

$$OF = ARC = \frac{2\pi b}{4}, (R = b); \text{ якщо радіус прийняти за 1, то } OF = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}, 2OF = \pi. \text{ Сторону}$$

шуканого квадрата $\sqrt{\pi}$ можна побудувати як середнє геометричне відрізків π і b .

На заняттях 4-5 „Деякі проблеми сучасної математики” студентам пропонуються такі питання:

1. Перша проблема Гільберта.
2. Проблема Ферма.

При викладенні змісту цих проблем особливий акцент доцільно зробити на можливість обговорення їх з учнями старшої школи (на факультативних чи гурткових заняттях з математики) з метою формування їх наукового світогляду.

Досвід нашої роботи показує, що організація активної діяльності, демонстрація можливості і доцільності використання елементів історизму при викладенні математики в школі значно підвищує позитивну мотивацію навчальної діяльності студентів при вивченні курсу історії математики.

Література:

1. Конфорович А.Г. Визначні математичні задачі. - Київ, Рад. школа, 1981.-188 с.
2. Чистяков В.Д. Три знаменитые задачи древности. – Москва, Учпедгиз, 1963.-95 с.
3. Костарчук В.М., Хацет Б.І. Про можливе і неможливе в геометрії циркуля і лінійки. – Київ, Рад. школа, - 1962.-126 с.

Сиваківський Б.Я.

Вінницький державний педагогічний університет
ім. Михайла Коцюбинського

Формування сучасного світогляду учнів в контексті історичного досвіду розвитку і навчання математики

Кардинальні зміни в суспільному розвитку, потреба забезпечення національних інтересів України у світовому співтоваристві, започаткована докорінна реформа системи освіти загострюють проблеми формування світогляду підростаючого покоління. Оскільки найважливішим завданням усієї навчально-виховної роботи в школі вважається формування наукового світогляду учнів, зміст цього поняття в сучасних умовах потребує всебічного обґрунтування.

В даній статті розглянуто методологічні підходи до формування світогляду учнів, з'ясовується вплив історичного розвитку математики на методичні концепції, а також окреслено можливі напрями формування наукового світогляду учнів в процесі навчання математики.

За часів Радянського Союзу світогляд визначала ідеологія марксизму-ленінізму. З цих позицій написана, зокрема, вся тогочасна науково-методична література, в тому числі й література з методики математики. Цілеспрямоване формування світогляду було віднесено до однієї з найважливіших складових комуністичного виховання, яке, у свою чергу, підпорядковувалось стратегічній меті створення суспільства без антагоністичних класів. Уособленням такого суспільства ставала “нова історична спільність” – радянський народ. Про “воспитание в духе преданности коммунизму” писалось в усіх тогочасних посібниках з методики викладання математики (В.М.Брадїс, С.А. Гастєва та ін.).

Сутність комуністичного виховання неможливо збагнути, не беручи до уваги особливого характеру марксистсько-ленінської доктрини, яка з'явилася на хвилі посилення авторитету, суспільного впливу наукових знань. В XIX ст. вражаючі здобутки природознавства, успіхи науково-технічної революції призвели до появи образу Людини-Повелителя, котрій підкорена природа і підвладні її закони. Цей образ активно культивувала призначена для молоді науково-фантастична література (Ж. Верн, О. Бєляєв, Гр. Адамов, М. Трублаїні), його в повній мірі використали ідеологи революційного перетворення природи і суспільства. Натхненне прорікання В. Ленїна “Ум человеческий открыл много диковинного в природе и откроет ещё больше, увеличивая тем свою власть над ней...” (Повне зібрання творів, т.18, с.298) втілювалося згодом у “підкоренні” Півночі і атома, цілини і Космосу... За часів Сталїна ідеологія доповнила риси Повелителя рисами Завойовника. “У нас создаётся новый человек... Социалистический человек хочет завоевать мир, и не только мир, существующий на земном шаре...”. Войовнича ідеологія спричинила навіть відповідне слововживання в науково-популярній математичній літературі: “вторжение математики продолжается – и со всё возрастающей интенсивностью... математическая экспансия стала привычной...”.

В період розмивання основ радянського суспільного устрою фразеологія комуністичного виховання поступово втрачала категоричність, зміст його поступово трансформується – поряд з порадами щодо формування матеріалістичного світогляду, атеїстичного виховання з'являються, наприклад, мотиви екологічного виховання, виховання почуття патріотизму.

