Annotation

In this paper we discuss the purpose of subject "Introduction to Mathematics" in basic training future teachers of mathematics, formulated the goal and basic problems of this course.

УДК 378.147: 512.8

Требенко Д. Я., Требенко О. О.

АВТОРСЬКИЙ ПІДХІД ДО ВИВЧЕННЯ ТЕОРЕМ ІСНУВАННЯ В КУРСІ "АЛГЕБРА І ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ"

Теорема існування – це теорема, в якій стверджується, що за певних умов існує розв'язок певної математичної задачі або певний математичний об'єкт (наприклад, розв'язок рівняння, похідна, розширення поля). Теореми існування є, без сумніву, найвищими досягненнями математичної науки. Адже дослідити властивості заданого математичного об'єкта (за тих чи інших умов) часто значно простіше, ніж показати, що такий об'єкт взагалі існує. Доведення таких теорем, як правило, дуже красиве, вишукане, але, водночас, і досить складне. На пошук доведення теореми існування нерідко йдуть не роки, а століття, розробляються нові методи і навіть виникають нові галузі математичної науки.

Достатньо згадати, що до теорем існування належать такі видатні теореми, як основна теорема алгебри (про існування комплексного кореня у многочлена з числовими коефіцієнтами) і Велика теорема Ферма (про існування ненульового цілочисельного розв'язку рівняння $x^n + y^n = z^n,\ n > 2$).

В курсі вищої алгебри теорем існування багато. Це теореми, в яких стверджується про існування запису певного виду (представлення/ розкладу на множники тощо), і теореми про існування певних алгебраїчних об'єктів. Серед них виділимо, зокрема:

A. теорема про існування кільця многочленів від однієї змінної над комутативним кільцем K з одиницею;
B. теорема про існування розширення поля K, в якому многочлен з коефіцієнтами із K має корінь;
C. теорема про існування поля часток області цілісності K;
D. теорема про існування кільця многочленів від багатьох змінних над комутативним кільцем K з одиницею.

Проблема розробки методики вивчення теорем A.-D. варта особливої уваги, адже їхні досить громіздкі доведення надзвичайно важко сприймаються студентами.

Зауважимо, крім того, що в сучасних підручниках з вищої алгебри при доведенні вказаних теорем використовується хоч і правомірний, але не достатньо обгрунтований підхід: будується кільце (поле) L' із зазначеними в умові властивостями не для заданого кільця (поля) K, а для його ізоморфного образу K' (причому $L' \cap K = \varnothing$, хоча за означенням вимагається, щоб $L' \supseteq K$).

Пояснимо сказане на прикладі доведення теореми A. в підручниках [1]-[3]:

Дано: комутативне кільце K з одиницею.

Довести: завжди існує кільце многочленів від однієї змінної над K.

Для доведення вводиться в розгляд множина L' нескінченних послідовностей $f = (a_0, a_1, a_2, ..., a_n, 0, 0, ...)$, де $a_i \in K$ для всіх $i \in \overline{0,n}$, $n \in \mathrm{N} \cup \{0\}$, в якій всі члени, починаючи з деякого, є нулями (кільця K). На цій множині задають (за певними правилами) операції $\oplus, \mathrm{e}$ і доводять, що $\langle L'; \oplus, \mathrm{e}\ \rangle$ – комутативне кільце з одиницею, що містить підкільце $\langle K'; \oplus, \mathrm{e}\ \rangle$, ізоморфне кільцю $\langle K; +, \cdot \rangle$ (див. рис.1).

А далі ... ізоморфні кільця $\langle K'; \oplus, \mathrm{e}\ \rangle$ і $\langle K; +, \cdot \rangle$ ототожнюються і кільце L' називають кільцем многочленів від однієї змінної (КМОЗ) над кільцем K. (Хоча насправді кільце L' є КМОЗ <u>над K'</u>, оскільки K' є підкільцем кільця L', а не K). Тобто за такого підходу КМОЗ будується не для заданого кільця K, а для його ізоморфного образу K'.

Але чому із існування КМОЗ над K' випливає існування КМОЗ над K? В підручниках [1]-[3] це обгрунтовується в наступний спосіб: ,,оскільки ізоморфні кільця K і K' з точки зору визначених на них операцій додавання і множення нерозрізненні, то кожен елемент кільця K' ототожнюємо з його прообразом при ізоморфізмі $\varphi : K \to K'$; вважатимемо, що $(a, 0, 0, ...) = a$ для будь-якого $a \in K$. При такому ототожненні елементів кілець K і K' кільце K *стає підкільцем* кільця L' ". Таке обгрунтування не є коректним. Дійсно, враховуючи, що підкільце кільця є за означенням підмножиною цього кільця, отримуємо, що множина елементів a із K є підмножиною множини послідовностей $(a_0, a_1, a_2, ..., a_n, 0, 0, ...)$, де $a_i \in K$?!

