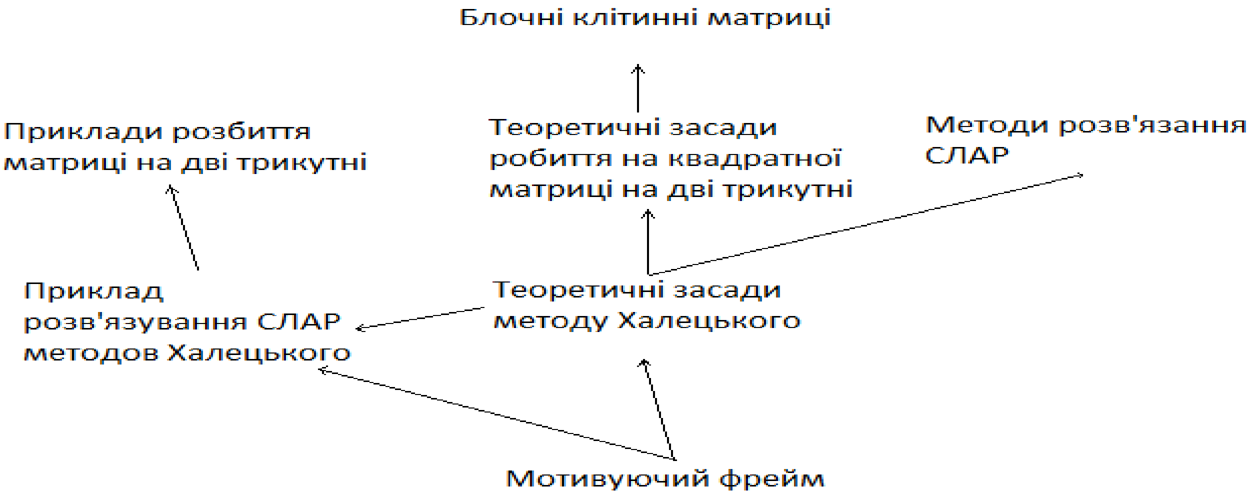
<table>
<tr><th></th><th>Запитання</th><th colspan="2">Можлива відповідь</th></tr>
<tr><td></td><td>Яка роль обчислювальної математики у формуванні професійного мислення у програмістів?</td><td colspan="2">Під терміном «Обчислювальна математика» прийнято розуміти зокрема розділ математики, що відповідає на ряд запитань пов'язаних з використанням електронно-обчислювальної техніки для розв'язання виробничих завдань.</td></tr>
<tr><td></td><td>Які основні лінії обчислювальної математики, пов'язані з використанням ЕОМ?</td><td colspan="2">У обчислювальній математиці можна виділити три напрями:
а)Напрям пов'язаний з використанням ЕОМ в різних галузях наукової прикладної діяльності, що включає зокрема чисельних розв'язок різних математичних задач.
б)Напрям пов'язаний з розробкою нових і удосконаленням існуючих чисельних методів і алгоритмів.
в) Напрям пов'язаний з взаємодією людина-комп'ютер.(структури даних тощо).</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">Які принципові відмінності обчислювальної математики що виділяють її з загальної математики в системний напрям?</td><td>З точки зору «чистого математика» це:</td><td>З точки «обчислювального математика» розв'язати задачу, це:</td></tr>
<tr><td>Довести або існування її розв'язку або некоректність її умови і при позитивній відповіді на питання існування вказати процес збіжний до розв'язку.</td><td>При позитивній відповіді на питання існування розв'язку, мінімальний час, отримання розв'язку, тобто мінімізація часу збіжності процесу отримання розв'язку.</td></tr>
<tr><td></td><td>Чи дійсно настільки суттєві знання в галузі обчислювальної</td><td colspan="2">Різні за своєю природою і змістом явища природи і соціального життя часто схожі за формальною структурою і тому можуть бути отримані одними і тими</td></tr>
</table>