Тим часом ставлення до наукових знань в сучасних умовах зазнало глибокої кризи, оцінка ролі науки набула негативного відтінку. Проблеми довкілля, Чорнобиль, переорієнтація соціальних та морально-етичних цінностей зумовили помітну втрату інтересу молоді до занять наукою. В суспільній свідомості посилюється вплив

релігії, набули поширення містичні уявлення, індустрія масової культури культивує бездуховність. З іншого ж боку, прискорений розвиток наукових знань упродовж останніх століть і їх вплив на цивілізаційні процеси надав науці незаперечного авторитету, залишаючи за нею право останнього слова в обговоренні будь-яких проблем буття.

Та чи не є загрози, що їх можемо вважати опосередкованим наслідком розвитку науки, свідченням хибної методології наукового пошуку в цивілізаційних вимірах? Якщо можливі еволюційні тупики у розвитку природи (пригадаймо хоча б дольодовиковий період життя на Землі), то чому їх не може бути й у розвитку наукових знань (яскравий приклад – тисячолітня історія геоцентричного вчення!)?. Зрештою, хто зважиться сьогодні прогнозувати довгострокові наслідки інформатизації і генетичних експериментів?

В комуністичній ідеології науковим вважався діалектико-матеріалістичний світогляд, поширений не тільки на природу в цілому, а й на суспільство (історичний матеріалізм). Не піддавалося сумніву, що науковий світогляд ґрунтується на "експериментальних та теоретичних знаннях, які характеризуються об'єктивністю, істинністю, загальною значущістю, цілеспрямованістю, відтворюваністю, детермінованістю, необхідністю, ефективністю у змінах природно-історичної дійсності". Така його характеристика заздалегідь давала підстави для критичного ставлення до релігійного світогляду, який а priori характеризується менш переконливими, з точки зору "наукового" атеїзму, категоріями. Однак точки зору на науковий світогляд можуть бути й іншими.

Говорячи про формування наукового світогляду в процесі навчання математики, природно запитати – що з надбань минулого періоду ми можемо і навіть зобов'язані зберегти, що потребує критичного перегляду, що потрібно докорінно переосмислити або й взагалі рішуче відкинути?

На нашу думку, найперше потрібно визначитись щодо співвідношення між науковим і релігійним світоглядом. За радянських часів ці світогляди рішуче протиставлялись. На жаль, періоди ворожого ставлення церкви до науки, переслідування вчених за їх переконання начебто переконливо свідчили, що релігія і наука несумісні. З відмовою від марксистсько-ленінського вчення як офіційної державної ідеології, а також беручи до уваги визнання главою католицької Церкви Іваном-Павлом II помилок, допущених в ставленні до науки, вибачення за переслідування вчених, питання про стосунки науки і релігії набуло іншої тональності. Тим часом матеріали про антагонізм, непримиренність релігійного і наукового світогляду, про переслідування церквою вчених і досі використовуються вчителями у виховній роботі. А як за таких умов пояснити учням той факт, що багато відомих математиків були глибоко віруючими людьми?

І наука, і релігія мають спільне негативне ставлення до різкого роду марновіств. Але якщо релігійний світогляд повертає наші погляди до Бога, науковий світогляд утверджує цінності, пов'язані з пізнанням об'єктивної Істини. Однак і те, й інше несумісне з чаклунством, магією, містичною астрологією.

Для формування наукового світогляду в процесі навчання математики кардинальним є питання про походження математичних понять. Багато переконливих і науково достовірних фактів свідчать на користь матеріалістичної теорії. Так, ми напевно знаємо, що первісне поняття натурального числа формувалося протягом надзвичайно тривалого часу в процесі практичної діяльності. У різних народів це відбувалося по-різному, але в різноманітті спостерігаємо разучі приклади схожості (наприклад, рахунок групами по п'ять, десять або двадцять та змішані групи). Мовознавчий аналіз числівників показує, що в багатьох мовах назви деяких із них мають виразний антропоморфний характер. По-різному складалися системи запису чисел, а перемога в "боротьбі за виживання" позиційної системи числення відбулася лише завдяки колективному практичному досвіду і еволюції емпіричних знань.