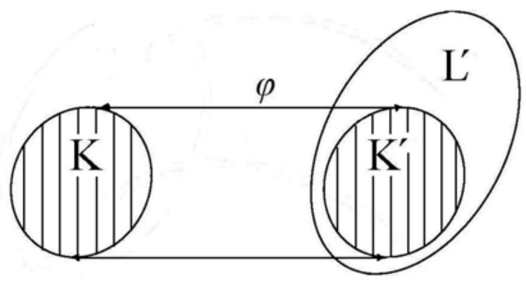
Щоб уникнути даної логічної прогалини, автори пропонують ввести наступне твердження.

Теорема 1. *Нехай* $\langle K;+,\cdot\rangle$ *і* $\langle L';\oplus,\mathrm{e}\rangle$ *– кільця, що не мають спільних елементів, і нехай кільце* L' *містить підкільце* K'*, ізоморфне кільцю* K*. Тоді існує кільце* $\langle L;+,\cdot\rangle$*, ізоморфне кільцю* L'*, для якого* K *є підкільцем.*

(Доведення даного твердження можна знайти в [4, розд.1, §1, п.5])

Рисунок 2 ілюструє пропонований підхід.

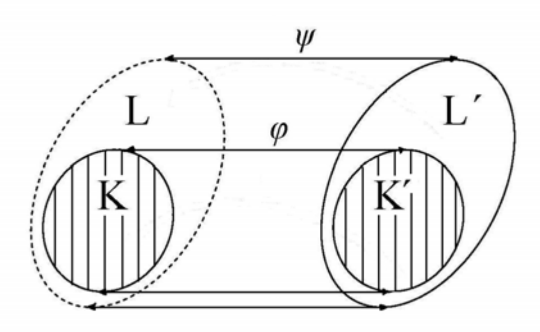
$\langle L';\oplus,\square\rangle$



$\langle K;+,\cdot\rangle$ $\langle K';\oplus,\square\rangle$

Рис.1

$\langle L';\oplus,\square\rangle$



$\langle K;+,\cdot\rangle$ $\langle K';\oplus,\square\rangle$

Рис.2

В силу даної теореми, для доведення існування для заданого кільця K деякого кільця L, що володіє заданими властивостями, достатньо показати, що існує кільце L', яке має підкільце K', ізоморфне кільцю K, і по відношенню до K' володіє заданими властивостями.

Введення даної теореми є надзвичайно цінним і з методичної точки зору, адже дає можливість доводити теореми А.-D. за єдиною схемою (в 5 етапів). А саме: для доведення існування для заданого кільця K деякого кільця L:

I. Будуємо кільце L' (розглядаємо певну множину, задаємо на ній операції $\oplus$ і e і показуємо, що $\langle L';\oplus,\mathrm{e}\rangle$ – кільце).
II. Виділяємо певну підмножину K' кільця L' і показуємо, що K' – підкільце кільця L'.
III. Доводимо, що $K' \cong K$.
IV. Показуємо, що кільце L' по відношенню до K' володіє заданими властивостями.
V. Посилаючись на теорему 1, стверджуємо, що існує кільце L, яке по відношенню до K володіє заданими властивостями.

Схему доведення слід окремо сформулювати.

Виділення схеми доведення дозволяє застосовувати для викладу доведення теорем A-D частково-пошуковий метод. Евристична бесіда, в ході якої студенти активно допомагають в доведенні окремих етапів, активізує пізнавальну діяльність, спонукає до проникнення в суть навчального матеріалу, допомагає виявляти причинно-наслідкові зв'язки, критично оцінювати міркування, створює атмосферу загальної зацікавленості, позитивно впливає на розвиток мислення студентів.

Пропонований підхід:

1) дає широкі можливості для активізації пізнавальної діяльності студентів, використання частково-пошукового методу, сприяє творчій активності (при цьому не слід думати, що виділення алгоритму доведення теореми пригнічуватиме творчу активність; навпаки, як показують дослідження психологів, оволодіння студентами алгоритмами, створює умови для творчої діяльності, допомагає при розв'язуванні творчих, нестандартних задач);

2) структурування доведення, виділення схеми доведення сприяє свідомішому засвоєнню доведення і забезпечує розуміння зв'язків між окремими етапами доведення;

3) виділення схеми доведення із вказівкою на спосіб доведення кожного окремого етапу і тверджень, на яких ґрунтується доведення, дозволяє звести таке складне доведення до розгляду стандартних (типових) задач, спосіб розв'язання яких студентам добре відомий;

і, що особливо важливо,

4) усуває логічну прогалину курсу, обґрунтовуючи можливість доведення певних тверджень не для заданих алгебраїчних об'єктів, а для ізоморфних їм (що широко використовується в сучасній алгебраїчній науці).

