НАУКОВИЙ ЧАСОПИС

НАЦІОНАЛЬНОГО ПЕДАГОГІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ ІМЕНІ М.П. ДРАГОМАНОВА

СЕРІЯ 3

ФІЗИКА І МАТЕМАТИКА У ВИЩІЙ І СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ

ВИПУСК 8

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ,
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

Ювілейний випуск
з нагоди 80-річчя з дня народження
доктора педагогічних наук,
професора З.І. Слєпкань

Науковий часопис

НАЦІОНАЛЬНОГО
ПЕДАГОГІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
ІМЕНІ М.П. ДРАГОМАНОВА

СЕРІЯ 3

ФІЗИКА І МАТЕМАТИКА У ВИЩІЙ І
СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ

ВИПУСК 8

Київ 2011

Фахове видання, затверджене Президією ВАК України, протокол № 1-05/8 від 22.12.2010р.

УДК 327.851: 372.853

НАУКОВИЙ ЧАСОПИС НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. наукових праць – К.:НПУ імені М.П. Драгоманова, 2011. – № 8. – 179с.

У часописі розглядаються актуальні питання викладання фізики і математики у вищій школі, висвітлюються актуальні проблеми методики навчання фізики і математики у загальноосвітніх закладах та пропонуються шляхи їх вирішення. Цей випуск часопису присвячено 80-річчю з дня народження доктора педагогічних наук, професора Зінаїди Іванівни Слєпкань.

Свідоцтво про державну *реєстрацію друкованого засобу масової інформації*
КВ № 8809 від 01.06.2004 р.

Рекомендовано Вченою радою НПУ імені М.П. Драгоманова
(протокол № 4 від 25 листопада 2011 р)

ISBN

Зміст

ПРОФЕСОР З.І.СЛЄПКАНЬ: ЛЮДИНА. ПЕДАГОГ. ВЧЕНИЙ.

Швець В.О.,
кандидат пед. наук, професор,
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова

„...невтомна бджілка української освіти”

У квітні місяці 2011 року виповнилося 80 років від дня народження видатного вченого в галузі методики навчання математики, одного з фундаторів української наукової школи з теорії та методики навчання математики в середніх і вищих закладах освіти Зінаїди Іванівни Слєпкань.

Слєпкань Зінаїда Іванівна народилася 16 квітня 1931 року в поселенні Печенжиця Тотьмського району Вологодської області (Росія), куди в 1930 р. були виселені із Запорізької області її дід і батьки. У 1939 – 1949 рр. навчалася в школі м. Тотьма.

У 1953 р. з відзнакою закінчила фізико-математичний факультет Мелітопольського педагогічного інституту. У 1953–1959 рр. працювала асистентом, старшим викладачем кафедри математики Мелітопольського педінституту, а також учителем математики в СШ № 4 м. Мелітополя.

З 1959 по 1962 рр. – аспірантка кафедри елементарної математики та методики математики. Перші дослідження з методики навчання математики З. І. Слєпкань стосувалися культури тригонометричних обчислень. Вони і стали основою дисертаційного дослідження. У рік закінчення аспірантури вона успішно захищає кандидатську дисертацію на тему «Культура тригонометричних обчислень у восьмирічній і середній школах» (науковий керівник А.С. Бугай).

З 1962 по 1965 роки З. І. Слєпкань – старший викладач загальнонаукового факультету Мелітопольського педінституту. З 1966 р. – доцент, а з 1983 р. – завідувач кафедри елементарної математики та методики математики КДПІ імені О.М. Горького. З. І. Слєпкань працювала також деканом підготовчого відділення КДПІ імені О.М. Горького (1974–1978 рр.), проректором з навчально-методичної роботи УДПУ імені М.П. Драгоманова (1989–1996 рр.).

Підсумком більш ніж тридцятилітньої праці Зінаїди Іванівни у галузі теорії та методики навчання математики стала докторська дисертація на тему: «Методическая система реализации развивающей функции обучения математике в средней школе», яку вона захистила в 1987 році в Москві при АПН СРСР у формі наукової доповіді за сукупністю робіт.

Зінаїда Іванівна – перша не тільки в Україні, а й у СРСР жінка, яка захистила докторську дисертацію з методики навчання математики. У 1989 р. вона отримала вчене звання професора.

Вона була головою навчально-методичного об’єднання вчителів СРСР, членом науково-методичної комісії Міністерства освіти і науки України по затвердженню підручників, науково-методичних посібників, головою, членом спеціалізованої вченої ради по захисту докторських і кандидатських дисертацій в НПУ імені М.П. Драгоманова.

Протягом багатьох років З. І. Слєпкань успішно поєднувала наукову роботу з педагогічною. Читала лекційні курси «Методика навчання математики» та «Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі» для студентів фізико-математичного факультету, була незмінним лектором на курсах підвищення кваліфікації вчителів і викладачів ВНЗ, керувала написанням курсових, кваліфікаційних і магістерських робіт, а також педагогічною практикою магістрів.

Значне місце у науково-педагогічній діяльності З. І. Слєпкань відводилося розробці стандартів для вищої і середньої шкіл, підручників. Усі українські школи протягом десятка років працюють за підручником «Алгебра і початки аналізу 10-11», написаному З. І. Слєпкань у співавторстві з М. І. Шкілем та О. С. Дубинчук.

З. І. Слєпкань заслужений працівник народної освіти України (1995 р.), Відмінник освіти України (1997 р.). Була нагороджена медаллю до 50-річчя педагогічного інституту імені О.М. Горького, медалями М.В.Остроградського, А.С. Макаренка, В.О. Сухомлинського, Золотою медаллю НПУ імені М.П. Драгоманова (2007), медаллю „Ветеран праці".

Зінаїда Іванівна Слєпкань – провідний вчений з теорії та методики навчання математики, її внесок у розвиток цієї науки великий і багатогранний. Вона отримала значні здобутки, які стосуються питань загальної і спеціальних методик, розвитку методики навчання математики в середній і вищій школах. Ці здобутки були опубліковані в понад 200 наукових і методичних працях, серед яких підручники для учнів і студентів, навчально-методичні посібники для студентів, аспірантів і вчителів.

Велике теоретичне і практичне значення для вчителів-практиків і студентів – майбутніх учителів математики мали праці З. І. Слєпкань присвячені ефективності уроків математики. У роботі "Шляхи підвищення ефективності уроків з математики" (1977) вона дала таке тлумачення ефективного уроку: "Ефективним, на нашу думку, слід вважати такий урок з математики, побудова і проведення якого максимально сприяє досягненню поставлених перед уроком цілей. Ефективно проведений урок дає можливість вчителю досягти оптимальних результатів навчання". Тут же визначалися основні шляхи підвищення ефективності уроків.

Усі дослідження З. І. Слєпкань пронизує інтерес до проблем навчання алгебри і початків аналізу в загальноосвітній школі і професійно-технічних училищах. Розв'язанню цієї проблеми присвячено спеціальні статті, підручники і навчально-методичні посібники, підготовлені одноосібно і у співавторстві. Серед них слід відмітити "Системи рівнянь другого степеня” (1964), “Алгебра і елементарні функції” (1968), “Методика викладання алгебри і початків аналізу” (1978).

Новий етап у розв’язанні проблеми навчання алгебри і початків аналізу – створення разом з М. І. Шкілем і О. С. Дубинчук підручників для загальноосвітніх навчальних закладів українською і російською мовами: “Алгебра і початки аналізу, 10–11” (1995, 1998, 2001), “Алгебра і початки аналізу, 10” (2002, 2003), “Алгебра і початки аналізу, 11” (2003, 2004), навчального посібника для учнів середніх ПТУ “Алгебра і початки аналізу” (1992, 2000). Комплект підручників доповнює підготовлений під керівництвом З. І. Слєпкань “Збірник задач з алгебри і початків аналізу” (2003).

Крім навчальних посібників з алгебри і початків аналізу для учнів середніх ПТУ, З. І. Слєпкань розробляла методику навчання математики для таких закладів. Разом з О. С. Дубинчук вона підготувала дві книги: “Преподавание математики в средних ПТУ. 1–й год обучения” (1985) і “Преподавание математики в средних ПТУ. 2–й год обучения” (1988). Ще одну книгу “Методичні особливості навчання геометрії в середньому ПТУ” (1992) вона написала у співавторстві з О. С. Дубинчук і С.Н. Філіповою.

Велику роль для розвитку методичної думки в Україні відіграла книга З. І. Слєпкань «Психолого-педагогические основы обучения математики» (1983). У цьому посібнику, який має монографічний характер, зроблено аналіз психологічних закономірностей окремих навчальних процесів: засвоєння математичних понять, розв’язування задач, доведення теорем. На основі психологічних теорій навчання і дидактичних систем розглянуто шляхи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів під час вивчення шкільного курсу математики і можливості управління цією діяльністю.

У розділі «Психолого-педагогические основы обучения учащихся доказательствам» З. І. Слєпкань розкриває розуміння загальної дидактичної задачі навчання доведень і звертає увагу на необхідність використовувати у процесі навчання математики готові доведення, що пропонуються вчителем або є у підручнику. “Готові доведення повинні виступати як моделі, на яких учні навчаються загальних і специфічних дій і прийомів розумової діяльності, що лежать в основі вміння доводити, застосовувати різні методи доведення, самостійно шукати доведення за аналогією з вивченим. Крім того, при евристичному викладі готових доведень вчитель розкриває учням шляхи відкриття способу доведення, вчить їх обґрунтовувати, міркувати, самостійно шукати окремі елементи доведення. Проблему навчання доведень доцільно розчленувати на кілька послідовних дидактичних завдань: 1) вивчення готових доведень, уміння їх відтворити; 2) самостійна побудова доведення за аналогією з вивченим; 3) пошук і побудова доведення вказаним учителем методом або способом; 4) самостійний пошук і виклад учнями доведень математичних тверджень”.

Результати своїх наукових досліджень у галузі методики математики та багаторічний досвід викладання цієї дисципліни у вищих навчальних закладах З. І. Слєпкань узагальнила в підручнику “Методика навчання математики” (2000, 2006). Підручник містить дві частини: загальна методика і методика навчання окремих предметів. У ньому розглядаються різні можливі підходи до вивчення навчального матеріалу з основних змістових ліній шкільного курсу, контролю успішності учнів, організації позакласної роботи з математики. Методика навчання окремих предметів шкільного курсу розкривається відповідно до ступенів навчання – основна і старша школа, і з урахуванням передового педагогічного досвіду вчителів України і зарубіжних країн. Особливістю підручника є використання досягнень психолого-педагогічної науки і шкільної практики у навчанні математики учнів різних вікових груп.

У зв'язку з реформуванням системи вищої освіти і підготовкою магістрів З. І. Слєпкань підготувала і видала навчальний посібник «Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі» (2000, 2005). Матеріали цієї книги допомогають майбутнім магістрам ознайомитися з метою, завданнями, структурою та напрямами реформування вищої освіти. Окремі розділи посібника присвячені висвітленню методологічних, психологічних і педагогічних основ навчального процесу у вищій школі. Особлива увага в роботі приділяється питанням педагогічного контролю, науково-дослідницької роботи, післядипломної освіти. Автор врахувала зміни, що відбуваються у діяльності вищих навчальних закладів і розглянула передумови приєднання системи вищої освіти України до Болонського процесу.

Наукові дослідження З. І. Слєпкань окреслюють питання розвивального навчання математики, особистісно-орієнтованого навчання у середніх та вищих закладах освіти, розвитку творчого мислення учнів і студентів тощо. Цим проблемам присвячені окремі статті у журналах та наукових збірниках, виступи на конференціях та семінарах, а також посібник «Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики» (2004).

З. І. Слєпкань була науковим керівникому 30 кандидатів педагогічних наук, 5 докторів педагогічних наук, понад сотню магістрів.

Науково-дослідницька та організаторська діяльність З. І. Слєпкань сприяли створенню і ефективному функціонуванню потужної наукової школи ***«Теорія та методика навчання математики в середніх і вищих закладах освіти»***, діяльність якої продовжується завдяки плідній роботі її учнів та колег.

Під керівництвом професора З. І. Слєпкань на кафедрі математики і методики викладання математики було організовано лабораторію по впровадженню мікропроцесорної техніки в навчальний процес, досліджувалися психолого-педагогічні основи навчання математики, створювалися навчальні посібники та підручники для школи і СПТУ, впроваджувалися в навчальний процес обов'язкові результати навчання. Відчутно посилилися зв'язки кафедри із спорідненими кафедрами Москви, Ленінграду, Мінська, Пресова, Шумена та педагогічних вузів України.

До останнього подиху Зінаїда Іванівна вболівала за справу, за навчання молоді. Вона заслужила глибоку увагу і шану студентів, аспірантів, учителів, колег по роботі своєю відданістю професії педагога, принциповим, вимогливим і доброзичливим ставленням до людей. Її постать є яскравим прикладом для наслідування студентською молоддю самовідданого служіння професії педагога та громадянина України.

Зінаїда Іванівна Слєпкань – велика Людина, Педагог, Вчений, якій хочеться наслідувати, але яку повторити неможливо!

З 11 по 13 травня 2011 р. у м. Києві на базі кафедри математики і теорії та методики навчання математики Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова відбулась міжнародна науково-практична конференція „Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики". Конференція присвячена 80 річниці з дня народження видатного вченого, доктора педагогічних наук, професора З.І. Слєпкань.

Співорганізаторами виступили Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова (м. Київ), Інститут педагогіки НАПН України (м. Київ), Донецький національний університет (м. Донецьк), Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького (м. Черкаси), Білоруський педагогічний університет імені М. Танка (м. Мінськ, Білорусія), Шуменський педагогічний університет імені Єпископа Костянтина Преславського (м. Шумен, Болгарія).

У роботі конференції взяли участь 195 осіб, серед яких 5 академіків, 20 докторів наук, 99 кандидатів наук, 22 професори, 65 доцентів, 66 викладачів, 21 аспірант, 15 студентів і вчителів. Вони представляли Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України, НАПН України, вищі та середні навчальні заклади, наукові установи та засоби масової інформації (видавництво „Вища школа", „Шкільний світ", „Педпреса").

Учасники прибули з Болгарії (Пловдівський університет імені Пасія Хілендарського, Шуменський педагогічний університет імені Єпископа Костянтина Преславського), Білорусії (Білоруський педагогічний університет імені М. Танка, Інститут інформаційних технологій Білоруського державного університету інформатики і радіоелектроніки), Казахстану (Казахський національний педагогічний університет імені Абая, Казахський державний жіночий педагогічний університет), Росії (Орловський державний університет, Московський державний педагогічний університет), Туркменістану (Туркменський державний університет імені Махтумкулі), України (40 учасників, серед яких університети, інститути післядипломної освіти, школи, коледжі).

Робота конференції проходила в форматі пленарних засідань, чотирьох секційних засідань, круглого столу.

З вітальним словом до учасників конференції звернувся ректор НПУ імені М.П.Драгоманова, член-кореспондент НАН України, академік НАПН України, доктор філософських наук, професор Андрущенко В.П. Про напрямки наукових досліджень, роботу з аспірантами і докторантами розповів у своєму виступі проректор з наукової роботи НПУ імені М.П. Драгоманова, доктор філософських наук, професор Волинка Г.І.

Теплими спогадами про професора Слєпкань З.І. поділилися у своїх виступах директор Фізико-матемаичного інституту НПУ імені М.П. Драгоманова, доктор фізико-математичних наук, професор Працьовитий М.В. (тема доповіді „Фізико-математичний інститут: сьогодення, перспективи розвитку"), академік НАПН України, доктор педагогічних наук, професор Бурда М.І. (тема доповіді „Внесок З.І. Слєпкань у розвиток шкільної математичної освіти"), завідувач кафедри математики і теорії та методики навчання математики НПУ імені М.П. Драгоманова, кандидат педагогічних наук, професор Швець В.О. (тема доповіді „Професор З.І. Слєпкань: людина, вчений, педагог") та інші учасники конференції.

Під час роботи конференції учасники відвідали Берковецьке кладовище, де поклали квіти на могилу З.І. Слєпкань, виставку картин, Ботанічний сад.

Головною метою конференції було:

- залучити провідних науковців в галузі теорії та методики навчання математики не тільки з України, а й з близького зарубіжжя, вчителів, аспірантів до обговорення актуальних проблем розбудови математичної освіти в Україні;

- визначити, обговорити методологічні, методичні та практичні основи навчання математики в середній та вищій школах;

- обмінятися напрацьованим практичним досвідом, проаналізувати його та використати в подальшій роботі під час створення стандартів математичної освіти, програм з математики нового покоління, нових технологій навчання математики, альтернативних підручників з математики тощо;

- розширити наукові зв'язки між вченими НПУ імені М.П. Драгоманова і вченими з різних регіонів України та інших країн з метою інтегрування зусиль у розв'язанні актуальних проблем розбудови сучасної математичної освіти молодого покоління.

Заслухавши та обговоривши виступи доповідачів учасники конференції відзначили актуальність таких піднятих проблем:

- розробка нового стандарту математичної освіти для середніх навчальних закладів, програм з математики для основної і старшої школи;

- розробка теоретичних і практичних основ створення підручників з математики для основної та старшої, профільної школи;

- якість математичної освіти учнівської молоді і шляхи її покращення;

- створення і використання нових інформаційних технологій під час навчання математики в середній і вищій школах;

- виховні і розвивальні можливості математики та їх реалізація в навчальному процесі;

- розробка теоретико-практичних засад підготовки вчителів математики на різних ступенях навчання.

Учасники конференції виявили занепокоєння ситуацією, яка склалася в Україні, зокрема зниженням якості математичної підготовки школярів і студентів та недостатнім методичним забезпеченням навчання математики в середній і вищій школах.

На основі обговорень виступів, пропозицій та критичних зауважень учасники конференції прийняли таку ухвалу:

1. У наукових дослідженнях посилити увагу питанням розробки нових стандартів освіти (освітня галузь „Математика”, галузеві стандарти математичної освіти), враховувати новостворені нормативні документи в дисертаційних, магістерських дослідженнях.
2. Включати в теми дисертаційних досліджень питання розробки нових засобів навчання математики (підручників, дидактичних засобів, нових технологій тощо).
3. Координувати і узгоджувати тематику наукових досліджень (аспірантів, магістрів), періодично оприлюднювати їх на всеукраїнських та міжнародних конференціях.
4. Проводити в Україні щороку на базі провідних університетів одну Всеукраїнську та одну Міжнародну конференції, співорганізаторами яких мають виступати і інші установи (за згодою).
5. Посилити вимоги до оформлення і публікації тез конференцій, дозволити виступати на секційних засіданнях магістрантам лише разом з науковим керівником.
6. Кращі доповіді на конференції рекомендувати до друку у фахових виданнях.

Учасники конференції висловили подяку організаторам конференції „Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики”: Національному педагогічному університету імені М.П. Драгоманова, Донецькому національному університету, Черкаському національному університету імені Богдана Хмельницького, Білоруському педагогічному університету імені М. Танка, Шуменському педагогічному університету імені Єпископа Костянтина Преславського, представники яких забезпечили успішне проведення конференції.

ТВОРЧА СПАДЩИНА ЗІНАЇДИ ІВАНІВНИ СЛЄПКАНЬ: КОНЦЕПЦІЯ РОЗВИВАЛЬНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

Семенець С. П.,
кандидат педагогічних наук, доцент,
Житомирський державний університет імені Івана Франка

У контексті концепції розвивального навчання математики проаналізовано науковий і методичний доробок видатного українського методиста-математика З. І. Слєпкань.

В контексте концепции развивающего обучения математике проанализировано творческое наследие выдающегося украинского методиста-математика З. И. Слепкань.

In the context of developmental education mathematics analyze the creative legacy of the famous Ukrainian mathematician Methodist Z. I. Slepkan.

У наукових колах, педагогічно-освітній практиці беззаперечним є факт, що розв'язання актуальних проблем дидактики математики тісно пов'язане з іменем видатного українського методиста-математика, першої на теренах колишнього Радянського Союзу жінки доктора педагогічних наук зі спеціальності «теорія і методика навчання математики» Зінаїди Іванівни Слєпкань. Предметом її досліджень були актуальні проблеми розвитку особистості в навчальній діяльності, реалізації розвивальної функції навчання математики, впровадження системи розвивального навчання в математичній освіті. Червоною ниткою через наукові та методичні труди проходить думка про навчання математики як одну із ефективних форм розвитку особистості [1-4].

Мета нашої роботи – проаналізувати науковий і методичний доробок З. І. Слєпкань у контексті концепції розвивального навчання математики; виділити ті ключові положення та концептуальні ідеї, що мають бути використані в науково-методичних дослідженнях, реалізовані в освітньо-математичній практиці.

Зразком наукового розв'язання проблем методики навчання математики, еталоном системного, діяльнісного і комплексного підходів у вирішенні завдань методики і як науки, і як навчальної дисципліни залишається труд „Психолого-педагогические основы обучения математике" [1]. Зінаїді Іванівні, як одній із небагатьох, вдалося втілити теоретичні засади педагогічної психології в методичну систему навчання математики і тим самим зорієнтувати математичну освіту на реалізацію її розвивальної функції й досягнення цілей розвитку особистості. У полі зору її наукових пошуків були психолого-педагогічні та методичні засади розвивального навчання математики, формування навчально-математичної діяльності учнів, а саме:

- системний, комплексний і діяльнісний підходи в навчанні математики та розвитку особистості школяра;
- оволодіння учнями загальними розумовими діями і прийомами розумової діяльності в процесі навчання математики;
- дидактичні і психологічні принципи розвивального навчання;

- реалізація провідних концепцій научіння, побудова відповідних дидактичних моделей процесу навчання математики;
- психологічний аналіз структури розумової діяльності в процесі формування та застосування математичних понять (роль семіотичного компоненту навчання);
- активні форми та методи навчання математики;
- психологічні закономірності формування і застосування математичних понять;
- психолого-педагогічні та методичні засади навчання учнів доведення математичних тверджень;
- психологія розв'язування математичних задач (прийоми управління розумовою діяльністю школярів у процесі розв'язування задач);
- узагальнення та систематизація знань учнів у процесі вивчення теорем і розв'язування задач;
- психолого-дидактичний аналіз математичних помилок учнів та шляхи їх попередження й усунення;
- психологічні передумови застосування математичних знань до розв'язування практичних і прикладних задач;
- закономірності розвитку творчої особистості в процесі навчання математики [2].

У докторській дисертації „Методична система реалізації розвивальної функції навчання математики в середній школі" [3] психологічною основою розв'язання проблеми дослідження обрано принципи структурної цілісності особистості, єдності свідомості і діяльності, розвитку психіки в діяльності, єдності зовнішніх та внутрішніх факторів, що забезпечують розвиток психіки індивіда. Обґрунтовано думку про те, що формування різнобічно розвиненої особистості є основною метою загальноосвітньої школи, а навчання і виховання підпорядковані цій меті та виступають як загальні форми розвитку. Для реалізації розвивальної функції навчання математики використано ідеї культурно-історичної теорії Л. С. Виготського, положення педагогічної психології про соціальне походження психічних функцій людини; про провідну роль навчання в розвитку, що проходить у формі діяльності; про те, що навчання має „забігати вперед розвитку і вести його за собою"; про „зони найближчого розвитку", які формуються в процесі співробітництва вчителя та учнів; про розвиток дитини в процесі цілісної навчально-пізнавальної діяльності з метою оволодіння математичними знаннями, вміннями та навичками. Водночас, як зауважує З. І. Слєпкань, не можна не враховувати і ту обставину, що розумовий розвиток учнів може здійснюватися тільки на базі глибоких і міцних знань, добре розвинутої пам'яті. До однієї із необхідних умов реалізації функції розвитку в навчанні математики віднесено наявність в учнів усвідомленого і міцно засвоєного фонду знань, навичок та вмінь, що визначені програмними вимогами до математичної підготовки.

З огляду на проблеми сучасної математичної освіти не втрачає актуальності думка про те, що предметом пізнання учнів у процесі навчання математики мають стати не тільки змістова сторона математичних знань, але й структурна і операційна. Поряд із засвоєнням основних математичних понять, навчання доведення і розв'язування задач, учні мають оволодівати інструментами пізнання – розумовими і практичними діями, загальними і специфічними, що адекватні засвоєним знанням, прийомам розумової діяльності і навчальної роботи, у тому числі прийомам самоконтролю і самооцінки.

У дослідженні дотримано положення, сформульоване основоположником теорії розвивального навчання В. В. Давидовим, що зміст навчальних предметів і способи їх розгортання в навчально-виховному процесі визначають тип свідомості і мислення, які формуються в школярів у процесі засвоєння знань, умінь і навичок. Зроблено акцент на необхідності розвитку науково-теоретичного мислення учнів у навчанні математики, його структурних складових: змістового аналізу, узагальнення, абстрагування, планування, рефлексії. До дидактичних основ розвивального навчання математики віднесено принципи дидактики, розроблені М. М. Скаткіним та зорієнтовані на досягнення всіх цілей навчання, в тому числі й цілей розвитку. Побудова методичної системи реалізації розвивальної функції навчання математики здійснюється на основі системного підходу А. М. Пишкало – п'яти взаємопов'язаних структурних компонентів (цілі, зміст, методи, форми і засоби навчання) за провідної ролі цілей розвитку. Особливістю процесуального компонента розробленої методики є система загальних і специфічних розумових дій, а також прийомів розумової діяльності, що забезпечує розумову активність, пізнавальну самостійність і саморегуляцію.

У підручнику З. І. Слєпкань „Методика навчання математики" [4] для студентів математичних спеціальностей вищих педагогічних навчальних закладів необхідність досягнення належного рівня математичної підготовки учнів убачається в тому, що математика має великі можливості для інтелектуального розвитку особистості (мислення, просторової уяви та уявлень, алгоритмічної та інформаційної культури, знаходження причинно-наслідкових зв'язків, доказовості мислення, інтелектуального виховання). Відповідно до концепції розвивальної освіти визначається, що цілі навчання та виховання підпорядковані розвитку, а навчання слугує загальною формою і засобом розвитку. Сформульовано цілі навчання математики в школі, серед яких головною є розумовий розвиток учнів. У порівнянні з іншими діючими підручниками з методики навчання математики, особливістю цього підручника є широке використання автором теоретичних положень психології (психологічних концепцій научіння, теорії навчальної діяльності, принципів розвивального навчання), існуючого передового педагогічного досвіду. Матеріал викладається відповідно до загальнонаукового методу побудови теорії від загального (абстрактного) до конкретного (часткового). Так, спочатку вивчаються питання загальної методики навчання математики, на основі чого розробляються методики вивчення окремих предметів, змістових ліній. Реалізацію розвивальної функції навчання математики забезпечують такі змістові особливості підручника:

- досконала логічна структура викладу навчального матеріалу шкільної математики, змісту методики її навчання як науки і навчальної дисципліни;
- системний аналіз методики навчання (цілей, змісту, методів, форм і засобів);
- варіативний підхід до побудови методик навчання курсу шкільної математики;
- систематичний показ загальних методів і способів розв'язування задач, доведення теорем;
- структурно-генетичний аналіз і синтез методик навчання окремих математичних предметів і змістових ліній;
- формування змістових узагальнень теоретичного матеріалу шкільної математики та методики її навчання;

• обґрунтування походження математичних та методичних знань, ретроспективний аналіз основних етапів розвитку шкільної математики й методики її навчання;

• виклад теоретичного матеріалу з огляду на теоретико-методологічні засади педагогіки, психології, методики навчання і математики;

• реалізація загальнонаукового дедуктивного методу побудови теорії.

Великого значення Зінаїда Іванівна приділяла продуктивній і репродуктивній діяльності в процесі навчання математики. На її думку, репродуктивна діяльність необхідна в навчальному процесі навіть тоді, коли його головною метою є розвиток теоретичного й продуктивного мислення, здібностей до учіння, а також творчих здібностей учнів і студентів. Важливо, щоб алгоритми стали результатом виконання навчальної діяльності, що має форму колективної, колективно розподіленої чи індивідуальної. Знання алгоритмів та способів дій, сформовані вміння та навички виконувати всі операції дають змогу сконцентруватися на розв'язанні основної проблеми, формуванні методу чи способу її розв'язування, плануванні діяльності, прогнозуванні її результатів. Педагогічне управління розумовою діяльністю під час навчання методам або способам розв'язування задач ефективніше здійснюється в умовах алгоритмізації навчання й широкого застосування моделювання. Творчість у процесі навчання можлива на базі глибоких і міцних знань [1, с. 131-132].

Ураховуючи, що одним із провідних принципів педагогічної психології є принцип єдності знань і дій, прийнято виділяти два роди знань: знання про предмети і явища дійсності (поняття) та знання про дії, які з ними потрібно виконувати. З. І. Слєпкань з цього приводу зауважує: „Недоліком традиційного і сучасного навчання математики є недостатня увага до знань другого роду. Часто учні та студенти, які добре знають означення математичних понять, не вміють застосовувати їх до доведення теорем і розв'язування задач, у тому числі й прикладного змісту. Тому дії, адекватні знанням, зокрема поняттям, мають стати не тільки засобом, але й предметом засвоєння" [2, с. 51]. Саме в розвивальній математичній освіті ставиться завдання навчити не тільки знанням (знанням про поняття), але й знанням про способи їх одержання та застосування. Для цього необхідно розв'язувати проблему походження математичних понять, їх структури та способів застосування в задачних ситуаціях. Формувати дії, адекватні видам означень математичних понять, способам формулювання, доведення і застосовування теорем, узагальненим способам дій у процесі розв'язування задач. Тому в розвивальному навчанні математики значно зростає роль навчального моделювання, що забезпечує оволодіння школярами алгоритмами, правилами-орієнтирами як орієнтовної основи навчальної діяльності.

Як зауважує З. І. Слєпкань, під час вивчення певної теми на рівні обов'язкових результатів навчання (середнього рівня навчальних досягнень) учні повинні знати формулювання теорем, етапи їх доведення, вміти виконувати найважливіші обґрунтування та застосовувати теореми в найпростіших випадках. На достатньому та високому рівнях (7-12 балів) вміти доводити і застосовувати теореми в складніших навчальних ситуаціях. Теорему не можна вважати засвоєною, навіть за умови, що вона самостійно учнем формулюється і доводиться, якщо учень не вміє застосовувати її до розв'язування типових задач [4]. На наш погляд, основним недоліком вивчення теорем у школі є формальне засвоєння їх школярами. Знання не включаються в структуру дій, у процес організованої навчальної діяльності. З позиції розвивального (діяльнісного) підходу знання не можна дати в готовому вигляді, вони завжди засвоюються через ту чи іншу діяльність. Звідси і наступна проблема, що тісно пов'язана з названою – несформованість умінь школярів застосовувати теореми в задачних ситуаціях, самостійно знаходити доведення теорем навіть у найпростіших випадках. Тільки розгорнута навчальна діяльність школярів, що включає системотвірні компоненти (потреби, мотиви, задачі, дії, операції), дозволяє озброїти учнів методами доведення, узагальненими способами дій (правилами-орієнтирами) під час пошуку розв'язання задач, доведення теорем, а також їх застосування.

Таким, що відповідає прийнятому в розвивальній освіті третьому типу навчання (орієнтування в завданні за теорією П. Я. Гальперіна), є шлях ознайомлення учнів зі змістом методу доведення, запропонований З. І. Слєпкань. На прикладі доведення одного-двох тверджень (теорем або задач на доведення) учні під керівництвом учителя колективно з'ясовують суттєві кроки доведення, формулюють правило-орієнтир (евристичний припис) і алгоритм.

Зінаїда Іванівна досліджувала проблеми формування і розвиток творчої особистості учня в процесі навчання математики. Нею була створена структурна модель творчих можливостей учнів у навчально-творчій діяльності, що включає: мотивацію на творчість, інтуїтивні вміння, аналітико-синтетичну діяльність, індивідуальні особливості та інтелектуальні можливості учнів, комунікативні здібності, риси характеру, самоорганізацію [2]. Погоджуючись із дуже різкою, але справедливою думкою про те, що сучасна освіта, мета якої повідомити відому і однакову для всіх суму знань, має вигляд масового знищення талантів, вона наголошувала на необхідності створення сприятливих умов для самовираження кожної дитини в різних видах діяльності, у тому числі і навчально-творчій, розкриття їхніх нахилів, здібностей і обдарувань в умовах індивідуалізації та диференціації навчання [2, с. 201-202].

Наукові ідеї З. І. Слєпкань слугують теоретичною основою дисертаційної роботи „Теорія і практика розвивального навчання в системі методичної підготовки майбутніх учителів математики" [5]. Їх розвиток утілився в таких результатах дослідження:

- сформульовано принцип розвивальної наступності задачних систем, на основі якого розроблено теорію задач розвивального навчання шкільної (елементарної) математики;
- розроблено нелінійну дидактичну модель організації навчання математики;
- створено аксіологічну (ціннісну) систему розвивальної освіти;
- побудовано концепцію моделі навчально-педагогічної та педагогічної діяльності в розвивальній професійно-педагогічній освіті;
- у теорію професійно-педагогічної освіти введено принцип фрактальності педагогічних систем „учитель – учень" і „викладач – студент";
- представлено зміст і структуру рефлексії процесу учіння математики та її методики як особливих завдань розвивального навчання;
- розроблено розвивально-задачний метод та розвивально-суб'єктну форму навчання математики;
- спроектовано чотирівневу концептуальну модель розвивальної професійно-педагогічної освіти: професійно-освітня, педагогічна, дидактична, методична системи;

• розроблено науково-методичну систему професійно-методичної підготовки майбутніх учителів математики в системі розвивального навчання;

• доведено, що одним із головних психічних новоутворень студентського вікового періоду є концептуально-парадигмальне мислення.

Підбиваючи підсумки, зазначимо, що творча спадщина видатного українського методиста-математика З. І. Слєпкань є великою скарбницею з коштовностями на всі смаки. Становлення та розвиток особистості в математичній освіті, підготовка майбутніх учителів до реалізації розвивального навчання математики, розвиток математичних здібностей учнів у навчальній діяльності, формування навчально-творчої діяльності учнів у процесі вивчення математики, розвиток учнів як суб'єктів навчально-математичної діяльності – це лише невеликий перелік актуальних сучасних проблем, у розв'язанні яких є безцінним науковий і методичний доробок Зінаїди Іванівни Слєпкань.

Список використаної літератури

1. Слепкань З. И. Психолого-педагогические основы обучения математике / З. И. Слепкань. – К. : Рад. школа, 1983. – 192 с.
2. Слєпкань Зінаїда Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики / Зінаїда Слєпкань. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2006. – 240 с.
3. Слепкань З. И. Методическая система реализации развивающей функции обучения математике в средней школе : дисс. в форме науч. доклада на соиск. уч. степ. доктора пед. наук : 13.00.02 / Зинаида Ивановна Слепкань. – М., 1987. – 37 с.
4. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: підручник для студентів математичних спеціальностей вищих педагогічних навчальних закладів / З. І. Слєпкань. – К. : Вища школа, 2006. – 582 с.
5. Семенець С. П. Теорія і практика розвивального навчання у системі методичної підготовки майбутніх учителів математики : автореф. дис. на здобуття наук. ступ. доктора пед. наук : спец. 13.00.04 „Теорія та методика професійної освіти" / С. П. Семенець. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2011. – 44 с.

ФУНКЦІЇ І ПРИНЦИПИ ПРЕВЕНТИВНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Благодир Л. А.,
аспірант,
Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова,
Швець В. О.,
професор,
зав. кафедри математики і теорії та методики навчання математики,
Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова

У статті розглянуто важливі принципи та визначено функції превентивної діяльності вчителя математики.

В статье рассмотрены важные принципы и определены функции привентивной деятельности учителя математики.

In this paper we consider the main principles and define some functions of preventive activity of teacher of mathematic.

Пізнавальні та перетворювальні компоненти навчальної діяльності взаємообумовлені. Перетворювальний характер учіння пов'язаний з активністю учня як суб’єкта діяльності. Тому в умовах особистісно орієнтованої математичної освіти здійснюється реконструкція і процесуально-методичної складової навчання. Зазвичай розумно поєднуються типи прямого і контекстного навчання, діалогового і інструктивного, індивідуального і колективного, створюються сприятливі умови для репродуктивної, продуктивної та творчої діяльності, здійснюється поєднання зовнішнього регулювання вчителем навчання та самоосвіти, застосування активних та інтерактивних методів навчання. При цьому зміст навчання являє єдність змістовного і процесуального компонентів, взаємодію навчання та особистого досвіду школяра.

В умовах реалізації актуальних завдань розвивального навчання, вчитель не лише застосовує різноманітні методи, організаційні форми та засоби навчання на уроці, а й систематично знайомить учнів зі способами виконання тих чи інших видів пізнавальної діяльності. Управління та самоуправління навчально-пізнавальною діяльністю можливе лише за умови сформованості в учнів загальних і специфічних для математики прийомів розумової діяльності, а через них - і раціональних прийомів навчальної роботи.

Готуючись до уроку, вчитель повинен не лише чітко формулювати мету та завдання уроку, а й ретельно відбирати навчальний матеріал, враховуючи вимоги диференційованого навчання, ґрунтовно продумувати форми та засоби подачі, програмувати шляхи та засоби активізації пізнавальної діяльності учнів, вміти організовувати та ефективно здійснювати роботу з математичними помилками, тобто ті розумові й практичні дії та прийоми навчальної роботи, за допомогою яких школярі успішно засвоюватимуть навчальний матеріал. При цьому важливо враховувати, якими знаннями, прийомами розумової діяльності учні вже володіють, а які з них слід сформувати на даному етапі навчання. Важливо брати до уваги закономірності сприйняття, мислення, пам’яті, вікові та індивідуальні особливості учнів на різних етапах навчання.

Вибір шляхів засвоєння програмового матеріалу з математики залежить від конкретних дидактичних, розвивальних, виховних цілей, особливостей його змісту, підготовленості учнів до сприйняття нового матеріалу, рівня засвоєння попереднього матеріалу. Тому в одних випадках навчальний матеріал пояснюється учителем, а відтворюється і закріплюється учнями, в інших – організовується пошукова діяльність: виявляються істотні властивості понять і конструюються їх означення, здійснюється пошук доведення теорем і алгоритмів розв’язування стандартних задач, формуються навички взаємоконтролю та самоконтролю, евристична діяльність щодо знаходження способів розв’язування нестандартних задач.

В попередній статті «Превентивна діяльність вчителя математики:зміст і структура»,враховуючи напрями розвитку превентивної педагогіки та превентивної психології, ми визначили превентивну діяльність вчителя математики як *діяльність, яка ініціюється потребою: упередити математичні помилки учнів, виправити допущені, з’ясувавши причини їх появи, обравши для цього відповідні методи, організаційні форми та засоби навчання* та окреслили її основні структурні компоненти: *потреби, мотиви, мету, умови досягнення мети /задача/, планування діяльності, дії.*

Превентивна діяльність має організовуватися як процес взаємодії вчителя і учнів, в ході якого шляхом спеціально підібраних методів, по-перше виявляється природа та походження помилок, а по-друге організовується робота з попередження та ліквідації цих помилок. Головним завданням формування превентивної навчальної діяльності школярів є розвиток у них уміння самостійно виконувати всі її структурні компоненти і переходити від одного компонента до іншого (від прийняття рішення здійснювати певну діяльність до її планування, від дій і операцій до самоконтролю і самооцінки). Спочатку учні відпрацьовують усі дії разом з учителем. У результаті такої співпраці учень навчається ставити перед собою навчальну мету, планувати свою діяльність, виконувати дії і операції, контролювати хід виконання, оцінювати результат, робити висновки, коректувати на перспективу свої дії.

Досягнення мети навчання та успішне вирішення поставлених завдань неможливе без урахування загально дидактичних принципів і закономірностей навчання, психологічних і дидактичних принципів розвивального навчання, психологічних теорій научіння та відповідних моделей навчання. Вчитель повинен дотримуватись всіх принципів та закономірностей навчання. Зокрема, в умовах організації превентивної діяльності треба обов’язково враховувати наступні важливі дидактичні принципи:

- *Індивідуального підходу до учнів*. Робота над помилками передбачає роботу над ситуативними помилками кожного учня окремо, з урахуванням індивідуальних та вікових особливостей.

- *Диференційованого навчання учнів*. Превентивна діяльність спрямована на організацію допомоги учням, які відстають у навчанні згідно ознак цього відставання та з урахуванням особливостей тем, що вивчаються. В умовах класно-урочної системи треба здійснювати рівневу диференціацію, використовувати групові й індивідуальні форми роботи, виділяючи типологічні групи учнів, які мають приблизно однаковий рівень загального розвитку, навченості, темпу просування у навчанні, цікавості до математики.

- *Систематичності і послідовності.* Превентивна діяльність спрямована на ліквідацію прогалин в знаннях учнів протягом всього періоду навчання. Безпомилкове засвоєння навчального матеріалу на попередньому етапі навчання сприятиме осмисленому вивченню нового матеріалу. Цей принцип передбачає дотримання наступності у викладі матеріалу за основними змістовими лініями, формування системи безпомилкових знань на основі розуміння їх взаємозв'язків.
- *Розвитку мнемічної діяльності.* У процесі навчання математики слід домагатися запам'ятовування учнями основних означень, тверджень, алгоритмів розв'язання ключових задач, озброювати учнів спеціальними мнемічними прийомами, які полегшують запам'ятовування навчального матеріалу.
- *Цілеспрямованого формування алгоритмічних і евристичних прийомів розумової діяльності.* Цей принцип передбачає розвиток мислення, оволодіння учнями загальними розумовими діями і прийомами розумової діяльності, що сприяє кращому засвоєнню знань та мінімізує кількість допущених помилок.
- *Усвідомлення всіма учнями процесу навчання.* Забезпечення цього принципу вимагає від учителя копіткої роботи з тими, хто не встигає, з'ясування причин цього та організації своєчасної педагогічної підтримки таких учнів.
- *Мотивації позитивного ставлення до навчання.* Від рівня сформованості мотивів багато в чому залежить успішність і ефективність навчальної діяльності. Важливою умовою успішного навчання учнів, є наявність певних пізнавальних потреб та позитивних мотивів. Результативність навчання значною мірою зумовлюється почуттям упевненості учнів у своїх силах, прагненням подолати труднощі у навчанні, задоволенням від досягнення поставленої мети.
- *Зв'язку теорії з практикою.* Теоретичне обґрунтування міркувань під час розв'язування задач і вправ сприятиме більш осмисленому, глибокому та міцному засвоєнню навчального матеріалу, розвитку самостійного, творчого та логічного мислення учнів, формуванню навичок самоконтролю. Навчання лише тоді буде успішним та безпомилковим, коли особистість постійно відчуватиме користь набутих знань у задоволенні своїх життєвих потреб.

Заслуговує уваги система організації навчальної діяльності вчителів та учбової діяльності учнів, розроблена Я. І. Грудьоновим.[1] Автор розглядає психолого-дидактичні *закономірності,* в яких розкриваються залежності між зовнішніми умовами учбового процесу та внутрішніми процесами, які відбуваються у свідомості учнів. Знаючи ці закономірності, володіючи методикою їх використання, вчитель зможе цілеспрямовано керувати мисленнєвою діяльністю учнів, їх увагою, процесом сприйняття та запам'ятовування навчального матеріалу. Слід відмітити важливість закономірностей формування вмінь та навичок розв'язування задач. Зокрема, знання закономірності Шеварьова дає можливість розробити систему вправ з метою попередження появи типових математичних помилок учнів.

Проведений нами аналіз науково-методичної, дидактичної літератури і наші дослідження дають змогу стверджувати, що під час здійснення превентивної діяльності вчителя математики можуть успішно реалізуватися такі функції*: діагностична, прогностична, попереджувальна, стимулююча, навчальна, корегуюча, розвиваюча, виховна, методична, емоційно-збережувальна та психологічна.* Розглянемо зміст кожної з них детальніше.

- *Діагностична функція* передбачає здійснення систематичного аналізу рівня засвоєння навчального матеріалу.
- *Прогностична функція* полягає у систематичному вивчені допущених помилок та вмінні передбачати появу математичних помилок у майбутньому.
- *Попереджувальна функція* спрямована на актуалізацію знань, необхідних для застереження учнів від можливих алгебраїчних помилок .
- *Стимулююча функція* визначає забезпечення позитивних мотивів, впевненість у власних силах в досягненні поставлених вимог та створення сприятливих умов для здійснення пізнавальної активності.
- *Освітня функція* полягає в оволодінні учнями якісними математичними вміннями і навичками під час вивчення алгебри в основній школі.
- *Корегуюча функція* визначає процес, спрямований на попередження і своєчасне виправлення алгебраїчних помилок, а також ліквідацію прогалин у знаннях та вміннях окремих учнів.
- *Розвивальна функція* спрямована на інтелектуальний ріст учнів, розвиток уваги, пам'яті, мислення, мови, оволодіння раціональними способами навчально-пізнавальної діяльності.
- *Виховна функція* полягає у вихованні в учнів здатності до саморегулювання, формування відповідальності за результати особистої навчальної діяльності.
- *Методична функція* пов'язана із здійсненням учителем педагогічної рефлексії особистої діяльності, самоаналізу ефективності різних організаційних форм та методичних прийомів з метою підвищення рівня засвоєння програмового матеріалу учнями, з урахуванням їх індивідуальних особливостей;
- *Емоційно-збережувальна* функція спрямована на збереження позитивних емоційних реакцій учнів на допущені помилки та недопущення проявів негативізму, невпевненості у власних силах, байдужості до навчання.
- *Психологічна функція* визначає створення психологічного контакту, встановлення атмосфери довіри, відмова від упередженого ставлення.

Г. О. Михалін у монографії [4] виділяє педагогічну, психологічну, методичну, інформаційну, математичну, мовну та моральну культуру вчителя математики, визначає знання та вміння кожної з них. Ми погоджуємося з поглядами автора, та вважаємо, що слід виокремити ще один важливий компонент професійної культури вчителя математики - *превентивну культуру,* яка має включати наступні уміння вчителя математики:

- систематизувати помилки, об'єднуючи їх в групи за спільністю причин появи, спільністю методики роботи над ними;

- добирати раціональні методи навчання, які б зменшили можливість виникнення помилок, ефективно поєднувати традиційні системи навчання з новими;
- використовувати сучасні інформаційні технології для діагностики, аналізу та виправлення математичних помилок;
- виховувати в учнів критичність мислення, вміння виявляти помилки і неповноту міркувань, будувати контрприклади, узагальнювати результати;
- організовувати і проводити контроль та самоконтроль навчально-пізнавальної діяльності;
- встановлювати логічні зв'язки між новим і вивченим навчальним матеріалом; постійно дотримуватися принципу наступності у навчанні математики;
- враховувати вікові особливості учнів та будувати навчальний процес як з урахуванням специфіки конкретного матеріалу, так і у відповідності з цими особливостями;
- сприяти свідомому та міцному засвоєнню знань, організовувати поточне і тематичне повторення набутих знань та навичок з необхідною систематизацією та узагальненням їх;
- постійно вдосконалювати методи і прийоми навчання математики з метою покращання якості знань учнів, викорінювання та попередження формалізму в навчанні, а тим самим формалізму в знаннях учнів;
- здійснювати на практиці облік та систематизацію математичних помилок учнів, розробляти та здійснювати заходи з попередження та ліквідації цих помилок;
- вміло застосовувати психолого-педагогічні закономірності, зокрема, закономірності формування вмінь та навичок, закономірності засвоєння навчального матеріалу, закономірності пам'яті і мислення;
- здійснювати індивідуальний та диференційований підхід до учнів під час навчання математики;
- розвивати логічне, критичне, творче мислення, вміння здійснювати самоперевірку виконаних завдань , використовуючи різні методи і прийоми.

Висновок. Превентивну діяльність потрібно розглядати як навчальну діяльність, яка ініціюється потребою: упередити математичні помилки учнів, виправити допущені, з'ясувавши причини їх появи, обравши для цього відповідні методи, організаційні форми та засоби навчання.

Регулювання превентивної діяльності здійснюється такими дидактичними принципами: *індивідуального підходу до учнів, диференційованого навчання учнів, систематичності і послідовності, розвитку мнемічної діяльності, цілеспрямованого формування алгоритмічних і евристичних прийомів розумової діяльності, усвідомлення всіма учнями процесу навчання, мотивації позитивного ставлення до навчання, зв'язку теорії з практикою*. Під час здійснення превентивної діяльності вчителя математики можуть успішно реалізуватися такі функції*: діагностична, прогностична, попереджувальна, стимулююча, навчальна, корегуюча, розвиваюча, виховна, методична, емоційно-збережувальна та психологічна*. Зазначені функції реалізуються не відокремлено, а в тісній взаємодії. Упередження можливих помилок учнів, аналіз і виправлення допущених в умовах організації превентивної діяльності повинні розглядатися як невід'ємна складова частина навчального процесу, що спрямована на міцне і глибоке засвоєння знань.

Список використаної літератури

1. Груденов Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики: Кн. Для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 223с.
2. Енциклопедія освіти / Акад. пед.наук України:головний ред. В. Г. Кремінь.– К.: Юрінком Інтер, 2008.– 1040с.
3. Кондрашова Л. В. Превентивная педагогика: Учебное пособие. – К.: Вища школа, 2005. – 231с.
4. Кузьмінський А. І. Технологія і техніка шкільного уроку: навч. посіб./ А.І. Кузьмінський, С.В. Омельяненко. – К.: Знання, 2010. – 335с.
5. Михалін Г. О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу:монографія/ Г. О. Михалін . – Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. – 320с.
6. Слепкань З. І. Методика навчання математики: Підручник для студ. матем. спец. пед. навч. закл. – Київ: Зодіак-Еко, 2000. – 512с.
7. Сманцер А. П., Рангелова Е. М. Превентивная педагогика: методология, теория, методика.– Минск: БГУ, 2008 – 262с.
8. Швец В.А. Реализация функций тематического контроля результатов обучения учащихся математике в старших классах средней школы: Дис.канд. пед. наук: 13.00.02. – К.: 1988. – 209 с.

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ В СИСТЕМІ ПІДГОТОВКИ СТУДЕНТІВ МАТЕМАТИЧНИХ ТА ЕКОНОМІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Гончаренко Я. В.,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова

У статті пропонується аналіз сучасних підходів до економіко-математичного моделювання, формулюється мета, основні завдання та зміст курсу «Економіко-математичне моделювання» в системі підготовки студентів математичних, економічних та управлінських спеціальностей.

В статье предлагается анализ современных подходов к экономико-математическому моделированию, формулируются цель, основные задания и содержание курса «Экономико-математическое моделирование» в системе подготовки студентов математических, экономических и управленческих специальностей.

In the article we analyze modern approaches to economic-mathematical modeling, we formulate the purpose and the basic tasks of the discipline «Economic-mathematical modeling» in system of educating of students of mathematical, economic and administrative specialities.

Основне призначення економіки — забезпечення суспільства предметами споживання та послугами, які створюють умови для життя та безпеки людини, родини, суспільства, країни. У зв'язку з цим виникає необхідність розглядати, досліджувати та моделювати соціально-економічні системи, які відносяться до так званих складних систем, основним методом дослідження яких є метод моделювання. Практичними завданнями економіко-математичного моделювання є:

1) аналіз економічних об'єктів і процесів;

2) економічне прогнозування, передбачення розвитку економічних процесів;

3) вироблення управлінських рішень на всіх рівнях господарської ієрархії управління.

Розвиток таких складових економіко-математичних методів як математичне програмування, теорія масового обслуговування, теорія управління ресурсами, сприяв тому, що математичні методи стали важливим інструментом теоретико-економічних досліджень, необхідним елементом прикладного економічного аналізу та управління. Виникла потреба в систематизованому вивченні ряду розділів прикладної математики студентами математичних, економічних та управлінських спеціальностей з метою подальшого використання отриманих знань в практичній діяльності та наукових дослідженнях.

Економічні системи, що вивчаються сучасною наукою, з великими труднощами піддаються дослідженню звичайними (вербальними) теоретичними методами. Прямий експеримент над ними неможливий. Ціна помилок і прорахунків велика, тому математичне (економіко-математичне) моделювання є необхідною складовою науково-технічного прогресу.

Як методологія та інструментарій математичне моделювання не підміняє собою ні математику, ні економічну теорію, ні фінанси, ні жодну з економічних дисциплін і не конкурує з ними. Навпаки, важко переоцінити його синтезуючу роль. Створення й застосування тріади «модель—алгоритм—програма» неможливе без опори на різноманітні методи і підходи якісного (вербального) аналізу нелінійних економічних моделей, сучасних мов програмування. Воно дає нові додаткові імпульси й стимули для розвитку економічної науки та її практичного використання.

Економіко-математичне моделювання може бути як окремою дисципліною циклу природничонаукової та загальноекономічної підготовки студентів, а також складовою таких дисциплін як математичний аналіз, диференціальні рівняння, теорія ймовірностей і математична статистика, статистика, економетрія, економічний ризик та методи його вимірювання, макро- та мікроекономіка, економічний аналіз тощо.

Предметом вивчення дисципліни є методологія та інструментарій економіко-математичного моделювання та аналізу економічних процесів, тенденцій та причинно-наслідкових зв'язків в економіці; теоретичні та практичні питання аналізу економічного ризику.

Мета дисципліни — формування знань щодо методології та інструментарію побудови та адекватного використання різних типів економіко-математичних моделей. Завданням дисципліни є засвоєння студентами основних принципів та інструментарію щодо постановки задач, основних методів їх розв'язування та аналізу з метою широкого використання в економіці та підприємництві.

Основними завданнями курсу є навчання студентів:

- математичних методів опису, побудови та аналізу економіко-математичних;
- точних та чисельних методів дослідження економіко-математичних моделей;
- методики алгоритмізації, програмної реалізації математичних моделей з використанням комп'ютерів;
- використання новітніх пакетів програм моделювання.

В результаті вивчення дисципліни студенти повинні:

Знати:

- суть методу економіко-математичного моделювання, різні підходи до класифікації моделей;
- суть основних методів економіко-математичного моделювання;
- чисельні методи дослідження моделей;
- алгоритми моделювання випадкових подій, величин і процесів;
- математичне і програмне забезпечення, що використовується в моделюючих програмах та комплексах.

Вміти:

- застосовувати методи, навички та прийоми моделювання процесів і систем про розв'язанні прикладних задач;
- будувати імітаційні моделі;
- проводити обчислювальний експеримент;

- використовувати програмне забезпечення до дослідження моделей;
- використовувати набуті знання, вміння та навички в професійній діяльності викладача математики (вчителя інформатики, фізики, або основ економіки).

Наведемо орієнтовний зміст дисципліни “Економіко-математичне моделювання” для магістрантів спеціальності "Математика (фінансова математика)" педагогічного університету.

1. Економіка як об’єкт моделювання. Деякі аспекти характеристики економіки та її структури як об’єкта моделювання. Економічні колізії та моделювання економіки. Проблеми методології макроекономічного аналізу. Еволюційна економіка. Синергетична економіка. Економіка як складна система з внутрішньо притаманним ризиком. Системні властивості економічних рішень.

2. Концептуальні засади математичного моделювання економіки. Моделювання як метод наукового пізнання: сутність моделювання; особливості, принципи математичного моделювання; нелінійність математичних моделей. Особливості математичного моделювання економіки: основні поняття та підходи; особливості економічних спостережень і вимірів; випадковість і невизначеність економічного розвитку; елементи класифікації економіко-математичних моделей; етапи економіко-математичного моделювання; перевірка адекватності моделі; роль прикладних економіко-математичних досліджень.

3. Алгоритмічні (імітаційні) моделі в економіці та підприємництві. Основні аспекти імітаційного моделювання. Теоретичні основи методу статистичного моделювання: моделювання випадкових величин; моделювання випадкових подій. Послідовність створення математичних імітаційних моделей: побудова концептуальної моделі; побудова алгоритму згідно з концептуальною моделлю системи; створення комп’ютерної програми; проведення машинних експериментів з моделлю системи. Моделювання випадкових величин як системотвірна імітаційного процесу моделювання. Приклади імітаційного моделювання.

4. Деякі найпростіші прикладні математичні моделі фінансово-економічних процесів. Організація рекламної кампанії. Взаємозалік боргів підприємств. Модель оцінювання ринкової вартості підприємства. Імовірнісна модель впливу чинників ризику. Модель вибору інвестиційного проекту з множини альтернативних варіантів. Прогнозування обсягів податкових надходжень з урахуванням ризику. Політичний ризик, валовий внутрішній продукт та зовнішній борг.

5. Виробничі функції. Загальне поняття виробничої функції. Економічний зміст виробничої функції. Загальна характеристика та етапи побудови виробничих функцій. Види виробничих функцій: двохфакторні виробничі функції; багатофакторні виробничі функції. макроекономічні виробничі функції.

6. Моделі поведінки споживачів. Переваги споживача та його функція корисності. Рівняння Слуцького.

7. Моделі поведінки виробників. Модель фірми. Поведінка фірми на конкурентних ринках.

8. Моделі взаємодії споживачів і виробників. Модель Еванса. Модель Вальраса.

9. Мікроекономічне моделювання банківської діяльності. Загальні питання щодо моделювання діяльності банків. Банки та стохастичне моделювання фінансових потоків:

основні концепції стохастичного моделювання фінансових потоків; найпростіша мультиплікативна стохастична модель динаміки фінансового ресурсу. Моніторинг стохастичної динаміки фінансового ресурсу комерційного банку. Рекурентні моделі динаміки фінансових ресурсів. Багатоетапна динаміка фінансових ресурсів на підставі мультиплікативної стохастичної моделі.

10. Модель міжгалузевого балансу. Балансовий метод. Принципова схема міжгалузевого балансу. Економіко-математична модель міжгалузевого балансу. Коефіцієнти прямих і повних матеріальних витрат. Обчислювальні аспекти розв'язування задач на підставі моделі міжгалузевого балансу. Міжгалузеві балансові моделі в аналізі економічних показників.

11. Деякі традиційні макроекономічні моделі. Класична модель ринкової економіки: ринок робочої сили; ринок грошей; ринок товарів; об'єднана (загальна) модель. Модель Кейнса.

12. Односекторні нелінійні моделі макроекономіки. Модель Солоу. Перехідний режим у моделі Солоу. «Золоте» правило накопичення. Виграш у поточному споживанні — програш у найближчій перспективі.

13. Моделі аналізу макроекономічної політики. Аналіз макроекономічної політики. Стабілізація системи. Узгодженість цілей і засобів. Макроекономічна політика і «критика Лукаса». Податки, бюджетний дефіцит і виробництво. Фіскальний аспект динаміки боргу.

14. Загальна модель макроекономічної динаміки. Аналіз ринку товарів і послуг. Аналіз ринку грошей. Функція агрегованого попиту. Агрегована пропозиція. Динаміка очікувань. Накопичення приватного багатства. Макроекономічна модель у цілому. Аналіз короткотермінових економічних ефектів.

15. Динаміка державного боргу та сеньйоражу. Ринкова ставка відсотка. Ставка відсотка та дисконтування. Умова арбітражу та ефективний ринок. Розв'язання рівняння арбітражу. Рівняння динаміки суспільного боргу. Загальні умови стабілізації державного боргу. Стійкий розв'язок рівняння боргу. Позики держави й накопичений борг.

16. Аспекти еволюційної теорії економічних змін та еволюційне моделювання. Структура еволюційних моделей. Часткова модель економічного відбору. Марківська модель заміщення чинників виробництва.

17. Рейтингове оцінювання та управління в економіці. Актуальність проблеми. Концепція рейтингового управління. Моделювання системи рейтингового управління. Моделі й методи процесу обчислення рейтингу економічної системи. Рейтинг як засіб класифікації економічних об'єктів. Моделювання рейтингового оцінювання вищого навчального закладу.

Дисципліна «Економіко-математичне моделювання» вивчається після вивчення фундаментальних математичних дисциплін: математичного аналізу, диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, а також економіко-математичних дисциплін: математичного програмування, економетрії, дослідження операцій. Тому на початку вивчення доцільно провести класифікацію математичних методів і моделей, вже відомих студентам, з точки зору їх прикладного застосування.

Наведемо розгорнутий план першої лекції з економіко-математичного моделювання, присвяченої огляду математичних методів і моделей.

1. Математичне моделювання як науковий метод пізнання. Різні класифікації математичних моделей та математичних методів. Предмет теорії моделювання. Математична модель, різні підходи до класифікації математичних моделей. Приклади. Неперервно детерміновані моделі. Дискретно детерміновані моделі. Неперервно-стохастичні моделі. Імітаційні моделі.

2. Оптимізаційні моделі, їх види та застосування в економіці, інформатиці та фізиці. Методи дослідження оптимізаційних моделей. Задачі лінійного програмування. Транспортні задачі. Матричні ігри.

3. Методи дослідження цілочисельних оптимізаційних моделей, їх застосування та програмна реалізація. Задача цілочисельного (булевого) програмування. Метод Гоморі. Метод гілок та границь. Застосування методів цілочисельного програмування до розв’язання класичних задач: задачі про рюкзак, задачі комівояжера, задачі теорії розкладів.

4. Динамічні моделі. Рекуррентні методи. Загальна постановка задачі динамічного програмування. Види критеріїв оптимальності. Метод рекурентних співвідношень. Застосування динамічних моделей: задачі про оптимальний розподіл інвестицій, календарне планування процесу виробництва, використання обладнання. Динамічна модель міжгалузевого балансу (модель Лєонтьєва).

5. Мережеві моделі. Розрахунок їх характеристик. Різні методи представлення та дослідження мережевих моделей. Оптимізація мережевих графіків за критерієм «час-вартість». Потоки в мережах. Теорема Форда-Фалкерсона про максимальний потік. Алгоритм Форда-Фалкерсона пошуку максимального потоку в транспортній мережі. Алгоритм Куна розв’язання задачі про призначення. Мінімаксні задачі про призначення. Задачі про призначення з індивідуальними перевагами.

6. Імітаційні моделі. Алгоритми моделювання випадкових величин з заданим розподілом. Суть методу імітаційного моделювання. Алгоритм моделювання за принципом особливих станів. Алгоритм моделювання за принципом приростів часу

7. Стохастичні моделі. Задачі стохастичного програмування. Загальна постановка задачі стохастичного програмування. М-, Д- та Р-моделі. Приклади побудови та дослідження стохастичних моделей.

8. Економетричні моделі. Методи кореляційного, регресійного та факторного аналізу. Елементи кореляційного аналізу. Визначення виду та щільності взаємозв’язку між випадковими вибірками. Застосування методу найменших квадратів для оцінювання параметрів лінійних рівнянь регресії. Методи і моделі факторного аналізу: метод головних компонент, модель факторного аналізу. Приклади.

9. Ймовірнісні методи дослідження економетричних моделей (задачі прогнозування). Застосування дисперсійного аналізу до перевірки адекватності регресійних моделей. Побудова довірчих інтервалів для прогнозованих значень результативного показника. Особливі випадки в регресійному аналізі: мультиколінеарність, автокореляція, гетероскедастичність.

10. Математичні моделі в теорії алгоритмів. Поняття алгоритму. Властивості алгоритмів. Формальний опис алгоритму. Машина Тьюринга. Машина Поста. Алгоритмічно нерозв'язні задачі та обчислювальні функції. Поняття складності алгоритму.

11. Математичні основи теорії інформації. Поняття інформації. Кількість інформації. Одиниці вимірювання інформації. Формула Хартлі визначення кількості інформації. Алфавітній підхід до вимірювання кількості інформації. Інформація та ймовірність. Формула Шеннона. Оптимальне кодування інформації.

Зрозуміло, що детально викласти такий великий обсяг матеріалу на одній лекції неможливо. Тому ми пропонуємо тільки огляд даних тем, які, в основному, відомі студентам і пропонуємо самостійно підготувати доповідь (реферат) на одну з тем, в якому детальніше зупинитись на таких питаннях: опис моделі, побудова математичної моделі, математичні методи дослідження, практичне застосування моделі та методу.

