Література

1. Баніт А. Один з перших у світі програмістів народився у Немирові. /Подільська порадниця. – 2007, 28 лютого.
2. Бевз В.Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів. – К., 2005.
3. Воєвода А.Л.Робочий зошит студента з лінійної алгебри. ч.1- Вінниця, 2006.- 175с.
4. htth://obretenie. narod. ru/txt/stahov/ stahov.htm
5. Потоцький М.В. Преподавание высшей математики в педагогическом институте. М.: Просвещение, – 1975, 208с.
6. М. Шмигевський, В. Стогній. Історія премії Філдса //Математика в школі. - №1, 2004.

Н.Х. Тончева
Шуменский Университет им.Епископа Константина Преславского,
Болгария

Историческая справка в обучении комбинаторике и теории вероятностей

В обучении математике учебное содержание формируется на базе трех подходов – исторического, логического и психологического. Согласно специфике данной учебной материи, преобладает один из этих подходов или находится оптимальный баланс между необходимыми в конкретном случае подходами.

По традиции, множество тем, особенно из геометрии, проходят исторический путь развития познания в данной области. Данный исторический подход хорошо сочетается с психологическим так, как школьники следуют естественной линии рассуждений по данной тематике. В таких случаях параллель с историческими сведениями обязательна.

Независимо от выбранного подхода, в учебниках по математике авторы часто отводят место исторической справке. Чаще всего это сведения о великих ученых, происхождении конкретных терминов и т.д. Такие сведения и примеры удачны и способствуют не только математической, но и общей культуре школьников. Хотя и не часто, но данные примеры могут заинтриговать школьников к дальнейшему углубленному изучению данного вопроса, связанного с историей данного понятия, теоремы или решением конкретной задачи.

Этапы развития в науке. Чтобы точнее определить какие исторические примеры используются в школе, рассмотрим классификацию развития науки, составленную на базе перечисленных Розином основных этапов, присущих формированию и развитию научных познаний из разных областей науки. Согласно [2, 7], этапы можно проследить следующим образом:

1. Зарождение научных элементов в практической деятельности людей.
2. Выявление научных элементов из практической деятельности, в которой они проявились и превращение этих элементов в объект самостоятельного исследования. Дальнейшее углубление и расширение научных элементов.
3. Разработка принципов и подходов для структурирования и средств для презентации научных познаний, достигнутых во втором этапе и установление этих структур в обязательную норму для данной теории.

Ясно, что границы между разделенными таким образом этапами, могут быть достаточно широкими и в многих случаях отдельные этапы могут перекрываться.

Конкретные примеры, которые можно причислить к первому этапу, проявляются сравнительно редко в учебниках, хотя они естественны и проявляются в реальных практических ситуациях. Такие примеры встречаются чаще в курсе геометрии.

В основном, представленные сведения в исторических справках относятся ко второму этапу развития данной выше классификации.

Примеры третьего этапа не являются необходимыми для школьников, а только для их учителей или для студентов (будущих учителей математики). Такие примеры встречаются в методической литературе, предназначенной для этой группы читателей, например, удачные исторические сведения о развитии методики теории вероятностей можно найти в [3, 8]. Примеры этого вида очень интересны, но не являются целью рассмотрения в этой статье.

Этапы развития теории вероятностей. Обучение комбинаторике и теории вероятностей по традиции следует исторический путь развития этих математических направлений. В обучении важно умело сочетать психологический и исторический подход. Тут также особое место имеет историческая справка. Так как данная тематика воспринимается особым образом как школьниками, так и учителями, важно связать имена ученых, уже известных школьникам из предыдущего обучения, с их достижениями в области комбинаторики и теории вероятностей.

Метаморфоза комбинаторики и теории вероятностей, как и другие науки, проходит данные три ступени развития, зарождаясь в практической деятельности людей еще в глубокой древности. Разделяя этапы, показанным выше образом, можем установить начало XVIII века, как начало второго этапа развития теории вероятностей. Данный скачок во вторую фазу производит формулировка классической дефиниции вероятности

Якобом Бернулли. Второй этап продолжается и сегодня. Его проявления можно найти в сильном развитии теории вероятностей в теоретическом и практическом плане. Данный процесс бурного развития второго этапа не мешает еще в начале XX$^{-ого}$ века установить начало третьего этапа – развития методического аспекта теории вероятностей.