Цікавим прикладом тупикового розвитку техніки обчислень є рахунок за допомогою жестів. В практиці торгівлі дії над числами "на пальцях" мали своїх віртуозів, до сьогодні цю техніку використовують люди з вадами слуху, але помітного впливу на розвиток математики такі обчислення не мали. "Відмерли" і такі популярні свого часу засоби обчислень, як рахівниці і логарифмічні лінійки.

Таким чином, перефразовуючи відомі слова Дедекінда, можемо дійти висновку – якщо натуральні числа справді придумав Бог, то збагнути їх світ і навчитися ними користуватись людині довелося самотужки, доклавши для цього багато зусиль і часу й зробивши при цьому чимало хибних кроків.

Подібний висновок можемо зробити й щодо еволюції геометричних понять, які теж мають безумовне матеріальне походження. Навіть сучасна математика немислима без дивовижної сили інтуїції і просторової уяви, що дозволяє збагнути зміст неевклідових геометрій, багатовимірних і навіть нескінченновимірних просторів, ідей і методи функціонального аналізу.

Отже, у філософському аспекті сучасний світогляд учнів має ґрунтуватися на матеріалізмі. Але чи можна вважати матеріалізм надійною підставою для нашої певності у собі? Світ, який прагне пізнати наука, є невичерпним джерелом завжди менш досконалих, аніж об'єкт пізнання, знань. Поняття математичної моделі переконливо пояснює і ефективність математичних методів, і їх обмеженість, і феномен надійності математичної теорії, яка є "точним знанням", одержаним за допомогою аксіоматичного методу та чітко окресленої логіки. Разом з тим, є досить підстав погодитися, що процес пізнання нескінченний, а його "завершеність" може свідчити хіба що про глухий кут, до якого мимоволі потрапляє Розум.

Кожне покоління схильне вважати, що, нарешті, саме воно пізнало Істину. Але в момент, здавалось би, остаточного тріумфу з'являється щось, що змушує докорінно переглядати усталені погляди. До наукових потрясінь спричинилися свого часу ірраціональні та комплексні числа, неевклідова геометрія і теорія відносності, квантова механіка. Наївно було б думати, що через кілька десятиків чи сотень років результати нинішньої науки викликать таку ж повагу у нащадків, якою вони користуються нині. Швидше навпаки, те,

що сьогодні вселяє в нас певність, згодом буде виглядати безнадійним анахронізмом подібно тригонометрії Птолемея чи теорії “теплової рідини”.

З середини XIX ст. у математиці триває процес аксіоматизації різних її розділів. Виникають логічно досконалі теорії дійсних чисел, створюється вичерпна аксіоматика арифметики і евклідової геометрії, формуються абстрактна алгебра і загальний погляд на геометричні системи (неевклідові геометрії, Ерлангенська програма Фелікса Клейна). Поступово утверджується переконання, що математика – це гра у символи, яку можна цілковито формалізувати, алгоритмізувати, навіть “механізувати”. До середини XX століття закладаються основи ідеології інформатики, популяризатори науки захоплено розповідають про машинні переклади, гру в шахи з ЕОМ, електронних “композиторів” і “поетів”. Сотні математиків залучаються до започаткованого групою Бурбакі генерального впорядкування математики на основі ідей множини і структури, надання математиці характеру формальної системи знань. Але знаменита теорема Геделя, як і змістовні математичні дослідження, переконливо засвідчили, що відчайдушні спроби “загнати” математику в лещата формальної логіки, перетворити її на гру в символи не обіцяють успіху. Процес пізнання нескінченний, нескінченним є й розвиток математичних знань.

Важливим є питання про зв'язок наукового і мистецького світоглядів. В 60-их рр. XX століття суспільний резонанс викликала суперечка “фізиків” і “ліриків”. Однак спроба протиставлення гуманітарних наук і природничих, протиставлення естетико-емоційних і математичних методів пізнання методологічно неправомірна. Давно помічено, що математиці властива особлива краса, яку інколи називають, щоправда, холодною. На наш погляд, вона є, швидше, досконалою, оскільки ґрунтується на симетрії. Недарма теорію груп називають математичною теорією краси! Відомо також, яку важливу роль відіграють міркування симетрії в розв'язуванні задач, в структурі математичних співвідношень. Неоціненними для естетичного сприймання математичних ідей і методів є аналогії і узагальнення.