Список використаної літератури

1. Брігхем Е. Основи фінансового менеджменту / Пер. з англ. — К.: Молодь, 1997. — 1000 с.
2. Бурда М., Виплош Ч. Макроекономіка: Європейський контекст / Пер. з англ. — К.: Основи, 1998. — 682 с.
3. Варфоломеев В. И. Алгоритмическое моделирование элементов экономических систем: Практикум. — М.: Финансы и статистика, 2000. — 208 с.
4. Занг В.-Б. Синергетическая экономика: Время и перемены в нелинейной економической теории / Пер. с англ. — М.: Мир, 1999. — 335 с.
5. Колемаев В. А. Математическая экономика: Учебник для вузов. — М.: ЮНИТИ, 1998. — 240 с.
6. Малыхин В. И. Математическое моделирование экономики: Учеб.-практ. пособие. — М.: УРАО, 1998. — 160 с.
7. Нельсон Р., Уинтер С. Эволюционная теория экономических изменений. — М.: ЗАО «Финстатинформ», 2000. — 474 с.
8. Трояновский В. М. Математическое моделирование в менеджменте: Учеб. пособие. — М.: Русская деловая литература, 1999. — 240 с.
9. Экономико-математические методы и модели: Учеб. пособие / Н. И. Холод и др.; Под общ. ред. А. В. Кузнецова. — Минск: БГЭУ, 1999. — 413 с.
10. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов / В. В. Федосеев и др.; Под ред. В. В. Федосеева. — М.: ЮНИТИ, 1999. — 391 с.
11. Шелобаев С. И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе: Учеб. пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ: ДАНА, 2000. — 367 с.
12. Шикин Е. В., Чхартишвили А. Г. Математические методы и модели в управлении: Учеб. пособие. — М.: Дело, 2000. — 440 с.

СИСТЕМА ВИМІРНИКІВ ПРИ ЗДІЙСНЕННІ МОНІТОРИНГУ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ З МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ – АГРАРІЇВ

Горда І.М.,
ст. викладач,
Полтавська державна аграрна академія

У статті висвітлюється питання вибору системи вимірників під час здійснення моніторингу навчальних досягнень з математики студентів вищих аграрних навчальних закладах, використання якої сприяє досягненню ефективних результатів по покращенню якості математичної підготовки майбутніх спеціалістів.

В статье освещает вопрос выбора системы измерителей при осуществлении мониторинга учебных достижений по математике студентов высших аграрных учебных заведений, использование которой способствует достижению эффективных результатов по улучшению качества математической подготовки будущих специалистов.

In clause shines a question of a choice of system of measuring instruments at realization of monitoring of educational achievements on the mathematician of students of the maximum agrarian educational institutions which use promotes achievement of effective results on improvement of quality of mathematical preparation of the future experts.

Постановка проблеми. Моніторинг начальних досягнень з математики $\left(M_1\right)$ студентів вищих аграрних навчальних закладів являє собою діяльність по вимірюванню якості математичної підготовки студентів, зміст якої розкривають наступні важливі моменти:

– по-перше, вона передбачає вимірювання та оцінювання навчальної діяльності студентів з математики шляхом спеціально визначеної та розробленої системи вимірників згідно обраних показників та критеріїв їх оцінювання, що надає викладачеві можливість отримати достатньо повну та об'єктивну інформацію про стан математичної підготовки студентів на певному етапі навчання;

– по-друге, вона дозволяє об'єктивно прослідкувати динаміку якісних змін у навчанні студентів та виявити негативні фактори, які впливають на рівень їх низької математичної підготовки шляхом аналізу, обробці та інтерпретації отриманих результатів вимірювань;

– по-третє, вона передбачає розробку коригуючої програми дій по покращенню рівня навчальних досягнень студентів з математики та її реалізацію в навчальному процесі;

– по-четверте, вона передбачає прогнозування якості математичної підготовки студентів протягом деякого періоду часу та управління навчальним процесом на основі результатів здійсненого прогнозу.

Відтак при практичній реалізації моніторингу $\left(M_1\right)$ у вищих аграрних навчальних закладах актуалізується питання вибору системи вимірників, необхідної для вимірювання якості математичної підготовки студентів-аграріїв.

Аналіз останніх досліджень. Вибір та розробка діагностичного інструментарію для об'єктивної оцінки якості знань студентів являється одним із головних завдань реформи освіти багатьох країн світу. Лише підготовлений на основі дидактичних принципів вимірювання комплекс завдань дає змогу з використанням певних діагностичних методів правильно виміряти та оцінити рівень знань і вмінь суб’єктів навчання.

Так, зокрема на порталі “освіта.ua” [7] зазначено про те, що пошук досконалих методів вимірювання рівня знань учнів на сучасному етапі розвитку інформаційних технологій набуває надзвичайної актуальності, оскільки об'єктивізація процесу вимірювання, забезпечуючи зворотний зв'язок, дає можливість координувати цей розвиток. Отже, об'єктивні та точні методи вимірювання та оцінювання знань стають однією з рушійних сил наукового прогресу.

Аналіз літературних джерел показав, що багато науковців як вітчизняних, так і російських займаються питанням діагностування та розробкою вимірників для її здійснення. Серед них: В. Гузєєв [4], К. Ингенкамп [6], [9], М. Олійник, Ю. Романенко [10], І. Гарус, Л. Нідєлько, Л. Пилипенко, Ю. Петренко [5], О. Афанасьєва, Я. Бродський, О. Глюза, О. Євтухов, О. Павлов, А. Сліпенько [1], І. Булах, М. Мруга [3] та інші.

Досвід по розробці вимірників для проведення вимірювання рівня математичної підготовки студентів наявний у Донецькому національному університеті, Національному педагогічному університеті імені М.П. Драгоманова, Національному технічному університеті України “Київський політехнічний інститут”.

Формулювання цілей статті. Автор поставив за мету проаналізувати вибір системи вимірників, необхідної для здійснення моніторингу навчальних досягнень з математики студентів вищих аграрних навчальних закладів.

Основна частина. Спираючись на те, що контроль та оцінювання знань і вмінь студентів являється необхідною складовою частиною моніторингу (M_1), ми виділяємо наступні етапи моніторингу, які використовуються під час здійснення вимірювання навчальних досягнень студентів з математики: вхідний, поточний, модульний, підсумковий та залишкових знань.

Вхідний етап моніторингу (M_1). Даний етап моніторингу має проводитися серед першокурсників на початку навчання у вузі з метою виявлення наявного рівня їх математичної підготовки з вузлових питань шкільного курсу математики та визначення рівня готовності до подальшого вивчення дисциплін природничо-математичного циклу у вузі. Дана діяльність має бути обов’язковою, адже вона виконує діагностичну функцію та сприяє актуалізації знань та вмінь студентів із попередньо вивченого матеріалу, необхідного для засвоєння нової дисципліни.

Для практичної реалізації вхідного етапу моніторингу (M_1) ефективними методами виявилися тестування, письмові відповіді на відкриті питання або контрольна робота.

Оброблені, проаналізовані та узагальнені результати вхідного етапу моніторингу (M_1) надають можливість виявити прогалини у знаннях студентів за темами шкільного курсу математики та розробити на цій основі особистісно-орієнтовану програму компенсаційного (реабілітаційного) навчання, метою якого є усунення прогалин у знаннях, вміннях та навичках студентів та доведення їх до рівня, достатнього для подальшого успішного вивчення математики у вищому навчальному закладі.

Отримані результати даного діагностування необхідні для конкретизування, оптимізації та більш цілеспрямованого визначення змістовного компонента навчального процесу, обґрунтування послідовності опрацювання змістовних розділів дисципліни, визначення методів і форм його проведення, тому вони мають зберігатися, оброблятися, аналізуватися та обговорюватися на засіданнях кафедри математики з подальшим плануванням наступних заходів щодо підвищення якості математичної підготовки студентів-аграріїв.

Поточний етап моніторингу (M_1) (вимірювання локальних знань, умінь та навичок студентів) пропонується проводити у повсякденній навчальній діяльності на планових заняттях для перевірки рівня опанування студентами програмного матеріалу за частинами навчальної дисципліни, формування практичних навичок та вмінь, їхньої міцності. Він є необхідним для викладача, адже забезпечує зворотний зв'язок студент – викладач у процесі навчання та надає можливість виявити динаміку дидактичного процесу, співставити на окремих етапах навчання реально досягнуті результати студентів із запланованими, виявити вчасно прогалини у знаннях студентів під час засвоєння матеріалу, стимулювати студентів до засвоєння матеріалу, підвищити загальну продуктивність навчальної праці.

Методи та форми, які можуть бути використаними на цьому етапі можуть бути різними. Вони залежать від багатьох факторів, серед яких: цілі навчання, зміст навчального матеріалу, рівень його складності, рівень підготовки студентів тощо. Дослідження показало, що доцільно використовувати наступні методи: теоретичне опитування студентів на практичних заняттях, перевірка виконання домашніх завдань, опитування окремих студентів біля дошки на практичних заняттях з метою перевірки вмінь самостійного розв'язування задач, аудиторні самостійні роботи (до 45 хв.) чи контрольні роботи (80 хв.), математичні диктанти, розрахунково-графічні роботи, тестування, написання наукових робіт тощо.

Так, теоретичне опитування студентів на практичних заняттях має проводиться в усній або письмовій формі тривалістю 15-20 хвилин. Це надає можливість перевірити рівень теоретичних знань студентів за раніше викладеним матеріалом, особливо за розділами курсу, які необхідні для набуття практичних навиків. Теоретичне опитування студентів допомагає викладачеві привчити студентів до систематичного опрацювання пройденого матеріалу і підготовки до наступної теми практичного заняття, встановити ступінь засвоєння теоретичних понять та виявити найбільш важкі для сприйняття студентів поняття розділу навчальної дисципліни.

Перевірка виконання студентами домашніх завдань надає можливість виявити труднощі, які виникають у студентів під час самостійного виконання домашніх практичних завдань та усунути їх.

Аудиторні самостійні та контрольні роботи слугують засобом для контролю засвоєних знань, сформованих умінь студентів та їх застосування під час розв’язування задач. При підборі завдань слід використовувати завдання трьох рівнів складності, кожне із яких має оцінюватися певною кількістю балів.

Для першого рівня складності студентам варто пропонувати завдання, що потребують тільки основних теоретичних знань і практичних навиків та розуміння конкретних математичних понять з теми.

До другого рівня слід відбирати завдання, які використовуються для формування понять, безпосереднього застосування вивчених тверджень, правил, закріплення алгоритмів. Вони не повинні потребувати спеціальної діяльності студентів для пошуку методів їх розв'язування і результат має бути одержаним через два-три логічних кроки. Такі завдання повинні займати основне місце у навчальному процесі, так як спрямовані на стимулювання студентів до повторення набутих знань, до аналізу навчального матеріалу, до виконання дій для формування умінь та навичок.

Завдання третього рівня – це завдання, на основі яких можна організувати математичну діяльність студентів на рівні аналізу умови, складання плану розв'язання задачі, критичного осмислення одержаних результатів, доведення певних тверджень, отримання висновків і наявних фактів. Ці задачі застосовуються для глибокого засвоєння студентами математичних знань, як противага заучуванню, забезпечують творче застосування знань, оволодіння певними методами наукового пізнання.

Розподіляти завдання певного рівня між студентами варто з урахуванням їх індивідуальних пізнавальних можливостей.

Важливим засобом поточного етапу при проведенні моніторингу (M_1) є позааудиторна самостійна робота, метою якої є спрямування студентів на теоретичну та практичну роботу з навчальної дисципліни. Організація даної діяльності передбачає виконання студентами розрахунково-графічної роботи на основі теоретичних знань та практичних умінь та навичок, отриманих ними у процесі аудиторних занять. Кожен студент має отримувати особисті завдання, які підбираються відповідно до розглянутих типових завдань, які студенти розв'язували самостійно під контролем викладача на практичних заняттях. Виконана самостійно розрахунково-графічна робота має обов'язково здаватися викладачеві на перевірку та подальший захист.

Для виконання розрахунково-графічної роботи студенти мають бути забезпечені підготовленими заздалегідь методичними рекомендаціями для її виконання, які б містили у собі короткі теоретичні відомості по кожній із тем модулів навчальної дисципліни та типові приклади розв'язування практичних завдань. Крім того, студенти повинні мати можливість відвідати консультації з викладачем, на яких будуть розглянуті завдання, розв'язування яких викликало у них деякі труднощі.

Організація самостійної роботи студентів передбачає їх участь у студентській науковій олімпіаді. Для цього студентам мають пропонуватися різні наукові теми на вибір, для виконання якої студент повинен самостійно опрацювати довідникову літературу. Виконання студентами наукових робіт сприяє розвитку їх пізнавальної активності, дослідницьких умінь, творчого потенціалу, умінь працювати з науковою, інформаційно-науковою, популярною, методичною літературою, вдосконаленню процесу засвоєнню знань, формуванню умінь робити узагальнення та висновки.

Модульний етап моніторингу (M_1) має проводитися наприкінці вивчення базового модуля під час поточних занять без переривання навчального процесу з метою вимірювання засвоєних студентами знань через більш довгочасний період і охоплює значні за обсягом розділи курсу.

При проведенні даного етапу моніторингу (M_1) варто використовувати усне опитування, самостійні роботи, модульні контрольної роботи, колоквіуми, тестування.

При здійсненні перевірки оволодіння студентами теоретичним матеріалом з змістовного модуля доцільним у використанні є колоквіум, який має за мету мобілізувати студентів на поглиблене вивчення дисципліни. При проведенні колоквіумів ведеться більш невимушена бесіда, ніж на заліках та іспитах, що, природно, дає змогу перевірити знання студентами теоретичного матеріалу, вивчити інтереси і схильності студентів та встановити шляхи більш раціонального проведення навчального процесу.

Рівень набуття студентами практичних навиків з вивченого матеріалу змістовного модуля визначається на підставі результатів контрольного заходу – письмового виконання контрольної роботи із завданнями початкового, середнього, достатнього та високого рівня або тестування.

Тести навчальних досягнень студентів з математики варто застосовувати з врахуванням певного рівня засвоєння: рівня пізнавання (тести І рівня); алгоритмічного рівня (тести ІІ рівня); евристичного рівня (тести ІІІ рівня); творчого рівня (тести IV рівня).

Так, *тести І рівня* варто застосовувати для перевірки якості засвоєння студентами нової інформації на рівні пізнавання. Дані тести вимагають виконання діяльності студентів по операційному ототожнюванні об’єкта та його позначенні.

Тести ІІ рівня доцільно застосовувати для перевірки та корекції засвоєння, яке дозволяє відтворювати інформацію, розв’язувати типові задачі на навчальних елементах, що вивчаються без опори на допомогу або підказку зовні.

Тести ІІІ рівня варто застосовувати для вимірювання навчальних досягнень студентів з математики у випадках, які вимагають від них застосування набутих знань у практичній діяльності, коли умови задачі формуються близькими до тих, що зустрічались у реальних життєвих обставинах.

Тести IV рівня необхідно застосовувати для виявлення умінь студентів орієнтуватися та приймати рішення у нових, проблемних ситуаціях, адже тести IV рівня – це проблеми, вирішення яких є творчою діяльністю, що супроводжується отриманням об’єктивно нової інформації [2].

Вище перелічені методи, які використовуються при проведенні моніторингу (M_1), дозволяють визначити наявний рівень теоретичних знань та практичних навиків студентів з деякої частини навчального матеріалу, перевірити рівень їх підготовленості при виконанні конкретної аудиторної та позааудиторної роботи, виявити систематичність роботи, стабільність виконання навчального графіку та активність.

Підсумковий етап моніторингу навчальних досягнень студентів з математики проводиться з метою встановлення дійсного ступеня оволодіння студентами системою теоретичних знань із навчальної дисципліни за обсягом, якістю, глибиною та практичних вмінь застосовувати їх у практичній діяльності за підсумками проведеного циклу навчання. Даний етап має проводитися у кінці семестрів, наприкінці зимового та літнього періодів навчання у вигляді заліку або іспиту.

Семестровий залік – це форма підсумкового контролю, що полягає в оцінці засвоєння студентом навчального матеріалу з дисципліни на підставі результатів виконання ним усіх видів запланованої навчальної роботи протягом семестру: аудиторної роботи під час лекційних, практичних занять, самостійної роботи при виконанні індивідуальних розрахунково-графічних робіт, модульних контрольних робіт, тощо.

У кінці семестру студенту виставлявся залік за умови, що він виконав усі види навчальної роботи, визначені робочою навчальною програмою дисципліни та отримав позитивні підсумкові оцінки за кожен з модулів. У результаті цього у заліковій відомості, заліковій книзі та індивідуальному навчальному плані студента робиться запис „зараховано" з відповідною буквою європейської системи залікового перекладу кредитів ECTS (European Credit Transfer System).

Іспит варто проводи у письмовій формі, це дозволить провести його в строго відведений час організовано й оперативно. За необхідності має застосовуватися співбесіда викладача зі студентом. Тривалість написання екзаменаційної роботи студента під час здачі іспиту має становити не менше 60 хвилин, за цей час кожен студент матиме можливість осмислити весь пройдений курс у цілому, сконцентрувати увагу на вузлових його моментах, закріпити у пам'яті його основний зміст. Щоб уникнути списування кожен студент має розташовуватися за окремим столом, при цьому на іспиті має були присутніх принаймні два викладачі.

Здача іспиту з навчальної дисципліни передбачає виставлення студенту оцінки згідно національної шкали та шкали оцінювання ECTS. Загальні принципи адаптації внутрішніх систем оцінювання навчальних досягнень студентів до шкали ECTS визначені у „Тимчасовому положенні про організацію навчального процесу в кредитно – модульній системі підготовки фахівців", затвердженому наказом Міністерства освіти і науки України від 30.12.2005 року № 774 [8].

Етап вимірювання *залишкових знань* студентів при здійсненні моніторингу (M_1) має проводитися через деякий час після завершення вивчення студентами навчальної дисципліни та здачі підсумкового іспиту як з метою оцінки міцності знань, так і з метою визначення рівня залишкових знань і вмінь, що зазначені як базові для засвоєння інших дисциплін, які входять до кваліфікаційної характеристики фахівця.

Даний етап моніторингу може проводитися за вказівкою адміністрації Вузу (ректорський контроль) чи за вимогою комісії Міністерства освіти і науки України. Його мета – виявити, наскільки високий збережений рівень знань студентів, які вивчили дану дисципліну і приступили до вивчення суміжних з нею областей.

Для проведення даного етапу моніторингу варто використовувати спеціально розроблений пакет ККР (комплексної контрольної роботи), до складу якого повинні входити: робоча програма навчальної дисципліни; варіанти контрольних завдань з відповідями та критеріями їх оцінювання; перелік матеріалів, використання яких дозволяється під час виконання контрольних завдань ККР; дві рецензії на пакет ККР (одна внутрішня і одна зовнішня – з іншого навчального закладу).

Зокрема, текст ККР має включати завдання з усіх розділів пройденого курсу навчальної дисципліни, мати професійне спрямування, носити комплексний характер та охоплювати весь програмний матеріал. При цьому необхідно, щоб варіанти завдань були рівнозначні за складністю. Загалом комплексна контрольна робота має містити не менше 30 різних варіантів контрольних завдань із визначеними критеріями їх оцінювання. Результати комплексної контрольної роботи повинні бути оброблені, проаналізовані обговорені на засіданнях кафедри, деканату, ректорату та занесені до звітних відомостей, які передаються у деканат.

Висновки. При виборі системи вимірників під час здійснення моніторингу навчальних досягнень з математики студентів – аграріїв варто використовувати наступні методи перевірки: спостереження, усне опитування, письмова форма (самостійна, контрольна робота, математичний диктант), розрахункова-графічна робота, тестування). Кожен метод орієнтований на вирішення деякого кола педагогічних завдань, при цьому опосередковано сприяє і вирішенню інших, але не в тій мірі, в якій ці завдання можуть бути вирішені за допомогою інших методів. Тому на різних етапах здійснення моніторингу $\left(M_1\right)$ варто застосовувати всі методи у комплексі, завдяки чому можна досягти підвищення якості математичної освіти студентів.

Список використаної літератури

1. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Глюза О.О., Євтухов О.В., Павлов О.Л., Сліпенько А.К. Діагностичний комплект для проведення моніторингових досліджень базової математичної підготовки учнів 4-11 класів / За ред. Я.С. Бродського і О.Л. Павлова. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2005. – 256 с.
2. Беспалько В.П. Теория учебника: Дидактический аспект / В.П. Беспалько. – М.: Педагогика, 1988. – 160 с.
3. Булах І.Є., Мруга М.Р. Створюємо якісний тест: Навч. посіб. – К.: Майстер клас. – 2006 – 160 с.
4. Гузеев В.В. Планирование результатов образования и образовательные технологии. – М.: Народное образование, 2001. – 87 с.
5. Діагностика (тестування) навчальних досягнень учнів 9 класів з математики. Методичний посібник. І. Гарус, Л. Нідєлько, Л. Пилипенко, Ю. Петренко. – Полтава: ПОІППО, 2008. – 40 с.
6. Ингенкамп К. Педагогическая диагностика. – М.: Педагогика, 1991. – 240 с.
7. Ковальчук А.М. Тестові технології як один із засобів контролю [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://osvita.ua/vnz/reports/pedagog/2724.
8. Крутій К.Л. Моніторинг як сучасний засіб управління якістю освіти в дошкільному навчальному закладі: Монографія. – Запоріжжя: ТОВ “ЛІПС” ЛТД, 2006. – 172 с.
9. Методологія проведення моніторингових досліджень та створення стандартизованих вимірників рівня навчальних досягнень з математики. Матеріали всеукраїнської науково-методичної конференції. – Донецьк: ДонНУ, 2002.
10. Олійник М.М., Романенко Ю.А. Тест як інструмент кількісної діагностики рівня знань в сучасних технологіях навчання: Навч. посіб. зі спецкурсу для студентів педагогічних спеціальностей та викладачів. – Донецьк: ДонНУ, 2001. – 84 с.

ПРОПЕДЕВТИКА ПОНЯТТЯ РЕКУРСІЇ ШЛЯХОМ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕСТАНДАРТНИХ ЗАДАЧ ЕЛЕМЕНТАРНОЇ МАТЕМАТИКИ

Гроза В.А.,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Національний авіаційний університет,
Лещинський О.Л.,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Промислово-економічний коледж Національного авіаційного університету,
Томащук О.П.,
кандидат пед. наук, доцент,
Національний авіаційний університет,
Тихонова В.В.,
викладач,
Промислово-економічний коледж Національного авіаційного університету

Розглядається питання пропедевтики поняття рекурсії шляхом розв'язування нестандартних задач елементарної математики в процесі викладання дисципліни «Математика» майбутнім програмістам.

Рассматривается вопрос пропедевтики понятия рекурсии путем решения нестандартных задач элементарной математики в процессе преподавания дисциплины «Математика» будущим программистам.

Questions of propedeutics for the concept of recursion by solving nonstandard problems of elementary mathematics in the course of the discipline "Mathematics" for future programmers are investigated.

Ітерація – від людини
Рекурсія – від Бога
Л.Пітер Дойч

Викладання дисципліни «Математика» у вищих навчальних закладах (ВНЗ) І-ІІ рівнів акредитації повинно враховувати професійне спрямування підготовки студентів і формувати їх мислення в профільному напрямку. Зрозуміло, що з одного боку, зміст дисципліни «Математика» збігається з її змістом у загальноосвітніх навчальних закладах. З іншого боку, з перших днів навчання у ВНЗ студент орієнтується на здобуття обраної спеціальності. Викладання дисципліни «Математика» майбутнім програмістам повинно бути спрямоване на формування у них алгоритмічного мислення, структурного підходу до розв'язування математичних задач (зокрема, циклічного підходу, підходу з використанням умов-обмежень і розгалужень для знаходження можливих розв'язків задачі, рекурсійних підходів тощо). Одним із важливих методичних завдань є пропедевтика поняття рекурсії, яке широко використовується в практичному програмуванні.

З теорії програмування відомо, що коли функція викликає саму себе, то кажуть, що виникає рекурсія. Рекурсію можна розглядати як ще одну керуючу структуру: управління з точки рекурсійного виклику передається на початок функції. У дійсності рекурсія – це потужний інструмент для розробки програмного забезпечення, за допомогою якого значні за обсягом операції можуть бути записані кількома рядками програмного коду. Програмістам-професіоналам відомо, що рекурсією необхідно користуватися обережно і уважно. При використанні рекурсійного виклику система зберігає в стеку значення всіх автоматичних змінних функції та її параметрів. Після завершення рекурсійного виклику значення будуть відновленими і управління повертається на оператор, який стоїть безпосередньо за оператором виклику. Для розміщення в стеку автоматичних змінних і значень параметрів необхідні пам'ять і час на розрахунки.

Багато понять теорії програмування ґрунтуються на понятті рекурсії. У деяких випадках рекурсійна побудова алгоритму є найбільш природним і раціональним шляхом розв'язування поставленої задачі.

У процесі викладання дисципліни «Математика» можна використати певні методичні інструменти математичного характеру, які б формували у майбутніх програмістів відчуття рекурсійних відношень, уміння використовувати рекурсійні алгоритми в процесі розв'язування реальних задач. Одним із таких методичних інструментів може виявитися вивчення рівнянь вигляду $\underbrace{f\left(f\left(\ldots f\left(x\right)\right)\right)}_{k \text{ разів}} = x$, де $k \in N$.

Студентів насамперед доцільно ознайомити з такою теоремою:

Теорема 1. Якщо функція $y = f\left(x\right)$ *зростає на множині P, то на цій множині рівняння*

$$f\left(x\right) = x \tag{1}$$

і

$$f\left(f\left(x\right)\right) = x \tag{2}$$

є рівносильними.

Доведення. Нехай x_0 – довільний корінь рівняння (1), тобто $f\left(x_0\right) = x_0$. Тоді $f\left(f\left(x_0\right)\right) = f\left(x_0\right) = x_0$. Отже, число x_0 також є коренем рівняння (2).

Нехай x_0 – довільний корінь рівняння (2), тобто $f\left(f\left(x_0\right)\right) = x_0$. Доведемо, що число x_0 також є коренем рівняння (1), тобто доведемо, що виконується рівність $f\left(x_0\right) = x_0$.

Використаємо метод доведення від супротивного. Припустимо, що $f\left(x_0\right) \neq x_0$. Тоді $f\left(x_0\right) > x_0$ або $f\left(x_0\right) < x_0$.

Нехай $f\left(x_0\right) > x_0$. Тоді, враховуючи, що функція f зростає на множині *P*, маємо $f\left(f\left(x_0\right)\right) > f\left(x_0\right)$. Але за припущенням $f\left(x_0\right) > x_0$. Отже, $f\left(f\left(x_0\right)\right) > x_0$. А це суперечить умові $f\left(f\left(x_0\right)\right) = x_0$.

Нехай $f\left(x_0\right) < x_0$. Тоді, враховуючи зростання функції f на множині *P*, одержимо $f\left(f\left(x_0\right)\right) < f\left(x_0\right)$. Але за припущенням $f\left(x_0\right) < x_0$. Отже, $f\left(f\left(x_0\right)\right) < x_0$. А це також суперечить умові $f\left(f\left(x_0\right)\right) = x_0$.

Отже, припущення є неправильним і $f\left(x_0\right)=x_0$, тобто число x_0 є коренем рівняння (1).

Природно поставити перед студентами запитання про справедливість відповідного твердження для випадку спадної функції $y=f\left(x\right)$. Виявляється, що відповідне твердження є неправильним. Можна запропонувати студентам самостійно підібрати приклад, який це підтверджує.

Після цього можна сформулювати узагальнену теорему:

Теорема 2. Якщо функція $y=f\left(x\right)$ *зростає на множині P, то при довільному* $k\in N$ *рівняння* $\underbrace{f\left(f\left(...f\left(x\right)\right)\right)}_{k\ \text{разів}}=x$ і $f\left(x\right)=x$ *є рівносильними на множині P.*

Далі доцільно розглянути приклади на застосування сформульованих теорем.

Приклад 1. *Розв'язати рівняння* $\sqrt{1+\sqrt{x}}=x-1$.

Розв'язання. Знайдемо ОДЗ рівняння: $\begin{cases} x\geq 0, \\ x-1\geq 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0, \\ x\geq 1, \end{cases} \Leftrightarrow x\in\left[1;+\infty\right)$.

Перепишемо рівняння у вигляді

$$1+\sqrt{1+\sqrt{x}}=x. \tag{3}$$

Розглянемо функцію $f\left(x\right)=1+\sqrt{x}$. Тоді рівняння (3) можна записати у вигляді $f\left(f\left(x\right)\right)=x$. Оскільки $f'\left(x\right)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}>0$ для всіх $x\in\left(0;+\infty\right)$, то на інтервалі $\left(0;+\infty\right)$ функція f зростає. Тому згідно з теоремою 1 рівняння (3) рівносильне рівнянню $f\left(x\right)=x$, тобто $1+\sqrt{x}=x$. Розв'яжемо це рівняння. Увівши заміну $\sqrt{x}=t$, одержимо квадратне рівняння $t^2-t-1=0$, коренями якого є числа: $t=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ і $t=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. Повертаючись до заміни, одержимо два рівняння: $\sqrt{x}=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ і $\sqrt{x}=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. Перше рівняння не має розв'язків, а коренем другого рівняння є число $x=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Відповідь: $\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Для самостійної роботи можна запропонувати студентам розв'язати рівняння:

1) $\sqrt{a+\sqrt{x}}=x-a$, де a – параметр;

2) $\sqrt{3+\sqrt{3+\sqrt{x}}}=x-3$.

Приклад 2. *Розв'язати рівняння* $x^3+1=2\sqrt[3]{2x-1}$.

Розв'язання. Перетворимо задане рівняння:

$$x^3+1=2\sqrt[3]{2x-1} \Leftrightarrow \frac{x^3+1}{2}=\sqrt[3]{2x-1} \Leftrightarrow \left(\frac{x^3+1}{2}\right)^3=2x-1 \Leftrightarrow 1+\left(\frac{x^3+1}{2}\right)^3=2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1+\left(\frac{x^3+1}{2}\right)^3}{2}=x. \qquad (4)$$

Розглянемо функцію $f(x)=\frac{1+x^3}{2}$. Тоді рівняння (4) можна записати у вигляді $f(f(x))=x$. Оскільки $f'(x)=\frac{3}{2}x^2\ge 0$ для всіх $x\in(-\infty;+\infty)$ і точки, в яких $f'(x)=0$, не утворюють проміжок ($f'(x)=0$ лише в одній точці $x=0$), то на інтервалі $(-\infty;+\infty)$ функція f зростає. Тому згідно з теоремою 1 рівняння (4) рівносильне рівнянню $f(x)=x$, тобто $\frac{1+x^3}{2}=x$. Розв'яжемо це рівняння:

$$\frac{1+x^3}{2}=x \Leftrightarrow x^3-2x+1=0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2+x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1, \\ x=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \\ x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}. \end{array}\right.$$

Відповідь: 1, $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$, $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Далі можна розглянути рівняння з параметрами, які є узагальненнями розглянутого вище рівняння:

1) $x^3+a=b\sqrt[3]{bx-a}$, $b\ne 0$;

2) $x^n+a=b\sqrt[n]{bx-a},\ b\ne 0, n\in N, n\ge 2$.

Перетворимо рівняння $x^3+a=b\sqrt[3]{bx-a}$:

$$\frac{x^3+a}{b}=\sqrt[3]{bx-a} \Leftrightarrow \left(\frac{x^3+a}{b}\right)^3=bx-a \Leftrightarrow \frac{a+\left(\frac{x^3+a}{b}\right)^3}{b}=x.$$

Одержали рівняння вигляду $f(f(x))=x$, де $f(x)=\frac{a+x^3}{b}$.

Перетворимо рівняння $x^n+a=b\sqrt[n]{bx-a}$:

$$\frac{x^n+a}{b}=\sqrt[n]{bx-a}, \quad \left(\frac{x^n+a}{b}\right)^n=bx-a, \quad \frac{a+\left(\frac{x^n+a}{b}\right)^n}{b}=x.$$

Одержали рівняння вигляду $f(f(x))=x$, де $f(x)=\frac{a+x^n}{b}$. При парних значеннях n потрібно перевірити, чи всі знайдені корені є коренями заданого рівняння.

Приклад 3. *Розв'язати рівняння* $\sqrt[3]{x}+1=2(2x-1)^3$.

Розв'язання. Перетворимо задане рівняння:

$$\sqrt[3]{x}+1=2(2x-1)^3 \Leftrightarrow \sqrt[3]{\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{x}+1\right)}=2x-1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{x}+1\right)}+1=2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{x}+1\right)}+1\right)=x. \qquad (5)$$

Розглянемо функцію $f(x)=\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{x}+1\right)$. Тоді рівняння (5) можна записати у вигляді $f(f(x))=x$. Оскільки $f'(x)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{6\sqrt[3]{x^2}}>0$, то на інтервалі $(-\infty;+\infty)$ функція f зростає. Тому згідно з теоремою 1 рівняння (5) рівносильне рівнянню $f(x)=x$, тобто $\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{x}+1\right)=x$. Розв'яжемо це рівняння. Нехай $\sqrt[3]{x}=t$. Тоді маємо:

$$2t^3-t-1=0 \;\Leftrightarrow\; t^3-t+t^3-1=0 \;\Leftrightarrow\; t(t-1)(t+1)+(t-1)\left(t^2+t+1\right)=0 \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; (t-1)\left(t^2+t+t^2+t+1\right)=0 \Leftrightarrow (t-1)\left(2t^2+2t+1\right)=0 \Leftrightarrow t=1.$$

Повертаючись до заміни, одержимо: $\sqrt[3]{x}=1 \Leftrightarrow x=1$.

Відповідь: 1.

Приклад 4. *Розв'язати рівняння* $\ln(1+\ln x)=x-1$.

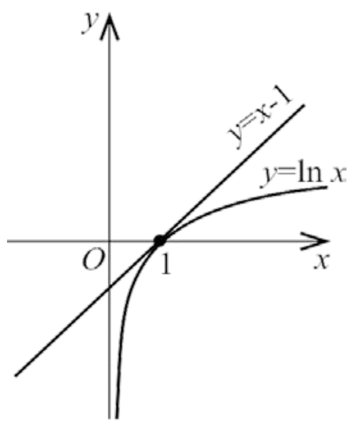
Розв'язання. Спочатку знайдемо ОДЗ рівняння:

$$\begin{cases} x>0, \\ 1+\ln x>0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0, \\ \ln x>-1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0, \\ x>\dfrac{1}{e}, \end{cases} \Leftrightarrow x\in\left(\frac{1}{e};+\infty\right).$$

Задане рівняння запишемо у вигляді

$$1+\ln(1+\ln x)=x. \qquad (6)$$

Розглянемо функцію $f(x)=1+\ln x$. Тоді рівняння (6) можна записати у вигляді $f(f(x))=x$. Оскільки $f'(x)=\frac{1}{x}>0$ для всіх $x\in(0;+\infty)$, то на інтервалі $(0;+\infty)$ функція f зростає. Тому згідно з теоремою 1 рівняння (6) рівносильне рівнянню $f(x)=x$, тобто рівнянню $1+\ln x=x$. Розв'яжемо це рівняння: $1+\ln x=x \;\Leftrightarrow\; \ln x=x-1$. Використавши графічний метод розв'язування (мал. 1), встановлюємо, що $x=1$ – єдиний корінь рівняння $\ln x=x-1$, а, отже, корінь заданого рівняння (враховуючи, що $x=1$ належить ОДЗ заданого рівняння).



Мал. 1

Після цього можна перейти до розгляду систем рівнянь.

Приклад 5. *Розв'язати систему* $\begin{cases} x^3+2x^2+2x=y, \\ y^3+2y^2+2y=z, \\ z^3+2z^2+2z=x. \end{cases}$

Розв'язання. Задана система має вигляд: $\begin{cases} y=f(x), \\ z=f(y), \\ x=f(z), \end{cases}$ де $f(t)=t^3+2t^2+2t$.

Підставивши замість z в рівняння $x=f(z)$ вираз $z=f(y)$ одержимо рівняння $x=f(f(y))$. Підставивши в це рівняння замість y вираз $y=f(x)$ одержимо рівняння $x=f(f(f(x)))$. Оскільки $f(x)=x^3+2x^2+2x$ і $f'(x)=3x^2+4x+2>0$ для всіх $x\in\mathbf{R}$, то на множині всіх дійсних чисел функція f зростає. Тому згідно з теоремою 2 рівняння $f(f(f(x)))=x$ рівносильне рівнянню $f(x)=x$, тобто рівнянню $x^3+2x^2+2x=x$. Розв'яжемо це рівняння:

$$x^3+2x^2+2x=x \iff x^3+2x^2+x=0 \iff x\left(x^2+2x+1\right)=0 \iff x(x+1)^2=0 \iff$$

$$\left[\begin{array}{l} x=0, \\ x=-1. \end{array}\right.$$

Якщо $x=0$, то з першого рівняння заданої системи маємо: $y=0$, а з другого рівняння – $z=0$.

Якщо $x=-1$, то з першого рівняння системи одержуємо: $y=-1$, а з другого рівняння – $z=-1$.

Відповідь: $(0;0;0)$, $(-1;-1;-1)$.

Доцільно разом зі студентами дослідити, при яких значеннях параметра a систему рівнянь вигляду $\begin{cases} x^3+ax^2+ax=y, \\ y^3+ay^2+ay=z, \\ z^3+az^2+az=x, \end{cases}$ можна розв'язувати методом, розглянутим у прикладі 5. Для цього потрібно з'ясувати, при яких значеннях a функція $f(t)=t^3+at^2+at$ зростає на множині $\mathbf{R}$.

$$f'(t)=3t^2+2at+a,\ D=4a^2-4\cdot 3a=4a(a-3).$$

Функція $f(t)=t^3+at^2+at$ зростає на $\mathbf{R}$, коли для всіх $x\in\mathbf{R}$ виконується нерівність $f'(t)>0$. А це можливо лише тоді, коли $D=4a(a-3)<0$, тобто коли $a\in(0;3)$.

Для самостійної роботи студентам можна запропонувати подібне завдання: встановити, при яких значеннях параметрів a і b систему рівнянь вигляду $\begin{cases} x^3+ax^2+bx=y, \\ y^3+ay^2+by=z, \\ z^3+az^2+bz=x, \end{cases}$ можна розв'язувати методом, розглянутим у прикладі 5.

Також для самостійної роботи доцільно запропонувати студентам завдання: представити у вигляді рекурсійної функції систему:

$$\begin{cases} x_1^n + ax_1^{n-1} + ax_1^{n-2} + \ldots + ax_1 = x_2, \\ x_2^n + ax_2^{n-1} + ax_2^{n-2} + \ldots + ax_2 = x_3, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n^n + ax_n^{n-1} + ax_n^{n-2} + \ldots + ax_n = x_1. \end{cases}$$

Приклад 6. *Розв'язати систему* $\begin{cases} y^3 - 3x + 2 = 0, \\ z^3 - 3y + 2 = 0, \\ x^3 - 3z + 2 = 0. \end{cases}$

Розв'язання. Перетворимо задану систему:

$$\begin{cases} y^3 - 3x + 2 = 0, \\ z^3 - 3y + 2 = 0, \\ x^3 - 3z + 2 = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^3 = 3x - 2, \\ z^3 = 3y - 2, \\ x^3 = 3z - 2, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \sqrt[3]{3x-2}, \\ z = \sqrt[3]{3y-2}, \\ x = \sqrt[3]{3z-2}. \end{cases} \qquad (7)$$

Система (7) має вигляд: $\begin{cases} y = f(x), \\ z = f(y), \\ x = f(z), \end{cases}$ де $f(t) = \sqrt[3]{3t-2}$.

Підставивши замість z в рівняння $x = f(z)$ вираз $z = f(y)$, одержимо рівняння $x = f(f(y))$. Підставивши в рівняння $x = f(f(y))$ замість y вираз $y = f(x)$, одержимо рівняння $x = f(f(f(x)))$. Оскільки функція $f(x) = \sqrt[3]{3x-2}$ зростає на множині $\mathbf{R}$, то згідно з теоремою 2 рівняння $f(f(f(x))) = x$ рівносильне рівнянню $f(x) = x$, тобто рівнянню $\sqrt[3]{3x-2} = x$. Розв'яжемо це рівняння:

$$\sqrt[3]{3x-2} = x \quad \Leftrightarrow \quad x^3 - 3x + 2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^3 - x - 2x + 2 = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad x(x-1)(x+1) - 2(x-1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x-1)(x^2 + x - 2) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} x = 1, \\ x = -2. \end{array}\right.$$

Якщо $x = 1$, то з першого рівняння системи (7) маємо: $y = 1$, а з другого рівняння – $z = 1$.

Якщо $x = -2$, то з першого рівняння системи (7) одержуємо: $y = -2$, а з другого рівняння – $z = -2$.

Відповідь: $(1;1;1)$, $(-2;-2;-2)$.

Приклад 7. *Розв'язати систему* $\begin{cases} \sqrt{y^2-7+\sqrt{x+y^2-7}}=x, \\ \sqrt{x^2+2+\sqrt{y+x^2+2}}=y. \end{cases}$

Розв'язання. У першому рівнянні системи розглянемо його ліву частину як функцію від x з параметром y. Тоді, якщо прийняти $f(x)=\sqrt{y^2-7+x}$, то ліва частина першого рівняння системи має вигляд $f(f(x))$. Оскільки $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{y^2-7+x}}>0$, то функція f зростає на своїй області визначення. Тому згідно з теоремою 1 перше рівняння системи рівносильне рівнянню $f(x)=x$, тобто рівнянню $\sqrt{y^2-7+x}=x$.

Аналогічно можна довести, що друге рівняння системи рівносильне рівнянню $\sqrt{x^2+2+y}=y$. Отже, задана система рівносильна системі:

$$\begin{cases} \sqrt{y^2-7+x}=x, \\ \sqrt{x^2+2+y}=y. \end{cases} \tag{8}$$

Піднесемо обидві частини кожного із рівнянь системи до квадрату і потім додамо ліві і праві частини одержаних рівнянь:

$$\begin{cases} y^2-7+x=x^2, \\ x^2+2+y=y^2, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2-7+x=x^2, \\ y^2+x^2-5+x+y=x^2+y^2, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2-7+x=x^2, \\ x=5-y, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2-7+5-y=(5-y)^2, \\ x=5-y, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9y=27, \\ x=5-y, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3, \\ x=2. \end{cases}$$

Шляхом перевірки переконуємося, що $(2;3)$ – розв'язок системи (8), а, отже, і розв'язок заданої системи рівнянь.

Відповідь: $(2;3)$.

Список використаної літератури

1. Уинер Р. – Язык Турбо Си: Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 384 с.
2. Шарыгин И.Ф., Голубев В.И. Факультативный курс математики: Решение задач: Учеб. пособ. для 11 кл. сред. шк. – М.: Просвещение, 1991. – 384 с.

ПОЗНАВАТЕЛЬНАЯ САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ СТУДЕНТОВ ПО ОБУЧЕНИЮ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Дичева Т. Н.,
гл. ассистент,
Пловдивский университет им. Паисия Хилендарского
Ангелова Е. Д.,
гл. ассистент, доктор,
Пловдивский университет им. Паисия Хилендарского

Підготовка студентів вищої школи полягає не лише у сприйнятті певної складності та обсягу навчального матеріалу. У методиці навчальної діяльності закладена творча складова, яка базується на самостійності пізнавальної діяльності студентів. В даній роботі ми розповідаємо про наш досвід набуття знань і умінь з інформаційних технологій від студентів. Пізнавальна діяльність реалізується на послідовних рівнях і з застосуванням різних форм (аудиторних та позааудиторних) самостіної роботи.

Подготовка студентов в высшей школе состоит не только в восприятии определённой сложности и обёма учебного материала. В методике учебной работы заложенно творческое начало, которое основанно на самостоятельной познавательной деятельности студентов. В настоящей работе мы рассказываем о нашем опыте приобретения знаний и умений по информационным технологиям от студентов. Познавательная деятельность реализуется на последовательных уровнях и применяя разные формы (аудиторные и внеаудиторные) самостоятельной работы.

The students' preparation in higher education does not come down only to acquiring knowledge of a certain complexity and volume. In the methodology of academic work creativity is set as a key component, which is based on the amount of self-directed cognitive activity of students. In this article we share our experience of the students' acquisition of knowledge and skills in information technologies by involving cognitive activity on separate levels by implementing various forms (curricular and extracurricular) of self-directed work.

Интенсивность распространения новых технологий и непрерывное усовершенствование являются ключевым фактором развития современного общества. Эти два процесса совершаются в условиях глобализации, информатизации и интеграции в мировом масштабе. В этих условиях развивается экономика, основанная на познания и способность устойчивого экономического роста [10]. Поэтому, для полноценного участия в общественой жизни, людям приходиться менять свои квалификационные умения и пользоваться достижениями уровня знания, чтобы создать новое знание. Таким образом, одна из основных задач образования в высшей школе является подготовка специалистов для этого общества и в частности: формировать творческих личностей имеющих активные жизненные позиции способны реагировать адекватно на нестандартные ситуации; решать проблемы по персональной самостоятельной и творческой активностью; осмыслить как непрерывный процесс учения в течения всей жизни. Квалификационные умения, которые должен иметь будущий специалист, неразрывно связанна с использованием современных достижений научно-технического прогресса и компьютера на месте работы и в разных человеческих деятельностях с применением информационных технологии для решения проблем во всех сферах жизни.

Высшая школа отличается от средней не только своей специализацией по подготовке, степени сложности и обёма учебного материала, а прежде всего на своей методике учебного процесса, основанной на творческое начало и студенческому уровню самостоятельности [6, с. 84]. Это - предполагает воспитывать у студента, будущего специалиста, высокие требования к себе, необходимость трудиться, работать творчески, дополнять и усоворшенствовать свои знания не только во время обучения, но и в течения всей жизни. Косена Божилова рассматривает профессиональную подготовку как „систему, состоящую из двух компонентов – теория и практика. С помощью, которого не только усваивают учебное содержании, а надо развивать умения, формировать привычки и развивать профессиональные компетенции" [3]. Для формирования нужных профессиональных качеств обучение меняет свою ориентацию. Традиционно, новое содержание передается через вербальную коммуникацию. В современных условиях надо воспитывать умения приобретать самостоятельно новые знания и усваивать новые практические умения. Поэтому, надо искать и внедрять новые эффективные формы и методы обучения, интегрирующие оптимально в учебно-воспитательном процессе и в научно-производственной сфере организации самостоятельной познавательной деятельности студента.

В настоящей работе рассказываем про наш опыт, стиль подготовки, организации и образ проведения процесса обучения студентов на приобретение знания и умения по информационной технологии, которые позволяют многосторонне стимулировать самостоятельное исполнения поставленных задач в процессе студенческой познавательной деятельности.

Самостоятельная работа студента включает каждую деятельность, связанную с его самовоспитанием, как будущего профессионала: это является совокупность всех учебно-познавательных и учебно-производственных деятельностей, которых он реализирует самостоятельно. Авторы Б. Г. Ананьев, В. В. Давидов и Д. Б. Елконин формулируют тезис, что в студенческой учебно-познавательной деятельности объединяются не только познавательные функции действий (восприятие, внимание, память, мышление, воображение) и потребности, мотивы, эмоции и воля. И. Я. Лернер пишет, что познавательная деятельность является основой и предпосылкой для каждой другой деятельности – трудовой, коммуникативной, оценочной, эмоциональной. Из разных форм познания (эмпиричное и теоретичное, репродуктивное и творческое, сетевое и абстрактное) особое значение для получения новых знаний имеют: восприятие и фиксирование в сознании, на определенных этапах действительности (отражает непосредственное действие, т. е. специфику учебного познания). Непосредственное познание во время проблемной ситуации, т. е. затруднения, нужно искать разрешения творческим подходом [9]. Познавателная деятельность проявляется во время процесса осознания связи между новым и старым знанием (понимание), умения увидеть возникшую проблему, планировать его решения как последовательность умственных действий. Опять И. Я. Лернер пишет: „Познавательная самостоятельность предполагает способность индивида организовать с собственных сил свою познавательную деятельность и осуществить самостоятельно решения новых познавателных проблем" [8, с. 9]. Она выражается именно через его стремления и умения узнать новое в процессе целенаправленного поиска решения. Для тех, кто учатся и проявляют познавательную самостоятельность, характерно то, что им не достаточны знания, которые преподаватель сообщает, а ищут дополнительную литературу, делают наблюдения сообразно своим интересам, умеют применять знания в разных ситуациях и успешно разрешают поставленные задачи. Познавательная самостоятельность всегда сопровождается определённым эмоциональным отношением учащихся к объекту и к процессу познания. Решения проблемных задач, содержащих обязательно элемент проблемой ситуации, является основное средство формирования познавательной самостоятельности учащихся, в качестве источника импульса для творческого мышления.

Познавательная самостоятельная деятельность предполагает сознательное, а не механическое выполнение одним или другим познавательным и практическим действием. Она может проявиться только с самостоятельно поставленной рабочей целью, самостоятельным планированием организации и проведение работы. Самостоятельная деятельность как дидактическая категория является процесс, которая непосредственно выражается в предметных результатах, как последовательность добывания знании от учащего, от определённого объекта, или о приёмах действий с объектом. В самом обобщённом виде самостоятельная познавательная деятельность можно представить как система, которая подключает следующие основные компоненты:

– содержательная сторона – знания, выражены понятием или образом восприятия и представ;

– процессуалная сторона – разнообразные действия, оперирования с определённым умением и приём, как во внешнем, так и во внутреннем плане действия;

– результатная сторона – новые знания, новые начинания для решения, новый социальный опыт, идеи, взгляды, способности и качества личности.

Готовности

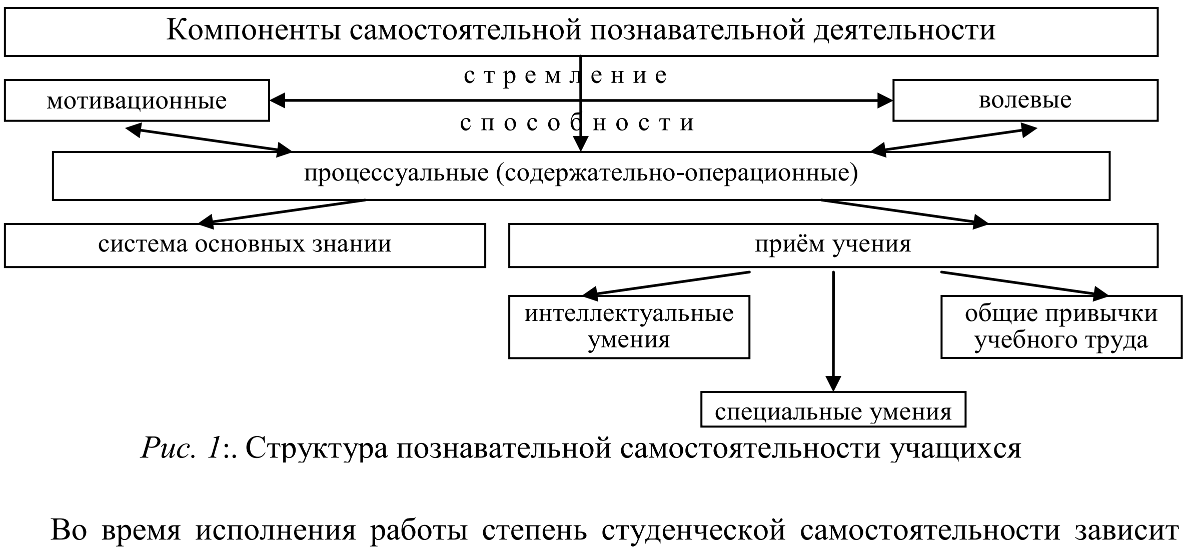


Рис. 1:. Структура познавательной самостоятельности учащихся

Во время исполнения работы степень студенческой самостоятельности зависит от характера и содержания задачи, которую надо решать и от его индивидуальной возможности. З. В. Вайсеро рассматривает самостоятельную работу, как систему, состоящую из трех компонентов: содержательная сторона – совершается разделения познавательных задач и целей самостоятельной учебной деятельности; процесуальная сторона – совершается подбор и применения адекватного самостоятельного способа действии, которые доводят до достижения учебных результатов; мотивационная сторона – обуславливает потребностю новых знании, выполнящих функции самообразования и осознания будущей профессиональной деятельности. [4]. Обучающий должен проводить обучения так, что реализовать учащемуся подготовку для самостоятельной работы на каждом этапе. Это подготовка должна состояться в формировании способностей учащихся, усваивать знании и в определения процессуальной стороне познавательной самостоятельности учащихся (Рис. 1).

Мотивация, как одна из компонентов готовности студента для самостоятельной работы, связывается с усилием и стремлением к достижению определённых и желанных результатов, является источником активности и направляет его поведения. Каждая деятельность, в том числе и учёбная, проходит более эффективно и получают более качественные результаты, когда бывают мотивы, действовать активно и насыщенно к развитию личных умений и способностей.

Мотивация как психологическое понятие рассматривается как совокупность психических процессов, определяющих силу и направлению поведения; как „субъективной, внутренной детерминацию человеческого поведения, раскрытия которого даёт ответы на вопросы: почему и в имени чего проявляется активность (внутренняя или внешняя) личности [5, с. 290]. На стимулирования познавательной самостоятельной деятельности учащего влияет: содержание учебного материала, методы обучения и его организационные формы, материальная база учебного процесса, личные качества преподавателя. Смотря теории мотивационный процесс, основания для его протекания являются сознательная и подсознательная связь между субъективным и социальным опытом личности и принятые решения для действия; „поведение личности является функция его восприятия и ожидания, связанные с определённой ситуацией и с возможными последствиями выбранного типа поведения” [1, с. 202].

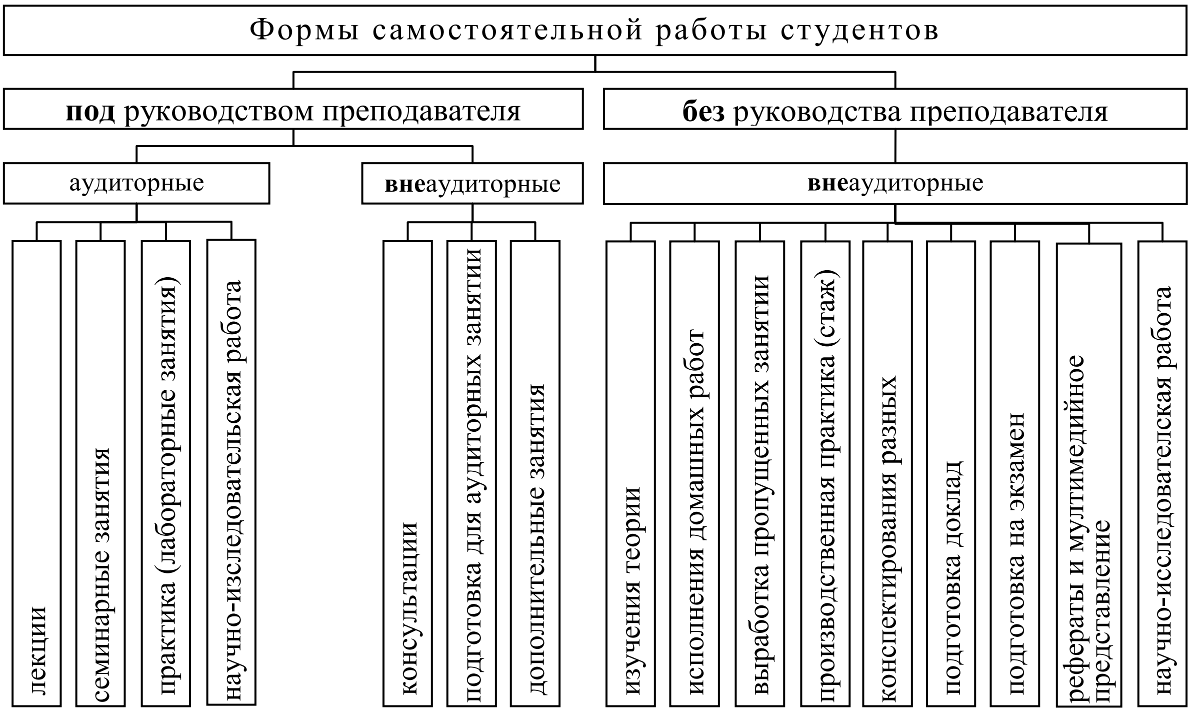


Рис. 2.

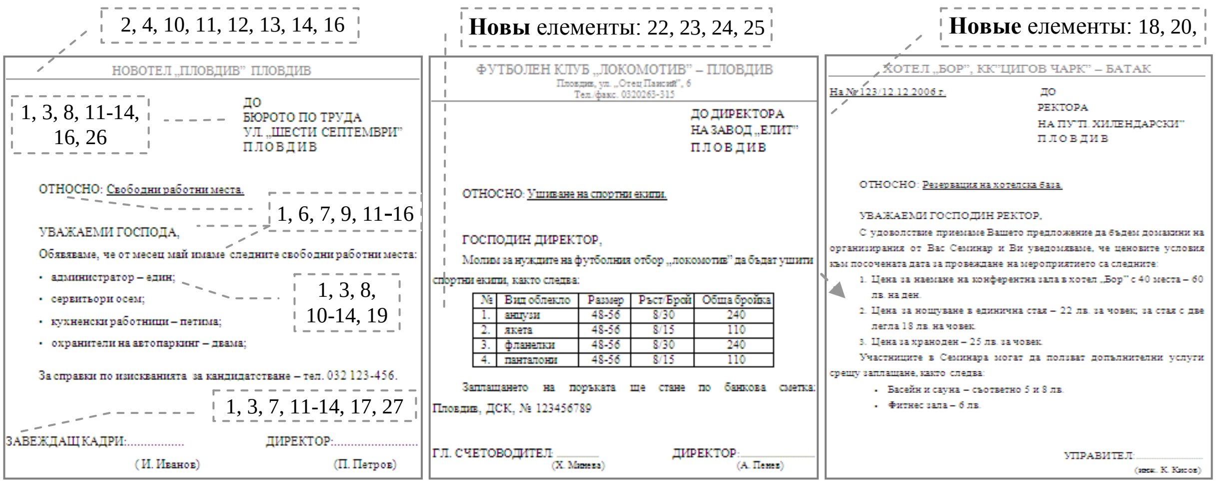
Успешность деятельности учащегося, связанный, в процессе требования решения задач зависит от его способностей, которые являются основанием следующих деятельностей. Способности, как известно, проявляются и существуют в деятельности и только в ней создаются и развиваются.Самостоятельную работу студентов, можно проводить как в так и вне учёбных аудиториях под руководством преподавателя или без его присутствия. Учитывая эти особенности, формы самостоятельной работы студентов по информационным технологиям можно представить схематично (Рис. 2).

Известно, что аудиторная самостоятельная познавательная деятельность студентов проводится под руководством преподавателя и так, как он планировал предварительно. Эти занятия должны возбудить интерес у студента к соответственной учебной дисциплине, раскрыть её практическое значение; разбудить у студента стремление к творческому мышлению, к самостоятельной работе по учёбному материалу – это активизирует процесс формирования специалиста. Деятельность обучающего, не смотря на его активность в стремлении передать знания, не сможет довести до желанного результата без активного участия учащегося, т. е. нужно обеспечить мотивацию по учебно-познавательной деятельности учащихся.Для углублённого усваивания в определённом объёме знания требуется самостоятельная работа на теоретическом материале, самостоятельное усваивание определённых умений и привычки. Усовершенствование подготовки специалиста, в условиях научно-технического и социального прогресса, непрерывного роста объёма научной информации в условиях сравнительно ограниченного срока обучения, оказывается возможным только в условиях научной обоснованной организации учебного процеса, выработки и примененния самыми еффективными методиками обучения, разными типами занятий и рациональном управление самостоятельной студенческой работы [7, с. 133]. В связи с этим, целесообразно использовать: проблемы активизирующие вопросы; игровые ситуации и т. д. Постоянная актуализация софтверных продуктов предполагает усваивания умения работы с новыми версиями или с новыми продуктами. Вследствие учебного содержания по информационным технологиям часто и быстро меняется и лекционные материалы надо поддерживать в адекватном состоянии. Это требует знакомить учащихся с понятиями, процессами и характеристиками, которые присутствуют без изменения в разных версиях софтерных продуктов. Во время практических занятии, после демонстрации со стороны преподавателя на определёных частях познавательных задач, в зависимости от инсталираного програмного продукта или его версию, студенты продолжают работу, самостоятельно выполняя остальные задачи. Преподаватель помогает если нужно. Студенты участвуют активно в процессе усваивания необходимых умений и таким образом стимулирается творческое мышление и самостоятельность.

В настоящей работе рассказываем о нашем стиле подготовки, организации и практической реализации в процессе обучения, направленные на усваивания знания и умения информационных технологий студентам. Из нашего богатого практического опыта установили, что именно этот стиль позволяет многосторонне стимулировать самостоятельное выполнение поставленных задач в процессе студенческой познавательной деятельности.

Познавательная деятельность осуществляется, применяя разные формы самостоятельной студенческой работы. Чтобы создать мотивацию, например, во время обучения на текстообработке, предоставляем комплект материалы, которые являются **реальными** моделями деловой кореспонденции сообразно государственным стандартам, несущих **содержания** как знания в понятиях и образах восспприятия, как реальное представление. Во время первого аудиторного практического занятия из комплекта выбирается модель, который предполагает выработку самым разнообразным типовым действием с точки зрения текстообработки. Преподаватель активно руководит занятием, даёт указания, показывает, контролирует, помагает и учащиеся вырабатывают самостоятельно модель, пользуясь актульным адекватным софтверным продуктом. Так установляется стабильная основа успешной реализации **процессуальной** стороны самостоятельной познавательной деятельности, совершая на практике разнообразные действия, и оперировать с основными умениями и приёмами действий. Акцент балансируется между внутренним и внешним планом практикуемых действий. **Результатная** сторона этой самостоятельно - познавательной деятельности является: новые знания, умения, новые приёмы решения, социальный опыт, идеи.

Следующий уровень самостоятельной работы является модель комплекта, в котором **повтаряются** в новом содержание и конфигурацию элементы предыдущего моделя, но обязательно появляются один или два новые элементы. Преподаватель даёт свои указания по предстоящей самостоятельной работе, потом предоставляет помощь тем, которые нуждаются, и контролирует внимательное выполнение. Студенты создают представленный модель, во время на том же самом практическом занятии. Доминирует самостоятельность. Так осуществляется развития процессуальной и результатной стороны самостоятельной работы студентов. В рамках одного практического занятия следует повторить идею этого уровня с других моделей до полной реализации цели занятия. Чтобы иллюстрировать этот процесс, предлагаем последовательность из трёх моделей (Фиг. 3) на примерной теме:



НОВОТЕЛ „ПЛОВДИВ" ПЛОВДИВ

ДО
БЮРОТО ПО ТРУДА
УЛ. „ШЕСТИ СЕПТЕМВРИ"
ПЛОВДИВ

ОТНОСНО: Свободни работни места.

УВАЖАЕМИ ГОСПОДА,

Обявяваме, че от месец май имаме следните свободни работни места:

- администратор – един;
- сервитьори осем;
- кухненски работници – петима;
- охранители на автопаркинг – двама;

За справки по изискванията за кандидатстване – тел. 032 123-456.

ЗАВЕЖДАЩ КАДРИ:................. ДИРЕКТОР:.........................
(И. Иванов) (П. Петров)

ФУТБОЛЕН КЛУБ „ЛОКОМОТИВ" – ПЛОВДИВ
Пловдив, ул. „Отец Паисий", 6
Тел./факс. 0320263-315

ДО ДИРЕКТОРА
НА ЗАВОД „ЕЛИТ"
ПЛОВДИВ

ОТНОСНО: Ушиване на спортни екипи.