Учебное содержание во многих странах следует точно начало второго этапа, повторяя последовательность открытий, следуя логике ученых и решая поставленные ими задачи.

Примеры содержания исторической справки в конкретных учебниках. Для иллюстрации рассмотрим несколько учебников по математике для 10$^{-ого}$ и 11$^{-ого}$ класса.

В болгарском учебнике [4], предназначенного для общеобразовательных (нематематических) 10$^{-ых}$ классов, историческая справка не обособлена отдельно, а дана с помощью отдельных коротких фреймов, расставленных в тех местах текста, где они напрямую связаны с контекстом. Конкретные данные в этом учебнике следующие:

- Факт, что элементы комбинаторики известны людям еще из древности, но без конкретных примеров.
- Начало комбинаторики XVII и его связь с именами Тарталия, Еригона, Паскаля и Ферма, а также произведение Лейбница „Трактат о комбинаторном искусстве”.
- Возникновение термина „пермутация” и связь этого понятия с именами математиков Таке и Якоба Бернулли.
- Понятие „факториал” и связь понятия с именем Кристияна Крампа.
- Понятие „вариация” и связь понятия с именем Якоба Бернулли.
- Понятие „размещение” и связь понятия с именем Блеза Паскаля.

В учебнике того же издательства, предназначенного для школьников 10$^{-ого}$ класса с математическим обучением, историческая справка организована таким же образом.

В русском учебнике [5], предназначенного для общеобразовательных учреждений 11$^{-ого}$ класса, историческая справка обособлена в рамках одной страницы в конце каждой главы. Справка коротко содержит:

- Элементы комбинаторики – упоминание (без решения) примеров из древности (магические квадраты, фигурные числа, игры); синтезированная информация о вкладе Кардано, Тарталия, Галилея, Ферма, Лейбница и Эйлера; упомянута связь комбинаторики с теорией вероятностей и информатикой.
- Знакомство с вероятностью – практические задачи, порождающие необходимость в теории вероятностей (страховое дело, демография, игры), синтезированная информация о вкладе Паскаля, Ферма, Гюйгенса, Якоба Бернулли, Чебишева, Лапласа, Гаусса, Маркова, Ляпунова, Колмогорова, Хинчина, Гнеденко; упомянуты известные произведения и даны некоторые цитаты и интересные факты об истории доказательства Теоремы Бернулли; подчеркнуто постоянное развитие теории вероятностей и ее связь с практикой и другими науками.

Лингвистический генезис отдельных терминов упомянут в основном тексте сразу после введения соответствующего понятия. Тут историческое возникновение не подчеркнуто.

В болгарском учебнике [6], предназначенного для школьников с математическим обучением 10$^{-ого}$ класса историческая справка представляет информацию о нескольких ученых – Базельская династия (Якоб, Йоган и Даниел Бернулли), которые упомянуты в конце главы „Площадь фигур в плоскости” и в начале главы „Комбинаторика”, а в конце дана информация о Чебишове.

Разные подходы, в представлении исторической справки, связаны с разным личным подходом авторов, разными целями, разными критериями министерств и издательств и т.д.

Так или иначе ясно, что историческая справка полезна и необходима в обучении математике. Конкретное предложение о содержании такой справки предложено авторами [8] и реализовано в украинском учебнике для 11$^{-ого}$ класса [9].

Примеры. Анализируя существующие учебники, становится ясно, что примеры второго этапа развития теории вероятностей и комбинаторики представлены широко, имея ввиду ограниченный объем возможного текста.

Тем не менее, возможны дополнения, связанные с конкретными задачами этого этапа. Интересно будет связать имя Галилео Галилея (1564-1642) с его опытами, представленными в его произведении „О выходе очков при игре в кости”. Данное произведение опубликовано далеко после смерти своего автора. Доступно для школьников, часть исследований Галилея представлены Гнеденко в [3].

Другое известное имя – Блеза Паскаля связывается школьниками с комбинаторикой с помощью его „Трактата об арифметическом треугольнике”.