Звичайно, в межах математики чи природничих наук морально-етичні проблеми не розглядаються. Це – компетенція релігії, філософії, гуманітарних наук. І тому, якщо науковий світогляд абсолютизується (стає, наприклад, технократичним), він здатен завдавати шкоду сфері духовності.

Тисячолітня історія накопичення, впорядкування і еволюції математичних знань є помітним явищем у світовій культурі. Тому потрібно зберегти, захистити і примножити це надбання цивілізації, забезпечити неперервність еволюції математики. Але при цьому загострюється ще одне кардинальне питання – математичні знання мають стати доступними лише вузькому колу “обраних”, як це було в Давньому Єгипті, Вавилоні, чи вони можуть бути неодмінним елементом інтелекту кожного громадянина демократичного суспільства? В першому випадку поширення набудуть лише прагматичні знання (алгоритми) на рівні користувачів математики (як це й мало місце в згаданих суспільствах-деспотіях), в іншому – заняття математикою будуть ознакою інтелектуальної діяльності, що додає гідності і зміцнює становище в суспільстві.

Як відомо, у Східних деспотіях навчали винятково прагматичної математики, а “таємниці” розвитку математичних знань були відомі лише обраним, мудрецам. Подібну ситуацію спостерігаємо нині в деяких розвинутих країнах, масові школи яких демонструють вражаюче низький рівень математичної підготовки учнів, а носіями і творцями математичних знань є наукова еліта. Зменшення годин на вивчення математики в загальноосвітній школі з одночасним культивуванням профільного навчання може виявитись проявом цієї тенденції в системі математичної освіти України.

Історичний досвід і психолого-педагогічні дослідження переконують, що заняття математикою в дитинстві і юності є надзвичайно важливими для розвитку раціонального мислення, вони корисні також для формування соціально важливих якостей особистості – наполегливості, зосередженості, спрямованості на досягнення результату, працьовитості. На жаль, традиція масового навчання математики в школах далека від досконалості, про що свідчить хоча б драматичний перебіг реформ навчання математики на початку XX ст., так званої модернізації шкільної математики в другій половині XX століття. Розрив між математикою-наукою і математичною освітою залишається загрозливо великим. Ми не можемо не намагатися подолати його, хоч поки що особливих успіхів досягти не вдалося.

Щоб пояснити причини проблем і труднощів у навчанні математики, варто згадати, що методика навчання математики як наука сформувалася, за історичними мірками, зовсім недавно – їй всього лиш близько 150 років. Тому над нею тяжіють стереотипи традиційного математичного мислення, а її еволюція й досі зазнає потужного впливу процесів, які відбувалися в математиці в другій половині XIX і впродовж XX століття. Цим пояснюється та прикра обставина, що й сьогодні процес навчання математики багато в чому зберігає авторитарний характер. Неприваблива гра в символи, правила якої мало зрозумілі, – такою бачать математику багато учнів. Відлякують від математики і “монстри”, що їх щедро родить практика репетиторства і математичних олімпіад. Спроби наблизити шкільну математику “до життя”, “оновити” її часто зводяться до не дуже вдалого переказу “своїми словами” перших розділів університетських підручників.

Вже багато десятиліть шкільна геометрія – найбільш послідовно побудований навчальний предмет – містить виклад лише однієї з можливих, хоч і найбільш близької до практичного досвіду учнів, аксіоматичних систем. Питання про можливість побудови різних моделей світу, зв'язок геометрії з фізикою навіть не ставиться. Закінчуючи школу, більшість учнів переконані, що геометрія є завершеною наукою, яка сформувалася переважно в далеку давнину і яка займається обчисленням площ і об'ємів. Не дивно, що така світоглядна “позиція” згодом заважає зрозуміти, наприклад, ідеї лінійної алгебри і методи теорії груп.

Суттєвим недоліком шкільних курсів є мало вмотивована, а тому незрозуміла учням логіка розгортання навчального матеріалу, що нагадує багатобарвну мозаїку, в якій важко розгледіти завершене зображення. В підручниках не відображається або не розкривається навіть там, де це можливо, розвиток понять, ідей і методів математики, внутрішньопродметні зв'язки в навчанні все ще використовуються недостатньо.