ГОСПОДИН ДИРЕКТОР,

Молим за нуждите на футболния отбор „локомотив" да бъдат ушити спортни екипи, както следва:

№	Вид облекло	Размер	Ръст/Брой	Обща бройка
1.	анцузи	48-56	8/30	240
2.	якета	48-56	8/15	110
3.	фланелки	48-56	8/30	240
4.	панталони	48-56	8/15	110

Заплащането на поръката ще стане по банкова сметка: Пловдив, ДСК, № 123456789

ГЛ. СЧЕТОВОДИТЕЛ: ________ ДИРЕКТОР:________
(Х. Минева) (А. Пенев)

ХОТЕЛ „БОР", КК"ЦИГОВ ЧАРК" – БАТАК

На № 123/12.12.2006 г.

ДО
РЕКТОРА
НА ПУ"П. ХИЛЕНДАРСКИ"
ПЛОВДИВ

ОТНОСНО: Резервация на хотелска база.

УВАЖАЕМИ ГОСПОДИН РЕКТОР,

С удоволствие приемаме Вашето предложение да бъдем домакини на организирания от Вас Семинар и Ви уведомяваме, че ценовите условия към посочената дата за провеждане на мероприятието са следните:

1. Цена за наемане на конферентна зала в хотел „Бор" с 40 места – 60 лв. на ден.
2. Цена за нощуване в единична стая – 22 лв. за човек; за стая с две легла 18 лв. на човек.
3. Цена за храноден – 25 лв. за човек.

Участниците в Семинара могат да ползват допълнителни услуги срещу заплащане, както следва:

- Басейн и сауна – съответно 5 и 8 лв.
- Фитнес зала – 6 лв.

УПРАВИТЕЛ:________
(инж. К. Кисов)

Рис. 3: Примерные модели для реализации начальных уровеней самостоятельной работы

Набирать текст, форматировать символы и абзацы, базовые умения выработки таблиц. Основные практические действия, которые являются целью занятия на эту тему:

– Правильно набирать текст (0).

– Создавать содержание документа (1) и содержания верхного колонтитула (2).

– Форматировать абзац: горизонтальное положение (влево (3), центр (4), вправо (5), двусторонно(6)); расстояние относительно прежнего и следующего абзаца (7); расстояния абзаца относительно вертикального контура в текстовом поле (8); позиция первого ряда абзаца (9), междурядий (10).

– Форматировать символ: выбор шрифта (11), стиль (12), размер (13), цвет (14), подчеркнуть (15), специальные эффекты (все буквы главные (16), расстояние между символами (26), ...).

– Табулятор: с и без следящего символа (17).

– Абзацы в список: в организованном порядке (18), в свободном порядке (19).

– Абзац в колоне (20), перерыв колоны (21).

– Таблица: вставления (22), конструкция (23), содержание (24), позиция в документе (25).

– Копировать характеристики символы и на абзацы (27).

В первом модели, для каждого конкретного абзаца выполняются действия, в соответствии поставленных целей, которые цитируем с соответствующими номерами. Каждое действие выполняется в первый раз. Во втором моделе видно с одной стороны, что есть максималное повторение выполненные в первом моделе действия, с другой стороны видно добавление новых элементов. Аналогично для третего моделя и т.д.

На самостоятельной работе как домашной работе, студентам предоставлем все остальные модели комплекта, которые содержат в разных конфигурациях и контекст

все элементы, включены в проведённом практическом занятии. Желательно предоставить моделей студентам в подходящем порядке, чтобы не затруднялись во время конкретной внеаудиторной самостоятельной работе. Преподаватель должен поставить срок выполнения, должен обеспечить возможности внеаудиторных консультаций для нуждающих, обязательно должен потом проверить домашнее задание, оценить и комментировать выполнения. Комментарии обычно делаются на следующее занятие. На самостоятельной внеаудиторной работе студентов предоставляем в начале курса учебное пособие [2], выработанное, предварительно, специально для учебного процесса. Оно содержит основные лекционные материалы, весь комплект моделей для практических занятий, подробные указания типа „шаг за шагом” для выработки документов. Для каждого моделя предоставляем две электронные версии – правильно набран текст и правильно форматирован текст. Обычно для этого используем, специально созданное, для этой цели конкретного обучения Интернет сайт. Эта самостоятельная работа имеет цель стимулировать студентов, чтобы формировали в достаточном законченном виде свои познания, умения и представления, индуцированные из содержательной, процессуальной и результатной стороны и является реализация самостоятельной познавательной деятельностью, в частности связанной в упомянутой конкретной теме. Самостоятельная домашняя работа студентов, состоящая из создания моделей реальных стандартных документов, индуцирует у студента удовлетворения и уверенность, что уже познают их вид, содержание и умеют выработать с помощью подходящего софтвера.

Развития практической теме создание стандартных документов в контексте информационных технологий, в частном случае текстообработки, является стабильной основой для развития следующих тем: стилевые форматы, формуляры, серийные письма и т.д. В этой последовательности предполагается следовать идею для увеличивания относительного дела самостоятельной работы студентов в процессе усвоивания учебного материала в прямой связи с реальных практических нужд, которые можно определит основательно как стиль работы. В процессе развития этого стиля работу, на заключительном этапе студентом предлагается работа по проектам (проектно-базиранное обучение), которые являются естественым продолжением самостоятельной студенческой работы, связанных разных внеаудиторных форм обучения без руководства преподавателя, которые применяются в зависимости от конкретных обстоятельств. Аналогичный стиль самостоятельной работы применяем во время обучения на електронных таблицах [2], базы данных и т. д.

Уровень усваивания материала, осмысления логической структуры в деталях и целиком, обычно устанавливается с помощью разных форм аудиторного и внеаудиторного контроля, который проводиться в разное время. Недостаточный контроль может довести до неправильной оценки уровня усвоения, затруднить обратную связь преподавателю со студентом и нарушить гармонию восприятия учебного материала по соответствующей дисциплине. Несвоевременний контроль не даёт правильное представление уровня восприятия учебного материала. Во время практических занятий можно использовать разные формы контроля поставленные, каждому студенту, задач. Преподаватель следит за исполнением и получает обратную связь. Проверить правильное умение, пропуск в усвоенных знаниях и имеет возможность вовремя дополнить. После завершения определённого раздела, умения проверяются с помощью самостоятельной разработки определённых документов в аудиторных условиях.

Каждый студент имеет разную способность настройки к активной самостоятельной работе во время занятий и вне неё. Это зависит от множества параметров (школьной подготовки, интереса к определённой дисциплине, регулярности домашней самостоятельной работы, группового микроклимата и т. д.). Это требует и самостоятельное исполнение поставленных задач без присуствия преподавателя (внеаудиторная самостоятельная работа).

Для активной познавательной самостоятельной деятельности важное место имеет совокупность педагогических приёмов, которые пользуют преподаватели, чтобы активизировать эту деятельность. Такие приёмы в обучении студентов во время изучения конкретной темы: специально искать и обсуждать проблемы, связанные в будущей профессиональной работе; углубление знания в определённых вопросах, представляющих практический казус; написать реферат на тему и сделать презентацию; стимулирования достижения студента; использования групповых форм работы, позволяющих согласовать свои действия; написать рецензию на конкретный доклад.

Наш опыт и практика установливают и доказывают, что студенты проявляют большую активность во время выполнения самостоятельной познавательной деятельности и во время обсуждения исполнения со своими колегами, самостоятельность усваивания и применения теоретических знаний.

Самостоятельная познавательная деятельность студентов является средством воспитания у студентов сознательного отношения к уровню опознания теоретических и практических знаний; нужно выделять внимание на то что: студенты не только приобретают знания, но и учат разные эффективные способы приобретения знаний, т. е. важнее научить студентов как учить, чем вооружить с конкретными предметными знаниями. Для достижения высокого уровня профессиональной подготовки требуется поменять подход организации самостоятельной студенческой работы.

Контроль предполагает умения оценить значения каждого действия в связи с целью познания. Основное средство для формирования познавательной самостоятельности является факт - студенты должны систематично решать проблемы и проблемные задачи, содержащие как должный компонент проблемной ситуации, в роли источника и импульса творческого мышления [9, с. 27].

Список использованной литературы

1. Ангелов, А., Основи на мениджмънта, София, 1998.
2. Ангелова, Е., Т. Дичева, А. Рахнев, Информатика I, Текстообработка, Електронни таблици, Учебно помагало, Европринт – Пловдив, 2008, ISBN 978-954-25-0119-0.
3. Божилова, К., Методика за управление качеството на образователния процес чрез приложение на СР (самостоятелна работа) при усвояване на нови знания, сп. Посоки, МОМН, 2010, кн. 5-6, ISSN 1310-8751, с. 8-10.
4. Вайсеро З. В., Активизация самостоятельной работы студентов – путь к повышению качества подготовки специалистов среднего звена, Иновации в образовании, 2008, № 9, ISSN 1609-4646, с. 4-8.
5. Десев, Л., Речник по психология, Над 2000 термина, София, 1999.
6. Зиновьев, С. И., Учебной процес в советской высшей школе, Москва, Высшая школа, 1975.
7. Кобыляцкий, И. И., Основы педагогики высшей школы, Киев-Одесса, „Вища школа", 1978.
8. Лернер, И. Я., Познавательные задачи в обучении гуманитарным наукам, Москва, 1972.
9. Лернер, И. Я., Теоретични основи за повишаане самостоятелната познавателност на учениците, Познавателната самостоятелност на учениците, „Народна просвета", София, 1977, с. 6-51.

МАТЕМАТИЧНІ ПРЕДМЕТНІ ДІЇ ТА ЇХ ОСВОЄННЯ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ НА ЗАСАДАХ ДІЯЛЬНІСНОГО ПІДХОДУ

Євсеєва О. Г.,
кандидат фіз.- мат. наук, доцент,
Донецький національний технічний університет

У статті наведено основні види математичних предметних дій. Проаналізовано можливості використання теорії поетапного формування розумових дій під час навчання математики у вищій школі. Розглянуто п'ять етапів освоєння математичних предметних дій: ознайомлювально-мотиваційний етап, етап матеріалізованої форми, етап мовної форми вголос, етап мовної форми про себе, етап автоматизованої форми дії.

В статье приведены основные виды математических предметных действий. Проанализированы возможности использования теории поэтапного формирования умственных действий при обучении математике в высшей школе. Рассмотрены пять этапов освоения математических предметных действий: вводно-мотивационный этап, этап материализованной формы, этап громко речевой формы, этап речевой формы про себя, этап автоматизированной формы действия.

The main types of mathematical subject actions are resulted in the article. Possibilities of the use of the mental actions stage-by-stage forming theory at teaching of high mathematics are analyzed. Five stages of mastering of mathematical subject actions are considered: introductory-motivational stage, stage of materialized form, stage loud linguistic form, stage of linguistic form about itself, stage of the automated form of action.

Упровадження нових, наукоємних технологій у виробництво значно підвищує вимоги до фундаментальної підготовки фахівців, зокрема математичної, що пред'являються до випускників вищих навчальних закладів інженерного профілю.

Питанням математичної підготовки студентів технічних спеціальностей ВНЗ присвячено чимало робіт провідних математиків-педагогів (Б. В. Гнеденка, В. І. Клочка, Т. В. Крилової, Л. Д. Кудрявцева, З. І. Слєпкань, В. О. Треногіна, Н. Г. Яруткіна та ін.).

Вони одностайні в тому, що вирішення проблеми підвищення якості математичної підготовки студентів ВТНЗ потребує глибокого освоєння студентами основ математичної науки, вміння бачити й використовувати внутрішньопредметні й міжпредметні зв'язки, прикладну спрямованість курсу вищої математики, формування у студентів умінь застосовувати математику для розв'язання практичних задач, моделювати явища і процеси, що відбуваються на виробництві та в природі.

Вирішення проблеми вдосконалення математичної підготовки студентів інженерних напрямків підготовки на сучасному етапі розвитку суспільства можливе на засадах діяльнісного підходу до навчання, розвитком якого займалися такі вчені як Г. О. Атанов [0], Б. Ц. Бадмаєв [1], П. Я. Гальперін [3], Н. Ф. Тализіна [10]. Нами запропоновано застосування діяльнісного підходу під час навчання математичних дисциплін студентів вищих технічних навчальних закладів [5, 6], яке має здійснюватися за такими основними принципами:

- первинності діяльності;
- діяльнісного цілепокладання;
- діяльнісного визначення і засвоєння змісту навчання;

- професійної спрямованості;
- науковості;
- наступності;
- системності.

Загальноприйнятим вважається положення, згідно з яким до змісту навчання предмета входять три компоненти: знання, уміння, навички [3]. Термін знання тут вживається в значенні навчального інформаційного повідомлення, яке студенту належить сприйняти. Уміння виражається в здатності усвідомлено застосувати знання на практиці для виконання певних дій. Багато дослідників вважають, що навичка – це освоєне до автоматизму уміння виконувати дію. Але в літературі з психології навичка визначається як «…дія, сформована шляхом повторення, що характеризується високим ступенем освоєння й відсутністю свідомої регуляції й контролю» [6, с.195]. Тобто навичка – це автоматизована дія. Уміння ж – це здатність виконувати дію, у тому числі і навичку. А особливості виконання дій характеризуються не якостями умінь, а властивостями самих дій.

Практична дія освоюється студентом у вигляді навички поступово. При цьому освоєння проходить поетапно, і кожен подальший етап якісно відрізняється від попередніх. Освоєння дії і, отже, засвоєння знань, що забезпечують її виконання, буде найуспішнішим за умови, що студент послідовно пройде всі ці етапи. Таким чином, освоєння навички – це ієрархічний процес. Це вперше було визначено П. Я. Гальперіним і знайшло відображення в створеній ним теорії поетапного формування розумових дій [2].

Основу методики навчання, заснованої на теорії поетапного формування розумових дій, складає психологічна закономірність засвоєння знань, згідно з якою знання засвоюються людиною не до, а саме в процесі їх практичного застосування. Існує багато прикладів того, що методики навчання, побудовані відповідно до цієї теорії, дозволяють досягнути результатів більш високої якості, в більш коротші терміни, з меншими витратами зусиль і матеріально-фінансових ресурсів. Б. Ц. Бадмаєв [1] приводить приклади таких методик і вказує на те, що вони в багато разів прискорюють процес вироблення інтелектуальних і практичних навичок і умінь високої якості. Досвід навчання математики у вищій технічній школі за допомогою згаданих методик незначний, тому дуже важливим є питання їх розробки.

Метою статті є аналіз можливості використання теорії поетапного формування розумових дій під час навчанні математики у вищій школі.

З точки зору діяльнісного підходу до навчання зміст навчання складає система дій, що мають бути освоєні студентами. Ці дії визначаються цілями навчання, якими у загальному випадку є освоєння способів дій майбутньої професійної діяльності. Діяльність здійснюється шляхом виконання дій, що входять до цієї діяльності, складають її. Дія, за С. Л. Рубінштейном, — це одиниця діяльності [8].

Математичні предметні дії можна розподілити на теоретичні дії, які підготовлюють перетворення математичних об'єктів у навчальній діяльності, і практичні дії, виконання яких спрямоване на безпосереднє перетворення цих об'єктів і отримання результату. Теоретичні дії - це дії, за допомогою яких аналізують, узагальнюють, порівнюють і таке інше. Вони забезпечують виконання теоретичної сторони діяльності, яка не призводить до перетворення математичних об'єктів. Теоретичні дії обслуговують саму діяльність, вони визначають її власні внутрішні механізми. Практичні ж дії - це дії, за допомогою яких здійснюється практична сторона діяльності, які спрямовані на безпосереднє отримання результату, дії, що становлять зміст виконавчої частини діяльності. Вони призводять до безпосереднього перетворення математичних об'єктів. Як теоретичні так і практичні дії є розумовими діями, які студент виконує подумки. [1].

Особливістю практичних математичних предметних дій є наявність трьох їх видів в залежності від того, в якому вигляді подані об’єкти дії. Математичні об’єкти можуть бути подані у числовому, символьному і графічному вигляді. У таблиці 1 наведено приклади практичних дій, що виконуються з різними об’єктами.

Таблиця 1

Дії, що виконуються з об'єктами, що подані		
у числовому вигляді	у символьному вигляді	у графічному вигляді
досліджувати; застосовувати; знаходити; обчислювати; подавати; переходити; приводити до канонічного вигляду; розв’язувати; складати рівняння тощо.	записувати; застосовувати; знаходити; подавати; позначати; переходити; тлумачити тощо.	будувати; знаходити перетин; виконувати операції; знаходити проекцію тощо.

Так, наприклад, при вивчення теми «Векторна алгебра» однією з предметних дій, яку має освоїти студент, є обчислення скалярного добутку векторів. Якщо вектори задані координатами, які є числами, то дії виконується з числами. Наприклад, задано два вектори:

$$\bar{a} = (3; -1; 2),\ \bar{b} = (-3; 5; -1).$$

Обчислення скалярного добутку векторів зводиться до виконання арифметичних дій:

$$3 \cdot (-3) + (-1) \cdot 5 + 2 \cdot (-1) = -9 - 5 - 2 = -16.$$

Якщо ж вектори задані координатами, але в символьному вигляді, то дія виконуються з символами. Символьний вигляд є особливою формою формалізованого подання математичних предметних знань, і практично кожна дія може виконуватися як з символами так і з числами. Нехай задані вектори: $\bar{a} = (a_x; a_y; a_z),\ \bar{b} = (b_x; b_y; b_z)$.

Їх скалярний добуток буде дорівнювати: $(a_x; a_y; a_z) \cdot (b_x; b_y; b_z) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$.

Але це вже буде дія, яка не є обчисленням, а знаходженням скалярного добутку векторів у символьному вигляді.

Крім виконання математичних дій в числовому і символьному вигляді є ще один тип дій, який полягає у введенні позначень. Це також практичні дії, які виконують з символами. Так, скалярний добуток векторів $\bar{a}$ і $\bar{b}$ студент має позначити: $\bar{a} \cdot \bar{b}$.

Якщо розглядати освоєння і виконання дій в хронологічному порядку, то спочатку має бути освоєна і виконана дія позначення, потім дія в символьному вигляді, а вже потім числова дія. В цьому разі запис буде таким:

$$\overline{a} \cdot \overline{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 3 \cdot (-3) + (-1) \cdot 5 + 2 \cdot (-1) = -9 - 5 - 2 = -16.$$

Практичні дії, що виконуються з графічними об’єктами, полягають у виконанні лінійних операцій з векторами, що подані у графічному вигляді, побудові зображень поверхонь і кривих другого порядку, зображень геометричних тіл на площині тощо.

Крім практичних дій під час навчання математики студент повинен освоїти також і теоретичні дії. В роботі [9] О. І. Скафа наводить види розумових дій, які, по суті справи, є теоретичними діями. До таких дій О. І. Скафа відносить дії *аналізу, синтезу, порівняння (протиставлення і зіставлення), абстрагування, узагальнення, класифікації, систематизації, встановлення і використання аналогій.* Так, наприклад, шляхом порівняння і встановлення аналогій виконуються дії *визначати,* чи є об’єкт, що розглядається, об’єктом певного типу (натуральним, цілим, раціональним, ірраціональним, дійсним чи комплексним числом; алгебраїчним виразом, многочленом тощо), *розпізнавати* певні об’єкти (множини, матриці, вектори, лінійні оператори, лінійні простори, алгебраїчні лінійні рівняння тощо) серед інших об’єктів. Серед математичних предметних дій теоретичними є дії *порівнювати* (дійсні числа, нескінченно малі величини, визначені інтеграли) і *класифікувати* (точки розриву функцій однієї змінної, нулі та особливі ізольовані точки функцій комплексної змінної).

На рис. 1 зображено види основних математичних предметних дій.

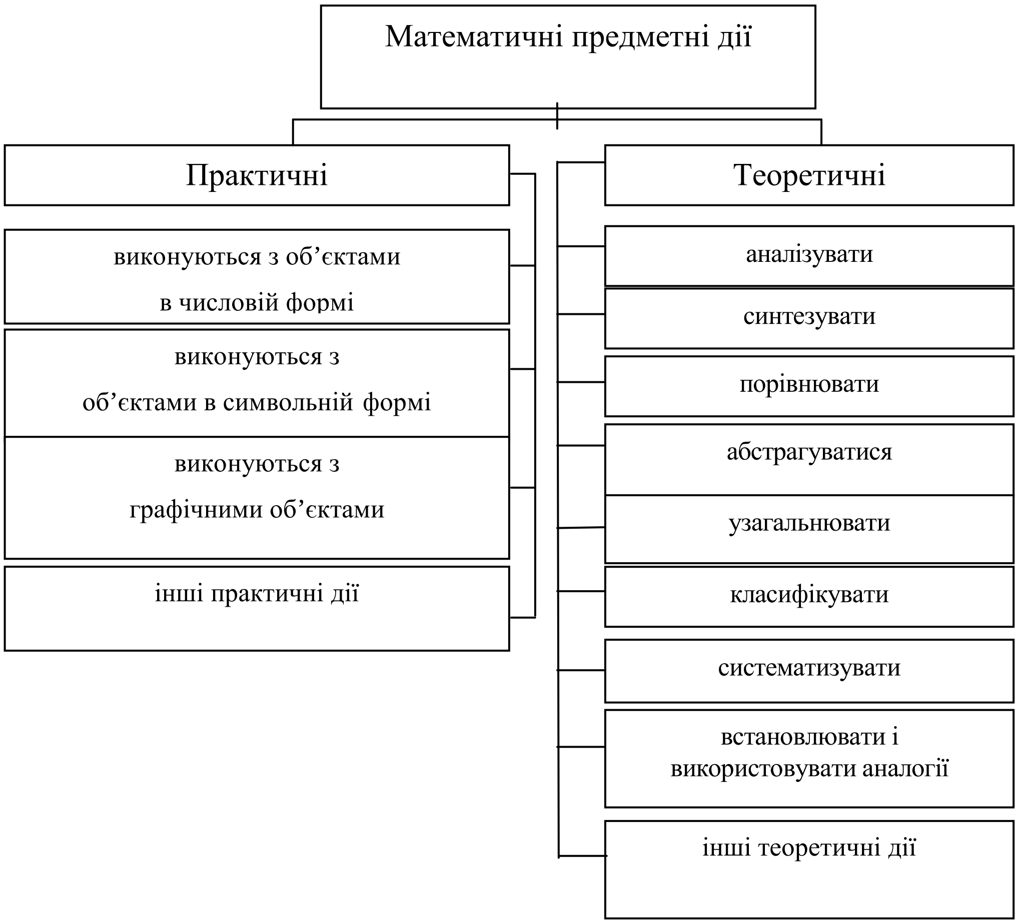


Рис. 1. Види основних математичних предметних дій.

П. Я. Гальперіним було виділено п'ять етапів формування розумових дій: ознайомлювально-мотиваційний, етап матеріалізованої дії, етап мовної дії вголос, етап мовної дії про себе, етап розумової дії. Проте, насправді, треба говорити не про дії, а про форми однієї і тієї ж самої дії. Крім того, за Гальперіним П. Я. «розумова дія» є навичкою, а відповідна їй форма дії названа автоматизованою. Тому ми будемо використовувати запропоновані Г. О. Атановим [1, с. 57] такі назви етапів: ознайомлювально-мотиваційний етап, етап матеріалізованої форми, етап мовної форми вголос, етап мовної форми про себе, етап автоматизованої форми дії.

На першому етапі – ознайомлювально-мотиваційному – дія ще не виконується, вона тільки готується. Студент знайомиться з дією і умовами її виконання. Він осмислює мету дії, її предмет, знання і уміння, на які необхідно спиратися, виконуючи дію. Ним здійснюється орієнтування: спочатку загальне, а потім і орієнтування на виконання. Студент складає план виконання дії, визначаючи послідовність операцій, за допомогою яких виконується дія. Він повинен зрозуміти логіку освоювання дії, оцінити можливість її виконання.

На цьому етапі розв'язується і задача додаткової мотивації дії. Цьому передує мотивація діяльності в цілому, і, як правило, вона у студента вже сформована. Проте, її можна підсилити мотивацією конкретної дії, наприклад, шляхом діалогу, залучаючи студента до процесу орієнтування, використовуючи різні методи активізації, вносячи в зміст дії елементи професійної спрямованості тощо.

Розглянемо, наприклад, освоєння дії обчислення похідної складеної функції. При цьому на ознайомлювально-мотиваційному етапі студентові необхідно усвідомити, що задана функція – це диференційована функція; похідна функції обчислюється за правилом, що залежить від її вигляду. Тому загальне орієнтування полягає у визначенні вигляду заданої функції, а орієнтування на виконання у визначенні формул, за якими буде виконуватися диференціювання.

На цьому етапі студент, для того щоб з'ясувати, якою є задана функція, фактично повинен провести порівняння аналітичного виразу, що задає функцію в умові задачі, з виразами основних елементарних функцій, потім функцій, які є сумою, добутком, часткою основних елементарних функцій, і, нарешті, складених елементарних функцій. Далі студент повинен з'ясувати, за якими формулами він має обчислити похідну.

На другому етапі – етапі матеріалізованої форми – дія виконується з розгортанням всіх операцій, що входять до її складу. Таким чином для студента створюється можливість освоїти повний склад дії, а для викладача – проконтролювати виконання кожної операції. На цьому етапі освоєння дії студент не може працювати не маючи опори на матеріальні або матеріалізовані засоби навчальної діяльності. Наприклад, на конспект лекцій, на різні методичні матеріали, довідники, комп'ютерні навчальні програми тощо.

На етапі матеріалізованої форми дії всі необхідні студенту знання (визначення функції однієї змінної; визначення складеної функції; визначення основних елементарних функції; формули таблиці похідних та правила диференціювання) мають бути надані у матеріалізованій формі, оскільки студент може і не пам'ятати їх.

При цьому студенту для розв'язання не повинно пропонуватися великої кількості однотипних задач. Інакше результатом їх розв'язання буде «дострокова» автоматизація дії. При цьому міра узагальненості дії буде низька, що призведе до вироблення штампів, формалізму. Крім того, це ускладнить освоєння дії на етапі мовної форми вголос. Для полегшення переходу на етап дії в мовній формі вголос при виконанні дії корисно вголос промовляти, формулювати все те, що виконується практично.

Освоєність дії в матеріалізованій формі означає, що студент навчився виконувати дію, у нього сформувалася здатність її виконувати, хай навіть з опорою, наприклад, на довідник чи конспект. Здатність виконувати дію є уміння. Таким чином, на етапі матеріалізованої форми дії формуються уміння.

Наступний етап спрямований на виконання дії в мовній формі вголос. Цей етап характерний тим, що студент вже може спочатку частково, а потім і повністю обійтися без опори на матеріальні або матеріалізовані предмети.

Тобто при обчисленні похідної студент вже не дивиться у конспект, він розв’язав вже достатню кількість вправ, щоб тримати всі необхідні знання в пам’яті. Проте він поки що не зовсім упевнений у правильності виконання дії і тому часто підкріплює себе міркуваннями вголос. Це допомагає виконувати функції орієнтування і самоконтролю і до того ж, що дуже важливе для навчання, забезпечує можливість зовнішнього контролю.

У результаті освоєння дії в мовній формі вголос виділені студентом її особливості закріплюються за певними словами, після чого стає можливим відрив цих особливостей від предметів і використовування їх у вигляді абстракцій, повноцінного мовного об'єкту. При цьому зникає необхідність опори на мову вголос.

При цьому треба розуміти, що перенесення дії з матеріалізованої в мовну форму означає не вміння розповісти про те, як треба діяти, а вміння виконувати дію в мовній формі; при цьому дія залишається практичною.

Четвертий етап – це етап виконання дії у мовній формі про себе. Особливість цього етапу полягає у тому, що студент промовляє процес виконання вже не всієї дії, а тільки окремих її операцій, і робить він це про себе, без зовнішнього прояву, беззвучно. Ця мова вже недоступна зовнішньому контролю. Міра розгорнутості дії на цьому етапі починає зменшуватися, а міра автоматизованості – зростати, оскільки деякі операції перестають усвідомлюватися.

Освоєння дії у мовній формі (про себе) означає, що студент здатний виконувати дію без опори на що-небудь. Що всі необхідні для виконання математичної дії знання і формули студент промовляє, але про себе.

Зменшення міри розгорнутості дії свідчить про те, що її виконання переходить на завершальний етап – етап автоматизованої форми. Дія швидко автоматизується, і врешті-решт управління нею переходить у підсвідомість. Вона перетворюється у навичку. Ми згодні з Г. О. Атановим у тому, що коректною назвою теорії поетапного формування розумових дій П. Я. Гальперіна є «теорія поетапного освоєння навички».

Таким чином, ми дійшли того, що в процесі освоєння дії студенту потрібна підтримка, або опора, причому дієвість цієї опори слабшає у міру освоєння дії. На етапі матеріалізованої форми опора також має матеріалізовану форму; на етапі голосно мовної форми опорою є слух студента, тобто опора також має мовну форму вголос; на етапі мовної форми про себе опорою є мова студента про себе. На етапі автоматизованої форми студент підтримки не потребує, і умовно можна сказати, що на цьому етапі форма опори автоматизована.

Отже, для того, щоб сформувати навички виконання предметних математичних дій, необхідно щоб ці дії поступово проходили всі етапи освоєння. Для цього доцільним є розв'язання студентом сукупності вправ, в якій для різних об'єктів у різних умовах поступово буде дія освоюватися. Це означає, що, наприклад, для освоєння предметної дії «знаходження похідних складених елементарних функцій», студенту необхідно запропонувати для розв'язання сукупність завдань для освоєння цілої низки предметних дій, що полягають у знаходженні похідних кожної зі складених елементарних функцій.

Наведемо приклад сукупності вправ для освоєння навички знаходження похідної складеної степеневої функції. Сукупність вправ містить такі завдання на знаходження похідної:

1) $y=(x+1)^3$;
2) $y=\sqrt{2x}$;
3) $y=\sqrt[3]{(2x^2+1)^2}$;
4) $y=\dfrac{1}{(2-x)^3}$;
5) $y=\dfrac{1}{\sqrt[3]{4x+3}}$;
6) $y=2\sin^2 x$;
7) $y=\sqrt{3\cos^5 x}$;
8) $y=\sqrt[5]{4tgx}$;
9) $y=\dfrac{5}{ctg^4 x}$;
10) $y=\dfrac{-3}{\sqrt{2\sin x+3\cos x}}$;
11) $y=3\arcsin^{-4} x$;
12) $y=\sqrt{5\arccos^3 x}$;
13) $y=\sqrt[3]{arctg^4 x}$;
14) $y=\dfrac{1}{7arcctg\,x}$;
15) $y=\dfrac{1}{\sqrt[7]{\arcsin x\cdot\arccos x}}$;
16) $y=\left(e^x+e^{-x}\right)^7$;
17) $y=\left(x\cdot\log_3 x\right)^{-2}$;
18) $y=\sqrt{\left(3^x\cdot 5^x\right)^5}$;
19) $y=\left(\dfrac{9^x}{7^x}\right)^{-5}$;
20) $y=\left(\log_2 x\right)^2$;
21) $y=\sqrt{3\ln^{-3} x}$;
22) $y=\dfrac{3}{\ln^3 x}$;
23) $y=\left(\dfrac{x^2-2}{e^x}\right)^6$;
24) $y=\sqrt{(3x+\ln x)^{3/2}}$;
25) $y=\sqrt[3]{\dfrac{3x^3+2x}{\ln x}}$.

Для розв'язання завдань сукупності студенту необхідно використовувати всі формули таблиці похідних елементарних функцій, формулу похідної складеної степеневої функції і правила диференціювання. Завдання підібрані таким чином, що показники степеня практично не повторюються, причому в усіх завданнях використовуються різні формули диференціювання. Ці завдання можуть виконуватися в довільному порядку, але з необхідною підтримкою, відповідно до етапів освоєння навички.

Слід відмітити , що різним студентам необхідна різна кількість завдань, для того, щоб сформувати навичку. Проведене нами окреме дослідження показало, що в контрольній групі студентів, яка складалася з 44 осіб,: дія автоматизується після розв'язання 5-ти завдань у 3-х студентів (6,8 %), після виконання 10-ти завдань – у 6-ти осіб (13,6 %), 15-ти завдань – у 10-ти студентів (22,7 %), 20-ти завдань – у 12- студентів (27,3 %), 25 –ти завдань – у 10-ти осіб (22,7 %) студентів. При цьому залишилися 3 студенти (6,8 %), яким була потрібна матеріалізована підтримка після розв'язання всіх 25 задач. Робота з таким студентами потребує індивідуальної корекції.

Таким чином, дані експерименту показують, що для того, щоб студенту освоїти математичну предметну дію до рівня навички, необхідно розв'язати велику кількість вправ.

Це практично неможливо в умовах скорочення часу, що відводиться на вивчення математичних дисциплін, та відсутності індивідуальних завдань, які б дали змогу студентам освоїти необхідні математичні дії.

На нашу думку, вирішити проблему освоєння студентами математичних предметних дій можливо за умови:

– структурування математичних предметних знань і умінь з метою визначення необхідних для освоєння кожної дії [4];

– розробки методичних посібників, в яких надано систему завдань, що дозволяють студентам освоїти математичні предметні дії на ріні навички [5];

– створення мотивації навчальної діяльності з освоєння математичних предметних дій шляхом включення до системи вправ професійно-орієнтованих задач;

– і впровадження рейтингової системи оцінювання результатів навчальної діяльності.

Список використаної літератури

1. Атанов Г. О. Теорія діяльнісного навчання / Г. О. Атанов. – К.: Кондор, 2007. – 185с.
2. Бадмаєв Б. Ц. Психология и методика ускоренного обучения / Б. Ц. Бадмаев. – М.: Владос, 1998. – 272 с.
3. Гальперин П. Я. Основные результаты исследования по проблеме «Формирование умственных действий и понятий» / П. Я. Гальперин. – М.: Педагогика, 1965. – 120 с.
4. Гончарова Н. Л. Фунционирование триады «знания-умения-навыки» в современной дидактике / Н. Л. Гончарова // Сборник научных трудов Северо-Кавказского государственного технического университета. Серия «Гуманитарные науки» – №2 (14), 2005.
5. Євсеєва О. Г. Діяльнісна технологія розробки методичного посібника з вищої математики. / О. Г. Євсеєва // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми // Збірник наукових праць. – Вип.22. – Вінниця: Планер, 2009. – С. 308–314.
6. Євсеєва О. Г. Предметна модель студента як база проектування технологій навчання математики на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Наукові праці. Серія: Педагогіка, психологія і соціологія. – Вип. 8 (174) – Донецьк: ДВНЗ «ДонНТУ», 2010.- Сс. 160-165.
7. Краткий психологический словарь / Составитель Л. А. Карпенко; под общ. ред. А. В. Петровского, М. Г. Ярошевского. – М.: Политиздат, 1985. – 431 с.
8. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии / С. Л. Рубинштейн. – СПб.: Питер, 2009. – 713 с.
9. Скафа Е. И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография / Е. И. Скафа. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.
10. Талызина Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний / Н. Ф. Талызина. – М.: Изд-во МГУ, 1984.– 344 с.

КОНСТРУКТИВНА ГЕОМЕТРІЯ ЯК ГАЛУЗЬ МАТЕМАТИКИ І НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА

Ленчук І.Г.,

кандидат техн. наук, професор

Житомирський державний університет ім. І. Франка

Обґрунтовується проблема запровадження в педагогічних університетах системи навчання евклідової геометрії на основі конструктивного підходу.

Обосновывается проблема внедрения в педагогических университетах системы обучения эвклидовой геометрии на основании конструктивного подхода.

Settles the problem of introducing a system of pedagogical universities teaching of Euclidean geometry on the basis of a constructive approach.

Постановка проблеми. Одним із найбільш важливих компонентів загальноосвітньої підготовки людини визнано навчальний предмет «Математика». ***Математика*** в цілому **є універсальною всесвітньою мовою науки і техніки**, потужним, ефективним засобом *моделювання та дослідження об'єктів, явищ і процесів* навколишнього світу. Математичні способи досліджень, ідеї та специфіка окремих складових предмета пізнаються шляхом навчання та самоосвіти. Однак процес учіння не варто розглядати як нерозважливий обов'язок чи самоціль, але як розумовий розвиток особистості, формування її духовних цінностей, загальної культури і наукового світогляду, придбання багатьох позитивних людських якостей. Крім того, глибоке опанування прийомів і методів математики, здобуття вмінь висловлювати обґрунтовані судження сприятимуть використанню математичних знань для задоволення пізнавальних інтересів і практичних потреб в різних інших галузях науки, економіки, виробництва і суспільного буття.

Математика як особливий навчальний предмет уявляє ні з чим непорівнянну психолого-педагогічну систему знань, умінь і навичок, які втілюють в собі зміст і методологія науки. Розрізняють **теоретичну** і **прикладну** математику.

Геометрія, як одна з відгалужень математики, **уявляє** собою загальну **науку про просторові форми** і вивчає, як і вся математика, об'єкти реального світу в найбільш абстрактних образах, істотно нехтуючи їх конкретним змістом. Саме абстрактний характер математики (геометрії) дозволяє ефективно використовувати в ній **дедуктивний метод**, тобто логічне виведення закономірностей із незначного числа основних положень (основних понять, постулатів, означень). Тоді, коли решта природничих наук (фізика, хімія, біологія, економіка тощо) використовують переважно **індуктивний метод**, тобто встановлення загальних закономірностей на основі частинних емпіричних спостережень.

Проте і в геометрії поміркуване сприйняття ***абстракцій, практичні спостереження, емпіричні*** (підкріплені ***досвідом***) умовиводи і факти відіграють немаловажну роль не лише на етапі виникнення основних і найпростіших понять, але й базових положень науки (математичні структури і теорії). Приміром, всім відомі геометричні фігури усоблюють поняття, які є абстракціями: від форм бубна (ромб), стола (трапеція), м'яча (сфера), соснової шишки (конус), валика (циліндр), гральної кості (куб) і т. ін. Мотузка була прообразом не лише геометричної прямої лінії, але й **лінійки** – першого геометричного інструмента. В цілому ж, розв'язання практичних задач сьогодення в будь-якій галузі науки і техніки, народного господарства, де закономірні геометричні форми реалізовуються в оригіналі, теж потребує вказаних якостей.

Аналіз останніх досліджень. Як свідчить історія, **геометрія** має емпіричне походження. Перші геометричні відомості були здобуті цивілізаціями Стародавнього Сходу у зв'язку із землемірними та іригаційними роботами. Пам'ятники стародавньої культури, що дійшли до нас, яскраво ілюструють **практичний характер** усіх геометричних фактів, відомих своєю належністю до періоду становлення предмета. Геометрія, за суттю і змістом, уявляла собою добірку частинних розв'язків окремих ***метричних*** задач, які здобувалися тривалим експериментальним шляхом. Жодних доведень, а ні посилань чи, навіть, натяків на них історики ніде не знаходять. Отож прикладні питання, ***метрика*** різноманітних геометричних фігур із давніх-давен хвилювали людство. В них бере свій початок ця диво-наука, ними ж вона перенасичена і в сучасному трактуванні.

Повсякчас геометрія вирізнялася серед математичних наук своєю *винятковою естетичною привабливістю, **візуальною красою***. Це – **першонаука**, яка з давніх-давен вважалася **неперевершеною школою мудрості.** Вивчення науки «Геометрія» розвиває і відшліфовує мислення. Є історичним факт, що над входом до Академії, заснованої давньогрецьким геометром і філософом Платоном, було викарбовано напис: «Не заходь необізнаний із геометрією»!

Яскраво, красномовно ідеалізував геометрію проф. Александров О.Д. На його думку: «**Особливість елементарної геометрії** серед інших розділів математики полягає в тому, що вона *об'єднує в собі сувору* **логіку** *з* **наочним уявленням,** *логічний аналіз – із цілісним синтетичним сприйняттям предмета*. Можна сказати, що по суті своїй ***геометрія і є не що інше, як органічне поєднання суворої логіки з наочним уявленням***: **наочне уявлення** ***пройняте і організоване*** **суворою логікою, і логіка,** ***пробуджена*** **наочним уявленням**. **Там, де немає однієї з цих складових, немає також істинної геометрії»** [1, с. 282-283].

Мета статті. Відомий вчений констатував *нерозривне переплетіння* в евклідовій геометрії ***логіки речей з їх наочним уявленням***. Тут одне без іншого не життєдайне. До цього ж, як свідчить досвід, лишень методи конструктивізму, які зримо проявляються у вирішенні суто геометричних пропозицій, спроможні найефективніше представити такі тісні зв'язки. Отож без фахового подання у студентській аудиторії курсу «Конструктивна геометрія» (в якості навчального), *головним діючим об'єктом якого є геометрична **фігура**, а головним засобом навчання – **візуалізований** проекційний **рисунок*** (зображення), неможливо викликати справжню цікавість до першонауки і домогтися системного засвоєння суб'єктами навчання такого потужного, самобутнього, специфічного **методу пізнання світу, яким є Геометрія**. *Оволодіння цим методом – одна з найважливіших цілей освіти! Й у першу чергу, для майбутнього педагога-математика*.

Виклад основного матеріалу. **Геометрична мова** стосовно багатовиду площинних і просторових фігур дає до послуг **дедукції** уявлювано правильне наочно-образне знаряддя, якого вона потребує для здійснення по змозі безпомилкового переходу від умови пропозиції до висновку. Суб'єкт навчання, вчитель, учений, який використовує в дедуктивних міркуваннях зображення, виконані за правилами проекціювання, *починає з **аналізу*** розміщень елементів геометричних фігур, зумисне представлених проекційним кресленням. Далі *за нормами **логіки***, шляхом рисунково-закономірних перетворень, а також символічних взаємних виражень приходить до остаточних візуально зафіксованих і (або) формально виведених і записаних співвідношень чи функціональних залежностей, які йому потрібно перевірити. Тоді останні символи він повинен замінити числами, щоб здобути кількісні результати, які можна порівняти з експериментально отриманими даними (зокрема, заміряннями на якісному наочному рисунку). Така *схема **дедуктивних** міркувань*, де уявлення, наочно-образні динамічні перетворення і факти, логічні умовиводи є засобами графічних (графоаналітичних) і розрахункових операцій, притаманна методології більшості геометричних досліджень.

Рівень мислення дещо абстрактними просторовими образами і геометричними категоріями випускників ЗОНЗ, як це випливає з порівняльного аналізу щорічних контрольних зрізів знань, умінь і навичок студентів першого курсу, постійно падає. Об'єктивно одержані показники наводять на думку про наявність кризових тенденцій у навчанні евклідової геометрії у ВПНЗ, які готують учителів математики, що проявляється *в пріоритетній популяризації* **формальних прийомів і методів** подання геометричних курсів *і зумисному нехтуванні їх* **конструктивною складовою**, ***задачами з суто геометричним змістом***.

Такий стан справ із підготовкою майбутніх учителів пояснюється тим, що в науково-методичних дослідженнях в останні десятиліття удосконалювалася лише теоретична база напряму «геометризації» геометрії, тоді як зміст, суто геометрична складова основоположного розділу першопредмета, методика його научіння залишалися незмінними. Приміром, теорія вільного виконання креслень-картин та узаконених стереометричних побудов на кресленнях-моделях, яка детально опрацьована в роботах М.Ф. Четверухіна і його споборників, завдячуючи авторитету знаних геометрів і методистів, вважалася непохитною, єдино правильною, хоч і була значною мірою привнесена з технічних ВНЗ у педагогічні, й тому малоефективною у специфічній студентській (учнівській) аудиторії, **методично слабо пристосованою** до процесу поступового накопичення зображувальних навичок і вмінь.

Науково-технічний прогрес у провідних сферах виробництва та громадського життя, повномасштабна комп'ютеризація суспільства природно, шляхом використання особливого програмного забезпечення специфічного конструкторського напрямку спонукали до створення базово-комп'ютерного навчального середовища в математичній освіті, що поліпшує розуміння суті і значущості математики в цілому, теорії та практики зображень плоских і просторових фігур на картинній площині, зокрема. Тепер *математику розглядають як сукупність знань про математичні моделі* (В.І. Арнольд, Л.Д. Кудрявцев, І.М. Яглом і ін.), а **закономірні зображення і побудови на них – як геометричне моделювання**, що особливо широко використовується для розв'язання практичних задач у різних галузях науки, техніки, економіки і виробництва засобами **прикладної** геометрії

(І.І. Котов, А.В. Павлов, В.Є. Михайленко і їх учні). До речі, основоположник сучасної аеродинаміки, член-кореспондент Петербургської АН Жуковський М.Є. підкреслював: «**Моделювання** ***стоїть поряд із*** **геометричним тлумаченням** ***і представляє ще вищий ступінь*** **наочності**» [3,с. 608].

Змістом геометричного моделювання (В.М. Костіцин, В.М. Несвідомін) є лінійні бінарні площинні моделі тривимірного простору і евклідові метрики на них. ***Модель геометричної фігури – це ізоморфний образ уявлюваного оригінала***. Таке розуміння зображення-моделі в більшій мірі, ніж традиційне, відповідає **психологічному принципу ізоморфізму** формування структури просторового мислення суб'єктів навчання (В.Г. Болтянський, Л.Б. Ітельсон, І.Я. Каплунович, Ж. Піаже, І.С. Якиманська та ін.), задовольняє нагальним вимогам навчального процесу загалом і, зокрема, у зв'язку з широким використанням інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ), володіє помітними методичними перевагами та відображає сучасне розуміння суті математики і її першонауки – «Геометрія». Крім того, комп'ютерне моделювання геометрії сприяє створенню обчислювальних основ візуальної реалізації на екранах ПК методів інциденцій, які в середовищах комп'ютерної графіки сприяють кращому «баченню» ситуації, знімають трудомісткість графічних побудов, забезпечують їх високу точність та усувають складність формального опису і аналітичного моделювання.

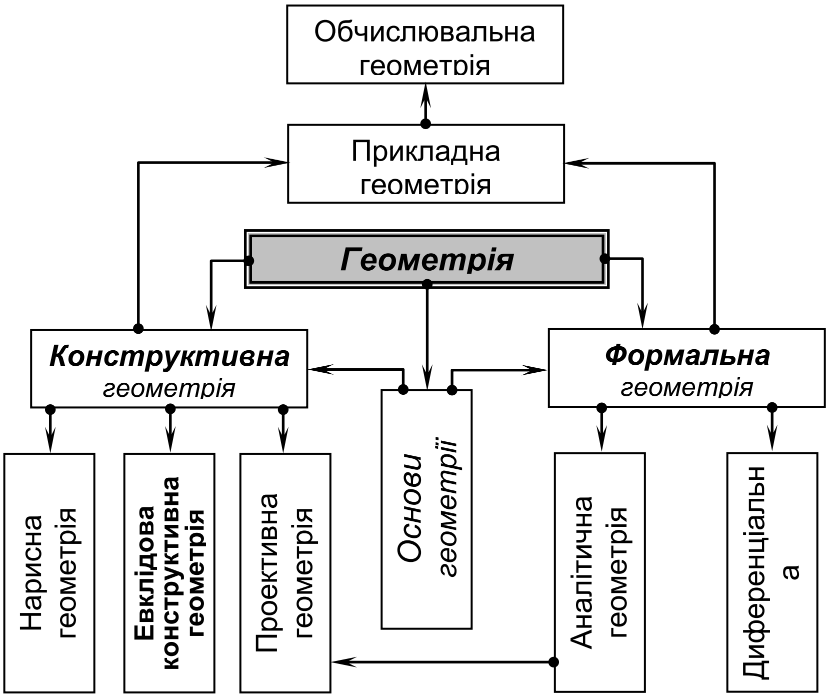
Проблема змісту і можливих методик навчання геометрії достатньо складна, сьогодні – мало варіативна, а напрацьована методологія співробітництва в цьому сенсі викладача зі студентами далеко не ідеальна. Освітянські реалії пояснюються розмаїтістю тих задач, які ставлять в цілому перед першонаукою та перед всяким конкретним геометричним курсом, тих вимог, які висувають до кожного з них. Наразі, навчання геометрії у вищому педагогічному закладі освіти має враховувати такі важливі моменти.

1. Наукова цінність курсу і **науково-методична** ***система*** його подання.

2. Практично вартісне значення навчання, формування професійних компетентностей, мотиваційного компоненту навчально-професійної діяльності (становлення і розвиток навчально-пізнавального інтересу).

3. Пропедевтика прикладної геометрії, адже будь-який високотехнологічний виріб є завідомо прогнозованою, конструктивно узгодженою композицією геометричних тіл і поверхонь.

4. Виховні та розвивальні моменти: *введення молоді в навколишній* **«світ краси»** *його природних форм і відношень*; формування здібностей до просторових уявлень і уяви, образно-наочного і логічного мислення; засвоєння правил алгоритмічної, інформаційної культури і здобуття досвіду моделювання ситуацій (формально-математичне, геометричне і реальне моделювання); прищеплення різних корисних умінь і навичок, технічних прийомів у роботі тощо.



5. Співпраця викладача зі студентами має бути побудована так, щоб сприяти становленню правильного розуміння задач і цілей довготривалого процесу навчання геометрії, його важливості та необхідності в досягненні належного рівня математичної культури, наукового світогляду, а також позитивних результатів у майбутньому творчому та професійному житті кожного члена суспільства і, на цій основі, держави і людства загалом.

Розділ «Конструктивна геометрія» включає в себе три складові: «Нарисна геометрія», «Проективна геометрія» і «Евклідова конструктивна геометрія» (див. схему). Кожна з цих **самобутніх наук** передбачає ґрунтовне оволодіння *основами елементарної геометрії*, котра традиційно є дисципліною ЗОНЗ. До того ж, без конструктивної (як і без формальної) геометрії немислима «Прикладна геометрія», а без останньої – жодна галузь сучасного виробництва. Ні одна з перерахованих геометрій не залучена до переліку нормативних дисциплін у стандартах педагогічних і класичних університетів.

Чи можна навчити справжній, «живій» геометрії через упровадження у вузівські навчальні плани в якості обов'язкових лише курсів «Аналітична геометрія» і «Диференціальна геометрія та топологія»? Напевне, важко це зробити! Сама постановка питання в ракурсі за наявним фактом є хибною. Адже **стандарти вищої педагогічної освіти** мали б встановлювати не лише крайові умови організації та змісту навчального процесу в університеті, але й бути нормативним актом, який виражає мінімально необхідні державні і громадські вимоги до членів суспільства, котрі здобувають право займатися педагогічною діяльністю, вчити дітей. Окрім того, **під знаннями** в педагогіці **розуміють** не будь-яку **інформацію**, а **винятково ту**, **котра набуває якості системності**, що *виявляє й установлює змістовні та структурні зв'язки між різними елементами знань*. Але ж формальна і конструктивна геометрії споріднені предметно, де-факто присутні одна в іншій. Оскільки у світі, з одного боку, «**Все навкруги геометрія**»[1] і, з

[1] Ле Корбюз'є – великий французький архітектор початку ХХ століття.

іншого, все системно, взаємно обумовлено і взаємопов'язано, то й *знання, які описують багатообразність форм цього світу обов'язково мають бути* ***системними*** *і неподільними*.

Не секрет, що першопричиною, *метою вивчення геометрії*, як і будь-якої іншої природничо-математичної дисципліни, *є знання*. Проте жодна людина не буде сперечатися, що ця мета по відношенню до елементарної геометрії другорядна, адже переважна більшість шкільних геометричних знань не рекламовані у практичному житті пересічної людини, не надто затребувані вони й у науковій діяльності. Більш важливо, що **геометрія**, як і математика в цілому, **є дієвим засобом загального розвитку особистості, морального, естетичного виховання і, що особливо цінно, –** ***феноменом загальнолюдської культури***. Геометрія виникла не лише із практичних потреб людини, але й із духовних. Багато чудових геометричних фактів, як і предмет в цілому, є найстарішими пам'ятниками світової культури (І.Ф. Шаригін). Приміром, стародавні греки приписують винахід ***циркуля*** і ***лінійки*** Фалесу (VI ст. до н.е.).

Вчителю математики потрібно бути переконаним, що виключно **геометрія є стержнем** *шкільної математики*. Широка геометризація шкільної математики в цілому значно скорочує кількість невстигаючих, простіше й глибше засвоюються негеометричні розділи: *в учнів розвивається уява, уявлення, візуальне просторове мислення, вміння діяти – оперувати фактами, а тому значно* ***зростає творчий потенціал***. Геометричні інтерпретації, моделювання в уявленнях й наочними рисунками дозволяють краще зрозуміти арифметичні, алгебричні і тригонометричні закономірності, зробити їх наочними, простішими в усвідомленні, запам'ятовуванні та застосуванні.

Щодо елементів конкретики за розділами евклідової геометрії, додамо таке.

Частина евклідової (елементарної) геометрії, в якій вивчаються властивості плоских фігур, називається, як відомо, «Планіметрія». Одним із суттєвих недоліків, стратегічною вадою методології навчання геометрії у ВПНЗ слід вважати, щонайперше, *відсутність системності в* ***фаховому*** *оволодінні студентами прийомами і методами розв'язування* **планіметричних** *задач на побудову*. Принаймні, на самому початку навчання так питання не ставиться, що не підкреслює змістової всеосяжності істинно геометричних вправ, які щоразу навіч реалізовуються конструктивними прийомами і засобами. Рисункова конструкція шуканої фігури необхідно вбачає характерні для всякої серйозної математичної пропозиції етапи умоглядних міркувань і, до того ж, візуальних операцій (*аналіз*, **побудова**, *доведення, дослідження*). Завдячуючи абсолютній насиченості геометричними поняттями і фактами, різноплановості та нестандартності в підходах до пошуку логічно виважених конструктивних результатів, задачі на побудову забезпечують *формування* у студентів ***цілісної системи*** *планіметричних знань, умінь і навичок, гарантують їх фундаментальність*.

У спілкуваннях із фахово зрілими вчителями математики відчувається потаємна байдужість до означеної теми. В масі своїй їх майже не займає дефіцит закономірних побудов, оскільки, як вони вважають, розділ «Конструктивна планіметрія» не обов'язковий, другорядний у школі, на такі непрості задачі не вистачає часу, вони малозрозумілі учням.

Отже, сам учитель не до кінця надає собі звіту стосовно місця, ролі і питомої ваги площинних задач на побудову, їх творчо-розвивальної функції в навчанні, безспірної належності предмету, природної диференціації за складністю та інтеграції за сумою одержаних і навіч закріплених знань, *вони – вершина курсу*(!) *і, поряд із цим, приклад логічної та візуальної досконалості*. Виключно кваліфікація, рівень підготовки в царині задач на побудову можуть слугувати об'єктивним критерієм у підсумковому оцінюванні навчальних досягнень студентів (учнів) у планіметрії.

Питаннями фахової підготовки майбутніх учителів математики в розділі «Планіметрія», зокрема (і особливо) *методичними аспектами розв'язування задач на побудову*, в різні часи займалися відомі науковці і методисти. Їх перелік вражає, а книги переважної більшості, видані на допомогу вчителям і студентам, сьогодні вже вважаються бібліотечним раритетом. *Провідним фактором, лейтмотивом кожної із книг є теза про унікальну значущість задач на побудову в реалізації геометрією виключно* ***розвивальної функції навчання***. Адже ці задачі за своєю природою покликані активізувати творчий потенціал суб'єктів навчання, їх ініціативність, винахідливість, самостійність у прийнятті рішень; розвивають конструктивні навички в роботі, поліпшують алгоритмічну культуру мислення. Розв'язуючи якомога більше конструктивних задач, студенти правильно розуміють сутність геометричних закономірностей, **включених ними ж у діяльність**, ґрунтовно засвоюють фактичний матеріал.

Традиційно у працях цієї тематики найбільша увага надається методам розв'язування задач «споконвічними» інструментами: лінійкою і циркулем. Й це правильно, оскільки прилади-інструменти, котрі широко вживані в побуті і техніці, а у звичних умовах аудиторних занять є засобами побудов, асоціюються з нереальними, проте чомусь всім зрозумілими найпростішими геометричними фігурами – **прямою** лінією і **колом**. Подаються зразки розв'язань, формулюються умови задач для самостійної роботи. В деяких посібниках є спроби відпрацювання евристичних схем вибору методу розв'язання задач. Однак вони не завжди вдало, логічно строго описані, їм бракує лаконізму і повноти геометричних реалій. У книзі за редакцією проф. Астряба О.М. та проф. Смогоржевського О.С. найбільш чітко і доладно розглянуто теоретичні принципи теорії планіметричних побудов і, під цим кутом зору, дано методичний аналіз умоглядних розумових і рисункових дій, які зобов'язані пропагувати педагоги для користування студентами (учнями) в навчальному процесі ВПНЗ (ЗОНЗ).

Поряд із цим, варто визнати, що в *жодній книзі з цієї тематики* ***не просто виокремити*** *прозору, ідеально подану, зрозумілу аргументацію цілісного процесу* (і його складових компонентів) ***системного*** *опанування* майбутніми вчителями розділу «*Планіметрія*» **на основі конструктивного підходу**. Традиційно теоретико-методологічне наповнення в цьому плані залишається мало обґрунтованим, не розставлені психолого-педагогічні та методичні акценти на значущості змістового наповнення окремих блоків у схемі структурної моделі навчання тематично різноманітними **планіметричними побудовами**.

Стосовно другої частини евклідової геометрії, де вивчаються властивості просторових фігур і яка має назву «Стереометрія», то в ній ще більше вад у постановці та реалізації методології навчання, переорієнтованої вимогами об'єктивних реалій сьогодення на розвивальні, творчі інтереси особистості. *Тут задачі з суто геометричним змістом, тим паче побудовного характеру, практично відсутні*. Хоч, поряд із цим, чимало питань теорії (в межах шкільних програм) подають поглиблено, у відповідності із принципами конструктивізму.

Приміром, тема «Паралельне проекціювання та його властивості. Зображення фігур на площині» висвітлює з доведеннями три кардинальні властивості паралельних проекцій. Проте їх **активному використанню** в побудовах вірних і наочних зображень стереометричних фігур і їх можливих комбінацій **не навчають**. Окрім дескриптивного (описового) означення спільного перпендикуляра двох мимобіжних прямих, дається конструктивне (побудовне за кроками операцій) означення. Але серйозних, творчих позиційних чи метричних **задач на побудову** за участю мимобіжних прямих **немає**. Окремо доводиться теорема про три перпендикуляри. Однак **її роль** у вирішенні стереометричних пропозицій і побудовного, і обчислювального характеру **не стребувана**. Навіть не згадується, що насправді остання є наслідком теореми про проекціювання прямого кута, яка має найширше застосування в задачах геометрії ЗОНЗ на обчислення. Схожих недомовок, невизначеностей у постановці методики навчання стереометрії надто багато.

Вичерпно повне обґрунтування *методу «вільного виконання зображань»* фігур стереометрії на площині здійснив проф. Четверухін М.Ф. Його ідея, визнаний всіма задум базується на основній теоремі аксонометрії (ОТА, яка має назву «теорема Польке-Шварца»), властивостях паралельних проекцій та вимогах вірності й наочності до навчальних проекційних креслень. Тут, в оперативному виконанні рисунків до теорем і задач, звільненому від усіх побудов, що не стосуються теми навчання, зовсім не обов'язково знати тип зужитої аксонометрії, тобто уявлюване розташування геометричного об'єкта відносно картинної площини і напрям зовнішнього проекціювання можуть бути зарання не визначеними. Суть важливо, щоб зображення, побудоване паралельним проекціюванням, задовольняло чітким логічно встановленим вимогам.

Підкреслимо, що **позитивом** цього методу, **за певних суб'єктивних умов**, є *належна **якість*** проекційних рисунків, виконуваних із мінімальними працезатратами та затратами в часі. **Негативом –** ***безсистемність*** у навчанні. **Метод математизований** «однобоко», не додає творчості та не спонукає індивіда до міркувань і розумових операцій, в ньому відсутній стержень алгоритмізації дій. Такий підхід придатний лише для підсвідомого, доведеного до автоматизму використання методу досвідченим учителем, із значною рисунковою практикою. Відпрацьовується останній за принципом «спроб і помилок», як правило, роками.

Питанням позиційної та метричної визначеності вірних і наочних проекційних креслень, розв'язуванню на них конструктивними методами різнопланових стереометричних задач присвятили свої методичні праці А.Б. Василевський, В.Н. Литвиненко, Л.М. Лоповок, П.С. Орєхов, Б.В. Романовський, В.М. Сав-ченко, М.Ф. Четверухін, В.О. Швець та ін.

Найбільш переконливими, строго вивіреними і дохідливими як у плані висвітлення елементів теорії, так і в підборі комплектів навчальних вправ позиційного і метричного характеру виглядають, знову ж таки, праці М.Ф. Четверухіна. Статті та навчальні посібники, написані авторитетним педагогом-геометром адресово **–** ***на допомогу вчителю математики,*** строго враховують положення дидактики математики, характеризуються чіткістю подання і доказовістю мислення (зокрема, рисункового), широким спектром задач, розміщених у послідовному переліку за правилом «від простого до складного», з обов'язковими посиланнями в наступних задачах на вже попередньо розглянуті, раніше розв'язані більш прості (елементарні) задачі. Простежується чітка методологія навчання.

Висновки. Із приводу «живого», зримого знайомства з геометрією, а отже, її свідомого сприйняття Д. Гільберт писав: «*Керуючись безпосереднім* ***спогляданням***, ми зуміємо з'ясувати багато геометричних фактів і постановку питань і дякуючи цьому в багатьох випадках *ми зможемо також викласти* **в наочній формі методи досліджень і доведень**, *які призводять* ***до розуміння*** теорем **без введення в розгляд деталей абстрактних теорій і викладок**» [2, с. 6].

До цього, з позицій практичного, творчого і розвивального опанування предмету, впору додати наступне. Ще в 1914 р. В. Кемпбель відзначав, що **наочна геометрія** «… ***навчає оцінці краси і правильності форм***. Вона відшукує, вилучає і засвоює методи досконалих геометричних висновків із всякого **природного джерела** та із всякого **застосування його в житті**, ***вона є*** **найліпшим збудником винахідливості**» [4, с. 8].

Отже, що собою уявляє «**Конструктивна евклідова геометрія»?** Це розділ дисципліни «***Геометрія***», в якому вирішуються питання**:** ***візуалізації*** *об'єктів, понять і фактів першонауки,* ***розв'язування графічними*** та ***графоаналітичними методами*** *різнохарактерних і різнорівневих позиційних і метричних пропозицій площини та простору* на проекційних рисунках.

Нащо потрібна майбутньому вчителю математики «**Конструктивна евклідова геометрія**» як повноцінний навчальний предмет? По перше, ***для зацікавленості*** *геометрією і* ***мотивації*** *учіння****, глибокого, усвідомленого оволодіння курсом*** **– основи основ першонауки «Геометрія»**. І, по друге, ***для інтелектуального та духовного розвитку особистості***. Йдеться про формування просторових уявлень і уяви, ефективний розвиток логічного мислення, алгоритмічної та інформаційної культури, вміння встановлювати причинно-наслідкові зв'язки між фактами, обґрунтовувати твердження. Не менш важлива роль наочно-образної геометрії в розвитку продуктивного, творчого мислення, придбання навичок моделювання і дослідження ситуацій, опанування **діяльнісного підходу** до вирішення навчальних і життєвих пропозицій, накопичення позитивних людських якостей. «*Якість знань при цьому визначається за адекватністю* ***діяльності****, яка застосовується для їхнього засвоєння*» [5, с. 49].

Список використаної літератури

1. Александров А.Д. Основания геометрии / А.Д.Александров. – М.: Наука, 1987. – 288 с.
2. Гильберт Д. Наглядная геометрия / Д Гильберт, С.Кон-Фоссен. – М.: Наука, 1981. – 344 с.
3. Жуковский Н.Е. Собрание починений / Н.Е.Жуковский. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. – Т.7. – 608с.
4. Кемпбель В. Наглядная геометрия. Пособие для обучения и самообучения с введением А.Филлипса. / В.Кемпбель. – М.: Просвещение, 1914. – 207 с.
5. Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики / З.І. Слєпкань. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 240 с.

