

Очевидно, що у структурі даної спеціалізовано-професійної психологічної компетенції провідне значення відіграє її операційно-діяльнісний компонент. Отже, при визначенні засобів оцінки рівня сформованості даної компетенції особливу увагу слід приділити з'ясуванню різних форм прояву її діяльнісної складової.

Таким чином, процес підготовки фахівця-тифлопедагога у ВНЗ передбачає формування у студентів універсальних та професійних компетенцій (загально- та спеціалізовано-професійних). Чітке визначення структури кожної психологічної компетенції є однією з умов розробки ефективних засобів оцінки рівня розвитку психологічної компетентності тифлопедагога в цілому.

#### **СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ:**

1. Байденко В.И. Выявление состава компетенций выпускников вузов как необходимый этап проектирования ГОС ВПО нового поколения: Методическое пособие. – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2006. – 72 с.

2. Галямина И.Г. Проектирование государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования нового поколения с использованием компетентностного подхода. – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2005. – 106 с.

3. Зимняя И.А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования// Высшее образование сегодня. – 2003. – № 5. – С. 34 – 42.

4. Тамур Ю.Г. Компетентностный подход в описании результатов и проектировании стандартов высшего профессионального образования. – М., 2004. – 17 с.

5. Тельнов Ю.Ф. Реализация компетентностного подхода к обучению на основе управления знаниями ([http://www.setlab.net/?view=telnov\\_competences](http://www.setlab.net/?view=telnov_competences))

6. <http://www.unideusto.org/tuningeu/competences.html>

УДК 511.72+519.21

Працьовитий М.В.

#### **$Q_{\infty}^*$ -ЗОБРАЖЕННЯ І ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ**

Обсуждаются системы изображений действительных чисел с конечным и бесконечным алфавитом, в частности, с двоичным; возможности их использования в различных теориях, включая метрическую, вероятностную и фрактальную теории чисел; определяется специфическое изображение с бесконечным алфавитом и описуется его геометрия.

В с т у п. Вивчення основних понять математичного аналізу (зокрема, функцій, збіжності, неперервності, диференціювання, інтегрування тощо) неможливо без точного наукового означення поняття дійсного числа. Перші строги теорії дійсних чисел були незалежно створені в другій половині 19 ст. німецькими математиками К. Вейєрштрассом, Г. Кантором, Р. Дедекіндом:

1. Теорії дійсних чисел як теорія нескінченних десяткових рядів (К.Вейєрштрасс); 2. Теорія дійсних чисел як фундаментальна послідовність раціональних чисел (Г.Кантор); 3. Теорія дійсних чисел як перерізів (дедекіндових) на множині раціональних чисел (Дедекінд).

Пізніше було вибудовано ряд інших теорій, які були аналогами вказаних і створена загальна аксіоматична теорія дійсних чисел. Сьогодні плідно розвиваються чимало теорій (моделей загальної аксіоматичної теорії), які є аналогами теорії Вейєрштрасса. Одна з родин таких містить теорію дійсних чисел як теорію двійкових рядів і їх різнопланових узагальнень та метричні вчення двосимвольних кодувань. Часто вони ґрунтуються на відомій теорії дійсних чисел та ідеї іншого нового способу їх представлення та зображення (формального запису). Ці системи зображення дійсних чисел мають класичний двійковий алфавіт  $\{0,1\}$  і або нульову, або ненульову надлишковість, тобто мають єдине (не більше двох) або, навіть, нескінченну кількість зображень одного і того ж числа. До згаданих зображень відносяться  $Q_2$ -зображення,  $Q_2^*$ -зображення, медіантне, циліндричне, марковське,  $f$ -зображення, ланцюгове  $A_2$ -зображення, зображення чисел ланцюговими дробами Данжуа, а також зображення чисел неповними сумами збіжних рядів. Ці зображення мають свою специфічну геометрію, породжують свої метричні відношення і є потужним засобом для задання і дослідження математичних об'єктів зі складною локальною будовою (множин, функцій, мір, випадкових величин, перетворень, динамічних систем тощо).