	математики?	самими моделями.
Тому розв’язання задач, отриманих цими моделями можна отримати за допомогою одних і тих самих чисельних методів за рахунок відповіді на конкретну активацію схеми Халецького можна здійснити наступне питання:		
	Чому не можна обмежитись запитаннями отриманими з теорії СЛАР в дисципліні «Лінійна алгебра та аналітична геометрія»?	При практичній реалізації відомих класичних методів з розв’язання СЛАР зустрічаються дві принципові складності: а) При достатньо великому n (числі алгебраїчних рівнянь), число операцій для отримання розв’язання методом Крамера має порядок $n \times n$, тобто для n = 20 цей порядок дорівнює $4{,}6*10^{19}$ і метод Гаусса є більш економічним, бо для нього число операцій дорівнює n^3. Але існують більш економічні методи, які не включені в загальну класику. б) Накопичена від кожної операції похибка здійснює такий вплив на кінцевий результат що він часто буває далеким від істинного розв’язання. Ось тому в боротьбі за «економіст» операцій не є безглуздою, за певними думками число операцій методу Халецького менше n^3 .

Схема представлення знань може мати, наприклад, наступний вигляд:



Семантична мережа при цьому може бути зображеною наступним чином:



Сегмент бази знань (безпосереднього розкриття теми), на думку автора, може бути наступним. Приклад: Використовуючи схему Халецького, розв'язати систему.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 = 6 \\ 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 8x_4 = 12 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 6 \end{cases}$$

Всі обчислення зручно здійснювати в наступній таблиці:

	x_1	x_2	x_3	x_4	Вільні члени	Σ	x_1	x_2	x_3	x_4	Вільні члени	Σ
I	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	1	2	-1	2	4	8
	a_{21}	a_{22}	a_{24}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	2	3	-1	4	6	14
	a_{31}	a_{32}	a_{34}	a_{34}	a_{35}	a_{36}	4	4	-3	8	12	26
	a_{41}	a_{42}	a_{44}	a_{44}	a_{45}	a_{46}	2	3	-2	3	6	12
II	c_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	$y_1=b_{15}$	b_{16}	1	2	-1	2	4	8
	c_{21}	b_{22}	b_{23}	b_{24}	$y_2=b_{25}$	b_{26}	2	-1	-1	0	2	2
	c_{31}	b_{32}	b_{33}	b_{34}	$y_3=b_{35}$	b_{36}	4	-3	-2	0	-1	0
	c_{41}	b_{42}	b_{43}	b_{44}	$y_4=b_{45}$	b_{46}	2	-1	1	1	1	2
III	x_1	x_2	x_3	x_4			-1	1	-1	1		

У перший розділ таблиці вписуємо матрицю коефіцієнтів, її вільні члени і контрольні суми.

Заповнюємо розділ II за наступним правилом:

1) Знаходимо 1-й стовпчик матриці C

2) Знаходимо 2-й рядок матриці B

3) 2-й стовпчик матриці C

4) 2-й рядок матриці B

Поточний контроль здійснюємо за допомогою стовпчика Σ над яким робляться ті ж самі дії, що і над стовпчиком вільних членів.