РАЗВИТИЕ МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЧИСЛОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ ФУНКЦИЙ

Маврова Р. П.,
доцент, доктор,
Пловдивский университет им. Паисия Хилендарского,
Бойкина Д. В.,
гл. ассистент, доктор,
Пловдивский университет им. Паисия Хилендарского

У даній роботі ми акцентуємо увагу на групах задач на нерівності, розв’язання яких суттєво допомагає розвитку мислення учнів.

В настоящей разработке акцент поставлен на группах задач о неравенствах, решение которых существенно помогает развитию мышления учащихся.

In the paper the accent is placed on three groups of problems with inequalities, the solving of which contributes essentially to the development of students’ thinking.

Успешное усвоение математики в школе является важной предпосылкой для изучения других учебных предметов и для поступления в ВУЗ с изучением математики. Поэтому развитие математического мышления учащихся весьма актульно. Чтобы достичь эту важной цели обучения, нужно использовать разнообразные методы мышления – сравнение, анализирование, синтезирование, абстрагирование, обобщение. Для их реализации эффективным методическим приемом является систематическое рассмотрение нестандартных задач, при решении которых нужно проявлять находчивость.

Известно, что одним из средств, дающих наибольший эффект в обучении математике, являются задачи. По словам Л.М. Фридмана, „общее умение, общий подход к решению любых задач должен сохраниться у каждого выпускника школы надолго, на всю жизнь. Ибо общий подход к решению произвольных математических задач есть, по своей сути, модель разумного подхода к решению любых бытовых, практических, научных, технических и иных задач, которые будут повседневно встречаться человеку в его деятельности на протежении всей его жизни. Ведь жить – это значит решать задачи!“ [3, с. 85].

Особое значение для развития мышления имеют нестандартные задачи. Для их решения необходимо, чтобы учащийся проявлял ряд качеств мышления, как находчивость, гибкость, высокую логическую культуру и т.д.

Имея в виду все это, в настоящей статье мы рассматриваем как задачи на доказательство, так и задачи на решение неравенств, при которых используются конкретные числовые значения трансцендентных функций. Для реализации этой цели мы сгруппировали задачи следующим образом.

I группа. Задачи на доказательство неравенств.

Задача 1. Доказать неравенство $a(a+2b) > \log_3 \frac{1}{2} - \sin 2 - b^2$.

Решение. Запишем данное неравенство в виде $a^2 + 2ab + b^2 > \log_3 \frac{1}{2} - \sin 2 \quad \Leftrightarrow$

$$(a+b)^2 > \log_3 \frac{1}{2} - \sin 2 \ . \qquad (1)$$

Левая сторона неравенства (1) неотрицательна. Исследуем числовые значения трансцендентных функций „логарифм” и „синус”. Так как $\log_3 \frac{1}{2} < 0$, а $\sin 2 > 0$, то правая сторона неравенства (1) отрицательна. Следовательно, можно сделать вывод, что неравенство (1), а значит, и данное неравенство выполнено для всех действительных a и b.

Аналогичным способом рассуждаем и при доказательстве неравенств в следующей задаче.

Задача 2. Доказать неравенство:

а) $\log^2_{\frac{1}{5}} 6 - \sin 5 > \log_5 36.\cos 7 - \cos^2 7$; б) $a^2 + \log_{0,5}{}^4 3 > 2a.\log_2{}^2 3 - \cos 1,5$;

в) $\log_3 2 + \sin 2 + \cos 6 > 2\sqrt{3} - 4$.

Решение. При доказательстве неравенства а) используем, что $\log_{\frac{1}{5}} 6 = -\log_5 6$, из чего следует равенство $\log^2_{\frac{1}{5}} 6 = \log^2_5 6$. Кроме того, $\log_5 36 = 2\log_5 6$. Тогда данное неравенство принимает следующий вид $\log^2_5 6 - 2.\log_5 6.\cos 7 + \cos^2 7 > \sin 5$. Оно эквивалентно неравенству

$$\left(\log_5 6 - \cos 7\right)^2 > \sin 5 \qquad (2)$$

Так как $\pi < 5 < 2\pi$, то $\sin 5 < 0$. Следовательно, неравенство (2) выполено.

Аналогичным способом рассуждаем и при доказательстве других неравенств в задаче 2. При б) используем, что $\log_{0,5}{}^4 3 = \frac{(\log_2 3)^4}{(\log_2 0,5)^4} = \frac{(\log_2 3)^4}{(-1)^4} = \log_2{}^4 3$ и $\cos 1,5 > 0$, так как $\cos 1,5 > \cos \frac{3\pi}{2} = 0$, а при в) – что $\cos 6 > 0$ и $\sin 2 > 0$.

II группа. Неравенства, содержащие трансцендентные функции с одним неизвестным.

Задача 3. Решить неравенство $\sin(x-1) + \frac{1}{\sin(x-1)} + \sqrt{5x - x^2 - 4} > 2$.

Решение. Так как множество допустимых значений (ДЗ) определяется неравенствами $\sin(x-1) \neq 0$ и $5x - x^2 - 4 \geq 0$, то рассматриваем систему $\begin{cases} \sin(x-1) \neq 0, \\ 5x - x^2 - 4 \geq 0. \end{cases}$.

Решениями второго неравенства являются все числа $x \in [1;4]$. Необходимо установить, какие значения x удовлетворяют неравенство $\sin(x-1) \neq 0$. Для этого сначала сделаем проверку при $x = 1$ и $x = 4$. Видно, что при $x = 1$ выполнено $\sin(x-1)=0$, из чего следует, что число 1 – недопустимое значение данного неравенства. При x=4 имеем $\sin 3 \neq 0$ и значит x=4 является допустимым значением неизвестного в данном неравенстве.

Остается проверить при $x \in (1;4)$. Так как $1 < x < 4$, то $0 < x-1 < 3$, из чего следует, что $\sin(x-1) > 0$. Следовательно, при $x \in (1;4)$ выполнены неравенства $5x - x^2 - 4 > 0$ и $\sin(x-1) + \dfrac{1}{\sin(x-1)} \geq 2$, а этого достаточно для того, чтобы данное неравенство выполнено при $x \in (1;4)$. Итак, решения неравенства в рассматриваемой задаче – все числа $x \in (1;4]$.

Задача 4. Решить неравенство $\sqrt[6]{x} + 2x^3 + \log_3(x+2) - \sqrt{1-x} < 4$.

Решение. Множество допустимых значений x данного неравенства определяется системой $\begin{cases} x \geq 0, \\ x+2 > 0, \\ 1-x \geq 0, \end{cases}$, из чего получается $0 \leq x \leq 1$. Используя непосредственную проверку, устанавливаем, что число 1 не является решением данного неравенства, потому что числовое выражение $\sqrt[6]{1} + 21^3 + \log_3\left(1+2\right) - \sqrt{1-1}$ очевидно не меньше 4. При $x \in [0;1)$ слагаемые в левой части данного неравенства меньше 1, а слагаемое $2x^3$ меньше 2. Следовательно, каждое число $x \in [0;1)$ является решением неравенства в задаче 4.

Отметим, что при поиске решения неравенств в этих двух задачах важно сообразить, что нахождение множества допустимых значений неизвестного и применение непосредственной проверки при определении знака соответствующей трансцендентной функции имеет существенное значение для открытия решения данных неравенств.

Задача 5. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{x^2 - 2x} > \sin \dfrac{11\pi}{6}$.

Решение. При решении этой задачи необходимо сообразить, что $\sin \dfrac{11\pi}{6} = -\dfrac{1}{2}$. Тогда неравенство принимает следующий вид $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{x^2 - 2x} > \log_{\frac{1}{3}} 3^{\frac{1}{2}}$. Последнее неравенство эквивалентно следующей системе

$$\begin{cases} x^2 - 2x > 0, \\ \sqrt{x^2 - 2x} < \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-2) > 0, \\ x^2 - 2x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty;0) \cup (2;+\infty), \\ x \in (-1;3). \end{cases}.$$

Следовательно, решения данного неравенства $x \in (-1;0) \cup (2;3)$.

Задача 6. Решить неравенство $\log_{\sqrt{2}} \dfrac{x^2 - 4x + \pi 3}{4} < 2\operatorname{ctg}\dfrac{3}{4}$.

Решение. Здесь тоже нужно сообразить, что численное значение правой части неравенства известно, потому что $\operatorname{ctg}\dfrac{3\pi}{4} = -1$. Следовательно, правая сторона данного неравенства равняется -2, которое можно представить следующим образом $\log_{\sqrt{2}}\frac{1}{2}$. Тогда неравенство принимает следующий вид $\log_{\sqrt{2}}\frac{x^2-4x+3}{4}<\log_{\sqrt{2}}\frac{1}{2}$.

В результате решения последнего получается, что все числа множества $x\in(2-\sqrt{3};1)\cup(3;2+\sqrt{3})$ являются решениями данного неравенства.

К этой группе включаем и следующую задачу.

Задача 7. Найти все целые решения системы неравенств

$$\begin{cases}|x|<2,\\ \sqrt{x-0,5}+\sin 2>0\end{cases}$$

Решение. Так как $\sin 2>0$ и $\sqrt{x-0,5}\geq 0$, то второе неравенство рассматриваемой системы выполнено для каждого $x\geq 0,5$. Тогда данная система эквивалентна следующей

$\left|\begin{array}{l}-2<x<2\\ x\geq 0,5\end{array}\right.$, решения которой – $x\in[0,5;2)$.

Так как ищем только целые решения, то ответ следующий x=1.

Задача 8. Решить неравенство $\log_2(2^x-1).\log_{0,5}(2^{x+1}-2)>-2$. (3)

Решение. Множество допустимых значений неизвестного x в неравенстве (3) определяется решением неравенства $2^x-1>0$, а именно $x\in(0;+\infty)$. Тогда данное неравенство (3) можно последовательно заменить эквивалентными ему неравенствами

$$\log_2(2^x-1).\log_{\frac{1}{2}}(2^x-1).2>-2 \Leftrightarrow \log_2(2^x-1).\log_2(2^x-1)^{-1}.2^{-1}>-2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_2(2^x-1).[-\log_2(2^x-1)-\log_2 2]>-2 \Leftrightarrow \log_2(2^x-1).[\log_2(2^x-1)+1]<2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2(2^x-1)+\log_2(2^x-1)-2<0.$$

Последнее неравенство квадратно по отношению к $\log_2(2^x-1)$. Делаем замену $\log_2(2^x-1)=y$ и получаем неравенство $y^2+y-2<0$, решения которого $-2<y<1$. Заменяем y и решаем двойное логарифмическое неравенство $-2<\log_2(2^x-1)<1$, т.е.

$$\log_2\frac{1}{4}<\log_2(2^x-1)<\log_2 2 \Leftrightarrow \frac{1}{4}<2^x-1<2 \Leftrightarrow \frac{5}{4}<2^x<3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2^{\log_2 1,25}<2^x<2^{\log_2 3} \Leftrightarrow \log_2 1,25<x<\log_2 3.$$

Следовательно, решения неравенства (3) – числа $x\in(\log_2 1,25;\log_2 3)$.

III группа. Неравенства, содержащие трансцендентные функции с двумя или тремя неизвестными.

Задача 9. Решить неравенство:

а) $2^y-2\cos x+\sqrt{y-x^2-1}\leq 0$; б) $\cos x\geq y^2+\sqrt{y-x^2-1}$.

Рассмотрим только а). *Решение*. Множество допустимых значений неизвестных определяется неравенством $y-x^2-1\geq 0$. Из чего следует, что $y\geq x^2+1\geq 1$, т.е. $y\geq 1$. Тогда $2^y\geq 2$, а так как $-1\leq \cos x\leq 1$, то $2^y-2\cos x\geq 0$ для каждого x и $y\geq 1$. Следовательно, нестрогое неравенство а) выполнено только тогда, когда

$2^y-2\cos x+\sqrt{y-x^2-1}=0$, т.е. если удовлетворяется система уравнений

$\begin{cases} y-x^2-1=0, \\ 2^y-2\cos x=0 \end{cases}$, а это возможно только при $x=0$ и $y=1$.

Аналогичным способом решается и б).

Задача 10. Решить неравенство $\cos x-\sqrt{z^3}\geq y^2+\dfrac{\pi}{3}$.

Решение. Так как $|\cos x|\leq 1$ и $\sqrt{z^3}\geq 0$, то $\cos x-\sqrt{z^3}\leq 1$. С другой стороны, очевидно, что $y^2+\dfrac{\pi}{3}\geq\dfrac{\pi}{3}>1$. Итак, левая часть неравенства меньше или равна 1, а правая – больше 1. Следовательно, можно сделать вывод, что неравенство не имеет решений.

Наш опыт и учебная практика показывают, что, когда используются задачи указанного типа, повышается интерес учащихся к математике. Кроме того, становится ясным, до какой степени приобретенные знания о трансцендентных функциях и их функциональных значениях усвоены с пониманием.

Список использованной литературы

1. Мерзляк, А. Г., В. Б. Полонски, М. С. Якир. Неочаквана стъпка или сто и тринадесет красиви задачи. София: Акад. изд. „Марин Дринов”, 1994.– 70 с.
2. Математика в школе, 1990 – 2010 г.
3. Фридман, Л. М. Теоретические основы методики обучения математике. /Пособие для учителей, методистов и педагогических высших учебных заведений/, Московский психосоциальный институт, М.: Изд. “Флинта”, 1998.– 220с.

САМОСТІЙНА РОБОТА ПЕРШОКУРСНИКІВ ПРИ ВИВЧЕННІ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Махомета Т.М.,
викладач,
Уманський державний педагогічний університет ім. П. Тичини

У статті обговорюється доцільність, місце, функції, роль, значення і технології реалізації самостійної роботи студентів у процесі вивчення ліній (кривих) у курсі аналітичної геометрії майбутніми математиками в умовах педагогічного університету.

В статье обсуждается целесообразность, место, функции, роль, значение и технологии реализации самостоятельной работы студентов в процессе изучения линий (кривых) в курсе аналитической геометрии будущими математиками в условиях педагогического университета.

In the paper, we discuss an appropriateness, position, functions, role, importance and technologies of realization of implementation of students, self-instruction during study of lines (curves) in the course analytical geometry by future mathematicians in the pedagogical university.

Одним з головних завдань освіти є формування системи компетентностей, необхідних кожній людині протягом її активної суспільної життєдіяльності. Вища школа повинна забезпечити підготовку висококваліфікованих фахівців, які здатні самостійно здобувати нові знання, творчо мислити, правильно сприймати і доцільно використовувати наукову інформацію та набуті уміння. Одним із шляхів формування таких необхідних якостей у майбутніх учителів є організація самостійної роботи студентів.

Самостійна навчальна робота не лише формує у студентів навички і вміння самостійного здобування знань, що важливо для здійснення неперервної освіти протягом усієї подальшої трудової діяльності, а й має важливе виховне значення, оскільки формує самостійність як рису характеру, що відіграє істотну роль у структурі особистості сучасного фахівця високої кваліфікації.

Проблема організації самостійної роботи у процесі навчання була предметом дослідження видатних педагогів, які по різному тлумачили і характеризували даний вид навчальної діяльності. Багатоаспектність феномену самостійної роботи у навчальній діяльності розкривається через такі підходи:

- самостійна робота студентів як метод навчання (В.Б. Бондаревський, В.К. Буряк, М.Н. Скаткін);
- самостійна робота студентів як форма організації навчального процесу (М.А. Данилов, Б.П. Єсипов);
- самостійна робота студентів як вид діяльності (І.Я. Лернер, М.І. Махмутов);
- самостійна робота студентів як засіб організації самостійної діяльності студентів (П.І. Підкасистий).

Крім цього, ряд авторів розглядають самостійну роботу як аудиторну (проходить під керівництвом викладача в ході лекцій, семінарів, практичних і лабораторних занять, контрольних робіт, колоквіумів тощо), позааудиторну обов’язкову (в цьому випадку керівництво викладача носить опосередкований характер, викладач видає завдання і встановлює строки його виконання, консультує, аналізує і оцінює самостійну роботу студентів) і позааудиторну ініційовану (є самоосвітньою роботою студентів, яка спирається на власну зацікавленість і включає вивчення літературних джерел поза навчальною програмою) самостійну роботу студентів (зокрема, Абдуразаков А.А. і Назиров З.Н.) [1].

На нашу думку, найбільш повне і глибоке розкриття сутності самостійної роботи студентів міститься в роботах В.К. Буряка і П.І. Підкасистого, які виконали системний аналіз її зовнішніх і внутрішніх сторін; навчаючих функцій викладача і пізнавальних функцій студентів. "Вона, з одного боку, виступає в пізнавальній діяльності студента основою для регуляції власних пізнавальних або практичних дій у відповідності з усвідомленою метою майбутнього виконання самостійної роботи, наступної її реалізації; з іншого, - дозволяє викладачу вчасно виявити нездоланні для студента перешкоди, і тим самим цілеспрямовано керувати індивідуальними навчальними здобутками того, хто навчається, для досягнення мети діяльності" [3].

Мета статті – розглянути види самостійної роботи студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів, які є актуальними і ефективними в сучасних умовах підготовки майбутніх учителів, і конкретизувати окремі види самостійної роботи прикладами, що стосуються вивченні плоских кривих у курсі аналітичної геометрії.

За будь-яких підходів до тлумачення самостійної роботи, вона обов’язково має бути спрямованою на реалізацію таких функцій, як пізнавальна, самоосвітня, прогностична, коригуючи та виховна. Пізнавальна функція визначається засвоєнням студентом систематизованих знань з дисциплін. Самостійна функція - це формування вмінь і навиків, самостійного їх оновлення і творчого застосування. Прогностична функція є вміння студента вчасно передбачати й оцінювати як можливий результат, так і саме виконання завдання. Коригуюча функція визначається вмінням вчасно коригувати свою діяльність. Виховна функція - це формування самостійності як риси характеру .

Відповідно до цього під час організації самостійної роботи викладачам потрібно дотримуватись низки вимог, зокрема таких:

1. Обґрунтування необхідності завдань у цілому й конкретного завдання зокрема, що вимагає виявлення та стимулювання позитивних мотивів діяльності студентів.

2. Відкритість та загальна оглядовість завдань. Усі студенти повинні знати зміст завдання, мати можливість порівняти виконані завдання в одній та в різних групах, проаналізувати правильність та корисність виконаної роботи, відповідність поставлених оцінок (адекватність оцінювання).

3. Надання детальних методичних рекомендацій щодо виконання роботи (у якій послідовності працювати, з чого починати, як перевірити свої знання). За окремими завданнями студенти мають отримати пам’ятки.

4. Надання можливості студентам виконувати творчі роботи, які відповідають умовно-професійному рівню засвоєння знань, не обмежуючи їх виконанням стандартних завдань.

5. Здійснення індивідуального підходу за виконання самостійної роботи. Індивідуальні завдання можуть виконувати за бажанням усі студенти або окремі з них (які творчо обдаровані, вимогливі, мають великий досвід практичної діяльності, навчання та роботи за кордоном тощо). Індивідуалізація самостійної роботи сприяє самореалізації студента, розкриваючи в нього такі грані особистості, які допомагають професійному розвитку.

6. Нормування завдань для самостійної роботи, яке базується на визначенні витрат часу та трудомісткості різних їхніх типів. Це забезпечує оптимальний порядок навчально-пізнавальної діяльності студентів — від простих до складних форм роботи.

7. Можливість ведення обліку та оцінювання виконаних завдань і їхньої якості, що потребує стандартизації вимог до вмінь майбутніх спеціалістів та розроблення комплексу професійно орієнтованих завдань. Для цього ми пропонуємо такі типи завдань, які передбачають отримання матеріалізованого результату (продукту). Під час їхнього виконання формуються також особистісні риси студента.

8. Підтримання постійного зворотного зв'язку зі студентами в процесі здійснення самостійної роботи, що є фактором ефективності навчального середовища.

Всі ці вимоги є актуальними в ході організації самостійної роботи в курсі аналітичної геометрії. Відповідно до цього підбираються і розробляються різні види завдань для самостійної роботи студентів.

В нашому випадку, самостійну роботу ми будемо розглядати як: самостійне опрацювання теоретичного матеріалу, самостійне розв'язування задач, самостійна робота як форма контролю.

Одним із різновидів самостійної роботи студентів по вивченню теоретичного матеріалу є конспектування деяких розділів або частин розділів при вивченні дисципліни, що читається. Для самостійного вивчення теоретичного матеріалу, як правило, виносяться описові та найлегші теми розділів курсу, а також теми, для роботи над якими у студентів є теоретична база. З кожного розділу курсу на початку семестру лектор ознайомлює студентів з тематичним планом вивчення теоретичного програмного матеріалу, в якому вказано, які теми з кожного розділу курсу виносяться на самостійне вивчення і яка література рекомендується з кожної теми. Завдяки цьому викладач на лекціях має можливість більш детальніше розглядати той теоретичний матеріал, який є складним для сприйняття студентами.

Так, при вивченні теми «*Криві другого порядку: еліпс, гіпербола, парабола*», самостійну роботу можна організувати таким чином: на лекції під час вивчення даної теми лектор може розглянути та вивести канонічні рівняння таких кривих як еліпс та гіпербола, а канонічне рівняння параболи можна запропонувати студентам вивести самостійно, по аналогії до еліпса та гіперболи. При вивченні теми «*Загальна теорія кривих другого порядку*» на самостійне вивчення можна винести такі питання: «Визначення ліній II порядку шістьма точками», «Штучні прийоми спрощення кривих другого порядку» та ін.

Крім традиційних тем курсу «Аналітична геометрія» доцільно виносити на самостійне опрацювання теми, які не є основними при вивченні даної дисципліни, оскільки на вивчення даних кривих виділяється мало часу. До таких тем можна віднести, наприклад, «Трансцидентні криві», «Алгебраїчні криві вищих порядків», «Фрактальні криві» та ін.

Під час опрацювання матеріалу з цих тем доцільно використовувати таку літературу, як: *Працьовитий М.В., Гончаренко Я.В.* «Лінії на евклідовій площині» [5], *Савелов А.А.* «Плоские кривые. Систематика, свойства, применения» [6] та ін.

Пропонуючи студентам-першокурсникам матеріал для самостійного опрацювання, викладач повинен пояснити студентам необхідність врахування виду навчального матеріалу, розкрити особливості кожного виду матеріалу та характер роботи з даним видом навчального матеріалу.

Для контролю якості вивчення законспектованого матеріалу доцільно проводити усні чи письмові опитування, математичні диктанти, тести чи колоквіуми. Наприклад, для усного чи письмового опитування можна запропонувати такі питання: Дайте означенная трансцидентної лінії? Назвіть властивості Серветки Серпінського? Які трансцидентні криві Ви знаєте тощо.

Ефективність самостійної роботи збільшується, коли вона є однією зі складових навчального процесу і проводиться планомірно та систематично, якщо на заняттях для неї відводиться певний час. Тільки з таких умов формуються стійкі вміння та навички студентів щодо виконання різних видів самостійної роботи. Тому для перевірки засвоєння частини модуля і вміння застосовувати набуті теоретичні знання на практиці використовувати короткочасні самостійні роботи за 10-15 хвилин до закінчення практичного заняття. Вони можуть проводитись у вигляді тестів, математичних диктантів, у вигляді розв'язання задачі з даної теми.

Так, наприклад, з розділу «*Криві другого порядку*» з метою перевірки якості засвоєння знань можна запропонувати такі задачі:

1. "Знайти канонічне рівняння кривої, яку задано рівнянням $9x^2 - 24xy + 16y^2 + 30x - 40y - 25 = 0$"
2. Складіть рівняння дотичної до еліпса γ: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{10} = 1$, яка проходить через точку $M(4;0)$ еліпса;
3. Складіть рівняння лінії, яка:
   - є геометричним місцем точок, відстань від кожної з яких до фіксованої точки $M(0;0)$ дорівнює 3 см;
   - є геометричним місцем точок, відношення відстані від кожної з яких до точки $M(1;0)$ і відстані до прямої $x–2=0$ дорівнює 0,2.

Ефективність організації різнорівневої самостійної роботи студентів при навчанні аналітичної геометрії залежно від використання різних способів інструктування студентів:

– демонстрація зразків виконання завдань під час аудиторних занять;
– колективне обговорення ходу виконання завдання і складання плану розв'язування під час аудиторних занять;
– виконання фрагментів завдань на заняттях з наступною оперативною перевіркою викладачем;
– забезпечення студентів картками з інструкціями до виконання конкретних видів завдань та методичними вказівками по виконанню позааудиторної роботи.

Якщо розглядати самостійну роботу як самостійне розв’язування задач, то важливо збільшувати питому вагу самостійної роботи студентів через індивідуальні домашні завдання та комплексні розрахунково-графічні роботи. Завдання передбачають самостійне опрацювання студентами деяких тем навчального матеріалу та завдань різних рівнів складності. При цьому, рівень складності задач розрахункових робіт співпадає з рівнем складності екзаменаційних та модульних завдань.

Завдання для розрахунково-графічної роботи можуть бути такими:

1. Звести рівняння лінії до канонічного вигляду і побудувати її в початковій системі координат: $13x^2 + 18xy + 37y^2 - 26x - 18y + 3 = 0$;
2. Спростити рівняння кривої методом інваріантів: $4x^2 + 12xy + 9y^2 - 4x - 6y + 1 = 0$;
3. Установити тип, вид кривої та її головні параметри: $3x^2 + 4xy + y^2 - 2x - 1 = 0$.

Крім домашніх завдань можна запропонувати студентам розв’язання набору задач за окремою темою, які студент має виконати за встановлений проміжок часу. Ці задачі містять достатню кількість простих завдань, які дозволяють студенту напрацювати потрібні вміння та навички.

Наприклад, при вивченні теми «Пряма на площині», студентам можна запропонувати низку таких задач, як:

1. Дано сторони трикутника: $(AB): x + 2y + 5 = 0$, $(BC): 3x + y + 1 = 0$, $(AC): x + y + 7 = 0$. Скласти рівняння висоти трикутника, опущеної на сторону AC, користуючись рівнянням пучка прямих.
2. Знайти гострий кут, утворений з віссю ординат прямою, яка проходить через точки $A(2; \sqrt{3})$ та $B(3; 2\sqrt{3})$.
3. Точки $A(1; 2)$ і $C(3; 6)$ є протилежними вершинами квадрата. Визначити координати двох інших вершин.
4. На вісі абсцис знайти точку, відстань від якої до прямої $8x + 15y + 10 = 0$ дорівнює 1.
5. Дано послідовні вершини паралелограма: $A(0; 0)$, $B(1; 3)$, $C(7; 1)$. Знайти кут між його діагоналями та показати, що цей паралелограм є прямокутником.
6. Дано вершина трикутника $A(3; 9)$ і рівняння медіан: $y - 6 = 0$ та $3x - 4y + 9 = 0$. Знайти координати двох інших вершин трикутника.

7. Скласти рівняння гіпотенузи прямокутного трикутника, яка проходить через точку $M(2;3)$, якщо катети трикутника розташовані на осях координат, а площа трикутника дорівнює 12 кв. од.
8. Скласти рівняння трьох сторін квадрата, якщо четвертою його стороною є відрізок прямої $4x+3y-12=0$, кінці якого лежать на координатних осях.

Також, одним із головних аспектів організації самостійної роботи є розробка форм і методів організації контролю за самостійною роботою студентів.

Контроль самостійної роботи студентів при вивченні ліній включає:

1) відповідь на контрольні або тестові питання;
2) перевірку конспекту;
3) перевірку розв'язаних задач;
4) перевірку розрахунків;
5) перевірку виконаних графічних вправ і завдань;
6) перевірку виконаних індивідуальних завдань;
7) проведення колоквіумів.

Отже, працюючи самостійно, студенти мають можливість за власною ініціативою більш глибоко і цілеспрямовано засвоїти те чи інше питання або тему і при цьому отримати позитивну оцінку. В результаті з’являються стійкі внутрішні спонукання до самостійного пізнання. Успіх цієї роботи багато в чому залежить від бажання, прагнення, інтересу до роботи, потреби в діяльності, тобто від наявності позитивних мотивів. Велике значення під час самостійної роботи студента мають його спрямованість, психологічна готовність, а також певний рівень бази знань, на який будуть нашаровуватися нові знання.

Список використаної літератури

1. Абдуразаков А.А., Назыров З.Н. Значение самостоятельной работы студентов в формировании специалистов//Вопросы повышения эффективности учебно-воспитательного процесса: Сб.науч.тр.-Ташкент,1976.-С.73-78.
2. Буряк В.К. Теория и практика самостоятельной учебной работы школьников: Автореф. дис….д-ра пед.наук. – Тбилиси, 1986.-35с.
3. Пидкасистый П.И., Коротяев Б.И., Хозяинов Г.И. Теоретические основы обучения студентов знаниям и методам познавательной деятельности // Современная высшая школа.-1980.-№3/31/.-С.187-207.
4. Погорелов А.В. Лекции по аналитической геометри.- 2-е изд./ ХГУ им. М.Горького.- Х., 1963.-162с.
5. Працьовитий М.В., Гончаренко Я.В. Лінії на евклідовій площині. — К,: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2005. — 44 с.
6. Савелов А.А. Плоские кривые. Систематика, свойства, применения. (Справочное руководство). — М.: ГИФМЛ, 1960. — 293с.

ПРО ОСОБЛИВОСТІ СКЛАДОВИХ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ВИЩИХ ЗАКЛАДАХ ОСВІТИ АГРАРНОГО ПРОФІЛЮ

Овсієнко Ю.І.,
викладач,
Полтавська державна аграрна академія

Складовими методичної системи навчання математики студентів вищих навчальних закладів освіти агарного профілю виступають цілі, зміст, методи, засоби і форми. Кожен компонент має відповідні структурні елементи, підпорядковані вимогам до математичної підготовки майбутніх фахівців. У статті уточнено їх особливості і структуру.

Составляющими методической системы обучения математики студентов высших учебных заведений аграрного профиля выступают цели, содержание, методы, средства и формы. Каждый компонент имеет соответствующие структурные элементы, подчиненные требованиям к математической подготовке будущих специалистов. В статье уточнено их особенности и структуру.

Constituents of the methodical systems of mathematical education for agrarian higher educational establishments are aims, content, methods, means and forms. Every component has proper structural elements which obey requirements for mathematical training for future specialists. Let’s specify their special features and structure.

Постановка проблеми. Сучасна парадигма освіти орієнтує майбутнього фахівця на саморозвиток і самоосвіту, відповідно до особистісних потреб та суспільних стандартів. Це вимагає від вищої школи оновлення й удосконалення процесу підготовки студентів відповідно до виробничих функцій і типових задач професійної діяльності, які майбутні аграрії повинні навчитись розв’язувати. Такий підхід до процесу формування сучасного фахівця з агрономії потребує перегляду можливостей і перспектив одного із його нормативних компонентів – математичної складової.

Пріоритетним завданням навчання вищої математики у вищих навчальних закладах (ВНЗ) аграрного профілю є: забезпечення необхідних передумов успішного вивчення і засвоєння навчальних дисциплін з циклів гуманітарної та соціально-економічної і професійної та практичної підготовки; успішного оволодіння методами та алгоритмами побудови й аналізу математичних моделей виробничих процесів, з подальшим їх вивченням за допомогою персональних комп’ютерів для складання й оцінки прогнозів, виробничої та ринкової діяльності аграрних підприємств.

Аналіз досліджень. Проблема вдосконалення окремих складових навчально-виховного процесу ВНЗ є актуальною, висвітленою в дослідженнях А.М.Алексюка, С.І.Архангельського, М.Г.Гарунова, В.І.Загв’язинського, Б.П.Єсипова, В.А.Козакова, Р.А.Нізамова, П.І.Підкасистого та інших методистів. Щодо питань підвищення ефективності практичної математичної підготовки студентів, то їх представлено в науково-методичних роботах Н.В.Ванжі, Т.В.Крилової, В.І.Клочка, Н.М.Лосєвої, Л.І.Новицької, О.І.Скафи, З.І.Слєпкань, Н.А.Тарасенкової, І.І.Тихонова, О.Г.Фомкіної, О.С.Чашечнікової, В.О.Швеця, інших науковців. Досліджень проблем оновлення компонентів методичної системи математичної освіти, поліпшення рівня підготовки майбутніх аграріїв засобами вищої математики на сьогодні недостатня кількість.

Метою статті є аналіз основних складових методичної системи навчання дисципліни “Вища математика” у ВНЗ аграрного профілю, її основних структурних компонентів, етапів їх формування.

Завдання статті: представити структуру методичної системи навчання дисципліни “Вища математика” для напряму підготовки 6.090101 “Агрономія”.

Виклад основного матеріалу статті. Методична система навчання вищої математики в аграрному ВНЗ, як і будь-яка інша, складається із п`яти компонентів: цілей, змісту, методів, засобів і організаційних форм. Уточнимо їх структуру в процесі організації навчання дисципліни “Вища математика”.

Перша складова методичної системи – *цілі* математичної підготовки майбутніх фахівців з агрономії. Організація навчально-пізнавальної діяльності студентів починається із планування, основу якого складає процес цілепокладання. Планування навчання вищої математики у ВНЗ аграрного профілю здійснюється у відповідності до виділеної нами структури навчальних цілей. Зокрема, цілі першого рівня – *державні*, на практиці відображаються у типовому (базовому) навчальному плані, основою якого є галузеві стандарти [1]. Наступний рівень – *галузеві* цілі підготовки майбутніх агрономів, у відповідності до яких, на основі базового навчального плану, формується робочий навчальний план кожної спеціальності. Його основними структурними компонентами є: графік навчального процесу із переліком дисциплін; загальні відомості по бюджету часу, відведеного на вивчення конкретної дисципліни із поділом на аудиторні заняття, позааудиторну самостійну роботу (СР) студентів, практики, форми підсумкового контролю; зміни та доповнення до базового плану. Навчальний план – це модель навчального процесу конкретного року набору, для певної спеціальності, за якою здійснюється взаємодія між викладачами і студентами.

Цілі наступного рівня – *спеціальні*. Вони відображені у типовій програмі навчальної дисципліни. Остання є складовою стандартів підготовки фахівця з вищою освітою: “… вони визначають їх інформаційний обсяг, рівень сформованості вмінь та знань, перелік рекомендованих підручників, інших методичних та дидактичних матеріалів, критерії успішності навчання та засоби його діагностики …” [2, статті 11, 14]

Цілі четвертого рівня – *предметні*, відображаються у робочій програмі навчальної дисципліни. У ній викладач адаптує всі наявні нормативні і навчально-методичні складові, передбачені стандартами до навчального процесу студентів кожного року набору.

Робоча програма дисципліни містить “… виклад конкретного змісту навчальної дисципліни, послідовність, організаційні форми її вивчення та їх обсяг, визначає форми та засоби поточного і підсумкового контролю. Структурні складові робочої навчальної програми дисципліни: тематичний план; перелік засобів для проведення поточного та підсумкового контролю; перелік навчально-методичної літератури...” [6].

Предметні цілі вивчення навчальної дисципліни „Вища математика” студентами вищих агарних навчальних закладів освіти III – IV рівнів акредитації включають складові, що передбачають: 1) засвоєння математичних знань, умінь і навичок (ЗУН) необхідних для вивчення окремих дисциплін з циклів гуманітарної та соціально-економічної і професійної та практичної підготовки; 2) оволодіння цілісною системою математичних ЗУН, необхідних для професійної діяльності за фахом; 3) формування наукового світогляду, свідомих уявлень про ідеї та методи вищої математики, її роль у пізнанні дійсності та у професійній фаховій діяльності; стійкої мотивації до навчання; математичної культури; 4) моральне, трудове, економічне, естетичне, патріотичне виховання, формування позитивних рис характеру; 5) інтелектуальний розвиток особистості; 6) формування життєвих і соціально-ціннісних компетентностей студента. Зазначаємо, що структурними компонентами загальноосвітніх цілей математичної підготовки аграріїв, є вище висунуті вимоги 1), 2) і 3); виховної – четверта; розвиваючої – п’ята і шоста.

У програмі дисципліни навчальні цілі розкриваються через конкретні завдання засвоєння окремих її розділів, тем – блоків змістових модулів, їх складових. Завдання визначають предметні цілі навчання четвертого рівня, сформульовані у вигляді кінцевих результатів вивчення блоків змістових модулів студентами агрономічного факультету. Мета і завдання вивчення кожного змістового модуля програми дають можливість, згідно класифікації, виділити цілі п’ятого рівня – *цілі занять*.

Отже, цілі навчання вищої математики відображаються у змістовому її наповненні, а засвоєння змісту навчальної дисципліни реалізується застосуванням педагогічних методів і засобів на відповідних етапах діяльності студентів. Останні передбачають чітке планування організаційних форм навчання дисципліни їх типів, структури і змістового наповнення, що здійснюється в процесі модульного планування.

Модульний план – це одночасно і структурування навчального матеріалу, і міра його „дозування” в залежності від запланованого виду діяльності, рівня навченості та научуваності студентів. Модульне планування викладач здійснює керуючись навчальним планом і програмою дисципліни.

Модульний план – це ідеальна модель взаємодії учасників навчально-виховного процесу. У ньому чітко й однозначно прописується що саме і в якій послідовності вивчається на лекціях, під час практичних занять (ПЗ) в аудиторії, самостійно: в процесі виконання домашніх, розрахунково-графічних робіт (РГР); визначаються рекомендовані форми проміжного й підсумкового видів контролю навчальних досягнень студентів.

У структурі планування навчально-виховного процесу вищої школи, модульне планування виступає тією складовою, яка цільовий компонент реалізує через зміст, прийоми, методи і засоби в організаційних формах діяльності викладача та студентів протягом часу, відведеного на вивчення дисципліни. Модульне планування практично здійснюється в процесі розробки структуро-логічної схеми матеріалу дисципліни, логіко-дидактичного аналізу змісту блоків модулів (окремих модулів).

У нашому дослідженні змістовий модуль об’єднує лекційні й практичні заняття, самостійну й індивідуальну роботу студентів, відповідні форми контролю навчальної діяльності. Тому він, як правило, охоплює один або два розділи підручника, вивчення яких передбачене в аудиторії під час занять і самостійно.

Складання структуро-логічної схеми матеріалу дисципліни (блоку змістових модулів), або логіко-дидактичного аналізу модуля під час навчання вищої математики в аграрному ВНЗ передбачає виділення *основних* (*провідних*) та *неосновних* (*допоміжних*) елементів знань, які передбачено опанувати студентам в процесі їх вивчення. Саме навколо них зосереджуються способи дій та алгоритми в основу яких покладені інші як провідні, так і допоміжні поняття модуля. *Провідні поняття* змістового модуля виділено в програмі окремо, вони виступають кінцевими цілями навчання дисципліни [7].

Як правило, кожен змістовий модуль містить матеріал кількох тем. Логіко-дидактичний аналіз у поєднанні зі структуро-логічною схемою змісту модуля, націлені на чітке й однозначне виділення як *основних* або *ведучих елементів знань* (понять, формул, алгоритмів), які доцільно розглядати в аудиторії під час лекції, закріплювати на ПЗ в процесі розв’язування завдань, вправ, так і *неосновних, допоміжних* таких, що повторюються або вивчаються студентами самостійно, частково в процесі виконання домашніх завдань, індивідуальних і розрахунково-графічних робіт. Зазвичай, це елементи знань зі шкільного курсу математики (ШКМ), які включаються до категорії понять, формул, алгоритмів, що виносяться на самостійне повторення (випереджальне), закріплення.

У результаті аналізу змісту модуля виділяємо групи освітніх цілей: **перша** – цілі, реалізація яких передбачає *засвоєння* студентами загальних відомостей, термінів, способів діяльності, понять, алгоритмів; **друга** група – це цілі, реалізація яких передбачає *формування* нових понять, термінології, способів діяльності, використання алгоритмів; **третя,** група цілей пов’язана із можливостями *узагальнення* і *застосування* математичних методів і моделей у задачах прикладного змісту. Саме ці групи цілей і є основними за якими відбувається структурування навчального матеріалу модуля.

Останнім етапом модульного планування є структурування матеріалу, визначення змісту для кожної із форм навчально-пізнавальної діяльності студентів. Викладач добирає доцільні організаційні форми, етапи для здійснення ефективної комплексної взаємодії в процесі опанування теоретичним і практичним матеріалом дисципліни студентами.

Покажемо типи та структуру організаційних форм самостійної й аудиторної навчально-пізнавальної діяльності майбутніх фахівців з агрономії, залежно від змісту, дидактичних цілей, місця і ролі занять у навчальному процесі.

Нами виділено найбільш доцільні типи лекційних і практичних занять, самостійної роботи (СР) студентів.

Коротко зупинимось на одній із форм навчально-пізнавальної діяльності студентів – СР. Її *метою* є повторення, вивчення, закріплення й узагальнення теоретичного матеріалу, передбаченого програмою підготовки фахівця в умовах кредитно-модульної технології навчання. Залежно від мети та часу організації, вона поділяється на два види. Перший –

випереджальна СР, що передбачає *підготовку* студентів заздалегідь *до лекції,* перед початком проведення заняття. Основна її задача – актуалізація наявних знань зі ШКМ або вивчених раніше змістових модулів для формування зв'язків з новим матеріалом. Обов'язковою умовою організації такого виду діяльності студентів є чітко сплановані терміни перевірки результатів СР. Такий контроль має на меті підбір та корекцію лекційного матеріалу, залежно від стану готовності аудиторії до сприймання, засвоєння нових знань і способів діяльності.

Наступний вид – *традиційна С,* що організовується *після заняття*, в процесі індивідуального опрацювання матеріалу студентами (окремих питань модуля, під час підготовки до ПЗ, заходів контролю). Вона націлена на засвоєння знань і способів діяльності, сформованих під час лекційного заняття та актуалізованих в процесі самостійної підготовки до нього, їх узагальнення і систематизацію.

Підготовка до організації обох видів СР студентів полягає у плануванні, розробці й корегуванні наступних засобів методичної системи навчання математики у ВНЗ аграрного профілю: 1) дидактичних матеріалів для самостійного вивчення або повторення; 2) завдань для проведення попереднього або поточного контролю вивченого (повтореного) теоретичного матеріалу (у вигляді комп'ютерного тестування, письмового (усного) опитування та інших форм контролю), запитань для самоконтролю.

Першою ланкою дидактичного циклу навчально-виховного процесу ВНЗ є лекція. Саме від ефективності її проведення залежить результативність всіх наступних складових навчального процесу ВНЗ: практичних і лабораторних занять, СР, заходів контролю.

Перший тип лекцій – *вступна*. Вона, як правило, є першою на початку вивчення дисципліни, нового блоку змістових модулів. Враховуючи специфіку дисципліни "Вища математика" у ВНЗ аграрного профілю, такий тип лекцій розрахований не на ціле заняття. Викладач для вступної лекції передбачає організацію подальшої *традиційної* СР студентів (часто творчого характеру). Контроль за результатами її виконання доцільно здійснювати під час консультацій або занять студентських наукових гуртків.

Як правило, незалежно від типу занять у їх структурі перші і останні два організаційних етапи є традиційними складовими. Це етапи: 1) повідомлення теми, мети й завдань заняття; 2) мотивації навчально-пізнавальної діяльності студентів; 7) підведення підсумків занять; 8) повідомлення домашнього завдання. Далі ми опускаємо їх опис і вказуємо лише на ті компоненти, які виступають характерними тільки для конкретного типу занять або такі, що мають певні методичні особливості.

Логічним продовженням вступної лекції є лекція типу – *формування нових знань і способів діяльності*. Її *метою* є розвиток пізнавальної активності студентів, розкриття об'єктивних зв'язків і відношень у новому матеріалі, ознайомлення із системою знань для практичного їх застосування. Основними структурними компонентами такого типу лекції є наступні етапи: 3) актуалізації досвіду й опорних знань студентів; 4) сприймання й початкового усвідомлення студентами нового матеріалу; 5) усвідомлення об'єктивно існуючих зв'язків і відношень у матеріалі, що вивчається, розкриття їх внутрішньої суті; 6) узагальнення і систематизації знань.

Для цього типу лекції доцільним є передбачення СР *традиційного* характеру. Її *мета* полягає у засвоєнні нових (базових) знань і способів діяльності, з якими студенти ознайомились під час лекції, самостійному вивченні питань, що розширюють зміст модуля, пов'язаних із навчальним матеріалом, розглянутим в аудиторії. Викладач планує після лекції цього типу виконання студентами двох видів самостійної діяльності: *опанування* нового матеріалу змістового модуля, розглянутого на занятті та *індивідуальну* навчально-пізнавальну *діяльність*, спрямовану на підбір, пошук і опрацювання додаткових питань в комплексі з основними науковими положеннями аудиторного заняття. Така діяльність викладача націлена на подальше закріплення матеріалу лекції під час ПЗ типу *формування навичок* і *вмінь. Метою* його організації є розширення і повторення основних теоретичних відомостей; формування навичок застосування основних понять, означень, формул, співвідношень, правил, алгоритмів для проведення практичних обчислень, аналізу та інтерпретації отриманих результатів; узагальнення основних понять теми (модуля, розділу) їх практичного значення в майбутній професійній діяльності. Серед етапів, характерних саме для цього типу ПЗ виділяємо: 3) актуалізації досвіду й опорних знань студентів; 4) первинного формування практичних навичок і вмінь; 5) первинного застосування набутих знань; 6) застосування студентами знань і дій у стандартних і нових умовах.

Коротко зупинимось на особливостях організації 3-ого етапу – *актуалізації опорних знань і практичного досвіду студентів*, оскільки для ПЗ цього типу етап є досить своєрідним. Така специфічність пов'язана із особливістю навчання вищої математики в аграрному ВНЗ: постійній логічній опорі нових ЗУН на попередній досвід студентів. Одним із *цільових завдань* цього етапу ПЗ є: підготовка та активізація студентів до плідної навчальної діяльності в процесі розв'язування практичних задач в аудиторії й самостійно. На цьому етапі ПЗ викладач добирає *підготовчі* вправи, розв'язання яких націлене на актуалізацію теоретичних знань і практичних навичок, сформованих у студентів під час вивчення ШКМ, на попередніх лекціях і ПЗ у ВНЗ та під час СР, що створюють фундаментальну основу для сприймання і засвоєння нових ЗУН. Формування системи підготовчих завдань цього етапу здійснюється із врахуванням вимог до засвоєння обов'язкових результатів навчання зі ШКМ та змісту навчальної дисципліни.

Часто, практичне заняття цього типу є першим під час вивчення дисципліни. Для його проведення доцільною є організація етапу *вхідного контролю* ЗУН, визначення рівня навченості студентів. Такого типу аудиторна СР є досить поширеною, для комбінованого типу ПЗ – *контролю ЗУН* та *формування навичок і вмінь*. Воно, зазвичай, є першим у новому блоці змістових модулів або після вивчення великої, логічно-завершеної за змістом частини матеріалу, має аналогічну структуру до попереднього типу ПЗ окрім першого етапу – самостійної аудиторної роботи, яка вимагає від студентів завчасної підготовки

Наступний тип ПЗ з вищої математики це ПЗ – *застосування ЗУН*. Він завжди логічно слідує після ПЗ – формування навичок і вмінь. *Метою* його організації є засвоєння узагальнених способів виконання практичних дій, для подальшого їх переносу й застосування у виробничих і професійних ситуаціях.

Під час організації такого типу ПЗ викладач планує комплекс завдань, виконання яких націлене на засвоєння прикладу, зразка або алгоритмічних вказівок, розв'язування певного типу практичних завдань для прискорення процесу формування ЗУН, їх застосування. Серед складових ПЗ цього типу відмітимо наступні: 3) актуалізація опорних знань і вмінь; 4) аналіз умови практичного завдання; 5) самостійна діяльність студентів під контролем викладача; 6) контроль, самоконтроль або взаємоконтроль студентів; 7) узагальнення і систематизація знань і способів виконання дій.

Характерною особливістю організації СР студентів цього типу ПЗ є те, що випереджальна СР виступає, свого роду, підготовчими етапом до організації індивідуальної СР в аудиторії, під контролем викладача. Остання є основною формою діяльності на ПЗ цього типу. Вона націлена на організацію частково-пошукової або творчої діяльності студентів, з метою вироблення та закріплення ЗУН. Часто проведення ПЗ типу застосування ЗУН здійснюється у формі лабораторно-практичного заняття. Такий вибір зумовлений необхідністю розв'язування великої кількості різноманітних типів задач прикладного змісту, що містять виробничі дані, за обмежений проміжок часу.

Чергування зазначених типів лекційних і практичних занять у комплексі з СР вимагає від викладача планування занять, що є завершальними в процесі вивчення блоку змістових модулів, дисципліни. Це – *лекція узагальнення і систематизації знань*. *Метою* проведення такого типу лекційного заняття є зведення засвоєних студентами понять у строгу систему, що передбачає визначення між її елементами діалектичних зв'язків і відношень. Кінцевим результатом засвоєння таких знань є свідоме володіння студентами основними теоріями і ведучими ідеями дисципліни або блоку модулів (розділу). Основними структурним компонентом такого типу лекції частіше за все виступають етапи: 3) узагальнення й систематизація основних теоретичних положень, ведучих наукових ідей, тоді як всі інші аналогічні до лекції засвоєння нових знань і способів діяльності.

Для цього типу лекції доцільною є організація як традиційної СР, так і випереджальної. *Метою* організації такого виду навчальної діяльності студентів перед лекцією узагальнення й систематизації знань є повторення всього матеріалу блоку змістових модулів. Зауважимо, що повторення має не суцільний характер. Суть його полягає у виділенні основних складових змістових модулів, формул і співвідношень, алгоритмів розв'язування типових завдань.

Дуже зручним і наочним на цьому етапі організації вивчення теоретичного матеріалу є його повторення із використанням блок-схем змістового модуля, опорних конспектів окремих питань, їх узагальнення. Часто, на практиці, випереджальна СР, перед таким типом лекції, вибудовується на основі повторення матеріалу дисципліни (блоку змістових модулів) по екзаменаційних питаннях. Але, можливою є організація діяльності по запитаннях (завданнях), оголошених на попередній лекції.

Щодо традиційної СР, то вона для цього типу лекції має інший характер, ніж у попередніх типів занять. Її суть полягає у підготовці до підсумкових (модульних) заходів контролю: колоквіуму (якщо такий передбачено), тестування (окремо по теорії й окремо по практичних завданнях, або по одному з видів завдань), підготовка до контрольної роботи, звіт про виконання завдань РГР (якщо такі заплановано), перевірка наявності й правильності розв'язання домашніх вправ і тому подібних форм СР. Оскільки, лекція узагальнення і систематизація знань – це останнє заняття в блоці змістових модулів, то традиційна СР, на цьому етапі, це і є покрокова підготовка студентів до модульного контролю, здійснення якого передбачає використання різноманітних форм. Викладач, в свою чергу, веде облік результатів всіх видів діяльності студентів, визначає рейтинг у групі й на потоці.

Доцільним є організація комбінованих ПЗ після лекції узагальнення і систематизації знань, що є завершальними у блоці змістових модулів. Виділимо перший тип – *застосування ЗУН* та *узагальнення і систематизації знань. Метою* його організації є засвоєння узагальнених способів виконання практичних дій; систематизація ЗУН в процесі розв'язування комплексних задач прикладного змісту за фахом. Враховуючи тематику лекційних і ПЗ та місце в структурі математичної підготовки аграріїв пропонуємо один із можливих варіантів структури цього типу ПЗ: 3) актуалізація опорних знань і вмінь; 4) аналіз завдання, вибір способів та засобів його розв'язування; 5) узагальнення і систематизація теоретичних знань і способів виконання практичних дій.

На практиці можлива організація іншого типу ПЗ, що є завершальним у блоці змістових модулів. Це ПЗ типу – *узагальнення і систематизації знань* та *контролю, корекції ЗУН*. *Метою* організації та проведення такого ПЗ є засвоєння й узагальнення окремих понять і співвідношень теми, розділу або модуля для формування у студентів системи знань, вироблення алгоритмів практичної реалізації теоретичних положень; закріплення й контролю набутого комплексу ЗУН, їх застосування в процесі розв'язування фахових задач. Серед його структурних компонентів найбільш доцільними вважаємо комбінування наступних: 3) повторення та узагальнення окремих понять і засвоєння відповідної їм системи знань; 4) повторення і систематизація основних теоретичних положень, алгоритмів; 5) контроль ЗУН, рівня їх засвоєння.

Для цього типу ПЗ серед складових заняття, для яких характерною є організація СР, відмітимо етап повторення й узагальнення окремих понять і засвоєння відповідної їм системи знань. Для цього структурного компонента ПЗ характерною є аудиторна; індивідуальна або групова; частково-пошукова або творча СР, *метою* організації якої є закріплення ЗУН та їх самоконтроль. Її організація націлена на виконання завдань ПЗ з подальшою перспективою участі в студентських наукових заходах.

Наступний етап ПЗ – контролю ЗУН, рівня їх засвоєння характеризується аудиторною; індивідуальною; репродуктивною, або частково-пошуковою, або творчою діяльністю, метою організації якої є закріплення ЗУН їх самоконтроль. Остання, часто, організовується у вигляді самостійного розв'язування тестових завдань під час ПЗ.

Серед особливостей вибору методів і засобів, характерних саме для математичної підготовки студентів-аграріїв відмітимо наступні: 1) приклади і практичні завдання повинні відображати прикладну спрямованість матеріалу навчальної дисципліни (модуля, розділу); 2) практичні завдання для СР повинні носити комплексний характер, поєднувати елементи знань окремих модулів (розділів, тем); 3) теоретичні й практичні завдання слід підбирати таким чином, щоб вони були диференційованими за рівнем складності із врахування вимог до обов'язкового і поглибленого рівнів підготовки студентів.

Висновки. Аналіз складових методичної системи навчання математики у ВНЗ аграрного профілю свідчить про доцільність окремого виділення й чіткого планування кожного її окремого компонента; формування структурних елементів здійснювати у відповідності до цілей і завдань підготовки майбутнього фахівця з агрономії. Необхідність детальної розробки окремо кожного із складових методичної системи підготовки майбутніх аграріїв є перспективою подальших розвідок в цьому напрямі.

Список використаної літератури

1. Галузевий стандарт вищої освіти. Освітньо-кваліфікаційна характеристика бакалавра за напрямом підготовки 1301 "Агрономія". – Київ : МОН України. – К.: „Наукметодцентр", 2005. – 183 с.
2. Закон України "Про вищу освіту" станом на 17 січня 2002 р. № 12984 / Україна. Верховна Рада. – Офіц. вид. – К. : Верховна Рада України, Інститут законодавства, 2002. – 95 с.
3. Овсієнко Ю.І. Методичні особливості проведення практичних занять в умовах диференціації / Ю.І. Овсієнко // Вісник Черкаського університету серія „Педагогічні науки" Випуск 191, частина 5. – Черкаси, 2010. – 156 с. – С. 81-90.
4. Овсієнко Ю.І. Особливості лекційних занять у ВНЗ аграрного профілю / Ю.І.Овсієнко, В.О.Швець // Вища освіта України № 3 (додаток 1) – 2009 р. – Тематичний випуск "Педагогіка вищої школи: методологія, теорія, технології". – К. : Гнозис, 2009. – 630 с. – С. 226–231.
5. Онищук В.А. Типы, структура и методика урока в школе / В.А. Онищук. – К. : Радянська школа. – 1976. – 184 с.
6. Положення про організацію навчального процесу у вищих навчальних закладах: Наказ Міністерства освіти України від 2 червня 1993 року № 161.
7. Програма навчальної дисципліни „Вища математика (за фаховим спрямуванням)" для підготовки бакалаврів напряму 6.090101 „Агрономія" у вищих навчальних закладах III-IV рівнів акредитації Міністерства аграрної політики України [уклад. В. Швець та ін.] – К. : Аграрна освіта. – 2008. – 30 с.

ДРАМОГЕРМЕНЕВТИКА ДЛЯ УЧНІВ-ГУМАНІТАРІЇВ

Прач В.С.,
аспірантка,
Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького

Стаття присвячена питанням використання таких позитивних тенденцій для учнів-гуманітаріїв як драмогерменевтика. Подається аналітичний огляд наукових доробок вітчизняних учених, розглядаються питання науково-методичного розкриття сутності навчання учнів математики у класах гуманітарного профілю.

Статья посвящена вопросам использования таких социоигровых подходов для учащихся-гуманитариев как драмогерменевтика. В содержании раскрывается аналитический обзор научных исследований отечественных ученых, рассматриваются вопросы научно-методического раскрытия сущности обучения учеников математики в классах гуманитарного профиля.

The article is devoted to the questions of the use of methods of social games for students of humanitarian profile as dramohermeneutics. The state-of-the-art review of scientist's scientific developments opens up in maintenance, the questions of psychological pedagogical accompaniment and self-educations of senior pupil in educational space of profile school are examined.

Постановка проблеми. Зміст, структура і форми роботи педагогів в загальноосвітньому навчальному закладі значно змінюються при переході сучасної системи освіти від управління процесом навчання за кінцевим результатом, що описувався знаннями, вміннями, навичками учня, до компетентнісного підходу, пов'язаного з вихованням і розвитком компетентнісної особистості, тобто особистості, здатної діяти осмислено, орієнтуючись у мінливому навколишньому світі. Такий перехід виправданий соціальним замовленням суспільства, що стрімко змінюється й вимагає настільки ж стрімких змін і від системи освіти. Саме тому вона має бути побудована на наданні учням можливості міркувати, порівнювати, формулювати та аргументувати власну точку зору, спираючись на знання фактів, закономірностей науки та на власні спостереження, свій досвід, творчо і нестандартно вирішувати проблеми, що виникають. На наш погляд, джерелом інноваційних змін освітнього простору є використання таких позитивних тенденцій для учнів-гуманітаріїв як драмогерменевтика.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Проблемі профільного навчання, навчання математики у класах гуманітарного профілю на сьогодні приділяли увагу такі науковці, як В.Г.Бевз, М.І.Бурда, Н.А.Тарасенкова, А.П.Єршов, Є.Є.Шулешко, Б.В.Гніденко, М.Я.Ігнатенко, З.І.Слєпкань, Г.І.Саранцев, О.І.Скафа та інші.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується означена стаття. Однак проблема навчання учнів математики у класах гуманітарного напряму, залишається недостатньо розробленою. Саме цьому питанню й присвячена дана стаття.

Мета статті – виявлення особливостей навчання учнів старших класів математики у класах гуманітарного профілю.

Виклад основного матеріалу дослідження.

З кінця 80-х років минулого століття почався активний процес освоєння нових ідей та напрямів — педагогіка співпраці, евристичне, проблемне навчання, ділові ігри, рефлексія, структурна педагогіка, діалог культур, школа-парк, соціоігрова педагогіка, методика занурення, школа радості, школа самовизначення, психодидактика, особистістно-орієнтована педагогіка та інше.

Об'єднує ці напрями те, що, по-перше, значення кожного з них можна виразити одним і тим же формулюванням — «створення добротної (або результативної, якісної) педагогіки (або системи навчання)», тобто в своєму кінцевому пункті (ідеальному результаті) майже всі напрями зливаються воєдино. І, по-друге, кожний з напрямів, по суті справи, є відкриттям сучасного варіанту раніше відомого, підтверджуючи відому мудрість: нове — це добре забуте старе [2].

У працях Я.А.Коменського, Й.Р.Песталоцці, Й.Ф.Гербарта, Ф.А.В.Дістервега і інших педагогів минулого можна знайти дивовижні, актуальні, мудрі думки, які реально допомагають спілкуватися з сучасними учнями. Про дані парадоксальні явища ще в XIX столітті писав німецький філософ-герменевт В. Дильтей. Він розглядав герменевтику як методологічну основу гуманітарних наук. У герменевтиці — науці про мистецтво розуміння — констатується, що в книгах читач може знайти або їжу для роздуму над вже знайомими і доступними проблемами, або підтвердження правильності своїх рішень, вже раніше знайдених.

Герменевтика — напрям філософії, який досліджує теорію і практику тлумачення, інтерпретації, розуміння тексту [5]. Вона існує з часів античності. Свою назву герменевтика одержала від імені старогрецького бога Гермеса, який був посередником між богами і людьми — тлумачив волю богів людям і доносив побажання людей богам.

Головна ідея герменевтики: існувати — тобто бути зрозумілим. Предметом дослідження, як правило, є текст. До фундаментальних понять герменевтики відносяться:

• "трикутник герменевтики" — взаємостосунки між автором тексту, самим текстом і читачем;

• "круг герменевтики" — циклічний характер процесу розуміння.

Герменевтика виникла разом з появою ситуацій герменевтики — випадків, коли необхідне правильне тлумачення і розуміння тексту. Вона має сенс у спорідненості душ автора і читача. Якщо автор дуже далекий від читача, той ніколи не зрозуміє текст докінця при всіх зусиллях герменевтики, проте при повній схожості автора і читача в тексті не залишиться прихованого значення і він не потребуватиме тлумачення.

Основою для створення соціоігрових підходів вирішення актуальних проблем психодидактики послужила методика, що спочатку розроблялася на матеріалі навчання дітей в початковій школі: навчання читанню й письму — Є.Є.Шулешко, математики — Л.Д.Філякина. Основним результатом пошуків того періоду з'явилося досягнення особливої психологічної атмосфери уроку, яка забезпечувалася специфічним ставленням вчителя до навчання дітей як до «виразу себе в образі самовибраної діючої особи». Соціоігрова режисура уроку позначилася найбільш благодатним місцем для ділового сполучення герменевтики з педагогікою, а їх, у свою чергу, — з режисурою. А результатом цих сполучень стали дивовижні й самобутні взаємні збагачення кожної з областей творчої діяльності.

Первинний варіант цих сполучень (кінець 80-х років), що увібрав у себе значний об'єм трансформованих ігрових завдань і вправ з театральної педагогіки і дитячих фольклорних ігор, одержав найменування соціоігрової педагогіки, яка стала популярна серед вчителів Росії та України. І потім саме вона стала основою для всіх подальших варіантів педагогічних варіацій науково-практичних пошуків. Кінцевий варіант, що сформувався до початку 90-х років, здобув популярність як драмогерменевтика [1]**.**

Захоплення підходом драмогерменевтики в загальноосвітній школі, установах середньої спеціальної і вищої освіти не носить масового характеру, але, на наш погляд, ця методика може бути корисною при навчанні математики учнів гуманітарного напряму підготовки.

Підхід драмогерменевтики полягає у такому поєднанні гуманітарного і математичного матеріалу, при якому гуманітарні знання є своєрідним емоційним підсилюючим чинником для основного — математичного змісту. Розглянемо на прикладі деяких завдань це поєднання.

«М'яч зі словами». Це один з варіантів опрацьовування термінології. Кидаючи м'яч, учитель (або учень) називає термін, а той, до кого м'яч потрапив, дає стисле пояснення, про що йдеться.

«Бачено-небачено». Робота з вивчення термінів може проводитись і в групах. Учні об'єднуються в декілька команд по п'ять-шість осіб. Учитель вивішує на дошці заздалегідь виготовлений плакат, на якому різними кольорами великим і дрібним шрифтом «уздовж і поперек» написано 15-20 слів (кількість варіюється відповідно до тематики). Після закінчення наперед обумовленого часу (40 с або 1 хвилина) плакат знімається, а команди записують усі слова, що запам'яталися.

Потім команди обмінюються своїми записами для перевірки. Командам бажано домовитися вносити виправлення в чужі записи ручкою іншого кольору. Учні, які перевіряють, виправляють помилки, описки і вписують «не побачені іншою командою слова», після чого кожний учень команди, яка перевіряє, ставить свій підпис.

Аркуші повертаються попередній команді — тепер вже для перевірки. Початковий плакат учитель знову вивішує на дошку для порівняння та з'ясування можливих непорозумінь. Після цього визначають переможця. Виграють ті команди, у записах яких виявилося менше всього помилок і пропущених слів.