Зауважимо, що в класичному розумінні під системою числення розуміють спосіб позначення та найменування натуральних чисел. Тривалий час десяткова система числення є загальнозживаною системою зі скінченним алфавітом і нульовою надлишковістю для подання та зображення не лише натуральних, але і всіх дійсних чисел. Аналогічними властивостями володіє система числення з довільною натуральною основою  $s \geq 2$ . Двійкова система числення ( $s = 2$ ) відома давно, нею на початку XII століття користувався Леонардо Пізанський. В 1494 році Лука Пачолі використовував її для розв'язання задач про мінімальне число зважування гир різної маси. Систематичний виклад двійкової системи числення зробив Дж. Непер в 1617 році. Традиційна десяткова система числення використовує десять цифр 0, 1, ..., 9. В ній числа розкладаються в ряди за степенями числа 10, яке називається основою системи числення. В цій системі цифри виконують дві функції: 1) функцію чисел (одноцифрові числа та коефіцієнти в розкладах), 2) функцію знаків (символів) для зображення числа. Існують системи зображення чисел, у яких вказані ролі цифр розведені.

**1. Означення  $Q_\infty^*$ -зображення числа.**

Нехай  $N_0 = N \cup \{0\} = \{0, 1, 2, \dots\}$ ,  $L = N_0 \times N_0 \times \dots$ ;  $Q_\infty^* = \|q_{ik}\|$  – задана матриця, яка має властивості:

- 1. містить нескінченну кількість рядків і стовпців;
- 2.  $q_{ik} > 0 \quad \forall i \in N_0, \forall k \in N$ ;      3.  $q_{0k} + q_{1k} + \dots + q_{ik} + \dots = 1$ ;

4. для довільної послідовності натуральних чисел  $(\alpha_n)$ : 
$$\prod_{n=1}^{\infty} q_{\alpha_n n} = 0.$$

Означимо числа  $\beta_{ik}$  рівностями:  $\beta_{0k} \equiv 0$ , 
$$\beta_{ik} \equiv \sum_{j=0}^{i-1} q_{jk}, \quad i \in N, \quad k \in N.$$

Тоді  $\beta_{01} < \beta_{1k} < \dots < \beta_{ik} < \dots < 1$ .

**Теорема 1.** Для довільного  $x_0 \in [0; 1)$  існує єдина послідовність  $(\alpha_k)$ , така, що  $(\alpha_k) \in L$  і

$$x_0 = \beta_{\alpha_1 1} + \sum_{k=2}^{\infty} [\beta_{\alpha_k k} \prod_{j=1}^{k-1} q_{\alpha_j j}] \equiv \square_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_k \dots}^{Q_\infty^*}. \quad (1)$$

*Доведення.* 1. Доведемо спочатку існування розкладу (1). Оскільки  $[0; 1) = \bigcup_{i=0}^{\infty} [\beta_{ik}; \beta_{(i+1)k})$ , то існує

$\alpha_1 = \alpha_1(x_0)$  таке, що

$$\beta_{\alpha_1 1} \leq x_0 < \beta_{(\alpha_1+1)1} \quad \text{або} \quad 0 \leq x_0 - \beta_{\alpha_1 1} \equiv x_1 < q_{\alpha_1}.$$

Якщо  $x_1 = 0$ , то  $x_0 = \beta_{\alpha_1 1} \equiv \square_{\alpha_1(0)}^{Q_\infty^*}$ , тобто  $\alpha_{1k} = 0$  для всіх  $k \in N$ . Нехай  $x_1 > 0$ . Оскільки

$$[0; q_{\alpha_1}) = \bigcup_{i=0}^{\infty} [\beta_{ik} q_{\alpha_1}; \beta_{(i+1)k} q_{\alpha_1}),$$

то існує  $\alpha_2 = \alpha_2(x_0)$  таке, що

$$\beta_{\alpha_2 2} q_{\alpha_1} \leq x_1 < \beta_{(\alpha_2+1)2} q_{\alpha_1} \quad \text{або} \quad 0 \leq x_1 - \beta_{\alpha_2 2} q_{\alpha_1} \equiv x_2 < q_{\alpha_1} q_{\alpha_2}.$$

Тоді

$$x_1 = \beta_{\alpha_2 2} q_{\alpha_1} + x_2 \quad \text{і} \quad x_0 = \beta_{\alpha_1 1} + \beta_{\alpha_2 2} q_{\alpha_1} + x_2, \quad \text{де} \quad 0 \leq x_2 < q_{\alpha_1} q_{\alpha_2}.$$

Якщо  $x_2 = 0$ , то  $x_0 \equiv \square_{\alpha_1 \alpha_2(0)}^{Q_\infty^*}$ . Якщо ж  $x_2 > 0$ , то процес продовжується і за скінченну кількість кроків ми отримаємо

$$x_0 = \beta_{\alpha_1 1} + \beta_{\alpha_2 2} q_{\alpha_1} + \dots + \beta_{\alpha_k k} q_{\alpha_{k-1}} + x_k.$$

Оскільки  $0 \leq x_k < q_{\alpha_1} q_{\alpha_2} \dots q_{\alpha_k} \leq \prod_{i=1}^k \max_i \{q_{i_k}\} \rightarrow 0 \quad (k \rightarrow \infty)$ , то намічений процес є збіжним і має місце

розклад (1). Існування розкладу (1) доведено.