Викликом для сучасної методики навчання математики є те, що *логіка навчання математики зовсім не адекватна логіці побудови математичної теорії*. Справді, метою побудови математичної теорії є систематизований виклад усталених теоретичних знань. Засвоєння цієї теорії стає основою для подальших досліджень. Але ж хіба учень вивчає математику лише для того, щоб згодом десь її застосовувати? Це хибна теза! Метою навчання математики є засвоєння пізнавальних технологій безпосередньо в процесі її вивчення. Розвиток мислення, формування вольових якостей, світоглядних позицій відбувається аж ніяк не після засвоєння курсу, навпаки – курс є засобом, що дозволяє розвивати мислення учнів, привчати їх до праці, яка вимагає зосередження, наполегливості тощо. І гармонійний світогляд учня сформується лише під впливом засвоєння цілісної, довшеної системи знань, в якій усі складові гармонійно поєднані. Тому вирішальним для побудови навчального курсу математики є не “дидактична” логіка розгортання матеріалу, а узгодженість, що сприймається учнями як гармонія математичних знань. Естетичні мотиви мають відігравати в навчанні математики не меншу роль, ніж силогізми.

Справді докорінні зміни в навчанні математики ще попереду.

Сьогодні зусилля переважної більшості вчителів математики спрямовані, передусім, на засвоєння учнями елементів знань, необхідних умінь і навичок, загальнокультурний і світоглядний потенціал математичної освіти ними часто не реалізується. Їх можна зрозуміти, адже математика – це мова, навчати якої нелегко. Засвоєння учнями математичних понять і методів, необхідних умінь і навичок, оволодіння основами логічної культури вимагають багато часу, копіткої праці, зусиль. Яким же чином віднайти можливості ще й для формування світогляду? Готових рецептів і “царських доріг” тут не тільки немає, а й, напевно, бути не може.

Традиційно процес навчання математики називається навчально-виховним, що передбачає синтез у досягненні дидактичних цілей і виховного впливу на учнів. Здебільшого вчителі застосовують словесні методи виховного впливу, багато з них переконані, що для формування світогляду учнів потрібно проводити бесіди, організовувати спеціальні виховні заходи тощо. Мимоволі складається враження, що в неперервному процесі власне навчання (засвоєння навчального матеріалу, розв'язування задач) час від часу мають з'являтися “вставки”, мета яких – формування світогляду учнів. Таке “механічне” поєднання навчального і виховного середовища аж ніяк не може вважатися навчально-виховним процесом. Тут над нами тяжіє більш ніж двохтисячолітня традиція.

Ще Сократ вчив – людина, котра знає, що таке добродесність, обов'язково буде доброю. Платон захоплено розповідав: “дітей вчителі змушують вивчати вірші гарних поетів – а в них немало виховую чого, багато оповідань повчальних і похвал і прославляння древніх доблесних мужів, щоб дитя їх мало за зразок, прагнучи стати таким же”. Минули століття, а віра в магічну силу слова не зникла. *Провести бесіду, корисною буде бесіда, природно розповісти, провести бесіду, доцільно розповісти, доцільно наголосити, доречною буде бесіда, доцільно провести бесіду, проводимо бесіду, провести бесіду, змістовну бесіду, провести бесіду, вивчення дає матеріал для бесід...* – такими “заклинаннями” переповнено, наприклад дві сторінки (!) книги Л.М. Лоповка, які містять рекомендації щодо виховної роботи в процесі навчання математики. Недарма В.М. Брадїс вжив навіть таке формулювання, як “проповідь советського патріотизма”.

Практика комуністичного виховання цілковито ґрунтувалася, по суті, на ідеях Платона. “Воспитание в духе преданности коммунизму. При каждом удобном случае учитель должен указать... обращать внимание... Не всегда можно изложить ученикам суть научных открытий наших замечательных соотечественников, но даже знакомство с их биографиями вызовет чувство гордости и уважения к ним”.

Насправді у формуванні наукового світогляду словесні методи повинні відігравати підпорядковану, далеко не найважливішу роль. Як буття людини визначає сприймання нею світу і її ставлення до нього, так зміст і організація навчального матеріалу, а також спрямованість навчально-пізнавальної діяльності закладають основи світогляду учнів. Тому проблема полягає не в збільшенні кількості бесід на світоглядні теми, а в якісній зміні розуміння категорії “навчально-виховний процес”.