Плакати для завдання «Бачено-небачено» можуть виготовлятися і самими учнями під час уроку. Для цього один учасник від кожної команди тягне «долю» — квиток з вказівкою тієї або іншої теми. Кожна команда протягом установлених 5-8 хвилин готує свій плакат, відшукуючи потрібні слова в підручниках і словниках. Коли все готово, команди покидають свої місця, залишаючи там виготовлений плакат, і одну-дві хвилини вивчають плакат чужої, запам'ятовуючи все, що на ньому написано. А, повернувшись після сигналу на місце, записують побачене, допомагаючи один одному. Потім може проводитися перевірка записів, так само, як в описаному основному варіанті завдання.

«Бачено-небачено» можна використовувати як для закріплення пройденого, так і для вивчення нового матеріалу на уроках математики, варто лише змінити зміст плакатів.

«Слабка ланка». Для того щоб закріпити нову термінологію, можна застосувати ігровий методичний прийом «Слабка ланка». Вчитель пропонує пригадати всі нові терміни уроку. Перший учень називає один термін, другий попередній і свій, третій — два попередні та свій і т.д. Порядок слів зберігається. Якщо учень помилився, то наступний не виправляє його, а говорить: «Слабка ланка». На уроці тематичного повторення й узагальнення такі ланцюжки можуть доходити до 20 і більше слів.

В. М. Лізінський [4] пропонує такі прийоми активізації пізнавальної діяльності, які можна пропонувати учням-гуманітаріям:

1.Учні по ходу пояснення нового проблемного матеріалу не ведуть конспект, а записують питання, що виникають, за найцікавіші з яких виставляються оцінки.

2.У процесі пояснення нового матеріалу треба виписувати всі вивчені та нові поняття.

3.У процесі пояснення нового матеріалу пропонується скласти опорний конспект.

4.У процесі пояснення вчитель через кожні декілька хвилин задає цікаві короткі задачі й завдання на розуміння, пояснення та застосування.

5.До пояснення учні списують з дошки таблицю, яку вони повинні заповнити в процесі пояснення.

«Сліпий капітан». Учні кожного ряду вибирають собі капітанів, зав'язують очі, і ті, керуючись указівками-підказками тільки свого ряду, виконують завдання. Наприклад, витягають квиток із завданням для всього ряду, вписують правильні відповіді заданих прикладів і т. д.

Подібні форми роботи, як правило, викликають в учнів великий інтерес і надовго запам'ятовуються разом із тим навчальним матеріалом, який був задіяний у завданні.

Чим більше «сліпих капітанів», тим більш шумно, плутано і весело. Ця плутанина стимулює прагнення учнів у спокійній обстановці (наприклад, удома) гарненько розібратися в навчальному матеріалі.

«Моделі, що ожили». Цей методичний прийом є модифікацією вправи театральної педагогіки «Побутові механізми». Будь-яку навчальну модель, схему, малюнок, досвід можна запропонувати для «оживлення» учням, створивши робочі мікрогрупи (три-вісім осіб). Виконується ця дія без слів і коментарів, тільки з допомогою міміки, жестів. Незвичність завдання й обмеженість часу (не більше 4-5 хвилин на підготовку) примушують учнів проявити кмітливість. У ході демонстрації результатів «оживлення» учні інших мікрогруп відгадують, що саме оживляли.

У вихідному варіанті завдання учасники гри показують дію приладів, що були отримані ними за жеребкуванням, роботу їх внутрішніх механізмів. Учні домовляються, хто буде тією або іншою частиною механізму і яким чином йому доведеться взаємодіяти з іншими «частинами» під час «роботи» приладу.

«Вартові». Учні уважно читають текст. Учитель пропонує відвідати країну «Геометрію» . Для цього їм потрібно пройти повз вартових. Але спочатку вчитель пропонує учням пройти кастинг на роль вартових. Для цього учні складають запитання до тексту. Ті два учні, які склали найбільше запитань (за визначений час), будуть виконувати роль вартових. Вартові по черзі ставлять запитання бажаючим потрапити до країни. Ті, хто відповіли, пропускаються вартовими, а іншим рекомендується ще почитати текст. Потім учні оцінюють вартових: чи достатньо глибокі й цікаві запитання вони поставили, чи повністю розкрили сутність матеріалу у своїх запитаннях.

«Акторська майстерність». Учні отримують знайомий їм текст. Читають його упродовж визначеного вчителем часу. Потім учитель розподіляє виконувати ролі щодо змісту тексту. Після розподілу ролей текст читається вголос, а потім актори мають його відтворити, показавши, як вони розуміють сутність своєї ролі. Оцінюється вміння розкрити сутність тексту, оригінальність, майстерність.

Театр «Мім». Усі учні читають навчальний матеріал за певний проміжок часу, визначений учителем. Клас ділиться на дві команди. Учасники однієї команди мають зобразити будь-яке речення чи абзац (за вибором) пантомімою, а інша команда — здогадатися і пояснити, про що саме йдеться. Потім інша команда відтворює текст, а друга вгадує.

«Шпаргалки». Учням пропонується прочитати текст. Необхідно передати його зміст за допомогою малюнків, умовних позначень або схем. Ці шпаргалки (підписані) віддаються вчителю. За бажанням учні підходять до вчителя і витягають шпаргалку. За цією шпаргалкою потрібно відтворити текст. Відзначаються найкращі шпаргалки та доповідачі.

«Шерлок Холмс». Учням пропонується швидко прочитати текст і скласти до нього якнайбільше запитань, не користуючись самим текстом. Питання мають охопити весь матеріал і врахувати найменші дрібниці. Визначається найдовший список питань. Учні дають відповіді на них. Учитель відзначає найбільш активних гравців.

«Концентрація». Клас ділиться на групи. Кожна група отримує текст на аркушах. Аркуші перевернуті текстом униз. За сигналом учителя учні перевертають аркуші, читають протягом визначеного часу (1-2 хвилини) текст, а потім знову перевертають аркуші та віддають їх учителю Після цього кожен учень записує в зошиті те, що запам'ятав із тексту. Далі група записує спільний текст на окремому аркуші. Виграє та команда, яка найбільш повно відтворить текст.

«Ланцюжок». Учні читають запропонований учителем текст. Потім кожен по черзі має поставити запитання до тексту і водночас дати відповідь одним словом на поставлене йому запитання. Виграє той учень, хто поставить найцікавіші запитання і дасть найвдалішу відповідь. Перше запитання ставить учитель. Потім перший учень відповідає на питання і пропонує питання другому учню, другий відповідає та ставить питання третьому і т. д.

Ще один приклад використання соціоігрових прийомів розглянемо щодо розуміння тексту з математики для учнів-гуманітаріїв, яким властиві дуже високі здібності до відображення візуальних повідомлень і низькі до словесно-логічного мислення, до здатності узагальнення, на думку С.А. Ізюмової [3].

«Філософи». Будь-який матеріал, як стверджують психологи, краще запам'ятовується, якщо його розкласти по полицях на сім одиниць. Цими одиницями можуть бути такі філософські категорії: 1) особливості; 2) спільне; 3) одиничне; 4) зміст; 5) форма; 6) явище; 7) сутність.

Учитель пропонує учням прочитати текст і розкласти весь матеріал за названими категоріями, створивши таким чином своєрідну таблицю-конспект. Залежно від особливостей та складності матеріалу вчитель може виділити інші категорії. Перемагає той, хто повністю впорається із завданням. Конспект обговорюється в класі.

Висновки. Підсумовуючи, треба зазначити, що наведені приклади організації навчальної роботи з математики не вичерпують цим свого гуманітарного потенціалу і мають широкі перспективи для подальшого удосконалення і поглиблення. Таким чином, педагог лише тоді зможе виховувати активного, творчого учня-гуманітарія, коли він сам здатний до творчої діяльності та креативності.

Список використаної літератури

1. Букатов В.М. Нескучные уроки физики, математики, географии, химии и биологии: Пособие по социоигровой педагогике /В.М. Букатов, А.П. Ершова. – К.:Изд. Дом «Шкільний світ» Изд. Л. Галицина, 2006 –№2.– С.128.
2. Букатов В.М., Ершов А.П. Я иду на урок: Хрестоматия игровых приемов обучения: Книга для учителя.– Изд.2-е, стереотипн.– М., 2002.–224 с.
3. Изюмова С.А., Чмыхова Е.В. Влияние индивидуально-психологических особенностей на обучаемость студентов // Инновации в образовании. – 2001.–№2.– С.54–63.
4. Лизинский В.М. Приемы и формы учебной деятельности.– М.: Центр «Педагогический поиск», 2002.– 160 с.
5. Философский энциклопедический словарь. – М.: ИНФРА-М, 1999. – 576 с.

ВИЗНАЧЕННЯ ЗНАНЬ І ВМІНЬ З ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ, НЕОБХІДНИХ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З ТЕОРЕТИЧНИХ ОСНОВ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

Прокопенко Н.А.,
асистент,
Донецький національний технічний університет

Розглянуто знання і вміння з векторної алгебри, необхідні для розв'язання типових задач з теоретичних основ електротехніки на основі предметної моделі студента. Наведено приклади застосування векторної алгебри в курсі ТОЕ.

Рассмотрены знания и умения по векторной алгебре, необходимые для решения различных задач курса «Теоретические основы электротехники» на основе предметной модели студента. Приведены примеры применения векторной алгебре в курсе ТОЕ.

Knowledges and abilities on vector algebra necessary for the decision of different tasks of course Theoretical bases of the electrical engineering on the basis of subject model of student are considered. The examples of application to vector algebra in a course of the Theoretical bases of the electrical engineering are resulted.

Сучасне виробництво потребує висококваліфікованих інженерних кадрів. Тому підготовці спеціалістів технічного профілю приділяється значна увага. Загальна професійна підготовка інженерів має багато складових, але однією з важливих є математична підготовка. Згідно з методологією діяльнісного навчання [1] зміст математичної підготовки задається характером майбутньої професійної діяльності, а саме тими задачами, які повинен вміти розв'язувати майбутній інженер .

Метою статті є аналіз знань і вмінь з векторної алгебри, необхідних для розв'язання типових задач з теоретичних основ електротехніки, на основі п'ятикомпонентної предметної моделі студента з вищої математики, що складається з семантичного, процедурного, операційного, тематичного і функціонального компонентів, яку описано в роботі [2].

Векторна алгебра є дуже важливим розділом дисципліни «Вища математика» в системі інженерної освіти. При формуванні цілей і змісту навчання векторної алгебри враховують, які вміння і знання з цього розділу використовуються як в самому курсі вищої математики, так і в інших дисциплінах [4]. Однією з таких дисциплін є ТОЕ (теоретичні основ електротехніки).

Курс ТОЕ фактично включає дві частини – теорію ланцюгів і теорію електромагнітного поля. У теорії ланцюгів векторна алгебра використовується в символьному (комплексному) методі розрахунку і аналізу ланцюгів синусоїдального струму, а також в методі векторних діаграм (без застосування комплексних величин). У теорії електромагнітного поля векторна алгебра використовується вже в розрахунках. Особливо часто доводиться звертатися до векторної алгебри під час розрахунків полів змінного струму.

Векторними величинами у курсі ТОЕ є струм $\bar{I}$ та напруга $\overline{U}$, з якими виконуються лінійні операції. Так, у законі Ома для резистора використовується операція множення вектора на число:

$$\overline{U} = r \cdot \bar{I}\,, \tag{1}$$

де r – опір, що є скалярною величиною.

Внаслідок того, що при множенні вектора на число виходить вектор, колінеарний заданому, маємо, що вектори $\bar{I}$ та $\overline{U}$ - колінеарні.

При послідовному з'єднанні декількох резисторів використовується властивість дистрибутивності по відношенню до векторного множника. Так, наприклад для трьох резисторів, опори яких відповідно дорівнюють r_1, r_2, r_3, маємо:

$$(r_1 + r_2 + r_3)\cdot \bar{I} = r_1 \cdot \bar{I} + r_2 \cdot \bar{I} + r_3 \cdot \bar{I} = \overline{U}_1 + \overline{U}_2 + \overline{U}_3\,, \tag{2}$$

де $\overline{U}_1$, $\overline{U}_2$, $\overline{U}_3$ напруга у резисторах.

При використанні методу накладення, коли в одному резисторі протікає декілька складових струму, маємо: $$r \cdot \left(\bar{I}' + \bar{I}''\right) = r \cdot \bar{I}' + r \cdot \bar{I}''\,, \tag{3}$$

де $\bar{I}'$, $\bar{I}''$ - складові струму.

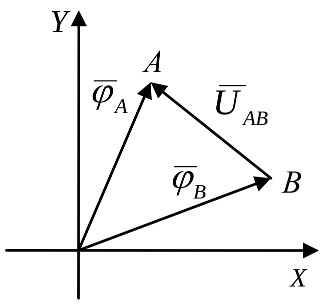
При цьому використовується властивість дистрибутивності суми векторів по відношенню до числового множника.

При визначенні напруги як різниці потенціалів, які є синусоїдальними і можуть бути представлені векторами або в комплексній формі, маємо: $\overline{U}_{AB} = \overline{\varphi}_A - \overline{\varphi}_B$, (4)

де $\overline{U}_{AB}$ – вектор напруги, спрямований від точки *B* до точки *A;*

$\overline{\varphi}_A$, $\overline{\varphi}_B$ – потенціали, що є радіус-векторами початку і кінця вектора напруги.

Наприклад, розглянемо топографічну діаграму потенціалів на комплексній площині



(рис. 1).

Рис. 1. Топографічна діаграма потенціалів.

На рис. 1. Вектор $\overline{U}_{AB}$ знайдено відніманням векторів $\overline{\varphi}_B$ та $\overline{\varphi}_A$ за правилом трикутника. Формула (4) – це є вираз вектора $\overline{U}_{AB}$ через радіуси-вектори його початку $\overline{\varphi}_B$ і кінця $\overline{\varphi}_A$, що також можна бачити на діаграмі.

При складанні напруг при послідовному з'єднанні елементів резистора, індуктивності, ємності (*r, L, C*) доводиться мати справу з сумою протилежно напрямлених векторів: $\overline{U}_L$ і $\overline{U}_C$. Якщо $\left|\overline{U}_L\right| = \left|\overline{U}_C\right|$, то $\overline{U}_L = -\overline{U}_C$, тобто спостерігається режим резонансу напруг.

Аналогічна ситуація спостерігається при вивченні резонансу струмів, коли елементи *r, L, C* сполучені паралельно і додаються протилежно направлені струми $\overline{I}_L$ і $\overline{I}_C$: $\overline{I}_L = -\overline{I}_C$.

Наведемо приклад задачі з курсу ТОЕ, для розв'язання якої використовується векторна алгебра [3].

Задача. Вздовж тонкого провідника, що є колом радіуса a = 1,2 см і створює виток, тече струм I = 5 А. Необхідно визначити магнітну індукцію на осі витка.

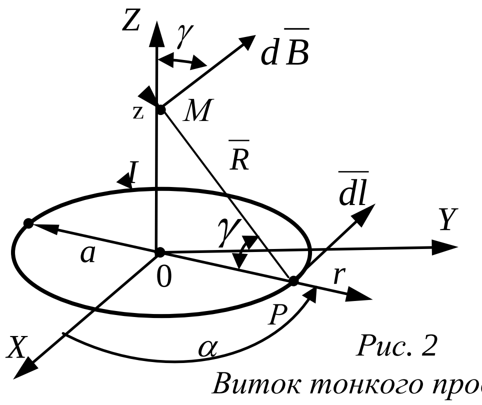


Рис. 2
Виток тонкого провідника

Розв'язання:

1. Розташуємо виток у площині XOY декартової системи координат так, щоб початок координат співпадав з центром кола, що утворює виток, а напрям осі *OZ* – з позитивним напрямом нормалі до площини витка, як це показано на рис.2.

2. Обчислимо магнітну індукцію на осі витка, тобто у довільній точці $M(0;0;z)$ вісі *OZ*. Магнітна індукція на вісі кругового струму обчислюється за формулою: $B = \int\limits_0^{2\pi} dB_z$, де $dB_z = \left|d\overline{B}\right| \cdot \cos\gamma$ – проекція вектора $d\overline{B}$ на вісь *OZ*; $d\overline{B}$- частка $\overline{B}$ для кожного малого елемента кола., $\overline{B}$ - вектор магнітної індукції, γ – кут між вектором $d\overline{B}$ та віссю OZ.

Розрахунок магнітної індукції виконаємо за допомогою закону Біо-Савара-Лапласа $d\overline{B} = \dfrac{\mu_0 I \cdot \overline{dl} \times \overline{R_0}}{4\pi \cdot \overline{R}^2}$, де μ_0 = $4\pi \cdot 10^{-7}$ *Гн/м* – магнітна стала, $\overline{dl}$- елемент кола і $\overline{R_0}$ - орт вектора $\overline{R}$, де $\overline{R} = \overline{PM}$, P – точка кола. Модуль вектора $d\overline{B}$ дорівнює $\left|d\overline{B}\right| = \dfrac{\mu_0 I \cdot \left|\overline{dl} \times \overline{R_0}\right|}{4\pi \cdot \overline{R}^2}$.

Враховуючи, що $\overrightarrow{dl} \perp \overrightarrow{R_0}$, $\left|\overline{R_0}\right| = 1$, $\left|\overline{dl}\right| = dl$, маємо за визначенням модуля векторного добутку векторів: $\left|\overrightarrow{dl} \times \overrightarrow{R_0}\right| = \left|\overrightarrow{dl}\right| \cdot \left|\overrightarrow{R_0}\right| \cdot \sin 90^\circ = dl$.

З трикутника *MOP* $\cos\gamma = \dfrac{OP}{PM} = \dfrac{a}{\left|\overline{R}\right|} = \dfrac{a}{\sqrt{z^2 + a^2}}$. Далі маємо:

$$\left|d\overline{B}\right| = \frac{\mu_0 I \cdot \left|\overline{dl} \times \overline{R_0}\right|}{4\pi \cdot \overline{R}^2} = \frac{\mu_0 I \cdot dl}{4\pi \cdot \left|\overline{R}\right|^2} = \frac{\mu_0 I \cdot a \cdot d\alpha}{4\pi \cdot \left(z^2 + a^2\right)}.$$

Магнітна індукція на осі кругового струму за формулою (1) дорівнює:

$$B = \int_0^{2\pi} dB_z = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{a \cdot d\alpha}{z^2 + a^2} \cdot \frac{a}{\sqrt{z^2 + a^2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a^2}{(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \alpha\Big|_0^{2\pi} = \frac{\mu_0 I \cdot a^2}{2\sqrt{(z^2 + a^2)^3}}.$$

У площині круга, де $z = 0$, числове значення індукції дорівнює:

$$B = \frac{\mu_0 I \cdot a^2}{2 \cdot a^3} = \frac{\mu_0 I}{2a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-2}} = 26{,}2 \cdot 10^{-5} \text{ тл.}$$

Для розв‘язання цієї задачі необхідні такі вміння з векторної алгебри:

– за заданим модулем вектора і його напрямними косинусами знаходити координати вектора;

– за заданим вектором визначати його орт;

– за заданими модулями двох векторів і кутом між ними знаходити модуль векторного добутку цих векторів;

– визначати колінеарність векторів;

– за заданим модулем вектора знаходити його скалярний квадрат.

Цілі навчання для ТОЕ задаються характером майбутньої професійної діяльності. Необхідність досягнення цих цілей визначає зовнішню компоненту змісту, яку складають певні вміння. Цей зміст засвоюється за допомогою певних засобів — знань і умінь, які самі повинні бути заздалегідь освоєні. Для організації цього необхідно виділити проміжні цілі-уміння. Це задає внутрішню компоненту змісту. Зрозуміло, що знання і вміння з векторної алгебри – це є внутрішня компонента змісту навчання ТОЕ. Ці знання і вміння складають відповідні спектри — спектр знань і спектр умінь з векторної алгебри, необхідних для засвоєння курсу ТОЕ.

Задача визначення змісту навчального курсу розв'язується в процесі моделювання навчальної предметної області. Це моделювання полягає в побудові предметної моделі студента. У найширшому значенні під моделлю студента розуміють знання про нього, які використовуються для організації навчального процесу. Знання про те, яким ми хочемо бачити студента в результаті навчання, тобто вимоги до його кінцевого стану як за окремими предметами, так і як до фахівця в цілому, називають нормативною моделлю. Нормативна модель щодо фахівця в цілому отримала назву моделі спеціаліста, щодо окремого навчального предмета – предметної моделі студента [1]. В роботі [2] описано п'ятикомпонентну предметну модель студента з вищої математики, що складається з семантичного, процедурного, операційного, тематичного і функціонального компонент.

Вміння, які мають бути сформовані в процесі вивчення якого-небудь предмета, визначає операційна компонента предметної моделі студента [5]. Ці вміння становлять частину змісту навчання (інша частина — це знання, що забезпечують освоєння цих вмінь). Звідси витікає, що до навчальних задач пред'являється жорстка вимога: склад системи задач, що розв‘язуються з курсу, повинен забезпечити формування всіх вмінь, що входять в операційну компоненту предметної моделі студента. За допомогою однієї задачі формується одне або декілька вмінь. Розв‘язування ж задачі забезпечується раніше сформованими вміннями і знаннями.

В роботі [1] описано спектральний підхід до розробки системи навчальних задач з вищої математики на основі предметної моделі студента. Сутність цього підходу полягає в тому, що на основі операційного компонента предметної моделі студента для кожної задачі, що входить до системи, визначається спектри знань та вмінь, необхідних для її розв‘язання. На основі цих спектрів складається спектри знань та вмінь всієї системи задач.

З точки зору інженерії знань розрізняють знання декларативні і процедурні [0, с.98]. Перші являють собою твердження, або декларації, про об'єкти предметної області, їх властивості і відносини між ними. Загальноприйнята точка зору тут полягає у тому, що декларативні знання — це факти з предметної області, або фактичні знання. Процедурні ж знання – це правила перетворення об'єктів предметної області. Для розв‘язування задач необхідні як процедурні, так і декларативні знання. В сукупності ці знання складають спектр знань задачі. Спектр знань задачі задається семантичною и процедурною компонентами предметної моделі студента. В роботі [5] описано семантичну компоненту предметної моделі студента технічного університету з векторної алгебри.

Описаний підхід було застосовано до визначення вмінь та знань з векторної алгебри, необхідних для розв‘язання задач у курсі ТОЕ, що викладається студентам технічних спеціальностей.

В цьому курсі використовуються знання з кожної теми, що складає тематичний компонент, предметної моделі студента з векторної алгебри:

ТК1. Види векторів.

ТК2. Операції з векторами, заданими геометрично.

ТК3. Кут між векторами. Проекція вектора на вектор.

ТК4. Координати вектора в прямокутній системі координат.

ТК5. Операції з векторами, що задані своїми координатами.

ТК6. Скалярний добуток векторів.

ТК7. Векторний добуток векторів.

ТК8. Мішаний добуток векторів.

ТК9. Умови колінеарності, перпендикулярності та компланарності векторів.

ТК10. Геометричні та механічні застосування векторів.

Семантичний компонент предметної моделі студента є безпосередньо предметними знаннями, структурованими у вигляді окремих висловлювань, що виражають одну закінчену думку, і які розташовані в послідовності їх вивчення. Як правило, семантична модель подається у вигляді так званого семантичного конспекту. Семантичний конспект – це повний набір лаконічно поданих думок предметної області. Виданий окремо, він є дуже тонкою брошурою, тому що в ній немає викладень, доведень і пояснень. Проте, вона містить усі положення курсу, що вивчається. Дидактичну сутність семантичного конспекту передає його інша назва – опорний конспект, оскільки він містить думки, на які необхідно спиратися при вивченні предмету [1, 2].

Всі висловлювання семантичного конспекту пронумеровані. Кожне висловлювання має номер, що складається з двох частин, розділених крапкою. Перша частина – це номер розділу, до якого належить висловлювання, друга частина – його номер в даному розділі. Крім того, деякі номери стоять також після висловлювань. Це номери інших висловлювань, від яких надане залежить, якими воно визначається, з яких виходить. Зв'язки між висловлюваннями можуть бути дуже простими, наприклад, посилання на терміни, які вживаються в даному вислові, і складнішими, більш глибокими, наприклад, зв'язок причини і наслідків.

Розроблений нами семантичний конспект з векторної алгебри описано в роботі [5].

Наведемо фрагмент семантичного компоненту, що відповідає темі ТК1.Види векторів, який використовується у курсі ТОЕ.

СК.1.1. Напрямленим відрізком називається відрізок, один кінець якого - початкова точка, а інший кінець – кінцева точка.

СК.1.2. Напрямлений відрізок називається вектором.(СК.1.1)

СК.1.3. Початком вектора називається початкова точка відрізка, який задає вектор.(СК.1.1)

СК.1.4. Кінцем вектора називається кінцева точка відрізка, який задає вектор.(СК.1.1)

СК.1.5. На кресленні напрям вектора вказується стрілкою на при кінці вектора.(СК.1.4)

СК.1.6. Вектор з початком в точці A і кінцем в точці B позначається $\overline{AB}$. (СК.1.2, СК.1.3, СК.1.4)

СК.1.7. Вектори можна позначати малими латинськими буквами.(СК.1.2)

СК.1.8. Модулем вектора називається довжина відрізка, що задає вектор.(СК.1.2)

СК.1.9. Модуль вектора $\overline{AB}$ позначається $|\overline{AB}|$.(СК.1.8)

СК.1.10. Модуль вектора $\overline{a}$ позначається $|\overline{a}|$. (СК.1.8)

СК.1.11. Колінеарними векторами називаються вектори, що лежать на одній прямій або на паралельних прямих.(СК.1.2)

СК.1.12. Колінеарність векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ позначається: $\overline{a} \| \overline{b}$. (СК.1.11)

СК.1.13. Радіус-вектором точки M називається вектор, точка прикладання якого – початок координат, а кінець – точка M. (СК.1.2, СК.1.4)

СК.1.14. Радіус-вектор точки M позначається $\overline{r}_M$. (СК.1.13)

Таким чином, нами визначено знання і вміння з векторної алгебри, необхідні для розв’язання задач з ТОЕ. Описано п’ять компонентів предметної моделі студента з векторної алгебри. Враховуючи той факт, що між вивченням курсу вищої математики і спеціальних дисциплін зазвичай минає великий термін часу, студентам необхідно відновити знання і вміння з векторної алгебри. Для цього їм недостатньо надати простий перелік формул. На нашу думку при навчанні спеціальних дисциплін, таких як теоретичні основи електротехніки, буде корисним надати студентам семантичний (опорний) конспект з векторної алгебри. В цьому конспекті в дуже зручному дискретному вигляді подані всі знання, на які має спиратися студент при вивченні спеціальних дисциплін.

Список використаної літератури

1. Атанов Г. О. Теорія діяльнісного навчання. – К.: Кондор, 2007.
2. Євсеєва О. Г. П'ятикомпонентна предметна модель студента технічного університету з вищої математики. Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки). – №1. – Бердянськ: Вид-во БДПУ, 2010. – С. 163-169.
3. Євсеєва О. Г., Прокопенко Н. А. Визначення цілей і змісту навчання векторної алгебри студентів технічного університету./ Матеріали міжнародної науково - методичної конференції «ПМО-2010». 24-26 листопада. М. Черкаси. С. 202-204.
4. Рибалко М. П. Есауленко В. О, Костенко В. І. Теоретичні основи електротехніки: лінійні електричні кола: Підручник. – Донецьк: Новий світ, 2003. – 513с.
5. Прокопенко Н. А. Семантичний конспект з векторної алгебри / Н. А. Прокопенко // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки). – №1. – Бердянськ: Вид-во БДПУ, 2010. – С. 80-92.
6. Євсеєва О. Г., Прокопенко Н.А. Операційна компонента предметної моделі студента технічного університету з векторної алгебри // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 33. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2010. – С. 28-34.

РОЛЬ І МІСЦЕ ДИДАКТИЧНИХ ІГОР У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ МЕДИЧНОЇ ТА БІОЛОГІЧНОЇ ФІЗИКИ

Пудова С. С.,
асистент,
Вінницький національний медичний університет імені М. І. Пирогова

У статті наведено приклади використання дидактичних ігор при вивченні медичної та біологічної фізики у ВМНЗ. Автор розкриває питання часу проведення ігор, рівня складності завдань, кількості учасників, ролі викладача та студентів при підготовці до ігор, впливу дидактичних ігор на мотивацію майбутніх лікарів до вивчення медичної та біологічної фізики та на формування їхніх професійних компетенцій, професійної етики.

В статье приведены примеры использования дидактических игр при изучении медицинской и биологической физики в ВМУЗ. Автор раскрывает вопросы времени проведения игр, уровня сложности заданий, количества участников, роли преподавателя и студентов при подготовке к играм, влияния дидактических игр на мотивацию будущих врачей к изучению медицинской и биологической физики и на формирование их профессиональных компетенций, профессиональной этики.

The article presents examples of the use of didactic games during the studying medical and biological physics in higher medical educational institution. Author reveals issues such as time of games, complexity of tasks, number of participants, the role of teacher and students in preparation for the games, game's impact on the motivation of future doctors to studying medical and biological physics and on the formation of their professional competence, professional ethics.

Постановка проблеми. При вивченні кожної теми медичної і біологічної фізики можна простежити її інтеграційні зв'язки з теоретичними та клінічними дисциплінами на різних курсах. Проте, за дослідженнями Н.В. Стучинської, студенти-медики випускних курсів недооцінюють роль біофізики у фаховій діяльності, у формуванні світогляду лікаря[5, с. 102-103]. 95 % майбутніх лікарів не бачать перспектив використання знань із стохастики у фаховій діяльності [5, с. 299]. Таким чином, не зважаючи на значущість медичної і біологічної фізики у професійному становленні майбутніх лікарів, спостерігається значний відсоток студентів з низькою мотивацією до вивчення цієї дисципліни взагалі або окремих її тем. Актуальність проблеми підвищення мотивації студентів-медиків до вивчення медичної і біологічної фізики спричиняє необхідність пошуку шляхів її вирішення. Один зі шляхів ми вбачаємо у використанні дидактичної гри у процесі фахової підготовки лікаря, що дозволяє моделювати окремі ситуації професійної діяльності під час навчальних занять.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На підвищенні мотивації студентів-медиків при вивченні медичної та біологічної фізики наголошували О.Є. Акуліч, В.А. Бондаренко, Н.О. Гордієнко, О.В. Зайцева, В.Г. Кнігавко, О.М. Старікова, Н.В. Стучинська, Т.Ю. Чеська та інші. Зокрема, серед шляхів підвищення мотивації навчання студентів О.Є. Акуліч виділяє інтеграційні зв'язки медичної та біологічної фізики з іншими дисциплінами [1]; В.А. Бондаренко, Н.О. Гордієнко, О.В. Зайцева, В.Г. Кнігавко звертають увагу на вдосконалення форм і методів самостійної роботи студентів-медиків [4].

М.Н. Бондаров, О.І. Бондарова, М.О. Горошенко, В.Ф. Заболотний, О.В. Новиков, Р.В. Олійник, О.В. Пішенко, Л.В. Тополя та інші розкривали питання, пов'язані з дидактичними іграми при вивченні фізико-математичних дисциплін у школі. Зокрема, Р.В. Олійник, М.О. Горошенко розглянули класифікації навчальних ігор, виділили якості особистості та вміння, які, на їх думку, формуються в учнів при систематичному використанні ігрових технологій на уроках фізики [3]. Серед дидактичних ігор, які використовуються в процесі вивчення фізико-математичних дисциплін, поширеними є інтелектуальні ігри. Є.В. Алексеєв, В.Г. Бєлкін, Н.А. Курмашева, М.О. Поташев, І.К. Тюрікова розкрили питання організації та проведення тренувань, турнірів, чемпіонатів, фестивалів команд «Що? Де? Коли?» та «Брейн-рингу» [6]. М.Н. Бондаров і О.І. Бондарова навели приклад позакласного використання гри «Брейн-ринг» у 9 та 11 класах при вивченні фізики [2].

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. В науковій літературі можна знайти велику кількість розробок дидактичних ігор на уроках фізики та математики в школі та значно меншу кількість – у вищих закладах освіти. На деяких кафедрах з медичної та біологічної фізики у ВМНЗ час від часу проводять інтелектуальні змагання між студентами-медиками. Зокрема, в Київському медичному університеті імені О.Богомольця на кафедрі медичної та біологічної фізики ми зустрічали повідомлення щодо проведення брейн-рингу. Однак в педагогічній літературі ми не знаходили розробок подібних заходів у ВМНЗ (тобто, якщо вони існують, то їх кількість незначна).

Формулювання мети статті. В статті прагнемо розкрити роль і місце дидактичних ігор при вивченні медичної та біологічної фізики у ВМНЗ як в аудиторний, так і в позааудиторний час. Іншими завданнями вбачаємо виділення якостей особистості, які можуть формуватися при участі в таких іграх, та вплив останніх на мотивацію студентів-медиків щодо вивчення медичної та біологічної фізики.

Виклад основного матеріалу дослідження. Однією з особливостей медичної та біологічної фізики є те, що за навчальною програмою матеріал дисципліни включає як теми з математики (модуль 1 «Математична обробка медико-біологічних даних»), так і теми з фізики (модуль 2 «Основи біофізики», модуль 3 «Основи медичної фізики»). Тому при розробці дидактичних ігор викладач має певний простір: або працювати тільки в межах певного модуля, або поєднати інформацію з математики та фізики.

З 2009 по 2011 роки в процесі вивчення медичної та біологічної фізики студентами-медиками Вінницького національного медичного університету імені М.І. Пирогова ми апробували дидактичні ігри типу «Що? Де? Коли?» та «Брейн-ринг» в аудиторний та позааудиторний час. В аудиторний час такі змагання можна проводити, в основному, в одній підгрупі (на кафедрі біофізики навчання відбувається по підгрупам – 10-14 студентів) та за наявності вільного часу на занятті. Запитання можуть стосуватися як тем, які вже вивчалися, так і довільної тематики відповідно до дисципліни. В позааудиторний час є можливість збільшити тривалість проведення гри (відповідно, і кількість запитань) та кількість команд, залучивши один або декілька факультетів.

При проведенні інтелектуальних ігор в навчальній підгрупі вперше (особливо в перші місяці навчання на І курсі) основне навантаження при підготовці лягає на викладача. Викладач виступає ініціатором і готує повністю всі запитання. Студенти у підготовці гри займають пасивне місце, частина з них може щось підчитати, повторити перед заняттям. Але, як показує досвід, навіть якщо студенти завчасно знають про брейн-ринг, вони, як правило, до нього не готуються. Основне завдання першої дидактичної гри, яке ми ставили перед собою – підвищити мотивацію студентів-медиків до вивчення медичної та біологічної фізики.

При складанні запитань ми враховували той факт, що при наявності великої кількості запитань лише фізико-математичного характеру без прикладного медичного значення та запитань, на які студентам складно відповісти, ймовірність підвищити мотивацію майбутніх лікарів до вивчення медичної та біологічної фізики невелика. Тому запитання були різного характеру, різного рівня складності і відповідно чергувалися. Приблизно 40 % запитань безпосередньо були пов’язані з вивченим матеріалом (відповіді або підказки можна знайти в навчальній літературі); 20 % запитань містили фізичні або математичні задачі; інші запитання потребували від майбутніх лікарів додаткових знань з медичної та біологічної фізики, суміжних дисциплін, історії медицини, фізики, математики.

У грі беруть участь усі студенти підгрупи. Вони показують свою ерудованість, творчий підхід до розв’язування деяких завдань, вчаться працювати в команді, приймати спільне рішення, захищати або оскаржувати відповідь. У підгрупі створюється позитивний морально-психологічний клімат: неправильна відповідь не впливає на оцінку, зростає свобода висловлювати власну думку, з’являється додаткова можливість показати власні знання іншим, проявити організаторські здібності, змінюються ролі викладача та учнів тощо. Нестандартне проведення заняття, де наявні доступність, логіка, прикладне значення матеріалу, інтеграційні зв’язки, відчуття перемоги не лише у грі, а й у відповіді на складні запитання, певне психологічне розслаблення і позитивне налаштування на заняття та інші фактори підвищують зацікавленість майбутніх лікарів до медичної та біологічної фізики. Крім того, якщо гравці показали гарні результати, є можливість заохочення додатковими балами за індивідуальну самостійну роботу студентів (зовнішній мотиваційний чинник). Враховуючи те, що до першої гри студенти-медики особливо не готуються, то кількість балів за індивідуальну самостійну роботу студентів, ми вважаємо, має бути невелика і не перевищувати ваги реферата. Проте, якщо організувати підготовку та проведення гри по-іншому, то студент має можливість отримати більшу кількість балів.

Після першої інтелектуальної гри в підгрупі студенти-медики зазвичай висловлюють побажання щодо проведення наступної. Викладач може змінити тактику та частину правил гри, поставити певні цілі перед групою, зокрема:

– студентам завчасно повідомляють теми з медичної та біологічної фізики, які будуть охоплені під час гри;

– учасники команд мають опрацювати додатково інформацію, пов’язану з вказаними темами;

– кожна команда має представити певну кількість власних запитань для супротивників.

Теми ми намагалися підбирати таким чином, щоб вони не відрізнялися від навчального матеріалу модуля, під час якого відбувається гра. Це спрямовано на те, щоб майбутні лікарі краще опрацювали, закріпили навчальний матеріал, а також на збереження часу як викладача, так і студентів. Останні, навчаючись на першому курсі, мають достатнє учбове навантаження як на заняттях, так і після них. Досліджувати додаткові теми з медичної та біологічної фізики в позаурочний час погоджуються не всі. Завдання ж викладача – організувати другу дидактичну гру, задіявши всю навчальну підгрупу до пошуку та обробки нової інформації. Таким чином, дидактична гра, організована під час заняття, містить елементи поза аудиторної самостійної роботи студента та спонукає до активного навчання.

Серед напрямків пошуку додаткової інформації ми надаємо перевагу історичним та прикладним аспектам. Майбутні лікарі мають змогу дослідити розвиток медичних приладів, впровадження лікувальних методик на основі фізичних явищ, процесів у медичну практику, стан та перспективи розвитку медичної апаратури на сьогоднішній день, поповнити знання про вчених світу та України, встановити зв'язок певної теми з галузями медицини, фаховою діяльністю лікаря за напрямком, який цікавить студента тощо. На основі власних досліджень студенти готують реферати, основний зміст яких вони можуть повідомляти на заняттях як до гри, так і після. Таким чином, роблячи акцент на пошуковій роботі студентів-медиків перед грою, викладач може впливати на їх діяльність, яка спрямовується на формування фахових компетенцій майбутнього лікаря. Серед них основними є навички пошуку та обробки нової інформації, використовуючи різні джерела (книги, періодичні видання, інтернет-ресурси, монографії тощо); навички самоорганізації, самовдосконалення, самоосвіти (безперервне навчання). Постійний же зв'язок теорії з майбутньою професією підтримує внутрішню мотивацію студентів-медиків до вивчення медичної та біологічної фізики.

Відомо, що студенти-медики відрізняються один від одного за мотиваційними чинниками, особистісними властивостями, якостями, рівнем знань, умінь, навичок тощо; є «сильніші» академічні групи, є «слабші». Враховуючи це, викладачу медичної та біологічної фізики необхідно контролювати процес підготовки студентів-медиків до гри, а при потребі й розділити завдання між учасниками (диференціювати їх за складністю) та самих учасників на команди. Останнє використовуємо для того, щоб не створити диспропорцію в силах команд та формувати вміння та навички майбутніх лікарів працювати в команді будь-якого складу, орієнтуватися на результат.

Під час другої гри з'являються запитання, підготовлені командами. Кожна з них ставить суперникам по черзі однакову кількість запитань. Якщо команда не знаходить правильну відповідь, бал отримує команда, яка його підготувала. Кількість запитань від команд не перевищує третю частину всіх запитань у грі. Щоб уникнути невдалих запитань від команд (неправильно сформульованих, про мало відомі факти тощо) викладач може завчасно їх переглянути і підкоригувати або відкинути. Якщо не зробити завчасної перевірки, можна відкидати некоректні запитання або відповіді на них під час гри. В цьому випадку для команд буде можливість повчитися відстоювати власну думку, вести дискусію, дотримуючись правил етики, а також приймати думку інших, якщо вона достатньо аргументована.

При постійному проведенні інтелектуальних дидактичних ігор викладач накопичує досвід їх організації, проведення, а також запитання. На другий, третій рік подібної організації занять вже є можливість проводити змагання між студентами-медиками в кожному модулі. Студенти завчасно знають, що наприкінці модуля відбудуться змагання, і їм, щоб отримати бали за індивідуальну самостійну роботу студента, потрібно підготуватися. Таким чином, можливо постійно активізувати майбутніх лікарів до навчальної діяльності за допомогою дидактичних ігор.

На початку листопада 2011/2012 н.р. у Вінницькому національному медичному університеті імені М.І. Пирогова на кафедрі біофізики ми організували і провели фізико-математичний брейн-ринг для студентів медиків І курсу в позааудиторний час. До участі було запрошено також студентів Вінницького медичного коледжу імені Д.К. Заболотного. Загалом в заході взяло участь 11 команд. Ідея провести змагання не лише серед студентів медичного університету, а й медичного коледжу, була спрямована на взаємодію між різними ланками медичних закладів освіти, адже підвищувати мотивацію до вивчення природничих дисциплін (в тому числі фізики) та формувати професійне мислення майбутніх лікарів потрібно до початку вступу до ВМНЗ, а професійну культуру – при вивченні всіх дисциплін.

При складанні запитань ми врахували, що студенти-медики як медичного коледжу, так медичного університету ще не мають знань з медичної та біологічної фізики та не готувалися завчасно з певних тем. Тому для зацікавлення також були присутні запитання різного характеру та рівня складності. Всі команди відповідали на запитання одночасно, готуючись протягом хвилини та записуючи відповідь на аркуш паперу. Для прикладу наводимо частину запитань.

Запишіть назву функції або загальну формулу функції, яка в більшості випадків використовується для опису різних процесів в організмі. (Експоненціальна функція ($y = e^x$), або, можливі варіанти: показникова та логаритмічна функції). Деяка функція визначає розмір популяції бактерій в певний момент часу. Що визначає функція, яка є першою похідною від даної функції? (Швидкість зміни розміру популяції бактерій).

Статистично підтверджено, що багато патологічних процесів у парних органах в одних людей частіше виникають справа, в інших – зліва. Зокрема, захворювання легень частіше зустрічаються в людей справа; розвиток пієлонефриту частіше виникає в правій нирці; тромботичний інсульт виникає частіше справа... Яким математичним терміном можна описати подібні явища в парних органах у людей? (Асиметрія).

Яка геометрична фігура відображає стандартні відведення, необхідні для зняття ЕКГ? (Трикутник)

Які лінзи використовуються для виправлення короткозорості? (Розсіювальні).

Яким чином явище кавітації використовується в стоматологічній практиці? (Для чищення капілярних канальців,… – ендодонтія).

Відомо, що в трубці з більшим діаметром (більшою площею поперечного перерізу) швидкість течії рідини менша, ніж у трубці з меншим діаметром (меншою площею поперечного перерізу). Чому швидкість течії крові в капілярах менша за швидкість течії крові в аорті? (Загальна площа поперечного перерізу (діаметр) всіх капілярів більша за площу поперечного перерізу (діаметр) аорти).

В українській мові це слово є назвою одного з видів процесу переміщення фосфоліпідів у мембрані. В англійській мові одне із значень цього слова, записаного в множині, означає «в'єтнамки», «шльопки», «пляжні тапочки». Назвіть це слово. (Фліп-флоп).

Розташуйте наступні складові організму в порядку зростання швидкості поширення звуку в них: кістка, кров, мозок. (Кров, мозок, кістка).

Розташуйте наступні тканини організму у порядку зростання їх питомої електропровідності (від найгіршого до найкращого провідника електричного струму): кров, м'язи, суха шкіра, жирова тканина. (Суха шкіра, жирова тканина, м'язи, кров).

Які радіоактивні ізотопи використовують для дослідження функціонування щитовидної залози? (Йод).

Які тканини організму найбільше поглинають іонізуюче випромінювання (накопичують іонізуючу радіацію) при однаковій мірі іонізації повітря? (Кістки).

Яке радіоактивне випромінювання має найбільшу проникаючу здатність (найглибше проникає в організм)? (Фотонне випромінювання: рентгенівське випромінювання, гамма-випромінювання).

«Лезо», «лазерне випромінювання», «ультразвук», «електричне поле високої частоти». Назва якого медичного інструмента об'єднує ці слова в одну групу? (Скальпель).

Який параметр організму можна виміряти за допомогою плівок холестеричних рідких кристалів? (Температура).

Під впливом космічного випромінювання, сонячної радіації, грозових розрядів у повітрі утворюються частинки, які здатні притягувати до себе молекули газів, води, порошинок тощо. Як називаються ці частинки? (Іони, аероіони).

Висновки і перспективи подальших пошуків у напрямку дослідження. Інтелектуальні дидактичні ігри, які проводяться на початку вивчення медичної та біологічної фізики, спрямовані на підвищення мотивації студентів-медиків до вивчення дисципліни. На завершенні модулів з медичної та біологічної фізики викладач може використовувати дидактичну гру як метод узагальнення, закріплення матеріалу, перевірки рівня сформованості знань, умінь, навичок, професійного мислення. Постійне використання дидактичних ігор сприяє підвищенню рівня професійної культури майбутніх лікарів (поглиблення професійних компетенцій та етики спілкування).

Подальші наші дослідження спрямовуємо на дослідження шляхів підвищення професійної культури майбутніх лікарів та інших шляхів підвищення мотивації студентів-медиків при вивченні медичної та біологічної фізики.

Список використаної літератури

1. Акулич О. Е. Методика реализации ценностно-смысловых ориентиров студентов при изучении медицинской и биологической физики [Текст] : дис. ... канд. пед. наук: спец. 13.00.02 / О. Е. Акулич. – Челябинск, 2005. – 223 с.
2. Бондаров М. Н. «Брейн-ринг» – финал 9-11 классы [Текст] / М. Н. Бондаров, О. И. Бондарова // Физика : еженед. метод. газета для препод. физики, астрономии и естествознания. – 2004. – 16-23 октября (№ 39). – С. 10-13.
3. Олійник Р. В. Ігрові технології на уроках фізики [Текст] / Р. В. Олійник, М. О. Горошенко // Пошуки і знахідки. Серія: фізико-математичні науки. – 2010. – Вип. 1. – С. 178-181.
4. Особливості організації та проведення самостійної роботи студентів на кафедрі медичної та біологічної фізики і медичної інформатики [Електронний ресурс] / В. Г. Кнігавко, О. В. Зайцева, В. А. Бондаренко, Н. О. Гордієнко // Publishing house Education and Science s.r.o. – Режим доступу: http://www.rusnauka.com/26_SSN_2010/Medecine/71682.doc.htm .
5. Стучинська Н. В. Інтеграція фундаментальної та фахової підготовки майбутніх лікарів у процесі вивчення фізико-математичних дисциплін [Текст] : дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / Н. В. Стучинська ; Ін-т педагогіки АПН України. – К., 2008. – 483 арк. : табл., рис.
6. Что? Где? Когда? [Электронный ресурс] / Авт.-сост.: Е. В. Алексеев, В. Г. Белкин, Н. А. Курмашева [и др.] // Либрусек. – Книги. – Режим доступа: http://lib.rus.ec/b/114741/read .

ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ СВЯЗИ ТЕОРИИ С ПРАКТИКОЙ ВО ВРЕМЯ ЗАНЯТИЙ ПО ГЕОМЕТРИИ С ПОМОЩЬЮ GOOGLE SKETCHUP

Тончева Н.Х.,

Шуменский университет “Епископ Константин Преславский”

У статті показаний приклад здійснення навчання математики, в якому видно необхідність математики для вирішення повсякденних завдань. В якості дидактичних посібників, використані готові та авторські моделі, створені за допомогою Google SketchUp 8. Показано можливі варіанти, переваги та недоліки програми в даному підході до навчання.

В докладе показан пример осуществления обучения математике, в котором видна необходимость математики для решения повседневных задач. В качестве дидактических пособий, использованы готовые и авторские модели созданные с помощью Google SketchUp 8. Показаны возможные варианты, преимущества и недостатки приложения данного подхода в обучении.

An approach of teaching mathematics by using examples from real life is shown in the paper. As a didactic tools are used models created by using Google SketchUp 8. These models show the need of mathematics to solve everyday problems. In the thesis are shown possible advantages and disadvantages of the application of this approach in teaching mathematics.

В современном образовании одной из основных целей является необходимость в обучении, в котором ярко видно практическое приложение теоретических знаний, алгоритмических конструкций и способность к логическому и пространственному мышлению. Согласно [1] еще со второго уровня восьми-степенной таблицы европейской квалификационной рамки, заложено умение решать практические задачи, используя набор правил, а в данном примере - теорем, свойств, формул и алгоритмов. На практике однако, школьники за частую решают сложные задачи, не умея при этом справится с элементарными бытовыми проблемами, как вычисление необходимого количества черепицы для покрытия данной крыши.

Геометрия, и особенно стереометрия, дают благоприятные условия для демонстрации приложимости школьной математики в повседневную жизнь. Некоторые учителя уделяют время на то, чтоб показать знакомые примеры, с помощью измерений предметов, находящихся в классе. Этот подход удачен, но требует время и зачастую приводит к избытку эмоций у школьников и к ухудшению дисциплины.

В данной работе предлагается использовать софтуер, с помощью которого легко можно создать или исползовать готовые модели, на базе которых можно составить и решать задачи, которые тесно связаны с бытом человека. Вопреки три-мерности моделей, данный подход особенно удачно использовать и в обучении планиметрии, ставя школьников в знакомые ситуации нахождения нужных плоскостей и решая задачи только в них (далее Рис. 3 пример).

Существует много возможностей для осуществления компьютерно-базированных занятий по геометрии. У каждого продукта есть свои преимущества и недостатки. В интернет-пространстве предлагается огромное множество софтуера направленного на динамическую математику, компьютерную графику, виртуальные реальности и т.д. В одних есть возможность проследить поэтапно построение, в других есть возможность создания реалистичных моделей, некоторые бесплатны, за другие приходиться платить лицензию.

Почему именно Google SketchUp? Данный продукт создан в основном для дизайна предметов, интерьеров и зданий. Именно эти возможности особо интересны учащимся и зачастую пробуждают у них больший интерес, чем чисто образовательный софтуер, специально созданный для обучения. Школьники сильно мотивированы и легко могут сами справится с изучением данного продукта так как на сайте [2] множество видео-уроков, направленных к потребителям от совсем новичков до профессионалов. Дополнительным мотивом, является возможность создания моделей зданий для Google Earth, что может легко заинтересовать школьников и внести удовлетворение от „публичности" результатов их работы.

Организация продукта направлена на простоту пользования потребителями с разными потребностями. Надо подчеркнуть интуитивность, предложенных инструментов. Их вид буквально подсказывает потребителю что для чего и как использовать.

Особенно важен факт, что существует бесплатная версия, доступная для всех - Google SketchUp. На сегодняшний день Google SketchUp Pro предлагается за 495$. В платной версии множество преимуществ связанных с изготовлением документации к составленным трехмерным моделям, возможности качественного показа в двумерном виде, возможности удобно презентировать множество созданных моделей и т.д. Это конечно значительно оптимизирует работу профессиональных дизайнеров, но для целей обучения математике вполне достаточны возможности бесплатной версии.

С другой стороны реалистические модели и возможность их увидеть со всех сторон, почувствовать внутри определенного предмета, измерить нужные компоненты, ставит учащихся в ситуацию, близкую к реальной.

Вот несколько готовых моделей, заимстванных из [1],

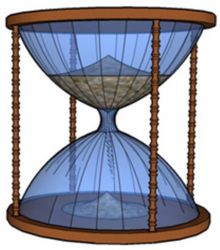


Рис. 1

На Рис. 1 показан школьный проект модели песочных часов, созданный 11-классником, а на Рис. 2. студенческий проект здания.

Рис. 2

Не на последнее место можно поставить и возможность осуществить межпредметную связь с „Информационными технологиями“, „Технологией (Трудом)“, а так же с предметами, изучающие дизайн в школах, ориентированных на дизайн, строительство и архитектуру. Если учитель сумеет организовать введение изучения SketchUP на уроках ИТ, то он сможет сэкономить время, а учитель информатики (или соответного предмета) со своей стороны сможет осуществить множество целей обучения своего предмета. Если данная организация невозможна, то учитель математики, после коротких инструкций, может с помощью проектного подхода поставить школьникам задачи, требующие рассмотрение продукта. Далее в обучении можно использовать в основном готовые модели. С течением времени школьники быстро смогут и сами справится с созданием своих, однако это не решающий момент в данном подходе!

Конечно использование данного продукта далеко не имеет цель сделать из всех школьников дизайнеров, а лишь дать им возможность приложить свои знания по планиметрии и стереометрии в виртуальной модели. Если у детей нет интереса к работе с продуктом, учитель с легкостью может сам управлять моделями, что не скажется пагубно на эффекте данного подхода.

В зависимости от целей обучения, типа урока, отведенного времени, материальной базы и множества других условий, возможны разные подходы, вот несколько из них:

1. Задано описание задачи вместе с готовым файлом, на котором указаны некоторые размеры предмета или эти размеры указаны в тексте самой задачи:

   ✓ Тут возможно полное описание, но возможно и не упоминать факты как правильность фигур, то что некоторая точка является серединой некоторого отрезка и т.д. Эти факты можно уточнить во время беседы с школьниками и договорится что далее не будем их упоминать если они очевидны (так как модели - стандартные предметы быта и все знакомы с ними)

   ✓ Предметы представлены реалистично, но при необходимости задана прозрачность чтоб была видна их внутренность.

2. Задан только файл и вопросы по задаче, а от школьника требуется, с помощью возможностей SketchUp измерить заданные параметры.

3. От школьника требуется самому создать модель и выполнить вычисления.

На Рис. 3 представлен рабочий экран SketchUp 8 с одним примером – моделью беседки, на которой указаны некоторые измерения. Учитель может задать разнообразные задачи, используя данную модель.

С помощью данного примера можно решать задачи еще в 5 классе (по болгарской учебной программе). Например, сколько квадратных метров решетчатой плоскости потребуется для изготовления данной беседки или сколько приблизительно плиток размером 20 см × 20 см уйдет на покрытие пола и т.д.

Для школьников постарше можно составить задачи на вычисления объема беседки, только ее крыши или салона, нахождения углов и т.д.

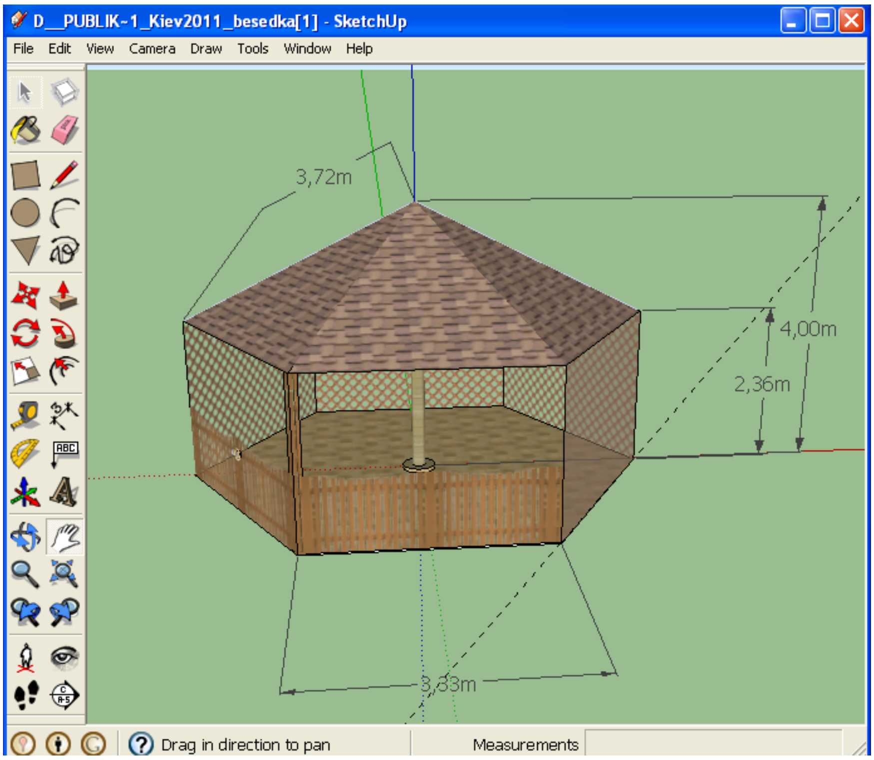


Рис. 3

На Рис. 4 представлена следующая задача: Фокусник готовит трюк „разрезания“ девушки в непрозрачной коробке. Он должен разрезать одной плоскостью паралелепипед, при этом плоскость обязательно должна пройти через указанные на чертеже точки *A*, *B* и *C*. Начертите эту плоскость. Разрежет ли данная плоскость девушку? Если да, то кроме подпоры под ее ногами, нарисуйте еще, в удобном для нее месте, ступеньки и ручки, за которые она могла бы ухватится во время исполнения трюка.

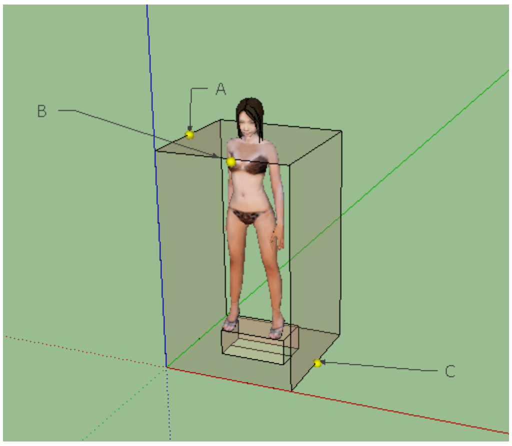


Рис. 4

На Рис.4 показана картинка с начального файла, который задан школьникам, а на картинках с Рис. 5 показано примерное решение в разных ракурсах. Данную задачу можно использовать разными способами. Одним из самых удачных, является в качестве мотивации в необходимости изучения сечений. Эта задача может быть одной из первых данного типа. Учитель может проследить построение, а за тем попросить школьников классическим путем, с помощью чертежей в тетради описать построение сечения.

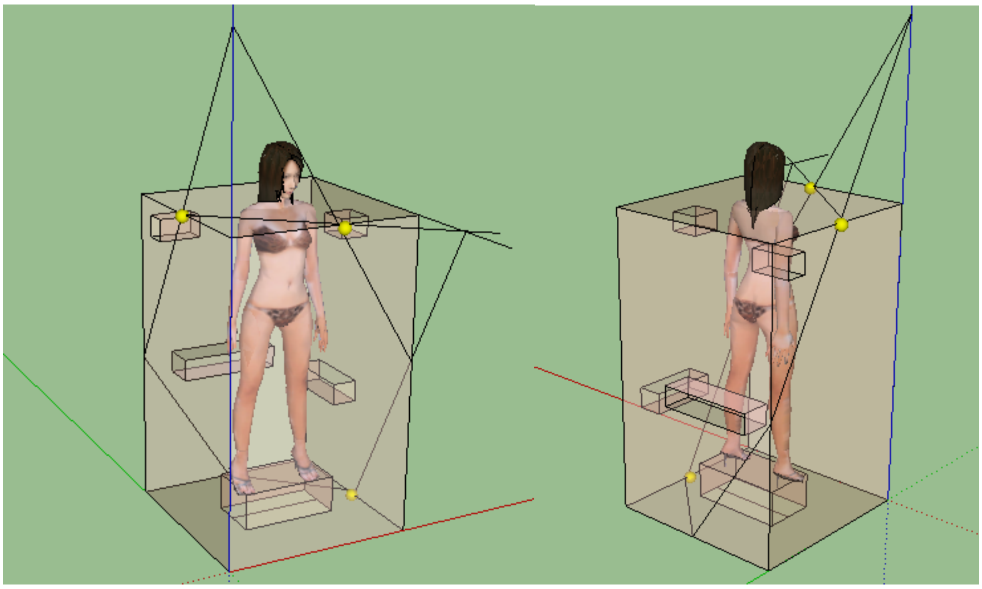


Рис. 5

На Рис. 6 представлена примерная модель стола. Данный пример можно пользовать как и все показанные ранее, но возможно и использование подобной модели предмета, который будет изготовлен школьниками на занятиях труда или в качестве проекта в школах, направленных на дизайн.

В данные задачи можно добавить и вопросы на вычисление процентов, например: Сколько кубометров дерева понадобится на изготовление данного предмета, если известно что в процессе работы потеря материала примерно 30%?

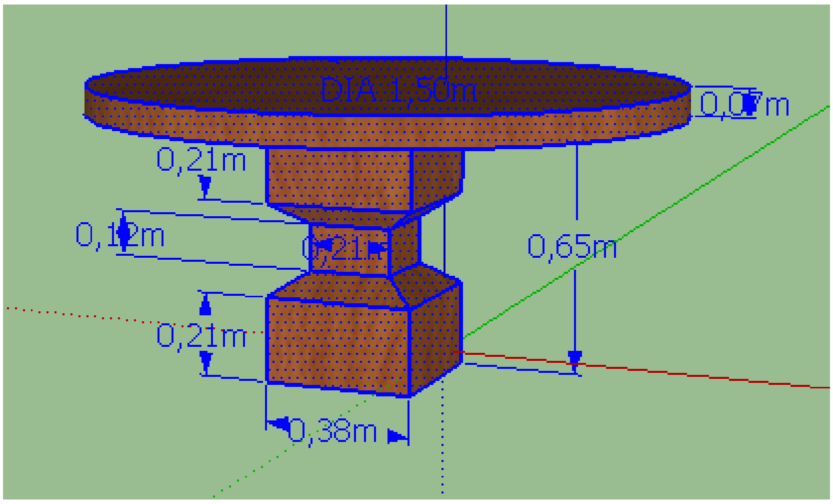


Рис. 6

Кроме выбора методов и подходов, возникает вопрос и о технических средствах, необходимых в обучении. Хотя в современной школе уже не проблема установить в классе нужное оборудование, но все же если класс не предназначен для постоянного использования компьютерно-базированного обучения, для учителя может составить трудность организация занятия с использованием компьютера. Существуют разные возможности:

Вариант 1 Компьютер для управления учителем и проектор. Школьники работают письменно и на компьютере если их позовут к доске.

Вариант 2 Интерактивная доска.

Вариант 3 Все школьники имеют доступ в компьютеру и работают самостоятельно, следя инструкции и действия как в Вариантах 1 и 2.

Вариант 4 Данное обучение проводится в основном самостоятельно в домашних условиях на личном компьютере, по предложенным заранее указаниям и заданиям.

– Этот вариант можно использовать как дополнение к вышеупомянутым.

– Самостоятельно, если есть проблемы с материальным обеспечением школы. В этом случае проверку и обсуждение с классом возможно провести в интернете, но для такого подхода учитель должен отделить свое собственное время и мотивировать школьников к участию в таком занятии.

– Используя проектный подход, школьники самостоятельно или в группах выполняют поставленные задания, а потом представляют перед классом свои результаты.

Ясно что выбор варианта или набора вариантов зависит в основном от учителя, но при достаточной мотивации возможно школьники сами придут на занятия со своими ноутбуками.

Конечно, кроме преимуществ данный подход имеет свои минусы. Возможными недостатками можно считать:

- Отклонение внимания с задачи на модель.

- Возможность измерить искомую длину или автоматически найти искомую площадь – этот „недостаток“ легко можно превратить в преимущество, задавая ученикам возможность самопроверки, но обязательно спрашивать с них полное письменное решение задачи. Если учитель сам управляет моделью, то он просто не должен осуществлять данные измерения пока школьники не достигли результата сами.