	Дії за схемою	*Відповідна формула*	*Обчислення за формулою*
1	Елементи першого стовпчика матриці С розрахуємо по формулі. Переписуємо 1-й стовпчик розділу I в перший стовпчик II.	$C_{i1} = C_{i1}\left(i = \overline{1,4}\right)$	$c_{11}=a_{11}=1$ $c_{21}=a_{21}=2$ $c_{31}=a_{31}=4$ $c_{41}=a_{41}=2$
2	Елементи 1-го рядка матриці В знаходимо за формулою.	$b_{ij} = \frac{a_{ij}}{c_{11}}\left(j = \overline{1,6}\right)$	$b_{12}= \frac{a_{12}}{c_{11}} = 2$ $b_{13}= \frac{a_{13}}{c_{11}} = -1$ $b_{13}= \frac{a_{14}}{c_{11}} = -1$ $y_1=b_{15} = \frac{a_{15}}{c_{11}} = 4$ $b_{13}= \frac{a_{16}}{c_{11}} = -1$ $b_{16}=1+b_{12}+b_{13}+b_{14}+b_{14}$ $b_{15}=1+2-1+2+4=8$
3	Елементи матриці С знаходимо за формулою	$C_{i2}=a_{i2} \cdot b_{12}\left(i = \overline{2,4}\right)$	$C_{22} = a_{22} - c_{21} \cdot b_{12}$ $= 3 - 2 \cdot 2 = -1$ $C_{32} = a_{32} - c_{21} \cdot b_{12}$ $= 5 - 4 \cdot 2 = -3$ $C_{42} = a_{22} - c_{21} \cdot b_{12}$ $= 3 - 2 \cdot 2 = -1$
4	Елементи 2-го рядочка матриці В знаходимо за формулою	$b_{2j}=\frac{a_{2j} - c_{21} \cdot b_{1j}}{c_{22}}$ (j=3,6)	$b_{23}= \frac{a_{2j}-c_{21}\cdot b_{1j}}{c_{22}} = \frac{-1-2\cdot(-1)}{(-1)} = -1$ $b_{24} = \frac{a_{24} - c_{21} \cdot b_{14}}{c_{22}} = \frac{4 - 2 \cdot 2}{(-1)} = 0$ $y_2= \frac{a_{25}-c_{21}\cdot b_{15}}{c_{22}}=b_{25} = \frac{6 - 2 \cdot 4}{(-1)} = 2$ $b_{26}= \frac{a_{26} - c_{21} \cdot b_{16}}{c_{22}} = \frac{14 - 2 \cdot 8}{(-1)} = 2$ $b_{26}=1+b_{23}+b_{24}+b_{25}=1-1+0+2=2$

5	Елементи 3-го стовпчика матриці В знаходиться за формулою	$C_{i3}=a_{i3}-C_{i1}\cdot b_{13}-c_{12}\cdot b$	$C_{33}=a_{33}-C_{31}\cdot b_{13}-C_{32}\cdot b_{23}=$ $3-4\cdot(-1)-(-3)\cdot(-1)=-2$ $C_{43}=a_{43}-C_{41}\cdot b_{13}-C_{42}\cdot b_{23}=$ $-2-2\cdot(-1)-(-1)\cdot(-1)=1$
6	Елементи 3-го рядка матриці В знаходиться за формулою	$C_{3j}=$ $\frac{a_{3j}-C_{31}\cdot b_{ij}-C_{32}\cdot b_{2j}}{C_{33}}(j=$	$b_{34}=\frac{a_{34}-C_{31}\cdot b_{14}-C_{32}\cdot b_{24}}{C_{33}}=$ $\frac{8-4\cdot 2-(-3)\cdot 0}{-2}=0$ $y_3=b_{35}=\frac{12-4\cdot 4-(-3)\cdot 2}{-2}=\frac{12-4\cdot 4-(-3)\cdot 2}{-2}=$ -1 $b_{36}=\frac{a_{36}-C_{31}\cdot b_{16}-C_{32}\cdot b_{26}}{C_{33}}=$ $\frac{26-4\cdot 8-(-3)\cdot 2}{-2}=0$ $b_{36}=1+b_{34}+b_{35}=1+0-1=0$
7	Елементи 4-го стовпчика матриці С знаходиться за формулою	$C_{44}=a_{44}-C_{41}\cdot b-14-C_{42}\cdot b$	$C_{44}=3-2\cdot 2-(-1)\cdot 0-4\cdot 0=-1$
8	Елементи 3-го рядка матриці В знаходиться за формулою	$b_{4j}=$ $\frac{a_{4j}-C_{41}\cdot C_{42}\cdot b_{2j}-C_{43}\cdot b_{3j}}{C_{44}}(j$	$y_4=b_{45}=\frac{a_{36}-C_{31}\cdot b_{16}-C_{32}\cdot b_{26}}{C_{33}}$ $=\frac{6-2\cdot 4-(-1)\cdot 2-(-1)\cdot(-1)}{-1}=1$ $b_{46}=1+b_{45}=1+1=2$ $\frac{a_{46}-C_{41}\cdot b_{16}-C_{42}\cdot b_{26}-C_{43}\cdot 36}{C_{44}}$ $=\frac{12-2\cdot 8-(-1)\cdot 2-4\cdot 0}{-1}=2$ $b_{46}=1+b_{45}=1+1=2$