2. Єдиність. Припустимо, що деяке число  $x$  має два розклади

$$\square_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_k \dots}^{Q_\infty^*} \quad \text{і} \quad \square_{\gamma_1 \gamma_2 \dots \gamma_k \dots}^{Q_\infty^*}$$

причому  $\alpha_m \neq \gamma_m$ , але  $\alpha_i = \gamma_i, \quad i = \overline{1, m}$ . Не порушуючи загальності, вважатимемо, що  $\alpha_m > \gamma_m$ . Досить

розглянути випадок  $\alpha_n = \gamma_{m+1}$ . Розглянемо різницю  $\delta$  цих зображень.

$$\delta = \delta_1 \prod_{j=1}^{m-1} q_{\gamma_j j} = (\beta_{\alpha_m m} - \beta_{\gamma_m m} + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{\alpha_{m+k}(m+k)} \prod_{j=m}^{m+k-1} q_{\alpha_j j} - \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{\gamma_{m+k}(m+k)} \prod_{j=m}^{m+k-1} q_{\gamma_j j}) \prod_{j=1}^{m-1} q_{\gamma_j j}.$$

Але 
$$\delta_1 \geq \beta_{\alpha_m m} - \beta_{\gamma_m m} - \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{\gamma_{m+k}(m+k)} \prod_{j=m}^{m+k-1} q_{\gamma_j j} > 0,$$

оскільки  $\beta_{\alpha_{m,m}} - \beta_{\gamma_{m,m}} \geq q_{\gamma_{m,m}}$ , а  $\sum_{k=1}^{\infty} \beta_{\gamma_{m+k}(m+k)} \prod_{j=m}^{m+k-1} q_{\gamma_{j,j}} < q_{\gamma_{m,m}}$ . Отже,  $\delta > 0$ . Отримали

протиріччя з тим, що мали два зображення одного і того ж числа.  
Єдність і всю теорему доведено.

Оскільки кожне число  $x_0 \in [0;1)$  має єдине  $Q_{\infty}^*$ -зображення, то коректно визначеними є функції:  $\alpha_k(x)$  –  $k$ -тий  $Q_{\infty}^*$  – символ (цифра) числа  $x$ , які ми будемо використовувати далі.

О з н а ч е н н я 1. Розклад числа  $x$  в ряд (1) ми називатимемо  $Q_{\infty}^*$ -представленням, а скорочений його запис  $\square_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_k \dots}^{Q_{\infty}^*}$  – зображенням числа  $x$ . Якщо всі стовпці матриці  $Q_{\infty}^* = \|q_{ik}\|$  мають однакові стовпці, то  $Q_{\infty}^*$ -зображення називатимемо  $Q_{\infty}^*$ -зображення.

О з н а ч е н н я 2. Число  $x \in [0;1)$ , яке має  $Q_{\infty}^*$ -зображення з періодом (0), називається  $Q_{\infty}^*$ -раціональним. Решту чисел називатимемо  $Q_{\infty}^*$ -іраціональними.

Зауважимо, що  $Q_{\infty}^*$ -раціональність числа напряду не пов'язана з його раціональністю. Можна навести приклади  $Q_{\infty}^*$ -раціональних чисел, які є іраціональними і  $Q_{\infty}^*$ -іраціональних, які є раціональними, при різних матрицях  $Q_{\infty}^* = \|q_{ik}\|$ .

Зауважимо, що система  $Q_{\infty}^*$ -зображення дійсних чисел використовує нескінченний алфавіт – множину всіх натуральних чисел  $N$ , але роль цифр в ній дещо інша, ніж в десятковій системі. Цифра є символом у зображенні числа і не відіграє ролі числа у виразі ряду (1). Зображення чисел елементарними ланцюговими дробами теж використовує нескінченний алфавіт (множину  $N$ ), але символи в цьому зображенні відіграють роль чисел у представленні числа.

**Теорема 2.** Якщо всі елементи матриці  $Q_{\infty}^* = \|q_{ik}\|$  є раціональними числами і всі стовпчики, починаючи з деякого однакові, то число,  $Q_{\infty}^*$ -зображення якого має період, є раціональним.