Фамилия Бернулли и достижения ее наследников в области теории вероятностей, также может вызвать интерес школьников.

Конечно, есть еще много великих математиков, сведения о которых должны достичь обучаемых.

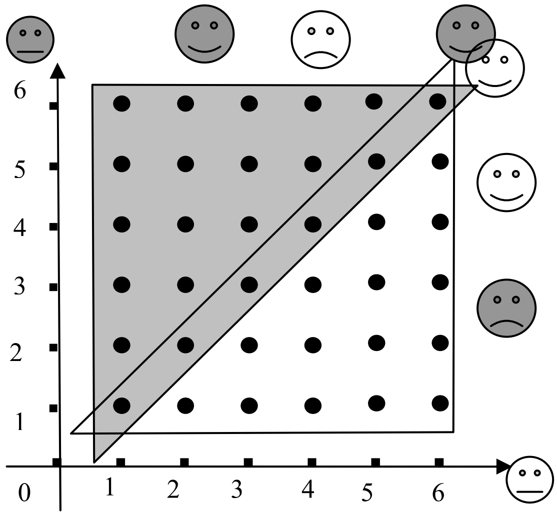
Примеры, зародившееся еще в первом этапе, но решающиеся и во втором, в основном связаны с разными играми; гаданиями; стрельбой; дележа прибыли, при досрочно прерванной игре и т.д. Причислим эти задачи к первому этапу. Интерес могут вызвать и конкретные рассуждения великих математиков, которые могут быть представлены школьникам до или после того как они сами высказали свое мнение по данному вопросу, в зависимости от поставленной учителем целью. Например, рассуждения Якоба Бернулли о вопросе сложения вероятностей совместимых событий [3, стр. 409]: „Если два человека, достойные смертной казни, принуждаются бросить кости при условии, что тот, кто выбросит меньшее число очков, понесет свое наказание, а другой, который выбросит большее число очков, сохранит свою жизнь, и что оба они сохранят жизнь, если выбросят одинаковое число очков, то мы найдем для ожидания одного 7/12. Но из этого нельзя заключить, что ожидание другого равно 5/12 жизни, так как очевидно, что обе участи одинаковы. Другой также будет ожидать 7/12, что дает для обоих 7/6 жизни, т.е. больше целой жизни. Причиной этого является то, что нет ни одного случая, в котором хотя бы один не останется живым, а имеется несколько случаев, когда они оба могут остаться в живых".

Данные рассуждения удачно можно иллюстрировать с помощью модели решения, представленной на Фиг.1.

Интересно сравнить объяснения школьников с аргументами самого Бернулли. Такие занятия активизируют школьников и повышают их мотивацию к обучению математике.

Интригующие примеры можно найти среди гаданий древнего мира и проследить логику тех лет. Как люди организовали гадания и вкладывали ли они равные шансы исходов в данном гадании.

Например, популярная „Книга перемен", рассматривающая триграммы и гексаграммы, представленные на Фиг.2 [10].



Фиг. 1

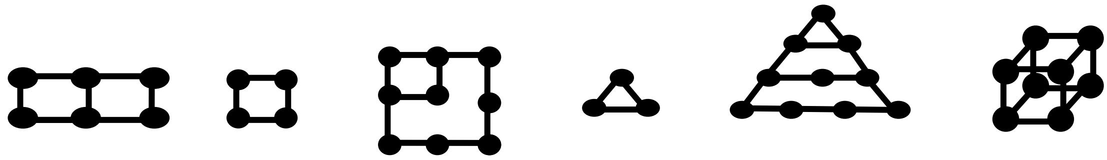
Фиг. 2

Интересно, что в разных частях Китая, гексаграммы формировались разными способами – одни подбрасывали монеты, другие вынимали палочки разной длинны из коробки, не возвращая их обратно т.д.

Рассмотрение натальной карты (геометрической модели гороскопа) и ее связь с комбинаторикой, также может заинтриговать школьников.

Фигурные числа (Фиг. 3) являются типичным примером первого этапа, зародившиеся в Греции в VI в. до н. э. Они ярко иллюстрируют приложимость комбинаторики и легки к приложению в школе.