Обчислюємо x_i за формулою	$x_i=y_i-\sum_{k=i+1}^{n} b_{ik}\cdot x_k$ (i = 1,4)	$y_1=4$ $y_2=2$ $y_3=-1$ $y_4=1$	$x_4=y_4=1$ $x_3=y_3-b_{34}\cdot x_4=-1-0\cdot 1=-1$ $x_2=y_2-b_{12}\cdot x_3-b_{24}\cdot x_4=2-(-1)\cdot(-1)-0\cdot 1=1$ $x_1=y_1-b_{12}\cdot x_2-b_{13}\cdot x_3-b_{14}\cdot x_4=4-2\cdot 1-$ $(-1)\cdot(-1)-2\cdot 1=-1$

Алгоритм розв'язання СЛАР за допомогою схеми Халецького можна представити наступним чином. Нехай система лінійних алгебраїчних рівнянь в матричному вигляді задана наступним матричним рівнянням:

$$Ax = b, \qquad (1)$$

де A = $\lfloor a_{ij} \rfloor$- квадратна матриця порядку n, x = $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$, b = $\begin{bmatrix} a_1 n+1 \\ x_2 n+1 \\ \vdots \\ x_n n+1 \end{bmatrix}$– вектори-стовпці.

Представимо матрицю А у вигляді добутку живої трикутної матриці С = $\lfloor C_{ij} \rfloor$і верхньої трикутної матриці В = $\lfloor b_{ij} \rfloor$з одиничною діагоналлю, тобто

$$A = C \cdot B \qquad (2)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 \ldots 0 \\ C_{21} & C_{22} \ldots 0 \\ & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} \ldots C_{nn} \end{bmatrix}; \; B = \begin{bmatrix} 1 & b_{12} \ldots b_{1n} \\ 0 & 1 \quad b_{2n} \\ & \vdots \\ 0 & 0 \ldots 1 \end{bmatrix}$$

При цьому елементи Cij і bij визначаються відповідно за формулами:

$$C_{i1} = a_{i1};\; C_{ij} = a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} C_{ik} \cdot b_{ik} \;\; (j= 2,i),\; b_{1j} = \frac{a_{ij}}{c_{11}};\; b_{ij} = \frac{a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} C_{ik} \cdot b_{ik}}{C_{11}} \;\; (j= 2,j).$$

Відповідно до розкладу (2) матричне рівняння (1) записується у вигляді

$$CBx = b. \qquad (3)$$

Добуток Bx є вектором стовпчиком який можна позначити через y. Тоді маємо рівняння Bx= y, а матричне рівняння (3) перепишеться у вигляді : Cy= b, або

$$\begin{bmatrix} C_{11} & 0 \ldots 0 \\ C_{21} & C_{22} \ldots 0 \\ & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} \ldots C_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \ldots n+1 \\ a_2 \ldots n+1 \\ \vdots \\ a_n \ldots n+1 \end{bmatrix} \qquad (4)$$

Виконавши множення в лівій частині (4) отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР)

$$\left\{ \begin{array}{c} C_{11} \cdot y_1 a_1 n+1 \\ C_{21} \cdot y_1 + C_{22} \cdot y_2 a_2 n+1 \\ C_{31} \cdot y_1 + C_{22} \cdot y_2 + C_{33} \cdot y_3 a_3 n+1 \\ \vdots \\ C_{n1} \cdot y_1 + C_{n2} \cdot y_2 + \ldots + C_{nn} \cdot y_n a_{nn} \end{array} \right\}$$

Звідки отримуємо формули для визначення невідомих:

$$y_1 = \frac{a_1 n+1}{C_{11}} \;;\; y_1 = \frac{a_{1n+1} - \sum_{k=1}^{i-1} C_{ik} \cdot y_k}{C_{ii}}, i>1 \qquad (5)$$

Зауваження: Невідомі ці зручно обчислювати разом з елементами b_{ij}.