- Необходимость в дополнительной самоподготовке со стороны учителя, которая занимает его личное время и факт что не все учителя настроены положительно к использованию компьютера на занятиях математики.

В заключение нужно отметить, что использование виртуальных и физических моделей должно чередоваться классической работой на бумаге. В настоящее время наблюдаются большие трудности в обучении, когда приходится использовать пространственное воображение. Данный подход в оформлении и решении некоторых задач может мотивировать школьников к работе на уроках математики и информационных технологиях, а также наглядно показать им необходимость школьной математики в быту. Однако учителям не стоит увлекаться чрезмерным использованием компьютера на уроках, так как это может привести к притуплению способностей пространственного мышления без внешних технических средств.

Выбор подходов, сопровождающего софтуера, дидактических пособий, оптимизация используемых методов и средств должен привести в конце концов к равитию пространственного мышления и возможности приложить в деле выученного на уроках математики.

Список использованной литературы

1. Implementing the Community Lisbon Programme Proposal for a Recommendation of the European Parlamanet and of the Council on the Establishment of the European Qualifications Framework for lifelong learning, Brussels, 2006
2. URL: http://picasaweb.google.com/gallery.sketchup, 12.1.2011 г.
3. URL: http://sketchup.google.com/intl/en/index.html, 12.1.2011 г.

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ГАЛУА В КУРСІ «АЛГЕБРА І ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ»

Требенко Д.Я.,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Требенко О.О.,
кандидат фіз.-мат. наук,
Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова

У статті детально обґрунтовується необхідність розширення змісту курсу «Алгебра і теорія чисел» педагогічного університету елементами теорії Галуа.

В статье детально обоснована необходимость расширения содержания курса «Алгебра и теория чисел» педагогического университета элементами теории Галуа.

The necessity of expanding the content of “Algebra and Number Theory” course of the pedagogical university through the introduction of Galois Theory elements is argued in detail in the article.

Постановка проблеми. Питання про оновлення змісту і методології курсів математики в школах та університетах із урахуванням досягнень сучасної математичної науки є предметом активного обговорення більше століття, з того часу як Ф.Клейн висунув свою знамениту «ерлангенську» програму. За задумом Клейна ключову роль в точних науках мали відіграти поняття групи і ідея перетворення. Спочатку більшою мірою зміни торкнулись програм університетських курсів. Про докорінне оновлення наукової системи ШКМ всерйоз заговорили лише в 40-х роках XX ст. Ідейним натхненником реформ виступив О.М.Колмогоров. Саме він в 1938 р. на засіданні Московського математичного товариства в оглядовій доповіді «Сучасні питання теоретико-множинної геометрії» підкреслив їхню неминучу необхідність. Досвід групи французьких математиків Бурбакі та дослідження швейцарського психолога Піаже, який виявив в людському мисленні структури, аналогічні структурам порядку, топології і алгебри, підкріплювали задуми Колмогорова. Ідею та перші результати реформ позитивно оцінили Міжнародні конгреси в Амстердамі (1954) і Стокгольмі (1960), спеціальна комісія при ЮНЕСКО (1960). Однак на теренах Радянського Союзу лише в 60-х роках ідеї Клейна вдалось реально втілити в життя. Нова програма з математики на основі теоретико-множинної концепції побачила світ у 1968 р. Зміни проводились під гаслом зближення шкільної математики із сучасною математичною наукою.

На жаль, надії на нову методологію не виправдались. Через нищівну критику, розпочату публікацією статті академіка Л.С.Понтрягіна в журналі «Комуніст» в 1980 р., експеримент завершився достроково. Стаття була підтримана багатьма видатними радянськими вченими і педагогами. Зараз відомі основні мотиви цієї кампанії (мається на увазі, підтримка курсу на модернізацію математичної освіти та схвальні відгуки на нові підручники правлячою елітою на Заході і католицькою церквою), але факт залишається фактом: результатом дискредитаційної кампанії стала повна відмова в середині 80-х рр. від теоретико-множинного підходу до побудови курсу.

По-іншому склалась доля програм з математики педагогічних інститутів. У зв'язку із переходом шкіл до нової програми в 1970 р. курс «Вища алгебра», який до цього часу був зосереджений на вивченні алгебраїчних рівнянь та їхніх систем, було перейменовано на курс «Алгебра і теорія чисел». Головною метою цього курсу стало вивчення основних алгебраїчних структур і виховання алгебраїчної і теоретико-числової культури, необхідної майбутньому вчителю для глибокого розуміння цілей та завдань як основного курсу математики, так і шкільних факультативних курсів. (Дивує лише те, що програма не передувала реформі шкільного курсу, а прямувала за нею із великим запізненням. Зауважимо, що це свого часу негативно вплинуло на процес модернізації змісту ШКМ. Як зазначав академік А.М.Колмогоров, «…укладачі програм у першому їхньому варіанті намітили досить помірну, на їхню думку, схему введення елементів сучасного підходу до основних математичних понять в шкільному викладанні. В остаточному проекті укладачі більш обережні, ніж їм хотілося б… Але, мабуть, така ще більша обережність відповідає реальному стану із підготовкою не лише нашого учительства, але і методистів, і викладачів педагогічних інститутів» [1, С.8]). До програми було введено елементи математичної логіки і теорії множин, відомості про алгебраїчні структури: групи, кільця, поля та про лінійні простори.

На щастя, відмова від теоретико-множинної основи в ШКМ не позначилась на програмах педагогічних інститутів, не призвела до вилучення елементів сучасної математики. Навпаки, в 90-х роках постало питання про необхідність зближення програм математичних курсів педагогічних інститутів і класичних університетів. До обговорення проектів нових програм для педагогічних інститутів було залучено представників як педагогічних, так і класичних ВНЗ, але конкретних результатів такі спільні засідання не принесли. Дійсно, без детального цілеспрямованого дослідження, простим копіюванням програм проблеми не вирішити. Зміст курсу формується із урахуванням мети і завдань курсу, а вони, в свою чергу, визначаються із загальних цілей і завдань підготовки фахівця. Тому, враховуючи, що класичний і педагогічний університети готують фахівців різної кваліфікації (класичний університет орієнтований головним чином на підготовку математика-дослідника, а педагогічний – на підготовку вчителя), зміст програм цілком ідентичним бути не може.

Над проблемою формування змісту навчальної дисципліни «Алгебра і теорія чисел» педагогічного університету автори працюють вже досить тривалий період: розроблено принципи формування змісту і виділено критерії відбору навчального матеріалу, знайдено повне розв'язання проблеми послідовності вивчення програмового матеріалу, визначено необхідність та досліджено можливості розширення змісту курсу елементами теорії чисел.

Метою даної роботи є обґрунтування доцільності включення елементів теорії Галуа до змісту дисципліни «Алгебра і теорія чисел» педагогічного університету.

Виклад основного матеріалу. Головною метою фундаментальної математичної дисципліни (для майбутніх вчителів математики) є вивчення основ тієї галузі математичної науки, яку репрезентує дана дисципліна, оволодіння її методами, основними ідеями, теоретичними положеннями та застосуваннями, формування математичної культури, що забезпечить розуміння майбутнім вчителем цілей і завдань як основного шкільного курсу математики, так і спеціальних факультативних курсів. Вчитель, який розуміє фундаментальні основи ШКМ, здатний не лише до *відтворення* матеріалу із підручника. Він може *проаналізувати* зміст підручника (порівняти зміст різних підручників) та програмні вимоги, виділити основну ідею і другорядний матеріал, самостійно знайти способи реалізації цієї ідеї на уроці, виявити (що особливо важливо) складні для розуміння учнями питання і відповідним чином спроектувати навчально-пізнавальну діяльність учнів на основі диференційованого підходу. Такий вчитель готовий до творчо-пошукової роботи разом з учнями, до конструювання нових знань, до формування творчої особистості учня. Він може зацікавити учнів, розказавши про сучасні досягнення в науці, про чисельні застосування математичних результатів в різних областях економіки, інформаційної безпеки, галузях науки і техніки, показати математику як науку, а не як «навчальний предмет». Якщо ж вчитель сам не розбирається в цих питаннях, має вузький, обмежений математичний світогляд, прив'язаний лише до конкретного підручника, важко очікувати, що його учні матимуть інтерес до предмету, прагнутимуть до творчих пошуків математичних закономірностей. Тому вчитель повинен мати солідну фундаментальну математичну підготовку, володіти своїм предметом в межах, що далеко сягають за рамки шкільної математики, бути зовсім не поверхнево ознайомленим із елементами сучасної математики, мати достатній рівень математичної культури.

Сучасна математика – це складна наукова система, в якій на сьогодні виділяють понад 60 основних математичних галузей, кожна з яких має свій предмет, особливий зміст, свої методи і області застосувань. Диференціації в сучасній математичній науці важко уникнути: вона є закономірним наслідком бурхливого розвитку математики, швидкого збільшення обсягу знань. Диференціація неминуче веде до спеціалізації і розподілу наукової праці: якщо ще 150-200 років тому математик міг однаково добре розбиратись в абсолютно різних математичних областях, то за останні 100 років кількість математичних об'єктів, доступних для вивчення, неймовірно зросла, і сьогодні охопити все розмаїття різнохарактерних математичних знань просто фізично неможливо.

Тому цілком природно, що і математична освіта майбутнього вчителя математики, як відображення математичної науки, являє собою набір навчальних дисциплін, що репрезентують ту чи іншу історично сформовану галузь. Розподіл на навчальні дисципліни дозволяє більш ґрунтовно підійти до вивчення теоретичних основ кожної окремої математичної галузі.

Аналогічно цілком виправданим є структурування змісту навчального дисципліни на основі провідних теорій відповідної математичної галузі: в рамках теорії єдиний понятійний апарат, спільні методи дослідження, тому знання, вміння і навички накопичуються швидше, і це дозволяє більш глибоко і детально проникнути в суть теорії, вивчити окремі її аспекти. Концентрація матеріалу навколо математичної теорії забезпечує можливість передачі в узагальненому вигляді визначеного обсягу знань, що сприяє формуванню теоретичного мислення.

Водночас, такий підхід до вивчення математики не сприяє формуванню цілісного уявлення про математику як науку, про її основні ідеї і методи, утруднює встановлення взаємозв'язків. В результаті математична галузь, яку репрезентує навчальна дисципліна, і математика в цілому, постають перед студентом у вигляді сукупності малопов'язаних наукових теорій, кожна з яких розвивається сама по собі, без взаємозв'язку із іншими, за своїми законами, правилами.

Цілісність є результатом процесу інтеграції, тому формування цілісного уявлення про навчальну дисципліну може бути забезпечено реалізацією інтеграційних процесів у навчанні. Однією із форм інтеграції є виділення окремого комплексу знань, вмінь і навичок узагальнюючого, систематизуючого характеру.

На думку авторів, в якості узагальнюючого матеріалу в курсі «АТЧ» можна з успіхом використати елементи теорії Галуа.

Під теорією Галуа на її першому етапі розвитку розуміли теорію, метою якої було вияснення умов розв'язності заданого рівняння в радикалах (принаймні так її розумів сам Галуа). Сьогодні теорія Галуа – (в найбільш широкому розумінні) теорія, що вивчає ті чи інші математичні об'єкти на основі їхніх груп автоморфізмів. Так, напр., можливі теорія Галуа полів, кілець, топологічних просторів і т. п. В більш вузькому розумінні під теорією Галуа розуміється теорія Галуа полів [2] і саме в такому розумінні трактується теорія Галуа в даній роботі.

Теорія Галуа заклала основи сучасної алгебри: із конкретної задачі про розв'язність рівнянь в радикалах виникли абстрактні теорії – теорія груп, теорія кілець, теорія полів та інші. Ідеї теорії Галуа глибоко проникли в різноманітні області математики і частково створили, частково просунули вперед такі області математики як теорія диференціальних рівнянь, теорія автоморфних функцій, комбінаторна топологія і т.п. Відповідно до нових областей застосувань, сама теорія Галуа змінила свою мову; об'єктом вивчення стали замість коренів рівнянь поля алгебраїчних чисел, замість підстановок – автоморфізми полів тощо. І хоча сьогодні питання про розв'язність рівнянь в радикалах перестало бути центральним в алгебрі, теорія Галуа і надалі є одним із ключових її розділів.

Елементи теорії Галуа в курсі «АТЧ» пропонується розглядати в рамках заключного розділу «Теорія полів». За такого підходу вивчення елементів теорії Галуа:

1) Розкриває взаємозв'язки між окремими змістовими лініями курсу – алгебраїчними теоріями, що сприяє формуванню цілісної системи знань студента, розкриває логічну структуру алгебри як науки, її місце в системі математичних наук, формує узагальнені уявлення про її предмет і методи, джерела алгебраїчних знань, шляхи її подальшого розвитку і перспективи.
2) Забезпечує можливість повторення, закріплення і розширення знань, одержаних в усіх (без винятку) розділах курсу. Звичайно, тут повторення не є самоціллю, його метою є не просто збереження і закріплення старих зв'язків, а встановлення нових. Питання, що розглядаються в рамках даного розділу, органічно доповнюють зміст курсу «АТЧ». Тут активно використовуються і знаходять подальший розвиток поняття, результати інших розділів курсу (а саме: різноманітні результати теорії чисел, теорії груп, теорії кілець, теорії многочленів), а також курсу «Лінійна алгебра» (теорія векторних просторів,

теорія матриць). Групи підстановок стають засобом дослідження рівнянь, знаходять застосування такі абстрактні поняття, як група, (нормальна) підгрупа, ізоморфізм груп тощо, що вимагає актуалізації знань про властивості груп. Знання з теорії груп розширюються і доповнюються (розв'язні групи); розширюється база конкретних прикладів груп (групи матриць).

3) Дозволяє забезпечити можливість реалізації спадкоємності між ШКМ і курсами вищої математики в таких напрямах.

I. Однією із основних змістових ліній ШКМ є лінія рівнянь (і нерівностей). В курсі «АТЧ» детально розглядаються методи розв'язування алгебраїчних рівнянь степеня $n \leq 4$, без доведення формулюється теорема Руффіні-Абеля про нерозв'язність алгебраїчного рівняння степеня $n \geq 5$ в радикалах. Але причина розв'язності рівнянь степеня $n \leq 4$ і, навпаки, нерозв'язності рівнянь при $n \geq 5$ залишається для студента незрозумілою. Ситуацію ускладнює і досить штучне виведення формул Кардано і способу Феррарі. Теорія Галуа розкриває зазначені причини, і, більше того, дає спосіб визначення, чи є задане конкретне рівняння розв'язним в радикалах чи ні, дозволяє навести конкретні приклади рівнянь, нерозв'язних в радикалах, довести теорему Руффіні-Абеля.

II. Значне місце в шкільному курсі геометрії займають задачі на побудову геометричних фігур за допомогою циркуля і лінійки. Обґрунтування можливості (неможливості) таких побудов і дає теорія Галуа.

4) *Розкриває причини появи багатьох абстрактних понять* теорії груп, теорії кілець і полів,

пояснює появу термінології і позначень через встановлення аналогій: нормальна підгрупа - нормальне розширення, спряжені елементи групи - спряжені над полем елементи тощо.

5) Носить виховну, розвиваючу, загальнокультурну функцію. Відмітимо: в курсі історії математики неодмінно заходить мова про непросту долю Е.Галуа і про його видатний внесок в становлення сучасної алгебри, при цьому критерій розв'язності алгебраїчного рівняння в радикалах викладачем нерідко характеризується як знаменитий, загальновідомий результат. Але ж студент не знає, в чому саме полягає цей критерій, в чому суть теорії, а відповідно не розуміє значення створеної теорії, тому насправді оцінити велич доробку Галуа він просто не здатен. Як справедливо зазначає Ф.Клейн: «Без знайомства із теорією Галуа важко оцінити все значення досягнень Галуа» [3].

6) Формує уявлення про роль та місце сучасної алгебри в системі математичних наук, шляхи її подальшого розвитку і перспективи, про джерела появи алгебраїчних знань, про зв'язки алгебри із різними областями математики та іншими науками, показує вплив суспільного розвитку, практичних потреб і діяльності людини на зміст і характер розвитку науки. В такий спосіб можна продемонструвати єдність математичних теорій: з одного боку, показати, як працюють методи теорії Галуа в суміжних науках (так, ідеї теорії Галуа знаходять втілення в інших розділах математики, наприклад, в топології

аналогом теорії Галуа є теорія накриттів (зокрема аналогом групи Галуа поля є фундаментальна група топологічного простору), в теорії функції комплексної змінної – теорія голоморфних відображень ріманових поверхонь, в теорії диференціальних рівнянь – теорія Пікара-Вессіо), з іншого, розглянути, наприклад, різні методи доведень основної теореми алгебри многочленів (алгебраїчний метод Гауса, функціональний, топологічний та ін.), порівняти їх.

I найголовніше. Як показує практика, більшість із студентів, починаючи вивчати елементи абстрактної алгебри (особливо це стосується теорії груп) і зіштовхуючись із цілком природними труднощами, пов'язаними із досить високого рівня абстракцією, замислюється над доцільністю вивчення майбутнім вчителем математики відповідних розділів. І часто така аргументація як: «поняття групи є одним із найважливіших фундаментальних понять сучасної математики, яке має широке застосування як в самій математиці, так і далеко за її межами», не є переконливою. Вивчення теорії Галуа дасть змогу показати майбутньому вчителю, що існує багато задач елементарної математики, які засобами самої елементарної математики розв'язати неможливо або досить складно, але які успішно розв'язуються методами абстрактної алгебри. Цими методами повинен володіти вчитель середньої школи, щоб не трапилось так, що на деякі цілком природні запитання учнів (наприклад, як побудувати за допомогою циркуля і лінійки трикутник за заданими бісектрисами) він не зможе знайти відповідь. Це підкреслить значимість вивчення майбутнім вчителем абстрактної алгебри і вищої математики загалом.

Тут варто також згадати слова відомого німецького математика Г.Вейля: «За новизною та глибиною ідей творіння Галуа є, можливо, найвидатнішим творінням з усього, що коли-небудь було написано рукою людини» [4].

Необхідність розгляду теорії Галуа в курсі вищої алгебри яскраво підкреслює в передмові до своєї книги «Елементи вищої алгебри» видатний алгебраїст Д.О.Граве:

«…Меня уже давно мучила мысль, что обычная программа курса высшей алгебры есть не то, что нужно излагать, а что главное дело состоит как раз в том, что не излагается, т. е. в теории групп, теории подстановок, теории Galois и т. п. …

Что, в самом деле, должен говорить профессор, выходящий из аудитории и слышащий вопрос студента: «Вы говорили, что буквенные уравнения выше 4-ой степени не решаются в радикалах, а как это доказать?» Я пробовал различным образом уклоняться от ответа на этот вопрос. Сначала я говорил, что радикал есть знак неудачный, а потому и теория решений уравнений при помощи этого знака есть теория, не имеющая практического значения. Я чувствовал при этом, конечно, что обычный способ разговора двух математиков, когда один критикует предмет, которым занимается другой, совершенно недопустим между профессором и учениками. Да кроме того, профессору трудно будет защитить свою точку зрения, ибо студент ни за что не поверит, что теория, которой занимались Lagrange, Gauss, Abel и Galois, теория, незаслуживающая внимания. Затем наступил период, когда, я стал давать обычные, так называемые краткие, доказательства теоремы Abel'a о невозможности алгебраического решения уравнений выше 4-ой степени. Сознавая неубедительность этих доказательств, я готов был презирать себя за недобросовестность. Наконец, я поставил себе ребром вопрос, почему я не желаю излагать как следует теорию Galois? Я не видел другого объяснения, кроме дурной привычки и рутины. Все говорило за введение теории Galois в элементарный курс высшей алгебры: и абсолютная необходимость основ теории групп для приличного преподавания чистой математики, и достаточная разработанность теории Galois, позволяющая простое и ясное изложение, и важность этой теории для высших частей алгебры, где этот *предмет сливается с теорией чисел в гармоническое целое. Таким образом я излагаю последние несколько лет теорию Galois в общем курсе высшей алгебры.»* [5].

Сучасні вітчизняні алгебраїсти також цілком схвалюють ідею вивчення теорії Галуа в курсі вищої алгебри. Так, професор Ю.А.Дрозд, завідуючий відділом алгебри Інституту математики НАНУ, в своєму навчальному посібнику «Теорія Галуа» [6] з жалем зазначає, що зникнення теорії Галуа з університетських програм у повоєнні радянські роки негативно вплинуло на рівень математичної освіти, і підкреслює, що теорія Галуа займає чільне місце в підготовці фахівців-математиків у всьому світі.

Принципова позиція Юрія Анатолійовича знайшла відображення у вітчизняних університетських програмах з «АТЧ». Сучасною програмою курсу «АТЧ» класичного університету передбачено досить детальне висвітлення теорії Галуа (на вивчення основ теорії полів і теорії Галуа разом відведено 18 лекційних і 18 лабораторних годин).

Що ж стосується педагогічних університетів, то до програм, які було розроблено в 70 рр. XX ст., теорія Галуа не потрапила через банальну причину. Як уже зазначалось вище, тривалий час зміна погляду на предмет алгебраїчної науки взагалі не знаходила відображення в програмах курсу вищої алгебри вітчизняних педагогічних інститутів, студенти одержували явно застаріле уявлення про предмет і основні поняття алгебри, і лише реформа ШКМ 60-х років XX ст. змусила переглянути зміст програми. Появі нової програми з алгебри для педвузів слід багато в чому завдячувати авторам вітчизняного підручника «Курс вищої алгебри» [7] В.М.Костарчуку і Б.І.Хацету. На той час видати підручник, який мав би істотні відхилення від затвердженої Міністерством освіти програми було неможливо. Глибоко переймаючись проблемами змісту і рівня викладання шкільної математики, проблемами математичної підготовки вчителів, вони не могли погодитись із тим, що тогочасний курс вищої алгебри педагогічного інституту абсолютно не знайомив майбутнього вчителя із елементами сучасної алгебри. Вихід вони знайшли в тому, що наділили книгу «Курс вищої алгебри» двома авторськими зверненнями до читача: вступ і заключні зауваження, в яких намагалися дати читачу уявлення про сучасне розуміння предмета алгебраїчної науки. До хрипоти сперечаючись із редакторами, вони в кожному новому виданні дрібним шрифтом намагались втиснути якомога більше позапрограмового матеріалу, іноді в такий спосіб вдавалось вмістити цілі розділи (див. [8]). Книга «Про можливе і неможливе в геометрії циркуля і лінійки» [9] – це, за словами Б.І.Хацета, теж ніщо інше, як розширені «нелегальні» розділи того ж курсу вищої алгебри, які ніяк не вдалося втиснути в підручник.

Ми вважали, що вчитель ... обов'язково повинен розуміти алгебраїчну природу проблеми побудови циркулем і лінійкою і її розв'язання (елементи теорії Галуа), а також вміти застосовувати критерій розв'язності не тільки до класичних задач, але й до цілком по-шкільному сформульованих задач на побудову. Крім іншого, ми були переконані, що вивчення «неможливих задач» в науці і стимульованих ними нових ідей має для вчителя (а через нього і для учнів) велике виховне значення (Із спогадів Б.І.Хацета [8]).

В 70-х роках нарешті з'явилась можливість широкого втілення авторських задумів: до нового видання (написаного у співавторстві із С.Т.Завало) було включено: елементи математичної логіки і теорії множин, відомості про алгебраїчні структури, лінійні простори і багато чого іншого, що підвищувало і робило сучасним ідейний зміст курсу. Але банально не вистачило місця для огляду теорії Галуа.

Виникає природне питання: чому саме теорією Галуа довелось пожертвувати. Однією із можливих причин упередженого ставлення до вивчення теорії Галуа може бути наступна. Ідеї «ерлангенської» програми Ф.Клейна в проблемах пов'язаних із викладанням математики в школі і університеті і досі відіграють велике значення, їх вважають передовими, актуальними, сучасними, вартими особливої уваги. Можна навіть сказати, що за сто років, що минули від дня проголошення «ерлангенської» програми, вплив поглядів Клейна не лише не послабшав, а швидше зріс. Звичайно, значення «ерлангенської» програми важко переоцінити: нарешті, елементи сучасної математики знайшли відображення в програмах школи і ВНЗ. Але, на превеликий жаль, до вивчення теорії Галуа в університеті Ф.Клейн ставився досить скептично. В історичному огляді [3] він зазначає: «…я хотів би відмітити своєрідну роль, яку відіграє теорія Галуа як предмет викладання в наших університетах. Тут відбувається конфлікт, однаково сумний і для тих, хто навчає, і для тих, хто навчається. А саме: з одного боку, викладачі, натхненні винятковою геніальністю відкриття і значимістю його глибоких результатів, із особливим бажанням читають курси про теорію Галуа, з іншого боку, саме ця область являє виняткові труднощі для студента-початківця. Сумним результатом цього в більшості випадків є те, що затрачені із особливою любов'ю і натхненням зусилля викладачів проходять повз більшість слухачів, не зустрічаючи, за рідкими винятками, жодного розуміння. Відому роль в цьому відіграють і особливі труднощі, які представляє виклад теорії Галуа». Висловлена думка про особливе місце теорії Галуа глибоко закоренилась, на це звертає увагу видатний теоретико-числовик А.Вейль: «Був час, коли теорія Галуа розглядалась лише як річ важка і абстрактна, призначена лише для спеціалістів. Більше того, я знав деяких чудових математиків, які відкрито зізнавались в своєму абсолютному невігластві в теорії Галуа і, здається, навіть пишались цим. Тепер всі розуміють, що це – один із «основних» розділів, з яким кожен студент-математик повинен познайомитись в перші роки навчання» [10].

Дійсно, важко говорити про можливість вивчення теорії Галуа в університеті в часи Клейна. Але ж за час, який минув відтоді, зміст програм з математики як школи, так і ВНЗ зазнав кардинальних змін: із елементами вищої математики учні знайомляться ще в школі, а рівень абстрактності, який має на сьогодні курс вищої алгебри, цілком дозволяє на належному науковому рівні і водночас в доступній формі ознайомити студентів із елементами теорії Галуа.

Можливість включення елементів теорії Галуа до змісту курсу «АТЧ» педагогічного університету була підтверджена експериментально в ході дослідження на базі НПУ імені М.П.Драгоманова. Відмітимо, що в даній роботі автори прагнули акцентувати увагу на необхідності вивчення теорії Галуа майбутнім вчителем математики, тому обмежились лише розглядом цього питання. В наступній публікації буде детально розкрито досвід впровадження.

Зауважимо, що введення елементів теорії Галуа до змісту курсу «Алгебра і теорія чисел» вимагатиме створення відповідного навчального посібника, адже сучасних посібників із викладом цієї теорії бракує: давно стала бібліографічної рідкістю книга [11], книги [12] і [13] не зовсім узгоджуються із основною програмою курсу «АТЧ», виклад теорії Галуа в [14] і [15] – орієнтований на спеціалістів в області алгебри, а навчальний посібник Ю.А.Дрозда [6], хоч і відповідає основній програмі курсу «АТЧ», але може бути недоступним для студента педуніверситету через те, що багато теоретичних відомостей (тверджень, теорем), на яких базується подальший виклад матеріалу, формулюється у вигляді задач, пропонується читачу довести самостійно.

Висновки. Розширення змісту курсу «Алгебра і теорія чисел» педагогічного університету за рахунок введення елементів теорії Галуа є актуально необхідним. Можливості практичної реалізації даної ідеї експериментально підтверджено на базі НПУ імені М.П.Драгоманова.

Список використаної літератури

1. Колмогоров А.Н. Новые программы и некоторые вопросы усовершенствования курса математики в средней школе // Матем. в школе, 1967. – № 2. – 4-13 с.
2. Математическая энциклопедия. – М.: Советская энциклопедия, 1977-1985. – Т.1. – С.838-840.
3. Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии. – М.: ГИТТЛ, 1937. – 434с.
4. Вейлъ Г. Симметрия. — М.: Наука, 1968. – 192 с.
5. Граве Д. Элементы высшей алгебры. – К.: Тип. Императорского Ун-та св. Владимира, 1914. – 590 с.
6. Дрозд Ю.А. Теорія Галуа. – Київ: РВЦ «Київський університет», 1997. – 35 с.
7. Костарчук В.М., Хацет Б.І. Курс вищої алгебри. – К.: Вища школа, 1969. – 540 с.
8. Хацет Б.І. Віктор Миколайович Костарчук у моєму житті // Вісник Чернігівського державного педагогічного університету імені Т.Г.Шевченка. Серія: Педагогічні науки. – Чернігів: ЧДПУ. – 2009. – Вип.60. –С.15-20.
9. Костарчук В. М., Хацет Б.І. Про можливе і неможливе в геометрії циркуля і лінійки. – К.: Рад. школа, 1971. – 128 с.
10. Вейль А. Основы теории чисел. – М.: Мир, 1972. – 412 с.
11. Сушкевич А. К. Основы высшей алгебры. – М.-Л.: Гостехиздат, 1932. - 356 с.
12. Артін Е. Теорія Галуа. – К.: 1963. – 52 с.
13. Постников М.М. Теория Галуа. – М.: 1963. – 220 с.
14. Ван-дер-Варден Б.Л. Алгебра. – М.: Мир, 1976. – 648 с.
15. Ленг С. Алгебра. – М.: Мир, 1968. – 564 с.

ENHANCING THE INQUIRY-BASED LEARNING VIA REFORMULATING CLASSICAL PROBLEMS AND DYNAMIC SOFTWARE

Chehlarova T., Sendova E.,

Institute of Mathematics and Informatics - Bulgarian Academy of Sciences

Ми представляємо динамічні дидактичні сценарії, що базуються на динамічному ППЗ, наприклад GeoGebra, за допомогою якого можливі експерименти з геометричними об’єктами. Акцент здійснено на школярах у ролі дослідників, які працюють з динамічними конструкціями, формулюють гіпотези і самостійно досягають суті властивостей, після чого доводять їх.

Мы представляем динамические дидактические сценарии, базированные на динамическом софтуере, например как GeoGebra, с помощью которого возможны эксперименты с геометрическими объектами. Акцент поставлен на школьниках в роли исследователей, которые работают с динамическими конструкциями, формулируют гипотезы и самостоятельно достигают до сути свойств, после чего доказывают их.

We present dynamic scenarios based on dynamic software (such as GeoGebra) in which various experiments with geometric objects can be performed. The focus is on putting the learners in the role of investigators who are expected to explore the dynamic constructions, to formulate conjectures and then – to prove them as theorems of their own.

Don’t preach facts, stimulate acts!

Paul Halmos

1. Introduction.

The great art of teaching mathematics has long traditions but the development of digital technologies present mathematics educators with real challenges – how to create a class culture making the best use of these technologies so that the students could behave like working mathematicians, i.e. to play with mathematical ideas and to communicate their findings. To create such a class culture by designing and developing computer environments of exploratory type (Geomland, Elica) and then experiment with new principles of teaching has been the goal of a long-term research in Bulgaria dating from the early 80s [viz. 1-7].

A series of good practices was reported [8-9] in which the teachers had managed to overcome the sterility of the preaching style: “Look how clever I am and what good solution of the problem I know” or “Here are some theorems discovered by mathematics geniuses and you should learn their proofs”. The teachers involved in the pilot experiments integrating the computer environments of laboratory type in mathematics classes got convinced that mathematical thinking is not purely “formal”, that it involves generalizing from observed cases, inductive arguments, recognizing a mathematical concept in a specific situation or extracting this notion from it. And even more important – that to teach guessing and conjecturing is vital for conveying the real spirit of mathematics in a school setting.

This awareness is in harmony with Polya’s advice to the pre-service math education students: teachers should not ask the questions but kids should ask the questions….The ideas should be born in the students’ mind and the teacher should act as a midwife.

2. The inquiry based learning spreading in Europe.

With the advent of powerful modern computers and specially designed educational software for mathematical experiments a way was opened for the inquiry-based learning in many European countries [10]. Developing and implementing didactical concepts and strategies for the use of dynamic software was recognized as crucial for the mathematics education and a number of European Projects are focusing on this, e.g.

- “InnoMathEd - Innovations in Mathematics Education on European Level" and
- “Fibonacci - Disseminating inquiry-based science and mathematics education in Europe” [11-13]

Special attention in both projects is given to the development and the dissemination of the so called dynamic scenarios based on dynamic software (such as GeoGebra) in which various experiments with geometric objects can be performed. The focus is on putting the learners in the role of investigators who are expected to explore the dynamic constructions, to formulate conjectures and then – to prove them as theorems of their own.

3. A dynamic scenario on parallelograms.

To illustrate these ideas we shall consider the dynamic scenario Parallelograms for 7^{th} grade making use of GeoGebra [14].

To explore the properties of the parallelogram a dynamic construction is offered to the students with options for showing/hiding some of its elements together with their measurements. Students are expected to formulate their hypotheses related to the sides, the angles and the diagonals of the parallelogram.

The rigorous proofs will be done in several consecutive classes but what matters the most is the fact that the students will have experienced the joy of the discovery and will have formulated themselves the theorems to be proven.

Many of the classical problems end with the phrase: Prove that…Such formulation could be compared with revealing the mystery on the first page of a criminal novel… To prepare the mathematical ground for explorations and possible discoveries on behalf of the students we offer another formulation.

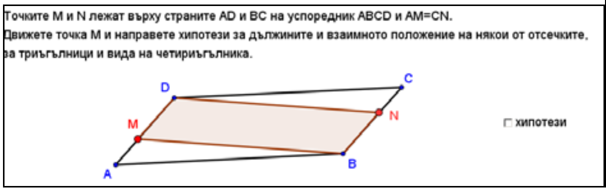
Consider for instance the problem:

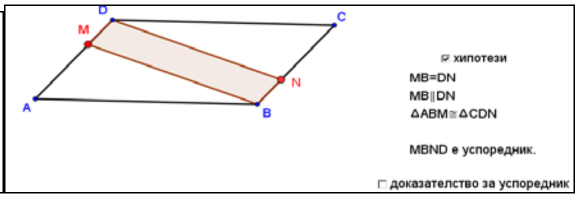
The points M and N are on the sides AD and BC of the parallelogram $ABCD$, and $AM = CN$. Prove that $\Delta ABM \cong \Delta CDN$

We find it more appropriate to replace the “Prove that” part by the following

Move point M and formulate your conjecture about the lengths and the mutual position of some segments in the construction, about some of the triangles and about the type of the quadrilateral.

The dynamic construction accompanying this problem enables the students to move not only the point M along the side AD but also the whole parallelogram so as to get various specific parallelograms. Thus, by manipulating the construction and observing what varies and what stays unchanged, they can formulate their hypotheses.





This style is followed through the whole module. To stimulate students to prove specific theorems we first prepare the setting for them and encourage them to explore the situation and make conjectures:

As an example let us consider the following exploratory problem:

Let O be the intersection point of the diagonals of the parallelogram $ABCD$. A line passing through O meets AB and DC in the points E and F. Make conjectures.

Some of the possible conjectures we expect from the students include: $EO = FO$; $\Delta AEO \cong \Delta CFO$; $AECF$ is a parallelogram; EF divides the parallelogram in two parts of equal area.

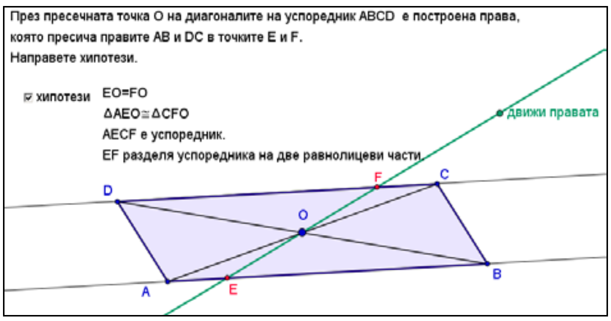
Then the following problems are offered:

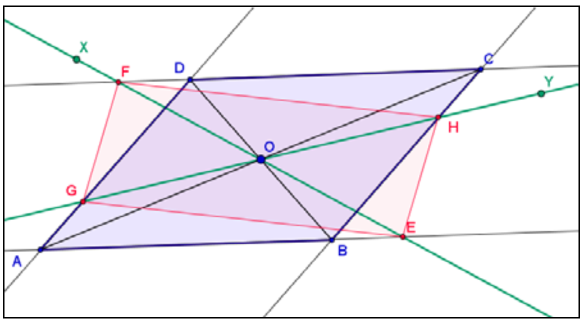
Let O be the intersection point of the diagonals of the parallelogram $ABCD$. Two lines OX and OY .are drawn through O so that OX intersects AB and DC in the points E and F, and the line OY intersects AD и BC in the points G and H. Proved that $EHFG$ is a parallelogram.

Prove that every line through the intersection point of the diagonals of a parallelogram divides it in two parts of equal area.

Given two parallelograms construct a line which divides them in two parts of equal area.

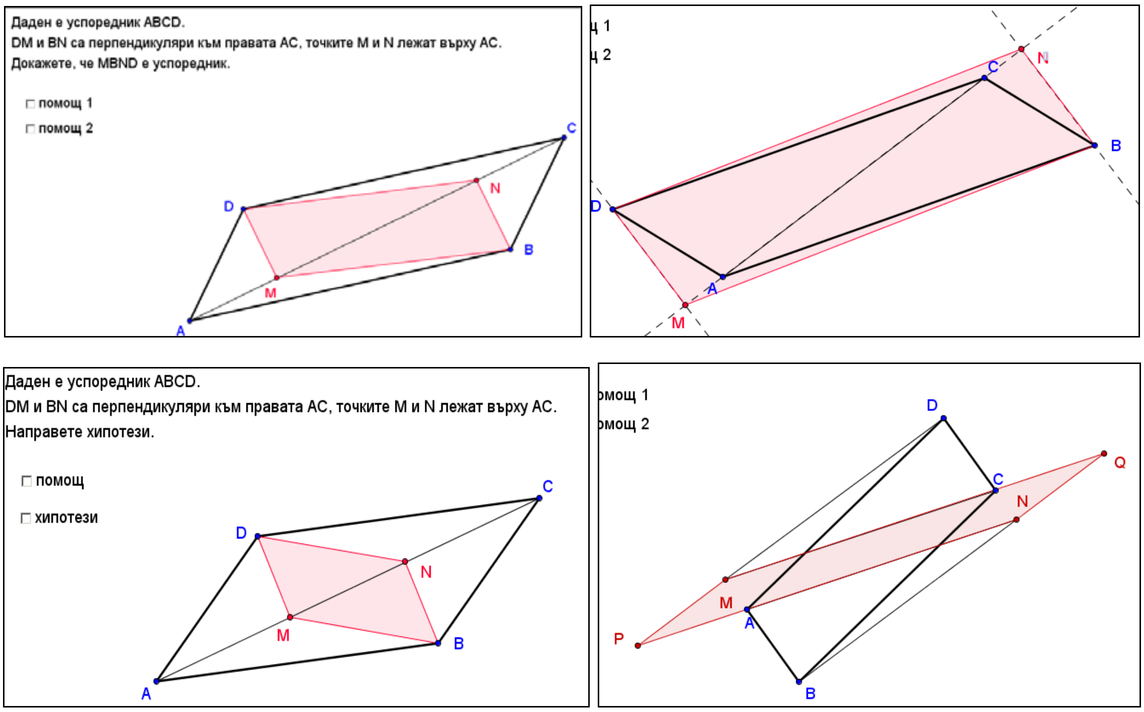
Prove that if a line divides a parallelogram in two parts of equal area it passes through the intersection point of its diagonals.





One of the specifics behind the explorations of dynamic construction is the fact that they extend the set of figures under consideration (which is usually not restricted in the problems but is treated in specific cases). For instance, points on the sides of a figure rather than on the lines containing the segments are considered. Or, the problems about altitudes would take into account only the case of internal rather than external altitudes (because of the difference in the proofs).

Such examples are shown on the figures below:

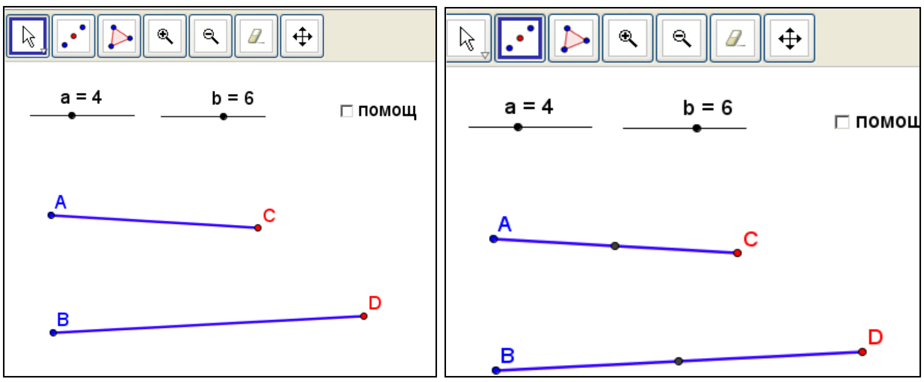


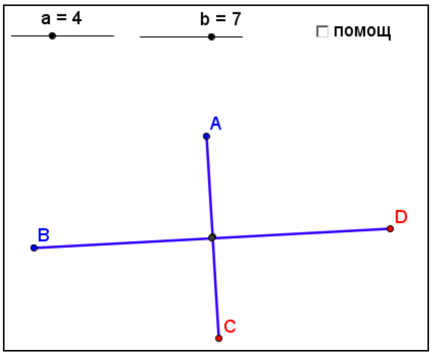
The dynamic software enables the formulation of problems whose solving needs the students to apply properties they have already discovered.

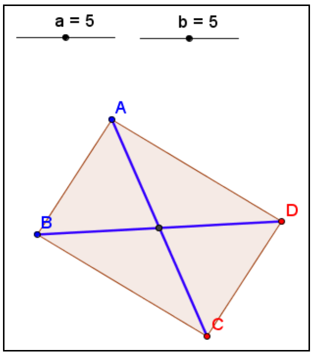
Consider for example the sufficient condition used in the following formulation: Place the segments AC and BD so that they are diagonals of a parallelogram.

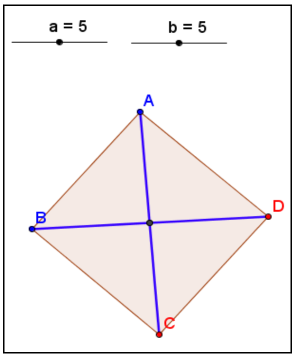
Here only part of the tools has been left and the students have to figure out that they have to construct the midpoints of the given segments and to make them coincide. Thus the students have to manipulate with the diagonals until getting the desired figure.

A similar problem is given in a following lesson related to the topic Types of parallelograms. For its solving the students will be expected to use specific conditions for specific types of parallelograms [15].



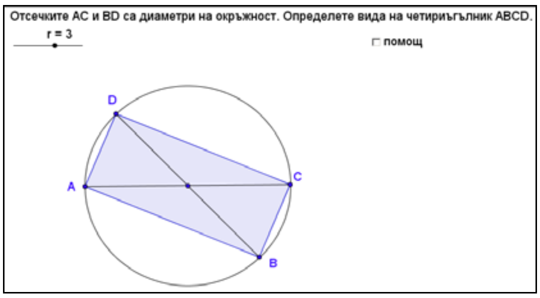


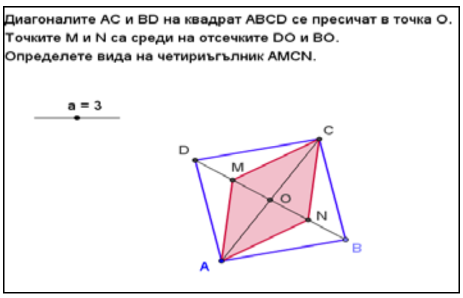


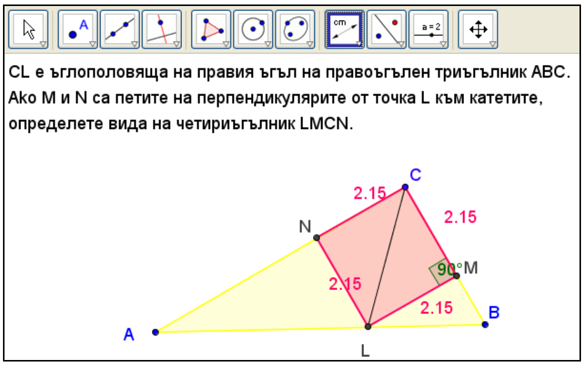


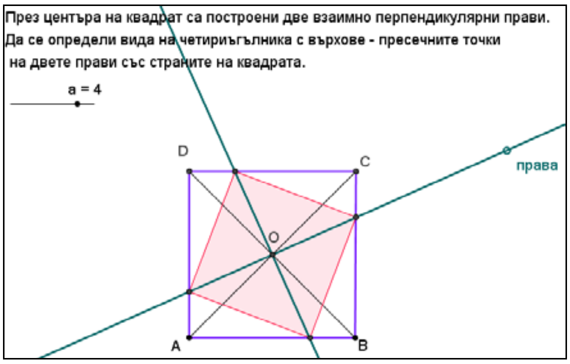
The next group of problems from the module Types of parallelograms deals with determining the type of a quadrilateral in typical situations. Thanks to the dynamics of the constructions the students could observe and explore a whole class of figures possessing specific properties. Here, unlike the style in the traditional textbooks and the collections of problems, the type of the quadrilateral is not specified in advance. Based on their explorations the students first formulate conjectures which afterwards they are motivated to prove. We present in the table below the classical formulations of some problems together with new formulations in exploratory style.

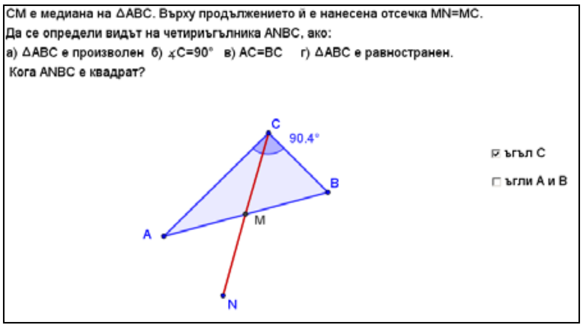
The classical formulation	**An exploration-enhancing formulation**
• The segments AC and BD are diameters of a circle.	
Prove that $ABCD$ is a rectangle.	What is the type of the quadrilateral $ABCD$?
• The diagonals AC and BD of a square meet at a point O. The points M and N are midpoints of the segments DO and BO.	
Prove that $AMCN$ is a square.	What is the type of the quadrilateral $AMCN$?.
• Let CL be the angular bisector of the right angle of the triangle ABC, and M and N be the feet of the perpendiculars from the point L to the legs.	
Prove that $LMCN$ is a square.	What is the type of the quadrilateral $LMCN$.
• Two perpendicular lines are passing through the centre of a square.	
Prove that the quadrilateral with vertices the intersection points of the two lines with the sides of the square is also a square..	Determine the type of the quadrilateral with vertices the intersection points of the two lines with the sides of the square
• CM is a median of ΔABC. The segment $MN = MC$ is on the median's extension.	
Prove that $ANCB$ is a parallelogram.	What is the type of the quadrilateral $ANCB$ if: a) ΔABC is arbitrary; b) $\angle C = 90°$; c) $AC = BC$; d) ΔABC equilateral? When is $ANCB$ a square?

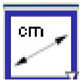
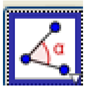










In some cases the students could measure segments and angles by means of special buttons (the buttons  and  in the case of GeoGebra) so as to formulate their conjectures

Other examples could be found in [16-18].

4. Conclusions

In conclusion, the development of resources making use of dynamic constructions is just an element of the dynamic mathematics education. The discoveries, the representations and the implementation of mathematical objects and ideas could be related to the enhancement of the creative potential of learners by providing appropriate conditions and our on-going efforts are in this direction.

Our long-term experience with implementing the "learning by discovering" style in the context of exploratory computer environments has proven that the students (12-15-year of age) readily adopt it – this style responds to their natural wish to learn rather than to be taught.

Teachers, on the other hand, have problems mainly with changing the traditional style of preaching facts. When educating teachers in the frames of the InnoMathEd and the Fibonacci projects we saw that they acquire sufficiently fast the technical skills needed for working with it. They enjoy the richness of resources including dynamic scenarios and express their readiness to implement them in class setting, proposing sometimes their own modifications or even own scenarios [19]. However, a problem we often face when the teachers present their projects at the end of the course is that they do not take advantage of the potential of the dynamic software for explorations and inquiry based learning but rather use it for illustrations and visualizations still in the traditional style of “you see that…”

Changing the style of teaching and seeing the role of the teacher as one of a facilitator and a partner in a research process requires ongoing efforts on behalf of the teacher educators. These efforts include preparing a good ground for exploration activities including re-formulation of some classical problems so as to stimulate acts. Furthermore, we should not stop there – “you do, you understand” says the old Chinese proverb. That is true but why not extend it to “you explore, you invent”… It is often the case that the teachers react with:
O-o-h, the inspectors would not be happy with this ‘waste of time” – we have to cover the curriculum, the students have to cover the tests, etc. And they are right if we accept that education is about knowing the right answers…

We are optimists in our belief that the assessment and evaluation mechanisms will reach the level of recognizing the achievements of learners who are able to approach learning as a task of discovering rather than “learning about”, the reward being the discovery itself [20]. Till then we, in our role of teachers’ educators, have to do our best to become that type of learners ourselves.

References

1. Sendov B., Filimonov R., Dicheva, D. A System for Teaching Plane Geometry, Proceedings of the Second International Conference "Children in the Information Age", Sofia, 1987, pp. 215-226.
2. Sendov, B., Sendova, E. To Discover America of Yours: Learning Mathematics in a Logo Based Environment, in E. Calabrese (ed.) Proceedings of the Third European Logo Conference, Parma, Italy, 27-30 August, 1991, pp. 343 – 354.
3. Sendov, B., Sendova, E. Getting into the Habit of Creative Thinking in a Computer Microworld: Plane Geometry System in Graf K.-D., Malara N., Zehavi N. and Ziegenbalg J. (Editors) “Technology in the Service of the Mathematics Curriculum” - Proceedings of WG 17 at ICME-7, the 7 th International Congress on Mathematics Education, Quebec, 1992, pp. 191-196.
4. Sendova, E., Sendov, B. Columbus, Da Vinci or Prometheus: A New Role for the Mathematics Teacher in a Computer Environment, Journal of Technology and Teacher Education, vol. 1 (2), 1993, pp. 209-215.
5. Boytchev, P., T. Chehlarova, E. Sendova. Enhancing spatial imagination of young students by activities in 3d elica applications. Proc. of the 36th Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians, 2007, Varna, Bulgaria, pp. 109 – 119.
6. Sendova, E., T. Chehlarova, P. Boytchev. Words are silver, mouse-clicks are gold? (or how to optimize the level of language formalization of young students in a Logo-based cubics world). Informatics in education, Vilnius, vol. 6, №2, 2007, pp. 411– 428. ISSN 1648-5831.

7. Christou, C., Sendova, E., Matos, J.F., Jones, K., Zachariades, T., Pitta-Pantazi, D., Mousoulides, N., Pittalis, M., Boytchev, P., Mesquita, M., Chehlarova, T., & Lozanov, C. (2007). Stereometry Activities with Dalest. University of Cyprus: Nicosia. ISBN 978-9963-671-21-2.

8. Kolcheva, M., Sendova, E. "Re-inventing the "Elements" in a Logo-based Environment" (with M. Kolcheva) in EUROLOGOS (Incorporating LOGO Almanac), M. Doyle (Editor), vol. 1, 1992, England , EC , BD23 1QQ;

9. Kolcheva, M., Sendova, E. Learning Rather Than Being Taught: A new Style of Studying Plane Geometry , in Knierzinger A., Moser M. (Editors) "Informatics and Changes in learning", Proceedings of the IFIP Open Conference, June 7-11, 1993, Gmunden, Austria, Session 2.1, pp.19-22;

10. Sendova, E. Enhancing the Scientist into the Pupil: A Computer Environment supporting Discoveries in the Classroom in Education and Society / R. Aiken (Editor), Information Processing 92, vol. 2, Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland), 1992, IFIP pp 174-180, ISBN:0-444-89750-X.

11. Kenderov, P., Higher Ability Students and Inquiry Based Learning in Bulgaria – the Role of European Projects InnoMathEd and Fibonacci, Proceedings of the 6-th Conference of the World Federation of National Mathematics Competitions (WFNMC), July 25 - 30, 2010. Riga.

12. Kenderov, P. Innovations in mathematics education: European projects InnoMathEd and Fibonacci. Proc. of the 39th Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians, Albena, Bulgaria, 2010. pp 63-72.

13. Chehlarova, T. , D. Dimkova, P. Kenderov, E. Sendova, Seeing the innovations as an opportunity, not a threat: lessons from the InnoMathEd European project. Proc. of the 40th Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians, Borovetz, Bulgaria, 2011.

14. http://www.math.bas.bg/omi/docs/Parallelogram_7/index.htm.

15. http://www.math.bas.bg/omi/docs/vidove_usporednici_7/index.htm.

16. Mathematics Education with Technology - Experiences in Europe, Tamara Bianco. Volker Ulm (Ed.) University of Augsburg, Augsburg, 2010. ISBN 978-3-00-032628-8.

17. http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/archive.htm

18. http://www.math.uni-augsburg.de/prof/dida/innomath/

19. Chehlarova, T., D. Dimkova, E. Sendova, Are five days enough? What about five hours? Mathematics and Informatics, vol. 3, 2010, p. 3 (in Bulgarian)

20. Bruner, J , On knowing, Belknap press of Harvard University Press, 1979, p.88

СИСТЕМНИЙ ПІДХІД ДО НАВЧАННЯ ОСНОВАМ ГЕОМЕТРІЇ МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Шаповалова Н.В.,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
Панченко Л.Л.,
кандидат пед. наук, доцент
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова

У статті розглянуті мета, зміст, основні завдання та форми організації навчання основам геометрії майбутніх вчителів математики в умовах особистісно орієнтованого навчання з урахуванням навчальних можливостей студентів. Запропонована система навчання основам геометрії з використанням модульної технології та рейтингового оцінювання якості засвоєння навчального матеріалу.

В статье рассмотрены цель, содержание, основные задачи и формы организации обучения основам геометрии будущих учителей математики в условиях личностно ориентированного обучения с учётом учебных возможностей студентов. Предложена система обучения основам геометрии с использованием модульной технологии и рейтингового оценивания качества усвоения учебного материала.

The article examines the aim, substance, key tasks and ways of organization of studying the foundations of geometry by future mathematics teachers under conditions of individually oriented education with due account of students' studying capacities. The authors propose a system of studying foundations of geometry with application of module-based technology and rating method of assessing the quality of knowledge mastering by students.

В курсі основ геометрії основним завданням є виклад загальних ідей і принципів, що лежать в основі побудови всієї геометричної системи.

Принципові питання про походження аксіом, основних понять та тверджень геометрії, про їх відношення до реального простору, про роль логіки, про наукову структуру та виклад геометрії давно хвилювали математиків та філософів. Після відкриття неевклідових геометрій наукова думка зробила великий крок в питаннях наукових обґрунтувань геометрії.

Кожен педагог повинен знати історичний розвиток геометрії, її становлення як науки, логічну будову геометрії, повинен бути знайомим з її науковим обґрунтуванням, яке пов'язане з іменами Евкліда, Д. Гільберта, Г. Вейля, М.І. Лобачевського, Рімана та інших вчених. Майбутній вчитель математики повинен знати і розуміти відмінність змістовного аксіоматичного методу, який панував у науці з часів Аристотеля до другої половини XIX століття, від напівформального та формального.

Отже, зміст цього курсу полягає у вивченні аксіоматичного (дедуктивного) методу обґрунтування наукової геометричної системи, а також у можливості цього обґрунтування на основі різних аксіоматичних теорій, у вивченні нових неевклідових геометрій та їх обґрунтуванні, дослідженні їх впливу на структуру шкільного курсу геометрії.

Вивчення навчальної дисципліни «Основи геометрії» організовується на принципах кредитно-модульної системи, яка сприяє систематичній і динамічній роботі студентів над засвоєнням досить складної дисципліни, з використанням модульної технології навчання та рейтингового оцінювання якості засвоєння навчального матеріалу.

За навчальним планом спеціальності 6.040201 «Математика» вивчення курсу «Основи геометрії» передбачено протягом 5 семестру. Навчальний матеріал розділений на три модулі. Загальний обсяг дисципліни складає 3,5 залікові кредити (126 годин), що об'єднує всі види навчальної діяльності студента: аудиторні заняття (лекційні, семінарські, практичні), самостійну роботу студентів, контрольні заходи (самостійні роботи, контрольні роботи, тестові завдання, розрахункову роботу, реферат, модульний контроль, екзамен).

Самостійна робота студентів має дві складові: самостійна підготовка до аудиторних занять і підготовка до модульного контролю та екзамену.

Кожен з модулів має свою форму контролю у вигляді індивідуальних завдань, виконання яких передбачається в усному та письмовому вигляді з наступним захистом.

Модульно-рейтингова система оцінювання дозволяє врахувати, як поточну підготовку студентів до аудиторних занять, так і визначати рівень засвоєння навчального матеріалу окремого модуля. Підсумкова (екзаменаційна) оцінка виставляється за рейтинговими показниками.

Тематика індивідуальних завдань, зразки контрольних карток, перелік питань, обговорюваних під час контрольних заходів, представлені в навчальній робочій програмі. Подані матеріали дозволяють студенту самостійно планувати терміни та обсяги змістової складової навчальної діяльності, прогнозувати її результативність.

Внаслідок вивчення курсу студент повинен **знати**:

Основні поняття. Математична структура, аксіоматичний метод, інтерпретація або модель системи аксіом, абсолютна геометрія, дефект трикутника, чотирикутник Саккері, рівновеликість і рівноскладеність многокутників, рівновеликість і рівноскладеність многогранників, неевклідова геометрія Лобачевського, паралельні прямі на гіперболічній площині, розбіжні прямі, кут паралельності, стрілка кута паралельності, функція Лобачевського, еквідистанта і орицикл, сферична геометрія, еліптична геометрія Рімана.

Основні формули і теореми. П'ятий постулат Евкліда та його еквіваленти, теорема Гьоделя про неповноту формальних систем, теореми Саккері-Лежандра, теореми про рівноскладені многокутники, теореми про суму внутрішніх кутів трикутників та чотирикутників на площині Лобачевського, класифікацію прямих на площині Лобачевського, теореми про властивості кута паралельності прямих на гіперболічній площині, теорема про відстань між паралельними прямими на площині Лобачевського, теорема про функцію Лобачевського, теореми про властивості розбіжних прямих на гіперболічній площині, теореми про властивості паралельних прямих на гіперболічній площині, ознаки рівності трикутників на площині Лобачевського, теорема про серединні перпендикуляри до сторін трикутника на гіперболічній площині, теореми про властивості кривих на площині Лобачевського.

Основні вміння. Перевіряти несуперечливість, незалежність, повноту або категоричність системи аксіом. Будувати моделі системи аксіом. Доводити теореми евклідової геометрії на основі системи аксіом Д. Гільберта та на основі системи аксіом Г. Вейля, доводити теореми неевклідової геометрії М.І. Лобачевського. Будувати моделі геометрії Лобачевського.

Основи геометрії – це розділ геометрії, в якому досліджуються основні поняття геометрії, співвідношення між ними і пов'язані з ними відношення.

Основні задачі вивчення курсу основ геометрії:

1. Ознайомити з еволюцією основних геометричних ідей.
2. Осмислити елементи геометрії в її сучасному розумінні, вивчити логічну базу та її логічну структуру.
3. Вивчити елементи неевклідових геометрій.

Строга наукова побудова будь-якої математичної дисципліни повинна задовольняти таким вимогам:

1) Будь-яке твердження повинно бути серед списку аксіом або строго доведене на основі аксіом та раніше сформульованих і доведених теорем.
2) Будь-яке поняття повинно бути або в числі основних або визначене за допомогою основних та раніш визначених понять.

Метод викладання науки на основі цих вимог називається *дедуктивним* або *аксіоматичним*.

Отже, аксіоматична побудова наукової теорії – це метод побудови теорії, при якому в основі теорії покладають деякі початкові (вихідні) неозначувані поняття, формулюють певні закони, в яких висловлюються властивості цих основних понять, а всі інші поняття і закони отримують як логічні наслідки. Твердження, які приймаються без доведень, називаються *аксіомами*. Твердження, які ми отримали з аксіом та раніше доведених тверджень шляхом логічного висновку, називаються *теоремами*. Визначення, що встановлюють зміст нового терміну, виходячи з відомих понять, називаються *означеннями*. Ті поняття, які при побудові геометрії або будь-якого іншого розділу математики не визначаються, називаються *основними*. Крім основних неозначуваних понять, є ще відношення між ними, що називаються *основними* відношеннями.

Аксіоматичний метод полягає в тому, що:

1. Перераховуються і називаються основні поняття.
2. Формулюються певні закони, в яких висловлюються властивості цих основних понять (аксіоми).
3. Формулюється ряд понять, які в список основних понять не ввійшли, які ми означуємо, користуючись основними поняттями і аксіомами (означення).
4. Формулюється ряд тверджень, які ми доводимо, користуючись правилами логіки і раніше доведеними твердженнями (теореми).

Інтерпретацією основних понять є надання їм певного змісту, побудова моделей певної теорії. Для того, щоб система аксіом служила науковим обґрунтуванням певної теорії, необхідно, щоб виконувались три вимоги:

1) несуперечливість (сумісність) системи аксіом;
2) незалежність (мінімальність) системи аксіом;
3) повнота або категоричність системи аксіом.

Якщо засобами математичної теорії можна виявити чи вивести взаємно суперечливі твердження, то теорія або аксіоматика є *внутрішньо суперечливою*, якщо ж взаємно суперечливих тверджень не можна вивести, то теорія – *несуперечлива*. Доводиться вимога несуперечливості теорії шляхом побудови її моделі на базі тієї наукової теорії, несуперечливість якої була встановлена раніше.

Вимога незалежності полягає в тому, щоб у список аксіом не ввійшло таке твердження, яке є наслідком інших.

Вимога повноти полягає в тому, що маючи певну систему аксіом, ми повинні довести істинність чи хибність будь-якого твердження. Іншими словами, аксіоматична теорія є повною, якщо будь-яке твердження, яке сформульоване в термінах цієї теорії можна або довести, або спростувати. Доводиться вимога повноти шляхом встановлення ізоморфізму між двома різними моделями відповідної системи аксіом. Тобто, для доведення дедуктивної повноти аксіоматичної теорії достатньо довести ізоморфізм будь-яких її двох моделей.

Система аксіом називається *категоричною*, якщо будь-які її моделі ізоморфні. Якщо система аксіом категорична, то вона є дедуктивно повною. Але з повноти системи аксіом її категоричність не випливає.

Теорія, яка відповідає цим вимогам називається *змістовною* аксіоматичною теорією. На відміну від змістовних аксіоматичних теорій існують формальні аксіоматичні теорії. В них додаються правила логічного виведення.

Отже, основи геометрії – це наука, предметом вивчення якої є обґрунтування геометрії. Питання про обґрунтування геометрії тісно пов’язане з історією її розвитку. Тому в курсі основ геометрії студенти вивчають основні етапи розвитку геометрії.

Зазначимо, що у розвитку аксіоматичного методу можна відмітити три періоди:
1) змістовний аксіоматичний метод в «Початках» Евкліда (III ст. до н.е.);
2) напівформальний аксіоматичний метод в «Основах геометрії» Д. Гільберта (кінець XIX ст.);
3) формальний аксіоматичний метод (Д. Гільберт початок XX ст.).

В курсі основ геометрії студенти вивчають різні системи аксіом для обґрунтування евклідової геометрії, а саме: систему аксіом Д. Гільберта, М. Пієрі, В.Ф. Кагана, Г. Вейля, Ф. Шура, Віллерса, О.В. Погорєлова, А.М. Колмогорова, О.Д. Александрова, Л.С. Атанасяна, Ф. Бахмана, О. Веблена та ін. Також вивчаються і порівнюються різні аксіоматики шкільного курсу геометрії.