О з н а ч е н н я 3. Циліндром рангу  $m$  з основою  $a_1 a_2 \dots a_m$  (де  $a_i \in N$ ) називається множина  $\square_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_m}^{Q_{\infty}^*} = \{x : \alpha_i(x) = a_i, i = \overline{1, m}\}$ .

Безпосередньо з означення циліндра випливають наступні властивості:

1.  $\square_{c_1 \dots c_m}^{Q_{\infty}^*} = \bigcup_{i=0}^{\infty} \square_{c_1 \dots c_{m_i}}$ ;
2.  $\square_{c_1 c_{m-1} c_m}^{Q_{\infty}^*}$  є піввідрізком з кінцями  $a = \square_{c_1 \dots c_{m-1} c_m}^{Q_{\infty}^*}(0)$  і  $b = \square_{c_1 \dots c_{m-1} (c_m+1)(0)}^{Q_{\infty}^*}$ ;
3.  $\square_{c_1 \dots c_m}^{Q_{\infty}^*} = \prod_{j=1}^m q_{c_j j}$ ;
4.  $\frac{|\square_{c_1 \dots c_{m_i}}^{Q_{\infty}^*}|}{|\square_{c_1 \dots c_m}^{Q_{\infty}^*}|} = q_{i(m+1)}$ ;
5. Для довільної  $(c_n) \in L$  має місце рівність:  $\bigcap_{m=1}^{\infty} \square_{c_1 \dots c_m}^{Q_{\infty}^*} = x \equiv \square_{c_1 \dots c_m \dots}^{Q_{\infty}^*} \in [0;1)$ .

Циліндричні множини (відрізки та інтервали) відіграють важливу роль у побудові метричної, ймовірнісної та фрактальної теорії дійсних чисел, що відповідають цьому зображенню. Перша займається розв'язанням задач про міри континуальних множин, визначених властивостями їх зображень; друга – вивченням розподілів цифр випадкової величини з наперед заданим розподілом та розподілу самої випадкової величини за розподілами її цифр; третя – дослідженням фрактальних властивостей (тих, що пов'язані з дробовими розмірностями) множин чисел, визначених характеристичними властивостями їх зображення.

Однією з найпростіших моделей  $Q_{\infty}^*$ -зображення є  $Q_{\infty}^*$ -зображення з матрицею, кожен стовпчик якої є набором  $(2^{-1}, 2^{-2}, 2^{-3} \dots)$ . Таке зображення має тісний і навіть нерозривний зв'язок з класичною двійковою системою.

Вперше  $Q_{\infty}^*$ -зображення введено автором в кінці 80-х років ХХ ст. і широко використовувалося для дослідження математичних об'єктів зі складною локальною будовою: множин, функцій, розподілів ймовірностей, мір та ін., зокрема воно знайшло відображення в монографії [1].

Геометрія  $Q_\infty$ -зображення є складнішою, ніж геометрія  $S$ -кового зображення, але серед всіх  $Q_\infty$ -зображень є самою простою, навіть,  $N$ -самоподібною. Аналогом  $Q_\infty$ -зображення є зображення чисел рядами Люрота (знакододатними [2] та знакозмінними [7]).

**ЛІТЕРАТУРА:**

1. Жихарєва Ю.І., Працьовитий М.В. Властивості розподілу випадкової величини,  $L$ -символи якої в зображенні знакододатним рядом Люрота, є незалежними // Труды ИПММ НАН України. – 2011. Т.23. – С. 71-83.
2. Жихарєва Ю.І., Працьовитий М.В. Зображення чисел знакододатними рядами Люрота: основи метричної теорії // Наук. часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2009. – С. 200-211.
3. Працьовитий М.В. Поліоснове  $Q$ -представлення і фрактальні математичні об'єкти з ним пов'язані // Фрактальний аналіз та суміжні питання. – Київ: ІМ НАН України – НПУ імені М.П. Драгоманова. – 1988. – №2. – С. 14-35.
4. Pratsiovytyi M., Leshchynskiy O. The  $Q_\infty^*$ -representation and a distribution connected with it // Voronoi Conference on Analytic Number Theory and Space Tilings: Abstracts. — Kyiv: Institute of Mathematics Nat. Acad. Sci. Ukraine, 1998. – P. 51-52.
5. Працьовитий М. В. Метрична, ймовірнісна та фрактальні теорія  $\varphi_\infty$ -розкладів дійсних чисел // International Conference «Modern Stochastics: Theory and Applications», June 19-23, 2006, Kyiv: Abstracts. — Kyiv: 2006. — P.72.
6. Працьовитий М.В., Лещинський О.Л. Властивості випадкових величин, заданих розподілами елементів свого  $\tilde{Q}_\infty$ -зображення // Теорія ймовірностей та мат. статистика. – 1997. – №57. – С. 134-140.
7. Працьовитий М.В., Хворостіна Ю.В. Множина неповних сум знакозмінного ряду Люрота та розподіли ймовірностей на них // Наук. часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2009. – С. 106-118.
8. Турбин А.Ф., Працевитый Н.В. Фрактальные множества, функции, распределения. – К.: Наукова думка, 1992. – 208 с.