Після отримання всіх y_1 (i=1,n) з (5) розглядаємо рівняння (6):

$$\begin{bmatrix} 1 & b_{12} & b_{13}\dots b_{1n} \\ 0 & 1 & b_{23}\dots b_{2n} \\ 0 & 0 & 1\dots b_{1n} \\ & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 \quad \dots b_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \qquad (6)$$

Виконавши множення в лівій частині (6) отримуємо СЛАР.

$$\begin{cases} b_{12}x_2 + b_{13}x_3 \dots b_{1n}x_2 = y_1 \\ x_2 + b_{23} \cdot x_3 + \dots + b_{24} \cdot x_n = y_2 \\ x_3 + \dots + b_{34} \cdot x_n = y_3 \\ \vdots \\ x_n = y_n \end{cases}$$

Значення невідомих (починаючи з найменшого) можна обчислити за формулами:

$$x_n = y_n, \ x_i = y_{1n+1} - \sum_{k=i+1}^{n} b_{ik} \cdot x_k \ , \ i<n.$$

Для реалізації схеми Халецького, зручно користуватись таблицею Халецького і знаходити y_i разом з b_i.

В схемі Халецького використовується поняття трикутних матриць. Сегмент бази знань, що відповідає наступному поняттю може бути наступним:

Трикутні матриці. Розклад матриці на добуток двох трикутних.

<u>Означення</u>. Квадратна матриця називається трикутною, якщо всі елементи стоять вище (або нижче) діагоналі дорівнюють нулю.

Якщо рівні нулю всі елементи що стоять вище головної діагоналі, то матриця називається нижньотрикутною.	Якщо рівні нулю всі елементи що стоять вище головної діагоналі, то матриця називається верхньотрикутною.
$T_1=\begin{bmatrix} t_{11} & 0\dots 0 \\ t_{11} & t_{22}\dots 0 \\ & \vdots \\ t_{12} & t_{12}\dots t_{nn} \end{bmatrix}$	$T_2=\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12}\dots r_{1n} \\ 0 & r_{22}\dots r_{2n} \\ & \vdots \\ 0 & 0\dots t_{nn} \end{bmatrix}$

Визначник трикутної матриці дорівнює добутку її діагональних елементів. Наприклад: $detT_1 = t_{11} \cdot t_{22} \quad * \dots * \quad t_{nn} = \prod_{k=1}^{n} t_{kk}$

Має місце наступна *теорема*:

Якщо $\det A \neq 0$, і всі діагональні мінори (у яких на головних діагоналях стоять діагональні елементи) теж відмінні від нуля, то матрицю А можна розкласти на добуток двох трикутних матриць(верхньої і нижньої). Цей приклад буде єдиним, якщо діагональним елементом однієї з трикутних матриць наперед надати відмінні від нуля значення(наприклад позначити їх рівними 1).

Продемонструвати висновки теореми можна наступним чином:

<table>
<tr><td>Кроки</td><td colspan="2">Реалізація алгоритму в загальному вигляді для випадку матриці 4x4 ($A=A_4$)</td><td>Приклад:
Реалізація алгоритму для випадку матриці 3x3($A=A_3$)</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Нехай A = $T_1 \cdot T_2 =$ де
A = $\begin{bmatrix} a_{11}a_{12}\dots a_{14} \\ a_{21}a_{22}\dots a_{24} \\ \vdots \\ a_{41}a_{42}\dots a_{44} \end{bmatrix}$ T1= $\begin{bmatrix} t_{11}0\dots 0 \\ t_{21}t_{22}\dots 0 \\ \vdots \\ t_{41}\dots t_{44} \end{bmatrix}$
T2= $\begin{bmatrix} 1 & r_{12}\dots r_{14} \\ 0 & 1\dots r_{24} \\ & \vdots \\ 0 & 0\dots a_{44} \end{bmatrix}$</td><td>Розкласти матрицю
A= $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$
на добуток двох трикутних:</td></tr>
<tr><td>1.</td><td colspan="2">$T_1 \cdot T_2 = \begin{bmatrix} t_{11} & 0\dots 0 \\ t_{21} & t_{22}\dots 0 \\ & \vdots \\ t_{41} & t_{22}\dots t_{44} \end{bmatrix} \text{x} \begin{bmatrix} 1 & r_{12}\dots r_{14} \\ 0 & 1\dots r_{24} \\ & \vdots \\ 0 & 0\dots a_{44} \end{bmatrix} =$
Перемножують матриці
$\begin{bmatrix} t_{11} & t_{11}\cdot r_{12} & t_{11}\cdot r_{13} & t_{11}\cdot r_{14} \\ t_{21} & t_{21}\cdot r_{12}+t_{22} & t_{21}\cdot r_{13}+t_{22}\cdot r_{23} & t_{21}\cdot r_{14}+t_{22}\cdot r_{24} \\ t_{31} & t_{11}\cdot r_{12}+t_{23} & t_{31}\cdot r_{13}+t_{32}+t_{33} & t_{31}\cdot r_{14}+t_{32}\cdot r_{24}+t_{33}\cdot r_{34} \\ t_{41} & t_{41}\cdot r_{12}+t_{42} & t_{41}\cdot r_{13}+t_{42}\cdot r_{23}+t_{43} & t_{41}\cdot r_{14}+t_{42}\cdot r_{24}+t_{43}\cdot r_{34}+t_{44} \end{bmatrix}$</td><td>Введемо позначення:
A=$T_1 \cdot T_2$;
T1= $\begin{bmatrix} t_{11} & 0\dots 0 \\ t_{21} & t_{22}\dots 0 \\ t_{31} & t_{32}\dots t_{33} \end{bmatrix}$;
T2 = $\begin{bmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ 0 & 1 & r_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="2">$T_1 \cdot T_2 = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{11}\cdot r_{12} & t_{11}\cdot r_{13} \\ t_{21} & t_{21}\cdot r_{12}+t_{21} & t_{21}\cdot r_{13}+t_{22}\cdot r_{23} \\ t_{31} & t_{11}\cdot r_{12}+t_{23} & t_{31}\cdot r_{13}+t_{32}+t_{33} \end{bmatrix}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">2. Прирівнюють відповіді елементами матриці добутку, елементами матриці A=[a_{ij}], тобто t = a_{11}; t_{21} = a_{21}; … ;$t_1 \cdot t_2 =$ a_{12} … , після чого розв’язують спочатку одиночні, потім двійкові рівняння тощо.</td></tr>
</table>

t_{11}=1 t_{21}=3 t_{31}=2	$t_{11} \cdot r_{13} = 2$ $t_{21} \cdot r_{12} + t_{22} = 2$	$t_{11} \cdot r_{13}$ = -3 $t_{21} \cdot r_{13} + t_{22} \cdot r_{23}$ = -4

	$t_{31}\cdot r_{12}+t_{32}=$-1	$t_{31}\cdot r_{13}+t_{32}\cdot r_{23}=t_{33}=1$
t_{11}=1 t_{21}=3 t_{31}=2	$r_{12}=\dfrac{2}{1}$ =2 $t_{22}=t_{21}\cdot r_{12}+t_{22}=2$ $t_{32}=-1-2\cdot 2$=-5	$r_{13}=t_{11}\cdot r_{13}$ = -3 $t_{21}\cdot r_{13}+t_{22}\cdot r_{23}$ = -4 $t_{31}\cdot r_{13}+t_{32}\cdot r_{23}=t_{33}=1$
$T_1=\begin{bmatrix}1 & 2 & -3\\ 3 & 2 & -4\\ 2 & -1 & 1\end{bmatrix}$;$T_2=\begin{bmatrix}1 & 2 & -3\\ 3 & 2 & -4\\ 2 & -1 & 1\end{bmatrix}$ Цей матеріал, присвячений трикутним матрицям можна доповнити інформацією обертання невласної трикутної матриці.		