При вивченні основ геометрії вивчаються теорія вимірювання відрізків, яка є наслідком п’ятої групи системи аксіом Гільберта і п’ятої групи системи аксіом Вейля, теорія вимірювання площ многокутників, теорія вимірювання об’ємів многогранників.

Розглядаються поняття та вивчаються властивості рівновеликих і рівноскладених многокутників, рівновеликих і рівноскладених многогранників.

На практичних заняттях розглядається V постулат Евкліда та доводяться його еквіваленти. Розглядаються теореми абсолютної геометрії. *Абсолютною геометрією* називають систему наслідків, що випливають лише з аксіом I-IV груп системи аксіом Д. Гільберта. Абсолютна геометрія є спільною частиною евклідової і неевклідових геометрій. Оскільки твердження, які можуть бути доведені за допомогою аксіом I-IV груп, справедливі як в геометрії Евкліда, так і в геометрії М.І. Лобачевського.

Потім студенти переходять до вивчення гіперболічної геометрії, тобто до вивчення неевклідової геометрії М.І. Лобачевського, яка базується на абсолютній геометрії та аксіомі паралельності Лобачевського. Фігури на гіперболічній площині мають специфічні властивості. Наприклад, на площині Лобачевського існують три види прямих, а саме: прямі, що перетинаються, або збіжні прямі – це пучок прямих з власною вершиною – еліптичний пучок; паралельні прямі – це пучок прямих з невласною вершиною – параболічний пучок та розбіжні прямі – це пучок з ідеальною вершиною – гіперболічний пучок.

Якщо розглянути суму внутрішніх кутів трикутників на площині Евкліда, то вона є сталою величиною і дорівнює 180° або 2π радіан. На відміну від евклідової геометрії, в геометрії Лобачевського сума внутрішніх кутів трикутників є змінною величиною, що залежить від форми і розмірів трикутника, але завжди меншою 180° або 2π радіан.

На істотну відмінність геометрії Лобачевського від евклідової геометрії вказує і наявність функції Лобачевського, яка пов’язує відрізки з кутами. Такої функції немає на евклідовій площині. Цим пояснюється необхідність збереження в евклідовій геометрії еталону довжини, не дивлячись на те, що існує природна одиниця міри кутів. В геометрії Лобачевського в цьому немає ніякої потреби, оскільки тут за одиницю довжини можна взяти відрізок, який відповідає певному куту паралельності.

Для паралельних прямих на площині Лобачевського важливий напрямок паралельності і вони мають багато властивостей, відмінних від властивостей паралельних прямих на евклідовій площині. Так наприклад, відстань між паралельними прямими на евклідовій площині є сталою величиною, а на гіперболічній площині відстань між паралельними прямими необмежено зменшується в напрямку кута паралельності і може стати меншою за наперед заданий, як завгодно малий, відрізок, тобто в напрямку кута паралельності паралельні прямі асимптотично наближаються; в протилежному напрямку відстань необмежено зростає і може стати більшою за наперед заданий, як завгодно великий, відрізок, тобто в напрямку, протилежному до кута паралельності паралельні прямі асимптотично розходяться.

Ще однією цікавою особливістю гіперболічної геометрії є відсутність подібних трикутників, подібних фігур і взагалі перетворень подібності.

Перші застосування геометрія Лобачевського отримала в роботах самого М.І. Лобачевського, який за її допомогою зміг обчислити деякі інтеграли. В кінці XIX століття в роботах А. Пуанкаре і Ф. Клейна були знайдені прямі зв’язки геометрії Лобачевського з теорією функцій комплексної змінної та з теорією чисел, зокрема з арифметикою невизначених квадратичних форм. Геометрія Лобачевського знаходить тепер важливе застосування в теорії функцій комплексної змінної, яка є математичною основою сучасної гідродинаміки, аеродинаміки і теорії пружності.

В наш час значення геометрії Лобачевського ще більше зросло завдяки роботам американського математика Тьорстона, який встановив її зв'язок з топологією тривимірних многовидів. Сучасні дослідження астрономів, математиків, фізиків, філософів, космологів все більше вимагають професійного володіння фактами як неевклідової геометрії Лобачевського, так і інших неевклідових геометрій.

Таким чином, оволодіння аксіоматичним методом побудови геометрії, ознайомлення із змістом як евклідової, так і різних неевклідових геометрій є необхідним і важливим елементом педагогічної освіти майбутнього вчителя на лише математики, а й фізики.

Список використаної літератури

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч.2. – М.: Просвещение, 1987. – 352 с.
2. Боровик В.Н., Яковець В.П. Основи геометрії: Навчальний посібник. – Ніжин: НДПУ, 2003. – 186 с.
3. Боровик В.Н., Яковець В.П. Курс вищої геометрії: Навчальний посібник. – Суми: ВТД «Університетська книга», 2004. – 464 с.
4. Егоров И.П. Основания геометрии. – М.: Просвещение, 1984. – 114 с.
5. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. – М.: Наука, 1971. – 576 с.
6. Костин В.И. Основания геометрии. – М.: Учпедгиз, 1948. – 304 с.
7. Ломаєва Т.В., Семенович О.Ф. Перетворення і аксіоматичний метод в геометрії. – Ч.2. – Черкаси, 1999. – 174 с.
8. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак - ЕКО, 2000. – 512 с.
9. Трайнин Я.Л. Основания геометрии. – М.: Учпедгиз, 1961. – 326 с.
10. Шаповалова Н.В., Панченко Л.Л. Криві на площині Лобачевського. Навч.-метод. посібник для студ. матем. спец. ВНЗ. – К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2011. – 32 с.

РОЗВИТОК ВМІНЬ СТАРШОКЛАСНИКІВ ВИКОНУВАТИ ПРОСТОРОВІ ЗОБРАЖЕННЯ НА ПЕРШИХ УРОКАХ СТЕРЕОМЕТРІЇ

Швець Л.В.,

аспірант,

Національний педагогічний університет

імені імені М.П.Драгоманова

У статті запропонована технологія вироблення та розвитку вмінь старшокласників виконувати просторові зображення на перших уроках стереометрії, з урахуванням принципу поетапного формування часткових вмінь.

В статье предложена технология формирования и развития умений старшеклассников строить пространственные изображения на первых уроках стереометрии, учитывая принципы поэтапного формирования частичных умений.

In this article there is the technology of formation and development of students' skills to draw spatial representations (pictures) at the first stereometry lessons taking into account the principle of step-by-step development of partial skills.

З початком вивчення учнями курсу стереометрії перед вчителем постає завдання навчити їх виконувати зображення просторових фігур та їх елементів. Застосування чіткої і логічно вибудуваної технології формування та розвитку вмінь старшокласників виконувати стереометричні побудови дозволить сформувати у них цілісну картину про зображення як такі. Враховуючи запропоновані Л.М.Фрідманом [5] та Я.Й.Груденовим [4] закономірності формування вмінь і навичок, розроблену М.Ф.Четверухініним [6] теорію зображень в умовах педагогічного процесу та згідно діючої програми з математики, пропонуємо технологію формування та розвитку вмінь, якими учні повинні оволодіти, вивчивши аксіоми стереометрії та наслідки з них. Також виокремимо часткові вміння, які надалі складатимуть загальне вміння будувати зображення точки, прямої, площини, та перерізів многогранників.

З основними поняттями стереометрії, аксіомами та наслідками з них учні, які навчаються на академічному, профільному та поглибленому рівнях знайомляться вивчаючи тему «Вступ до стереометрії», а учні, які вчаться на рівні стандарту – «Паралельність прямих і площин». Спочатку слід сформувати у школярів уявлення про простір та розміщення основних фігур у ньому. Для цього доцільно використати класне приміщення, як модель простору, аркуш паперу, поверхню стола та ін. (модель площини), спицю, олівець та ін. (модель прямої) та маленькі пластилінові кульки в якості моделей точок. Потім на моделі будь-якого з многогранників за допомогою вибраних моделей основних понять доцільно продемонструвати поняття точки, прямої, площини, як частин фігури. Після того, як уявлення про основні поняття сформовано слід переходити до вироблення вмінь їх зображати.

У зв'язку з введенням нового поняття – площини, побудова зображень значно ускладнюється. Значною мірою пригадати ці поняття та їх зображення допомагає повторення курсу планіметрії, яке передує вивченню стереометрії. Якщо зображення точки та прямої такі ж як і в планіметричних побудовах, то зображення площини потребує окремої уваги, Слід зазначити учням, що побудувати площину за допомогою креслярських інструментів неможливо, її можна лише вказати. Доцільно продемонструвати різні способи зображення площини (рис. 1, *а*-*г*).

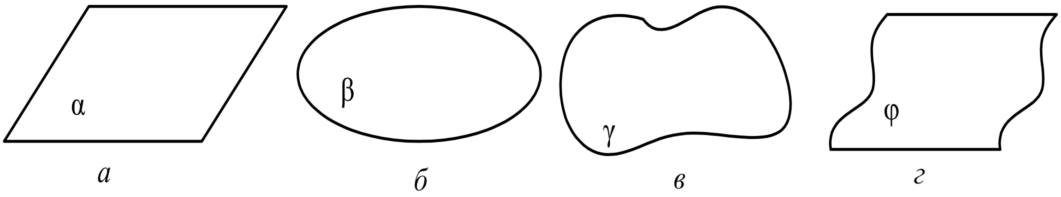


Рис.1

Але, щоб в учнів не сформувалося хибне поняття щодо зображення площини, на прикладі зображення куба, прибравши частини рисунка слід продемонструвати можливі розміщення площини в просторі (рис. 2).

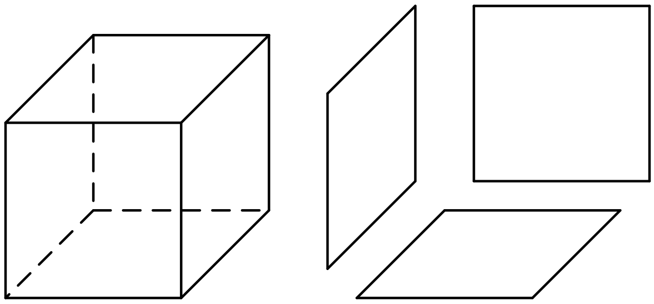


Рис. 2

Завдяки такому прийому в учнів сформується уявлення про розміщення площини в просторі не тільки горизонтальне, а й вертикальне та довільне, що дозволить удосконалити уявлення учнів про площину, яка до цього сприймалася ними лише як аркуш зошита чи дошка.

Для формування та вироблення вмінь будувати стереометричні зображення доцільно скористатися відомими учням ще з 6-го класу зображеннями прямокутного паралелепіпеда чи куба. Використання зображень вказаних фігур дає змогу пов’язати на рисунку поняття точки, прямої, площини, належності точки та прямої площині в просторі.

Використовуючи зображення куба (рис. 3, *а*), доцільно, наприклад, продемонструвати зображення точки, прямої та їх належність площині, прямої перетину площин (рис. 3. *б*-*г*), які дають уявлення учням про взаємне розташування точок, прямих та площин у просторі та приклади зображення таких розташувань.

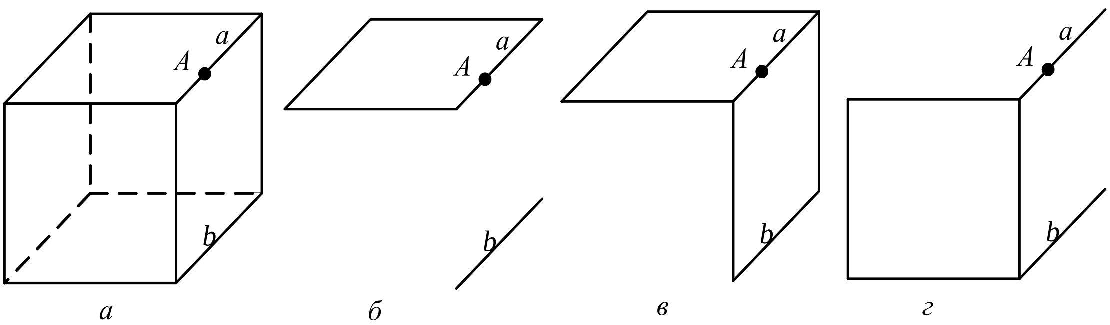


Рис. 3

Під час вивчення аксіом стереометрії та наслідків з них використовувати зображення куба необов’язково. На цьому етапі слід перейти до використання ілюстративних рисунків так званих «рисунків-засобів» [6]. Наприклад, побудову зображень до аксіом стереометрії та наслідків з них можна виконати так, як показано на рисунку 4, *а-е*. Пояснюючи аксіому про перетин двох площин, варто акцентувати увагу учнів на зображенні площин у вигляді паралелограмів, як простішому та більш наочному.

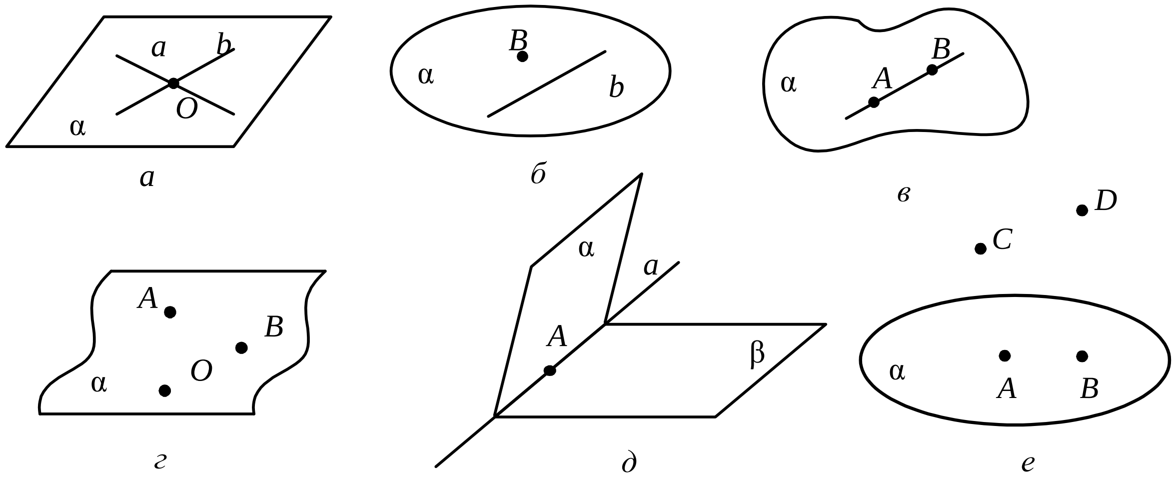


Рис. 4

Подальше застосування вивчених аксіом стереометрії та наслідків з них відбувається під час побудови перерізів многогранників. При цьому виникає певна неузгодженість, оскільки паралельне проекціювання та його властивості ще не вивчалися, а учні повинні вміти виконувати зображення многогранників. Оскільки побудова самих многогранників не є метою зображень, то виконання побудови їх зображення має інтуїтивний та суто шаблонний характер. Тому, щоб уникнути можливих помилок вчителю необхідно, будуючи піраміду чи призму на дошці дати рекомендації учням щодо відповідних побудов у зошитах. Наприклад, під час побудови піраміди, слід зазначити учням, що виконувати зображення варто починати з побудови точок, жодні три з яких не лежать на одній прямій, наголошуючи при цьому на розмірах самої побудови, задля уникнення замалих чи завеликих зображень. Не менш важливим є вибір вершини. Доцільно продемонструвати можливі випадки «невдалих» рисунків через той чи інший вибір точок, зокрема, під час побудови зображення чотирикутних та п’ятикутних пірамід (рис. 5).

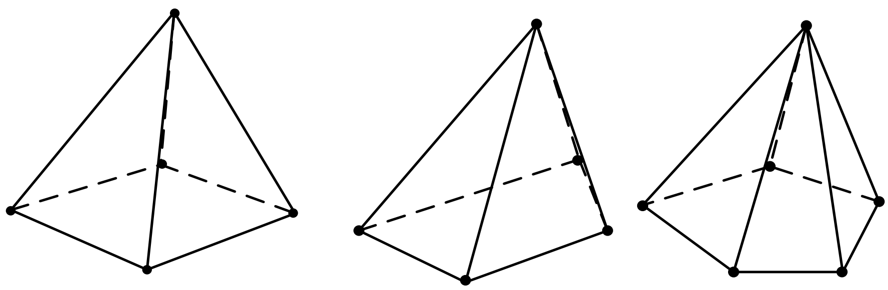


Рис. 5

Пояснюючи особливості побудови прямокутного паралелепіпеда чи куба, варто звернути увагу учнів на «схожість» зображень цих многогранників, але задля унаочнення побудови слід запропонувати куб зображати у кабінетній проекції, а призми розглядати лише прямі. Також доцільно вказати на можливі помилки під час побудови зображення цих многогранників (рис. 6).

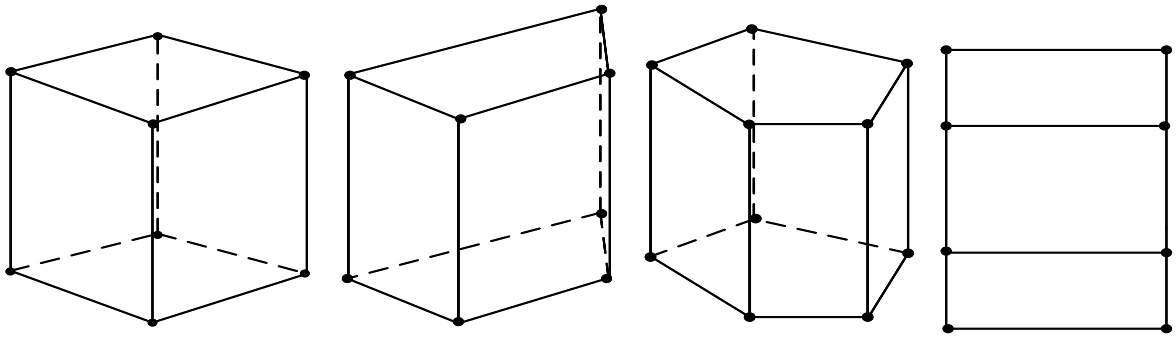


Рис. 6

Оскільки рисунки в підручнику та на дошці зображені на площині, що не має сітки (клітинок), то вчителю слід дати коментар стосовно побудови піраміди, куба та прямокутного паралелепіпеда, як найбільш вживаних в умовах задач, саме в учнівських зошитах. У зв'язку з тим, що креслення як навчальний предмет не входить до програм для вивчення в загальноосвітніх школах, необхідно обов'язково зупинитися на видах ліній, які використовуються під час побудов в стереометрії. Домовляємося використовувати *суцільну* та *штрихову лінії* для зображення відповідно видимих та невидимих ліній. Хоча в деякій літературі зустрічається *штрихпунктирна лінія*, якою користуються для зображення осі симетрії. Пропонуємо в шкільному курсі стереометрії обмежитися використанням лише двох вище вказаних ліній.

Таким чином, вивченню перерізів многогранників передує вироблення в учнів вмінь зображати многогранники встановленого виду й вказувати точки, прямі та площини на їх зображеннях. Оскільки уміння учнями виокремлювати точки, прямі та площини на зображеннях многогранників є необхідним для подальшого вивчення перерізів многогранників. Крім того, починаючи вивчати перерізи многогранників слід зауважити учням, що перерізом прямої та площини є слід їх перетину, тобто точка, а перерізом двох площин – пряма. Тому доцільно вивчення задач на побудову перерізів многогранників почати із такої, наприклад, задачі.

Задача. Побудуйте точку перетину прямої *MN* з площиною (*ABC*); укажіть точки перетину прямої *MN* з площинами (*ASB*) та (*BSC*). Як розміщені пряма *MN* та площина (*ASC*) (рис. 7, *а*)?

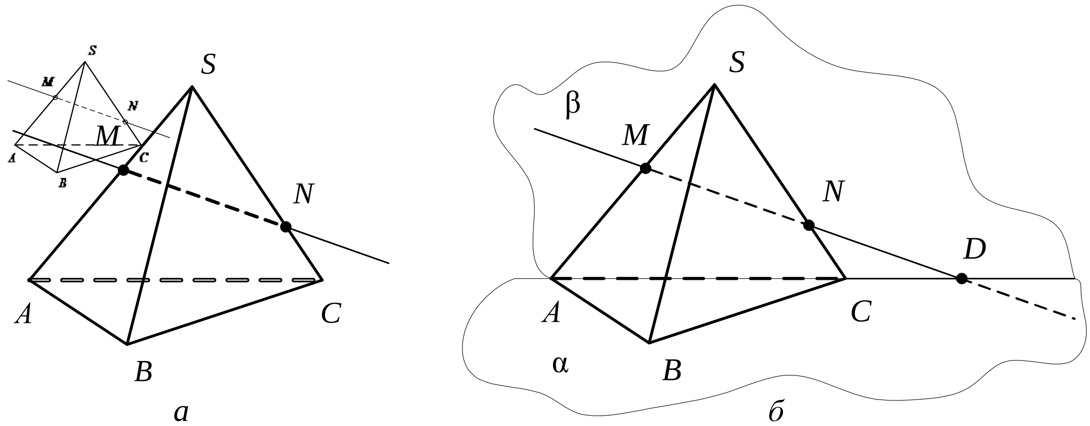


Рис. 7

Під час виконання першого завдання задачі, використовуючи аксіоми стереометрії та наслідки з них, слід добудувати площини α та β (рис. 7, *б*), що унаочнити поняття площини, зокрема, площин (*ABC*) та (*ASC*). Далі необхідно зауважити, що пряма *AC* є прямою перетину цих площин, а точка *D* – спільною для них, що й визначає її розміщення – належність цій прямій. Аналогічно, визначаючи точки перетину прямої *MN* з площинами (*ASB*) та (*BSC*), слід виконати добудову площин відповідних граней піраміди. Задля унаочнення виконаної побудови розв'язання цієї задачі слід продемонструвати на моделі тетраедра, що є доцільно на перших уроках стереометрії.

Для вироблення в учнів вмінь будувати перерізи многогранників методом слідів доцільно розглянути ряд базових задач, дібраних за рівнем складності, розв'язання яких необхідно продемонструвати на дошці, детально коментуючи саму побудову. Мета розв'язування цих задач – сформувати в учнів розуміння самого принципу побудови перерізів многогранників методом слідів, площини перерізів яких задано трьома точками або прямою та точкою, що їй не належить та виробити вміння виконувати відповідні побудови. Враховуючи загальні та часткові вміння зображати стереометричні фігури, процес вироблення в учнів відповідних вмінь виконувати побудови перерізів многогранників методом слідів повинен містити ряд вмінь, формування яких відбувається в певній послідовності. Таким чином, розв'язання базових, а надалі й інших задач на побудову перерізів многогранників пропонуємо виконувати за схемою, яка власне відображає принцип розв'язування таких задач :

1. Аналіз умови задачі: визначення якого виду многогранник і створення графічного образу.
2. Побудова зображення просторового образу.
3. Позначення на рисунку даних в умові задачі елементів.
4. Побудова слідів перерізу площини перерізу з гранями многогранника за даними задачі.
5. Знаходження точок перетину сліду з площинами (гранями многогранника).
6. Побудова шуканого перерізу.

Виконання завдання кожного з пунктів цієї схеми дозволяє виробити в учнів відповідні часткові вміння, які складають загальне вміння учнів виконувати побудови перерізів многогранників методом слідів.

Розглянемо, наприклад, добірку з п'яти задач, які доцільно використати як базові. Розв'язання до кожної задачі подано у вигляді поетапного зображення побудови самого перерізу та доповнено схемою розв'язування задачі.

Базові задачі

1. Побудуйте переріз піраміди *SABC* площиною, що проходить через три точки *M, N, K*, які лежать відповідно на ребрах *AS, SC, BC*.

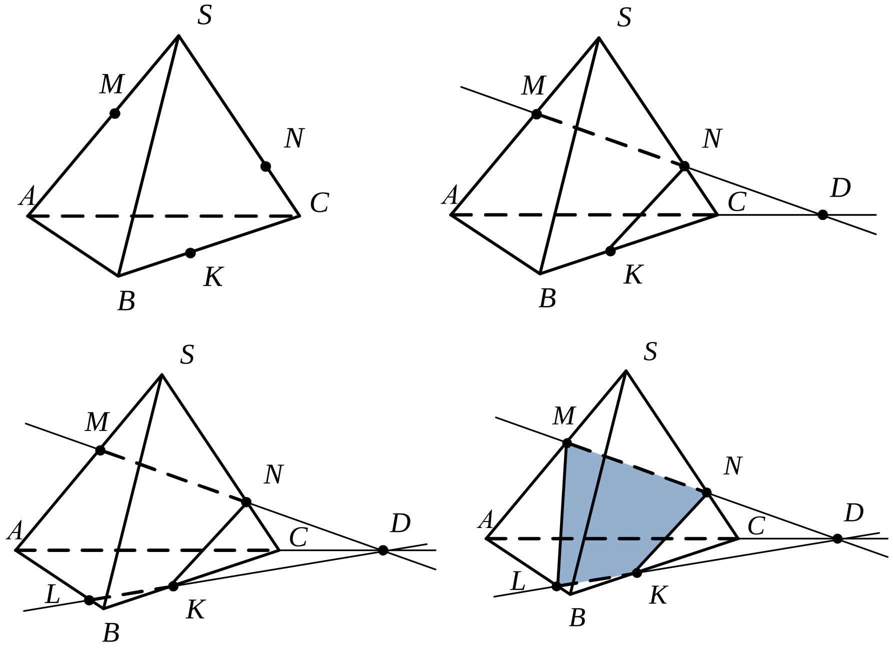


Схема розв'язування задачі

1. Трикутна піраміда.

2. Побудова піраміди.

3. Побудова точок *M*, *N*, *K*.

4. Побудова прямих *MN* та *NK*.

5. Побудова точки *D*, як точки перетину прямої *MN* з площиною (*ABC*); точки *L*, як точки перетину прямої *KD* з площиною (*ASB*).

6. Побудова *ML*.

2. Побудуйте переріз куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ площиною, що проходить через точки *M*, *N*, *K*, які належать відповідно ребрам *AB*, *AD*, CC_1.

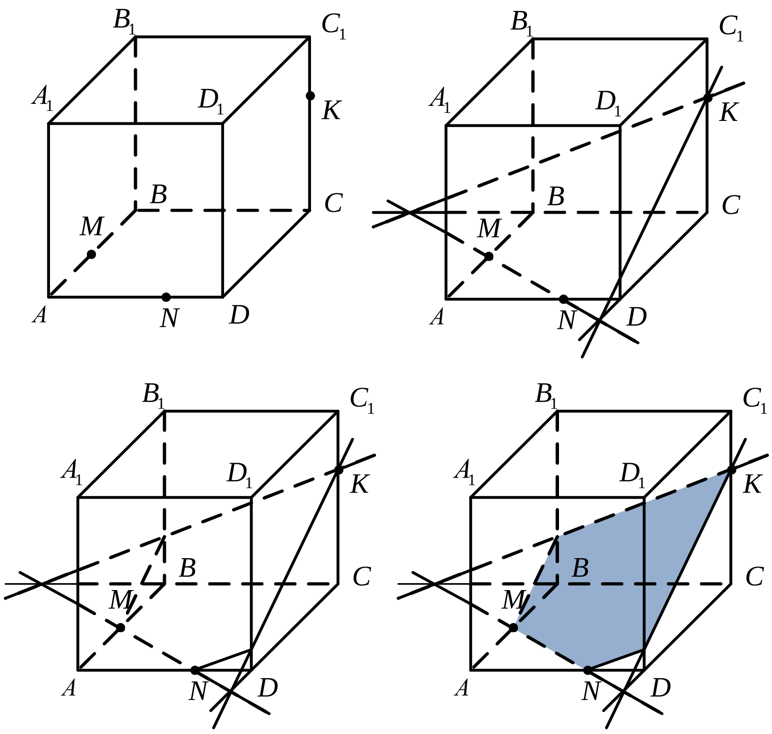


Схема розв'язування задачі

1. Куб.
2. Побудова куба.
3. Побудова точок *M, N, K*.
4. Побудова прямої *MN*.
5. Побудова точок перетину прямої *MN* з площинами (DC_1D_1) та (BB_1C_1).
6. Побудова слідів перерізу.

3. Побудуйте переріз прямокутного паралелепіпеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ площиною, що проходить через точки *M, N, K*, які належать відповідно ребрам B_1C_1, DD_1, D_1C_1.

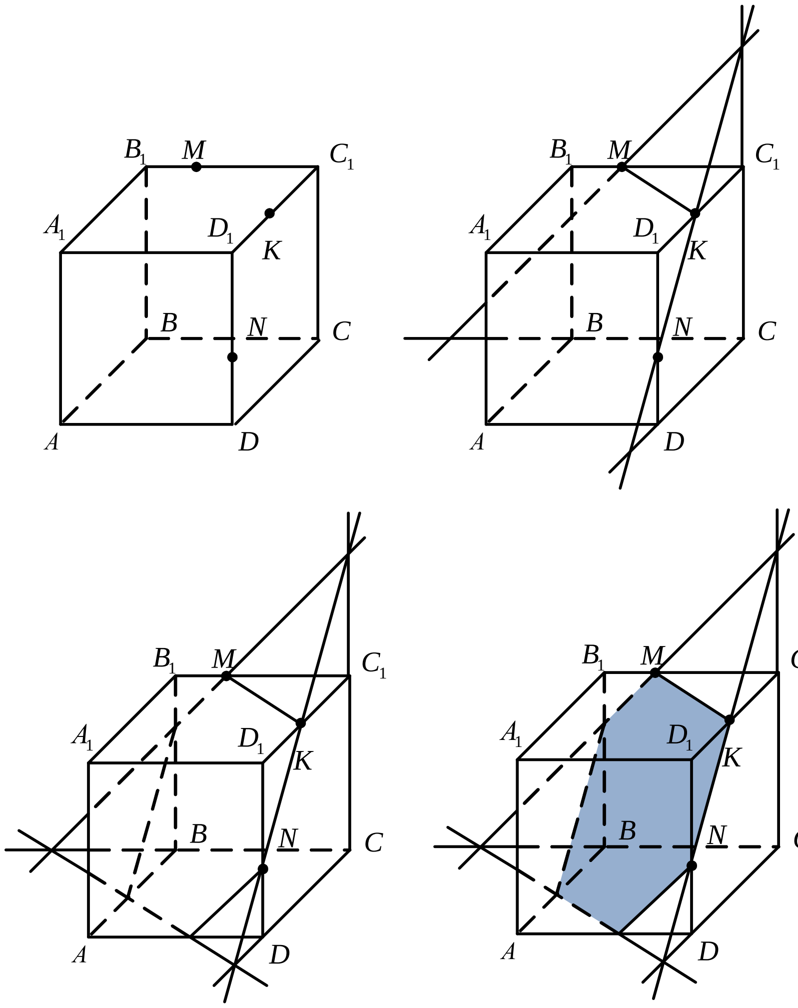


Схема розв'язування задачі

1. Прямокутний паралелепіпед.
2. Побудова прямокутного паралелепіпеда.
3. Побудова точок *M, N, K*.
4. Побудова прямих *MN* та *NK*.
5. Побудова точок перетину прямої *KN* з площинами (BB_1C_1) та (*ABC*).; прямої *ML* з площиною (*ABC*).
6. Побудова слідів перерізу.

У наступних двох задачах рисунок доцільно доповнити зображенням площини основи, оскільки вона містить один з даних елементів (слід *g*). Добудова площини основи можлива й у попередніх трьох задачах, але робити це, на нашу думку, не варто, оскільки це вимагає врахування видимих і невидимих ліній, що ускладнює саму побудову. Оскільки площина основи є допоміжним елементом рисунка, то задля наочності пропонуємо зображати лише видиму її частину.

4. Побудуйте переріз прямокутного паралелепіпеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ площиною, заданою слідом g в площині (ABC) та точкою M, що належить площині (DD_1C_1).

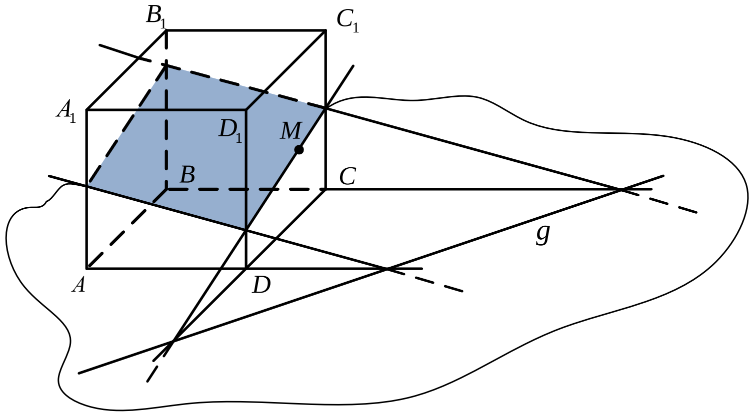


Схема розв'язування задачі

1. Прямокутний паралелепіпед.
2. Побудова прямокутного паралелепіпеда.
3. Побудова точки M.
4. Побудова площини основи та сліду g.
5. Побудова точок перетину прямої g з площинами (CB_1C_1), (DC_1D_1) та (AA_1D_1).
6. Побудова перерізу.

5. Побудуйте переріз піраміди $SABCD$ площиною, що проходить через три точки M, N, K, якщо точки M і N лежать відповідно на площинах (SAB) і (SBC), а точка K на ребрі SD.

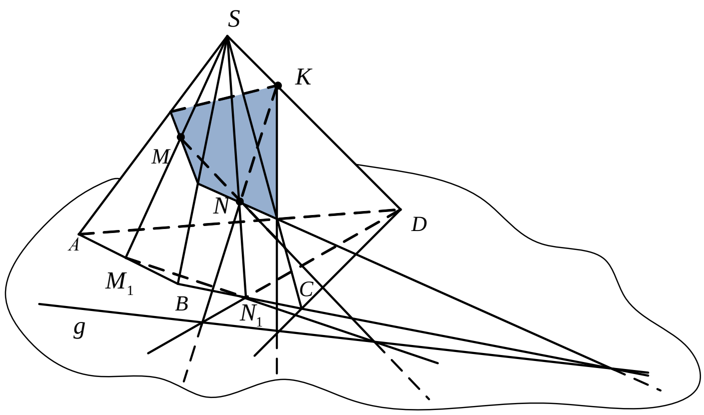


Схема розв'язування задачі

1. Чотирикутна піраміда.
2. Побудова чотирикутної піраміди.
3. Побудова точок M, N, K і площини основи.
4. Побудова сліду g, як прямої, що проходить через точки перетину прямих MN та NK відповідно з прямими M_1N_1 та DN_1.
5. Побудова точок перетину прямої g з площинами (SCD) та (SBC).
6. Побудова перерізу.

Враховуючи рівні навчання запропоновані базові задачі доцільно розподілити так: в класах, які вивчають математику на рівні стандарту достатньо розглянути лише першу задачу; в класах, де геометрія вивчається на академічному рівні – перші чотири; під час вивчення геометрії на профільному та поглибленому рівнях – всі п’ять задач.

Описана технологія формування й вироблення в учнів знань, вмінь і навичок з теми «Вступ до стереометрії» відповідає державним вимогам щодо рівня загальноосвітньої підготовки учнів. За рахунок виокремлення часткових вмінь відбувається поетапне формування та вироблення в учнів вмінь виконувати стереометричні зображення. Таким чином, вивчивши тему «Вступ до стереометрії» згідно даної технології навчання, учні вмітимуть формулювати аксіоми стереометрії та наслідки з них, застосовувати їх до розв’язування нескладних геометричних і практичних задач; розв’язувати найпростіші задачі на побудову перерізів куба, прямокутного паралелепіпеда та піраміди; виконувати елементарні побудови: площини; точок, що належать і не належать площині; прямих, що належать і не належать площині; прямокутного паралелепіпеда, куба, тетраедра та їх перерізів.

Список використаної літератури

1. Біляніна О.Я. Геометрія: академ. рівень: підруч. для загальноосвіт. навч. закл./ О.Я. Біляніна, Г.І. Білянін, В.О. Швець. — К.: Генеза, 2010. — 256 с.: іл.
2. Бурда М.І. Математика: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл.: рівень стандарту/М.І. Бурда, Т.В. Колесник, Ю.І. Мальований, Н.А. Тарасенкова. — К.: Зодіак-ЕКО, 2010. — 288 с.: іл.
3. Геометрія: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл.: профіл. рівень/ Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова, В.М. Владіміров. — К.: Генеза, 2010. — 232 с.: іл. — Бібліогр.: с. 221.
4. Груденов Я.И. Психолого-педагогические основы методики обучения математике. — М.: Педагогика, 1987. — 160 с.: ил.
5. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о пед. Психологии. — М.: Просвещение, 1983. — 160 с., ил.
6. Четверухин М.Ф. Изображение фигур в курсе геометрии: Пособие для учителей. — М.: Учпедгиз, 1958. — 216 с.

ЛЕМА ДЛЯ НЕРІВНОСТЕЙ З РАДИКАЛАМИ

Ясінський В. А.,
доцент,
Вінницький державний педагогічний університет ім. Михайла Коцюбинського

Розглядається лема про нерівність з радикалами, яка є складовою системи використання новітніх технологій доведення нерівностей, що пропонувалися на математичних олімпіадах.

Рассматривается лемма о неравенстве с радикалами, являющаяся составляющей системы использования новейших технологий доказательства неравенств, которые предлагались на математических олимпиадах.

A lemma for inequalities with radical signs is discussed here. This lemma is a component of the system of applications of the newest technologies for proof of inequalities offered on Mathematical Olympiads.

Розв’язування математичних задач, а особливо олімпіадних, за допомогою новітніх технологій має важливе методичне значення і надає великі можливості для вдосконалення процесу навчання математики.

По-перше, пошук новітньої технології розв’язування задачі — один з ефективних шляхів реалізації дидактичних принципів *свідомості* й *активності* засвоєння навчального матеріалу. При розв’язуванні олімпіадної задачі різними новітніми методами нерідко відома учням вправа переноситься в якісно нові умови, повторюється в нових зв'язках і поєднаннях.

По-друге, для розв’язування олімпіадних задач різними новітніми технологіями, учням доводиться використовувати багато теоретичних фактів, методів і прийомів, аналізувати їх з точки зору застосування до заданої в задачі ситуації, що сприяє формуванню та розвитку *гнучкості мислення*.

По-третє, в процесі пошуку різних новітніх технологій розв’язування олімпіадних задач переважає *творче мислення*, що сприяє розвитку не тільки інтелекту, але й низки *моральних якостей*, багато в чому визначає *світогляд* школяра.

Крім того, розв’язування задач за допомогою новітніх технологій направлено і на *естетичне виховання* учнів. Саме тут школярі вчаться самостійно знаходити простіші та красивіші розв’язання завдань, починають бачити взаємозв’язок усіх частин математики, а отже, і красу цієї науки.

А тому виникає проблема створення і пошуку новітніх технологій доведень в умовах профільного навчання математики. Для розкриття учням суті новітніх методів доведення важливу роль відіграє застосування деяких особливих елементів алгебри та початків аналізу, з якими ми рекомендуємо ознайомлюватися на факультативних заняттях і бажано їх включати до програм поглибленого вивчення математики. Для цього спочатку треба ознайомити учнів з деякими відомостями про доведення нерівностей та алгебраїчних формул.

Для доведення нерівностей, які містять радикали, потрібно навчитися ***елементарними*** методами знаходити їх *верхні межі* (як правило не симетричні), як для середнього степеневого k-го степеня n невід'ємних чисел, і зуміти їх використати для конкретних нерівностей.

Лема 1. *Якщо a і b такі дійсні числа, що $a \ge b \ge 0$ і k – натуральне, $k > 1$, то для будь-якого $\lambda \in \left(0; \frac{1}{\sqrt[k]{2}-1}\right]$ виконується нерівність $\sqrt[k]{a^k + b^k} \le a + \frac{b}{\lambda}$ (1).*

Лема 2. *Якщо $a_0 \ge a_1 \ge a_2 \ge ... \ge a_n$ додатні дійсні числа і k – натуральне, $k > 1$, то для будь-якого $\lambda \in \left(0; \frac{1}{\sqrt[k]{2}-1}\right]$ виконується така нерівність:*

$$\sqrt[k]{a_0^k + a_1^k + ... + a_n^k} \le a_0 + \frac{a_1}{\lambda} + \frac{a_2}{\lambda^2} + ... + \frac{a_n}{\lambda^n} \quad (2).$$

Рівність у цій нерівності досягається тоді і тільки тоді, коли $a_i = \sqrt[k]{2^{n-i-1}} \cdot a_n$, де $i = 0, 1, ... , n-1$.

Застосування.

1. *(Румунія, 2009.) Нехай a і b – невід'ємні дійсні числа, причому $a \ge b$. Доведіть, що виконується нерівність $\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt[3]{a^3+b^3} + \sqrt[4]{a^4+b^4} \le 3a+b$.*

Розв'язання. За лемою 1, одержуємо:

$$\sqrt{a^2+b^2} \le a + \left(\sqrt{2}-1\right)b,\ \sqrt[3]{a^3+b^3} \le a + \left(\sqrt[3]{2}-1\right)b,\ \sqrt[4]{a^4+b^4} \le a + \left(\sqrt[4]{2}-1\right)b.$$

Додавши ці нерівності, одержимо:

$$\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt[3]{a^3+b^3} + \sqrt[4]{a^4+b^4} \le 3a + \left(\sqrt{2}+\sqrt[3]{2}+\sqrt[4]{2}-3\right)b \quad (*).$$

Оскільки $\sqrt{2}+\sqrt[3]{2}+\sqrt[4]{2}-3 < 1$, то $3a + \left(\sqrt{2}+\sqrt[3]{2}+\sqrt[4]{2}-3\right)b \le 3a+b \quad (**)$.

Із нерівностей $(*)$ і $(**)$ випливає нерівність, яку потрібно було довести. Рівність у цій нерівності досягається тоді і тільки тоді, коли $b = 0$.

Зауваження. Якщо скористатися так званою *нерівність Мілдорфа* $\sqrt[k]{a^k+b^k} \le a + \frac{b}{k}$, для $k = 2, 3, 4$, то задача розв'язаною не буде, бо $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4} > 1$.

2. *(АРМО, 2003.) Нехай a, b, c – довжини сторін деякого трикутника, причому $a+b+c=1$, і $n \ge 2$ – натуральне число. Доведіть, що виконується така нерівність*

$$\sqrt[n]{a^n+b^n} + \sqrt[n]{b^n+c^n} + \sqrt[n]{c^n+a^n} < 1 + \frac{\sqrt[n]{2}}{2}.$$

Розв'язання. Не порушуючи загальності вважатимемо, що $a \ge b \ge c$. Оскільки a, b і c – довжини сторін трикутника, то за нерівністю трикутника маємо:

$b+c>a \Leftrightarrow 1-a>a \Leftrightarrow a<\frac{1}{2}$.

За лемою 1, одержуємо: $\sqrt[n]{a^n+b^n} \le a+\left(\sqrt[n]{2}-1\right)b$, $\sqrt[n]{b^n+c^n} \le b+\left(\sqrt[n]{2}-1\right)c$,

$\sqrt[n]{a^n+c^n} \le a+\left(\sqrt[n]{2}-1\right)c$.

Додавши ці три нерівності, одержимо:

$$\sqrt[n]{a^n+b^n}+\sqrt[n]{b^n+c^n}+\sqrt[n]{c^n+a^n} \le 2a+\sqrt[n]{2}b+2\left(\sqrt[n]{2}-1\right)c=$$

$$=(a+b+c)+a+(b+2c)\left(\sqrt[n]{2}-1\right)-c=1+a+(b+2c)\left(\sqrt[n]{2}-1\right)-c<$$

$$<1+a+(b+c)\left(\sqrt[n]{2}-1\right)=1+a+(1-a)\left(\sqrt[n]{2}-1\right)=\left(2-\sqrt[n]{2}\right)a+\sqrt[n]{2}<1+\frac{\sqrt[n]{2}}{2}, \text{ бо } a<\frac{1}{2}.$$

Список використаної літератури

1. Pham Kim Hung, Secrets in Inequalities, volume 1, Gil Publishing House, 2007.
2. Radmila Bulajich Manfrino, Jose Antonio Gomez Ortega, Rogelio Valcez Delgado, Inequalities, Institudo de Matematicas, Universidad Nacional Autonoma de Mexico, 2005.
3. http://www.mathlinks.ro

ДОЦІЛЬНІСТЬ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ДІОФАНТОВІ РІВНЯННЯ» В КУРСІ «ВСТУП ДО СПЕЦІАЛЬНОСТІ МАТЕМАТИКА»

Працьовитий М.В.,
доктор фіз.-мат. наук, професор,
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
Василенко Н.М.,
кандидат фіз.-мат. наук,
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
Лисенко І.М.,
кандидат фіз.-мат. наук,
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова

У роботі обґрунтовується доцільність вивчення теми «Діофантові рівняння» у курсі «Вступ до спеціальності МАТЕМАТИКА» для студентів педагогічних університетів напряму підготовки «Математика» та пропонується методика її вивчення.

В работе обосновывается целесообразность изучения темы «Диофантовые уравнения» в курсе «Введение в специальность МАТЕМАТИКА» для студентов педагогических университетов направления подготовки «Математика» и предлагается методика ее изучения.

In the paper we substantiate the advisability of study of the topic “Diophantine equations” in the course “An Introduction to MATHEMATICS” for students of mathematical specialities of pedagogical universities. Also a methodology of study of this topic is proposed.

Підготовленість випускника сучасної загальноосвітньої української школи до вивчення курсів вищої математики, м’яко кажучи, бажала би бути кращою. Причини цього загальновідомі. Особливо гостро стоїть ця проблема в системі підготовки професійного математика та вчителя математики, де передбачається наявність у першокурсника високої математичної культури, ерудиції, ґрунтовних знань шкільного курсу математики і сформованість початкового неілюзорного уявлення про математику як науку. Оскільки такі передумови відсутні, то багато ВУЗів України сьогодні намагаються ліквідувати прогалини в знаннях шкільного курсу математики (ШКМ) шляхом введення для першокурсників різних за назвою дисциплін, метою яких, як правило, є повторення понять та фактів ШКМ.

З метою розширення кругозору, посилення інтересу до математики і занять нею, підвищення загальної математичної культури, створення міцних основ для вивчення фундаментальних математичних курсів, у Фізико-математичному інституті НПУ імені М.П. Драгоманова до навчального плану напряму підготовки МАТЕМАТИКА* включено навчальну дисципліну «Вступ до спеціальності МАТЕМАТИКА» (далі «Вступ ...»). На нашу думку, вона має бути значно глибшою за змістом, ніж повторювальний курс шкільної математики. Її вивчення має розв’язувати значно ширше коло завдань,зокрема:

1. Повторити ті факти шкільного курсу математики, які використовуються у фундаментальних математичних курсах, зокрема, лінійній алгебрі, аналітичній геометрії, математичному аналізі;

2. Підвищити рівень загальної математичної культури першокурсників, зокрема, здатності використовувати геометрично-образне та аналітичне мислення;
3. Сформувати вміння працювати з математичною теорією та математичною задачею, з математичною літературою та навчальними посібниками;
4. Озброїти широковживаними методами розв'язання математичних задач, зокрема, методом математичної індукції, методом доведення від супротивного, конструктивним методом доведення теорем існування тощо;
5. Сформувати вміння (внутрішню потребу) широко використовувати прийоми розумової діяльності (аналіз, синтез, індукція, дедукція), вмінням конкретизувати та узагальнювати;
6. Сформувати уявлення про прикладну математику і математичне моделювання, як метод пізнання навколишньої дійсності;
7. Посилити мотиваційні основи процесу навчання;
8. «Пробудити» інтерес до математики як науки і засобу пізнання навколишнього світу, до наукової діяльності та математичної творчості;
9. Сформувати готовність студентів брати участь: в роботі наукових гуртків, в олімпіадах та конкурсах;
10. Ознайомити студентів з роботою математика-науковця, популяризатора математичних знань, з періодичними науковими та науково-популярними виданнями, широким спектром наукових та науково-популярних книг для школярів та вчителів.

РІВНЯННЯ є однією із змістових ліній шкільного курсу математики, на вивчення якої відводиться значна частина всього навчального часу в курсі алгебри. Вміння розв'язувати рівняння (алгебраїчні, раціональні, ірраціональні, тригонометричні, показникові, логарифмічні та змішані) є ґрунтовною складовою математичної культури школяра. Апарат рівнянь широко використовується у різноманітних застосуваннях математики, у суміжних навчальних дисциплінах, в першу чергу, у фізиці та хімії. Вони лежать в основі законів збереження і присутні в моделях різноманітних процесів і явищ реального світу. Особливо важливим є зв'язок (тісний, органічний) цієї змістової лінії зі змістовою лінією ФУНКЦІЇ. Випускник школи має не лише вміти формально розв'язувати рівняння (володіти методами та прийомами), а й усвідомлювати функціональне походження рівнянь, які вивчаються, їх нерозривний зв'язок з відповідними функціями.

У класичному розумінні, *діофантові рівняння* — це поліноміальні рівняння з цілими (раціональними) коефіцієнтами, в яких змінні можуть приймати тільки цілі значення, названі так на честь давньогрецького математика III ст. Діофанта Александрійського. Основний твір Діофанта — „Арифметика" містив 13 книг. До нашого часу збереглось лише перших 6 книг, в яких зібрано 189 задач на знаходження додатних цілих розв'язків невизначених рівнянь з вдало підібраними ілюстраціями та методами розв'язання.

Розв'язати діофантове рівняння означає:

1) з'ясувати, чи має рівняння розв'язок в цілих числах;

2) якщо рівняння має розв'язок в цілих числах, то з'ясувати скінченна чи нескінченна множина його розв'язків;

3) знайти всі цілі розв'язки рівняння.

Сьогодні в термін «діофантове рівняння» вкладають ширший зміст, розуміючи під цим рівняння (не обов'язково раціональне) з вимогою знайти його цілі (раціональні) корені.

Діофантові рівняння, не будучи програмною темою шкільного курсу математики, часто зустрічаються в завданнях математичних олімпіад різних рівнів (школярів та студентів) і не залишають байдужими до себе тих, хто по-справжньому цікавиться математикою. Зауважимо, що діофантовими рівняннями займались видатні математики, серед яких Ф. Вієт, П. Ферма, А. Пуанкаре, А. Вейль, Л. Ейлер, Ж. Лагранж, К. Гаус, А. Лежандр, К. Якобі, П. Л. Чебишев, Г. Ф. Вороний та ін. [2, 8]. Підкреслимо, що Велика теорема Ферма: «*Для довільного натурального* $n \geq 3$ *рівняння* $x^n + y^n = z^n$ *не має ненульових розв'язків у цілих числах*», яку майже 300 років ніхто не міг довести, стосується саме діофантових рівнянь. Нагадаємо, що ця теорема була доведена у 1994 року Ендрю Вайлсом (129-сторінкове доведення, надруковане у журналі «Annals of Mathematics» у 1995 році, містило недоліки, які були ліквідовані того ж року з допомогою Лоуренса Тейлора).

Загальна теорія діофантових рівнянь є далекою до завершеності. Яскравим підтвердженням цього факту є згадана історія Великої теореми Ферма. Лише для окремих невеликих класів діофантових рівнянь вибудувана цілісна теорія. Зокрема, для алгебраїчних рівнянь довільного степеня з однією змінною, лінійних рівнянь з довільною кількістю змінних, деяких типів рівнянь другого степеня з двома невідомими та небагатьох інших [7, 8]. Багато інших типів діофантових рівнянь чекають своїх розв'язків у загальній постановці.

Тема «Діофантові рівняння» заслуговує на те, щоб бути включеною до навчальної програми вказаного курсу «Вступ …», оскільки дозволяє:

- повторити теорію подільності та основні числові системи, які вивчаються в школі;
- розширити уявлення про методи та прийоми розв'язування рівнянь;
- підвищити математичну культуру та готовність брати участь в олімпіадах;
- посилювати інтерес до математики, теоретичної та прикладної, і занять нею;
- ознайомити учнів з цікавою історією розвитку окремих розділів математики, зокрема, здобутками вітчизняних науковців;
- виховувати альтернативність, конструктивізм та винахідливість;
- формувати вміння гармонійно поєднувати алгоритмічні методи і штучні прийоми розв'язання задач.

Не дивлячись на те, що існує чимало робіт присвячених діофантовим рівнянням, авторам невідомі джерела, в яких би був систематично викладений навчальний матеріал в доступній для початківця формі, слідуючи принципам від простого до складного, повноти і цілісності. Реалії нашого сьогодення такі, що переважна більшість випускників шкіл, а як наслідок, і студентів-першокурсників, не мають ніякого уявлення про такі рівняння.

Природний інтерес до діофантових рівнянь можна збудити задачами прикладного характеру, які виникають в простих життєвих ситуаціях. Наведемо приклади таких.

1. Туристичне бюро, яке має у своєму розпорядженні двадцятитрьохмісні автобуси та шестимісні легкові автомобілі, організовує екскурсійну поїздку для 310 туристів. Скільки

автомобілів першого і другого типів потрібно виділити для екскурсантів, при умові, що в виділених автомобілях не повинно залишатись вільних місць?

2. Чи можна заплатити за покупку вартістю 1000 грн. 40 купюрами номіналом 1 грн., 10 грн. та 100 грн.?

3. Для перевезення зерна є мішки місткістю по 60 і 80 кг. Скільки потрібно тих і інших мішків для перевезення 440 кг зерна?

4. Товарні вагони з вантажами типу А і Б важать відповідно 27 т і 43 т. Скільки вагонів, навантажених товарами А і Б, потрібно для формування товарного потягу для перевезення вантажу масою 1800 т?

Ми пропонуємо вивчення даної теми на лекції за наступним планом:

1. Задачі, які приводять до поняття «діофантове рівняння»;
2. Рівняння *n*-го степеня з однією змінною;
3. Лінійне рівняння з двома змінними;
4. Лінійне рівняння з *m* змінними;
5. Рівняння Пелля;
6. Піфагорові числа та піфагорові трикутники.
7. Деякі прийоми та методи розв'язання діофантових рівнянь;
8. Системи діофантових рівнянь;
9. Задачі для самостійного розв'язання.

Використовуючи метод проблемного навчання, пропонуємо розпочати лекцію з конкретної задачі: *знайти всі цілі розв'язки рівняння а)* $3x+5y=1$, *б)* $3x+5y=17$.

Наведемо виклад деяких **фрагментів лекції** (згідно з пунктами плану).

2. Задача про **знаходження цілих розв'язків рівняння *n*-го степеня з однією змінною** розв'язується достатньо легко. Дійсно, нехай $x=x_0$ — цілий розв'язок рівняння

$$a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0 \quad (n \ge 1). \tag{1}$$

Тоді $a_0 = -x_0\left(a_n x_0^{n-1} + a_{n-1}x_0^{n-2} + \ldots + a_1\right)$. З останньої рівності зрозуміло, що a_0 ділиться на x_0 без остачі. Таким чином, кожен цілий розв'язок рівняння (1) є дільником його вільного члена. Для знаходження цілих розв'язків рівняння потрібно вибрати ті з дільників a_0, які при їх підстановці в рівняння (1) перетворюють його на тотожність.

Продемонструвати дієвість вище наведеного способу знаходження цілочисельних розв'язків рівнянь *n*-го степеня з однією змінною можна, розв'язавши наступну задачу: *знайти цілочисельні розв'язки рівняння* $x^3-4x^2+x+6=0$.

3. Розглянемо **лінійні діофантові рівняння з двома невідомими:**

$$ax-by=c, \tag{2}$$

де $a, b, c \in \mathrm{N}$, $a \ne 0 \ne b$, і нехай $НСД(a,b)=d$.

Нехай *c* ділиться на *d*. Якщо (x_0, y_0) — цілочисельний розв'язок рівняння (2), то для довільного $k \in \mathrm{Z}$ матимемо $a(x_0+kb)-b(y_0+ka)=c$.

Отже, $x=x_0+kb$, $y=y_0+ka$, $k \in \mathrm{Z}$, і рівняння (2) має безліч розв'язків в цілих числах.

Якщо c не ділиться на d, то рівняння (2) розв'язків у цілих числах немає.

Нехай маємо рівняння

$$ax + by = c, \tag{3}$$

де $a, b, c \in \mathrm{N}$, $a \neq 0 \neq b$, і нехай $НСД(a,b) = d$.

Нехай c ділиться на d. Тоді поділивши числа a, b і c на $НСД(a,b)$, отримаємо рівняння в якому коефіцієнти при змінних будуть взаємно простими.

Припустимо тепер, що в рівнянні (3) $НСД(a,b) = 1$. Якщо (x_0, y_0) — цілочисельний розв'язок рівняння (3), то для довільного $k \in \mathrm{Z}$ матимемо

$$a(x_0 + bk) + b(y_0 - ak) = c.$$

Отже, рівняння (3) має безліч цілочисельних розв'язків — $x = x_0 + bk$, $y = y_0 - ak$, $k \in \mathrm{Z}$.

Варто зауважити, що кількість натуральних розв'язків рівняння (3) у цьому випадку буде залежати від числа c. А саме, якщо

1) $c = ab$, то рівняння (3) не має розв'язків у натуральних числах, оскільки в протилежному випадку отримаємо

$$ax + by = ab, \tag{4}$$

що рівносильно $ax = b(a - y)$.

З того, що $НСД(a,b) = 1$, випливає подільність x на b, а отже, $x \geq b$. Звідки $ax + by > ax \geq ab$, що суперечить (4).

2) $c > ab$, то рівняння (3) має безліч цілочисельних розв'язків, які знаходяться за вище вказаними формулами.

Обґрунтуємо, що для кожного натурального $c > ab$ рівняння (3) має розв'язки в натуральних числах.

З рівності (2) випливає, що існують такі натуральні числа u і v, що $au - bv = c > ab$, звідки

$$\frac{u}{b} - \frac{v}{a} > 1.$$

А, отже, існує таке ціле число t, що

$$\frac{v}{a} < t < \frac{u}{b}.$$

Нехай $x = u - bt > 0$ і $y = at - v > 0$ такі цілі числа. Отже, для натуральних чисел x і y маємо

$$ax + by = a(u - bt) + b(at - v) = au - bv = c,$$

що і потрібно було довести.

Частинний розв'язок (x_0, y_0) для малих a і b можна знайти підбором, а у випадку, коли числа a і b великі, доцільно використовувати алгоритм Евкліда.

Якщо c не ділиться на d, то рівняння (3) розв'язків у цілих числах немає.

Для усвідомлення суті та закріплення вище описаного методу, зі студентами доцільно розв'язати в цілих числах наступні рівняння: *а*) $45x-37y=25$; *б*) $275x+145y=10$.

4. Значно більший інтерес становить **розв'язання в цілих числах рівнянь з багатьма невідомими**. Розв'язання таких рівнянь потребує спеціальних знань, вмінь та навичок. Найпростішими серед них є лінійні рівняння, тобто рівняння виду

$$a_1x_1+a_2x_2+\ldots+a_mx_m=b\text{, де } 1\le m\in N,\ a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_m\in \mathrm{Z}. \qquad (5)$$

Варто зауважити, що всі коефіцієнти рівняння (5) можна вважати натуральними, оскільки члени з нульовими коефіцієнтами можна відкинути, а від'ємний коефіцієнт можна замінити рівним йому за абсолютною величиною додатним коефіцієнтом, змінивши при цьому знак у невідомої.

Отже, далі вважатимемо, що всі коефіцієнти рівняння (5) натуральні і різні. Нехай a_1 — найбільший з коефіцієнтів, зокрема $a_1>a_2$. Тоді за теоремою про ділення з остачею матимемо

$$a_1=a_2k+a_2',\quad 0<a_2'<a_2,\quad k\in N,\quad a_2'\in Z.$$

Покладемо $x_1'=kx_1+x_2$, $x_2'=x_1$, $a_1'=a_2$. Тоді $a_1x_1+a_2x_2=a_2(kx_1+x_2)+a_2'x_1=a_1'x_1'+a_2'x_2'$ і рівняння (5) набуде вигляду

$$a_1'x_1'+a_2'x_2'+a_3x_3+\ldots+a_mx_m=b. \qquad (6)$$

Таким чином, розв'язування в цілих числах рівняння (5) зводиться до розв'язування в цілих числах рівняння (6), в якому найбільший серед коефіцієнтів при невідомих, менший ніж найбільший серед коефіцієнтів при невідомих у рівнянні (5). Міркуючи аналогічно, з рівняння (6) можна отримати рівняння, в якому найбільший серед коефіцієнтів, буде меншим, ніж найбільший з коефіцієнтів рівняння (6) і т.д.

Оскільки спадна послідовність в натуральних числах не може бути нескінченною, то, користуючись вище вказаним прийомом, одержимо рівняння з одним невідомим або рівняння, в якому всі коефіцієнти при невідомих рівні, наприклад, до рівняння $cy_1+cy_2+\ldots+cy_k=b$.

З останнього рівняння зрозуміло, що вільний член ділиться на *c*. В протилежному випадку останнє рівняння, а отже, і рівняння (5), не мало б розв'язків у цілих числах. Якщо $b=c\cdot d$, то одержимо рівняння $y_1+y_2+\ldots+y_k=d$, всі розв'язки якого в цілих числах отримуємо надаючи $y_2,\ldots,y_k$, довільних цілих значень і вважаючи $y_1=d-y_2-\ldots-y_k$.

Необхідною і достатньою умовою розв'язності рівняння (5) в цілих числах є подільність вільного члена b на $НСД(a_1,a_2,\ldots,a_m)$.

Використовуючи вище описаний спосіб, знайдемо цілочисельні розв'язки рівняння

$$6x+10y-7z=11. \qquad (7)$$

Оскільки $10=7+3$, то рівняння (7) можна переписати у вигляді

$$6x+7t_1+3y=11, \qquad (8)$$

де $t_1=y-z$.

Аналогічно, оскільки $7=6+1$, то рівняння (8) можна переписати у вигляді

$$6t_2 + t_1 + 3y = 11, \text{ де } t_2 = x + t_1.$$

З останнього рівняння $t_1 = 11 - 3y - t_2$. Тоді

$$z = y - t_1 = 4y + 6t_2 - 11 \quad \text{і} \quad x = t_2 - t_1 = 3y + 7t_2 - 11,$$

де y, t_2 — довільні цілі числа, містять всі розв'язки рівняння (7).

Лекцію пропонуємо завершити розв'язанням не класичного діофантового рівняння підвищеної складності: розв'язати в натуральних числах рівняння $4^x + 7^x = 2011^x$.

Розв'язання. Нехай $x_0 \in N$ — розв'язок заданого рівняння. Тоді $4^{x_0} + 7^{x_0} = 2011^{x_0}$. Знайдемо остачу від ділення 4^{x_0} на 3. Одержимо $4^{x_0} = (3+1)^{x_0} = 3q_1 + 1$ для деякого $q_1 \in N$. Отже, шукана остача дорівнює 1.

Аналогічно, з рівності $7^{x_0} = (6+1)^{x_0} = 6q_2 + 1$ для деякого $q_2 \in N$ одержимо, що остача від ділення 7^{x_0} на 3 дорівнює 1. Тоді остача від ділення суми $4^{x_0} + 7^{x_0}$ на 3 повинна дорівнювати 2. Але оскільки

$$2011^{x_0} = (2010+1)^{x_0} = 2010q_3 + 1 \text{ для деякого } q_3 \in N,$$

то остача від ділення 2011^{x_0} на 3 також дорівнює 1. Отримали суперечність. Це означає, що такого $x_0 \in N$, що $4^{x_0} + 7^{x_0} = 2011^{x_0}$, не існує. Тобто задане рівняння розв'язків в натуральних числах не має.