УДК 159.922.7

Поліщук Ю.Б.

**ОСОБЛИВОСТІ РОЗВИТКУ ГІПЕРАКТИВНИХ ДІТЕЙ МОЛОДШОГО ШКІЛЬНОГО ВІКУ**

В статтє описуєтьє поняттє синдрому дефіциту уваги с гіперактивністю, рассматриваютьє особенности поведєния гиперактивных детей младшего школьного возраста.

На сьогоднішній день саме з проблемами гіперактивності дітей найчастіше звертаються до психологів. Ще декілька десятиків років тому термін «синдром дефіциту уваги та гіперактивності» зустрічався лише у спеціальній літературі з психології та педагогіки, сьогодні ж мало хто не чув про це.

За даними досліджень зарубіжних вчених кількість гіперактивних дітей становить від 4 до 9,5 % у популяції. За даними українських досліджень у нашій країні таких дітей на сьогодні від 50 – 150 тисяч, серед яких хлопчиків – 22%, а дівчаток – 10% [4].

Якщо розглянути значення слова гіперактивний, у Великому тлумачному словнику сучасної української мови, дане слово складається з частки «гіпер... перша частина складних слів, що вказує на збільшення чого-небудь проти норми...» та «активний – енергійний діяльний» [2].

У Великому психологічному словнику за редакцією В.П. Зінченка та Б.Г. Мещерякова дитяча гіперактивність визначається як синдром дефіциту уваги з гіперактивністю (СДУГ), гіпердинамічний синдром (ГД), який проявляється не властивими для нормальної дитини неухважністю, відволіканням, імпульсивністю та гіперактивністю [1].

Вважається, що основні прояви синдрому дефіциту уваги та гіперактивності (СДУГ) відмічаються ще у дошкільному віці, але вони не є такими проблемними, як у шкільному віці, тому що частково компенсуються нормальним розумовим та соціальним розвитком. Проблеми починаються при вступі дитини у школу, на думку О. Халецької та В. Трошина [9] це обумовлено динамікою розвитку вищої нервової діяльності, вік 5,5 – 7 років та 9 – 10 років є критичними періодами розвитку систем мозку, які відповідають за увагу, пам'ять, розумову діяльність. Усі ці чинники співпадають з кризою 7 років.

СДУГ характерні такі ознаки як: порушення уваги, імпульсивність та надмірна рухова активність.

Н.Н. Заваденко вважає, що неухважність дітей зі СДУГ проявляється у слабкій концентрації уваги, в зниженні вибірковості уваги та у вираженому відволіканні з частими переключеннями з одного заняття на інше. Діти постійно відволікаються на уроці, не можуть довести справу яку розпочали до кінця, гублять свої речі. У вчителя часто складається враження, що дитина не чує звернену до неї мову, інструкцію до виконання завдання. Дитина зі СДУГ часто не доводить справу до кінця та не може довго утримувати увагу на важких, на її думку нецікавих заняттях, а ось дивитись телевізор, грати у комп'ютерні ігри, тобто робити те що їй подобається може годинами. Ось така вибірковість уваги пов'язана з цікавістю, задоволеністю від діяльності. Виражене відволікання на сторонні подразники навіть призвело до того, що раніше дітей саджали на уроках за парти зі спеціальними перегородками. Але даний підхід не приніс очікуваних результатів, тому що діти відволікалися на будь-які сторонні стимули, які зустрічалися їм під час виконання завдання [3].

Із-за особливостей уваги дитині важко розділити усі подразники з навколишнього середовища на головні та на другорядні, яким потрібно приділити увагу, а на які зовсім не потрібно звертати. Особливості сприйняття таких дітей призводять до того, що