Використана література:

1. *Завало С. Т.* Курс алгебри / С. Т. Завало. – К. : Вища шк., 1985. – 500 с.
2. *Кострикин А. И.* Введение в алгебру / А. И. Кострикин. – М. : Наука, 1977. – 496 с.
3. *Завало С. Т., Костарчук В. М., Хацет Б. І.* Алгебра і теорія чисел : в 2-х ч. / С. Т. Завало, В. М. Костарчук, Б. І. Хацет . – К. : Вища шк. Головне вид-во, 1976. – Ч. 2. – 384 с.
4. *Требенко Д. Я., Требенко О. О.* Алгебра і теорія чисел : у 2 ч. / Д. Я. Требенко, О. О. Требенко. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2014. – Ч. 2. – 550 с.

Аннотация

В докладе акцентировано внимание на некорректности предлагаемого в некоторых учебниках по высшей алгебре подхода для доказательства теорем существования. Для устранения указанной некорректности предложено введение теоремы 1. Предлагаемый подход позволяет ликвидировать некоторые логические пробелы курса, дает возможность доказывать наиболее сложные теоремы курса по единой схеме (в 5 этапов), делает изложение учебного материала более четким, структурированным и понятным.

Annotation

Emphasized in the report is a fact that the approach proposed in some textbooks in higher algebra for proving existence theorems is not correct. To remedy the situation authors propose to introduce into consideration Theorem 1. The approach proposed makes it possible to eliminate some logical gaps of the course, provides a means for proving the most complicated theorems of the course by the unified scheme (in 5 steps), sets force the exposition of theoretical material in a manner more precise, clear, structured and comprehensible.

УДК 378:147:51

Шаповалова Н. В., Панченко Л. Л.

КОМПЕТЕНТНІСНИЙ ПІДХІД ДО НАВЧАННЯ ГЕОМЕТРІЇ В ПЕДАГОГІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

Розвиток системи освіти має відбуватися відповідно до потреб і запитів суспільства. В умовах ускладнення та диференціації соціальних, економічних та культурних процесів перед освітою постає завдання цілеспрямованого формування особистості, здатної не тільки відтворювати отримані фахові знання, але й виступати повноправним суб'єктом суспільного життя, зберігаючи при цьому власну соціокультурну індивідуальність у гармонії всіх її культурних якостей. Освіта має перетворитися у цілісну полікомпонентну систему і передавати культурні надбання світової цивілізації у їх структурній повноті, формувати всі основні види діяльності, розвивати у повному обсязі творчі сили кожної людини. Професійна компетентність спеціаліста передбачає не тільки фахові навички та вміння, а і багато інших якостей, зокрема, загальну культуру особистості, професійну майстерність, світогляд тощо.

Головними компонентами педагогічної освіти є загальноосвітня, загально педагогічна та спеціальна педагогічна підготовка. Кожний педагог, крім опанування механізмів здійснення спеціальної педагогічної діяльності, повинен володіти всіма іншими її видами і для гармонізації розвитку особистості самого педагога призначена його загальна освіта. Основними складовими професійної компетентності вчителя, яка має бути сформована у випускника вищого навчального закладу, доцільно вважати: стійкий інтерес до вчительської професії, професійну цілеспрямованість; ґрунтовні наукові знання та сформоване на їх основі професійне мислення; широку методичну обізнаність з питань організації навчально-виховного процесу в школі; вміння творчо, адекватно до педагогічної ситуації використовувати професійні знання; психологічну готовність до роботи з дітьми.

Цілісне становлення особистості майбутнього вчителя неможливе без удосконалення традиційних форм організації навчально-виховного процесу у вищій педагогічній школі, без створення нової особистісно-орієнтованої педагогіки – педагогіки гуманізму та людяності. Актуальним стає пошук таких навчальних та виховних технологій, які б формували соціально активну, творчу особистість. Саме інноваційні технології розвиваючого навчання мають дати майбутньому вчителю не тільки професійні знання, а й засоби для інноваційної педагогічної діяльності, на основі якої педагог оволодіє всіма її структурними елементами – від формування мети до одержання результату, його оцінки та наступної