На уроках математики, или в качестве дополнительного домашнего задания школьники могут рассмотреть, например, „плоские” и „треугольные” числа и попробовать самим составить „квадратные” и



6=2*3 $\quad$ 4=2^2 $\quad$ 9=3^2 $\quad$ 3=1+2 $\quad$ 10=1+2+3+4 $\quad$ 8=2^3

„плоское” $\quad$ „квадратные” $\quad$ „треугольные” $\quad$ „телесное”

Фиг. 3

„телесные” числа.

В VIII веке в Индии, Шридхара рассматривает на базе конкретных практических задач способы конструирования и счета разных размещений из ***n*** элементов. Интересен его пример, представленный в [1, стр.160]: „Повар использует шесть разных специй – острую, горькую, терпкую, кислую, соленую и сладкую на вкус. Скажи, дружок, сколько всех разновидностей вкуса?”

Школьникам будет интересно узнать, что сам автор дал ответ на эту задачу – 63, тем самым не считая “безвкусный вкус” – C_n^0, получая формулу $C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n = 2^2 - 1$.

Епископ Виболд из Камбре [3] сопоставлял каждой добродетели конкретный набор бросаний трех игральных костей еще в 960 году. При счете он не принимал во внимание “индивидуальность” костей и тем самым получил, что возможные варианты – 56.

В заключение. Примеры из истории, биографические данные, конкретные задачи прошедших времен и рассуждения великих умов должны присутствовать обязательно в процессе обучения математике. Они не только обогащают познания школьников, но и способствуют рефлексивному анализу развития человеческой мысли по данному вопросу. Примеры истории позволяет детям с повышенным интересом к математике (и может быть к психологии), сравнить собственную линию рассуждений с мышлением великих ученых.

Связь математики с известными заранее именами, с общей историей и практикой, является еще одной линией, смягчающей неоправданную „сухость” математики в популярном восприятии многих людей.

Литература

1. Бевс В. Г., Практикум з історії математики, НПУ ім. М.П. Драгоманова, Київ, 2004
2. Ганчев, И., Идея за методически аналог на “Началата” на Евклид, Математика и математическо образование, 34-та Пролетна конференция - Боровец, стр. 305-315, София, 2005
3. Гнеденко Б.В., Курс теории вероятностей, “Наука”, Москва, 1988
4. Додунеков, С., Математика 10 клас, Задължителна подготовка, Регалия 6, София, 2002
5. Колягин, Ю., Сидоров, Ю., Ткачева, М., Федорова, Н., Шабунин, Алгебра и начала анализа 11 класс – учебник для общеобразовательных учереждений, Мнемозина, Москва, 2004
6. Паскалев, Г., Паскалева, З., Математика 10 клас, Второ равнище, Архимед, София, 2001
7. Розин, В., Этапы генезиса математических знаний, сб. Методологические проблемы. Ежегодник, Москва, 1987
8. Слепкань, З.,Соколовська, І, Методика вивчення елементів комбінаторики, початків теорії ймовірностей і вступу до статистики в загальноосвітніх навчальних закладах, Математика, Київ, 2004
9. Шкиль, М., Слепкань, З., Дубинчук, О., Алгебра і початки аналізу: Підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закладіу, 11 класс, “Зодіак-Еко”, Київ, 2002
10. www.margaritta.dir.bg – журнал Маргарита, 07.05.2005

А.О. Розуменко

Державний педагогічний університет ім. А.С. Макаренка

Суми

Одна лекція з курсу „Теорія ймовірностей та математична статистика” для студентів математичних спеціальностей вищих педагогічних навчальних закладів

Введення в шкільний курс математики ймовірносно-статистичної змістової лінії зумовлює необхідність перегляду змісту та вдосконалення методики викладання елементів стохастики в вищих педагогічних навчальних закладах. Збільшилась кількість годин на вивчення курсу „Теорія ймовірностей та математична статистика”. За державним стандартом на його засвоєння відводиться 4 кредити, тобто 216 годин, половина з яких планується на самостійне опрацювання матеріалу. Отже, потребує уточнення і відповідна навчальна програма.