Список використаної літератури

1. Колодочка Т.Н. Фреймовая технология в среднем профессиональном образовании // Школьные технологии. – 2004, № 4.– С. 25-30.
2. Остапеенко А.А. Моделирование многомерной педагогической реальности: теория и технологии. – М.: Народное образование; НИИ школьных технологий, 2005.
3. Остапеенко А.А. Шубин С.И. Крупноблочные опоры: составление, типология, применение // Школьные технологии.– 2000, № 33.– С.19-32.
4. Колетвинова Н.Д. Использование тест фреймов как важного уровня студенческой подготовленности педагогических вузов // Психологическая наука и образование. – 2004, №3.– С. 68-74.
5. Латышева А.Н. Учебники русского языка и фреймовый подход к обучению инофонов // Мир русского слова.– 2004, №3.– С. 5-14.
6. Фреймовые опоры. Методическое пособие/Р.В. Гурина, Е.Е. Соколова, О.А.Литвиненко, А.М. Тарасевич, С.И. Федорова, А.Д. Удилова/ Под ред. Р.В.Гуриной.– М.: НИИ школьных технологий, 2007.
7. Штайнберг В.Э. Дидактические многомерные инструменты: теория, методика, практика. – М.: Народное образование, 2002.
8. Мазаева Л.Н. Использование фреймовой технологии в процессе профессиональной подготовки будущих учителей физики// Математика, физика, экономика и физико-математическое образование: материалы конф. «Чтения Ушицкого».– Ярославль ЯГПУ, 2005.– С.218-221.
9. Гурина Р.В., Соколова Е.Е. Фреймовое представление знаний: моногр.– М.: Народное образование; НИИ школьных технологий, 2005.
10. Гурина Р.В. Фреймовые опоры как средство удентификациии учебного процесса // Школьные технологии.– 2004, №1.– С. 184-195.
11. Лещинський О.Л., Тихонова В.В., Бохонова Т.Ю., Томащук О.П., Гроза В.А. Викладання математичних дисциплін для студентів комп’ютерно-орієнтованих

спеціальностей ВНЗ І-ІІ рівнів акредитації з використанням фрейм-підходу// П'ятнадцята міжнародна наукова конференція ім. Акад. Михайла Кравчука 15-17 травня 2014 р. Київ матеріали конф. Т. 4. Історія та методика математики.– К.: НТУУ «КПІ», 2014.

Лещинский О.Л. Фрейм-подход к преподаванию математических дисциплин для студентов компьютерно-ориентированных специальностей вузов I-II уровней аккредитации.

В статье изучаются теоретические аспекты преподавания математических дисциплин на основе фреймового подхода. Этот подход естественный, по мнению автора, для формирования профессионального мышления будущего программиста в процессе получения им математического образования в учебном заведении, потому что, с одной стороны, он позволяет в определённой степени охватить достаточно большой объем информации благодаря компрессии на основе специальной структуризации. С другой стороны, формировать мышление будущего программиста целесообразно, в частности, специально подготовленной формой передачи новых знаний и закрепления уже полученных. Сам фреймовый подход нашел своё применение в технологии программирования, проектировании интеллектуальных систем и т. п. Поэтому стоит ожидать положительный эффект от использования его и в сфере образования, в частности, методики математики высшей школы. Кроме этого, согласно новому Закону Украины «О высшем образовании» № 1516-VII от 01.07.2014 г. высшие учебные заведения I-II уровня аккредитации вместо младших специалистов будут выпускать младших бакалавров. Наверняка это не просто смена названия степени высшего образования. Это подразумевает, в частности, коррекцию содержания и формы обучения. Одной из таких новых форм может стать фреймовый подход.

Ключевые слова. *Фрейм, представление знаний, базы знаний, семантическая сеть.*

Leshchynskyi O. Frame approach to teaching math disciplines for students of computer-oriented specialties in colleges.

In this article we consider the theoretical aspects of teaching mathematical disciplines based on frame representation method. This approach is natural, according to the author opinion for forming a professional programmer way of thinking in the process of getting mathematical education in educational institution.

Keywords. *Frame, knowledge representation, knowledge base, semantic network.*