Передусім, слід кардинально переглянути зміст і методи навчання математики. Поряд з технологіями, мета яких “навчити”, своє місце мають зайняти інформаційні технології, мета яких “ознайомити”. Навчанню слід надати “інтернетного” характеру, що відводить важливе місце зручному інтерфейсу (діалогічним системам), довідковим масивам і нічим не обмеженій можливості самостійного опанування необхідних умінь. За таких умов зростатиме і роль об'єктивного контролю результатів навчання, їх обліку і корекції.

Потрібно рішуче урізноманітнювати навчальний матеріал, створювати не тільки резервації для математичних “динозаврів” (конкурсні задачі, різнорівневі збірники вправ тощо), а й заповідники для матеріалу, наближеного до сучасної математичної проблематики. Ще чекають свого часу ідеї сучасної алгебри, не зайвим було б ще раз осмислити й уроки модернізації. У формуванні наукового світогляду учнів засобами математики на сучасному етапі значно зростає не тільки роль новітніх засобів навчання, а й видозмінюється функціонування традиційних. Необхідно врешті-решт відмовитись від безособової форми подання навчального матеріалу, посилити інформаційну насиченість підручника, його комунікативні характеристики.

На сучасному етапі значно зростає роль різноманітних форм роботи з обдарованою учнівською молоддю. Тому потрібно відновити традицію видання науково-популярної літератури, використавши для цього не тільки

поліграфічні можливості, а й сучасні комп'ютерні технології. Популяризація історії розвитку математичних понять, ідей, методів повинна мати світоглядну спрямованість, виховувати повагу до цінностей світової культури. Велична і драматична картина пізнання в усій її діалектичній суперечливості, намальована щирими, небайдужими словами, зворушить юне серце, розбудить уяву, покличе до знань.

Важливим є впровадження до сучасних технологій навчання проблемно-генетичного методу. Його застосування ґрунтується на тому, що готові знання, які мають завершений вигляд, не є першорядним об'єктом засвоєння. Об'єкт засвоєння – це, в першу чергу, вміння самостійно здобувати знання, тому, наприклад, знайомство з творчою лабораторією видатного математика може справді виявитись і повчальним, і корисним уроком пошукової діяльності. Нами розроблена методика організації такої діяльності, зокрема на матеріалі творчості Леонарда Ейлера.

Привабливим було б виходити з того, що навчання математики є не тільки ефективною школою раціонального мислення для учнів, а й позитивно впливає на їх моральні якості. Але історія переконливо засвідчує, що в усі часи математики ніколи не належали до кращої частини людства, хоч серед них завжди було чимало достойних його представників, як, зрештою, й серед інших професійних груп.

Тому чи не єдиним вагомим аргументом на користь масового і на високому рівні навчання математики залишаються її загальнокультурні вартості. Якщо методика математики візьме на озброєння цю тезу і зуміє віднайти адекватну систему навчання, ми зможемо переконатися, що в процесі засвоєння математичних знань можна ефективно формувати цілісний науковий світогляд підростаючих поколінь. А такий світогляд, гармонійне світовідчуття, усвідомлення власної належності до сповненого таємниць і все ж таки пізнаваного світу неодмінно створять в душі учня той необхідний імунітет, перед яким виявляться безсилями сумнівні спокуси, збайдужіння і духовне спустошення.

Література:

1. М. Калінін. Виступ на нараді вчителів-відмінників 28 грудня 1938 р.
2. В. Успенський. Передмова до зб. статей "Математика в сучасному світі" – М., 1967.
3. Тростников В. Научна ли «научная картина мира»? // Новый мир. – 1989. – №12. – С. 257–263.
4. Б. Сиваківський. Світоглядні аспекти "точного знання" / Математика. № 42 – 43. – Листопад 2001 р.
5. Виховна робота на уроках геометрії – К.: Радянська школа, 1986.
6. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средней школе. – М., 1954
7. Гастева С.А. и др. Методика преподавания математики в восьмилетней школе. – М., 1965.
8. Б. Сиваківський. Узагальнення як метод наукового пошуку. // Математика в школі. – 2000. – №1. – С. 23 – 27.
9. Б. Сиваківський, З. Сиваківська. Деякі чудові узагальнення // Математика в школі. – 2004. – №1. – С. 30 – 33.