5. *Рівняння Пелля* — це рівняння виду $x^2 - ay^2 = 1$, де a — натуральне число, яке не є квадратом іншого натурального числа. Це рівняння назване рівнянням Пелля Л. Эйлером, який помилково прийняв перекладача однієї з книг з теорії чисел за автора цієї книги.

Очевидно, що пари чисел (1, 0) та (-1, 0) є розв'язками довільного рівняння Пелля. Вони називаються *тривіальними*.

Теорема (про розв'язки рівняння Пелля). *Довільне рівняння Пелля має нетривіальні додатні розв'язки, які можна отримати з рівностей:*

$$(x_i, y_i) = (x_0 x_{i-1} + a y_0 y_{i-1}, x_0 y_{i-1} + y_0 x_{i-1}),\ i \in \mathrm{N},$$

де (x_0, y_0) — один з нетривіальних додатних розв'язків рівняння, знайдений підбором.

Наслідок. Розв'язками рівняння Пелля будуть також пари чисел

$$(-(x_0 x_{i-1} + a y_0 y_{i-1}), x_0 y_{i-1} + y_0 x_{i-1}),$$
$$(x_0 x_{i-1} + a y_0 y_{i-1}, -(x_0 y_{i-1} + y_0 x_{i-1})),$$
$$(-(x_0 x_{i-1} + a y_0 y_{i-1}), -(x_0 y_{i-1} + y_0 x_{i-1})),\ i \in \mathrm{N}.$$

Для прикладу, розглянемо рівняння $x^2 - 2y^2 = 1$. Перепишемо його у вигляді $x^2 = 1 + 2y^2$, звідки, шляхом підбору, отримуємо нетривіальний розв'язок — $(3, 2)$. Тоді, з теореми про розв'язки рівняння Пелля, множина всіх його додатних розв'язків знаходиться за формулами

$$(x_i, y_i) = (3x_{i-1} + 4y_{i-1}, 3y_{i-1} + 2x_{i-1}),\ i \in \mathrm{N}.$$

У випадку, коли нетривіальний розв'язок рівняння важко знайти шляхом підбору, використовують метод ланцюгових дробів, суть якого відображена в наступних теоремах.

Теорема. *Нехай* (x_0, y_0) *— нетривіальний додатний розв'язок рівняння Пелля. Тоді дріб* x_0/y_0 *є підхідним* $\sqrt{a}$.

Теорема. *Нехай n — довжина періоду послідовності елементів ланцюгового дробу для числа* $\sqrt{a}$ *. Тоді чисельник і знаменник підхідного дробу числа* $\sqrt{a}$ *є розв'язками рівняння Пелля тоді і тільки тоді, коли його номер є непарним і має вигляд* $kn-1$ (*при діленні на n дає остачу* $n-1$).

6. *Піфагоровими числами* називають трійки натуральних чисел *x, y, z,* які задовольняють рівняння $x^2+y^2=z^2$. Піфагорові числа часто тлумачать як довжини сторін деяких прямокутних трикутників. Існує нескінченна множина піфагорових чисел, найпростішими з яких є трійки чисел (3, 4,5), (5, 12, 13).

Теорема. *Розв'язками рівняння* $x^2+y^2=z^2$ *в натуральних числах є трійки чисел*

$$x=\left(m^2-n^2\right)k,\ y=2mnk,\ x=\left(m^2+n^2\right)k,$$

де m, n, k — довільні натуральні числа, причому m > n.

Доведення теореми проводиться безпосередньою підстановкою.

Зауваження. Помінявши вирази *x* та *y* місцями, отримаємо нові розв'язки. Всі натуральні розв'язки даного рівняння можна знайти в [1].

Методичні рекомендації щодо проведення практичного заняття. При актуалізації опорних знань на практичному занятті варто повторити наступні факти: ознаки подільності, способи знаходження НСД, теореми Вієта (пряму та обернену), загальний вигляд розв'язків лінійного рівняння з двома змінними. Далі пропонується розв'язати наступні задачі.

1. Усно знайти цілі розв'язки рівняння а) $x^3+5x^2-6x=0$, б) $x^3-4x^2+9x-6=0$, в) $x^4+3x^2+2=0$. *Відповідь*: а) $\{-6;0;1\}$, б) $\{1\}$, в) $\varnothing$.

2. Використовуючи алгоритм Евкліда, знайти цілі розв'язки лінійного рівняння $7x+12y=43$. *Відповідь*: $x=-215+12t$, $y=129-7t$, $t\in Z$.

3. Використовуючи метод розсіювання (ґрунтується на тому, що невизначене рівняння зводиться до ланцюга рівнянь з коефіцієнтами, які зменшуються за абсолютною величиною) розв'язати рівняння $19x-8y=13$. *Відповідь*: $x=39+8t$, $y=91+19t$, $t\in Z$.

4. Використовуючи ланцюгові дроби, знайти цілочисельні розв'язки рівняння $142x+82y=6$. *Відповідь*: $x=-4+41t$, $y=7-71t$, $t\in Z$.

5. З'ясувати скільки точок з цілими координатами лежать на прямій $8x-13y+6=0$, між прямими $x+100=0$ та $x-150=0$? *Відповідь*: 19 точок.

6. Використовуючи розклад на множники, розв'язати рівняння $2xy+3x+y=0$. *Відповідь*: (0, 0), (1, -1), (-1, -3), (-2, 2).

7. Знайти цілочисельні розв'язки рівняння $x^2-xy+y^2=x+y$. *Відповідь*: (2, 2), (0,0), (1,2), (1,0), (2,1), (0,1).

8. Розв'язати рівняння Пелля $x^2-5y^2=1$. *Відповідь*: $(x_0,y_0)=(9,4)$, $(x_i,y_i)=(9x_{i-1}+20y_{i-1},4x_{i-1}+9y_{i-1})$, $i\in \mathrm{N}$.

9. Знайти цілочисельні розв'язки системи $\begin{cases} x^2+y-z=0, \\ y^2+x-z^2+2=0. \end{cases}$ *Відповідь*: $(1,1,2)$, $(-1,0,1)$, $(-2,-2,2)$.

Практичне заняття пропонуємо завершити розв'язанням не класичного діофантового рівняння.

10. Розв'язати в цілих числах рівняння $x^{2010}-9y^2=2010$.

Зауваження: У підсумковій частині практичного заняття слід повторити назви та суть основних прийомів та методів, застосовних до розв'язання діофантових рівнянь.

Вдома ми пропонуємо розв'язати наступні задачі.

1. Розкладіть число 150 на два додатних доданки, один з яких кратний 11, а другий — 17.

2. Різними методами розв'язати лінійні діофантові рівняння *а*) $13x-16y=7$, *б*) $258x-172y=56$, *в*) $9x+17y=105$.

3. Розв'язати в цілих числах лінійне рівняння $7x-3y+9z=5$.

4. Знайти цілочисельні розв'язки рівнянь другого степеня: *а*) $x^2-3xy-2=x-3y$, *б*) $x^2-3xy+2y^2=3$, *в*) $x^2-y^2=402$.

5. Розв'язати рівняння Пелля $x^2-6y^2=1$.

6. Знайти цілочисельні розв'язки $\begin{cases} x+y+z=3, \\ x^3+y^3+z^3=3. \end{cases}$.

7. Розв'язати в натуральних числах рівняння $5^x-3^y=2$.

Завдання пошукового характеру:

1. Ознайомившись зі щоденником Георгія Вороного [6д], пересвідчитись в тому, що діофантові рівняння цікавили цього вітчизняного математика і, що великі вчені теж помиляються;
2. У книзі [11д] відшукати три задачі з діофантовими рівняннями та виписати їх розв'язання.
3. З'ясувати скільки існує не подібних трикутників з кутом 60^0 і цілочисельними довжинами сторін?

Тим, хто зацікавиться даною темою ми пропонуємо ознайомитись з наступною літературою і розв'язати наступні задачі (підвищеної складності).

1. Для кожного простого *p* розв'яжіть рівняння $\frac{2}{p}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ в натуральних числах.
2. Доведіть, що для довільного натурального *n* рівняння $(x+1)^3+\ldots+(x+n)^3=y^3$ має цілочисельні розв'язки.

3. Розв'яжіть у натуральних числах рівняння $n! = 20n^2$.

Список використаної літератури

Основна література

1. Базылев Д.Ф. Справочное пособие к решению задач: диофантовы уравнения. — Мн.: НТЦ „АПИ”, 1999. — 160 с.
2. Башмакова И.Г. Диофант и диофантовы уравнения. — М: Наука, 1972.
3. Башмакова И.Г., Славутин Е.И. История диофантова анализа от Диофанта до Ферма. — М.: Наук, 1984. — 256 с.
4. Бевз Г.П., Конфорович А.Г., Резніченко З.О., Ченакал Є.О. Математика: Посібник для факульт. занять у 7 кл. — К.: Рад. школа, 1982. — 152 с.
5. Бугаенко В.О. Уравнения Пелля. — М.: МЦНМО, 2001. — 32 с.
6. Бухштаб А.А. Теория чисел. — М.: Просвещение, 1996. — 284 с.
7. Виноградов И.М. Основы теории чисел. — М.-Л.: Госстехиздат, 1952. — 182 с.
8. Гельфонд А.О. Решение уравнений в целых числах. — М.: Наука, 1978. — 63 с. (Популярные лекции по математике).
9. Серпинский В.Н. О решении уравнений в целых числах. — М.: Физматлит, 1961. — 88 с.
10. Сивашский И.Х. Теоремы и задачи по алгебре и элементарной математике. — М.: Гостехиздат, 1965. — 367 с.
11. Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М. Избранные задачи и теоремы алгебры и теории чисел (арифметика). — М.: Гостехиздат, 1950. — 382 с.

Додаткова література

1д. Айэрленд К.А., Роузен М. Классическое введение в современную теорию чисел. –– М.: Мир, 1987. — 416 с.

2д. Арнольд В.И. Что такое математика? — М.: МЦНМО, 2002. — 104 с.

3д. Бородін О.І. Теорія чисел. — К.: Рад. школа, 1965. — 262 с.

4д. Ван дер Варден Уравнение Пелля в математике греков и индийцев // УМН. — 1976. — В. 5 (191). — Т. 31. — С. 57–70.

5д. Вінер Н. Я – математик. — М.: Наука, 1964. — 356 с.

6д. Вороний Г.Ф., Кратко І.М. Щоденник: 1885 – 1890. — К.: Віпол, 1994. — 132с.

7д. Гнеденко Б.В. Введение в специальность математика. — М.: Наука. — 1991. — 240 с.

8д. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей. Т.1. Арифметика. Алгебра. Анализ. — М.: Наука, 1987. — 432 с.

9д. Колмогоров А.Н. Математика – наука и профессия — М.: Наука, 1988. — 288 с. –– (Б-чка «квант». Вып. 64.)

10д. Кочева А.А. Задачник-практикум по алгебре и теории чисел. Ч. III. — М.: Просвещение, 1984. — 41 с.

11д. Лейфура В.М., Мітельман І.М., Радченко В.М., Ясінський В.А. Математичні олімпіади школярів України 2001-2006. — Львів: Каменяр, 2008. — 348 с.
12д. Перельман Я.И. Занимательная алгебра. — М.: Наука, 1967. — 200 с.
13д. Постников М.М. Теорема Ферма. Введение в теорию алгебраических чисел. — М.: Наука, 1978. — 130 с.
14д. Прасолов В.В. Многочлены. — М.: Наука, 2001. — 336 с.
15д. Рыбников К.А. Профессия – математик: Кн. для учащихся ст. классов сред. шк. — М.: Просвещение, 1989. — 96 с.
16д. Сендеров В., Спивак А. Уравнения Пелля (часть I) // Квант. — 2002. — № 3. — С. 2-9.
17д. Скоробагатько В.Я. Дивлюсь на світ як математик. — Львів: Афіша, 1994. — 80 с.
18д. Сойер У.У. Прелюдия к математике // Пер. с англ. М.Л. Смолянского и С.Л. Романовой. Рассказ о некоторых любопытных и удивительных областях математики с предвар. анализом математ. склада ума и целей математики. 2-е изд. — М.: Просвещение, 1972. — 190 с.
19д. Спивак А. Уравнения Пелля (часть II) // Квант. — 2002. — № 4. — С. 5-11.
20д. Спивак А. Уравнения Пелля (часть III) // Квант. — 2002. — № 6. — С. 10-15.
21д. Фридман Л.М. Учитесь учиться математике: Кн. для .учащихся. — М.: Просвещение, 1985. — 112 с.
22д. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. Книга для учащихся старших классов. 3-е изд., дораб. — М.: Просвещение, 1989. — 192 с.
23д. Шнирельман Л.Г. Простые числа. — М.: Гостехиздаьт, 1940. — 178 с.
24д. Ядренко М.Й. Піфагорові трикутники і Велика теорема Ферма // У світі математики. — К., 2004. — Т. 11. — Вип. 2. — С. 1-9.

ТЕМА «БАРИЦЕНТР ТА БАРИЦЕНТРИЧНА СИСТЕМА КООРДИНАТ» У КУРСІ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ ДЛЯ СТУДЕНТІВ ПЕДАГОГІЧНИХ УНІВЕРСИТЕТІВ НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ «МАТЕМАТИКА»

Працьовитий М.В.,
доктор фіз.-мат. наук, професор,
Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова,
Креш Л.Л.,
Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова

Обговорюється місце, роль і значення поняття «барицентр» у векторній алгебрі курсу «Аналітична геометрія» для математичних спеціальностей педагогічних університетів, а також пропонується методика вивчення теми «Барицентрична система координат».

Обсуждается место, роль и значение понятия «барицентра» у векторной алгебре курсу «Аналитическая геометрия» для математических специальностей педагогических университетов, а также предлагается методика изучения темы «Барицентрическая система координат».

We discuss a position, role and value of the notion of barycenter in the vector algebra of the course «Analytic geometry» for mathematical specialities of pedagogical universities. A methodology of study of the topic «Barycentric coordinate system» is also proposed.

Вступ. Навчальна дисципліна «Аналітична геометрія» є нормативною дисципліною у системі підготовки математика у педагогічному університеті. Вона традиційно вивчається у перших двох семестрах і є фундаментальною дисципліною для всієї системи математичної освіти майбутнього фахівця. Відносно бідна в ідейному відношенні галузь математики (оскільки в її основі лежить лише дві головні ідеї: ідея координат та ідея геометричного тлумачення рівнянь і нерівностей), яка займається вивченням геометричних фігур, геометричних відношень та геометричних перетворень просторів методом координат з використанням засобів алгебри, є достатньо багатою змістом і застосуваннями у різних галузях науки, у першу чергу, в математичному аналізі, фізиці тощо.

Основна мета навчання аналітичної геометрії полягає у глибокому оволодінні студентами методом координат, який ґрунтується на знаннях про різні системи координат, геометричний зміст координат точки, координатні лінії, найпростіші задачі та найпростіші застосування систем координат, формул переходу від однієї системи координат до іншої тощо.

Зміст курсу «Аналітична геометрія» в останні десятиріччя мало оновлювався. З нього то вилучали геометричні перетворення, то знову вводили. На сьогоднішній день, ми вважаємо, без геометричних перетворень, які, до речі, нерозривно пов’язані з перетворенням координат, неможливий. Більше того, розділ «Геометричні перетворення» збагатити курс питаннями, які стосуються самоподібних множин, самоподібної розмірності фігур, самоподібних фракталів. На порядку денному стоїть питання введення в курс фрактальних систем координат, що э темою окремого обговорення.

Частково збагатити курс, допомогти вирішувати його основні завдання може включення до програми теми «Барицентрична система координат», яка тісно пов'язана з важливим геометричним поняттям барицентра, векторною алгеброю та афінною системою координат. Наявність цієї теми в курсі, безсумнівно, допоможе розширити уявлення про системи координат, можливості методу координат, конкретизувати зміст основних задач методу координат стосовно геометричних місць точок. На жаль, навчальна література стосовно барицентричної системи координат практично відсутня.

Розробка методики вивчення цієї теми, збалансованість змісту, замкненість його викладу, вдалий підбір ілюстративного матеріалу, цікаві контрприклади, доцільні задачі на застосування, добірка розвивальних задач, підбір запитань для самоконтролю і задач для самостійного розв'язання вимагають системного підходу через призму основних завдань курсу.

В даній роботі ми намагаємось висвітлити своє бачення місця і ролі даної теми в межах існуючих стандартів з аналітичної геометрії для студентів педагогічних вузів.

Барицентр системи точок. Нагадаємо, що *барицентром (центроїдом)* системи точок $A_1, A_2, \ldots, A_n$ (площини або простору) називається точка G, для якої має місце рівність

$$\overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{GA_2} + \ldots + \overrightarrow{GA_n} = \vec{0}. \tag{1}$$

Обґрунтовує коректність даного означення наступне твердження: *довільна скінченна множина* (*система*) *точок має єдиний* барицентр. Доведемо це.

Існування. Доведення проведемо методом математичної індукції. Якщо $n = 2$, тобто система містить дві точки, то очевидно, що барицентром є середина відрізка A_1A_2.

Припустимо, що твердження правильне для $n = k$, тобто існує точка G' така, що

$$\overrightarrow{G'A_1} + \overrightarrow{G'A_2} + \ldots + \overrightarrow{G'A_k} = \vec{0}. \tag{2}$$

Розглянемо точку G, яка ділить напрямлений відрізок $\overline{A_{k+1}G'}$ у відношенні k, тобто точку для якої має місце векторна рівність

$$\overrightarrow{A_{k+1}G} = k\overrightarrow{GG'}. \tag{3}$$

Останню рівність можна переписати у вигляді

$$\overrightarrow{A_{k+1}G} = \overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{A_1G'} + \overrightarrow{GA_2} + \overrightarrow{A_2G'} + \cdots + \overrightarrow{GA_k} + \overrightarrow{A_kG'},$$

$$\overrightarrow{G'A_1} + \overrightarrow{G'A_2} + \cdots + \overrightarrow{G'A_k} = \overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{GA_2} + \cdots + \overrightarrow{GA_k} + \overrightarrow{GA_{k+1}}.$$

Але з (2) випливає, що ліва частина останньої рівності дорівнює $\vec{0}$. Тому

$$\overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{GA_2} + \cdots + \overrightarrow{GA_k} + \overrightarrow{GA_{k+1}} = \vec{0}.$$

Отже, точка G є барицентром системи точок $A_1, A_2, \ldots, A_k, A_{k+1}$. Тоді, згідно з принципом математичної індукції дане твердження правильне для довільної скінченної кількості точок.

Єдиність. Нехай крім рівності (1) має місце і рівність

$$\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \ldots + \overrightarrow{OA_n} = \vec{0}. \tag{4}$$

Віднявши від рівності (1) рівність (4) одержимо

$$\left(\overrightarrow{GA_1} - \overrightarrow{OA_1}\right) + \left(\overrightarrow{GA_2} - \overrightarrow{OA_2}\right) + \ldots + \left(\overrightarrow{GA_n} - \overrightarrow{OA_n}\right) = \vec{0},$$

$$n\overrightarrow{GO}=\vec{0}.$$

Звідки $G=O$. *Твердження доведено*.

Якщо в афінній системі координат (в афінному репері) $R=G\vec{e}_1\vec{e}_2$ точки A_i задані своїми координатами, а саме: $A_i\left(x_i;y_i\right)$, $i=\overline{1,n}$, то

$$x_1+x_2+...+x_n=0 \quad \text{і} \qquad y_1+y_2+...+y_n=0.$$

Якщо координати точок задані в довільній афінній системі координат, то легко встановити, що координати барицентра обчислюються за формулами $x_G=\frac{1}{n}\left(x_1+x_2+...+x_n\right)$, $y_G=\frac{1}{n}\left(y_1+y_2+...+y_n\right)$.

Це поняття важливе для фізичних застосувань векторної алгебри та векторного аналізу. В курсі аналітичної геометрії воно пов'язане з такими питаннями як центр мас системи матеріальних точок [16] та кінематичний метод розв'язання геометричних задач [7]. Воно є одним з центральних понять в темі «Барицентрична система координат» [17].

Взагалі кажучи, поняття барицентра є афінним, а не метричним, хоча йому можна дати і метричне тлумачення. Наступна задача пояснює це.

З а д а ч а 1. *На площині дано n точок $A_1, A_2,...,A_n$, $n>1$. Знайти геометричне місце точок M, для яких сума $MA_1^2+MA_2^2+...+MA_n^2$ є мінімальною.*

Розв'язання. Нехай в прямокутній декартовій системі координат точки задані своїми координатами: $A_1\left(x_1;y_1\right),\ldots,A_n\left(x_n;y_n\right)$, $M\left(x,y\right)$ – довільна точка площини. Тоді

$$\begin{aligned} MA_1^2+...+MA_n^2 &= (x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(x-x_2)^2+(y-y_2)^2+...+(x-x_n)^2+(y-y_n)^2= \\ &= nx^2+ny^2+x_1^2+...+x_n^2+y_1^2+...+y_n^2-2(xx_1+yy_1+xx_2+yy_2+...+xx_n+yy_n)= \\ &= nx^2+ny^2-2x(x_1+...+x_n)-2y(y_1+...+y_n)+(x_1^2+...+x_n^2)+(y_1^2+...+y_n^2)= \\ &= n\left[\left(x-\frac{x_1+x_2+...+x_n}{n}\right)^2+\left(y-\frac{y_1+y_2+...+y_n}{n}\right)^2\right]+A, \end{aligned}$$

де $A=\left(x_1^2+...+x_n^2\right)+\left(y_1^2+...+y_n^2\right)-\frac{1}{n}\left[\left(x_1+...+x_n\right)^2+\left(y_1+...+y_n\right)^2\right]$.

Оскільки число A не залежить від координат точки M, то останній вираз набуває найменшого значення, якщо $x=\frac{1}{n}\left(x_1+x_2+...+x_n\right)$, $y=\frac{1}{n}\left(y_1+y_2+...+y_n\right)$, тобто коли M є барицентром системи точок $A_1,A_2,...,A_n$.

Барицентр трикутника співпадає з точкою перетину його медіан і називається ще, по-іншому, *центроїдом* або *центром мас* (ваги) трикутника. Згідно з задачею 1 єдиною точкою площини, сума квадратів відстаней якої від вершин заданого трикутника є мінімальною, є точка перетину медіан цього трикутника.

Поняття барицентра фігурує в багатьох задачах елементарної геометрії. Розглянемо кілька прикладів.

З а д а ч а 2. Дано трикутник ABC і точку X, що йому належить. Довести твердження:

1) Необхідною і достатньою умовою того, щоб точка X співпадала з центроїдом педального трикутника $X_1X_2X_3$ для $\triangle ABC$ (X_1, X_2, X_3 – проекції точки X на сторони трикутника), є виконання рівностей:

$$\frac{XX_1}{BC} = \frac{XX_2}{CA} = \frac{XX_3}{AB};$$

2) Точка X є цетроїдом трикутника $X_1X_2X_3$ тоді і тільки тоді, коли виконується рівність $XX_1 \cdot h_a = XX_2 \cdot h_b = XX_3 \cdot h_c$, де h_a, h_b, h_c – висоти трикутника ABC.

Барицентрична система координат. Метод координат, суть якого полягає в тому, що з введенням системи координат точки простору ототожнюється з наборами дійсних чисел, що дозволяє задавати об’єкти (множини, відношення, перетворення тощо) за допомогою співвідношень між числами ґрунтується на системах координатизації (системах координат), яких, взагалі кажучи, існує багато. Кожна з них відносно просто розв’язує значне коло важливих властивих (адекватних) їй задач і має певні переваги перед іншими. Найбільш поширеними для площини є афінна система координат, полярна система координат, криволінійні системи координат тощо.

Тому сформувати цілісне, відносно повне уявлення про метод координат, його можливості наукові, навчальні та розвивальні неможливо без широкого погляду на системи координат (системи координатизації). Це важливо для різних фундаментальних математичних дисциплін і галузей математики, в першу чергу, алгебри та математичного аналізу.

Традиційним для курсу аналітичної геометрії (планіметрії) є вивчення афінної, зокрема, прямокутної декартової та полярної систем координат. Щоб сформувати цілісний, достатньо широкий погляд на метод координат цього, взагалі кажучи, недостатньо. Ефективною при розв’язанні ряду задач є барицентрична система координат, яка має свої особливості і принципові відмінності, починаючи від координатних ліній і зручних форм запису рівнянь деяких геометричних місць точок, і закінчуючи гнучкістю застосування методу скорочених позначень.

Барицентричні координати вперше були введені А. Мьобіусом в 1827 р. (див. [1]) при розв'язанні задачі: *які маси слід помістити в вершинах даного трикутника, щоб задана точка була центром мас даної системи трьох матеріальних точок*. Таким чином ідея розвивалась, починаючи з барицентра.

На вивчення барицентричної системи координат на прямій та площині доцільно виділити чотири лекційні години і дві години на практичні заняття. Лекцію, якій передуватиме вивчення афінної системи, можна провести за наступним планом.

1. Барицентрична система координат на прямій: означення, визначення, геометричний та фізичний зміст барицентричних координат, застосування.
2. Барицентрична система координат на площині.
3. Зв’язок барицентричних координат з афінними та декартовими.
4. Найпростіші задачі барицентричної системи координат.
5. Взаємозв’язок координат однієї і тієї ж точки в різних барицентричних системах.
6. Координатні лінії.
7. Застосування барицентричних координат, зокрема, до розв’язання задач.

Мотивуючи інтерес до даної теми (а це робити не важко після того як вивчена афінна система координат), важливо акцентувати увагу на доцільності розгляду такої в контексті наступних застосувань і продуктивності понять, які вводяться. Порівняльний аналіз афінних і барицентричних координат, висвітлення їх тісного зв'язку є невід'ємною ланкою мотиваційної системи в цілому.

Важливим моментом в оволодінні афінною системою координат є усвідомлення «рівноправності» осей координат і координат точки. Ця симетрія має проглядатися з самого спочатку введення системи координат і бути потужним засобом в процесі розв'язання складних задач. Барицентрична система координат має аналогічну, і навіть глибшу, властивість, оскільки породжує додатково ще й однорідність координат, не властиву афінній системі координат.

Освоївши основи теорії систем координат та метод координат в цілому, студент відносно легко міг би іти далі самостійно, вивчаючи нові системи координатизації, зокрема криволінійні.

Вивчаючи різні системи координат на прямій варто акцентувати увагу на тому, що в цьому випадку поняття «системи координат» і «система числення» мають майже однаковий зміст (дуже близький).

Висвітлюючи питання застосування барицентричних координат доцільно зупинятись на застосуваннях в геометрії, фізиці, алгебрі та математичному аналізі, ілюструючи це вдало підібраними прикладами, для цього можна використати наступні задачі.

По-можливості на консультації або на засіданні гуртка можна розглянути зв'язок барицентричної системи координат з фракталами, зокрема, задання кривих Серпінського (килима, серветки та їх узагальнень) в барицентричних координатах.

Варто зазначити, що при формулюванні означення барицентричних координат на площині існує принаймні дві альтернативи, одну з яких дає наступна теорема, а іншу – наслідок з неї.

Теорема 1. Якщо $B=\left(A_1, A_2, A_3\right)$ – впорядкована трійка неколінеарних точок, то для довільної точки M існує єдина трійка чисел $\left(x_1, x_2, x_3\right)$ таких, що

$$\begin{cases}\overrightarrow{OM}=x_1\overrightarrow{OA_1}+x_2\overrightarrow{OA_2}+x_3\overrightarrow{OA_3},\\ x_1+x_2+x_3=1,\end{cases} \tag{1}$$

де O – довільна точка площини.

Наслідок 1. Якщо $B=\left(A_1, A_2, A_3\right)$ – впорядкована трійка неколінеарних точок, то для довільної точки M існує єдина трійка чисел $\left(x_1, x_2, x_3\right)$ таких, що

$$\begin{cases}x_1\overrightarrow{MA_1}+x_2\overrightarrow{MA_2}+x_3\overrightarrow{MA_3}=\vec{0},\\ x_1+x_2+x_3=1,\end{cases} \tag{1*}$$

де O – довільна точка площини.

Означення 1. Впорядкована трійка чисел $\left(x_1, x_2, x_3\right)$, існування і єдиність яких констатує теорема 2.3.1 та наслідок з неї, називаються координатами точки M в барицентричній системі координат $B=\left(A_1, A_2, A_3\right)$.

Означення на основі теореми 1 є важливим для встановлення взаємозв'язку афінних та барицентричних координат, але викликає деякі труднощі, пов'язані з невизначеністю статусу точки O. Означення на основі наслідку є зрозумілішим для більшої кількості студентів, але його безпосереднє обґрунтування вимагає деяких затрат часу. Тому вважаємо доцільним формулювання двох еквівалентних означень з наведеною вище їх послідовністю.

При вивченні афінної, зокрема, прямокутної декартової системи координат традиційно є питання про взаємозв'язок однієї і тієї ж точки в різних системах. Не слід оминати його при вивченні барицентричної системи координат.

Теорема 2. Координати точки Х в барицентричній системі координат $B=(A_1,A_2,A_3)$ визначаються за формулами:

$$x_1=\pm\frac{S_{A_2XA_3}}{S_{A_1A_2A_3}},\ x_2=\pm\frac{S_{A_1XA_3}}{S_{A_1A_2A_3}},\ x_3=\pm\frac{S_{A_1XA_2}}{S_{A_1A_2A_3}},$$

причому для внутрішньої точки X трикутника $A_1A_2A_3$ всі координати додатні, а коли точка Х лежить зовні трикутника, то координати можуть мати різні знаки.

У підсумковій частині лекції варто запропонувати студентам придумати нові (свої) системи координат на площині і спробувати вибудувати їх теорію за аналогією з темами «Афінна система координат на площині» та «Барицентрична система координат на площині». При цьому варто пам'ятати, що така система заслуговує на увагу лише тоді, коли буде вказано коло важливих задач, які в даній системі координатній формі розв'язуються відносно просто. При у спішній роботі над даною темою можна було би на другому курсі виконати курсову роботу з даної теми.

На практичному занятті вважаємо за доцільним розв'язання наступних задач.

Запитання для самоконтролю та усні задачі. 1. Дати означення афінної системи координат на прямій та площині.

2. Відомо, що $M_1(-2)_R,\ M_2(4)_R,\ M_1(3)_R$. У якому відношенні точка M ділить напрямлений відрізок $\overrightarrow{M_1M_2}$?

3. Як виражається відстань між двома точками заданими своїми координатами в афінній системі координат $R=O\vec{e}_1$ на прямій?

4. В заданій афінній системі координат на прямій точки мають координати $A(5)$, $B(3)$, $C(-2)$. Яка з точок лежить між двома іншими?

5. Дати означення барицентричної системи координат на прямій.

6. Який фізичний зміст мають барицентричні координати точки M відрізка A_1A_2 в барицентричній системі координат $B=(A_1,\ A_2)$?

7. Який геометричний зміст мають барицентричні координати точки M відрізка A_1A_2 в барицентричній системі координат $B=(A_1,\ A_2)$?

8. Чи існує на прямій l, на якій задана барицентрична система координат $B=(A_1,\ A_2)$, точка з двома від'ємними координатами?

9. Перша координата точки A в заданій барицентричній системі координат дорівнює -3. Якою є друга координата цієї точки?

10. В барицентричній системі координат на прямій задано точки $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$. Відомо, що точка M ділить напрямний відрізок у відношенні λ. Які координати має точка M ?

11. Який фізичний зміст координат точки $M \in [A_1A_2]$ в барицентричній системі координат $B = (A_1, A_2)$?

12. В барицентричній системі координат $B = (A_1, A_2)$ $|A_1A_2| = 3$. Задано точку $M\left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)_B$. Знайти її координати у декартовій системі $R_0 = A_1\vec{e}_1$, де $\vec{e}_1$ – орт вектори $\overrightarrow{A_1A_2}$.

13. Чи належить точка $D(3;-2)_B$ відрізку AB, якщо $A(2;-1)_B$, $B(-3;4)_B$?

14. Знайдіть $\lambda = (AC, D)$, якщо $A(-7;8)_B$, $C(5;-4)_B$, $D(2;-1)_B$.

15. Яка точка має однакові координати в барицентричних системах $B = (A_1, A_2)$ і $B' = (A_2, A_1)$?

16. Точка A_0 є серединою відрізка $[A_1A_2]$. Які координати має точка A_2 в барицентричній системі координат $B = (A_0, A_1)$?

17. Відомо, що $|A_1A_2| = 3$, $B = (A_1, A_2)$, $M_1(2,-1)$, $M_2(-1,2)$. Знайти довжину відрізка $[M_1M_2]$.

18. Яка з точок $M_1(3;2)_B$, $M_2(-3;4)_B$, $M_3(1;0)_B$ лежить між двома іншими?

19. Знайти координати середини відрізка C_1C_2 в барицентричній системі координат $B = (A_1, A_2)$, якщо відомо, що точки C_1 і C_2 здійснюють подвійний золотий поділ A_1A_2.

Задачі для самостійного розв'язання.

1. Відомо, що $A_1 - C_1 - C_2 - A_2$, причому $|A_1C_1| = |C_1C_2| = |C_2A_2|$. Які барицентричні координати в системі $B = (A_1, A_2)$ мають точки C_1 і C_2?

2. Які координати в барицентричній системі координат $B = (A_1, A_2)$ має точка Z, яка здійснює золотий поділ напрямленого відрізка $\overline{A_2A_1}$?

3. В заданій барицентричній системі координат задано три точки $M_1(3;-2)$, $M_2(-1;2)$, $M_3(\sqrt{2};1-\sqrt{2})$. Яка з точок лежить між двома іншими?

4. Чи лежить точка $K(\pi, 1-\pi)$ між точками $L\left(3;-\frac{8}{3}\right)$ і $P\left(-2;3\frac{2}{3}\right)$?

5. Дано матеріальні точки $M_1(\quad)$ і $M_2(\quad)$ з масами 2 і 3 відповідно. Чи є точка $M(\quad)$ центром мас системи матеріальних точок (M_1, M_2)?

6. Відомо, що точка M в барицентричній системі координат $B=(A_1, A_2)$ має координати $(0,7;0,3)$, які маси m_1, m_2 слід помістити в точки A_1 і A_2, щоб точка M була центром мас системи двох матеріальних точок (A_1, m_1), (A_2, m_2)?

7.Скільки існує на прямій l точок $M(u,v)$, координати яких в заданій барицентричній системі координат $B=(A_1, A_2)$ задовольняють умову $u = const$?

8. Множина Кантора C – множина дійсних чисел відрізка [0,1], які в трійковій системі числення записується за допомогою цифр 0 і 2 (без вживання цифри 1), тобто

$$C = \left\{ x : x = \frac{\alpha_1}{3} + \frac{\alpha_2}{3^2} + \ldots \frac{\alpha_n}{3^n} + \ldots, \alpha_n \in \{0,2\} \right\}.$$

Чим є множина точок X, барицентричні координати (u,v) яких в системі $B=(A_1, A_2)$ задовольняють умову $(u,v) \in C \times C$?

9. Які властивості має множина точок прямої

$$L = \left\{ M(u,v)_B : u = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k}{5^k},\ \alpha_k \in \{0,2,4\} \right\}?$$

10. Нехай $0 < s$ – фіксоване натуральне число. Описати властивості множини

$$G_V = \left\{ M(u,v)_B : u = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k}{s^k},\ \alpha_k \in V \subset \{0,1,2,\ldots,s-1\} \right\}?$$

11. Знайти барицентричні координати точок C_1 і C_2, які здійснюють подвійний золотий поділ відрізка $[A_1A_2]$ в системі $B=(A_1, A_2)$.

12. Знайти координати точки Z, яка здійснює золотий поділ напрямленого відрізка M_1M_2, де $M_1(-4;5)_B$, $M_2(5;-4)_B$.

Задачі для самостійного розв'язання

1. Які барицентричні координати в системі $B=(A_1, A_2, A_3)$ а) має точка перетину медіан трикутника $A_1A_2A_3$? б) середини сторін трикутника $A_1A_2A_3$?

2. Довести, що точка M тоді і тільки тоді належить межі трикутника $A_1A_2A_3$, тобто ламаній $[A_1A_2] \cup [A_2A_3] \cup [A_3A_1]$, коли хоча б одна з її барицентричних координат λ_1, λ_2, λ_3 в системі $B=(A_1, A_2, A_3)$ дорівнює нулю. Довести, що точка M є внутрішньою точкою $\Delta A_1A_2A_3$ тоді і тільки тоді, коли λ_1, λ_2, λ_3 додатні.

3. Де розміщені точки, у яких тільки одна з барицентричних координат від'ємна?

4. Точки $M \in [A_1A_2]$ і $N \in [A_2A_3]$ задано так, що $|A_1M| = \frac{1}{3}|A_1A_2|$; $|A_2N| = \frac{1}{3}|A_2A_3|$. Знайдіть барицентричні координати точки перетину відрізків A_1N і A_3M.

5. Через точку Q з ненульовими барицентричними координатами λ_1, λ_2, λ_3 проведено пряму A_1Q. а) При якій умові вона паралельна (A_2A_3)? б) Якщо цю умову не

виконано, то які барицентричні координати точки P перетину прямих A_1Q і A_2A_3? б) Чому дорівнює відношення $\frac{|A_1Q|}{|A_1P|}$?

6. Точка Q має барицентричні координати $\lambda_1 \neq 0$, $\lambda_2 \neq 0$, $\lambda_3 \neq 0$. Знайдіть число k, яке задовольняє відношення $\overrightarrow{A_1Q} = k\overrightarrow{QA_2}$.

7. Які барицентричні координати відносно $\Delta A_1A_2A_3$ має четверта вершина і центр паралелограма $A_1A_2A_3A_4$?

8. Доведіть, що якщо точка P має барицентричні координати λ_1, λ_2, λ_3, а точка Q – барицентричні координати μ_1, μ_2, μ_3, то середина відрізка PQ має (відносно того ж базисного трикутника) барицентричні координати $\frac{\lambda_1+\mu_1}{2}$, $\frac{\lambda_2+\mu_2}{2}$, $\frac{\lambda_3+\mu_3}{2}$.

9. У точках $P(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ і $Q(\mu_1, \mu_2, \mu_3)$ розміщено маси p і q. Знайдіть барицентричні координати їх центра мас. Зробіть узагальнення на випадок довільної кількості мас.

10. На прямих A_2A_3, A_3A_1, A_1A_2 взято такі точки B_1, B_2, B_3, що $\overrightarrow{A_2B_1} = k\overrightarrow{B_1A_3}$, $\overrightarrow{A_3B_2} = l\overrightarrow{B_2A_1}$, $\overrightarrow{A_1B_3} = m\overrightarrow{B_3A_2}$. Доведіть, що якщо $k = l = m$, то трикутники $A_1A_2A_3$ і $B_1B_2B_3$ мають спільний центроїд. Чи правильне обернене твердження?

11. Доведіть, що якщо Q – внутрішня точка трикутника $A_1A_2A_3$, то її барицентричні координати дорівнюють $\frac{S_1}{S}, \frac{S_2}{S}, \frac{S_3}{S}$, де S_1, S_2, S_3 – площі трикутників QA_2A_3, QA_1A_3, QA_1A_2, $A_1A_2A_3$.

12. Знаючи довжини сторін базисного трикутника, знайдіть барицентричні координати центра кола, вписаного в цей трикутник.

13. На сторонах трикутника $A_1A_2A_3$ взято наступні точки M, N, P так, що $\overline{A_1M} = \frac{1}{2}\overline{MA_2}$, $\overline{A_2N} = \frac{1}{2}\overline{NA_3}$, $\overline{A_3P} = \frac{1}{2}\overline{PA_1}$. Визначити барицентричні координати вершин трикутника, утвореного прямими A_1N, A_2P, A_3M, і обчисліть його площу.

14. Три точки задані їх барицентричними координатами в деякому базисному трикутнику: $A(\lambda_1;\lambda_2;\lambda_3)$, $B(\mu_1; \mu_2; \mu_3)$, $P(x;y;z)$. Доведіть, що ці точки лежать на одній прямій тоді і тільки тоді, якщо існують такі числа α і β, що задовольняють умову $\alpha + \beta = 1$, такі що $x = \alpha\lambda_1 + \beta\mu_1$, $y = \alpha\lambda_2 + \beta\mu_2$, $z = \alpha\lambda_3 + \beta\mu_3$.

15. Доведіть, що довільна пряма може бути задана в барицентричних координатах рівнянням $ax + by + cz = 0$, в якому не всі коефіцієнти a, b, c однакові.

16. Доведіть, що якщо точки P і Q мають відносно базисного трикутника $A_1A_2A_3$ барицентричні координати λ_1, λ_2, λ_3 і μ_1, μ_2, μ_3, то

$$|PQ|^2 = -(\lambda_1-\mu_1)(\lambda_2-\mu_2)|A_1A_2|^2 - (\lambda_1-\mu_1)(\lambda_3-\mu_3)|A_1A_3|^2 - (\lambda_2-\mu_2)(\lambda_3-\mu_3)|A_2A_3|^2.$$

17. Знаючи довжини сторін трикутника $A_1A_2A_3$, знайдіть відстань між центроїдом цього трикутника і центром його вписаного кола.

18. Доведіть, що точка $P(\lambda_1;\lambda_2;\lambda_3)$ тоді і тільки тоді належить описаному колу базисного трикутника $A_1A_2A_3$, якщо виконується хоча б одна з наступних умов:

$$\text{а) } \lambda_1|PA_1|^2+\lambda_2|PA_2|^2+\lambda_3|PA_3|^2=0, \quad \text{б) } a^2\lambda_2\lambda_3+b^2\lambda_1\lambda_3+c^2\lambda_1\lambda_2=0,$$

де $a=|A_2A_3|$, $b=|A_1A_3|$, $c=|A_1A_2|$ — довжини сторін базисного трикутника.

Список використаної літератури

1. Mobius A.F. Der barycentrische Calcul, в кн.: Gesammelte Werke, Bd. 1, Lpz., 1985.
2. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1968 (Гл.XIV, §4).
3. Балк М.Б., Болтянский В.Г. Геометрия масс. – М: Наука, 1987. – 160 с. – (Библиотечка "Квант", Вып. 61).
4. Берже М. Геометрия. – М.: Мир, 1984. – Т. 1. – 560 с.
5. Болтянский В.Г. Элементарная геометрия. – М.: Просвещение, 1985. – 320 с.
6. Креш Л.Л, Працьовитий М.В. Барицентр та барицентрична система координату курсі «Аналітичної геометрії» для майбутніх викладачів математики // Міжнародна науково-практична конференція «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики». До 80-річчя з дня народження доктора педагогічних наук, професора З.І. Слєпкань. Тези доповідей. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2011. – С. 60-61.
7. Любич Ю.И., Шор Л.А. Кинематический метод в геометрических задачах. Популярные лекции по математики, 42. – М.: Наука, 1976. – 52 с.
8. Моденов П.С. Аналитическая геометрия. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1967. – 697с.
9. Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1976. – 385 с.
10. Назаренко М., Колесник П. Барицентричні координати та їх застосування для обчислення площі многокутника та об'єму многогранника // Математика в школі, 2004, №. – С. 45-50.
11. Понтрягин Л.С. Основы комбинаторной топологии. – М. –Л.: Гостехиздат, 1947. – 143с.
12. Постников М.М. Аналитическая геометрия. – М.: Наука, 1973. – 754 с. (гл.2, § 1, п.6).
13. Прасолов В.В. , Шарыгин И.Ф. Задачи по стереометрии. – М.: Наука, 1989. (Библиотека математического кружка, вып. 19).
14. Працьовитий М.В. Аналітична геометрія. Векторний простір. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2009. – 64 с.
15. Працьовитий М.В. Елементи векторної алгебри. Множення векторів. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2010. – 116 с.
16. Працьовитий М.В. Метод координат на площині (афінна та прямокутна декартова системи координат). – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2009. — 40 с.
17. Працьовитий М.В., Креш Л.Л. Барицентрична система координат на прямій, в площині та просторі. – К. : НПУ імені М.П. Драгоманова, 2009. – 60 с.
18. Спаньер Э. Алгебраическая топология. – М.: Мир. – 1971. – 677 с.

НАПРЯМИ ЕФЕКТИВНОГО ВИКОРИСТАННЯ ІНТЕРНЕТ-ТЕХНОЛОГІЙ ПРИ НАВЧАННІ КУРСУ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ ТА АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ СТУДЕНТІВ ТЕХНІКУМІВ (КОЛЕДЖІВ)

Харламова Л. Д.,
викладач,
Індустріально-педагогічний технікум Конотопського інституту
Сумського державного університету

У статті розглянуто можливості використання інтернет-технологій при навчанні курсу «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» студентів технікумів (коледжей), запропонована технологія навчання, що спрямована на розвиток математичних та професійних компетенцій майбутніх програмістів, базується на діагностиці особистості, високій мотивації її самостійної навчальної діяльності, навчанні та розвитку упродовж усього життя.

В статье рассмотрены возможности использования интернет-технологий при изучении курса «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» студентов тохникумов (коледжей), предложена технология обучения, которая направлена на развитие математических и профессиональных компетенций будущих программистов, базируется на диагностике листности, высокой мотивации её самостоятельной учебной деятельности, обучении и развитии на протяжении всей жизни.

In this paper we consider abilities to use web-technologies in studying of subject “Linnear algebra and analitic geometry” for student of colleges. Also we propose the technology of teaching, that directed to development of msthematical and professional competenses of programmers, based on diagnostic of person, hight motivation its independent teaching activity, studying and development during all its life.

Постановка проблеми. Бурхливий розвиток комп’ютерної техніки, програмних засобів, засобів компактизації, збереження, переробки та подання інформації, засобів керування складними технологічними процесами, засобів забезпечення надійності систем тощо вимагає мати в сучасному суспільстві чималу армію фахівців, здатних ефективно використовувати наявні ресурси і забезпечувати їх розвиток. Тому потреба в кваліфікованих інженерах-програмістах є нагальною. Головними завданнями підготовки майбутніх програмістів у технікумі (коледжі) є формування у студентів професійних компетенцій, незалежного і критичного мислення, ініціативи, здатності самостійно здобувати знання і формувати навички, а також динамічної адаптації до змін, що відбуваються у сфері їх професійної діяльності.

Для реалізації поставлених завдань треба застосувати таку новітню технологію навчання, яка буде сприяти рішенню проблеми реалізації компетентнісного підходу та досягненню оптимального результату у навчанні. У педагогічній літературі під новітніми інформаційними технологіями навчання розуміють «методологію і технологію навчально-виховного процесу з використанням новітніх електронних засобів навчання й у першу чергу ЕОМ» [2, 170]. До них відносяться електронні посібники та підручники, мультимедійні програмні засоби, офісне та спеціалізоване програмне забезпечення, інтернет-технології.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковане розв'язання даної проблеми. Використання сучасних інформаційних технологій у навчанні майбутніх фахівців розглянуто у наукових працях А. П. Єршова, М. І. Жалдака, Ю.С. Рамського, В. П. Безпалька, Є.І. Машбіца, О. В. Співаковського, О. В. Зіміної, Ж.І. Зайцевої, З.С. Сейдаметової, Н.І. Бойко, Н.В. Морзе, Н.В. Кульчицької та ін.; проблеми організації самостійної навчальної діяльності студентів висвітлюються в працях А. Алексюка, Ю. Бабанського, В. Бондаря, В. Козакова, І. Лернера, О. Мороза, П. Підкасистого, В. Сластьоніна, Л. Спіріна, Л. Сущенко, М. Шкіля, О. Ярошенко та ін.. Моделі ефективного використання інформаційно-комунікаційних та дистанційних технологій навчання у вищому навчальному закладі розглядали Н.В. Морзе, О. Г. Глазунова та ін.

Відсутність конкретної методики впровадження інтернет-технологій у процес навчання курсу лінійної алгебри та аналітичної геометрії студентів технікуму (коледжу) обумовив актуальність теми роботи.

Мета роботи. Висвітлити власний досвід та окреслити напрями ефективного використання інтернет-технологій при навчанні курсу лінійної алгебри та аналітичної геометрії студентів технікумів (коледжів).

Виклад основного матеріалу. При виборі технології навчання, викладач повинен враховувати багато чинників, зокрема, психолого-педагогічні передумови процесу навчання, базовий рівень знань, рівень матеріально-технічного забезпечення навчального закладу, завдання й особливості навчальної дисципліни та ін.

Упровадження інтернет-технологій серйозно змінює технологію навчання. Власний досвід навчання курсу лінійної алгебри та аналітичної геометрії студентів технікуму з використанням предметного сайту (http://mathkurs.sumy.ua/) дозволяє визначити такі напрями та етапи реалізації новітньої технології навчання:

1. Діагностичний – передбачає визначення рівня математичної культури і підготовки студентів до вивчення дисципліни "Лінійна алгебра і аналітична геометрія" за новітніми технологіями навчання. Діагностика наявного рівня базових знань та умінь студентів із вибіркових тем ШК МІФ проводиться методом анкетування та самодіагностики на першому практичному занятті. З метою виявлення рівня вмінь розв'язувати типові задачі із вказаних тем шкільного курсу, крім анкети, студентам пропонується виконати вхідну контрольну роботу за двома варіантами. Інший варіант контрольної роботи пропонується виконати вдома і оформити як домашню контрольну роботу.

2. Підготовчий – передбачає підготовку студентів до аудиторних занять (лекцій, практичних, лабораторних та семінарських занять, проведення контролю та оцінювання знань та умінь). На підготовчому етапі студенти самостійно опрацьовують теоретичний матеріал, попередньо наданий викладачем у вигляді електронного конспекту з планом лекції та рекомендованою літературою, контрольними питаннями для закріплення нових знань і самоперевірки за допомогою комп'ютерного тестування. Студенти готують відповіді на питання плану лекції, контрольні питання та проходять електронне тестування на предметному сайті.

Готовність студента до аудиторного заняття характеризується за такими ознаками:

- наявність план-конспекту заняття у роздрукованому вигляді (*з великими полями для заміток*), який потрібно отримати на предметному сайті, з метою його попереднього опрацювання та *опрацювання під час проведення заняття*;

- наявність «допуску» до лекційного заняття за результатами тестування в електронному журналі оцінювання;

- наявність «допуску» до практичного (лабораторного, семінарського) заняття за результатами тестування в електронному журналі оцінювання та результатами виконання індивідуальних завдань попередніх практичних занять та самостійної позааудиторної роботи (розрахункових робіт тощо).

Контроль за підготовкою студента до аудиторного заняття складається з двох взаємопов'язаних складових, які реалізуються *за допомогою інтернет-технологій:*

1*) автоматизований контроль* – студент не має доступу до план-конспекту заняття (не може його переглянути, роздрукувати, опрацювати) доки не опрацює попередній навчальний матеріал та не пройде тестування з теоретичної частини, тобто відбувається автоматизований допуск до аудиторного заняття;

2) *безпосередній контроль викладача* - готовність студента до аудиторного заняття на цьому етапі викладач контролює за результатами тестування в електронному журналі оцінювання; перегляді часу відвідування кожним студентом предметного сайту; зворотного зв'язку за допомогою електронної пошти, чату, обміну файлами у межах предметного сайту для надання консультацій з приводу організації підготовки до заняття та опрацювання навчального матеріалу (в окремих випадках, за допомогою інших засобів спілкування в мережі Інтернет (Skype, ICQ тощо) за даними для зв'язку з профілю користувача).

Правильна організація підготовчого етапу забезпечить:

- реалізацію основних етапів навчання (мотивацію навчання, пізнавальну діяльність та управління пізнавальною діяльністю студентів);

- реалізацію індивідуалізації та диференціації навчання;

- можливість реалізації концепцій проективного, проблемного та контекстного навчання, концепції Фридмана Л. М.;

- організацію та проведення інноваційних видів лекційних занять (лекцію-конференцію, лекцію-прес-конференцію, проблемну лекцію - лекцію-брейнстормінг ("мозкова атака"), лекцію із застосуванням техніки зворотного зв'язку (інтерактивну лекцію), лекцію із заздалегідь запланованими помилками тощо) або ефективне використання прийомів інтерактивного навчання (акваріум, коло ідей, «мозковий штурм», метод «прес», «мікрофон», навчаючи – учусь, групові дослідження тощо) при проведенні традиційних лекцій з елементами проблемності, наочності, застосуванням інтерактивних методів навчання;

- більш якісну підготовку студентів до різних видів аудиторних занять, що сприятиме зниженню рівня та кількості педагогічних суперечностей, можливості ефективного застосування педагогічних інновацій (принципу, технології, методу, засобу) та підвищенню педагогічних результатів;

- усування недоліків організації процесу навчання: низьку мотивацію виконання самостійної навчальної діяльності студентів та несвоєчасний (або відсутній) контроль (самоконтроль) за процесом і результатами самостійної роботи студентів;

- досягнення цілей навчання.

3. Навчання під час проведення аудиторних занять з дисципліни:

- інноваційних лекцій (та традиційних із застосуванням інтерактивних методів навчання), які не зменшують ролі конспектування, а навпаки, надають йому новий зміст – студент робить замітки (конспектує) на полях вже існуючої роздрукованої лекції лише тих фактів, на які саме йому потрібно звернути увагу, помічає основні теоретичні положення, складає опорний конспект тощо; при підведенні підсумків заняття проводиться узагальнення та систематизація отриманих знань за допомогою інтерактивних методів навчання (наприклад, методом замальовування та записування ідей);

- практичних, семінарських та лабораторних занять – повторення теоретичного матеріалу та вхідний контроль знань та умінь студентів проводиться за допомогою комп'ютерної презентації та тестування (при наявності доступу до комп'ютера), формування навичок та умінь розв'язувати практичні завдання та проведення контролю засвоєння матеріалу за індивідуальними завданнями для кожного студента проводиться за допомогою інтерактивних методів навчання, орієнтованих на майбутню професійну діяльність студентів (метод проблемних ситуацій та робота в групах, тощо).

Час, заощаджений на традиційному конспектуванні лекційного матеріалу, охопленні більшої кількості різних типів розв'язуваних задач на практичному занятті, завдяки попередній підготовці до нього у вказаному вище розумінні, уможливлює збільшення часу на узагальнення та систематизацію навчального матеріалу, встановлення міжпредметних зв'язків та рішення прикладних задач, освідомлення важливості курсу при рішенні професійних завдань.

Застосування інтерактивних технологій навчання на заняттях лінійної алгебри та аналітичної геометрії створює активізацію навчальної діяльності студентів, ситуацію інтелектуально-емоційного комфорту, успіху, впевненості у власних можливостях та набуття професіоналізму.

4. Навчання курсу під час виконання індивідуальних завдань самостійної роботи, практичних (лабораторних, семінарських) занять курсу «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» паралельно з вивченням інших дисциплін - виконання студентами інтегрованих практичних завдань з використанням математичного апарата лінійної алгебри та програмного забезпечення (складання власних програм та використання прикладних програм). Спілкування на форумі предметного сайту з питань вирішення поставлених практичних завдань, обмін файлами, чат дозволяють реалізовувати обмін досвідом з питань, пов'язаних з майбутньою професійною діяльністю, сприяти формуванню професійних компетенцій майбутніх програмістів.

5. Впровадження (застосування) навчального матеріалу для рішення професійних завдань після вивчення навчальної дисципліни – написання програм реалізації алгоритмів математичних методів розв'язання задач під час вивчення інших дисциплін, науково-дослідної роботи студентів, навчальної та виробничої практики.

Наприклад, написання творчої роботи на тему «Створення програмного забезпечення для організації перевірки (самоперевірки) умінь студентів виконувати дії над матрицями» та розміщення її на предметному сайті. Майбутні користувачі цієї програми зможуть не лише перевірити правильність виконання власних обчислень, але й освідомити практичну значущість даної теми у майбутній діяльності.

6. Впровадження інноваційних форм роботи – індивідуальних і групових консультацій за допомогою інтернет-технологій, створення наукових проектів навчальних модулів курсу професійного спрямування, організація інтернет-вікторин, конкурсів предметних інтернет-сторінок та презентацій, створення студентами видео-роліків з розв'язання прикладних задач курсу, використання рейтингової системи предметного сайту тощо.

Всі етапи навчання курсу забезпечують постійне повторення й поглиблення вивченого матеріалу протягом усього навчання у вищому навчальному закладі, сприяють отриманню ґрунтовних знань, дозволяють підвищити мотиваційні основи навчання і суттєво вплинути на рівень залишкових знань, забезпечити формування професійних компетентностей фахівців, спроможних використовувати математичний апарат у професійній діяльності та продовжувати навчання та самоосвіту за вказаним напрямом підготовки та упродовж усього життя.

Можливості використання предметного сайту (http://mathkurs.sumy.ua/) навчання курсу лінійної алгебри та аналітичної геометрії передбачає навчання декількох груп студентів різними викладачами (різних навчальних закладів) та обміну досвідом між викладачами курсу у межах предметного сайту завдяки системі документообміну; постійне удосконалення змісту курсу, навчальних матеріалів, збільшення структурованої інформаційної бази, встановлення послідовності перегляду навчальних матеріалів; адаптація її до нових вимог суспільства; оперативне відображення успішності студентів тощо.

Висновки. Використання інноваційної технології навчання за допомогою предметного сайту (http://mathkurs.sumy.ua) спрямована на реалізацію компетентністного підходу навчання курсу «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» майбутніх молодших спеціалістів напряму підготовки «Програмна інженерія», сприяє якісній підготовці фахівця, формуванню його професійних компетентностей та розвиток професійних компетентностей викладача, підвищення його професійної майстерності.

Список використаної літератури

1. Морзе Н. В., Глазунова О. Г. Моделі ефективного використання інформаційно-комунікаційних та дистанційних технологій навчання у вищому навчальному закладі: http://www.nbuv.gov.ua/e-journals/ITZN/em6/content/08mnvshi.htm
2. Пєхота О.М., Кіктенко А.З., Любарська О.М. Освітні технології. - К.: АСК, 2004. – 256 с.

Правила оформлення та подання авторських оригіналів статей до збірника наукових праць "Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія 3. Фізика і математика у вищій і середній школі"

1. До друку приймаються неопубліковані раніше матеріали, які відповідають тематиці збірника науковий праць та задовольняють вимогам ВАК України (Постанова президії ВАК України від 15.01.2003 р. № 7-05/1. Бюлетень № 1, 2003, с. 2: „Про підвищення вимог до фахових видань, внесених до переліків ВАК України”).
2. Авторський оригінал подається в одному примірнику (на білому папері формату А4 з одного боку аркуша) разом із *електронним варіантом статті* (назва файлу — прізвище автора) та *рецензією* (для кандидатів та докторів наук — доктора наук з відповідної спеціальності, для студентів, аспірантів, здобувачів — кандидата або доктора наук з відповідної спеціальності). Оригінал має бути представлений українською мовою. Паперовий варіант, підписаний автором, ідентичний електронному варіанту. Відповідальність за точність цитат, прізвищ, даних несе автор.
3. Відомості про автора (-ів) подаються на окремому аркуші: прізвище, ім’я, по батькові, вчений ступінь та звання, місце роботи, посада, місто, телефон, e-mail.
4. Послідовність розміщення матеріалу статті:

НАЗВА СТАТТІ

Прізвище та ініціали автора,
науковий ступінь, вчене звання,
місце роботи, посада

Анотація українською мовою (не більше 75 слів).
Анотація російською мовою.
Анотація англійською мовою.

Текст статті.

Список використаної літератури

згідно з ДСТУ ГОСТ 7.1:2006.

Загальний обсяг статті не повинен перевищувати 8—10 с., враховуючи таблиці, ілюстрації, список використаної літератури. Статті, більші за обсягом, можуть бути прийняті до розгляду на підставі рішення редколегії.

5. Вимоги до оформлення:

- Текст має бути набраний у текстовому редакторі Microsoft Word (версії 97, 2000, 2003). Шрифт — Times New Roman, кегль — 12. Поля — 20 мм. Міжрядковий інтервал — полуторний. Абзац — 15 мм.
- Не використовувати примусовий та ручний перенос слів. Автоматично встановлювати заборону висячих рядків. Не встановлювати відступ (абзац) першого рядка табуляцією або декількома проміжками. Заголовки відокремлювати від тексту зверху і знизу одним пустим рядком. Слова мають бути розділені одним проміжком. Посилання на використану літературу в тексті позначаються цифрою у квадратних дужках.

- Таблиці слід представляти безпосередньо в тексті. Вони мають бути пронумеровані арабськими цифрами і мати заголовки українською мовою. Примітки та виноски до таблиць повинні бути надруковані безпосередньо під відповідною таблицею.
- Ілюстративний матеріал слід вміщувати в текст, а також подавати окремим файлом в растровому форматі JPEG з розподільною здатністю не менше ніж 300 dpi.
- Таблиці, ілюстрації не повинні виходити на поля. Підписи до них повинні мати одні й ті самі стилі оформлення, як у всій статті.

Вимоги ВАК України до оформлення наукової статті на здобуття вченого ступеня

Згідно з постановою № 7-05/1 ВАК України від 15.01.2003 р. (див. "Бюлетень ВАК України" № 1/2003) до друку приймаються лише ті наукові статті (науковою вважається стаття, яка містить результат теоретичного або експериментального дослідження і призначена для наукового видання), які мають такі необхідні елементи:

1. Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями.
2. Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми, на які спирається автор; виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, яким присвячується стаття.
3. Формулювання мети статті (постановка завдання).
4. Виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів.
5. Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у цьому напрямі.

До уваги авторів

- Паперовий варіант статті подається технічному редактору збірника Дерев'янко Ользі (кафедра загальної фізики НПУ імені М.П.Драгоманова). Електронний варіант статті подається або особисто, або може бути надісланий електронною поштою на адресу chasopys3@npu.edu.ua або chasopys3@ukr.net. *Лише електронні варіанти статей без паперового оригіналу не розглядатимуться!*

- Авторський оригінал повинен бути завершеним твором і не може доопрацьовуватись автором після прийняття редакцією.

- Статті, що не відповідають викладеним вимогам, редакцією не приймаються. Оригінали, не прийняті до опублікування, авторам не повертаються.

- Редакція має право робити редакційні правки, які не впливають на зміст тексту.

- За необхідності автор може бути запрошений в редакцію для ознайомлення з коректурою або йому з цією метою електронною поштою відправляється стаття.

- Гонорар за публікації не виплачується.

- Вартість публікації визначається в залежності від умов фінансування видання збірника і на 2012 рік встановлюється у розмірі 20 грн. за сторінку.

Наукове видання

НАУКОВИЙ ЧАСОПИС
НПУ імені М.П.ДРАГОМАНОВА

Серія 3. Фізика і математика у вищий і середній школі.

Випуск 8

Друкується в авторській редакції з оригінал-макетів авторів.

Редколегія не завжди поділяє погляди авторів статей.

Автори опублікованих матеріалів несуть повну відповідальність за підбір, точність наведених фактів, цитат, економіко-статистичних даних, власних імен та інших відомостей.

Матеріали подано мовою оригіналу.

Наукове видання

НАУКОВИЙ ЧАСОПИС
НПУ імені М.П.ДРАГОМАНОВА

Серія 3. Фізика і математика у вищий і середній школі.

Випуск 8

Друкується в авторській редакції з оригінал-макетів авторів.

Редколегія не завжди поділяє погляди авторів статей.

Автори опублікованих матеріалів несуть повну відповідальність за підбір, точність наведених фактів, цитат, економіко-статистичних даних, власних імен та інших відомостей.

Матеріали подано мовою оригіналу.

Підписано до друку 09.12.2011 р. Формат 60x84/8.
Папір офсетний. Гарнітура Таймс.
Ум. др. арк. 20,93. Обл.-вид. арк. 10,94
Наклад 300 прим. Зам. № 115
Віддруковано з оригіналів

Видавництво Національного педагогічного університету
імені М.П. Драгоманова. 01601, м. Київ-30, вул. Пирогова, 9
Свідоцтво про реєстрацію № 1101 від 29.10.2002.
(044) 239-30-26